DEPARTAMENTO DE MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN Y
DIAGNÓSTICO EN EDUCACIÓN

EVALUACIÓN DE HABILIDADES COGNITIVAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

JESÚS TOBOSO PICAZO

UNIVERSITAT DE VALENCIA
Servei de Publicacions
2004

Aquesta Tesi Doctoral va ser presentada a Valencia el día 27 d'Abril de 2004 davant un tribunal format per:

- Dr. D. Ramón Pérez Juste
- Dra. Dª. Mª José Carrera Gonzalo
- Dr. D. Bernardo Gargallo López
- Dra. Dª. Francisca José Serrano Pastor
- Dra. Dª. Mª Dolores Olaya Villar

Va ser dirigida per:
Dr. D. Suárez Rodríguez
Dra. Dª. Villanueva Bea

Depòsit legal:
I.S.B.N.:84-370-6003-6
Edita: Universitat de València
Servei de Publicacions
C/ Artes Gráficas, 13 bajo
46010 València
Spain
Telèfon: 963864115

U N I V E R S I D A D   D E   V A L E N C I A

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

EVALUACIÓN DE HABILIDADES COGNITIVAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

TESIS DOCTORAL

PRESENTADA POR:

Jesús TOBOSO PICAZO

DIRIGIDA POR:

Dr. D. Jesús Modesto SUÁREZ RODRÍGUEZ

Dra. Dª Pilar VILLANUEVA BEA

AGRADECIMIENTOS, ÍNDICE Y PRESENTACIÓN.

AGRADECIMIENTOS.

En primer lugar y de forma muy especial, manifiesto mi agradecimiento a mis dos directores, la Dra. Dª Pilar Villanueva Bea y el Dr. D. Jesús Modesto Suárez Rodríguez. No sólo por su imprescindible aportación científica y técnica, tanto en los cursos de doctorado como en esta fase de investigación, que les ha llevado, en muchas ocasiones, a dedicarme su tiempo personal fuera de las obligaciones académicas, sino también, por algo infinitamente más valioso y difícil de encontrar en nuestra sociedad tecnificada, como ha sido su interés, dedicación e ilusión en este trabajo, y a su habilidad personal para trasmitirme ese mismo entusiasmo.

A los profesores del departamento MIDE de la Facultad de Ciencias de la Educación de esta Universidad que, desde los cursos de doctorado, me han aportado los conocimientos necesarios para llevar a cabo un trabajo de investigación, con el rigor y la precisión que exige el panorama científico actual. Mi agradecimiento para el Dr. D. Jesús Miguel Jornet Meliá, por sus aportaciones sobre los estudios multidimensionales y por las sugerencias que me ha hecho, tanto en los quehaceres que exige la investigación científica como en mis tareas académicas personales, y para el resto de profesores: el Dr. D. Ignacio J. Alfaro Rocher, por la introducción en el manejo de las bases de datos y el análisis cuantitativo; el Dr. D. Alfredo Pérez Boullosa, por haberme iniciado en el tratamiento de la información científica y su presentación mediante los soportes informáticos; y al Dr. D. Francisco Aliaga Abad, por sus aportaciones en el manejo de los principales paquetes estadísticos SPSS y BMDP.

De igual forma, expreso mi agradecimiento a la Dra. Dª Francisca José Serrano Pastor, profesora de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Murcia, por las enriquecedoras orientaciones y los materiales que me brindó sobre la evaluación de los estilos intelectuales de Sternberg, fruto de su tesis su tesis doctoral, en cuya investigación se basa una parte de este estudio, referida a la incidencia que presentan los estilos de aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos.

A Julia e Inma que, como ocurre en infinidad de equipos humanos, han realizado el trabajo que menos se ve, proporcionando su soporte personal y técnico, y por las claras y rápidas sugerencias de Julia que, desde su larga experiencia docente, han iluminado muchos aspectos de esta investigación.

A todos mis compañeros, por su colaboración en las diferentes fases del estudio: Ana Gloria Ruiz García (Psicopedagogía), Ángeles Alameda Villora (Psicopedagogía), Antonio González Robles (Matemáticas y Ciencias), Ascensión Martínez Hernández (Matemáticas), Benito Escribano Córdoba (Psicopedagogía), Carmen Gil-Ortega Romero (Psicopedagogía), Celso Molina Ibáñez (Matemáticas), Concha Alba García (Psicopedagogía), Daniel García Afonso (Psicopedagogía), Diego García Cuenca (Psicopedagogía), Diego Pérez Ropa (Matemáticas), Emilia Morcillo Rosilló (Psicopedagogía), Esperanza Patricia García López (Psicopedagogía), Eulalia Trigueros González (Ciencias de la Naturaleza), José Ponce Sáez (Pedagogía Terapéutica), José Caballero Conejero (Lengua y Literatura), José Julián García García (Matemáticas y Ciencias), José Venancio García García (Matemáticas), Juan Antonio García Sánchez (Psicopedagogía), Juan Antonio Quintanilla Soriano (Matemáticas y Ciencias), Llanos Landete Portero (Psicopedagogía), Manuel Moya Cabezas (Psicopedagogía), Pascual Rubio López (Matemáticas y Ciencias), Raquel Aguasca Olivares (Lengua y Literatura), Rosa López Martínez (Psicopedagogía), y Victorio García González (Matemáticas y Ciencias).

Finalmente, también expreso mi entrañable recuerdo y agradecimiento para la Dra. Dª Rosario de Pablo Vallejo, pues, aunque ya no está entre nosotros, supuso mis primeros pasos en las tareas de investigación, dejándonos su modelo de persona, cargada de valores humanos, y su interés por el quehacer científico, hecho con rigor, precisión, profundidad y cuidando hasta los más pequeños detalles.

ÍNDICE:

pág.

II – DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO EMPÍRICO, ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

PRESENTACIÓN.

Este estudio empírico pretende hacer una pequeña aportación en el campo de la orientación académica, analizando las variables que inciden, significativamente, en el bajo rendimiento actual de los alumnos de Educación Secundaria Obligatoria, especialmente en el área de matemáticas, para mejorar las adaptaciones curriculares que, como elemento de calidad, exige nuestro Sistema Educativo.

El objetivo general se ha dirigido, básicamente, a la evaluación de las habilidades cognitivas que presentan los alumnos de 2º y 3º de ESO, en la resolución de los problemas matemáticos que se derivan de los objetivos propuestos por la LOGSE. Para ello, hemos elaborado una batería de cuatro pruebas (ECCL, ECSP, ECOE y ECEP), basada en el *modelo del procesamiento de la información* y siguiendo algunas de las investigaciones realizadas en este ámbito (Coll y Onrubia, 1990; Sternberg, 1985a y 1985b; Mayer, 1983; Pacheco, 1991; Garrido, 1991; Serrano, 1994; Pozo, 1994; Carroll, 1988; Chi, Feltovich y Glaser, 1981; Champagne, Klopfer y Gunstone, 1982; Pellegrino y Glacer, 1982; Brown y Campione, 1977; Hunt, 1980, entre otros), con la finalidad de valorar el desarrollo alcanzado en los cuatro conocimientos básicos del proceso de resolución de problemas: *conocimiento lingüístico-semántico*, necesario para comprender el problema, *conocimiento esquemático* que fundamenta el reconocimiento de su naturaleza y la elección del plan de resolución, *conocimiento estratégico*, como organizador de los pasos a seguir, y *conocimiento algorítmico* que ejecuta las operaciones finales para obtener la solución.

Por otro lado, también hemos estudiado varios factores personales que pueden incidir en el desarrollo de estas habilidades cognitivas, como: la aptitud numérica y verbal, la habilidad para resolver problemas generales, no relacionados con los aprendizajes escolares o factor “g” de la inteligencia, la autoestima académica, social, familiar y emocional, los estilos intelectuales planteados por Grigorenko y Sternberg (1992), la edad y el sexo, así como otras variables contextuales, referidas al nivel de estudios de los padres, tipo de vivienda, entorno rural o urbano, nivel escolar, estabilidad del profesorado, repeticiones de curso, y condiciones ambientales de estudio.

Desde esta perspectiva, hemos planificado y desarrollado esta investigación que presentamos en cuatro apartados generales.

El apartado I recoge las razones que nos han llevado a su realización, el estado actual del rendimiento escolar, y los fundamentos teóricos en los que nos hemos basado. Se compone de tres capítulos:

- En el capítulo 1º, exponemos las razones básicas que, desde las exigencias de las tareas de orientación escolar y las líneas actuales de investigación, han concretado este estudio en la *evaluación de las habilidades cognitivas que intervienen en la resolución de problemas matemáticos*. Las razones se basan, fundamentalmente, en los objetivos que propone la actual Sistema Educativo, la relación de la inteligencia con la resolución de problemas, la consideración de los problemas matemáticos como elementos adecuados para analizar los procesos del pensamiento y, finalmente, los bajos resultados escolares que presentan los alumnos en este ámbito.

- El capítulo 2º sintetiza los últimos estudios regionales, nacionales e internacionales, sobre el rendimiento de los alumnos de secundaria en el área de matemáticas, constatando su bajo rendimiento en esta materia. A nivel internacional, exponemos los resultados de tres estudios que han tenido una especial relevancia en los últimos años y en los que ha participado España, como: el Primer Estudio Internacional de la IAEP (International Association for the Study of Educational Progress), el Tercer Estudio

Internacional de Matemáticas y Ciencias, conocido con el nombre de "TIMSS" (Third International Mathematics and Science Study), y el Programa Internacional PISA (Programme for Indicators of Student Achievement), dirigido por la OCDE. A nivel nacional, analizamos los primeros resultados escolares del sistema LOGSE, realizados por el MEC en el curso 95/96, y el primer diagnóstico que lleva a cabo, en el curso 96/97, el Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (INCE). Finalmente, a nivel provincial y regional, presentamos los resultados de la valoración, realizada el curso 95/96 en varios institutos de la provincia de Albacete, y los datos del primer informe que publica Castilla-La Mancha en los cursos 1999/2000 y 2000/2001, como comunidad con competencias plenas en materia educativa.

- En el capítulo 3º, exponemos los fundamentos teóricos, dividiéndolo en cuatro apartados. Inicialmente, analizamos las relaciones entre la inteligencia y el rendimiento escolar, realizando un rápido recorrido por los modelos psicométricos, antropológicos y del procesamiento de la información. El apartado siguiente presenta una síntesis de la *teoría triárquica de la inteligencia* de Sternberg (1985a), que ha cobrado una especial relevancia en el panorama científico de los últimos años, fundamentando el acto inteligente y la resolución de problemas desde una triple concepción jerárquica, en la que intervienen los *componentes cognitivos*, la *experiencia* y el *contexto* de la persona. A continuación, complementado esta teoría, exponemos también los *estilos intelectuales* que surgen del modelo de *autogobierno mental* de Sternberg (1988a, 1988b, 1990a y 1990b), considerados como un "puente" entre la inteligencia y la personalidad, pues dirigen, coordinan, planifican, y controlan la inteligencia, explicando el funcionamiento mental de las personas, cuando tratan de resolver problemas. Al final del capítulo, analizamos las teorías que, expresamente, estudian la resolución de problemas, como: las teorías asociacionistas, de la Gestal, del procesamiento de la información, y la teoría de Mayer, basada en procesos y conocimientos específicos.

El apartado II se refiere a la descripción del estudio empírico, el análisis de los datos obtenidos, y las conclusiones que se derivan de los mismos. Lo hemos dividido en dos capítulos:

- El capitulo 4º está organizado en cuatro apartados. En el primero, exponemos el objetivo general de la investigación, las hipótesis a verificar, la planificación, las características de la muestra seleccionada, la elaboración de los instrumentos específicos para valorar los procesos cognitivos en la resolución de problemas, y la metodología empleada. El segundo apartado presenta el estudio psicométrico y la baremación de las cuatro pruebas procesuales. En el tercero, verificamos su validación, con respecto al rendimiento en matemáticas y otras variables no cognitivas y, finalmente, en cuarto lugar, completamos estos análisis con un modelo multivariado, orientado a la toma de decisiones en el diagnóstico, mediante el análisis jerárquico de conglomerados y discriminante.

- El capítulo 5º recoge las conclusiones finales, referidas a la fiabilidad y validez de los instrumentos elaborados, así como a la verificación de cada una de las hipótesis, realizando una síntesis global para facilitar su aplicación en los procesos de orientación escolar.

Finalmente, en el capítulo 6, recogemos la bibliografía citada y, en el 7, los anexos con todos los materiales que hemos elaborado, expresamente, para realizar esta investigación.

I

RAZONES QUE HAN MOTIVADO EL ESTUDIO, ESTADO ACTUAL DEL RENDIMIENTO ESCOLAR Y FUNDAMENTOS TEÓRICOS.

1 RAZONES QUE HAN MOTIVADO LA INVESTIGACIÓN

1 RAZONES QUE HAN MOTIVADO LA INVESTIGACIÓN.

Son varias las circunstancias que han motivado el interés por este estudio empírico.

Como orientador de un centro de Educación Secundaria, diariamente se me plantean situaciones en las que es necesario adaptar el proceso de enseñanza y aprendizaje a las características personales de los alumnos. Estas tareas exigen, necesariamente, un conocimiento científico de las variables personales y ambientales que configuran el aprendizaje, y de las necesidades educativas concretas que presentan los alumnos.

Por otro lado, analizando los resultados sobre el rendimiento académico en los primeros años de implantación del nuevo Sistema Educativo, podemos percibir, con bastante claridad, que un porcentaje significativo de alumnos no alcanza el desarrollo de las capacidades generales propuestas en esta etapa educativa, especialmente en aquellas áreas, consideradas más instrumentales, como: Lenguaje, Matemáticas, Ciencias Naturales y Ciencias Sociales.

Esta circunstancia la hemos podido constatar, tanto en los estudios internacionales (IAEP, International Association for the Study of Educational Progress; Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias, conocido con el nombre de “TIMSS”; el programa internacional PISA de la OCDE, Programme for Indicators of Student Achievement, entre otros) como en los informes oficiales presentados por nuestra administración educativa, y los datos recogidos directamente en varios centros de nuestro propio ámbito escolar, según exponemos en el capítulo segundo, referido al estado actual del rendimiento académico de los alumnos de educación secundaria obligatoria.

Desde esta marco motivacional, siendo conscientes de la complejidad del problema y basándonos en varias investigaciones, relativas al análisis de las variables que inciden en el rendimiento escolar, hemos realizado este estudio empírico para aportar alguna claridad sobre las causas que pueden estar ocasionando esta problemática educativa.

Para ser operativos, teniendo en cuenta la variedad y amplitud de factores que pueden estar incidiendo, hemos considerado necesario centrar la investigación en un aspecto más concreto y evaluable:

El análisis y valoración de los procesos cognitivos y factores contextuales que intervienen en la resolución de problemas matemáticos.

Esta limitación se justifica por las siguientes razones:

1.1 Relación de la inteligencia con la resolución de problemas

Aunque actualmente no hay acuerdo en la definición de inteligencia ni sobre qué mecanismos subyacen exactamente al pensamiento, encontramos relevantes autores que, desde los modelos cognitivistas y la Teoría del Procesamiento de la Información, identifican el pensamiento humano con la resolución de problemas.

Esta concepción produce un progresivo alejamiento del modelo de inteligencia, como habilidad que miden los tests, y se concibe de forma más global y dinámica, configurada por varios sistemas: sensorial, motor, cognitivo, afectivo, de estilos y valores, que están en íntima conexión (Royce y Powell, 1983).

La inteligencia, el razonamiento y la resolución de problemas se consideran partes de un mismo todo. (Resnick, 1976; Sternberg, 1982; Feuerstein, 1980; Mayer, 1983; Carretero y García Madruga, 1984; Sánchez Cánovas, 1986; Pellegrino, 1986; Carrol, 1988; Prieto, 1989; Pozo, 1994; entre otros).

Resnick y Glaser (1976, citado en Mayer, 1983) consideran que el principal aspecto de la inteligencia es la habilidad para resolver problemas. Así pues, el análisis de los procesos cognitivos implicados en la resolución de problemas se presenta como un medio adecuado para analizar y especificar los procesos psicológicos de la inteligencia.

Sternberg (1982a) considera que el razonamiento, la inteligencia y la resolución de problemas se hallan tan estrechamente relacionados que a menudo resulta difícil separarlos. En el estudio comparativo que hacen Sternberg y Berg (1986), sobre los simposios de 1921 y 1986, se le atribuye a la inteligencia la facultad de pensar que engloba, entre otros procesos superiores, el razonamiento y la resolución de problemas.

Mayer (1983) considera que el pensamiento es lo que sucede cuando una persona resuelve un problema; es decir, produce un comportamiento que mueve al individuo desde el estado inicial problemático al estado final que resuelve el problema.

Carretero y García Madruga (1984) consideran los términos “inteligencia”, “razonamiento” y “resolución de problemas” en íntima relación, de tal forma que sería imposible tener en cuenta un término excluyendo a los otros. La resolución de problemas requiere un cierto grado de inteligencia, pues el razonamiento no ocurre en el vacío, sino ante una situación que, en mayor o menor grado, es problemática. La definición de inteligencia, pues, implícita o explícitamente esta haciendo alusión a la resolución de problemas.

Rowe (1985) también observa en sus investigaciones este acercamiento entre la resolución de problemas y la inteligencia, y Vernon y Strdensky (1988) verifican la correlación entre la capacidad para resolver problemas y las pruebas psicométricas de la inteligencia.

Por otro lado, Pozo (1994) valora especialmente la propuesta de fomentar en los alumnos la capacidad de "aprender a aprender" que propone la Reforma Educativa, valorando las situaciones de resolución de problemas como uno de los vehículos más asequibles para conseguir esta capacidad.

1.2 Objetivos de la Reforma Educativa en el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria.

Proporcionar a los alumnos destrezas y estrategias para la solución de problemas queda reconocido como un objetivo específico en cada una de las áreas curriculares de la Educación Primaria y Secundaria, y también como objetivo general que debe alcanzarse al término de la escolarización obligatoria.

De forma explícita, el objetivo general nº 4 del Real Decreto de Currículo, que regula la Educación Secundaria Obligatoria, cita textualmente que al final de esta etapa educativa el alumno debe: *"Elaborar y desarrollar estrategias personales de identificación y resolución de problemas en los principales campos de conocimiento, mediante la utilización de unos hábitos de razonamiento objetivo, sistemático y riguroso, y aplicarlas espontáneamente a situaciones de la vida cotidiana"*.

En los objetivos del área de matemáticas, también se concreta este objetivo general en varias situaciones:

- *"Utilizar formas de pensamiento lógico para formular y comprobar conjeturas, realizar inferencias y deducciones, y organizar y relacionar informaciones diversas relativas a la vida cotidiana y a la resolución de problemas"*.
- *"Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando*

distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados".

- *"Actuar en situaciones cotidianas y en la resolución de problemas, de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones".*

1.3 La resolución de problemas como tarea básica del área de matemáticas, promotora y representativa de los procesos de razonamiento en nuestra cultura.

La relación entre las matemáticas y la resolución de problemas parece estar bastante clara, tanto en las creencias populares como en determinadas teorías filosóficas, psicológicas y modelos pedagógicos. A las personas que tienen éxito en el campo de las matemáticas se les considera con capacidad para razonar y pensar de forma adecuada y, a la inversa, saber razonar implica no encontrar dificultad en el aprendizaje de los conocimientos matemáticos.

Esta concepción, idealista según Pérez Echeverría (1994), justifica la investigación sobre los procesos cognitivos que intervienen en la resolución de problemas matemáticos, pues se consideran estrechamente relacionados con el desarrollo de las estrategias del razonamiento y del pensamiento.

Platón, en "La República", ya planteaba que el estudio de la aritmética tiene un efecto positivo sobre los individuos, en la medida que les obliga a razonar.

El Diseño Curricular Base de la Educación Secundaria Obligatoria afirma que *"...la actividad matemática no sólo contribuye a la formación de los alumnos en el ámbito del pensamiento lógico-matemático, sino en otros aspectos muy diversos de la actividad intelectual, como la creatividad, la* *intuición, la capacidad de análisis y de crítica, etc.".* Se considera, pues, que la enseñanza de las matemáticas supone un entrenamiento en las estrategias de razonamiento y pensamiento que, supuestamente, se podrán generalizar y transferir a otras áreas del currículo y de la vida cotidiana.

En el ámbito didáctico, Armendáriz, Azcárate y Deulofeu (1993) constatan que los aspectos formales, desarrollados en la resolución de problemas matemáticos, van a constituir unas estructuras de pensamiento que se aplicarán a infinidad de situaciones de la vida cotidiana.

Desde una concepción más operativa, podemos considerar que las matemáticas conforman el lenguaje de las ciencias y la tecnología. Por esta razón, el análisis de los procesos cognitivos que intervienen en la resolución de problemas matemáticos puede contribuir a mejorar estas habilidades y, con ello, facilitar el acceso al conocimiento científico y tecnológico.

En este sentido, el currículo oficial de matemáticas en Educación Secundaria expresa textualmente: "*El objetivo de esta área debe ser que los alumnos adquieran los conocimientos necesarios para desenvolverse como ciudadanos en una sociedad que incorpora y requiere, cada vez más, conceptos y procedimientos matemáticos".*

Según Dossey (1992, citado en Pérez Echeverría, 1994), esta concepción utilitaria tiene su origen en el pensamiento de Aristóteles, interesándose más en que el alumno adquiera determinadas técnicas y estrategias que puedan ser aplicadas en los diferentes campos de la vida cotidiana, que en la comprensión estructural de los aspectos formales.

De cualquier forma, tanto el aspecto formativo como el práctico se consideran fundamentales para el desarrollo integral de la persona, recogiéndose, así, en los currículos oficiales de nuestra Educación Obligatoria.

1.4 La resolución de problemas matemáticos como elemento facilitador de los procesos cognitivos del pensamiento.

Los problemas matemáticos se nos presentan como un excelente "laboratorio natural" en el que podemos estudiar, con bastante claridad y precisión, cómo las personas adquieren, elaboran y utilizan las destrezas para resolver situaciones problemáticas (Mayer, 1983).

Rivière (1990) justifica los estudios sobre la resolución de problemas por varias razones:

- Sus materiales formales se prestan, más que otros, a poner de relieve la forma y organización de los procesos mentales.

- Se pueden presentar problemas con soluciones definidas y exactas.

- Los contenidos tienen una estructura jerárquica más clara que otros campos del conocimiento.

- Se utilizan algoritmos que acentúan la visibilidad de los procesos mentales. Según Mayer (1983), *"Un algoritmo es un procedimiento exacto para llevar a cabo una tarea, como por ejemplo, sumar números."* (pág. 423).

- Los errores en este campo son más fáciles de detectar que en otras disciplinas.

Piaget (1977) considera la resolución de problemas matemáticos como producto de una "abstracción reflexionante" que se realiza a partir de operaciones intelectuales y no de hechos. Por esta razón, es un buen campo para el estudio de las estructuras que definen la inteligencia.

Según Sternberg (1982) y Mayer (1983), los problemas matemáticos de narración nos facilitan el análisis de los diferentes componentes cognitivos que operan en nuestra inteligencia:

- ***Componentes lingüístico-semánticos***, al tener que conocer la lengua en la que está redactado el problema.
- **Componentes esquemáticos**, al relacionar la situación problemática con unos *esquemas mentales* que permiten al sujeto seleccionar un plan de trabajo capaz de resolver el problema.
- ***Componentes estratégicos,*** como organizadores del proceso que organiza la secuencia de operaciones que son necesarias.
- ***Componentes operativos*** que ejecutan el plan de trabajo, mediante la puesta en práctica de los diversos tipos de conocimientos adquiridos.

Todas estas razones hacen que varios investigadores centren sus estudios en este ámbito, como: Hiebert, (1986); Resnick y Ford, (1981); Schoenfeld, (1987); Baroody, (1988); Mayer, 1983; Pacheco, (1991); Garrido, (1991); entre otros.

1.5 Dificultades de los alumnos en el ámbito de la resolución de problemas matemáticos.

Finalmente, hemos tenido en cuenta que nuestra realidad escolar presenta un porcentaje, bastante significativo, de alumnos con dificultades en la resolución de problemas matemáticos.

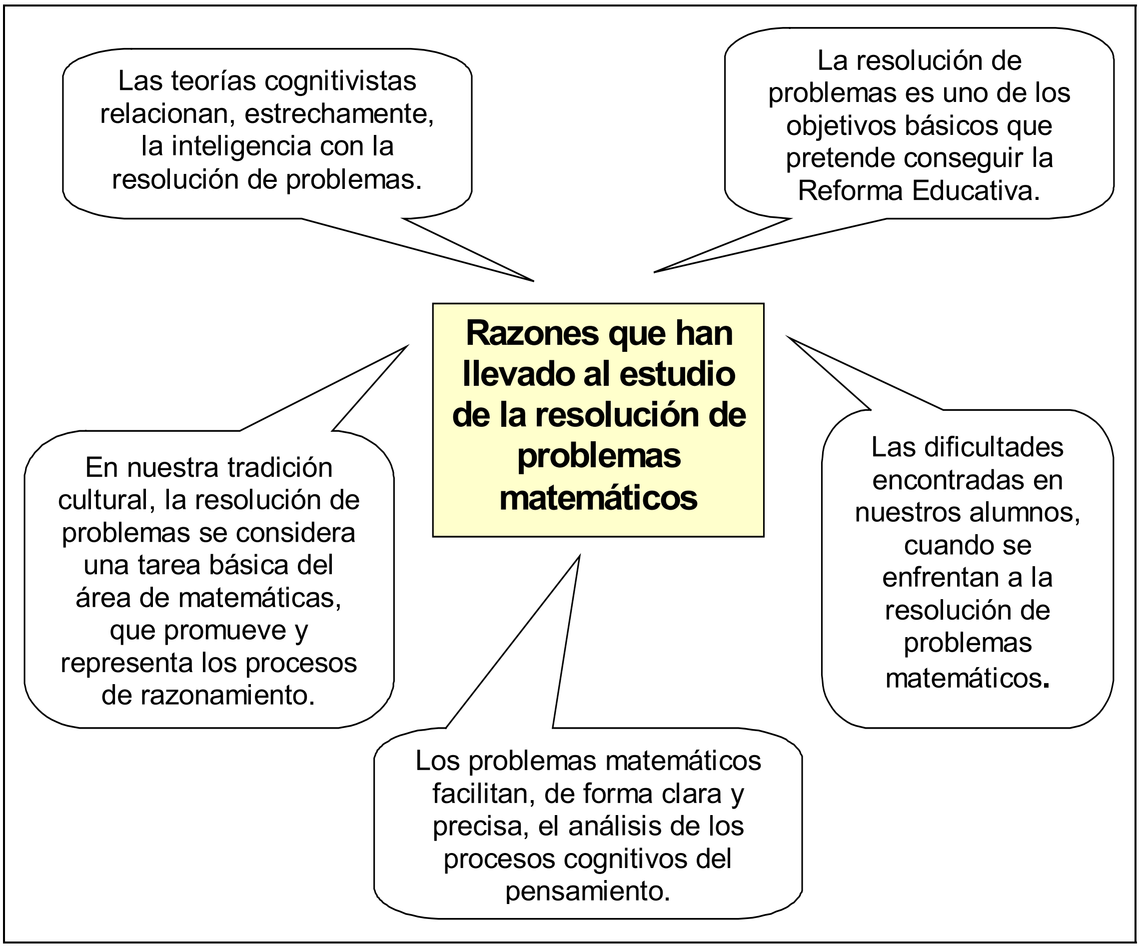
Los primeros filósofos pitagóricos ya revistieron a las matemáticas de un cierto carácter elitista y selectivo que aún hoy sigue existiendo. Actualmente, sigue considerándose esta disciplina como “filtro” básico en todos los sistemas educativos (Davis y Hersh, 1986). Para muchos alumnos, la experiencia de las matemáticas no es una fuente de satisfacciones, como así lo consideran muchos de los matemáticos profesionales, sino que les supone una serie de frustraciones y sentimientos que lastiman su autoestima.

Según Cockcroft (1985), son muchas las personas que en su vida escolar desarrollan actitudes negativas ante las matemáticas, y ven condicionadas sus elecciones escolares y profesionales por las dificultades para dominarlas.

Como analizamos en el capítulo siguiente, varios estudios internacionales y nacionales ponen de relieve que un porcentaje significativo de alumnos no alcanzan el nivel mínimo de habilidades matemáticas, necesarias para valerse, sin muchas limitaciones, en nuestra sociedad de contextos tecnológicamente avanzados. (Lapointe, Mead, y Philips, 1989, en Rivière, 1990).

Todas estas razones, pues, nos han llevado a centrar este estudio en el análisis de los procesos cognitivos y contextuales que intervienen en la resolución de problemas matemáticos, como una estrategia adecuada para verificar las variables que pueden estar incidiendo, significativamente, en el bajo rendimiento escolar de este ámbito.

En el cuadro 1.1, presentamos la síntesis de las razones que nos han llevado a este estudio empírico.



Cuadro 1.1: Razones que nos han llevado al estudio de los procesos que intervienen en la resolución de problemas matemáticos.

2 ANÁLISIS DEL ESTADO ACTUAL DEL RENDIMIENTO ESCOLAR EN MATEMÁTICAS

2 ANÁLISIS DEL ESTADO ACTUAL DEL RENDIMIENTO ESCOLAR EN MATEMÁTICAS.

Hemos analizado el estado actual del rendimiento de los alumnos en el área de matemáticas, teniendo en cuenta tanto los estudios realizados a nivel internacional y nacional como los datos obtenidos en nuestro propio ámbito regional y provincial.

2.1 EVALUACIONES INTERNACIONALES EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS.

A nivel internacional, las Matemáticas y las Ciencias son partes importantes del currículo escolar y se consideran materias esenciales para la formación de los jóvenes, especialmente porque ambas materias configuran la base para la integración del individuo en un mundo cada vez más tecnificado, desarrollando hábitos de razonamiento riguroso y crítico que le preparan para afrontar con éxito el reto tecnológico y científico de nuestra sociedad (López Varona y Moreno Martínez, 1997)

Por este motivo, hay un interés creciente por la evaluación internacional del rendimiento en Matemáticas y Ciencias. En los últimos años, diversas organizaciones han desarrollado iniciativas para evaluar los sistemas educativos de diversos países, con la finalidad de comparar sus resultados y proporcionar información que facilite su mejora.

Entre estos estudios, analizamos tres de los que más relevancia han tenido en los últimos años y en los que ha participado España:

- El primer estudio internacional de la IAEP (International Association for the Study of Educational Progress), realizado en el año 1988, en el que se comparan los niveles de rendimiento en matemáticas de los alumnos de 13 años de varios países.

- El Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias, conocido con el nombre de "TIMSS" (Third International Mathematics and Science Study), realizado bajo la coordinación de la IEA (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement), en el que han participado más de 500.000 alumnos, pertenecientes a 15.000 escuelas de 45 países de todo el mundo. España participó en el mes de junio de 1995.

- El programa internacional PISA (Programme for Indicators of Student Achievement), dirigido por la OCDE para obtener indicadores sobre el rendimiento de los alumnos, obteniendo los primeros resultados en el año 2000.

2.1.1 Primer estudio internacional de la IAEP (International Association for the Study of Educational Progress)

Se lleva a cabo por la IAEP (International Association for the Study of Educational Progress) en el año 1988, evaluando el rendimiento en matemáticas de los alumnos de 13 años de Corea, España, Estados Unidos, Irlanda y Reino Unido; además de cuatro provincias canadienses que se analizan por separado, debido al carácter diverso y descentralizado de sus sistemas de estudios. (Lapointe, Mead, y Philips, 1989, en Rivière, 1990)

La evaluación se realiza con una prueba objetiva, en la que se presentan 5 niveles de problemas. El nivel 500 de la escala se establece como intermedio, considerándose el umbral mínimo de habilidades y conocimientos, necesarios para la buena integración social, que se han de adquirir al finalizar la escolaridad obligatoria. Este nivel se define por destrezas como: comprender el concepto de orden; el resto de una división;

las propiedades esenciales de los números pares, impares y del cero; aplicar conceptos de razón y proporción; utilizar números decimales y negativos; hacer cálculos simples con decimales, fracciones y porcentajes; calcular medias; representar cantidades desconocidas con signos de variables; medir longitudes y aplicar escalas; identificar figuras geométricas; calcular áreas de rectángulos; y emplear las informaciones obtenidas de gráficos y tablas. Destrezas, todas ellas, que aparecen perfectamente reflejadas en los objetivos del currículo de Educación Secundaria Obligatoria.

Los resultados de este estudio los resume Rivière en la siguiente tabla:

Nivel	Definición de habilidades	Ejemplos de problemas	%
300	Adición y sustracción simples	29 = ( ) + 16	99
400	Empleo de operaciones básicas para resolver problemas simples.	+---+---+---+---+---+ * 0 * * 12 * ¿Qué número corresponde al punto señalado por *? A: 1, B: 2, C: 3, D: 4	91
500	Empleo de habilidades matemáticas intermedias para resolver problemas de dos pasos.	Estas son las edades de cinco chicos: 13, 8, 6, 4, 4. ¿Cuál es la edad media de estos chicos? A: 4, B: 6, C: 7, D: 8, E: 9, F: 13, G: No sé	57
600	Solución de problemas complejos y comprensión de conceptos de medida y geometría.	La longitud del lado de este cuadrado es 6. ¿Qué longitud tiene el radio del círculo? A: 2, B: 3, C: 4, D: 6, E: 8, F: 9, G: No sé	14
700	Comprensión y aplicación de conceptos matemáticos más avanzados (Por ejemplo, hacer uso de las propiedades de la media, o de datos de una tabla para resolver problemas, etc.)	Calcular la cantidad total de proteínas de dos huevos fritos y medio vaso de leche a partir de una tabla con el valor nutritivo de ciertos alimentos.	1

Tabla 2.1: Niveles de rendimiento matemático de los alumnos de 13 años y porcentaje de la muestra española. Adaptado y resumido por Rivière (1990) de Lapointe, Mead, y Philips, (1989)

El rendimiento de los alumnos españoles se sitúa, aproximadamente, en el centro de la distribución ordinal de las puntuaciones medias de las muestras estudiadas. No difiere significativamente de los alumnos de Irlanda y Reino Unido, siendo superior al de los alumnos de Estados Unidos e inferior al de los coreanos. Sin embargo, este estudio pone de manifiesto que el 43% de alumnos españoles no alcanza ese nivel mínimo de conocimientos y habilidades matemáticas para valerse, sin muchas carencias y limitaciones, en nuestro contexto social.

2.1.2 Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS).

El Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias, conocido con el nombre de "TIMSS" (Third International Mathematics and Science Study), se realiza entre el año 1991 y 1995, bajo la coordinación de la IEA (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement), y participan más de 500.000 alumnos, pertenecientes a 15.000 escuelas de 45 países.

La IEA ya había realizado otros dos estudios a nivel internacional: en 1964, llevó a cabo el "First International Mathematics Study" (FIMS) con alumnos de 13 años y de enseñanza preuniversitaria y, entre 1980 y 1982, el Second International Mathematics Study (SIMS).

Este tercer estudio internacional se realiza para conocer el rendimiento de los alumnos, comparar los resultados entre países, y tratar de explicar las diferencias observadas, en función de características de cada sistema educativo.

Como punto de partida, se distinguen tres niveles de currículo:

- ***Currículo intencionado*** que se fija oficialmente en las políticas educativas y en las guías curriculares a las que deben ajustarse los libros de texto para su aprobación.

- ***Currículo impartido*** por los profesores a los alumnos en la práctica docente.
- ***Currículo alcanzado*** realmente por los alumnos.

Las líneas generales de la investigación surgen a partir de estos tres tipos de currículo para responder a cuatro interrogantes:

- ¿Cómo varían los objetivos de aprendizaje del currículo oficial en Matemáticas y Ciencias de un país a otro, y qué características de los sistemas educativos influyen para desarrollar esos objetivos?
- ¿Cómo varía la puesta en práctica de unos países a otros y por qué?
- ¿Qué conceptos, procesos y actitudes aprenden los alumnos?
- ¿Qué relaciones se dan entre el currículo, y el contexto social y educativo?.

Se evalúan tres poblaciones: los dos cursos con la mayor proporción de alumnos de 9 años, los dos cursos que tienen la mayor proporción de alumnos de 13 años, y el último curso de la Enseñanza Secundaria, siendo el núcleo central del estudio los alumnos de 13 años.

España, a través del INCE, participó en la parte central del estudio, evaluando el rendimiento de los alumnos de 13 años en junio de 1995. La muestra estaba formada por 7.596 alumnos de 153 colegios (3855 de 8º de EGB y 3741 de 7º).

Para garantizar unos niveles de calidad y precisión mínimos, se establecieron unas normas internacionales, referidas a la selección de la muestra, que cada país debía seguir rigurosamente. Sin embargo, de los 41 países participantes en este nivel de 13 años, sólo 25, entre ellos España, respetaron estrictamente las normas fijadas.

Las pruebas utilizadas para valorar los conocimientos de matemáticas y ciencias contenían preguntas de tres tipos:

- ***Preguntas cerradas*** con 4 ó 5 opciones de respuesta para elegir la correcta.
- ***Preguntas abiertas de respuesta corta***, en las que basta con que el alumno escriba la respuesta.
- ***Preguntas de respuesta extendida***, en las que el alumno tiene que explicar, con detalle, el proceso seguido para llegar a la respuesta.

Los tiempos de respuesta estimados para cada tipo de pregunta eran de uno, dos y cinco minutos, respectivamente. Cada alumno debía contestar a 151 preguntas de ambas materias, distribuidas en 8 cuadernillos diferentes que presentaban una estructura común. El número de preguntas realizadas permitía cubrir ampliamente el currículo internacional, acordado en ambas materias.

Además de las preguntan referentes a los contenidos de matemáticas y ciencias, se recogió también información sobre la situación personal y académica de los propios alumnos, de los profesores y de los equipos directivos de los colegios, permitiendo relacionar el rendimiento de los alumnos con los factores familiares, escolares y de la práctica diaria en el aula.

Para expresar los resultados y poder efectuar comparaciones en cada materia, se ha construido una escala TRI (Teoría de Respuesta al Ítem), situando las preguntas según su grado de dificultad. El rendimiento global de cada país viene dado por la puntuación media de los alumnos en esa escala, ajustada de modo que la puntuación media internacional para los alumnos de 13 años sea 500 y la desviación típica 100. Este tipo de escalas TRI permite hacer comparaciones con fiabilidad.

Los resultados del informe de los alumnos de 13 años se presentaron en una conferencia de prensa, celebrada en Boston el 20 de noviembre de

1996. La tabla 2.2 recoge las puntuaciones medias de todos los países participantes.

PAÍS	MEDIA	Años de escolarización	Edad media
Singapur	643 (4,9)	8	14,5
Corea	607 (2,4)	8	14,2
Japón	605 (1,9)	8	14,4
Hong Kong	588 (6,5)	8	14,2
* Bélgica (Fl)	565 (5,7)	8	14,1
Rep. Checa	564 (4,9)	8	14,4
Eslovaquia	547 (3,3)	8	14,3
1 Suiza	545 (2,8)	7 u 8	14,2
Francia	538 (2,9)	8	14,3
Hungría	537 (3,2)	8	14,3
Rusia	535 (5,3)	7 u 8	14,0
Irlanda	527 (5,1)	8	14,4
Canadá	527 (2,4)	8	14,1
Suecia	519 (3,0)	7	13,9
N. Zelanda	508 (4,5)	8,5 - 9,5	14,0
***2** Inglaterra	506 (2,6)	9	14,0
Noruega	503 (2,2)	7	13,9
* EEUU	500 (4,6)	8	14,2
1 Letonia (CLP)	493 (3,1)	8	14,3
España	487 (2,0)	8	14,3
Islandia	487 (4,5)	8	13,6
1 Lituania	477 (3,5)	8	14,3
Chipre	74 (1,9)	8	13,7
Portugal	454 (2,5)	8	14,5
Irán	428 (2,2)	8	14,6
Países que no cumplen las condiciones establecidas para la tasa de participación muestral:			
Australia	530 (4,0)	8 o 9	14,2
Austria	539 (3,0)	8	14,3
Bélgica (Fr)	526 (3,4)	8	14,3
Bulgaria	540 (6,3)	8	14,0
Holanda	541 (6,7)	8	14,3
Escocia	498 (5,5)	9	13,7
Países que no cumplen las especificaciones en edad/curso (alto porcentaje de alumnos mayores):			
Colombia	385 (3,4)	8	15,7
***1** Alemania	509 (4,5)	8	14,8
Rumanía	482 (4,0)	8	14,6
Eslovenia	541 (3,1)	8	14,8
Países con procedimientos de muestreo no aprobados en el nivel de clase:			
Dinamarca	502 (2,8)	7	13,9
Grecia	484 (3,1)	8	13,6
Tailandia	522 (5,7)	8	14,3
Países con procedimientos de muestreo no aprobados en el nivel de clase e incumpliendo otras condiciones de muestreo:			
1 Israel	522 (6,2)	8	14,1
Kuwait	392 (2,5)	9	15,3
Sudáfrica	354 (4,4)	8	15,4

* Cumple lo establecido sobre la tasa de participación sólo tras incluir los colegios suplentes.
1 La población nacional deseada no cubre toda la internacional deseada.
La cobertura de Letonia está por debajo del 65% y está etiquetada con CLP por participar sólo los colegios "letonioparlantes"
2 La población nacional definida cubre menos del 90% de la población nacional deseada.
( ) Los errores estándar aparecen entre paréntesis. Algunos totales pueden parecer inconsistentes por motivos de rendondeo.
Media internacional = 513 (Media de la media de países)
FUENTE: Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS) de la IEA, 1994-95.

Tabla 2.2: Puntuaciones medias de los alumnos de 13 años (8º de EGB) en el estudio TIMSS.

Como se observa, el rendimiento medio internacional de los alumnos de 8º es de 513, con valores entre 643 (puntuación de Singapur) y 354 (Sudáfrica).

La puntuación media de los alumnos españoles de 8º es 487, situándose por debajo del rendimiento medio internacional. Si se ordenan los países por orden decreciente de rendimiento, España ocupa el puesto 31º de los 41 países participantes (Véase el informe de Varona y Moreno, 1997).

Teniendo en cuenta sólo los países de la Unión Europea que han participado y relacionando el rendimiento obtenido con su renta per capita, España se sitúa un poco por debajo de lo esperado. Esta situación se explica, en este estudio, por la incidencia de otros factores sociales y culturales, relacionados con el entorno familiar, como son: la disponibilidad de recursos educativos en el hogar, el número de libros que el alumno tiene en casa y el nivel educativo de los padres.

La evaluación de los contenidos se realizó en seis bloques:

- ***Fracciones y sentido numérico***. Bloque con 51 preguntas en la prueba (34%), sobre: operaciones, relaciones y problemas con números naturales, fracciones y números decimales, cálculos y problemas con porcentajes, estimación de operaciones, y redondeo de números.

- ***Geometría***. Bloque con 23 preguntas en la prueba (15%) sobre: visualización y propiedades de las figuras geométricas en el plano y en el espacio, transformaciones geométricas, simetría, congruencia, y semejanza.

- ***Álgebra.*** Bloque con 27 preguntas en la prueba (18%), sobre: expresiones algebraicas (fórmulas y monomios), sustituciones rutinarias, y resolución de problemas que implican patrones, relaciones, expresiones y ecuaciones lineales.

- ***Representación, análisis de datos y probabilidad***. Bloque con 21 preguntas de la prueba (14%), sobre: representación, lectura, interpretación y análisis de datos en cuadros, tablas y gráficos, y conocimiento y comprensión de los conceptos básicos del azar y la probabilidad.

- ***Medida***. Bloque con 18 preguntas de la prueba (12%), sobre: concepto de medida, interpretación de escalas de medida, unidades de longitud, área, volumen, masa y tiempo, estimación, errores de medida y precisión, y problemas de medida.

- ***Proporcionalidad***. Bloque con 11 preguntas de la prueba (7%), sobre: concepto y problemas de razón y proporcionalidad. Este bloque está constituido por contenidos que encajan en alguno de los anteriores, especialmente, en el de *números y sentido numérico* y en el de *geometría* (semejanza). Se considera aparte, dada la especial relevancia que va cobrando, actualmente, en los currículos de muchos países.

La tabla 2.3 resume el porcentaje de aciertos en cada uno de los bloques en los niveles de 7º y 8º. Figuran, junto con España, cuatro países más: Estados Unidos, Irlanda, Noruega y Francia, que han sido elegidos como referencia para contrastar los resultados, pues, excepto Noruega, todos participaron en el estudio IAEP 88.

Los porcentajes en cada bloque de contenidos ponen de manifiesto las dificultades de nuestros alumnos a la hora de responder a las cuestiones plantadas. A nivel general, las puntuaciones de los alumnos españoles son inferiores a los de los países de referencia, observándose las mayores diferencias con respecto a Francia.

	Prueba completa		Fracciones y sentido numérico		Geometría		Álgebra		Representación y análisis de datos. Probabilidad		Medida		Proporcionalidad	
Curso	7º	8º	7º	8º	7º	8º	7º	8º	7º	8º	7º	8º	7º	8º
Internacional	49	53	53	58	49	56	44	52	57	62	45	51	40	45
Mayor %	73	79	79	84	70	80	68	76	73	79	70	77	71	75
Menor %	23	24	26	26	22	24	20	23	25	26	17	18	20	21
EEUU	48	53	54	59	44	48	44	51	60	65	38	40	38	42
Irlanda	53	59	62	65	43	51	47	53	64	89	48	53	48	51
Noruega	44	54	49	58	42	51	32	45	59	66	44	51	34	40
Francia	51	61	53	64	58	66	39	54	63	71	49	57	41	49
España	42	51	43	52	43	49	41	54	52	60	38	44	35	40

Tabla 2.3: Porcentaje de aciertos en cada uno de los bloques de contenido del estudio TIMSS.

2.1.3 Proyecto Internacional PISA de la OCDE.

El Proyecto Internacional PISA (Programme for Indicators of Student Achievement) nace en el seno del Centro para la Investigación e Innovación Educativas (CERI), dependiente de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). Exponemos una síntesis de este proyecto, con los datos de la primera evaluación, realizada en el año 2000 (Para una información más detallada, véase el informe presentado por Gil Escudero, 2002).

Se comienza a elaborar en octubre de 1994 y se aprueba por el Comité de Educación de la OCDE en la primavera de 1997. En su conjunto, el proyecto pretende desarrollar un sistema de indicadores de la educación, que sean comparables internacionalmente y proporcionen información relevante para la toma de decisiones y la definición de las políticas educativas.

Se propone establecer un ciclo regular de estudios, con el objetivo de obtener, de manera sistemática y continua, datos sobre los resultados académicos de los alumnos de cada país, e indicadores contextuales con incidencia en estos rendimientos.

Tiene un carácter permanente y está organizado en ciclos de estudios de cuatro años, con un año de solapamiento entre ellos. El primer año de cada ciclo está dedicado, fundamentalmente, al desarrollo del marco conceptual de la evaluación, como: la especificación y construcción de las pruebas y los ítems, el muestreo para la prueba piloto, y el desarrollo de los procedimientos de administración de los instrumentos. El segundo año se dedica a la realización de la prueba piloto y a la elaboración de las pruebas y cuestionarios que se han de utilizar. En el tercer año, se obtienen los datos definitivos y se elaboran los resultados preliminares y, en el cuarto, se llevan a cabo los análisis definitivos y la difusión de los resultados obtenidos.

Los contenidos de estudio se centran en la evaluación global de la lectura en la lengua de instrucción, las matemáticas y las ciencias, pues se considera un conjunto de conocimientos suficiente para la supervisión de los sistemas educativos, en lo que se refiere a los resultados académicos de los alumnos y a las tendencias y cambios de los mismos.

Cada tres años, una de estas áreas se constituye como foco principal de análisis, de modo que, cada nueve años, se obtiene un estudio detallado de los tres ámbitos académicos. Según este criterio, el ciclo 1998-2001 se ha centrado en la lectura, aunque también se han valorado las matemáticas y las ciencias. En el ciclo 2001-2004, se estudiarán, más intensamente, las matemáticas y, en el ciclo 2004-2007, las ciencias.

La población elegida esta formada por los alumnos que cumplen 15 años en el curso que se obtienen los datos, pues la mayoría de los alumnos de los países miembros de la OCDE terminan su escolaridad obligatoria a esta edad.

En principio, la estimación básica inicial indica que es necesario un mínimo promedio de 150 escuelas y 4.500 alumnos para obtener estimaciones fiables globales de cada país.

El proyecto se ha diseñado con la finalidad de proporcionar cuatro fuentes de información:

1 ***Indicadores fundamentales sobre el perfil básico de los conocimientos, destrezas y competencias de los estudiantes en cada país***, Se evalúan contenidos, procesos, actitudes, conductas y hábitos de cada contexto educativo. Estos indicadores se presentan utilizando dos metodologías: por un lado, una escala estandarizada, aplicada al conjunto de datos de todos los países, para comprobar la significación estadística de las diferencias y de los cambios experimentados en los rendimientos a lo largo del tiempo, y, por otro lado, una descripción de los niveles de rendimiento, expresando los porcentajes de alumnos que alcanzan cada nivel. También se expresan los datos de las subescalas, correspondientes al estudio detallado del área que constituye el foco principal de análisis.

2 ***Indicadores contextuales que relacionen los resultados de los estudiantes con variables importantes de carácter demográfico, social, económico y educativo***. Se hace un análisis de cuáles son las diferencias entre países, en cuanto a la relación de las variables contextuales y el rendimiento, fijándose especialmente en la igualdad de oportunidades para el acceso a la educación y en las disparidades de las características sociales y económicas de los estudiantes.

3 ***Indicadores de las tendencias de los resultados a través del tiempo***. Un aspecto importante del diseño del proyecto es su capacidad de poder supervisar las variaciones en los resultados de los alumnos a través del tiempo, siendo la naturaleza cíclica del proyecto uno de sus puntos fuertes.

4 ***Base de datos amplia que permita llevar a cabo análisis ulteriores***, bien dirigidos a la toma de decisiones políticas o bien al desarrollo del conocimiento básico en el campo de la investigación educativa.

La toma de datos definitiva del primer ciclo se ha llevado a cabo en el año 2000, obteniendo los resultados que reflejamos en la siguiente tabla:

		COMPRESIÓN DE LA ESCRITURA		CULTURA MATEMÁTICA		CULTURA CIENTÍFICA	
➔POR ENCIMA DE LA MEDIA	1	Finlandia	546	Japón	557	Corea	552
	2	Canadá	534	Corea	547	Japón	550
	3	N. Zelanda	529	N. Zelanda	537	Finlandia	538
	4	Australia	528	Finlandia	535	R. Unido	532
	5	Irlanda	527	Austria	533	Canadá	529
	6	Corea	525	Canadá	533	N. Zelanda	528
	7	R. Unido	523	Suiza	529	Australia	528
	8	Japón	522	R. Unido	529	Austria	519
	9	Suecia	516	Bélgica	520	Irlanda	513
	10	Austria	507	Francia	517	Suecia	512
	11	Bélgica	507	Austria	516	R. Checa	511
	12	Islandia	507	Dinamarca	514	Francia	500
MEDIA	13	Noruega	505	Islandia	514	Noruega	500
	14	Francia	505	Liechtens	514	EEUU	499
	15	EEUU	504	Suecia	510	Hungría	496
	16	Dinamarca	497	Irlanda	503	Islandia	496
	17	Suiza	494	Noruega	499	Bélgica	496
POR DEBAJO DE LA MEDIA ➔	18	España	493	R. Checa	498	Suiza	496
	19	R. Checa	492	EEUU	493	España	491
	20	Italia	487	Alemania	490	Alemania	487
	21	Alemania	484	Hungría	488	Polonia	483
	22	Liechtens	483	Rusia	478	Dinamarca	481
	23	Hungría	480	España	476	Italia	478
	24	Polonia	479	Polonia	470	Liechtens	476
	25	Grecia	474	Letonia	463	Grecia	461
	26	Portugal	470	Italia	457	Rusia	460
	27	Rusia	462	Portugal	454	Letonia	460
	28	Letonia	458	Grecia	447	Portugal	459
	29	Luxemburgo	441	Luxemburgo	446	Luxemburgo	443
	30	México	422	México	387	México	422
	31	Brasil	396	Brasil	334	Brasil	375

Tabla 2.4: Clasificación del rendimiento de los alumnos de 15 años (PISA 2000)

Como puede observarse, en cultura matemática, nuestros alumnos obtienen las puntuaciones más alejadas de la media.

2.2 EVALUACIONES DEL RENDIMIENTO ESCOLAR A NIVEL NACIONAL, REGIONAL Y PROVINCIAL.

2.2.1 Rendimiento académico en nuestro contexto nacional y regional.

Las primeras valoraciones que presenta el Ministerio de Educación, especificando el rendimiento de los alumnos de ESO en las diferentes áreas del currículo, se refieren al curso 95/96, poniendo de manifiesto que un porcentaje significativo de alumnos no superan los objetivos, inicialmente propuestos para esta etapa educativa, especialmente en las áreas consideradas más instrumentales, como: Matemáticas, Lengua, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, e Idioma Extranjero.

La tabla 2.5 recoge los porcentajes de alumnos que obtienen evaluación negativa en 3º de ESO.

Curso 95/96	PROVINCIA DE ALBACETE	REGIÓN DE C. LA-MANCHA	ÁMBITO NACIONAL
Matemáticas	38,1	40,6	43,4
Lengua Cast.	34,9	36,2	38,8
CC Nat.	32,2	36,8	39,9
CC Soc.	32,7	32,8	34
I. Extranjero	34,8	37,3	39,4

Tabla 2.5: Porcentaje de alumnos con evaluación negativa en 3º de ESO (Centros Públicos)

Como puede observarse, el área de matemáticas se presenta con el mayor índice de dificultad en todos los ámbitos, con un 43,4% de los alumnos de 3º de ESO que no superan los objetivos propuestos en este nivel.

2.2.2 Primer diagnóstico general del sistema educativo español.

En el curso 96/97, el Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (INCE), con la colaboración de varias administraciones educativas regionales (Cataluña, Galicia, Navarra, País Vasco, Comunidad Valenciana, Canarias y Andalucía), aborda la primera fase del diagnóstico general del sistema educativo español no universitario, evaluando cinco ámbitos en los alumnos de 14 y 16 años:

1. Resultados escolares.
2. Planes de estudios y métodos de enseñanza.
3. Funcionamiento de los centros.
4. Función docente.
5. Sociedad y sistema educativo.

Con respecto a los alumnos de 14 años, en el área de matemáticas, se plantean cuestiones y problemas relacionados con cinco bloques de contenidos (INCE, 1997):

- ***Números y operaciones:*** Se refieren a la utilización de los números y sus operaciones, la proporcionalidad, la estimación y el redondeo.

- ***Medida***: Se plantean cuestiones sobre los procedimientos de medida, estimación de longitudes, cálculo de superficies y volúmenes, y el uso de los diferentes sistemas de medida convencionales.

- ***Geometría****:* Estos ítems pretenden medir el grado de desarrollo de la capacidad espacial de los alumnos y su aplicación en la resolución de problemas cotidianos.

- ***Análisis de datos, estadística y probabilidad***: En este apartado, se presentan situaciones en las que los alumnos han de interpretar y representar conjuntos de datos e informaciones estadísticas de carácter sencillo, y predecir resultados probabilísticos.

- ***Álgebra y funciones***: Este bloque de contenidos final trata de valorar la capacidad de los alumnos para comprender y utilizar el lenguaje algebraico, así como interpretar y construir funciones.

Los índices de aciertos, en cada uno de estos contenidos, se reflejan en la tabla 2.6

Contenidos generales	**% Aciertos**
1. Números y operaciones	46%
2. Medida	40%
3. Geometría	44%
4. Análisis de datos, estadística y probabilidad	44%
5. Álgebra y funciones	40%

Tabla 2.6: Porcentaje de aciertos en la evaluación de matemáticas de los alumnos de 14 años (INCE,1997)

Por bloques de contenidos, el mayor número de aciertos se produce en "Números y operaciones", con un 46% medio de aciertos, mientras que los bloques de "Álgebra y funciones" y "Medida" alcanzan los menores índices, con sólo el 40% de aciertos.

Los análisis realizados ponen de manifiesto que las mayores dificultades se presentan en la realización de operaciones con números fraccionarios, el cálculo de superficies, la memorización de ciertas fórmulas básicas, el manejo de las unidades de volumen, y la representación de funciones (INCE, 1997).

Por otro lado, para valorar el rendimiento alcanzado por estos alumnos, se realiza una escala, fijando los siguientes niveles:

- **Nivel 150**: Maneja las operaciones algebraicas básicas con números fraccionarios sencillos.

- **Nivel 200**: Resuelve problemas elementales de la vida cotidiana con: operaciones algebraicas sencillas, estimaciones y redondeos, y conceptos intuitivos de estadística. Sabe interpretar gráficas simples. Expresa y reconoce problemas fáciles con lenguaje algebraico.

- **Nivel 250**: Resuelve problemas elementales de la vida cotidiana en los que se encuentran relaciones de proporcionalidad numérica y porcentajes. Conoce cuerpos planos y tiene nociones de la geometría del triángulo, semejanza entre figuras, etc. Resuelve ecuaciones lineales simples. Tiene algunas nociones de probabilidad y es capaz de estimarla en situaciones no complejas (aplicación de la ley de Laplace). Construye gráficas sencillas y puede interpretar tablas de frecuencias.

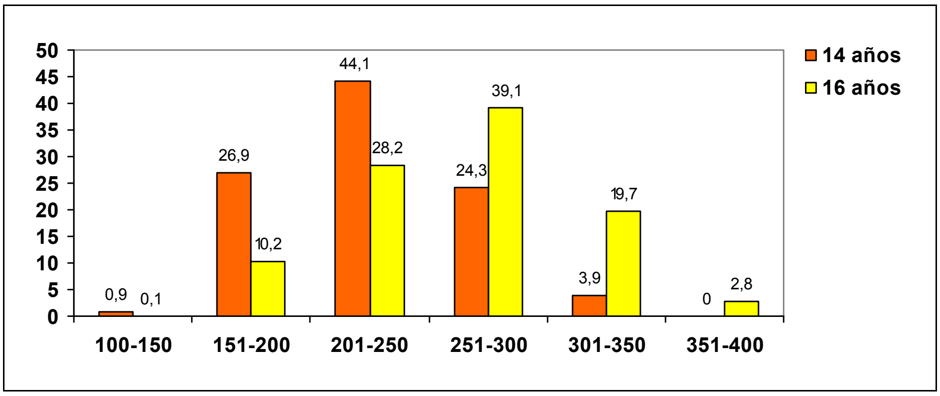
- **Nivel 300**: Comienza a utilizar el lenguaje algebraico para resolver problemas prácticos. Utiliza los números fraccionarios en problemas de la vida cotidiana. Maneja, con soltura, el concepto de proporcionalidad numérica y lo aplica en situaciones prácticas. Comprende, conoce y estima longitudes y superficies de espacios y objetos, y maneja sus sistemas de medida. Comienza a utilizar la aproximación por exceso o defecto y posee nociones de redondeo.

- **Nivel 350**: Maneja con soltura las representaciones de figuras, cuerpos y configuraciones geométricas, utilizando adecuadamente las unidades de medida para: resolver problemas de estimación de superficies y volúmenes, y realizar transformaciones geométricas. Utiliza correctamente las potencias en la resolución de problemas.

Resuelve problemas sencillos de la vida cotidiana utilizando herramientas algebraicas básicas. Conoce e interpreta conceptos estadísticos básicos y puede estimar muestras en situaciones sencillas. Domina la relación de proporcionalidad y utiliza con soltura las proporciones y porcentajes en la resolución de problemas complejos.

- **Nivel 400**: Posee una alta capacidad espacial que le permite estimar la medida de superficies planas y volúmenes regulares. Utiliza las herramientas algebraicas básicas que le permite la manipulación de expresiones con símbolos para la resolución de problemas. Interpreta y asigna probabilidades correctamente a fenómenos aleatorios complejos.

En el cuadro 2.7, resumimos los resultados obtenidos, observando claramente el rendimiento alcanzado por los alumnos de 14 y 16 años en el curso 96/97



Cuadro 2.7: Porcentajes del rendimiento de los alumnos de 14 y 16 años en cada uno de los niveles (curso 96/97).

Estos resultados ponen de manifiesto que el 71,9% de alumnos de 14 años no alcanza el nivel 300, presentando dificultades para resolver los problemas que implican relaciones de proporcionalidad, porcentajes, geometría del triángulo o ecuaciones lineales simples. Por otro lado, el 27,7% de los alumnos de 14 años también presenta dificultades para resolver problemas sencillos de la vida cotidiana que supongan la realización de operaciones algebraicas elementales, estimaciones o redondeos.

2.2.3 Análisis del rendimiento académico a nivel provincial.

Los datos ofrecidos por el Ministerio de Educación en el curso 95/96 los contrastamos con una muestra de institutos de nuestra provincia que se prestaron a colaborar en esta investigación.

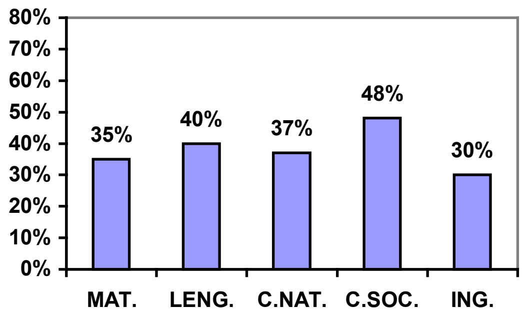
Al final del curso escolar 95/96, recogimos los resultados de las evaluaciones de 3º de ESO y, en algunos centros, también de los de 2º, pues ya se estaba implantando, anticipadamente, el primer ciclo de secundaria.

Después de analizar y ordenar la información recibida, obtuvimos los siguientes resultados:

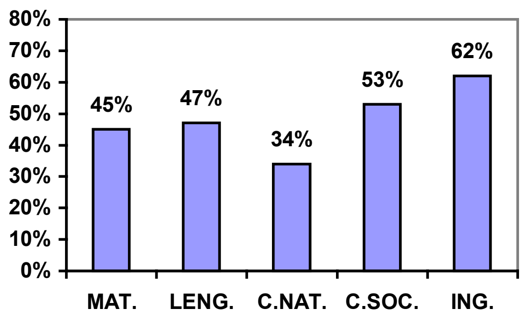
(El nombre del centro abreviado se refiere, en unos casos, a la ciudad y, en otros, al propio nombre del centro. De esta forma pretendemos respetar el anonimato).

IES TM

% DE INSUFICIENTES EN 2º ESO	
MATEMÁTICAS	35%
LENGUA	40%
C. NATURALES	37%
C. SOCIALES	48%
INGLÉS	30%

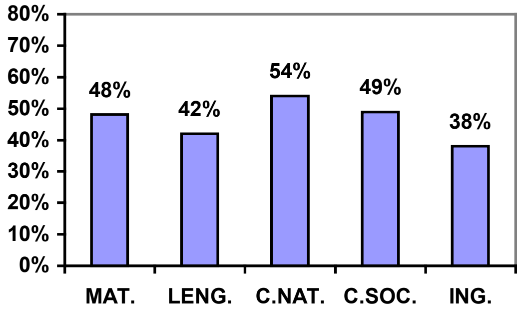


% DE INSUFICIENTES EN 3º ESO	
MATEMÁTICAS	45%
LENGUA	47%
C. NATURALES	34%
C. SOCIALES	53%
INGLÉS	62%



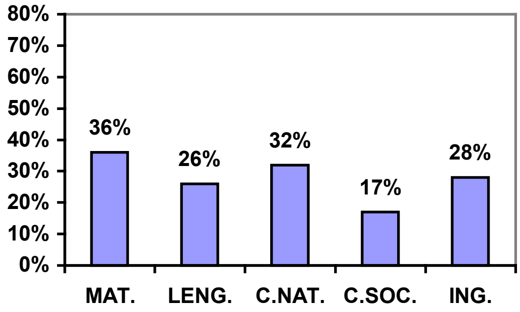
IES HE

% DE INSUFICIENTES EN 3º ESO	
MATEMÁTICAS	48%
LENGUA	42%
C. NATURALES	54%
C. SOCIALES	49%
INGLÉS	38%



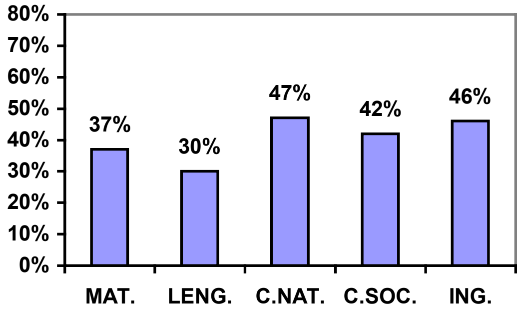
IES AL

% DE INSUFICIENTES EN 3º ESO	
MATEMÁTICAS	36%
LENGUA	26%
C. NATURALES	32%
C. SOCIALES	17%
INGLÉS	28%

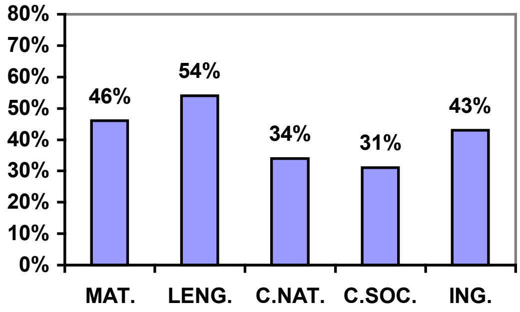


IES MA

% DE INSUFICIENTES EN 2º ESO	
MATEMÁTICAS	37%
LENGUA	30%
C. NATURALES	47%
C. SOCIALES	42%
INGLÉS	46%

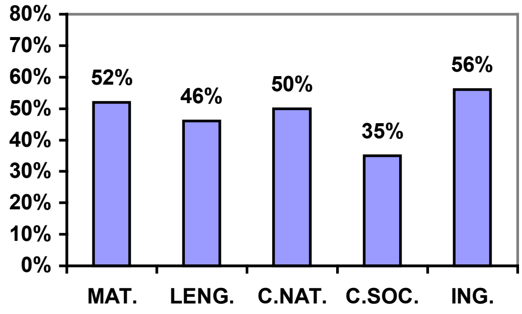


DE INSUFICIENTES EN 3º ESO	
MATEMÁTICAS	46%
LENGUA	54%
C. NATURALES	34%
C. SOCIALES	31%
INGLÉS	43%



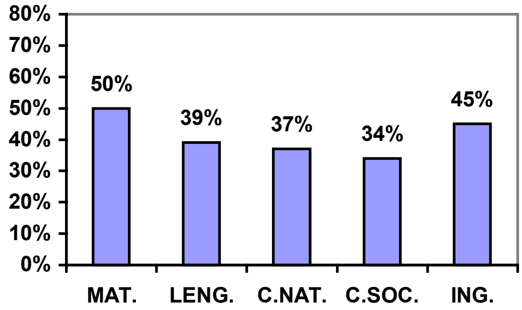
IES VI

% DE INSUFICIENTES EN 3º ESO	
MATEMÁTICAS	52%
LENGUA	46%
C. NATURALES	50%
C. SOCIALES	35%
INGLÉS	56%



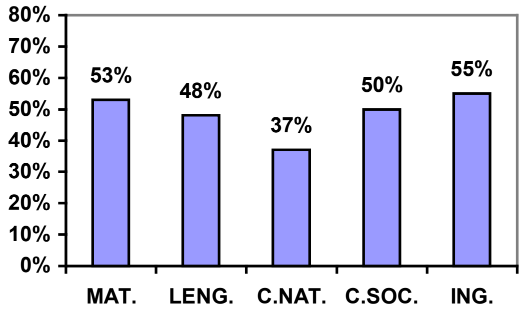
IES TN

% DE INSUFICIENTES EN 3º ESO	
MATEMÁTICAS	50%
LENGUA	39%
C. NATURALES	37%
C. SOCIALES	34%
INGLÉS	45%



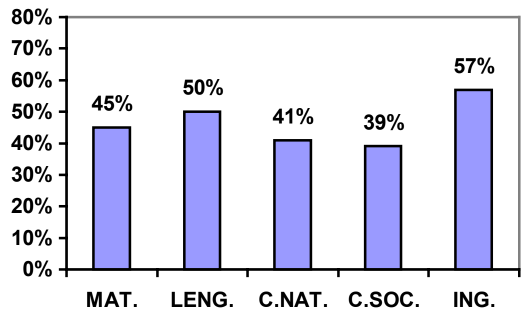
IES LE

% DE INSUFICIENTES EN 3º ESO	
MATEMÁTICAS	53%
LENGUA	48%
C. NATURALES	37%
C. SOCIALES	50%
INGLÉS	55%



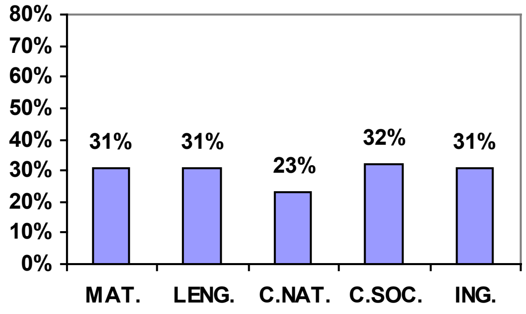
IES AV

% DE INSUFICIENTES EN 3º ESO	
MATEMÁTICAS	45%
LENGUA	50%
C. NATURALES	41%
C. SOCIALES	39%
INGLÉS	57%



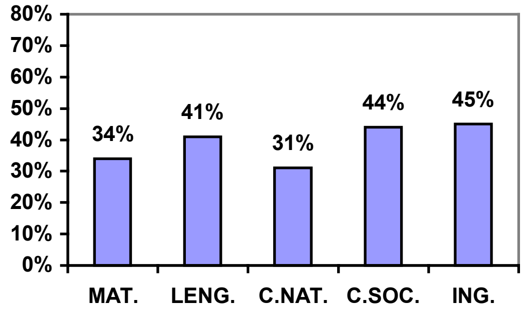
IES JR

% DE INSUFICIENTES EN 3º ESO	
MATEMÁTICAS	31%
LENGUA	31%
C. NATURALES	23%
C. SOCIALES	32%
INGLÉS	31%

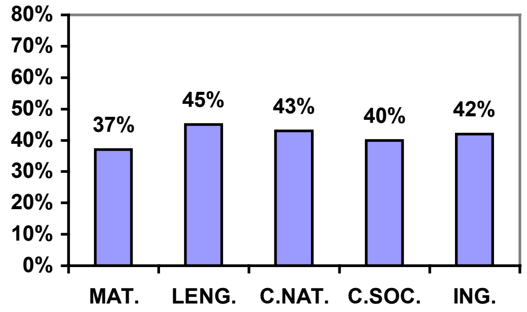


IES FG

% DE INSUFICIENTES EN 2º ESO	
MATEMÁTICAS	34%
LENGUA	41%
C. NATURALES	31%
C. SOCIALES	44%
INGLÉS	45%

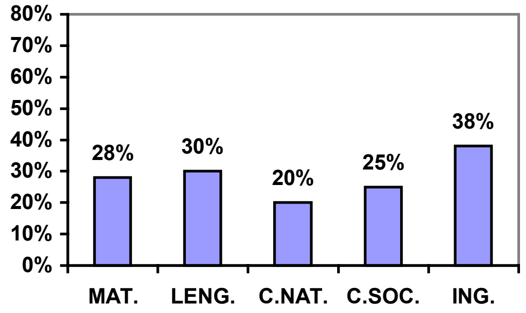


% DE INSUFICIENTES EN 3º ESO	
MATEMÁTICAS	37%
LENGUA	45%
C. NATURALES	43%
C. SOCIALES	40%
INGLÉS	42%



IES AS

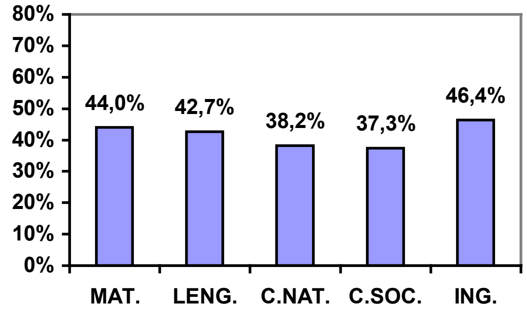
% DE INSUFICIENTES EN 3º ESO	
MATEMÁTICAS	28%
LENGUA	30%
C. NATURALES	20%
C. SOCIALES	25%
INGLÉS	38%



Haciendo una valoración media, obtenemos los siguientes resultados:

VALORACIÓN GENERAL
curso 95/96

% DE INSUFICIENTES EN 3º ESO	
MATEMÁTICAS	44%
LENGUA	42,7%
C. NATURALES	38,2%
C. SOCIALES	37,3%
INGLÉS	46,4%



2.2.4 Análisis del rendimiento académico a nivel regional.

Castilla-La Mancha, como comunidad con competencias plenas en educación, publica el primer informe sobre el rendimiento escolar en el año 2002, referido a los cursos 1999/2000 y 2000-2001

En las tablas siguientes, recogemos los porcentajes de alumnos que, a nivel regional, no superan las áreas más instrumentales de la ESO.

ÁREAS	2º ESO	3º ESO	4º ESO
Matemáticas	37,8	51,3	40,5
Lengua Española	35,3	46,3	33,4
Ciencias de la Naturaleza	31,5	46,8	20,6
Ciencias Sociales	33,9	40,6	23,5
Inglés	38,3	47	35,5

Tabla 2.8: Porcentajes de alumnos que no superan las áreas de conocimiento más instrumental en el curso 1999-2000

ÁREAS	2º ESO	3º ESO	4º ESO
Matemáticas	40	51,4	41,1
Lengua Española	35,9	45,1	35
Ciencias de la Naturaleza	33,2	46,5	19,7
Ciencias Sociales	34,4	41	24,4
Inglés	37,6	46,1	34,6

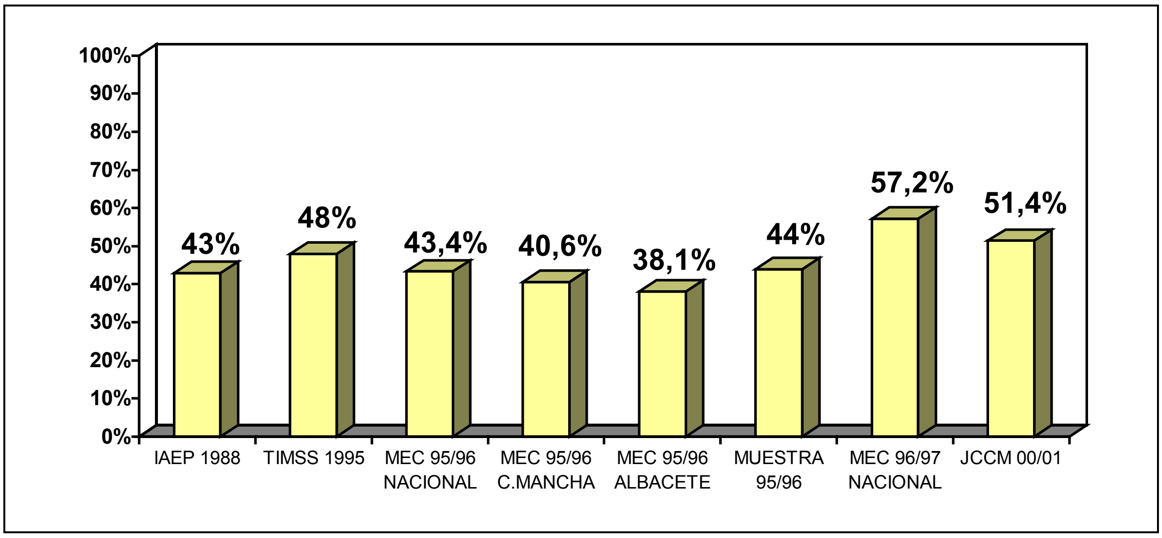
Tabla 2.9: Porcentajes de alumnos que no superan las áreas de conocimiento más instrumental en el curso 2000-2001

Según estos datos, se observa cómo el área de matemáticas del tercer curso obtiene los peores resultados de toda la etapa.

Como resumen, podemos afirmar que un porcentaje muy significativo de alumnos de educación secundaria presentan dificultades para superar los objetivos propuestos en el área de matemáticas, especialmente los alumnos de 3º de ESO.

Por otro lado, todos los estudios analizados, tanto a nivel internacional como nacional y regional, vienen a coincidir, con mínimas variaciones, en el porcentaje de los alumnos que entre los 14 y 15 años presentan dificultades para desarrollar las habilidades matemáticas que exige la sociedad actual.

En el cuadro 2.10, recogemos los porcentajes de alumnos que presentan bajo rendimiento en matemáticas, según las fuentes de datos analizadas.



Cuadro 2.10: Porcentajes de alumnos con bajo rendimiento en matemáticas, según la información de los estudios analizados.

Concluimos, pues, que esta situación justifica los esfuerzos que estamos realizando para identificar las variables personales y contextuales del alumno que más pueden estar incidiendo en este bajo rendimiento escolar.

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS:

3.1 Relación entre inteligencia y rendimiento escolar.

3.1 RELACIÓN ENTRE INTELIGENCIA Y RENDIMIENTO ESCOLAR

Analizamos en este apartado las relaciones entre la inteligencia y el rendimiento escolar, a la luz de las aportaciones científicas más representativas de las últimas décadas, y siguiendo algunas de las investigaciones más recientes en este ámbito (Coll y Onrubia, 1990; Sternberg, 1985a y 1985b; Pozo, 1994; Carroll, 1988; Chi, Feltovich y Glaser, 1981; Champagne, Klopfer y Gunstone, 1982; Pellegrino y Glacer, 1982; Brown y Campione, 1977; Hunt, 1980; entre otros)

3.1.1 Modelos psicométricos:

Desde la perspectiva *psicométrica o geográfica* (Sternberg 1985b), se busca la comprensión de la inteligencia mediante el estudio de los "*factores*" o "*mapas*" que configuran la mente humana. Los orígenes de esta concepción psicológica de la inteligencia se sitúan a finales del siglo XIX. En este momento, se da un importante cambio en el pensamiento social, psicológico y educativo, y se enfatiza la importancia de la diferencias individuales en el ámbito intelectual.

Este cambio responde a los nuevos acontecimientos sociales del momento: la idea darwiniana sobre la importancia de la adaptación frente a la herencia, la creciente ideología democrática, los intentos médicos por mejorar y perfeccionar el comportamiento humano, y la aparición de la psicología experimental.

Surgen los primeros trabajos de Galton en Inglaterra, Cattell en Estados Unidos y Binet en Francia, quien en 1905 publica su "*Escala Métrica de la Inteligencia*" para identificar los alumnos que podían seguir, sin problemas, los programas escolares y los que necesitaban algún tipo de educación especial. Esta escala pronto despierta un gran entusiasmo y su uso se extiende, rápidamente, con sucesivas revisiones y adaptaciones (Anaya, 2002).

En un primer momento, se enfatiza la eficacia predictiva de los tests en relación al rendimiento escolar. Sin embargo, pronto surgen importantes problemas teóricos, pues resultaba más fácil medir diferencias individuales, que comprender la naturaleza de tales diferencias.

En este contexto de discrepancias, Spearman (1927, citado en Anaya, 2002), habiendo constatado correlaciones positivas entre las puntuaciones de diferentes tests de habilidad intelectual, propone la existencia de un factor general "g", común a todos los tests mentales y presente en toda tarea mental, más otros factores específicos "s", implicados en cada prueba particular. Desde este momento, ya se podía argumentar que los tests de inteligencia daban un índice absoluto de la capacidad mental de las personas. La inteligencia comienza a ser concebida como la capacidad básica e innata que determina el rendimiento futuro, y los tests incrementan su empleo, tanto para predecir el éxito escolar como para la selección laboral.

Esta concepción de inteligencia, entendida como capacidad única, pronto comienza a entrar en crisis, considerándose insuficiente para explicar la complejidad del acto inteligente. Thurstone (1938, citado en Sobrado y Ocampo, 2000), mediante procedimientos matemáticos, identifica siete aptitudes primarias que conforman la inteligencia: comprensión verbal, fluidez verbal, aptitud numérica, situación espacial, velocidad perceptiva, memoria y razonamiento. Desde este momento, cualquier factor general ha de ser entendido de segundo orden, existiendo sólo en virtud de las correlaciones entre estas aptitudes primarias. La inteligencia comienza a estudiarse, desde esta concepción multifactorial, como un conjunto de capacidades diferenciales.

Los modelos en este ámbito han ido evolucionando hasta elaborar concepciones más diferenciadas de la inteligencia. Guilford (1967, citado en Anaya, 2002) considera 5 tipos de operaciones mentales (cognición, memoria, producción divergente, producción convergente, y evaluación), 5 tipos de contenidos (visual, auditivo, simbólico, semántico y comportamental) y 6 tipos de productos (unidades, clases, relaciones, sistemas, transformaciones e implicaciones). La combinación de todos ellos forman 150 factores, pues cada uno implica una operación mental, un contenido y un de producto (5x6x5=150).

Vernon (1971, citado en Anaya, 2002) plantea una concepción de la inteligencia en la que las aptitudes se configuran en una estructura jerárquica. El factor "g" se situaría en el nivel más alto, el segundo nivel estaría ocupado por dos grupos de factores principales: verbal-educativo y espacial-mecánico, y los siguientes niveles, hasta el más bajo, por otros factores secundarios y más específicos.

Catell (1971), Horn (1976) y otros investigadores factorialistas (citados en Carrol, 1982) engloban las aptitudes intelectuales en torno a dos factores básicos: "habilidad fluida analítica" ("Gf") y "habilidad cristalizada verbal" ("Gc"). La habilidad fluida analítica está configurada por el conocimiento y las habilidades que se ponen en práctica en los tests de analogías, series, clasificaciones, etc. Se considera la habilidad básica del pensamiento y razonamiento en términos abstractos. Sin embargo, la habilidad cristalizada verbal se aplica a las tareas propuestas en los tests de vocabulario, información general, comprensión lectora, etc. Representa la habilidad para aprender y aprovechar los conocimientos previamente adquiridos.

En la tabla 3.1, presentamos la síntesis de estas teorías.

TEORÍAS FACTORIALISTAS	
Spearman	Factor general "g", común a todos los tests mentales y presente en toda tarea mental, más otros factores específicos "s"
Thurstone	Siete factores primarios: comprensión verbal, fluidez verbal, aptitud numérica, situación espacial, velocidad perceptiva, memoria y razonamiento.
Guilford	150 factores, configurados por la combinación de 5 operaciones mentales (cognición, memoria, producción divergente, producción convergente, y evaluación), 5 tipos de contenidos (visual, auditivo, simbólico, semántico y comportamental) y 6 tipos de productos (unidades, clases, relaciones, sistemas, transformaciones e implicaciones).
Vernon	Modelo jerárquico: el factor "g" se sitúa en el nivel más alto; el segundo nivel estaría ocupado por dos grupos de factores principales: verbal-educativo y espacial-mecánico, y los siguientes niveles, hasta el más bajo, por otros factores secundarios y más específicos
Catell	Engloba las aptitudes intelectuales en torno a dos factores básicos: habilidad fluida analítica o "Gf" y habilidad cristalizada verbal o "Gc".

Tabla 3.1: Síntesis de las teorías factorialistas más representativas.

Analizando estas aportaciones, Coll y Onrubia (1990) concluyen que existe una correlación alta entre las puntuaciones de los tests y el rendimiento escolar, especialmente en los saturados de "Gc"; aunque las razones de este valor predictivo están poco fundamentadas científicamente y las aportaciones de los trabajos psicométricos, en este sentido, son bastante limitados.

Para clarificar estas relaciones entre aptitudes y resultados escolares se han realizado investigaciones "ATI", (interacción entre tratamientos educativos y aptitudes), demostrando variaciones importantes en función de los tratamientos educativos. Al menos dos dimensiones parecen básicas para modular las relaciones entre las aptitudes, en términos "Gf" y "Gc", y los resultados de aprendizaje (Sternberg, 1986 y Davidson y Sternberg, 1986):

- La primera se refiere al *grado de estructuración del tratamiento educativo*. Cuando éste proporciona un soporte o dirección mínimos, la relación entre inteligencia general y aprendizaje es alta. Sin embargo, cuando el tratamiento le ofrece al alumno el máximo de guía y orientación, disminuye esta relación. La interacción entre inteligencia y aprendizaje se verifica claramente para "Gc" y en menor grado para "Gf".

- La segunda dimensión en los tratamientos escolares hace referencia a *la novedad o familiaridad de la situación de aprendizaje*. Las habilidades "Gc" interactúan más fuertemente ante situaciones ya presentadas en otras ocasiones, mientras que las "Gf" lo hacen ante las situaciones novedosas.

Según estos estudios, podemos afirmar que los enfoques psicométricos y factorialistas han permitido establecer relaciones entre las habilidades intelectuales y los resultados del aprendizaje escolar, resultando especialmente útiles para la toma de decisiones educativas y de orientación profesional. Sin embargo, aunque los tests de inteligencia general presentan un valor predictivo del rendimiento académico, no aportan datos significativos para comprender las relaciones entre aptitudes y rendimiento escolar, ni para valorar el potencial de aprendizaje de los alumnos (Feuerstein, Rand y Hoffman, 1979, y Sternberg, 1985a).

Todo esto ha motivado una profunda insatisfacción social respecto a los tests de inteligencia y aptitudes (Sternberg, 1985a y 1985b). El principio de igualdad de oportunidades, asumido por nuestra sociedad, hace que las predicciones y clasificaciones que hacen los tests de inteligencia sean inapropiadas. No se adaptan a otras culturas y grupos minoritarios, ni recogen cuestiones relativas a capacidad de adaptación, éxito y logro social (Forns, 1993 y Buisan, 2001). Por otro lado, desde el punto de vista psicológico y científico, se constata un importante vacío entre las teorías psicológicas de la inteligencia, los tests y los programas educativos basados en dichas teorías (Sternberg, 1985a y Fernández Ballesteros, 1992).

3.1.2 Modelos basados en el procesamiento humano de la información.

El nacimiento del paradigma del procesamiento de la información se presenta como un marco conceptual apropiado para analizar las estrategias y los procesos del conocimiento, más allá de la mera interpretación de los factores que emergen de un análisis factorial (Newell y Simon, 1972).

Estos modelos, también llamados computacionales (Sternberg, 1985b), surgen a finales de los años 50 y principios de los 60, con la finalidad de analizar las funciones y procesos de la inteligencia, y valorar su repercusión en el aprendizaje escolar.

Según Coll y Onrubia (1990), podemos distinguir tres enfoques, más complementarios que excluyentes, en las investigaciones realizadas desde este modelo:

- Análisis de los correlatos cognitivos de las aptitudes.

La metodología consiste en medir las habilidades de los sujetos para ejecutar determinadas tareas del procesamiento humano de la información, como la rapidez para acceder a la información almacenada en la memoria a largo plazo (MLP) o en la memoria a corto plazo (MCP), y posteriormente relacionar estas puntuaciones con las obtenidas en los tests de inteligencia.

La hipótesis de trabajo plantea que las diferencias obtenidas en los tests se deben a las diferencias en las habilidades para procesar la información. Según los estudios de Hunt y sus colaboradores (1980), se obtienen correlaciones significativas, aunque moderadamente bajas (del orden de 0,3).

Este enfoque ha tenido varias críticas, pues pretende correlacionar procesos cognitivos simples, medidos en el laboratorio, con los procesos cognitivos más complejos, medidos en los tests de inteligencia. No controla que otros factores, distintos a los supuestos, sean los responsables de las correlaciones encontradas. Sin embargo, ha supuesto una confluencia entre la psicología diferencial-psicométrica y la experimental.

- El análisis de los contenidos cognitivos de las aptitudes

Esta metodología compara las ejecuciones de expertos y principiantes en tareas complejas, por ejemplo: la resolución de problemas de física.

Varios estudios (Chi, Feltovich y Glaser, 1981; Champagne, Klopfer y Gunstone, 1982, Mayer, 1983, entre otros) consideran que un componente básico de la aptitud de resolución de problemas es la posesión de una amplia base de conocimientos bien organizada y fácilmente utilizable. La manera en que se almacena y recupera la información puede explicar, en muchos casos, las diferencias entre expertos y principiantes.

Esta línea de trabajo supone un cambio en la concepción de la inteligencia, pues pone su énfasis en la estructura de conocimientos y los procesos de acceso y recuperación, más que en los procesos cognitivos generales. Las diferencias en la inteligencia y el aprendizaje se fundamentan, pues, en las estrategias de almacenamiento y recuperación de la información.

- Análisis de los componentes cognitivos de las aptitudes.

Supone el campo más amplio de estudio. El procedimiento de investigación consiste en identificar directamente los componentes del procesamiento de la información, en la ejecución de las tareas que aparecen habitualmente en los tests de inteligencia. Podemos decir que es el enfoque dominante en el momento actual y que aglutina a varios autores de relevancia internacional (Sternberg, 1985a, Pellegrino y Glacer, 1982; Carroll, 1988; Hunt, 1980; entre otros).

Sternberg (1985a) y sus colaboradores han elaborado la "*teoría componencial*", considerada entre las más completas y coherentes. Forma parte de "*teoría triárquica de la inteligencia*", analizada en el capítulo siguiente como aglutinadora de los modelos factorialistas, cognitivistas y antropológicos. Plantea, como unidad de análisis, el constructo "*componente*", frente al constructo "*factor*" del modelo anterior. El componente es entendido como un proceso elemental de tratamiento de la información que opera con representaciones de objetos o símbolos, por ejemplo: la transformación de una entrada sensorial en una representación conceptual o en una respuesta motora.

Las investigaciones en este campo se concretan en tres ámbitos de estudio:

- Conocer los procesos cognitivos subyacentes a los constructos aptitudinales, puestos de manifiesto en las investigaciones factorialistas, y las razones que fundamentan su valor predictivo en el aprendizaje.

- Obtener instrumentos que proporcionen informaciones diagnósticas útiles para la selección de las intervenciones educativas.

- Diseñar programas de entrenamiento cognitivo, tanto referidos a las capacidades generales como a los dominios de conocimiento específico.

Con respecto al primer ámbito, la teoría componencial de Sternberg (1980) pone de manifiesto que las tareas propuestas en los tests "Gc" requieren poner en práctica componentes de adquisición, retención y transferencia; mientras que las actividades "Gf" implican, básicamente, componentes de ejecución. La inteligencia cristalizada se configura, de forma casi automática, por los procesos que se aplican a situaciones ya conocidas anteriormente, y correlaciona con las situaciones de aprendizaje convencionales. Sin embargo, la inteligencia fluida pone en marcha los procesos de ejecución que permiten hacer frente a nuevas situaciones, y es una buena predictora del rendimiento escolar cuando se plantean situaciones menos convencionales o novedosas (Cattell, 1963-1971 y Sternberg, 1982).

En cuanto al segundo ámbito de estudio, referido a los instrumentos de diagnóstico y su utilidad para informar sobre la adecuación de los tratamientos educativos a desarrollar, se ha puesto de manifiesto que los individuos difieren entre sí en varios aspectos (Brown y French, 1979 y Vygotsky, 1978):

- El nivel de conocimientos específicos sobre el contenido del ítem.
- El tipo del procesamiento de la información que utilizan para contestarlo.
- El nivel de comprensión sobre las dificultades que plantea su resolución.

Este intento por definir el conocimiento y las destrezas, requeridas para resolver problemas, proporciona una valiosa información a la hora de seleccionar las intervenciones educativas optimas, encaminadas a mejorar la capacidad de aprendizaje. Conocer la estructura y organización del conocimiento es un dato relevante para diagnosticar y atender eficazmente las necesidades educativas de los alumnos con bajo rendimiento escolar. Según estos estudios, los problemas se localizan, básicamente, en una base de conocimientos restringida y en el pobre desarrollo de estrategias adecuadas para recuperar y utilizar la información almacenada (Castejón y Pascual, 1988).

En este ámbito, es muy importante que se valore la puntuación obtenida en los tests como una muestra del "*nivel de ejecución independiente*" del sujeto. Es decir, como una muestra de los recursos cognitivos que presenta en un momento y situación concreta. No es adecuado considerar estas puntuaciones como una medida fija de la capacidad de aprendizaje. El nivel de ejecución independiente, reflejado en estas pruebas, se ha de relacionar con lo que es capaz de hacer con la ayuda de un mediador. Este proceso nos manifiesta el *potencial de aprendizaje*, mucho más indicativo del desarrollo mental del sujeto, y mucho más útil para aplicar programas de desarrollo adaptados a las características de los alumnos (Vygotsky, 1978; Feuerstein, 1980; Fernández Ballesteros, 1990; Prieto, 1989, entre otros).

Las investigaciones realizadas en el tercer ámbito, referidas a la búsqueda de procedimientos que permitan modificar los procesos y el conocimiento responsable de las diferencias individuales, han demostrado la posibilidad de entrenar los procesos cognitivos que intervienen en la resolución de problemas (Brown y Campione, 1977; Feuerstein, 1980; Sternberg y Weil, 1980; Prieto, 1989). También han puesto de manifiesto que un significativo porcentaje de alumnos presentan poco desarrolladas las habilidades metacognitivas (Brown, 1980). En especial, las referidas a percibir la dificultad de la tarea, atender las orientaciones e informaciones textuales, evaluar y seleccionar los elementos a estudiar dado un tiempo limitado, estimar correctamente el éxito de la ejecución, y determinar cuándo se ha estudiado suficientemente un material determinado. Este bajo desarrollo detectado, unido a que las habilidades metacognitivas no son objeto de enseñanza en la escuela tradicional, hace que sea necesaria su pronta incorporación explícita en los programas escolares.

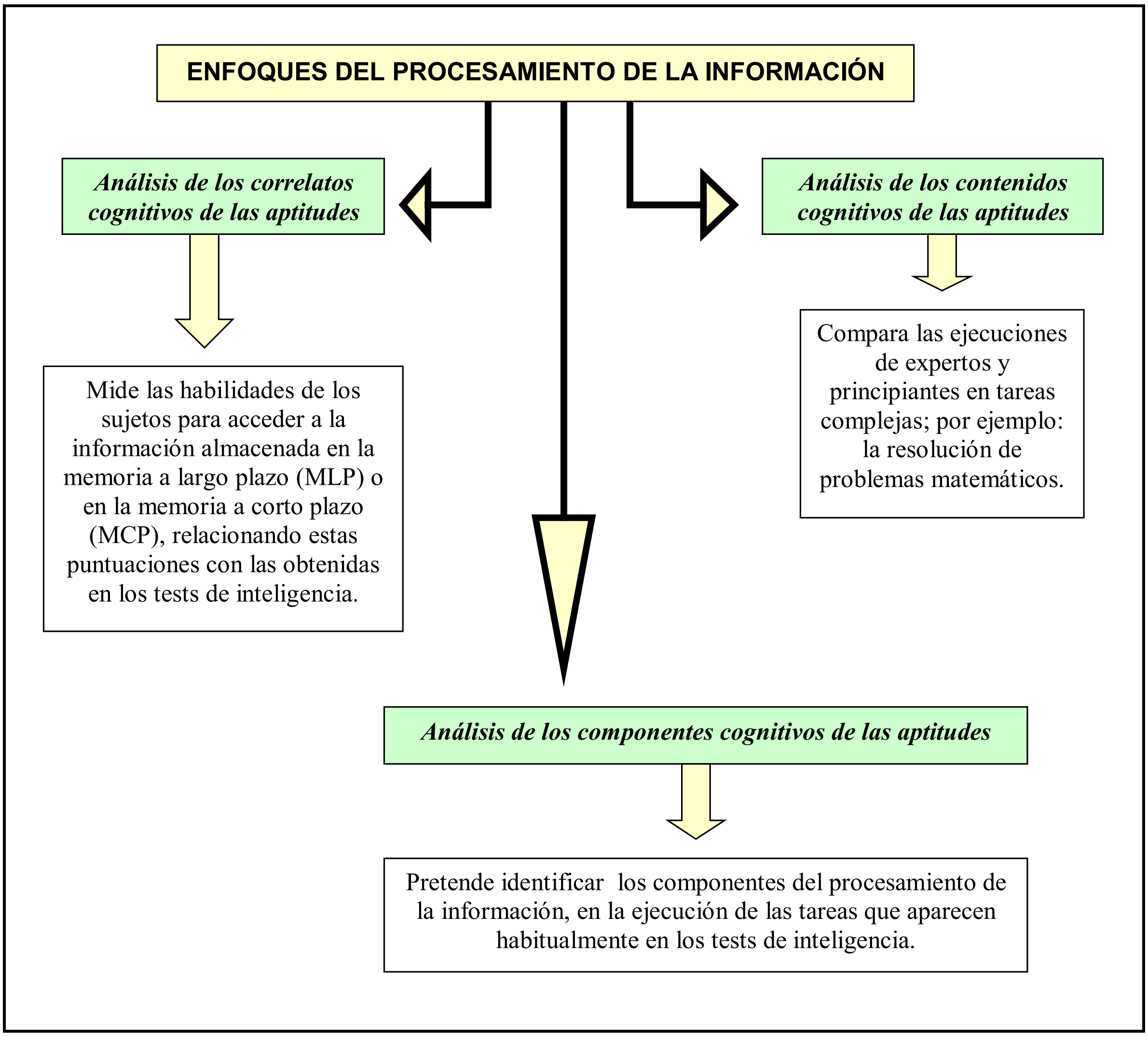
Coll y Onrubia (1990) advierten que en la enseñanza de habilidades metacognitivas se han de tener en cuanta las siguientes consideraciones:

- Los efectos de estas habilidades pueden reducirse si son impuestas externamente en lugar de ser generadas espontáneamente.

- Enseñar a los estudiantes una determinada estrategia no garantiza que la utilicen efectivamente.

- Si las estrategias no están bien aprendidas, su utilización puede interferir con otros aprendizajes en curso.

- Se cuestiona si las habilidades metacognitivas de tipo general, desarrolladas en los programas de enseñanza, son realmente útiles para la resolución de problemas y razonamiento en los dominios específicos de conocimiento. Las investigaciones apuntan a que, en las situaciones de resolución de problemas cotidianos, las personas se apoyan más en conocimientos específicos, relacionados con ese dominio, que en estrategias generales. Por ello, la inducción de estrategias metacognitivas a partir de ejemplos concretos, más que la enseñanza directa, puede ser una alternativa eficaz en el desarrollo de estas habilidades.



Cuadro 3.2: Análisis de inteligencia desde el modelo del procesamiento de la información, basado en Coll y Onrubia (1990).

3.1.3 Modelos antropológicos.

Desde el ámbito antropológico, se hace más una critica que un modelo explicativo, pues se valoran las investigaciones anteriores poco adecuadas para comprender las diferencias intelectuales y de aprendizaje. La inteligencia es considerada como un "invento cultural" que sólo puede ser comprendida en el contexto que se desarrolla.

Berry, Cole y sus colaboradores (citados en Serrano, 1994) observan que no es posible una teoría universal de la inteligencia, pues es un concepto que varía de una cultura o sociedad a otra. Este modelo resalta la importancia del contexto social, actuando la cultura a través de él como mediadora del desarrollo cognitivo.

Actualmente, teniendo en cuenta las teorías expuestas, la Teoría General de Sistemas y la Teoría del Procesamiento de la Información, varios autores como Royce y Powell (1983), Sternberg (1985a), Baltes (1986) y Keating (1984), entre otros, han combinado las aportaciones factorialistas, computacionales y antropológicas, configurando un nuevo modelo de inteligencia capaz de recoger tanto los aspectos universales como los particulares (Serrano, 1994).

En este contexto nace el *"modelo de personalidad integral"* de Royce y Powell (1983), que considera a la persona como un suprasistema, configurado por la interacción de seis subsistemas (sensorial, motor, cognitivo, afectivo, de estilos y valores), y el modelo de "*autogobierno mental*" de Sternberg (1985a y 1988a), que va a fundamentar la "*teoría triárquica de la inteligencia*".

La teoría triárquica va a explicar la inteligencia como una unidad integral en base a las estructuras cognitivas de la persona, sus comportamientos y los contextos en que éstos se producen. No limitándose a alguno de estos elementos por separado, como hacen la mayoría de las teorías anteriores (Sternberg, 1985a).

Como una parte importante del estudio empírico de esta investigación se fundamenta en los planteamientos de esta teoría, presentamos un análisis más amplio y detallado en el apartado siguiente, así como de los estilos de aprendizaje que se derivan de la misma.

3.2 Teoría triárquica de la inteligencia.

3.2 TEORÍA TRIÁRQUICA DE LA INTELIGENCIA HUMANA.

Sternberg (1985a) presenta una concepción de la inteligencia configurada jerárquicamente por tres subteorías que denomina *componencial, experiencial y contextual*.

La subteoría *componencial*, la más estudiada desde la perspectiva teórica y única para muchos autores, relaciona la inteligencia con el mundo interno de la persona, especificando los mecanismos mentales o "*componentes*" mediante los cuales se lleva a cabo el comportamiento inteligente.

La subteoría *experiencial* relaciona la inteligencia tanto con el mundo interno de la persona como con su mundo externo, y analiza los mecanismos del comportamiento humano, especialmente, cuando la situación es relativamente nueva o cuando ha de realizar un proceso mental que le lleve a automatizar la tarea.

Finalmente, la subteoría *contextual* relaciona la inteligencia con el mundo externo de la persona, especificando tres tipos de procesos que caracterizan el comportamiento inteligente en el mundo real: la adaptación al medio, su selección y su modificación. Según esta última subteoría, el comportamiento inteligente viene definido, en buena parte, por el contexto sociocultural en el que tiene lugar.

Las tres subteorías se complementan formando una unidad y son necesarias para acercarnos a la comprensión de la inteligencia humana.

Siguiendo las investigaciones de Sternberg (1985a, 1985b, 1985c y 1986), Prieto y Sternberg (1990) y Serrano (1994), presentamos una síntesis de esta teoría.

3.2.1 SUBTEORÍA COMPONENCIAL.

La subteoría componencial define los mecanismos mentales que rigen el comportamiento inteligente, denominándolos *componentes de procesamiento de la información.* Un componente es un proceso elemental de tratamiento de la información que opera sobre representaciones internas de objetos o símbolos, transformando, por ejemplo, una entrada sensorial en una representación conceptual o en una respuesta motora (Prieto y Sternberg, 1990).

Los componentes constituyen las bases mentales de las otras subteorías, entrando en funcionamiento cuando la persona ha de resolver situaciones nuevas o familiares en su experiencia cotidiana (subteoría experiencial), y cuando necesita adaptarse al medio en que vive, seleccionarlo o modificarlo (subteoría contextual).

Por este motivo, aunque Sternberg (1985a) expone esta subteoría en tercer lugar, consideramos más apropiado exponerla inicialmente, siguiendo el criterio de Prieto y Sternberg (1990) y Serrano (1994), pues nos facilita la comprensión de las otras subteorías.

Según la función que realicen, los componentes pueden ser de tres tipos:

a) Metacomponentes. Son procesos ejecutivos de orden superior que planifican, supervisan y evalúan el desarrollo de la tarea o resolución del problema. Se consideran procesos "ejecutivos" porque realizan funciones específicas de control sobre la tarea que se está realizando. Por un lado, ordenan al resto de los componentes lo que deben hacer y, por otro lado, reciben información sobre cómo se está realizando el proceso, controlando, así, la adecuación del acto inteligente (Prieto y Sternberg, 1990 y Serrano, 1994).

Se identifican siete metacomponentes como los más importantes (Sternberg, 1985a, 1985b y 1986, y Prieto y Sternberg, 1990):

1. ***Reconocimiento del problema que ha de ser resuelto***. Consiste en definir la naturaleza del problema y entender lo que pide. Aquí reside una de las mayores dificultades de los niños pequeños.

2. ***Selección de componentes de orden inferior que son necesarios para resolver el problema***. Sternberg y Rifkin (1979) comprueban que la selección adecuada depende de la disponibilidad y accesibilidad de estos componentes en la memoria, y está muy relacionada con el nivel de instrucción y la edad del sujeto.

3. ***Selección de una o más representaciones mentales de la información.*** La elección de la representación adecuada, lingüística, espacial o lingüística-espacial, puede facilitar o entorpecer la eficacia con la que operan los componentes.

4. ***Selección de una estrategia para combinar los componentes de orden inferior y ordenar los pasos a seguir***. La selección de unos componentes inferiores adecuados es insuficiente para resolver el problema. Además, se ha de decidir en qué proporción se han de emplear y qué componentes se van a emplear serialmente o en paralelo.

5. ***Decisión en cuanto a los recursos atencionales empleados.*** Decide cuánto tiempo dedicar a cada componente de la tarea, y cuánto afectará la restricción del tiempo al resultado final.

Por ejemplo, en los ejercicios de silogismos lineales, Sternberg (1982) descubre que la disminución de un segundo en la latencia de solución (en una media de 7 segundos) aumenta en 7 veces el índice de error.

6. ***Control y supervisión de la solución***. A medida que se avanza en el proceso de resolución, se ha de tener conciencia de lo que ya se ha hecho, lo que se está haciendo y lo que todavía falta por hacer. Si los resultados no son los esperados, habrá que analizar los progresos alcanzados y, probablemente, cambiar los objetivos propuestos inicialmente.

7. ***Sensibilidad a la retroalimentación externa***. Los datos externos son muy valiosos para mejorar la realización de la tarea. La habilidad para entender la retroalimentación, reconocer sus implicaciones y actuar sobre ella es clave para la resolución del problema. Por ejemplo: el éxito de un conferenciante reside en modificar su discurso, ya preparado, en función de los conocimientos y actitudes que manifiesta su audiencia (Sternberg, 1985a).

b) Componentes de ejecución: Se encargan de resolver el problema, ejecutando las estrategias que dictan los metacomponentes. Deben trabajar en coordinación con ellos, pues de otra forma resultarían ineficaces en la resolución del problema. El número de componentes de ejecución puede ser muy variado en función del tipo de problema y contenido. En este estudio, analizamos los 6 que se han revelado más importantes en la resolución de las tareas escolares y de la vida cotidiana (Sternberg, 1985a, 1986 y 1987, y Serrano, 1994):

1. ***Codificación:*** Percibe la naturaleza del problema y accede a la información, almacenada en la memoria a largo plazo, que puede ser relevante para resolver el problema.

2. ***Inferencia:*** Descubre una o más relaciones entre los objetos o acontecimientos presentados en el problema. Hay distintos tipos de inferencias, por ejemplo: similitud, contraste, subordinación, parte-todo, todo-parte, negación, etc.

3. ***Relaciones entre relaciones o "Mapping":*** Percibe las relaciones de orden superior entre relaciones de orden inferior. Este componente resulta fundamental para resolver problemas de analogías complejos.

4. ***Aplicación:*** Implica la aplicación de una relación que ha sido previamente inferida.

5. ***Comparación:*** Permite comparar las alternativas posibles y decidir la más idónea para la solución del problema.

6. ***Justificación:*** Se utiliza cuando ninguna de las alternativas de respuesta disponibles es lo bastante correcta y se tiene que elegir la mejor, aunque no sea del todo correcta.

c) ***Componentes de adquisición de conocimientos***: Se utilizan para adquirir nueva información, recordar la información adquirida previamente y transferir lo aprendido a otro contexto. El procesamiento de la información disponible requiere poner en marcha tres operaciones (Sternberg, 1987):

1. ***Codificación selectiva:*** Separa la información relevante de la irrelevante en el contexto en que surge.

2. ***Combinación selectiva:*** Combina la información codificada de una forma selectiva, de manera que forme un todo integrado y coherente.

3. ***Comparación selectiva:*** Relaciona la información nueva con la adquirida en el pasado. Este componente también se utiliza para recuperar la información de la memoria y relacionarla con los conocimientos adquiridos. Según las investigaciones realizadas, tanto la codificación como la combinación de nuevos conocimientos están guiados por la recuperación de la información antigua.

SUBTEORÍA COMPONENCIAL	
Metacomponentes	1 Reconocimiento del problema que ha de ser resuelto. 2 Selección de componentes de orden inferior que son necesarios para resolver el problema. 3 Selección de una o más representaciones mentales de la información. 4 Selección de una estrategia para combinar los componentes de orden inferior y ordenar los pasos a seguir. 5 Decisión en cuanto a los recursos atencionales empleados. 6 Control y supervisión de la solución. 7 Sensibilidad a la retroalimentación externa.
Componentes de ejecución	1 Codificación. 2 Inferencia. 3 Relaciones entre relaciones o "Mapping". 4 Aplicación. 5 Comparación. 6 Justificación.
Componentes de adquisición de conocimientos	1 Codificación selectiva. 2 Combinación selectiva. 3 Comparación selectiva.

Tabla 3.3: Subteoría Componencial de la Teoría Triárquica de la Inteligencia de Sternberg (1985a)

3.2.2 SUBTEORÍA EXPERIENCIAL

Sternberg analiza las tareas que han utilizado los modelos factorialistas y cognitivistas para medir la inteligencia, concluyendo que en estas investigaciones se han empleado un conjunto de tareas, sin ofrecer las pautas o razones que, a priori, han permitido seleccionarlas, y sin explicar los procesos mentales que se aplican (Sternberg, 1965a y 1986).

Por este motivo, desde esta subteoría, se propone describir los procesos cognitivos que se producen en nuestras experiencias cotidianas. Especialmente va a dirigir su investigación hacia dos grandes ámbitos de la experiencia del individuo: la habilidad para enfrentarse a nuevos tipos de tareas y exigencias situacionales, y la habilidad para automatizar la elaboración de la información (Prieto y Sternberg, 1990).

***a) Habilidad para enfrentarse a nuevos cometidos y exigencias situacionales*.**

Para responder de forma adaptativa al continuo de situaciones que presenta el entorno socio-cultural, se requiere entender y actuar, de forma rápida y eficaz, ante las tareas y situaciones relativamente nuevas.

La idea de que inteligencia implica habilidad para enfrentase a nuevas situaciones no es nueva (Horn, 1968; Catell, 1971; Snow, 1981; Sternberg, 1981b, entre otros). Estos investigadores consideran que la mejor manera de medir la inteligencia es mediante la resolución de ejercicios novedosos, en los que se ha elaborar la información de forma diferente a cómo se hace en la experiencia cotidiana.

Es importante señalar que el ejercicio que se plantee debe ser nuevo, pero no totalmente fuera de la experiencia pasada del individuo. Si la tarea es demasiado nueva, entonces el individuo no poseerá estructuras cognitivas que le ayuden a entenderla y quedará fuera del alcance de su comprensión

(Raaheim, 1974). En términos piagetianos, la tarea debe requerir fundamentalmente "adecuación", pero también cierto grado de "asimilación" (Piaget, 1972).

La novedad se puede dar en la comprensión de la tarea, en la ejecución de la misma o a en ambos procesos (Sternberg, 1985a). En el primer caso, la novedad está en aprender cómo resolver el problema, más que resolverlo realmente y, en el segundo caso, la novedad se centra más en la ejecución que en la comprensión. Obviamente, también se pueden dar tareas y situaciones que sean novedosas tanto en la comprensión como en la ejecución.

Para enfrentarse a una situación novedosa, nuestra inteligencia necesita el "insight" (Davidson y Sternberg, 1986). Consiste en la utilización de tres procesos psicológicos diferentes, relacionados entre sí, que coinciden con los componentes de adquisición de conocimiento, ya expuestos en la subteoría componencial: *codificación selectiva* para separar la información relevante de la irrelevante, *combinación selectiva* de los fragmentos aislados de información en un todo integrado y coherente, y *comparación selectiva* que relacione la nueva información con la ya adquirida en el pasado.

Sternberg (1985a) concreta estos componentes en cinco mecanismos críticos, que llevan al individuo desde un sistema conceptual convencional a otro nuevo y le permiten comprender la nueva situación:

- ***Codificar la expectativa de cambio en un sistema convencional:*** Supone el reconocimiento de que necesitará un sistema conceptual nuevo.

- ***Llegar a un sistema conceptual nuevo:*** El individuo tiene que moverse realmente de un sistema convencional a otro nuevo.

- ***Encontrar un concepto apropiado en un sistema conceptual nuevo:*** Implica localizar el concepto apropiado en el ya logrado nuevo sistema conceptual.

- ***Permitir una relación flexible:*** En el nuevo sistema conceptual, se han de elaborar y admitir conceptos diferentes a los ya existentes en el sistema convencional.

- ***Expectativa de cambio en el nuevo sistema conceptual***. Supone que el individuo ha de ser capaz de volver a funcionar en el sistema conceptual convencional, cuando las exigencias del medio lo requieran.

b) Habilidad para automatizar la elaboración de la información.

Hay muchas actividades humanas que requieren una elaboración de la información tan compleja que parece milagroso que podamos realizarlas. El número y complejidad de operaciones implicadas en la lectura, por ejemplo, es tan grande que parece asombroso que se realicen con tanta rapidez y precisión (Crowder, 1982; Just y Carpenter, 1980, citados en Sternberg, 1985a).

La realización de tareas complejas, como el caso de la lectura, se pueden explicar si tenemos en cuenta que una considerable proporción de operaciones son automatizadas y, por esta razón, requieren un esfuerzo mental mínimo (Shiffrin y Scheneider, 1977). Las deficiencias en la lectura se deben, en gran parte, a problemas en la automatización de las operaciones mentales requeridas para esta tarea. La dificultad para automatizar dichas operaciones, ya sean todas o una parte, entorpece la elaboración de la información y se produce una realización menos inteligente.

Como en el caso de la novedad, la automatización puede tener lugar en la comprensión de la tarea, en la ejecución o en ambas fases. Un test de sinónimos estándar es bastante conocido por los estudiantes de secundaria, y su comprensión puede ser automática tan sólo con leer el título del ejercicio, pero la solución a cuestiones individuales del test dista mucho de ser automática, especialmente si requiere discriminar pequeños matices de significado. En cambio, las tareas experimentales, propuestas en los laboratorios de los psicólogos cognitivistas, requieren inicialmente una alta atención para comprender lo que se espera de los sujetos, pero, después de explicada la tarea y haber realizado varios ejercicios, es muy probable que la hagan automáticamente, casi sin esfuerzo y apenas conscientemente. Por otro lado, aprender a solucionar un nuevo problema de matemáticas puede ser un proceso no automatizado tanto en la comprensión como en la ejecución.

La elaboración de la información se realiza mediante dos procesos (Sternberg, 1981c):

- ***Controlada y global.*** Se realiza cuando tenemos que elaborar la información de un nueva experiencia. Los procesos ejecutivos centrales activan directamente otros procesos de ejecución y reciben una retroalimentación directa de ellos (como ya hemos expuesto en la subteoría componencial). La base de conocimiento total almacenada en la memoria a largo plazo está disponible para los procedimientos que se han de emplear en esta tarea. La elaboración de la información, en este caso, es de capacidad estrictamente limitada y la atención se centra en el ejercicio novedoso en cuestión.

- ***Automática y local.*** Se lleva a cabo para elaborar información de experiencias no novedosas o familiares. En este caso, un proceso ejecutivo local activa inicialmente un sistema que está formado por conocimientos y procedimientos localmente aplicables. Únicamente está disponible el conocimiento que se ha transferido a la base de conocimiento local. Múltiples sistemas locales pueden operar en paralelo, de forma automática y con capacidad casi ilimitada, debido a que la atención no se centra ahora en el ejercicio en cuestión. A medida que se desarrolla la pericia, unas proporciones de elaboración de la información, cada vez mayores, son transferidas a los sistemas locales, liberando a los globales.

La automatización de la información permite incorporar a la estructura de conocimiento una serie de procesos y operaciones que facilitan la resolución de tareas familiares complejas con un esfuerzo mental mínimo. Se liberan, así, los mecanismos globales para aprender otras tareas más complejas o para enfrentarse a situaciones novedosas. En la medida que se automatizan diferentes aspectos en una tarea o problema, se puede prestar mayor atención a los aspectos más novedosos.

Desde esta subteoría, podemos explicarnos cómo podemos realizar la cantidad y complejidad de operaciones que exige una lectura comprensiva con el mínimo esfuerzo mental, o cómo el experto está en ventaja en su campo, porque el desarrollo del sistema de elaboración local automático le permite disponer de los sistemas globales para manejar nuevas situaciones.

SUBTEORÍA EXPERIENCIAL	
Habilidad para enfrentarse a nuevos cometidos y exigencias situacionales	1 Codificar la expectativa de cambio en un sistema convencional. 2 Llegar a un sistema conceptual nuevo. 3 Encontrar un concepto apropiado en un sistema conceptual nuevo. 4 Permitir una relación flexible. 5 Expectativa de cambio en el nuevo sistema conceptual.
Habilidad para automatizar la elaboración de la información	1 Controlada y global. 2 Automática y local.

Tabla 3.4: Subteoría Experiencial de la teoría Triárquica de la Inteligencia de Sternberg (1985a)

3.2.3 SUBTEORÍA CONTEXTUAL.

La subteoría contextual analiza los tipos de contenidos que son apropiados para entender y medir la inteligencia dentro de un marco sociocultural determinado.

Los enfoques contextualistas de la inteligencia son tratados por diversos autores (Cole y sus colaboradores, 1971; Keating, 1984; Gordon y Terrell, 1981; entre otros, en Sternberg y Salter, 1982)

Sternberg (1985a) considera que existen, al menos, tres razones importantes para comprender la inteligencia desde un marco contextual:

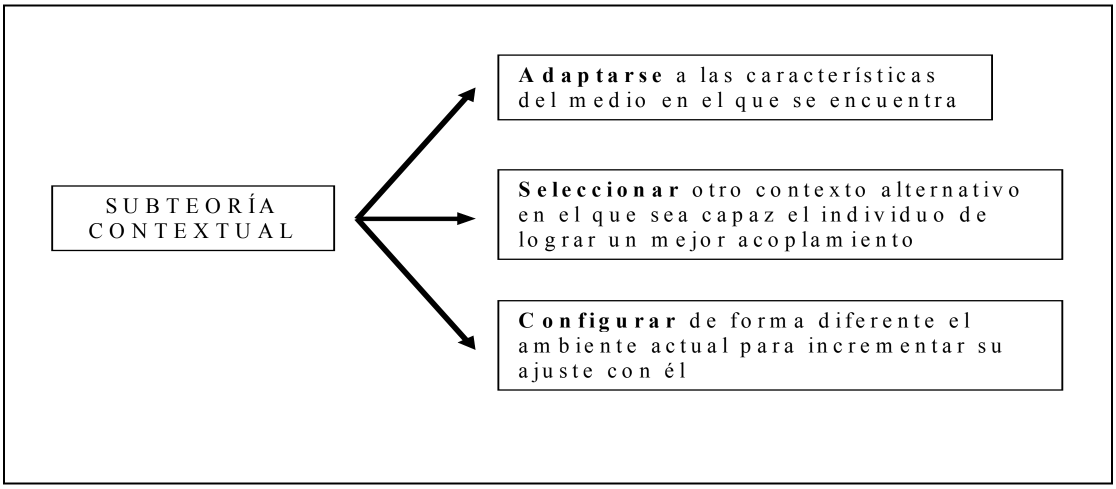
- Escapar de las viejas concepciones sobre la inteligencia, como la psicométrica que originó las pruebas de Cociente Intelectual, creando otras nuevas, validadas por criterios externos.

- Contrarrestar la idea, demasiado extendida, que considera a los tests de inteligencia mejores indicadores que los comportamientos inteligentes en su mundo real.

- Ofrecer una perspectiva de la naturaleza de la inteligencia que con frecuencia se ha abandonado en la teorización de la misma. El volumen global de los estudios actuales sobre la inteligencia está dirigido al mundo interior, estudiando los procesos cognitivos y las estructuras que la configuran. Sin embargo, hay pocas investigaciones referidas al mundo externo del individuo. Si consideramos que una parte importante de la inteligencia implica la adaptación al mundo real, es imposible comprender su naturaleza sin comprender el comportamiento inteligente en un contexto sociocultural determinado. De igual forma que los análisis internos pueden puntualizar los procesos y estructuras del acto inteligente, los externos o contextuales pueden aclarar qué tipo de comportamiento es inteligente en un ambiente concreto.

Desde esta subteoría, se explica cómo un acto, calificado de inteligente en una determinada cultura, puede no serlo en otro contexto diferente. El comportamiento inteligente viene definido, en buena parte, por el contexto sociocultural en el que tiene lugar e implica los siguientes procesos:

- ***Adaptarse*** a las características del medio en el que se encuentra.
- ***Seleccionar*** otro contexto alternativo en el que sea capaz el individuo de lograr un mejor acoplamiento.
- ***Configurar*** de forma diferente el ambiente actual para incrementar su ajuste con él.



Cuadro 3.5: Subteoría Contextual de la teoría Triárquica de la Inteligencia de Sternberg (1985a)

La adaptación consiste en conseguir un buen acoplamiento entre el individuo y su medio, que podrá darse en mayor o menor grado, pero, si está por debajo de lo que se considera satisfactorio para su propia vida, entonces el camino hacia la adaptación puede ser considerado poco adecuado o equivocado. En este caso, la adaptación al medio presente ofrece una alternativa inviable para el individuo y deberá intentar otra adaptación diferente, seleccionar otro medio o configurar el actual para mejorar el grado de adaptación.

Una estrategia adecuada para formular esta teoría consiste en analizar las teorías implícitas de la inteligencia en la población sociocultural en cuestión. Para ello, se recoge la opinión de los expertos, cuyo trabajo consiste en estudiar la inteligencia, y la de los no expertos en este campo de estudio.

Las teorías implícitas ofrecen una excelente base para comprender cómo se considera la inteligencia en un contexto concreto, porque están determinadas por el concepto de inteligencia existente en esa cultura y, a su vez, porque también determinan la concepción de inteligencia en ese contexto.

Desde esta perspectiva, la mejor manera de descubrir la naturaleza de la inteligencia en un contexto concreto es preguntar a la gente que vive en ese medio. Sternberg y sus colaboradores (1981a) hacen un estudio en Estados Unidos con una muestra de 476 personas, compuesta por estudiantes, usuarios del ferrocarril, clientes de supermercados, gente que respondía a anuncios del periódico y seleccionados al azar del listín telefónico. También se envió el cuestionario a 140 psicólogos, investigadores especializados en la inteligencia, para contrastar su opinión con la anterior. Se les pidió que hicieran en una hoja en blanco una lista de comportamientos que ellos consideraban característicos de inteligencia general, inteligencia académica e inteligencia cotidiana.

Después de analizar los resultados de este estudio, se pudo concluir que, en el medio sociocultural de Estados Unidos, los tres tipos de inteligencia implican tres factores o constelaciones de habilidades con pequeñas diferencias de matiz para cada tipo:

- La inteligencia general se relaciona con la **habilidad de resolución de problemas:** "Razona lógicamente y bien", "identifica conexiones entre las ideas", "ve todos los aspectos de un problema", "tiene una mente abierta", "llega al fondo de los problemas", "escucha todos los lados de una discusión", "se enfrenta a los problema ingeniosamente", etc.

- La inteligencia académica se asocia a la **habilidad verbal:** "Habla de forma clara", "tiene fluidez verbal", "conversa bien", "lee con gran comprensión", "muestra un buen vocabulario", "escribe sin dificultad", etc.

- La inteligencia cotidiana se entiende como **capacidad de relación social:** "Acepta a los demás por lo que son", "es sensible a las necesidades de otras personas", "admite errores", "muestra interés por el mundo en general", "llega a tiempo a las citas", "tiene conciencia social", "piensa antes de hablar", "muestra curiosidad", "es franco y honesto", etc.

También se pudo constatar una clara semejanza entre la opinión de los psicólogos expertos y las personas no expertas, obteniendo una correlación de 0,82. Sin embargo, se detectaron dos diferencias importantes entre estos grupos. Por un lado, los expertos, además de las tres características señaladas, consideraban la motivación como un elemento importante en la inteligencia académica y, por otro lado, los no expertos parece que le dan más importancia a los aspectos socioculturales en la consideración de la inteligencia práctica. Respuestas como: "sensibilidad hacia los deseos y necesidades de otras personas" o "ser franco y honesto consigo mismo y con los demás" aparecieron dentro del factor de capacidad social, sin que aparecieran estas características en el grupo de expertos.

En resumen, podemos afirmar que nuestra inteligencia contextual se caracteriza por la habilidad para resolver problemas, habilidad verbal, habilidad social y motivación para aprender, y que las teorías implícitas en las personas no expertas en este campo de estudio, sin darse cuenta siquiera de que sus ideas constituyen teorías, se ajustan muy estrechamente a las teorías formales de los científicos.

3.3 Teoría de los estilos intelectuales de Sternberg.

3.3 TEORÍA DE LOS ESTILOS INTELECTUALES DE STERNBERG.

Los estilos intelectuales surgen del modelo de *"autogobierno mental"* de Sternberg (1988a, 1988b, 1990a y 1990b), explicando el funcionamiento intelectual de las personas cuando trabajan y tratan de resolver problemas. Sternberg parte de la necesidad que tenemos de gobernar nuestras actividades diarias y de las múltiples formas que podemos hacerlo, utilizando la metáfora del autogobierno mental para explicar la diversidad de estilos que se pueden presentar.

Se convierten en un constructo que explican las diferentes formas de utilizar la capacidad intelectual. Vienen a ser como un *"puente"* entre la inteligencia y la personalidad, pues dirigen, coordinan, planifican, y controlan la inteligencia componencial, experiencial y práctica. Por este motivo, la *teoría triárquica* y la *teoría del autogobierno mental*, referida a los estilos, están íntimamente relacionadas y solapadas (Prieto, 1997).

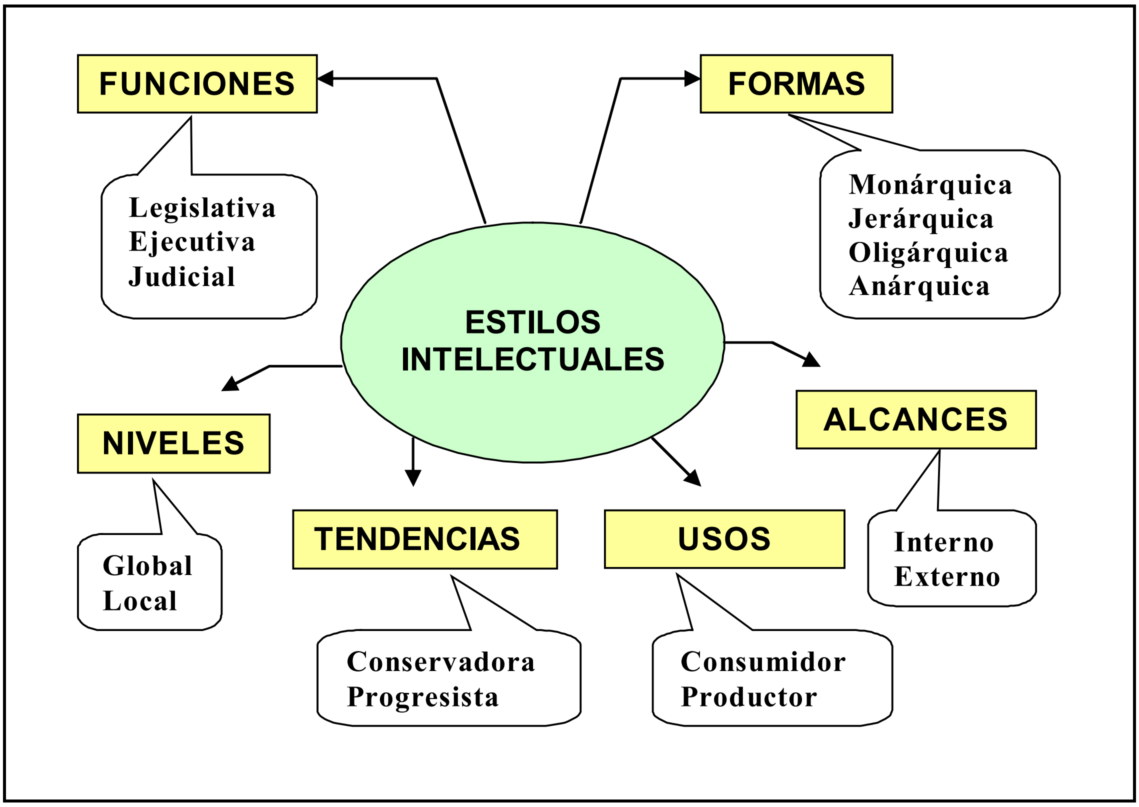
Por otro lado, han entenderse como distintos modos de utilizar la inteligencia, constituyendo una fuente importante de diferencias individuales, más todavía que la propia inteligencia. Se manifiestan en infinidad de tareas, comportamientos y procesos cognitivos de la persona. En el ámbito escolar, originan los *estilos de aprendizaje* de los alumnos y los *estilos de enseñanza* de los profesores (Grigorenko y Sternberg, 1992, y Serrano, 1994).

De forma similar a un gobierno, podemos distinguir en la inteligencia diferentes funciones, niveles, alcances, tendencias y usos, que vienen a generar quince estilos de enfrentarse al mundo:

- Funciones: *legislativa; ejecutiva* y *judicial.*

- Formas: *monárquica; jerárquica; oligárquica* y *anárquica.*

- Niveles: *global* y *local.*
- Alcance: *interno* y *externo.*
- Tendencias: *conservadora* y *progresista.*
- Usos: *consumidor* y *productor.*



Cuadro 3.6: Estilos intelectuales derivados del modelo de autogobierno mental de Sternberg.

A continuación, siguiendo la investigaciones de Sternberg (1988a, 1988b, 1990a y 1990b); Serrano (1994) y Prieto (1997), describimos cada uno de estos estilos.

3.3.1 Estilos derivados de las funciones de gobierno.

De igual forma que ocurre con las funciones de los gobiernos, *legislativa, ejecutiva y judicial*, cuando nos enfrentamos a una tarea o queremos resolver un problema, nuestra mente legisla, ejecuta y juzga. La función legislativa se encarga de la creación, formulación, imaginación y planificación de las ideas, la ejecutiva de ponerlas en práctica, y la judicial de valorarlas y compararlas.

Cada persona se inclina por una de estas funciones, favoreciendo los procesos mentales que se relacionan con la misma y caracterizando, así, su propio estilo intelectual (Sternberg, 1990a, Serrano, 1994, y Prieto, 1997).

Estilo legislativo.

Este estilo utiliza los "metacomponentes" para definir la actividad o el problema, determinar qué procesos de orden inferior es preciso utilizar, seleccionar una estrategia coherente que combine estos procesos, representar mentalmente toda la información, y decidir qué recursos mentales y físicos son necesarios para resolver el problema adecuadamente. Por este motivo, las personas legislativas disfrutan creando y planificando la solución de los problemas (Serrano, 1994 y Prieto, 1997).

Características de las personas con estilo legislativo:

- Producen sus propias normas y hacen las cosas a su manera.
- Prefieren los problemas que no tienen definido de antemano el proceso a seguir y tomar sus decisiones sobre cómo resolverlos.
- Se interesan por las actividades de desarrollo libre que requieren planificación creativa y constructiva, como, por ejemplo, hacer una composición o diseñar proyectos.
- Sus preferencias profesionales suelen dirigirse hacia los estudios científicos, literarios, políticos o arquitectónicos.

Estilo ejecutivo.

La función ejecutiva se caracteriza por poner en práctica los planes que ya han sido establecidos con anterioridad. Intervienen los componentes ejecutivos y de adquisición de conocimientos para codificar, combinar y comparar la información de una forma selectiva. Las personas ejecutivas prefieren realizar tareas o resolver problemas en los que han de aplicar las normas que ya conocen (Sternberg, 1990a, Serrano, 1994, y Prieto, 1997).

Características de las personas con estilo ejecutivo:

- Les gusta seguir reglas definidas y aplicar los conocimientos establecidas de antemano para realizar las tareas de la mejor forma posible.

- Prefieren los problemas bien estructurados, en los que hay que aplicar las reglas establecidas, como los problemas de álgebra.

- Les gusta completar el contenido de las estructuras existentes.

- Las profesiones más relacionadas con este estilo suelen ser: abogado, policía, soldado, administrativo, etc.

Estilo judicial.

La función judicial se relaciona con la evaluación de reglas y procedimientos que han creado otros. Prefieren trabajar en actividades que exigen analizar, evaluar y supervisar hechos e ideas. Intervienen los componentes de supervisión y evaluación interna, así como los de retroalimentación externa (Sternberg, 1990a, Serrano, 1994 y Prieto, 1997).

Características de las personas con estilo judicial:

- Se inclinan por trabajos de tipo analítico en los que hay que comparar, evaluar y criticar diferentes puntos de vista.

- Prefieren los problemas en los que hay que valorar la utilidad de los procedimientos e ideas establecidas. Por ejemplo: actividades de crítica, expresión de opiniones y evaluación de programas.

- Realizan con soltura la corrección y control de sus propios errores.

- Prefieren las ocupaciones de juez, crítico literario, supervisor, analista de sistemas, consultor, etc.

3.3.2 Estilos derivados de las formas de gobierno.

Siguiendo con la metáfora del autogobierno mental, se diferencian cuatro formas semejantes a las que se dan en la realidad: *monarquía, jerarquía, oligarquía y anarquía*, que van a originar otros cuatro estilos intelectuales bien diferenciados. Cada forma de autogobierno se manifiesta a través de una de las funciones analizadas anteriormente, pudiéndose dar cualquier combinación. Sin embargo, psicológicamente, es más probable que se produzcan ciertos emparejamientos más que otros (Sternberg, 1990a, Serrano, 1994 y Prieto, 1997).

Estilo monárquico.

El estilo monárquico se orienta a la consecución de un objetivo o forma de realizar las tareas, atendiendo a una sola cosa y sin prestar atención al resto. Es difícil encontrar en la realidad personas con estilo monárquico en estado puro, pero muchas situaciones pueden ser enfocadas y tratadas como tales, en función de la representación concreta que haga la persona que se enfrenta a ellas. Un determinado problema se puede entender como monárquico para una persona y como jerárquico para otra. Por ejemplo, la financiación de una afición se puede relacionar, exclusivamente, con el logro de un recurso económico o como algo mucho más complejo (disponibilidad de otros recursos materiales, organización del tiempo, fuente de satisfacción personal y/o familiar, etc.) (Serrano, 1994, y Prieto, 1997).

Características de las personas con estilo monárquico:

- Atienden a una sola cosa sin prestar atención al resto.
- Intentan resolver los problemas rápidamente, olvidando o apartando los obstáculos.
- Son relativamente inconscientes, intolerantes e inflexibles, siendo poco hábiles para tener en cuenta las prioridades y alternativas.
- Los alumnos *monárquicos* suelen ser molestos en el aula, por realizar preguntas demasiado directas. Sin embargo, su decisión en la realización de las tareas les hace obtener buenos resultados (Prieto, 1997).

Estilo jerárquico.

Las personas con este estilo sienten predilección por los problemas que requieren el logro de múltiples metas diferentes en importancia y prioridad. Por ejemplo, la elección de una carrera o la planificación de un curso escolar (Serrano, 1994).

Características de las personas con estilo jerárquico:

- Se interesan por múltiples objetivos, reconociendo que no todos pueden alcanzarse igualmente de bien.
- Jerarquizan sus fines, dando prioridad a los más importantes.
- Intentan resolver los problemas con decisión y de forma sistemática.

- Buscan la complejidad y tienden a ser conscientes, tolerantes y relativamente flexibles.

- Suelen ser bastante creativos (Sternberg, 1990a y Prieto, 1997).

Estilo oligárquico.

Las personas con estilo oligárquico tienden a aceptar diversos objetivos, pero todos con el mismo nivel de importancia. Con frecuencia, esta igualdad en la importancia de las metas se debe más a la percepción de la persona que a la realidad. Un ejemplo de esta situación la podemos observar cuando se pretende enseñar una lengua extranjera, con la precaución de no anular la cultura de la lengua materna. En este supuesto, las personas con estilo oligárquico pueden valorar igualmente importantes la meta y la precaución, llegando a no aceptar la meta propuesta, si no se satisface la precaución (Serrano, 1994).

Características de las personas con estilo oligárquico:

- Desean alcanzar muchas metas, a menudo competitivas y percibidas con una misma importancia.

- En muchas ocasiones no terminan las tareas y no logran los objetivos propuestos.

- Con frecuencia, llegan a frustrarse por su vacilación e incapacidad para decidir y no terminar lo que empiezan.

- Necesitan de los demás para que les organicen sus propias prioridades, manifestándose tolerantes y muy flexibles.

- No suelen ser creativos y tienen bastante dificultad para tomar decisiones (Prieto, 1997).

Estilo anárquico.

Para las personas anárquicas, las normas los procedimientos y las actividades estructuradas les crean bastante confusión. Este estilo prefiere solucionar los problemas rompiendo con las vías y procedimientos establecidos. Por esta razón, este estilo puede resultar adecuado para resolver las situaciones novedosas, debido a que los procedimientos establecidos tienden a interferir en la búsqueda de la solución (Serrano, 1994 y Prieto, 1997).

Características de las personas con estilo anárquico:

- Tienden a confundir las necesidades y las metas, que las mezclan y les resulta difícil ordenarlas y clasificarlas, al no disponer de reglas sólidas sobre las que basarse.

- Disfrutan abordando múltiples objetivos que son, a menudo, difíciles de conseguir.

- Son muy asistemáticos y cuentan con el azar para resolver los problemas.

- Tienden a desenvolverse mejor en las tareas que no tienen un procedimiento a seguir y se requieren procesos de "insight" para su resolución.

- Son simplistas, intolerantes y demasiado flexibles en lo que creen que son capaces de hacer.

- Suelen considerarse como inadaptados por sus reacciones antisociales.

- Son capaces de aportar información relevante sobre aspectos de la realidad que pasan desapercibidos, aunque, debido a su falta de disciplina, no suelen desarrollar la creatividad (Sternber, 1990a, Serrano, 1994 y Prieto, 1997).

3.3.3 Estilos derivados de los niveles de gobierno.

De igual forma que los gobiernos necesitan tratar los problemas de la población rural y de las grandes ciudades, las personas también funcionamos en dos niveles básicos: global y local, que van a caracterizar dos estilos de autogobierno mental (Prieto, 1997).

Estilo global

Las personas con estilo global prefieren tratar las cuestiones relativamente amplias y abstractas, ignorando los detalles. Este estilo es un factor decisivo para la creación del pensamiento creativo (Sternberg, 1990a y Prieto, 1997).

Características de las personas con estilo global:

- Les gusta conceptulaizar y trabajar en el mundo de las ideas.
- Su gran abstracción puede llevarles a ver el bosque, sin percibir los árboles.
- Los alumnos se sienten cómodos cuando tienen que considerar una obra de gran tamaño, como por ejemplo, una novela o una época histórica.
- Suelen tener problemas para trabajar con unidades menores, como el capítulo de una novela o un periodo de tiempo reducido de la historia (Prieto, 1997).

Estilo local.

Las personas con estilo local prefieren las tareas concretas que contengan muchos detalles y requieran trabajos minuciosos. Por ejemplo, los problemas matemáticos, la planificación detallada de una secuencia instruccional, la redacción de leyes, etc. (Serrano, 1994).

Características de las personas con estilo localista:

- Les gustan los problemas y actividades concretas que sean prácticas y exijan un trabajo minucioso.
- Son realistas.
- Pueden ver los árboles aunque no vean el bosque.
- Disfrutan resolviendo múltiples ejercicios sobre pequeños problemas.
- Suelen ser creativas en cosas pequeñas, llenando los huecos, en el pensamiento y en la acción, que han dejado las personas que proponen las ideas (Sternberg, 1990a, Serrano, 1994 y Prieto, 1997).

3.3.4 Estilos derivados del alcance del autogobierno mental.

Como vimos en la *subteoría contextual* del capítulo anterior, la inteligencia ha de ser valorada en el ambiente que se aplica. Pero lo que varía de un contexto a otro es cómo las personas identifican y actúan sobre los problemas que son importantes. En este sentido, podemos diferenciar dos formas de actuación: interna y externa, que van a originar dos nuevos estilos (Sternberg, 1990a, 1990b y Prieto 1997).

Estilo interno.

Este estilo prefiere los problemas internos que exigen la aplicación de aislada e individual de los mecanismos de la inteligencia. Por ejemplo: la resolución de problemas analíticos o la creación de un trabajo artístico (Serrano, 1994 y Prieto 1997).

Características de las personas con estilo interno:

- Son introvertidas y reservadas.
- Desde el punto de vista social, son menos sensibles y presentan bajas habilidades de relación interpersonal.
- Les gusta trabajar solos. Prefieren aplicar su inteligencia a ideas aisladamente de otras personas y se sienten incómodos cuando tienen que trabajar en grupo.

Estilo externo

El estilo externo siente predilección por los problemas que se relacionan con situaciones del mundo exterior al individuo, bien referidas a su propia persona o a otras situaciones en las que se ha de realizar un trabajo conjunto. Por ejemplo, la dirección del personal de una empresa, el trabajo en colaboración de un centro educativo, el mantenimiento de relaciones amistosas, etc. (Sternberg, 1990a, Serrano, 1994 y Prieto, 1997).

Características de las personas con estilo externo:

- Son extrovertidas.
- Son sensibles socialmente manteniendo un buen nivel de relaciones interpersonales.
- Disfrutan con las tareas que requieren un trabajo cooperativo, mantener la amistad y desarrollar relaciones íntimas.

3.3.5 Estilos derivados de las tendencias del autogobierno mental.

Sternberg (1990b) considera que hay dos modos fundamentales de afrontar los problemas: con flexibilidad o con procedimiento. La flexibilidad nos permite resolver problemas nuevos de forma diferente a la utilizada en situaciones problemáticas anteriores. Sin embargo, el procedimiento consiste en resolver las situaciones novedosas aplicando las estrategias y procedimientos anteriores. Desde este análisis, considera que la inteligencia también va a representar este equilibrio entre flexibilidad y procedimiento o, en términos del modelo del autogobierno, entre el estilo liberal y conservador. A pesar de que puede darse un estilo equilibrado entre ambos, normalmente tienden a polarizarse en torno a uno de ellos.

Estilo conservador.

Las personas conservadoras prefieren enfrentarse a problemas que se resuelven con la aplicación de reglas y procedimientos ya existentes, necesitando muy poca ampliación de los principios y practicas usuales (Sternberg, 1990a, 1990b; Serrano, 1994 y Prieto, 1997).

Características de las personas con estilo conservador:

- Les gusta adherirse a las reglas y procedimientos establecidos.
- Minimizan los cambios y rechazan siempre que pueden las situaciones ambiguas.
- Prefieren la familiaridad en la vida y el trabajo.

Estilo progresista.

Las personas progresistas se interesan por los problemas cuya solución requiere una ampliación o cambio de las reglas y procedimientos existentes. Ejemplos de estos problemas pueden ser: el cambio de estilo artístico, la modificación de un paradigma científico, el cambio de una estrategia metodológica educativa, etc. (Sternberg, 1990a y Serrano, 1994).

Características de las personas con estilo progresista:

- Les gusta ir más allá de los procedimientos y reglas establecidas.
- Maximizan los cambios y se enfrentan o aceptan las situaciones ambiguas.
- Prefieren cierto grado de novedad en la vida y el trabajo.
- Suelen disfrutar con la situaciones difíciles que implican cierto riesgo y soluciones diferentes.
- Son personas creativas.

3.3.6 Estilos derivados de los usos del autogobierno mental.

Esta dimensión se incorpora finalmente a la teoría de los estilos intelectuales (Grigorenko y Sternberg, 1992). En las publicaciones anteriores (Sternberg, 1988a, 1988b, 1990a y 1990b), quedaba configurado el perfil estilístico sólo por los trece estilos que hemos expuesto.

Según los usos del autogobierno mental, las personas tendemos a utilizar las estructuras mentales como *consumidoras o productoras* de conocimiento, diferenciándose dos nuevos estilos muy ligados a los anteriores (Serrano, 1994).

Estilo consumidor.

Las personas con este estilo se interesan por aprender lo que ya se conoce, como la realización de un curso para adquirir la información que se dispone sobre un campo específico. Las características de las personas consumidoras vienen a identificarse con las de los estilos ejecutivo y conservador.

Estilo productor.

Las personas productoras prefieren generar nuevas ideas y conocimientos. Este estilo se encuentra íntimamente relacionado con el legislativo y progresista.

Debido a las estrechas relaciones de estos dos últimos estilos con los anteriores, en el estudio empírico, sólo hemos analizado los trece primeros. Entendemos que las personas con estilo legislativo y/o progresista, en mayor o menor grado, son *productoras* de pensamiento. En cambio, las de estilo ejecutivo y/o conservador tienden a ser más *consumidoras*. Por otro lado, en la práctica, resulta muy difícil presentar a los sujetos situaciones en las que se pueda observar el estilo consumidor o productor separado de los anteriores.

3.3.7 Factores que influyen en el desarrollo de los estilos intelectuales.

Para Sternberg y Grigorenko (1992), son múltiples las variables que afectan a la adopción de unos estilos determinados. Entre las más importantes se han de tener en cuenta: la influencia del ambiente, la edad, la cultura, la influencia de los padres, y el tipo de escolaridad y ocupación.

Aunque se admite la posibilidad de que una parte de las preferencias estilísticas sea heredada (Spear y Sternberg, 1987), los estilos son, fundamentalmente, funciones del ambiente. Desde muy pronto, se percibe cómo determinados comportamientos son mejor aceptados y recompensados que otros y, por esta razón, se tiende a adoptarlos. Por otro lado, con el tiempo, también se aprende que las actuaciones deben de ser distintas según las situaciones, lo que lleva a ir cambiando las preferencias estilísticas.

En cuanto a la edad, se constata (Sternberg y Grigorenko, 1992 y Prieto, 1997) que a partir de los 12 años se pueden valorar los estilos mediante la observación de los alumnos en la realización de las tareas propuestas.

La cultura es otra variable con gran incidencia en el desarrollo de los estilos, en la medida que tiende a recompensar unos estilos más que otros.

Los padres también influyen en el desarrollo de los estilos. Es bastante frecuente que se produzca el efecto "reflejo" entre el estilo de la madre o del padre y el de sus hijos, cuando se recompensan actuaciones semejantes a las que ellos realizan. Para Sternberg (1990b), la educación y profesión de los padres inciden significativamente en el desarrollo de los estilos intelectuales de los hijos.

Finalmente, la escolaridad y la ocupación elegida representan otro grupo de variables importantes que van a determinar el estilo de las personas (Sternberg y Grigorenko, 1992).

3.3.8 Características generales de los estilos intelectuales.

Siguiendo los estudios de Sternberg (1988a, 1988b, 1990a y 1990b), Sternberg y Grigorenko (1992) y Serrano (1994), se han de tener en cuanta las siguientes características generales:

- Los estilos constituyen un puente entre la inteligencia y la personalidad, pues representan las formas específicas en las que se éstas se manifiestan (Sternberg, 1988a, 1988b, 1990a, 1990b y Serrano, 1994).

- Los estilos intelectuales no representan niveles de competencia de la inteligencia, sino modos de actuar en los cuales nos encontramos cómodos (Sternberg, 1988a, 1990a; Sternberg y Grigorenko, 1992 y Serrano, 1994).

- Ningún estilo es mejor o peor que otro, pues describen diferentes formas de responder a los estímulos del medio, pero no su calidad (Sternberg y Grigorenko, 1992 y Serrano, 1994).

- Son independientes del nivel de inteligencia. Sin embargo, es muy probable que se relacione la eficacia de una determinada tarea con la forma de usar los componentes cognitivos. Por ejemplo, una persona, con buena capacidad intelectual, podría llegar a ser un científico brillante si su estilo es legislativo o un directivo mediocre si ocupa el rol ejecutivo en una empresa (Serrano, 1994).

- Aunque son independientes entre sí, psicológicamente correlacionan unos emparejamientos más que otros. Por ejemplo, legislativo, progresista, productor (Sternberg, 1988a, 1990a y Serrano, 1994).

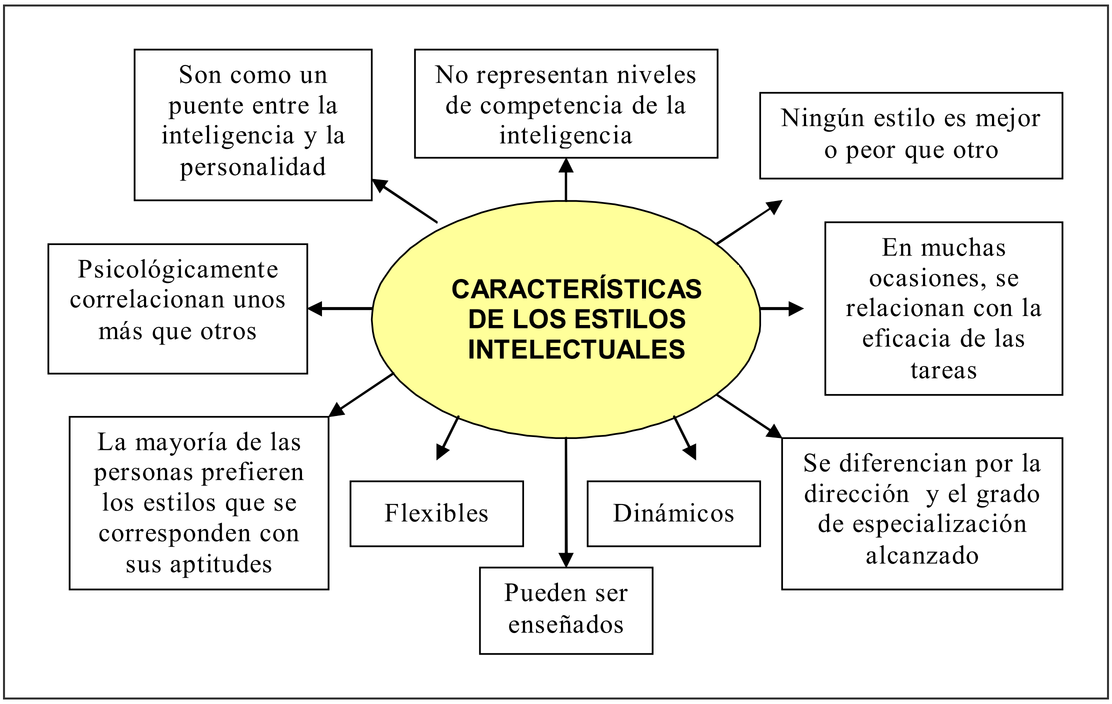
- La mayoría de las personas prefieren los estilos que se corresponden a sus aptitudes, aunque no se han demostrado las razones lógicas y psicológicas de esta relación. La realidad nos demuestra cómo muchas personas consiguen la armonía entre sus capacidades y los estilos intelectuales que adoptan. Cuando no se logra, se produce una frustración, motivada por esa falta de correspondencia entre lo que les gustaría hacer y lo que hacen en realidad (Sternberg, 1988a, 1990a).

- Las personas se diferencian no sólo por la dirección en la que manifiesta su estilo, sino también por el grado de especialización alcanzado (Sternberg, 1988a, 1988b, 1990a y Serrano, 1994).

- Son flexibles, permitiendo a las personas seleccionar los más adecuados para adaptarse a las demandas del entorno (Sternberg y Grigorenko, 1992 y Serrano, 1994).

- Son dinámicos, pues se desarrollan y cambian en función de las características concretas de la persona y su entorno (Spear y Sternberg, 1987; Sternberg, 1988a, 1990a y Serrano, 1994).

- Pueden ser enseñados, pues, aunque una parte puede considerarse heredada, otra parte importante se debe a factores ambientales (Spear y Sternberg, 1987; Sternberg y Grigorenko, 1992; y Serrano, 1994)



Cuadro 3.7: Características de los estilos intelectuales de Sternberg.

3.3.9 Implicaciones educativas.

Del estudio de los estilos intelectuales se desprenden varias implicaciones educativas que nos pueden ayudar a mejorar las tareas escolares (Sternberg y Grigorenko, 1992; Sternberg, 1988a, 1988b, 1990a, 1990b; y Serrano, 1994).

En general, se ha comprobado que las escuelas, especialmente las más tradicionales, favorecen el desarrollo de un perfil estilístico ejecutivo, jerárquico, conservador, interno y consumidor, situando a los alumnos que presentan estos estilos en una posición más favorable (Sternberg, 1988a, 1990a; Sternberg y Grigorenko, 1992; y Serrano 1994). El currículum estructura básicamente lo que los alumnos deben aprender y el profesor, siguiendo su propio estilo, diseña las actividades de la forma que él considera mejor. En este contexto, los estudiantes trabajan de acuerdo al sistema de reglas que establece la escuela, buscan las recompensas que ésta valora, y realizan la mayoría de las actividades de forma individual, utilizando (consumiendo) los conocimientos aprendidos.

Esta situación parece estar justificada, al menos en una parte importante, porque nuestra sociedad valora también estos estilos por encima de otros y los profesores se sienten obligados a adoptarlos. Sin embargo, aunque la escuela potencie estos estilos, que pueden ser útiles en un momento concreto, más tarde, la sociedad y los niveles educativos superiores van a exigir nuevos estilos. Por este motivo, la escuela actual ha de tomar conciencia de esta situación y debe potenciar toda la riqueza de estilos cognitivos, no limitándose a la reducción clásica de la escuela tradicional (Serrano, 1994).

Con frecuencia se confunde el estilo de aprendizaje con la calidad de la inteligencia de los alumnos (Sternberg, 1988a, 1990a, 1990b y Serrano, 1994). Esta circunstancia se debe a que se suele preferir un determinado estilo de aprendizaje, considerando torpes o lentos a los alumnos que, a pesar de ser inteligentes, aprenden de forma diferente. Por ejemplo, un profesor de literatura, que se incline por las tareas de comparación, el juicio y la evaluación de las obras literarias, está favoreciendo al estudiante con estilo judicial, haciendo que parezca más brillante que el resto de los alumnos. Situaciones similares a esta se pueden corregir mediante un proceso de enseñanza-aprendizaje flexible y abierto que ofrezca diversos métodos de enseñanza, actividades, contextos de aprendizaje, evaluaciones, etc.

Si bien los estilos son independientes del nivel de inteligencia, es probable que determinadas áreas y dominios requieran el despliegue de unos estilos más que otros. En la practica escolar, un alumno puede tener predilección por un estilo y no ser capaz de utilizar los componentes intelectuales que le exige un determinado dominio (Sternberg, 1988a y Serrano, 1994). Por ejemplo, un alumno puede ser brillante en ciencias, porque tenga un estilo legislativo, y menos brillante en informática, pues esta materia requiere poner en practica aptitudes ejecutivas.

Aunque la mayoría de las personas preferimos los estilos que se corresponden con nuestras aptitudes intelectuales, sin embargo, no se han demostrado razones lógicas y psicológicas que justifiquen y garanticen esta correspondencia. Por este motivo, puede resultar muy útil conocer el grado de relación y congruencia entre las aptitudes intelectuales y los estilos de los alumnos, especialmente en las tareas de orientación escolar y profesional (Sternberg, 1988a, 1988b, 1990a y Serrano, 1994).

En la organización de las tareas y la disposición del contexto del aula, también se ha de tener en cuenta la diversidad de estilos de los alumnos. Es conveniente realizar propuestas que alternen las actividades individuales y las de trabajo en grupo. Para la formación de grupos resulta beneficioso que se tenga en cuenta la complementariadad de estilos, pues, aunque frecuentemente valoramos más a las personas que se parecen a nosotros, en realidad, nos enriquecemos más con las que son moderadamente diferentes a nuestros estilos intelectuales.

Finalmente, según Sternberg y Grigorenko (1992), la adaptación del proceso de enseñanza-aprendizaje a los estilos intelectuales de los alumnos no debe impedir que se desarrollen otros estilos diferentes. No hay que olvidar que los estilos son dinámicos y que pueden y deben cambiar a lo largo del proceso madurativo de la persona. Por este motivo, lo más enriquecedor para los alumnos es proporcionar un contexto escolar plural, que estimule el desarrollo de todos los estilos intelectuales (Serrano, 1994).

3.4 Teorías sobre la resolución de problemas matemáticos.

3.4 TEORÍAS SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.

Introducción.

En este apartado, analizamos varios modelos que explican, más específicamente, los procesos cognitivos que intervienen en la resolución de problemas matemáticos y que más relevancia e influencia han tenido en el panorama científico de los últimos años.

A nivel general, podemos afirmar que todos los modelos explicativos comparten la concepción de Piaget (1972), entendiendo la resolución de problemas como una actividad inherente al ser humano. La *asimilación* del continuo devenir de experiencias internas y externas y, simultáneamente, la *acomodación* a las cambiantes características del medio exigen una continua actividad mental inteligente, capaz de resolver eficazmente estas situaciones.

Se ha de tener en cuenta que la percepción de los problemas es relativa a cada persona. Las diferencias individuales, referidas a la resolución, se deben a múltiples factores: edad, experiencia, habilidad cognitiva, estructuración de conocimientos, motivación, etc. (Pacheco, 1991). En muchas ocasiones, la automatización de respuestas, fruto de la experiencia, hace que infinidad de actividades cotidianas no exijan esfuerzo intelectual y, por este motivo, no se perciban como problemáticas. En cambio, las tareas profesionales o las académicas pueden ser más formales y su resolución demanda mayor atención y esfuerzo cognitivo.

Lester (1983) considera que una situación sólo puede ser concebida como problemática, en la medida que existe un reconocimiento de ella como tal, y no se dispone de un procedimiento automático para solucionarla de forma más o menos inmediata. Esta característica diferencia el *problema* del *ejercicio*, entendido éste último como situación que se resuelve inmediatamente con la aplicación de unas estrategias o técnicas específicas. Como ya hemos señalado anteriormente, esta diferenciación no parece tan clara en la práctica, pues una misma situación puede ser un problema para una persona, mientras que para otra no existe tal problema; bien porque carece de interés por la situación o porque tiene los mecanismos que le permiten reducirla a un mero ejercicio y resolverla con la mínima inversión de recursos cognitivos.

En el ámbito escolar, puede resultar útil la diferenciación entre ejercicios y problemas, aunque también es preciso tener en cuenta que ambos constituyen un continuo educativo cuyos límites no siempre son fáciles de establecer. Cuando un alumno se enfrenta a una situación nueva y, por tanto, problemática, difícilmente la podrá resolver si previamente no se ha ejercitado en las estrategias y técnicas requeridas para su solución.

Para reducir la clásica polémica en esta diferenciación, proponemos considerar problema cualquier situación novedosa para el alumno, en la que se han de aplicar las estrategias y recursos cognitivos que ha desarrollado previamente en los ejercicios.

Cada uno de los modelos estudiados presenta sus propias características a la hora de definir y explicar los procesos mentales, implicados en la resolución de problemas. Sin embargo, una buena parte de los autores analizados admite que se han de dar los siguientes elementos básicos (Mayer, 1983):

- ***Datos***: Todo problema presenta determinadas condiciones, objetivos, fragmentos de información, etc., que están presentes al comienzo del trabajo.

- ***Objetivos***: El estado terminal del problema consiste en alcanzar unos objetivos y el pensamiento deberá transformar el problema desde el estado inicial dado al estado terminal deseado. Reitman

(1965, citado en Mayer, 1983) establece cuatro categorías de problemas, según el grado de especificación del estado inicial y final: a) estado inicial y final bien definidos; b) estado inicial bien definido y final mal definidos; c) estado inicial mal definido y final bien definido; y d) estado inicial y final mal definidos.

- ***Obstáculos*****:** El que piensa tiene a su disposición algunas vías para modificar el estado dado y llegar al estado terminal, pero inicialmente no sabe la secuencia correcta de comportamientos que resolverán el problema.

En cuanto a la clasificación, también es generalmente aceptada la tipología tripartita de Greeno, (1978, citado en Pacheco, 1991) que clasifica los problemas en:

- ***Problemas de estructura inductora*****:** Se dan varias instancias para que el sujeto descubra la norma o modelo implícito que las ha configurado. Por ejemplo, los problemas de completar series.

- ***Problemas de transformación:*** Ante un estado inicial, se debe hallar una secuencia de operaciones que lleven al estado final. En esta categoría, se pueden incluir los problemas matemáticos de narración, infinidad de problemas cotidianos de nuestra actividad social o el clásico problema de la torre de Hanoi de Ernst y Newell (1969), conocido como el "problema de los anillos".

- ***Problemas de ordenamiento:*** Se presentan todos los elementos y sólo se exige la ordenación correcta para su resolución. Por ejemplo, los problemas de anagramas, en los que se da un grupo de letras para se forme con ellas una palabra, como: "DONALD + GERELD = ROBERT", en que hay que sustituir las letras por números para que se cumpla la ecuación, sabiendo que D=5 y que a cada letra corresponde un número del 0 al 9.

Teniendo en cuenta este marco de generalidades, analizamos ahora las características específicas de cada uno de los modelos más relevantes:

3.4.1 Teorías Asociacionistas.

El principal representante de esta teoría es Edward Thorndike que en su libro "Animal Intelligence", publicado en 1898, describe sus observaciones sobre el pensamiento y la resolución de problemas, estableciendo las bases del posterior conductismo.

La resolución de problemas se entiende como la aplicación, por *ensayo y error*, de las tendencias preexistentes de respuesta o "hábitos" adquiridos a los estímulos que se nos presentan. En cada problema, existen asociaciones a varias posibles respuestas: R_1, R_2, R_3, etc., siendo ordenadas jerárquicamente en función del éxito obtenido en anteriores ocasiones.

Desde esta concepción, se establecen los tres elementos básicos del pensamiento: el ***estímulo*** o situación particular de resolución de problemas, las ***respuestas*** o comportamientos particulares de resolución, y las ***asociaciones*** que se establecen entre los estímulos y respuestas particulares.

La asociación entre el estímulo y la respuesta se rige por dos leyes de aprendizaje, que Thorndike identifica como ***ley de ejercitación*** y ***ley del efecto***:

- La ley de la ejercitación establece que las respuestas, practicadas frecuentemente en una situación dada, son las que tienen mayores probabilidades de ser utilizadas, cuando la situación se presenta nuevamente.

- La ley del efecto explica cómo las respuestas, que son poco valiosas para resolver al problema, pierden fuerza y son rebajadas en la jerarquía. Por el contrario, las exitosas ganan fuerza y ascienden en la escala jerárquica, hasta que, después de muchos ensayos, llegan a la cima.

Posteriormente, Skinner (1938, citado en Domjam y Burkhard, 1992), desde su concepción del *condicionamiento operante*, presenta los *refuerzos* como elementos básicos para que se produzca la asociación entre los estímulos y las respuestas.

El fenómeno de la ***intuición*** se explica de forma bastante ingeniosa. A veces, la aplicación del ensayo y error puede ser *encubierta*, probando varias soluciones en la mente del individuo, hasta que se encuentra una que funciona. Como esta forma de ensayo y error no puede verse, la solución aparece como si se lograra de súbito, por "introvisión" o intuición.

La posibilidad de que el pensamiento pueda contener cadenas de respuestas encubiertas produjo cambios en la idea asociacionista tradicional. Surgen, así, las teorías *mediacionales* del modelo neoconductista (Kendler y Kendler, 1962; Berlyne, 1965; Underwood, 1965; Osgood, 1966; entre otros, citados por Mayer, 1983). Estos autores entienden la resolución de problemas como un proceso más complejo que la mera asociación de estímulos y respuestas. La teoría mediacional considera que el "E", o situación de problema abierto, evoca una respuesta interna en miniatura, llamada *respuesta mediacional* o "r_m"; ésta, a su vez, crea un nuevo estado interno o "e_m" que evoca una nueva respuesta "r_{m2}", seguida de otro "e_{m2}"; y así sucesivamente, hasta que un "e_{mn}" evoca una respuesta de solución abierta "R".

Thorndike (1922, citado en Resnick y Ford, 1981) explica la resolución de problemas aritméticos de igual forma que el resto de las conductas. Estos problemas se resuelven mediante asociaciones de estímulo-respuesta que se van consolidando por las leyes del *ejercicio* y del *efecto*. Por ejemplo, la suma de "3+4" sería el estímulo y "7" la respuesta.

Esta asociación se fortalece en la medida que se ejercita la respuesta "7" (ley del ejercicio) y se observa que el resultado es correcto (ley del efecto).

De esta forma, los procesos de resolución de problemas se consideran como una *asociación automática o mediacional* entre los datos iniciales y la solución, siguiendo procedimientos de ensayo y error. El pensamiento implicado es básicamente *reproductivo*, pues se aplican las soluciones que anteriormente han permitido resolver el problema, dándole a la experiencia un papel fundamental para consolidar dicha asociación.

Como conclusión, aunque esta manera entender los procesos de cálculo aritmético puede resultar válida en alguna situación muy concreta, sin embargo, estimamos que los procesos de asociación, ya sean instantáneos o mediáticos, son insuficientes para explicar la complejidad de los procesos de cálculo. Además, sería imposible memorizar todos los resultados de las infinitas operaciones que se pueden presentar.

3.4.2 Teoría de la Gestalt.

Esta teoría, que convive con la asociacionista-conductista, se interesa por llegar a una *comprensión estructural del problema*. Estudia los *procesos de reorganización mental* de los elementos que llevan a la solución, y la creación de soluciones novedosas ante situaciones nuevas, en lugar de los procesos asociativos del modelo anterior.

Uno de los conceptos básicos del enfoque de la Gestalt es la distinción entre el pensamiento ***productivo***, cuando se crea una nueva solución al problema, y el pensamiento ***reproductivo,*** que simplemente se limita a reproducir antiguos hábitos o comportamientos. Para diferenciar estos dos tipos de pensamiento, también se utilizan otras denominaciones que expresan sus características específicas, como: "aprehensión con sentido de las relaciones" versus "ejercicios sin sentido y asociaciones arbitrarias"

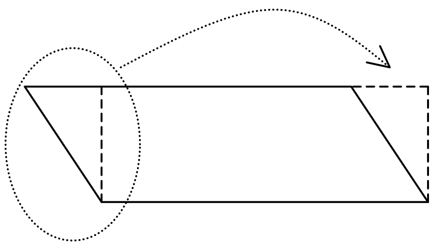
(Katona, 1942), o “comprensión estructural” versus “memoria mecánica” (Wertheimer, 1959), (ambos citados en Mayer, 1983).

Este modelo pone su énfasis en el pensamiento *productivo,* en lugar del *reproductivo* del modelo anterior. Ante un problema, la mente activa y reestructura la información hasta *crear* la solución. Por este motivo, se propone el estudio de los procesos mentales, especialmente los implicados en la resolución de problemas novedosos o mal definidos, en los que se ha de aplicar el potencial cognitivo para generar o crear una solución.

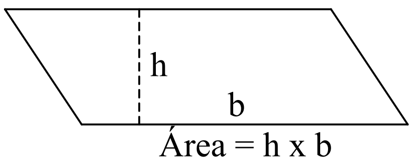
Si en el modelo asociacionista cobraba especial importancia el proceso de ensayo y error para alcanzar la solución, en este modelo va adquirir una especial relevancia el concepto de “insight” (Köhler, 1925, citado en Resnick y Ford, 1981). Este proceso se ha de entender como la rápida comprensión de la estructura del problema, que permite establecer una meta y llegar a una solución. El “insight” es fundamental para llegar a la solución del problema. Sin embargo, es una de las partes más vagas de la teoría, pues no especifica cómo surge y se alcanza, dificultando su comprensión científica.

En cambio, una de la mejores implicaciones se encuentra en el campo de la instrucción, al favorecer el aprendizaje por descubrimiento en la resolución de problemas matemáticos. Katona (1942, citado en Pacheco, 1991) defiende la instrucción en la que los sujetos han de comprender las relaciones estructurales entre los elementos de un problema, frente al aprendizaje reproductivo y mecánico del modelo asociacionista-conductista.

Desde esta perspectiva, Wertheimer (1959, citado en Mayer, 1983) comprueba experimentalmente la eficacia de este modelo de aprendizaje. Los alumnos que aprenden el área del paralelogramo por comprensión, poniendo el acento en la propiedad geométrica o estructural, llegan más fácilmente a la solución que los que aprenden sólo la aplicación memorística de la fórmula. (Véase en el cuadro 3.8, cómo el triángulo del extremo izquierdo se puede colocar en el derecho, reestructurando la figura y formando un rectángulo). Además, también se pudo comprobar que el método comprensivo mejora la capacidad para transferir los aprendizajes a otras situaciones novedosas. Por ejemplo, los sujetos que habían aprendido por comprensión eran capaces de calcular áreas de paralelogramos y formas poco usuales, mientras que los alumnos del modelo mecánico decían, frecuentemente, que ese tipo de ejercicios no los habían estudiado.



El método de comprensión permite a los estudiantes ver las relaciones estructurales del paralelogramo y comprender el cálculo de su área.



El método de memorización sólo enseña a trazar la perpendicular y aplicar la fórmula memorizada.

Cuadro 3.8: Dos enfoques para hallar el área del paralelogramo según Wertheimer (basado en Mayer, 1983)

Con respecto al valor de la experiencia, observamos dos valoraciones diferentes:

- Para algunos autores, la experiencia pasada, entendida como aplicación reproductiva de hábitos, puede tener un efecto entorpecedor en los procesos de resolución productiva. Duncker (1945) utiliza el término de "*fijeza funcional*" y Bartlett (1958) el de *"transferencia negativa"* para explicar el papel entorpecedor que observan en sus estudios experimentales (ambos autores citados en Mayer, 1983). En el problema criptoaritmético: "DONALD + GERELD = ROBERT" (en que hay que sustituir las letras por números para que se cumpla la ecuación, sabiendo que D=5 y que a cada letra corresponde un número del 0 al 9), Bartlett comprobó que la dificultad para resolverlo residía en los métodos aprendidos para sumar y restar (de derecha a izquierda), llevando a los sujetos a utilizar un proceso de ensayo y error.

- Sin embargo, Maier (1945, citado en Sternberg, 1982) encuentra en la experiencia previa una fuerte evidencia de *transferencia positiva* que mejoraba la resolución de los problemas. Plantea varios problemas en los que se han de utilizar palos, cuerdas, y abrazaderas. Por ejemplo: colgar una cuerda del techo de la habitación sin dañarlo. En estos problemas, comprueba cómo los sujetos sin experiencia sólo lo resuelven correctamente el 24%, mientras que los que ya han resuelto problemas similares lo hacen correctamente el 48%, cuando no tienen presente las soluciones de anteriores problemas, y el 72%, cuando tienen presente alguna solución anterior. Estas aportaciones también se han verificado desde las teorías del procesamiento de la información, comprobando que el uso de las estructuras de conocimiento, almacenadas sobre determinados tipos de problemas, facilitan su resolución.

Fases en la resolución de problemas:

La Gestalt considera que para resolver los problemas es fundamental dirigirse hacia la consecución de una meta y no quedarse en el mero proceso de ensayos y errores. Consecuentemente, pone un énfasis especial en delimitar las fases que son necesarias para la resolución de un problema.

Wallas (1926, citado en Schoenfeld, 1985) observa cuatro estadios:

- ***Preparación***: Implica la recopilación de la información y los intentos preliminares de solución.

- ***Incubación***: Supone dejar el problema de lado para realizar otras actividades.

- ***Iluminación***: Fase en la que aparece la clave para la solución, produciéndose el destello del "insight".

- ***Verificación***: Fase final en la que se comprueba la solución para estar seguros de que funciona.

Estos estadios surgen de las observaciones previas a la fase de experimentación psicológica y están basados en las introspecciones, realizadas por Wallas y otros autores, acerca de lo que se piensa en la resolución de un problema.

Posteriormente, Polya (1957), influenciado por las ideas del modelo gestaltista y basándose en sus observaciones directas como profesor de matemáticas, considera que son necesarias las siguientes fases:

- ***Comprensión del problema:*** Se reúne información mediante preguntas como: ¿cuál es la incógnita, ¿cuáles son los datos?, ¿cuál es la condición?...

- ***Elaboración de un plan:*** Es la fase donde aparece el "insight". El sujeto utiliza la experiencia pasada para encontrar un método de solución y se pregunta: ¿conozco algún problema relacionado o semejante?, ¿puedo resolverlo utilizando mis conocimientos y experiencia pasada? (trabajando hacia atrás), o ¿puedo reordenar los datos de una nueva forma para que se relacione con mi experiencia pasada?, ¿puede enunciarse el problema de forma diferente? (trabajando hacia adelante).

- ***Puesta en marcha del plan:*** Requiere que el sujeto ponga en práctica el plan elaborado comprobando cada uno de los pasos.

- ***Visión retrospectiva o reflexión:*** El sujeto comprueba el resultado utilizando otro método o viendo cómo todo encaja, y se pregunta: ¿puedo utilizar este resultado o este método para resolver otros problemas?.

Duncker (1945, citado en Mayer, 1983) analiza los estadios de resolución de problemas empíricamente. Plantea un problema y pide al sujeto que le informe, en voz alta, sobre el proceso que sigue su pensamiento. Con esta metodología observó varios procesos básicos:

- ***Solución funcional o valor:*** En primer lugar, se plantean soluciones generales o funcionales y posteriormente soluciones específicas.

- ***Reformulación o recentramiento:*** La solución del problema incluye estadios sucesivos de reformulación o reestructuración del problema, creando soluciones parciales que a su vez crean nuevos problemas más específicos.

- ***Sugerencia desde arriba:*** Implica reformular el objetivo para volverlo más cercano a los datos. Este proceso es similar al descrito por Polya como *trabajando hacia atrás*.

- ***Sugerencia desde abajo:*** Implica reformular los datos para que estén más estrechamente relacionados con el objetivo. Viene a coincidir también con el proceso que Polya denomina *trabajando hacia adelante.*

En resumen, consideramos que los guestaltistas aportan varias ideas prácticas para el estudio del pensamiento y los procesos de resolución de problemas, como la distinción entre el pensamiento productivo y reproductivo, la idea de que el pensamiento se produce por etapas y el concepto de reorganización, como estrategia básica para resolver los problemas. Sin embargo, se presenta como una teoría demasiado imprecisa para ser comprobada y verificada empíricamente.

3.4.3 Teorías basadas en el modelo del procesamiento de la información.

En este apartado, más que una teoría, analizamos una serie de técnicas que facilitan el estudio de los procesos de resolución de problemas. Aunque el paradigma del procesamiento de la información es cercano a una teoría unificada sobre la cognición, al no presentar un núcleo integrador que unifique sus partes, es más apropiado considerarlo como un modelo explicativo, útil en el estudio y la comprensión del pensamiento humano.

El modelo del procesamiento de la información se genera a partir de dos acontecimientos: el rápido desarrollo de la cibernética y las computadoras, que permiten la creación de programas con procesos de realimentación, y la concepción de que el pensamiento humano puede funcionar como una máquina compleja, similar a un programa de computadora.

Inicialmente, cada grupo de autores explica la resolución de problemas en función de sus ensayos experimentales.

Miller, Galanter y Pribram (1960) ejemplifican el proceso de realimentación que se ha de seguir para realizar la operación de clavar un clavo. Al proceso básico de esta acción le denominaron "TOTE" (Test-Opera-Test-Exit). Consiste en realizar una prueba inicial y comprobar la diferencia entre el estado actual y el deseado final. Si difieren, se le aplica una operación para reducir diferencias y se vuelve a comprobar nuevamente el estado. Con esta secuencia de operaciones, se llega al estado final, en el que el clavo se ha clavado totalmente.

Los TOTEs son los elementos básicos de los comportamientos más complejos, que se explicarían en función de una organización jerárquica de TOTEs simples. De esta forma, el TOTE de clavar un clavo, junto con otros como atornillar, ensamblar, lijar, barnizar, etc., pueden formar parte de un plan más amplio (la construcción de un armario) y éste, a su vez, incluirse en otros más amplios (la confección del mobiliario de una habitación).

El método de estudio consiste en presentar a los sujetos un problema y pedirles que describan su pensamiento mientras lo resuelven. Analizando los protocolos de varios sujetos, se pueden deducir los procesos mentales que se siguen para resolver un determinado problema. Posteriormente, estos procesos se pasan a un programa informático que permite verificar la eficacia del programa y hasta qué punto el protocolo del ordenador es igual al del ser humano. Si la concordancia es máxima, se puede concluir que el pensamiento humano es similar al programa y, si es discordante, nos da información sobre las partes que hay que modificar para conseguir la máxima aproximación.

Simon (1978a), considerado como pionero en el paradigma del procesamiento de la información, señala que la simulación de estrategias por computadora tiene más éxito en los problemas que denomina "MOVE" o problemas con estado inicial y final bien definidos, y un conjunto de operadores precisos que permiten los movimientos necesarios para resolverlos. En estas situaciones, es preciso aplicar unos *operadores* (movimientos permitidos) a los *estados del problema* o descripciones mentales que el sujeto hace en cada una de las fases de su resolución.

En estos procesos de resolución, se han de tener en cuanta tres componentes:

- ***El entorno de la tarea***, constituido por el problema que se quiere resolver.
- ***El sistema de procesamiento de la información*** o persona que resuelve el problema.
- ***El espacio del problema*** o representación interna en el sujeto que lo quiere resolver.

Ernst y Newell (1969) describen la actividad mental del proceso de resolución, considerando al problema como activador de un "traductor cognitivo" que lo convierte en una representación mental interna y genera las técnicas que conducen a la solución.

Desde este marco conceptual, podemos distinguir dos tipos de procesos mentales básicos: procesos de comprensión o representación interna en la memoria del sujeto que resuelve el problema, y procesos de búsqueda de la solución (Mayer, 1983 y 1987, y Pacheco, 1991).

3.4.3.1 Procesos de comprensión o representación interna del espacio del problema.

Comprender el problema implica transformar la información recibida en una representación interna en la memoria del sujeto, e integrarla en un *esquema cognitivo* que permita darle significado.

Cada autor expresa sus propias ideas sobre la concepción de esquema cognitivo, (v. gr., Bartlett, 1958, citado en Mayer, 1983; Greeno, 1978; Cooper y Sweller, 1987; Sternberg, 1982, entre otros), sin embargo, podemos observar las siguientes características comunes:

- Representan una ***estructura general*** que se puede utilizar en una amplia gama de situaciones para ubicar la información recibida.

- Existen en la mente como un ***conocimiento***.

- Se ***organizan en torno a un tema***.

- ***Facilitan la comprensión***, en la medida que contienen huecos que han de ser llenados por la información entrante.

Sánchez Cánovas (1987) amplía estas características, considerando los *esquemas cognitivos* como estructuras mentales que permiten organizar y almacenar, tanto las experiencias pasadas como las futuras.

El proceso comprensivo, facilitado por los esquemas mentales, se le identifica en este modelo como "*representación del espacio del problema*", y supone una de las aportaciones básicas en la resolución de problemas matemáticos (v. gr, Simon, 1978; Greeno, 1978; Mayer, 1983 y 1985, entre otros).

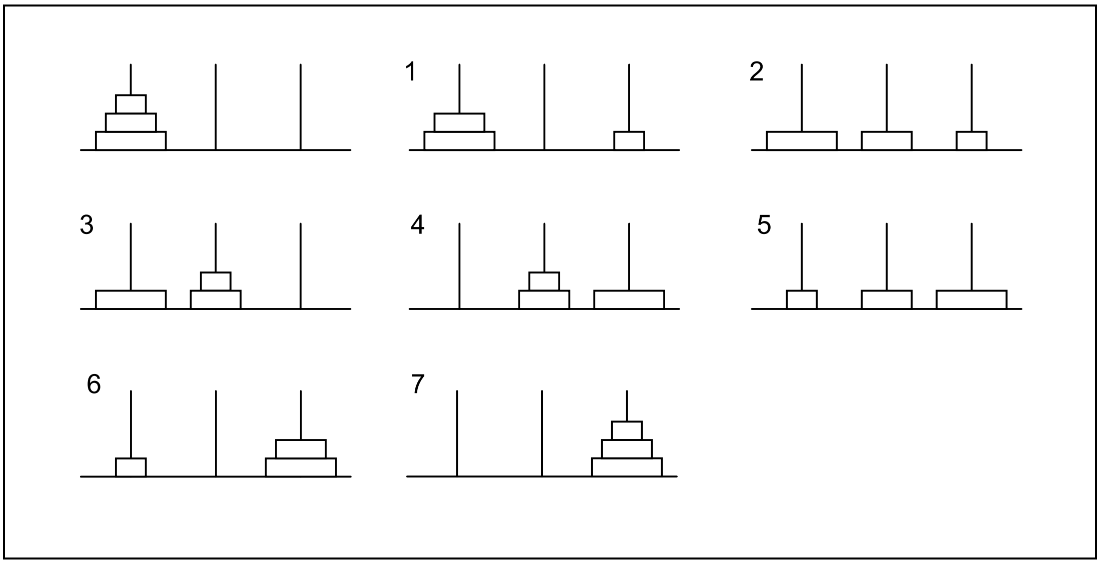
La representación del espacio del problema, en especial de los problemas bien definidos, (torre de Hanoi, misioneros y caníbales, problemas aritméticos, etc.), es fundamental para su comprensión y aplicación posterior de las estrategias de resolución (Sternberg, 1982).

Greeno (1973, citado en Mayer, 1983) utiliza el modelo de la memoria para explicar la representación mental del sujeto. La *memoria a corto plazo* aporta la descripción del problema con sus elementos básicos. Esta información activa la *memoria a largo plazo*, que almacena hechos, algoritmos y heurísticos, en función de la experiencia pasada, y ambas informaciones interactúan en la *memoria operativa,* generando y verificando la solución al problema. En esta línea, las investigaciones de Garrido (1991) y Castejón y Pascual (1988) también vienen a enfatizar el papel de la memoria en la comprensión y resolución de problemas, comprobando cómo la memoria operativa es fundamental en la comprensión de la estructura semántica de los problemas aritméticos.

Para Simon (1978), el espacio del problema se refiere a la representación interna de los siguientes elementos:

- ***Estado inicial*** o fase en la que se representan los primeros datos.
- ***Estados intermedios*** o fases a las que se llega después de aplicar un operador a los datos iniciales.
- ***Estado final*** o situación en la que se logra el objetivo final.
- ***Operadores*** o movimientos legales que se utilizan para pasar de un estado a otro.

Este *espacio de representación mental* se configura por el conjunto de todas las posibles secuencias de operadores que conoce la persona; pero, aunque todas las posibles combinaciones lleven a la solución, no todas adquieren el mismo grado de eficacia. Por ejemplo, el problema de la torre de Hanoi se puede resolver aplicando sólo 7 operadores, considerado el proceso más eficaz, o aplicar secuencias más largas con movimientos inútiles que también permiten llegar a la solución deseada (véase en el cuadro 3.9).



Cuadro 3.9: Mínimo número de pasos para resolver el problema de la torre de Hanoi

Schoenfeld (1982) estudia las diferencias en la ejecución de problemas matemáticos entre expertos y novatos, observando que las diferencias se localizan en la diferente percepción de los problemas. Los expertos perciben la *estructura profunda,* basada en los principios y conocimientos que fundamentan el problema, mientras que los novatos sólo se fijan en la *estructura superficial*, basada en su apariencia y características generales. También comprueba que, mediante entrenamiento específico, se pueden adquirir los conocimientos que permiten percibir la estructura profunda, disminuyendo las diferencias observadas inicialmente.

Igualmente, Chi y Glaser (1985) explican las diferencias en la representación del problema por los conocimientos adquiridos anteriormente y su estructuración en la memoria del sujeto. Observan que los sujetos principiantes representan los problemas de física en función de sus características superficiales, debido a su falta de conocimientos específicos. Sin embargo, los expertos aplican los principios físicos aprendidos, llegando a la representación y resolución de forma más rápida.

Por otro lado, Kotovsky y Simon (1990) comprueban que la dificultad para representar los problemas aritméticos está directamente relacionada con el número de operadores que se han de aplicar. Cuantos más operadores son necesarios para llegar al estado final, mayor es la exigencia cognitiva y más difícil se hace la representación interna. Pero estas dificultades se pueden superar, utilizando procedimientos algorítmicos que automaticen las reglas y los operadores.

3.4.3.2 Procesos de búsqueda de soluciones al problema.

Para llegar a la solución del problema se utilizan dos tipos de recursos cognitivos: *conocimiento de los procedimientos operativos* y *planes de acción* que guían la aplicación concreta de las operaciones que se han de aplicar.

a) Conocimiento de los procedimientos operativos:

Los procedimientos operativos se entienden como operaciones mentales o "sistemas de producción" que llevan directamente a la solución del problema. El éxito para solucionar los problemas depende, en buena parte, del grado de automatización de estos procedimientos. En la medida que se automatizan en la mente, se liberan recursos para prestar más atención a otros aspectos del problema, facilitando, así, su solución (v. gr., Schiffrin y Dumais, 1981; Anderson, 1980 y Gagne, 1983).

Para Sternberg (1985c), los procesos de automatización mental facilitan la resolución de los problemas y, además, son buenos indicadores del grado de experiencia e inteligencia.

Lindsay y Norman (1972) estudian específicamente la resolución de problemas aritméticos, concretando los procedimientos operativos en dos modalidades:

- ***Hechos*** o proposiciones básicas memorizadas que resuelven el problema de forma inmediata. Por el ejemplo, ante la cuestión "¿cuánto es 5x4?", se responde con el producto memorizado "20".

- ***Algoritmos*** o aplicación de una serie de reglas, anteriormente aprendidas, que generan la solución automática en la nueva situación. Para hallar la solución a 356x235, aplicamos el algoritmo de la multiplicación.

El concepto de algoritmo surge del ámbito matemático y es muy utilizado en las tareas informáticas, pasando de este campo al de la psicología cognitiva. Landa (1974) distingue tres propiedades básicas en los algoritmos:

- ***Especificidad*****:** Produce la solución correcta y precisa, cuando nos encontramos ante datos idénticos a otros problemas anteriores. Esta característica permite su aplicación tanto en personas como en máquinas.

- ***Generalidad*****:** Un algoritmo se considera un método general para resolver problemas de la misma clase.

- ***Resultado empírico:*** Se obtiene al aplicar el algoritmo a los datos del problema.

Groen y Parkman (1972, citados en Mayer, 1985) analizan los tiempos de respuesta en niños y adultos ante el cálculo de sumas elementales del tipo "m + n", observando tres procesos algorítmicos:

- ***Enumeración completa*****:** Supone contar desde cero un sumando y continuar con el siguiente. En la suma de 2+3, se cuenta "1,2" y se continúa con "3,4,5".

- ***Enumeración de continuación general*****:** Supone comenzar a contar desde el primer sumando. En el ejemplo anterior, el contador se pone en “2” y se continúa con “3,4, 5”.

- ***Enumeración de continuación “Mini”*****:** En realidad se trata de una variante del proceso anterior, pues supone comenzar a contar desde el sumando mayor hasta llegar al número de unidades que contiene el menor. En el ejemplo citado, el contador se pone en “3” y se continúa con “4, 5”.

En este mismo ámbito, Resnick (1976) también estudia la utilización de tres modelos agorítmicos para las operaciones de sustracción elementales del tipo “m-n”:

- ***Incremento*****:** Se cuenta desde “n” hasta llegar a “m”.

- ***Diminución*****:** Se cuanta hacia atrás “n” unidades, comenzando en “m”.

- ***Elección*****:** Se selecciona uno u otro proceso en función del que resulte más rápido. Por ejemplo: en “7-2”, se elegiría el modelo de *disminución* y, en “7-5”, el de *incremento*.

b) Procedimientos generales o heurísticos:

Las estrategias generales son entendidas como procesos cognitivos conscientes que planifican, dirigen, controlan y evalúan los procedimientos que llevan a la solución del problema. En otras palabras, proporcionan un método para llegar al estado final o solución del problema, mediante la consecución de sucesivas submetas.

Lindsay y Norman (1972) y Garrido (1991) identifican las estrategias generales como heurísticos, entendiéndolos como *procesos generales de* *acción* que guían y facilitan la resolución del problema, pero no garantizan su solución.

Mayer (1981a y 1983) analiza varios estudios de Schoenfeld y Rubinstein, en donde se enseñan heurísticos para resolver problemas matemáticos. Estas estrategias vienen a configurar una parte importante del campo metacognitivo y facilitan el conocimiento algorítmico, esquemático y lingüístico-semántico. Sternberg (1982), como expusimos en el capítulo anterior, también coincide en esta consideración, señalando la importancia de los procesos ejecutivos o metacomponentes en las estrategias de resolución de problemas.

Schoenfeld (1987) pone el énfasis en las estrategias de dirección y supervisión (conocimiento metaestrategíco) que permiten usar, controlar y planificar las estrategias que se han de utilizar. Desde esta perspectiva, considera que las dificultades en la resolución de problemas matemáticos residen en la enseñanza de estrategias generales, descuidando las estrategias concretas de dirección sobre el cuándo y cómo aplicarlas.

Brown y Burton (1978) estudian, más específicamente, los procesos internos que surgen en la mente y concretan en 6 las destrezas metacognitivas que facilitan la resolución de los problemas matemáticos:

- Identificar el problema.
- Predecir los límites y posibilidades para su resolución.
- Tener conciencia de las estrategias apropiadas.
- Planificar el uso de estas estrategias.
- Dirigir y supervisar su uso.
- Evaluar la eficacia de su aplicación.

Un amplio grupo de investigadores (v. gr. Ernest y Newell, 1969; Newell y Simon, 1972; Hayes, 1980; Mayer, 1983; Owen y Sweller, 1985; Bassock, 1990; entre otros) estudian algunos de los heurísticos más utilizados para llegar desde el estado inicial al final, como:

- Ensayo y error al azar.
- Subir la cuesta.
- Análisis de medios y fines.
- Razonamiento analógico.
- Simplificación.

El ensayo y error al azar consiste en aplicar cualquier operador legal hasta llegar al estado final. Con esta estrategia se aplican muchos movimientos inútiles. En condiciones normales, no se puede valorar como un procedimiento eficaz para la resolución de problemas complejos. Sin embargo, puede dar buenos resultados ante problemas muy novedosos o cuando el sujeto se encuentra en un estado de mucha presión interna, teniendo bloqueadas otras estrategias más adecuadas (Hayes, 1980).

Subir la cuesta implica un grado más de sistematicidad en la estrategia anterior, aunque conserva parte de su simplicidad. Se trata de avanzar desde el estado actual al final, evaluando el estado que se conseguirá al aplicar un determinado movimiento y eligiendo el que más se acerque a la solución del problema. Resulta eficaz en problemas en los que los movimientos siguen una secuencia de continuidad, como en los problemas matemáticos. Sin embargo, disminuye su eficacia ante problemas que, ocasionalmente, requieren un alejamiento de la meta. En el problema de la torre de Hanoi, se ha de pasar el disco pequeño de la clavija tres a la dos, y de ésta a la primera para resolver eficazmente el problema, pudiéndose valorar esta situación como un alejamiento de la solución (véase en el cuadro 3.9). Para este tipo de problemas, podríamos calificar la estrategia de miope, pues se fija en situaciones demasiado locales, perdiendo la visión general del proceso.

El análisis de medios y fines pretende conservar la simplicidad de la búsqueda al azar y el orden de subir la cuesta, sin el desperdicio de movimientos de la primera y la miopía o estancamiento local de la segunda.

La estrategia consiste en trabajar siempre en un objetivo por movimiento. Ante un determinado estado, se establece el objetivo de lograr el estado final y, si no se puede lograr directamente, se van estableciendo subobjetivos para ir eliminando estas barreas. En cada situación, se plantean tres interrogantes: ¿cuál es el objetivo?, ¿qué obstáculos hay? y ¿qué operadores se han de utilizar para superarlos? (Newell y Simon, 1972).

Esta estrategia puede ser utilizada en dos modalidades: "trabajando hacia delante" y "trabajando hacia atrás". La primera parte de los datos iniciales y pretende llegar al estado final mediante la aplicación de unos movimientos u operaciones legales. La segunda, más utilizada en problemas que requieren un elevado número de movimientos, consiste en partir de la meta y llegar al estado inicial. Por ejemplo, en los conocidos problemas de laberintos, con infinidad de caminos que se dirigen a la meta, resulta más fácil encontrar el camino comenzando por el final.

El análisis de medios y fines ha tenido mucha aceptación, pues se considera cercano al proceso que seguimos los seres humanos en las situaciones de resolución de problemas, especialmente en las que están bien definidas. Además, las características de la estrategia ha facilitado su aplicación a las simulaciones del pensamiento humano por computadora. Uno de los programas más generalizado y mejor conocido es "solucionador general de problemas" o GPS (General Problem Solver) de Ernest y Newell (1969, citado en Mayer, 1983), creándose para demostrar que es posible explicitar los procedimientos generales de resolución de problemas en un programa de computadora.

El GPS almacena en su memoria una tabla de conexiones para cada uno de los posibles estados de un determinado tipo de problema, y una lista de la distancia que existe entre dos estados cualesquiera. Para resolver el problema, el "solucionador" lo divide en subobjetivos y, a continuación, los va alcanzando mediante la aplicación de los operadores programados para cada uno de ellos.

Ante un problema, el programa GPS sigue los siguientes pasos:

- Traduce el problema en estado inicial, final y operadores que hay que aplicar.
- Guarda la tabla de conexiones que le indica la diferencia entre los estados.
- Divide el problema en una jerarquía de objetivos y subobjetivos para llegar a la solución.
- Aplica las técnicas de resolución de problemas mediante el principio de análisis de medios y fines, reduciendo la diferencia entre el estado actual y el del siguiente subobjetivo.
- Una vez conseguido el subobjetivo anterior, se dirige hacia el siguiente, hasta solucionar el problema.

Todo el proceso esta presidido por un proceso "ejecutivo" que determina el orden de aplicación de los operadores y cambia la estructura de objetivos, si la opción elegida no funciona.

A pesar de ser una estrategia muy utilizada, sin embargo, algunos autores como Owen y Sweller (1985) y Sweller (1989) argumentan que su utilización no favorece la adquisición de esquemas cognitivos y la automatización de reglas. Esta característica se debe a la exigencia de poner en funcionamiento una fuerte carga cognitiva, teniendo que atender a muchos aspectos del problema (estado inicial, final, submetas, operadores adecuados, y supervisión del proceso).

Cooper y Sweller (1987) también señalan que la falta de adquisición de esquemas y automatismos dificulta la transferencia de las estrategias de resolución a otros problemas. Por este motivo, proponen el entrenamiento en problemas ya resueltos, como un buen recurso para facilitar la adquisición de los esquemas y automatismos que llevan, de forma eficaz, a la solución.

El razonamiento analógico se considera como un proceso general de resolución que interactúa con los anteriores. Está basado en la aplicación de los conocimientos adquiridos en la experiencia previa para solucionar problemas parecidos (Bassock, 1990, citado en Anaya Nieto, 2002). Este razonamiento es muy útil, especialmente ante los problemas mal definidos, porque facilita su reformulación en problemas conocidos. La efectividad del razonamiento analógico depende de los aprendizajes previos acumulados por el sujeto. A mayores conocimientos, mayor es la posibilidad de resolver analógicamente nuevos problemas, siendo este el factor principal de la ventaja entre expertos y novatos (Ross y Kennedy, 1990).

Las estrategias de simplificación están basadas en la construcción y resolución de problemas similares más sencillos, y son especialmente útiles para resolver problemas complejos. Al simplificar los elementos del problema, la información se retiene mejor en la memoria de trabajo, percibiendo con más claridad los operadores que se han de aplicar para llegar al estado final. En muchos problemas de matemáticas y en la propia investigación científica, se aplica este heurístico, facilitando la resolución de los complejos problemas que nos presenta la realidad (Garrido, 1991).

3.4.4 Teoría de Mayer, basada en procesos y conocimientos específicos.

Mayer (1982, 1983, 1985 y 1987), desde el modelo del procesamiento de la información, sistematiza buena parte de las aportaciones que hemos expuesto y propone un modelo de resolución de problemas matemáticos, basado en los procesos de ***comprensión y solución***, en los que intervienen cinco campos específicos de conocimiento: ***lingüístico, semántico, esquemático, estratégico y operatorio.***

Para resolver problemas matemáticos de narración, como el siguiente que propone Mayer (1985): *"Una barca a motor viaja corriente abajo durante 120 minutos con una corriente de 8 Km. por hora. En el mismo viaje de regreso, corriente arriba, tarda 3 horas. Hallar la velocidad de la barca en aguas tranquilas"*, es necesario que se produzcan dos procesos mentales:

En primer lugar**,** un ***proceso de comprensión*** que lleve a la representación interna del problema, ***traduciéndolo e integrándolo*** en las estructuras cognitivas del sujeto. A su vez, para realizar este proceso, se requieren tres tipos de conocimientos específicos:

- ***Conocimiento lingüístico*** de la lengua en que está redactado el problema para entender las palabras que lo conforman.

- ***Conocimiento semántico*** para comprender los hechos que se comunican. En este caso, se ha saber que 120 minutos son dos horas, que los ríos tienen corriente abajo y arriba, etc.

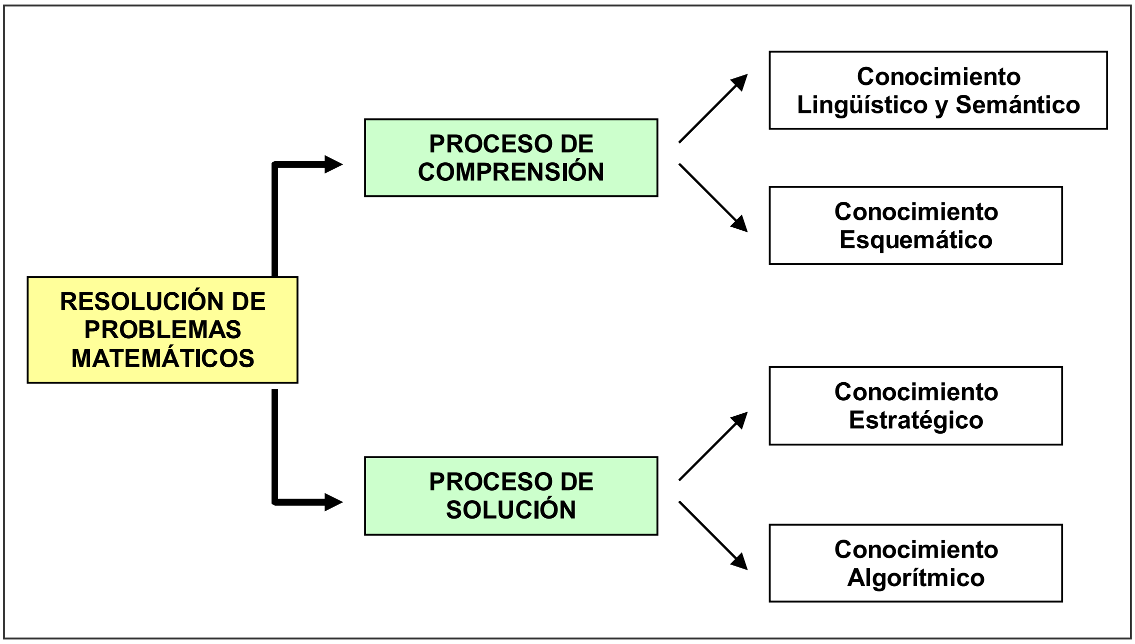
- ***Conocimiento esquemático*** que le permita integrar el problema en una estructura cognitiva y saber lo que ha de hacer para resolverlo. En este ejemplo, tiene que conocer el esquema de "*espacio = velocidad x tiempo"* y el esquema mental de los problemas de *"corrientes"* que le permitirá crear la ecuación representativa del problema: *(velocidad del barco + velocidad de la corriente)* x *(tiempo corriente abajo) = (velocidad del barco – velocidad de la corriente)* x *(tiempo corriente arriba).*

En segundo lugar, una vez que se ha traducido e integrado el problema en la estructura cognitiva del sujeto, se ha de dar un ***proceso de solución*** que *planifique, organice, aplique y evalúe* las operaciones necesarias. Para ello, también se requieren otros dos conocimientos específicos:

- ***Conocimiento operatorio o algorítmico*** que realice las operaciones que son necesarias para resolver el problema. Así, en el ejemplo anterior, se han de dominar las operaciones básicas de cálculo aritmético (suma, resta y división) y algebráico (operar con paréntesis y despejar la incógnita).

- ***Conocimiento estratégico*** que planifique, secuencie, dirija y evalúe los distintos tipos de conocimientos: lingüístico-semánticos, esquemáticos y algorítmicos.

En el cuado 3.10 representamos la estructura de los procesos y conocimientos específicos, implicados en la resolución de problemas matemáticos, según este modelo.



Cuadro 3.10: Procesos y conocimientos implicados en la resolución de problemas (basado en Mayer, 1985)

Estos conocimientos específicos se han estudiado en múltiples investigaciones, realizadas en este ámbito, observando las siguientes características:

3.4.4.1 Traducción de las proposiciones y su representación mental mediante el conocimiento lingüístico-semántico.

Para analizar los procesos de traducción, se presentan problemas con tres tipos de proposiciones (Mayer, 1982):

- ***Proposiciones de asignación***, en las que se especifica el valor de la variable, por ejemplo: "Pedro tiene 125 ptas".
- ***Proposiciones de relación,*** que expresan una relación cuantitativa entre dos variables, por ejemplo: "Juan tiene 18 ptas. más que María".
- ***Proposiciones interrogatorias***, solicitando el valor numérico de una variable, por ejemplo: "¿Cuánto dinero tiene Juan?".

En estas investigaciones se ha comprobado que las proposiciones más difíciles de recordar y traducir son las *relacionales*, y que la estructura proposicional del texto tiene una gran influencia en la traducción y representación interna del problema.

Delarrosa, Kintsch, Reusse y Weimer (1988) comprueban que la dificultad para resolver muchos problemas está en el empleo de estructuras lingüísticas, poco adecuadas al conocimiento y madurez conceptual de los niños. Igualmente, varios autores (Carpenter y Moser, 1982; De Corte y Verchaffell, 1987; Riley y Greeno, 1988; entre otros) observan cómo los problemas de comparación son más difíciles de resolver que los de combinación.

Los programas de ordenador "STUDENT" de Bobrow (1968, citado en Mayer, 1982) y "UNDERSTAND" de Hayes y Simon (1974, citados en Mayer, 1983) también ponen de manifiesto que las proposiciones *relacionales* son las más difíciles de pasar a ecuaciones en un programa informatizado.

Para superar estas dificultades, Polya (1957) y Mayer (1987) recomiendan emplear un lenguaje adecuado al nivel madurativo del sujeto, enunciar los datos y la meta del problema con otras palabras, y representarlo de forma gráfica.

3.4.4.2 Comprensión del problema mediante el conocimiento esquemático.

Para comprender el problema, además del conocimiento lingüístico y semántico, es necesario un conocimiento esquemático que integre la información en la estructura de conocimientos almacenada en la memoria.

Hayes (1980) y Mayer, Larkin y Kadame (1984) comprueban que las dificultades para comprender los problemas se localizan, básicamente, en la capacidad de los sujetos para categorizarlos. Comprender un problema implica integrarlo en una categoría o conocimiento esquemático.

Lewis y Anderson (1985) y Berger y Wilde (1987) observan las diferencias que presentan los expertos y principiantes en la resolución de problemas con narración. Mientras que los primeros recuerdan fácilmente las categorías y estructuras de los problemas verbales, los menos habilidosos sólo recuerdan detalles poco significativos y superficiales.

Desde esta perspectiva, la dificultad para resolver problemas puede estar más relacionada con la falta de esquemas apropiados, que con una carencia de aptitudes aritméticas o lógicas.

Para ampliar el conocimiento sobre los esquemas que más se utilizan en los problemas escolares, Mayer (1981b) analiza cerca de 2.000 problemas de los libros de texto de las escuelas secundarias de California, y los clasifica en 20 categorías generales. Dentro de esta clasificación, distingue los esquemas de *alta frecuencia*, con índices de presencia iguales o superiores a 25 veces por mil, y problemas de *baja frecuencia*, con una frecuencia de menos de 4 veces por mil. También comprueba que los problemas de alta frecuencia contenían pocas proposiciones relacionales, lo que puede facilitar la representación y retención en la memoria.

Los procesos de comprensión se pueden mejorar enseñando a los alumnos problemas tipo, y diferenciando la información básica de la irrelevante que les permita clasificarlos en categorías (Lewis y Anderson, 1985, y Mayer, 1987).

3.4.4.3 Planificación del proceso de resolución mediante el conocimiento estratégico.

Una vez que se ha comprendido el problema, mediante la integración en un esquema cognitivo, es necesario un conocimiento estratégico que planifique los procedimientos y las operaciones que se han de realizar. Este conocimiento controla los diferentes tipos de conocimientos que permiten avanzar desde el estado inicial al final. La estrategia representa la técnica general para resolver el problema y, aunque no garantice la solución, constituye una guía fundamental.

El conocimiento estratégico puede ser muy amplio y complejo en función de múltiples factores: edad, experiencia, conocimientos específicos, nivel madurativo, motivación, etc. Algunos autores han analizado este conocimiento en la resolución de problemas concretos, como Bundy (1976, citado en Mayer, Larkin y Kadame, 1984) que sugiere tres procedimientos básicos para resolver ecuaciones mediante un sistema informatizado:

- ***Atracción*:** Reordena las dos instancias de lo desconocido en una única instancia de lo desconocido. Por ejemplo: en la ecuación “2R + 16 = 3R – 24”, se pasa a “16 = 3R – 2R – 24”.

- ***Reunión:*** Las dos instancias de una incógnita se convierten en una. En la ecuación anterior, se pasa de “16=3R–2R–24” a “16=R–24”.

- ***Aislamiento:*** Se pasan todos los números al mismo lado de la ecuación. De "16 = R – 24" se pasa a " 16 + 24 = R".

Sin embargo, en la práctica no siempre se sigue esta estrategia y se utilizan infinidad de procedimientos para resolver las ecuaciones, como se puede comprobar en el estudio que hace Lewis (1981) con estudiantes universitarios.

Mayer, Larkin y Kadame (1984) consideran que la mayor parte de los procedimientos para resolver ecuaciones se pueden resumir en dos generales:

- ***Procedimiento de reducir*** que pretende hacer menos compleja la ecuación, realizando todas las operaciones aritméticas indicadas.

- ***Procedimiento de aislar*** que trata de poner todas las incógnitas en un lado del signo igual y los números en el otro.

Polya (1957), como expusimos anteriormente en este capítulo, hace un profundo estudio sobre el conocimiento estratégico que se utiliza en la resolución de problemas matemáticos, sistematizándolo en dos procesos básicos:

- ***Trabajando hacia atrás,*** mediante la utilización de algún problema que sea parecido o algún teorema que pueda ser útil para su resolución. Es decir, utilizando los conocimientos anteriores que se relacionan con el problema. Para ello, el alumno se hace preguntas del tipo: *¿conozco algún problema relacionado o semejante?, ¿puedo resolverlo utilizando mis conocimientos y experiencia pasada?,* etc.

- ***Trabajando hacia delante,*** reformulando los datos del problema de otra forma para que relacione con los conocimientos del alumno. En este caso, se plantean preguntas similares a estas: *¿puedo formular* *los datos del problema de una nueva forma para que se relacione con problemas que conozco?, ¿puede enunciarse el problema de forma diferente?*, etc.

En una gran parte de las investigaciones analizadas, observamos cómo los expertos suelen utilizar estrategias de trabajo hacia delante, reformulando el problema para que se relacione con sus esquemas cognitivos; mientras que los principiantes utilizan más las estrategias de funcionamiento hacia atrás y las de análisis de medios y fines (Owen y Sweller, 1985; Mayer, Larkin y Kadame, 1985; y Sweller, 1989)

Por otro lado, la continua práctica docente nos demuestra que la planificación y el control se pueden mejorar ejercitando a los alumnos en el estableciendo submetas, e identificando y secuenciando las operaciones que son necesarias para resolverlo.

3.4.4.4 Ejecución de estrategias mediante el conocimiento operatorio.

Para llegar a la solución concreta del problema, el sujeto ha de saber aplicar los algoritmos aritméticos y algebraicos que son necesarios. Los algoritmos, como hemos señalado, son procedimientos exactos para llevar a cabo una tarea. En el caso del problema de la barca a vapor, será preciso que el alumno domine los algoritmos de suma, resta, división, y despejar la incógnita en una ecuación.

La dificultad para llegar a la solución exacta puede localizarse tanto en el desconocimiento de los algoritmos, como en el conocimiento defectuoso de los mismos y distracciones accidentales. Esta última situación tiene una alta incidencia en los procesos de resolución de nuestros alumnos.

En este sentido, Brown y Burton (1978) especifican algunos de los fallos más frecuentes en la resta de tres dígitos, utilizando un programa de computadora llamado BUGGY. (véase en la tabla 3.11).

Nº de casos	Situación	Ejemplo	Descripción
57	Pedir al cero	803 -508 395	Al pedir prestado a una columna, cuyo dígito superior es cero, el alumno escribe 9, pero no sigue pidiendo a esta columna.
54	Menor del mayor	253 -118 145	Se resta el dígito menor del mayor en cada columna, sin tener en cuanta la posición
34	Cero menos un número es igual al número y salta sobre cero y pide prestado	304 -75 179	Cuando necesita pedir a la columna cuyo dígito superior es cero, escribe como respuesta el dígito inferior, se salta esta columna y pide a la siguiente.
10	Cero menos un número es igual al número	140 -21 121	Cuando el número superior es cero, escribe el dígito inferior como respuesta
10	Saltar sobre cero y pedir prestado	304 -75 139	Cuando necesita pedir a un columna cuyo dígito superior es cero, se salta esta columna y pide a la siguiente.

Tabla 3.11: Resumen de los errores en el algoritmo de la resta, evaluados con 1325 alumnos (Brown y Burton, 1978, basado en Mayer, 1983).

Con respecto a los algoritmos algebraicos, Mayer (1982) considera que son necesarias cinco destrezas básicas:

- ***Despejar paréntesis***. En el caso de la ecuación planteada para resolver el problema de la barca a motor: 2(V+8) = 3(V-8), se pasa a: 2V+16 = 3V-24.

- ***Mover la variable***: 16 = 3V-2V-24.

- ***Mover el número***: 16+24 = 3V-2V.

- ***Combinar la variable***: 16+24 = V.

- ***Combinar el número***: 40 = V.

De igual forma que en los algoritmos aritméticos, en la ejecución de los algebraicos también se pueden observar varios errores (Carry, Lewis y Bernard, 1980; Matz, 1980; y las múltiples constataciones que diariamente hacemos en nuestros centros escolares), que cada autor denomina de una forma específica, pero que podríamos clasificarlos en tres categorías:

- ***Errores por cambio de operador***. Se aplica un operador en lugar de otro. Por ejemplo: $\frac{1}{2}=\frac{x-10}{x+5}\rightarrow\frac{x+5}{2(x-10)}$

- ***Errores de aplicación***. Se aplica el operador incorrectamente, generalmente por una falta de conocimiento del algoritmo. Por ejemplo: $x+2(x-1)\rightarrow x^2+3x+2$

- ***Errores de ejecución***. Se produce un error en el proceso de ejecución, generalmente por distracciones. Por ejemplo: $2(x+1)\rightarrow 2x+1$

Para la ejecución correcta de los algoritmos, se propone la *automatización comprensiva* de los mismos, ejercitándolos en la resolución de ejercicios de cálculo aritmético y algebraico. Son varios los autores que consideran la automatización de los algoritmos básicos como un aspecto principal, aunque en algunas ocasiones no es determinante para llegar a la solución correcta de los problemas (Anderson, 1980; Mayer, 1983, 1985, 1987; Gagne, 1983; Cooper y Sweller, 1987; Sweller, 1989; entre otros)

Finalmente, como característica común a todos los modelos de resolución de problemas expuestos, se ha de tener en cuanta la gran importancia que tiene la *motivación* o actitud positiva de los sujetos. Para resolver un problema, no basta con la mera aplicación de conocimientos y operaciones aprendidas, siendo necesario la adopción de una actitud positiva que active el pensamiento creativo y venza la pereza que presentan muchos alumnos ante los problemas de matemáticas. Por este motivo, consideramos fundamental que, además de la enseñanza de conocimientos, procesos y algoritmos, los profesores motivemos a los alumnos en la aplicación de los mismos, ayudando a descubrir su utilidad y la satisfacción interior que produce la resolución de un problema (Pefeiffer; Feinberg; y Gelber, 1987, Alonso Tapia, 1995; Pacheco, 1992, entre otros muchos).

II

DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO EMPÍRICO, ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

4 ESTUDIO EMPÍRICO:

4.1 Descripción de la investigación.

4.1 DESCRIPCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.

4.1.1 Objetivo general de la investigación.

Como hemos expuesto en los capítulos 1º y 2º, la realidad educativa nos está demandando explicaciones y actuaciones para incidir en el bajo rendimiento escolar que presenta un porcentaje significativo de alumnos, especialmente en las áreas más instrumentales, como las matemáticas.

Desde esta perspectiva, recogiendo las aportaciones científicas que hemos expuesto en el capítulo 3, hemos planificado este estudio empírico, con el objetivo general de ***analizar y valorar los procesos cognitivos que intervienen en la resolución de los problemas matemáticos de narración, así como el de otras variables personales y contextuales que también pueden incidir, significativamente, en el desarrollo de esta habilidad, para mejorar las intervenciones educativas, dirigidas a la adaptación curricular que exige el sistema educativo actual.***

Para lograr este objetivo, una parte importante del esfuerzo realizado se ha dirigido a la elaboración y validación de un instrumento que nos facilite la valoración de los procesos cognitivos, implicados en la resolución de los problemas matemáticos.

A continuación, presentamos las hipótesis que nos han guiado en todo el proceso de investigación, así como la planificación y los procedimientos seguidos, describiendo la muestra seleccionada y los instrumentos que hemos elaborado, expresamente, para llevar a cabo este estudio.

4.1.2 Hipótesis de la investigación.

4.1.2.1 Hipótesis general.

En los capítulos anteriores, hemos analizado varios estudios que consideran la capacidad para resolver problemas como una de las manifestaciones más importantes de la inteligencia humana, necesaria para la continua adaptación de la persona a su contexto social y natural (Sternberg, 1982; Feuerstein, 1980; Mayer, 1983; Carretero, 1984; Sánchez Cánovas, 1986; Pellegrino, 1986; Prieto, 1989; Serrano, 1994; Pozo, 1994, entro otros).

Observamos un amplio y variado cuerpo de investigaciones que, a la luz del modelo del procesamiento de la información, explican los procesos mentales que fundamentan esta habilidad. Sin embargo, hay menos estudios referidos al mundo externo del individuo o contextual, cuando es imprescindible para comprender el comportamiento inteligente (subteoría contextual de Sternberg, 1985a). Buena parte de estas investigaciones, planificadas y desarrolladas desde la investigación básica, pretenden verificar los modelos explicativos de la psicología cognitiva y se dirigen, fundamentalmente, a estudiar las estructuras y procesos mentales que están implicados en la resolución de problemas. Por otro lado, las investigaciones operativas analizadas se han llevado a cabo en contextos diferentes a nuestro ámbito educativo, dejando en segundo plano o descuidando otros factores personales, escolares, familiares y sociales.

Por este motivo, basándonos en nuestra propia realidad educativa, hemos desarrollado esta investigación operativa y multifactorial, dirigida tanto al estudio de los factores cognitivos específicos que intervienen en la resolución de problemas, como al de otras variables contextuales que también pueden incidir, significativamente, en el desarrollo de esta habilidad.

Conscientes de que este estudio supone una primera aproximación a esta problemática, especialmente en los primeros momentos de implantación de la LOGSE, y que, posiblemente, nos va a permitir planificar mejor otros estudios futuros en este ámbito, nos proponemos la siguiente hipótesis general exploratoria:

"*La capacidad para resolver los problemas matemáticos, que se derivan de los objetivos propuestos por la LOGSE en el primer ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria, ha de estar relacionada con las siguientes habilidades cognitivas y conocimientos específicos:*

- *El dominio lingüístico-semántico de la lengua en la que están expresados los problemas, como elemento básico para comprender su significado.*

- *El desarrollo de unos esquemas cognitivos que permitan representar el problema mentalmente, integrarlo en una categoría y elegir el planteamiento adecuado de resolución.*

- *El conocimiento de unas estrategias que planifiquen y organicen los pasos del proceso a seguir para llegar desde el estado inicial al final del problema.*

- *El dominio operatorio o algorítmico que permita ejecutar las operaciones necesarias para llegar a la solución de forma precisa.*

Por otro lado, también consideramos que pueden incidir significativamente los siguientes variables personales y contextuales:

- *La habilidad cognitiva para resolver problemas generales, no relacionados con los aprendizajes escolares, valorada mediante el test "D-48" (Anstey, E., adaptado por Pichot, P, 9ª versión castellana, 1988).*

- *La autoestima académica, social, familiar y emocional, expresada en el cuestionario "AFA" (Musitu, G.; García, F. y Gutiérrez, M., 1991).*

- *Los estilos de intelectuales del alumno. planteados por Grigorenko y Sternberg (1992) y expuestos en la investigación de Serrano (1994).*

- *Las características personales (edad, sexo, y condiciones de estudio), el ambiente familiar (nivel de estudios de los padres, tipo de vivienda y el ambiente rural o urbano), y el entorno escolar (2º y 3º de ESO, estabilidad del profesorado, y repeticiones escolares).*

El grado de incidencia de estas variables será valorado por el nivel de significación que se dé entre cada una de ellas y la capacidad demostrada para resolver los problemas planteados.

La validez de los resultados obtenidos se contrastará con el rendimiento académico de los alumnos en el área de matemáticas y otras pruebas estandarizadas de habilidad general y específica en este campo, como el "D-48" y "Badyg-M".

Esperamos que los datos de este estudio nos aporten informaciones valiosas sobre los procesos cognitivos, y los factores personales y contextuales que más inciden en la resolución de los problemas matemáticos, facilitando y mejorando, así, los procesos de orientación escolar y adaptación curricular que demanda el actual Sistema Educativo, como elemento de calidad.

En función de esta hipótesis general, planteamos las siguientes específicas:

4.1.2.2 Hipótesis específica 1:

El desarrollo de la *"habilidad lingüístico-semántica"* (Mayer, 1982), fundamentada en los *componentes de codificación* (Sternberg, 1985a), incide significativamente en la capacidad para resolver los problemas matemáticos, permitiendo al sujeto comprender lo que se solicita en los mismos. Para Polya (1957), la *"comprensión lingüístico-semántica del problema"* representa el primer paso en el proceso de resolución.

Desde estos fundamentos, proponemos la siguiente hipótesis:

"El desarrollo de los componentes cognitivos que fundamentan la comprensión lingüístico-semántica, permitiendo a los alumnos entender, con precisión, lo que se les pide averiguar en los problemas matemáticos de narración, ha de incidir significativamente en la capacidad para resolver los problemas planteados, así como en el rendimiento general de matemáticas".

La determinación del desarrollo alcanzado en esta habilidad se llevará a cabo presentando a los alumnos una serie de problemas, y solicitándoles que indiquen en qué consisten o qué se les pide exactamente. Los problemas se redactarán con un lenguaje comprensible para los adolescentes de 13-16 años, y estarán referidos a los objetivos propuestos por la LOGSE en el primer ciclo de Educación Secundaria Obligatoria.

Las puntuaciones obtenidas en esta fase han de correlacionar positivamente con el rendimiento general en el área de matemáticas y otras pruebas estandarizadas, como el razonamiento verbal de la batería "Badyg_M".

4.1.2.3 Hipótesis específica 2:

Resolver un problema implica, necesariamente, transformar la información lingüístico-semántica en una representación interna, integrándola en una *categoría* o *esquema cognitivo,* que le dé significado y proporcione al sujeto un planteamiento correcto para resolverlo (Greeno, 1978; Hayes, 1980; Sternberg, 1982a; Mayer, 1983 y 1985; Mayer, Larkin y Kadame, 1984; Sánchez Cánovas, 1987, entre otros)

Esta representación interna, que hemos analizado ampliamente en el capítulo 3.4 como "*representación del espacio del problema*", es fundamental para comprender la naturaleza del problema y aplicar las estrategias de resolución (Sternberg, 1982a).

La teoría triárquica de la inteligencia de Sternberg explica este proceso mediante los metacomponentes cognitivos referidos al *"reconocimiento del problema que ha de ser resuelto".* Estos metacomponentes perciben la naturaleza del problema y acceden a la información almacenada en la memoria a largo plazo. Aquí reside una de las mayores dificultades de los alumnos de primaria y primeros cursos de secundaria (Sternberg, 1985a y 1985c).

Polya (1957) identifica esta fase como "*concepción de un plan".* En ella el sujeto ha de utilizar la experiencia pasada que le permitirá identificar el problema y seleccionar el plan adecuado. Este proceso se lleva a cabo mediante sus ya clásicas preguntas: *¿conozco algún problema relacionado o semejante?, ¿puedo resolverlo utilizando mis conocimientos y experiencia pasada?, ¿puedo reordenar los datos de otra forma para que se relacione con mi experiencia pasada?...*

El desarrollo de esta habilidad es uno de los pilares básicos para resolver los problemas matemáticos. Las diferencias entre expertos y principiantes está precisamente en el nivel de *conocimiento esquemático* que les permite identificar el problema y el plan de resolución. Los expertos recuerdan mucho mejor las categorías de los problemas, mientras que los menos habilidosos tan sólo recuerdan los detalles poco significativos (Lewis y Anderson, 1985; y Berger y Wilde, 1987)

En función de estas aportaciones, planteamos la siguiente hipótesis:

"La habilidad cognitiva para identificar la naturaleza de un problema y seleccionar el planteamiento adecuado de resolución (según Polya, concebir un plan y, según Sternberg, activación de los metacomponentes de reconocimiento del problema) ha de incidir significativamente en la capacidad final para llegar a la solución del problema y en el rendimiento general de matemáticas".

Para valorar el grado de madurez alcanzado en estos procesos cognitivos, se presentarán los mismos problemas anteriores, solicitando ahora la selección del plan adecuado para resolverlos. Al ser esta habilidad una de las más difíciles de desarrollar, es probable que obtengamos resultados más bajos que en las otras variables.

Las puntuaciones obtenidas han de correlacionar positivamente con las habilidades manifestadas en las pruebas estandarizadas de aptitud numérica y el rendimiento en el área de matemáticas.

4.1.2.4 Hipótesis específica 3:

Una vez identificado el problema y seleccionado el planteamiento adecuado para resolverlo, es preciso aplicar una serie de estrategias que organicen y evalúen la secuencia de pasos que se han de dar para alcanzar la solución.

En los capítulos anteriores, hemos analizado las estrategias que más se utilizan en los procesos de resolución de problemas (ensayo y error, subir la cuesta, análisis de medios y fines, simplificación...), así como su importancia para llegar al estado final o solución del problema (Newell y Simon, 1972; Hayes, 1980; Mayer, 1983; Owen y Sweller, 1985; Sternberg, 1985c; Sanchez Canovas, 1987; Bassock, 1990; entre otros).

Sternberg y Rifkin (1979) fundamentan estos procesos mentales en los metacomponentes de *"selección de una estrategia para combinar los componentes de orden inferior"*. Estos metacomponentes ordenan los pasos a seguir y conducen al sujeto desde el estado inicial al final del problema. La adecuada selección de las estrategias está muy relacionada con el nivel de instrucción y la edad del sujeto.

De forma similar a los planteamientos anteriores, estas aportaciones nos han llevado a plantear esta hipótesis:

"El desarrollo de las estrategias de resolución que permiten organizar la secuencia de operaciones, desde el estado inicial al final, ha incidir significativamente en el rendimiento general de matemáticas, y en la capacidad para llegar a la solución del problema".

Esta fase se valorará presentando a los alumnos los problemas anteriores, y solicitando ahora que seleccionen la primera operación que es más adecuada para resolverlos. Consideramos que la elección del primer "paso" puede ser un buen criterio para valorar el conocimiento estratégico, pues permite poner de manifiesto el grado de organización y precisión alcanzado en la aplicación de estrategias.

Según los estudios analizados y las continuas observaciones realizadas en las aulas, tanto la selección del plan como la organización de los pasos a seguir representan los procesos más difíciles de desarrollar. Por esta razón, estimamos que es predecible la constatación de esta dificultad en la muestra seleccionada.

Las puntuaciones obtenidas han de correlacionar positivamente con la habilidad para resolver los problemas matemáticos escolares, reflejada en las calificaciones de su historial académico y las puntuaciones obtenidas en las pruebas estandarizadas de aptitud numérica.

4.1.2.5 Hipótesis específica 4:

Resolver un problema matemático exige ejecutar de forma precisa una serie de algoritmos aritméticos y algebraicos.

Los algoritmos son procedimientos exactos para llevar a cabo una tarea. En unas ocasiones, las dificultades se pueden encontrar en el desconocimiento de un determinado algoritmo y, en otras, bastantes frecuentes en el ámbito escolar, en su dominio impreciso o distracciones accidentales (Brown y Burton, 1978; y Carry, Lewis y Bernard, 1980).

La aplicación eficaz de estos procedimientos se logra con la práctica, ejercitándolos en la resolución de ejercicios aritméticos y algebraicos hasta conseguir su automatización. Sternberg (1985c) considera que los procesos de automatización mental, además de facilitar la resolución de los problemas, son unos buenos indicadores del grado de experiencia e inteligencia del sujeto. Por otro lado, un buen número de investigaciones, (Anderson, 1980; Schiffrin y Dumais, 1981; Gagne, 1983; Mayer, 1983; Sweller, 1989; entre otros) también constatan que, en la medida que se automatizan los procedimientos algorítmicos, se facilita su resolución, pues se liberan recursos cognitivos que permiten prestar más atención a otros aspectos del problema.

La teoría triárquica de la inteligencia de Sternberg, expuesta en el capítulo 3.2, fundamenta la correcta resolución del problema en el desarrollo y puesta en marcha de los *componentes de ejecución.*

Teniendo en cuenta este marco de investigaciones y que un porcentaje significativo de alumnos presenta problemas en la ejecución correcta de los algoritmos, proponemos la siguiente hipótesis:

"El desarrollo alcanzado en la ejecución precisa de los procesos algorítmicos, tanto aritméticos como algebráicos, ha de incidir significativamente en el rendimiento general de matemáticas y en las puntuaciones obtenidas en prueba de aptitud numérica de la batería estandarizada Badyg-M".

Para verificar la hipótesis, presentaremos a los alumnos los mismos problemas de las fases anteriores, que ya les resultan familiares, informando ahora sobre el planteamiento adecuado que resuelve el problema y solicitándoles que realicen las operaciones para llegar a la solución.

Las puntuaciones obtenidas han de correlacionar positivamente con el rendimiento general en el área de matemáticas y las puntuaciones obtenidas en las pruebas estandarizadas de aptitud numérica.

La decisión de presentar el procedimiento adecuado de resolución, en esta fase final, responde a tres objetivos:

1º Valorar la incidencia de las fases anteriores, que hemos considerado como procesos básicos en la resolución de problemas, observando el número de alumnos que conocen el planteamiento y el cálculo algorítmico, los que desconocen el planteamiento, pero dominan el cálculo, y los que desconocen ambos procesos.

2º Constatar el desarrollo alcanzado en los *componentes de adquisición de conocimientos*. De esta forma, podremos determinar el índice de alumnos que, desconociendo el plan de resolución en la fase 2, son capaces de asimilar la información presentada en la fase 4 y resolver el problema.

3º Mejorar los aprendizajes de los participantes en la investigación. Consideramos que, después de varias horas de trabajo, a los alumnos les puede resultar enriquecedor aprender a resolver los problemas planteados. Además, las condiciones de motivación, en las que se pretende realizar este estudio, pueden proporcionar un marco apropiado para asimilar estos conocimientos.

4.1.2.6 Hipótesis específica 5:

Basándonos en las aportaciones de la teoría componencial de Sternberg, la resolución de problemas requiere poner en práctica los *componentes de adquisición de conocimiento* Estos componentes permiten al sujeto adquirir nueva información, o recordar la adquirida anteriormente para aplicarla a una nueva situación (Sternberg, 1985c).

Para valorar el desarrollo de los componentes cognitivos de adquisición de conocimientos, proponemos la siguiente hipótesis:

"La habilidad para adquirir nueva información, o recordar la información adquirida previamente, se pondrá de manifiesto en la fase 4ª (ECEP) de la batería de resolución de problemas, observando los alumnos que son capaces de lograr la solución, desconociendo el plan de ejecución en la 2ª (ECSP).

Mediante la comparación de los índices de aciertos en las fases 2ª y 4ª del proceso de resolución, podremos determinar los porcentajes de alumnos que, desconociendo el plan en algunos ítems, son capaces de asimilar la información ofrecida en la fase 4ª y resolver el problema.

Por otro lado, también realizaremos un *análisis jerárquico de conglomerados* para localizar diferentes agrupaciones de alumnos, con características similares en los procesos de resolución de problemas, y exploraremos las *funciones discriminantes* que definen dichos agrupamientos.

4.1.2.7 Hipótesis específica 6:

Los estilos intelectuales, como manifestaciones concretas de utilizar la inteligencia, también inciden significativamente en el rendimiento escolar y constituyen una fuente importante de diferencias individuales, más todavía que la propia inteligencia (Grigorenko y Sternberg, 1992, citados en Serrano, 1994).

Si bien los estilos son independientes del nivel de inteligencia, es probable que, para alcanzar un buen desarrollo en una determinada área, se requiera más un estilo que otro. Por ejemplo, un alumno con estilo legislativo puede ser brillante en ciencias y menos brillante en informática, pues esta materia requiere poner en practica aptitudes ejecutivas (Sternberg, 1988a).

Aunque la mayoría de las personas desarrollan los estilos de aprendizaje que se corresponden con sus aptitudes intelectuales, sin embargo, no se han demostrado razones lógicas y psicológicas que justifiquen y garanticen esta correspondencia. Por esta razón, puede resultar muy útil, especialmente en las tareas de orientación escolar, conocer el grado de relación y congruencia entre los estilos de aprendizaje y determinadas tareas escolares.

Desde esta perspectiva, proponemos la siguiente hipótesis exploratoria:

“Se ha de verificar si algunos estilos de aprendizaje, planteados en la teoría de Grigorenko y Sternberg (1992), presentan una incidencia significativa en la habilidad para resolver problemas”.

Los estilos de aprendizaje serán valorados mediante el cuestionario GTSQ de Sternberg y Martín (versión de Serrano, 1994 y formato diseñado para esta investigación).

Para valorar la incidencia de los trece estilos de aprendizaje (legislativo, ejecutivo, judicial, monárquico, jerárquico, oligárquico, anárquico, global, local, interno, externo, conservador y progresista), se realizaran análisis de regresión en cada una de las fases del proceso de resolución de problemas y se averiguarán los índices de correlación con las mismas.

4.1.2.8 Hipótesis específica 7:

El grado de autoestima representa otra variable con clara incidencia en los procesos de aprendizaje y en la adecuada respuesta del individuo a las continuas demandas del contexto socio-cultural.

Alonso Tapia (1995) pone de manifiesto que la motivación por aprender depende, por un lado, de la adecuación de los objetivos a las características del alumno y, por otro, de las expectativas que tiene y lo que siente el sujeto al afrontar las tareas y los resultados. El interés por las tareas escolares está determinado, en buena parte, por el grado de autoestima del alumno o valoración que él mismo hace de su capacidad para afrontar las situaciones (por creer que “vale o no vale”, según Alonso Tapia). A su vez, la autoestima académica está influida por las experiencias anteriores de éxito o fracaso, como constatamos diariamente en las aulas.

Teniendo en cuenta estos fundamentos, proponemos la siguiente hipótesis:

"El grado de autoestima del alumno, en especial la autoestima académica, ha de incidir significativamente en los procesos de resolución de problemas matemáticos".

Para verificar la hipótesis, utilizaremos el cuestionario de autoestima "AFA" (Musitu, G.; García, F. y Gutiérrez, M., 1991), que proporciona puntuaciones en la autoestima académica, social, emocional y familiar, contrastando los resultados obtenidos con las fases de resolución de problemas.

4.1.2.9 Hipótesis específica 8:

La calidad de un sistema educativo viene determinada, en buena parte, por la capacidad que tiene para adaptarse a las necesidades específicas de sus alumnos. No pretendemos entrar en este complejo tema que sale fuera de los objetivos de este estudio, pero sí proporcionar una primera información, sobre los objetivos del área de matemáticas que resultan más difíciles de conseguir, para facilitar las tareas de adaptación curricular.

La LOGSE propone 12 objetivos finales en el área de matemáticas, representativos de las capacidades que han de lograr los alumnos al final del primer ciclo de Educación Secundaria Obligatoria. En función de estos criterios de evaluación y siguiendo las orientaciones de los profesores de este nivel, elaboraremos 24 problemas (dos por cada objetivo) para valorar las dificultades de los alumnos en cada una de las cuatro fases del proceso de resolución.

El diseño de esta batería nos permite plantear la siguiente hipótesis exploratoria:

"Los resultados de este estudio empírico nos permitirán conocer el índice de dificultad de los problemas plateados y, de esta forma, facilitar la adaptación de las propuestas de aprendizaje del área de matemáticas a las necesidades específicas de nuestros alumnos.

Para verificar esta hipótesis, averiguaremos los índices de dificultad de cada uno de los ítems planteados y realizaremos un el análisis detallado de los distractores empleados en las alternativas.

Consideramos que esta información podrá mejorar los planteamientos didácticos, tanto referidos al aprendizaje de los procesos de resolución de problemas (comprensión, conocimiento esquemático, organización de estrategias y dominio de algoritmos) como a la adaptación de los objetivos propuestos.

4.1.2.10 Hipótesis específica 9:

Los modelos psicométricos de la psicología han elaborado infinidad de pruebas para medir las habilidades cognitivas. El test "Dominó D-48" de Anstey, E. (adaptado por Pichot, P., 9ª versión castellana, 1988) representa una de estas pruebas, ya clásica en las tareas de diagnóstico educativo y muy utilizada en los procesos de orientación escolar. Se considera como un test apropiado para valorar la habilidad cognitiva general en la resolución de problemas novedosos, no relacionados con los aprendizajes escolares. Su alta fiabilidad y validez para detectar problemas generalizados de aprendizaje, y la rapidez con la que se obtienen los resultados son otras características que explican su uso frecuente.

Por este motivo, hemos elegido este recurso de diagnóstico para explorar el grado de relación entre la habilidad cognitiva general de los alumnos (factor "g" valorado en el test D-48) y la capacidad para resolver problemas matemáticos de narración.

Desde este ámbito, proponemos la siguiente hipótesis exploratoria:

"La habilidad, manifestada en la resolución de los problemas del test D-48, referido a valoración de la capacidad cognitiva general o factor general de la inteligencia, ha de incidir, de forma significativa, en la habilidad que presentan los alumnos para resolver los problemas matemáticos".

La verificación de esta hipótesis se llevará a cabo mediante las comparaciones de las medias, realizadas con el modelo "anova de un factor", y varios análisis de regresión para determinar su predicción en cada una de las fases estudiadas y el rendimiento general en matemáticas..

4.1.2.11 Hipótesis específica 10:

La verificación de las hipótesis anteriores nos podrán dar una información valiosa sobre las variables que inciden, con mayor o menor grado de significación, en los procesos de resolución de problemas. Sin embargo, consideramos que la conexión de las características localizadas, con grupos de alumnos concretos, nos puede situar en mejores condiciones para efectuar recomendaciones precisas y matizadas, resultando más útil para enfocar las tareas de orientación que demanda el Sistema Educativo.

Por este motivo, nos proponemos la siguiente hipótesis exploratoria:

"La incidencia, en mayor o menor grado, de las variables estudiadas, en las habilidades de resolución de problemas, nos definirá las características de varios tipos de alumnos, proporcionando una

información útil para enfocar las adaptaciones curriculares, que exige la calidad del Sistema Educativo".

Para verificar esta hipótesis, analizaremos diferentes posibilidades de agrupamientos de alumnos, en función de las habilidades manifestadas en las cuatro pruebas procesuales y el rendimiento general de matemáticas, mediante la técnica de *"agrupamiento jerárquico de sujetos"* (Suárez y Sáez, 1994).

Por otro lado, el *análisis discriminante* nos permitirá verificar las diferencias entre los perfiles multivariados de los grupos que puedan surgir y establecer las dimensiones que sintetizan estas diferencias. Estas dimensiones, similares a los factores del análisis factorial, simplifican la situación a un menor número de indicadores y adquieren sentido en base a las relaciones que presentan con las variables dependientes originales. Asimismo, este análisis es especialmente útil en situaciones que, como la nuestra, se desea construir un modelo de pronóstico de pertenencia al grupo, en función de las características observadas para cada caso.

4.1.2.12 Hipótesis específica 11:

En esta investigación, también nos proponemos valorar el grado de incidencia que presentan otras variables personales y contextuales del alumno.

Desde este ámbito, nos proponemos esta hipótesis exploratoria:

"Valorar la incidencia que presentan otras variables personales, como la edad y el sexo, así como las contextuales referidas al nivel de estudios de los padres, tipo de vivienda, ambiente rural o urbano, nivel escolar, estabilidad del profesorado, condiciones ambientales de estudio, y repeticiones de curso".

El grado de incidencia de estas variables será determinado por la comparación de las medias obtenidas en las pruebas procesuales, mediante el modelo "anova de un factor".

4.1.2.13 Hipótesis para verificar a medio plazo:

Conocer cómo se solucionan los problemas, no implica resolverlos. Por esta razón, la *subteoría experiencial* de Sternberg estudia cómo se aplican los componentes cognitivos en las situaciones problemáticas que se le presentan diariamente al sujeto. Este autor plantea la inteligencia experiencial como la habilidad cognitiva para enfrentarse a los problemas o situaciones novedosas y asimilar la información recibida.

Por otro lado, la *subteoría contextual* estudia cómo el sujeto inteligente se adapta a las características del medio o las modifica para lograr su plena integración. En las encuestas realizadas por Sternberg (1981a), se pidió a un amplio sector de población que hiciera una lista con los comportamientos que se consideran inteligentes en nuestra sociedad, resultando la resolución de problemas una de las características más señaladas.

Estas aportaciones nos ha llevado a elaborar unos problemas que, respondiendo a los objetivos escolares y las demandas de nuestro entorno social, representen situaciones novedosas para el alumno. Se refieren a situaciones de la vida real, especialmente cercanas a las vivencias del mundo adolescente, pero distanciándose ligeramente de los planteamientos clásicos de la escuela.

Para comprobar el desarrollo alcanzado por nuestros alumnos en la inteligencia experiencial (práctica) y contextual (adaptativa), estamos planificado una nueva investigación, con una muestra más amplia, en la que nos proponemos valorar la incidencia del rendimientos escolar en la inserción laboral y profesional de los alumnos. En este sentido, resultará enriquecedor verificar la siguiente hipótesis de futuro:

"Se ha de dar una correlación significativa y positiva entre la habilidad manifestada en la resolución de los problemas propuestos en las pruebas ECCL, ECSP, ECOE y ECEP y el grado de adaptación de los alumnos a su contexto escolar, social y profesional".

4.1.3 Planificación de la investigación.

Al inicio del curso 94/95, presentamos nuestro proyecto de investigación a los Dptos. de Orientación, creados en la provincia de Albacete el curso anterior, así como a los directores y colaborados de los colegios de EGB (en total, 7 institutos y 3 colegios), con la siguiente planificación:

Fase I

OBJETIVOS	CALENDARIO
- Recoger información de los profesores de matemáticas sobre el índice de dificultad de los objetivos propuestos en esta asignatura.	Septiembre
- Analizar y valorar la información recibida y, en función de la misma, elaborar dos problemas por cada uno de los 12 objetivos finales del primer ciclo de la ESO.	Octubre
- Presentar la batería de problemas a los profesores colaboradores para recoger sugerencias sobre su adecuación a las características de los alumnos y los objetivos propuestos.	Noviembre
- Analizar y valorar las sugerencias aportadas y confeccionar la primera batería piloto.	Diciembre

Fase II

OBJETIVOS	CALENDARIO
- Aplicar la primera batería piloto a un grupo de 2º de ESO. - Recoger sugerencias de los alumnos y profesores sobre las dificultades encontradas. - Computar el tiempo empleado en cada prueba.	Primera semana lectiva de enero. (del día 9 al 13)
- Analizar y valorar los resultados obtenidos en la 1ª aplicación piloto. - Modificar los ítems que menos se adaptan a los aprendizajes de los alumnos. - Elaborar una 2ª batería piloto.	14 - 29 de enero
- Aplicar la 2ª batería piloto a una muestra de varios centros de 2º y 3º de ESO. - Analizar y valorar los resultados obtenidos. - Preparar los materiales definitivos para recoger los datos de la muestra seleccionada.	30 de enero - 7 de abril

Fase III

OBJETIVOS	CALENDARIO
- Aplicar la batería definitiva dirigida a la evaluación de los componentes cognitivos implicados en la resolución de problemas. - Recoger los datos referidos al resto de las variables objeto de análisis en esta investigación: Cuestionario de estilos de aprendizaje GTSQ; Cuestionario de autoestima AFA; Test D-48; Subtests de aptitud numérica y verbal de la escala BADYG-M; y cuestionario de datos familiares y escolares del alumno.	24 de abril - 19 de mayo

4.1.4 Población y muestra de estudio.

4.1.4.1 Características de la población.

Nuestro interés por estudiar las variables que inciden en el rendimiento escolar nos ha llevado a seleccionar a los alumnos de 2º y 3º de Educación Secundaria Obligatoria, porque en esta población se dan las siguientes características, especialmente significativas, en el proceso de aprendizaje:

1º Se trata de un nivel educativo con grandes cambios en la madurez de los alumnos y en el sistema escolar. Por una lado, desde la dinámica personal, estos alumnos se encuentran en los primeros años del *pensamiento formal* (Piaget, 1977) y en la plena "revolución biológica" de la pubertad; y, por otro lado, desde la perspectiva educativa, se cambia la escuela, con un ambiente bastante familiar y personal, por el instituto, generalmente más complejo académicamente, impersonal y flexible, pues se cuenta con las mayores capacidades de organización, estudio y responsabilidad que deben tener estos alumnos.

2º Si biológica y socialmente este nivel educativo representa a una población con importantes cambios a nivel personal y escolar, en los momentos que planificamos la investigación, se da otro elemento nuevo, especialmente significativo: el comienzo de la implantación del Sistema Educativo propuesto por la LOGSE. Esta situación plantea nuevos cambios y exigencias curriculares, tanto para los alumnos como para los profesores. Se inicia el incremento de los recursos de atención a la diversidad que, como elementos básicos de calidad, van a incidir, muy especialmente, en estos niveles educativos.

3º Se crean los primeros Dptos. de Orientación que, entre sus variadas funciones, han de apoyar las tareas de enseñanza y aprendizaje para mejorar los rendimientos académicos, siendo los alumnos de 2º y 3º de ESO los primeros niveles en los que se comienza a trabajar.

4.1.4.2 Selección de la muestra.

A través del seminario provincial de orientadores del curso 94/95, dirigido a poner en marcha y organizar los recién creados Dptos. de Orientación, comunicamos nuestro interés por este estudio, con el objetivo general de poder clarificar algunos procesos cognitivos, y otras variables personales y contextuales que tienen incidencia significativa en el rendimiento escolar.

El entusiasmo del grupo de orientadoras y orientadores de la primera promoción de esta provincia hizo que contásemos con la plena y total participación de este colectivo. Por este motivo, la muestra se compuso por los alumnos de los institutos que, en el curso 94/95, tenían Dpto. de Orientación.

En función de este criterio, han participado 7 institutos, dos de la ciudad de Albacete y 5 de los pueblos de la provincia (IES Nº 6 y 7 de Albacete; IES de Madrigueras; IES "Justo Millán" de Hellín; IES de Tobarra; IES "Escultor J.L. Sánchez" de Almansa; e IES de Caudete). Para ampliar la representación de los alumnos de 2º, se invitó también a los tres colegios públicos, en los que había estado destinado como maestro de pedagogía terapéutica y orientador colaborador de los Equipos de Orientación Escolar y Vocacional; contando, igualmente, con su plena y total colaboración (C.P. "Pedro Simón Abril" y CP de "Villacerrada" de Albacete, y CP "Juan Ramón Ramírez" de La Roda).

La selección del grupo de alumnos, dentro de cada centro, se realizó al azar, quedando configurada la muestra aceptante y real por los siguientes alumnos:

Muestra aceptante y real por niveles y centros.

PILOTO 1ª

CENTRO	NIVEL	Muestra aceptante	Muestra real	Mortalidad
I.E.S. MADRIGUERAS	2º E.S.O.	26	25	3,84%

PILOTO 2ª

CENTRO	NIVEL	Muestra aceptante	Muestra real	Mortalidad
I.E.S. CAUDETE	3º E.S.O.	16	15	6,25%
I.E.S. MADRIGUERAS	3º E.S.O.	15	15	0%
C.P. SIMÓN ABRIL	2º E.S.O.	11	11	0%
C.P. J. R. RAMÍREZ	2º E.S.O.	12	10	16%
	TOTAL	54	51	

ESTUDIO EMPÍRICO

CENTRO	NIVEL	Muestra aceptante	Muestra real	Mortalidad
C.P. J. R. RAMÍREZ de La Roda	2º E.S.O.	33	29	12,12%
C.P. VILLACERRADA de Albacete	2º E.S.O.	40	40	0%
C.P. SIMÓN ABRIL de Albacete	2º E.S.O.	30	26	13,33%
I.E.S. Nº 7 de Albacete	2º E.S.O.	24	21	12,5%
I.E.S. MADRIGUERAS	3º E.S.O.	26	25	3,84%
I.E.S. Nº 7 de Albacete	3º E.S.O.	25	19	24%
I.E.S. Nº 6 de Albacete	3º E.S.O.	28	26	7,14%
I.E.S. HELLÍN	3º E.S.O	22	20	9,09%
I.E.S. CAUDETE	3º E.S.O	24	19	20,83%
I.E.S. ALMANSA	3º E.S.O	25	24	4%
I.E.S. TOBARRA	3º E.S.O	23	19	17,39%
	TOTAL	**302**	**268**	

La causa más frecuente de la mortalidad experimental se produjo por las ausencias de los alumnos el día que pasamos las pruebas, lo que ocasionó datos incompletos en alguna fase. Muy excepcionalmente, también hemos eliminado algunos casos que, dominados por el cansancio, se desmotivaron, haciendo que los resultados no reflejaran sus capacidades reales.

4.1.4.3 Características de los alumnos seleccionados.

Grupos de edad:

Años	Casos	%
13	44	16,4
14	122	45,5
15	74	27,6
16	25	9,3
17	3	1,1
TOTAL:	268	100,0

Distribución por curso y sexo:

Sexo → Curso↓	Chicos		Chicas		Totales	
	F	%	F	%	F	%
2º ESO	68	25,38	48	17,91	116	43,29
3º ESO	83	30,97	69	25,74	152	56,71
Totales	151	56,35	117	43,65	268	100

Distribución por las calificaciones escolares en matemáticas:

Sexo → Calificaciones ↓	Chicos		Chicas		Totales	
	F	%	F	%	F	%
Insuficiente	37	13,80	26	9,70	63	23,51
Suficiente-Bien	70	26,11	58	21,64	128	47,76
Notable	31	11,56	22	8,20	53	19,78
Sobresaliente	13	4,85	11	4,10	24	8,95
Totales	151	56,32	117	43,64	268	100

Nivel de estudios de los padres:

NIVEL DE ESTUDIOS	PADRE		MADRE	
	F	%	F	%
Universitarios de 5 años	13	4,9	12	4,5
Universitarios de 3 años	20	7,5	25	9,3
Bachillerato	47	17,5	32	11,9
Formación profesional	13	4,9	11	4,1
Primarios	149	55,6	155	57,8
Sin estudios	26	9,7	33	12,3
Total	268	100	268	100

Trabajo de los padres:

TRABAJO DE LOS PADRES	PADRE		MADRE	
	F	%	F	%
Asalariado del sector privado	78	29,1	40	14,9
Interino o contratado	4	1,5	12	4,5
Funcionario	40	14,9	29	10,8
Trabajador independiente	49	18,3	17	6,3
Empresario	35	13,1	6	2,2
Cooperativista	18	6,7	3	1,1
Negocio propio o familiar	23	8,6	24	9,0
Sin actividad laboral retribuida	21	7,8	137	51,1
Total	268	100	268	100

Tipo de vivienda:

TIPO DE VIVIENDA	F	%
Propia	192	71,6
Alquilada	75	28,0
Otras	1	0,4
Total	268	100

4.1.5 Descripción de los instrumentos utilizados.

Hemos utilizado varios instrumentos para recoger los datos referidos a las variables objeto de nuestro estudio. Unos han sido creados específicamente para evaluar las habilidades cognitivas que intervienen en la resolución de problemas matemáticos, y otros se han seleccionado entre los instrumentos psicométricos que se utilizan frecuentemente en este ámbito escolar.

4.1.5.1 Pruebas específicas para evaluar los componentes cognitivos en el proceso de resolución de problemas matemáticos.

Su elaboración se ha realizado en función de los fundamentos teóricos, expuestos en la primera parte, los objetivos propuestos por la LOGSE para el primer ciclo de Educación Secundaria Obligatoria, y las orientaciones de los profesores que imparten la asignatura de matemáticas en este nivel educativo.

En un primer momento, elaboramos un cuestionario, dirigido a los profesores de matemáticas, para evaluar el índice y las causas de dificultad de los objetivos propuestos en el currículo oficial (véase en anexo 7.1).

Estas aportaciones, teóricas y empíricas, han fundamentado la creación de las pruebas sobre los *componentes cognitivos básicos* que se han de aplicar en la resolución de problemas matemáticos. La batería esta formada por cuatro pruebas objetivas, con 24 ítems de respuesta múltiple cada una, que sintetizamos a continuación (véanse en el anexo 7.6):

- **ECCL: "Evaluación de Componentes Cognitivos en la Comprensión Lectora".**

  Esta primera prueba pretende medir el desarrollo alcanzado en la comprensión lectora, solicitando al alumno que responda a los interrogantes: *¿qué pide el problema?*, o *¿en qué consiste?*.

- **ECSP: "Evaluación de Componentes Cognitivos en la Selección del Plan de Trabajo".**

  En esta segunda fase, se plantean los problemas anteriores para valorar el desarrollo alcanzado en los componentes cognitivos que permiten reconocer la naturaleza del problema y elegir el plan de resolución. El alumno ha de responder al interrogante: *¿qué plan es adecuado para resolver este problema?*.

- **ECOE: "Evaluación de Componentes Cognitivos en la Organización de Estrategias".**

  Esta tercera prueba pretende analizar la madurez alcanzada en el conocimiento de las estrategias que llevan a organizar los pasos a seguir en la resolución del problema. En esta fase, se pregunta: *¿qué harías en primer lugar para resolver este problema?*.

- **ECEP: "Evaluación de Componentes Cognitivos en la Ejecución del Plan de Trabajo".**

  Finalmente, en la cuarta fase, presentamos el planteamiento adecuado de resolución, solicitando la ejecución de los algoritmos que resuelven el problema. Como expusimos anteriormente, esta prueba tiene una doble finalidad: *exploratoria*, en cuanto que pretende comprobar el grado de ejecución algorítmica, y *didáctica*, en la medida que se propone enseñar a resolver estos problemas a los alumnos que desconocen el plan de resolución o lo han olvidado.

Antes de su confección definitiva, hemos experimentado estas pruebas en dos muestras piloto, para realizar las correcciones oportunas y lograr, así, una mejor adaptación a las características de los alumnos a los que van dirigidas (véase en anexo 7.4).

La fiabilidad y validez de estas pruebas, obtenida en el estudio empírico, se expone en el capítulo 4.2.

4.1.5.2 Pruebas psicométricas estandarizadas.

- **Cuestionario GTSQ de Estilos Intelectuales de Sternberg y Martin** (1988).

  Este instrumento se ha elaborado por Sternberg y sus colaboradores para valorar los estilos intelectuales, expuestos en la primera parte. En nuestra investigación, hemos creado un nuevo formato de la versión traducida y adaptada por Serrano (1994) en su tesis doctoral, en la que queda ampliamente analizada y verificada la fiabilidad y validez.

  El cuestionario consta de 104 ítems que plantean los trece estilos de Sternberg en 8 ocasiones diferentes, para que el alumno, en una escala de 1 a 7, indique el grado de correspondencia con su forma de aprender (desde la puntuación 1: "en absoluto", hasta la puntuación 7: "extremadamente bien") (véase en anexo 7.7).

- **Cuestionario "Autoconcepto AFA. Forma–A"** (Musitu, G.; García, F. y Gutiérrez, M., 1991).

Hemos seleccionado este cuestionario por su eficacia a la hora de obtener el grado de autoestima escolar, social, emocional y familiar, y por su fácil y rápida aplicación, permitiendo obtener una información muy valiosa en las tareas de orientación escolar.

Consta de 36 ítems, con situaciones que reflejan valoraciones sobre las cuatro modalidades de autoestima, en los que el alumno tiene que responder con una de estas tres alternativas: *siempre, algunas veces, nunca*.

Obtiene una fiabilidad Alfa = ,823 en la versión de TEA (1991) y una significativa validez predictiva, con respecto al grado de integración escolar, familiar y social.

- **Test "Dominó D-48"** de Anstey, E, adaptado por Pichot, P.

Es uno de los tests colectivos de inteligencia general, frecuentemente utilizado en el ámbito escolar, destinado a valorar la capacidad para conceptualizar y aplicar el razonamiento sistemático a nuevos problemas, y apreciar las funciones centrales de la inteligencia, referidas a la abstracción y comprensión de relaciones. Se considera un instrumento adecuado para valorar el desarrollo del factor "g".

La prueba se basa en la adaptación que hizo Pichot (1955) de las series de Dominós de la Armada Británica, siendo su aplicación muy extendida, debido a la fiabilidad y validez criterial que presenta, así como a su fácil aplicación y corrección (véase la edición de TEA, 1988). Consta de un cuadernillo con 4 ejemplos y

44 problemas, y una hoja de respuesta para el alumno. Se aplica en 25 minutos, tanto de forma colectiva como individual.

- **Subtests de "Aptitud numérica" y "Comprensión verbal" de la batería BADYG-M, o "Batería de Aptitudes Diferenciales y Generales. Nivel Medio"** de Yuste (1992).

  Esta batería, construida y baremada íntegramente en España, está siendo muy utilizada en las tareas de diagnóstico escolar. Se presenta en tres niveles: elemental, medio y superior, siendo el nivel medio el que abarca el intervalo de edad de la Educación Secundaria Obligatoria (12-16 años), objeto de nuestro estudio.

  La fiabilidad Spearman/Brown para la prueba de aptitud numérica es de ,79, y para la de comprensión verbal de ,81. La validez criterial, referida al rendimiento escolar, obtiene también correlaciones altas, como indicamos en la tabla 4.1 (Yuste, 1992):

Calificaciones → Subtests ↓	Matemáticas	Lenguaje
Aptitud numérica	,549	,452
Comprensión verbal	,358	,265

Tabla 4.1 Correlación entre las calificaciones y la aptitud numérica y verbal

El test de aptitud numérica mide la habilidad en la resolución de problemas, así como la agilidad para ejecutar los algoritmos. Consta de 30 ítems con cinco alternativas de respuesta, ordenados según un índice de dificultad progresiva, en los que se platean problemas elementales de cálculo aritmético y algebraico.

El test de comprensión verbal mide, fundamentalmente, el conocimiento del vocabulario de la propia lengua y su uso en relaciones analógicas, metafóricas y contextos lingüísticos. Plantea 38 ítems sobre sinónimos, antónimos, analogías verbales, definiciones exactas y comprensión de expresiones comunes (véase en la edición de CEPE 1992).

4.1.5.3 Otros materiales de recogida de datos.

- **Cuestionario, dirigido a los profesores de matemáticas, para recoger sus valoraciones sobre las causas que dificultan la consecución de los criterios de evaluación propuestos en la ESO.**

Este cuestionario lo utilizamos en los primeros momentos de este estudio para recoger las valoraciones de los profesores de matemáticas, sobre la dificultades observadas en sus alumnos. La información recibida nos permitió elaborar la primera propuesta de problemas de narración, relacionados con los objetivos de esta asignatura. (véase en anexo 7.1 y la síntesis de la información recibida en el 7.2).

- **Cuestionario, dirigido a los profesores de matemáticas, para recibir sugerencias sobre el grado de adaptación de los problemas elaborados.**

Las aportaciones recibidas en el primer cuestionario nos facilitaron la elaboración de 24 problemas, con cuatro alternativas de respuesta, en cada una de las fases de resolución: comprensión lectora, selección del plan, organización de estrategias y ejecución de algoritmos. Después, a través de este cuestionario, nos pusimos nuevamente en contacto con los profesores de matemáticas para recibir sugerencias sobre la adecuación de estos problemas a las características de los alumnos y los objetivos propuestos (véase en anexo 7.3).

- **Cuestionario del alumno sobre datos personales, familiares y escolares.**

  Se ha elaborado para recoger una variada información, referida a las características personales, familiares y escolares del alumno, como: número de hermanos y lugar que ocupa, nivel de estudios de los padres y su trabajo, tipo de vivienda, características de su lugar de estudio, repeticiones de curso, asignatura que más le gusta, asignaturas que mejor y peor rendimiento obtiene, y calificaciones del curso anterior (véase en anexo 7.9).

- **Actas oficiales de las calificaciones**.

  Finalmente, estos documentos nos han permitido conocer el rendimiento académico de los alumnos y utilizarlo como elemento de contraste en algunas de las variables estudiadas.

4.1.6 Metodología en la aplicación de las pruebas.

Para que a los alumnos no se les hiciera demasiado pesado este estudio y tuvieran una buena dosis de motivación, necesaria para el buen desarrollo de toda actividad humana, aplicamos la siguiente metodología:

4.1.6.1 Motivación de los alumnos.

Inicialmente, fui a los centros participantes para explicar a los alumnos lo que pretendíamos lograr con esta investigación (pude realizar esta tarea en todos los centros, excepto en dos que lo hicieron mis compañeros, gracias a la disponibilidad personal que me permitió la licencia por estudios, concedida por el MEC en el curso 94/95). En la primera intervención, comunicamos mensajes similares a estos:

- *Habéis sido seleccionados para participar en un estudio que estamos realizando en colaboración con la Universidad de Valencia.*

- *Vosotros sois la parte fundamental de esta investigación, por esta razón, os pedimos la máxima colaboración. Si os lo tomáis con interés y seriedad, vamos a conocer muchas aspectos sobre vuestra forma de aprender: cómo os gusta trabajar, qué dificultades tenéis en matemáticas, qué problemas os cuesta más solucionar, etc.*

- *Vuestra participación os va a convertir en alumnos muy importantes, pues con el esfuerzo realizado podremos orientar a los profesores para que aprendáis mucho mejor y sintáis satisfacción realizando las tareas escolares. Este trabajo, además de beneficiaros a vosotros mismos, puede permitir que aprendan mejor muchos de vuestros compañeros.*

- *La participación es voluntaria. Sin embargo, os animamos a que hagáis este esfuerzo, porque seguro que lo vamos a pasar bien. Algunas veces estaremos cansados, pero al final aprenderemos muchas cosas, habremos hecho un poco de "gimnasia mental" y estaremos bastante satisfechos.*

- *Os garantizamos que no hay calificaciones. Cada uno ha de trabajar lo mejor que sepa, sin preocuparse porque algo no le salga bien. Se trata de eso precisamente, de que conozcamos lo que se os da peor. Por esta razón, insistimos en que hagáis las tareas vosotros solos, sin la ayuda del compañero; pues de otra forma,* *perderían valor muchas horas de trabajo. Además, para que estéis más tranquilos, vuestros nombres se convertirán en números y nadie podrá identificaros.*

4.1.6.2 Planificación de las sesiones.

Las sesiones de trabajo se realizaron en las horas de Matemáticas, S.C.R. (Sociedad Cultura y Religión), y Tutoría; pues todos los contenidos de la investigación se pueden integrar en las programaciones de estas áreas. De esta forma, tampoco se interfería el normal desarrollo del resto de las tareas escolares. Para mejorar el interés, la distribución se realizó simultaneado las tareas más novedosas y motivadoras con las más menos deseadas por los alumnos (en este caso, la batería de problemas matemáticos. En la tabla 4.2 se muestra la planificación y orden en la aplicación de los instrumentos.

Sesión	Instrumentos	Tiempos máximos
1ª	- Test D-48 - Cuestionario de autoestima AFA	25 min. 15 min.
2ª	- ECCL-1B - Subprueba de Aptitud Numérica	35 min. 18 min.
3º	- ECSP-2B - Subprueba de Aptitud Verbal	45 min 10 min.
4º	- ECOE-3B	45 min.
5º	- Cuestionario GTSQ de Estilos de Aprendizaje - Cuestionario personal	45 min. 10 min.
6º	- ECEP-4B (primera sesión)	45 min.
7º	- ECEP-4B (segunda sesión)	45 min.

Tabla 4.2: Planificación de la aplicación de los instrumentos

Para no cargar excesivamente las tareas escolares, se pasaron durante las dos primeras semanas del tercer trimestre. Una parte de estas pruebas las pasé personalmente, contando, en varios centros, con la colaboración de los compañeros de orientación, tutores y profesores de matemáticas.

Después de recoger toda esta información, creamos varias bases de datos en el paquete estadístico SPSS (versión 6.1) para facilitar su análisis y valoración.

4.1.7 Recogida de datos.

Siguiendo la planificación prevista, con pequeñas variaciones, a finales del primer trimestre, habíamos recogido la información aportada por los profesores y elaborado la primera batería piloto, compuesta por las pruebas: ECCL-1A; ECSP-2A; ECOE-3A; y ECEP-4A (véase en anexo 7.4).

En el segundo trimestre, aplicamos las baterías piloto en dos momentos en los que los alumnos habían tenido un periodo de descanso y no había preocupación por exámenes parciales o finales: la primera aplicación piloto inmediatamente después de las vacaciones de Navidad (entre los días 9 y 13 de enero), y la segunda, después de la semana de carnaval (entre los días 6 y 10 de marzo).

La primera experiencia se realizó con un grupo de alumnos del IES de Madrigueras (25 alumnos de 2º de ESO), computando los tiempos empleados y recogiendo varias sugerencias, tanto de los alumnos como de los profesores, referidas a las dificultades encontradas en los cálculos y formas de expresión poco frecuentes.

Con estas aportaciones y los índices de dificultad de cada ítem, elaboramos la segunda batería piloto (véase el proceso de modificación en el anexo 7.5) Esta segunda batería se aplicó a una muestra de 51 alumnos, pertenecientes a cuatro centros distintos: 15 alumnos del IES de Madriguera; 15 del IES de Caudete; 11 del C.P. Pedro Simón Abril; y 10 del CP Juan Ramón Ramírez. De igual forma que en la anterior, anotamos los tiempos empleados y recogimos varias sugerencias de los alumnos y profesores.

Los datos de la segunda experiencia nos ofrecieron mejores índices de fiabilidad y dificultad, como exponemos en las tablas siguientes. Estas valoraciones nos hicieron considerar la batería como apropiada para aplicarla a la muestra seleccionada. Por este motivo, haciendo sólo pequeñas correcciones en las erratas, confeccionamos la batería definitiva compuesta por las pruebas: ECCL-1B; ECSP-2B; ECOE-3B; y ECEP-4B (véase en anexo 7.6)

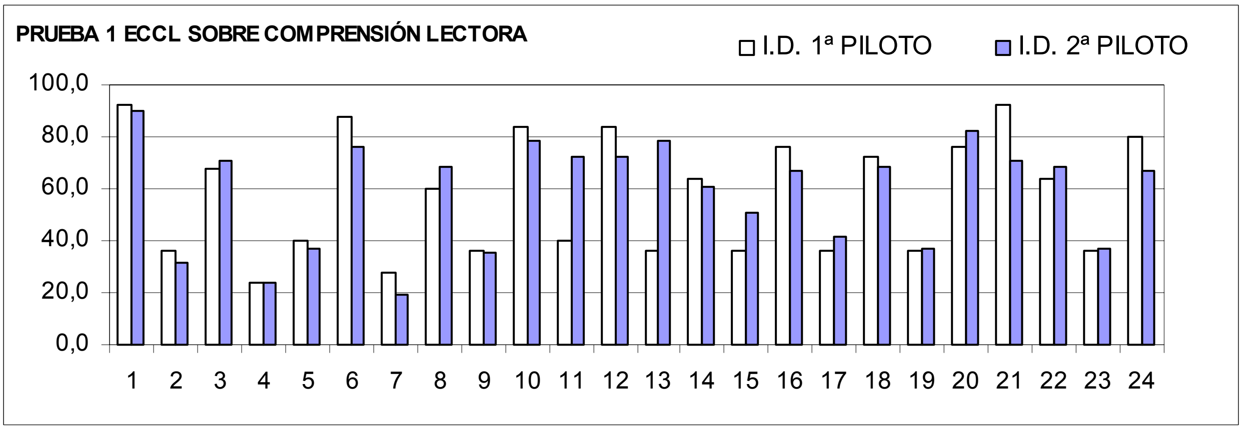
Fiabilidad → Subpruebas ↓	Índice Alfa 1º Piloto	Índice Alfa 2º Piloto
ECCL-1A	,7191	,7715
ECSP-2A	,5353	,7263
ECOE-3A	,6373	,7686
ECEP-4A	,7305	,8136
Total Batería	,8750	,9140

Tabla 4.3 índices de fiabilidad Alfa en las dos experiencias piloto

Índice de dificultad en las dos experiencias piloto:

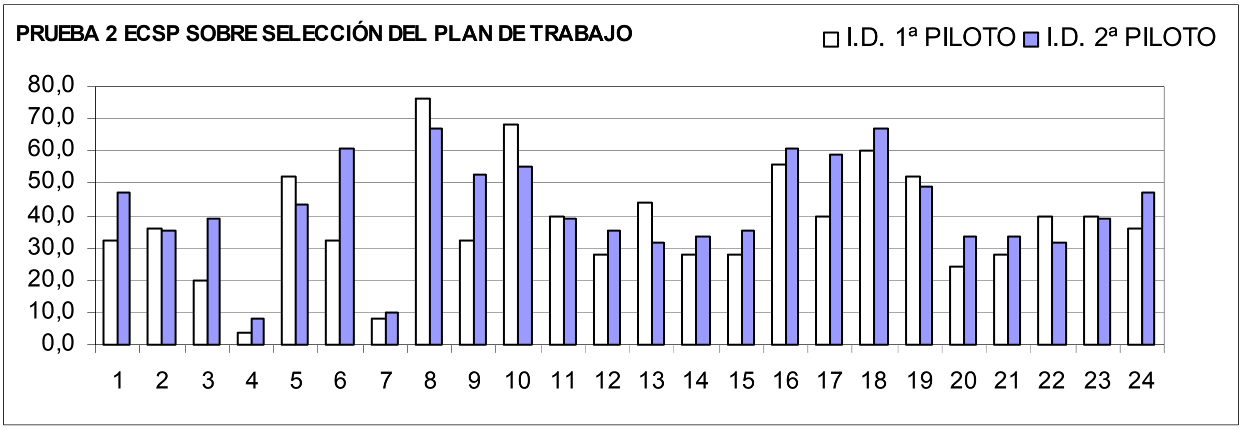
PRUEBA 1 ECCL SOBRE COMPRENSIÓN LECTORA

	P	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	P21	P22	P23	P24
1ª PILOTO N=25	S	23	9	17	6	10	22	7	15	9	21	10	21	9	16	9	19	9	18	9	19	23	16	9	20
	I.D.	92,0	36,0	68,0	24,0	40,0	88,0	28,0	60,0	36,0	84,0	40,0	84,0	36,0	64,0	36,0	76,0	36,0	72,0	36,0	76,0	92,0	64,0	36,0	80,0
2ª PILOTO N= 51	S	46	16	36	12	19	39	10	35	18	40	37	37	40	31	26	34	21	35	19	42	36	35	19	34
	I.D.	90,2	31,4	70,6	23,5	37,3	76,5	19,6	68,6	35,3	78,4	72,5	72,5	78,4	60,8	51,0	66,7	41,2	68,6	37,3	82,4	70,6	68,6	37,3	66,7



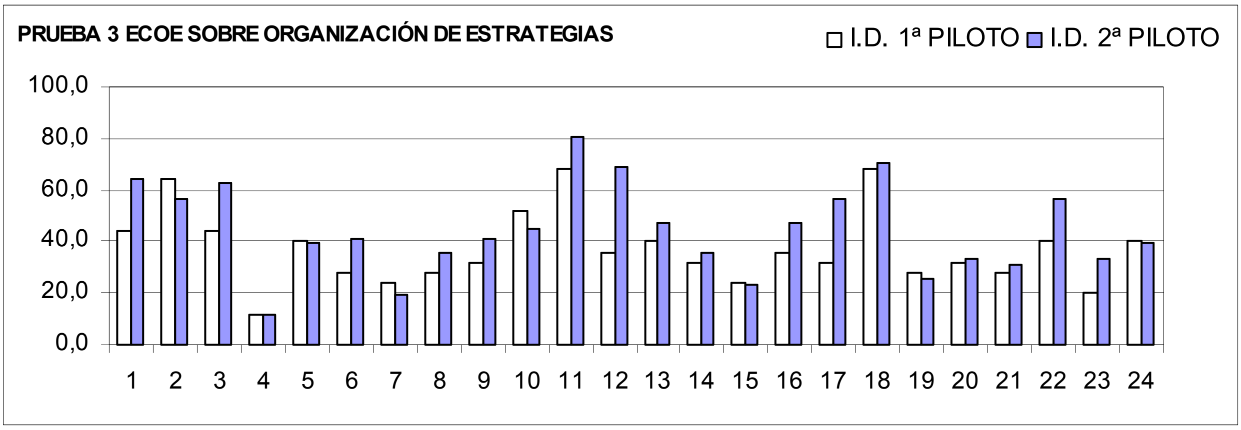
PRUEBA 2 ECSP SOBRE SELECCIÓN DEL PLAN DE TRABAJO

	P	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	P21	P22	P23	P24
1ª PILOTO N=25	S	8	9	5	1	13	8	2	19	8	17	10	7	11	7	7	14	10	15	13	6	7	10	10	9
	I.D.	32,0	36,0	20,0	4,0	52,0	32,0	8,0	76,0	32,0	68,0	40,0	28,0	44,0	28,0	28,0	56,0	40,0	60,0	52,0	24,0	28,0	40,0	40,0	36,0
2ª PILOTO N= 51	S	24	18	20	4	22	31	5	34	27	28	20	18	16	17	18	31	30	34	25	17	17	16	20	24
	I.D.	47,1	35,3	39,2	7,8	43,1	60,8	9,8	66,7	52,9	54,9	39,2	35,3	31,4	33,3	35,3	60,8	58,8	66,7	49,0	33,3	33,3	31,4	39,2	47,1



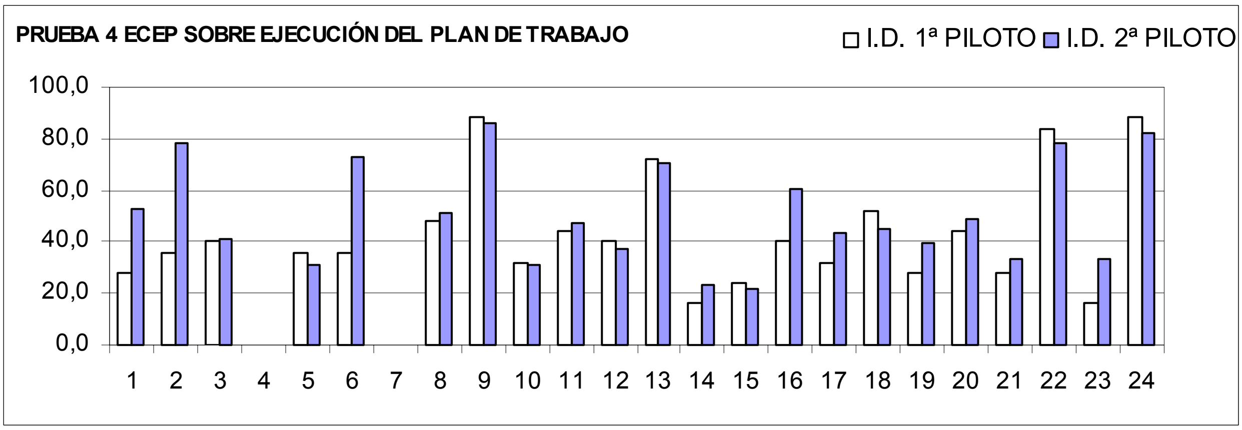
PRUEBA 3 ECOE SOBRE ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS

	P	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	P21	P22	P23	P24
1ª PILOTO N=25	S	11	16	11	3	10	7	6	7	8	13	17	9	10	8	6	9	8	17	7	8	7	10	5	10
	I.D.	44,0	64,0	44,0	12,0	40,0	28,0	24,0	28,0	32,0	52,0	68,0	36,0	40,0	32,0	24,0	36,0	32,0	68,0	28,0	32,0	28,0	40,0	20,0	40,0
2ª PILOTO N= 51	S	33	29	32	6	20	21	10	18	21	23	41	35	24	18	12	24	29	36	13	17	16	29	17	20
	I.D.	64,7	56,9	62,7	11,8	39,2	41,2	19,6	35,3	41,2	45,1	80,4	68,6	47,1	35,3	23,5	47,1	56,9	70,6	25,5	33,3	31,4	56,9	33,3	39,2



PRUEBA 4 ECEP SOBRE EJECUCIÓN DEL PLAN DE TRABAJO

	P	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	P21	P22	P23	P24
1ª PILOTO N=25	S	7	9	10	0	9	9	0	12	22	8	11	10	18	4	6	10	8	13	7	11	7	21	4	22
	I.D.	28,0	36,0	40,0	0,0	36,0	36,0	0,0	48,0	88,0	32,0	44,0	40,0	72,0	16,0	24,0	40,0	32,0	52,0	28,0	44,0	28,0	84,0	16,0	88,0
2ª PILOTO N= 51	S	27	40	21	0	16	37	0	26	44	16	24	19	36	12	11	31	22	23	20	25	17	40	17	42
	I.D.	52,9	78,4	41,2	0,0	31,4	72,5	0,0	51,0	86,3	31,4	47,1	37,3	70,6	23,5	21,6	60,8	43,1	45,1	39,2	49,0	33,3	78,4	33,3	82,4



Durante las vacaciones de “Semana Santa”, preparamos todos los materiales para aplicarlos a la muestra seleccionada: instrucciones para los profesores colaboradores; batería para evaluar los componentes cognitivos en la resolución de problemas “ECCL-1B, ECSP-2B, ECOE-3B y ECEP-4B”; cuestionario para valorar los estilos de aprendizaje “GTSQ”; cuestionario de autoestima “AFA”; subpruebas de aptitud numérica y comprensión verbal de la escala “BADYG-M”; test de habilidad cognitiva general “D-48”; cuestionario personal del alumno; y hoja de registro y observaciones del profesor (véase en anexos 7.8 y7.9).

4.2 Estudio psicométrico y baremación de las pruebas procesuales.

4.2 ESTUDIO PSICOMÉTRICO Y BAREMACIÓN DE LA PRUEBAS.

En este apartado, analizamos los aspectos básicos de las características psicométricas de las cuatro pruebas procesuales, elaboradas en esta investigación (ECCL, ECSP, ECOE y ECEP).

En primer lugar, presentamos las medias y desviaciones típicas de cada uno de los ítems. Estos datos ponen de relieve el grado de dificultad que han encontrado los alumnos en los problemas planteados. De igual forma, también nos facilitan la toma de decisiones, tanto para la confección de una prueba definitiva, más precisa y adaptada a las características de esta población escolar, como para las tareas de orientación escolar, dirigidas a los procesos de adaptación curricular.

A continuación, analizamos la fiabilidad de la prueba, mediante la técnica de "eliminación del ítem". Este proceso nos permite localizar la presencia de algún ítem que reduzca, sustancialmente, la escala, y nos orienta hacia nuevas exploraciones que expliquen las circunstancias causantes de esta situación.

Después, exponemos un estudio detallado del comportamiento de los distractores. Este apartado recoge las frecuencias de respuesta y los porcentajes de aciertos de todas las alternativas, facilitando la localización de aquellas que han obtenido un índice extremadamente bajo, y advirtiéndonos de su necesaria reformulación, en la construcción de la próxima prueba.

Finalmente, incluimos las escalas de percentiles y porcentajes que hemos obtenido en cada prueba, para facilitar las valoraciones realizadas con estos instrumentos.

4.2.1 ANÁLISIS DE LA ESCALA "ECCL".

4.2.1.1 Índices de dificultad de los ítems:

Ítem	Media	Desviación típica
V1.1	,7724	,4201
V1.2	,3134	,4648
V1.3	,6381	,4815
V1.4	,4925	,5009
V1.5	,3955	,4899
V1.6	,6716	,4705
V1.7	,1828	,3873
V1.8	,7239	,4479
V1.9	,2948	,4568
V1.10	,7537	,4316
V1.11	,7463	,4360
V1.12	,6940	,4617
V1.13	,6791	,4677
V1.14	,6007	,4907
V1.15	,4067	,4921
V1.16	,6119	,4882
V1.17	,3769	,4855
V1.18	,6978	,4601
V1.19	,3396	,4744
V1.20	,7799	,4151
V1.21	,7388	,4401
V1.22	,6604	,4744
V1.23	,3433	,4757
V1.24	,6567	,4757

Teniendo en cuenta que se ha utilizado el 1 como acierto y el 0 como error, multiplicando las medias por 100, obtenemos los porcentajes de aciertos en cada ítem.

4.2.1.2 Fiabilidad de la escala, eliminando el ítem:

Ítem	Media sin el ítem	Varianza sin el ítem	Correlación del ítem con el total	Fiabilidad Alfa sin el ítem
V1.1	12,7985	15,1428	,2811	,7027
V1.2	13,2575	16,1469	-,0333	,7265
V1.3	12,9328	14,9543	,2826	,7022
V1.4	13,0784	14,8365	,2983	,7008
V1.5	13,1754	15,1789	,2147	,7079
V1.6	12,8993	14,9823	,2841	,7021
V1.7	13,3881	15,2421	,2799	,7031
V1.8	12,8470	14,9690	,3084	,7004
V1.9	13,2761	15,1145	,2577	,7043
V1.10	12,8172	15,2211	,2467	,7051
V1.11	12,8246	15,2013	,2492	,7049
V1.12	12,8769	14,9548	,2998	,7009
V1.13	12,8918	14,9283	,3020	,7007
V1.14	12,9701	14,7257	,3378	,6975
V1.15	13,1642	15,1490	,2212	,7073
V1.16	12,9590	14,9683	,2731	,7030
V1.17	13,1940	14,7038	,3488	,6966
V1.18	12,8731	15,1674	,2398	,7057
V1.19	13,2313	15,6017	,1098	,7160
V1.20	12,7910	15,5442	,1594	,7112
V1.21	12,8321	14,9867	,3105	,7003
V1.22	12,9104	15,2279	,2121	,7079
V1.23	13,2276	14,7832	,3360	,6979
V1.24	12,9142	14,6555	,3725	,6948

4.2.1.3 Resumen de datos:

	Media	Varianza	Desviación típica	Nº de variables
Estadísticos de la escala	13,5709	16,2384	4,0297	24

	Media	Mínimo	Máximo	Rango	Máx/Mín	Varianza
Media de los ítems	,5655	,1828	,7799	,5970	4,2653	,0337

	Media	Mínimo	Máximo	Rango	Máx/Mín	Varianza
Varianza de los ítems	,2142	,1500	,2509	,1009	1,6729	,0006

Fiabilidad Alfa para el total de la escala	,7131

La fiabilidad global del conjunto de la escala es ampliamente satisfactoria (0,7131). Las contribuciones de los ítems (fiabilidad eliminando cada ítem) son sustantivas, no encontrándose ítems que reduzcan de forma sustancial el nivel de fiabilidad.

Observamos correlaciones positivas y bastante similares en todos los ítems de esta fase, excepto en el nº 2 que se refiere al criterio de evaluación nº 4: *"Interpretar fórmulas sencillas que describan fenómenos o relaciones conocidos y obtener valores a partir de ellas"*. Después de analizar este problema, consideramos que se debe a una frecuente confusión, tanto a nivel escolar como social, del concepto de rédito e interés. El problema plantea obtener el valor del rédito en la fórmula presentada, distinguiendo correctamente este concepto sólo el 31,34 % de los alumnos. Hemos comprobado que el planteamiento del problema es correcto, lo cual nos pone de manifiesto que es necesario reforzar este concepto en los alumnos.

El problema nº 11 también se refiere a este criterio de evaluación, sin embargo, obtiene el 74,63% de aciertos. Es muy posible que esta diferencia se deba a dos circunstancias: en primer lugar se presenta un gráfico del problema que ayuda a comprenderlo y, en segundo lugar, se trata de una fórmula muy trabajada en las aulas. Por este motivo, aunque los problemas se refieren al mismo criterio de evaluación, obtienen correlaciones e índices de dificultad diferentes (véase en anexo 7.6).

El índice de aciertos nos pone de manifiesto que se trata de una prueba sin dificultades para la mayoría de los alumnos, pues se diseñó con esta finalidad. Sin embargo, consideramos oportuno aumentar la dificultad de algunos ítems y disminuir la de los más fáciles, para localizar a los alumnos con buenas habilidades y a los que presentan problemas significativos en este ámbito.

4.2.1.4 Análisis de distractores:

ÍTEM 1.1	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	3	1,1
a) ACIERTO	207	77,2
b) ERROR	13	4,9
c) ERROR	15	5,6
d) ERROR	30	11,2
Total	268	100,0

ÍTEM 1.2	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	4	1,5
a) ERROR	146	54,5
b) ERROR	23	8,6
c) ACIERTO	84	31,3
d) ERROR	11	4,1
Total	268	100,0

ÍTEM 1.3	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	3	1,1
a) ERROR	19	7,1
b) ERROR	3	1,1
c) ACIERTO	171	63,8
d) ERROR	72	26,9
Total	268	100,0

ÍTEM 1.4	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	2	,7
a) ERROR	73	27,2
b) ERROR	20	7,5
c) ERROR	41	15,3
d) ACIERTO	132	49,3
Total	268	100,0

ÍTEM 1.5	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	4	1,5
a) ERROR	27	10,1
b) ACIERTO	106	39,6
c) ERROR	10	3,7
d) ERROR	121	45,1
Total	268	100,0

ÍTEM 1.6	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	2	,7
a) ERROR	47	17,5
b) ERROR	12	4,5
c) ERROR	27	10,1
d) ACIERTO	180	67,2
Total	268	100,0

ÍTEM 1.7	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	19	7,1
a) ACIERTO	49	18,3
b) ERROR	1	,4
c) ERROR	179	66,8
d) ERROR	20	7,5
Total	268	100,0

ÍTEM 1.8	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	2	,7
a) ERROR	2	,7
b) ACIERTO	194	72,4
c) ERROR	59	22,0
d) ERROR	11	4,1
Total	268	100,0

ÍTEM 1.9	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	5	1,9
a) ACIERTO	79	29,5
b) ERROR	2	,7
c) ERROR	23	8,6
d) ERROR	159	59,3
Total	268	100,0

ÍTEM 1.10	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	7	2,6
a) ERROR	17	6,3
b) ACIERTO	202	75,4
c) ERROR	2	,7
d) ERROR	40	14,9
Total	268	100,0

ÍTEM 1.11	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	7	2,6
a) ACIERTO	200	74,6
b) ERROR	53	19,8
c) ERROR	4	1,5
d) ERROR	4	1,5
Total	268	100,0

ÍTEM 1.12	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	4	1,5
a) ERROR	6	2,2
b) ERROR	2	,7
c) ERROR	70	26,1
d) ACIERTO	186	69,4
Total	268	100,0

ÍTEM 1.13	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	5	1,9
a) ACIERTO	182	67,9
b) ERROR	20	7,5
c) ERROR	5	1,9
d) ERROR	56	20,9
Total	268	100,0

ÍTEM 1.14	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	4	1,5
a) ERROR	10	3,7
b) ACIERTO	161	60,1
c) ERROR	26	9,7
d) ERROR	67	25,0
Total	268	100,0

ÍTEM 1.15	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	3	1,1
a) ERROR	39	14,6
b) ERROR	15	5,6
c) ERROR	102	38,1
d) ACIERTO	109	40,7
Total	268	100,0

ÍTEM 1.16	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	3	1,1
a) ERROR	21	7,8
b) ERROR	2	,7
c) ACIERTO	164	61,2
d) ERROR	78	29,1
Total	268	100,0

ÍTEM 1.17	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	4	1,5
a) ERROR	105	39,2
b) ACIERTO	101	37,7
c) ERROR	37	13,8
d) ERROR	21	7,8
Total	268	100,0

ÍTEM 1.18	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	2	,7
a) ACIERTO	187	69,8
b) ERROR	10	3,7
c) ERROR	69	25,7
Total	268	100,0

ÍTEM 1.19	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	10	3,7
a) ERROR	33	12,3
b) ERROR	88	32,8
c) ACIERTO	91	34,0
d) ERROR	46	17,2
Total	268	100,0

ÍTEM 1.20	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	2	,7
a) ERROR	42	15,7
b) ERROR	3	1,1
c) ERROR	12	4,5
d) ACIERTO	209	78,0
Total	268	100,0

ÍTEM 1.21	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	4	1,5
a) ERROR	13	4,9
b) ERROR	5	1,9
c) ERROR	48	17,9
d) ACIERTO	198	73,9
Total	268	100,0

ÍTEM 1.22	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	3	1,1
a) ERROR	23	8,6
b) ACIERTO	177	66,0
c) ERROR	8	3,0
d) ERROR	57	21,3
Total	268	100,0

ÍTEM 1.23	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	6	2,2
a) ACIERTO	92	34,3
b) ERROR	16	6,0
c) ERROR	105	39,2
d) ERROR	49	18,3
Total	268	100,0

ÍTEM 1.24	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	4	1,5
a) ERROR	47	17,5
b) ERROR	19	7,1
c) ACIERTO	176	65,7
d) ERROR	22	8,2
Total	268	100,0

Estos datos nos permiten concluir que la prueba presenta un bajo índice de dificultad, respondiendo correctamente la mayoría de los alumnos.

En todos los ítems, al menos, observamos un distractor con un porcentaje de repuestas significativo. Sin embargo, localizamos algunas alternativas que tienen muy poco efecto distractor. Por este motivo, aunque en todos los problemas incluimos, deliberadamente, alternativas para no "despistar" y hacer más fácil la prueba, consideramos necesario mejorar el atractivo de estos distractores para hacerla más precisa.

Analizamos, a continuación, las alternativas con porcentajes de selección igual o menor al 3%, y las posibles causas que han podido motivar su falta de efecto distrartor. Para una visión integral del conjunto del problema y todas las alternativas presentadas, véase el anexo 7.6:

- Ítem 3, alternativa *b* (1,1%): *"Averiguar la proporción de comida entre la persona y el ratón"*. Se trata de una alternativa con nulo significado semántico, especialmente en el contexto del problema. Por este motivo, sólo la han elegido 3 alumnos.
- Ítem 7, alternativa *b* (0,4%): *"Averiguar a qué pato dispara cada cazador"*. Obviamente, se trata de una alternativa que, difícilmente, puede distraer. Sólo la ha seleccionado un alumno.
- Ítem 8, alternativa *a* (0,7%): *"Calcular la temperatura media del enfermo"*. Se trata de una alternativa que contrasta mucho con las otras tres, pues en el problema se solicita indicar el tiempo que ha durado la enfermedad. Sólo se han distraído dos alumnos.
- Ítem 9, alternativa *b* (0,7%): *"Pasar los datos de tanto por ciento a tanto por mil"*. También se pone de manifiesto que esta alternativa no tiene atractivo, pues el problema solicita precisamente lo contrario, pasar una cantidad de tanto por ciento a nº natural.
- Ítem 10, alternativa *c* (0,7%): *"Calcular el valor medio de las puntuaciones más altas"*. Solo dos alumnos se han distraído, pues en este problema se planteaba calcular la media de las notas de una clase y no especifica nada de puntuaciones altas.
- Ítem 11, alternativas *c* y *d* (ambas con el 1,5%); *c:"Hallar la anchura del río"y d:"Calcular la altura total del árbol"*. Son dos

alternativas que se separan, demasiado, del planteamiento de este problema, en el que se solicita, muy claramente, calcular la longitud de la cuerda.

- Ítem 12, alternativa *a* (2,2%) y *b* (0,7%); *a: "Calcular el número de alumnos con buen rendimiento"y b: "Averiguar la puntuación media de los aprobados"*. Es lógico que estas alternativas hayan confundido a pocos alumnos, pues el problema planteaba averiguar el número de alumnos aprobados en clase de matemáticas.
- Ítem 13, alternativa *c* (1,9%): *"Averiguar lo que vale pintar la torre"*. Ha despistado a sólo 5 alumnos, pues el problema planteaba calcular la superficie a pintar y no calcular el valor de este trabajo.
- Ítem 16, alternativa *b* (0,7%): *"Averiguar la superficie de su base"*. Este problema solicita, con bastante claridad, el cálculo de las caras laterales de la pirámide de Keops. Por este motivo, la alternativa sólo ha distraído a 2 alumnos.
- Ítem 18, la alternativa *d* no la selecciona ningún alumno: *"Poner paz entre estos dos compañeros"*. Obviamente, todos los alumnos tienen muy claro que, aunque estaría bien, no es precisamente lo que se solicita en este problema.
- Ítem 20, alternativa *b* (1,1%): *"Hacer un juicio crítico sobre la serie"*. Se trata de un problema que plantea seguir el número siguiente a una serie numérica, percibiendo la mayoría de alumnos, como así esperábamos, que no se trataba de hacer un juicio crítico.
- Ítem 21, alternativa *b* (1,9%): *"Calcular las pérdidas de dinero que han supuesto los retrasos"*. Obviamente, ha distraído a sólo 5 alumnos, pues se trata de hacer un reparto inversamente proporcional de los beneficios de una empresa, con respecto a los retrasos de dos trabajadores.
- Ítem 22, alternativa *c* (3%): *"Comprobar la corrección de la serie en estas figuras"*. Este problema plantea continuar una serie de figuras geométricas, debiendo descubrir el criterio que las relaciona. Se constata que la gran mayoría de alumnos no se cuestiona la corrección de la serie.

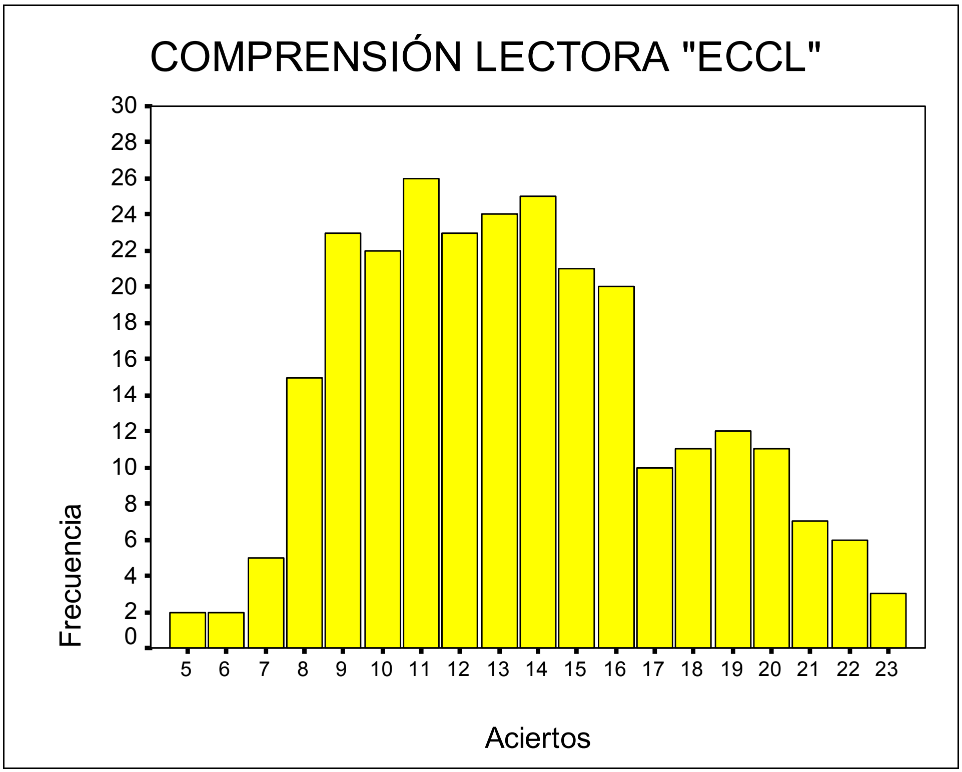
4.2.1.5 Baremos:

PERCENTILES EN COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"

PERCENTIL	PUNTUACIÓN DIRECTA
5	8,00
10	9,00
15	9,00
20	10,00
25	10,00
30	11,00
35	11,00
40	12,00
45	13,00
50	13,00
55	14,00
60	14,00
65	15,00
70	15,30
75	16,00
80	17,00
85	18,00
90	20,00
95	21,00
99	23,00

PORCENTAJES DE ACIERTOS DIRECTOS Y ACUMULADOS EN COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"

PUNTUACIÓN DIRECTA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
5	2	,7	,7
6	2	,7	1,5
7	5	1,9	3,4
8	15	5,6	9,0
9	23	8,6	17,5
10	22	8,2	25,7
11	26	9,7	35,4
12	23	8,6	44,0
13	24	9,0	53,0
14	25	9,3	62,3
15	21	7,8	70,1
16	20	7,5	77,6
17	10	3,7	81,3
18	11	4,1	85,4
19	12	4,5	89,9
20	11	4,1	94,0
21	7	2,6	96,6
22	6	2,2	98,9
23	3	1,1	100,0
Total	268	100,0	



Gráfica 4.4: Aciertos en la prueba ECCL sobre comprensión lectora

La representación gráfica de las frecuencias de aciertos muestra un sesgo de asimetría positiva, con pobre representación de los valores más bajos de la escala. Asimismo, existen ciertos problemas para situar a los sujetos medio-altos y sobre todo altos. En conjunto, valoramos esta prueba adecuada para su utilización provisional, pero debemos mejorarla, con una muestra más amplia y las correcciones indicadas anteriormente.

4.2.2 ANÁLISIS DE LA ESCALA "ECSP" .

4.2.2.1 Índices de dificultad de los ítems:

Ítem	Media	Desviación típica
V2.1	,4440	,4978
V2.2	,2201	,4151
V2.3	,4627	,4995
V2.4	,1194	,3249
V2.5	,3769	,4855
V2.6	,4739	,5003
V2.7	,1754	,3810
V2.8	,6045	,4899
V2.9	,3955	,4899
V2.10	,4590	,4992
V2.11	,5000	,5009
V2.12	,3358	,4732
V2.13	,2799	,4498
V2.14	,3209	,4677
V2.15	,3172	,4662
V2.16	,5448	,4989
V2.17	,5448	,4989
V2.18	,5709	,4959
V2.19	,4627	,4995
V2.20	,3097	,4632
V2.21	,3172	,4662
V2.22	,2873	,4534
V2.23	,3060	,4617
V2.24	,4813	,5006

Teniendo en cuenta que se ha utilizado el 1 como acierto y el 0 como error, multiplicando las medias por 100, obtenemos los porcentajes de aciertos en cada ítem.

4.2.2.2 Fiabilidad de la escala:

Ítem	Media sin el ítem	Varianza sin el ítem	Correlación del ítem con el total	Fiabilidad Alfa sin el ítem
V2.1	8,8657	11,9894	,0673	,6011
V2.2	9,0896	11,6324	,2347	,5807
V2.3	8,8470	11,7630	,1333	,5927
V2.4	9,1903	12,2371	,0557	,5980
V2.5	8,9328	11,8981	,1002	,5967
V2.6	8,8358	11,1490	,3203	,5679
V2.7	9,1343	11,9519	,1413	,5908
V2.8	8,7052	11,7667	,1376	,5920
V2.9	8,9142	11,7117	,1544	,5899
V2.10	8,8507	11,0788	,3434	,5648
V2.11	8,8097	11,3232	,2655	,5753
V2.12	8,9739	11,6660	,1793	,5867
V2.13	9,0299	11,4523	,2676	,5761
V2.14	8,9888	12,0111	,0739	,5994
V2.15	8,9925	11,4007	,2703	,5754
V2.16	8,7649	11,4614	,2247	,5808
V2.17	8,7649	11,3640	,2546	,5768
V2.18	8,7388	11,2873	,2809	,5733
V2.19	8,8470	11,3435	,2604	,5760
V2.20	9,0000	11,6180	,2016	,5839
V2.21	8,9925	11,7453	,1585	,5892
V2.22	9,0224	11,9546	,0986	,5961
V2.23	9,0037	12,4906	-,0719	,6161
V2.24	8,8284	11,3712	,2510	,5772

4.2.2.3 Resumen de datos:

	Media	Varianza	Desviación típica	Nº de variables
Estadísticos de la escala	9,3097	12,4693	3,5312	24

	Media	Mínimo	Máximo	Rango	Máx/Mín	Varianza
Media de los ítems	,3879	,1194	,6045	,4851	5,0625	,0163

	Media	Mínimo	Máximo	Rango	Máx/Mín	Varianza
Varianza de los ítems	,2226	,1055	,2509	,1454	2,3776	,0013

Fiabilidad Alfa para el total de la escala	**,5963**

El índice de fiabilidad alfa de 0,59 es suficiente para el estado de evolución de la prueba, aunque debe mejorarse para obtener unos niveles adecuados en el proceso de diagnóstico individual. Los ítems 1 y, especialmente, el 23 reducen ligeramente el nivel de la escala.

El ítem 1 se corresponde con el criterio de evaluación nº 1: *"Utilizar los números decimales y fraccionarios sencillos y los porcentajes para intercambiar información y resolver problemas y situaciones de la vida cotidiana"*. Este problema plantea una situación que se ha de resolver mediante el dominio de los números fraccionarios, constatando que los esquemas mentales, referidos a la resolución de estos problemas, están poco desarrollados en los alumnos de este nivel escolar. Sin embargo, también hemos podido comprobar que, cuando se simplifican estas situaciones, como ocurre en el ítem nº 6, obtenemos mejores resultados.

El ítem nº 23 corresponde al criterio de evaluación nº 12: *"Utilizar, en situaciones de resolución de problemas planteados dentro de su campo de experiencia, estrategias sencillas tales como el cambio de forma de representación, la construcción de tablas, la búsqueda de ejemplos y casos particulares o los métodos de ensayo y error sistemático"*. El problema planteado requiere la representación de los datos en una tabla como el plan más adecuado para su resolución. Después de analizar, minuciosamente, las respuestas de los alumnos, consideramos que su planteamiento es correcto, dándose una correlación negativa por el elevado número de alumnos que, contestando correctamente en varios problemas anteriores, han elegido la alternativa errónea "b" (que también podría ser un plan de resolución del problema si suprimimos el término "aproximado", véase en el análisis de distractores y el anexo 7.6). Esta confusión pone de manifiesto la falta de afianzamiento de este estrategia, cuando socialmente es muy útil para resolver infinidad de problemas y clarificar muchas situaciones. Por este motivo, pensamos que es necesario potenciar este contenido de aprendizaje y rectificar la alternativa "b".

4.2.2.4 Análisis de distractores:

ÍTEM 2.1	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	12	4,5
a) ERROR	10	3,7
b) ERROR	97	36,2
c) ACIERTO	119	44,4
d) ERROR	30	11,2
Total	268	100,0

ÍTEM 2.2	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	20	7,5
a) ACIERTO	59	22,0
b) ERROR	8	3,0
c) ERROR	151	56,3
d) ERROR	30	11,2
Total	268	100,0

ÍTEM 2.3	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	15	5,6
a) ERROR	28	10,4
b) ERROR	88	32,8
c) ACIERTO	124	46,3
d) ERROR	13	4,9
Total	268	100,0

ÍTEM 2.4	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	100	37,3
a) ERROR	7	2,6
b) ERROR	99	36,9
c) ERROR	30	11,2
d) ACIERTO	32	11,9
Total	268	100,0

ÍTEM 2.5	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	30	11,2
a) ERROR	32	11,9
b) ERROR	2	,7
c) ACIERTO	101	37,7
d) ERROR	103	38,4
Total	268	100,0

ÍTEM 2.6	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	14	5,2
a) ERROR	92	34,3
b) ACIERTO	127	47,4
c) ERROR	10	3,7
d) ERROR	25	9,3
Total	268	100,0

ÍTEM 2.7	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	82	30,6
a) ERROR	2	,7
b) ACIERTO	47	17,5
c) ERROR	39	14,6
d) ERROR	98	36,6
Total	268	100,0

ÍTEM 2.8	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	5	1,9
a) ERROR	13	4,9
b) ERROR	3	1,1
c) ERROR	85	31,7
d) ACIERTO	162	60,4
Total	268	100,0

ÍTEM 2.9	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	12	4,5
a) ERROR	117	43,7
b) ACIERTO	106	39,6
c) ERROR	6	2,2
d) ERROR	27	10,1
Total	268	100,0

ÍTEM 2.10	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	37	13,8
a) ACIERTO	123	45,9
b) ERROR	21	7,8
c) ERROR	30	11,2
d) ERROR	57	21,3
Total	268	100,0

ÍTEM 2.11	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	6	2,2
a) ACIERTO	134	50,0
b) ERROR	1	,4
c) ERROR	2	,7
d) ERROR	125	46,6
Total	268	100,0

ÍTEM 2.12	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	35	13,1
a) ERROR	30	11,2
b) ERROR	14	5,2
c) ERROR	99	36,9
d) ACIERTO	90	33,6
Total	268	100,0

ÍTEM 2.13	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	43	16,0
a) ERROR	132	49,3
b) ERROR	16	6,0
c) ERROR	2	,7
d) ACIERTO	75	28,0
Total	268	100,0

ÍTEM 2.14	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	94	35,1
a) ERROR	23	8,6
b) ERROR	8	3,0
c) ACIERTO	86	32,1
d) ERROR	57	21,3
Total	268	100,0

ÍTEM 2.15	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	52	19,4
a) ERROR	98	36,6
b) ERROR	28	10,4
c) ACIERTO	85	31,7
d) ERROR	5	1,9
Total	268	100,0

ÍTEM 2.16	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	18	6,7
a) ERROR	33	12,3
b) ACIERTO	146	54,5
c) ERROR	24	9,0
d) ERROR	47	17,5
Total	268	100,0

ÍTEM 2.17	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	12	4,5
a) ACIERTO	146	54,5
b) ERROR	3	1,1
c) ERROR	67	25,0
d) ERROR	40	14,9
Total	268	100,0

ÍTEM 2.18	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	22	8,2
a) ERROR	56	20,9
b) ERROR	5	1,9
c) ERROR	32	11,9
d) ACIERTO	153	57,1
Total	268	100,0

ÍTEM 2.19	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	34	12,7
a) ACIERTO	124	46,3
b) ERROR	57	21,3
c) ERROR	48	17,9
d) ERROR	5	1,9
Total	268	100,0

ÍTEM 2.20	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	57	21,3
a) ERROR	6	2,2
b) ERROR	54	20,1
c) ACIERTO	83	31,0
d) ERROR	68	25,4
Total	268	100,0

ÍTEM 2.21	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	36	13,4
a) ERROR	104	38,8
b) ACIERTO	85	31,7
c) ERROR	20	7,5
d) ERROR	23	8,6
Total	268	100,0

ÍTEM 2.22	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	38	14,2
a) ACIERTO	77	28,7
b) ERROR	78	29,1
c) ERROR	39	14,6
d) ERROR	36	13,4
Total	268	100,0

ÍTEM 2.23	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	29	10,8
a) ERROR	55	20,5
b) ERROR	101	37,7
c) ERROR	1	,4
d) ACIERTO	82	30,6
Total	268	100,0

ÍTEM 2.24	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	14	5,2
a) ERROR	86	32,1
b) ERROR	12	4,5
c) ACIERTO	129	48,1
d) ERROR	27	10,1
Total	268	100,0

Se aprecia que en todos los ítems hay, al menos, un distractor que funciona correctamente y otros dos con variaciones en mayor o menor grado, correspondiéndose con los previsiones que se plantearon en su construcción. Este análisis nos permite, también, localizar las alternativas que peor han funcionado, proporcionando una información precisa, de cara a la construcción definitiva de la esta prueba.

Analizamos, a continuación, las alternativas con porcentajes de selección igual o menor al 3%, y las posibles causas que han podido motivar su falta de efecto distrartor. Para una visión integral del conjunto del problema y todas las alternativas presentadas, véase el anexo 7.6:

- Ítem 2, alternativa *b* (3%): *"Realizar un reparto inversamente proporcional"*. El problema plantea el cálculo del rédito que nos da un banco, por depositar un dinero durante un año. Esta opción distrae tan sólo a 8 alumnos, pues los alumnos tienen muy afianzado que el plan de resolución no es un reparto inverso.

- Ítem 4, alternativa *a* (2,6%): *"Representar gráficamente las distintas combinaciones"*. Este problema plantea un cálculo de probabilidades en un fenómeno en el que interviene el azar. Aunque se trata de un problema que no los saben resolver los alumnos de esta muestra, esta alternativa, lógicamente, no distrae a la mayoría de los alumnos. Este ítems se presenta, junto con el 7, el mayor índice de alumnos que no contestan.

- Ítem 5, alternativa *b* (0,7%): *"Calcular los valores midiendo con una regla"*. El problema solicita el plan adecuado para calcular el tiempo empleado y el espacio recorrido, según los valores indicados en una gráfica espacio-temporal. Queda muy claro, pues, que este plan representa una mínima distracción.

- Ítem 7, alternativa *a* (0,7%): *"Realizar un reparto directamente proporcional"*. Se trata de un problema similar al 4, planteando las probabilidades que tienen de salvarse 5 patos, a los que disparan al azar 5 estupendo cazadores. De igual forma que el ítem 4, aunque los alumnos no saben resolver el problema, perciben muy claramente, desde un buen razonamiento lógico, que esta alternativa no es un plan adecuado.

- Ítem 8, alternativa *b* (1,1%): *"Hallar el porcentaje de los días de enfermedad"*. El problema plantea averiguar los días exactos que ha durado la enfermedad de una persona. Por este motivo, al expresar el cálculo de un porcentaje hace que los alumnos la identifiquen, claramente, como errónea.

- Ítem 9, alternativa *c* (2,2%): *"Plantear una regla de tres simple inversa"*. El problema solicita el cálculo de un porcentaje, poniéndose de manifiesto que los alumnos tienen muy claro que este tipo de problemas no se resuelve con un planteamientos inverso.

- Ítem 11, alternativa *b y c* (0,4% y 0,7%, respectivamente); *b*: *"Representar el dibujo a escala"* y *c: "Averiguar la superficie del triángulo"*. Este problema plantea el cálculo de la longitud de una cuerda, por medio de la fórmula del teorema de Pitágoras. Las dos alternativas representan muy baja distracción; la primera por lógica y la segunda, porque la mayoría de los alumnos conocen este teorema, debido a lo trabajado que está en las aulas.

- Ítem 13, alternativa *c* (0,7%): *"Dividir la altura por 2 y multiplicar por la base"*. Este problema plantea el cálculo de la superficie de las caras rectangulares de una torre y los alumnos tienen muy asumido que el plan, expresado en esta alternativa, no se utiliza en el cálculo de superficies.

- Ítem 14, alternativa *b* (3%): *"Calcular el área de un círculo máximo y multiplicar por 2"*. El problema plantea averiguar la superficie de una esfera. Dado el alto índice de alumnos que no han contestado a este ítems (35%), consideramos que el índice de distracción es adecuado y que, además, se aproxima al planteamiento correcto: *Hallar la superficie de un círculo máximo y multiplicar por 4*.

- Ítem 15, alternativa *d* (1,9%): *"Calcular el área de la base de una columna y multiplicarla por 4"*. El problema solicita, con bastante claridad, el cálculo de la superficie lateral de una columna de cartón. Por este motivo, los alumnos han percibido el cálculo del área de la base como un plan erróneo.

- Ítem 17, alternativa *b* (1,1%): *"Calcular la superficie real con un reparto inversamente proporcional"*. El problema plantea averiguar las superficies reales de dos habitaciones, representadas en un plano a escala 1:50. Esta situación pone de manifiesto que los alumnos tienen afianzado el plan de resolución, como un planteamiento de proporcionalidad directa. Por este motivo, ha presentado muy poca atracción esta alternativa.

- Ítem 18, alternativa *b* (1,9%): *"Calcular las medidas reales con una regla de tres inversa"*. Se trata de un problema similar al anterior y la alternativa ha presentado el mismo efecto.

- Ítem 19, alternativa *d* (1,9%): *"Representar gráficamente el problema"*. El problema plantea el cálculo de combustible de un automóvil en una distancia, indicando el consumo medio a una velocidad de 90 Km/hora. Obviamente, queda claro que, en este problema, no es adecuado realizar un gráfico, sino hacer un reparto proporcional, como así lo manifiesta el 46% de los alumnos.

- Ítem 20, alternativa *a* (2,2%): *"Realizar un cálculo de probabilidades"*. Este problema solicita averiguar el número que continúa la serie. La alternativa presenta muy poco atractivo, pues, lógicamente, no tiene nada que ver el cálculo de probabilidades, con la averiguación de las operaciones que fundamentan la continuación de la serie numérica.

- Ítem 23, alternativa *c* (0,4%): *"Solicitar información sobre el número de bolas blancas que hay"*. Obviamente, esta alternativa se percibe errónea, pues carece de todo sentido como plan de trabajo para resolver el problema.

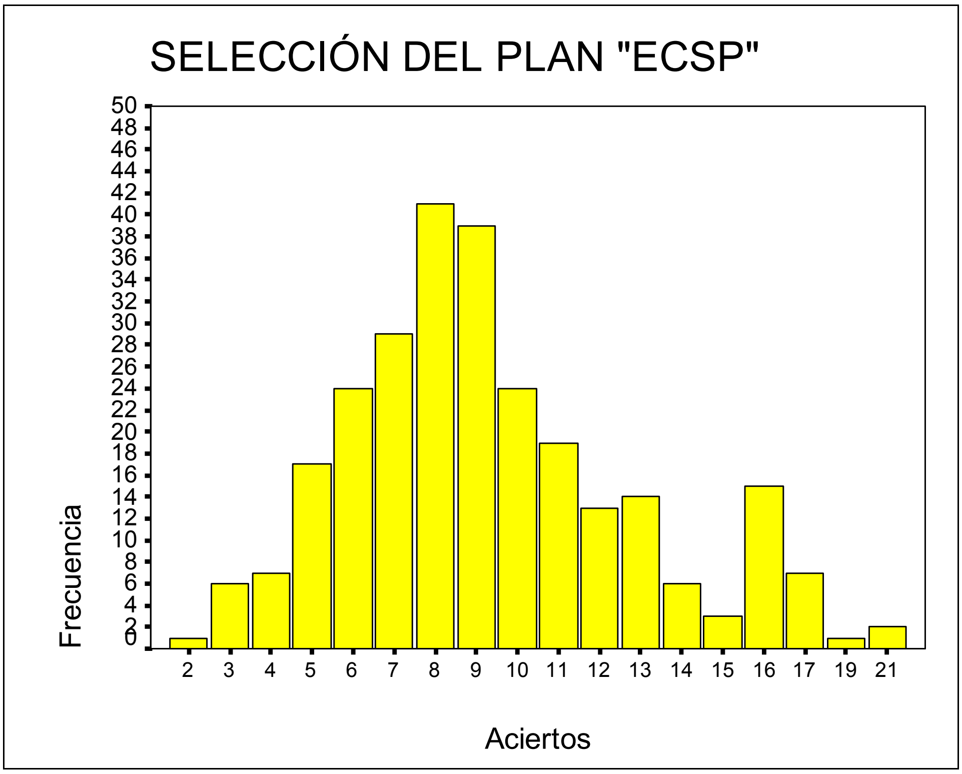
4.2.2.5 Baremos:

PERCENTILES EN SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"

PERCENTIL	PUNTUACIÓN DIRECTA
5	4,00
10	5,00
15	6,00
20	6,00
25	7,00
30	7,00
35	8,00
40	8,00
45	8,00
50	9,00
55	9,00
60	9,00
65	10,00
70	10,30
75	11,00
80	12,00
85	13,00
90	15,00
95	16,00
99	19,62

PORCENTAJES DE ACIERTOS DIRECTOS Y ACUMULADOS EN SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"

PUNTUACIÓN DIRECTA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
2	1	,4	,4
3	6	2,2	2,6
4	7	2,6	5,2
5	17	6,3	11,6
6	24	9,0	20,5
7	29	10,8	31,3
8	41	15,3	46,6
9	39	14,6	61,2
10	24	9,0	70,1
11	19	7,1	77,2
12	13	4,9	82,1
13	14	5,2	87,3
14	6	2,2	89,6
15	3	1,1	90,7
16	15	5,6	96,3
17	7	2,6	98,9
19	1	,4	99,3
21	2	,7	100,0
Total	268	100,0	



Gráfica 4.5: Aciertos en la prueba ECSP sobre selección del plan de trabajo

La grafica de frecuencias refleja una distribución muy próxima a la simetría de la curva normal, observándose una buena distribución de todos los valores de la escala, con un ligero repunte en la frecuencia de las puntuaciones altas. Valoramos esta prueba bastante adecuada para su utilización, aunque debemos mejorarla, con una muestra más amplia y las correcciones indicadas anteriormente.

4.2.3 ANÁLISIS DE LA ESCALA "ECOE".

4.2.3.1 Índice de dificultad de los ítems:

Ítem	Media	Desviación típica
V3.1	,7164	,4516
V3.2	,5037	,5009
V3.3	,5784	,4947
V3.4	,1604	,3677
V3.5	,3134	,4648
V3.6	,4254	,4953
V3.7	,2127	,4100
V3.8	,3843	,4873
V3.9	,4366	,4969
V3.10	,4366	,4969
V3.11	,6791	,4677
V3.12	,5522	,4982
V3.13	,3769	,4855
V3.14	,4216	,4947
V3.15	,1940	,3962
V3.16	,4179	,4941
V3.17	,5933	,4921
V3.18	,6866	,4648
V3.19	,2276	,4201
V3.20	,3134	,4648
V3.21	,2799	,4498
V3.22	,5784	,4947
V3.23	,2090	,4073
V3.24	,3582	,4804

Teniendo en cuenta que se ha utilizado el 1 como acierto y el 0 como error, multiplicando las medias por 100, obtenemos los porcentajes de aciertos en cada ítem.

4.2.3.2 Fiabilidad de la escala:

Ítem	Media sin el ítem	Varianza sin el ítem	Correlación del ítem con el total	Fiabilidad Alfa sin el ítem
V3.1	9,3396	12,6371	,2025	,6289
V3.2	9,5522	12,2857	,2719	,6210
V3.3	9,4776	12,4302	,2340	,6255
V3.4	9,8955	13,0827	,1028	,6376
V3.5	9,7425	12,7762	,1502	,6345
V3.6	9,6306	12,4585	,2252	,6265
V3.7	9,8433	12,3948	,3216	,6178
V3.8	9,6716	12,4985	,2192	,6271
V3.9	9,6194	12,4464	,2276	,6262
V3.10	9,6194	12,9557	,0807	,6427
V3.11	9,3769	12,3631	,2765	,6210
V3.12	9,5037	12,2509	,2845	,6196
V3.13	9,6791	13,5371	-,0788	,6591
V3.14	9,6343	12,5175	,2082	,6284
V3.15	9,8619	12,8236	,1800	,6312
V3.16	9,6381	12,5614	,1958	,6298
V3.17	9,4627	12,4143	,2407	,6247
V3.18	9,3694	12,5784	,2114	,6280
V3.19	9,8284	13,0491	,0875	,6399
V3.20	9,7425	12,3267	,2906	,6195
V3.21	9,7761	12,4965	,2492	,6241
V3.22	9,4776	12,0781	,3397	,6132
V3.23	9,8470	12,5196	,2795	,6219
V3.24	9,6978	12,5637	,2046	,6287

4.2.3.3 Resumen de datos:

	Media	Varianza	Desviación típica	Nº de variables
Estadísticos de la escala	10,0560	13,4912	3,6730	24

	Media	Mínimo	Máximo	Rango	Máx/Mín	Varianza
Media de los ítems	,4190	,1604	,7164	,5560	4,4651	,0271

	Media	Mínimo	Máximo	Rango	Máx/Mín	Varianza
Varianza de los ítems	,2183	,1352	,2509	,1157	1,8558	,0012

Fiabilidad Alfa para el total de la escala	**,6383**

La fiabilidad global del conjunto de la escala es satisfactoria (0,6383). Las contribuciones de los ítems (fiabilidad eliminando cada ítem) son sustantivas, sólo encontrándose los ítems 10, 13 y 19 que reducen, ligeramente, la fiabilidad de la escala.

El ítem 13 obtiene una correlación negativa, debido a la confusión que ha presentado la alternativa "d" en el 40 % de los alumnos (véase el análisis de distractores y anexo7.6). En realidad, esta alternativa representa un paso necesario para resolver el problema, aunque después de calcular la superficie de las caras. En función de estos resultados, consideramos necesario modificar esta alternativa en la próxima prueba.

El ítem 10 también obtiene una correlación muy baja. Pensamos que puede estar motivada porque se plantea un problema en el que han de utilizar los datos presentados en una tabla y, como hemos observado en el proceso anterior, los alumnos manifiestan bastante dificultad en el dominio de estas representaciones.

En cuanto al ítem 19, que plantea el cálculo de combustible que consume un automóvil en una distancia recorrida y a una determinada velocidad, consideramos que se trata de uno de los problemas más difíciles, como así lo demuestra el bajo índice de aciertos del 22,76%. En el supuesto planteado, no se podía calcular directamente el resultado final, pues primero era necesario averiguar el consumo medio a la velocidad indicada y, después, el consumo total en la distancia recorrida. Este doble proceso de cálculo explica, sin duda, su dificultad y baja correlación.

4.2.3.4 Análisis de distractores:

ÍTEM 3.1	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	13	4,9
a) ERROR	16	6,0
b) ERROR	7	2,6
c) ERROR	40	14,9
d) ACIERTO	192	71,6
Total	268	100,0

ÍTEM 3.2	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	50	18,7
a) ERROR	47	17,5
b) ERROR	11	4,1
c) ACIERTO	135	50,4
d) ERROR	25	9,3
Total	268	100,0

ÍTEM 3.3	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	26	9,7
a) ERROR	27	10,1
b) ERROR	11	4,1
c) ERROR	49	18,3
d) ACIERTO	155	57,8
Total	268	100,0

ÍTEM 3.4	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	155	57,8
a) ERROR	44	16,4
b) ERROR	5	1,9
c) ACIERTO	43	16,0
d) ERROR	21	7,8
Total	268	100,0

ÍTEM 3.5	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	39	14,6
a) ACIERTO	84	31,3
b) ERROR	81	30,2
c) ERROR	62	23,1
d) ERROR	2	,7
Total	268	100,0

ÍTEM 3.6	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	52	19,4
a) ERROR	71	26,5
b) ACIERTO	114	42,5
c) ERROR	23	8,6
d) ERROR	8	3,0
Total	268	100,0

ÍTEM 3.7	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	123	45,9
a) ERROR	53	19,8
b) ERROR	21	7,8
c) ERROR	14	5,2
d) ACIERTO	57	21,3
Total	268	100,0

ÍTEM 3.8	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	7	2,6
a) ERROR	35	13,1
b) ACIERTO	103	38,4
c) ERROR	85	31,7
d) ERROR	38	14,2
Total	268	100,0

ÍTEM 3.9	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	55	20,5
a) ERROR	39	14,6
b) ACIERTO	117	43,7
c) ERROR	6	2,2
d) ERROR	51	19,0
Total	268	100,0

ÍTEM 3.10	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	60	22,4
a) ERROR	62	23,1
b) ERROR	12	4,5
c) ERROR	17	6,3
d) ACIERTO	117	43,7
Total	268	100,0

ÍTEM 3.11	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	15	5,6
a) ERROR	4	1,5
b) ERROR	2	,7
c) ACIERTO	182	67,9
d) ERROR	65	24,3
Total	268	100,0

ÍTEM 3.12	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	61	22,8
a) ERROR	3	1,1
b) ERROR	55	20,5
c) ACIERTO	148	55,2
d) ERROR	1	,4
Total	268	100,0

ÍTEM 3.13	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	39	14,6
a) ERROR	17	6,3
b) ACIERTO	101	37,7
c) ERROR	6	2,2
d) ERROR	105	39,2
Total	268	100,0

ÍTEM 3.14	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	55	20,5
a) ACIERTO	113	42,2
b) ERROR	26	9,7
c) ERROR	18	6,7
d) ERROR	56	20,9
Total	268	100,0

ÍTEM 3.15	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	51	19,0
a) ERROR	26	9,7
b) ERROR	99	36,9
c) ERROR	40	14,9
d) ACIERTO	52	19,4
Total	268	100,0

ÍTEM 3.16	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	38	14,2
a) ACIERTO	112	41,8
b) ERROR	41	15,3
c) ERROR	12	4,5
d) ERROR	65	24,3
Total	268	100,0

ÍTEM 3.17	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	31	11,6
a) ERROR	9	3,4
b) ACIERTO	159	59,3
c) ERROR	23	8,6
d) ERROR	46	17,2
Total	268	100,0

ÍTEM 3.18	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	9	3,4
a) ACIERTO	184	68,7
b) ERROR	37	13,8
c) ERROR	24	9,0
d) ERROR	14	5,2
Total	268	100,0

ÍTEM 3.19	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	55	20,5
a) ERROR	40	14,9
b) ERROR	98	36,6
c) ERROR	14	5,2
d) ACIERTO	61	22,8
Total	268	100,0

ÍTEM 3.20	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	97	36,2
a) ERROR	71	26,5
b) ERROR	2	,7
c) ERROR	14	5,2
d) ACIERTO	84	31,3
Total	268	100,0

ÍTEM 3.21	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	79	29,5
a) ERROR	26	9,7
b) ERROR	73	27,2
c) ACIERTO	75	28,0
d) ERROR	15	5,6
Total	268	100,0

ÍTEM 3.22	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	6	2,2
a) ERROR	29	10,8
b) ACIERTO	155	57,8
c) ERROR	76	28,4
d) ERROR	2	,7
Total	268	100,0

ÍTEM 3.23	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	77	28,7
a) ERROR	109	40,7
b) ACIERTO	56	20,9
c) ERROR	15	5,6
d) ERROR	11	4,1
Total	268	100,0

ÍTEM 3.24	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	36	13,4
a) ACIERTO	96	35,8
b) ERROR	28	10,4
c) ERROR	8	3,0
d) ERROR	100	37,3
Total	268	100,0

Como en los análisis anteriores, se aprecia un funcionamiento aceptable de los distractores. En todos los ítems, al menos, se localiza una alternativa con un número respuestas relativamente importante. Por otro lado, también observamos algunos distractores con muy poco “atractivo” para los alumnos, proporcionándonos una información valiosa, de cara a la construcción definitiva de esta prueba.

A continuación, analizamos las alternativas con porcentajes de respuesta igual o menor al 3%, y las posibles causas que han podido ocasionar estos bajos índices. Para una visión integral del conjunto del problema y todas las alternativas presentadas, véase el anexo 7.6:

- Ítem 1, alternativa *b* (2,6%): *“Pasar las fracciones a otras equivalentes con numerador común”*. El índice general de aciertos hace que el bajo porcentaje de esta alternativa sea relativo. El problema plantea la sustracción de una fracción a un número entero, y queda bastante manifiesto que es una estrategia dominada por la mayoría de los alumnos. Por este motivo, valoramos que el comportamiento de esta alternativa es adecuado, con relación a los índices de respuesta del resto de los distractores.

- Ítem 4, alternativa *b* (1,9%): *“Hallar el porcentaje de resultados positivos”*. Este problema, de forma similar a la fase anterior, obtiene el mayor índice de alumnos que no responden. Por este motivo, consideramos que, relativamente, no es tan bajo el porcentaje obtenido por esta alternativa. De cualquier forma, la opción planteada no tiene sentido en este problema, pues solicita, expresamente, la probabilidad de obtener un resultado positivo o negativo, y no el porcentaje.

- Ítem 5, alternativa *d* (0,7%): *“comprobar la escala del gráfico”*. Se trata de una alternativa fuera de toda lógica, pues el problema solicita averiguar el espacio recorrido y el tiempo empleado, que se representan en una gráfica, careciendo de valor la escala del dibujo.

- Ítem 6, alternativa *d* (3%): *"Averiguar el valor de 2x9/81"*. Se trata de la única alternativa en la que se ha invertido el número 81, situándolo en el denominador. Se percibe, claramente, que debe formar parte del numerador, pues el primar paso de este problema consiste en multiplicar 81 por 2/9. Consideramos que esta situación, sin duda, ha motivado su localización como opción errónea.

- Ítem 9, alternativa *c* (2,2%): *"Dividir 100 por 2,5"*. El problema plantea averiguar el 2,5% de 1000 personas y, como se pone de manifiesto por el alto índice de aciertos (43,7%), se trata de un problema bastante afianzado en los alumnos. La mayoría sabe que este tipo de problemas se resuelve con una "regla de tres", identificando esta alternativa como errónea. También advertimos que el bajo porcentaje obtenido es menos significativo, si tenemos en cuenta el índice de alumnos que no contestan y los que responden correctamente.

- Ítem 11, alternativas *a y b* (1,1% y 0,7%, respectivamente); *a: "Averiguar la escala del dibujo" y b: "Medir la cuerda con un escalímetro"*. Obviamente, estas dos alternativas dejan de tener todo sentido como estrategia de resolución en el problema planteado. Por este motivo, presentan el bajo índice de selección.

- Ítem 12 alternativa a y d (1,1% y 0,4%, respectivamente); *a: "Sumar todas las calificaciones" y d: "Realizar un gráfico más representativo"* . Este problema plantea averiguar los alumnos que aprueban la asignatura de matemáticas, teniendo que localizar las calificaciones en un gráfico de barras. Obviamente, se distingue que no se han de sumar todas, sino sólo las calificaciones igual a 5 y superiores. Por otro lado, el problema representa una situación muy familiar para los alumnos, lo que, sin dudada, les ha facilitado su identificación como errónea. La opción *d* también se manifiesta con poco atractivo, por la falta de lógica que supone hacer otra representación, cuando la gráfica presentada es muy frecuente en la dinámica escolar del alumno.

- Ítem 13, alternativa *c* (2,2%): *"Averiguar la mitad de la altura"*. El problema plantea calcular la superficie de las caras de una torre y, después, restar la mitad de una cara. Ante esta situación, se percibe, claramente, que esta alternativa carece de sentido. Sin embargo, la alternativa *d* ha producido el efecto contrario, distrayendo al 39% de los alumnos, pues plantea: *restar a una cara la superficie del ayuntamiento*, que es un paso correcto, pero no se ha de realizar en primer lugar, como se pedía en esta fase.

- Ítem 20, alternativa *b* (0,7%): *"Sumar los números y dividir el resultado por 5"*. Esta opción no tiene sentido en este problema que plantea seguir una serie numérica. Como hay 5 números en la serie, los alumnos han percibido que esta alternativa representa el primer paso para calcular la media, pero no para continuar la serie.

- Ítem 22, alternativa *d* (0,7%): *"Pedir más información"*. Lógicamente, el distractor carece de sentido, pues el alumno tiene muy claro que todos los datos que necesita están indicados en el planteamiento del problema. Sólo ha despistado a 2 alumnos.

- Ítem 24, alternativa *c* (3%): *"Sumar a las edades del padre y la hija 4 años"*. El problema plantea averiguar la edad del padre para que sea 4 veces mayor que la de su hija. Obviamente, la alternativa ha sido percibida sin sentido por la gran mayoría de alumnos.

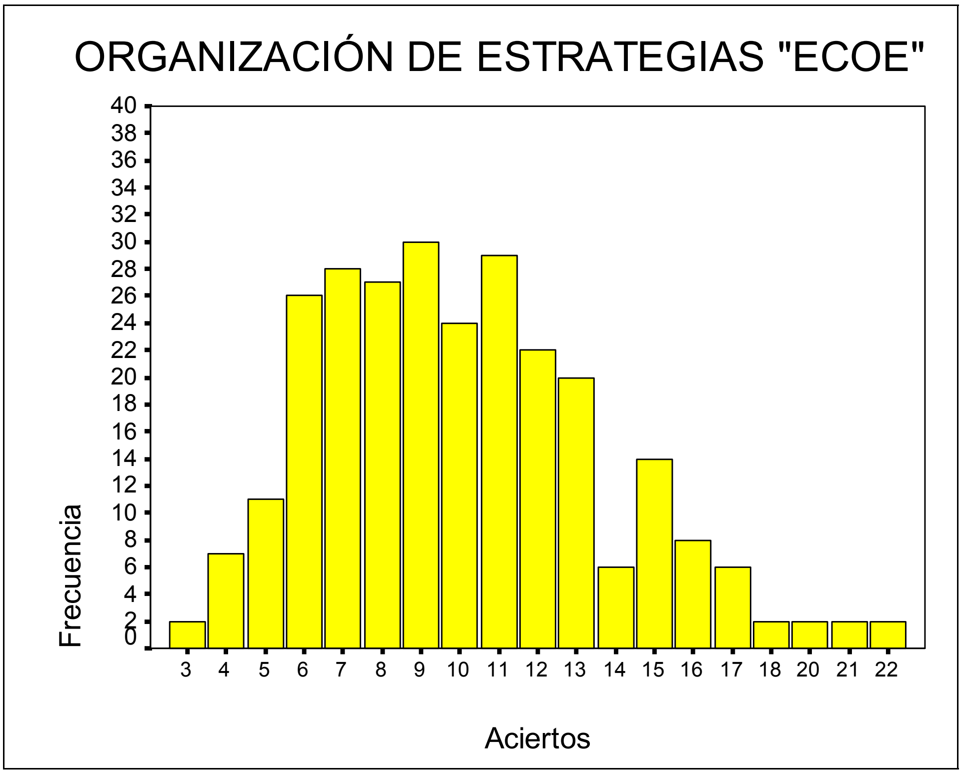
4.2.3.5 Baremos:

PERCENTILES EN ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"

PERCENTIL	PUNTUACIÓN DIRECTA
5	5,00
10	6,00
15	6,00
20	7,00
25	7,00
30	8,00
35	8,00
40	9,00
45	9,00
50	10,00
55	10,00
60	11,00
65	11,00
70	12,00
75	12,00
80	13,00
85	14,00
90	15,00
95	17,00
99	21,31

PORCENTAJES DE ACIERTOS DIRECTOS Y ACUMULADOS EN ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"

PUNTUACIÓN DIRECTAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
3	2	,7	,7
4	7	2,6	3,4
5	11	4,1	7,5
6	26	9,7	17,2
7	28	10,4	27,6
8	27	10,1	37,7
9	30	11,2	48,9
10	24	9,0	57,8
11	29	10,8	68,7
12	22	8,2	76,9
13	20	7,5	84,3
14	6	2,2	86,6
15	14	5,2	91,8
16	8	3,0	94,8
17	6	2,2	97,0
18	2	,7	97,8
20	2	,7	98,5
21	2	,7	99,3
22	2	,7	100,0
Total	268	100,0	



Gráfica 4.6: Aciertos en la prueba ECOE sobre la organización de estrategias

La representación gráfica de las frecuencias de aciertos muestra un sesgo de asimetría negativa, con pobre representación de los valores más altos de la escala, reflejando la mayor dificultad que han encontrado los alumnos en esta prueba. En conjunto, la valoramos adecuada para su utilización provisional, como así lo demuestran los resultados obtenidos, pero debemos mejorarla, con una muestra más amplia y las correcciones indicadas anteriormente.

4.2.4 ANÁLISIS DE LA ESCALA “ECEP” .

4.2.4.1 Índice de dificultad de los ítems:

Ítem	Media	Desviación típica
V4.1	,5149	,5007
V4.2	,7612	,4272
V4.3	,4478	,4982
V4.5	,3396	,4744
V4.6	,7537	,4316
V4.8	,5112	,5008
V4.9	,8060	,3962
V4.10	,4030	,4914
V4.11	,4851	,5007
V4.12	,4216	,4947
V4.13	,7201	,4498
V4.14	,2985	,4585
V4.15	,2724	,4460
V4.16	,6306	,4835
V4.17	,3955	,4899
V4.18	,4440	,4978
V4.19	,4328	,4964
V4.20	,4701	,5000
V4.21	,2687	,4441
V4.22	,7649	,4248
V4.23	,2724	,4460
V4.24	,7873	,4100
V4.4	,0000	,0000
V4.7	,0000	,0000

Teniendo en cuenta que se ha utilizado el 1 como acierto y el 0 como error, multiplicando las medias por 100, obtenemos los porcentajes de aciertos en cada ítem.

4.2.4.2 Fiabilidad de la escala:

Ítem	Media sin el ítem	Varianza sin el ítem	Correlación del ítem con el total	Fiabilidad Alfa sin el ítem
V4.1	10,6866	17,7815	,3375	,7807
V4.2	10,4403	18,6519	,1689	,7894
V4.3	10,7537	17,2125	,4830	,7716
V4.5	10,8619	18,5090	,1772	,7898
V4.6	10,4478	17,9710	,3552	,7798
V4.8	10,6903	18,5966	,1412	,7925
V4.9	10,3955	18,1426	,3430	,7806
V4.10	10,7985	18,6034	,1445	,7921
V4.11	10,7164	17,1777	,4888	,7712
V4.12	10,7799	17,6330	,3802	,7781
V4.13	10,4813	17,4566	,4785	,7727
V4.14	10,9030	18,2902	,2440	,7858
V4.15	10,9291	19,0099	,0639	,7952
V4.16	10,5709	17,6017	,3997	,7769
V4.17	10,8060	17,1008	,5224	,7693
V4.18	10,7575	17,3155	,4572	,7732
V4.19	10,7687	18,5006	,1664	,7909
V4.20	10,7313	17,3957	,4343	,7747
V4.21	10,9328	17,8307	,3811	,7783
V4.22	10,4366	17,6701	,4499	,7748
V4.23	10,9291	17,6017	,4427	,7748
V4.24	10,4142	17,9065	,3985	,7777

4.2.4.3 Resumen de datos:

	Media	Varianza	Desviación típica	Nº de variables
Estadísticos de la escala	11,2015	19,4574	4,4111	22

	Media	Mínimo	Máximo	Rango	Máx/Mín	Varianza
Media de los ítems	,5092	,2687	,8060	,5373	3,0000	,0335

	Media	Mínimo	Máximo	Rango	Máx/Mín	Varianza
Varianza de los ítems	,2187	,1570	,2508	,0938	1,5978	,0010

Fiabilidad Alfa para el total de la escala	**,7885**

La prueba presenta una fiabilidad excelente (0,7885), no existiendo ítems que limiten el nivel general de la escala.

Se constata que los problemas presentados en los ítems 4 y 7, referidos al criterio de evaluación nº 5: *"Hacer predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un proceso a partir de información obtenida de forma empírica o como resultado del recuento de posibilidades",* no los saben resolver los alumnos de esta muestra. Esta situación nos obliga, por una parte, a intensificar el aprendizaje de este contenido y, por otra, a explorar las destrezas de los alumnos en este ámbito para reformular los ítems.

La correlación más baja la encontramos en el ítem 15, referido al criterio de evaluación nº 8: *"Identificar las características geométricas de las formas planas y los cuerpos que permitan describirlos con la terminología adecuada y descomponerlos en las figuras elementales que los forman, estableciendo relaciones entre ellas"*, en el que se ha de descomponer una columna de cartón en sus partes planas elementales para calcular la superficie lateral. Después de analizar este ítem, observamos que tiene el mayor porcentaje de alumnos que no responden, debido, muy posiblemente, al sistema de alternativas utilizado, pues no se presenta el resultado exacto, sino el más aproximado. Esta situación ha motivado, sin duda, el despiste de los alumnos a la hora de responder (Véase en el análisis de distractores y el anexo 7.6). En la elaboración de la próxima prueba, pues, presentaremos el resultado exacto, como en el resto de los problemas.

Los ítems 5 y 8, referidos al criterio de evaluación nº 3: *"Utilizar las gráficas (continuas) para obtener y comunicar información sobre fenómenos y situaciones en los que intervengan variables familiares y relaciones conocidas",* en los que se solicita la interpretación de dos gráficas, también presentan índices de correlación bajos, debido a la dificultad que han manifestado los alumnos para la resolución de este tipo de problemas. De forma similar, ocurre con el ítem nº

10, en el que se presentan las calificaciones de un grupo de alumnos, distribuidas en una tabla de frecuencias, para hallar la puntuación media. Estos resultados apuntan la posibilidad de que algunos alumnos han afianzado más la resolución de los problemas que requieren cálculo numérico que los que exigen la interpretación de gráficos. Situación que nos informa sobre la conveniencia de reforzar estos aprendizajes.

El ítem 19 también presenta una correlación baja, con un alto porcentaje de alumnos que no contestan, debido, muy posiblemente, a la dificultad que tiene el cálculo de este problema, como ya hemos comentado anteriormente.

4.2.4.4 Análisis de distractores:

ÍTEM 4.1	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	29	10,8
a) ERROR	54	20,1
b) ACIERTO	138	51,5
c) ERROR	27	10,1
d) ERROR	20	7,5
Total	268	100,0

ÍTEM 4.2	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	20	7,5
a) ERROR	8	3,0
b) ERROR	26	9,7
c) ACIERTO	204	76,1
d) ERROR	10	3,7
Total	268	100,0

ÍTEM 4.3	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	81	30,2
a) ERROR	6	2,2
b) ERROR	38	14,2
c) ERROR	23	8,6
d) ACIERTO	120	44,8
Total	268	100,0

ÍTEM 4.4	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	268	100,0

ÍTEM 4.5	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	39	14,6
a) ERROR	13	4,9
b) ERROR	100	37,3
c) ACIERTO	91	34,0
d) ERROR	25	9,3
Total	268	100,0

ÍTEM 4.6	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	10	3,7
a) ACIERTO	202	75,4
b) ERROR	20	7,5
c) ERROR	22	8,2
d) ERROR	14	5,2
Total	268	100,0

ÍTEM 4.7	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	268	100,0

ÍTEM 4.8	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	4	1,5
a) ERROR	8	3,0
b) ERROR	28	10,4
c) ERROR	91	34,0
d) ACIERTO	137	51,1
Total	268	100,0

ÍTEM 4.9	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	3	1,1
a) ERROR	48	17,9
b) ERROR	1	,4
c) ACIERTO	216	80,6
Total	268	100,0

ÍTEM 4.10	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	97	36,2
a) ERROR	19	7,1
b) ERROR	28	10,4
c) ERROR	16	6,0
d) ACIERTO	108	40,3
Total	268	100,0

ÍTEM 4.11	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	53	19,8
a) ACIERTO	130	48,5
b) ERROR	21	7,8
c) ERROR	39	14,6
d) ERROR	25	9,3
Total	268	100,0

ÍTEM 4.12	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	86	32,1
a) ERROR	31	11,6
b) ACIERTO	113	42,2
c) ERROR	25	9,3
d) ERROR	13	4,9
Total	268	100,0

ÍTEM 4.13	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	33	12,3
a) ERROR	16	6,0
b) ERROR	15	5,6
c) ACIERTO	193	72,0
d) ERROR	11	4,1
Total	268	100,0

ÍTEM 4.14	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	84	31,3
a) ERROR	46	17,2
b) ERROR	27	10,1
c) ERROR	31	11,6
d) ACIERTO	80	29,9
Total	268	100,0

ÍTEM 4.15	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	116	43,3
a) ERROR	31	11,6
b) ERROR	27	10,1
c) ACIERTO	73	27,2
d) ERROR	21	7,8
Total	268	100,0

ÍTEM 4.16	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	66	24,6
a) ERROR	11	4,1
b) ACIERTO	169	63,1
c) ERROR	14	5,2
d) ERROR	8	3,0
Total	268	100,0

ÍTEM 4.17	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	97	36,2
a) ACIERTO	106	39,6
b) ERROR	23	8,6
c) ERROR	30	11,2
d) ERROR	12	4,5
Total	268	100,0

ÍTEM 4.18	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	83	31,0
a) ACIERTO	119	44,4
b) ERROR	21	7,8
c) ERROR	14	5,2
d) ERROR	31	11,6
Total	268	100,0

TEM 4.19	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	91	34,0
a) ERROR	18	6,7
b) ACIERTO	116	43,3
c) ERROR	17	6,3
d) ERROR	26	9,7
Total	268	100,0

ÍTEM 4.20	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	71	26,5
a) ACIERTO	126	47,0
b) ERROR	12	4,5
c) ERROR	27	10,1
d) ERROR	32	11,9
Total	268	100,0

ÍTEM 4.21	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	84	31,3
a) ERROR	50	18,7
b) ERROR	30	11,2
c) ERROR	32	11,9
d) ACIERTO	72	26,9
Total	268	100,0

ÍTEM 4.22	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	2	,7
a) ERROR	17	6,3
b) ERROR	18	6,7
c) ERROR	26	9,7
d) ACIERTO	205	76,5
Total	268	100,0

ÍTEM 4.23	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	112	41,8
a) ACIERTO	73	27,2
b) ERROR	32	11,9
c) ERROR	30	11,2
d) ERROR	21	7,8
Total	268	100,0

ÍTEM 4.24	Frecuencia	Porcentaje
NO CONTESTA	35	13,1
a) ERROR	7	2,6
b) ACIERTO	211	78,7
c) ERROR	12	4,5
d) ERROR	3	1,1
Total	268	100,0

Consideramos que el funcionamiento de los distractores es correcto, pues en todos los ítems hay, al menos, uno que funciona correctamente y otros dos con variaciones en mayor o menor grado.

Verificamos que los ítems 4 y 7 no los saben resolver los alumnos de esta muestra, no obteniendo respuesta alguna, pues se les indicó que, si no sabían resolverlos, no respondieran al azar.

En esta prueba, se aprecian mayores porcentajes de aciertos que en las dos anteriores. Esto indica que una buena parte de los alumnos tienen poco afianzados los conocimientos que le llevan a elegir el plan de resolución y la secuencia de los pasos a seguir, pero son capaces de resolver el problema, cuando se les indica el procedimiento algorítmico.

Constatamos que es necesario reforzar los aprendizajes referidos al conocimiento esquemático y estratégico, como elementos esenciales del proceso de resolución de problemas (Sternberg, 1982a y Mayer, 1983).

Por otro lado, también observamos los mayores porcentajes de alumnos que no contestan, localizándose 10 problemas en los que hay un 30% de casos, aproximadamente, que no responden. Esta situación puede estar motivada por la pereza de algunos alumnos, ante el esfuerzo que exigen las operaciones de los problemas propuestos. Por este motivo, en la confección de la próxima prueba, utilizaremos los problemas que más interés han despertado, seleccionado un sólo ítem, por cada criterio de evaluación, para evitar el cansancio y la desmotivación percibida.

A continuación, analizamos las alternativas con porcentajes de respuesta igual o menor al 3%, y las posibles causas que han podido ocasionar estos bajos índices. Para una visión integral del conjunto del problema y todas las alternativas presentadas, véase el anexo 7.6:

- Ítem 2, alternativa *a* (3%): Esta alternativa expresa el resultado "*8/15*". Consideramos que el distractor ha funcionado correctamente, si tenemos en cuenta el alto índice de aciertos y el comportamiento de los otros dos.

- Ítem 3, alternativa *a* (2,2%): *"Comida del hombre=140 gramos y comida del ratón=150"*. Obviamente, la alternativa tiene poco poder de distracción, pues difícilmente se puede alimentar un hombre con 150 gramos al día, además, contrasta demasiado con las cantidades expresadas para el hombre en las restantes alternativas.

- Ítem 8, alternativa *a* (3%): Esta alternativa expresa el resultado *"15 días de enfermedad"*. El problema solicita averiguar los días que ha durado la enfermedad de una persona Ha presentando confusión en sólo 8 alumnos, pues la gráfica representa un total de 15 días y se percibe, claramente, que no ha estado enfermo todos los días.

- Ítem 9, alternativa *b* (0,4%): Expresa el resultado *"2,5"*. El problema solicita calcular el 2,5% de 1000 personas y, obviamente, la alternativa se percibía como errónea. Sólo ha despistado a un alumno, posiblemente por una respuesta sin interés alguno. También observamos que la alternativa *d*, que expresa el resultado *"2,55"*, no ha tenido respuesta alguna, por la misma causa anterior. Se pone de manifiesto, pues, la nula capacidad distractora de estas dos alternativas.

- Ítem 16, alternativa *d* (3%): Expresa el resultado de *"90.400 m^2"*, cuando la respuesta correcta es 85.100 m^2. Consideramos que la alternativa funciona correctamente, si la comparamos con el alto índice de aciertos obtenido y el funcionamiento de los otros dos distractores.

- Ítem 24, alternativa *d* (1,1%): Expresa el resultado de *"7 años"* . A pesar de su bajo índice de selección, valoramos su funcionamiento adecuado, si tenemos en cuenta el alto índice de aciertos y los porcentajes de respuesta de las otras alternativas.

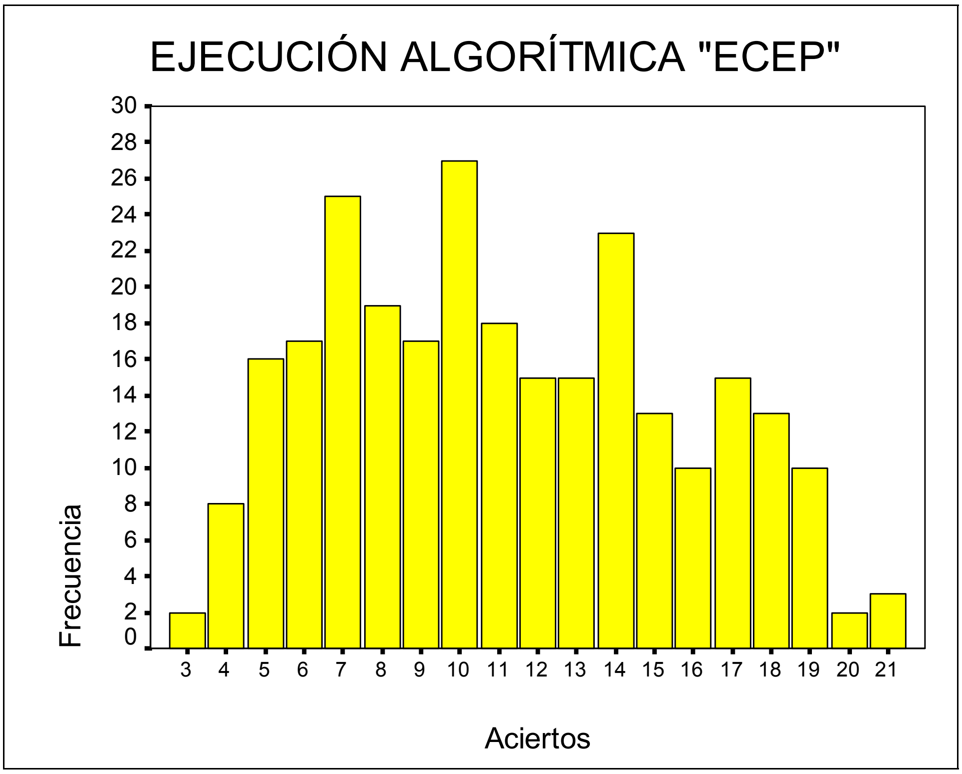
4.2.4.5 Baremos:

PERCENTILES EN EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"

PERCENTIL	PUNTUACIÓN DIRECTA
5	5,00
10	5,90
15	6,00
20	7,00
25	7,00
30	8,00
35	9,00
40	10,00
45	10,00
50	11,00
55	11,00
60	12,00
65	13,00
70	14,00
75	14,00
80	15,20
85	17,00
90	18,00
95	19,00
99	21,00

PORCENTAJES DE ACIERTOS DIRECTOS Y ACUMULADOS EN EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"

PUNTUACIÓN DIRECTA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
3	2	,7	,7
4	8	3,0	3,7
5	16	6,0	9,7
6	17	6,3	16,0
7	25	9,3	25,4
8	19	7,1	32,5
9	17	6,3	38,8
10	27	10,1	48,9
11	18	6,7	55,6
12	15	5,6	61,2
13	15	5,6	66,8
14	23	8,6	75,4
15	13	4,9	80,2
16	10	3,7	84,0
17	15	5,6	89,6
18	13	4,9	94,4
19	10	3,7	98,1
20	2	,7	98,9
21	3	1,1	100,0
Total	268	100,0	



Gráfica 4.7: Aciertos en la prueba ECEP

La representación gráfica de las frecuencias de aciertos muestra una distribución muy próxima a la normal. Se aprecia un aumento en el número de alumnos que responden correctamente, en relación a las dos fases anteriores de selección del plan y organización de estrategias. Estos datos manifiestan el afianzamiento de los alumnos a la hora de ejecutar los algoritmos aritméticos y algebraicos.

Valoramos esta prueba adecuada para su utilización provisional, aunque debemos mejorarla, con una muestra más amplia y las correcciones indicadas anteriormente.

4.2.5 FIABILIDAD DE LAS CUATRO ESCALAS EN CONJUNTO.

	Media	Mínimo	Máximo	Rango	Máx/Mín	Varianza
Media de los ítems	,4696	,1194	,8060	,6866	6,7500	,0318

	Media	Mínimo	Máximo	Rango	Máx/Mín	Varianza
Varianza de los ítems	,2185	,1055	,2509	,1454	2,3776	,0010

Fiabilidad Alfa para el total de las cuatro pruebas	**,8848**

Observaciones:

El índice de fiabilidad total de la escala de 0,8848 nos permite calificarla de excelente, poniendo de manifiesto la precisión de este instrumento en su conjunto.

4.2.6 ANÁLISIS COMPARATIVOS GLOBALES DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LAS CUATRO PRUEBAS.

Estos análisis completan los realizados con los distractores de cada ítem, plasmando la visión global de los resultados obtenidos. Las tablas y gráficas descriptivas que presentamos en este apartado facilitan, por un lado, la toma de decisiones escolares que lleven a intensificar y reforzar los contenidos de aprendizaje que aparecen menos desarrollados, y, por otro, la realización de las adaptaciones que son necesarias para mejorar las cualidades métricas de este instrumento evaluador.

En la siguiente tabla, se presentan los sumatorios de los aciertos obtenidos en cada uno de los ítems de las cuatro pruebas.

Item	Criterio de evaluación	Pruebas procesueles			
		ECCL	ECSP	ECOE	ECEP
1	1	207	119	192	138
2	4	84	59	135	204
3+	2	171	124	155	120
4	5	132	32	43	0
5	3	106	101	84	91
6+	1	180	127	114	202
7+	5	49	47	57	0
8+	3	194	162	103	137
9	2	79	106	117	216
10+	6	202	123	117	108
11+	4	200	134	182	130
12	6	186	90	148	113
13+	7	182	75	101	193
14	7	161	86	113	80
15	8	109	85	52	73
16+	8	164	146	112	169
17	9	101	146	159	106
18+	9	187	153	184	119
19	10	91	124	61	116
20+	11	209	83	84	126
21+	10	198	85	75	72
22	11	177	77	155	205
23+	12	92	82	56	73
24	12	176	129	96*	211

Tabla 4.8: Sumatorio de los aciertos obtenidos en las cuatro pruebas.
(+) Ítems que presentan los comportamientos más regulares en cada criterio de evaluación

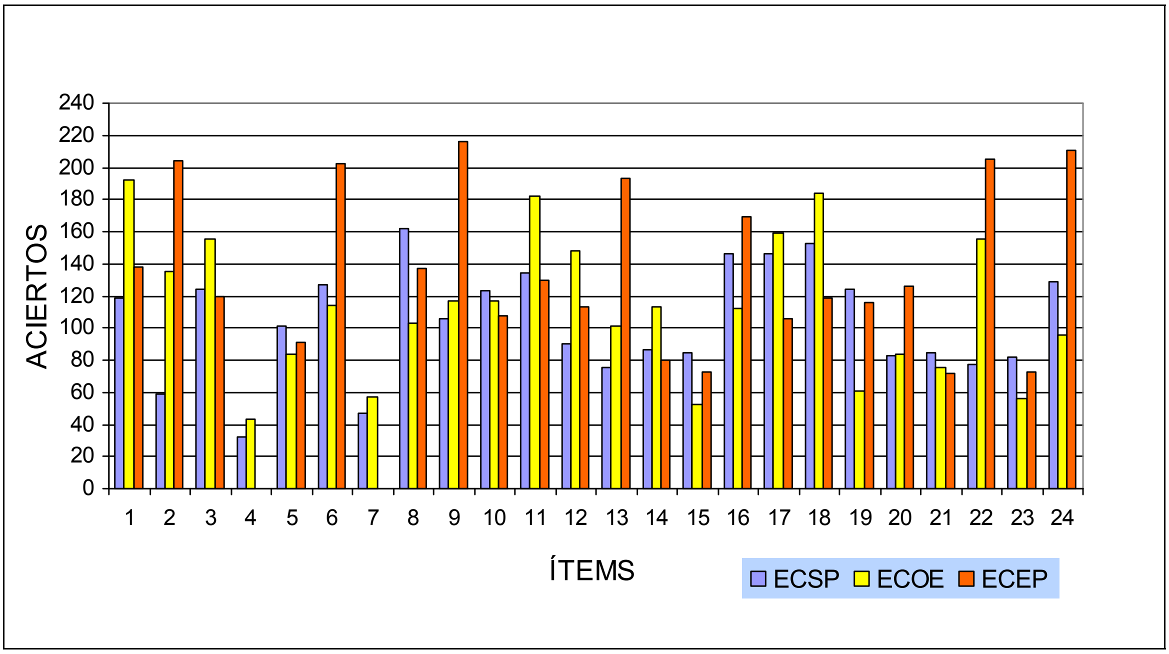
De los dos problemas formulados para cada criterio de evaluación, hemos señalado con el signo + el que presenta un comportamiento más regular en las cuatro fases de resolución. Estos ítems, con pequeñas modificaciones, formarán la escala definitiva, más reducida, motivadora y adaptada a las características de los alumnos.

La tabla siguiente presenta la correspondencia de los ítems con los criterios de evaluación, propuestos para el primer ciclo de ESO, seleccionando el que mejor comportamiento ha presentado en este estudio, aunque es necesario reformular algunas fases, como en el caso del ítem 7.

OBJETIVO	ÍTEMS	MEJOR
1 Resolver problemas con números fraccionarios.	1 y 6	6
2 Resolver problemas sencillos con las cuatro operaciones básicas.	3 y 9	3
3 Utilizar gráficas para comunicar información.	5 y 8	8
4 Interpretar y aplicar fórmulas sencillas.	2 y 11	11
5 Realizar predicciones de ocurrencia.	4 y 7	7
6 Interpretar gráficas sobre distribución de datos.	10 y 12	10
7 Calcular superficies.	13 y 14	13
8 Identificar y descomponer las partes que conforman las figuras geométricas.	15 y 16	16
9 Interpretar representaciones planas.	17 y 18	18
10 Proporcionalidad numérica.	19 y 21	21
11 Identificar relaciones en conjuntos.	20 y 22	20
12 Construcción de tablas y cambios de representación.	23 y 24	23

tabla 4.9: Ítems que manifiestan mejor comportamiento en cada criterio de evaluación

La comparación entre las tres fases ECSP, ECOE y ECEP nos pone de manifiesto el porcentaje de alumnos que, teniendo un pobre conocimiento esquemático y estratégico, son capaces de realizar los cálculos algorítmicos y resolver el problema. La gráfica siguiente nos facilita este análisis.



Gráfica 4.10: Comparación de resultados entre las fases ECSP, ECOE y ECEP

Esta representación hace que se perciban, claramente, las mejoras significativas experimentadas en los ítems: 2, 6, 9, 13, 20, 22 y 24. También observamos ligeras diferencias en los ítems: 1, 12 y 16, y se refleja la ausencia de respuestas en los ítems 4 y 7 de la fase final, indicándonos que ningún alumno de la muestra sabe ejecutar los procedimientos aleatorios que exigen estos problemas.

Con estos datos podemos determinar el porcentaje de alumnos que, en estos ítems, resuelven los problemas porque saben ejecutar los algoritmos, pero tienen muy poco afianzados los conocimientos esquemáticos y estratégicos que fundamentas su cálculo y hacen que se comprenda. La tabla siguiente resume esta situación.

Ítems que mejoran entre la fase 2ª y 4ª	Aciertos ECSP (b)	Aciertos ECEP (a)	a-b	% de mejoría
1	119	138	19	7,08
2	59	204	145	54,1
6	127	202	75	27,98
9	106	216	110	41,04
12	90	113	23	8,58
13	75	193	118	44,02
16	146	169	23	8,58
20	83	126	43	16,04
22	77	205	128	47,76
24	129	211	82	30,59

Tabla 4.11: Mejora experimentada en los ítems de las fases 2ª y 4ª.

4.3 Validación de las pruebas, respecto al rendimiento en matemáticas y otras variables no cognitivas.

4.3 VALIDACIÓN DE LAS PRUEBAS, RESPECTO AL RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS Y OTRAS VARIABLES NO COGNITIVAS.

4.3.1 ESTUDIO DE EXPLICACIÓN UNIVARIADO.

Siguiendo las orientaciones de Suárez, Jornet y Saéz (1992), presentamos varios análisis de regresión univariado y anova de un factor, para verificar la incidencia de las variables estudiadas, en las cuatro pruebas procesuales y el rendimiento general en matemáticas.

4.3.1.1 PREDICCIÓN DE LA COMPRENSIÓN LECTORA, VALORADA CON LA PRUEBA ECCL, EN LA HABILIDAD DE EJECUCIÓN ALGORÍTMICA (ECEP).

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,576 a	,332	,329	3,61

a Variables predictoras: (Constante), COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	1724,035	1	1724,035	132,118	,000 a
Residual	3471,084	266	13,049		
Total	5195,119	267			

a Variables predictoras: (Constante), COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"
b Variable dependiente: EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"

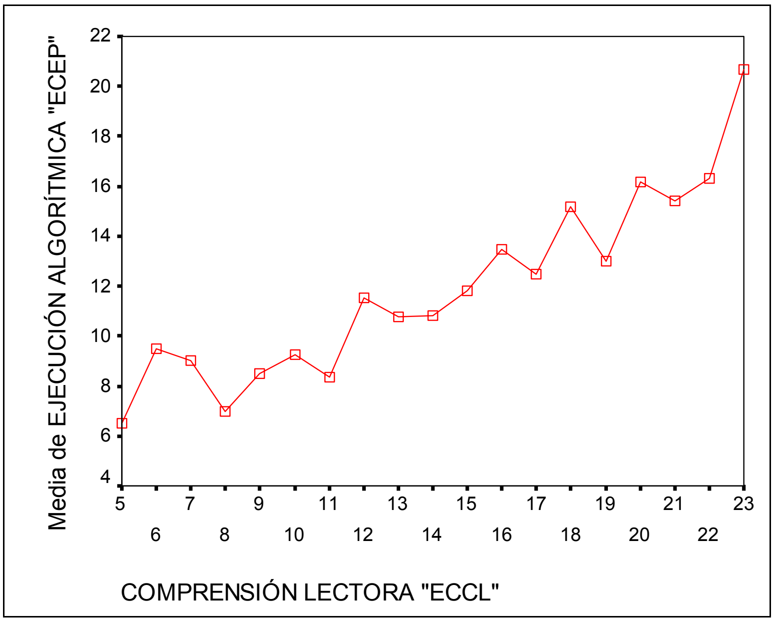
Coeficientes a

Variable independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones
	B	Error típ.	Beta			Orden cero
(Constante)	2,659	,775		3,429	,001	
"ECCL"	,631	,055	,576	11,494	,000	,576

a Variable dependiente: EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"

Se da una predicción de ,576 que explica el 32,9 % de los resultados de los alumnos en la prueba ECEP, al nivel <0,01. Podemos afirmar que la comprensión lingüístico semántica, manifestada en la prueba ECCL, se presenta como una variable con alta incidencia en los procesos de ejecución algorítmica.

La gráfica siguiente, sobre las medias de estas dos variables, refleja esta incidencia:



4.3.1.2 PREDICCIÓN DE LA COMPRENSIÓN LECTORA, VALORADA CON LA PRUEBA ECCL, EN EL RENDIMIENTO GENERAL DE MATEMÁTICAS

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,492 a	,242	,239	,77

a Variables predictoras: (Constante), COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	49,915	1	49,915	84,734	,000 a
Residual	156,697	266	,589		
Total	206,612	267			

a Variables predictoras: (Constante), COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"
b Variable dependiente: RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS

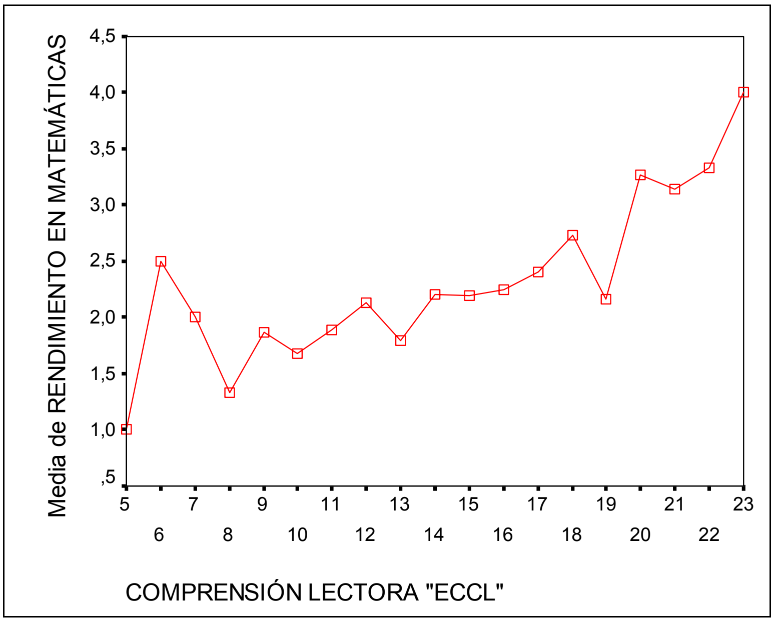
Coeficientes a

Variable independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones Orden cero
	B	Error típ.	Beta			
(Constante)	,688	,165		4,178	,000	
"ECCL"	,107	,012	,492	9,205	,000	,492

a Variable dependiente: RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS

Se da una predicción de ,492 que explica el 23,9 % de los resultados de los alumnos en matemáticas. Podemos afirmar que la comprensión lingüístico semántica, manifestada en la prueba ECCL, presenta una incidencia muy significativa, al nivel <0,01, en el rendimiento general de matemáticas.

La gráfica siguiente, sobre las medias de estas dos variables, refleja esta incidencia:



4.3.1.3 PREDICCIÓN DEL CONOCIMIENTO ESQUEMÁTICO, VALORADO CON LA PRUEBA ECSP, EN LA HABILIDAD DE EJECUCIÓN ALGORÍTMICA.

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,676 a	,457	,455	3,26

a Variables predictoras: (Constante), SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	2373,858	1	2373,858	223,817	,000 a
Residual	2821,261	266	10,606		
Total	5195,119	267			

a Variables predictoras: (Constante), SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"
b Variable dependiente: EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"

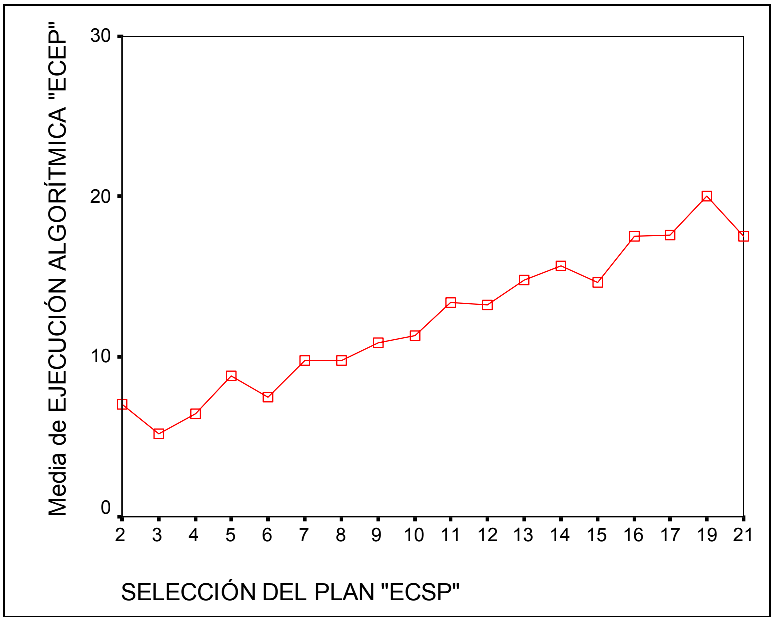
Coeficientes

Variable independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones
	B	Error típ.	Beta			Orden cero
(Constante)	3,340	,562		5,945	,000	
"ECSP"	,844	,056	,676	14,961	,000	,676

a Variable dependiente: EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"

Se da una predicción de ,676 que explica el 45,5 % de los resultados de los alumnos en la prueba ECEP, al nivel <0,01. Podemos afirmar que el conocimiento esquemático, que reconoce la naturaleza del problema y selecciona el plan de resolución, es un excelente predictor de las habilidades que presentan los alumnos en los procesos de ejecución algorítmica.

La gráfica siguiente, sobre las medias de estas dos variables, refleja esta incidencia:



4.3.1.4 PREDICCIÓN DEL CONOCIMIENTO ESQUEMÁTICO, VALORADO CON LA PRUEBA ECSP, EN EL RENDIMIENTO GENERAL DE MATEMÁTICAS.

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,600 a	,359	,357	,71

a Variables predictoras: (Constante), SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	74,262	1	74,262	149,252	,000 a
Residual	132,350	266	,498		
Total	206,612	267			

a Variables predictoras: (Constante), SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"
b Variable dependiente: RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS

Coeficientes a

Variable independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t		Correlaciones
		Error típ.	Beta			Orden cero
(Constante)	,751	,122		6,174	,000	
"ECSP"	,149	,012	,600	12,217	,000	,600

a Variable dependiente: RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS

Se da una predicción de ,600 que explica el 35,7 % del rendimiento general en matemáticas, al nivel <0,01. Podemos afirmar que el conocimiento esquemático, que reconoce la naturaleza del problema y selecciona el plan de resolución, es un excelente predictor del rendimiento general en matemáticas.

La gráfica siguiente, sobre las medias de estas dos variables, refleja esta incidencia.

4.3.1.5 PREDICCIÓN DEL CONOCIMIENTO ESTRATÉGICO, VALORADO CON LA PRUEBA ECOE, EN LA HABILIDAD DE EJECUCIÓN ALGORÍTMICA.

Resumen del modelo

R	R cuadrado		Error típ. de la estimación
,541 a	,293	,291	3,72

a Variables predictoras: (Constante), ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	1523,000	1	1523,000	110,323	,000 a
Residual	3672,120	266	13,805		
Total	5195,119	267			

a Variables predictoras: (Constante), ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"
b Variable dependiente: EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"

Coeficientes a

	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones
	B	Error típ.	Beta			Orden cero
(Constante)	4,670	,662		7,055	,000	
"ECOE"	,649	,062	,541	10,503	,000	,541

a Variable dependiente: EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"

Se da una predicción de ,541 que explica el 29,1 % de los resultados de los alumnos en la prueba ECEP, al nivel <0,01. Podemos afirmar que la habilidad estratégica, necesaria para organizar la secuencia de pasos que exige el proceso de resolución del problema, se presenta como una variable que explica las habilidades de los alumnos en los procesos de ejecución algorítmica.

La gráfica siguiente, sobre las medias de estas dos variables, refleja esta incidencia.

4.3.1.6 PREDICCIÓN DEL CONOCIMIENTO ESTRATÉGICO, VALORADO CON LA PRUEBA ECOE, EN EL RENDIMIENTO GENERAL DE MATEMÁTICAS.

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,525 a	,276	,273	,75

a Variables predictoras: (Constante), ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	56,980	1	56,980	101,294	,000 a
Residual	149,632	266	,563		
Total	206,612	267			

a Variables predictoras: (Constante), ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"
b Variable dependiente: RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS

Coeficientes a

Variable independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones
		Error típ.	Beta			Orden cero
(Constante)	,878	,134		6,574	,000	
"ECOE"	,126	,012	,525	10,064	,000	,525

a Variable dependiente: RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS

Se da una predicción de ,525 que explica el 27,3 % del rendimiento general en el área de matemáticas, al nivel <0,01. Podemos afirmar que la habilidad estratégica, necesaria para organizar la secuencia de pasos que exige el proceso de resolución del problema, se presenta como una variable explicativa del rendimiento general en matemáticas.

La gráfica siguiente, sobre las medias de estas dos variables, refleja esta incidencia.

4.3.1.7 PREDICCIÓN DE LA HABILIDAD DE EJECUCIÓN ALGORÍTMICA, VALORADA CON LA PRUEBA ECEP, EN EL RENDIMIENTO GENERAL DE MATEMÁTICAS.

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,685 a	,469	,467	,64

a Variables predictoras: (Constante), EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	cuadrática	F	Sig.
Regresión	96,854	1	96,854	234,727	,000 a
Residual	109,758	266	,413		
Total	206,612	267			

a Variables predictoras: (Constante), EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"
b Variable dependiente: RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS

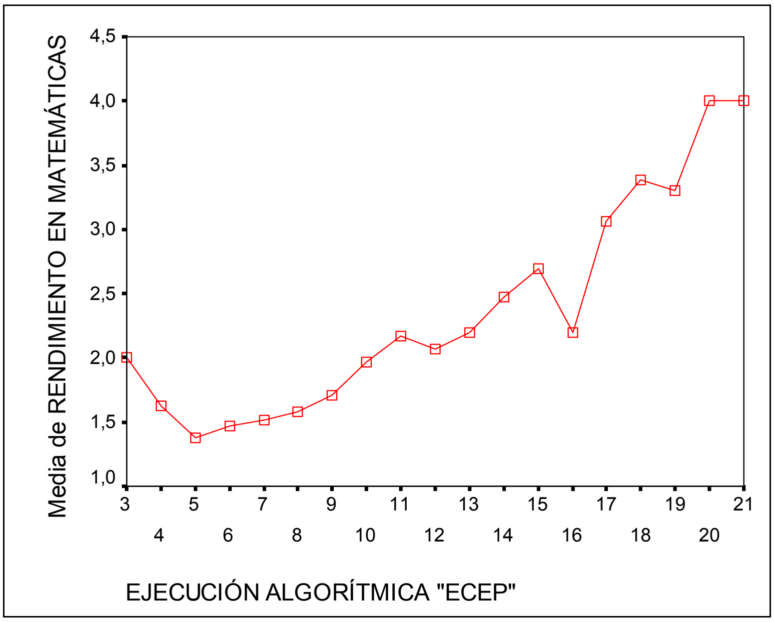
Coeficientes a

Variable independiente	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones
	B	Error típ.	Beta			Orden cero
(Constante)	,612	,107		5,709	,000	
"ECEP"	,137	,009	,685	15,321	,000	,685

a Variable dependiente: RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS

Se da una predicción de ,685 que explica el 46,7 % de los resultados de los alumnos en el área de matemáticas, al nivel <0,01. Podemos afirmar que la habilidad, desarrollada para ejecutar los algoritmos aritméticos y algebraicos, se presenta como una excelente variable predictora del rendimiento general en el área de matemáticas.

La gráfica siguiente, sobre las medias de estas dos variables, refleja esta incidencia.



4.3.1.8 INCIDENCIA DEL NIVEL DE ESTUDIOS DE LA MADRE EN EL RENDIMIENTO GENERAL DE MATEMÁTICAS Y LAS PRUEBAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS "ECCL", "ECSP", "ECOE" Y "ECEP".

Descriptivos

Variables	Nivel de estudios	N	Media	Desviación típica	Error típico	Intervalo de confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo
						Límite inferior	Límite superior		
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	12	15,00	4,81	1,39	11,95	18,05	9	23
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	25	15,76	4,44	,89	13,93	17,59	8	23
	BACHILLERATO	32	14,59	3,74	,66	13,25	15,94	9	22
	FORMACIÓN PROFESIONAL	11	13,09	3,86	1,16	10,50	15,68	8	20
	PRIMARIOS	155	13,19	3,92	,32	12,57	13,82	5	22
	SIN ESTUDIOS	33	12,03	3,39	,59	10,83	13,23	5	22
	Total	268	13,53	4,03	,25	13,05	14,02	5	23
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	12	12,00	3,84	1,11	9,56	14,44	6	19
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	25	11,68	3,56	,71	10,21	13,15	5	17
	BACHILLERATO	32	10,41	3,80	,67	9,04	11,78	2	21
	FORMACIÓN PROFESIONAL	11	9,45	3,39	1,02	7,18	11,73	6	17
	PRIMARIOS	155	8,83	3,22	,26	8,31	9,34	3	21
	SIN ESTUDIOS	33	7,70	3,13	,54	6,59	8,81	3	17
	Total	268	9,31	3,53	,22	8,89	9,73	2	21
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	12	12,92	4,38	1,26	10,13	15,70	4	21
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	25	12,20	4,33	,87	10,41	13,99	4	22
	BACHILLERATO	32	11,22	3,92	,69	9,80	12,63	5	21
	FORMACIÓN PROFESIONAL	11	10,18	3,63	1,09	7,74	12,62	5	16
	PRIMARIOS	155	9,51	3,36	,27	8,98	10,04	3	20
	SIN ESTUDIOS	33	8,82	2,80	,49	7,83	9,81	4	17
	Total	268	10,06	3,68	,22	9,62	10,50	3	22
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	12	15,33	4,87	1,41	12,24	18,43	6	20
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	25	13,76	4,78	,96	11,79	15,73	5	21
	BACHILLERATO	32	13,34	4,08	,72	11,87	14,81	6	19
	FORMACIÓN PROFESIONAL	11	11,27	4,50	1,36	8,25	14,29	7	21
	PRIMARIOS	155	10,57	3,98	,32	9,94	11,20	3	19
	SIN ESTUDIOS	33	8,64	3,69	,64	7,33	9,94	4	19
	Total	268	11,20	4,41	,27	10,67	11,73	3	21
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	12	2,83	1,03	,30	2,18	3,49	1	4
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	25	2,76	,93	,19	2,38	3,14	1	4
	BACHILLERATO	32	2,28	,92	,16	1,95	2,61	1	4
	FORMACIÓN PROFESIONAL	11	2,00	,89	,27	1,40	2,60	1	4
	PRIMARIOS	155	2,06	,80	6,39E-02	1,94	2,19	1	4
	SIN ESTUDIOS	33	1,70	,77	,13	1,42	1,97	1	4
	Total	268	2,14	,88	5,37E-02	2,04	2,25	1	4

Prueba de homogeneidad de varianzas

Variables	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	1,280	5	262	,273
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	,690	5	262	,631
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	1,077	5	262	,373
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	,919	5	262	,469
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	2,064	5	262	,070

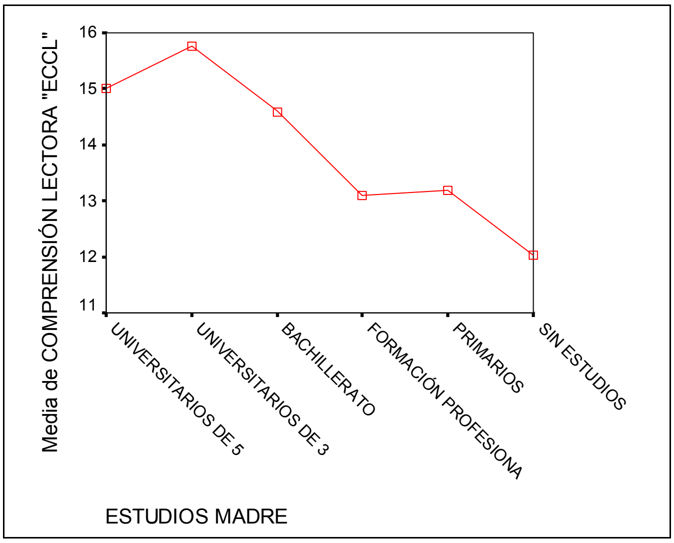
ANOVA (Variable independiente: nivel de estudios de la madre)

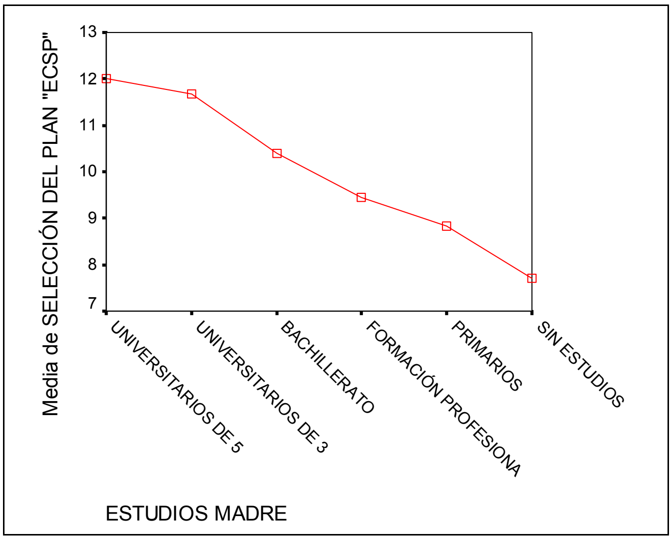
Variables		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	Inter-grupos	280,347	5	56,069	3,630	,003
	Intra-grupos	4046,351	262	15,444		
	Total	4326,698	267			
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	Inter-grupos	388,142	5	77,628	6,915	,000
	Intra-grupos	2941,152	262	11,226		
	Total	3329,295	267			
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	Inter-grupos	353,378	5	70,676	5,681	,000
	Intra-grupos	3259,666	262	12,441		
	Total	3613,045	267			
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	Inter-grupos	794,817	5	158,963	9,465	,000
	Intra-grupos	4400,302	262	16,795		
	Total	5195,119	267			
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	Inter-grupos	23,592	5	4,718	6,755	,000
	Intra-grupos	183,020	262	,699		
	Total	206,612	267			

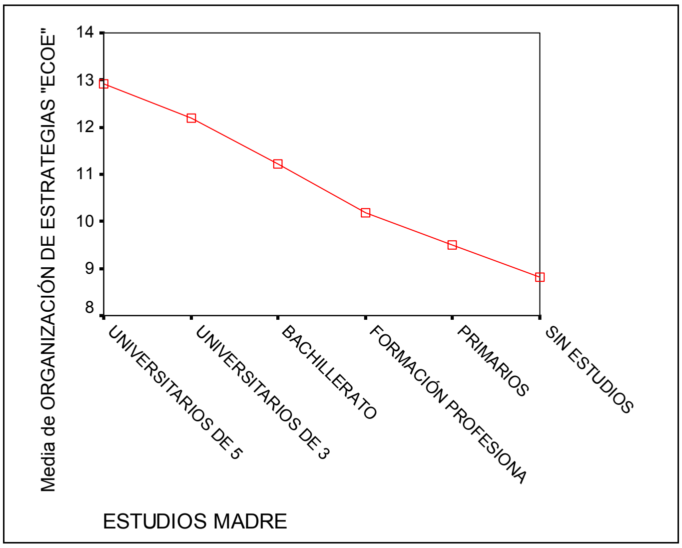
No se aprecia incumplimiento de homogeneidad de las varianzas, excepto en el rendimiento general de matemáticas que obtenemos la mayor variación.

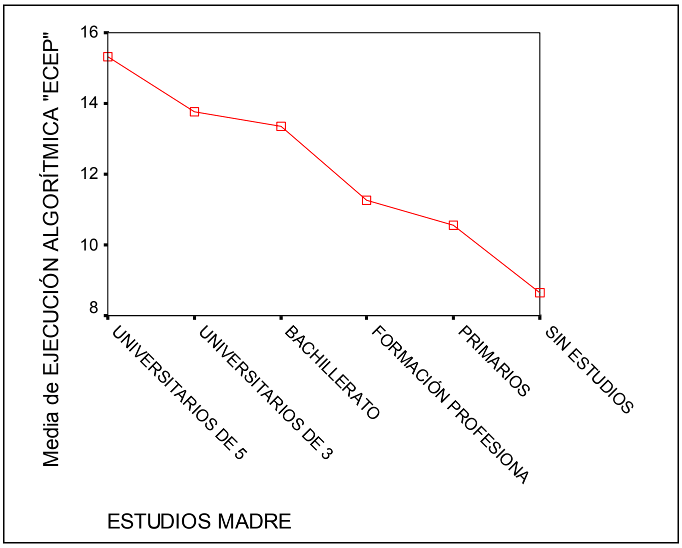
Las diferencias de las medias de los grupos son altamente significativas en todos los casos. Por este motivo, concluimos que el nivel de estudios de la madre se presenta como una variable con una incidencia muy significativa, al nivel <0,01, en las cuatro pruebas procesuales y el rendimiento general de matemáticas.

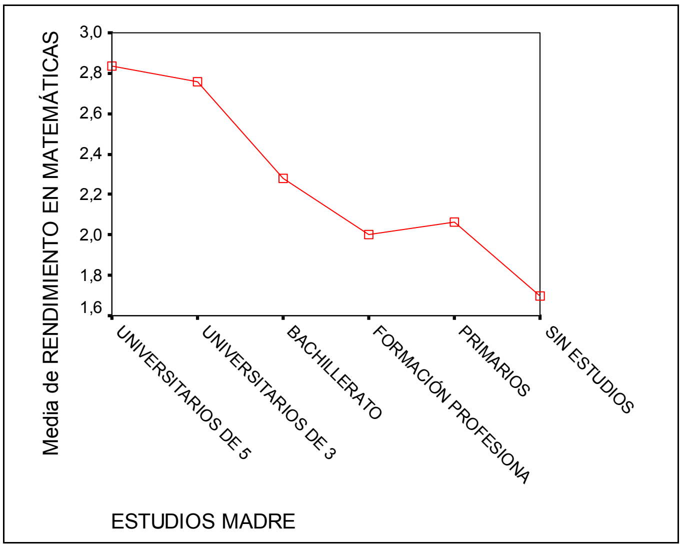
En las gráficas siguientes, se refleja, con bastante claridad, esta incidencia (véanse más detalles en el anexo 7.10, sobre comparaciones múltiples HSD de Tukey)






Media de ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"
14
13
12
11
10
9
8
UNIVERSITARIOS DE 5
UNIVERSITARIOS DE 3
BACHILLERATO
FORMACIÓN PROFESIONA
PRIMARIOS
SIN ESTUDIOS
ESTUDIOS MADRE


Media de EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"
16
14
12
10
8
UNIVERSITARIOS DE 5
UNIVERSITARIOS DE 3
BACHILLERATO
FORMACIÓN PROFESIONA
PRIMARIOS
SIN ESTUDIOS
ESTUDIOS MADRE



Mas allá de la significación estadística, se aprecia, en todos los casos, una tendencia que relaciona los mayores niveles de estudios de la madre con el mejor rendimiento, tanto en los procesos de resolución de problemas como en las calificaciones de matemáticas.

Subconjuntos homogéneos formados por el nivel de estudios de la madre:

COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"

ESTUDIOS MADRE	N	Subconjunto para alfa = .05	
		1	2
SIN ESTUDIOS	33	12,03	
FORMACIÓN PROFESIONAL	11	13,09	13,09
PRIMARIOS	155	13,19	13,19
BACHILLERATO	32	14,59	14,59
UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	12	15,00	15,00
UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	25		15,76
Sig.		,135	,231

HSD de Tukey: Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

Se forman dos subconjuntos. Los niveles sin estudios y universitarios de 3 años se sitúan en los subconjuntos 1º y 2º, respectivamente, encontrándose solapados el resto de niveles entre los dos subconjuntos.

SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"

ESTUDIOS MADRE	N	Subconjunto para alfa = .05		
		1	2	3
SIN ESTUDIOS	33	7,70		
PRIMARIOS	155	8,83	8,83	
FORMACIÓN PROFESIONAL	11	9,45	9,45	9,45
BACHILLERATO	32	10,41	10,41	10,41
UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	25		11,68	11,68
UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	12			12,00
Sig.		,089	,061	,131

HSD de Tukey: Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

Se configuran tres subconjuntos. El nivel sin estudios se sitúa en el 1º y los estudios universitarios de 5 años en el 3º. Los niveles intermedios se solapan y escalonan entre los tres subconjuntos.

ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"

ESTUDIOS MADRE	N	Subconjunto para alfa = .05		
		1	2	3
SIN ESTUDIOS	33	8,82		
PRIMARIOS	155	9,51	9,51	
FORMACIÓN PROFESIONAL	11	10,18	10,18	10,18
BACHILLERATO	32	11,22	11,22	11,22
UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	25		12,20	12,20
UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	12			12,92
Sig.		,229	,128	,116

HSD de Tukey: Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

Como en la prueba anterior, se forman tres subconjuntos, situándose los niveles sin estudios y universitarios de 5 años en los extremos, y los niveles intermedios, perfectamente escalonados y solapados, entre los tres subconjuntos.

EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"

ESTUDIOS MADRE	N	Subconjunto para alfa = .05		
		1	2	3
SIN ESTUDIOS	33	8,64		
PRIMARIOS	155	10,57	10,57	
FORMACIÓN PROFESIONAL	11	11,27	11,27	
BACHILLERATO	32		13,34	13,34
UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	25		13,76	13,76
UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	12			15,33
Sig.		,289	,113	,610

HSD de Tukey: Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

En la prueba de ejecución algorítmica, se distribuyen los niveles de estudios de forma similar a la prueba anterior.

RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS

ESTUDIOS MADRE	N	Subconjunto para alfa = .05		
		1	2	3
SIN ESTUDIOS	33	1,70		
FORMACIÓN PROFESIONAL	11	2,00		
PRIMARIOS	155	2,06	2,06	
BACHILLERATO	32	2,28	2,28	2,28
UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	25		2,76	2,76
UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	12			2,83
Sig.		,203	,073	,260

HSD de Tukey: Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

Los niveles sin estudios y formación profesional se sitúan en el subconjunto 1º, el nivel universitario de 5 años en el 3º, y los restantes niveles intermedios se solapan entre los tres subconjuntos, localizándose el nivel de bachillerato en los tres.

4.3.1.9 INCIDENCIA DEL NIVEL DE ESTUDIOS DEL PADRE EN EL RENDIMIENTO GENERAL DE MATEMÁTICAS Y LAS PRUEBAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS "ECCL", "ECSP", "ECOE" Y "ECEP".

Descriptivos

Variables	Nivel de estudios	N	Media	Desviación típica	Error típico	Intervalo de confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo
						Límite inferior	Límite superior		
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	13	16,23	4,15	1,15	13,73	18,74	11	23
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	20	15,40	4,82	1,08	13,15	17,65	8	23
	BACHILLERATO	47	14,49	3,98	,58	13,32	15,66	8	23
	FORMACIÓN PROFESIONAL	13	14,77	3,54	,98	12,63	16,91	8	21
	PRIMARIOS	149	12,80	3,77	,31	12,19	13,41	5	22
	SIN ESTUDIOS	26	12,62	3,83	,75	11,07	14,16	5	21
	Total	268	13,53	4,03	,25	13,05	14,02	5	23
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	13	12,92	3,35	,93	10,90	14,95	6	17
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	20	11,15	4,02	,90	9,27	13,03	3	17
	BACHILLERATO	47	10,30	3,78	,55	9,19	11,41	4	21
	FORMACIÓN PROFESIONAL	13	8,77	2,98	,83	6,97	10,57	4	16
	PRIMARIOS	149	8,67	3,14	,26	8,16	9,18	2	21
	SIN ESTUDIOS	26	8,23	3,37	,66	6,87	9,59	3	17
	Total	268	9,31	3,53	,22	8,89	9,73	2	21
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	13	13,46	2,18	,61	12,14	14,78	9	18
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	20	11,00	5,05	1,13	8,64	13,36	4	22
	BACHILLERATO	47	11,40	4,28	,62	10,15	12,66	3	22
	FORMACIÓN PROFESIONAL	13	10,00	3,70	1,03	7,77	12,23	5	15
	PRIMARIOS	149	9,36	3,01	,25	8,87	9,84	3	17
	SIN ESTUDIOS	26	9,27	3,90	,77	7,69	10,85	4	20
	Total	268	10,06	3,68	,22	9,62	10,50	3	22
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	13	16,31	3,95	1,09	13,92	18,69	6	20
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	20	13,70	4,34	,97	11,67	15,73	5	21
	BACHILLERATO	47	12,68	4,57	,67	11,34	14,02	4	21
	FORMACIÓN PROFESIONAL	13	13,08	3,57	,99	10,92	15,23	8	18
	PRIMARIOS	149	10,17	3,80	,31	9,55	10,78	3	19
	SIN ESTUDIOS	26	9,04	4,51	,88	7,22	10,86	3	18
	Total	268	11,20	4,41	,27	10,67	11,73	3	21
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	13	3,00	,91	,25	2,45	3,55	1	4
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	20	2,55	,89	,20	2,13	2,97	1	4
	BACHILLERATO	47	2,47	,95	,14	2,19	2,75	1	4
	FORMACIÓN PROFESIONAL	13	2,23	,73	,20	1,79	2,67	1	4
	PRIMARIOS	149	1,97	,76	6,20E-02	1,84	2,09	1	4
	SIN ESTUDIOS	26	1,77	,95	,19	1,39	2,15	1	4
	Total	268	2,14	,88	5,37E-02	2,04	2,25	1	4

Prueba de homogeneidad de varianzas

Variables	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	,856	5	262	,512
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	1,235	5	262	,293
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	4,230	5	262	,001
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	,989	5	262	,425
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	3,067	5	262	,010

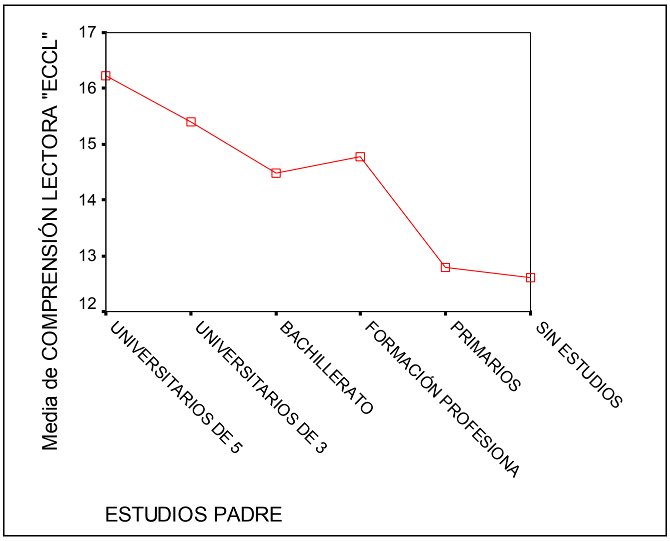
ANOVA (Variable independiente: nivel de estudios del padre)

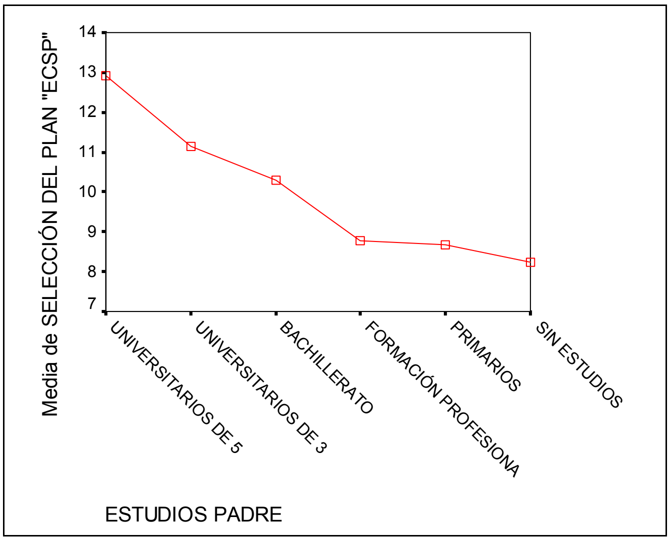
Variables		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	Inter-grupos	329,424	5	65,885	4,318	,001
	Intra-grupos	3997,274	262	15,257		
	Total	4326,698	267			
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	Inter-grupos	378,183	5	75,637	6,715	,000
	Intra-grupos	2951,112	262	11,264		
	Total	3329,295	267			
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	Inter-grupos	343,232	5	68,646	5,500	,000
	Intra-grupos	3269,813	262	12,480		
	Total	3613,045	267			
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	Inter-grupos	893,247	5	178,649	10,880	,000
	Intra-grupos	4301,872	262	16,419		
	Total	5195,119	267			
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	Inter-grupos	26,205	5	5,241	7,611	,000
	Intra-grupos	180,407	262	,689		
	Total	206,612	267			

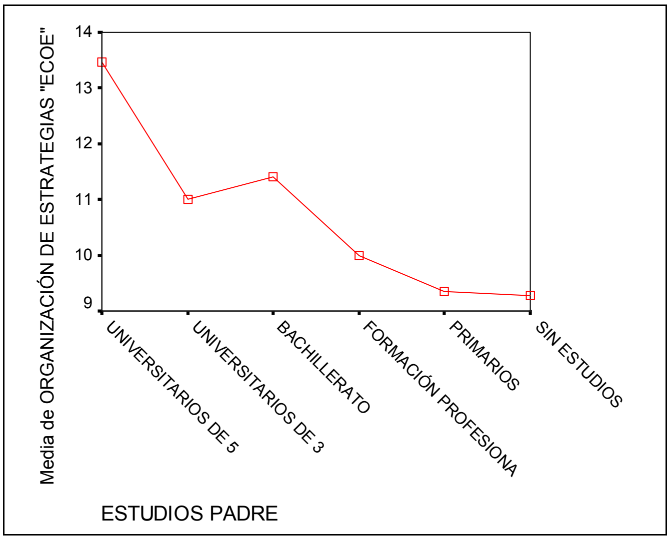
Sólo se incumple el supuesto de homogeneidad de varianzas en la prueba de organización de estrategias y el rendimiento general de matemáticas. Sin embargo, las diferencias altamente significativas, al nivel <0,01, hacen que el resultado no se altere.

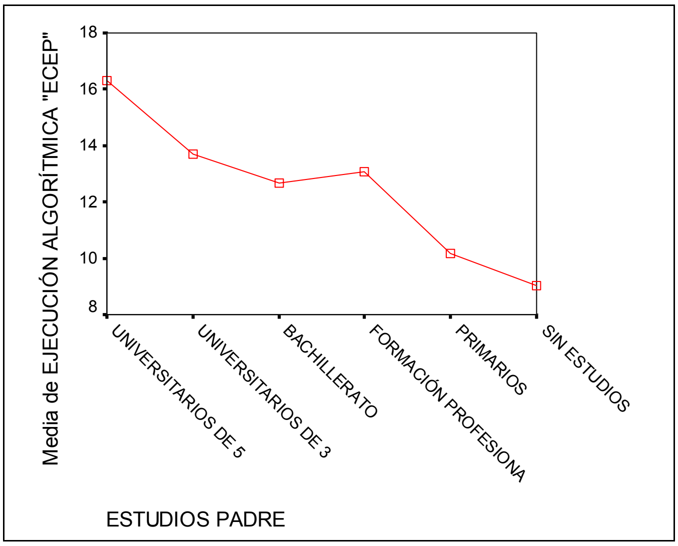
Por este motivo, concluimos que el nivel de estudios del padre es una variable muy significativa en las cuatro pruebas procesuales y el rendimiento general de matemáticas.

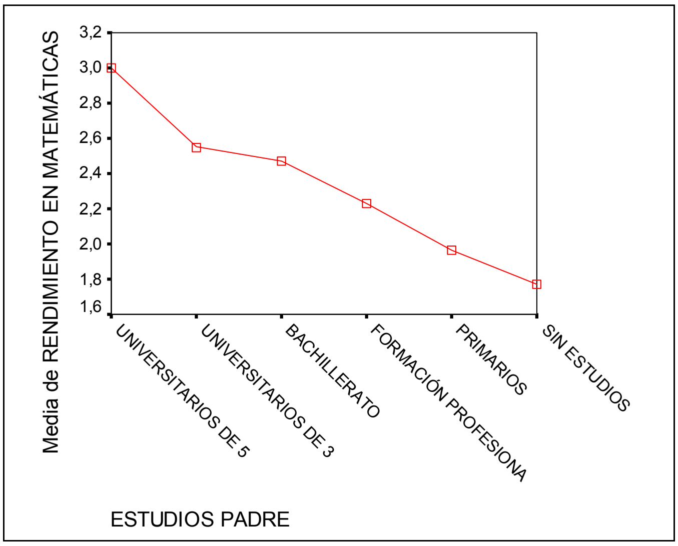
Las graficas siguientes, de forma similar al nivel de estudios de la madre, reflejan esta situación. (véanse más detalles en el anexo 7.10, sobre comparaciones múltiples HSD de Tukey).






Media de ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"
14
13
12
11
10
9
UNIVERSITARIOS DE 5
UNIVERSITARIOS DE 3
BACHILLERATO
FORMACIÓN PROFESIONA
PRIMARIOS
SIN ESTUDIOS
ESTUDIOS PADRE


Media de EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"
18
16
14
12
10
8
UNIVERSITARIOS DE 5
UNIVERSITARIOS DE 3
BACHILLERATO
FORMACIÓN PROFESIONA
PRIMARIOS
SIN ESTUDIOS
ESTUDIOS PADRE



De forma similar al nivel de estudios de la madre, observamos una tendencia que relaciona los mayores niveles de estudios del padre con el mejor rendimiento en todos los procesos de resolución de problemas y las calificaciones de matemáticas.

Subconjuntos homogéneos formados por el nivel de estudios del padre:

COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"

ESTUDIOS PADRE	N	Subconjunto para alfa = .05	
		1	2
SIN ESTUDIOS	26	12,62	
PRIMARIOS	149	12,80	
BACHILLERATO	47	14,49	14,49
FORMACIÓN PROFESIONAL	13	14,77	14,77
UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	20	15,40	15,40
UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	13		16,23
Sig.		,165	,674

HSD de Tukey: Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

Se forman dos subconjuntos. Los niveles sin estudios y primarios se agrupan en el subconjunto 1º, los niveles de bachillerato, formación profesional y universitarios de 3 años están solapados entre los dos, y los niveles universitarios de 5 años se agrupan en el subconjunto 2º.

SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"

ESTUDIOS PADRE	N	Subconjunto para alfa = .05		
		1	2	3
SIN ESTUDIOS	26	8,23		
PRIMARIOS	149	8,67	8,67	
FORMACIÓN PROFESIONAL	13	8,77	8,77	
BACHILLERATO	47	10,30	10,30	10,30
UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	20		11,15	11,15
UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	13			12,92
Sig.		,313	,136	,096

HSD de Tukey: Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

Los niveles sin estudios y universitario de 5 se sitúan en los subconjuntos 1º y 3º, respectivamente. El resto de niveles intermedios se distribuyen de forma solapada entre los tres subconjuntos, localizándose el nivel de bachillerato en los tres.

ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"

ESTUDIOS PADRE	N	Subconjunto para alfa = .05	
		1	2
SIN ESTUDIOS	26	9,27	
PRIMARIOS	149	9,36	
FORMACIÓN PROFESIONAL	13	10,00	
UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	20	11,00	11,00
BACHILLERATO	47	11,40	11,40
UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	13		13,46
Sig.		,334	,185

HSD de Tukey: Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

Los niveles sin estudios, primarios y formación profesional se sitúan en el subconjunto 1º, los universitarios de 3 años y bachillerato se encuentran solapados, y los universitarios de 5 años se agrupan en el subconjunto 2º.

EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"

ESTUDIOS PADRE	N	Subconjunto para alfa = .05			
		1	2	3	4
SIN ESTUDIOS	26	9,04			
PRIMARIOS	149	10,17	10,17		
BACHILLERATO	47		12,68	12,68	
FORMACIÓN PROFESIONAL	13		13,08	13,08	13,08
UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	20			13,70	13,70
UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	13				16,31
Sig.		,939	,159	,960	,084

HSD de Tukey: Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

Se configuran 4 subconjuntos con los niveles de estudios solapados y perfectamente escalonados, desde el nivel más bajo al más alto.

RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS

ESTUDIOS PADRE	N	Subconjunto para alfa = .05		
		1	2	3
SIN ESTUDIOS	26	1,77		
PRIMARIOS	149	1,97	1,97	
FORMACIÓN PROFESIONAL	13	2,23	2,23	
BACHILLERATO	47	2,47	2,47	2,47
UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	20		2,55	2,55
UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	13			3,00
Sig.		,057	,177	,269

HSD de Tukey: Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

Los niveles sin estudios y universitarios de 5 años se sitúan en los subconjuntos 1º y 3º, respectivamente, y el resto de niveles se solapan de forma escalonada entre los tres subconjuntos, localizándose el nivel de bachillerato en los tres.

4.3.1.10 INCIDENCIA DEL SEXO EN EL RENDIMIENTO GENERAL DE MATEMÁTICAS Y LAS PRUEBAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS "ECCL", "ECSP", "ECOE" Y "ECEP".

Descriptivos

Variables	SEXO	N	Media	Desviación típica	Error típico	Intervalo de confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo
						Límite inferior	Límite superior		
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	HOMBRE	151	13,71	4,09	,33	13,05	14,37	5	23
	MUJER	117	13,31	3,95	,37	12,58	14,03	5	23
	Total	268	13,53	4,03	,25	13,05	14,02	5	23
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	HOMBRE	151	9,71	3,64	,30	9,12	10,29	2	21
	MUJER	117	8,79	3,33	,31	8,18	9,41	3	17
	Total	268	9,31	3,53	,22	8,89	9,73	2	21
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	HOMBRE	151	10,00	3,68	,30	9,41	10,59	3	21
	MUJER	117	10,14	3,69	,34	9,46	10,81	3	22
	Total	268	10,06	3,68	,22	9,62	10,50	3	22
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	HOMBRE	151	11,62	4,44	,36	10,90	12,33	3	20
	MUJER	117	10,67	4,33	,40	9,87	11,46	4	21
	Total	268	11,20	4,41	,27	10,67	11,73	3	21
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	HOMBRE	151	2,13	,88	7,20E-02	1,99	2,27	1	4
	MUJER	117	2,15	,88	8,11E-02	1,99	2,31	1	4
	Total	268	2,14	,88	5,37E-02	2,04	2,25	1	4

Prueba de homogeneidad de varianzas

Variables	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	,207	1	266	,649
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	,625	1	266	,430
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	,096	1	266	,757
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	1,356	1	266	,245
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	,032	1	266	,859

ANOVA (Variable independiente: sexo)

Variables		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	Inter-grupos	10,596	1	10,596	,653	,420
	Intra-grupos	4316,102	266	16,226		
	Total	4326,698	267			
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	Inter-grupos	55,039	1	55,039	4,471	,035
	Intra-grupos	3274,256	266	12,309		
	Total	3329,295	267			
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	Inter-grupos	1,233	1	1,233	,091	,763
	Intra-grupos	3611,812	266	13,578		
	Total	3613,045	267			
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	Inter-grupos	59,398	1	59,398	3,076	,081
	Intra-grupos	5135,722	266	19,307		
	Total	5195,119	267			
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	Inter-grupos	3,018E-02	1	3,018E-02	,039	,844
	Intra-grupos	206,582	266	,777		
	Total	206,612	267			

La prueba de homogeneidad de la varianza de Levene nos indica que no se viola el supuesto de homogeneidad de la varianza en las variables estudiadas.

Se aprecian ligeras diferencias en las medias. A favor de las chicas en el rendimiento general de matemáticas y en la prueba de organización de estrategias y, en las otras tres pruebas, a favor de los chicos, resultado significativas sólo las diferencias de selección del plan, al nivel 0,05.

Analizando varios estudios sobre las diferencias del sexo en los aprendizajes escolares (Tyler, 1978), observamos que la media de las puntuaciones que obtienen los alumnos en los tests de resolución de problemas matemáticos y relaciones espaciales son ligeramente superiores a las de las alumnas. Sin embargo, las chicas obtienen medias superiores en fluidez verbal y rapidez de percepción. Por otro lado, se da una gran variabilidad entre los resultados de los dos sexos y no se observan diferencias aptitudinales significativas en las medias de hombres y mujeres.

Todos estos estudios concluyen que las ligeras diferencias entre los sexos se han de explicar por factores ambientales, como los procesos educativos que siguen los chicos y chicas.

En nuestro caso, teniendo en cuenta la significación de las diferencias obtenidas, podemos concluir que se deben al azar.

4.3.1.11 INCIDENCIA DEL NIVEL ESCOLAR EN EL RENDIMIENTO GENERAL DE MATEMÁTICAS Y LAS PRUEBAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS "ECCL", "ECSP", "ECOE" Y "ECEP".

Descriptivos

Variables	CURSO	N	Media	Desviación típica	Error típico	Intervalo de confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo
						Límite inferior	Límite superior		
COMPRENSIÓN LECTORA	2º ESO	116	13,67	4,07	,38	12,92	14,42	6	23
	3º ESO	152	13,43	4,00	,32	12,79	14,07	5	23
	Total	268	13,53	4,03	,25	13,05	14,02	5	23
SELECCIÓN DEL PLAN	2º ESO	116	9,34	3,56	,33	8,69	10,00	2	19
	3º ESO	152	9,28	3,52	,29	8,72	9,85	3	21
	Total	268	9,31	3,53	,22	8,89	9,73	2	21
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS	2º ESO	116	10,18	3,79	,35	9,48	10,88	3	21
	3º ESO	152	9,97	3,60	,29	9,39	10,54	3	22
	Total	268	10,06	3,68	,22	9,62	10,50	3	22
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA	2º ESO	116	11,29	3,98	,37	10,56	12,03	4	21
	3º ESO	152	11,13	4,73	,38	10,37	11,89	3	21
	Total	268	11,20	4,41	,27	10,67	11,73	3	21
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	2º ESO	116	2,17	,81	7,48E-02	2,02	2,32	1	4
	3º ESO	152	2,12	,93	7,58E-02	1,97	2,27	1	4
	Total	268	2,14	,88	5,37E-02	2,04	2,25	1	4

Prueba de homogeneidad de varianzas

Variables	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
COMPRENSIÓN LECTORA	,399	1	266	,528
SELECCIÓN DEL PLAN	,005	1	266	,946
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS	,786	1	266	,376
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA	8,572	1	266	,004
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	2,605	1	266	,108

ANOVA (Variable independiente: nivel escolar)

Variables		Suma de cuadrados		Media cuadrática	F	Sig.
COMPRENSIÓN LECTORA	Inter-grupos	3,942	1	3,942	,243	,623
	Intra-grupos	4322,756	266	16,251		
	Total	4326,698	267			
SELECCIÓN DEL PLAN	Inter-grupos	,252	1	,252	,020	,887
	Intra-grupos	3329,042	266	12,515		
	Total	3329,295	267			
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS	Inter-grupos	3,011	1	3,011	,222	,638
	Intra-grupos	3610,034	266	13,572		
	Total	3613,045	267			
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA	Inter-grupos	1,716	1	1,716	,088	,767
	Intra-grupos	5193,403	266	19,524		
	Total	5195,119	267			
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	Inter-grupos	,192	1	,192	,247	,619
	Intra-grupos	206,420	266	,776		
	Total	206,612	267			

El estadístico de Levene nos indica que sólo se incumple el supuesto de homogeneidad de las varianzas en la prueba de ejecución algorítmica. No obstante, la significación de las puntuaciones "F" para las medias de los cursos nos lleva a concluir, con claridad, que no hay diferencias significativas entre los grupos de 2º y 3º de ESO.

Hay que advertir que las ligeras diferencias, no significativas, localizadas a favor de los alumnos de 2º de ESO, también se dan en la realidad, según los últimos informes oficiales, presentados por la administración educativa (véase en el capítulo 2). Estos datos aconsejan abrir nuevas investigaciones que permitan analizar las circunstancias que pueden estar ocasionando estas diferencias.

4.3.1.12 INCIDENCIA DE LA ESTABILIDAD DEL PROFESORADO EN EL RENDIMIENTO GENERAL DE MATEMÁTICAS Y LAS PRUEBAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS “ECCL”, “ECSP”, “ECOE” Y “ECEP”.

Descriptivos

Variables	Destino	N	Media	Desviación típica	Error típico	Intervalo de confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo
						Límite inferior	Límite superior		
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	Definitivo	210	13,54	4,13	,28	12,98	14,10	5	23
	Provisional	58	13,52	3,67	,48	12,55	14,48	5	22
	Total	268	13,53	4,03	,25	13,05	14,02	5	23
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	Definitivo	210	9,40	3,53	,24	8,91	9,88	2	19
	Provisional	58	9,00	3,54	,47	8,07	9,93	3	21
	Total	268	9,31	3,53	,22	8,89	9,73	2	21
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	Definitivo	210	10,22	3,79	,26	9,70	10,74	3	22
	Provisional	58	9,48	3,19	,42	8,64	10,32	4	21
	Total	268	10,06	3,68	,22	9,62	10,50	3	22
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	Definitivo	210	11,26	4,54	,31	10,64	11,87	3	21
	Provisional	58	11,00	3,95	,52	9,96	12,04	3	19
	Total	268	11,20	4,41	,27	10,67	11,73	3	21
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	Definitivo	210	2,22	,90	6,22E-02	2,10	2,34	1	4
	Provisional	58	1,86	,74	9,67E-02	1,67	2,06	1	4
	Total	268	2,14	,88	5,37E-02	2,04	2,25	1	4

Prueba de homogeneidad de varianzas

Variables	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	1,883	1	266	,171
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	,728	1	266	,394
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	3,261	1	266	,072
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	2,563	1	266	,111
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	3,790	1	266	,053

ANOVA (Variable independiente: estabilidad del profesorado)

Variables		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	Inter-grupos	1,976E-02	1	1,976E-02	,001	,972
	Intra-grupos	4326,678	266	16,266		
	Total	4326,698	267			
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	Inter-grupos	7,100	1	7,100	,568	,452
	Intra-grupos	3322,195	266	12,489		
	Total	3329,295	267			
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	Inter-grupos	24,638	1	24,638	1,826	,178
	Intra-grupos	3588,407	266	13,490		
	Total	3613,045	267			
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	Inter-grupos	3,005	1	3,005	,154	,695
	Intra-grupos	5192,114	266	19,519		
	Total	5195,119	267			
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	Inter-grupos	5,792	1	5,792	7,671	,006
	Intra-grupos	200,820	266	,755		
	Total	206,612	267			

No hay incumplimiento del supuesto de homogeneidad de las varianzas en las cuatro pruebas procesules, apreciándose la mayor variabilidad en la prueba de organización de estrategias y el rendimiento general en matemáticas.

Por otro lado, el análisis de varianza nos indica que las diferencias sólo son significativas, al nivel 0,01, en el rendimiento general de matemáticas. Podemos concluir que la estabilidad del profesorado se manifiesta de forma significativa, a favor de los profesores definitivos, en el rendimiento general del área de matemáticas, no incidiendo en el rendimiento de las pruebas procesuales.

4.3.1.13 INCIDENCIA LAS REPETICIONES ESCOLARES EN EL RENDIMIENTO GENERAL DE MATEMÁTICAS Y LAS PRUEBAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS "ECCL", "ECSP", "ECOE" Y "ECEP".

Descriptivos

Variables	Tipo de alumno	N	Media	Desviación típica	Error típico	Intervalo de confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo
						Límite inferior	Límite superior		
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	Repetidor	75	12,35	3,29	,38	11,59	13,10	7	19
	No repetidor	193	13,99	4,20	,30	13,40	14,59	5	23
	Total	268	13,53	4,03	,25	13,05	14,02	5	23
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	Repetidor	75	8,09	3,14	,36	7,37	8,82	3	21
	No repetidor	193	9,78	3,57	,26	9,28	10,29	2	21
	Total	268	9,31	3,53	,22	8,89	9,73	2	21
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	Repetidor	75	8,44	2,74	,32	7,81	9,07	4	16
	No repetidor	193	10,69	3,81	,27	10,15	11,23	3	22
	Total	268	10,06	3,68	,22	9,62	10,50	3	22
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	Repetidor	75	8,48	3,31	,38	7,72	9,24	3	16
	No repetidor	193	12,26	4,34	,31	11,64	12,87	4	21
	Total	268	11,20	4,41	,27	10,67	11,73	3	21
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	Repetidor	75	1,60	,64	7,35E-02	1,45	1,75	1	3
	No repetidor	193	2,35	,87	6,28E-02	2,23	2,48	1	4
	Total	268	2,14	,88	5,37E-02	2,04	2,25	1	4

Prueba de homogeneidad de varianzas

Variables	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	5,281	1	266	,022
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	4,255	1	266	,040
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	7,809	1	266	,006
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	10,668	1	266	,001
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	6,444	1	266	,012

ANOVA (Variable independiente: repeticiones escolares)

Variables		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	Inter-grupos	146,716	1	146,716	9,337	,002
	Intra-grupos	4179,981	266	15,714		
	Total	4326,698	267			
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	Inter-grupos	154,088	1	154,088	12,909	,000
	Intra-grupos	3175,207	266	11,937		
	Total	3329,295	267			
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	Inter-grupos	273,218	1	273,218	21,760	,000
	Intra-grupos	3339,827	266	12,556		
	Total	3613,045	267			
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	Inter-grupos	771,353	1	771,353	46,381	,000
	Intra-grupos	4423,767	266	16,631		
	Total	5195,119	267			
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	Inter-grupos	30,570	1	30,570	46,192	,000
	Intra-grupos	176,041	266	,662		
	Total	206,612	267			

Apreciamos incumplimiento en el supuesto de homogeneidad de las varianzas. No obstante, el resultado no se altera debido a la alta significación que se da en todos los casos.

Podemos concluir que las diferencias entre las medias de los alumnos no repetidores y repetidores es significativa, al nivel <0,01, en las cuatro pruebas procesuales y el rendimiento general de matemáticas.

En el resto de variables no cognitivas (como ambiente rural o urbano, condiciones de estudio y tipo de vivienda), que también se recogieron en el cuestionario personal del alumno, no hemos encontrado incidencias significativas, con respecto a las habilidades cognitivas que manifiestan los alumnos en las cuatro pruebas procesuales y el rendimiento general de matemáticas.

4.3.2 ESTUDIO DE EXPLICACIÓN MULTIVARIADO.

Hemos realizado varios análisis de regresión multivarida para valorar la predicción que presentan los grupos de variables en las cuatro pruebas procesuales.

4.3.2.1 PREDICCIÓN DE LA APTITUD NUMÉRICA, VERBAL Y FACTOR G EN LA PRUEBA DE COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL".

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,611 a	,373	,366	3,20

a Variables predictoras: (Constante), aptitud verbal, factor g, aptitud numérica

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	1615,121	3	538,374	52,416	,000 a
Residual	2711,577	264	10,271		
Total	4326,698	267			

a Variables predictoras: (Constante), aptitud verbal, factor g, aptitud numérica
b Variable dependiente: sumatorio comprensión lectora

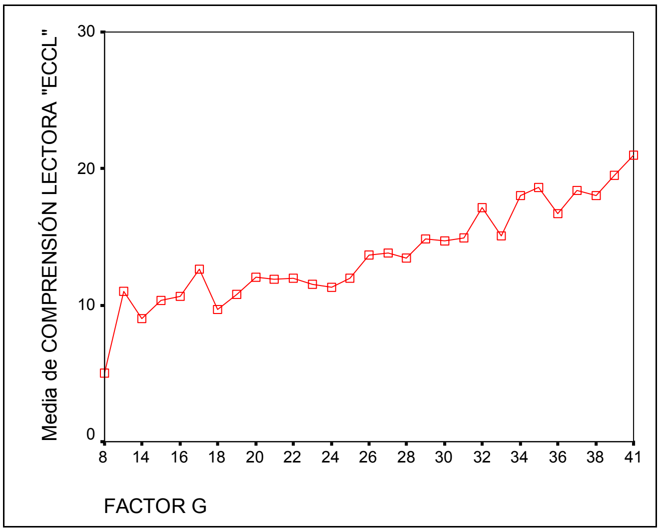
Coeficientes a

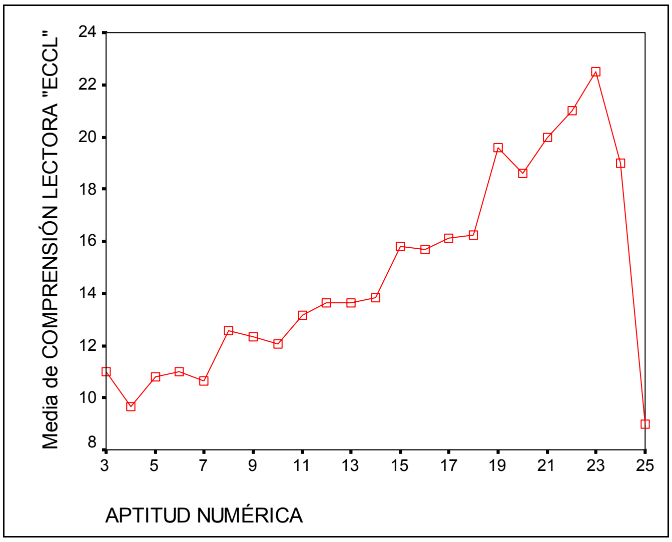
Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones Orden cero
	B	Error típ.	Beta			
(Constante)	2,895	,949		3,051	,003	
FACTOR G	,217	,044	,307	4,995	,000	,535
APTITUD NUMÉRICA	,250	,061	,261	4,066	,000	,525
APTITUD VERBAL	,134	,050	,159	2,650	,009	,452

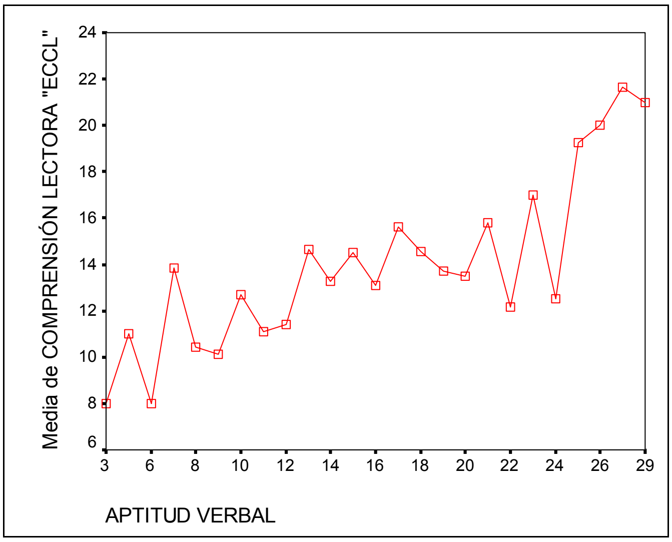
a Variable dependiente: sumatorio comprensión lectora

Se da una predicción de ,611 que explica el 36, 6 % de los resultados de los alumnos en la prueba ECCL. En las tres variables independientes se puede apreciar una alta significación, al nivel 0,01, con correlaciones altas y positivas. Podemos afirmar que son buenas predictoras del desarrollo cognitivo que requiere la comprensión verbal de los problemas matemáticos, especialmente el factor "g" y la aptitud numérica..

Las graficas de medias siguientes reflejan, claramente, esta situación:


Media de COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"
30
20
10
0
8
14
16
18
20
22
24
26
28
30
32
34
36
38
41
FACTOR G


Media de COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"
24
22
20
18
16
14
12
10
8
3
5
7
9
11
13
15
17
19
21
23
25
APTITUD NUMÉRICA


Media de COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
3
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
29
APTITUD VERBAL

4.3.2.2 PREDICCIÓN DE LA APTITUD NUMÉRICA, VERBAL Y FACTOR G EN LA PRUEBA DE SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP".

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,634 a	,402	,395	2,75

a Variables predictoras: (Constante), aptitud verbal, factor g, aptitud numérica

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	1338,373	3	446,124	59,157	,000 a
Residual	1990,921	264	7,541		
Total	3329,295	267			

a Variables predictoras: (Constante), aptitud verbal, factor g, aptitud numérica
b Variable dependiente: sumatorio selección del plan

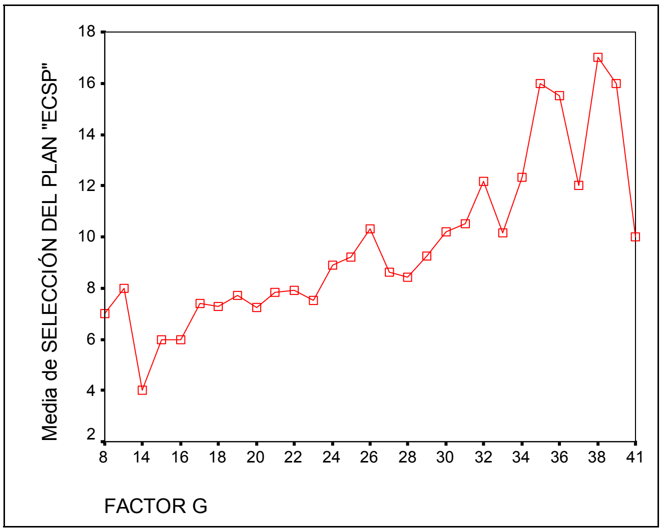
Coeficientes a

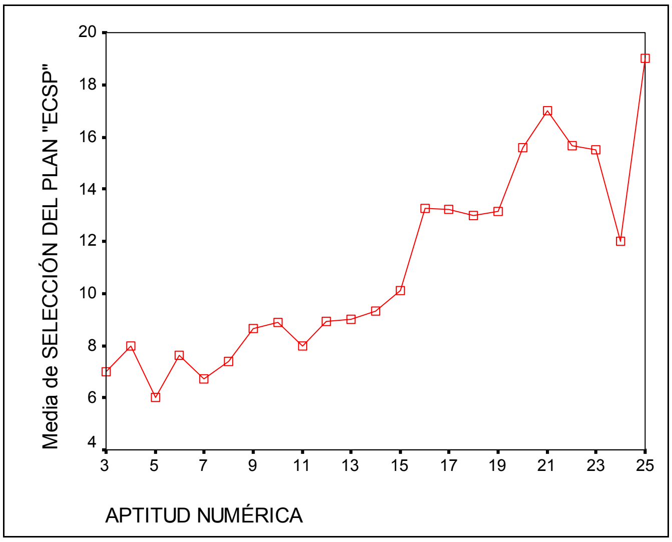
Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones Orden cero
	B	Error típ.	Beta			
(Constante)	,578	,813		,711	,478	
FACTOR G	,130	,037	,209	3,482	,001	,502
APTITUD NUMÉRICA	,346	,053	,412	6,573	,000	,596
APTITUD VERBAL	8,539E-02	,043	,116	1,974	,049	,444

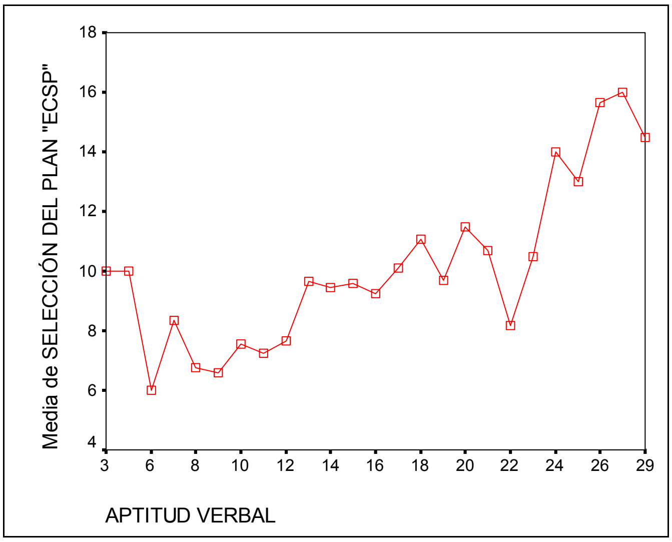
a Variable dependiente: sumatorio selección del plan

Se da una predicción de ,634 que explica el 39,5 % de los resultados de los alumnos en la prueba ECSP. Las tres variables obtienen correlaciones altas y significativas, al nivel 0,01 en factor "g" y aptitud numérica, y al nivel 0,05 en aptitud verbal. Podemos concluir que son buenas predictoras del desarrollo cognitivo esquemático, especialmente la aptitud numérica, seguida del factor "g".

Las graficas de medias siguientes reflejan, claramente, esta situación:


Media de SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"
18
16
14
12
10
8
6
4
2
8 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34 36 38 41
FACTOR G


Media de SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"
20
18
16
14
12
10
8
6
4
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25
APTITUD NUMÉRICA


Media de SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"
18
16
14
12
10
8
6
4
3 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 29
APTITUD VERBAL

4.3.2.3 PREDICCIÓN DE LA APTITUD NUMÉRICA, VERBAL Y FACTOR G EN LA PRUEBA DE ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE".

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,573 a	,328	,321	3,03

a Variables predictoras: (Constante), aptitud verbal, factor g, aptitud numérica

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	1186,167	3	395,389	43,011	,000 a
Residual	2426,878	264	9,193		
Total	3613,045	267			

a Variables predictoras: (Constante), aptitud verbal, factor g, aptitud numérica
b Variable dependiente: sumatorio organización de estrategias

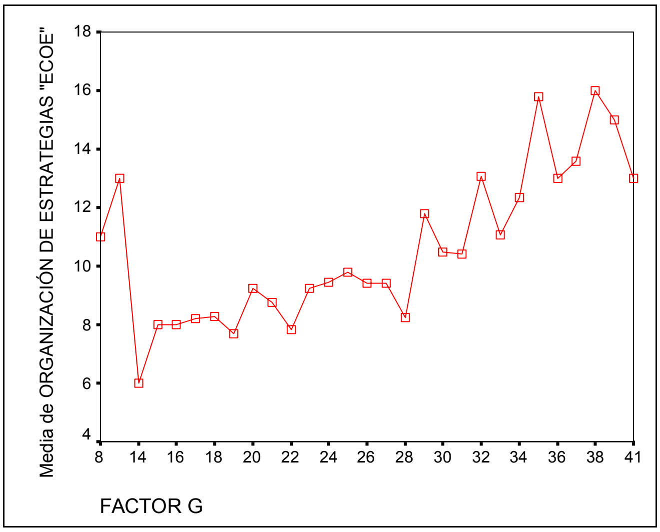
Coeficientes a

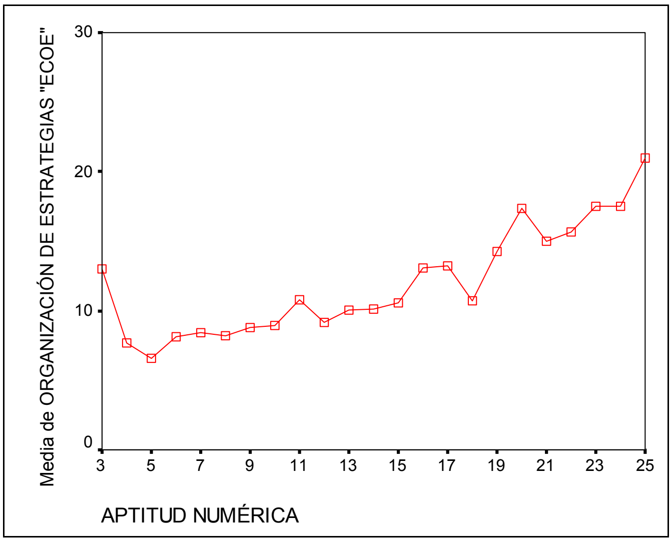
Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones
	B	Error típ.	Beta			Orden cero
(Constante)	2,888	,898		3,217	,001	
FACTOR G	6,998E-02	,041	,108	1,699	,090	,403
APTITUD NUMÉRICA	,422	,058	,482	7,260	,000	,564
APTITUD VERBAL	2,764E-02	,048	,036	,579	,563	,353

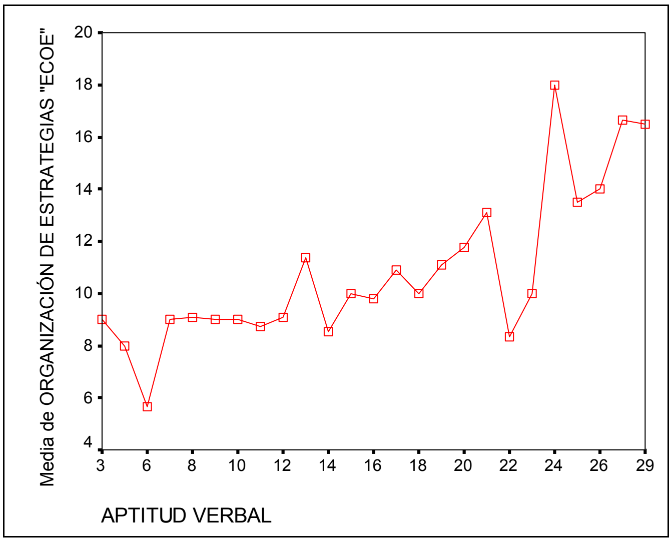
a Variable dependiente: sumatorio organización de estrategias

Se da una predicción de ,573 que explica el 32,1% de los resultados de los alumnos en la prueba ECOE. La mayor correlación y significación se localiza en la aptitud numérica, al nivel 0,01, observando que el factor "g" y la aptitud verbal presentan menor incidencia como variables explicativas. Podemos concluir que la aptitud numérica se presenta como una buena variable predictora de la organización de estrategias en la resolución de problemas matemáticos.

Las graficas de medias siguientes reflejan, claramente, esta situación:


Media de ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"
18
16
14
12
10
8
6
4
8 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34 36 38 41
FACTOR G


Media de ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"
30
20
10
0
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25
APTITUD NUMÉRICA


Media de ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"
20
18
16
14
12
10
8
6
4
3 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 29
APTITUD VERBAL

4.3.2.4 PREDICCIÓN DE LA APTITUD NUMÉRICA, VERBAL Y FACTOR G EN LA PRUEBA DE EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP".

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,688 a	,474	,468	3,22

a Variables predictoras: (Constante), aptitud verbal, factor g, aptitud numérica

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	2461,937	3	820,646	79,267	,000 a
Residual	2733,182	264	10,353		
Total	5195,119	267			

a Variables predictoras: (Constante), aptitud verbal, factor g, aptitud numérica
b Variable dependiente: sumatorio ejecución algorítmica

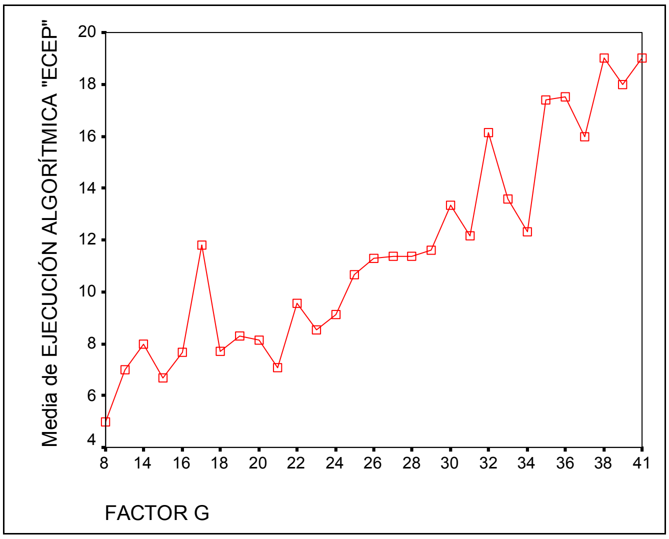
Coeficientes a

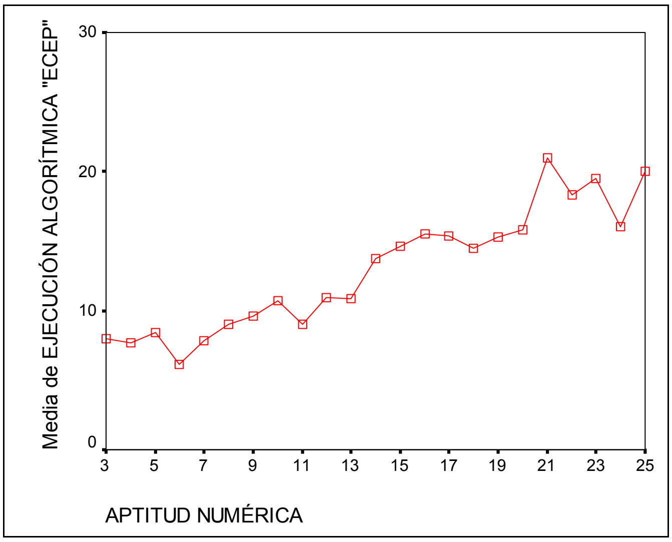
Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones
	B	Error típ.	Beta			Orden cero
(Constante)	-1,295	,953		-1,359	,175	
FACTOR G	,239	,044	,308	5,461	,000	,584
APTITUD NUMÉRICA	,413	,062	,394	6,695	,000	,626
APTITUD VERBAL	9,387E-02	,051	,102	1,852	,065	,468

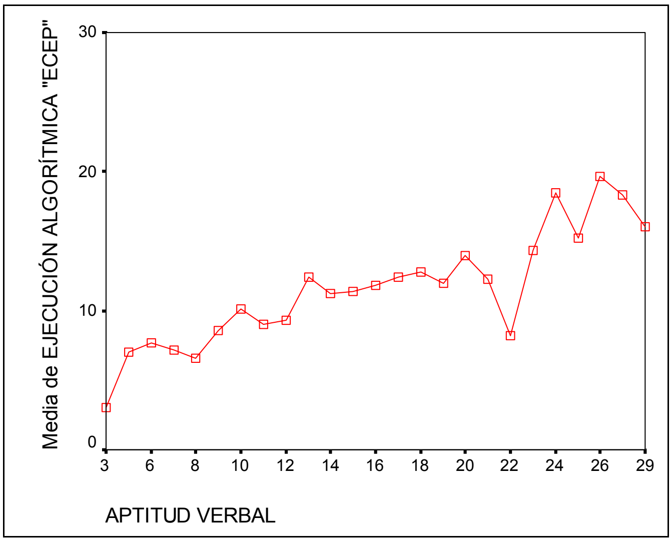
a Variable dependiente: sumatorio ejecución algorítmica.

Se da una predicción de ,688 que explica el 46,8% de los resultados de los alumnos en la prueba ECEP. Obtenemos una incidencia significativa, al nivel 0,01, de las variables aptitud numérica y factor G. Podemos afirmar que estas dos variables inciden significativamente en la ejecución de los problemas matemáticos. La aptitud verbal también presenta un índice de significación relevante (0,06), pudiéndose considerar como un criterio adicional para explicar el desarrollo de las habilidades cognitivas que exigen la resolución de los problemas matemáticos.

Las graficas de medias siguientes reflejan, claramente, esta situación:


Media de EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"
20
18
16
14
12
10
8
6
4
8 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34 36 38 41
FACTOR G


Media de EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"
30
20
10
0
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25
APTITUD NUMÉRICA


Media de EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"
30
20
10
0
3 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 29
APTITUD VERBAL

4.3.2.5 PREDICCIÓN DE LA AUTOESTIMA EN LA PRUEBA DE COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,309 a	,096	,082	3,86

a Variables predictoras: (Constante), autoestima familiar, emocional, académica y social

ANOVA

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	414,374	4	103,593	6,964	,000 a
Residual	3912,324	263	14,876		
Total	4326,698	267			

a Variables predictoras: (Constante), autoestima familiar, emocional, académica y social
b Variable dependiente: sumatorio comprensión lectora

Coeficientes a

Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones
	B	Error típ.	Beta			Orden cero
(Constante)	8,995	2,603		3,455	,001	
A ACADÉMICO	,367	,073	,307	5,055	,000	,266
A SOCIAL	-,329	,133	-,160	-2,482	,014	-,086
A EMOCIONAL	-1,487E-02	,076	-,012	-,197	,844	-,031
A FAMILIAR	1,496E-03	,114	,001	,013	,990	-,010

a Variable dependiente: sumatorio comprensión lectora

Se da una predicción de ,309 que explica el 8,2% de los resultados de los alumnos en la prueba. Apreciamos una incidencia significativa de la autoestima académica, al nivel 0,01, y, en menor medida, también de la autoestima social, pero en sentido inverso.

4.3.2.6 PREDICCIÓN DE LA AUTOESTIMA EN LA PRUEBA DE SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,375 a	,141	,128	3,30

a Variables predictoras: (Constante), autoestima familiar, emocional, académica y social

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	468,101	4	117,025	10,757	,000 a
Residual	2861,193	263	10,879		
Total	3329,295	267			

a Variables predictoras: (Constante), autoestima familiar, emocional, académica y social
b Variable dependiente: sumatorio selección del plan

Coeficientes a

Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones
	B	Error típ.	Beta			Orden cero
(Constante)	-,784	2,226		-,352	,725	
A ACADÉMICO	,390	,062	,372	6,284	,000	,372
A SOCIAL	1,821E-02	,113	,010	,161	,873	,103
A EMOCIONAL	4,068E-02	,065	,037	,629	,530	,052
A FAMILIAR	-3,774E-02	,098	-,023	-,387	,699	,033

a Variable dependiente: sumatorio selección del plan

Se da una predicción de ,375 que explica el 12, 8 % de los resultados de los alumnos en la prueba, apreciándose la incidencia significativa de la autoestima académica, al nivel 0,01.

4.3.2.7 PREDICCIÓN DE LA AUTOESTIMA EN LA PRUEBA DE ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE".

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,340 a	,115	,102	3,49

a Variables predictoras: (Constante), autoestima familiar, emocional, académica y social

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	416,838	4	104,209	8,575	,000 a
Residual	3196,207	263	12,153		
Total	3613,045	267			

a Variables predictoras: (Constante), autoestima familiar, emocional, académica y social
b Variable dependiente: sumatorio organización de estrategias

Coeficientes a

Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones
	B	Error típ.	Beta			Orden cero
(Constante)	5,324	2,353		2,263	,024	
A ACADÉMICO	,348	,066	,318	5,296	,000	,301
A SOCIAL	-9,665E-02	,120	-,052	-,806	,421	,003
A EMOCIONAL	-,164	,068	-,142	-2,396	,017	-,139
A FAMILIAR	1,512E-02	,103	,009	,147	,884	,028

a Variable dependiente: sumatorio organización de estrategias

Se da una predicción de ,340 que explica el 10,2 % de los resultados de los alumnos en la prueba. La mayor significación y correlación se advierte en la autoestima académica, al nivel 0,01, y en la autoestima emocional, aunque, en este caso, con sentido inverso y menor significación.

4.3.2.8 PREDICCIÓN DE LA AUTOESTIMA EN LA PRUEBA DE EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,408 a	,167	,154	4,06

a Variables predictoras: (Constante), autoestima familiar, emocional, académica y social

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	865,418	4	216,354	13,142	,000 a
Residual	4329,702	263	16,463		
Total	5195,119	267			

a Variables predictoras: (Constante), autoestima familiar, emocional, académica y social
b Variable dependiente: sumatorio ejecución algorítmica

Coeficientes a

Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones Orden cero
	B	Error típ.	Beta			
(Constante)	-2,365	2,739		-,864	,389	
A ACADÉMICO	,540	,076	,412	7,069	,000	,400
A SOCIAL	-,171	,139	-,076	-1,229	,220	,049
A EMOCIONAL	6,395E-02	,079	,046	,805	,422	,050
A FAMILIAR	8,465E-02	,120	,042	,705	,482	,077

a Variable dependiente: sumatorio ejecución algorítmica

Observaciones:

Se da una predicción de ,408 que explica el 15,4 % de los resultados de los alumnos en la prueba, resultado solamente significativa la incidencia de la autoestima académica, al nivel 0,01. Podemos concluir, pues, que el grado de desarrollo alcanzado en la autoestima académica es un buen criterio para predecir el rendimiento en esta prueba.

4.3.2.9 PREDICCIÓN DE LOS ESTILOS COGNITIVOS DE STERNBERG EN LA PRUEBA DE COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL".

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,291 a	,085	,038	3,95

a Variables predictoras: (Constante), estilo externo, global, anárquico, conservador, interno, jerárquico, monárquico, progresista, ejecutivo, judicial, local, legislativo, oligárquico.

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	367,410	13	28,262	1,813	,041 a
Residual	3959,288	254	15,588		
Total	4326,698	267			

a Variables predictoras: (Constante), estilo externo, global, anárquico, conservador, interno, jerárquico, monárquico, progresista, ejecutivo, judicial, local, legislativo, oligárquico.
b variable dependiente: comprensión lectora "ECCL"

Coeficientes a

Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones Orden cero
	B	Error típ.	Beta			
(Constante)	10,254	2,198		4,665	,000	
ESTILO LEGISLATIVO	8,674E-02	,044	,166	1,988	,048	,156
ESTILO EJECUTIVO	4,167E-02	,043	,077	,975	,330	,118
ESTILO JUDICIAL	9,013E-02	,047	,161	1,929	,055	,176
ESTILO GLOBAL	1,914E-02	,035	,037	,547	,585	,035
ESTILO LOCAL	6,905E-02	,040	,140	1,731	,085	,132
ESTILO PROGRESISTA	-5,537E-02	,035	-,125	-1,567	,118	,004
ESTILO CONSERVADOR	-6,661E-02	,041	-,137	-1,627	,105	,021
ESTILO JERÁRQUICO	2,615E-02	,042	,050	,617	,538	,133
ESTILO MONÁRQUICO	-6,885E-02	,044	-,119	-1,582	,115	-,021
ESTILO OLIGÁRQUICO	-1,721E-02	,042	-,036	-,412	,680	,048
ESTILO ANÁRQUICO	-4,518E-02	,045	-,078	-,993	,322	,035
ESTILO INTERNO	7,032E-03	,039	,014	,179	,858	,066
ESTILO EXTERNO	-5,693E-03	,044	-,011	-,130	,897	,022

a Variable dependiente: comprensión lectora "ECCL"

Se da una predicción de ,291 que explica el 3,8% de los resultados en esta prueba. Los valores más significativos se aprecian en los estilos legislativo, judicial y local, con correlaciones bajas. Sólo podríamos afirmar que estos tres estilos presentan una mayor incidencia que el resto.

4.3.2.10 PREDICCIÓN DE LOS ESTILOS COGNITIVOS DE STERNBERG EN LA PRUEBA DE SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP".

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,391 a	,153	,110	3,33

a Variables predictoras: (Constante), estilo externo, global, anárquico, conservador, interno, jerárquico, monárquico, progresista, ejecutivo, judicial, local, legislativo, oligárquico.

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	509,031	13	39,156	3,527	,000 a
Residual	2820,264	254	11,103		
Total	3329,295	267			

a Variables predictoras: (Constante), estilo externo, global, anárquico, conservador, interno, jerárquico, monárquico, progresista, ejecutivo, judicial, local, legislativo, oligárquico.
b variable dependiente: selección del plan "ECSP"

Coeficientes a

Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones Orden cero
	B	Error típ.	Beta			
(Constante)	6,662	1,855		3,591	,000	
ESTILO LEGISLATIVO	8,453E-02	,037	,184	2,296	,023	,138
ESTILO EJECUTIVO	9,053E-02	,036	,191	2,510	,013	,207
ESTILO JUDICIAL	6,693E-02	,039	,136	1,697	,091	,159
ESTILO GLOBAL	3,875E-02	,030	,086	1,312	,191	,070
ESTILO LOCAL	7,669E-02	,034	,177	2,278	,024	,164
ESTILO PROGRESISTA	-,111	,030	-,286	-3,708	,000	-,139
ESTILO CONSERVADOR	-5,312E-02	,035	-,125	-1,537	,126	,108
ESTILO JERÁRQUICO	1,807E-02	,036	,040	,505	,614	,177
ESTILO MONÁRQUICO	-3,231E-02	,037	-,064	-,880	,380	,009
ESTILO OLIGÁRQUICO	-1,355E-02	,035	-,032	-,385	,701	,043
ESTILO ANÁRQUICO	-2,601E-02	,038	-,051	-,678	,499	,049
ESTILO INTERNO	-1,455E-02	,033	-,033	-,439	,661	,051
ESTILO EXTERNO	-5,500E-02	,037	-,123	-1,483	,139	-,036

a Variable dependiente: selección del plan "ECSP"

Se da una predicción de ,391 que explica el 11% de los resultados en esta prueba. Apreciamos la mayor incidencia, al nivel 0,05, en los estilos legislativo, ejecutivo y local. El estilo progresista presenta la mayor significación, pero con sentido inverso.

4.3.2.11 PREDICCIÓN DE LOS ESTILOS COGNITIVOS DE STERNBERG EN LA PRUEBA DE ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE".

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,383 a	,146	,103	3,48

a Variables predictoras: (Constante), estilo externo, global, anárquico, conservador, interno, jerárquico, monárquico, progresista, ejecutivo, judicial, local, legislativo, oligárquico.

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	528,840	13	40,680	3,350	,000 a
Residual	3084,205	254	12,143		
Total	3613,045	267			

a Variables predictoras: (Constante), estilo externo, global, anárquico, conservador, interno, jerárquico, monárquico, progresista, ejecutivo, judicial, local, legislativo, oligárquico.
b Variable dependiente: organización de estrategias "ECOE"

Coeficientes a

Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones Orden cero
	B	Error típ.	Beta			
(Constante)	6,110	1,940		3,149	,002	
ESTILO LEGISLATIVO	4,620E-02	,039	,097	1,200	,231	,126
ESTILO EJECUTIVO	5,343E-02	,038	,108	1,416	,158	,191
ESTILO JUDICIAL	4,970E-03	,041	,010	,120	,904	,133
ESTILO GLOBAL	-5,094E-03	,031	-,011	-,165	,869	-,006
ESTILO LOCAL	7,388E-02	,035	,163	2,098	,037	,190
ESTILO PROGRESISTA	-7,287E-02	,031	-,181	-2,336	,020	-,058
ESTILO CONSERVADOR	-8,120E-02	,036	-,183	-2,247	,026	,069
ESTILO JERÁRQUICO	,135	,037	,283	3,597	,000	,287
ESTILO MONÁRQUICO	-2,548E-02	,038	-,048	-,663	,508	,046
ESTILO OLIGÁRQUICO	-1,085E-02	,037	-,025	-,295	,769	,031
ESTILO ANÁRQUICO	-2,941E-02	,040	-,056	-,732	,465	,058
ESTILO INTERNO	3,711E-02	,035	,081	1,072	,285	,101
ESTILO EXTERNO	-2,597E-02	,039	-,056	-,669	,504	-,007

a Variable dependiente: organización de estrategias "ECOE"

Se da una predicción de ,383 que explica el 10,3 de los resultados en esta prueba. Hay que destacar la significativa incidencia del estilo jerárquico, al nivel 0,01 y, en menor grado, los estilos local y conservador, al nivel 0,05. Podemos concluir que el estilo jerárquico es un buen predictor del rendimiento en los procesos de organización de estrategias.

4.3.2.12 PREDICCIÓN DE LOS ESTILOS COGNITIVOS DE STERNBERG EN LA PRUEBA DE EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP".

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,414 a	,172	,129	4,12

a Variables predictoras: (Constante), estilo externo, global, anárquico, conservador, interno, jerárquico, monárquico, progresista, ejecutivo, judicial, local, legislativo, oligárquico.

ANOVA

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	892,184	13	68,630	4,051	,000 a
Residual	4302,936	254	16,941		
Total	5195,119	267			

a Variables predictoras: (Constante), estilo externo, global, anárquico, conservador, interno, jerárquico, monárquico, progresista, ejecutivo, judicial, local, legislativo, oligárquico.
b Variable dependiente: ejecución algorítmica "ECEP"

Coeficientes a

Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones Orden cero
	B	Error típ.	Beta			
(Constante)	3,899	2,291		1,701	,090	
ESTILO LEGISLATIVO	,147	,045	,257	3,235	,001	,222
ESTILO EJECUTIVO	,115	,045	,194	2,576	,011	,271
ESTILO JUDICIAL	3,583E-02	,049	,058	,735	,463	,186
ESTILO GLOBAL	3,091E-02	,036	,055	,848	,397	,084
ESTILO LOCAL	9,487E-02	,042	,175	2,281	,023	,212
ESTILO PROGRESISTA	-9,644E-02	,037	-,199	-2,617	,009	-,072
ESTILO CONSERVADOR	-1,282E-02	,043	-,024	-,300	,764	,190
ESTILO JERÁRQUICO	4,514E-02	,044	,079	1,021	,308	,248
ESTILO MONÁRQUICO	-6,009E-02	,045	-,095	-1,324	,187	,048
ESTILO OLIGÁRQUICO	-2,786E-02	,044	-,053	-,640	,523	,091
ESTILO ANÁRQUICO	-5,833E-02	,047	-,092	-1,230	,220	,072
ESTILO INTERNO	-5,305E-03	,041	-,010	-,130	,897	,091
ESTILO EXTERNO	-2,858E-02	,046	-,051	-,624	,533	,052

a Variable dependiente: ejecución algorítmica "ECEP"

Se da una predicción de ,414 que explica el 12,9 de los resultados en esta prueba. Observamos las incidencias positivas más significativas en los estilos legislativo, ejecutivo y local, al nivel 0,05, y negativas en el estilo progresista. Estos datos vienen a corroborar, en parte, las investigaciones de Sternberg y Grigorenko (1992) y Serrano (1994), comprobando cómo las personas que prefieren planificar (legislativo), seguir reglas (ejecutivo) y centrarse en los aspectos concretos de la realidad (local) obtienen mayor rendimiento en los procesos de ejecución algorítmica. Por otro lado, los alumnos que prefieren la novedad e ir más allá de las reglas establecidas (progresistas) presentan un peor rendimiento.

4.3.2.13 PREDICCIÓN DE LOS ESTUDIOS DE LOS PADRES EN LA PRUEBA DE COMPREMSIÓN LECTORA "ECCL"

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,279 a	,078	,071	3,88

a Variables predictoras: (Constante), estudios madre, estudios padre

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	336,056	2	168,028	11,158	,000 a
Residual	3990,642	265	15,059		
Total	4326,698	267			

a Variables predictoras: (Constante), estudios madre, estudios padre
b Variable dependiente: sumatorio comprensión lectora

Coeficientes a

Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones Orden cero
	B	Error típ.	Beta			
(Constante)	17,453	,869		20,074	,000	
ESTUDIOS PADRE	-,574	,242	-,190	-2,373	,018	-,266
ESTUDIOS MADRE	-,334	,239	-,112	-1,399	,163	-,241

a Variable dependiente: sumatorio comprensión lectora

Se da una predicción de ,279 que explica el 7,1 % de la comprensión lectora en la prueba ECCL, obteniendo una incidencia significativa de los estudios del padre, al nivel 0,05. Los índices negativos se deben a que, en la base de datos, se ha codificado con 1 el nivel superior de estudios, correspondiente a los universitarios de 5 años, y con 6 el nivel sin estudios (véase la encuesta personal en el anexo 7.9).

4.3.2.14 PREDICCIÓN DE LOS ESTUDIOS DE LOS PADRES EN LA PRUEBA DE SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,364 a	,133	,126	3,30

a Variables predictoras: (Constante), estudios madre, estudios padre

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	441,600	2	220,800	20,263	,000 a
Residual	2887,694	265	10,897		
Total	3329,295	267			

a Variables predictoras: (Constante), estudios madre, estudios padre
b Variable dependiente: sumatorio selección del plan

Coeficientes a

Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones
	B	Error típ.	Beta			Orden cero
(Constante)	13,838	,740		18,710	,000	
ESTUDIOS PADRE	-,478	,206	-,181	-2,325	,021	-,327
ESTUDIOS MADRE	-,566	,203	-,217	-2,786	,006	-,339

a Variable dependiente: sumatorio selección del plan

Se da una predicción de ,364 que explica el 12, 6 % del rendimiento de los alumnos en la prueba ECSP. En ambas variables obtenemos índices significativos. En este caso, observamos que el índice de estudios de la madre tiene una significación al nivel 0,01. Estos datos nos permiten, pues, concluir que el nivel de estudios de los padres tiene una fuerte incidencia en el desarrollo de las habilidades cognitivas del pensamiento esquemático.

4.3.2.15 PREDICCIÓN DE LOS ESTUDIOS DE LOS PADRES EN LA PRUEBA DE ORGANIZACIÓN DE ESTRTAEGIAS "ECOE"

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,330 a	,109	,102	3,49

a Variables predictoras: (Constante), estudios madre, estudios padre

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	392,526	2	196,263	16,149	,000 a
Residual	3220,519	265	12,153		
Total	3613,045	267			

a Variables predictoras: (Constante), estudios madre, estudios padre
b Variable dependiente: sumatorio organización de estrategias

Coeficientesa

Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones
	B	Error típ.	Beta			Orden cero
(Constante)	14,319	,781		18,334	,000	
ESTUDIOS PADRE	-,397	,217	-,144	-1,828	,069	-,289
ESTUDIOS MADRE	-,584	,215	-,214	-2,721	,007	-,312

a Variable dependiente: sumatorio organización de estrategias.

Se da una predicción de ,330 que explica el 10, 2 % del rendimiento de los alumnos en la prueba ECOE. Obtenemos una incidencia significativa de los estudios de los padres, en especial de la madre, al nivel 0,01.

4.3.2.16 PREDICCIÓN DE LOS ESTUDIOS DE LOS PADRES EN LA PRUEBA DE EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,431 a	,186	,180	3,99

a Variables predictoras: (Constante), estudios madre, estudios padre

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	966,851	2	483,426	30,298	,000 a
Residual	4228,268	265	15,956		
Total	5195,119	267			

a Variables predictoras: (Constante), estudios madre, estudios padre
b Variable dependiente: sumatorio ejecución algorítmica

Coeficientes a

Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones
	B	Error típ.	Beta			Orden cero
(Constante)	17,889	,895		19,988	,000	
ESTUDIOS PADRE	-,873	,249	-,264	-3,510	,001	-,404
ESTUDIOS MADRE	-,673	,246	-,206	-2,736	,007	-,385

a Variable dependiente: sumatorio ejecución algorítmica.

Se da una predicción de ,431 que explica el 18 % del rendimiento de los alumnos en la prueba ECEP. Ambas variables independientes obtienen índices muy significativos, al nivel 0,01. Podemos concluir, pues, que el nivel de estudios de los padres es un buen criterio para predecir el rendimiento de los alumnos en los procesos de ejecución algorítmica.

4.3.2.17 PREDICCIÓN DE LAS PRUEBAS PROCESUALES "ECCL", "ECSP", "ECOE" Y "ECEP" EN EL RENDIMIENTO GENERAL DE MATEMÁTICAS

Resumen del modelo

R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación
,726 a	,527	,520	,61

a Variables predictoras: (Constante), sumatorios de comprensión lectora, selección del plan, organización de estrategias y ejecución algorítmica.

ANOVA b

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Regresión	108,890	4	27,222	73,264	,000 a
Residual	97,722	263	,372		
Total	206,612	267			

a Variables predictoras: (Constante), sumatorios de comprensión lectora, selección del plan, organización de estrategias y ejecución algorítmica.
b Variable dependiente: rendimiento en matemáticas

Coeficientes a

Variables independientes	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	t	Sig.	Correlaciones Orden cero
	B	Error típ.	Beta			
(Constante)	,136	,142		,963	,336	
sumatorio comprensión lectora	1,784E-02	,012	,082	1,488	,138	,492
sumatorio selección del plan	5,022E-02	,015	,202	3,386	,001	,600
sumatorio organización de estrategias	3,526E-02	,013	,147	2,680	,008	,525
sumatorio ejecución algorítmica	8,407E-02	,013	,422	6,556	,000	,685

a Variable dependiente: RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS

Finalmente, también hemos analizado la incidencia de las cuatro pruebas en el rendimiento general de matemáticas, observando una predicción de ,726 que explica el 52% de los resultados de los alumnos en esta disciplina.

Obtenemos índices de incidencia significativos, al nivel 0,01, en las pruebas de selección del plan, organización de estrategias y ejecución algorítmica, manifestándose especialmente relevante esta última. Es evidente que las habilidades manifestadas en estas tres pruebas procesuales son buenas predictoras del rendimiento general en matemáticas, aunque es preciso tener en cuenta que el rendimiento académico contiene otros componentes diferentes.

4.4 Modelos multivariados orientados a la toma de decisiones en el diagnóstico

4.4 MODELOS MULTIVARIADOS ORIENTADOS A LA TOMA DE DECISIONES EN EL DIAGNÓSTICO

4.4.1 ANÁLISIS JERÁRQUICO DE CONGLOMERADOS

Los análisis anteriores, referidos a las características generales que presentan los alumnos en cada una de las fases de resolución, nos ha proporcionando un mapa definido del estado actual de la cuestión. Sin embargo, nos interesa también identificar estas dimensiones en grupos de alumnos concretos para poder obtener una visión más precisa.

Consideramos que la conexión de las características localizadas con grupos de alumnos concretos nos sitúa en mejores condiciones para efectuar recomendaciones precisas y matizadas, y puede ser más útil para enfocar las políticas al respecto

A tal efecto, mediante la técnica de *"agrupamiento jerárquico de sujetos"* (procedimiento de *"k-medias"*), hemos analizado diferentes posibilidades para definir las agrupaciones de los alumnos (Suárez y Sáez, 1994).

Se han explorado modelos entre 2 y 7 agrupamientos, eligiendo el que ofrece cuatro, pues los agrupamientos mayores incluyen grupos excesivamente reducidos que, aún siendo conceptualmente interpretables y coherentes, nos conducen a un micro-enfoque, poco adecuado para el objetivo de esta investigación.

Desde esta perspectiva, pasamos, pues, a comentar los resultados obtenidos con el modelo de cuatro agrupamientos de alumnos, que ha resultado altamente significativo en cada una de las fases de resolución de problemas.

La tabla 4.12 presenta las puntuaciones medias obtenidas en cada uno de los conglomerados de alumnos y la 4.13 el número de casos en cada conglomerado

Fases de resolución de problemas	Conglomerado			
	1	2	3	4
Comprensión lectora	**13**	**15**	**10**	**20**
Selección del plan	**13**	**8**	**7**	**14**
Organización de estrategias	**11**	**10**	**8**	**16**
Ejecución algorítmica	**16**	**12**	**7**	**17**

Tabla 4.12: Puntuaciones medias de cada conglomerado en cada una de las fases de resolución de problemas.

Conglomerado	1	**36,000**
	2	**82,000**
	3	**108,000**
	4	**42,000**
Válidos		**268,000**
Perdidos		**,000**

Tabla 4.13: Número de casos en cada conglomerado.

Observamos que el ***grupo 4**,* con 42 alumnos (15,67%), representa el máximo nivel general en las cuatro fases de resolución de problemas (compresión lectora, selección del plan, organización de estrategias y ejecución algorítmica). En este grupo se sitúan los alumnos que manifiestan buenas habilidades en todas las fases del proceso.

El ***grupo 1***, con 36 casos (13,43%), recoge a los alumnos que tienen habilidades similares a los del grupo 4, en las fases de selección del plan y ejecución algorítmica, pero presentan mayor dificultad en comprensión lectora y organización de estrategias. Son alumnos que resuelven bien los problemas, porque conocen el plan de resolución adecuado y la ejecución algorítmica, pero que tienen algunas dificultades en la comprensión lectora y el conocimiento estratégico que facilita la organización correcta de los pasos a seguir.

El ***grupo 2***, con 82 casos (30,59%), representa a los alumnos que tienen mejor comprensión lectora que el grupo 1, pero peores habilidades en selección del plan y ejecución algorítmica. En este grupo se sitúa un porcentaje importante de alumnos, con buenas habilidades en los procesos de comprensión lectora, pero con una manifiesta dificultad para la resolución de problemas matemáticos, especialmente en las fases de conocimiento esquemático, que permite seleccionar el plan de resolución, y el algorítmico que lleva a solución.

Finalmente, el ***grupo 3***, con 108 casos (40,29%), engloba al conglomerado mayor con los niveles más bajos en las cuatro fases. Estos alumnos presentan algunas dificultades en comprensión lectora, pero su mayor dificultad se localiza en las tres fases más específicas de la resolución de problemas matemáticos. El porcentaje de casos de este grupo viene a coincidir con el de los alumnos que, actualmente, presentan bajo rendimiento en el área de matemáticas (véase el capítulo 2 sobre el estado actual del rendimiento escolar en el área de matemáticas).

El análisis "anova" que exponemos en la tabla 4.14 pone de relieve que las pruebas elaboradas son altamente significativas para la constitución de los cuatro grupos.

Pruebas	Conglomerado		Error		F	Sig.
	Media cuadrática	gl	Media cuadrática	gl		
Comprensión lectora	986,054	3	5,184	264	190,217	,000
Selección del plan	650,284	3	5,221	264	124,543	,000
Organización de estrategias	594,860	3	6,926	264	85,888	,000
Ejecución algorítmica	1221,788	3	5,795	264	210,852	,000

Tabla 4.14: Anova de las cuatro pruebas en la configuración de los grupos.

Por otro lado, también hemos realizado un análisis de "varianza univariante" para valorar la significación de las diferencias entre estos cuatro agrupamientos y el rendimiento general en matemáticas.

La tabla 4.15 recoge los estadísticos descriptivos de este análisis.

Grupo en k-4 con cuatro pruebas	Media	Desv. típ.	N
1	2,72	,741	36
2	2,02	,608	82
3	1,61	,593	108
4	3,24	,790	42
Total	2,14	,880	268

Tabla 4.15: Estadísticos descriptivos de los agrupamientos con respecto a la variable dependiente: rendimiento en matemáticas

El contraste de "Levene", recogido en la tabla 4.16, pone de manifiesto una falta de homogeneidad de la varianza. Sin embargo, las pruebas de los efectos inter-sujetos, con respecto a la variable dependiente del rendimiento general en matemáticas, reflejan que las diferencias de los cuatro grupos tienen una altísima significación, no alterándose, pues, el resultado por la heterogeneidad de las varianzas (véase la tabla 4.17).

F	gl1	gl2	Significación
7,997	3	264	,000

Tabla 4.16: Contraste de Levene sobre la igualdad de las varianzas con respecto a la variable dependiente: rendimiento en matemáticas (Diseño: Intercept+K4P4)

Fuente	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Significación
Modelo corregido	94,153 [a]	3	31,384	73,675	,000
Intercept	1260,646	1	1260,646	2959,391	,000
K4P4	94,153	3	31,384	73,675	,000
Error	112,459	264	,426		
Total	1436,000	268			
Total corregida	206,612	267			

Tabla 4.17:. Pruebas de los efectos inter-sujetos con la variable dependiente: rendimiento en matemáticas (a. R cuadrado = ,456 y R cuadrado corregida = ,450)

Las comparaciones múltiples de "Tukey" también nos ponen de manifiesto que las diferencias entre las medias de los cuatro grupos, con respecto a la variable dependiente del rendimiento en matemáticas, son altamente significativas (véase la tabla 4.18)

(I) grupo en k-4 con cuatro pruebas	(J) grupo en k-4 con cuatro pruebas	Diferencia entre medias (I-J)	Error típ.	Significación	Intervalo de confianza al 95%.	
					Límite inferior	Límite superior
1	2	,70 *	,130	,000	,36	1,04
	3	1,11 *	,126	,000	,79	1,44
	4	-,52 *	,148	,003	-,90	-,13
2	1	-,70 *	,130	,000	-1,04	-,36
	3	,41 *	,096	,000	,17	,66
	4	-1,21 *	,124	,000	-1,53	-,89
3	1	-1,11 *	,126	,000	-1,44	-,79
	2	-,41 *	,096	,000	-,66	-,17
	4	-1,63 *	,119	,000	-1,93	-1,32
4	1	,52 *	,148	,003	,13	,90
	2	1,21 *	,124	,000	,89	1,53
	3	1,63 *	,119	,000	1,32	1,93

Tabla 4.18: Comparaciones múltiples (DHS de Tukey) de los cuatro grupos con respecto a la variable dependiente: rendimiento en matemáticas (* La diferencia de medias es significativa al nivel ,05)

Finalmente, el análisis de las medias para los grupos, en subconjuntos homogéneos, nos presenta una perfecta diferenciación, con respecto al rendimiento general en matemáticas. Como observamos en la tabla 4.19, todas las composiciones resultan significativas entre ellas, verificándose el máximo nivel de rendimiento en matemáticas para el grupo 4 que, como vimos anteriormente, también presenta los mayores niveles en las cuatro pruebas procesuales.

grupo en k-4 con cuatro pruebas	N	Subconjunto			
		1	2	3	4
3	108	1,61			
2	82		2,02		
1	36			2,72	
4	42				3,24
Significación		1,000	1,000	1,000	1,000

Tabla 4.19:. Significación de las medias de los grupos en subconjuntos homogéneos con relación al rendimiento en matemáticas. Subconjuntos: 1=suspenso; 2= aparobado y bien; 3=notable y 4=sobresalientes (Basado en la suma de cuadrados tipo III de Tukey para alfa = ,05)

4.4.2 ANÁLISIS DISCRIMINANTE.

El análisis discriminante, en principio, es uno de los procedimientos más adecuados para identificar las relaciones causales potenciales respecto a las variables diferenciales y ofrecer una interpretación adecuada de las mismas. Este procedimiento permite verificar las diferencias entre los perfiles multivariados de los diferentes grupos que se comparan y establece las dimensiones que sintetizan estas diferencias. Estas dimensiones, similares a los factores del análisis factorial, simplifican la situación a un menor número de indicadores y adquieren sentido en base a las relaciones que presentan con las variables dependientes originales. Asimismo, el análisis discriminante es útil para situaciones en las que se desea construir un modelo de pronóstico de pertenencia al grupo, en función de las características observadas para cada caso. Este procedimiento genera una función discriminante (o, para más de dos grupos, un conjunto de funciones discriminantes), basándose en las combinaciones lineales de las variables predictoras que proporcionan las mayor discriminación entre los grupos (Hair, Anderson, Tatham y Black, 1999).

A través de pruebas de significación univariadas y del correspondiente modelo multivariado, utilizando el procedimiento de "paso-a-paso", hemos identificado los factores que establecen diferencias significativas entre los cuatro grupos que hemos descrito anteriormente, y hemos realizado el análisis discriminante en función de dichos factores. En nuestro caso, al no existir un modelo inicialmente propuesto, se ha utilizado un procedimiento de aproximación a la construcción del modelo, pues se trata de indagar sistemáticamente para encontrar la mejor representación de las informaciones obtenidas. Con ello, también se ha pretendido evitar los riesgos que apuntan diferentes autores (Stevens, 1996), respecto a la utilización "automática" de procedimientos de análisis de datos, especialmente, cuando los conocimientos asentados sobre nuestra temática aconsejan incidir en una dinámica exploratoria.

Desde esta perspectiva, hemos realizado un *análisis discriminante paso a paso* sobre las variables significativas, seleccionadas a partir de los análisis anteriores.

Las pruebas de igualdad de las medias de los grupos (Lambda de Wilks), ponen de manifiesto que hay incumplimiento en el supuesto de homogeneidad en, aproximadamente, el 50% de las variables, como puede observarse en la tabla 4.20. Sin embargo, la prueba de M. de Box nos indica que no hay incumplimiento de homogeneidad a nivel multivariado (véase la tabla 4.21). No obstante, estos análisis nos indican que los resultados de las contribuciones menos relevantes debemos interpretarlas con cautela.

VARIABLES	Lambda de Wilks	F		gl2	Sig.
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	,544	73,675	3	264	,000
FACTOR G	,615	55,023	3	264	,000
APTITUD NUMÉRICA	,524	79,889	3	264	,000
APTITUD VERBAL	,756	28,425	3	264	,000
A ACADÉMICO	,863	14,010	3	264	,000
A SOCIAL	,993	,604	3	264	,613
A EMOCIONAL	,980	1,798	3	264	,148
A FAMILIAR	,994	,519	3	264	,669
A TOTAL	,957	3,966	3	264	,009
ESTILO LEGISLATIVO	,971	2,588	3	264	,053
ESTILO EJECUTIVO	,971	2,622	3	264	,051
ESTILO JUDICIAL	,972	2,553	3	264	,056
ESTILO GLOBAL	,994	,504	3	264	,680
ESTILO LOCAL	,953	4,302	3	264	,006
ESTILO PROGRESISTA	,988	1,035	3	264	,377
ESTILO CONSERVADOR	,968	2,910	3	264	,035
ESTILO JERÁRQUICO	,964	3,246	3	264	,022
ESTILO MONÁRQUICO	,998	,142	3	264	,935
ESTILO OLIGÁRQUICO	,999	,115	3	264	,951
ESTILO ANÁRQUICO	,988	1,045	3	264	,373
ESTILO INTERNO	,993	,578	3	264	,630
ESTILO EXTERNO	,987	1,184	3	264	,316

Tabla 4.20: Pruebas de igualdad de las medias de los grupos

M de Box		453,977
F	Aprox.	1,570
	gl1	253
	gl2	92950,182
	Sig.	,000

Tabla 4.21: Resultados de la prueba M de Box sobre el contraste de la hipótesis nula de que las matrices de covarianza poblacionales son iguales.

Desde este primer análisis, hemos extraído tres funciones discriminantes, de las cuales sólo la primera resulta significativa, reteniendo el 89,8 % de la varianza explicada, como puede apreciarse en la tabla 4.22.

Función	Autovalor	% de varianza	% acumulado	Correlación canónica
1	1,730	89,8	89,8	,796
2	,111	5,7	95,5	,316
3	,086	4,5	100,0	,281

Tabla 4.22: Análisis de las 3 primeras funciones discriminantes canónicas.

Esta función es altamente significativa (Lambda de Wilks con $p<0,01$), como se pone de manifiesto en el contraste de las funciones de la tabla 4.23, reduciendo al mínimo las alteraciones que conlleva el incumplimiento del supuesto de homogeneidad de varianzas.

Contraste de las funciones	Lambda de Wilks	Chi-cuadrado	gl	Sig.
1 a la 3	,304	302,664	66	,000
2 a la 3	,829	47,566	42	,256
3	,921	20,908	20	,403

Tabla 4.23: Lambda de Wilks en el contraste de las funciones

Por este motivo, en lo que sigue, interpretaremos solamente la primera función discriminante, por ser la única realmente significativa.

A partir de los coeficientes estandarizados y las correlaciones intra-grupo, podemos caracterizar el sentido de la función discriminante obtenida (véase la tabla 4.24)

Variables discriminantes	Estructura (a) (Correlación)	Coef. Estandarizados (Contribución)
APTITUD NUMÉRICA	,723	,550
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	,692	,435
FACTOR G	,596	,278
APTITUD VERBAL	,430	,087
ESTILO JERÁRQUICO	,144	-,021
ESTILO EJECUTIVO	,131	-,013
ESTILO LEGISLATIVO	,130	-,005
ESTILO EXTERNO	-,001	,008
ESTILO LOCAL	,148	,163
ESTILO INTERNO	,016	-,032
A SOCIAL	,001	,330
ESTILO JUDICIAL	,120	,193
ESTILO GLOBAL	,027	,082
ESTILO CONSERVADOR	,040	-,230
A TOTAL	,123	-1,119
A EMOCIONAL	-,054	,385
ESTILO ANÁRQUICO	,025	-,010
A ACADÉMICO	,294	,711
A FAMILIAR	,019	,344
ESTILO PROGRESISTA	-,041	-,201
ESTILO OLIGÁRQUICO	,017	-,057
ESTILO MONÁRQUICO	-,027	,026

Tabla 4.24: Puntuaciones en la matriz de estructura y coeficientes estandarizados.
(a) Correlaciones intra-grupo combinadas entre las variables discriminantes y la función discriminante canónica tipificada. Variables ordenadas por el tamaño de la correlación con la función.

El polo positivo de la función discriminante se caracteriza por la aptitud numérica y el rendimiento en matemáticas, que obtienen las mayores correlaciones y contribuciones, y también el factor G y la aptitud verbal que presentan una alta correlación, aunque con menor contribución.

Secundariamente, existen diferentes aspectos que contribuyen a matizar el sentido de esta polaridad positiva: la autoestima académica que presenta un alto índice de contribución y una correlación importante (la autoestima total presenta un índice mayor de contribución, lógicamente, pues representa la suma de las cuatro variantes: social, emocional, familiar y académica) y, en menor grado, los estilos jerárquico, ejecutivo, legislativo, local y judicial.

En el polo opuesto, la función se define con mucha menor consistencia, dado que tanto las contribuciones como las correlaciones son muy pequeñas. Las variables en este extremo se localizan en los estilos monárquico, oligárquico y progresista.

Los valores de los centroides de los cuatro grupos (véase tabla 4.25) nos indican que los grupos 4 y 1 se vinculan al polo positivo de la función discriminante y los grupos 3 y 2 al negativo.

grupo en k-4 con cuatro pruebas	Función
1	,982
2	-,162
3	-1,187
4	2,525

Tabla 4.25: Funciones en los centroides de los grupos. (Funciones discriminantes canónicas no tipificadas evaluadas en las medias de los grupos).

Podríamos, pues, afirmar que:

- Los alumnos que obtienen los mejores rendimientos en las cuatro pruebas procesuales (grupo 4) han desarrollado una buena aptitud numérica y presentan los mejores rendimientos en el área de matemáticas. También manifiestan un buen desarrollo del factor “g” de la inteligencia, la aptitud verbal y la autoestima académica. Estas mismas características, aunque en menor grado, también las presentan los alumnos del grupo 1,

- Los alumnos del grupo 3, que obtienen los peores rendimientos en las pruebas procesuales, son los que menos han desarrollado la aptitud numérica, el rendimiento en matemáticas, la inteligencia general y la aptitud verbal.

- Los alumnos del grupo 2 vendrían definidos por un desarrollo intermedio de la aptitud numérica y el rendimiento en matemáticas. En función del análisis jerárquico de conglomerados, realizado anteriormente, se caracterizan por una buena compresión verbal y un menor desarrollo en la aptitud numérica, que les dificulta la selección del plan y la ejecución algorítmica.

Finalmente, la validación del modelo discriminante permite un nivel de identificación satisfactorio (véase la tabla 4.26), pues en los cuatro grupos se supera, con mucho, la asignación por azar; muy especialmente en los grupos 3 y 4, cuya identificación puede calificarse de excelente.

Grupo en k-4 con cuatro pruebas			Grupo de pertenencia pronosticado				Total
			1		3	4	
Original	Recuento	1	22	4	3	7	36
		2	13	44	21	4	82
		3	7	26	75	0	108
		4	5	5	0	32	42
	%	1	**61,1**	11,1	8,3	19,4	100,0
		2	15,9	**53,7**	25,6	4,9	100,0
		3	6,5	24,1	**69,4**	,0	100,0
		4	11,9	11,9	,0	**76,2**	100,0

Tabla 4.26: Resultados de la clasificación

5 CONCLUSIONES FINALES:

5.1 Referidas a la fiabilidad de las escalas.

5.2 Referidas a la validez de las pruebas.

5.3 Referidas a la verificación de las hipótesis específicas.

5.4 Síntesis de conclusiones y perspectivas de futuro.

5 CONCLUSIONES FINALES.

5.1 REFERIDAS A LA FIABILIDAD DE LAS ESCALAS.

En el análisis de fiabilidad de las escalas **ECCL, ECSP, ECOE** y **ECEP**, hemos obtenido los siguientes resultados:

- ECCL, Evaluación de Componentes de Compresión Lectora, obtiene un índice de fiabilidad alfa de 0,7131 (Véase en el apartado 4.2.1).

- ECSP, Evaluación de Componentes en la Selección del Plan de resolución, presenta un índice de fiabilidad alfa de 0,5963 (Véase en el apartado 4.2.2).

- ECOE, Evaluación de Componentes en la Organización de Estrategias, refleja un índice de fiabilidad alfa de 0,6383 (Véase en el apartado 4.2.3).

- ECEP, Evaluación de Componentes en la Ejecución del Plan de resolución, obtiene un índice de fiabilidad alfa de 0,7885 (Véase en el apartado 4.2.4).

- La fiabilidad total de los 96 ítems (24 en cada prueba) obtienen un índice alfa de 0,8848, garantizando la precisión de las cuatro escalas en su conjunto (Véase en el apartado 4.2.5).

En función de estos resultados, concluimos que los instrumentos elaborados gozan de la suficiente fiabilidad para garantizar su precisión.

Las escalas de percentiles y porcentajes las hemos presentado en el apartado 4.2.

5.2 REFERIDAS A LA VALIDEZ DE LAS PRUEBAS.

Hemos verificado la validez de concurrencia de la cuatro pruebas, ECCL, ECSP, ECOE y ECEP, contrastando sus resultados con el rendimiento escolar en matemáticas y la batería “Badyg-M”:

- ECCL presenta una correlación positiva y significativa de 0,452, al nivel 0,01, con respecto al dominio lingüístico semántico de la batería “Badyg-M” (véase en 4.3.2.1). En el análisis de regresión, hemos verificado que la comprensión lingüístico semántica, manifestada en esta prueba, presenta una incidencia muy significativa, al nivel 0,01, en los procesos de ejecución algorítmica y el rendimiento general de matemáticas. Esta habilidad explica el 32,9% y 23,9%, respectivamente, de la varianza, con correlaciones de 0,576 y 0,492 (Véase en el análisis de regresión 4.3.1.1 y 4.3.1.2).

- ECSP presenta una correlación positiva y significativa de 0,596, al nivel 0,01, con respecto a la aptitud numérica de la batería “Badyg-M (véase en 4.3.2.2). En el análisis de regresión, hemos verificado cómo el conocimiento esquemático, que permite reconocer la naturaleza del problema y seleccionar el plan de resolución adecuado, presenta una incidencia muy significativa, al nivel 0,01, en los procesos de ejecución algorítmica y el rendimiento general de matemáticas. Esta habilidad explica el 45,5% y 35,7%, respectivamente, de la varianza, con correlaciones de 0,676 y 0,6 (véase en 4.3.1.3 y 4.3.1.4).

- ECOE, de forma similar a las anteriores, refleja una correlación positiva y significativa de 0,564, al nivel 0,01, con respecto a la aptitud numérica de la batería “Badyg-M” (véase en 4.3.2.3). Los análisis de regresión nos han permitido verificar que el conocimiento estratégico, responsable de la organización de los pasos que se han de seguir en la resolución de los problemas matemáticos, se manifiesta con una incidencia muy significativa, al nivel 0,01, en los procesos de ejecución algorítmica y el rendimiento general en matemáticas. Esta habilidad explica el 29,1% y 27,3%, respectivamente, obteniendo correlaciones de 0,541 y 0,525 (véase en 4.3.1.5 y 4.3.1.6).

- ECEP obtiene, también, una correlación positiva y significativa de 0,626, con respecto a la aptitud numérica del "Badig-M", y de 0,685, con respecto al rendimiento general de matemáticas, ambas al nivel 0,01 (véase en 4.3.2.4). El análisis de regresión verifica que las habilidades referidas a la ejecución algorítmica explican el 46,7% de las calificaciones en matemáticas (véase en 4.3.1.7).

Podemos concluir, pues, que los instrumentos elaborados reúnen las suficientes garantías de validez criterial que exige la metodología científica.

5.3 REFERIDAS A LA VERIFICACIÓN DE LAS HIPÓTESIS ESPECÍFICAS.

5.3.1 Hipótesis específica 1.

"El desarrollo de los componentes cognitivos que fundamentan la comprensión lingüístico-semántica, permitiendo a los alumnos entender, con precisión, lo que se les pide averiguar en los problemas matemáticos de narración, ha de incidir significativamente en la capacidad para resolver los problemas planteados, así como en el rendimiento general de matemáticas".

- Como hemos señalado anteriormente, los análisis de regresión univariados, realizados en los apartados 4.3.1.1 y 4.3.1.2, ponen de manifiesto una incidencia significativa, al nivel 0,01, de la comprensión lectora (variable independiente) en los procesos de ejecución algorítmica y el rendimiento general de matemáticas (variables dependientes). Esta habilidad explica el 32,9% y 23,9%, respectivamente, del rendimiento observado en estas variables.

- ECCL obtiene índices de correlación altos y positivos con el rendimiento general de matemáticas (0,492), y los procesos de ejecución algorítmica en la prueba ECEP (0,576), todos al nivel de 0.01 (véase en 4.3.1.1 y 4.3.1.2).

Se verifica, pues, que la comprensión lectora, valorada con la prueba ECCL, es un buen criterio para predecir el rendimiento general de matemáticas y el desarrollo de los procesos cognitivos, implicados en la resolución de problemas.

5.3.2 Hipótesis específica 2.

"La habilidad cognitiva para identificar la naturaleza de un problema y seleccionar el planteamiento adecuado de resolución (según Polya, concebir un plan y, según Sternberg, activación de los metacomponentes de reconocimiento del problema) ha de incidir significativamente en la capacidad final para llegar a la solución del problema y en el rendimiento general de matemáticas".

- Hemos constatado que la habilidad para identificar la naturaza del problema, concibiendo un plan de resolución, incide significativamente, al nivel 0,01, en la capacidad de ejecución algorítmica y en el rendimiento general de matemáticas. Esta habilidad explica el 45,5% y 35,7%, respectivamente, del rendimiento observado en estas variables (véase en 4.3.1.3. y 4.3.1.4).

- La prueba ECSP, referida a esta habilidad cognitiva, obtiene una correlación alta y positiva de 0,6, con respecto al rendimiento general en matemáticas, y de 0,676, con respecto a la ejecución algorítmica, ambas al nivel 0,01 (véase en 4.3.1.3 y 4.3.1.4).

En función de estos datos, concluimos que la habilidad para concebir el plan de resolución incide, de forma significativa, en los procesos de ejecución algorítmica que llevan a la solución final y en el rendimiento general de matemáticas. Se verifica, pues, que los *metacomponentes cognitivos que reconocen el problema que ha de ser resuelto* (Sternberg, 1985a y 1985c) son un buen criterio para predecir el rendimiento general en matemáticas y la habilidad de ejecución algorítmica.

Por otro lado, también hemos verificado las dificultades que se han encontrado en este ámbito (Sternberg, 1985a y 1985c; Lewis y Anderson, 1985; Berger y Wilde, 1987, entre otros). La prueba ECSP obtiene una media de 9,3, que representa la menor puntuación de las cuatro, poniendo de manifiesto que se trata de una de las habilidades menos desarrolladas (véase en apartado 4.2.2.3 sobre el análisis de esta escala).

5.3.3 Hipótesis específica 3.

"El desarrollo de las estrategias de resolución que permiten organizar la secuencia de operaciones, desde el estado inicial al final, ha incidir significativamente en el rendimiento general de matemáticas, y en la capacidad para llegar a la solución del problema".

- El análisis de regresión verifica que el conocimiento estratégico, valorado en la prueba ECOE, incide significativamente, al nivel 0,01, en el rendimiento general de matemáticas y en la capacidad de ejecución algorítmica que lleva a la solución del problema. Esta habilidad explica el 29,1% y 27,3%, respectivamente, del rendimiento observado en estas variables (véase en 4.3.1.5 y 4.3.1.6).

- La prueba ECOE obtiene una correlación alta y positiva de 0,525, con respecto al rendimiento general de matemáticas, y de 0,541, con respecto a la capacidad de ejecución algorítmica, ambas al nivel 0,01. (véase en 4.3.1.5 y 4.3.1.6).

Estos datos verifican la hipótesis planteada, concluyendo que el conocimiento estratégico incide, significativamente, en los procesos de ejecución algorítmica y el rendimiento general de matemáticas.

De forma similar al proceso de selección del plan, la secuenciación de los pasos a seguir, en el proceso de resolución, obtiene una media de aciertos de 10,05, ligeramente más baja que las pruebas de comprensión lectora y ejecución algorítmica. Estos resultados constatan, nuevamente, que se trata de un dominio poco afianzado en los alumnos, como lo demuestran las investigaciones de los diversos autores, citados anteriormente, y ponen de manifiesto la necesidad de intensificar las actividades docentes en estos ámbitos (véase en apartado 4.2.3.3 sobre el análisis de esta escala).

También apreciamos una ligera disminución en las correlaciones de esta escala, con respecto a las obtenidas en la fase anterior. Esta circunstancia se explica por la dificultad que representa la selección del primer paso, pues la resolución de los problemas matemáticos admiten, en muchas ocasiones, varios primeros pasos, considerados igualmente correctos. En el análisis de distractores de esta escala, expuesto en el apartado 4.2.3.4, se refleja esta situación, advirtiendo los mayores porcentajes de alumnos que se equivocan o no contestan.

5.3.4 Hipótesis específica 4.

"El desarrollo alcanzado en la ejecución precisa de los procesos algorítmicos, tanto aritméticos como algebráicos, ha de incidir significativamente en el rendimiento general de matemáticas y en las puntuaciones obtenidas en prueba de aptitud numérica de la batería estandarizada Badyg-M".

- El análisis de regresión verifica que la habilidad para ejecutar procesos algorítmicos, valorada en la prueba ECEP, incide significativamente, al nivel 0,01, en el rendimiento de matemáticas. Esta habilidad explica el 46,7% de las calificaciones en esta asignatura, con una correlación de 0,685 (véase en 4.3.1.7).

- La prueba ECEP obtiene una correlación de 0,626, con respecto a la prueba de aptitud numérica de la batería Badyg-M, ambas al nivel de 0,01 (véase en el análisis multivariado 4.3.2.4).

Verificamos, pues, la hipótesis específica 4, concluyendo que la habilidad para ejecutar los procedimientos algorítmicos, valorada en la prueba ECEP, es un excelente criterio para predecir el rendimiento general en matemáticas.

Por otro lado, el hecho de obtener la mayor correlación con el rendimiento en matemáticas puede explicarse, muy probablemente, porque los procesos de ejecución algorítmica son uno de los contenidos de aprendizajes más trabajos en las aulas.

5.3.5 Hipótesis específica 5.

"La habilidad para adquirir nueva información, o recordar la información adquirida previamente, se pondrá de manifiesto en la fase 4ª (ECEP) de la batería de resolución de problemas, observando los alumnos que son capaces de lograr la solución, desconociendo el plan de ejecución en la 2ª (ECSP).

Los cuadros descriptivos de los ítems de las pruebas ECSP y ECEP nos permiten realizar las siguientes valoraciones (véase la tabla 4.8 en el apartado 4.2.6):

- Ningún alumno de esta muestra sabe ejecutar los procedimientos aleatorios, referidos al cálculo de probabilidades, aunque un pequeño porcentaje de alumnos (11,9% en el ítem 4 y 17,5% en el ítem 7) eligen correctamente el plan de resolución.
- Los ítem 2, 6, 9, 13, 20, 22 y 24 (el 29,16 % del total) experimentan un aumento significativo en el número de aciertos, manifestando cómo algunos alumnos que no responden correctamente en la fase 2ª, una vez indicado el procedimiento algorítmico en la fase 4ª, son capaces de recordar la información antigua o asimilar la nueva

resolviendo el problema correctamente (véase en la gráfica 4.10 y 4.11 del apartado 4.2.6).

- El análisis individual de estos siete ítems pone de manifiesto que un significativo número de alumnos presenta dificultad para reconocer el plan de resolución de los siguientes problemas: interés y rédito (ítem 2), restar a un número entero otro fraccionario (ítem 6), calcular porcentajes (ítem 9), calcular superficies en objetos reales (ítem 13), identificar el proceso mental que se aplica para continuar series numéricas o gráficas (ítems 20 y 22), y plantear ecuaciones sencillas (ítem 24). Por otro lado, constatamos que estos problemas están muy trabajados en las aulas y que los alumnos saben resolverlos, como así queda demostrado en la fase final de ejecución algorítmica (véase en la tabla 4.8 del apartado 4.2.6)
- Los ítems 1, 12 y 16 también presentan una pequeña mejoría en la fase ECEP (12,5 % del total) y los restantes experimentan ligeras disminuciones en el número de aciertos de esta fase final (58,33 %) (véase en la tabla 4.10 del apartado 4.2.6)

En otros términos, podemos afirmar que, aproximadamente, el 60 % de los ítems mantiene un índice de dificultad similar en las dos pruebas, resultando ligeramente más difícil la fase de ejecución algorítmica, y que un porcentaje significativo de alumnos resuelve el 40% de los problemas de forma poco comprensiva o “mecánica”, sin el suficiente conocimiento esquemático y estratégico que permite reconocer la naturaleza del problema, seleccionar el plan y secuenciar los pasos a seguir (véase cuadro 4.11 en el apartado 4.2.6).

Utilizando el modelo de Sternberg (1985a), concluimos que los alumnos que presentan buenas habilidades en la resolución de problemas han desarrollado tanto los metacomponentes cognitivos de reconocimiento del problema como los de ejecución algorítmica. Sin embargo, observamos que el conocimiento esquemático y estratégico es el menos desarrollado, detectando un 40 % de problemas que se resuelven sin la suficiente comprensión.

5.3.6 Hipótesis específica 6.

"Se ha de verificar si algunos estilos de aprendizaje, planteados en la teoría de Grigorenko y Sternberg (1992), presentan una incidencia significativa en la habilidad para resolver problemas".

- Los estilos estudiados presentan una predicción de ,291 que explica el 3,8% de los resultados de la prueba de comprensión lectora ECCL. Los valores más significativos se aprecian en los estilos legislativo, judicial y local, con correlaciones de 0,156, 0,176 y 0,132, respectivamente. Podemos afirmar que estos tres estilos presentan una mayor incidencia que el resto, en los procesos de comprensión lectora (véase en el apartado 4.3.2.9)

- Con respecto a la las habilidades para seleccionar el plan de trabajo en la prueba ECSP, se da una predicción de ,391 que explica el 11% de los resultados en esta prueba. Apreciamos la mayor incidencia, al nivel 0,05, en los estilos legislativo, ejecutivo y local, con correlaciones de 0,138, 0,207 y 0,164, respectivamente. El estilo progresista presenta la mayor significación, pero con sentido inverso (véase en el apartado 4.3.2.10).

- En la prueba sobre organización de estrategias, se da una predicción de ,383 que explica el 10,3 de los resultados en esta prueba. Hay que destacar la significativa incidencia del estilo jerárquico, al nivel 0,01 y, en menor grado, los estilos local y conservador, al nivel 0,05, con correlaciones de 0,287, 0,190 y 0,069, respectivamente. Podemos concluir que el estilo jerárquico es un buen predictor del rendimiento en los procesos de organización de estrategias (véase en el apartado 4.3.2.11).

- Obtenemos una predicción de ,414 que explica el 12,9 de los resultados, obtenidos en la prueba de ejecución algorítmica ECEP. Las incidencias más significativas y positivas se localizan en los estilos legislativo, ejecutivo y local, al nivel 0,05, y negativas en el estilo progresista, con correlaciones de 0,222, 0,271, 0,212 y -0,072, respectivamente (véase en el apartado 4.3.2.12).

Estos datos vienen a corroborar, en parte, las investigaciones de Sternberg y Grigorenko (1992) y Serrano (1994), comprobando cómo las personas que prefieren planificar (legislativo), seguir reglas (ejecutivo) y centrarse en los aspectos concretos de la realidad (local) obtienen mayor rendimiento en los procesos de resolución de problemas. Por otro lado, los alumnos que prefieren la novedad e ir más allá de las reglas establecidas (progresistas) presentan un peor rendimiento.

5.3.7 Hipótesis específica 7.

"El grado de autoestima del alumno, en especial la autoestima académica, ha de incidir significativamente en los procesos de resolución de problemas matemáticos".

De los análisis de regresión que hemos realizado en el apartado 4.3.2 se desprenden las siguientes valoraciones:

- Las cuatro modalidades de autoestima presentan una predicción de ,309 que explica el 8,2% de los resultados en la prueba ECCL. La mayor incidencia se localiza en la autoestima académica, con una significación al nivel 0,01 y correlación de 0,266 (véase en el apartado 4.3.2.5)

- Con respecto a la prueba de selección del plan ECSP, se da una predicción de ,375 que explica el 12, 8 % de los resultados en este proceso. De igual forma que en la fase anterior, la autoestima académica presenta una incidencia muy significativa, al nivel 0,01, y correlación de 0,372 (véase en el apartado 4.3.2.6).

- En la prueba ECOE, sobre la organización de estrategias, se da una predicción de ,340 que explica el 10,2 % de los resultados. La mayor significación y correlación se advierte, nuevamente, en la autoestima académica, al nivel 0,01, y correlación de 0,301 (véase en el apartado 4.3.2.7).

- Finalmente, obtenemos una predicción de ,408 que explica el 15,4 % de los resultados de los alumnos en la prueba de ejecución algorítmica ECEP, resultando muy significativa la incidencia de la autoestima académica, al nivel 0,01 y correlación 0,4 (véase en el apartado 4.3.2.8).

Podemos concluir, pues, que el grado de desarrollo alcanzado en la autoestima académica es un buen criterio para predecir el rendimiento de los alumnos en las cuatro fases de resolución de problemas.

Por otro lado, hay que advertir que se observa una correlación negativa de la autoestima emocional con respecto a la fase 3ª de organización de estrategias (véase en 4.3.2.7). Aunque la correlación es pequeña (-0,139) y puede estar motivada por la inestabilidad emocional que caracteriza a los alumnos adolescentes, consideramos que puede ser motivo de exploración en una próxima investigación, más centrada en este ámbito. Pues parece poco coherente que los alumnos que se sienten bien con su forma de ser, luchan por superar las dificultades, superan los estados de tristeza, etc. (cuestiones que se presentan en los ítems de la parte emocional del cuestionario) obtengan peores resultados en esta fase.

5.3.8 Hipótesis específica 8.

"Los resultados de este estudio empírico nos permitirán conocer el índice de dificultad de los problemas plateados y, de esta forma, facilitar la adaptación de las propuestas de aprendizaje del área de matemáticas a las necesidades específicas de nuestros alumnos".

Después de analizar los índices de dificultad de los diferentes ítems, llegamos a las siguientes conclusiones:

- El ítem nº 2, perteneciente al criterio: *"Interpretar fórmulas sencillas que describan fenómenos o relaciones conocidos y obtener valores a partir de ellas"*, presenta índices de aciertos bajos en las fases 1ª y 2ª de comprensión lingüístico semántica y conocimiento esquemático (31,34 % y 22 %, respectivamente). Consideramos que esta dificultad se debe más a la diferenciación de los conceptos "interés" y "rédito", que a la falta de habilidad para interpretar la fórmula de resolución de este problema; pues, en las fases 3ª y 4ª, sobre el conocimiento estratégico y algorítmico, presentan índices de aciertos del 50,37 % y 76,12 %, respectivamente.

En función de estos datos, consideramos que se trata de un problema sin demasiada dificultad. Por otro lado, el ítem nº 11, también referido a este mismo criterio de evaluación, plantea la interpretación de la fórmula del teorema de Pitágoras y obtiene índices de aciertos del 74,63 %, 50 %, 67,91 % y 48,51 %, respectivamente, en cada una de las cuatro fases. Concluimos, pues, que la obtención de valores, a través de formulas sencillas, no presenta demasiada dificultad para los alumnos de 2º y 3º de ESO, especialmente cuando se trata de las fórmulas muy trabajadas en el aula, como la del teorema de Pitágoras (véase en los apartados 4.2.1, 4.2.2, 4.2.3 y 4.2.4).

- Con respecto a los ítems 4 y 7, referidos al criterio de evaluación: *"Hacer predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un proceso a partir de información obtenida de forma empírica o como resultado del recuento de posibilidades"*, se verifica que se trata de un objetivo muy poco afianzado en los alumnos de la muestra utilizada. De hecho, en la fase final de resolución, todos los alumnos manifiestan que no saben cómo utilizar las tablas de números aleatorios.

Esta situación puede estar explicada, en parte, porque la mayoría de las programaciones didácticas consideran este objetivo como complementario y, en muchas ocasiones, la escasez de tiempo obliga a los profesores a recortar algunas tareas menos fundamentales. Es necesario comprobar si esta situación es real en la mayoría de los alumnos de esta etapa, pues, de ser así, aunque el objetivo tenga una valoración complementaria, se ha de plantear su potenciación (véase en los apartados de análisis de dificultad 4.2.1, 4.2.2, 4.2.3 y 4.2.4).

- El ítem nº 9, referido a: *"Resolver problemas para los que se precise la utilización de las cuatro operaciones con números decimales y fraccionarios sencillos, eligiendo la forma de cálculo apropiada y valorando la adecuación del resultado al contexto"*, presenta un índice de aciertos del 29,48 % en la fase de comprensión lectora.

Consideramos que esta dificultad se debe a la expresión poco clara del ítem y a la alternativa de respuesta "d" que ha confundido a muchos alumnos, pues, en el resto de las fases, obtiene índices de aciertos más elevados, del 39,55 %, 43,66 % y 80,6 %, respectivamente (véase en los apartados 4.2.1, 4.2.2, 4.2.3 y 4.2.4 y en el anexo 7.6).

- Los ítems nº 13 y 14, referidos al criterio: "*Estimar la medida de superficies de espacios y objetos, y calcularla cuando se trate de* *formas planas limitadas por segmentos y arcos de circunferencia, expresando el resultado en la unidad de medidas más adecuada*", presentan un índice de aciertos bajo, especialmente en el pensamiento esquemático y estratégico (véase en los apartados 4.2.2 y 4.2.3). Sin embargo, en el proceso de ejecución algorítmica, una vez indicado el procedimiento que se ha de utilizar, obtenemos un mejor índice en el ítem 13, con el 72,01 % de aciertos, mientras que el ítem 14 mantiene la dificultad con sólo el 29,85 % de aciertos.

Pensamos que esta situación puede explicarse porque, en este nivel educativo, es más frecuente realizar problemas de superficies planas (con forma triangular, rectangular, cuadrada, etc.) que de superficies esféricas. De hecho, en la vida cotidiana, también es más frecuente calcular superficies planas que esféricas. Estos resultados nos indican que es preciso intensificar las actividades relacionadas con este tipo de problemas y, especialmente, afianzar los procedimientos algorítmicos para calcular las superficies de las figuras esféricas.

- El ítem 15, referido al criterio: *"Identificar las características geométricas de las formas planas y los cuerpos que permitan describirlos con la terminología adecuada y descomponerlos en las figuras elementales que los forman, estableciendo relaciones entre ellas",* presenta un índice de aciertos bajo en todas las fases, excepto en la primera de comprensión lectora (véase en los apartados 4.2.1, 4.2.2, 4.2.3 y 4.2.4).

Este problema, planteado sobre una necesidad real en contexto del alumno, requiere la descomposición de una columna cilíndrica de cartón en un rectángulo y dos círculos, para hallar, después, sólo la superficie lateral (véase en el anexo 7.6). Consideramos que el bajo índice de aciertos se explica por la dificultad que tienen los alumnos para separar mentalmente los elementos básicos de las figuras tridimensionales, y que los datos obtenidos constatan, pues, esta dificultad, indicando que es necesario reforzar las actividades académicas en este ámbito.

- Los ítems 19 y 21 se refieren al criterio: "*Utilizar la relación de proporcionalidad numérica y geométrica para la obtención de cantidades y figuras proporcionales a otras",* planteando dos situaciones de proporcionalidad: directa en el ítem 19 e inversa en el 21.

- En el caso de la proporcionalidad directa, observamos índices de aciertos bajos en las fases de comprensión lectora y organización de estrategias, 33,96 % y 22,76 %, respectivamente. Esta situación puede estar motivada por el doble proceso de cálculo que exige este problema: en un primer momento se ha de calcular el consumo medio del automóvil a la velocidad de 120 Km/h. y, después, el consumo del vehículo en los kilómetros recorridos a esta velocidad (véase en el anexo 7.6).

Esta complejidad en la comprensión y organización de los pasos a seguir justifica el bajo índice de aciertos en estas dos fases. Sin embargo, cuando se presenta el planteamiento algorítmico de proporcionalidad directa, responden correctamente el 43,28 % de los alumnos (véase en el apartado 4.2.4).

- Por otro lado, el ítem 21, referido a una situación de proporcionalidad inversa (véase en el anexo 7.6), se comprende bien en la fase 1ª, pero presenta uno de los menores índices de aciertos en el resto de los procesos (31,72 %, 27,99 % y 26,87 %, respectivamente).

Podemos afirmar que los problemas de proporcionalidad presentan un índice de dificultad elevado, especialmente los referidos a la proporcionalidad inversa, siendo necesario potenciar estos aprendizajes para alcanzar los objetivos propuestos en este ciclo educativo.

- Los ítems 20 y 22 se refieren al criterio de evaluación: "*Identificar y describir regularidades, pautas y relaciones conocidas en conjuntos de números y formas geométricas similares*", planteando dos problemas que requieren la identificación del criterio que relaciona los elementos de una serie (numérica en caso del ítem 20 y con figuras geométricas en el ítem 22, como puede verse en el anexo 7.6). Ante estas situaciones, en la serie numérica, observamos las mayores dificultades en los procesos de selección del plan y organización de las estrategias, con índices de aciertos del 30,97 % y 31,34 %, respectivamente.

La dificultad encontrada se explica por el lenguaje que se utiliza en las alternativas, más que por una falta de habilidad cognitiva para resolver el problema. En otros términos, los alumnos saben lo que hay que hacer, pero tienen dificultad para identificar sus acciones mentales con las alternativas presentadas (véase en el análisis de distractores de los apartados 4.2.2 y 4.2.3). Esta situación se verifica en la fase 4ª, obteniendo la serie numérica un índice de aciertos del 47,01 %, y la serie gráfica del 76,49 %. Esta diferencia, en el índice de aciertos de la fase final, se explica, sin duda, por la dificultad que entraña el cálculo de la progresión numérica, frente a la facilidad de la serie gráfica (véase en el anexo 7.6).

- El ítem nº 23, referido al criterio: *"Utilizar, en situaciones de resolución de problemas planteados dentro de su campo de experiencia, estrategias sencillas tales como el cambio de forma de representación, la construcción de tablas, la búsqueda de ejemplos y casos particulares o los métodos de ensayo y error sistemático"*, presenta un índice de aciertos inferior al 35% en las cuatro fases (véase en los apartados 4.2.1, 4.2.2, 4.2.3 y 4.2.4).

El problema se ha de resolver realizando una tabla que recoja todas las posibles combinaciones de bolas y, después, calcular los porcentajes solicitados (véase en anexo 7.6). Según los resultados obtenidos, se pone de manifiesto que la representación gráfica de una serie de elementos reales es un objetivo muy poco afianzado en los alumnos de la muestra. Por este motivo, de cara a nuestras tareas docentes, es necesario potenciar este tipo de problemas, especialmente cuando las destrezas requeridas en estas situaciones están continuamente demandadas en la sociedad actual.

5.3.9 Hipótesis específica 9.

"La habilidad, manifestada en la resolución de los problemas del test D-48, referido a valoración de la capacidad cognitiva general o factor general de la inteligencia, ha de incidir, de forma significativa, en la habilidad que presentan los alumnos para resolver los problemas matemáticos".

- En los análisis de regresión multivariados, observamos cómo las habilidades, valoradas en el test D-48, presentan una incidencia significativa, al nivel 0,01, en las cuatro fases del proceso de resolución de problemas (véase en 4.3.2.1, 4.3.2.2, 4.3.2.3 y 4.3.2.4).

Estos datos verifican que el factor general de la inteligencia, valorado en la prueba D-48, es un buen criterio para predecir el desarrollo de las habilidades cognitivas, implicadas en la resolución de problemas.

- Las gráficas resultantes de estos análisis (véanse en los apartados anteriores) reflejan una relación alta y positiva del factor "g" en todas las fases de proceso de resolución. Sin embargo, observamos las mayores variaciones en las fases de selección del plan y la organización de estrategias.

Consideramos que esta variabilidad puede explicarse por la dificultad que presentan los alumnos para seleccionar el plan y organizar los pasos que se han de seguir, como hemos comentado anteriormente, y que, muy puntualmente, también puede incidir la utilización de un lenguaje poco usual para los alumnos (véase en los análisis de fiabilidad 4.2.2 y 4.2.3). Por este motivo, en la construcción de la próxima prueba, es conveniente replantear la redacción de algunos ítems, en los que hemos apreciado esta dificultad.

5.3.10 Hipótesis específica 10.

"La incidencia, en mayor o menor grado, de las variables estudiadas, en las habilidades de resolución de problemas, nos definirá las características de varios tipos de alumnos, proporcionando una información útil para enfocar las adaptaciones curriculares, que exige la calidad del Sistema Educativo".

El agrupamiento jerárquico de conglomerados nos ha permitido localizar cuatro tipos de agrupamientos, con respecto a las habilidades manifestadas en las cuatro pruebas procesuales (véase en el apartado 4.4.1):

- Un grupo con 42 casos (15,67%), en el que se sitúan los alumnos que manifiestan buenas habilidades en todas las fases del proceso (corresponde al grupo nº 4 de la tabla 4.12).
- Un grupo con 36 casos (13,43%) que aglutina a los alumnos que tienen habilidades similares al grupo anterior, en las fases de selección del plan y ejecución algorítmica, pero presentan mayores dificultades en comprensión lectora y organización de estrategias.

Se trata de alumnos que resuelven bien los problemas, porque conocen el plan de resolución y la ejecución algorítmica, presentando, por otro lado, algunas dificultades en la comprensión lectora y el conocimiento estratégico que facilita la organización correcta de los pasos a seguir (corresponde al grupo nº 1 de la tabla 4.12)

- Un grupo con 82 casos (30,59%) que integra a los alumnos con mejor comprensión lectora que el grupo anterior, pero peores habilidades en selección del plan y ejecución algorítmica. En este conjunto, se sitúa un porcentaje importante de alumnos que tienen buenas habilidades en los procesos de comprensión lectora y una manifiesta dificultad para la resolución de problemas matemáticos, especialmente en las fases de selección del plan y ejecución algorítmica (corresponde al grupo nº 2 de la tabla 4.12)

- Finalmente, se configura un cuarto grupo, con 108 casos (40,29%), que engloba al conglomerado mayor con los niveles más bajos en las cuatro fases. Estos alumnos presentan algunas dificultades en comprensión lectora, pero su mayor dificultad se localiza en las tres fases específicas de la resolución de problemas matemáticos (corresponde al grupo nº 3 de la tabla 4.12). El porcentaje de casos de este grupo viene a coincidir con el que, actualmente, presentan bajo rendimiento en el área de matemáticas (véase el capítulo 2 sobre el estado actual del rendimiento escolar en el área de matemáticas).

El análisis "anova" pone de relieve que las pruebas elaboradas son altamente significativas para la constitución de los cuatro grupos, y el análisis de las medias para los grupos nos presenta una perfecta diferenciación, en cuanto a su nivel de rendimiento general en matemáticas (véase en las tablas 4.14 y 4.19 del apartado 4.4.1)

Por otro lado, mediante el análisis discriminante, hemos extraído tres funciones, de las cuales sólo una resulta significativa, reteniendo el 89,8 % de la varianza explicada, con una significación altamente significativa (Lambda de Wilks <0.01), como se pone de manifiesto en el contraste de las funciones (véase en la tabla 4.23 del apartado 4.4.2)

A partir de los coeficientes estandarizados y las correlaciones intra-grupo, observamos que la función discriminante se caracteriza por la aptitud numérica y el rendimiento en matemáticas, que obtienen las mayores correlaciones y contribuciones, y también por el factor "g" y la aptitud verbal que presentan una alta correlación, aunque con menor contribución. Secundariamente, existen diferentes aspectos que contribuyen a matizar el sentido de esta polaridad positiva, como la autoestima académica que presenta un alto índice de contribución y una correlación importante y, en menor grado, los estilos jerárquico, ejecutivo, legislativo, local y judicial.

El polo opuesto de la función se define con mucha menor consistencia, dado que tanto las contribuciones como las correlaciones son muy pequeñas. Las variables, en este extremo, se localizan en los estilos monárquico, oligárquico y progresista (véase la tabla 4.24 del apartado 4.4.2).

Los valores de los *centroides* de los cuatro grupos (véase tabla 4.25) nos indican que los grupos 4 y 1 se vinculan al polo positivo de la función discriminante y los grupos 3 y 2 al negativo.

La validación del modelo discriminante permite un nivel de identificación satisfactorio (véase la tabla 4.26), pues en los cuatro grupos se supera la asignación por azar.

En función, pues, de estos análisis podemos concluir que:

- Los alumnos que obtienen los mejores rendimientos en las cuatro pruebas procesuales (grupo 4 que representa el 15,67 %) han desarrollado una buena aptitud numérica y presentan los mejores rendimientos en el área de matemáticas. También manifiestan un buen desarrollo del factor "g" de la inteligencia, la aptitud verbal y la autoestima académica. Estas mismas características, aunque en menor grado, también identifican a los alumnos del grupo 1 que aglutina al 13,43 %.,

- Los alumnos del grupo 2 (30,59 %) vendrían definidos por un desarrollo intermedio de la aptitud numérica y el rendimiento en matemáticas. Se caracterizan por una buena compresión verbal y un menor desarrollo en la aptitud numérica, que les dificulta la selección del plan y la ejecución algorítmica.

- Finalmente, los alumnos del grupo 3 (40,29 %), que obtienen los peores rendimientos en las pruebas procesuales, son los que menos han desarrollado la aptitud numérica, el rendimiento en matemáticas, la inteligencia general y la aptitud verbal.

5.3.11 Hipótesis específica 11.

Esta hipótesis plantea verificar la incidencia que presentan otras variables personales y contextuales en los procesos de resolución de problemas y en el rendimiento general de matemáticas. En este sentido, los resultados obtenidos, en los análisis univariados y multivariados, nos permiten sacar las siguientes conclusiones:

Incidencia del sexo:

- No se aprecian diferencias significativas entre los sexos. En las fases 1ª,2ª y 4ª, la media de los chicos es ligeramente superior y, en cambio, en la fase 3ª y en el rendimiento general de matemáticas, la media de las chicas es ligeramente mayor. El análisis de varianza sólo muestra diferencias significativas, al nivel 0,05, en la fase de selección del plan (véase en el apartado 4.3.1.10).

Hemos analizado otros estudios de psicología diferencial (Tyler,1978), observando que la media de los hombres en los tests de resolución de problemas matemáticos y relaciones espaciales son ligeramente superiores a las de las mujeres. Sin embargo, se da una gran variabilidad entre los resultados de los dos sexos y no se observan diferencias aptitudinales significativas en las medias de hombres y mujeres. Estos estudios concluyen que las ligeras diferencias entre los sexos se han de explicar por factores ambientales y estocásticos, como los procesos educativos que siguen los chicos y chicas.

En nuestro estudio, los datos obtenidos también vienen a coincidir con estas investigaciones, observándose muy ligeras diferencias, con gran heterogeneidad entre sus varianzas, según el estadístico de Levene. Además, estas diferencias se encuentran compensadas entre las diferentes variables; pues, en unos factores, la media de los chicos es ligeramente mayor, mientras que, en otros, la de las chicas en mayor.

Por este motivo, concluimos que no se encuentran diferencias significativas entre los sexos, con respecto al rendimiento en matemáticas y a las habilidades para resolver problemas, y que las ligeras diferencias observadas se deben al azar.

Incidencia del nivel escolar.

- Los dos grupos muestran ligeras diferencias, en todas las variables, a favor de los alumnos de 2º de ESO. Sin embargo, en el análisis de varianza, comprobamos que las diferencias no son significativas (véase en el apartado 4.3.1.11).

Estos datos vienen a coincidir con los obtenidos en la población general, según los últimos informes oficiales presentados por la administración educativa de Castilla-La Mancha (véase en el capítulo 2), pero resultan llamativos. Por esta razón, aunque las diferencias no son significativas, consideramos oportuno abrir nuevas líneas de investigación en este ámbito, para verificar si realmente se deben al azar o, por el contrario, se dan circunstancias concretas que las explican. En este estudio, sólo podemos afirmar que se verifican ligeras diferencias en las medias de los alumnos de 2º y 3º de ESO, sin que se puedan explicar por el nivel de estudios cursado.

Incidencia del profesorado.

- Hemos valorado la incidencia de la estabilidad del profesorado, teniendo en cuanta dos situaciones: "profesorado estable", cuando, al menos, el 50% del claustro permanece en el centro durante cuatro cursos o más, y "profesorado provisional", cuando el 50% o más del claustro se renueva en menos de 4 años

- De los 268 alumnos de la muestra, 210 están escolarizados en centros con profesorado estable y 58 en centros con profesorado más provisional (véase en el apartado 4.3.1.12).

- El análisis de varianza nos manifiesta una incidencia significativa, al nivel 0,01, del profesorado estable en el rendimiento de matemáticas. Con respecto al resto de las pruebas, no se observan diferencias significativas.

En función de este análisis, verificamos que la estabilidad del profesorado se presenta como una variable con incidencia significativa en el rendimiento general de matemáticas, no siendo significativas las diferencias en las pruebas procesules de la resolución de problemas. No obstante, teniendo en cuenta que el profesorado provisional sólo representa el 21,64% de la muestra, debemos valorar estos resultados con cautela y contrastarlos en posteriores estudios.

Incidencia de las repeticiones escolares.

- La repetición de curso se contempla, en el actual sistema educativo, como una medida ordinaria de atención a la diversidad. Por este motivo, estábamos intensados en valorar su incidencia en los procesos de resolución de problemas y en el rendimiento escolar.

- En la nuestra han participado 75 alumnos repetidores, observando que obtienen medias más bajas, significativas al nivel 0,01, en las cuatro pruebas procesuales y el rendimiento general de matemáticas (véase en el apartado 4.3.1.13)

Concluimos que esta medida educativa no favorece el rendimiento de los alumnos y que, desde la perspectiva de la orientación escolar, habría que priorizar la aplicación de otras medidas de atención a la diversidad, como los apoyo y refuerzos personalizados. Estos resultados también los podemos constatar en la investigación activa que supone la práctica docente diaria.

Nivel de estudios de los padres.

- La comparación de medias entre los diferentes grupos, configurados por el nivel de estudios de la madre y el padre, nos pone de manifiesto diferencias altamente significativas, al nivel 0,01, en todas las variables analizadas (véase en los apartados 4.3.1.8 y 4.3.1.9).

- El análisis de regresión manifiesta la mayor predicción en la fase final ECEP, explicando el 18 % del rendimiento de los alumnos en esta prueba. Tanto el nivel de estudios del padre como el de la madre obtienen índices de significación al nivel 0,01 (véase en el apartado 4.3.2.16).

Estos resultados nos permiten concluir que los estudios de los padres inciden muy significativamente en los procesos de resolución de problemas y el rendimiento general de matemáticas.

Entorno rural o urbano:

La muestra seleccionada estaba compuesta por 92 alumnos de ambiente rural y 176 de urbano, poniéndose de manifiesto que esta variable no presenta incidencia significativa en los procesos de resolución de problemas y el rendimiento en matemáticas.

Condiciones ambientales para el estudio

Con respecto al lugar de estudio en casa, observamos que sólo había 14 alumnos que no disponían de un ambiente apropiado. Por este motivo, no podemos valorar la incidencia de esta variable, constatando que, actualmente, la mayoría de los alumnos dispone de un lugar apropiado de estudio (habitación individual, mesa amplia, buena iluminación, etc.)

Características de la vivienda.

Finalmente, también hemos podido constatar que la mayoría de los alumnos dispone de una vivienda propia (192 propia, 75 alquilada y 1 alumno que está en otra situación diferente). Por este motivo, consideramos que se trata de una variable sin incidencia significativa en los resultados de nuestro estudio.

5.4 SÍNTESIS DE CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS DE FUTURO.

En este apartado final, presentamos una síntesis global de las pequeñas aportaciones que ha supuesto esta investigación, tanto referidas al ámbito de la intervención escolar como al panorama científico.

Al comienzo de este informe, exponíamos las razones básicas que nos han llevado a realizar este estudio empírico, centrado en el análisis y valoración de las habilidades cognitivas y factores contextuales que intervienen en la resolución de problemas matemáticos.

Una de estas razones se fundamenta en el interés por atender las necesidades educativas de los alumnos que, en los últimos años, ha despertado una especial demanda. La atención a la diversidad se ha convertido en el eje central por el que se canalizan, buena parte, de las intervenciones del actual Sistema Educativo, y se constituye como uno de los elementos básicos de calidad.

Esta atención se concreta y canaliza en las tareas de adaptación curricular que, continuamente, nos demanda la realidad escolar, especialmente en el contexto de la orientación.

Para llevar a cabo estas tareas de forma eficaz, es preciso conocer las necesidades de nuestros alumnos, especialmente al comienzo de la educación secundaria, por la complejidad que representa esta etapa en varios ámbitos: biológico, cognitivo, emocional, afectivo, familiar, social y, por supuesto, escolar.

Ante esta situación, nos encontramos, en muchas ocasiones, con una gran dosis de voluntarismo, pero, al mismo tiempo, con una falta de recursos fiables, validos y contextualizados que nos permitan valorar las necesidades de nuestros alumnos, especialmente las referidas al ***proceso*** de aprendizaje. En esta línea, se han hecho varios estudios, como: “Evaluación del potencial de aprendizaje" (Feuerstein et al.,1979 y Fernández Ballesteros, 1990), "Evaluación de la zona de desarrollo próximo (Campione, Brown y Ferrara, 1985), Test Triárquico de Habilidades de Sternberg: STAT (Sternberg, 1991), entre otros. Sin embargo, estos instrumentos se quedan bastante descontextualizados a nivel curricular.

Desde esta perspectiva, surgió el interés por elaborar un instrumento, construido con el rigor de la metodología científica, que nos permitiera valorar los ***procesos cognitivos*** que intervienen en la resolución de problemas y, al mismo tiempo, que tuviera una clara relación curricular para orientar las intervenciones educativas.

Todas estas exigencias han motivado y guiado este estudio que, siendo conscientes de su complejidad y de que representa, tan sólo, un primera aproximación al problema, nos ha aportado alguna luz, al menos, para saber hacia donde tenemos que dirigirnos.

Las valoraciones que se desprenden de los datos recogidos y de las aportaciones científicas, en las que hemos basado este estudio para darle coherencia y conexión, nos permiten obtener las siguientes conclusiones finales:

- Las pruebas, elaboradas para valorar el desarrollo de los componentes cognitivos en la resolución de problemas, presentan, inicialmente, la suficiente validez y fiabilidad que requiere la metodología científica, aunque es preciso mejorarlas en un próximo estudio, realizado con una muestra más amplia y corrigiendo los errores detectados.

- Se constata que la comprensión lectora, el reconocimiento de la naturaleza del problema, la organización de las estrategias que lo resuelven, y la ejecución correcta de los algoritmos, aritméticos y algebraicos, son variables predictoras del rendimiento general en matemáticas y de la capacidad que presentan los alumnos para resolver los problemas planteados en esta asignatura (Sternberg, 1985a y Mayer, 1883).

- En relación a los componentes cognitivos que intervienen en la resolución de problemas matemáticos, se advierten las mayores dificultades en el reconocimiento del problema y el conocimiento estratégico (fases 2º y 3º) (Lewis y Anderson, 1985; Sternberg, 1985a y 1985c; y Berger y Wilde, 1987).

- Un porcentaje significativo de alumnos resuelven, de forma "mecánica", una parte de los problemas planteados, ejecutando los algoritmos indicados, pero desconociendo la naturaleza del problema (Sternberg, 1986).

- Constatamos que los estilos ejecutivo, legislativo y local, de Grigorenko y Sternberg (1992), inciden positivamente en el rendimiento escolar de los alumnos, presentando peores resultados los alumnos con estilo progresista (Serrano, 1994).

- El grado de autoestima académica se presenta como una variable con clara incidencia favorable en el desarrollo cognitivo de los alumnos y el rendimiento escolar (Alonso Tapia, 1986 y 1995).

- Los objetivos del área de matemáticas menos afianzados se refieren a:

    - La realización de predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un fenómeno.

    - El cálculo de superficies, especialmente las relacionadas con superficies esféricas.

    - La descomposición y cálculo de las partes de las figuras volumétricas.

    - El cálculo de proporcionalidad inversa.

  - El cambio de la forma de representación de los datos del problema, como la construcción de tablas.

- La capacidad cognitiva general de la inteligencia, valorada en el test D-48, se presenta como factor explicativo del desarrollo de las habilidades, implicadas en la resolución de problemas matemáticos de narración.

- Observamos una incidencia muy significativa del nivel de estudios de los padres en el rendimiento escolar de los alumnos.

- Se aprecia una ligera diferencia, no significativa, entre los niveles de 2º y 3º de ESO, obteniendo mejores puntuaciones los alumnos de 2º, de forma similar a los datos que nos presenta la realidad (informe de la Consejería de Educación de Castilla-La Mancha, 2000).

- Las repeticiones de curso no presentan una incidencia positiva en el rendimiento de los alumnos.

- Hemos tratado de determinar tipologías de alumnos con perfiles consistentes, en cuanto a su ejecución en las cuatro pruebas procesuales consideradas, diferenciándose cuatro tipos de alumnos:

  - Con altas habilidades cognitivas en las cuatro fases de resolución, buena aptitud numérica y buen rendimiento en matemáticas (15,67%).

  - Con un desarrollo notable en las habilidades de resolución de problemas, la aptitud verbal y el rendimiento en matemáticas (13,43%).

  - Con buenas habilidades en los procesos de comprensión lectora, pobre desarrollo en los procesos básicos de resolución de problemas, normal aptitud numérica y suficiente rendimiento en el área de matemáticas (30,59 %).

- Con bajas habilidades cognitivas en los procesos de resolución de problemas, pobre aptitud numérica y bajo rendimiento en matemáticas (40,29%).

Observamos que estas agrupaciones demuestran relaciones consistentes con otras dimensiones relacionadas. Por tanto, el procedimiento puede resultar de utilidad para acotar conjuntos de alumnos con características y necesidades claramente divergentes. En definitiva, esto nos permitiría establecer planes curriculares que atiendan esta diversidad y que den sentido a intervenciones más ajustadas a sus características y necesidades.

- En el resto de las variables contextuales estudiadas, no disponemos de información suficiente para sacar conclusiones precisas, aunque se manifiestan algunas circunstancias que, sin duda, inciden en el desarrollo de las habilidades cognitivas y el rendimiento escolar; como el hecho de que la mayoría de los alumnos dispongan de un lugar apropiado de estudio y vivienda propia.

Finalmente, del conjunto del trabajo se desprenden diferentes consideraciones que deben enlazar con el futuro inmediato:

- Se dispone de un conjunto de pruebas sobre el rendimiento en matemáticas, analizado desde una perspectiva procesual. Los indicios sobre los criterios de bondad obtenidos son muy alentadores y, con las mejoras señaladas, pueden aportar informaciones de calidad. No obstante, sería preciso proceder a la revisión-adaptación de la misma a niveles poblacionales más amplios Por este motivo, próximamente, nos proponemos corregir los errores que hemos detectado, tanto en las alternativas al ítem como en el planteamiento del problema, y seleccionar los problemas que han manifestado un comportamiento más fiable en cada criterio de evaluación. De esta forma, las pruebas quedarán reducidas a la mitad de los ítems, resultando mucho más motivadoras para el alumno.

- Estas pruebas permiten un análisis en profundidad de los aspectos sustanciales vinculados al rendimiento, y fundamentar adaptaciones curriculares individuales o de grupo. A partir del soporte metodológico, determinado en esta tesis, ha quedado bien establecida, tanto la utilidad para el diagnóstico de las habilidades en los cuatro componentes cognitivos, como la posibilidad de determinar planes grupales (a nivel de aula y centro).

- Sería de gran interés profundizar en su relación con otras variables individuales, tanto cognitivas como no cognitivas. Las variables analizadas en el presente estudio muestran patrones, generalmente coherentes, que sería interesante ampliar e insertar en modelos multivariados más complejos. Esto aportaría una visión más amplia y sustancial para la explicación del rendimiento, y permitiría mayor fundamento para la docencia e intervención en esta área.

- Las valoraciones realizadas aconsejan reforzar los procesos de resolución de problemas, referidos al conocimiento esquemático y estratégico, pues, corroborando varias de las últimas investigaciones, han resultado ser las habilidades menos desarrolladas, cuando, por otro lado, son básicas para comprender el problema y poderlo transferir a las nuevas situaciones del contexto social.

- Es necesario hacer propuestas de enseñanza y aprendizaje, en donde sea predecible el éxito en la tarea, para mejorar el grado de autoestima académica que, como hemos constatado una vez más, presenta una incidencia muy significativa en el rendimiento escolar

- Por otro lado, adicionalmente, se han estudiado diferentes variables contextuales sociodemográficas, algunas de las cuales han mostrado su relevancia en este campo (como el nivel de estudios de los padres). La ampliación de estudios sobre estas dimensiones, relacionadas con el ámbito familiar, debería ser de gran interés para profundizar sobre cualquier hecho educativo. Asimismo, otras variables contextuales relacionadas con el centro y el profesor deberían de atenderse en el futuro. El análisis de las actuaciones del profesor en su diseño curricular y las actividades en el aula podría revelar patrones consistentes, referidos al rendimiento en matemáticas y los procesos desarrollados.

En definitiva, la disposición de herramientas procesuales, respecto a los diferentes ámbitos desarrollados en el sistema educativo (particularmente a nivel de Educación Secundaria), es un desafío desafortunadamente poco atendido hasta el momento. Su gran utilidad inmediata a diferentes niveles (profesores, otros agentes relacionados, incluyendo los profesionales de apoyo, responsables de gestión y supervisión,…) hace que el gran esfuerzo que implica se vea claramente recompensado por su aportación neta a la calidad y la mejora.

III

6 BIBLIOGRAFÍA.

6 BIBLIOGRAFÍA.

ALGARABEL, S. y SOLER, M. J. (1993). *La memoria humana*. Valencia: Albatros.

ALLARDICE, B.S., y GINSBURG, H.P. (1983). *Children´s psychological dificulties in mathematics*. En Ginsburg, H.P. *The development of mathematical thinking*. Nueva York: Academic Press.

ALONSO TAPIA, J. (1983). *Evaluación del pensamiento conceptual*. Madrid: UNED.

ALONSO TAPIA, J. (1986). *Entrenamiento de habilidades cognitivas y enriquecimiento motivacional: Nuevas tecnologías para la educación compensatoria*. Primera fase, memoria final, volumen III. Madrid: CIDE.

ALONSO TAPIA, J. (Coord.) (1987). *¿Enseñar a pensar? Perspectivas para la educación compensatoria*. Madrid: CIDE.

ALONSO TAPIA, J. (1995). *Motivación y aprendizaje en el aula. Cómo enseñar a pensar*. Madrid: Santillana.

ALONSO TAPIA, J. y GUTIÉRREZ MARTÍNEZ, F. (1987). *Comprensión de la inclusión jerárquica de clases: estudio evolutivo y desarrollo de procedimientos de evaluación*. Madrid: CIDE.

ANAYA, D. (2002). *Diagnóstico en educación.* Madrid: Sanz y Torres.

ANDERSON, J.R. (1980). *Cognitive skills and their acquisition.* Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum

ANSTEY, E. (1988). *Dominó D-48*. Adaptación de Pichot, P. Versión castellana. Madrid: TEA.

ARMENDÁRIZ, M.V.G; AZCÁRATE, C.; DEULOFEU, J. (1993). Didáctica de las matemáticas y psicología. *Infancia y aprendizaje*, 62-63: 77-79.

AUSUBEL, D.; NOVAK, J.D. y HANESIAN, H. (1978). *Educational psichology. A cognitive view.* Nueva York: Holt Rinehart & Winston. (Trad. cast. de M Sandoval de la 2º edición: *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas, 1991).

BADDELEY, A.D. (1986). *Working memory*. Oxford: Oxford University Press.

BALTES, P.B (1986). *Notes on the concept of intelligence*. En Sternberg, R.J. y Detterman, D.K. (Eds.), *What is intelligence?. Contemporary viewpoints on its nature and definition*. Norwood, NJ: Ablex Publishing Co.

BARLETT, F.C. (1958). *Thinking.* Londres: Allen & Unwin.

BAROODY, A. J. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Visor.

BASSOCK, M. (1990). Transfer of domain-specific problem solving procedures. *Journal of experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition,* 16: 522-533.

BELTRAN, J. (Coord.) (1991). *I Seminario internacional sobre la mejora de la inteligencia: La inteligencia práctica en la escuela.* Universidad de Murcia y U. Complutense de Madrid: ICE.

BELTRAN, J. (Coord.) (1992). *Psicología de la educación*. Salamanca: Eudema.

BELTRAN, J. (1993a). *Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje*. Madrid: Síntesis.

BELTRAN, J. (Coord.) (1993b). *Intervención psicopedagógica*. Madrid: Pirámide.

BERGER, D.E. y WILDE, J.M. (1987). *A task analysis of algebra word problems.* En Berger, D.E; Pezdek, K. y Banks, W.P. *Applications of cognitive psychology: problem solving, education and computing*. Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

BERGER, D.E.; PEZDEK, K. y BANK, W.P. (1987). *Aplications of cognitive psychology problem solving, education and computing*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence. Erlbaum Associates.

BERLYNE, D.E. (1965). *Structure and direction in thinking.* Nueva York: Wiley.

BERRY, J.W. (1980). Cultural universality of any theory of human intelligence remains and open questions. *Behavioral and Science*, 3, 584-585.

BISQUERRA, R. y ÁLVAREZ, M. (2001). *Manual de orientación y tutoría.* Barcelona: Praxis.

BOBROW, D.G. (1968). *Natural language input for computer problem solving system.* En Minsky, M. (comp) *Semantic information processing*. Cambrige: Mass MIT Press.

BROWN, A.L. (1980). *Metacognitive development and reading*. En Spiro, R.; Bruce, B. y Brewer, W. (Eds.), *Theoretical issues in reading comprehension*. Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

BROWN, A.L. (1982). Learning and development: The problem of compatibility, access and induction. *Human Development*, 25, 89-115.

BROWN, R. y BURTON, R. (1978). Diagnostic models for procedural in basic mathematical skills. *Cognitive Science*, 4, 379-426.

BROWN, A.L. y CAMPIONE, J.C. (1977). Training strategic study time apportionment in educable retarded children. *Intelligence*, 1, 94-107.

BROWN, A.L. y FRENCH, L.A. (1979). *The zone of proximal development: implications for intelligence testing in the years 2000.* En Sternberg, R.J. y Detterman, D.K. (Eds.), *Human Intelligence*. Norwood, New Jersey: Ablex.

BROWN, R. y VANLEHN, K. (1980). *Towards a generative theory of bugs*. En Carpenter, T.; Moser, J. y Romberg, T. (Eds.), *Adition and sustraction: A cognitive perspective*. Hillsdale. N.J.: Lawrence Eribaum Associates.

BROWN, A.L.; BRANSFORD, J.D.; FERRARA, R.A. y CAMPIONE, J.C. (1983). *Learning, remembering and understanding*. En Mussen, P. (Ed.), *Camichael´s manual of child psychology*, vol. 3. New York: Wiley.

BRUNER, J.S. (1980). *Investigación sobre el desarrollo cognitivo*. Madrid: Pablo del Río.

BRUNER, J.S. (1988). *Desarrollo cognitivo y educación*. Madrid: Morata.

BUISAN, C. (2001). *El proceso de evaluación psicopedagógica*. En Bisquerra, R. y Álvarez, M. (Coord.). *Manual de orientación y tutoría.* Barcelona: Praxis.

BUNDY, A. (1975). *Analyzyng mathematical proofs.* Edimburgo: Universidad de Edimburgo.

CAMPIONE, J.C. y BRWON, A.L. (1977). *Memory and metamemory development in educable retarded children.* En Kail R.V. y Hagen, J.W. *Perspectives on the development of memory and cognition*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

CAMPIONE, J.C.; BROWN, A.L. y FERRARA, R.A. (1985). *Mental retardation and intelligence*. En Sternberg, R.J. (Ed.), *Handbook of human intelligence*. New York: Cambrigge University Press. En castellano, *Inteligencia humana*. Barcelona: Paidós, 1987.

CARPENTER, T.P. y MOSER, J.M. (1982). *The development of addition and subtraction problem-solving skills.* En Carpenter, T.P., Moser, J.M. y Romberg, T.A. (Eds.), *Addition and subtraction: a cognitive perspective*. Hillsdale. N.J.: Lawrence Eribaum Associates.

CARPENTER, T.P.; CORBITT, M.K.; KEPNER, H.S.; LINQUIST, M.M. (1980). *National assessment: A perspective of mathematics achievement in the United States.* En Karplus, R. (Comp.), *Proceding of the fourth international conference for the psychology of mathematics instruction*. Berkeley: University of California.

CARPENTER, T.P.; MOSER, J.M. y ROMBERG, T.A. (1982), *Addition and subtraction: a cognitive perspective*. Hillsdale. N.J.: Lawrence Eribaum Associates.

CARRETERO, M. y GARCÍA MADRUGA, J.A. (1984). *Lecturas de psicología del pensamiento.* Madrid: Alianza Editorial.

CARROL, J.B. (1982). *La medición de la inteligencia.* En Sternberg, R.J. (Ed.), *Inteligencia humana, vol I.* Barcelona: Paidós Ibérica.

CARROL, J.B. (1988). Cognitive abilities, factors and processes. *Intelligence*, 12, 101-109.

CARRY, L.R, LEWIS, C. y BERNARD, J.E. (1980). *Psychology of equation solving: An information processing study.* Departament of Curriculun and Instruction. University of Texas at Austin.

CASTEJON COSTA, J.L. y PASCUAL, J. (1988). Procesos cognitivos en la adquisición de conocimientos. *Revista de psicología, Universitas Tarraconenesis*, 10, 2, 43-53.

CATELL, R.B. (1963). Theory of fluid and crystallized intelligence: a critical experiment. *Journal of Educational Psychology,* 44, 1-22.

CATELL, R.B. (1971). *Abilities: Their Structure, Growth and Action*. Boston: Houghton Mifflin.

CECI, J. (1986). *Handbook of cognitive, social and neuropsychological aspects of learning disabilities*. Hillsdale. N.J.: Lawrence Eribaum Associates.

CHAMPAGNE, A.B.; KLOPFER, L.E. y GUNSTONE, R.F. (1982). Cognitive research and the design of science instruction. *Educational Psychologist*, 37, 31-53.

CHI, M.T.H. y GLASER, R. (1985). *Capacidad de resolución de problemas.* En Sternberg, R.J. (Ed.), *Las capacidades humanas: un enfoque desde el procesamiento de la información*. Barcelona: Editorial Labor.

CHI, M.T.H.; FELTOVICH, P.J., y GLASER, R. (1981). Representation of physics knowledge by experts and novices. *Cognitive Science*, 5, 121-152.

CLAXTON,G. (1987). *Vivir y aprender*. Madrid: Alianza Psicología.

COCKCROFT, W.H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan*. Madrid: MEC.

COHEN, G. (1983). *Psicología cognitiva*. Madrid: Editorial Alhambra.

COHN, R. (1971). *Arithmetic and learning disabilities*. En Myklebust, H.R. *Progress in learning disabilities*. *II*. New York: Grune and Stratton.

COLE, M., GAY, J. y SHARP, D.W. (1971). *The cultural context of learning and thinking.* New York: Basic Books.

COLES, G.S. (1978). The learning disabilities test batery: Empirical and social issues. *Harvard Educational Review*, 48, 313-340.

COLL, C. y ONRUBIA, J. (1990). *Inteligencia, aptitudes para el aprendizaje y rendimiento escolar*. En Coll, C.; Palacios, J. y Marchesi, A. (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación*, vol. II. Madrid: Alianza Editorial.

COLL, C.; PALACIOS, J. y MARCHESI, A. (1990). *Desarrollo psicológico y educación vol. I: Psicología evolutiva*. Madrid: Alianza Psicología.

COLL, C.; PALACIOS, J. y MARCHESI, A. (1990). *Desarrollo psicológico y educación vol. II: Psicología de la educación*. Madrid: Alianza Psicología.

COLL, C.; PALACIOS, J. y MARCHESI, A. (1990). *Desarrollo psicológico y educación vol. III: Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar.* Madrid: Alianza Psicología.

COMPANY RICO, J. et al. (1988). *El aprendizaje del cálculo y la resolución de problemas*. Valencia: Promolibro.

COOPER, G. Y SWELLER, J. (1987). Efects of schema adquisition and rule automation on mathematical problem solving transfer. *Jornal of educational psychology*, 79, 4, 347-362.

CROWDER, R.G. (1982). *The psychology of reading: An introduction.* Oxford: Oxford University Press.

DAVIDSON, J.E. y STERNBERG, R.J. (1986). The role of insight in intellectual gifted. *Child Quarterly,* 28, 58-64

DAVIS, P.J. y HERSH, R. (1986). *Descartes´ Dream*. New York: Harcourt. Brace Jovanovich. En castellano, *El sueño de Descartes*. Madrid: MEC-Labor, 1989.

DE CORTE, E. y VERCHAFFELL, L. (1987). The effect of semantic structure on first grader´s strategies for solving addition and subtraction word problems. *Journal for research in mathematics education*, 18, 5, 363-381.

DELARROSA, D. (1988). *A history of thinking*. En Sternberg, R.J. y Smiith, E.E. (Eds.), *The psychology of human thought*. Cambridge: Cambridge University Press.

DELARROSA, D.; KINTSCH, W.; REUSSE, K. y WEIMER, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, 20, 405-438.

DEVAL, J. (1983). *Crecer y pensar. La construcción del conocimiento en la escuela*. Barcelona: Laia.

DÍAZ, E. (1988). *Aprender a estudiar*. Madrid: ICCE.

DICKINSON, D. (1991). *Creating the future*. Aston Clinton, UK: Accelerated Learning Systems.

DOMJAM, M. y BURKHARD, B (1992). *Principios de aprendizaje y de conducta.* Madrid: Debate.

DOSSEY, J.A. (1992). *The nature of mathematics: its role and its influence*. En Grouws, D.A. (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: McMillan Publishing Company.

DUNKER, K. (1945). On problem solving. *Psychological Monographs,* 270, todo el número.

ERNST, G.W. y NEWELL, A. (1969). *A case study in generality and problem solving*. New York: Academic Press.

ESTES, W.K. (1978). *Handbook of learning and cognitive processes, vol 5*. Hillsdale, New Jersey: L. Erlbaum.

FERNÁNDEZ BALLESTEROS, R. (1984). *Evaluación de los programas de desarrollo de la inteligencia*. París: UNESCO.

FERNÁNDEZ BALLESTEROS, R. (1989). Potencial de aprendizaje: una presentación. *Estudios de psicología*, 38, 62-68.

FERNÁNDEZ BALLESTEROS, R. (1990). *Evaluación del Potencial de aprendizaje.* Madrid: MEPSA.

FERNÁNDEZ BALLESTEROS, R. (1992). *Introducción a la evaluación psicológica*. Madrid: Pirámide.

FERNÁNDEZ BAROJA, M.F.; LLOPIS PARET, A.M. y PABLO de RIESGO, C. (1979). *Niños con dificultades para las matemáticas*. Madrid: CEPE.

FEUERSTEIN, R. (1980). *Instrumental enrichment: An intervention program for cognitive modifiability*. Baltimore, MD: University Park Press.

FEUERSTEIN, R. y RAND, Y. (1977). *Studies in cognitive modificability Instrumental Enrichment Redevelopment of cognitive funtions of retarded early adolescents*. Jerusalem: Hadassah-Wizo-Canada Research Institute.

FEUERSTEIN, R.; RAND, Y. y HOFFMAN, M.B (1979). *The dynamic assesement of retarded performers. The learning Potencial Assesement Device: Theory, instruments and techniques.* Baltimores: University Park Press.

FLAVELL, J. (1984). *El desarrollo cognitivo*. Madrid: Visor.

FORNS, M. (1993). *Evaluación psicológica infantil.* Barcelona: Barcanova S.A.

FORREST-PRESLEY, D.L.; MAKIMON, G.E y WALLER, T.E. (1985). *Metacognition, cognition and human performance. vol 2. Instituconal Practices*. Nueva York: Academic Press.

FRIEDMAN, M.; DAS, J.P. y O´CONNER, N. (1981). *Intelligence and learning*. Nueva York: Plenum Press.

GAGNE, R.M. (1983) Some issues in the psychology of mathematics instruction. *Journal for research in mathematics education*, 14, 1, 7-18.

GARRIDO GIL, C.F. (1991). *La heurística y la solución de problemas.* Tesis doctoral. Universidad de Murcia.

GIL ESCUDERO, G. (2002). *El Proyecto Internacional para la Producción de Indicadores de resultados educativos de los alumnos* (Proyecto PISA de la OCDE). Madrid: INCE.

GINSBURG, H.P. (1983). *The development of mathematical thinking*. Nueva York: Academic Press

GLASES, R. (1987). *Advances in instructional psychology*. Hillsdale. N.J.: Lawrence Eribaum Associates.

GORDON, E.W. y TERREL, M.D. (1981). The changed social context of testing. *American Psychologist,* 36, 1167-1171.

GREENO, J.G. (1973). *The structure of memory and the process of solving problems.* En Solso, R. (Comp.), *Contemporary issues in cognitive psychology: The Loyola symposium.* Washington, D.C.: Winston.

GREENO, J.G. (1978). *Natures of problem solving*. En Estes, W.K. (Ed.), *Handbook of learning and cognitive processes, vol 5*. Hillsdale, New Jersey: L. Erlbaum.

GREGG, L.W. (1974). *Knowledge and cognition.* Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

GRIGORENKO, E.L. y STERNBERG, R.J. (1992). *Thinking styles en school settings*. Yale University.

GROEN, G.F y PARKMAN, J.M. (1972). A Chronometric analysis of simple addition. *Psichological Review*, 79, 329-343.

GROUWS, D.A. (1992), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: McMillan Publishing Company.

GUILFORD, J. P. (1967). *The nature of human intelligence*. New York: McGraw-Hill.

HAIR, ANDERSON, TATHAM y BLACK (1999). *Análisis Multivariante*. N.J.: Prentice Hall.

HARVARD UNIVERSITY; Bolt, Beraneck and Newman, INC.; The Ministry of Education Republic of Venezuela (1984). *Project Intelligence: The development of Procedures to Enhance Thinking Skills, Final Raport*.

HARVARD UNIVERSITY; Bolt, Beraneck and Newman, INC.; The Ministry of Education Republic of Venezuela (1984): *Projet Inteligence Teachers´ Manual Introduction*.

HAYES, J.R. (1980). *Teaching problem solving mechanisms.* En Tuma, D.T. y Reif, F. (Comps.), *Problem solving and education: Issues in teaching*. Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

HAYES, J.R. y SIMON, H.A. (1974). *Understanding written instruction.* En Gregg, L.W. (Comp). *Knowledge and cognition.* Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

HIEBERT, J. (1986). *Conceptual and procedural knowledge; the case of mathematics*. Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum Associates.

HOME J.P.(1988). *Cómo enseñar a los niños la forma de aprender*. Barcelona: Planeta.

HORN, J.L. (1968). Organization of abilities and the development of intelligence. *Psychological Rewiew*, 75, 242-259.

HORN, J.L. (1976). Human abilities: a review of research and theory in the early 1970´s. *Annual Review of psychology*, 27, 437-485.

HUGUES, M. (1987). *El niño y el número. Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Planeta.

HUNT, E. (1980). Intelligence as an information processing concep. *Journal of British Psychology*, 71, 449-474.

INCE (1997). *Avance de resultados del rendimiento en matemáticas de los alumnos de 14 y 16 años*. Madrid: INCE.

JCCM (2002). *Informe sobre los resultados de la evaluación de los alumnos de educación primaria y secundaria obligatoria. Curso 1999-2000.* Madrid: Consejería de Educación de la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha.

JCCM (2002). *Informe sobre los resultados de la evaluación de los alumnos de educación primaria y secundaria obligatoria. Curso 2000-2001.* Madrid: Consejería de Educación de la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha.

JUST, M.A. y CARPENTER, P.A.(1980). A theory of reading: From eye fixations to comprehension. *Psychological Review*, 87, 329-354.

KAIL R.V. y HAGEN, J.W. (1977). *Perspectives on the development of memory and cognition*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

KAMII, C. (1986). *El niño reinventa la matemática*. Madrid: Visor.

KARPLUS, R. (1980), *Proceding of the fourth international conference for the psychology of mathematics instruction*. Berkeley: University of California.

KATONA, G. (1942). Organizing and memorizing: A reply to Dr. Melton. *Americam Journal of Psychology*, 55, 273-275.

KEATING, D. (1984). *The emperor´s new clothes: The "new look" in intelligence research.* En Sternberg, R.J. (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence*. Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

KENDLER, H.H. y KENDLER, T.S. (1962). Vertical and horizontal processes in problem solving. *Psychological Review*, 69, 1-16.

KÖHLER, W. (1925). *The mentality of apes.* Nueva York: Harcourt Brace Jovanovich.

KOSCH, L.(1974). Developmental dyscalculia. *Journal of Learning*, 7, 164-177.

KOTOVSK, K. y SIMON, H.A. (1990). What makes some problems really hard: explorations in the problem space of difficulty. *Cognitive psychology*, 22, 143-183.

LANDA, L.N. (1974). *Algorithmizacion in learning and instruction.* Englewood Cliffs, New Jersy: Educational Technology Publication.

LAPOINTE, A.E., MEAD, N.A. y PHILIPS, G.V. (1989). *A word of differences.* Princeton, N.J.: Educational Testing Service. En castellano, *Un mundo de diferencias*. Madrid: CIDE.

LESH, R. y LANDAU, M. (1983). *Acquisition of mathematical concepts and processes*. New York: Academic Press.

LESTER, F. K. (1983). *Trends and issues in mathematical problem solving research*. En Lesh, R. y Landau, M. (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes*. New York: Academic Press.

LEVENE, H. (1960): *Robust tests for equality of variances.* En Olkins, I. (Ed.), *Contributions to probability and statistics.* Stanford, CA: Stanford University Press.

LEWIS, C. (1981). *Skill in algebra*. En Anderson, R.J. (Comp.). *Cognitive skills and their acquisition.* Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

LEWIS, M.W. y ANDERSON, J.R. (1985). Discrimination of operator schemata in problem solving: learning from examples. *Cognitive psychology*, 17, 26-65.

LINDSAY, P. H. y NORMAN, D. A. (1972). *Human information processing: An intriduction to psychology.* New York: Academi Press. En castellano, *Introducción a la psicología cognitiva.* Madrid:Tecnos,1986.

LOPER, A.B., y MURPHY, D.M. (1985). *Cognitive self-regulatory training for underachieving children*. En Forrest-Presley, D.L.; Makimon, G.E. y Waller, T.E. (Eds.), *Metacognition, cognition and human performance*. New York: Academic Press.

LÓPEZ VARONA, J.A. y MORENO MARTÍNEZ, M.L. (1997). *Resultados de matemáticas. Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS).* Madrid: MECD.

LURIA, A.R. (1977). *Las funciones corticales superiores del hombre*. La Habana: Orbe.

LURIA, A.R. (1987). *Desarrollo histórico de los procesos cognitivos*. Madrid: Akal.

MACHADO, L.A. (1975). *La revolución de la inteligencia*. Barcelona: Seix Barral.

MAIER, N.R.F. (1945). Reasoning in humans III: The mechanisms of equivalent stimuli of reasoning. *Journal Experimental Psychology*, 35, 349-360.

MANIS, M. (1979). *Procesos cognitivos*. Madrid: Marfil.

MARTÍN, E. (1990). *Desarrollo metacognitivo y problemas de aprendizaje*. En Coll, C.; Palacios, J. y Marchesi, A. (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación vol. III: Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar.* Madrid: Alianza Psicología.

MATZ, M. (1980). Towards a computacional theory of algebraic competence. *Journal of children´s Mathematical Behavior.* 3, 531-542.

MAYER, R.E. (1981a). *The promise of cognitive psychology*. Nueva York: Freeman. En castellano, *El futuro de la psicología cognitiva*. Barcelona: Paidós, 1987.

MAYER, R.E. (1981b). Frecuency norms and structural analysis of algebra story problems into families, categories and templates. *Instructional Science*, 10, 135-175.

MAYER, R.E. (1982): Memory for algebra story problems. *Journal of educational psychology*, 74, 2, 199-216.

MAYER, R.E. (1983). *Thinking, problem solving and cognition*. New York: W.H. Freeman and Company. En catellano, *Pensamiento resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Paidós, 1986.

MAYER, R.E. (1985). *Capacidad matemática*. En Sternberg, R.J. (Ed.), *Las capacidades humanas: un enfoque desde el procesamiento de la información*. Barcelona: Labor.

MAYER, R.E. (1987). *Learnable aspects of problem solving: some examples*. En Berger, D.E.; Pezdek, K. y Banks, W.P. (Eds.), *Applications of cognitive psychology: problem solving, education and computing.* Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

MAYER, R.E.; LARKIN, J.H. Y KADANE, J.B. (1984). *A cognitive analysis of mathematical problem-solving ability.* En Sternberg, R.J. (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence. Vol. 2.* Hillsdale, New Jersy: Lawrence Erlbaum.

MAYOR, J. (1989). *Aprender a aprender: estrategias metacognitivas*. Madrid: Cincel.

MEGÍA, M. (1992). *Proyecto de inteligencia Harvard.* Madrid: CEPE.

MILLER, G.A; GALANTER, E. y PRIBRAM, K.H. (1960). *Plans and the structure of behavior.* Nueva York: Holt, Rinechart y Winston. En versión castellana, *Planes y estructura de la conducta*. Madrid: Debate, 1983.

MINSKY, M. (1968). *Semantic information processing.* Cambrige: Mass MIT Press.

MONEREO, C. (1992). *Aprendo a pensar*. Madrid: Pascal Investigación Educativa.

MONEY, J. (1973). Turner´s syndrome and parietal lobe functions. *Cortex*, 9, 387-393.

MORENO y SASTRE. (1980). *Aprendizaje y construcción de conocimientos*. Barcelona: Gedisa.

MUGNY, G., y DOSIE, W. (1981). *La construcción social de la inteligencia*. México: Trillas.

MUSITU, G.; GARCÍA, F. Y GUTIÉRREZ, M. (1991). *AFA: Autoconcepto Forma A*. Madrid: TEA.

MUSSEN, P. (1983), *Camichael´s manual of child psychology*, vol. 3. New York: Wiley.

MYKLEBUST, H.R. (1971). *Progress in learning disabilities. II*. New York: Grune and Stratton.

NEWELL, A. y SIMON, HA. (1972). *Human problem solving.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

NICKERSON, R.S.; PERKINS, D.N. y SMITH, E.E. (1990). *Enseñar a pensar. Aspectos de la aptitud intelectual*. Barcelona: Paidós/MEC.

NISBET, J. y SCHUCKSMITH, J. (1987). *Estrategias de aprendizaje*. Madrid: Diagonal Santillana.

NOVAK, J. D. (1987). *Aprendiendo a aprender*. Barcelona: Martínez Roca.

OLKINS, I. (1960). *Contributions to probability and statistics.* Stanford, CA: Stanford University Press.

OSGOOD, C.E. (1966). Meaning cannot be an r_m? *Journal and Verbal Learning and Verbal behavior*, 5, 406-407.

OWEN, E. y SWELLER, J.(1985). What do student learn while solving mathematics problems. *Journal of educational psychology*, 77, 3, 272-284.

PACHECO, J. (1991). *Razonamiento matemático: estrategias, algoritmos y categorías*. Tesis de licenciatura, Director: Dr. Sánchez Cánovas. Universidad de Valencia.

PEFEIFFER, K.; FEINBERG, G. y GELBER, S. (1987). *Teaching productive problem solving actitudes*. En Berger, D.E.; Pezdek, K. y Bank, W.P. (Eds). *Aplications of cognitive psychology problem solving, education and computing*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence. Erlbaum Associates.

PELLEGRINO, J.W. (1986). *Inteligencia: la interacción de cultura y procesos cognitivos*. En Sternberg, R.J. y Detterman, D.K. (Eds.), *¿Qué es inteligencia?: un enfoque actual de su naturaleza y definición*. Madrid: Pirámide, 1988.

PELLEGRINO, J.W. y GLACER, R. (1982). *Analyzing aptitudes for learning: inductive reasoning*. En Glaser, R. (Ed.), *Advances in Instructional Psycholoy*. Hillsdale, New Jersey: L. Erlbaum.

PÉREZ ECHEVERRÍA, M.P. (1994). *La solución de problemas en matemáticas*. En Pozo, J.I. (Ed.), *La solución de problemas*. Madrid: Santillana.

PERRET-CLERMONT, A.N. (1984). *La construcción de la inteligencia en la interacción social.* Madrid: Visor.

PIAGET, J. (1972). *The psychology of intelligence*. Totowa, NJ: Littlefield Adams. En castellano, *Psicología de la inteligencia*. Buenos Aires: Psique.

PIAGET, J. (1977). *Recherches sur l´abstration reflechissante*. París: Presses Universitaires de France. En castellano, *Investigaciones sobre la abstracción reflexionante*. Buenos Aires: Huemul, 1979.

PINILLOS J. L. (1980). *El desdarrollo de la inteligencia. ¿Una esperanza o una realidad?* París: UNESCO.

POLYA, G. (1957). *How to solve it.* Garden City, New York: Doubleday Anchor. En castellano, *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas, 1987.

POZO, J.I. (1989). *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Madrid: Morata.

POZO, J.I. (Coord.), (1994). *La solución de problemas*. Madrid: Santillana.

PRESSEISEN, B.Z. et al.(1990). *Learning and Thinking Styles: Classroom interaction*. Nueva York: NEA Professional Library.

PRIETO, M.D. (1989). *Modificabilidad cognitiva y P.E.I.* Madrid: Bruño.

PRIETO, M.D. (1997). *Identificación, evaluación y atención a la diversidad del superdotado.* Granada: Aljibe.

PRIETO, M.D. y STERNBERG, R.J. (1990). Dos caras de una misma moneda: La inteligencia. *Boletín de Psicología*, 28, 29-58.

RAAHEIM, K. (1974). *Problem solving and intelligence*. Oslo: Universitestsforlaget.

RATHS, L. E. (1986). *Cómo enseñar a pensar. Teoría y aplicación*. Buenos Aires: Paidós Estudio.

REITMAN, W.R. (1965). *Cognition and Thought: An information processing approach*. New York: Wiley.

RESNICK, L.B (1976). *The nature of intelligence*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

RESNICK, L.B. (1982). *Syntax and semantics in learning to substract*. En Carpenter, T.; Moser, J. y Romberg, T. (Eds.), *Adition and sustraction: A cognitive perspective*. Hillsdale. N.J.: Lawrence Eribaum Associates.

RESNICK, L.B. y FORD, E.W. 1(981). *The psychology of mathematics for instruction*. Hillsdale. N.J.: Lawrence Eribaum Associates.

RESNICK, L.B. y GLASER, R. (1976). *Problem solving and intelligence*. En Resnick, L.B. (Ed.), *The nature of intelligence*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

RESNICK, L.B. y OMANSON, S.F. (1987). *Learning to understand arithmetic*. En Glases, R. (Ed.), *Advances in instructional psychology*. Hillsdale. N.J.: Lawrence Eribaum Associates.

RILEY, M.S. y GREENO, J.G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and instruction*, 5,1, 49-101.

RIVIÈRE, A. (1983). ¿Por qué fracasan tan poco los niños? *Cuadernos de pedagogía*, 104, 7-12.

RIVIÈRE, A. (1987). *El sujeto de la psicología cognitiva*. Madrid: Alianza Psicología.

RIVIÈRE, A. (1990). *Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva.* En Marchéis, A.; Coll, C. y Palacios, J. (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación III. Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar.* Madrid: Alianza Psicología.

ROMÁN, M., y DÍEZ, E. (1988). *Inteligencia y potencial de aprendizaje*. Madrid: Cincel.

ROSS, B.H. y KENNEDY, P.T. (1990). Generalising from the use of earlier examples in problem solving. *Journal of experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition,* 16: 42-55.

ROURKE, B.P.y STRANG, J.D. (1983). *Subtypes of reading arithmetic disabilities: A neuropsychological analysis.* En Rutter, M. (Ed.), *Developmental Neuropsychiatry*. Nueva York: Guilford Press.

ROWE, H. (1985). *Problem solving and intelligence*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

ROYCE, J.R. y POWELL, A. (1983). *Theory of Personality and Individual Differences: Factor, Systems and Processes.* New Jersey: Englewood Cliffs.

RUSSELL, R.L. y GINSBURG, H.P. (1984). Cognitive analysis of children´s mathematics difficulties. *Cognition and instruction*, 1,2, 217-244.

RUTTER, M. (1983). *Developmental Neuropsychiatry*. Nueva York: Guilford Press.

RUTTER, M. y HERSOV, L. (1985). *Child and adolescent psychiatry*. Oxford: Blackwell.

SÁNCHEZ CANOVAS, J. (1986). *El nuevo paradigma de la inteligencia humana*. Valencia: Editorial Tirant lo Blanc.

SÁNCHEZ CANOVAS, J. (1987). *La inteligencia humana: Investigación y diagnóstico*. Valencia: Promolibro.

SANZ, R. (1990). *Evaluación de programas en orientación educativa*. Madrid: Pirámide.

SCHENEIDER, W. & SHIFFRIN, R. (1977). Controlled and automated human information processing. I: Detection, search, and attention. *Psychological Review*, 84, 1-66.

SCHOENFELD, A.H. (1982). Measures of problem-solving performance and of problem-solving instruction. *Journal for research in mathematics education*, 13, 1, 31-39.

SCHOENFELD, A.H. (1985). *La enseñanza de la matemáticas a debate*. Madrid: MEC.

SCHOENFELD, A.H. (1987). *Cognitive science and mathematics education.* Hillsdale. N.J.: Lawrence Eribaum Associates.

SELMES, I. (1987). *La mejora de las habilidades para el estudio*. Barcelona: Paidós-MEC.

SERRANO, F.J. (1994). *Evaluación de la interacción de los estilos de enseñanza y aprendizaje en los contextos escolares*. Murcia: Tesis doctoral.

SHIFFRIN, R. y DUMAIS, S. (1981). *The development of automatism*. En Anderson, J.R. (ed.), *Cognitive skills and their acquisition*. Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

SHIFFRIN, R. y SCHENEIDER, W. (1977). Controlled and automated human information processing. II: Perceptual learning, automatic attending, and general theory. *Psychological Review*, 84, 127-190.

SIEGEL, L.S. y HEAVEN, R.K. (1986). *Categorization of learning disabilities*. En Ceci, J. (Ed.), *Handbook of cognitive, social and neuropsychological aspects of learning disabilities*. Hillsdale. N.J.: Lawrence Eribaum Associates.

SIEGEL, R.S. y RYAN, E.B. (1989). The development of working memory in normally achieving and subtypes of learning disabled children. *Child Development*, 60, 4, 973-980.

SIMON, D.P. y SIMON, H.A. (1978). *Individual diferences in solving physics problems.* En Siegler, R.S. (Comp.), *Chindren´s thinking: What develops?* Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

SIMON, H.A. (1978). *Information-processing theory of human problem solving.* En Estes, W.K. (Ed.), *Handbook of learning and cognitive processes, vol 5*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum associates.

SLADE, P.D.y RUSELL, G.F.M. (1971). Developmental dyscalculia: a brief report of four cases. *Psycological Medicine*, 1, 292-298.

SNOW, R.E. (1981). *Toward a theory of aptitude for learning. I: Fluid and crystallized abilities and their correlates*. En Friedman, M.; Das, J.P. y O´Conner, N. (Eds.), *Intelligence and learning*. Nueva York: Plenum Press.

SOBRADO, L. y OCAMPO, C. (2000). *Evaluación psicopedagógica y orientación educativa.* Barcelona: Estel.

SOLSO, R. (1973). *Contemporary issues in cognitive psychology: The Loyola symposium.* Washington, D.C.: Winston.

SPEAR, L. y STERNBERG, R.J. (1987). Teaching intellectual styles: Staff development for theching thinking. *Journal of Staff Development*, 8, 3, 35-39.

SPEARMAN, C.E. (1927). *The abilities of man*. Nueva York: McMillan.

SPIRO, R.; BRUCE, B. y BREWER, W. (1980), *Theoretical issues in reading comprehension*. Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

STERNBERG, R.J. (1980). Factor theories of intelligence are all right almost. *Educational Researcher*, 9, 6-13.

STERNBERG, R.J. (1981a). Nothing fails like success: The search for an intelligent paradigm for studying intelligence. *Journal of Educational Psychology*, 73, 142-155.

STERNBERG, R.J. (1981b). Intelligence and nonentrenchment. *Journal of Educational Psychology*, 73, 1-16.

STERNBERG, R.J. (1981c). Intelligence as thinking and learning skills. *Educational Leadership,* 39, 18-20.

STERNBERG, R.J. (1982a). *Razonamiento, resolución de problemas e inteligencia*. En Sternberg, R.J. (Ed.), *Inteligencia humana*, vol. 2. Barcelona: Paidós Ibérica, 1987.

STERNBERG, R.J. (1982b). *Handbook of human intelligence.* Cambridge: Cambridge University Press.

STERNBERG, R.J. (1984). *Advances in the psychology of human intelligence*. Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

STERNBERG, R.J. (1985a). *Beyond IQ: A triarchic theory of human intelligence.* Nueva York: Cambridge University Press. En castellano, *Mas allá del cociente intelectual: Una teoría triárquica de la inteligencia*. Bilbao: Editorial Desclee de Brouwer, 1990.

STERNBERG, R.J. (1985b). Human intelligence: the model is the message. *Science*, 230, 1111-1118.

STERNBERG, R.J. (1985c). *Las capacidades humanas: un enfoque desde el procesamiento de la información. Barcelona:* Editorial Labor.

STERNBERG, R.J. (1986). *Intelligence applied: Understanding and increasing your intellectual skills*. San Diego, CA: Harcourt Brace Jovanovich.

STERNBERG, R.J. (1987). *Inteligencia humana*, *vol. I y II*. Barcelona: Paidós Ibérica.

STERNBERG, R.J. (1988a). Mental self-government: A theory of intellectual styles and their development. *Human Development.* 31, 197-224.

STERNBERG, R.J. (1988b). *Intellectual styles*. En Sternberg, R.J. (Eds.), *The triarchic mind: A new theory of human intelligence.* London: Penguin Books.

STERNBERG, R.J. (1988c). *The triarchic mind: A new theory of human intelligence.* London: Penguin Books.

STERNBERG, R.J. (1990a). *Intellectual styles: Theory and classroom implications*. En Presseisen, B.Z. et al.(Eds.), *Learning and Thinking Styles: Classroom interaction*. Nueva York: NEA Professional Library.

STERNBERG, R.J. (1990b). Thinking styles: Keys to understanding student performance. *Phi Delta Kappan,* 71, 366-371.

STERNBERG, R.J. (1991). *Triarchic Abilities Test.* En Dickinson, D. (Ed.), *Creating the future*. Aston Clinton, UK: Accelerated Learning Systems.

STERNBERG, R.J. y BERG, C. A. (1986). *Inteligencia cuantitativa*. (Definiciones de inteligencia: una comparación de los simposios de 1921 y 1986). En Sternberg, R.J. y Detterman, D.K. (Eds.), *¿Qué es inteligencia?: un enfoque actual de su naturaleza y definición*. Madrid: Editorial Pirámide.

STERNBERG, R.J. y DETTERMAN, D.K. (1979), *Human Intelligence*. Norwood, New Jersey: Ablex.

STERNBERG, R.J. y DETTERMAN, D.K. (1986). *¿Qué es inteligencia?: un enfoque actual de su naturaleza y definición*. Madrid: Editorial Pirámide.

STERNBERG, R.J. y GRIGORENKO, E.L. (1992). *Thinking styles and the Gifted: why there is no one right answer to programming decisions*. Yale University.

STERNBERG, R.J. y MARTIN, M. (1988) *General Thinking Styles Questionaire.* En Serrano, F.J. (1994), *Evaluación de la interacción de los estilos de enseñanza y aprendizaje en los contextos escolares*. Murcia: Tesis doctoral.

STERNBERG, R.J. y RIFKIN, B.(1979). The development of analogical reasoning processes. *Jounal of Experimental Child Psychology,* 27, 195-232.

STERNBERG, R.J. y SALTER, W. (1982). *Conceptions of intelligence*. En Sternberg, R.J. (Ed.), *Handbook of human intelligence.* Cambridge: Cambridge University Press.

STERNBERG, R.J. y SMIITH, E.E. (1988). *The psychology of human thought.* Cambridge: Cambridge University Press.

STERNBERG, R.J. y WEIL, E.M. (1980). An aptitude-strategy interaction in linear syllogistic reasoning. *Journal of Educational Psychology*, 72, 226-234.

STEVENS, J. (1986). *Applied Multivariate Statistics for the Social Sciences*. Hillsdale. N.J.: Lawrence Eribaum Associates.

SUÁREZ, J.M y SÁEZ, A. (1994). *Introducción al análisis discriminante*. Valencia: Universidad de Valencia, Dpto. MIDE.

SUÁREZ, J.M; JORNET, J.M. y SÁEZ, A. (1992). *Proceso general de investigación. Validez y diseño.* Valencia: Universidad de Valencia, Dpto. MIDE.

SWELLER, J. (1989). Cognitive tegnology: some procedures for facilitating learning and problem solving in matematics and science. *Journal of educational psychology*, 81, 4, 457-466.

TAYLOR, A. (1986). *Introducción a la psicología*. Madrid: Aprendizaje Visor.

THORNDIKE, E.L. (1898). Animal intelligence: An experimental study of the associative processes in animals. *Psychological Monographs*, 2, nº 8. En Mayer, R.E. (1983), *Thinking, problem solving and cognition*. New York: W.H. Freeman and Company.

THURSTONE, L.L. (1938). *Primary mental abilities.* Chicago: University of Chicago Press. En Sobrado, L y Ocampo C. (2000). *Evaluación psicopedagógica y orientación educativa.* Barcelona: Estel.

TUMA, D.T. y REIF, F. (1980). *Problem solving and education: Issues in teaching*. Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

TYLER, L.E. (1979). *Psicología de las diferencias humanas.* Madrid: Marova.

UNDERWOOD, B.J (1965). False recognition produced by implicit verbal responses. *Journal of Experimental Psychology,* 70, 122-129.

VANLEHN, K.(1983). *On the representatión of procedures in repair theory*. En Gisburg, H. (Ed.), *The development mathematical thinking.* Nueva York: Academic Press.

VEGA DE, M. (1985). *Introducción a la psicología cognitiva*. Madrid: Alianza.

VERNON, P.E. y STRDENSKY, S. (1988). Relationship between problem-solving and intelligence. *Intelligence*, 12, 435-453.

VERNON, P.E. (1971). *The estructure of human abilities*. Londres: Methuen.

VIDAL, J.G y MANJÓN, D.G (1998). *Evaluación e informe psicopedagógico.* Madrid: EOS.

VYGOTSKY, L. S (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes.* Cambridge: Cambridge University Press. En castellano, *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica, 1979.

VYGOTSKY, L.S. (1985). *Pensamiento y lenguaje*. Buenos Aires: Pléyade

WALLAS, G. (1926). *The art of thought.* Nueva York: Harcout Brace Jovanovich.

WEINER, B. (1974). *Achievement motivation and attribution theory*. Morristown, N.J.: General Learning Press.

WEINSTEIN, M.L. (1978). *Dyscalculia: A psychological and neurological approach to learning disabilities in mathematics in school children*. Universidad de Pelsilvania: Tesis doctoral.

WERTHEIMER, M. (1959). *Productive thinking*. Nueva York: Harper & Row.

WONG, B.Y.L. (1985). *Metacognition and learning disabilities*. En Forrest-Presley, D.L.; Makimon, G.E y Waller, T.E. (Eds), *Metacognition, cognition and human performance. vol 2. Instituconal Practices*. Nueva York: Academic Press.

YULE, W.y RUTTER, M. (1985). *Reading and other learning dificulties*. En Rutter, M. y Hersov, L. (Eds), *Child and adolescent psychiatry*. Oxford: Blackwell.

YUSTE, C. (1992). *Badyg E-M-S. Manual Técnico.* Madrid: CEPE.

IV

ANEXOS

7.1 Cuestionario, dirigido a los profesores, sobre el grado de dificultad que presentan los criterios de evaluación del área de matemáticas en Educación Secundaria Obligatoria.

CUESTIONARIO SOBRE EL GRADO DE DIFICULTAD QUE PRESENTAN LOS CRITERIOS DE EVALUACIÓN DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

Orientaciones para contestar a la encuesta:

Actualmente, estamos realizando un estudio sobre el desarrollo de las habilidades cognitivas que presentan los alumnos a la hora de resolver problemas matemáticos. Los resultados finales de esta investigación pueden ayudarnos a clarificar cuáles son los procesos mentales que están menos desarrollados y, posteriormente, elaborar un programa específico que pueda **mejorar las habilidades cognitivas que intervienen en la resolución de problemas**.

Con la información que nos proporciones en este cuestionario, analizaremos el grado de dificultad que presentan cada uno de los criterios de evaluación, propuestos por la LOGSE en el área de Matemáticas de Educación Secundaria Obligatoria.

Hemos seleccionado los criterios de evaluación porque consideramos que expresan claramente las capacidades que han de tener los alumnos al finalizar esta etapa educativa. Cada criterio se presenta literalmente como aparece en currículo oficial, pero si alguno no queda demasiado claro, recomendamos que se utilicen los documentos de apoyo de las “cajas rojas” editadas por el MEC.

Consideramos muy valiosas tus opiniones sobre el grado de dificultad que ofrece cada objetivo y las posibles causas que están incidiendo en el mismo. Para ello, junto a la escala de dificultad, te presentamos algunas variables que frecuentemente están influyendo, y dejamos al final un espacio libre para que puedas incluir otras que, según tu experiencia docente, consideres importantes. Si respondes en esta modalidad libre, te rogamos que lo hagas de forma breve para facilitar el análisis de estas aportaciones.

El cuestionario recoge los criterios de evaluación de los dos ciclos de Educación Secundaria Obligatoria. Por favor, contesta en la parte que hace referencia al ciclo impartido en tu centro o a las dos, si tienes experiencia en ambos.

Gracias por tu colaboración.

PRIMER CICLO

1.- Utilizar los números decimales y fraccionarios sencillos y los porcentajes para intercambiar información y resolver problemas y situaciones de la vida cotidiana.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

2.- Resolver problemas para los que se precise la utilización de las cuatro operaciones con números decimales y fraccionarios sencillos, eligiendo la forma de cálculo apropiada y valorando la adecuación del resultado al contexto.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

3.- Utilizar las gráficas (continuas) para obtener y comunicar información sobre fenómenos y situaciones en los que intervengan variables familiares y relaciones conocidas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

4.- Interpretar fórmulas sencillas que describan fenómenos o relaciones conocidos y obtener valores a partir de ellas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

5.- Hacer predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un proceso a partir de información obtenida de forma empírica o como resultado del recuento de posibilidades.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

6.- Interpretar y obtener gráficas estadísticas sencillas, así como la media, la mediana y la moda, correspondientes a distribuciones discretas de datos con pocos valores diferentes.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

7.- Estimar la medida de superficies de espacios y objetos, y calcularla cuando se trate de formas planas limitadas por segmentos y arcos de circunferencia, expresando el resultado en la unidad de medidas más adecuada.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

8.- Identificar las características geométricas de las formas planas y los cuerpos que permitan describirlos con la terminología adecuada y descomponerlos en las figuras elementales que los forman, estableciendo relaciones entre ellas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

9.- Interpretar representaciones planas sencillas de espacios y objetos y obtener información sobre algunas de sus características, como distancias, direcciones, etc., a partir de dichas representaciones.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

10.- Utilizar la relación de proporcionalidad numérica y geométrica para la obtención de cantidades y figuras proporcionales a otras.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

11.- Identificar y describir regularidades pautas y relaciones conocidas en conjuntos de números y formas geométricas similares.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

12.- Utilizar, en situaciones de resolución de problemas planteados dentro de su campo de experiencia, estrategias sencillas tales como el cambio de forma de representación, la construcción de tablas, la búsqueda de ejemplos y casos particulares o los métodos de ensayo y error sistemático.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

SEGUNDO CICLO:

1.- Utilizar los números negativos y las potencias y raíces cuadradas, con la notación convencional, en el cálculo escrito y en la resolución de problemas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

2.- Utilizar convenientemente aproximaciones por defecto y por exceso de los números acotando el error, absoluto o relativo, en un contexto de resolución de problemas, desde la toma de datos hasta la solución.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

3.- Interpretar relaciones funcionales dadas en forma de tabla o través de una expresión algebraica sencilla y representarlas utilizando gráficas cartesianas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

4.- Resolver problemas de la vida cotidiana por medio de la simbolización de las relaciones que existan en ellos y, en su caso, de la resolución de ecuaciones de primer grado.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

5.- Resolver problemas en los que se precise el planteamiento y resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

6.- Interpretar la frecuencia y la probabilidad en fenómenos aleatorios y asignar probabilidades utilizando el cálculo (Ley de Laplace) o por otros medios.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

7.- Presentar e interpretar informaciones estadísticas teniendo en cuenta la adecuación de las representaciones gráficas y la significatividad de los parámetros, así como valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:
O Muy pequeño
O Pequeño
O Término Medio
O Grande
O Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:
O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Poca comprensión lectora.
O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
O Falta de conocimientos teóricos.
O Poco ejercicio en planificación y control.
O Poca aplicación a problemas de la vida real.
O Otras: ....
....
....

8.- Estimar el volumen de los cuerpos y los espacios con una precisión acorde con la regularidad de sus formas y su tamaño, y calcularlo cuando se trate de formas compuestas por ortoedros.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:
O Muy pequeño
O Pequeño
O Término Medio
O Grande
O Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:
O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Poca comprensión lectora.
O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
O Falta de conocimientos teóricos.
O Poco ejercicio en planificación y control.
O Poca aplicación a problemas de la vida real.
O Otras: ....
....
....

9.- Utilizar los conceptos de incidencia, ángulos, movimientos, semejanza y medida en el análisis y descripción de formas y configuraciones geométricas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:
O Muy pequeño
O Pequeño
O Término Medio
O Grande
O Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:
O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Poca comprensión lectora.
O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
O Falta de conocimientos teóricos.
O Poco ejercicio en planificación y control.
O Poca aplicación a problemas de la vida real.
O Otras: ....
....
....

10.- Interpretar representaciones planas (esquemas, planos, mapas, etc.) de espacios y objetos y obtener información sobre sus características geométricas (medidas, posiciones, orientaciones, etc.) a partir de dichas representaciones, utilizando la escala cuando sea preciso.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

11.- Identificar relaciones de proporcionalidad numérica y geométrica en situaciones diversas y utilizarlas para el cálculo de términos proporcionales y razones de semejanza.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

12.- Utilizar, en situaciones de resolución de problemas, estrategias tales como la reorganización de la información de partida, la búsqueda de contraejemplos o la generalización.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:	**CAUSAS DE LA DIFICULTAD:**
O Muy pequeño	O Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
O Pequeño	O Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
O Término Medio	O Bajas habilidades intelectuales generales.
O Grande	O Poca comprensión lectora.
O Muy Grande	O Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	O Falta de conocimientos teóricos.
	O Poco ejercicio en planificación y control.
	O Poca aplicación a problemas de la vida real.
	O Otras: ....

....
....

7.2 Resultados de la encuesta, sobre el índice de dificultad de los criterios de evaluación del área de matemáticas en Educación Secundaria Obligatoria.

RESULTADOS DE LA ENCUESTA, SOBRE EL ÍNDICE DE DIFICULTAD DE LOS CRITERIOS DE EVALUACIÓN DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA.

La encuesta se pasó en 10 centros de la provincia de Albacete, repartidos entre las siguientes localidades: La Roda, Madrigueras, Hellín, Tobarra, Almansa, Caudete, y la ciudad de Albacete.

El resumen de los resultados se remitió a los centros colaboradores, para que conocieran la valoración general de cada objetivo, la contrastaran con su propia valoración y, finalmente, pudieran planificar actuaciones concretas para mejorar la consecución de los objetivos propuestos en cada etapa.

Todas las aportaciones realizadas en la variable abierta “Otras causas de dificultad”, las consideramos muy relacionadas con las que habíamos ofrecido con carácter cerrado, y decidimos incluirlas de la siguiente forma:

PRIMER CICLO

CRITERIOS:	OTRAS CAUSAS:	AÑADIMOS A:
Nº 2	Falta de relación de los aprendizajes con la vida real.	Poca aplicación a problemas de la vida real.
Nº 10	Les cuesta relacionar los conceptos con figuras.	Bajas habilidades intelectuales generales.
Nº 12	Sólo piensan en operaciones y les cuesta elaborar estrategias para la resolución de problemas.	Poco ejercicio en planificación y control.

SEGUNDO CICLO

CRITERIOS:	OTRAS CAUSAS:	AÑADIMOS A:
Nº 2	Vagos en operar con decimales.	Pobre dominio en algoritmos aritméticos y algebraicos.
Nº 2	No saben cuando tienen que aplicarlo.	Poca aplicación a problemas de la vida real.
Nº 3	Se olvidan de la lógica .	Bajas habilidades intelectuales generales.
Nº 4	Les cuesta plantear problemas e interpretar resultados.	Poco ejercicio en planificación y control.
Nº 5	Falta de lógica.	Bajas habilidades intelectuales generales.
Nº 5	Les cuesta plantear problemas.	Poco ejercicio en planificación y control.
Nº 8	Falta de dominio en conceptos espaciales.	Bajas habilidades intelectuales generales.
Nº 11	Falta de lógica.	Bajas habilidades intelectuales generales.
Nº 12	Falta de lógica.	Bajas habilidades intelectuales generales.
Nº 12	Falta de motivación al desconocer su utilidad.	Poca aplicación a problemas de la vida real.

Posteriormente, los propios participantes manifestaron su conformidad con estas inclusiones, teniendo en cuenta la ampliación de matices que aportan a las variables que se unen.

Los resultados generales de la encuesta se recogen en los siguientes cuadros:

CRITERIOS DE EVALUACIÓN DEL PRIMER CICLO:

1.- Utilizar los números decimales y fraccionarios sencillos y los porcentajes para intercambiar información y resolver problemas y situaciones de la vida cotidiana.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

25 %	Muy pequeño
	Pequeño
37,5 %	Término Medio
37,5 %	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

27,3 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
27,3 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
9 %	Poca comprensión lectora.
	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
9 %	Falta de conocimientos teóricos.
9 %	Poco ejercicio en planificación y control.
18,2 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

2.- Resolver problemas para los que se precise la utilización de las cuatro operaciones con números decimales y fraccionarios sencillos, eligiendo la forma de cálculo apropiada y valorando la adecuación del resultado al contexto.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

25 %	Muy pequeño
	Pequeño
25 %	Término Medio
37,5 %	Grande
12,5 %	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

23.1 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
15,4 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
30,8 %	Poca comprensión lectora.
7,7 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	Falta de conocimientos teóricos.
	Poco ejercicio en planificación y control.
23,1 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

3.- Utilizar las gráficas (continuas) para obtener y comunicar información sobre fenómenos y situaciones en los que intervengan variables familiares y relaciones conocidas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

25 %	Muy pequeño
50 %	Pequeño
25 %	Término Medio
	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
33,3 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
	Poca comprensión lectora.
33,3 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	Falta de conocimientos teóricos.
	Poco ejercicio en planificación y control.
33,3 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

4.- Interpretar fórmulas sencillas que describan fenómenos o relaciones conocidos y obtener valores a partir de ellas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

12,5 %	Muy pequeño
50 %	Pequeño
37,5 %	Término Medio
	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

30 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
30 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
10 %	Poca comprensión lectora.
10 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
10 %	Falta de conocimientos teóricos.
	Poco ejercicio en planificación y control.
10 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

5.- Hacer predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un proceso a partir de información obtenida de forma empírica o como resultado del recuento de posibilidades.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

	Muy pequeño
37,5 %	Pequeño
	Término Medio
62,5 %	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
25 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
25 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
25 %	Poca comprensión lectora.
	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
25 %	Falta de conocimientos teóricos.
	Poco ejercicio en planificación y control.
	Poca aplicación a problemas de la vida real.

6.- Interpretar y obtener gráficas estadísticas sencillas, así como la media, la mediana y la moda, correspondientes a distribuciones discretas de datos con pocos valores diferentes.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

25 %	Muy pequeño
50 %	Pequeño
	Término Medio
25 %	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
20 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
	Poca comprensión lectora.
	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
20 %	Falta de conocimientos teóricos.
20 %	Poco ejercicio en planificación y control.
40 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

7.- Estimar la medida de superficies de espacios y objetos, y calcularla cuando se trate de formas planas limitadas por segmentos y arcos de circunferencia, expresando el resultado en la unidad de medidas más adecuada.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

37,5 %	Muy pequeño
12,5 %	Pequeño
50 %	Término Medio
	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

14,3 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
14,3 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
	Poca comprensión lectora.
14,3 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
28,6 %	Falta de conocimientos teóricos.
	Poco ejercicio en planificación y control.
28,6 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

8.- Identificar las características geométricas de las formas planas y los cuerpos que permitan describirlos con la terminología adecuada y descomponerlos en las figuras elementales que los forman, estableciendo relaciones entre ellas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

37,5 %	Muy pequeño
25 %	Pequeño
37,5 %	Término Medio
	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
40 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
	Poca comprensión lectora.
	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
20 %	Falta de conocimientos teóricos.
20 %	Poco ejercicio en planificación y control.
20 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

9.- Interpretar representaciones planas sencillas de espacios y objetos y obtener información sobre algunas de sus características, como distancias, direcciones, etc., a partir de dichas representaciones.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

25 %	Muy pequeño
62,5 %	Pequeño
12,5 %	Término Medio
	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

33,3 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
16,6 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
33,3 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
	Poca comprensión lectora.
	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	Falta de conocimientos teóricos.
	Poco ejercicio en planificación y control.
16,6 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

10.- Utilizar la relación de proporcionalidad numérica y geométrica para la obtención de cantidades y figuras proporcionales a otras.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

25 %	Muy pequeño
37,5 %	Pequeño
12,5 %	Término Medio
25 %	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

14,3 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
28,6 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
14,3 %	Poca comprensión lectora.
14,3 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	Falta de conocimientos teóricos.
	Poco ejercicio en planificación y control.
28,6 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

11.- Identificar y describir regularidades pautas y relaciones conocidas en conjuntos de números y formas geométricas similares.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

	Muy pequeño
12,5 %	Pequeño
37,5 %	Término Medio
50 %	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

10 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
20 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
20 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
30 %	Poca comprensión lectora.
	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	Falta de conocimientos teóricos.
	Poco ejercicio en planificación y control.
20 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

12.- Utilizar, en situaciones de resolución de problemas planteados dentro de su campo de experiencia, estrategias sencillas tales como el cambio de forma de representación, la construcción de tablas, la búsqueda de ejemplos y casos particulares o los métodos de ensayo y error sistemático.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

	Muy pequeño
12,5 %	Pequeño
12,5 %	Término Medio
50 %	Grande
25 %	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
13,3 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
13,3 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
20 %	Poca comprensión lectora.
13,3 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
6,6 %	Falta de conocimientos teóricos.
20 %	Poco ejercicio en planificación y control.
13,3 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

SEGUNDO CICLO:

1.- Utilizar los números negativos y las potencias y raíces cuadradas, con la notación convencional, en el cálculo escrito y en la resolución de problemas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

	Muy pequeño
8,4 %	Pequeño
50 %	Término Medio
41,6 %	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

16,6 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
13,3 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
13,3 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
13,3 %	Poca comprensión lectora.
30 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	Falta de conocimientos teóricos.
3,3 %	Poco ejercicio en planificación y control.
10 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

2.- Utilizar convenientemente aproximaciones por defecto y por exceso de los números acotando el error, absoluto o relativo, en un contexto de resolución de problemas, desde la toma de datos hasta la solución.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

	Muy pequeño
16,6 %	Pequeño
25 %	Término Medio
41,6 %	Grande
16,6 %	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

12,5 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
25 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
6,2 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
6,2 %	Poca comprensión lectora.
12,5 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
12,5 %	Falta de conocimientos teóricos.
	Poco ejercicio en planificación y control.
25 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

3.- Interpretar relaciones funcionales dadas en forma de tabla o través de una expresión algebraica sencilla y representarlas utilizando gráficas cartesianas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

8,3 %	Muy pequeño
50 %	Pequeño
25 %	Término Medio
16,6 %	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

13,6 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
27,3 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
13,6 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
9,1 %	Poca comprensión lectora.
13,6 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
9,1 %	Falta de conocimientos teóricos.
4,5 %	Poco ejercicio en planificación y control.
9,1 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

4.- Resolver problemas de la vida cotidiana por medio de la simbolización de las relaciones que existan en ellos y, en su caso, de la resolución de ecuaciones de primer grado.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

8,3 %	Muy pequeño
8,3 %	Pequeño
16,6 %	Término Medio
41,6 %	Grande
25 %	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

3,7 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
14,8 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
18,5 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
37 %	Poca comprensión lectora.
11,1 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	Falta de conocimientos teóricos.
7,4 %	Poco ejercicio en planificación y control.
7,4 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

5.- Resolver problemas en los que se precise el planteamiento y resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

8,3 %	Muy pequeño
	Pequeño
8,3 %	Término Medio
58,3 %	Grande
25 %	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

3,6 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
10,7 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
17,9 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
32,1 %	Poca comprensión lectora.
14,3 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
3,6 %	Falta de conocimientos teóricos.
10,7 %	Poco ejercicio en planificación y control.
7,1 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

6.- Interpretar la frecuencia y la probabilidad en fenómenos aleatorios y asignar probabilidades utilizando el cálculo (Ley de Laplace) o por otros medios.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

	Muy pequeño
33,3 %	Pequeño
8,3 %	Término Medio
33,3 %	Grande
25 %	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

5,5 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
33,3 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
	Bajas habilidades intelectuales generales.
16,6 %	Poca comprensión lectora.
16,6 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
	Falta de conocimientos teóricos.
16,6 %	Poco ejercicio en planificación y control.
11,1 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

7.- Presentar e interpretar informaciones estadísticas teniendo en cuenta la adecuación de las representaciones gráficas y la significatividad de los parámetros, así como valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

25 %	Muy pequeño
8,3 %	Pequeño
41,6 %	Término Medio
25 %	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
33,3 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
	Bajas habilidades intelectuales generales.
	Poca comprensión lectora.
16,6 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
25 %	Falta de conocimientos teóricos.
8,3 %	Poco ejercicio en planificación y control.
16,6 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

8.- Estimar el volumen de los cuerpos y los espacios con una precisión acorde con la regularidad de sus formas y su tamaño, y calcularlo cuando se trate de formas compuestas por ortoedros.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

	Muy pequeño
8,3 %	Pequeño
58,3 %	Término Medio
25 %	Grande
8,3 %	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

27,8 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
5,5 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
27,8 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
	Poca comprensión lectora.
5,5 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
22,2 %	Falta de conocimientos teóricos.
	Poco ejercicio en planificación y control.
11,1 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

9.- Utilizar los conceptos de incidencia, ángulos, movimientos, semejanza y medida en el análisis y descripción de formas y configuraciones geométricas.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

8,3 %	Muy pequeño
16,6 %	Pequeño
33,3 %	Término Medio
41,6 %	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

14,3 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
21,4 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
7,1 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
14,3 %	Poca comprensión lectora.
7,1 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
21,4 %	Falta de conocimientos teóricos.
14,3 %	Poco ejercicio en planificación y control.
	Poca aplicación a problemas de la vida real.

10.- Interpretar representaciones planas (esquemas, planos, mapas, etc.) de espacios y objetos y obtener información sobre sus características geométricas (medidas, posiciones, orientaciones, etc.) a partir de dichas representaciones, utilizando la escala cuando sea preciso.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

	Muy pequeño
33,3 %	Pequeño
41,6 %	Término Medio
25 %	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

5,3 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
15,8 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
21 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
5,3 %	Poca comprensión lectora.
10,5 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
15,8 %	Falta de conocimientos teóricos.
15,8 %	Poco ejercicio en planificación y control.
10,5 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

11.- Identificar relaciones de proporcionalidad numérica y geométrica en situaciones diversas y utilizarlas para el cálculo de términos proporcionales y razones de semejanza.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

16,6 %	Muy pequeño
8,3 %	Pequeño
41,6 %	Término Medio
33,3 %	Grande
	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

16,6 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
16,6 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
5,5 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
	Poca comprensión lectora.
16,6 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
22,2 %	Falta de conocimientos teóricos.
5,5 %	Poco ejercicio en planificación y control.
16,6 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

12.- Utilizar, en situaciones de resolución de problemas, estrategias tales como la reorganización de la información de partida, la búsqueda de contraejemplos o la generalización.

ÍNDICE DE DIFICULTAD:

	Muy pequeño
	Pequeño
16,6 %	Término Medio
33,3 %	Grande
50 %	Muy Grande

CAUSAS DE LA DIFICULTAD:

5,2 %	Aprendizajes anteriores deficientes o con baja comprensión.
23,7 %	Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
18,4 %	Bajas habilidades intelectuales generales.
13,1 %	Poca comprensión lectora.
7,9 %	Pobre dominio en los algoritmos aritméticos y algebraicos.
2,6 %	Falta de conocimientos teóricos.
18,4 %	Poco ejercicio en planificación y control.
10,5 %	Poca aplicación a problemas de la vida real.

CUADRO RESUMEN SOBRE EL ÍNDICE DE DIFICULTAD:

PRIMER CICLO

ÍNDICE D. / CRITERIOS.	M.P.	P.	T.M.	G.	M.G.
1	25	0	37,5	37,5	0
2	25	0	25	37,5	12,5
3	25	50	25	0	0
4	12,5	50	37,5	0	0
5	0	37,5	0	62,5	0
6	25	50	0	25	0
7	37,5	12,5	50	0	0
8	37,5	25	37,5	0	0
9	25	62,5	12,5	0	0
10	25	37,5	12,5	25	0
11	0	12,5	37,5	50	0
12	0	12,5	12,5	50	25
% ACUMULADO	**237,5**	**350**	**287,5**	**287,5**	**37,5**
% MEDIO	**19,79**	**29,16**	**23,95**	**23,95**	**3,12**

SEUNDO CICLO

1	0	8,4	50,3	41,6	0
2	0	16,6	25	41,6	16,6
3	8,3	50	25	16,6	0
4	8,3	8,3	16,6	41,6	25
5	8,3	0	8,3	58,3	25
6	0	33,3	8,3	33,3	25
7	25	8,3	41,6	25	0
8	0	8,3	58,3	25	8,3
9	8,3	16,6	33,3	41,6	0
10	0	33,3	41,6	25	0
11	16,6	8,3	41,6	33,3	0
12	0	0	16,6	33,3	50
% ACUMULADO	**74,8**	**191,4**	**366,5**	**416,2**	**149,9**
% MEDIO	**6,23**	**15,95**	**30,54**	**34,68**	**12,49**

M.P.= Muy Pequeño P.= Pequeño T.M.= Término Medio G.= Grande M.G.= Muy Grande.

Según estos resultados, el 73 % de las valoraciones del primer ciclo nos indican que el índice de dificultad oscila entre muy bajo y término medio.

Sin embargo, en el segundo ciclo, se invierte esta valoración, considerando que los objetivos propuestos para esta etapa presentan un índice de dificultad general más elevado, pues el 47% de los encuestados valora su dificultad como alta o muy alta.

CUADRO GENERAL SOBRE LAS CAUSAS DE DIFICULTAD

PRIMER CICLO

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	27,3	0	27,3	9	0	9	9	18,2
2	23,1	0	15,4	30,8	7,7	0	0	23,1
3	0	0	33,3	0	33,3	0	0	33,3
4	30	0	30	10	10	10	0	10
5	0	25	25	25	0	25	0	0
6	0	0	20	0	0	20	20	40
7	14,3	0	14,3	0	14,3	28,6	0	28,6
8	0	0	40	0	0	20	20	20
9	33,3	16,6	33,3	0	0	0	0	16,6
10	14,3	0	28,6	14,3	14,3	0	0	28,6
11	10	20	20	30	0	0	0	20
12	0	13,3	13,3	20	13,3	6,6	20	13,3
% ACUMULADO	**152,3**	**74,9**	**300,5**	**139,1**	**92,9**	**119,2**	**69**	**251,7**
% MEDIO	**12,69**	**6,24**	**25,04**	**11,59**	**7,74**	**9,93**	**5,75**	**20,97**

SEGUNDO CICLO

1	16,6	13,3	13,3	13,3	30	0	3,3	10
2	12,5	25	6,2	6,2	12,5	12,5	0	25
3	13,6	27,3	13,6	9,1	13,6	9,1	4,5	9,1
4	3,7	14,8	18,5	37	11,1	0	7,4	7,4
5	3,6	10,7	17,9	32,1	14,3	3,6	10,7	7,1
6	5,5	33,3	0	16,6	16,6	0	16,6	11,1
7	0	33,3	0	0	16,6	25	8,3	16,6
8	27,8	5,5	27,8	0	5,5	22,2	0	11,1
9	14,3	21,4	7,1	14,3	7,1	21,4	14,3	0
10	5,3	15,8	21	5,3	10,5	15,8	15,8	10,5
11	16,6	16,6	5,5	0	16,6	22,2	5,5	16,6
12	5,2	23,7	18,4	13,1	7,9	2,6	18,4	10,5
% ACUMULADO	**124,7**	**240,7**	**149,3**	**147**	**162,3**	**134,4**	**104,8**	**135**
% MEDIO	**10,39**	**20,05**	**12,44**	**12,25**	**13,52**	**11,2**	**8,73**	**11,25**

A: Aprendizajes anteriores deficientes.
B: Poca relación entre los aprendizajes adquiridos.
C: Bajas habilidades intelectuales generales.
D: Poca comprensión lectora.
E: Pobre dominio en los algoritmos.
F: Falta de conocimientos teóricos.
G: Poco ejercicio en planificación y control.
H: Poca aplicación a problemas de la vida real.

CAUSAS DE LA DIFICULTAD, ORDENADAS DE MAYOR A MENOR IMPORTANCIA, EN EL PRIMER CICLO:

1º: Bajas habilidades intelectuales generales: 25,04%.
2º: Poca aplicación a problemas de la vida real: 20,9%.
3º: Aprendizajes anteriores deficientes: 12,69%.
4º: Poca comprensión lectora: 11,59%.
5º: Falta de conocimientos teóricos: 9,93.
6º: Pobre dominio en los algoritmos: 7,74%.
7º: Poca relación entre los aprendizajes: 6,24%.
8º: Poco ejercicio en planificación y control: 5,75%.

CAUSAS DE LA DIFICULTAD, ORDENADAS DE MAYOR A MENOR IMPORTANCIA, EN EL SEGUNDO CICLO:

1º: Poca relación entre los aprendizajes: 20,06%.
2º: Pobre dominio en los algoritmos: 13,52%.
3º: Bajas habilidades intelectuales generales: 12,44%.
4º: Poca comprensión lectora: 12,25%.
5º: Poca aplicación a problemas de la vida real: 11,25%.
6º: Falta de conocimientos teóricos: 11,2%.
7º: Aprendizajes anteriores deficientes: 10,39%.
8º: Poco ejercicio en planificación y control: 8,73%.

7.3 Cuestionario para recoger sugerencias, sobre la adecuación de los problemas elaborados a los criterios de evaluación y al nivel de conocimientos de los alumnos.

CUESTIONARIO PARA RECOGER SUGERENCIAS, SOBRE LA ADECUACIÓN DE LOS PROBLEMAS A LOS CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y AL NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE LOS ALUMNOS.

Como ya sabes por las entrevistas que hemos mantenido personalmente, estamos elaborando una batería de problemas matemáticos, adaptada a los criterios de evaluación del primer ciclo de ESO, para analizar y valorar los procesos cognitivos que utilizan los alumnos a la hora de resolver estos problemas.

Para cada criterio de evaluación, hemos elaborado dos problemas relacionados con situaciones de la vida real, teniendo en cuenta la información que nos habéis proporcionado en el cuestionario anterior, las orientaciones del MEC para esta etapa educativa, y las aportaciones de varias investigaciones realizadas en este campo.

En estos problemas, planteamos situaciones cotidianas de la vida de los adolescentes para que puedan percibir mejor la utilidad de esta actividad y, así, aumente la motivación hacia las tareas que les vamos a proponer.

Antes de realizar las pruebas que pasaremos en la primera experiencia piloto, con una pequeña muestra de alumnos, queremos contar con tus sugerencias, sobre la adecuación de estos problemas a los objetivos plantados por la LOGSE y al nivel de conocimientos de los alumnos. Por esta razón, queremos recoger, en este cuestionario, todas las opiniones que, como profesor/a especialista en el área de matemáticas, consideres oportunas.

El cuestionario lo hemos organizado de la siguiente forma:

En primer lugar, presentamos el criterio de evaluación propuesto por la LOGSE para el área de matemáticas del primer ciclo de Educación Secundaria y, a continuación, dos problemas que consideramos apropiados para comprobar el grado de consecución de este objetivo.

Hemos dividido la batería en cuatro fases (compresión lingüístico-semántica; conocimiento esquemático; conocimiento estratégico y ejecución algorítmica) para analizar y valorar el proceso cognitivo de los alumnos en la resolución de estos problemas.

Cada fase plantea una pregunta que se ha de responder seleccionando la respuesta entre cuatro alternativas. En este cuestionario **la opción correcta siempre aparece en último lugar, marcada con la letra "d",** para que la podamos localizar rápidamente, y nos facilite su análisis y comparación con el resto de las alternativas. (En las pruebas de los alumnos, lógicamente, se colocará aleatoriamente).

La batería que diseñemos para los alumnos presentará siempre los mismos problemas en cada una de estas cuatro fases:

1ª ECCL: Evalúa los Componentes Cognitivos en la Comprensión Lectora, mediante la pregunta: **¿qué te pide este problema?.**

2ª ECSP: Evalúa los Componentes Cognitivos en la Selección del Plan de Trabajo, **pidiendo al alumno que seleccione el plan de trabajo adecuado para resolver el problema** (Conocimiento esquemático).

3ª ECOE: Evalúa los Componentes Cognitivos en la Organización de Estrategias, respondiendo al interrogante: **¿qué harías en primer lugar?** (Conocimiento estratégico).

4ª ECEP: Evalúa los Componentes Cognitivos en la Ejecución del Plan de Trabajo, informando sobre el procedimiento algorítmico que le permitirá resolver el problema, y **solicitando** a continuación **que realice los cálculos necesarios e indique el resultado correcto**. En esta fase final, pretendemos valorar la habilidad que han desarrollado los alumnos para ejecutar los procedimientos algorítmicos. Pensamos que nos podemos encontrar algunos alumnos que no saben cómo se hace el problema en la fase de selección del plan, pero luego, cuando les indicamos el algoritmo, lo aplican correctamente, o la inversa. También pretende una finalidad didáctica, pues se le indica al alumno el proceso adecuado para resolver el problema y, si no lo sabía resolver, puede aprenderlo en este momento, manifestando su habilidad para asimilar la nueva información y ponerla en práctica.

Al final, hemos dejado un espacio libre, donde nos puedes indicar las sugerencias que estimes oportunas:

- Adecuación del problema al criterio de evaluación.
- Adecuación de las alternativas a la pregunta planteada.
- Posibles confusiones entre algunas alternativas.
- Adecuación del problema a los aprendizajes de los alumnos.
- Otras.

Es posible que consideres estos problemas demasiado fáciles. Sin embargo, una pequeña experiencia piloto, realizada con alumnos de 8º de EGB, nos ha demostrado que presentan un índice de dificultad medio alto, lo que nos ha obligado a realizar un planteamiento con menor dificultad. Por otro lado, su bajo índice de dificultad puede mejorar la motivación de los alumnos en la realización de esta tarea. Por estas razones, pensamos que, inicialmente, pueden ser adecuados para lograr los objetivos de esta investigación. De cualquier forma, queremos contar con tus sugerencias antes de elaborar la batería que aplicaremos en dos próximas experiencias piloto. Al final de este proceso, diseñaremos la batería definitiva para aplicarla en la muestra seleccionada.

Para terminar, exponemos de forma resumida los fundamentos teóricos en los que se basa este estudio para que puedas comprender mejor la finalidad de todo este proceso.

Como objetivo final, pretendemos analizar y valorar el desarrollo de los procesos cognitivos desde las aportaciones de la *teoría triárquica* de la inteligencia de Sternberg.

Esta teoría valora la inteligencia desde tres ámbitos diferentes, estructurados en tres subteorías interrelacionadas:

- **Subteoría componencial:** Estudia los mecanismos mentales que rigen el comportamiento inteligente de la persona, denominándolos *componentes de procesamiento de la información*. Estos componentes pueden ser de tres tipos:
  - **Metacomponentes**: Son procesos ejecutivos de orden superior que planifican, supervisan y evalúan el desarrollo de la tarea o resolución del problema. Se consideran procesos "ejecutivos" porque realizan funciones específicas de control sobre la tarea que se está realizando. Por un lado, ordenan al resto de los componentes lo que deben hacer y, por otro lado, reciben información sobre cómo se está realizando el proceso, controlando, así, la adecuación del acto inteligente. En nuestro estudio, el reconocer la naturaleza de un problema, elaborar un plan de trabajo, y secuenciar los pasos de la resolución, representan tareas en las que han de intervenir estos metacomponentes. Las pruebas

1-ECCL, 2-ECSP y 3-ECOE pretenden valorar el desarrollo de estos metacomponentes.

- **Componentes de ejecución**: Son los mecanismos que se encargan de resolver el problema, ejecutando las estrategias que dictan los metacomponentes. Deben trabajar en coordinación con ellos, pues, de otra forma, resultarían ineficaces en la resolución del problema. Pueden ser de varios tipos: de *codificación* para percibir la naturaleza del problema y acceder a la información almacenada, de *aplicación* para utilizar las estrategias planificadas, etc. Estos componentes se analizan en la fase final, pidiéndole al alumno que ejecute los algoritmos que resuelven el problema.

- **Componentes de adquisición de conocimientos**: Se encargan de adquirir nueva información, recordar la información adquirida previamente y transferir lo aprendido a otro contexto. Funcionan de forma complementaria con los metacomponentes y componentes de ejecución. Intervienen en todas las pruebas planteadas, pero, especialmente, en fase final, cuando los alumnos desconocen el plan de resolución y han de utilizar la información presentada.

- **Subteoría experiencial:** Estudia la aplicación de los componentes en la experiencia del sujeto. Conocer cómo se solucionan los problemas no implica resolverlos. Analiza la capacidad para enfrentarse a problemas o situaciones nuevas y la capacidad para automatizar la información recibida.

  Para valorar esta capacidad, en nuestro estudio, proponemos problemas novedosos en los que se han de aplicar los conocimientos adquiridos en otras situaciones diferentes.

- **Subteoría contextual o práctica:** Estudia cómo los componentes se utilizan para adaptarse al medio, seleccionarlo o modificarlo. Desde esta subteoría, un acto inteligente para una persona de una determinada cultura, puede no serlo en otro contexto diferente. En nuestro estudio, hemos planteado problemas cotidianos, frecuentes en el contexto experiencial del alumno y cuya resolución nos puede indicar el grado de adaptación a nuestro contexto sociocultural.

1.- Utilizar los números decimales y fraccionarios sencillos y los porcentajes para intercambiar información y resolver problemas y situaciones de la vida cotidiana.

1.-Pedro ha invitado a su cumpleaños a sus tres amigos. El primero se ha comido 1/5 de la tarta, el 2º 1/6, y el 3º 1/3. ¿Cuánta tarta se podrá comer Pedro?

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Averiguar lo que come cada uno.
☐-b)Hallar lo que se comen entre todos.
☐-c)Averiguar lo que comen los amigos de Pedro.
☐-d)Calcular lo que le queda a Pedro.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Sumar fracciones con el mismo denominador.
☐-b)Restar fracciones con el mismo numerador.
☐-c)Restar fracciones con diferente numerador.
☐-d)Sumar fracciones con diferente denominador.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Pasar los números fraccionarios a decimales.
☐-b)Realizar una suma de decimales.
☐-c)Pasar estas fracciones a otras con numerador común.
☐-d)Pasar estas fracciones a otras con denominador común.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
Si sumamos los tres números fraccionarios, rápidamente obtendremos la tarta que se han comido los amigos de Pedro. Después sólo tendremos que restar este número a la tarta completa. ¿Cuál de las siguientes alternativas es la solución correcta?

☐-a) $\frac{21}{30}$ ☐-b) $\frac{25}{30}$ ☐-c) $\frac{5}{10}$ ☐-d) $\frac{3}{10}$

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

2.-De una bolsa que contiene 81 caramelos sacamos 2/9 . De los que quedan volvemos a sacar otros 2/9, ¿Cuántos caramelos podemos sacar de la bolsa después de esta última extracción?

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Calcular los caramelos que sacamos.
☐-b)Averiguar el valor de las fracciones.
☐-c)Realizar una diferencia de fracciones.
☐-d)Hallar los caramelos que quedan.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?

☐-a) $\left(81 \text{ x} \frac{(2 \text{ x } 81)}{9}\right)$ ☐-b) $\left(81 - \frac{(9 \text{ x } 81)}{2}\right)$

☐-c) $\left(81 + \frac{(2 \text{ x } 81)}{9}\right)$ ☐-d) $\left(81 - \frac{(2 \text{ x } 81)}{9}\right)$

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Poner el mismo denominador.
☐-b)Hallar el valor de la segunda extracción.
☐-c)Calcular los caramelos que quedan.
☐-d)Averiguar el valor de la primera extracción.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
En este problema, primero has de averiguar el valor de la primera extracción, $81 - \frac{2 \text{ x } 81}{9}$ y después repetir la operación con los caramelos restantes. ¿Cuál de los siguientes valores representa los caramelos que nos quedan?
☐-a) 39 caramelos ☐-b) 45 caramelos ☐-c) 52 caramelos ☐-d) 49 caramelos

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

2.- Resolver problemas para los que se precise la utilización de las cuatro operaciones con números decimales y fraccionarios sencillos, eligiendo la forma de cálculo apropiada y valorando la adecuación del resultado al contexto.

3.-Los seres humanos consumimos diariamente por termino medio 1/50 de nuestro peso en alimentos, mientras que un ratón se come cada día la mitad de su peso. ¿Cuántos gramos de alimento necesitará cada día una persona de 70 Kg. de peso, y un ratón de 0,300 Kg.?

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Calcular el peso en gramos de la persona y el ratón.
☐-b)Averiguar la proporción de comida entre la persona y el ratón.
☐-c)Calcular la diferencia entre la comida diaria que come la persona y el ratón.
☐-d)Averiguar la cantidad de comida diaria que come una persona y un ratón.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Hacer repartos inversamente proporcionales.
☐-b)Plantear una sistema de ecuaciones
☐-c)Utilizar una regla de tres simple inversa
☐-d)Utilizar una regla de tres simple directa

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Calcular lo que comen entre los dos.
☐-b)Averiguar la diferencia de peso entre la persona y el ratón.
☐-c)Calcular lo que come el hombre más que el ratón.
☐-d)Hallar lo que come el ratón.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
Este problema lo puedes resolver averiguando la cantidad de comida que corresponde al peso del hombre y del ratón: H (Comida diaria del hombre)=1/50 de 70 Kg. y R (Comida diaria del ratón)= ½ de 0,300 Kg.
Averigua el valor de estas expresiones e indica la respuesta correcta.

☐-a) H=140 g. R=150 g. ☐-c) H=2400 g. R=150 g.
☐-b) H=1400 g. R=15 g. ☐-d) H=1400 g. R= 150 g.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

4.-En un periódico puedes leer la siguiente noticia: El 2,5% de los mil congresistas se abstuvieron en la votación". ¿Serías capaz de escribir esta noticia sin que aparezcan los números decimales?

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Averiguar el número de congresistas que votaron
☐-b)Pasar los datos de tanto por ciento a tanto por mil.
☐-c)Pasar el número decimal a número fraccionario.
☐-d)Indicar el número de congresistas que no votaron.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Dividir el número de congresistas por 2,5
☐-b)Multiplicar 2,5 por 100 y dividir por 1000.
☐-c)Dividir 100 por 2,5 y multiplicar por 1000.
☐-d)Multiplicar 2,5 por 1000 y dividir por 100.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Quitar decimales y multiplicar por 10.
☐-b)Hallar una fracción equivalente a 2,5.
☐-c)Averiguar el número de congresistas que votaron.
☐-d)Averiguar el número de congresistas que corresponde a 2,5%

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
Para resolver este problema puedes realizar una regla de tres simple directa con el siguiente planteamiento:
"Si a 100 congresistas le corresponde 2,5
a 1000 congresistas le corresponderá X"

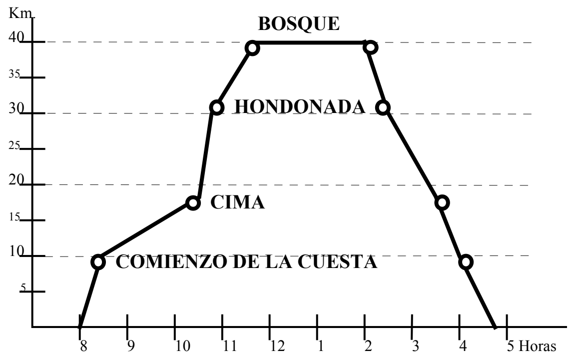
¿Realiza los cálculos oportunos y señala cuál es el valor de X?

☐-a) X=250 ☐-b) X=2,5 ☐-c) X=2,55 ☐-d) X=25

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

3.- Utilizar las gráficas (continuas) para obtener y comunicar información sobre fenómenos y situaciones en los que intervengan variables familiares y relaciones conocidas.

5.-Esta gráfica representa una excursión en bicicleta desde nuestro pueblo a un bosque que está a 40 Km.. Para llegar a este lugar se ha de seguir un itinerario de subidas y bajadas. Mirando a la gráfica, ¿puedes indicar cuántos kilómetros hay desde el comienzo de la cuesta hasta la cima, y cuánto tiempo hemos tardado en subirla?.



1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?

☐-a)Hallar la velocidad media y distancia desde el comienzo de la cuesta a la cima.

☐-b)Calcular el espacio recorrido en la excursión y tiempo empleado.

☐-c)Averiguar la altura de la cima y el tiempo empleado en subirla.

☐-d)Calcular el tiempo empleado en subir a la cima y el espacio recorrido de cuesta.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?

☐-a)Averiguar los datos mediante una regla de tres simple.

☐-b)Hallar los valores midiendo con una regla.

☐-c)Averiguar los valores prolongando los ejes de ordenadas y abscisas.

☐-d)Calcular los valores proyectando los puntos sobre los ejes.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?

☐-a)Medir la distancia con una regla.

☐-b)Averiguar la escala del gráfico.

☐-c)Localizar los ejes de ordenadas y abscisas.

☐-d)Averiguar los valores que representa cada eje.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.

Una de las estrategias más frecuentes para resolver este problema consiste en marcar los puntos indicados y proyectarlos de forma perpendicular sobre los ejes. Si proyectamos los puntos "comienzo de cuesta" y "cima" sobre el eje del tiempo obtendremos el tiempo "T" empleado; de igual forma lo podemos hacer con el espacio, y obtendremos el valor "E" .Realiza estas operaciones e indica los valores de "T" y "E".

☐-a)T=1,5 h. E=19 Km. ☐-c)T=2,5 h. E=9 Km

☐-b)T=2 h. E=17 Km.. ☐-d)T=2 h. E=8 Km.

....

....

....

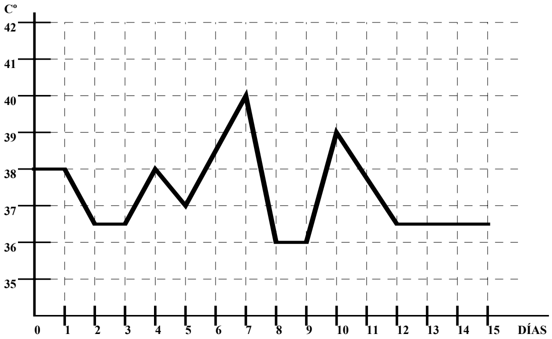
....

....

....

....

6.-La siguiente gráfica describe la evolución de la temperatura de un paciente con el paso del tiempo. ¿Podrías indicar cuánto ha durado la enfermedad de esta persona, si tienes en cuenta que la temperatura normal es de 36,5 º C.?



1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?

☐-a)Hallar la temperatura media del enfermo.

☐-b)Averiguar los días que más fiebre ha tenido.

☐-c)Calcular los días que más fiebre ha tenido.

☐-d)Averiguar los días que ha estado enfermo.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?

☐-a)Hallar la mediana de los días que ha tenido fiebre.

☐-b)Hallar la media de los días que ha tenido fiebre.

☐-c)Hacer un cálculo estimativo de los días de enfermedad.

☐-d)Contar los días de fiebre en las coordenadas del gráfico.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?

☐-a)Localizar los ejes de ordenadas y abscisas.

☐-b)Prolongar los ejes sobre sus coordenadas.

☐-c)Observar las temperaturas por encima de 36,5 º C.

☐-d)Averiguar las variables que representa cada eje.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.

Para resolver este problema es necesario localizar los datos que representa cada eje, y contar los días con una temperatura por encima de los 36,5 º C. Indica cuál de las siguientes cantidades refleja los días de enfermedad.

☐-a) 15 días ☐-b) 8 días ☐-c) 5 días ☐-d) 10 días

4.- Interpretar fórmulas sencillas que describan fenómenos o relaciones conocidos y obtener valores a partir de ellas.

7.-Para realizar el viaje de fin de curso, hemos organizado varias actividades, recaudando 375.000 ptas. Como el viaje lo pensamos hacer el próximo año, hemos depositado este dinero en un banco de la localidad. El director nos ha prometido 26.250 ptas. de intereses si lo dejamos en el banco un año completo. Si el interés simple por un año es: $\frac{C.r.t}{100}$ ¿Podrías averiguar el rédito que nos está ofreciendo el banco?

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Calcular los beneficios del dinero depositado
☐-b)Hallar los intereses producidos por nuestro capital
☐-c)Calcular la rentabilidad de nuestro dinero
☐-d)Averiguar el interés producido por cada 100 ptas.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Dividir el capital por el interés y multiplicar por 100.
☐-b)Multiplicar el capital por 100 y dividir por el interés.
☐-c)Dividir el capital por 100 y multiplicar por el interés.
☐-d)Multiplicar el interés por 100 y dividir por el capital.

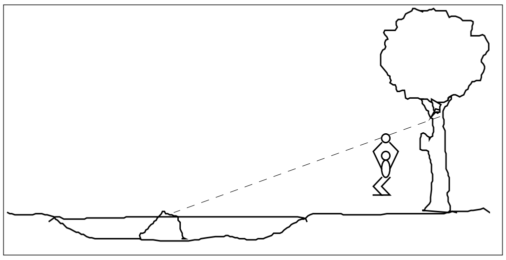
3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Dividir el capital por el interés producido.
☐-b)Multiplicar el dinero recaudado por 100.
☐-c)Dividir el interés entre los 12 meses del año.
☐-d)Multiplicar el interés producido por 100.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
Este problema se puede resolver despejando "r" de la fórmula ofrecida, en la que C=capital, r=rédito, y t=tiempo medido en años. Realiza ahora los cálculos necesarios e indica el resultado correcto.

☐-a) r=6,5% ☐-b) r=7,5% ☐-c) r=8% ☐-d) r=7%

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

8.-Según se representa en el dibujo, queremos colocar una cuerda entre las ramas del árbol y la roca que hay en el centro de un río para darnos divertidos chapuzones.



Sabemos que la distancia de las ramas al suelo es de 4 metros, y que también existe esta misma distancia entre el árbol y la orilla del río, y entre ésta y la roca; pero no sabemos la distancia que hay entre las ramas del árbol y la roca. Si tienes en cuenta que: $h^2=a^2+b^2$, ¿puedes ayudarnos a resolver el problema?

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
- ☐-a)Calcular la altura total del árbol.
- ☐-b)Calcular la distancia del árbol a la roca.
- ☐-c)Calcular la altura del árbol más la distancia al río.
- ☐-d)Calcular la distancia de las ramas a la roca.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
- ☐-a)Multiplicar potencias de la misma base.
- ☐-b)Averiguar el cuadrado de una suma.
- ☐-c)Multiplicar potencias de base distinta.
- ☐-d)Averiguar la raíz cuadrada de un número.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
- ☐-a)Hacer un dibujo en perspectiva.
- ☐-b)Averiguar la escala del dibujo ofrecido
- ☐-c)Medir la cuerda con una regla.
- ☐-d)Relacionar los datos con los lados de un triángulo.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
Con la fórmula ofrecida te puede resultar fácil encontrar la medida de la cuerda. Ten en cuenta que "**h**" es la hipotenusa y "**a**", "**b**" cada uno de los catetos del triángulo rectángulo. Realiza los cálculos e indica el resultado correcto.

☐-a)8,6 metros ☐-b)8,7 metros ☐-c)8,8 metros ☐-d)8,9 metros

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

5.- Hacer predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un proceso a partir de información obtenida de forma empírica o como resultado del recuento de posibilidades.

9.-Cinco cazadores, estupendos tiradores, van a cazar patos a una laguna. Al llegar, 5 patos se posan en el agua. Cada cazador dispara a un pato, todos simultáneamente y todos aciertan; pero ninguno sabe a que pato apuntan los demás. ¿Cuántos patos sobrevivirán?

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Calcular el número exacto de patos que se salvan.
☐-b)Averiguar a qué pato dispara cada cazador.
☐-c)Averiguar las distintas posibilidades que se pueden dar.
☐-d)Averiguar cuántos patos tienen probabilidad de salvarse.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Contar el número de patos cazados.
☐-b)Usar una calculadora que haga cálculos de probabilidad.
☐-c)Contar el número de patos que se escapan.
☐-d)Utilizar una tabla de números aleatorios.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Representar gráficamente las distintas combinaciones.
☐-b)Elevar 5 al cuadrado y dividir el resultado por 10.
☐-c)Elegir los números primos del 1 al 5.
☐-d)Seleccionar 5 números aleatorios varias veces.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
La solución a este problema siempre es de forma estimada o aproximada. Se suele resolver eligiendo números aleatorios de tablas que tienen comprobada su fiabilidad, como la que te hemos entregado. Asigna a cada pato dos números aleatorios, elige 4 situaciones al azar en la tabla, e indica el número de patos que se salva en cada una de ellas.

1ª Situación: Se salvan:____patos. 3ª Situación: Se salvan:____patos.
2ª Situación: Se salvan:____patos. 4ª Situación: Se salvan:____patos.

☐-No sé utilizar las tablas de números aleatorios.
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

10.-Metemos en una bolsa 10 bolas. Cinco con números positivos y otras cinco con números negativos. Si tomamos dos al azar y multiplicamos sus números, ¿qué será más frecuente un resultado positivo o negativo?

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Averiguar las diferentes posibilidades que se pueden dar.
☐-b)Calcular el número exacto de resultados positivos y negativos.
☐-c)Hallar el producto de las diferentes combinaciones.
☐-d)Calcular las probabilidades de resultado positivo o negativo

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Representar en una tabla las posibles combinaciones.
☐-b)Calcular el porcentaje de resultados positivos y negativos.
☐-c)Plantear el problema de forma más sencilla.
☐-d)Ensayar el problema con una tabla de números aleatorios.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Calcular el primer resultado en la tabla con las posibles combinaciones.
☐-b)Elegir 2 números aleatorios.
☐-c)Hallar el porcentaje de resultados positivos.
☐-d)Asignar a 5 números aleatorios el signo positivo.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
La solución a este problema siempre es de forma estimada o aproximada. Se suele resolver eligiendo números aleatorios de tablas que tienen comprobada su fiabilidad, como la que te hemos entregado. Asigna ahora el signo + y - a cinco números aleatorios respectivamente, y elige dos números al azar en cuatro ocasiones, indicando los resultados obtenidos.

1ª situación. Resultado:(+ó-):___ 3ª situación. Resultado:(+ó-):___
2ª situación. Resultado:(+ó-):___ 4ª situación. Resultado:(+ó-):___

☐-No sé utilizar las tablas de números aleatorios
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

6.- Interpretar y obtener gráficas estadísticas sencillas, así como la media, la mediana y la moda, correspondientes a distribuciones discretas de datos con pocos valores diferentes.

11.-Los resultados de la evaluación pasada en el área de matemáticas están representados en la siguiente tabla, en la que x_i representa las calificaciones, y f_i la frecuencia de cada calificación. En función de estos datos calcula la media.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	0	1	2	3	6	9	4	2	2	2	1

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Calcular el porcentaje medio de aprobados.
☐-b)Averiguar la puntuación que representa el valor central.
☐-c)Calcular el valor medio de las puntuaciones más altas.
☐-d)Hallar el valor medio de las puntuaciones.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Dividir el número de alumnos por la suma de las calificaciones.
☐-b)Sumar las calificaciones y dividir por 2.
☐-c)Dividir el número de alumnos por la suma de frecuencias.
☐-d)Dividir la suma de todas las calificaciones por el número de alumnos.

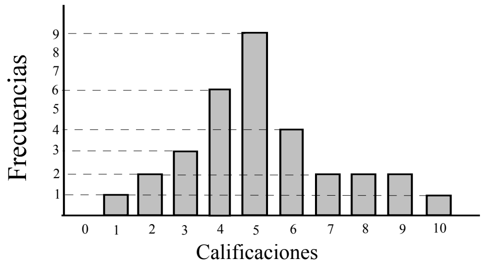
3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Averiguar las calificaciones que obtiene cada alumno.
☐-b)Calcular el número de aprobados.
☐-c)Dividir cada calificación por su frecuencia.
☐-d)Hallar la suma de todas las calificaciones.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
Para resolver este problema es necesario averiguar la suma de todas las calificaciones y dividirlas después por el número total de alumnos. Realiza estos cálculos e indica la respuesta correcta:

☐-a)Media =5,3 ☐-c)Media =5,4
☐-b)Media =5,5 ☐-d)Media =5,1

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

12.-Este gráfico representa una evaluación de la asignatura de matemáticas. ¿Podrías indicarnos cuántos alumnos han superado esta asignatura?



1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Calcular el número de alumnos con buen rendimiento.
☐-b)Averiguar la puntuación media de los aprobados.
☐-c)Hallar el porcentaje de aprobados.
☐-d)Calcular el número de alumnos que aprueban.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Hallar la media aritmética de todas las puntuaciones.
☐-b)Sumar las puntuaciones y dividir por el número de alumnos.
☐-c)Calcular las puntuaciones que quedan por encima del 50%.
☐-d)Sumar las frecuencias que son igual o mayor que 5.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Sumar todas las calificaciones.
☐-b)Averiguar el número de alumnos que obtienen cada calificación.
☐-c)Averiguar el número de alumnos de la clase.
☐-d)Observar la frecuencia de cada calificación.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
Este problema lo puedes resolver observando y contando las frecuencias de la puntuación 5 y superiores. Realiza esta operación e indica el resultado correcto.

☐-a) 18 alumnos ☐-c) 21 alumnos
☐-b) 22 alumnos ☐-d) 20 alumnos

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

7.- Estimar la medida de superficies de espacios y objetos, y calcularla cuando se trate de formas planas limitadas por segmentos y arcos de circunferencia, expresando el resultado en la unidad de medidas más adecuada.

13.-La comisión de urbanismo de un ayuntamiento ha decidido pintar la torre del reloj. Se ha pedido presupuesto a varias empresas de pintura y todas han solicitado información sobre la superficie que deben pintar. Sabemos que esta torre está formada por cuatro paredes que tienen 15 metros de alto y 4 metros de ancho. ¿Sabrías informar a los pintores sobre los metros cuadrados que han de pintar, teniendo en cuenta que la mitad de una de sus caras está ocupada por el edificio del ayuntamiento?

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Hallar la superficie de las paredes del ayuntamiento.
☐-b)Calcular la superficie media de la torre.
☐-c)Averiguar lo que vale pintar la torre.
☐-d)Calcular la superficie de la torre que se ha de pintar.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Multiplicar el área de la base por la altura.
☐-b)Dividir la superficie de la torre por 2.
☐-c)Sumar la base y la altura y multiplicar por 4.
☐-d)Multiplicar el perímetro de la base por la altura.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Calcular la superficie de la base.
☐-b)Sumar la superficie de sus caras.
☐-c)Descontar la superficie de la pared del ayuntamiento.
☐-d)Calcular la superficie de una cara.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
En este problema has de calcular la superficie de las 4 caras de la torre, recordando que el área del rectángulo es: *lado x lado*; y después descontar la superficie de la mitad de una cara que está ocupada por el ayuntamiento. Realiza los cálculos necesarios, e indica la respuesta correcta.

☐-a) 215 m^2 ☐-b) 212 m^2 ☐-c) 213 m^2 ☐-d) 210 m^2

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

14.-Una agrupación fallera quiere reproducir nuestro planeta Tierra, solicitando los vecinos del barrio que el ecuador de esta esfera tenga 150 decímetros. ¿Podrías indicar los metros cuadrados que tendrá la corteza de este pequeño planeta?.

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Hallar la longitud de los meridianos.
☐-b)Averiguar el volumen de la esfera.
☐-c)Hallar la superficie del circulo máximo.
☐-d)Calcular la superficie de la esfera.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Multiplicar $2\pi r$ por 4.
☐-b)Dividir $2\pi r$ por 4.
☐-c)Dividir πr^2 por 4.
☐-d)Multiplicar πr^2 por 4.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Hallar la longitud de la circunferencia máxima.
☐-b)Averiguar la superficie del círculo máximo.
☐-c)Hallar la superficie de este "pequeño planeta".
☐-d)Calcular el radio de este "pequeño planeta".

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
Este problema lo puedes resolver calculando inicialmente el radio de la esfera, teniendo en cuenta que el ecuador es una circunferencia máxima, cuyo valor es igual a $2\pi r$. Después, has de calcular la superficie de la esfera, sabiendo que es 4 veces su círculo máximo, es decir: $4\pi r^2$. Realiza estas operaciones, e indica la respuesta correcta. (Los cálculos los debes realizar sacando sólo 2 decimales y considerando el valor de $\pi=3{,}14$).

☐-a) Superficie=72,04 m^2　　☐-c) Superficie=73,15 m^2
☐-b) Superficie=70,35 m^2　　☐-d) Superficie=71,08 m^2

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

8.- Identificar las características geométricas de las formas planas y los cuerpos que permitan describirlos con la terminología adecuada y descomponerlos en las figuras elementales que los forman, estableciendo relaciones entre ellas.

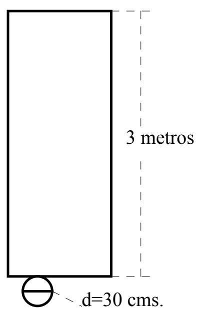
15.-Para la fiesta de fin de curso, estamos preparado una obra de teatro. Queremos hacer el decorado de un patio romano con varias columnas de cartón, forradas de papel plateado. El equipo encargado de su confección quiere saber el papel que se necesita para forrarlas. Teniendo en cuenta que son cilíndricas, de 30 centímetros de diámetro, 3 metros de altura, y que las bases superior e inferior no han de forrarse, ¿podrías colaborar informando sobre los metros cuadrados que se necesitan para forrar cuatro columnas?.

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Calcular el volumen de las columnas.
☐-b)Hallar el número de columnas.
☐-c)Calcular la superficie total de las columnas
☐-d)Averiguar la superficie lateral de las columnas

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Calcular el área de la base de una columna y multiplicarla por su altura.
☐-b)Averiguar el diámetro de las columnas y multiplicarlo por la altura.
☐-c)Calcular el área de la base de una columna y multiplicarla por 4.
☐-d)Hallar el perímetro de la columna y multiplicarlo por la altura.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Multiplicar el diámetro de la columna por πr^2.
☐-b)Multiplicar el diámetro por la altura.
☐-c)Multiplicar la altura por πr^2 .
☐-d)Multiplicar el diámetro de la columna por π.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
Este problema lo puedes resolver más fácilmente si haces un dibujo del desarrollo de la columna, parecido al que te presentamos. Ten en cuenta, que el lado pequeño del rectángulo equivale a la longitud de la circunferencia de la columna. Realiza las operaciones necesarias y selecciona la respuesta correcta.



☐-a) Con 15 m^2 les faltará. ☐-c) Con 9 m^2 les sobrará
☐-b) Con 10 m^2 es suficiente. ☐-d) Con 12 m^2 les sobrará.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

16.-En la asignatura de historia, estamos estudiando algunas características de la cultura egipcia. De forma especial nos ha llamado la atención la gran pirámide de Keops que tiene una base cuadrada de 230 metros de lado y una altura de 146 metros. Con estas medidas, ¿podrías calcular la extensión de las piedras que recubren sus cuatro caras?.

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Comentar el sentido de las pirámides.
☐-b)Averiguar el perímetro de su base.
☐-c)Calcular la superficie de las caras cuadradas.
☐-d)Hallar la superficie de las caras triangulares..

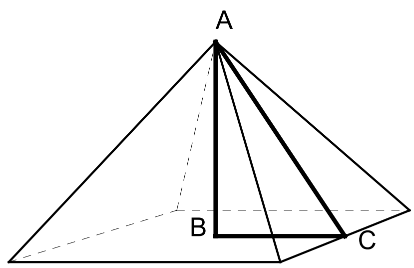
2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?

☐-a) $\left(\frac{\text{altura}}{2}\right) \text{ x lado}^2$ ☐- c) $\left(\frac{\text{lado}^2}{2}\right) \text{ x } 4$

☐-b) $\left(\frac{\text{lado x altura}}{4}\right) \text{ x } 2$ ☐-d) $\left(\frac{\text{lado x altura}}{2}\right) \text{ x } 4$

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Calcular el perímetro de la base.
☐-b)Calcular el área de la base.
☐-c)Multiplicar la superficie de una cara por 4.
☐-d)Hacer un dibujo de la pirámide.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.



Para resolver este problema, te puede ayudar hacer un dibujo parecido al que te mostramos. Ten en cuanta que la altura de la pirámide esta representada por el lado AB del triángulo ABC. Mediante el teorema de Pitágoras: $h^2=a^2+b^2$, puedes calcular la hipotenusa AC que corresponde a la altura de una cara triangular. Realiza los cálculos necesarios, despreciando los decimales, e indica la solución correcta.

☐-a)80.500 m^2 ☐-c)75.200 m^2
☐-b)90.400 m^2 ☐-d)85.100 m^2

....
....
....
....
....
....
....
....

9.- Interpretar representaciones planas sencillas de espacios y objetos y obtener información sobre algunas de sus características, como distancias, direcciones, etc., a partir de dichas representaciones.

17.-Nos encontramos ante el plano de un piso, construido a escala 1/50, en el cual las paredes del salón miden 7 cms. de ancho y 10 cms. de largo; y la cocina 5 cms. de ancho y 8 cms. de largo. ¿Puedes indicar la superficie real de estas dos habitaciones, expresada en metros cuadrados?

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Calcular la superficie de la casa.
☐-b)Comentar la superficie del salón y cocina.
☐-c)Averiguar el significado de la escala.
☐-d)Hallar la superficie de dos habitaciones.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Calcular la superficie real con un reparto inversamente proporcional.
☐-b)Hallar la superficie real de las habitaciones con un escalímetro.
☐-c)Averiguar la superficie real mediante un proceso de comparación.
☐-d)Averiguar la superficie real con un reparto directamente proporcional.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Medir las paredes con un escalímetro.
☐-b)Pasar las medidas a la escala 1/100.
☐-c)Multiplicar las medidas de las paredes por 100.
☐-d)Multiplicar las medidas de las paredes por 50.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
Ante este problema solemos pasar las medidas del plano a medidas reales mediante un reparto directamente proporcional. En este caso: $\frac{1}{50} = \frac{\text{Medida del plano}}{\text{Medida real}}$
Realiza los cálculos oportunos y señala las medidas reales de estas dos habitaciones.

☐-a)Salón=20 m^2 Cocina=8 m^2 ☐-c) Salón=25 m^2 Cocina=9 m^2
☐-b) Salón=18 m^2 Cocina=10 m^2 ☐-d) Salón=17,5 m^2 Cocina=10 m^2

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

18.-Tus compañeros Pedro y Juan mantienen una discusión sobre quién realiza el trayecto más corto para llegar al colegio. Pedro ha medido su recorrido en un plano, construido a escala 1/10.000, obteniendo un total de 15 centímetros. Juan mide su itinerario en otro plano, construido a una escala de 1/5.000, y obtiene una distancia de 25 centímetros. Por esta razón Pedro insiste en que su recorrido es más corto que el de Juan. ¿Podrías tú ayudar en esta discusión?

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?

☐-a)Poner paz entre estos dos compañeros.
☐-b)Medir mejor las distancias.
☐-c)Comprobar las escalas de los mapas.
☐-d)Calcular las distancias reales.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?

☐-a)Averiguar la diferencia entre los itinerarios mediante un proceso de comparación.
☐-b)Calcular las medidas reales con una regla de tres inversa.
☐-c)Comprobar las distancias en la realidad.
☐-d)Averiguar las medidas reales mediante una regla de tres directa.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?

☐-a)Multiplicar el itinerario de Juan por 10.000.
☐-b)Multiplicar el itinerario de Juan por 1.000.
☐-c)Multiplicar el itinerario de Pedro por 5.000.
☐-d)Multiplicar el itinerario de Pedro por 10.000.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.

Ante este problema solemos pasar las medidas del plano a medidas reales mediante una expresión de proporcionalidad directa. Para el caso de Pedro $\frac{1}{10.000} = \frac{\text{Medida del plano}}{\text{Medida real}}$. Realiza los cálculos oportunos e indica el recorrido de cada uno.

☐-a) Pedro=1.500 m. y Juan=2.500 m.
☐-b) Pedro=3.000 m. y Juan=1.250 m.
☐-c) Pedro=3.000 m. y Juan=5.000 m.
☐-d) Pedro=1.500 m. y Juan=1.250 m.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

10.- Utilizar la relación de proporcionalidad numérica y geométrica para la obtención de cantidades y figuras proporcionales a otras.

19.-Cuando un coche viaja a 90 Km./hora gasta 5,2 litros de gasolina por cada 100 km. ¿Qué puedes afirmar de la gasolina gastada por este coche en un viaje de 520 Km., realizado a una velocidad de 120 Km./hora?.

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Calcular el consumo de gasolina medio en el recorrido de 520 Km.
☐-b)Averiguar la gasolina que consume durante 100 Km. circulando a 120 Km./hora.
☐-c)Calcular la gasolina gastada cada 100 Km.
☐-d)Hallar la gasolina gastada en los 520 Km.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Representar gráficamente el problema.
☐-b)Realizar un reparto inversamente proporcional.
☐-c)Plantear una regla de tres simple inversa.
☐-d)Plantear un reparto directamente proporcional.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Averiguar lo que consume este coche al recorrer 520 Km.
☐-b)Calcular el consumo medio a los 100 Km.
☐-c)Averiguar el consumo medio al recorrer 520 Km. a 120 Km./hora.
☐-d)Hallar el consumo medio a los 100 Km. a 120 Km./hora.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
Este problema lo puedes resolver mediante un planteamiento de repartos directamente proporcionales:

Si a 90 Km./hora consume 5,2 litros
a 120 Km./hora consumirá L litros.

Si en 100 Km. a 120 Km./hora consume L litros
en 520 Km. a 120 Km./hora consumirá X litros

Realiza los cálculos oportunos e indica el valor de X.

☐-a) X=36,30 ☐-b) X=39,03 ☐-c) X=37,30 ☐-d) X=36,03

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

20.-Un pequeño empresario decide repartir 5000 pesetas de beneficios entre sus dos empleados. Quiere que el reparto sea proporcional a la puntualidad de cada uno, de forma que el más puntual reciba más gratificación. Sabiendo que un empleado se ha retrasado 3 veces y el otro 5, ¿Sabrías asignar la gratificación de cada empleado en función de su puntualidad?

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
□-a)Averiguar el dinero que supone cada retraso.
□-b)Calcular el dinero total de pérdidas que han supuesto los retrasos.
□-c)Calcular el total de retrasos de estos empleados
□-d)Calcular el dinero que les corresponde en función de los retrasos.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
□-a)Plantear una regla de tres simple inversa.
□-b)Plantear una regla de tres simple directa.
□-c)Realizar un reparto directamente proporcional a 3 y 5.
□-d)Realizar un reparto inversamente proporcional a 3 y 5.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
□-a)Hallar el número inverso de 8.
□-b)Dividir 5000 entre 8.
□-c)Dividir 5000 entre $^1/_8$.
□-d)Hallar los números inversos de 3 y 5.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
En este problema tienes que repartir 5000 pesetas inversamente proporcional a 3 y 5 retrasos. Para ello, puedes repartir 5000 ptas. entre $^1/_3$ y $^1/_5$, que son los inversos de 3 y 5. Si consideras que **"a"** es el trabajador que se retrasa 3 veces y **"b"** el que se retrasa 5, puedes afirmar que a + b=5000, y también establecer la siguiente proporción:

$$\boxed{\frac{a}{1/3}=\frac{b}{1/5}} \rightarrow$$

Como a + b=5000 y sumando los numeradores y denominadores obtienes una fracción equivalente, puedes decir que:

$$\rightarrow \boxed{\frac{a+b}{1/3+1/5}=\frac{5000}{\left(1/3+1/5\right)}}$$

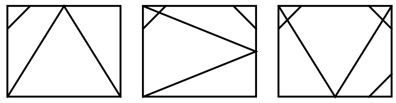
Realiza ahora los cálculos necesarios e indica los valores de a y b.

□-a) a=3115 b=1865 □-c) a=3155 b=1845
□-b) a=3145 b=1855 □-d) a=3125 b=1875

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

11.- Identificar y describir regularidades pautas y relaciones conocidas en conjuntos de números y formas geométricas similares.

21.-En esta serie de figuras se nos ha perdido la siguiente. ¿Sabrías tú ayudarnos a encontrarla?

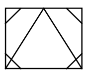
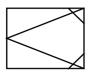
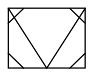
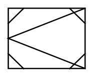


1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Averiguar una figura igual.
☐-b)Buscar una figura parecida.
☐-c)Comprobar la corrección de la serie.
☐-d)Averiguar el criterio de la serie.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Realizar una figura que sea muy parecida a la última.
☐-b)Dibujar una figura que se parezca a las tres de la serie.
☐-c)Averiguar la finalidad de la serie mediante un razonamiento lógico.
☐-d)Hallar el criterio de la serie mediante un razonamiento deductivo.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Dibujar la última figura.
☐-b)Dibujar la primera figura.
☐-c)Pedir más información.
☐-d)Analizar las tres figuras de la serie.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
Este tipo de problemas se suele resolver realizando un proceso de deducción para hallar el criterio o norma que forma la serie. ¿Lo has encontrado ya? Indica cuál es la siguiente figura que debe continuar.

☐-a)  ☐-b)  ☐-c)  ☐-d) 

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

22.-Ante la siguiente serie de números: 2-5-11-23-47...¿Sabrías indicar cuál es el criterio que nos permite seguir?

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Averiguar si la serie está bien hecha.
☐-b)Hacer un juicio crítico sobre la serie.
☐-c)Realizar una serie parecida.
☐-d)Averiguar cómo se pasa de un número a otro.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Realizar un cálculo de probabilidades.
☐-b)Poner en claro lo sobrentendido.
☐-c)Realizar un cálculo estimativo.
☐-d)Hacer un proceso de razonamiento deductivo.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Averiguar los factores comunes.
☐-b)Sumar los números y dividir el resultado por 5.
☐-c)Hallar los factores no comunes.
☐-d)Tantear con una operación.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
En esta serie, hemos pasado de un número a otro aplicando siempre la misma norma o criterio. Para resolverlo, te puede dar buen resultado ir comprobando varias operaciones (sumar, restar, multiplicar...), hasta encontrar el criterio buscado. A esta estrategia solemos denominar tanteo sistemático. Realiza este proceso, e indica el número que continúa la serie.

☐-a)78 ☐-b)104 ☐-c)89 ☐-d)95

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

12.- Utilizar, en situaciones de resolución de problemas planteados dentro de su campo de experiencia, estrategias sencillas tales como el cambio de forma de representación, la construcción de tablas, la búsqueda de ejemplos y casos particulares o los métodos de ensayo y error sistemático.

23.-Se sabe que una urna hay bolas blancas y negras hasta un total de 6. Describe todos los posibles contenidos de la urna en forma de porcentajes de bolas blancas sobre el total.

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Indicar el porcentaje de bolas blancas y negras que hay en la urna
☐-b)Indicar la cantidad de bolas blancas y negras que hay en la urna.
☐-c)Hacer una estimación de las bolas blancas que puede haber en la urna.
☐-d)Indicar los posibles porcentajes de bolas blancas.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Hacer un cálculo de probabilidades sobre las bolas blancas que puede haber.
☐-b)Hallar el porcentaje de bolas blancas
☐-c)Averiguar el porcentaje de bolas negras.
☐-d)Realizar una tabla con las posibles combinaciones de bolas blancas.

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Considerar que hay igual número de bolas blancas y negras
☐-b)Considerar que hay más bolas blancas que negras.
☐-c)Considerar que hay menos bolas blancas que negras.
☐-d)Considerar que hay 5 bolas blancas como primera posibilidad.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
Para resolver este problema puede resultare útil realizar una tabla parecida a la siguiente:

Negras	Blancas	% Blancas
1	5	A
2	4	B
3	3	C
4	2	D
5	1	E

Realiza los cálculos necesarios para averiguar los valores de las letras A, B, C, D y E, y señala la respuesta correcta.

☐-a) A=93,3 B=76,6 C=50 D=33,3 E=16,6
☐-b) A=83,3 B=76,6 C=50 D=33,3 E=16,6
☐-c) A=83,3 B=66,6 C=50 D=23,3 E=16,6
☐-d) A=83,3 B=66,6 C=50 D=33,3 E=16,6

....
....
....
....
....
....
....
....
....

24.-Un padre tiene 32 años y su hija 2. ¿Cuándo será el padre 4 veces mayor que su hija?

1ª ECCL: ¿Qué te pide este problema?
☐-a)Calcular la edad media de los años del padre e hija.
☐-b)Averiguar la edad que tendrán dentro de 4 años
☐-c)Calcular la diferencia de edad entre padre e hija.
☐-d)Hallar los años para que la edad del padre sea 4 veces la de la hija.

2ª ECSP: ¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?
☐-a)Realizar un sistema de ecuaciones.
☐-b)Dibujar un esquema con las edades
☐-c)Realizar una regla de tres simple
☐-d)Plantear una ecuación sencilla

3ª ECOE: ¿Qué harías en primer lugar?
☐-a)Sumar a la edad del padre 4 años.
☐-b)Sumar a las edades del padre y la hija 4 años.
☐-c)Considerar que la edad del padre es 32+X+4.
☐-d)Considerar que la edad del padre es 32+X.

4ª ECEP: Indica el resultado correcto.
Este problema se puede resolver planteando una sencilla ecuación. A los años que deben transcurrir llamaremos X. Como sabemos que la edad del padre ha de ser 4 veces la de la hija, podremos establecer la siguiente igualdad: 32+X=4(2+X). Realiza ahora los cálculos e indica el valor de X.

☐-a) X=9 años ☐-b) X=7 años ☐-c) X=10 años ☐-d) X=8 años

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

7.4 Primeras pruebas piloto: ECCL 1A; ECSP 2A; ECOE 3A y ECEP 4A

ECCL (1a)

Evaluación de Componentes Cognitivos en la Comprensión Lectora

Evaluación de los componentes cognitivos que utilizan los alumnos de Educación Secundaria Obligatoria en el proceso de resolución de problemas matemáticos.

Investigación dirigida por el Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Valencia

Nombre:......................**Apellidos:**..**Edad:**...............................	
Centro:..**Curso:**...........**Fecha:**..	

Con esta investigación pretendemos valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos.

Los resultados que obtengamos de este estudio nos pueden resultar útiles para mejorar las propuestas de enseñanza y aprendizaje. Por ello, **te rogamos que respondas con el máximo interés**.

Te garantizamos que la información obtenida será totalmente confidencial. Tu nombre no se utilizará en los documentos y ninguna persona, ajena a esta investigación, podrá acceder a tus datos personales.

La prueba que te proponemos realizar consta de 24 problemas **que tendrás que leer detenidamente**. A continuación, se presentan cuatro alternativas para que elijas aquella que mejor expresa el significado del problema. Es decir, aquella que mejor responde a la pregunta **¿Qué te pide este problema?** o **¿En qué consiste este problema?.** Recuerda que sólo hay una respuesta correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

☐-a)Saber el número de vueltas que has de dar a cada reloj a lo largo del día.

☐-b)Averiguar el número de vueltas que has de dar a cada reloj en una hora.

☐-c)Calcular el número de vueltas que has de dar a cada reloj en medio día.

☐-d)Averiguar cuándo se agota la arena, al mismo tiempo, en ambos relojes.

Como verás, **la opción que mejor expresa el significado de este problema es la alternativa d**, por eso has de marcar con una X la casilla que hay al comienzo de la misma.

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

GRACIAS POR TU COLABORACIÓN

1.-Pedro ha invitado a su cumpleaños a sus tres amigos. El primero se ha comido 1/5 de la tarta, el 2º 1/6, y el 3º 1/3. ¿Cuánta tarta se podrá comer Pedro?

☐-a)Calcular lo que le queda a Pedro.
☐-b)Averiguar lo que se comen entre todos.
☐-c)Hallar lo que comen los amigos de Pedro.
☐-d)Calcular lo que come cada uno.

2.-Para realizar el viaje de fin de etapa hemos organizado varias actividades recaudando 375.000 ptas. Como el viaje lo pensamos hacer el próximo año, hemos depositado este dinero en un banco de la localidad. El director nos ha prometido 26.250 ptas. de intereses, si lo dejamos en el banco un año completo. Teniendo en cuenta que el interés simple es: $\frac{C.r.t}{100}$, ¿podrías averiguar el rédito que nos está ofreciendo este banco?

☐-a)Calcular los beneficios del dinero depositado.
☐-b)Calcular los intereses producidos por nuestro capital.
☐-c)Calcular el interés producido por cada 100 ptas.
☐-d)Calcular la rentabilidad de nuestro dinero.

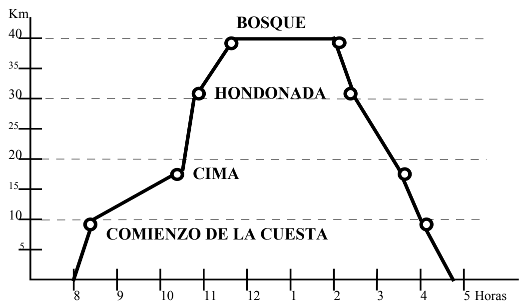
3.-Los seres humanos consumimos diariamente, por término medio, 1/50 de nuestro peso en alimentos, mientras que un ratón se come cada día la mitad de su peso. ¿Cuántos gramos de alimento necesitará cada día una persona de 70 Kg. de peso, y un ratón de 0,3 Kg.?

☐-a)Calcular el peso en gramos de la persona y el ratón.
☐-b)Averiguar la proporción de comida entre la persona y el ratón.
☐-c)Calcular la cantidad de comida diaria que come una persona y un ratón.
☐-d)Hallar la diferencia entre la comida diaria que come la persona y el ratón.

4.-Metemos en una bolsa 10 bolas. Cinco con números positivos y otras cinco con números negativos. Si tomamos dos al azar y multiplicamos sus números, ¿qué será más frecuente un resultado positivo o negativo?

☐-a)Averiguar las diferentes combinaciones que se pueden dar.
☐-b)Calcular el número exacto de resultados positivos y negativos.
☐-c)Hallar el producto de las combinaciones posibles.
☐-d)Averiguar las probabilidades de resultado positivo o negativo.

5.-Esta gráfica representa una excursión en bicicleta desde nuestro pueblo a un bosque que está a 40 Km.. Para llegar a este lugar se ha de seguir un itinerario de subidas y bajadas. Mirando a la gráfica, ¿puedes indicar cuántos kilómetros hay desde el comienzo de la cuesta hasta la cima, y cuánto tiempo hemos tardado en subirla?



☐-a)Calcular la velocidad media y distancia desde el comienzo de la cuesta a la cima.
☐-b)Calcular el tiempo empleado y el espacio recorrido en subir la pendiente.
☐-c)Calcular la altura de la cima y el tiempo empleado en subirla.
☐-d)Calcular el espacio recorrido en la excursión y tiempo empleado.

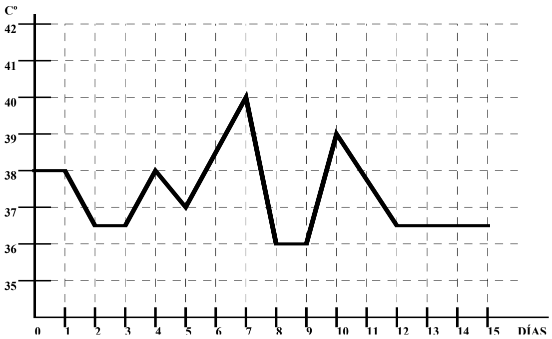
6.-De una bolsa que contiene 81 caramelos sacamos 2/9 . De los que quedan volvemos a sacar otros 2/9, ¿Cuántos caramelos podemos sacar de la bolsa después de esta última extracción?

☐-a)Averiguar los caramelos que sacamos.
☐-b)Calcular el valor de las fracciones.
☐-c)Hallar la fracción de los caramelos que quedan
☐-d)Averiguar los caramelos que quedan.

7.-Cinco cazadores, estupendos tiradores, van a cazar patos a una laguna. Al llegar 5 patos se posan en el agua. Cada cazador dispara a un pato, todos simultáneamente y todos aciertan; pero ninguno sabe a que pato apuntan los demás. ¿Cuántos patos sobrevivirán?

☐-a)Calcular cuántos patos tienen probabilidad de salvarse.
☐-b)Averiguar a qué pato dispara cada cazador.
☐-c)Hallar las distintas combinaciones que se pueden dar.
☐-d)Averiguar el número exacto de patos que se salvan.

8.-La siguiente gráfica describe la evolución de la temperatura de un paciente con el paso del tiempo. ¿Podrías indicar cuánto ha durado la enfermedad de esta persona, si tienes en cuenta que la temperatura normal es de 36,5 º C.?



☐-a)Calcular la temperatura media del enfermo.
☐-b)Averiguar los días que ha estado enfermo.
☐-c)Localizar los días que más fiebre ha tenido.
☐-d)Averiguar los días que menos fiebre ha tenido.

9.-En un periódico puedes leer la siguiente noticia: "El 2,5% de los mil congresistas se abstuvieron en la votación". ¿Serías capaz de escribir esta noticia sin que aparezcan los números decimales?

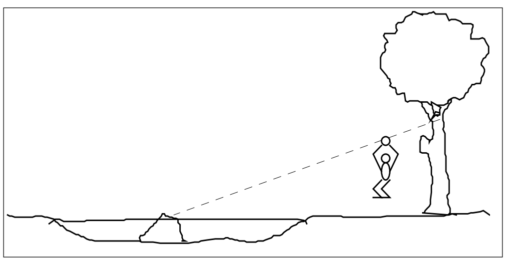
☐-a)Indicar el número de congresistas que no votaron.
☐-b)Pasar los datos de tanto por ciento a tanto por mil.
☐-c)Pasar el número decimal a número fraccionario.
☐-d)Averiguar el número de congresistas que votaron.

10.-Los resultados de la evaluación pasada de matemáticas están representados en la siguiente tabla, en la que x_i representa las calificaciones y f_i la frecuencia de cada calificación. En función de estos datos, calcula la media.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	0	1	2	3	6	9	4	2	2	2	1

☐-a)Calcular el porcentaje medio de aprobados.
☐-b)Hallar el valor medio de las puntuaciones.
☐-c)Calcular el valor medio de las puntuaciones más altas.
☐-d)Averiguar la puntuación que representa el valor central.

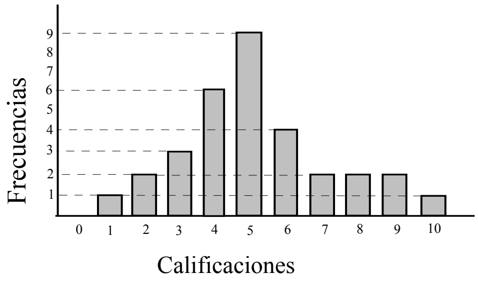
11.-Según se representa en el dibujo, queremos colocar una cuerda entre las ramas del árbol y la roca que hay en el centro de un río para darnos divertidos chapuzones.



Sabemos que la distancia de las ramas al suelo es de 4 metros, y que también existe esta misma distancia entre el árbol y la orilla del río, y entre ésta y la roca; pero no sabemos la distancia que hay entre las ramas y la roca. Si tienes en cuenta que: $h^2=a^2+b^2$, ¿puedes indicarnos la medida que ha de tener la cuerda para que podamos realizar este juego?

☐-a)Averiguar la distancia de las ramas a la roca.
☐-b)Calcular la distancia del árbol a la roca.
☐-c)Hallar la anchura del río.
☐-d)Calcular la altura total del árbol.

12.-Este gráfico representa una evaluación de la asignatura de matemáticas. ¿Podrías indicarnos cuántos alumnos han superado esta asignatura?



☐-a)Calcular el número de alumnos con buen rendimiento.
☐-b)Averiguar la puntuación media de los aprobados.
☐-c)Hallar el porcentaje de aprobados.
☐-d)Calcular el número de alumnos que aprueban.

13.-La comisión de urbanismo de un ayuntamiento ha decidido pintar la torre del reloj. Se ha pedido presupuesto a varias empresas de pintura, y todas han solicitado información sobre la superficie que deben pintar. Sabemos que esta torre tiene forma de prisma con base cuadrada, midiendo 15 metros de alta y 4 metros de ancha. ¿Sabrías informar a los pintores sobre los metros cuadrados que han de pintar, teniendo en cuenta que la mitad de una de sus caras está ocupada por el edificio del ayuntamiento?

☐-a)Averiguar la superficie de la torre que van a pintar.
☐-b)Calcular la superficie media de la torre.
☐-c)Averiguar lo que vale pintar la torre.
☐-d)Calcular la superficie de la pared de que linda con el ayuntamiento.

14.-Una agrupación fallera quiere reproducir nuestro planeta Tierra. Los vecinos del barrio han pedido que el ecuador de esta esfera tenga 150 decímetros. ¿Podrías indicar los metros cuadrados que tendrá la corteza de este pequeño planeta?.

☐-a)Calcular la longitud del ecuador.
☐-b)Averiguar la superficie de la esfera.
☐-c)Hallar la superficie del círculo máximo.
☐-d)Averiguar el volumen de la esfera.

15.-Para la fiesta de fin de curso estamos preparado una obra de teatro. Queremos hacer el decorado de un patio romano con varias columnas de cartón forradas de papel plateado. El equipo encargado de su confección quiere saber el papel que se necesita para forrarlas. Teniendo en cuenta que son cilíndricas, de 30 centímetros de diámetro, 3 metros de altura, y que las bases superior e inferior no han de forrarse, ¿podrías colaborar informando sobre los metros cuadrados que se necesitan para forrar cuatro columnas?.

☐-a)Calcular el volumen de las columnas.
☐-b)Averiguar la longitud total de las columnas.
☐-c)Hallar la superficie total de las columnas.
☐-d)Calcular la superficie lateral de las columnas.

16.-En la asignatura de historia, estamos estudiando algunas características de la cultura egipcia. De forma especial nos ha llamado la atención la gran pirámide de Keops que tiene una base cuadrada de 230 metros de lado y una altura de 146 metros. Con estos datos, ¿podrías calcular la extensión de las piedras que recubren sus cuatro caras?.

☐-a)Hallar el volumen de la pirámide.
☐-b)Averiguar la superficie de su base.
☐-c)Calcular la superficie de sus caras triangulares.
☐-d)Calcular el volumen de las piedras que la cubren.

17.-En el plano de una casa, realizado a escala 1:50, hemos comprobando que las paredes del salón miden 7 cms. de ancho y 10 cms. de largo, y las de la cocina 5 cms. de ancho y 8 cms. de largo. Con estos datos, ¿podrías indicar los metros cuadrados que tienen estas habitaciones en la realidad?

☐-a)Calcular la superficie real de la casa.
☐-b)Averiguar la superficie de las habitaciones.
☐-c)Hallar el valor de la escala.
☐-d)Pasar los centímetros a metros.

18.-Pedro y Juan han mantenido una discusión sobre quién realiza el trayecto más corto para llegar al colegio. Pedro ha medido su recorrido en un plano, realizado a escala 1/10.000, y ha comprobado que su recorrido es de 15 centímetros. Juan ha realizado la misma operación en un plano con escala 1/5.000, y ha obtenido un itinerario de 25 centímetros. Después de analizar estos datos, Pedro insiste que su recorrido es más corto que el de Juan. ¿Podrías tú ayudar en esta discusión?

☐-a)Calcular las distancias reales.
☐-b)Medir mejor las distancias.
☐-c)Comprobar las escalas de los mapas.
☐-d)Poner paz entre estos dos compañeros.

19.-Un coche gasta 5,2 litros de gasolina, cuando recorre 100 Km. circulando a 90 Km/hora. ¿Qué consumo de combustible tendrá este vehículo en un viaje de 520 Km., si circula a una velocidad de 120 Km./hora?.

☐-a)Calcular el consumo a 90 Km/hora.
☐-b)Averiguar la gasolina que consume a 120 Km./hora.
☐-c)Averiguar la gasolina que gasta en 520 Km.
☐-d)Calcular el consumo medio en el recorrido de 520 Km.

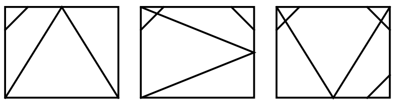
20.-Ante la siguiente serie de números: 2-5-11-23-47...¿Sabrías indicar cuál es el criterio que nos permite seguir?

☐-a)Averiguar si la serie está bien hecha.
☐-b)Hacer un juicio crítico sobre la serie.
☐-c)Realizar una serie parecida.
☐-d)Averiguar cómo se pasa de un número a otro.

21.-Un pequeño empresario quiere repartir 5000 pesetas de beneficios entre sus dos empleados. Quiere que el reparto sea proporcional a la puntualidad de cada uno, de forma que el más puntual reciba más gratificación. Sabiendo que un empleado se ha retrasado 3 veces y el otro 5, ¿sabrías asignar la gratificación a cada empleado?.

☐-a) Averiguar el dinero que supone cada retraso.
☐-b)Calcular las pérdidas de dinero que han supuesto los retrasos.
☐-c)Hallar el porcentaje de dinero que recibe cada empleado.
☐-d)Calcular el dinero que reciben los empleados en función de los retrasos.

22.-En esta grupo de figuras se nos ha perdido la siguiente que continúa la serie. ¿Sabrías tú ayudarnos a encontrarla?



☐-a)Realizar una figura semejante a la última.
☐-b)Dibujar una figura siguiendo la norma de la serie.
☐-c)Comprobar la corrección de la serie en estas figuras.
☐-d)Buscar una figura parecida a las tres.

23.-Se sabe que en una urna hay bolas blancas y negras hasta un total de 6. Indica todos los posibles porcentajes de bolas blancas sobre el total.

☐-a)Calcular los porcentajes de bolas blancas que pueden darse.
☐-b)Averiguar la cantidad de bolas blancas y negras que hay en la urna.
☐-c)Indicar el número de bolas blancas que hay en la urna
☐-d)Hacer una estimación de las bolas blancas que puede haber en la urna.

24.-Un padre tiene 32 años y su hija 2. ¿Cuándo será el padre 4 veces mayor que su hija?

☐-a)Hallar los años del padre cuando la hija tenga 4 años más.
☐-b)Averiguar la diferencia de edad entre padre e hija dentro de 4 años.
☐-c)Calcular la edad del padre para sea 4 veces la de su hija.
☐-d)Hallar la edad que tendrán dentro de 4 años

ECSP (2-a)

Evaluación de Componentes Cognitivos en la Selección del Plan de Trabajo

Evaluación de los componentes cognitivos que utilizan los alumnos de Educación Secundaria Obligatoria en el proceso de resolución de problemas matemáticos.

Investigación dirigida por el Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Valencia

Nombre:........................	**Apellidos:**...			**Edad:**.................................	
Centro:...		**Curso:**............	**Fecha:**...		

Con esta investigación pretendemos valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos.

Los resultados que obtengamos de este estudio nos pueden resultar útiles para mejorar las propuestas de enseñanza y aprendizaje. Por ello, **te rogamos que respondas con el máximo interés**.

Te garantizamos que la información obtenida será totalmente confidencial. Tu nombre no se utilizará en los documentos y ninguna persona, ajena a esta investigación, podrá acceder a tus datos personales.

La prueba que te proponemos a continuación consta de 24 problemas que tendrás que leer detenidamente. A continuación, se presentan cuatro alternativas para que elijas **aquella que presenta un plan de trabajo adecuado para resolver el problema**. Es decir, aquella que mejor responde a la pregunta: **¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?.** Recuerda que sólo una alternativa es correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

☐-a)Realizar una regla de tres simple directa.
☐-b)Hallar el M:C:D. (Máximo Común Divisor).
☐-c)Hallar el m.c.m.(mínimo común múltiplo).
☐-d)Realizar una regla de tres simple inversa.

Ya habrás comprobado que **el plan de trabajo adecuado para resolver el problema está expresado en la opción c**, pues el m.c.m. nos indica el momento exacto en el que hemos de dar la vuelta simultáneamente a ambos relojes. En este caso el m.c.m. de 6 y 4 minutos (pues 240 segundos son 4 minutos) es 12, y nos indica cuándo coincide la vuelta de ambos relojes. Responde, pues, marcando con una X en la casilla que hay al comienzo de la opción c.

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

GRACIAS POR TU COLABORACIÓN

1.-Pedro ha invitado a su cumpleaños a sus tres amigos. El primero se ha comido 1/5 de la tarta, el 2º 1/6, y el 3º 1/3. ¿Cuánta tarta se podrá comer Pedro?

☐-a)Multiplicar fracciones con distinto denominador.
☐-b)Sumar fracciones con el mismo numerador.
☐-c)Restar fracciones con diferente denominador.
☐-d)Dividir fracciones con diferente numerador.

2.-Para realizar el viaje de fin de etapa hemos organizado varias actividades recaudando 375.000 ptas. Como el viaje lo pensamos hacer el próximo año, hemos depositado este dinero en un banco de la localidad. El director nos ha prometido 26.250 ptas. de intereses, si lo dejamos en el banco un año completo. Teniendo en cuenta que el interés simple es: $\frac{C.r.t}{100}$, ¿podrías averiguar el rédito que nos está ofreciendo este banco?

☐-a)Despejar el rédito en la ecuación.
☐-b)Realizar un reparto inversamente proporcional.
☐-c)Utilizar una tabla de interés compuesto.
☐-d)Plantear una ecuación de 2º grado.

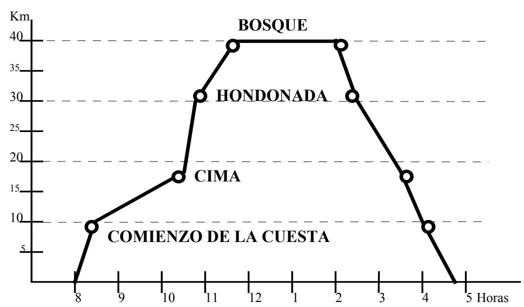
3.-Los seres humanos consumimos diariamente, por término medio, 1/50 de nuestro peso en alimentos, mientras que un ratón se come cada día la mitad de su peso. ¿Cuántos gramos de alimento necesitará cada día una persona de 70 Kg. de peso, y un ratón de 0,3 Kg.?

☐-a)Hacer un reparto inversamente proporcional.
☐-b)Plantear una sistema de ecuaciones
☐-c)Calcular la fracción de un número.
☐-d)Plantear una regla de tres simple inversa.

4.-Metemos en una bolsa 10 bolas. Cinco con números positivos y otras cinco con números negativos. Si tomamos dos al azar y multiplicamos sus números, ¿qué será más frecuente un resultado positivo o negativo?

☐-a)Representar gráficamente las distintas combinaciones.
☐-b)Calcular el porcentaje de resultados positivos.
☐-c)Averiguar todas las combinaciones que se pueden dar.
☐-d)Ensayar el problema en una tabla de número aleatorios.

5.-Esta gráfica representa una excursión en bicicleta desde nuestro pueblo a un bosque que está a 40 Km.. Para llegar a este lugar se ha de seguir un itinerario de subidas y bajadas. Mirando a la gráfica, ¿puedes indicar cuántos kilómetros hay desde el comienzo de la cuesta hasta la cima, y cuánto tiempo hemos tardado en subirla?



☐-a)Averiguar la escala del gráfico.
☐-b)Calcular los valores midiendo con una regla.
☐-c)Hallar los valores proyectando los puntos sobre los ejes.
☐-d)Averiguar los valores prolongando los ejes de ordenadas y abscisas.

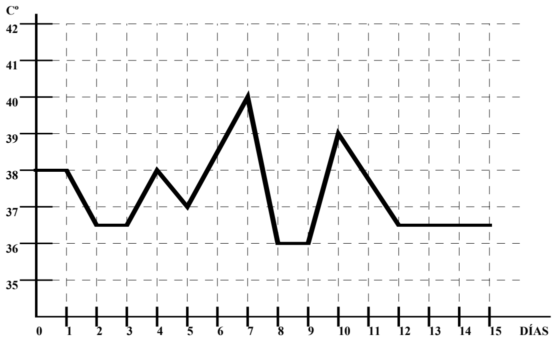
6.-De una bolsa que contiene 81 caramelos sacamos 2/9 . De los que quedan volvemos a sacar otros 2/9, ¿Cuántos caramelos podemos sacar de la bolsa después de esta última extracción?

☐-a)Sumar un número entero y un fraccionario.
☐-b)Restar a un número entero un fraccionario.
☐-c)Multiplicar un número entero por un fraccionario.
☐-d)Dividir un número entero por un fraccionario.

7.-Cinco cazadores, estupendos tiradores, van a cazar patos a una laguna. Al llegar 5 patos se posan en el agua. Cada cazador dispara a un pato, todos simultáneamente y todos aciertan; pero ninguno sabe a que pato apuntan los demás. ¿Cuántos patos sobrevivirán?

☐-a)Realizar un reparto directamente proporcional.
☐-b)Calcular las probabilidades de salvarse con una tabla de números aleatorios.
☐-c)Representar gráficamente las distintas combinaciones.
☐-d)Calcular el porcentaje de patos que se pueden salvar.

8.-La siguiente gráfica describe la evolución de la temperatura de un paciente con el paso del tiempo. ¿Podrías indicar cuánto ha durado la enfermedad de esta persona, si tienes en cuenta que la temperatura normal es de 36,5 º C.?



☐-a)Realizar un cálculo aproximado de los días de fiebre.
☐-b)Hallar el porcentaje de los días de enfermedad.
☐-c)Averiguar en la gráfica los días que más fiebre ha tenido.
☐-d)Contar en la gráfica los días de fiebre.

9.-En un periódico puedes leer la siguiente noticia: "El 2,5% de los mil congresistas se abstuvieron en la votación". ¿Serías capaz de escribir esta noticia sin que aparezcan los números decimales?

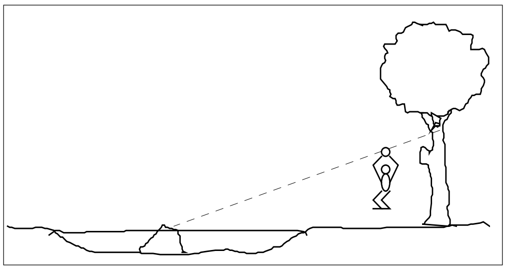
☐-a)Dividir el número de congresistas por 2,5.
☐-b)Multiplicar 2,5 por 1000 y dividir por 100.
☐-c)Dividir 100 por 2,5 y multiplicar por 1000.
☐-d)Multiplicar 2,5 por 100 y dividir por 1000.

10.-Los resultados de la evaluación pasada de matemáticas están representados en la siguiente tabla, en la que x_i representa las calificaciones y f_i la frecuencia de cada calificación. En función de estos datos, calcula la media.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	0	1	2	3	6	9	4	2	2	2	1

☐-a)Dividir la suma de todas las calificaciones por el número de alumnos.
☐-b)Sumar las calificaciones y dividir por 2.
☐-c)Dividir el número de alumnos por la suma de frecuencias.
☐-d)Dividir el número de alumnos por la suma de las calificaciones.

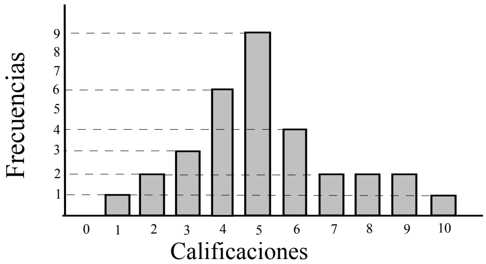
11.-Según se representa en el dibujo, queremos colocar una cuerda entre las ramas del árbol y la roca que hay en el centro de un río para darnos divertidos chapuzones.



Sabemos que la distancia de las ramas al suelo es de 4 metros, y que también existe esta misma distancia entre el árbol y la orilla del río, y entre ésta y la roca; pero no sabemos la distancia que hay entre las ramas y la roca. Si tienes en cuenta que: $h^2=a^2+b^2$, ¿puedes indicarnos la medida que ha de tener la cuerda para que podamos realizar este juego?

☐-a)Aplicar el teorema de Pitágoras.
☐-b)Representar el dibujo a escala.
☐-c)Averiguar la superficie del triángulo.
☐-d)Aplicar el teorema del cateto.

12.-Este gráfico representa una evaluación de la asignatura de matemáticas. ¿Podrías indicarnos cuántos alumnos han superado esta asignatura?



☐-a)Hallar la media aritmética de todas las puntuaciones.
☐-b)Sumar las puntuaciones y dividir por el número de alumnos.
☐-c)Calcular las puntuaciones que quedan por encima del 50%.
☐-d)Sumar las frecuencias que son igual o mayor que 5.

13.-La comisión de urbanismo de un ayuntamiento ha decidido pintar la torre del reloj. Se ha pedido presupuesto a varias empresas de pintura, y todas han solicitado información sobre la superficie que deben pintar. Sabemos que esta torre tiene forma de prisma con base cuadrada, midiendo 15 metros de alta y 4 metros de ancha. ¿Sabrías informar a los pintores sobre los metros cuadrados que han de pintar, teniendo en cuenta que la mitad de una de sus caras está ocupada por el edificio del ayuntamiento?

☐-a)Multiplicar el área de la base por la altura.
☐-b)Multiplicar la base por la altura y dividir por 2.
☐-c)Dividir la altura por 2 y multiplicar por la base.
☐-d)Multiplicar el perímetro de la base por la altura.

14.-Una agrupación fallera quiere reproducir nuestro planeta Tierra. Los vecinos del barrio han pedido que el ecuador de esta esfera tenga 150 decímetros. ¿Podrías indicar los metros cuadrados que tendrá la corteza de este pequeño planeta?.

☐-a)Averiguar la longitud de la circunferencia máxima y multiplicarla por 4.
☐-b)Calcular el área de un círculo máximo y multiplicarla por 2.
☐-c)Hallar la superficie de un circulo máximo y multiplicarla por 4.
☐-d)Multiplicar la longitud del ecuador por $2\pi r$.

15.-Para la fiesta de fin de curso estamos preparado una obra de teatro. Queremos hacer el decorado de un patio romano con varias columnas de cartón forradas de papel plateado. El equipo encargado de su confección quiere saber el papel que se necesita para forrarlas. Teniendo en cuenta que son cilíndricas, de 30 centímetros de diámetro, 3 metros de altura, y que las bases superior e inferior no han de forrarse, ¿podrías colaborar informando sobre los metros cuadrados que se necesitan para forrar cuatro columnas?.

☐-a)Calcular el área de la base de una columna y multiplicarla por su altura.
☐-b)Averiguar el diámetro de las columnas y multiplicarlo por la altura.
☐-c)Hallar el perímetro de la columna y multiplicarlo por la altura.
☐-d)Calcular el área de la base de una columna y multiplicarla por 4.

16.-En la asignatura de historia, estamos estudiando algunas características de la cultura egipcia. De forma especial nos ha llamado la atención la gran pirámide de Keops que tiene una base cuadrada de 230 metros de lado y una altura de 146 metros. Con estos datos, ¿podrías calcular la extensión de las piedras que recubren sus cuatro caras?.

☐-a)Hallar el área de la base y multiplicarla por la altura.
☐-b)Calcular la superficie de una cara. y multiplicarla por 4.
☐-c)Calcular la superficie de la base y multiplicarla por 4.
☐-d)Averiguar el perímetro de la base y multiplicarlo por la altura.

17.-En el plano de una casa, realizado a escala 1:50, hemos comprobando que las paredes del salón miden 7 cms. de ancho y 10 cms. de largo, y las de la cocina 5 cms. de ancho y 8 cms. de largo. Con estos datos, ¿podrías indicar los metros cuadrados que tienen estas habitaciones en la realidad?

☐-a)Averiguar la superficie real con un reparto directamente proporcional.
☐-b)Calcular la superficie real con un reparto inversamente proporcional.
☐-c)Hallar la superficie real de las habitaciones con un escalímetro.
☐-d)Averiguar la superficie real mediante un proceso de comparación.

18.-Pedro y Juan han mantenido una discusión sobre quién realiza el trayecto más corto para llegar al colegio. Pedro ha medido su recorrido en un plano, realizado a escala 1/10.000, y ha comprobado que su recorrido es de 15 centímetros. Juan ha realizado la misma operación en un plano con escala 1/5.000, y ha obtenido un itinerario de 25 centímetros. Después de analizar estos datos, Pedro insiste que su recorrido es más corto que el de Juan. ¿Podrías tú ayudar en esta discusión?

- ☐-a)Averiguar la diferencia entre los itinerarios mediante un proceso de comparación.
- ☐-b)Calcular las medidas reales con una regla de tres inversa.
- ☐-c)Comprobar las distancias en la realidad.
- ☐-d)Averiguar las medidas reales mediante una regla de tres directa.

19.-Un coche gasta 5,2 litros de gasolina, cuando recorre 100 Km. circulando a 90 Km/hora. ¿Qué consumo de combustible tendrá este vehículo en un viaje de 520 Km., si circula a una velocidad de 120 Km./hora?.

- ☐-a)Plantear un reparto directamente proporcional.
- ☐-b)Realizar un reparto inversamente proporcional.
- ☐-c)Plantear una regla de tres simple inversa.
- ☐-d)Representar gráficamente el problema.

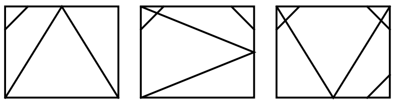
20.-Ante la siguiente serie de números: 2-5-11-23-47...¿Sabrías indicar cuál es el criterio que nos permite seguir?

- ☐-a)Realizar un cálculo de probabilidades.
- ☐-b)Poner en claro lo sobrentendido.
- ☐-c)Hacer un proceso de razonamiento deductivo.
- ☐-d)Realizar un cálculo estimativo.

21.-Un pequeño empresario quiere repartir 5000 pesetas de beneficios entre sus dos empleados. Quiere que el reparto sea proporcional a la puntualidad de cada uno, de forma que el más puntual reciba más gratificación. Sabiendo que un empleado se ha retrasado 3 veces y el otro 5, ¿sabrías asignar la gratificación a cada empleado?.

- ☐-a)Plantear una regla de tres simple inversa.
- ☐-b)Realizar un reparto inversamente proporcional a 3 y 5.
- ☐-c)Plantear una regla de tres simple directa.
- ☐-d)Realizar un reparto directamente proporcional a 3 y 5.

22.-En esta grupo de figuras se nos ha perdido la siguiente que continúa la serie. ¿Sabrías tú ayudarnos a encontrarla?



- ☐-a)Hallar el criterio de la serie mediante un razonamiento deductivo.
- ☐-b)Realizar una figura que sea muy parecida a la última.
- ☐-c)Dibujar una figura que se parezca a las tres de la serie.
- ☐-d)Averiguar la finalidad de la serie mediante un razonamiento lógico.

23.-Se sabe que en una urna hay bolas blancas y negras hasta un total de 6. Indica todos los posibles porcentajes de bolas blancas sobre el total.

- ☐-a)Hacer un cálculo de probabilidades sobre las bolas blancas que puede haber.
- ☐-b)Realizar una estimación aproximada de las bolas blancas que hay en la urna.
- ☐-c)Solicitar información sobre el número de bolas blancas que hay.
- ☐-d)Hacer una tabla con las posibles combinaciones de bolas blancas.

24.-Un padre tiene 32 años y su hija 2. ¿Cuándo será el padre 4 veces mayor que su hija?

- ☐-a)Realizar un sistema de ecuaciones.
- ☐-b)Dibujar un esquema con las edades.
- ☐-c)Plantear una ecuación sencilla.
- ☐-d)Realizar una regla de tres simple.

ECOE (3-a)

Evaluación de Componentes Cognitivos en la Organización de Estrategias

Evaluación de los componentes cognitivos que utilizan los alumnos de Educación Secundaria Obligatoria en el proceso de resolución de problemas matemáticos.

Investigación dirigida por el Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Valencia

Nombre:........................**Apellidos:**..**Edad:**.................................		
Centro:...**Curso:**............**Fecha:**...		

Con esta investigación pretendemos valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos.

Los resultados que obtengamos de este estudio nos pueden resultar útiles para mejorar las propuestas de enseñanza y aprendizaje. Por ello, **te rogamos que respondas con el máximo interés**.

Te garantizamos que la información obtenida será totalmente confidencial. Tu nombre no se utilizará los documentos y ninguna persona, ajena a esta investigación, podrá acceder a tus datos personales.

La prueba que te proponemos realizar consta de 24 problemas que tendrás que leer detenidamente. A continuación, se presentan cuatro alternativas para que elijas aquella que expresa lo que debes hacer en primer lugar. Es decir, aquella que mejor responde a la pregunta: **¿Que harías en primer lugar para resolver este problema?.** Ten en cuenta que **algunas alternativas se han de hacer, pero no en primer lugar**. Recuerda que sólo una alternativa es correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos, y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

☐-a)Hallar el momento exacto en que hemos de dar la vuelta a los dos relojes simultáneamente

☐-b)Pasar a la misma unidad horaria el tiempo medido por cada reloj.

☐-c)Averiguar las vueltas que tenemos que dar al primer reloj a lo largo del día.

☐-d) Calcular el número de vueltas que hemos de dar a cada reloj a lo largo de las 24 horas

Como verás, la opción **a** expresa lo que debemos hacer al final para solucionar este problema, pero no representa el primer paso. Según estas alternativas, **lo primero que se debe hacer está indicado en la opción b**, pues inicialmente debemos pasar el tiempo medido por cada reloj a la misma unidad horaria. Marca, pues, con una X, la casilla que hay al comienzo de la opción b.

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

GRACIAS POR TU COLABORACIÓN

1.-Pedro ha invitado a su cumpleaños a sus tres amigos. El primero se ha comido 1/5 de la tarta, el 2º 1/6, y el 3º 1/3. ¿Cuánta tarta se podrá comer Pedro?

☐-a)Pasar los números fraccionarios a decimales.
☐-b)Pasar las fracciones a otras equivalentes con numerador común.
☐-c)Sumar los números decimales
☐-d)Pasar las fracciones a otras equivalentes con denominador común.

2.-Para realizar el viaje de fin de etapa hemos organizado varias actividades recaudando 375.000 ptas. Como el viaje lo pensamos hacer el próximo año, hemos depositado este dinero en un banco de la localidad. El director nos ha prometido 26.250 ptas. de intereses, si lo dejamos en el banco un año completo. Teniendo en cuenta que el interés simple es: $\frac{C.r.t}{100}$, ¿podrías averiguar el rédito que nos está ofreciendo este banco?

☐-a)Dividir el capital entre el interés producido.
☐-b)Multiplicar el dinero recaudado por 1000.
☐-c)Multiplicar el interés producido por 100.
☐-d)Dividir el interés entre los 12 meses del año.

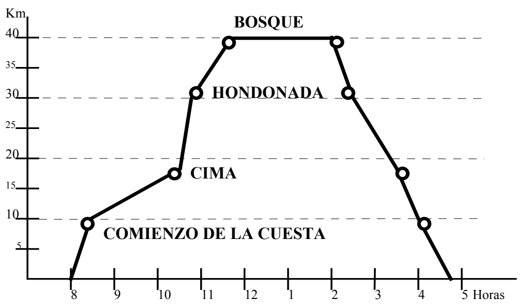
3.-Los seres humanos consumimos diariamente, por término medio, 1/50 de nuestro peso en alimentos, mientras que un ratón se come cada día la mitad de su peso. ¿Cuántos gramos de alimento necesitará cada día una persona de 70 Kg. de peso, y un ratón de 0,3 Kg.?

☐-a)Calcular lo que comen entre los dos.
☐-b)Calcular la diferencia de peso entre la persona y el ratón.
☐-c)Calcular lo que come el hombre más que el ratón.
☐-d)Calcular lo que come el ratón.

4.-Metemos en una bolsa 10 bolas. Cinco con números positivos y otras cinco con números negativos. Si tomamos dos al azar y multiplicamos sus números, ¿qué será más frecuente un resultado positivo o negativo?

☐-a)Calcular el primer resultado en la combinación representada.
☐-b)Hallar el porcentaje de resultados positivos.
☐-c)Asignar a 5 números aleatorios el signo positivo.
☐-d)Elegir 2 números aleatorios al azar.

5.-Esta gráfica representa una excursión en bicicleta desde nuestro pueblo a un bosque que está a 40 Km.. Para llegar a este lugar se ha de seguir un itinerario de subidas y bajadas. Mirando a la gráfica, ¿puedes indicar cuántos kilómetros hay desde el comienzo de la cuesta hasta la cima, y cuánto tiempo hemos tardado en subirla?



☐-a)Proyectar los puntos indicados sobre un eje.
☐-b)Prolongar el eje de ordenadas.
☐-c)Medir los milímetros que separan ambos puntos.
☐-d)Comprobar la escala del gráfico.

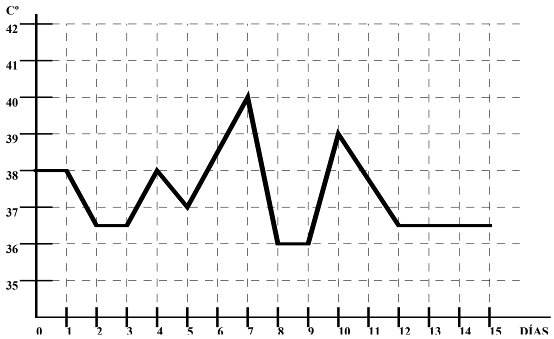
6.-De una bolsa que contiene 81 caramelos sacamos 2/9 . De los que quedan volvemos a sacar otros 2/9, ¿Cuántos caramelos podemos sacar de la bolsa después de esta última extracción?

☐-a) $\left(81 \times \frac{(2 \times 81)}{9}\right)$ ☐-b) $\left(81 - \frac{(2 \times 81)}{9}\right)$ ☐-c) $\left(81 + \frac{(2 \times 81)}{9}\right)$ ☐-d) $\left(81 - \frac{(9 \times 81)}{2}\right)$

7.-Cinco cazadores, estupendos tiradores, van a cazar patos a una laguna. Al llegar 5 patos se posan en el agua. Cada cazador dispara a un pato, todos simultáneamente y todos aciertan; pero ninguno sabe a que pato apuntan los demás. ¿Cuántos patos sobrevivirán?

☐-a)Contar el número de patos que se salvan en las combinaciones representadas.
☐-b)Calcular el 25% de los 5 patos
☐-c)Elevar 5 al cuadrado y dividir por 10.
☐-d)Elegir 5 números aleatorios varias veces.

8.-La siguiente gráfica describe la evolución de la temperatura de un paciente con el paso del tiempo. ¿Podrías indicar cuánto ha durado la enfermedad de esta persona, si tienes en cuenta que la temperatura normal es de 36,5 º C.?



☐-a)Localizar los ejes de ordenadas y abscisas.
☐-b)Averiguar las variables que representa cada eje.
☐-c)Localizar la temperatura máxima alcanzada.
☐-d)Localizar la temperatura mínima alcanzada.

9.-En un periódico puedes leer la siguiente noticia: "El 2,5% de los mil congresistas se abstuvieron en la votación". ¿Serías capaz de escribir esta noticia sin que aparezcan los números decimales?

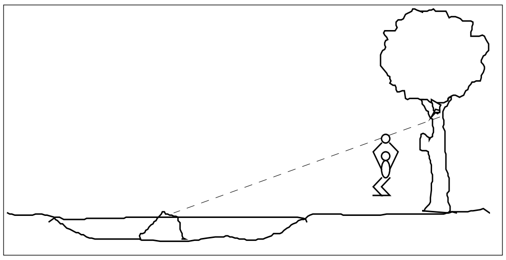
☐-a)Quitar decimales y multiplicar por 10.
☐-b)Averiguar el número de congresistas que corresponde a 2,5%.
☐-c)Averiguar el número de congresistas que votaron.
☐-d)Hallar una fracción equivalente a 2,5.

10.-Los resultados de la evaluación pasada de matemáticas están representados en la siguiente tabla, en la que x_i representa las calificaciones y f_i la frecuencia de cada calificación. En función de estos datos, calcula la media.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	0	1	2	3	6	9	4	2	2	2	1

☐-a)Averiguar las calificaciones que obtiene cada alumno.
☐-b)Calcular el número de aprobados.
☐-c)Dividir cada calificación por su frecuencia.
☐-d)Hallar la suma de todas las calificaciones.

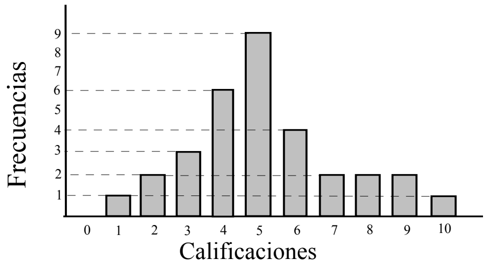
11.-Según se representa en el dibujo, queremos colocar una cuerda entre las ramas del árbol y la roca que hay en el centro de un río para darnos divertidos chapuzones.



Sabemos que la distancia de las ramas al suelo es de 4 metros, y que también existe esta misma distancia entre el árbol y la orilla del río, y entre ésta y la roca; pero no sabemos la distancia que hay entre las ramas y la roca. Si tienes en cuenta que: $h^2=a^2+b^2$, ¿puedes indicarnos la medida que ha de tener la cuerda para que podamos realizar este juego?

☐-a)Averiguar la escala del dibujo.
☐-b)Medir la cuerda con un escalímetro.
☐-c)Considerar la cuerda como la hipotenusa de un triángulo.
☐-d)Multiplicar la base del triángulo por la altura.

12.-Este gráfico representa una evaluación de la asignatura de matemáticas. ¿Podrías indicarnos cuántos alumnos han superado esta asignatura?



☐-a)Sumar todas las calificaciones.
☐-b)Averiguar el número de alumnos de la clase.
☐-c)Observar la frecuencia de cada calificación.
☐-d)Averiguar el número de alumnos que obtienen cada calificación.

13.-La comisión de urbanismo de un ayuntamiento ha decidido pintar la torre del reloj. Se ha pedido presupuesto a varias empresas de pintura, y todas han solicitado información sobre la superficie que deben pintar. Sabemos que esta torre tiene forma de prisma con base cuadrada, midiendo 15 metros de alta y 4 metros de ancha. ¿Sabrías informar a los pintores sobre los metros cuadrados que han de pintar, teniendo en cuenta que la mitad de una de sus caras está ocupada por el edificio del ayuntamiento?

☐-a)Calcular el área de la base.
☐-b)Hallar el perímetro de la base.
☐-c)Averiguar la mitad de la altura
☐-d)Restar a una cara la superficie del ayuntamiento.

14.-Una agrupación fallera quiere reproducir nuestro planeta Tierra. Los vecinos del barrio han pedido que el ecuador de esta esfera tenga 150 decímetros. ¿Podrías indicar los metros cuadrados que tendrá la corteza de este pequeño planeta?.

☐-a)Calcular la longitud del radio.
☐-b)Multiplicar el ecuador por 2π.
☐-c)Hallar la longitud de la circunferencia máxima.
☐-d)Multiplicar el ecuador por 4π.

15.-Para la fiesta de fin de curso estamos preparado una obra de teatro. Queremos hacer el decorado de un patio romano con varias columnas de cartón forradas de papel plateado. El equipo encargado de su confección quiere saber el papel que se necesita para forrarlas. Teniendo en cuenta que son cilíndricas, de 30 centímetros de diámetro, 3 metros de altura, y que las bases superior e inferior no han de forrarse, ¿Podrías colaborar informando sobre los metros cuadrados que se necesitan para forrar cuatro columnas?.

☐-a)Multiplicar el diámetro de la columna por πr^2.
☐-b)Multiplicar el diámetro por la altura.
☐-c)Multiplicar la altura por πr^2 .
☐-d)Multiplicar el diámetro de la columna por π.

16.-En la asignatura de historia, estamos estudiando algunas características de la cultura egipcia. De forma especial nos ha llamado la atención la gran pirámide de Keops que tiene una base cuadrada de 230 metros de lado y una altura de 146 metros. Con estos datos, ¿podrías calcular la extensión de las piedras que recubren sus cuatro caras?.

☐-a)Hacer un dibujo de la pirámide.
☐-b)Calcular el área de la base.
☐-c)Multiplicar el lado por sí mismo.
☐-d)Calcular el perímetro de la base.

17.-En el plano de una casa, realizado a escala 1:50, hemos comprobando que las paredes del salón miden 7 cms. de ancho y 10 cms. de largo, y las de la cocina 5 cms. de ancho y 8 cms. de largo. Con estos datos, ¿podrías indicar los metros cuadrados que tienen estas habitaciones en la realidad?

☐-a)Medir las paredes con un escalímetro.
☐-b)Multiplicar las medidas de las paredes por 50.
☐-c)Pasar las medidas a la escala 1/100.
☐-d)Multiplicar las medidas de las paredes por 100.

18.-Pedro y Juan han mantenido una discusión sobre quién realiza el trayecto más corto para llegar al colegio. Pedro ha medido su recorrido en un plano, realizado a escala 1/10.000, y ha comprobado que su recorrido es de 15 centímetros. Juan ha realizado la misma operación en un plano con escala 1/5.000, y ha obtenido un itinerario de 25 centímetros. Después de analizar estos datos, Pedro insiste que su recorrido es más corto que el de Juan. ¿Podrías tú ayudar en esta discusión?

☐-a)Multiplicar el itinerario de Pedro por 10.000.
☐-b)Multiplicar el itinerario de Juan por 10.000.
☐-c)Multiplicar el itinerario de Juan por 1.000.
☐-d)Multiplicar el itinerario de Pedro por 5.000.

19.-Un coche gasta 5,2 litros de gasolina, cuando recorre 100 Km. circulando a 90 Km/hora. ¿Qué consumo de combustible tendrá este vehículo en un viaje de 520 Km., si circula a una velocidad de 120 Km./hora?.

☐-a)Hallar el consumo medio circulando a 100 Km/hora.
☐-b)Calcular lo que consume al recorrer 520 Km. a una velocidad de 90 Km/hora.
☐-c)Averiguar el consumo medio entre 90 y 120 Km/hora.
☐-d)Calcular el consumo a los 100 Km. circulando a 120 Km/hora.

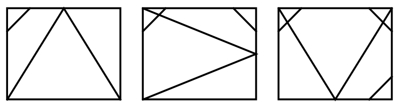
20.-Ante la siguiente serie de números: 2-5-11-23-47...¿Sabrías indicar cuál es el criterio que nos permite seguir?

☐-a)Averiguar los factores comunes.
☐-b)Sumar los números y dividir el resultado por 5.
☐-c)Hallar los factores no comunes.
☐-d)Tantear con una operación.

21.-Un pequeño empresario quiere repartir 5000 pesetas de beneficios entre sus dos empleados. Quiere que el reparto sea proporcional a la puntualidad de cada uno, de forma que el más puntual reciba más gratificación. Sabiendo que un empleado se ha retrasado 3 veces y el otro 5, ¿sabrías asignar la gratificación a cada empleado?.

☐-a)Hallar el número inverso de 8.
☐-b)Dividir 5000 entre 8.
☐-c)Hallar los números inversos de 3 y 5.
☐-d)Dividir 5000 entre $\frac{1}{8}$

22.-En esta grupo de figuras se nos ha perdido la siguiente que continúa la serie. ¿Sabrías tú ayudarnos a encontrarla?



☐-a)Dibujar la última figura.
☐-b)Analizar las tres figuras de la serie.
☐-c)Dibujar la primera figura.
☐-d)Pedir más información.

23.-Se sabe que en una urna hay bolas blancas y negras hasta un total de 6. Indica todos los posibles porcentajes de bolas blancas sobre el total.

☐-a)Considerar que hay igual número de bolas blancas y negras.
☐-b)Considerar que hay 5 bolas blancas como primera posibilidad.
☐-c)Averiguar si hay menos bolas blancas que negras.
☐-d)Considerar que hay más bolas blancas que negras.

24.-Un padre tiene 32 años y su hija 2. ¿Cuándo será el padre 4 veces mayor que su hija?

☐-a)Considerar que la edad del padre es 32+X.
☐-b)Sumar a la edad del padre 4 años.
☐-c)Sumar a las edades del padre y la hija 4 años.
☐-d)Considerar que la edad del padre es 32+X+4.

ECEP (4-a)

Evaluación de Componentes Cognitivos en la Ejecución del Plan de Trabajo

Evaluación de los componentes cognitivos que utilizan los alumnos de Educación Secundaria Obligatoria en el proceso de resolución de problemas matemáticos.

Investigación dirigida por el Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Valencia

Nombre:........................**Apellidos:**...**Edad:**.................................
Centro:..**Curso:**............**Fecha:**...

Con esta investigación pretendemos valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos.

Los resultados que obtengamos de este estudio nos pueden resultar útiles para mejorar las propuestas de enseñanza y aprendizaje. Por ello, **te rogamos que respondas con el máximo interés**.

Te garantizamos que la información obtenida será totalmente confidencial. Tu nombre no se utilizará en los documentos y ninguna persona, ajena a esta investigación, podrá acceder a tus datos personales.

La prueba que te proponemos realizar consta de 24 problemas que tendrás que leer detenidamente. A continuación, se presentan cuatro alternativas para que, una vez que hayas realizado los cálculos oportunos, **elijas aquella que expresa el resultado correcto.** Puedes utilizar la calculadora si lo deseas, pero en muchas ocasiones te puede resultar más cómodo realizar las operaciones con lápiz y papel. En los cálculos saca dos decimales como máximo. Recuerda que sólo una alternativa es correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos, y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

Es muy probable que para resolver este problema hayas decidido realizar el siguiente planteamiento:
"Duración del reloj A= 6 minutos; duración del reloj B=240/60 = 4 minutos. Si averiguamos el mínimo común múltiplo de 6 y 4, obtendremos **12**. Como este resultado está indicado en la opción **a**, has de marcar con una X la casilla que hay al comienzo de esta opción.

☐-a)X=12 ☐-b)X=6 ☐-c)X=10 ☐-d)X=4

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

GRACIAS POR TU COLABORACIÓN

1.-Pedro ha invitado a su cumpleaños a sus tres amigos. El primero se ha comido 1/5 de la tarta, el 2º 1/6, y el 3º 1/3. ¿Cuánta tarta se podrá comer Pedro?

Si sumamos los tres números fraccionarios obtendremos la tarta que se han comido los amigos de Pedro. Después sólo tendremos que restar este número a la tarta completa. Realiza estos cálculos e indica el resultado correcto.

☐-a) $\frac{21}{30}$ ☐-b) $\frac{3}{10}$ ☐-c) $\frac{5}{10}$ ☐-d) $\frac{25}{30}$

2.-Para realizar el viaje de fin de etapa hemos organizado varias actividades recaudando 375.000 ptas. Como el viaje lo pensamos hacer el próximo año, hemos depositado este dinero en un banco de la localidad. El director nos ha prometido 26.250 ptas. de intereses, si lo dejamos en el banco un año completo. Teniendo en cuenta que el interés simple es: $\frac{C.r.t}{100}$, ¿podrías averiguar el rédito que nos está ofreciendo este banco?

Este problema se puede resolver despejando "r" de la fórmula ofrecida, en la que C=capital, r=rédito, y t=tiempo medido en años. Realiza ahora los cálculos necesarios e indica el resultado correcto.

☐-a) r=6,5% ☐-b) r=7,5% ☐-c) r=7% ☐-d) r=8%

3.-Los seres humanos consumimos diariamente, por término medio, 1/50 de nuestro peso en alimentos, mientras que un ratón se come cada día la mitad de su peso. ¿Cuántos gramos de alimento necesitará cada día una persona de 70 Kg. de peso, y un ratón de 0,3 Kg.?

Este problema lo puedes resolver mediante un reparto directamente proporcional: h (Comida diaria del hombre)= $\frac{1}{50}=\frac{h}{70}$, y r (Comida diaria del ratón)= $\frac{1}{2}=\frac{r}{0,3}$. Después has de pasar los Kilogramos a gramos. Averigua el valor de estas expresiones, e indica la respuesta correcta.

☐-a) h=140 g. r=150 g. ☐-b) h=1400 g. r=15 g. ☐-c) h=2400 g. r=150 g. ☐-d) h=1400 g. r= 150 g.

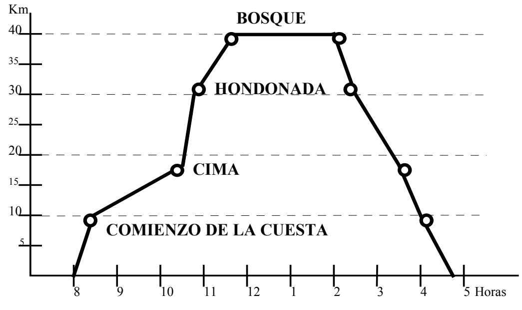
4.-Metemos en una bolsa 10 bolas. Cinco con números positivos y otras cinco con números negativos. Si tomamos dos al azar y multiplicamos sus números, ¿qué será más frecuente un resultado positivo o negativo?

La solución a este problema siempre es de forma estimada o aproximada. Se suele resolver eligiendo números aleatorios de tablas que tienen comprobada su fiabilidad, como la que te hemos entregado. Asigna ahora el signo + y - a cinco números aleatorios respectivamente, y elige 2 números al azar en cuatro ocasiones, indicando los resultados obtenidos.

1ª situación. Resultado:___ 3ª situación. Resultado:___
2ª situación. Resultado:___ 4ª situación. Resultado:___

☐-No sé utilizar las tablas de números aleatorios

5.-Esta gráfica representa una excursión en bicicleta desde nuestro pueblo a un bosque que está a 40 Km.. Para llegar a este lugar se ha de seguir un itinerario de subidas y bajadas. Mirando a la gráfica, ¿puedes indicar cuántos kilómetros hay desde el comienzo de la cuesta hasta la cima, y cuánto tiempo hemos tardado en subirla?



Una de las estrategias más frecuentes para resolver este problema consiste en marcar los puntos indicados y proyectarlos de forma perpendicular sobre los ejes. Si proyectamos los puntos "comienzo de cuesta" y "cima" sobre el eje del tiempo, obtendremos el tiempo T empleado. De igual forma podemos hacer con el espacio y obtendremos el valor E .Realiza estas operaciones, e indica los valores reales de T y E.

☐-a)T=1,5 h. E=19 Km. ☐-b) T=2 h. E=8 Km. ☐-c)T=2,5 h. E=10 Km. ☐-d) T=2 h. E=17 Km

6.-De una bolsa que contiene 81 caramelos sacamos 2/9 . De los que quedan volvemos a sacar otros 2/9, ¿Cuántos caramelos podemos sacar de la bolsa después de esta última extracción?

En este problema has de averiguar el valor de la primera extracción: $81 - \frac{2 \times 81}{9}$, y después repetir la operación con los caramelos restantes. Realiza ahora estas operaciones, e indica el resultado que expresa los caramelos que quedan.

☐-a) 49 caramelos. ☐-b) 45 caramelos. ☐-c) 52 caramelos. ☐-d) 39 caramelos.

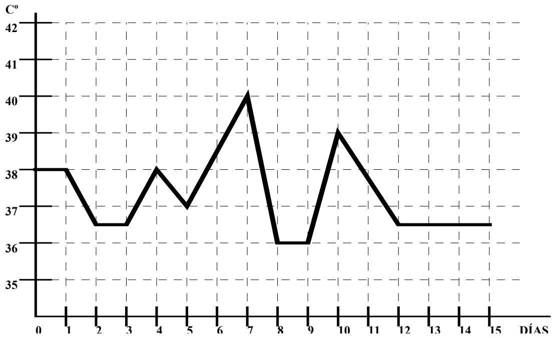
7.-Cinco cazadores, estupendos tiradores, van a cazar patos a una laguna. Al llegar 5 patos se posan en el agua. Cada cazador dispara a un pato, todos simultáneamente y todos aciertan; pero ninguno sabe a que pato apuntan los demás. ¿Cuántos patos sobrevivirán?

La solución a este problema siempre es de forma estimada o aproximada. Se suele resolver eligiendo números aleatorios de tablas que tienen comprobada su fiabilidad, como la que te hemos entregado. Asigna a cada pato dos números aleatorios, elige 4 situaciones al azar en la tabla, e indica el nº de patos que se salva en cada una de ellas:

1ª Situación: Se salvan:____patos.
2ª Situación: Se salvan:____patos.
3ª Situación: Se salvan:____patos.
4ª Situación: Se salvan:____patos.

☐-No sé utilizar las tablas de números aleatorios.

8.-La siguiente gráfica describe la evolución de la temperatura de un paciente con el paso del tiempo. ¿Podrías indicar cuánto ha durado la enfermedad de esta persona, si tienes en cuenta que la temperatura normal es de 36,5 º C.?



Para resolver este problema es necesario localizar los datos que representa cada eje y contar los días que indican una temperatura por encima de los 36,5 º C. Indica cuál de las siguientes cantidades refleja los días de enfermedad.

☐-a) 15 días. ☐-b) 8 días.
☐-c) 5 días. ☐-d) 10 días.

9.-En un periódico puedes leer la siguiente noticia: "El 2,5% de los mil congresistas se abstuvieron en la votación". ¿Serías capaz de escribir esta noticia sin que aparezcan los números decimales?

Es muy probable que para resolver este problema hayas decidido realizar una regla de tres simple directa con el siguiente planteamiento:
"Si a 100 congresistas le corresponde 2,5
a 1000 congresistas le corresponderá X" Realiza ahora los cálculos oportunos y señala la opción correcta.

☐-a) X=250 ☐-b) X=2,5 ☐-c) X=25 ☐-d) X=2,55

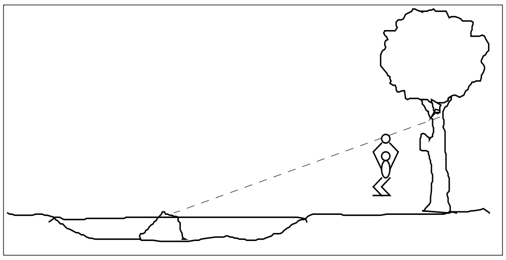
10.-Los resultados de la evaluación pasada de matemáticas están representados en la siguiente tabla, en la que x_i representa las calificaciones y f_i la frecuencia de cada calificación. En función de estos datos, calcula la media.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	0	1	2	3	6	9	4	2	2	2	1

Para resolver este problema es necesario averiguar la suma de todas las calificaciones y dividirlas después por el número total de alumnos.

Realiza estos cálculos y señala la respuesta correcta:
☐-a)Media =5,3
☐-b)Media =5,5
☐-c)Media =5,4
☐-d)Media =5,1

11.-Según se representa en el dibujo, queremos colocar una cuerda entre las ramas del árbol y la roca que hay en el centro de un río para darnos divertidos chapuzones.

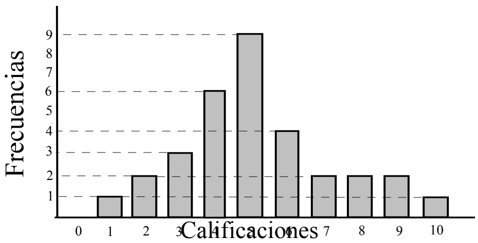


Sabemos que la distancia de las ramas al suelo es de 4 metros, y que también existe esta misma distancia entre el árbol y la orilla del río, y entre ésta y la roca; pero no sabemos la distancia que hay entre las ramas y la roca. Si tienes en cuenta que: $h^2=a^2+b^2$, ¿puedes indicarnos la medida que ha de tener la cuerda para que podamos realizar este juego?

Con la fórmula ofrecida, te puede resultar fácil encontrar la medida de la cuerda. Considera que "**h**" es la hipotenusa, y "**a**" "**b**" los catetos del triángulo rectángulo. Realiza los cálculos, e indica el resultado correcto.

☐-a) 8,9 metros. ☐-b) 8,7 metros. ☐-c) 8,8 metros. ☐-d) 8,6 metros.

12.-Este gráfico representa una evaluación de la asignatura de matemáticas. ¿Podrías indicarnos cuántos alumnos han superado esta asignatura?



Este problema lo puedes resolver observando y contando las frecuencias de la puntuación 5 y superiores. Realiza esta operación e indica el resultado correcto.

☐-a) 18 alumnos ☐-c) 21 alumnos
☐-b) 20 alumnos ☐-d) 22 alumnos

13.-La comisión de urbanismo de un ayuntamiento ha decidido pintar la torre del reloj. Se ha pedido presupuesto a varias empresas de pintura, y todas han solicitado información sobre la superficie que deben pintar. Sabemos que esta torre tiene forma de prisma con base cuadrada, midiendo 15 metros de alta y 4 metros de ancha. ¿Sabrías informar a los pintores sobre los metros cuadrados que han de pintar, teniendo en cuenta que la mitad de una de sus caras está ocupada por el edificio del ayuntamiento?

En este problema has de calcular la superficie de las 4 caras de la torre, recordando que el área del rectángulo es: *lado x lado*; y después descontar la superficie de la media cara que está ocupada por el ayuntamiento. Realiza ahora los cálculos necesarios, e indica la respuesta correcta.

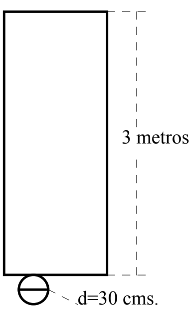
☐-a) 215 m^2 ☐-b) 212 m^2 ☐-c) 210 m^2 ☐-d) 213 m^2

14.-Una agrupación fallera quiere reproducir nuestro planeta Tierra. Los vecinos del barrio han pedido que el ecuador de esta esfera tenga 150 decímetros. ¿Podrías indicar los metros cuadrados que tendrá la corteza de este pequeño planeta?.

Este problema lo puedes resolver calculando inicialmente el radio de la esfera, teniendo en cuenta que el ecuador es una circunferencia máxima, igual a $2\pi r$. Después has de calcular la superficie de la esfera teniendo en cuenta que es 4 veces su círculo máximo, es decir: $4\pi r^2$. Realiza ahora estas operaciones e indica la respuesta correcta.(Los cálculos los debes realizar sacando sólo 2 decimales y considerando el valor de π=3,14).

☐-a)Superficie=72,04 m^2 ☐-b) Superficie=70.35 m^2 ☐-c) Superficie=73,15 m^2 ☐-d) Superficie=71,08 m^2

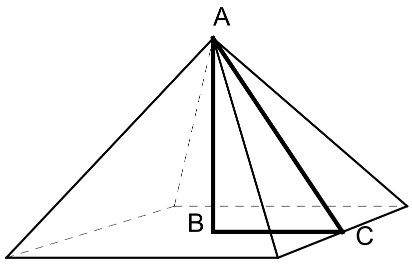
15.-Para la fiesta de fin de curso estamos preparado una obra de teatro. Queremos hacer el decorado de un patio romano con varias columnas de cartón, forradas de papel plateado. El equipo encargado de su confección quiere saber el papel que se necesita para forrarlas. Teniendo en cuenta que son cilíndricas, de 30 centímetros de diámetro, 3 metros de altura, y que las bases superior e inferior no han de forrarse, ¿podrías colaborar informando sobre los metros cuadrados que se necesitan para forrar cuatro columnas?.



Este problema lo puedes resolver más fácilmente, si haces un dibujo del desarrollo de la columna, parecido al que te presentamos. Ten en cuenta, que el lado pequeño del rectángulo equivale a la longitud de la circunferencia de la columna. Realiza las operaciones necesarias y selecciona la respuesta correcta.

☐-a) Con 15 m^2 les faltará. ☐-c) Con 12 m^2 les sobrará.
☐-b) Con 10 m^2 es suficiente. ☐-d) Con 9 m^2 les sobrará

16.-En la asignatura de historia, estamos estudiando algunas características de la cultura egipcia. De forma especial nos ha llamado la atención la gran pirámide de Keops que tiene una base cuadrada de 230 metros de lado y una altura de 146 metros. Con estos datos, ¿podrías calcular la extensión de las piedras que recubren sus cuatro caras?.



Para resolver este problema te puede ayudar hacer un dibujo parecido al que te mostramos. Esta estrategia te puede clarificar los cálculos que has de hacer. Ten en cuanta, que la altura de la pirámide esta representada por el lado AB del triángulo ABC. Mediante el teorema de Pitágoras: $h^2=a^2+b^2$, puedes calcular la hipotenusa AC que corresponde a la altura de una cara triangular. Realiza los cálculos necesarios, despreciando los decimales, e indica la solución correcta.

☐-a) 80.500 m^2 ☐-b) 85.100 m^2 ☐-c) 75.200 m^2 ☐-d) 90.400 m^2

17.-En el plano de una casa, realizado a escala 1:50, hemos comprobando que las paredes del salón miden 7 cms. de ancho y 10 cms. de largo, y las de la cocina 5 cms. de ancho y 8 cms. de largo. Con estos datos, ¿podrías indicar los metros cuadrados que tienen estas habitaciones en la realidad?

Este problema se puede resolver pasando las medidas del plano a medidas reales mediante un reparto directamente proporcional. En este caso, podemos plantear la siguiente proporcionalidad $\frac{1}{50} = \frac{\text{Medida del plano}}{\text{Medida real}}$

Realiza ahora los cálculos oportunos y señala la superficie real de estas dos habitaciones.

☐-a) Salón=17,5 m^2 Cocina=10 m^2 ☐-c) Salón=25 m^2 Cocina=9 m^2
☐-b) Salón=18 m^2 Cocina=10 m^2 ☐-d) Salón=20 m^2 Cocina=8 m^2

18.-Pedro y Juan han mantenido una discusión sobre quién realiza el trayecto más corto para llegar al colegio. Pedro ha medido su recorrido en un plano, realizado a escala 1/10.000, y ha comprobado que su recorrido es de 15 centímetros. Juan ha realizado la misma operación en un plano con escala 1/5.000, y ha obtenido un itinerario de 25 centímetros. Después de analizar estos datos, Pedro insiste que su recorrido es más corto que el de Juan. ¿Podrías tú ayudar en esta discusión?

Este problema se puede resolver pasando las medidas del plano a medidas reales mediante una sencilla "regla de tres". En el caso de Pedro puedes hacer el siguiente planteamiento: Si a **1** corresponde en la realidad **10.000**
a **15 cms**. corresponderán **X cms** reales

Realiza los cálculos oportunos e indica el recorrido que hace cada uno.

☐-a) Pedro=1.500 metros, Juan=1.250 metros. ☐-c) Pedro=3.000 metros, Juan=5.000 metros.
☐-b) Pedro=3.000 metros, Juan=1.250 metros. ☐-d) Pedro=1.500 metros, Juan=2.500 metros.

19.-Un coche gasta 5,2 litros de gasolina, cuando recorre 100 Km. circulando a 90 Km/hora. ¿Qué consumo de combustible tendrá este vehículo en un viaje de 520 Km., si circula a una velocidad de 120 Km./hora?.

Este problema lo puedes resolver mediante un planteamiento de repartos directamente proporcionales:

Si a 90 Km./hora consume 5,2 litros
a 120 Km./hora consumirá L litros.

Si en 100 Km. a 120 Km./hora consume L litros
en 520 Km. a 120 Km./hora consumirá X litros

Realiza los cálculos oportunos e indica el valor de X.

☐-a) X=36,30 ☐-b) X=36,03 ☐-c) X=37,30 ☐-d) X=39,03

20.-Ante la siguiente serie de números: 2-5-11-23-47...¿Sabrías indicar cuál es el criterio que nos permite seguir?

En esta serie hemos pasado de un número a otro aplicando siempre la misma operación. Para averiguarlo te puede dar buen resultado ir tanteando y comprobando varias operaciones (sumar un número al anterior, restar, multiplicar...) hasta encontrar el criterio por el cual se pasa de una número a otro. Realiza este proceso e indica el número que continúa la serie.

☐-a) 95 ☐-b) 104 ☐-c) 89 ☐-d) 78

21.-Un pequeño empresario quiere repartir 5000 pesetas de beneficios entre sus dos empleados. Quiere que el reparto sea proporcional a la puntualidad de cada uno, de forma que el más puntual reciba más gratificación. Sabiendo que un empleado se ha retrasado 3 veces y el otro 5, ¿sabrías asignar la gratificación a cada empleado?.

En este problema tienes que repartir 5000 pesetas inversamente proporcional a 3 y 5 retrasos. Para ello, puedes repartir 5000 ptas. entre $^1/_3$ y $^1/_5$, que son los inversos de 3 y 5. Si consideras que **"a"** es el trabajador que se retrasa 3 veces y **"b"** el que se retrasa 5, puedes afirmar que a + b=5000, y también establecer la siguiente proporción:

$$\frac{a}{1/3} = \frac{b}{1/5}$$

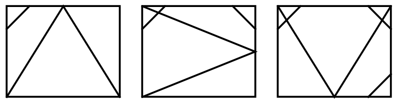
Como a + b=5000 y sumando los numeradores y denominadores obtienes una fracción equivalente, puedes decir que:

$$\frac{a+b}{1/3 + 1/5} = \frac{5000}{\left(1/3 + 1/5\right)}$$

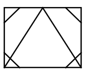
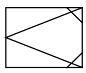
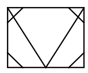
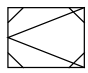
Realiza ahora los cálculos necesarios e indica los valores de a y b.

☐-a) a=3115 b=1865 ☐-b) a=3145 b=1855 ☐-c) a=3155 b=1845 ☐-d) a=3125 b=1875

22.-En esta grupo de figuras se nos ha perdido la siguiente que continúa la serie. ¿Sabrías tú ayudarnos a encontrarla?



Este tipo de problemas se suele resolver realizando un proceso de deducción para hallar el criterio o norma que forma la serie. ¿Lo has encontrado ya? Indica cuál es la siguiente figura que debe continuar.

☐-a)  ☐-b)  ☐-c)  ☐-d) 

23.-Se sabe que en una urna hay bolas blancas y negras hasta un total de 6. Indica todos los posibles porcentajes de bolas blancas sobre el total.

Para resolver este problema puede resultarte útil realizar una tabla parecida a la siguiente:

Negras	Blancas	% Blancas
1	5	A
2	4	B
3	3	C
4	2	D
5	1	E

Realiza los cálculos necesarios para averiguar los porcentajes representados por las letras A, B, C, D y E, y señala la respuesta correcta.

☐-a) A=83,3 B=66,6 C=50 D=33,3 E=16,6
☐-b) A=83,3 B=76,6 C=50 D=33,3 E=16,6
☐-c) A=83,3 B=66,6 C=50 D=23,3 E=16,6
☐-d) A=93,3 B=76,6 C=50 D=33,3 E=16,6

24.-Un padre tiene 32 años y su hija 2. ¿Cuándo será el padre 4 veces mayor que su hija?

Este problema se puede resolver mediante el planteamiento de una sencilla ecuación. A los años que deben transcurrir les llamaremos X. Como sabemos que la edad del padre ha de ser 4 veces la de la hija, podremos establecer la siguiente igualdad: 32+X=4(2+X). Realiza ahora los cálculos e indica el valor de X.

☐-a) X=9 años ☐-b) X=8 años ☐-c) X=10 años ☐-d) X=7 años

7.5 Cambios realizados, en las pruebas procesules, después de la primera experiencia piloto.

CAMBIOS REALIZADOS, DESPUÉS DE LA PRIMERA EXPERIENCIA PILOTO

La primera experiencia piloto se realizó con 25 alumnos de 2º de ESO del I.E.S. de Madrigueras (Albacete). Después de analizar el índice de dificultad de cada ítem y tener en cuenta las sugerencias realizadas por los profesores y alumnos que participaron en la experiencia, se elaboró una segunda batería de pruebas con las siguientes modificaciones:

Ítem nº 1:

Simplificamos el cálculo solicitado, pues obtenemos un índice bajo de aciertos en las fases 2 y 4 de Selección y Ejecución del Plan de Trabajo:

Pedro ha invitado a su cumpleaños a sus tres amigos. El primero se ha comido 1/5 de la tarta, el 2º 1/6, y el 3º 1/3. ¿Cuánta tarta se podrá comer Pedro?

Cambiamos por:

Pedro ha invitado a su cumpleaños a dos amigos. Uno se ha comido 1/3 de la tarta y el otro 1/5. ¿Cuánta tarta se podrá comer Pedro?

En Selección del Plan de Trabajo, cambiamos las opciones por otras más claras, pues los alumnos dudan entre la b y c.

Las opciones:

a)Multiplicar fracciones con distinto denominador.
b)Sumar fracciones con el mismo numerador.
c)Restar fracciones con diferente denominador.
d)Dividir fracciones con diferente numerador.

Se cambian por:

a)Multiplicar fracciones por un número entero.
b)Sumar fracciones a un número entero.
c)Restar fracciones a un número entero.
d)Dividir fracciones por un número entero.

La opción "c" de Organización de Estrategias: *Sumar los números decimales*, con poco sentido en este problema, se cambia por: *Restar los números fraccionarios*.

En Ejecución del Plan, se presentó el resultado correcto con la fracción simplificada, dificultando de esta forma su reconocimiento. Ahora, con el nuevo planteamiento, se obtiene una fracción no simplificable que facilita su localización.

Ítem nº 2:

Observamos que se confunden bastantes alumnos a la hora de ejecutar el Plan de Trabajo en la fase final. Por este motivo, decidimos simplificar el cálculo solicitado:

> *Para realizar el viaje de fin de etapa hemos organizado varias actividades recaudando 375.000 ptas. Como el viaje lo pensamos hacer el próximo año, hemos depositado este dinero en un banco de la localidad. El director nos ha prometido 26.250 ptas. de intereses, si lo dejamos en el banco un año completo. Teniendo en cuenta que el interés simple es:* $\frac{C.r.t}{100}$, *¿podrías averiguar el rédito que nos está ofreciendo este banco?*

Cambiamos por:

> *Para realizar el viaje de fin de etapa hemos recaudando 50.000 ptas. Como el viaje lo pensamos hacer el próximo año, hemos depositado este dinero en un banco de la localidad. El director nos ha prometido 3.500 ptas. de intereses, si lo dejamos en una cartilla de ahorro durante un año completo. Teniendo en cuenta que el interés simple es:* $\frac{C.r.t}{100}$, *¿podrías averiguar el rédito que nos está ofreciendo el banco?*

Las opciones de cada fase se adaptan al nuevo enunciado.

Ítem nº 3:

En Selección del Plan de Trabajo, la opción “c”*: Calcular la fracción de un número*, considerada como correcta, es elegida por muy pocos sujetos. Ante estos resultados, decidimos cambiarla por una expresión más frecuente entre los alumnos: *Hacer un reparto directamente proporcional*.

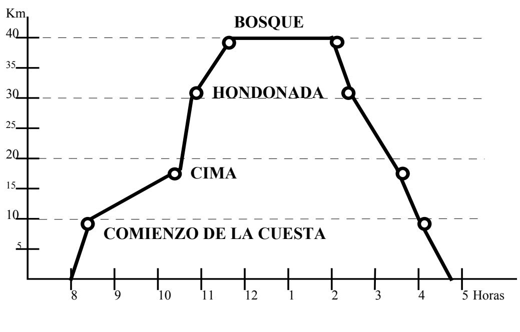
Ítem nº 4:

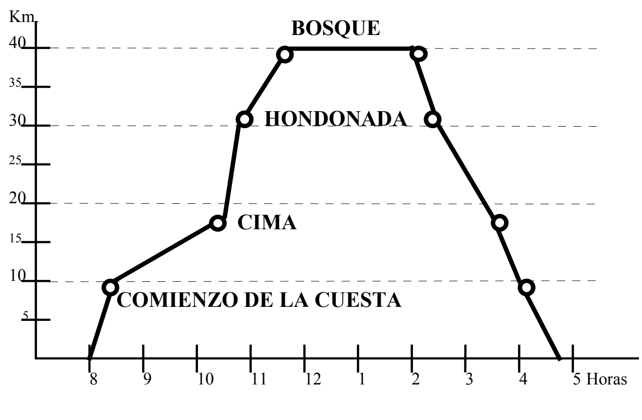
Este ítem responde a un criterio de evaluación que no ha sido trabajado en la muestra elegida. De cualquier forma, consideramos conveniente incluirlo en la relación de problemas de este estudio para poder valorar el desarrollo del concepto de aleatoriedad en otros alumnos de nuestra provincia.

Ítem nº 5:

Ampliamos la gráfica ofrecida para que se perciban mejor las fases de la excursión:

de: pasamos a :





Ítem nº 6:

Simplificamos el enunciado, planteando sólo una extracción:

De una bolsa que contiene 81 caramelos sacamos 2/9 . De los que quedan volvemos a sacar otros 2/9, ¿Cuántos caramelos podemos sacar de la bolsa después de esta última extracción?

Cambiamos por:

De una bolsa que contiene 81 caramelos sacamos 2/9. ¿Cuántos caramelos podemos sacar de la bolsa después de esta extracción?

En Organización de Estrategias, se presentaban las opciones con el cálculo completo para la resolución del problema, cambiándolas ahora por otras que expresan específicamente el primer paso:

a) $\left(81 \times \frac{2 \times 81}{9}\right)$

b) $\left(81 - \frac{2 \times 81}{9}\right)$

c) $\left(81 + \frac{2 \times 81}{9}\right)$

d) $\left(81 - \frac{9 \times 81}{2}\right)$

Cambiamos por:

a)Averiguar el valor de: $\frac{81-2}{9}$

b)Hallar el valor de: $\frac{81 \times 2}{9}$

c).Calcular el valor de: $\frac{81}{2 \times 9}$

d) Averiguar el valor de: $\frac{2 \times 9}{81}$

Las opciones de Ejecución del Plan se cambian también en función del nuevo cálculo solicitado.

Ítem 7:

Como el ítem nº 4, corresponde a un criterio de evaluación que hace referencia a la resolución de problemas en los que interviene el azar. Obtiene un índice de aciertos muy bajo, pero decidimos mantenerlo para valorar las habilidades de los alumnos en la resolución de problemas de este tipo.

Ítem nº 8:

En este ítem, sólo hacemos una pequeña modificación en la opción "c" de Organización de Estrategias, cambiando el término "*variables*" por "*datos*", pues para los alumnos de este nivel es una expresión más comprensible.

Ítem nº 9:

Cambiamos todas las opciones de Selección del Plan, pues advertimos que corresponden más a operaciones concretas que a un plan de trabajo general:

	Cambiamos por:
a)Dividir el número de congresistas por 2,5.	*a)Quitar decimales multiplicando por 10.*
b)Multiplicar 2,5 por 1000 y dividir por 100.	*b)Plantear una regla de tres simple directa.*
c)Dividir 100 por 2,5 y multiplicar por 1000.	*c)Plantear una regla de tres simple inversa.*
d)Multiplicar 2,5 por 100 y dividir por 1000.	*d)Hallar una fracción equivalente a 2,5.*

Las opciones ofrecidas en Organización de Estrategias son demasiado generales, cambiándolas por otras referidas al primer cálculo que es necesario realizar:

a)Quitar decimales y multiplicar por 10.
b)Averiguar el número de congresistas que corresponde a 2,5%.
c)Averiguar el número de congresistas que votaron.
d)Hallar una fracción equivalente a 2,5

Cambiamos por:

a)Dividir el número de congresistas por 2,5.

b)Multiplicar 2,5 por 1000.

c)Dividir 100 por 2,5.

d)Multiplicar 2,5 por 100.

Ítem 11:

La opción "b" de Comprensión Lectora*: Calcular la distancia del árbol a la roca*, considerada errónea, se confunde con frecuencia con la opción correcta "a": *Calcular la distancia de la ramas a la roca*. Para que se pueda distinguir mejor la opción correcta, cambiamos "b" por: *Calcular la distancia de la orilla a la roca.*

Ítem nº 12:

La opción "d" de Organización de Estrategias: *Averiguar el número de alumnos que obtienen cada calificación*, la cambiamos por: *Realizar un gráfico más representativo,* pues no se diferencia suficientemente de la opción correcta "c": *Observar la frecuencia de cada calificación,* y los alumnos las eligen indistintamente.

Ítem nº 13:

Este ítem presenta una redacción demasiado larga, entorpeciendo la comprensión del problema. Por esta razón, decidimos redactarlo de forma más sencilla:

La comisión de urbanismo de un ayuntamiento ha decidido pintar la torre del reloj. Se ha pedido presupuesto a varias empresas de pintura, y todas han solicitado información sobre la superficie que deben pintar. Sabemos que esta torre tiene forma de prisma con base cuadrada, midiendo 15 metros de alta y 4 metros de ancha. ¿Sabrías informar a los pintores sobre los metros cuadrados que han de pintar, teniendo en cuenta que la mitad de una de sus caras está ocupada por el edificio del ayuntamiento?

Cambiamos por:

Se ha decidido pintar la torre del reloj de un ayuntamiento Sabemos que es de base cuadrada con caras rectangulares que miden 15 metros de alto y 4 metros de ancho. ¿Sabrías informar a los pintores sobre los metros cuadrados que se han de pintar, teniendo en cuenta que la mitad de una de sus caras está ocupada por el edificio del ayuntamiento?.

Ítem nº 14:

Cambiamos el enunciado y simplificamos el cálculo, pues ha obteniendo un bajo índice de aciertos:

Una agrupación fallera quiere reproducir nuestro planeta Tierra. Los vecinos del barrio han pedido que el ecuador de esta esfera tenga 150 decímetros. ¿Podrías indicar los metros cuadrados que tendrá la corteza de este pequeño planeta?.

Cambiamos por:

Queremos construir una esfera para representar la Tierra cuyo ecuador ha de medir 1884 centímetros. ¿Podrías indicar los metros cuadrados que tendrá la corteza de este pequeño planeta?.

Ítem nº 15:

Simplificamos la redacción del enunciado para que se entienda el problema con más claridad:

Para la fiesta de fin de curso estamos preparado una obra de teatro. Queremos hacer el decorado de un patio romano con varias columnas de cartón forradas de papel plateado. El equipo encargado de su confección quiere saber el papel que se necesita para forrarlas. Teniendo en cuenta que son cilíndricas, de 30 centímetros de diámetro, 3 metros de altura, y que las *bases superior e inferior no han de forrarse, ¿podrías colaborar informando sobre los metros cuadrados que se necesitan para forrar cuatro columnas?.*

Cambiamos por:

Queremos hacer el decorado de un patio romano con varias columnas de cartón que han de ir forradas de papel. Teniendo en cuenta que son cilíndricas, de 30 centímetros de diámetro, 3 metros de altura, y que las bases superior e inferior no han de forrarse, ¿podrías colaborar informando sobre los metros cuadrados que se necesitan para forrar cuatro columnas?.

Ítem nº 16:

Simplificamos la redacción del enunciado y los cálculos solicitados, pues el índice de aciertos ha resultado bajo:

En la asignatura de historia, estamos estudiando algunas características de la cultura egipcia. De forma especial, nos ha llamado la atención la gran pirámide de Keops que tiene una base cuadrada de 230 metros de lado y una altura de 146 metros. Con estos datos, ¿podrías calcular la extensión de las piedras que recubren sus cuatro caras?.

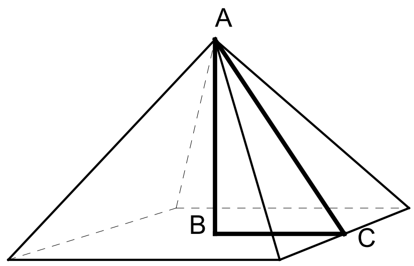
Cambiamos por:

La pirámide de Keops es de base cuadrada, midiendo sus caras triangulares 230 metros de base y 185 metros de altura. Con estos datos, ¿podrías calcular la extensión de las piedras que recubren sus cuatro caras?.

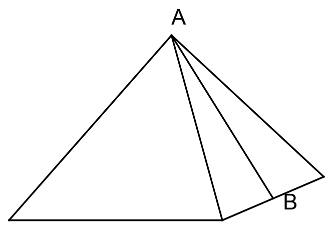
En Organización de Estrategias, habíamos considerado como correcta la opción "a"*: Hacer un dibujo de la pirámide,* pero buena parte de los alumnos no la consideran como el primer paso que necesariamente deberían realizar en la resolución del problema. Después de este análisis, decidimos cambiarla por*: Multiplicar el lado de la base por la altura.* Este paso es más habitual en el proceso que siguen los alumnos para resolver problemas de este tipo y, en el nuevo planteamiento, expresa el primer cálculo que es necesario realizar para averiguar la superficie de una cara.

En Ejecución del Plan, se presenta un dibujo representativo del nuevo planteamiento:

El ofrecido en la fase piloto:



Se cambia por:



Ítem nº 17:

La opción "c" de Selección del Plan y la opción "a" de Organización de Estrategias planteaban el uso del escalímetro como opción errónea, pero se comprobó que varios alumnos sabían utilizar este recurso y la consideraban correcta. Por este motivo, para evitar confusiones, decidimos cambiar la opción "c" de la fase 2: *Hallar la superficie real de las habitaciones con un escalímetro*, por: *Hallar la superficie real de las habitaciones cambiando la escala a 1:100*, y la opción "a" de la fase 3: *Medir las paredes con un escalímetro*, por: *Dividir las medidas de las paredes por 50.*

Ítem nº 19:

La opción "d" de Comprensión Lectora: *Calcular el consumo medio en el recorrido de 520 Km.*, es elegida por muchos alumnos, cuando la considerábamos errónea. Por esta razón, se cambia por: *Calcular el consumo medio a 100 km/hora.*

En Ejecución del Plan, se precisa que han de sacar dos decimales en sus cálculos, pues, al hacerlo de otra forma, pueden tener más dificultad para localizar el resultado correcto.

Ítem nº 20:

Cambiamos las opciones "b", "c" y "d" de Selección del Plan por otras con vocabulario más adaptado a la expresión de los alumnos:

b)Poner en claro lo sobrentendido.
c)Hacer un proceso de razonamiento deductivo.
d)Realizar un cálculo estimativo.

Cambiamos por:
b)Averiguar el Máximo Común Divisor.
c)Tantear con varias operaciones.
d)Realizar un cálculo aproximado.

En Organización de Estrategias, expresamos la opción "d" con un lenguaje más claro:
d)Tantear con una operación.

Cambiamos por:
d)Comprobar si se cumple una operación.

Ítem nº 22:

Cambiamos la opción "c" de Organización de Estrategias por ser muy parecida a la opción "a": *Dibujar la primera figura,* cambiamos por*: Realizar una figura que se parezca a las tres.*

Ítem nº 23

La opción "d" de Comprensión Lectora es elegida erróneamente por varias alumnos, cambiándola por otra que se perciba mejor su falsedad: *Hacer una estimación de las bolas blancas que puede haber en la urna.*

Cambiamos por:
Indicar la proporción de bolas blancas que hay en la urna.

La opción "a" de Organización de Estrategias: *Considerar que hay igual número de bolas blancas y negras*, se puede considerar tan correcta como la "b": *Considerar que hay 5 bolas blancas como primera posibilidad".* Para que se considere la opción "a" como errónea, la cambiamos por: *Comprobar el número de bolas blancas que hay.*

Ítem nº 24

La opción "b" de Selección del Plan de Trabajo*: Dibujar un esquema con las edades,* muchos alumnos también la consideran como un buen plan para la resolución del problema, Por este motivo, la cambiamos por otra que exprese más claramente un planteamiento poco adecuado: *Realizar un cálculo por aproximación.* Evitando, así, dos opciones correctas en el ítem.

Con todas estas rectificaciones, se elaboró una segunda batería de problemas, y su índice de dificultad fue evaluado en una segunda experiencia piloto, llevada a cabo con alumnos de 2º y 3º de ESO de varios centros de la provincia de Albacete.

7.6 Pruebas definitivas: ECCL 1B; ECSP 2B; ECOE 3B y ECEP 4B

ECCL (1b)

Evaluación de Componentes Cognitivos en la Comprensión Lectora

Evaluación de los componentes cognitivos que utilizan los alumnos de Educación Secundaria Obligatoria en el proceso de resolución de problemas matemáticos.

Investigación realizada por Toboso Picazo, J. y dirigida por los Drs. Villanueva Bea, P. y Suárez Rodríguez, J.M. del Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Valencia

Nombre:........................**Apellidos:**...**Edad:**.................................
Centro:...**Curso:**............**Fecha:**...

Con esta investigación pretendemos valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos.

Los resultados que obtengamos de este estudio nos pueden resultar útiles para mejorar las propuestas de enseñanza y aprendizaje. Por ello, **te rogamos que respondas con el máximo interés**.

Te garantizamos que la información obtenida será totalmente confidencial. Tu nombre no aparecerá en documento alguno y las personas, ajenas a esta investigación, no podrán acceder a tus datos personales.

La prueba que te proponemos realizar consta de 24 problemas **que tendrás que leer detenidamente**. A continuación, se presentan cuatro alternativas para que elijas aquella que mejor expresa el significado del problema. Es decir, aquella que mejor responde a la pregunta **¿Qué te pide este problema?** o **¿En qué consiste este problema?.** Recuerda que sólo hay una respuesta correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

☐-a)Saber el número de vueltas que has de dar a cada reloj a lo largo del día.
☐-b)Averiguar el número de vueltas que has de dar a cada reloj en una hora.
☐-c)Calcular el número de vueltas que has de dar a cada reloj en medio día.
☐-d)Averiguar cuándo se agota la arena, al mismo tiempo, en ambos relojes.

Como verás, **la opción que mejor expresa el significado de este problema es la alternativa d**, por eso has de marcar con una X la casilla que hay al comienzo de la misma.

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

GRACIAS POR TU COLABORACIÓN

1.-Pedro ha invitado a su cumpleaños a dos amigos. Uno se ha comido 1/3 de la tarta y el otro 1/5. ¿Cuánta tarta se podrá comer Pedro?

☐-a)Calcular lo que le queda a Pedro.
☐-b)Averiguar lo que se comen entre todos.
☐-c)Hallar lo que comen los amigos de Pedro.
☐-d)Calcular lo que come cada uno.

2.-Para realizar el viaje de fin de etapa hemos recaudando 50.000 ptas. Como el viaje lo pensamos hacer el próximo año, hemos depositado este dinero en un banco de la localidad. El director nos ha prometido 3.500 ptas. de intereses, si lo dejamos en una cartilla de ahorro durante un año completo. Teniendo en cuenta que el interés simple es: $\frac{C.r.t}{100}$, ¿podrías averiguar el rédito que nos está ofreciendo el banco?

☐-a)Calcular los beneficios del dinero depositado.
☐-b)Calcular los intereses producidos por nuestro capital.
☐-c)Calcular el interés producido por cada 100 ptas.
☐-d)Calcular la rentabilidad de nuestro dinero.

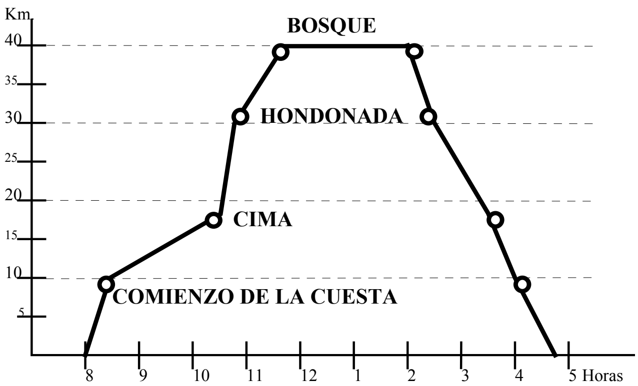
3.-Los seres humanos consumimos diariamente, por término medio, 1/50 de nuestro peso en alimentos, mientras que un ratón se come cada día la mitad de su peso. ¿Cuántos gramos de alimento necesitará cada día una persona de 70 Kg. de peso, y un ratón de 0,3 Kg.?

☐-a)Calcular el peso en gramos de la persona y el ratón.
☐-b)Averiguar la proporción de comida entre la persona y el ratón.
☐-c)Calcular la cantidad de comida diaria que come una persona y un ratón.
☐-d)Hallar la diferencia entre la comida diaria que come la persona y el ratón.

4.-Metemos en una bolsa 10 bolas. Cinco con números positivos y otras cinco con números negativos. Si tomamos dos al azar y multiplicamos sus números, ¿qué será más frecuente un resultado positivo o negativo?

☐-a)Averiguar las diferentes combinaciones que se pueden dar.
☐-b)Calcular el número exacto de resultados positivos y negativos.
☐-c)Hallar el producto de las combinaciones posibles.
☐-d)Averiguar las probabilidades de resultado positivo o negativo.

5.-Esta gráfica representa una excursión en bicicleta, desde nuestro pueblo a un bosque que está a 40 Km.. Para llegar a este lugar, se ha de seguir un itinerario de subidas y bajadas. Mirando a la gráfica, ¿puedes indicar cuántos kilómetros hay desde el comienzo de la cuesta hasta la cima, y cuánto tiempo hemos tardado en subirla?



☐-a)Calcular la velocidad media y distancia desde el comienzo de la cuesta a la cima.
☐-b) Calcular el tiempo empleado y el espacio recorrido en subir la pendiente.
☐-c)Calcular la altura de la cima y el tiempo empleado en subirla.
☐-d)Calcular el espacio recorrido en la excursión y tiempo empleado.

6.-De una bolsa que contiene 81 caramelos, sacamos 2/9. ¿Cuántos caramelos podemos sacar de la bolsa después de esta extracción?

☐-a)Averiguar los caramelos que sacamos.
☐-b)Calcular el valor de la fracción.
☐-c)Hallar la fracción de los caramelos que quedan
☐-d)Averiguar los caramelos que quedan.

7.-Cinco cazadores, estupendos tiradores, van a cazar patos a una laguna. Al llegar, 5 patos se posan en el agua. Cada cazador dispara a un pato, todos simultáneamente y todos aciertan; pero ninguno sabe a qué pato apuntan los demás. ¿Cuántos patos sobrevivirán?

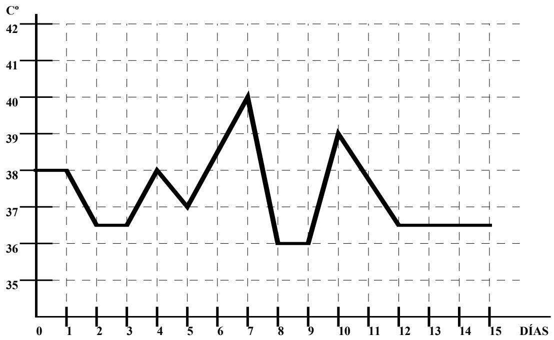
☐-a)Calcular cuántos patos tienen probabilidad de salvarse.

☐-b)Averiguar a qué pato dispara cada cazador.

☐-c)Hallar las distintas combinaciones que se pueden dar.

☐-d)Averiguar el número exacto de patos que se salvan.

8.-La siguiente gráfica describe la evolución de la temperatura de un paciente con el paso del tiempo. ¿Podrías indicar cuánto ha durado la enfermedad de esta persona, si tienes en cuenta que la temperatura normal es de 36,5 º C.?



☐-a)Calcular la temperatura media del enfermo.

☐-b)Averiguar los días que ha estado enfermo.

☐-c)Localizar los días que más fiebre ha tenido.

☐-d)Averiguar los días que menos fiebre ha tenido.

9.-En un periódico, puedes leer la siguiente noticia: “El 2,5% de los mil congresistas se abstuvieron en la votación”. ¿Serías capaz de escribir esta noticia sin que aparezcan los números decimales?

☐-a)Indicar el número de congresistas que no votaron.

☐-b)Pasar los datos de tanto por ciento a tanto por mil.

☐-c)Pasar el número decimal a número fraccionario.

☐-d)Averiguar el número de congresistas que votaron.

10.-Los resultados de la evaluación pasada de matemáticas están representados en la siguiente tabla, en la que x_i representa las calificaciones y f_i la frecuencia de cada calificación. En función de estos datos, calcula la media.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	0	1	2	3	6	9	4	2	2	2	1

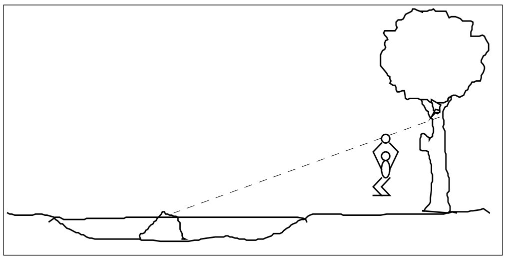
☐-a)Calcular el porcentaje medio de aprobados.

☐-b)Hallar el valor medio de las puntuaciones.

☐-c)Calcular el valor medio de las puntuaciones más altas.

☐-d)Averiguar la puntuación que representa el valor central.

11.-Según se representa en el dibujo, queremos colocar una cuerda entre las ramas del árbol y la roca que hay en el centro de un río para darnos divertidos chapuzones.



Sabemos que la distancia de las ramas al suelo es de 4 metros, y que también existe esta misma distancia entre el árbol y la orilla del río, y entre ésta y la roca; pero no sabemos la distancia que hay entre las ramas y la roca. Si tienes en cuenta que: $h^2=a^2+b^2$, ¿puedes indicarnos la medida que ha de tener la cuerda para que podamos realizar este juego?

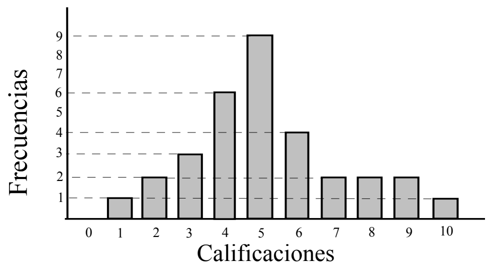
☐-a)Averiguar la distancia de las ramas a la roca.

☐-b)Calcular la distancia de la orilla a la roca.

☐-c)Hallar la anchura del río.

☐-d)Calcular la altura total del árbol.

12.-Este gráfico representa una evaluación de la asignatura de matemáticas. ¿Podrías indicarnos cuántos alumnos han superado esta asignatura?



☐-a)Calcular el número de alumnos con buen rendimiento.
☐-b)Averiguar la puntuación media de los aprobados.
☐-c)Hallar el porcentaje de aprobados.
☐-d)Calcular el número de alumnos que aprueban.

13.-Se ha decidido pintar la torre del reloj de un ayuntamiento Sabemos que es de base cuadrada con caras rectangulares que miden 15 metros de alto y 4 metros de ancho. ¿Sabrías informar a los pintores sobre los metros cuadrados que se han de pintar, teniendo en cuenta que la mitad de una de sus caras está ocupada por el edificio del ayuntamiento?

☐-a)Averiguar la superficie de la torre que van a pintar.
☐-b)Calcular la superficie media de la torre.
☐-c)Averiguar lo que vale pintar la torre.
☐-d)Calcular la superficie de la pared de que linda con el ayuntamiento.

14.-Queremos construir una esfera para representar la Tierra, cuyo ecuador ha de medir 1884 centímetros. ¿Podrías indicar los metros cuadrados que tendrá la corteza de este pequeño planeta?.

☐-a)Calcular la longitud del ecuador.
☐-b)Averiguar la superficie de la esfera.
☐-c)Hallar la superficie del círculo máximo.
☐-d)Averiguar el volumen de la esfera.

15.-Queremos hacer el decorado de un patio romano con varias columnas de cartón que han de ir forradas de papel. Teniendo en cuenta que son cilíndricas, de 30 centímetros de diámetro, 3 metros de altura, y que las bases superior e inferior no han de forrarse, ¿podrías colaborar informando sobre los metros cuadrados que se necesitan para forrar cuatro columnas?.

☐-a)Calcular el volumen de las columnas.
☐-b)Averiguar la longitud total de las columnas.
☐-c)Hallar la superficie total de las columnas.
☐-d)Calcular la superficie lateral de las columnas.

16.-La pirámide de Keops es de base cuadrada, midiendo sus caras triangulares 230 metros de base y 185 metros de altura. Con estos datos, ¿podrías calcular la extensión de las piedras que recubren sus cuatro caras?.

☐-a)Hallar el volumen de la pirámide.
☐-b)Averiguar la superficie de su base.
☐-c)Calcular la superficie de sus caras triangulares.
☐-d)Calcular el volumen de las piedras que la cubren.

17.-En el plano de una casa, realizado a escala 1:50, hemos comprobando que las paredes del salón miden 7 cms. de ancho y 10 cms. de largo, y las de la cocina 5 cms. de ancho y 8 cms. de largo. Con estos datos, ¿podrías indicar los metros cuadrados que tienen estas habitaciones en la realidad?

☐-a)Calcular la superficie real de la casa.
☐-b)Averiguar la superficie de las habitaciones.
☐-c)Hallar el valor de la escala.
☐-d)Pasar los centímetros a metros.

18.-Pedro y Juan han mantenido una discusión sobre quién realiza el trayecto más corto para llegar al colegio. Pedro ha medido su recorrido en un plano, realizado a escala 1/10.000, y ha comprobado que su recorrido es de 15 centímetros. Juan ha realizado la misma operación en un plano con escala 1/5.000, y ha obtenido un itinerario de 25 centímetros. Después de analizar estos datos, Pedro insiste que su recorrido es más corto que el de Juan. ¿Podrías tú ayudar en esta discusión?

☐-a)Calcular las distancias reales.
☐-b)Medir mejor las distancias.
☐-c)Comprobar las escalas de los mapas.
☐-d)Poner paz entre estos dos compañeros.

19.-Un coche gasta 5,2 litros de gasolina, cuando recorre 100 Km. circulando a 90 Km/hora. ¿Qué consumo de combustible tendrá este vehículo en un viaje de 520 Km., si circula a una velocidad de 120 Km./hora?.

☐-a)Calcular el consumo a 90 Km/hora.
☐-b)Averiguar la gasolina que consume a 120 Km./hora.
☐-c)Averiguar la gasolina que gasta en 520 Km.
☐-d)Calcular el consumo medio a 100 km/hora.

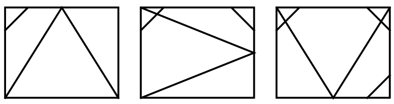
20.-Ante la siguiente serie de números: 2-5-11-23-47...¿Sabrías indicar cuál es el criterio que nos permite seguir?

☐-a)Averiguar si la serie está bien hecha.
☐-b)Hacer un juicio crítico sobre la serie.
☐-c)Realizar una serie parecida.
☐-d)Averiguar cómo se pasa de un número a otro.

21.-Un pequeño empresario quiere repartir 5000 pesetas de beneficios entre sus dos empleados. Quiere que el reparto sea proporcional a la puntualidad de cada uno, de forma que el más puntual reciba más gratificación. Sabiendo que un empleado se ha retrasado 3 veces y el otro 5, ¿sabrías asignar la gratificación a cada empleado?.

☐-a) Averiguar el dinero que supone cada retraso.
☐-b)Calcular las pérdidas de dinero que han supuesto los retrasos.
☐-c)Hallar el porcentaje de dinero que recibe cada empleado.
☐-d)Calcular el dinero que reciben los empleados en función de los retrasos.

22.-En esta grupo de figuras, se nos ha perdido la siguiente que continúa la serie. ¿Sabrías tú ayudarnos a encontrarla?



☐-a)Realizar una figura semejante a la última.
☐-b)Dibujar una figura siguiendo la norma de la serie.
☐-c)Comprobar la corrección de la serie en estas figuras.
☐-d)Buscar una figura parecida a las tres.

23.-Se sabe que en una urna hay bolas blancas y negras hasta un total de 6. Indica todos los posibles porcentajes de bolas blancas sobre el total.

☐-a)Calcular los porcentajes de bolas blancas que pueden darse.
☐-b)Averiguar la cantidad de bolas blancas y negras que hay en la urna.
☐-c)Indicar el número de bolas blancas que hay en la urna
☐-d)Indicar la proporción de bolas blancas que hay en la urna.

24.-Un padre tiene 32 años y su hija 2. ¿Cuándo será el padre 4 veces mayor que su hija?

☐-a)Hallar los años del padre cuando la hija tenga 4 años más.
☐-b)Averiguar la diferencia de edad entre padre e hija dentro de 4 años.
☐-c)Calcular la edad del padre para sea 4 veces la de su hija.
☐-d)Hallar la edad que tendrán dentro de 4 años

ECSP (2-b)

Evaluación de Componentes Cognitivos en la Selección del Plan de Trabajo

Evaluación de los componentes cognitivos que utilizan los alumnos de Educación Secundaria Obligatoria en el proceso de resolución de problemas matemáticos.

Investigación realizada por Toboso Picazo, J. y dirigida por los Drs. Villanueva Bea, P. y Suárez Rodríguez, J.M. del Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Valencia

Nombre:........................**Apellidos:**..		**Edad:**.................................
Centro:..	**Curso:**............	**Fecha:**...

Con esta investigación pretendemos valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos.

Los resultados que obtengamos de este estudio nos pueden resultar útiles para mejorar las propuestas de enseñanza y aprendizaje. Por ello, **te rogamos que respondas con el máximo interés**.

Te garantizamos que la información obtenida será totalmente confidencial. Tu nombre no aparecerá en documento alguno y las personas, ajenas a esta investigación, no podrán acceder a tus datos personales.

La prueba que te proponemos a continuación consta de 24 problemas que tendrás que leer detenidamente. A continuación, se presentan cuatro alternativas para que elijas **aquella que presenta un plan de trabajo adecuado para resolver el problema**. Es decir, aquella que mejor responde a la pregunta: **¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?.** Recuerda que sólo una alternativa es correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos, y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

☐-a)Realizar una regla de tres simple directa.
☐-b)Hallar el M:C:D. (Máximo Común Divisor).
☐-c)Hallar el m.c.m.(mínimo común múltiplo).
☐-d)Realizar una regla de tres simple inversa.

Ya habrás comprobado que **el plan de trabajo adecuado para resolver el problema está expresado en la opción c**, pues el m.c.m. nos indica el momento exacto en el que hemos de dar la vuelta simultáneamente a ambos relojes. En este caso el m.c.m. de 6 y 4 minutos (pues 240 segundos son 4 minutos) es 12, y nos indica cuándo coincide la vuelta de ambos relojes. Responde, pues, marcando con una X en la casilla que hay al comienzo de la opción c.

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

GRACIAS POR TU COLABORACIÓN

1.-Pedro ha invitado a su cumpleaños a dos amigos. Uno se ha comido 1/3 de la tarta y el otro 1/5. ¿Cuánta tarta se podrá comer Pedro?

☐-a)Multiplicar fracciones por un número entero.
☐-b)Sumar fracciones a un número entero.
☐-c)Restar fracciones a un número entero.
☐-d)Dividir fracciones por un número entero.

2.-Para realizar el viaje de fin de etapa hemos recaudando 50.000 ptas. Como el viaje lo pensamos hacer el próximo año, hemos depositado este dinero en un banco de la localidad. El director nos ha prometido 3.500 ptas. de intereses, si lo dejamos en una cartilla de ahorro durante un año completo. Teniendo en cuenta que el interés simple es: $\frac{C.r.t}{100}$, ¿podrías averiguar el rédito que nos está ofreciendo el banco?

☐-a) Despejar el rédito en la ecuación.
☐-b)Realizar un reparto inversamente proporcional.
☐-c)Utilizar una tabla de interés compuesto.
☐-d)Plantear una ecuación de 2º grado.

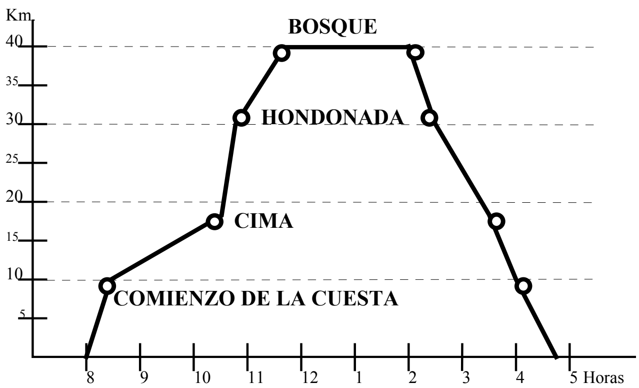
3.-Los seres humanos consumimos diariamente, por término medio, 1/50 de nuestro peso en alimentos, mientras que un ratón se come cada día la mitad de su peso. ¿Cuántos gramos de alimento necesitará cada día una persona de 70 Kg. de peso, y un ratón de 0,3 Kg.?

☐-a)Hacer un reparto inversamente proporcional.
☐-b)Plantear una sistema de ecuaciones
☐-c)Hacer un reparto directamente proporcional.
☐-d)Plantear una regla de tres simple inversa.

4.-Metemos en una bolsa 10 bolas. Cinco con números positivos y otras cinco con números negativos. Si tomamos dos al azar y multiplicamos sus números, ¿qué será más frecuente un resultado positivo o negativo?

☐-a)Representar gráficamente las distintas combinaciones.
☐-b)Calcular el porcentaje de resultados positivos.
☐-c)Averiguar todas las combinaciones que se pueden dar.
☐-d)Ensayar el problema en una tabla de número aleatorios.

5.-Esta gráfica representa una excursión en bicicleta, desde nuestro pueblo a un bosque que está a 40 Km.. Para llegar a este lugar se ha de seguir un itinerario de subidas y bajadas. Mirando a la gráfica, ¿puedes indicar cuántos kilómetros hay desde el comienzo de la cuesta hasta la cima, y cuánto tiempo hemos tardado en subirla?



☐-a)Averiguar la escala del gráfico.
☐-b)Calcular los valores midiendo con una regla.
☐-c)Hallar los valores proyectando los puntos sobre los ejes.
☐-d)Averiguar los valores prolongando los ejes de ordenadas y abscisas.

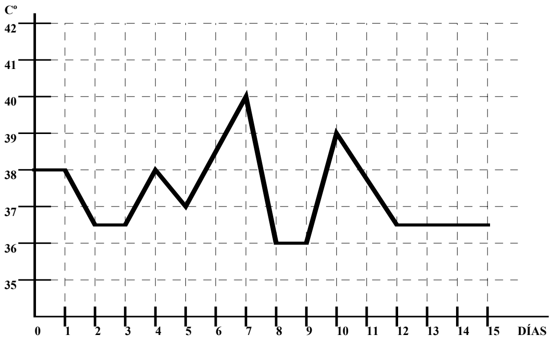
6.-De una bolsa que contiene 81 caramelos, sacamos 2/9. ¿Cuántos caramelos podemos sacar de la bolsa después de esta extracción?

☐-a)Sumar un número entero y un fraccionario.
☐-b)Restar a un número entero un fraccionario.
☐-c)Multiplicar un número entero por un fraccionario.
☐-d)Dividir un número entero por un fraccionario.

7.-Cinco cazadores, estupendos tiradores, van a cazar patos a una laguna. Al llegar 5 patos se posan en el agua. Cada cazador dispara a un pato, todos simultáneamente y todos aciertan; pero ninguno sabe a qué pato apuntan los demás. ¿Cuántos patos sobrevivirán?

☐-a)Realizar un reparto directamente proporcional.
☐-b)Calcular las probabilidades de salvarse con una tabla de números aleatorios.
☐-c)Representar gráficamente las distintas combinaciones.
☐-d)Calcular el porcentaje de patos que se pueden salvar.

8.-La siguiente gráfica describe la evolución de la temperatura de un paciente con el paso del tiempo. ¿Podrías indicar cuánto ha durado la enfermedad de esta persona, si tienes en cuenta que la temperatura normal es de 36,5 º C.?



☐-a)Realizar un cálculo aproximado de los días de fiebre.
☐-b)Hallar el porcentaje de los días de enfermedad.
☐-c)Averiguar en la gráfica los días que más fiebre ha tenido.
☐-d)Contar en la gráfica los días de fiebre.

9.-En un periódico, puedes leer la siguiente noticia: "El 2,5% de los mil congresistas se abstuvieron en la votación". ¿Serías capaz de escribir esta noticia sin que aparezcan los números decimales?

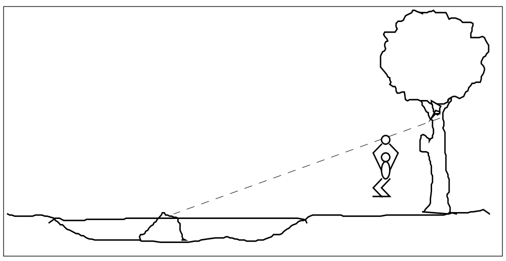
☐-a)Quitar decimales multiplicando por 10.
☐-b)Plantear una regla de tres simple directa.
☐-c)Plantear una regla de tres simple inversa.
☐-d)Hallar una fracción equivalente a 2,5.

10.-Los resultados de la evaluación pasada de matemáticas están representados en la siguiente tabla, en la que x_i representa las calificaciones y f_i la frecuencia de cada calificación. En función de estos datos, calcula la media.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	0	1	2	3	6	9	4	2	2	2	1

☐-a)Dividir la suma de todas las calificaciones por el número de alumnos.
☐-b)Sumar las calificaciones y dividir por 2.
☐-c)Dividir el número de alumnos por la suma de frecuencias.
☐-d)Dividir el número de alumnos por la suma de las calificaciones.

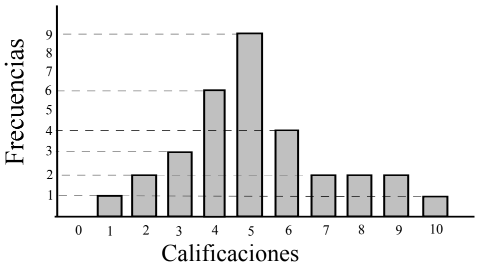
11.-Según se representa en el dibujo, queremos colocar una cuerda entre las ramas del árbol y la roca que hay en el centro de un río para darnos divertidos chapuzones.



Sabemos que la distancia de las ramas al suelo es de 4 metros, y que también existe esta misma distancia entre el árbol y la orilla del río, y entre ésta y la roca; pero no sabemos la distancia que hay entre las ramas y la roca. Si tienes en cuenta que: $h^2=a^2+b^2$, ¿puedes indicarnos la medida que ha de tener la cuerda para que podamos realizar este juego?

☐-a)Aplicar el teorema de Pitágoras.
☐-b)Representar el dibujo a escala.
☐-c)Averiguar la superficie del triángulo.
☐-d)Aplicar el teorema del cateto.

12.-Este gráfico representa una evaluación de la asignatura de matemáticas. ¿Podrías indicarnos cuántos alumnos han superado esta asignatura?



☐-a)Hallar la media aritmética de todas las puntuaciones.
☐-b)Sumar las puntuaciones y dividir por el número de alumnos.
☐-c)Calcular las puntuaciones que quedan por encima del 50%.
☐-d)Sumar las frecuencias que son igual o mayor que 5.

13.-Se ha decidido pintar la torre del reloj de un ayuntamiento Sabemos que es de base cuadrada con caras rectangulares que miden 15 metros de alto y 4 metros de ancho. ¿Sabrías informar a los pintores sobre los metros cuadrados que se han de pintar, teniendo en cuenta que la mitad de una de sus caras está ocupada por el edificio del ayuntamiento?

☐-a)Multiplicar el área de la base por la altura.
☐-b)Multiplicar la base por la altura y dividir por 2.
☐-c)Dividir la altura por 2 y multiplicar por la base.
☐-d)Multiplicar el perímetro de la base por la altura.

14.-Queremos construir una esfera para representar la Tierra, cuyo ecuador ha de medir 1884 centímetros. ¿Podrías indicar los metros cuadrados que tendrá la corteza de este pequeño planeta?.

☐-a)Averiguar la longitud de la circunferencia máxima y multiplicarla por 4.
☐-b)Calcular el área de un círculo máximo y multiplicarla por 2.
☐-c)Hallar la superficie de un circulo máximo y multiplicarla por 4.
☐-d)Multiplicar la longitud del ecuador por $2\pi r$.

15.-Queremos hacer el decorado de un patio romano con varias columnas de cartón que han de ir forradas de papel. Teniendo en cuenta que son cilíndricas, de 30 centímetros de diámetro, 3 metros de altura, y que las bases superior e inferior no han de forrarse, ¿podrías colaborar informando sobre los metros cuadrados que se necesitan para forrar cuatro columnas?.

☐-a)Calcular el área de la base de una columna y multiplicarla por su altura.
☐-b)Averiguar el diámetro de las columnas y multiplicarlo por la altura.
☐-c)Hallar el perímetro de la columna y multiplicarlo por la altura.
☐-d)Calcular el área de la base de una columna y multiplicarla por 4.

16.-La pirámide de Keops es de base cuadrada, midiendo sus caras triangulares 230 metros de base y 185 metros de altura. Con estos datos, ¿podrías calcular la extensión de las piedras que recubren sus cuatro caras?.

☐-a)Hallar el área de la base y multiplicarla por la altura.
☐-b)Calcular la superficie de una cara. y multiplicarla por 4.
☐-c)Calcular la superficie de la base y multiplicarla por 4.
☐-d)Averiguar el perímetro de la base y multiplicarlo por la altura.

17.-En el plano de una casa, realizado a escala 1:50, hemos comprobando que las paredes del salón miden 7 cms. de ancho y 10 cms. de largo, y las de la cocina 5 cms. de ancho y 8 cms. de largo. Con estos datos, ¿podrías indicar los metros cuadrados que tienen estas habitaciones en la realidad?

☐-a)Averiguar la superficie real con un reparto directamente proporcional.
☐-b)Calcular la superficie real con un reparto inversamente proporcional.
☐-c)Hallar la superficie real de las habitaciones cambiando la escala a 1:100.
☐-d)Averiguar la superficie real mediante un proceso de comparación.

18.-Pedro y Juan han mantenido una discusión sobre quién realiza el trayecto más corto para llegar al colegio. Pedro ha medido su recorrido en un plano, realizado a escala 1/10.000, y ha comprobado que su recorrido es de 15 centímetros. Juan ha realizado la misma operación en un plano con escala 1/5.000, y ha obtenido un itinerario de 25 centímetros. Después de analizar estos datos, Pedro insiste que su recorrido es más corto que el de Juan. ¿Podrías tú ayudar en esta discusión?

☐-a)Averiguar la diferencia entre los itinerarios mediante un proceso de comparación.
☐-b)Calcular las medidas reales con una regla de tres inversa.
☐-c)Comprobar las distancias en la realidad.
☐-d)Averiguar las medidas reales mediante una regla de tres directa.

19.-Un coche gasta 5,2 litros de gasolina, cuando recorre 100 Km. circulando a 90 Km/hora. ¿Qué consumo de combustible tendrá este vehículo en un viaje de 520 Km., si circula a una velocidad de 120 Km./hora?.

☐-a)Plantear un reparto directamente proporcional.
☐-b)Realizar un reparto inversamente proporcional.
☐-c)Plantear una regla de tres simple inversa.
☐-d)Representar gráficamente el problema.

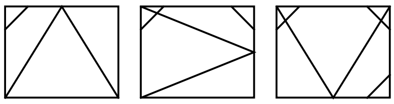
20.-Ante la siguiente serie de números: 2-5-11-23-47...¿Sabrías indicar cuál es el criterio que nos permite seguir?

☐-a)Realizar un cálculo de probabilidades.
☐-b)Averiguar el Máximo Común Divisor.
☐-c)Tantear con varias operaciones.
☐-d)Realizar un cálculo aproximado.

21.-Un pequeño empresario quiere repartir 5000 pesetas de beneficios entre sus dos empleados. Quiere que el reparto sea proporcional a la puntualidad de cada uno, de forma que el más puntual reciba más gratificación. Sabiendo que un empleado se ha retrasado 3 veces y el otro 5, ¿sabrías asignar la gratificación a cada empleado?.

☐-a)Plantear una regla de tres simple inversa.
☐-b)Realizar un reparto inversamente proporcional a 3 y 5.
☐-c)Plantear una regla de tres simple directa.
☐-d)Realizar un reparto directamente proporcional a 3 y 5.

22.-En esta grupo de figuras, se nos ha perdido la siguiente que continúa la serie. ¿Sabrías tú ayudarnos a encontrarla?



☐-a)Hallar el criterio de la serie mediante un razonamiento deductivo.
☐-b)Realizar una figura que sea muy parecida a la última.
☐-c)Dibujar una figura que se parezca a las tres de la serie.
☐-d)Averiguar la finalidad de la serie mediante un razonamiento lógico.

23.-Se sabe que en una urna hay bolas blancas y negras hasta un total de 6. Indica todos los posibles porcentajes de bolas blancas sobre el total.

☐-a)Hacer un cálculo de probabilidades sobre las bolas blancas que puede haber.
☐-b)Realizar una estimación aproximada de las bolas blancas que hay en la urna.
☐-c)Solicitar información sobre el número de bolas blancas que hay.
☐-d)Hacer una tabla con las posibles combinaciones de bolas blancas.

24.-Un padre tiene 32 años y su hija 2. ¿Cuándo será el padre 4 veces mayor que su hija?

☐-a)Realizar un sistema de ecuaciones.
☐-b)Realizar un cálculo por aproximación.
☐-c)Plantear una ecuación sencilla
☐-d)Realizar una regla de tres simple

ECOE (3-b)
Evaluación de Componentes Cognitivos en la Organización de Estrategias

Evaluación de los componentes cognitivos que utilizan los alumnos de Educación Secundaria Obligatoria en el proceso de resolución de problemas matemáticos.

Investigación realizada por Toboso Picazo, J. y dirigida por los Drs. Villanueva Bea, P. y Suárez Rodríguez, J.M. del Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Valencia

Nombre:........................**Apellidos:**..**Edad:**..................................
Centro:..**Curso:**............**Fecha:**...

Con esta investigación pretendemos valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos.

Los resultados que obtengamos de este estudio nos pueden resultar útiles para mejorar las propuestas de enseñanza y aprendizaje. Por ello, **te rogamos que respondas con el máximo interés**.

Te garantizamos que la información obtenida será totalmente confidencial. Tu nombre no aparecerá en documento alguno y las personas, ajenas a esta investigación, no podrán acceder a tus datos personales.

La prueba que te proponemos realizar consta de 24 problemas que tendrás que leer detenidamente. A continuación, se presentan cuatro alternativas para que elijas aquella que expresa lo que debes hacer en primer lugar. Es decir, aquella que mejor responde a la pregunta: **¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?.** Ten en cuenta que **algunas alternativas se han de hacer, pero no en primer lugar**. Recuerda que sólo una alternativa es correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos, y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

☐-a)Hallar el momento exacto en que hemos de dar la vuelta a los dos relojes simultáneamente
☐-b)Pasar a la misma unidad horaria el tiempo medido por cada reloj.
☐-c)Averiguar las vueltas que tenemos que dar al primer reloj a lo largo del día.
☐-d) Calcular el número de vueltas que hemos de dar a cada reloj a lo largo de las 24 horas

Como verás, la opción **a** expresa lo que debemos hacer al final para solucionar este problema, pero no representa el primer paso. Según estas alternativas, **lo primero que se debe hacer está indicado en la opción b**, pues inicialmente debemos pasar el tiempo medido por cada reloj a la misma unidad horaria. Marca, pues, con una X la casilla que hay al comienzo de la opción b.

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

GRACIAS POR TU COLABORACIÓN

1.-Pedro ha invitado a su cumpleaños a dos amigos. Uno se ha comido 1/3 de la tarta y el otro 1/5. ¿Cuánta tarta se podrá comer Pedro?

☐-a)Pasar los números fraccionarios a decimales.

☐-b)Pasar las fracciones a otras equivalentes con numerador común.

☐-c)Restar los números fraccionarios.

☐-d)Pasar las fracciones a otras equivalentes con denominador común.

2.-Para realizar el viaje de fin de etapa hemos recaudando 50.000 ptas. Como el viaje lo pensamos hacer el próximo año, hemos depositado este dinero en un banco de la localidad. El director nos ha prometido 3.500 ptas. de intereses, si lo dejamos en una cartilla de ahorro durante un año completo. Teniendo en cuenta que el interés simple es: $\frac{C.r.t}{100}$, ¿podrías averiguar el rédito que nos está ofreciendo el banco?

☐-a)Dividir el capital entre el interés producido.

☐-b)Multiplicar el dinero recaudado por 1000.

☐-c)Multiplicar el interés producido por 100.

☐-d)Dividir el interés entre los 12 meses del año.

3.-Los seres humanos consumimos diariamente, por término medio, 1/50 de nuestro peso en alimentos, mientras que un ratón se come cada día la mitad de su peso. ¿Cuántos gramos de alimento necesitará cada día una persona de 70 Kg. de peso, y un ratón de 0,3 Kg.?

☐-a)Calcular lo que comen entre los dos.

☐-b)Calcular la diferencia de peso entre la persona y el ratón.

☐-c)Calcular lo que come el hombre más que el ratón.

☐-d)Calcular lo que come el ratón.

4.-Metemos en una bolsa 10 bolas. Cinco con números positivos y otras cinco con números negativos. Si tomamos dos al azar y multiplicamos sus números, ¿qué será más frecuente un resultado positivo o negativo?

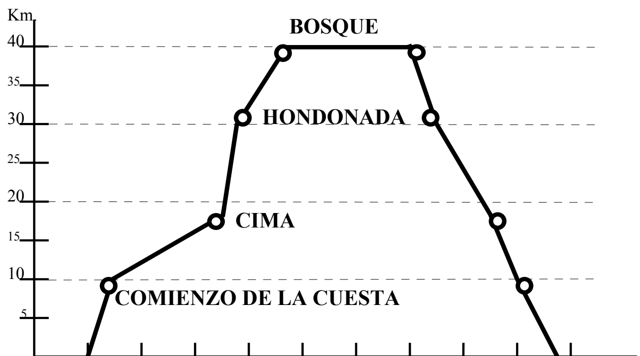
☐-a)Calcular el primer resultado en la combinación representada.

☐-b)Hallar el porcentaje de resultados positivos.

☐-c)Asignar a 5 números aleatorios el signo positivo.

☐-d)Elegir 2 números aleatorios al azar.

5.-Esta gráfica representa una excursión en bicicleta, desde nuestro pueblo a un bosque que está a 40 Km.. Para llegar a este lugar se ha de seguir un itinerario de subidas y bajadas. Mirando a la gráfica, ¿puedes indicar cuántos kilómetros hay desde el comienzo de la cuesta hasta la cima, y cuánto tiempo hemos tardado en subirla?



☐-a)Proyectar los puntos indicados sobre un eje.

☐-b)Prolongar el eje de ordenadas.

☐-c)Medir los milímetros que separan ambos puntos.

☐-d)Comprobar la escala del gráfico.

6.-De una bolsa que contiene 81 caramelos, sacamos 2/9. ¿Cuántos caramelos podemos sacar de la bolsa después de esta extracción?

☐-a)Averiguar el valor de: $\frac{81-2}{9}$

☐-b)Hallar el valor de: $\frac{81 \text{x} 2}{9}$

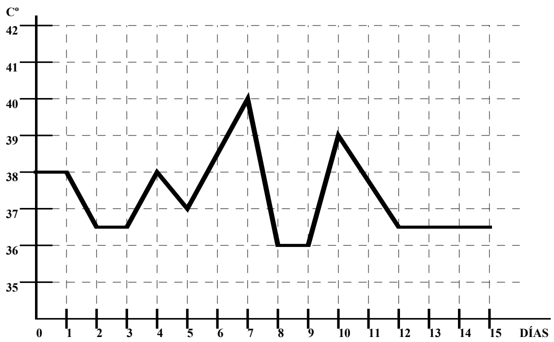
☐-c).Calcular el valor de: $\frac{81}{2 \text{x} 9}$

☐-d) Averiguar el valor de: $\frac{2 \text{x} 9}{81}$

7.-Cinco cazadores, estupendos tiradores, van a cazar patos a una laguna. Al llegar 5 patos se posan en el agua. Cada cazador dispara a un pato, todos simultáneamente y todos aciertan; pero ninguno sabe a qué pato apuntan los demás. ¿Cuántos patos sobrevivirán?

☐-a)Contar el número de patos que se salvan en las combinaciones representadas.
☐-b)Calcular el 25% de los 5 patos
☐-c)Elevar 5 al cuadrado y dividir por 10.
☐-d)Elegir 5 números aleatorios varias veces.

8.-La siguiente gráfica describe la evolución de la temperatura de un paciente con el paso del tiempo. ¿Podrías indicar cuánto ha durado la enfermedad de esta persona, si tienes en cuenta que la temperatura normal es de 36,5 º C.?



☐-a)Localizar los ejes de ordenadas y abscisas.
☐-b)Averiguar los datos que representa cada eje.
☐-c)Localizar la temperatura máxima alcanzada.
☐-d)Localizar la temperatura mínima alcanzada.

9.-En un periódico, puedes leer la siguiente noticia: "El 2,5% de los mil congresistas se abstuvieron en la votación". ¿Serías capaz de escribir esta noticia sin que aparezcan los números decimales?

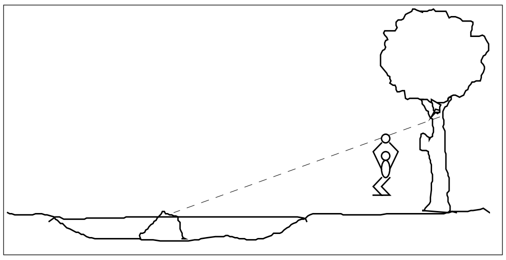
☐-a)Dividir el número de congresistas por 2,5.
☐-b)Multiplicar 2,5 por 1000.
☐-c)Dividir 100 por 2,5.
☐-d)Multiplicar 2,5 por 100.

10.-Los resultados de la evaluación pasada de matemáticas están representados en la siguiente tabla, en la que x_i representa las calificaciones y f_i la frecuencia de cada calificación. En función de estos datos, calcula la media.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	0	1	2	3	6	9	4	2	2	2	1

☐-a)Averiguar las calificaciones que obtiene cada alumno.
☐-b)Calcular el número de aprobados.
☐-c)Dividir cada calificación por su frecuencia.
☐-d)Hallar la suma de todas las calificaciones.

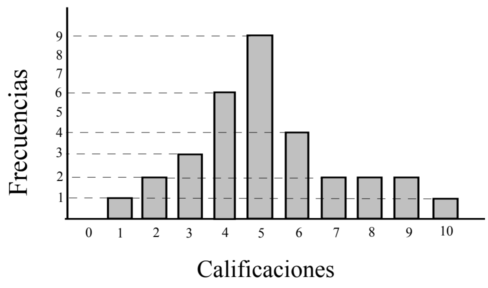
11.-Según se representa en el dibujo, queremos colocar una cuerda entre las ramas del árbol y la roca que hay en el centro de un río para darnos divertidos chapuzones.



Sabemos que la distancia de las ramas al suelo es de 4 metros, y que también existe esta misma distancia entre el árbol y la orilla del río, y entre ésta y la roca; pero no sabemos la distancia que hay entre las ramas y la roca. Si tienes en cuenta que: $h^2=a^2+b^2$, ¿puedes indicarnos la medida que ha de tener la cuerda para que podamos realizar este juego?

☐-a)Averiguar la escala del dibujo.
☐-b)Medir la cuerda con un escalímetro.
☐-c)Considerar la cuerda como la hipotenusa de un triángulo.
☐-d)Multiplicar la base del triángulo por la altura.

12.-Este gráfico representa una evaluación de la asignatura de matemáticas. ¿Podrías indicarnos cuántos alumnos han superado esta asignatura?



- ☐-a)Sumar todas las calificaciones.
- ☐-b)Averiguar el número de alumnos de la clase.
- ☐-c)Observar la frecuencia de cada calificación.
- ☐-d)Realizar un gráfico más representativo.

13.-Se ha decidido pintar la torre del reloj de un ayuntamiento Sabemos que es de base cuadrada con caras rectangulares que miden 15 metros de alto y 4 metros de ancho. ¿Sabrías informar a los pintores sobre los metros cuadrados que se han de pintar, teniendo en cuenta que la mitad de una de sus caras está ocupada por el edificio del ayuntamiento?

- ☐-a)Calcular el área de la base.
- ☐-b)Hallar el perímetro de la base.
- ☐-c)Averiguar la mitad de la altura
- ☐-d)Restar a una cara la superficie del ayuntamiento.

14.-Queremos construir una esfera para representar la Tierra, cuyo ecuador ha de medir 1884 centímetros. ¿Podrías indicar los metros cuadrados que tendrá la corteza de este pequeño planeta?.

- ☐-a)Calcular la longitud del radio.
- ☐-b)Multiplicar el ecuador por 2π.
- ☐-c)Hallar la longitud de la circunferencia máxima.
- ☐-d)Multiplicar el ecuador por 4π.

15.-Queremos hacer el decorado de un patio romano con varias columnas de cartón que han de ir forradas de papel. Teniendo en cuenta que son cilíndricas, de 30 centímetros de diámetro, 3 metros de altura, y que las bases superior e inferior no han de forrarse, ¿podrías colaborar informando sobre los metros cuadrados que se necesitan para forrar cuatro columnas?.

- ☐-a)Multiplicar el diámetro de la columna por πr^2.
- ☐-b)Multiplicar el diámetro por la altura.
- ☐-c)Multiplicar la altura por πr^2 .
- ☐-d)Multiplicar el diámetro de la columna por π.

16.-La pirámide de Keops es de base cuadrada, midiendo sus caras triangulares 230 metros de base y 185 metros de altura. Con estos datos, ¿podrías calcular la extensión de las piedras que recubren sus cuatro caras?.

- ☐-a)Multiplicar el lado de la base por la altura.
- ☐-b)Calcular el área de la base.
- ☐-c)Multiplicar el lado por sí mismo.
- ☐-d)Calcular el perímetro de la base.

17.-En el plano de una casa, realizado a escala 1:50, hemos comprobando que las paredes del salón miden 7 cms. de ancho y 10 cms. de largo, y las de la cocina 5 cms. de ancho y 8 cms. de largo. Con estos datos, ¿podrías indicar los metros cuadrados que tienen estas habitaciones en la realidad?

- ☐-a)Dividir las medidas de las paredes por 50.
- ☐-b)Multiplicar las medidas de las paredes por 50.
- ☐-c)Pasar las medidas a la escala 1/100.
- ☐-d)Multiplicar las medidas de las paredes por 100.

18.-Pedro y Juan han mantenido una discusión sobre quién realiza el trayecto más corto para llegar al colegio. Pedro ha medido su recorrido en un plano, realizado a escala 1/10.000, y ha comprobado que su recorrido es de 15 centímetros. Juan ha realizado la misma operación en un plano con escala 1/5.000, y ha obtenido un itinerario de 25 centímetros. Después de analizar estos datos, Pedro insiste que su recorrido es más corto que el de Juan. ¿Podrías tú ayudar en esta discusión?

☐-a)Multiplicar el itinerario de Pedro por 10.000.
☐-b)Multiplicar el itinerario de Juan por 10.000.
☐-c)Multiplicar el itinerario de Juan por 1.000.
☐-d)Multiplicar el itinerario de Pedro por 5.000.

19.-Un coche gasta 5,2 litros de gasolina, cuando recorre 100 Km. circulando a 90 Km/hora. ¿Qué consumo de combustible tendrá este vehículo en un viaje de 520 Km., si circula a una velocidad de 120 Km./hora?.

☐-a)Hallar el consumo medio circulando a 100 Km/hora.
☐-b)Calcular lo que consume al recorrer 520 Km. a una velocidad de 90 Km/hora.
☐-c)Averiguar el consumo medio entre 90 y 120 Km/hora.
☐-d)Calcular el consumo a los 100 Km. circulando a 120 Km/hora.

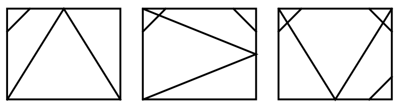
20.-Ante la siguiente serie de números: 2-5-11-23-47...¿Sabrías indicar cuál es el criterio que nos permite seguir?

☐-a)Averiguar los factores comunes.
☐-b)Sumar los números y dividir el resultado por 5.
☐-c)Hallar los factores no comunes.
☐-d)Comprobar si se cumple una operación.

21.-Un pequeño empresario quiere repartir 5000 pesetas de beneficios entre sus dos empleados. Quiere que el reparto sea proporcional a la puntualidad de cada uno, de forma que el más puntual reciba más gratificación. Sabiendo que un empleado se ha retrasado 3 veces y el otro 5, ¿sabrías asignar la gratificación a cada empleado?.

☐-a)Hallar el número inverso de 8.
☐-b)Dividir 5000 entre 8.
☐-c)Hallar los números inversos de 3 y 5.
☐-d)Dividir 5000 entre $\frac{1}{8}$

22.-En esta grupo de figuras, se nos ha perdido la siguiente que continúa la serie. ¿Sabrías tú ayudarnos a encontrarla?



☐-a)Dibujar la última figura.
☐-b)Analizar las tres figuras de la serie.
☐-c)Realizar una figura que se parezca a las tres.
☐-d)Pedir más información.

23.-Se sabe que en una urna hay bolas blancas y negras hasta un total de 6. Indica todos los posibles porcentajes de bolas blancas sobre el total.

☐-a)Comprobar el número de bolas blancas que hay.
☐-b)Considerar que hay 5 bolas blancas como primera posibilidad.
☐-c)Averiguar si hay menos bolas blancas que negras.
☐-d)Considerar que hay más bolas blancas que negras.

24.-Un padre tiene 32 años y su hija 2. ¿Cuándo será el padre 4 veces mayor que su hija?

☐-a)Considerar que la edad del padre es 32+X.
☐-b)Sumar a la edad del padre 4 años.
☐-c)Sumar a las edades del padre y la hija 4 años.
☐-d)Considerar que la edad del padre es 32+X+4.

ECEP (4-b)

Evaluación de Componentes Cognitivos en la Ejecución del Plan de Trabajo

Evaluación de los componentes cognitivos que utilizan los alumnos de Educación Secundaria Obligatoria en el proceso de resolución de problemas matemáticos.

Investigación realizada por Toboso Picazo, J. y dirigida por los Drs. Villanueva Bea, P. y Suárez Rodríguez, J.M. del Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Valencia

Nombre:........................**Apellidos:**..**Edad:**..................................
Centro:..**Curso:**............**Fecha:**..

Con esta investigación pretendemos valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos.

Los resultados que obtengamos de este estudio nos pueden resultar útiles para mejorar las propuestas de enseñanza y aprendizaje. Por ello, **te rogamos que respondas con el máximo interés**.

Te garantizamos que la información obtenida será totalmente confidencial. Tu nombre no aparecerá en documento alguno y las personas, ajenas a esta investigación, no podrán acceder a tus datos personales.

La prueba que te proponemos realizar consta de 24 problemas que tendrás que leer detenidamente. A continuación, se presentan cuatro alternativas para que, una vez que hayas realizado los cálculos oportunos, **elijas aquella que expresa el resultado correcto.** Puedes utilizar la calculadora si lo deseas, pero en muchas ocasiones te puede resultar más cómodo realizar las operaciones con lápiz y papel. En los cálculos saca dos decimales como máximo. Recuerda que sólo una alternativa es correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos, y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

Es muy probable que para resolver este problema hayas decidido realizar el siguiente planteamiento:
"Duración del reloj A= 6 minutos; duración del reloj B=240/60 = 4 minutos. Si averiguamos el mínimo común múltiplo de 6 y 4, obtendremos **12**. Como este resultado está indicado en la opción **a**, has de marcar con una X la casilla que hay al comienzo de esta opción.

☐-a)X=12 ☐-b)X=6 ☐-c)X=10 ☐-d)X=4

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

GRACIAS POR TU COLABORACIÓN

1.-Pedro ha invitado a su cumpleaños a dos amigos. Uno se ha comido 1/3 de la tarta y el otro 1/5. ¿Cuánta tarta se podrá comer Pedro?

Si sumamos los dos números fraccionarios, obtendremos la tarta que se han comido los amigos de Pedro. Después, sólo tendremos que restar este número a la tarta completa. Realiza estos cálculos e indica el resultado correcto.

☐-a) $\frac{8}{15}$ ☐-b) $\frac{7}{15}$ ☐-c) $\frac{5}{8}$ ☐-d) $\frac{1}{8}$

2.-Para realizar el viaje de fin de etapa hemos recaudando 50.000 ptas. Como el viaje lo pensamos hacer el próximo año, hemos depositado este dinero en un banco de la localidad. El director nos ha prometido 3.500 ptas. de intereses, si lo dejamos en una cartilla de ahorro durante un año completo. Teniendo en cuenta que el interés simple es: $\frac{C.r.t}{100}$, ¿podrías averiguar el rédito que nos está ofreciendo el banco?

Este problema se puede resolver despejando "r" de la fórmula ofrecida, en la que C=capital, r=rédito, y t=tiempo, medido en años. Realiza ahora los cálculos necesarios e indica el resultado correcto.

☐-a) r=6,5% ☐-b) r=7,5% ☐-c) r=7% ☐-d) r=8%

3.-Los seres humanos consumimos diariamente, por término medio, 1/50 de nuestro peso en alimentos, mientras que un ratón se come cada día la mitad de su peso. ¿Cuántos gramos de alimento necesitará cada día una persona de 70 Kg. de peso, y un ratón de 0,3 Kg.?

Este problema lo puedes resolver mediante un reparto directamente proporcional: h (Comida diaria del hombre)= $\frac{1}{50} = \frac{h}{70}$, y r (Comida diaria del ratón)= $\frac{1}{2} = \frac{r}{0,3}$. Después, has de pasar los Kilogramos a gramos. Averigua el valor de estas expresiones e indica la respuesta correcta.

☐-a) h=140 g. r=150 g. ☐-b) h=1400 g. r=15 g. ☐-c) h=2400 g. r=150 g. ☐-d) h=1400 g. r= 150 g.

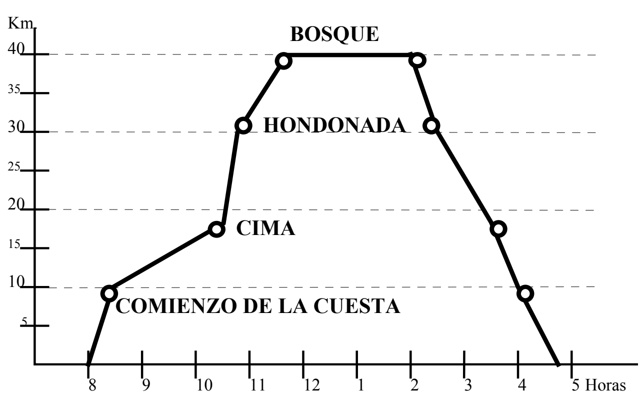
4.-Metemos en una bolsa 10 bolas. Cinco con números positivos y otras cinco con números negativos. Si tomamos dos al azar y multiplicamos sus números, ¿qué será más frecuente un resultado positivo o negativo?

La solución a este problema siempre es de forma estimada o aproximada. Se suele resolver, eligiendo números aleatorios de tablas que tienen comprobada su fiabilidad, como la que te hemos entregado. Asigna ahora el signo + y - a cinco números aleatorios, respectivamente. Selecciona 2 números al azar en cuatro ocasiones, e indica los resultados obtenidos.

1ª situación. Resultado:___ 3ª situación. Resultado:___
2ª situación. Resultado:___ 4ª situación. Resultado:___

☐-No sé utilizar las tablas de números aleatorios.

5.-Esta gráfica representa una excursión en bicicleta, desde nuestro pueblo a un bosque que está a 40 Km.. Para llegar a este lugar se ha de seguir un itinerario de subidas y bajadas. Mirando a la gráfica, ¿puedes indicar cuántos kilómetros hay desde el comienzo de la cuesta hasta la cima, y cuánto tiempo hemos tardado en subirla?



Una de las estrategias más frecuentes para resolver este problema consiste en marcar los puntos indicados y proyectarlos de forma perpendicular sobre los ejes. Si proyectamos los puntos "comienzo de cuesta" y "cima" sobre el eje del tiempo, obtendremos el tiempo T empleado. De igual forma podemos hacer con el espacio y obtendremos el valor E. Realiza estas operaciones e indica los valores reales de T y E.

☐-a)T=1,5 h. E=19 Km. ☐-c) T=2 h. E=8 Km.
☐-b)T=2,5 h. E=10 Km. ☐-d) T=2 h. E=17 Km.

6.-De una bolsa que contiene 81 caramelos, sacamos 2/9. ¿Cuántos caramelos podemos sacar de la bolsa después de esta extracción?

Este problema se resuelve, restando a 81 el valor de la fracción 2/9: $81 - \frac{2 \times 81}{9}$. Realiza ahora estas operaciones e indica el resultado que expresa los caramelos que quedan.

☐-a) 63 caramelos. ☐-b) 55 caramelos. ☐-c) 60 caramelos. ☐-d) 65 caramelos.

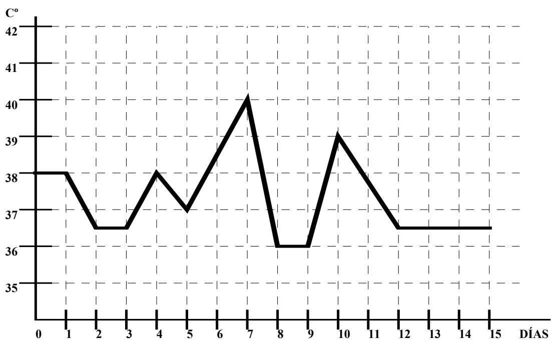
7.-Cinco cazadores, estupendos tiradores, van a cazar patos a una laguna. Al llegar 5 patos se posan en el agua. Cada cazador dispara a un pato, todos simultáneamente y todos aciertan; pero ninguno sabe a qué pato apuntan los demás. ¿Cuántos patos sobrevivirán?

La solución a este problema siempre es de forma estimada o aproximada. Se suele resolver, eligiendo números aleatorios de tablas que tienen comprobada su fiabilidad, como la que te hemos entregado. Asigna a cada pato dos números aleatorios, selecciona 4 situaciones al azar, e indica el nº de patos que se salva en cada una de ellas:

1ª Situación: Se salvan:____patos. 3ª Situación: Se salvan:____patos.
2ª Situación: Se salvan:____patos. 4ª Situación: Se salvan:____patos.

☐-No sé utilizar las tablas de números aleatorios.

8.-La siguiente gráfica describe la evolución de la temperatura de un paciente con el paso del tiempo. ¿Podrías indicar cuánto ha durado la enfermedad de esta persona, si tienes en cuenta que la temperatura normal es de 36,5 º C.?



Para resolver este problema, es necesario localizar los datos que representa cada eje y contar los días que tiene una temperatura por encima de los 36,5 º C. Con esta orientación, indica cuál de las siguientes cantidades refleja los días de enfermedad.

☐-a) 15 días. ☐-c) 8 días.
☐-b) 5 días. ☐-d) 10 días.

9.-En un periódico, puedes leer la siguiente noticia: "El 2,5% de los mil congresistas se abstuvieron en la votación". ¿Serías capaz de escribir esta noticia sin que aparezcan los números decimales?

Es muy probable que, para resolver este problema, hayas decidido realizar una regla de tres simple directa, con el siguiente planteamiento:
"Si a 100 congresistas le corresponde 2,5
a 1000 congresistas le corresponderá X" Realiza ahora los cálculos oportunos y señala la opción correcta.

☐-a) X=250 ☐-b) X=2,5 ☐-c) X=25 ☐-d) X=2,55

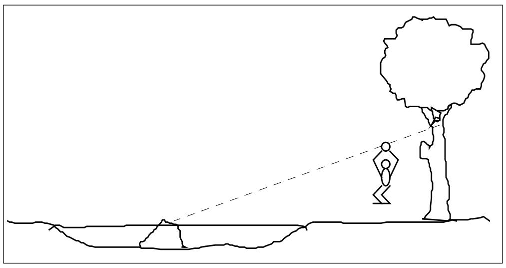
10.-Los resultados de la evaluación pasada de matemáticas están representados en la siguiente tabla, en la que x_i representa las calificaciones y f_i la frecuencia de cada calificación. En función de estos datos, calcula la media.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	0	1	2	3	6	9	4	2	2	2	1

Para resolver este problema, es necesario averiguar la suma de todas las calificaciones y dividirlas después por el número total de alumnos.

Realiza estos cálculos y señala la respuesta correcta:
☐-a)Media =5,3
☐-b)Media =5,5
☐-c)Media =5,4
☐-d)Media =5,1

11.-Según se representa en el dibujo, queremos colocar una cuerda entre las ramas del árbol y la roca que hay en el centro de un río para darnos divertidos chapuzones.

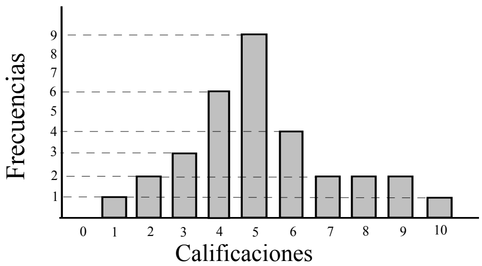


Sabemos que la distancia de las ramas al suelo es de 4 metros, y que también existe esta misma distancia entre el árbol y la orilla del río, y entre ésta y la roca; pero no sabemos la distancia que hay entre las ramas y la roca. Si tienes en cuenta que: $h^2=a^2+b^2$, ¿puedes indicarnos la medida que ha de tener la cuerda para que podamos realizar este juego?

Con la fórmula ofrecida, te puede resultar fácil encontrar la medida de la cuerda. Considera que "**h**" es la hipotenusa, y "**a**" "**b**" cada uno de los catetos del triángulo rectángulo. Realiza los cálculos e indica el resultado correcto.

☐-a) 8,9 metros. ☐-b) 8,7 metros. ☐-c) 8,8 metros. ☐-d) 8,6 metros.

12.-Este gráfico representa una evaluación de la asignatura de matemáticas. ¿Podrías indicarnos cuántos alumnos han superado esta asignatura?



Este problema lo puedes resolver observando y contando las frecuencias de la puntuación 5 y superiores. Realiza esta operación e indica el resultado correcto.

☐-a) 18 alumnos ☐-c) 21 alumnos
☐-b) 20 alumnos ☐-d) 22 alumnos

13.-Se ha decidido pintar la torre del reloj de un ayuntamiento Sabemos que es de base cuadrada con caras rectangulares que miden 15 metros de alto y 4 metros de ancho. ¿Sabrías informar a los pintores sobre los metros cuadrados que se han de pintar, teniendo en cuenta que la mitad de una de sus caras está ocupada por el edificio del ayuntamiento?

En este problema, has de calcular la superficie de las 4 caras de la torre, recordando que el área del rectángulo es *lado x lado* y, después, descontar la superficie de la mitad de la cara que está ocupada por el ayuntamiento. Realiza ahora los cálculos necesarios e indica la respuesta correcta.

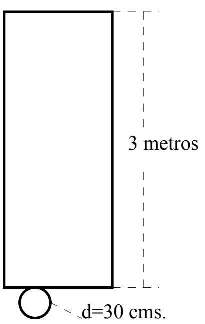
☐-a) 215 m^2 ☐-b) 212 m^2 ☐-c) 210 m^2 ☐-d) 213 m^2

14.-Queremos construir una esfera para representar la Tierra, cuyo ecuador ha de medir 1884 centímetros. ¿Podrías indicar los metros cuadrados que tendrá la corteza de este pequeño planeta?.

Este problema lo puedes resolver, calculando inicialmente el radio de la esfera, teniendo en cuenta que el ecuador es una circunferencia máxima, igual a: $2\pi r$. Después, has de calcular la superficie de la esfera, teniendo en cuenta que es 4 veces su círculo máximo, es decir: $4\pi r^2$. Realiza ahora estas operaciones e indica la respuesta correcta.(Los cálculos los debes realizar sacando sólo 2 decimales y considerando el valor de π=3,14).

☐-a)Superficie=115,24 m^2 ☐-b) Superficie=108.35 m^2 ☐-c) Superficie=98,15 m^2 ☐-d) Superficie=113,04 m^2

15.-Queremos hacer el decorado de un patio romano con varias columnas de cartón que han de ir forradas de papel.

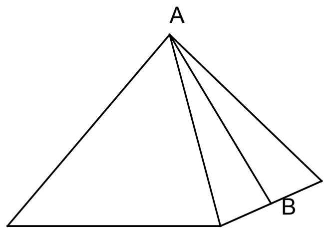


Teniendo en cuenta que son cilíndricas, de 30 centímetros de diámetro, 3 metros de altura, y que las bases superior e inferior no han de forrarse, ¿podrías colaborar informando sobre los metros cuadrados que se necesitan para forrar cuatro columnas?.

Este problema lo puedes resolver, más fácilmente, si haces un dibujo del desarrollo de la columna, parecido al que te presentamos. Ten en cuenta que el lado pequeño del rectángulo equivale a la longitud de la circunferencia de la columna. Realiza las operaciones necesarias y selecciona la respuesta correcta.

☐-a) Con 15 m^2 les faltará. ☐-c) Con 12 m^2 les sobrará.
☐-b) Con 10 m^2 es suficiente. ☐-d) Con 9 m^2 les sobrará

16.-La pirámide de Keops es de base cuadrada, midiendo sus caras triangulares 230 metros de base y 185 metros de altura. Con estos datos, ¿podrías calcular la extensión de las piedras que recubren sus cuatro caras?.



Para resolver este problema, te puede ayudar hacer un dibujo parecido al que te mostramos. Esta estrategia clarifica los cálculos que has de hacer. Ten en cuanta que la altura de sus caras está representada por el segmento AB. Realiza los cálculos necesarios e indica la solución correcta.

□-a) 80.500 m^2 □-b) 85.100 m^2 □-c) 75.200 m^2 □-d) 90.400 m^2

17.-En el plano de una casa, realizado a escala 1:50, hemos comprobando que las paredes del salón miden 7 cms. de ancho y 10 cms. de largo, y las de la cocina 5 cms. de ancho y 8 cms. de largo. Con estos datos, ¿podrías indicar los metros cuadrados que tienen estas habitaciones en la realidad?

Este problema se puede resolver, pasando las medidas del plano a medidas reales, mediante un reparto directamente proporcional. En este caso, podemos plantear la siguiente proporcionalidad $\frac{1}{50} = \frac{\text{Medida del plano}}{\text{Medida real}}$.
Realiza ahora los cálculos oportunos y señala la superficie real de estas dos habitaciones.

□-a) Salón=17,5 m^2 Cocina=10 m^2 □-c) Salón=25 m^2 Cocina=9 m^2
□-b) Salón=18 m^2 Cocina=10 m^2 □-d) Salón=17,5 m^2 Cocina=8 m^2

18.-Pedro y Juan han mantenido una discusión sobre quién realiza el trayecto más corto para llegar al colegio. Pedro ha medido su recorrido en un plano, realizado a escala 1/10.000, y ha comprobado que su recorrido es de 15 centímetros. Juan ha realizado la misma operación en un plano con escala 1/5.000, y ha obtenido un itinerario de 25 centímetros. Después de analizar estos datos, Pedro insiste que su recorrido es más corto que el de Juan. ¿Podrías tú ayudar en esta discusión?

Este problema se puede resolver, pasando las medidas del plano a medidas reales, mediante una sencilla "regla de tres". En el caso de Pedro, puedes hacer el siguiente planteamiento: Si a **1** corresponde en la realidad **10.000**
a **15 cms**. corresponderán **X cms** reales
Realiza los cálculos oportunos e indica el recorrido que hace cada uno.

□-a) Pedro=1.500 metros, Juan=1.250 metros. □-c) Pedro=3.000 metros, Juan=5.000 metros.
□-b) Pedro=3.000 metros, Juan=1.250 metros. □-d) Pedro=1.500 metros, Juan=2.500 metros.

19.-Un coche gasta 5,2 litros de gasolina, cuando recorre 100 Km. circulando a 90 Km/hora. ¿Qué consumo de combustible tendrá este vehículo en un viaje de 520 Km., si circula a una velocidad de 120 Km./hora?.

Este problema lo puedes resolver, mediante un planteamiento de repartos directamente proporcionales:

Si a 90 Km./hora consume 5,2 litros
a 120 Km./hora consumirá L litros.

Si en 100 Km. a 120 Km./hora consume L litros
en 520 Km. a 120 Km./hora consumirá X litros

Realiza los cálculos oportunos, sacando dos decimales, e indica el valor de X.

□-a) X=34,30 □-b) X=36,03 □-c) X=37,30 □-d) X=39,03

20.-Ante la siguiente serie de números: 2-5-11-23-47...¿Sabrías indicar cuál es el criterio que nos permite seguir?

En esta serie, hemos pasado de un número a otro, aplicando siempre la misma operación. Para averiguarlo, te puede dar buen resultado ir tanteando y comprobando varias operaciones (sumar un número al anterior, restar, multiplicar...), hasta encontrar el criterio por el cual se pasa de una número a otro. Realiza este proceso e indica el número que continúa la serie.

□-a) 95 □-b) 104 □-c) 89 □-d) 78

21.-Un pequeño empresario quiere repartir 5000 pesetas de beneficios entre sus dos empleados. Quiere que el reparto sea proporcional a la puntualidad de cada uno, de forma que el más puntual reciba más gratificación. Sabiendo que un empleado se ha retrasado 3 veces y el otro 5, ¿sabrías asignar la gratificación a cada empleado?.

En este problema, tienes que repartir 5000 pesetas inversamente proporcional a 3 y 5 retrasos. Para ello, puedes repartir 5000 ptas. entre $^1/_3$ y $^1/_5$, que son los inversos de 3 y 5. Si consideras que **"a"** es el trabajador que se retrasa 3 veces y **"b"** el que se retrasa 5, puedes afirmar que a + b=5000 y también establecer la siguiente proporción:

$$\frac{a}{1/3} = \frac{b}{1/5}$$

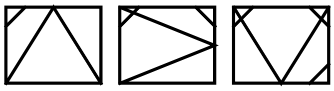
Como a + b=5000 y sumando los numeradores y denominadores obtienes una fracción equivalente, puedes decir que:

$$\frac{a+b}{1/3 + 1/5} = \frac{5000}{\left(1/3 + 1/5\right)}$$

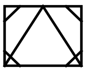
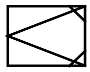
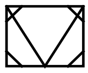
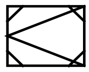
Realiza ahora los cálculos necesarios e indica los valores de a y b.

□-a) a=3135 b=1865 □-b) a=3145 b=1855 □-c) a=3155 b=1845 □-d) a=3125 b=1875

22.-En esta grupo de figuras, se nos ha perdido la siguiente que continúa la serie. ¿Sabrías tú ayudarnos a encontrarla?



Este tipo de problemas se suele resolver realizando un proceso de deducción para hallar el criterio o norma que forma la serie. ¿Lo has encontrado ya? Indica cuál es la siguiente figura que debe continuar.

□-a)  □-b)  □-c)  □-d) 

23.-Se sabe que en una urna hay bolas blancas y negras hasta un total de 6. Indica todos los posibles porcentajes de bolas blancas sobre el total.

Para resolver este problema puede resultarte útil realizar una tabla parecida a la siguiente:

Negras	Blancas	% Blancas
1	5	A
2	4	B
3	3	C
4	2	D
5	1	E

Realiza los cálculos necesarios para averiguar los porcentajes representados por las letras A, B, C, D y E, y señala la respuesta correcta.

□-a) A=83,3 B=66,6 C=50 D=33,3 E=16,6
□-b) A=83,3 B=76,6 C=50 D=33,3 E=16,6
□-c) A=83,3 B=66,6 C=50 D=23,3 E=16,6
□-d) A=93,3 B=76,6 C=50 D=33,3 E=16,6

24.-Un padre tiene 32 años y su hija 2. ¿Cuándo será el padre 4 veces mayor que su hija?

Este problema se puede resolver mediante el planteamiento de una sencilla ecuación. A los años que deben transcurrir les llamaremos X. Como sabemos que la edad del padre ha de ser 4 veces la de la hija, podremos establecer la siguiente igualdad: 32+X=4(2+X). Realiza ahora los cálculos e indica el valor de X.

□-a) X=9 años □-b) X=8 años □-c) X=10 años □-d) X=7 años

7.7 Cuestionario general GTSQ de estilos intelectuales de Sternberg y Martin

GTSQ

CUESTIONARIO GENERAL DE ESTILOS INTELECTUALES DE STERNBERG Y MARTIN
Adaptación de Toboso, J. (1995) de la versión de Serrano, F.J. (1992)
UNIVERSIDAD DE VALENCIA

Nombre:........................**Apellidos:**..**Edad:**.................................		
Centro:..**Curso:**............**Fecha:**..		

Este cuestionario pretende estudiar las diferentes estrategias que utilizas a la hora de resolver problemas, realizar tareas y proyectos, y tomar decisiones.

Los resultados que obtengamos nos pueden resultar muy útiles para mejorar las propuestas de enseñanza-aprendizaje. Por ello te rogamos que respondas con total sinceridad; además la información que se obtenga será totalmente confidencial: los nombres de los participantes no se utilizarán y nadie podrá acceder a tus datos individuales.

Después de leer cuidadosamente cada afirmación, **rodea con un círculo el número 1 si esta forma de actuar no se ajusta en absoluto, o casi nunca, a tu forma de actuar, es decir, casi nunca haces las cosas de esta forma**. **Rodea el número 7 si la afirmación se ajusta muy bien a tu modo de actuar, es decir, si siempre actúas de esta forma. Usa los valores intermedios para indicar otros grados de tu comportamiento:**

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
En absoluto	**No muy bien**	**Regular**	**Casi bien**	**Bien**	**Muy bien**	**Extremadamente bien**

En este cuestionario no hay respuestas correctas o erróneas. Contesta a tu ritmo, pero no dediques demasiado tiempo para responder. Intenta contestar a todas las afirmaciones y si tienes alguna duda pregúntala con toda libertad.

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER, PREGUNTA
SI LO HAS ENTENDIDO, PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS

GRACIAS POR TU COLABORACIÓN

603 Cuando dialogo o expreso mis ideas por escrito me gusta criticar cómo hacen las cosas los/as demás...→ **1 2 3 4 5 6 7**

805 Prefiero tratar con problemas específicos más que con problemas generales. ....→ **1 2 3 4 5 6 7**

306 Disfruto trabajando en proyectos o trabajos que me permiten probar nuevas formas de hacer las cosas...→ **1 2 3 4 5 6 7**

401 Cuando tomo decisiones intento seguir mis propias ideas y formas de hacer las cosas...→ **1 2 3 4 5 6 7**

702 Cuando dialogo o expreso mis ideas por escrito sigo las normas formales de presentación. ....→ **1 2 3 4 5 6 7**

109 Cuando hablo o escribo sobre mis ideas me concentro en la idea principal.......→ **1 2 3 4 5 6 7**

313 Cuando comienzo una tarea me gusta generar ideas con mis amigos/as o compañeros/as. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

510 Procuro tomar mis decisiones teniendo en cuenta sólo lo que es importante para mi grupo o compañeros/as. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

703 Cuando tomo una decisión me gusta confrontarla con las opiniones contrarias. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

508 Me gusta establecer prioridades sobre las cosas que tengo que hacer antes de comenzarlas. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

104 Me gustan las situaciones o tareas en las que no tengo que prestar atención a los detalles. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

801 Cuando me enfrento a un problema utilizo mis propias ideas y estrategias para resolverlo. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

505 Cuando dialogo o escribo sobre un tema pienso que los detalles y los hechos son más importantes que la visión general. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

804 Tiendo a prestar poca atención a los detalles. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

502 Me gusta planificar la forma de resolver un problemas siguiendo ciertas reglas. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

705 Prefiero las tareas relacionadas con un problema simple y concreto que las que se refieren a problemas complejos o generales. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

612 Me gusta controlar todas las fases de un proyecto o trabajo sin tener que consultar a los/as demás. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

710 Disfruto trabajando en diferentes tareas que son importantes para mi grupo de compañeros/as. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

206 Me gustan las situaciones donde puedo ensayar nuevas formas de hacer las cosas. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

107 Me gusta hacer las cosas de la forma como se han hecho siempre. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

701 Me gusta poner en práctica mis ideas y ver hasta dónde me llevan. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

602 Tengo mucho cuidado para elegir el método apropiado con el fin de resolver cualquier problema. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

209 Me gusta tratar con los hechos o temas principales antes que con los detalles o sucesos puntuales. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

802 Me gusta trabajar en cosas en las que puedo seguir unas normas. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

406 Me gustan los proyectos o trabajos que me permiten contemplar una situación desde una nueva perspectiva. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

308 Cuando hablo o escribo sobre ideas me gusta tener organizados los hechos según su importancia. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

407 Defiendo las reglas, normas o formas establecidas de hacer las cosas. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

412 Prefiero consultar libros para buscar la información que necesito antes que preguntársela a los/as demás. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

311 Cuando tengo que hacer muchas cosas las resuelvo conforme se me presentan. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

205 Me gusta memorizar hechos puntuales y pequeñas unidades de información independientemente de los contextos. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

208 Antes de comenzar un proyecto o trabajo me gusta saber las cosas que tengo que hacer y en qué orden. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

201 Me gustan los problemas en los que puedo ensayar mi propia forma de resolverlos. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

312 Cuando estoy tomando una decisión tengo confianza en mi propio juicio de la situación. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

511 Puedo pasar de una tarea a otra fácilmente porque todas las tareas me parecen de igual importancia. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

613 Si necesito más información prefiero preguntársela a los/as demás antes que consultar libros sobre el tema. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

713 En una discusión o trabajo me gusta combinar mis propias ideas con las de los/as demás. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

609 Cuando intento terminar una tarea tiendo a ignorar los problemas que van surgiendo. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

403 Cuando me enfrento a ideas contrapuestas me gusta decidir cuál es la forma más adecuada de hacer las cosas. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

504 Tengo en cuenta más el efecto general de una tarea que tengo que hacer que los detalles. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

808 Cuando estoy trabajando en una tarea me gusta ver cómo las partes se relacionan con el propósito general de la misma. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

103 Me gustan las situaciones donde puedo comparar y evaluar diferentes formas de hacer las cosas. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

211 Cuando tengo muchas cosas importantes que hacer, intento hacer las máximas posibles independientemente del tiempo de que disponga. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

212 Cuando me enfrento a un problema me gusta resolverlo por mis propios medios.. → **1 2 3 4 5 6 7**

305 Tiendo a dividir un problema en partes sencillas que puedo resolver sin contemplar el problema como un todo. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

607 Cuando soy responsable de algo me gusta seguir los métodos e ideas tradicionales.. → **1 2 3 4 5 6 7**

210 Cuando me enfrento a un problema me aseguro de que mi forma de resolverlo goza de la aprobación de los/as compañeros/as. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

809 Utilizo cualquier medio para conseguir mi meta... → **1 2 3 4 5 6 7**

303 Me gusta comprobar y evaluar los puntos de vista contrapuestos o las ideas conflictivas. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

605 Me gusta recoger información detallada o específica para los trabajos que realizo. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

708 Cuando me enfrento a las dificultades tengo muy claro lo importante que es cada una y en qué orden he de resolverlas.. → **1 2 3 4 5 6 7**

207 Me gustan las situaciones en las que tengo que seguir unos pasos establecidos. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

204 Cuando realizo una tarea me gusta comprobar cómo encaja cada parte que hago en el esquema general.. → **1 2 3 4 5 6 7**

411 Me gusta enfrentarme a todo tipo de problemas, incluso a aquellos que parecen no tener importancia. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

810 Prefiero realizar una tarea o un trabajo que sea aceptado y aprobado por mis compañeros/as... → **1 2 3 4 5 6 7**

807 Me gustan las situaciones donde el papel que desempeño es uno tradicional.. → **1 2 3 4 5 6 7**

806 Me gusta cambiar las prácticas y reglas establecidas para mejorar las formas de hacer las tareas.. → **1 2 3 4 5 6 7**

608 Cuando dialogo o expreso mis ideas por escrito destaco la idea principal y la manera en que encaja cada una de las partes con ella. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

402 Me gustan los trabajos que tienen una estructura clara, un plan establecido y una meta bien definida... → **1 2 3 4 5 6 7**

101 Cuando realizo un trabajo o tarea me gusta comenzar con mis propias ideas. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

812 Prefiero las situaciones donde puedo desarrollar mis propias ideas, sin perder la confianza en otras o sin descartarlas. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

408 Cuando tengo muchas cosas que hacer poseo un claro sentido del orden en que tengo que hacerlas. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

213 Me gusta participar en actividades donde puedo formar parte de un equipo e interactuar con los/as demás. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

102 Antes de comenzar una tarea o trabajo me gusta comprobar qué método o procedimiento puedo usar. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

410 Cuando dialogo o escribo acerca de un tema, sigo los puntos de vista aceptados por mis compañeros/as. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

307 Me gustan las tareas y problemas en los que tienes que seguir unas reglas para resolverlos. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

301 Antes de comenzar una tarea me gusta pensar por mi mismo/a la forma en qué podría hacer mi trabajo. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

704 Tiendo a destacar los aspectos generales de los hechos o el efecto general de un trabajo. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

302 Me gusta seguir reglas definidas o directrices dadas cuando resuelvo un problema o realizo una tarea. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

611 Cuando dialogo o escribo sobre ideas las plasmo conforme me vienen a la mente. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

113 Cuando participo en un trabajo me gusta compartir las ideas con los/as demás y obtener información de ellos/as. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

601 Me siento más feliz en el trabajo cuando puedo decidir por mi mismo/a cuándo y cómo hacerlo. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

503 Me gustan los trabajos donde puedo estudiar y evaluar diferentes puntos de vista o ideas. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

111 Cuando comienzo una tarea me gusta considerar todas las formas posibles de hacerla, incluso las que parecen más ridículas. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

509 Cuando tomo una decisión tiendo a considerar solamente un factor principal. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

105 Me gustan los problemas donde es necesario prestar atención a los detalles.. → **1 2 3 4 5 6 7**

513 Me gustan los trabajos en los que puedo trabajar conjuntamente con otros/as.. → **1 2 3 4 5 6 7**

404 Me gustan las situaciones donde puedo concentrarme en los hechos generales en vez de en los específicos.. → **1 2 3 4 5 6 7**

507 Cuando realizo una cosa de la forma que estoy acostumbrado/a a hacerlo, no me gusta que surjan problemas imprevistos.. → **1 2 3 4 5 6 7**

606 Me gusta desafiar las ideas o las formas tradicionales de hacer las cosas y buscar otras mejores. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

512 Cuando dialogo o escribo sobre ideas, sólo utilizo mis propias ideas. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

707 Cuando me enfrento a un problema me gusta resolverlo de la forma tradicional.. → **1 2 3 4 5 6 7**

712 Me gusta hacer solo/a las tareas o trabajos.. → **1 2 3 4 5 6 7**

610 Cuando tengo varias cosas importantes que hacer, escojo la que es más importante para mi grupo de compañeros/as.. → **1 2 3 4 5 6 7**

711 Encuentro que la resolución de un problema generalmente me conduce a otros tan importantes como el primero.. → **1 2 3 4 5 6 7**

413 Cuando tomo una decisión intento tener en cuenta las opiniones de los/as demás... → **1 2 3 4 5 6 7**

604 Me gusta realizar trabajos que tratan de hechos generales y no de detalles sin importancia. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

501 Me gustan las situaciones donde puedo utilizar mis propias ideas y mi propio estilo de hacer las cosas. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

709 Si hay que hacer varias cosas importantes, hago la que considero que es más importante para mí. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

706 Me gusta trabajar con problemas antiguos y hallar nuevos métodos de resolverlos. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

803 Prefiero las tareas o problemas donde puedo evaluar los trabajos y métodos de los/as demás. .... → **1 2 3 4 5 6 7**

813 Me gustan las situaciones donde me relaciono con los/as demás y todos/as trabajamos conjuntamente.. → **1 2 3 4 5 6 7**

506 Cuando me enfrento a un problema prefiero probar nuevas estrategias o métodos para resolverlo. ....→ **1 2 3 4 5 6 7**

106 Me gusta hacer las cosas con métodos nuevos que no han sido usados por los/as demás en el pasado. ....→ **1 2 3 4 5 6 7**

309 Me gusta concentrarme en una tarea cada vez. ....→ **1 2 3 4 5 6 7**

112 Me gustan los trabajos que puedo realizar de forma independiente, por mi mismo/a. ....→ **1 2 3 4 5 6 7**

811 Cuando tomo una decisión intento tener en cuanta todos los puntos de vista. ....→ **1 2 3 4 5 6 7**

108 Cuando comienzo algo me gusta hacer una lista de las cosas que tengo que hacer según su orden de importancia. ....→ **1 2 3 4 5 6 7**

203 Me gusta el trabajo que implica analizar, ordenar o comparar cosas. ....→ **1 2 3 4 5 6 7**

110 Cuando comienzo una tarea o un trabajo me concentro en las partes más importantes para mis compañeros. ....→ **1 2 3 4 5 6 7**

409 Tengo que finalizar un trabajo antes de comenzar otro. ....→ **1 2 3 4 5 6 7**

304 Cuando hablo o expreso ideas por escrito me gusta mostrar la extensión y contexto de las mismas, es decir, su planteamiento general. ....→ **1 2 3 4 5 6 7**

405 Presto más atención a las partes de una tarea que a su efecto general o significado general. ....→ **1 2 3 4 5 6 7**

310 Cuando hay que hacer varias cosas importantes, hago las que considero que son más importantes para mí y mis compañeros/as. ....→ **1 2 3 4 5 6 7**

202 Me gustan las situaciones en las que mi función o mi forma de participar está claramente definida. ....→ **1 2 3 4 5 6 7**

POR FAVOR, COMPRUEBA QUE HAS CONTESTADO A TODAS LAS PREGUNTAS. GRACIAS POR TU COLABORACIÓN

7.8 Orientaciones, dirigidas a los profesores colaboradores, para pasar la batería de las cuatro pruebas ECCL, ECSP, ECOE y ECEP

ORIENTACIONES, DIRIGIDAS A LOS PROFESORES COLABORADORES, PARA PASAR LAS PRUEBAS ECCL, ECSP, ECOE Y ECEP.

Esta batería pretende detectar, analizar y valorar las dificultades que presentan los alumnos de educación secundaria a la hora de resolver problemas de razonamiento matemático.

Siguiendo el currículum de la E.S.O., especificado en los textos de las "cajas rojas", hemos elaborado dos problemas relacionados con cada uno de los criterios de evaluación del primer ciclo de esta etapa.

La batería se compone de cuatro partes:

1ª ECCL: Evalúa los Componentes Cognitivos en la Comprensión Lectora, solicitando al alumno que indique en qué consiste el problema. (Cuadernillo 1-b de color crema)

2ª ECSP: Evalúa los Componentes Cognitivos en la Selección del Plan de Trabajo, pidiendo al alumno que seleccionen el plan de trabajo adecuado para resolver el problema. (Cuadernillo 2-b de color azul)

3ª ECOE: Evalúa los Componentes Cognitivos en la Organización de Estrategias, mediante la selección de la primera operación que es necesaria realizar para resolver correctamente el problema. (Cuadernillo 3-b de color verde).

4ª ECEP: Evalúa los Componentes Cognitivos en la Ejecución del Plan de Trabajo, informando sobre el procedimiento general que le permitirá resolver el problema, y solicitando a continuación que realice los cálculos necesarios, e indique el resultado correcto. Pretendemos valorar la habilidad para realizar correctamente todo el proceso de resolución del problema. Es muy probable que tengáis alumnos que sepan cómo se hace el problema y seleccionen el plan adecuado; pero que al final, no sepan qué hacer en primer lugar, o no realicen los cálculos necesarios para llegar a la solución correcta. Esta fase también tiene una finalidad didáctica, pues expone, brevemente, el proceso que es necesario realizar para resolver el problema, de forma que, si no se sabe resolver, se puede aprender en este momento, asimilando la nueva información dada, y poniéndola en práctica.

El nombre del alumno/a y del Centro sólo servirá para relacionar los diferentes datos del estudio con un mismo sujeto. Una vez relacionados, los sujetos se identificarán con un número que garantizará su anonimato. Esta situación puede ayudarnos a realizar esta actividad con más independencia y facilitar, así, la obtención de datos más objetivos sobre nuestros alumnos.

Al final de la investigación, presentaré un informe general sobre los análisis realizados, de forma que, en algunos casos, pueda facilitar la adaptación del proceso de enseñanza y aprendizaje a las características y necesidades de los alumnos.

No hemos fijado tiempo límite para la realización de las pruebas, pero en las experiencias piloto hemos observado los siguientes tiempos que pueden servir de referencia para hacer una primera previsión: ECCL 1-b entre 15 y 35 minutos, ECSP 2-b entre 20 y 35 minutos, ECOE 3-b entre 20 y 35 minutos, y ECEP 4-b, en la que han de hacer algunos cálculos, entre 20 y 85 minutos (se han de utilizar dos sesiones de clase).

Las pruebas se pueden pasar en una jornada, o en varias, dependiendo de la organización de cada centro y del cansancio que observes en los alumnos. En cualquier caso, es muy importante motivar a los alumnos para que pongan el máximo interés. Sobre este aspecto, consideramos que conviene resaltar la importancia que puede tener esta investigación para adaptar mejor el proceso de enseñanza y aprendizaje a sus características y necesidades personales.

Al final de estas instrucciones, adjunto una hoja para que registres el tiempo mínimo y máximo empleado en cada prueba, así como las observaciones que estimes oportunas.

Cuando hayas pasado las cuatro pruebas, te rogamos que las entregues al director/a de tu centro o al Dpto. de Orientación.

RECOMENDACIONES PARA COMUNICAR A LOS ALUMNOS:

- Motivar a los alumnos/as para que pongan el máximo interés, pues se trata de una investigación que permitirá mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje. Se puede hacer referencia a importancia que tienen ellos al participar en un proceso de investigación, dirigido por la Universidad.

- Informar que cada prueba tiene 24 problemas, presentados como prueba objetiva, para que elijan la alternativa que responde correctamente al interrogante planteado.

- Si hay algún problema que no lo saben, no deben preocuparse, pues esta situación es la normal.

- Los cuadernillos van impresos a doble cara; por este motivo, han de prestar atención para no dejar sin contestar los problemas del reverso de cada hoja.

- Cuando quieran rectificar alguna equivocación, han de tachar en "zig-zag" la alternativa errónea y marcar de nuevo con un "aspa" la correcta. Se les debe advertir que esta situación sea excepcional, pues puede restar claridad a la prueba. Antes de marcar la respuesta correcta, deben leer detenidamente todas las alternativas.

- En las pruebas piloto hemos detectado que los alumnos participantes no sabían resolver los problemas 4 y 7 en los que interviene el azar. En la prueba final ECEP 4-b, si os encontráis con algún alumno que sabe resolverlo, entregadle la tabla de números aleatorios que os adjunto. Si no han trabajado con estas tablas, o no recuerdan su uso, han de marcar la casilla que indica esta situación.

- Hay que insistir que contesten sólo a los problemas que sepan y que no respondan al azar para comprobar su suerte; pues no se trata de un examen escolar con calificación, sino de un estudio que pretende analizar sus dificultades. De otra forma, el esfuerzo que estamos realizando resultaría inútil.

- En la prueba final ECEP 4-b de aplicación algorítmica, pueden utilizar la calculadora; aunque la mayoría de los cálculos son muy sencillos y se puede terminar antes haciendo las operaciones con lápiz y papel. También se les puede ampliar la información sobre el planteamiento correcto del problema, **pero no sobre cómo han de hacer los cálculos**, pues se trata de valorar su habilidad para aplicar los algoritmos aritméticos y algebraicos.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA INVESTIGACIÓN

Para los que no habéis participado en la primera fase de este estudio, queremos exponer, de forma breve, los fundamentos teóricos en los que nos basamos, para que puedas comprender mejor la finalidad de todo este proceso.

Como objetivo final queremos analizar y valorar el desarrollo de los procesos cognitivos desde varias teorías del procesamiento de la información, en especial desde la teoría triárquica de la inteligencia de Sternberg.

Esta teoría considera la inteligencia como una estructura jerárquica, descomponiéndola en tres partes:

Subteoría componencial: Estudia los mecanismos mentales internos responsables del comportamiento inteligente. Son los llamados "componentes del procesamiento de la información" que entran en juego en todas las tareas inteligentes de la persona. Tareas nuevas, automatización de aprendizajes, adaptación al entorno, etc. Estos componentes pueden ser de tres tipos:

- **Metacomponentes**: Considerados como los procesos ejecutivos de orden superior que utilizamos para planificar, supervisar, y evaluar el desarrollo de nuestras tareas. En realidad "dicen" al resto de los componentes lo que deben hacer, de ahí el apelativo de "ejecutivos"; pero también reciben información sobre el cómo se está realizando la tarea. En nuestro estudio, el reconocer la naturaleza de un problema, elaborar un plan de trabajo, y secuenciar los pasos de la resolución, representan tareas en las que han de intervenir estos metacomponentes. Las pruebas 1-ECCL, 2-ECSP, y 3-ECOE pretenden valorar su adecuación y desarrollo.

- **Componentes de ejecución**: Se encargan de resolver el problema. Pueden ser de varios tipos: de codificación para percibir la naturaleza del problema y acceder a la información almacenada, de aplicación para utilizar las estrategias planificadas, etc. Estos componentes se analizarán en la fase final de nuestras pruebas, al pedirle al alumno que ejecute el plan para llegar a la solución del problema.

- **Componentes de adquisición de conocimientos**: Se utilizan para adquirir nueva información, o para recuperar los conocimientos almacenados en la memoria. Funcionan de forma complementaria con los metacomponentes y componentes de ejecución. Intervendrían en todas las pruebas planteadas; de forma especial en los procesos de recuperación de información en las tres primeras, y en la adquisición de la información en la última, para aquellos alumnos que no saben resolver el problema.

Subteoría experiencial: Estudia la aplicación de los componentes a la experiencia del sujeto. Conocer cómo se solucionan los problemas, no implica resolverlos. Analiza la capacidad para enfrentarse a problemas o situaciones nuevas, y la capacidad para automatizar la información recibida.

Para valorar esta capacidad, proponemos problemas novedosos en los que se han de aplicar los conocimientos adquiridos en otras situaciones diferentes.

Subteoría contextual o práctica: Estudia cómo los componentes se utilizan para adaptarse al medio, relacionar los estímulos, o modificar el ambiente. Desde esta subteoría, un acto inteligente para una persona de una determinada cultura, puede no serlo en otro contexto diferente. En nuestro estudio, hemos planteado problemas cotidianos, frecuentes en el contexto experiencial del alumno, y cuya resolución nos indicaría el grado de adaptación a nuestro contexto sociocultural.

¡Gracias por tu colaboración!

HOJA DE ANOTACIONES PARA EL PROFESOR

	Tiempo mínimo	Tiempo máximo
ECCL-1-b		
ECSP-2-b		
ECOE-3-b		
ECEP-4-b		

Observaciones y sugerencias sobre las pruebas:

7.9 Cuestionarios para la recogida de datos

CONDICIONES FAMILIARES Y PERSONALES DEL ALUMNO

Centro de estudios:.. Localidad:..
Apellidos:.. Nombre:................................
Fecha de nacimiento:........................ Estudios que realizas: ....
Nº de hermanos:.............. Lugar que ocupas:................

Trabajo de los padres:	**Padre**	**Madre**
Asalariado del sector privado	○	○
Interino o contratado en la Administración pública	○	○
Funcionario	○	○
Trabajador independiente	○	○
Pequeño empresario	○	○
Cooperativista	○	○
Negocio familiar	○	○
No tiene actividad laboral retribuida	○	○

Nivel de estudios de los padres	**Padre**	**Madre**
Universitarios superiores de 5 años	○	○
Universitarios medios de 3 años	○	○
Bachillerato	○	○
Formación profesional	○	○
Primarios	○	○
Sin estudios	○	○

Vivienda: Propia ☐ Alquilada ☐ Otras ☐

Dispones en casa de un lugar apropiado para el estudio SI ☐ NO ☐
¿Has repetido algún curso en tu escolaridad? SI ☐ NO ☐
¿En qué asignaturas obtienes mejor rendimiento?...
¿En qué asignaturas obtienes peor rendimiento?..
¿Qué asignaturas te gustan más?..

Indica las calificaciones finales del curso anterior:
Ciencias de la Naturaleza:
Ciencias Sociales:
Educación Física:
Educación Plástica y Visual:
Lengua Castellana:
Lengua Extranjera:
Matemáticas:
Música:
Tecnología:

Indica las calificaciones de la última evaluación:
Ciencias de la Naturaleza:
Ciencias Sociales:
Educación Física:
Educación Plástica y Visual:
Lengua Castellana:
Lengua Extranjera:
Matemáticas:
Música:
Tecnología:

La identificación personal será absolutamente confidencial y sólo servirá para relacionar los diferentes datos de este estudio, sin que conste en documento alguno.

GRACIAS.

7.10 Comparaciones múltiples (HSD de Tukey) del nivel de estudios de los padres en las cuatro pruebas procesuales.

Comparaciones múltiples (HSD de Tukey) del nivel de estudios de la madre con la prueba de compresión lectora ECCL

Variable dependiente	(I) ESTUDIOS MADRE	(J) ESTUDIOS MADRE	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
						Límite inferior	Límite superior
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-,76	1,38	,994	-4,69	3,17
		BACHILLERATO	,41	1,33	1,000	-3,38	4,20
		FORMACIÓN PROFESIONAL	1,91	1,64	,854	-2,77	6,58
		PRIMARIOS	1,81	1,18	,642	-1,55	5,16
		SIN ESTUDIOS	2,97	1,32	,219	-,81	6,74
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	,76	1,38	,994	-3,17	4,69
		BACHILLERATO	1,17	1,05	,877	-1,82	4,16
		FORMACIÓN PROFESIONAL	2,67	1,42	,416	-1,38	6,72
		PRIMARIOS	2,57 *	,85	,029	,15	4,98
		SIN ESTUDIOS	3,73 *	1,04	,005	,76	6,70
	BACHILLERATO	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-,41	1,33	1,000	-4,20	3,38
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-1,17	1,05	,877	-4,16	1,82
		FORMACIÓN PROFESIONAL	1,50	1,37	,884	-2,41	5,42
		PRIMARIOS	1,40	,76	,443	-,77	3,57
		SIN ESTUDIOS	2,56	,98	,090	-,22	5,34
	FORMACIÓN PROFESIONAL	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-1,91	1,64	,854	-6,58	2,77
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-2,67	1,42	,416	-6,72	1,38
		BACHILLERATO	-1,50	1,37	,884	-5,42	2,41
		PRIMARIOS	-,10	1,23	1,000	-3,60	3,39
		SIN ESTUDIOS	1,06	1,37	,972	-2,84	4,96
	PRIMARIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-1,81	1,18	,642	-5,16	1,55
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-2,57 *	,85	,029	-4,98	-,15
		BACHILLERATO	-1,40	,76	,443	-3,57	,77
		FORMACIÓN PROFESIONAL	,10	1,23	1,000	-3,39	3,60
		SIN ESTUDIOS	1,16	,75	,636	-,98	3,31
	SIN ESTUDIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-2,97	1,32	,219	-6,74	,81
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-3,73 *	1,04	,005	-6,70	-,76
		BACHILLERATO	-2,56	,98	,090	-5,34	,22
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-1,06	1,37	,972	-4,96	2,84
		PRIMARIOS	-1,16	,75	,636	-3,31	,98

* La diferencia entre las medias es significativa al nivel .05.

Comparaciones múltiples (HSD de Tukey) del nivel de estudios de la madre con la prueba de selección del plan ECSP

Variable dependiente	(I) ESTUDIOS MADRE	(J) ESTUDIOS MADRE	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
						Límite inferior	Límite superior
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	,32	1,18	1,000	-3,03	3,67
		BACHILLERATO	1,59	1,13	,724	-1,64	4,83
		FORMACIÓN PROFESIONAL	2,55	1,40	,453	-1,44	6,53
		PRIMARIOS	3,17 *	1,00	,020	,31	6,04
		SIN ESTUDIOS	4,30 *	1,13	,002	1,08	7,52
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-,32	1,18	1,000	-3,67	3,03
		BACHILLERATO	1,27	,89	,712	-1,27	3,82
		FORMACIÓN PROFESIONAL	2,23	1,21	,443	-1,23	5,68
		PRIMARIOS	2,85 *	,72	,001	,80	4,91
		SIN ESTUDIOS	3,98 *	,89	,000	1,45	6,51
	BACHILLERATO	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-1,59	1,13	,724	-4,83	1,64
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-1,27	,89	,712	-3,82	1,27
		FORMACIÓN PROFESIONAL	,95	1,17	,965	-2,39	4,29
		PRIMARIOS	1,58	,65	,146	-,27	3,43
		SIN ESTUDIOS	2,71 *	,83	,014	,34	5,08
	FORMACIÓN PROFESIONAL	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-2,55	1,40	,453	-6,53	1,44
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-2,23	1,21	,443	-5,68	1,23
		BACHILLERATO	-,95	1,17	,965	-4,29	2,39
		PRIMARIOS	,63	1,05	,991	-2,35	3,61
		SIN ESTUDIOS	1,76	1,17	,660	-1,57	5,08
	PRIMARIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-3,17 *	1,00	,020	-6,04	-,31
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-2,85 *	,72	,001	-4,91	-,80
		BACHILLERATO	-1,58	,65	,146	-3,43	,27
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-,63	1,05	,991	-3,61	2,35
		SIN ESTUDIOS	1,13	,64	,494	-,70	2,96
	SIN ESTUDIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-4,30 *	1,13	,002	-7,52	-1,08
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-3,98 *	,89	,000	-6,51	-1,45
		BACHILLERATO	-2,71 *	,83	,014	-5,08	-,34
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-1,76	1,17	,660	-5,08	1,57
		PRIMARIOS	-1,13	,64	,494	-2,96	,70

* La diferencia entre las medias es significativa al nivel .05.

Comparaciones múltiples (HSD de Tukey) del nivel de estudios de la madre con la prueba de organización de estrategias ECOE

Variable dependiente	(I) ESTUDIOS MADRE	(J) ESTUDIOS MADRE	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
						Límite inferior	Límite superior
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	,72	1,24	,992	-2,81	4,25
		BACHILLERATO	1,70	1,19	,714	-1,70	5,10
		FORMACIÓN PROFESIONAL	2,73	1,47	,429	-1,46	6,93
		PRIMARIOS	3,41 *	1,06	,016	,40	6,42
		SIN ESTUDIOS	4,10 *	1,19	,007	,71	7,49
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-,72	1,24	,992	-4,25	2,81
		BACHILLERATO	,98	,94	,904	-1,70	3,66
		FORMACIÓN PROFESIONAL	2,02	1,28	,611	-1,62	5,65
		PRIMARIOS	2,69 *	,76	,005	,52	4,86
		SIN ESTUDIOS	3,38 *	,94	,004	,72	6,05
	BACHILLERATO	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-1,70	1,19	,714	-5,10	1,70
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-,98	,94	,904	-3,66	1,70
		FORMACIÓN PROFESIONAL	1,04	1,23	,960	-2,48	4,55
		PRIMARIOS	1,71	,68	,125	-,24	3,66
		SIN ESTUDIOS	2,40	,88	,067	-9,32E-02	4,89
	FORMACIÓN PROFESIONAL	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-2,73	1,47	,429	-6,93	1,46
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-2,02	1,28	,611	-5,65	1,62
		BACHILLERATO	-1,04	1,23	,960	-4,55	2,48
		PRIMARIOS	,67	1,10	,990	-2,46	3,81
		SIN ESTUDIOS	1,36	1,23	,877	-2,14	4,86
	PRIMARIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-3,41 *	1,06	,016	-6,42	-,40
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-2,69 *	,76	,005	-4,86	-,52
		BACHILLERATO	-1,71	,68	,125	-3,66	,24
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-,67	1,10	,990	-3,81	2,46
		SIN ESTUDIOS	,69	,68	,911	-1,24	2,62
	SIN ESTUDIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-4,10 *	1,19	,007	-7,49	-,71
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-3,38 *	,94	,004	-6,05	-,72
		BACHILLERATO	-2,40	,88	,067	-4,89	9,32E-02
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-1,36	1,23	,877	-4,86	2,14
		PRIMARIOS	-,69	,68	,911	-2,62	1,24

* La diferencia entre las medias es significativa al nivel .05.

Comparaciones múltiples (HSD de Tukey) del nivel de estudios de la madre con la prueba de ejecución algorítmica ECEP

Variable dependiente	(I) ESTUDIOS MADRE	(J) ESTUDIOS MADRE	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
						Límite inferior	Límite superior
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	1,57	1,44	,884	-2,53	5,67
		BACHILLERATO	1,99	1,39	,706	-1,96	5,94
		FORMACIÓN PROFESIONAL	4,06	1,71	,165	-,81	8,94
		PRIMARIOS	4,77 *	1,23	,001	1,27	8,26
		SIN ESTUDIOS	6,70 *	1,38	,000	2,76	10,63
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-1,57	1,44	,884	-5,67	2,53
		BACHILLERATO	,42	1,09	,999	-2,70	3,53
		FORMACIÓN PROFESIONAL	2,49	1,48	,547	-1,74	6,71
		PRIMARIOS	3,19 *	,88	,004	,68	5,71
		SIN ESTUDIOS	5,12 *	1,09	,000	2,03	8,22
	BACHILLERATO	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-1,99	1,39	,706	-5,94	1,96
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-,42	1,09	,999	-3,53	2,70
		FORMACIÓN PROFESIONAL	2,07	1,43	,699	-2,01	6,15
		PRIMARIOS	2,78 *	,80	,006	,51	5,04
		SIN ESTUDIOS	4,71 *	1,02	,000	1,81	7,60
	FORMACIÓN PROFESIONAL	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-4,06	1,71	,165	-8,94	,81
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-2,49	1,48	,547	-6,71	1,74
		BACHILLERATO	-2,07	1,43	,699	-6,15	2,01
		PRIMARIOS	,70	1,28	,994	-2,94	4,35
		SIN ESTUDIOS	2,64	1,43	,435	-1,43	6,70
	PRIMARIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-4,77 *	1,23	,001	-8,26	-1,27
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-3,19 *	,88	,004	-5,71	-,68
		BACHILLERATO	-2,78 *	,80	,006	-5,04	-,51
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-,70	1,28	,994	-4,35	2,94
		SIN ESTUDIOS	1,93	,79	,137	-,31	4,17
	SIN ESTUDIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-6,70 *	1,38	,000	-10,63	-2,76
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-5,12 *	1,09	,000	-8,22	-2,03
		BACHILLERATO	-4,71 *	1,02	,000	-7,60	-1,81
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-2,64	1,43	,435	-6,70	1,43
		PRIMARIOS	-1,93	,79	,137	-4,17	,31

* La diferencia entre las medias es significativa al nivel .05.

Comparaciones múltiples (HSD de Tukey) del nivel de estudios de la madre con el rendimiento general en matemáticas.

Variable dependiente	(I) ESTUDIOS MADRE	(J) ESTUDIOS MADRE	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
						Límite inferior	Límite superior
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	7,33E-02	,29	1,000	-,76	,91
		BACHILLERATO	,55	,28	,371	-,25	1,36
		FORMACIÓN PROFESIONAL	,83	,35	,160	-,16	1,83
		PRIMARIOS	,77 *	,25	,026	5,51E-02	1,48
		SIN ESTUDIOS	1,14 *	,28	,001	,33	1,94
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-7,33E-02	,29	1,000	-,91	,76
		BACHILLERATO	,48	,22	,264	-,16	1,11
		FORMACIÓN PROFESIONAL	,76	,30	,120	-,10	1,62
		PRIMARIOS	,70 *	,18	,002	,18	1,21
		SIN ESTUDIOS	1,06 *	,22	,000	,43	1,69
	BACHILLERATO	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-,55	,28	,371	-1,36	,25
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-,48	,22	,264	-1,11	,16
		FORMACIÓN PROFESIONAL	,28	,29	,930	-,55	1,11
		PRIMARIOS	,22	,16	,765	-,25	,68
		SIN ESTUDIOS	,58	,21	,055	-6,63E-03	1,18
	FORMACIÓN PROFESIONAL	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-,83	,35	,160	-1,83	,16
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-,76	,30	,120	-1,62	,10
		BACHILLERATO	-,28	,29	,930	-1,11	,55
		PRIMARIOS	-6,45E-02	,26	1,000	-,81	,68
		SIN ESTUDIOS	,30	,29	,904	-,53	1,13
	PRIMARIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-,77 *	,25	,026	-1,48	-5,51E-02
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-,70 *	,18	,002	-1,21	-,18
		BACHILLERATO	-,22	,16	,765	-,68	,25
		FORMACIÓN PROFESIONAL	6,45E-02	,26	1,000	-,68	,81
		SIN ESTUDIOS	,37	,16	,196	-8,91E-02	,82
	SIN ESTUDIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-1,14 *	,28	,001	-1,94	-,33
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-1,06 *	,22	,000	-1,69	-,43
		BACHILLERATO	-,58	,21	,055	-1,18	6,63E-03
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-,30	,29	,904	-1,13	,53
		PRIMARIOS	-,37	,16	,196	-,82	8,91E-02

* La diferencia entre las medias es significativa al nivel .05.

Comparaciones múltiples (HSD de Tukey) del nivel de estudios del padre con la prueba de compresión lectora ECCL

Variable dependiente	(I) ESTUDIOS PADRE	(J) ESTUDIOS PADRE	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
						Límite inferior	Límite superior
COMPRENSIÓN LECTORA "ECCL"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	,83	1,39	,991	-3,13	4,80
		BACHILLERATO	1,74	1,22	,713	-1,75	5,23
		FORMACIÓN PROFESIONAL	1,46	1,53	,932	-2,90	5,83
		PRIMARIOS	3,43 *	1,13	,029	,21	6,65
		SIN ESTUDIOS	3,62	1,33	,070	-,17	7,40
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-,83	1,39	,991	-4,80	3,13
		BACHILLERATO	,91	1,04	,953	-2,06	3,88
		FORMACIÓN PROFESIONAL	,63	1,39	,998	-3,33	4,60
		PRIMARIOS	2,60	,93	,058	-4,94E-02	5,25
		SIN ESTUDIOS	2,78	1,16	,157	-,53	6,10
	BACHILLERATO	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-1,74	1,22	,713	-5,23	1,75
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-,91	1,04	,953	-3,88	2,06
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-,28	1,22	1,000	-3,77	3,21
		PRIMARIOS	1,69	,65	,100	-,17	3,55
		SIN ESTUDIOS	1,87	,95	,364	-,85	4,59
	FORMACIÓN PROFESIONAL	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-1,46	1,53	,932	-5,83	2,90
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-,63	1,39	,998	-4,60	3,33
		BACHILLERATO	,28	1,22	1,000	-3,21	3,77
		PRIMARIOS	1,97	1,13	,502	-1,25	5,19
		SIN ESTUDIOS	2,15	1,33	,583	-1,63	5,93
	PRIMARIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-3,43 *	1,13	,029	-6,65	-,21
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-2,60	,93	,058	-5,25	4,94E-02
		BACHILLERATO	-1,69	,65	,100	-3,55	,17
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-1,97	1,13	,502	-5,19	1,25
		SIN ESTUDIOS	,18	,83	1,000	-2,18	2,55
	SIN ESTUDIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-3,62	1,33	,070	-7,40	,17
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-2,78	1,16	,157	-6,10	,53
		BACHILLERATO	-1,87	,95	,364	-4,59	,85
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-2,15	1,33	,583	-5,93	1,63
		PRIMARIOS	-,18	,83	1,000	-2,55	2,18

* La diferencia entre las medias es significativa al nivel .05.

Comparaciones múltiples (HSD de Tukey) del nivel de estudios del padre con la prueba de selección del plan ECSP

Variable dependiente	(I) ESTUDIOS PADRE	(J) ESTUDIOS PADRE	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
						Límite inferior	Límite superior
SELECCIÓN DEL PLAN "ECSP"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	1,77	1,20	,675	-1,63	5,18
		BACHILLERATO	2,63	1,05	,125	-,37	5,62
		FORMACIÓN PROFESIONAL	4,15 *	1,32	,020	,40	7,91
		PRIMARIOS	4,25 *	,97	,000	1,49	7,02
		SIN ESTUDIOS	4,69 *	1,14	,001	1,44	7,94
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-1,77	1,20	,675	-5,18	1,63
		BACHILLERATO	,85	,90	,933	-1,70	3,41
		FORMACIÓN PROFESIONAL	2,38	1,20	,347	-1,03	5,79
		PRIMARIOS	2,48 *	,80	,024	,20	4,76
		SIN ESTUDIOS	2,92 *	1,00	,040	,07	5,76
	BACHILLERATO	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-2,63	1,05	,125	-5,62	,37
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-,85	,90	,933	-3,41	1,70
		FORMACIÓN PROFESIONAL	1,53	1,05	,694	-1,47	4,53
		PRIMARIOS	1,63 *	,56	,044	,03	3,23
		SIN ESTUDIOS	2,07	,82	,118	-,27	4,40
	FORMACIÓN PROFESIONAL	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-4,15 *	1,32	,020	-7,91	-,40
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-2,38	1,20	,347	-5,79	1,03
		BACHILLERATO	-1,53	1,05	,694	-4,53	1,47
		PRIMARIOS	,10	,97	1,000	-2,67	2,86
		SIN ESTUDIOS	,54	1,14	,997	-2,71	3,79
	PRIMARIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-4,25 *	,97	,000	-7,02	-1,49
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-2,48 *	,80	,024	-4,76	-,20
		BACHILLERATO	-1,63 *	,56	,044	-3,23	-,03
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-,10	,97	1,000	-2,86	2,67
		SIN ESTUDIOS	,44	,71	,990	-1,59	2,47
	SIN ESTUDIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-4,69 *	1,14	,001	-7,94	-1,44
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-2,92 *	1,00	,040	-5,76	-,07
		BACHILLERATO	-2,07	,82	,118	-4,40	,27
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-,54	1,14	,997	-3,79	2,71
		PRIMARIOS	-,44	,71	,990	-2,47	1,59

* La diferencia entre las medias es significativa al nivel .05.

Comparaciones múltiples (HSD de Tukey) del nivel de estudios del padre con la prueba de organización de estrategias ECOE

Variable dependiente	(I) ESTUDIOS PADRE	(J) ESTUDIOS PADRE	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
						Límite inferior	Límite superior
ORGANIZACIÓN DE ESTRATEGIAS "ECOE"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	2,46	1,26	,368	-1,13	6,05
		BACHILLERATO	2,06	1,11	,428	-1,10	5,21
		FORMACIÓN PROFESIONAL	3,46	1,39	,125	-,49	7,41
		PRIMARIOS	4,11 *	1,02	,001	1,19	7,02
		SIN ESTUDIOS	4,19 *	1,20	,006	,77	7,61
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-2,46	1,26	,368	-6,05	1,13
		BACHILLERATO	-,40	,94	,998	-3,09	2,28
		FORMACIÓN PROFESIONAL	1,00	1,26	,969	-2,59	4,59
		PRIMARIOS	1,64	,84	,369	-,75	4,04
		SIN ESTUDIOS	1,73	1,05	,567	-1,26	4,73
	BACHILLERATO	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-2,06	1,11	,428	-5,21	1,10
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	,40	,94	,998	-2,28	3,09
		FORMACIÓN PROFESIONAL	1,40	1,11	,802	-1,75	4,56
		PRIMARIOS	2,05 *	,59	,007	,36	3,73
		SIN ESTUDIOS	2,14	,86	,132	-,33	4,60
	FORMACIÓN PROFESIONAL	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-3,46	1,39	,125	-7,41	,49
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-1,00	1,26	,969	-4,59	2,59
		BACHILLERATO	-1,40	1,11	,802	-4,56	1,75
		PRIMARIOS	,64	1,02	,989	-2,27	3,56
		SIN ESTUDIOS	,73	1,20	,990	-2,69	4,15
	PRIMARIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-4,11 *	1,02	,001	-7,02	-1,19
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-1,64	,84	,369	-4,04	,75
		BACHILLERATO	-2,05 *	,59	,007	-3,73	-,36
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-,64	1,02	,989	-3,56	2,27
		SIN ESTUDIOS	8,65E-02	,75	1,000	-2,05	2,23
	SIN ESTUDIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-4,19 *	1,20	,006	-7,61	-,77
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-1,73	1,05	,567	-4,73	1,26
		BACHILLERATO	-2,14	,86	,132	-4,60	,33
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-,73	1,20	,990	-4,15	2,69
		PRIMARIOS	-8,65E-02	,75	1,000	-2,23	2,05

* La diferencia entre las medias es significativa al nivel .05.

Comparaciones múltiples (HSD de Tukey) del nivel de estudios del padre con la prueba de ejecución algorítmica ECEP

Variable dependiente	(I) ESTUDIOS PADRE	(J) ESTUDIOS PADRE	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
						Límite inferior	Límite superior
EJECUCIÓN ALGORÍTMICA "ECEP"	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	2,61	1,44	,462	-1,51	6,72
		BACHILLERATO	3,63 *	1,27	,049	8,30E-03	7,25
		FORMACIÓN PROFESIONAL	3,23	1,59	,324	-1,30	7,76
		PRIMARIOS	6,14 *	1,17	,000	2,80	9,48
		SIN ESTUDIOS	7,27 *	1,38	,000	3,35	11,19
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-2,61	1,44	,462	-6,72	1,51
		BACHILLERATO	1,02	1,08	,936	-2,06	4,10
		FORMACIÓN PROFESIONAL	,62	1,44	,998	-3,49	4,74
		PRIMARIOS	3,53 *	,96	,003	,78	6,28
		SIN ESTUDIOS	4,66 *	1,21	,002	1,23	8,10
	BACHILLERATO	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-3,63 *	1,27	,049	-7,25	-8,30E-03
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-1,02	1,08	,936	-4,10	2,06
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-,40	1,27	1,000	-4,01	3,22
		PRIMARIOS	2,51 *	,68	,003	,58	4,44
		SIN ESTUDIOS	3,64 *	,99	,003	,82	6,46
	FORMACIÓN PROFESIONAL	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-3,23	1,59	,324	-7,76	1,30
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-,62	1,44	,998	-4,74	3,49
		BACHILLERATO	,40	1,27	1,000	-3,22	4,01
		PRIMARIOS	2,91	1,17	,129	-,43	6,25
		SIN ESTUDIOS	4,04 *	1,38	,039	,12	7,96
	PRIMARIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-6,14 *	1,17	,000	-9,48	-2,80
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-3,53	,96	,003	-6,28	-,78
		BACHILLERATO	-2,51 *	,68	,003	-4,44	-,58
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-2,91	1,17	,129	-6,25	,43
		SIN ESTUDIOS	1,13	,86	,779	-1,32	3,58
	SIN ESTUDIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-7,27 *	1,38	,000	-11,19	-3,35
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-4,66 *	1,21	,002	-8,10	-1,23
		BACHILLERATO	-3,64 *	,99	,003	-6,46	-,82
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-4,04 *	1,38	,039	-7,96	-,12
		PRIMARIOS	-1,13	,86	,779	-3,58	1,32

* La diferencia entre las medias es significativa al nivel .05.

Comparaciones múltiples (HSD de Tukey) del nivel de estudios del padre con el rendimiento general en matemáticas.

Variable dependiente	(I) ESTUDIOS PADRE	(J) ESTUDIOS PADRE	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
						Límite inferior	Límite superior
RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	,45	,30	,650	-,39	1,29
		BACHILLERATO	,53	,26	,316	-,21	1,27
		FORMACIÓN PROFESIONAL	,77	,33	,169	-,16	1,70
		PRIMARIOS	1,03 *	,24	,000	,35	1,72
		SIN ESTUDIOS	1,23 *	,28	,000	,43	2,03
	UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-,45	,30	,650	-1,29	,39
		BACHILLERATO	8,19E-02	,22	,999	-,55	,71
		FORMACIÓN PROFESIONAL	,32	,30	,890	-,52	1,16
		PRIMARIOS	,58	,20	,037	2,04E-02	1,15
		SIN ESTUDIOS	,78	,25	,019	7,74E-02	1,48
	BACHILLERATO	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-,53	,26	,316	-1,27	,21
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-8,19E-02	,22	,999	-,71	,55
		FORMACIÓN PROFESIONAL	,24	,26	,943	-,50	,98
		PRIMARIOS	,50 *	,14	,004	,11	,90
		SIN ESTUDIOS	,70 *	,20	,008	,12	1,28
	FORMACIÓN PROFESIONAL	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-,77	,33	,169	-1,70	,16
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-,32	,30	,890	-1,16	,52
		BACHILLERATO	-,24	,26	,943	-,98	,50
		PRIMARIOS	,26	,24	,881	-,42	,95
		SIN ESTUDIOS	,46	,28	,574	-,34	1,26
	PRIMARIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-1,03 *	,24	,000	-1,72	-,35
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-,58 *	,20	,037	-1,15	-2,04E-02
		BACHILLERATO	-,50 *	,14	,004	-,90	-,11
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-,26	,24	,881	-,95	,42
		SIN ESTUDIOS	,20	,18	,874	-,31	,70
	SIN ESTUDIOS	UNIVERSITARIOS DE 5 AÑOS	-1,23 *	,28	,000	-2,03	-,43
		UNIVERSITARIOS DE 3 AÑOS	-,78 *	,25	,019	-1,48	-7,74E-02
		BACHILLERATO	-,70 *	,20	,008	-1,28	-,12
		FORMACIÓN PROFESIONAL	-,46	,28	,574	-1,26	,34
		PRIMARIOS	-,20	,18	,874	-,70	,31

* La diferencia entre las medias es significativa al nivel .05.