

DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS

LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD Y SU DIDÁCTICA EN
EL BACHIRELLATO: ANÁLISIS DE DIFICULTADES Y
UNA PROPUESTA DE TRATAMIENTO

HÉCTOR PÉREZ CELADA

UNIVERSITAT DE VALENCIA
Servei de Publicacions
2003

Aquesta Tesi Doctoral va ser presentada a València el dia 24 d'
Octubre de 2003 davant un tribunal format per:

- D. Daniel Gil Pérez
- D. Francisco J. Botella Olcina
- D. Miguel V. Andrés Bou
- D^a. M^a Lourdes Domingo Carrascosa
- D. Antonio De Pro Bueno

Va ser dirigida per:
D. Jordi Solbes Matarredona

©Copyright: Servei de Publicacions
Héctor Pérez Celada

Depòsit legal:
I.S.B.N.:84-370-5886-4

Edita: Universitat de València
Servei de Publicacions
C/ Artes Gráficas, 13 bajo
46010 València
Spain
Telèfon: 963864115

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

**DEPARTAMENT DE DIDÀCTICA
DE LES CIÈNCIES EXPERIMENTALS**

TESIS DOCTORAL

LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD Y SU DIDÁCTICA EN EL BACHILLERATO:
ANÁLISIS DE DIFICULTADES Y UNA PROPUESTA DE TRATAMIENTO

Presentada por:

HÉCTOR PÉREZ CELADA

Dirigida por:

JORDI SOLBES MATARREDONA

Valencia, septiembre de 2003

“Unas pocas preguntas pueden sembrar la confusión. “¿Existe el pasado? No. ¿Existe el futuro? No. ¿Sólo existe el presente, entonces? Sí. Pero dentro del presente, ¿No transcurre el tiempo? Exactamente. ¿Entonces no existe el tiempo? ¡Oh, no se ponga usted pesado!”.

(El conocimiento humano. Bertrand Russell, 1983).

Agradecimientos:

Mi agradecimiento a todos los alumnos y compañeros, profesores de secundaria, que han colaborado generosamente con este trabajo.

A los doctores D. Daniel Gil, D. Pablo Valdés, D. Francisco Tarín y D. Francisco Botella, por sus revisiones críticas, y sugerencias constructivas en didáctica y relatividad, que han contribuido a mejorar este trabajo.

Y sobre todo a D. Jordi Solbes, director de esta tesis, por su experta dirección, afán de profundización, meticulosidad, dedicación y ayuda generosa.

PRESENTACIÓN

El Tema de este trabajo es la Teoría de la Relatividad y su didáctica, que se ha introducido de la mano de la LOGSE en el curriculum de la enseñanza secundaria de nuestro país. Su posición en el currículum de la física, en el ámbito de la Comunidad Valenciana, adopta la estructura de un bloque de contenidos, de rango equivalente a otras partes más tradicionales del curriculum y no, como hasta ahora, formando parte de una mención genérica a la introducción a la física nuclear, tal y como sucedía en el antiguo COU. Este hecho es el que ha dado pie a plantear la investigación.

El propósito de esta memoria es estudiar las características de la enseñanza que se realiza de los fundamentos de la Teoría de la Relatividad en el bachillerato y sentar las bases de una propuesta razonada, que introduzca con mayor eficacia este tema.

El esfuerzo merece la pena en tanto que el conocimiento de la Teoría de la Relatividad es importante para la formación científica de los estudiantes y supone, por otra parte, un reto desde el punto de vista didáctico.

El tema y su enseñanza son importantes, porque:

- I. Permite formar una visión más correcta de cómo se desarrolla la ciencia, evitando visiones acumulativas lineales. La Física ha atravesado a lo largo de su desarrollo distintas fases que en terminología de Kuhn podemos llamar de *ciencia normal* y de *cambio revolucionario*, y la teoría de la relatividad es protagonista destacado de uno de esos periodos. Su elaboración se origina en la imposibilidad de la física clásica de explicar los problemas que se suscitaban, lo que provocó su crisis y el desarrollo de la física moderna. Su estudio complementa lo trabajado acerca de la creación de la misma física clásica, y el porqué de su nacimiento, y contribuye a la formación de una imagen más certera de la forma en que se desarrolla la ciencia.
- II. Por la importancia de la física moderna en la sociedad no sólo por sus desarrollos tecnológicos, sino por su influencia en el pensamiento y la cultura de su tiempo. Marcó profundamente el concepto que de la Física, y de la ciencia en general, se ha tenido desde entonces. La cultura del S.XX, la ciencia y la tecnología de hoy están marcadas, indudablemente, por ella. En suma, porque proporciona al alumno referencias de la cultura científica actual.
- III. Por el interés y la curiosidad que manifiestan los alumnos por dichos desarrollos y por cuestiones más teóricas por ejemplo, en el caso de la relatividad, la paradoja de los gemelos, la simultaneidad o los agujeros negros.

- IV. Tiene un interés en sí misma como teoría física fundamental pues junto con la física cuántica, constituye la base de la física moderna, y proporciona el marco en el interior del cual deben ser elaboradas las nuevas teorías (toda teoría fundamental debe respetar las estructuras formales que impone la relatividad: debe ser invariante bajo transformaciones de Lorentz y debe estar cuantizada).
- V. Facilita la comprensión de la propia física clásica, en especial, de los conceptos de espacio, tiempo, energía (Tarín, 2000). Esto es así pues los estudiantes han alcanzado cierta madurez intelectual, al final del 2º de bachillerato y con el estudio de la relatividad se les ofrece la posibilidad de reexaminar críticamente conceptos básicos, que fueron introducidos en etapas más tempranas de su formación, permitiendo una reflexión crítica de los conceptos clásicos paralela al estudio de los aspectos relativistas. Este planteamiento es enriquecedor por cuanto contribuye a cuestionar una primera noción del mundo material asumida como “conocimiento científico”. Pensemos que los físicos del XVIII, o comienzos del XIX, eran mucho menos conscientes de las limitaciones del sistema newtoniano que el propio Newton.

Con relación al primer propósito se formulará la hipótesis de que: “Los conceptos de tiempo y espacio, sus propiedades, así como los distintos sistemas de referencia, se introducen en la secundaria de forma inconexa, y acrítica. La enseñanza de la Teoría de la Relatividad se realiza de forma poco clarificadora, sin tener en cuenta las preconcepciones de los alumnos, y sin resaltar su posición en la estructura de la Física. En consecuencia, el aprendizaje es escasamente significativo y no se consolidan las nuevas concepciones en los estudiantes”.

Esta hipótesis está fundamentada en la investigación didáctica en sus diversas facetas: por un lado, encuadrando la orientación de este trabajo en el marco teórico que se ha venido estructurando en las últimas décadas, y por otro, usando el gran caudal de investigaciones básicas sobre aspectos tales como la introducción de conceptos, preconcepciones o ideas previas, estrategias de cambio conceptual, Ciencia-Técnica-Sociedad...

Las investigaciones específicas sobre aspectos de física moderna, y en concreto sobre la Teoría de la Relatividad, no son muy numerosas, e insertaremos ésta en la línea trazada en nuestro ámbito por los trabajos de Gil y Solbes (1993), imbricada a su vez en los debates internacionales sobre este campo.

Otro pilar de esta aproximación al problema planteado, y a la fundamentación de la hipótesis, es el recurso a la Historia de la Ciencia y su epistemología. Se justificará la utilización de estos recursos, un uso ya tradicional en la didáctica, y se señalarán aspectos de interés; entre ellos podemos destacar la forma en que el desarrollo de la teoría y su difusión ha incidido en los enfoques didácticos. Se indagará acerca de los paralelismos que pueden trazarse entre las dificultades del desarrollo de la Teoría de la Relatividad y problemas análogos encontrados en los alumnos.

Para la puesta a prueba de la hipótesis, se recurrirá a su operativización en subhipótesis de la misma, susceptibles de puesta a prueba experimental, y al diseño de instrumentos variados y convergentes: cuestionarios para profesores, y estudiantes de diferentes niveles, entrevistas, análisis de libros de texto, etc.

El estudio de los resultados obtenidos y la valoración de los mismos, en orden a la puesta a prueba de la hipótesis, finaliza la primera fase del trabajo.

Una segunda fase tratará acerca de la posibilidad de una alternativa, que actúe sobre el problema diagnosticado y que constituya una propuesta de tratamiento. Este diseño se realizará en concordancia con el modelo de aprendizaje por investigación y con el manejo de situaciones problemáticas, que aparecen como núcleo central del modelo (Gil, Carrascosa y otros, 1991). La propuesta ha de partir de las concepciones de los alumnos, y de sus conocimientos de la teoría física, para construir activamente y con corrección científica los aspectos más significativos de la Teoría Especial de la Relatividad. Esta elaboración habrá de atender a su entronque en el conjunto de la Física así como las relaciones Ciencia-Técnica-Sociedad, de modo que se logre un aprendizaje significativo y estable en los estudiantes.

Para poner a prueba la hipótesis se operativizará para facilitar su puesta a prueba. Se elaborarán diseños múltiples organizados en torno a un programa de actividades fundamentado, que será estudiado y reelaborado por profesores en activo. La experimentación se llevará a cabo con estudiantes en el marco de la actividad docente ordinaria de 2º de bachillerato. Una vez aplicados se analizarán los resultados de la experiencia y se extraerán conclusiones.

Finalmente se esbozarán líneas de extensión y profundización en las perspectivas abiertas por el trabajo.

ÍNDICE

	PRESENTACIÓN	1
1	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	9
1.1	LA PROBLEMÁTICA DE LA INTRODUCCIÓN DE LA FÍSICA MODERNA, Y LA RELATIVIDAD, EN EL BACHILLERATO.....	10
1.2	LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN EN LA COMUNIDAD DIDÁCTICA. PRINCIPALES PROBLEMAS Y DEFICIENCIAS EN EL APRENDIZAJE.....	12
1.3	EL DEBATE ACERCA DE LA MASA RELATIVISTA.....	13
1.3.1	<i>Argumentos que se han utilizado para defender el uso de la masa relativista.</i>	<i>15</i>
1.3.2	<i>Argumentos que muestran las limitaciones de la masa relativista.</i>	<i>16</i>
1.3.3	<i>Toma de posición: precisiones acerca de la masa invariante y el uso de la energía .. en relatividad.....</i>	<i>18</i>
1.4	EL DEBATE ACERCA DE LA UTILIZACIÓN DE LA HISTORIA DE LA CIENCIA Y LA RELATIVIDAD.....	27
1.5	FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	31
2	FORMULACIÓN DE LA PRIMERA HIPÓTESIS, FUNDAMENTACIÓN	33
2.1	FORMULACIÓN DE LA PRIMERA HIPÓTESIS.....	33
2.2	FUNDAMENTACIÓN DE LA HIPÓTESIS.....	33
2.2.1	<i>REFLEXIÓN GENERAL SOBRE EL MARCO TEÓRICO DE LA DIDÁCTICA EN QUE SE SITÚA LA INVESTIGACIÓN.</i>	<i>33</i>
2.2.1.1	La enseñanza tradicional de la Física.	34
2.2.1.2	Aportaciones clave de la investigación didáctica. Marco Teórico.	37
2.2.2	<i>FUNDAMENTACIÓN DIDÁCTICA DE LA HIPÓTESIS</i>	<i>41</i>
2.2.2.1	Ideas acerca de los conceptos de espacio y tiempo.....	42
2.2.2.2	Acerca del principio de relatividad.....	44
2.2.2.3	Acerca del marco de referencia.....	44
2.2.2.4	Acerca de la velocidad de la luz.....	45
2.2.2.5	Ideas acerca de la masa.....	46
2.2.2.6	Acerca de la energía.....	47
2.2.2.7	Dificultades sobre el manejo de relaciones funcionales y el estatus de las constantes en física.....	49
2.2.3	<i>FUNDAMENTACIÓN HISTÓRICA</i>	<i>50</i>
2.2.3.1	Las concepciones anteriores a la revolución científica.....	50
2.2.3.2	La revolución científica y la posición newtoniana.....	52
2.2.3.3	Las aportaciones del XVIII.....	54
2.2.3.4	Los programas de investigación del XIX.....	55
2.2.3.5	Las aportaciones de Poincaré y Lorentz.....	57
2.2.3.6	La publicación en 1905 de la Teoría especial de la relatividad de Einstein.....	58
2.2.3.7	El rechazo a la teoría del electrón de Lorentz y la aceptación final de la Teoría de la Relatividad.....	60

2.2.3.8	Acerca de la posición de Einstein sobre el concepto de masa y la aparición de la llamada masa relativista.....	61
---------	--	----

3 CONCRECIÓN Y OPERATIVIZACIÓN DE LA PRIMERA HIPÓTESIS, DISEÑOS EXPERIMENTALES PARA SU PUESTA A PRUEBA 65

3.1	OPERATIVIZACIÓN DE LA PRIMERA HIPÓTESIS	65
3.1.1	<i>Operativización de la subhipótesis primera acerca de la forma en la que los libros de texto introducen la Teoría Especial de la Relatividad y sus fundamentos.....</i>	66
3.1.2	<i>Operativización de la subhipótesis segunda acerca de la forma en la que los profesores introducen la Teoría Especial de la Relatividad y sus fundamentos.....</i>	66
3.1.3	<i>Operativización de la subhipótesis tercera.....</i>	67
3.2	DISEÑO PARA PONER A PRUEBA LA SUBHIPÓTESIS PRIMERA.....	67
3.2.1	<i>Cuestionario de libros de texto.....</i>	68
3.2.2	<i>Comentario al cuestionario de libros de texto primer nivel. Criterios para la valoración de los ítems.....</i>	71
3.2.3	<i>Comentarios al cuestionario de libros de texto 2º bachillerato. Criterios para la valoración de los ítems.....</i>	74
3.2.4	<i>Relación entre las subhipótesis operativas y los ítems del cuestionario de libros.....</i>	88
3.3	DISEÑO PARA PONER A PRUEBA LA SUBHIPÓTESIS SEGUNDA.....	89
3.3.1	<i>Cuestionario destinado a profesores.....</i>	89
3.3.2	<i>Estudio de los ítems del cuestionario destinado a profesores. Criterios de valoración de los ítems.....</i>	90
3.3.3	<i>Relación entre las subhipótesis operativas y los ítems del cuestionario de profesores.....</i>	92
3.4	DISEÑO PARA PONER A PRUEBA LA SUBHIPÓTESIS TERCERA.....	93
3.4.1	<i>Cuestionarios destinados a alumnos de primer nivel.....</i>	93
3.4.2	<i>Comentarios de los cuestionarios de alumnos primer nivel. Criterios de valoración de los ítems.....</i>	94
3.4.3	<i>Cuestionario para alumnos de 2º bachiller.....</i>	98
3.4.4	<i>Comentarios a los cuestionarios de alumnos de 2º de bachillerato. Criterios de valoración de los ítems.....</i>	100
3.4.5	<i>Cuestionario para alumnos de 2º de bachiller destinado al estudio de actitudes sobre la ciencia y el aprendizaje de la relatividad.....</i>	104
3.4.6	<i>Relación entre las subhipótesis operativas y los ítems del cuestionario de alumnos.....</i>	105
3.4.7	<i>Diseño acerca de las entrevistas realizadas con alumnos de 2º de bachillerato, para mostrar la significatividad del aprendizaje.....</i>	106

4 PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PUESTA A PRUEBA DE LA PRIMERA HIPÓTESIS 107

4.1	RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PUESTA A PRUEBA DE LA SUBHIPÓTESIS PRIMERA	107
4.2	VALORACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PUESTA A PRUEBA DE LA SUBHIPÓTESIS PRIMERA.....	128
4.3	RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PUESTA A PRUEBA DE LA SUBHIPÓTESIS SEGUNDA	129

4.4	VALORACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PUESTA A PRUEBA DE LA SUBHIPÓTESIS SEGUNDA.	135
4.5	RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PUESTA A PRUEBA DE LA SUBHIPÓTESIS TERCERA.	135
4.5.1	<i>Resultados obtenidos en la valoración por los estudiantes de 2º de bachiller de sus actitudes hacia la ciencia, y el aprendizaje de la relatividad.</i>	149
4.5.2	<i>Resultados de las entrevistas realizadas con alumnos de 2º de bachillerato.</i>	150
4.6	VALORACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PUESTA A PRUEBA DE LA SUBHIPÓTESIS TERCERA.	161
5	FORMULACIÓN Y FUNDAMENTACIÓN DE LA SEGUNDA HIPÓTESIS	163
5.1	FORMULACIÓN DE LA SEGUNDA HIPÓTESIS.	163
5.2	FUNDAMENTACIÓN DE LA SEGUNDA HIPÓTESIS.	163
5.2.1	<i>Fundamentación didáctica. Implicaciones didácticas del constructivismo.</i>	164
5.2.1.1	Cambio conceptual.	166
5.2.1.2	Cambio metodológico.	168
5.2.1.3	Cambio actitudinal.	170
5.2.1.4	El programa de actividades.	171
5.2.1.5	Recursos para la enseñanza.	172
5.2.2	<i>Líneas para una introducción de la teoría de la Relatividad Especial en el bachillerato.</i>	173
5.2.3	<i>Revisión de aspectos propuestos en diferentes proyectos para la enseñanza de la relatividad.</i>	179
5.2.3.1	El uso amplio de diagramas de Minkowski.	179
5.2.3.2	Los experimentos con partículas de alta energía.	181
5.2.3.3	La utilización de la Ciencia ficción como recurso didáctico.	184
6	OPERATIVIZACIÓN DE LA SEGUNDA HIPÓTESIS Y DISEÑOS EXPERIMENTALES PARA SU PUESTA A PRUEBA	185
6.1	OPERATIVIZACIÓN DE LA SEGUNDA HIPÓTESIS.	185
6.1.1	<i>Operativización de la primera subhipótesis.</i>	186
6.1.2	<i>Operativización de la segunda subhipótesis.</i>	186
6.1.3	<i>Operativización de la tercera subhipótesis.</i>	187
6.2	DISEÑO PARA LA PUESTA A PRUEBA DE LA PRIMERA SUBHIPÓTESIS REFERENTE A LA POSIBILIDAD DE ELABORACIÓN DE UNA PROPUESTA ALTERNATIVA PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA RELATIVIDAD.	188
6.3	DISEÑO PARA LA PUESTA A PRUEBA DE LA SEGUNDA SUBHIPÓTESIS REFERENTE A LOS CAMBIOS EXPERIMENTADOS POR LOS ALUMNOS DE LOS GRUPOS EXPERIMENTALES CON RESPECTO AL APRENDIZAJE DE LA RELATIVIDAD Y A SU ACTITUD.	189
6.3.1	<i>Diseño para comprobar que los estudiantes de los grupos experimentales muestran una mejora en el aprendizaje de la relatividad.</i>	190
6.3.2	<i>Diseño para comprobar si las entrevistas con los estudiantes de los grupos experimentales muestran que el aprendizaje ha sido significativo.</i>	191

6.3.3	<i>Diseño para comprobar un cambio positivo en la actitud ante la ciencia y su aprendizaje de los estudiantes de los grupos experimentales.....</i>	191
6.4	DISEÑO PARA LA PUESTA A PRUEBA DE LA TERCERA SUBHIPÓTESIS REFERENTE A LA VALORACIÓN POSITIVA DE LA PROPUESTA ALTERNATIVA QUE HACEN LOS PROFESORES QUE LA CONOCEN O UTILIZAN.	192
6.5	PRESENTACIÓN DEL PROGRAMA DE ACTIVIDADES.	194
7	PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LOS DISEÑOS REALIZADOS PARA LA PUESTA A PRUEBA DE LA SEGUNDA HIPÓTESIS.	241
7.1	RESULTADOS REFERENTES A LA ELABORACIÓN DE MATERIALES ALTERNATIVOS PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA ENERGÍA.	241
7.2	RESULTADOS REFERENTES AL CAMBIO EN EL APRENDIZAJE DE LOS ESTUDIANTES DE LOS GRUPOS EXPERIMENTALES Y EN SUS ACTITUDES.	242
7.2.1	<i>Resultados obtenidos en la comprobación de que los estudiantes de los grupos experimentales muestran una mejora en el aprendizaje de la relatividad.</i>	242
7.2.2	<i>Resultados obtenidos en la comprobación de que las entrevistas con estudiantes de los grupos experimentales muestran que el aprendizaje ha sido significativo.</i>	256
7.2.3	<i>Resultados obtenidos en la comprobación de un cambio positivo en la actitud hacia la ciencia, y su aprendizaje, en los estudiantes de los grupos experimentales.</i>	274
7.3	RESULTADOS REFERENTES A LA VALORACIÓN POSITIVA DE LA PROPUESTA ALTERNATIVA DE ENSEÑANZA/ APRENDIZAJE DE LA RELATIVIDAD QUE HACEN LOS PROFESORES QUE LA CONOCEN O LA UTILIZAN.	276
8	RECAPITULACIÓN, CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS	283
	CONCLUSIONES.	284
	PERSPECTIVAS.	289
9	ANEXO: LIBROS DE TEXTO REVISADOS	291
10	ANEXO: RELACIÓN DE APPLETS	293
11	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	295
12	ÍNDICE DE AUTORES	307

1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La Teoría de la Relatividad se corresponde con uno de los dos grandes cambios que acaecieron en la física, hace aproximadamente un siglo; proporciona un marco de validez general para la forma de las leyes físicas y el pensamiento acerca de los elementos básicos que conforman el mundo.

La Teoría se entronca con la tradición histórica de la relatividad de Galileo, y supone la generalización a todos los ámbitos de la física, no sólo de la mecánica, de la invarianza de las leyes físicas respecto a los diversos sistemas de referencia. De paso, en su desarrollo, Einstein dio lugar a *“una forma de ver la Física de una forma totalmente nueva. La invarianza y el principio de la relatividad pasaban a ser un requisito de las teorías, no una propiedad de ellas”* (Sánchez Ron, 1985).

La Teoría de la Relatividad ocupa una posición notable en muy diversos campos: la génesis de la teoría y su papel en la historia de la física proporciona una oportunidad, ampliamente utilizada, para reflexionar acerca de la creación de ciencia, de los mecanismos mediante los cuales elabora sus construcciones, la evolución de conceptos y paradigmas. Por otro lado, ilustra acerca de las relaciones física-cultura-sociedad; el impacto que provocó en la sociedad de los años 20 posiblemente *“sólo cabe equiparlo al que ocasionó la aparición de ‘El Origen de las Especies’ de Charles Darwin”* (Williams, 1968). O, por citar un ejemplo en el campo de las ciencias físicas, la difusión de los trabajos de Copérnico o Galileo. La importancia en el pensamiento filosófico, y en la cultura general, de la teoría (y sus mistificaciones) se prolonga hasta hoy.

El afán por divulgar y enseñar los fundamentos de la teoría goza de una amplia tradición histórica en las exposiciones elementales de la relatividad, iniciada ya por el propio Einstein; no se le ha prestado en cambio, a pesar de buenas aportaciones, una atención paralela a su didáctica, especialmente en el tramo elemental que corresponde a la enseñanza secundaria. Desde la perspectiva que nos ocupa, tanto en su propia fundamentación lógica como en su didáctica se ha de efectuar una reflexión crítica sobre los conceptos básicos de espacio, tiempo, etc.

Más recientemente, se está asumiendo en los currículum el paso desde una aparición un tanto superficial y anecdótica, a una mayor presencia y profundización, en correspondencia a su significación e importancia. Así, se ha introducido en el currículum de la enseñanza secundaria de nuestro país, por primera vez de forma expresa, un núcleo relevante de contenidos acerca de la física relativista. Su presencia no se considera todavía esencial por la administración puesto que en el denominado Decreto de Humanidades (Dic. 2000), desaparecen como contenidos mínimos, comunes a todo el estado, por lo que el grado en que persisten en el currículum depende de su inclusión por las distintas administraciones educativas, lo que efectivamente así acontece en la Comunidad Valenciana.

Su presencia en los programas conduce al problema de la eficacia de la práctica educativa, y de cuáles sean las principales dificultades conceptuales que se presentan, el reto que esto supone es considerable. Desde la perspectiva didáctica, es ampliamente conocida la dificultad que para los alumnos supone el cambio, o evolución conceptual, desde las concepciones más espontáneas hacia el marco newtoniano, y de hecho, se señala a menudo la presencia de superposiciones entre ambos planos: en el uso cotidiano, y en el enunciado formalmente. El problema didáctico exige ahora un paso más, la superación de ese marco hacia otro, el einsteniano, que proporciona un amplio campo de predicciones en colisión con nuestro paradigma, tan costosamente elaborado, pero con la peculiaridad de que la mayoría de ellas se sitúa fuera del nivel cotidiano, o más inmediato, en que conformamos nuestras ideas, lejos por tanto de nuestro alcance.

Un aspecto importante del problema surge del cuestionamiento previo de la forma en que se incorporan los conceptos básicos a lo largo de la enseñanza. Parece patente la necesidad de abordar cíclicamente, en espiral, la introducción de conceptos en la enseñanza secundaria, de la que el bachillerato forma parte; las nociones de espacio, tiempo, sistema de referencia, relatividad clásica, simetrías, conservación etc., deben abordarse creando las condiciones para la transición conceptual.

En esta tarea es preciso valorar la existencia de una tradición histórica en la enseñanza de la relatividad, heredera de los manuales tempranos sobre el tema; sin embargo, en los últimos años, se han abierto interesantes controversias que rompen la uniformidad de los tratamientos. El reflejo del debate en los textos, y en los enfoques didácticos, crea diversidad de perspectivas, incluso posibles confusiones; cabe por tanto efectuar un estudio y tomar posición ante los mismos.

Por último, en la determinación de las condiciones de partida de este trabajo, debe señalarse el propósito de efectuar propuestas didácticas que asuman la visión constructivista del aprendizaje, como corriente consolidada, y también tomar en consideración los últimos retos a los que se enfrenta la didáctica: incorporar los nuevos canales de aprendizaje, como por ejemplo la revolución informática, en la enseñanza.

Como paso previo a la formulación explícita del problema conviene repasar el marco en que se sitúa y estudiar los principales debates abiertos en este campo.

1.1 LA PROBLEMÁTICA DE LA INTRODUCCIÓN DE LA FÍSICA MODERNA, Y LA RELATIVIDAD, EN EL BACHILLERATO.

La enseñanza de los aspectos más modernos de la física ha estado habitualmente relegada de los planes de estudio del bachillerato. En las últimas décadas se ha originado un movimiento de renovación entre cuyas razones (Ostermann y Moreira, 2000) destacan la necesidad de:

- Despertar la curiosidad de los alumnos y ayudarlos a reconocer la física como una empresa humana, y por lo tanto cercana a ellos.
- Presentar la física del último siglo a los estudiantes de hoy, no detenerse en 1900.
- Usar la física moderna como motivación hacia las carreras científicas.
- Proporcionar claves científicas para la cultura de nuestro tiempo.

Entre las razones que se han barajado para explicar esta escasa presencia podemos destacar las siguientes:

- Su dificultad intrínseca.
- Su carácter antintuitivo y lejano, con escasa utilidad práctica.

Sin embargo estas características pueden ser sometidas a críticas muy fundadas, en estos comienzos del siglo XXI:

Por un lado, su dificultad puede compararse sin desventaja con la física clásica pues, en efecto, multitud de estudios han revelado que tampoco esta es asimilada sin dificultades por los alumnos, y que errores conceptuales que se refieren a aspectos clave, y muy fundamentales, persisten largos años y a través de niveles de formación distintos. Por ello no cabe contraponer la física moderna a una supuesta física clásica más accesible (Solbes, 1996).

En segundo lugar, el concepto de lo cotidiano y de lo verosímil evoluciona al ritmo en que lo hace la sociedad y la Tecnología. Por ejemplo, en nuestra sociedad los fenómenos eléctricos y electrónicos son omnipresentes, y temas tales como la estructuración del universo o la energía nuclear, forman parte de la vertiente científica, y pseudocientífica, de la divulgación o de la ficción.

Y en cuanto a los criterios de utilidad, citemos que un ámbito abstracto y aparentemente tan alejado de cualquier utilidad práctica como la física cuántica proporciona sustrato teórico al funcionamiento de todos los dispositivos electrónicos, incluido el procesador con el que se escribe este texto. Los problemas energéticos y eventualmente su solución definitiva tienen fundamentos relativistas. Junto a estas razones podemos añadir los valores positivos que entraña su papel acerca de la formación de una visión moderna de la ciencia y su desarrollo, superando visiones deformadas de la misma.

Por último, entre las razones que pudieran motivar su escasa presencia, no es desdeñable el peso de la tradición en la enseñanza de la física (Shabajee y Postlethwaite, 2000). La incorporación de nuevos aspectos ha de acompañarse del adelgazamiento de otros, y de una difícil reponderación de su valor en la formación del bachiller, en la que se ha de usar como guía para el ajuste su valor propedeútico hacia un abanico amplio de estudios posteriores. Todo ello dificulta la renovación de textos y programas, y dificulta la inclusión con un peso relevante de este tema en el currículum.

1.2 LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN EN LA COMUNIDAD DIDÁCTICA. PRINCIPALES PROBLEMAS Y DEFICIENCIAS EN EL APRENDIZAJE

La enseñanza de la física moderna en el bachillerato, de la que la relatividad forma parte, aparecía ya claramente problemática a comienzos de la década de los ochenta en que Gil, Senent y Solbes (1986), presentaron un amplio estudio acerca de la introducción de la física moderna en la educación secundaria de nuestro país. Las hipótesis de partida enunciaban: a) Que su enseñanza viene caracterizada por una introducción desestructurada, que mezcla las concepciones clásicas y modernas, que no muestra la existencia de una clara *ruptura* entre ambas, que no deja clara la existencia de dificultades insuperables que originaron la crisis de la física clásica, y que no diferencia entre ambas ni señala los límites de validez de la clásica. b) Hay presencia de abundantes errores conceptuales en los textos c) Los alumnos no logran una mínima comprensión de los conceptos e ideas de la física moderna.

Estas hipótesis fueron confirmadas plenamente mediante un trabajo experimental, que incluyó la revisión sistemática de 42 textos y cuestionarios a 347 alumnos. Obtuvieron valores superiores al 80% acerca de aspectos tan relevantes como el desconocimiento de la crisis de la física clásica o la escasa comprensión de conceptos, algunos tan básicos como el carácter límite de la velocidad de la luz.

Hagamos la salvedad que los planes de estudio de entonces, anteriores al sistema LOGSE, incluían los aspectos que se investigaron acerca del conjunto de la física moderna, entre los que no aparecía de forma relevante el estudio de la relatividad, sino aspectos dispersos como las relaciones masa-energía en la física nuclear.

Los autores citados concluyeron propugnando una aproximación a la enseñanza de la física moderna que parta de la crisis de las concepciones clásicas, y muestre cualitativamente las características del nuevo paradigma.

Atendamos a que un adecuado tratamiento ha de considerar no sólo la de innovación y cambio en el paradigma físico, sino también subrayar el hecho de que perviven en cierto grado, como caso límite, la física clásica (límite en que se pueda considerar equivalente a $h \rightarrow 0$ (ámbito macroscópico) y relatividad $v \ll c$ (velocidad pequeña, equivalente a $c \rightarrow \infty$).

En un trabajo de profundización posterior (Gil y Solbes, 1993) complementan esta perspectiva: *“La física moderna fue construida contra el paradigma clásico, y su aprendizaje significativo demanda una aproximación similar”*. Concluyen proponiendo programas de actividades de orientación constructivista, que superen esa visión deformada de la ciencia, y que produzcan en los alumnos cambios conceptuales similares a los cambios históricos de paradigma.

Esta orientación, de corte epistemológico, no es la única propuesta, Ostermann y Moreira señalan la presencia de otra corriente (Ostermann y

otros, 2000) que elude precisamente esta perspectiva y que considera que el uso de analogías clásicas dificulta la comprensión de la física moderna. Por último, una tercera vía, que centran en Arons, propone la introducción de aspectos singulares, muy seleccionados, y apoya la búsqueda en la física clásica de los prerrequisitos para su comprensión.

En cuanto a los resultados de las investigaciones, en lo que respecta al aprendizaje de los alumnos, se ha resaltado la disparidad entre los investigadores; en una reciente revisión (Villani y Arruda, 1998) se señala “*su carácter ambiguo*”, que desconcierta, pues para algunos autores en la enseñanza media (cita a Bartali y otros 1979; Solbes 1986; Borghi y otros 1993) o en los primeros cursos (por ejemplo Angotti, 1978) se consigue con sus propuestas que “*en su primer contacto con la materia muestran gran interés*” y los resultados son esperanzadores, logrando un aprendizaje sin especial dificultad. Por el contrario en sus propios estudios (Arruda, 1994) o en el importante trabajo de Hewson (1982), los resultados obtenidos muestran un aprendizaje escasamente significativo.

En lo referente a la estabilidad de las concepciones, diferentes trabajos han mostrado que los estudiantes retienen muy poco de la teoría al cabo de pocos años (Gil y Solbes, 1993), o incluso en postgraduados se encuentran serias dificultades en la comprensión de lo esencial (Villani y Pacca, 1987).

Estas breves referencias apuntan claramente a la existencia de un problema didáctico, percibido como tal por la comunidad científica, y al que este trabajo intentará contribuir a clarificar.

1.3 EL DEBATE ACERCA DE LA MASA RELATIVISTA.

El concepto de masa en el marco de la Teoría de la Relatividad ha suscitado un rico debate epistemológico y didáctico, el detalle se puede encontrar en Solbes y otros (2002) y aquí lo sintetizamos brevemente. Entre las virtudes de la controversia está la clarificación conceptual y el incremento del consenso de la comunidad científica, más concretamente de los profesores. Esto facilita el aprendizaje a los estudiantes y la transferencia de conceptos entre niveles, fuentes diversas, etc.

Pero actualmente el debate parece cerrarse porque en el tema de la masa ha sucedido algo normal en la historia de la física, pero que suele ser bastante olvidado en la enseñanza de la misma, los conceptos se desarrollan, refinan y generalizan en el transcurso del tiempo, es decir, evolucionan. En un momento dado se producen consensos en torno a un determinado concepto (en nuestro caso la masa relativista), después hay discusiones y controversias (Okun, 1989; Sandin, 1991; Bauman, 1994; Bikerstaff y Patsakos, 1995) hasta que se llega a un nuevo consenso; buena prueba de ello es que en revistas internacionales aparecen, en número decreciente, artículos que utilizan m_r . Por ello, *European Journal of Physics* decidió en 1998 la publicación de un comentario “Note on the meaning and terminology of S R” encargado a Lev

Okun para advertir que no se utilizase la masa relativista en los artículos (Okun, 1998).

A grandes rasgos se contraponen el uso de la masa en reposo, como única masa, a la denominada masa relativista correspondiente a una partícula con masa en reposo m que se mueve con velocidad v y que se define como: $m_r = m/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ (Tipler, 1994). También se puede definir como $m_r = E/c^2$ siendo E la energía total de la partícula, es decir, la suma de la energía en reposo y de la cinética. Otra definición equivalente se realiza a través de la cantidad de movimiento relativista, dada por $\mathbf{p} = m_r \mathbf{v}$. Los dos usos difieren también de forma considerable en el tratamiento de los sistemas de partículas.

En este caso hay dos razones que propician el debate: en primer lugar, la posición del propio Einstein que ha dado lugar a controversia, (Adler, 1987), Carson (1998b) y que se examina posteriormente; en segundo lugar, a que la diferencia entre ambos puntos de vista, en el marco de la teoría especial de la relatividad, sea de interpretación dado que, evidentemente, la expresión de las leyes es la misma. Donde unos autores utilizan el producto de γ por la masa en reposo (γm), otros emplean la masa relativista, con lo cual no se puede apelar a los resultados experimentales.

En la presentación de la Relatividad Especial que hacen la mayor parte de los libros de texto de secundaria, o primer curso universitario (Sawicki, 1996), se encuentran ambas clases de masas: la relativista y la masa en reposo; la misma circunstancia se da en los libros de divulgación científica y en algunos artículos de investigación didáctica. El valor de afirmaciones sobre la masa, o sobre el comportamiento de cuerpos y sistemas, pueden ser muy diferentes, y esta diferencia de tratamiento es reflejo del debate sobre la introducción de las masas indicadas anteriormente.

En el tratamiento que hacen libros clásicos de nivel superior (Landau y Lifshitz, 1973; Goldstein, 1970; Jackson, 1980) aparece exclusivamente la masa en reposo. Por el contrario, también, la masa relativista aparecía en textos tan importantes como el Feynman (1969) o el Alonso y Finn (1970) en los que han sido formadas algunas generaciones de físicos y químicos. En consecuencia, el profesorado en activo se encuentra más familiarizado con el enfoque que hace uso de la masa relativista.

Sin embargo, en términos generales, el consenso ha ido desplazándose hacia la posición que prescindir de la masa relativista; en ediciones recientes de algunos textos, por ejemplo Alonso y Finn (1995), Tipler (1994), Gettys, Keller y Skove (1992), ya se ha modificado esta postura. La posición actual de un autor tan conocido como M. Alonso ha sido manifestada recientemente (Alonso, 2001) posicionándose en contra de su uso. En ese sentido se ha realizado ya algún estudio preliminar sobre la presencia del concepto en el bachillerato (Sánchez, 2000), (siguiendo un esquema análogo al seguido por Bauman (1992) y Sawicki (1996), en el ámbito estadounidense), en el que se detecta la presencia de m_r en algunos libros de texto del nuevo bachillerato.

1.3.1 Argumentos que se han utilizado para defender el uso de la masa relativista.

Los defensores de la utilización de la masa relativista argumentan que ésta permite la introducción de conceptos en relatividad especial, de una forma que resulta de más fácil comprensión por parte de los alumnos (Sandin, 1991). Indican que si cambiamos los conceptos newtonianos de espacio y tiempo para que las leyes de la mecánica sean invariantes bajo las nuevas transformaciones de Lorentz, parece lógico, especialmente para los estudiantes, que la masa newtoniana también varíe de la misma forma.

De esta manera, se puede explicar que sea necesaria una gran cantidad de energía para incrementar la velocidad de una partícula cuando su velocidad es próxima a la de la luz c , siendo infinita cuando $v = c$, de donde se deduce el carácter límite de la velocidad de la luz. La argumentación anterior considera la masa relativista como inercial. Por otra parte, para los defensores de m_r se debe considerar que el aumento indicado de la masa es completamente real porque los resultados de las medidas dependen del sistema de referencia elegido (Sandin, 1991).

Los resultados experimentales de Kaufmann y Bucherer, realizados en 1901 y 1909 respectivamente, parecen mostrar que la inercia de una partícula cargada, entendida como relación entre la fuerza y la aceleración obtenida, aumenta con la velocidad. Si dicha partícula penetra en un campo magnético B y describe una circunferencia de radio R , se cumple que $m_r = qRB/v$. La velocidad v se puede deducir si la partícula se hace pasar por un campo eléctrico E y por uno magnético B que se ajustan para que qE sea igual a qvB . De esa forma se obtiene la expresión $m_r = qRB^2/E$ que puede ser calculada porque todos los parámetros son conocidos. Estos valores experimentales se ajustan perfectamente a la relación $m_r = m/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ (Bickerstaff y Patsakos, 1995).

Para los partidarios de la masa relativista, la expresión de la energía en reposo $E_0 = mc^2$ es un caso particular de la más general $E = m_r c^2$ en la que E es la energía total (energía en reposo más cinética) de una partícula libre y m_r su masa relativista (Sandin, 1991). La última expresión indica la relación entre la energía y la masa siendo la constante c^2 un factor de conversión para las unidades de energía y de masa. En consecuencia, consideran que los principios de conservación de la masa y de la energía, que aparecen como independientes en la física clásica, quedan unificados, de manera que la conservación de la energía de un sistema aislado implica la conservación de la masa y viceversa (Warren, 1976; Bauman, 1994). La aplicación de la ecuación $E = m_r c^2$ a los fotones da como resultado que dichas partículas posean una masa $m_r = E/c^2$ a pesar de que su masa en reposo sea nula. Si se admite que los fotones tienen masa, parecería que se puede explicar fácilmente por ejemplo la desviación de su trayectoria cuando se mueven en un campo gravitatorio (Sandin, 1991).

1.3.2 Argumentos que muestran las limitaciones de la masa relativista.

Los críticos de la masa relativista opinan que en el estudio de la relatividad especial se debe hacer uso de una masa, la masa en reposo, dado que este concepto es un invariante relativista, es decir que su valor no depende del sistema de referencia elegido (matemáticamente es el escalar invariante en las transformaciones de ejes asociado al tetravector energía impulso $E^2 - \mathbf{p}^2 c^2 = m^2 c^4$) y que caracteriza a la partícula, o sistema, unívocamente y que el concepto de masa relativista no es necesario y puede producir errores conceptuales en los estudiantes. Uno de los más frecuentes es asignar un carácter inercial a la misma. Sin entrar en el problema de las definiciones, que ha sido revisado recientemente (Doménech, 1998), por inercial se entiende, al igual que en la mecánica newtoniana, el factor de proporcionalidad entre la fuerza aplicada a un cuerpo y la aceleración adquirida.

El error que se apunta es el de inducir al estudiante a generalizar la sustitución de m por m_r [$m_r = m/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$] en las expresiones clásicas que

en	$p = m_r v$	es correcta
y en	$F = m_r a$	es incorrecta
o en	$E_c = \frac{1}{2} m_r v^2$	es incorrecta

La consideración de la masa relativista como masa inercial aparece, de manera implícita, en expresiones del siguiente tipo: *“Cuando aumenta la velocidad de un cuerpo, su masa también aumenta”* (Giancoli, 1984; Alonso y Finn, 1970; Feynman, 1969; Peña y García, 1996; Candel y otros, 1989) o en la justificación de la velocidad de la luz en el vacío como un valor límite (Giancoli, 1985; Peña y García, 1996). En este último caso, se parte de la definición de masa relativista y se indica que dicha masa aumenta a medida que lo va haciendo la velocidad, de manera que su valor sería infinito cuando la velocidad coincidiera con la de la luz. Al razonar de las formas que se acaban de señalar, se está considerando que la masa relativista ofrece una resistencia a la aceleración. Sin embargo, esta afirmación no es correcta dado que la masa relativista aparece en la definición de cantidad de movimiento relativista pero no resulta ser el coeficiente que relaciona la fuerza y la aceleración.

A este razonamiento los defensores de la m_r responden restringiéndose al uso de $F=dp/dt$, perdiendo, eso sí, el eventual carácter de transferencia desde la mecánica clásica de m por m_r . De hecho, esta supuesta facilidad de paso de la expresión clásica a la relativista es no sólo falaz, sino didácticamente muy negativa al inducir a los estudiantes a que lleguen a conclusiones falsas. La expresión de cantidad de movimiento en relatividad especial ($\mathbf{p} = m_r \mathbf{v}$) puede obtenerse a partir de la utilizada en la mecánica clásica ($\mathbf{p} = m \mathbf{v}$) por medio de la sustitución de la masa newtoniana (m) por la masa relativista (m_r). De acuerdo con lo anterior, los estudiantes pueden pensar, de manera equivocada, que la energía cinética relativista se deduce aplicando la sustitución indicada

$E_c = m_r v^2/2$ o que la fuerza viene dada por $\mathbf{F} = m_r \mathbf{a}$ pero dichas expresiones, que como hemos visto antes, son incorrectas (Sandin, 1991; Tipler, 1985).

De acuerdo con los detractores de la masa relativista los resultados de los experimentos de Kaufmann y Bucherer, antes mencionados, cabe interpretarlos de muy diversa forma, en coherencia con el espíritu de la teoría: los valores del radio de curvatura de una partícula cargada que se mueve en un campo magnético, cuando varía la velocidad, cumplen que la cantidad de movimiento de la partícula es $p = RqB$ siendo R el radio de curvatura de la trayectoria, q la carga eléctrica y B el campo magnético. Basta introducir la definición de $p = mv/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$, $p = \gamma mv$, donde m es una constante. Los resultados experimentales obtenidos se pueden interpretar a través de la dependencia del factor $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ con la velocidad (Bickerstaff y Patsakos, 1995); sin tener que considerar supuestas variaciones de la masa relativista con la velocidad.

En relación con lo anterior, los detractores de la masa relativista también indican que el gran aumento de energía necesario para incrementar la velocidad de una partícula cuando su velocidad es próxima a la de la luz puede interpretarse considerando la relación entre la energía total (E) de la partícula y la velocidad, dada por $E = \gamma mc^2$ (Adler, 1987). De esta forma tampoco es necesario considerar que la masa aumenta con la velocidad.

En cuanto al movimiento rectilíneo, es un hecho conocido que el tiempo que debe actuar una fuerza aplicada a una partícula, para conseguir un determinado incremento de velocidad, es mayor a medida que aumenta la velocidad de la partícula. Para explicar este fenómeno no hace falta considerar que la masa de la partícula se incrementa cuando lo hace la velocidad. En un sistema de referencia que se moviera con la partícula, los intervalos de tiempo indicados serían iguales. Sin embargo, un observador situado en un sistema de referencia diferente al anterior, mediría unos periodos de tiempo que aumentan con la velocidad de acuerdo con el factor $(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ (Adler, 1987).

La perspectiva correcta no es la que centra la atención en lo que le ocurre a la partícula sino en las modificaciones en la estructura del espacio y el tiempo. Por ejemplo si consideramos el comportamiento de una partícula bajo la acción de una fuerza en la dirección de su movimiento, en un sistema de referencia en que esté en reposo, podemos aproximar su comportamiento ante una fuerza por: $\Delta x_0 = \frac{1}{2} a_0 \Delta t_0^2$ En nuestro sistema: $\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2$. Las transformaciones entre sistemas resultan ser: $\Delta x = \Delta x_0 / \gamma$ y $\Delta t = \gamma \Delta t_0$ relacionando resulta: $a_0 = \gamma^3 a$; visto anteriormente para una fuerza paralela, cumpliéndose las transformaciones de Lorentz aplicada a la fuerza. Por tanto una transformación basada en las propiedades del espacio tiempo brinda una explicación completa, manejando la masa invariante (French, 1991).

Esta crítica es poderosa por cuanto va hacia lo esencial del planteamiento relativista en cuanto a proceso espacio-temporal, y abre paso a los supuestos de la Teoría General en la cual la geometría del espacio es protagonista, por ejemplo no cabe hablar de efectos gravitacionales sobre la luz sin considerar geodesias y carecería de sentido atribuir masa a un fotón.

Otro aspecto contemplado en el debate se refiere a la relación entre la masa y la energía. Los detractores de la masa relativista sólo admiten dicha relación cuando se refiere a la energía y a la masa en reposo, de acuerdo con la ecuación $E_0 = mc^2$ (Okun, 1989). La masa en reposo de una partícula permanece constante en cualquier sistema de referencia pero el valor de la energía depende del sistema elegido. Por tanto, si la relación entre la masa y la energía es cierta en un sistema de referencia, no se puede cumplir en otros (Hannibal, 1991). El sistema de referencia en el que se verifica dicha relación es, precisamente, aquel en el que la partícula se encuentra en reposo (Whitaker, 1976). Este es el sentido del invariante: $E^2 - (\mathbf{pc})^2 = (mc^2)^2$ donde para $p = 0$, $E_0 = mc^2$. Todos estos razonamientos se extienden de forma natural para el manejo de los sistemas.

En textos que desarrollan la relatividad especial por medio de la formulación tetravectorial se señala que los usos de la masa relativista “*ocultan la covarianza de la formulación y oscurecen más que aclaran el aspecto físico de la situación*” (Goldstein, 1970).

1.3.3 Toma de posición: precisiones acerca de la masa invariante y el uso de la energía en relatividad.

Para clarificar el uso de la masa se recogen, a continuación, algunas precisiones acerca de la opción de masa que se sostiene, como magnitud característica de una partícula, de un sistema de partículas o de un campo. Se revisan algunas consecuencias que se derivan de esta opción, en cuanto a las afirmaciones que resultan coherentes con ella, y que se valoran por tanto como correctas.

Definición de masa de una partícula.

La primera afirmación asume que toda partícula (simple en principio, pues cualquier otra cabe suponerla como compuesta y por tanto analizable como sistema) lleva asociada un valor característico de masa (incluido el valor cero), una magnitud que aparece como primaria y que caracteriza sus propiedades inerciales. Por otra parte aquellas partículas compuestas que no ven modificada su composición, o energía interna, pueden ser consideradas también como simples para estas consideraciones.

La masa así definida en el marco de la relatividad especial, se considera invariante a efectos de su transformación entre Sistemas de Referencia Inerciales, por lo que entre los diversos nombres con los cuales se hace usualmente referencia a ella en la literatura: *masa en reposo*, *masa invariante* o simplemente *masa*, cabe preferir en esta etapa, en que todavía aparece con cierta extensión la masa relativista, la opción de *masa invariante*. Es de prever que en una etapa posterior, a la que nos dirigimos conforme el consenso científico se traslade plenamente a la enseñanza, nos referiremos a ella simplemente como *masa*.

La masa de una partícula y su relación con \mathbf{p} y E .

Para estudiar su papel en la teoría conviene indagar en su relación con otras dos magnitudes clave: la cantidad de movimiento y la energía. La reafirmación de los principios de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento pasa por una redefinición de las mismas magnitudes:

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}; \quad E = \gamma m c^2; \quad \text{con } \gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

Señalemos de paso que esta última definición se obtiene de forma simple a partir de la definición de cantidad de movimiento, usando la fuerza definida como $d\mathbf{p}/dt$ y evaluando el trabajo por unidad de tiempo $\mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$. Esta igualdad en mecánica clásica resulta responder a dE/dt . En relatividad incluye el término mc^2 , energía asociada a la masa, de hecho $E_0 = m c^2$.

Para explorar la relación entre E , \mathbf{p} y m , comencemos por señalar el paralelismo existente, en cuanto al formalismo, con otro invariante: el intervalo. Este es importante por cuanto la Teoría de la Relatividad supone una revisión de los conceptos de espacio y tiempo, que se presentan como fundamentales y el intervalo vincula estos conceptos.

El concepto de intervalo, representa la magnitud (espacio-temporal) invariante en una transformación de Lorentz entre sistemas de referencia inerciales:

$$(ct)^2 - r^2 = (ct')^2 - r'^2 = s^2$$

La introducción del intervalo se deduce de forma inmediata en el formalismo tetradimensional. En él representa el módulo del tetravector de posición en el espacio-tiempo y fue introducido ya por Poincaré en 1906 y generalizado posteriormente por Minkowski (Sánchez Ron, 1985)

En la perspectiva tetradimensional, las distintas transformaciones entre Sistemas de Referencia Inerciales se corresponden a rotaciones en el tetraespacio y el concepto del intervalo, como invariante, es análogo al de la distancia entre dos puntos en una rotación en un espacio tridimensional ordinario. (Indiquemos de paso que se corresponde con el tiempo propio en el Sistema de Referencia de una partícula, por tanto con $r' = 0$)

Por otra parte, como se sabe, las propiedades de simetría (por ejemplo, la homogeneidad) que se atribuyen al tiempo y al espacio desembocan en los principios de conservación de la cantidad de movimiento y de la Energía que se enuncian en la Teoría de la Relatividad Especial. Einstein adaptó sus definiciones para reafirmar explícitamente la validez de dichos principios.

Para una única partícula la vinculación entre ambos resulta:

$$E^2 - (\mathbf{pc})^2 = (mc^2)^2$$

(m es la raíz cuadrada del cuadrimomento al cuadrado dividida por c^2)

$$(E^2 - (pc)^2)^{1/2} / c^2 = m$$

del tetravector energía-impulso: $p_\mu = (E/c, p_x, p_y, p_z)$

Las magnitudes \mathbf{p} o E mantienen sus correspondientes leyes de conservación en cualquier sistema de referencia. Sin embargo, cabe dotar de gran relevancia a la expresión del cuadrimomento, pues en cumplimiento del principio de relatividad y en una perspectiva de transformación entre sistemas de referencia inerciales, la búsqueda de estructuras y leyes físicas invariantes en una transformación de Lorentz es lo más importante.

Para una única partícula aislada es evidente que \mathbf{p} es constante al igual que E y m . Por otra parte, el uso de esta expresión favorece la visualización de que la Energía depende tanto de m como de p . Resulta por tanto una doble faceta en el caso de la masa: conservación, considerada la magnitud en el seno de un sistema de referencia e invarianza, como magnitud que se mantiene en el paso a otro sistema

Un fotón único, de masa cero, resultará entonces como:

$$E^2 - (pc)^2 = 0 ; \text{ con } pc = E$$

La transformación entre Sistemas de Referencia Inerciales da lugar a modificaciones en la cantidad de movimiento y la energía, pero con mantenimiento de la masa. Que esto es así se deduce de forma inmediata en el formalismo tetravectorial, con mc^2 como invariante. Del caso del Sistema de Referencia Inercial con $p = 0$ surge inmediatamente $E_0 = mc^2$.

El fotón aparecería en los distintos SRI con diferente E y \mathbf{p} pero con $m=0$.

Si la partícula está sometida a una interacción que incremente su cantidad de movimiento, este cambio se vera acompañado de la modificación de su energía, pero como se deduce de forma inmediata sin más que desarrollar:

$$E^2 - (pc)^2 = (\gamma m \cdot c^2)^2 - (\gamma m \cdot \mathbf{v}c)^2 = (mc^2)^2$$

La masa de un sistema de partículas.

Para el tratamiento de un sistema de partículas es preciso diferenciar si se da, o no, entre ellas una interacción cualquiera. En ese caso en la energía total hay que introducir la energía de interacción entre ellas. Sin embargo, el tratamiento general del problema excede el marco de la relatividad especial. Levich (1974) lo expresa claramente: *“Si la posición de una partícula cualquiera cambia, instantáneamente han de cambiar la energía potencial del sistema de partículas y las fuerzas que actúan sobre cada una de ellas. El concepto de energía potencial de interacción está ligado con la idea de acción a distancia...[aunque se introduzca la noción de campo, es necesario definir posiciones]. No es posible en general escribir una expresión para la energía de un sistema en interacción mutua”*.

Atendamos al hecho de que, por ejemplo, la acción entre cargas depende no sólo de la posición simultánea de las cargas sino de las velocidades previas de las cargas (ver p. ej. French, 1991) Sin embargo en la mayoría de los casos cabe asumir la aproximación, de no interacción a distancias suficientemente grandes y *las expresiones clásicas con $v \ll c$.*

No cabe olvidar que la energía E que se ha manejado hasta ahora para una partícula elemental (o asimilable) no incluye otra energía que la cinética relativista y la asociada a la masa $E_0 = mc^2$. Sin embargo esta magnitud es la que aparece en la cuarta componente del tetravector energía-impulso y es la que goza por tanto de las propiedades de la transformación; por ejemplo ha de conservarse en los choques inelásticos junto a la cantidad de movimiento espacial (Goldstein, 1988). A este respecto Levich (1974) es particularmente claro: *“Indicaremos que se llama a la energía energía total ‘E’. Esto no debe conducir a malentendidos: en E no está incluida la energía potencial de la partícula en un campo exterior, si tal campo actúa sobre la partícula”.*

Masa de un sistema de partículas simples.

Iniciaremos el estudio de sistemas de partículas simples, sin estructura interna ni interacción entre ellas y posteriormente se efectuará la ampliación al caso de la existencia de una estructura interna, con su correspondiente repercusión energética o la existencia de interacción.

En este caso de partículas sin interacción se puede generalizar de forma inmediata lo expuesto para una partícula:

- La cantidad de movimiento del sistema, que aparece como suma vectorial de las de las partículas que los constituyen (por definición de la magnitud).

$$\mathbf{P} = \sum \mathbf{p}_i$$

Además, en un sistema aislado $\mathbf{P} = \text{cte.}$ con el tiempo, lo que constituye el Principio de Conservación de la Cantidad de movimiento.

- La energía del sistema aparece como suma escalar de la de las partículas que lo constituyen (por construcción de la magnitud).

$$E = \sum E_i$$

Además, en un sistema aislado $E = \text{cte.}$ con el tiempo. Lo que constituye el Principio de Conservación de la Energía.

Del desarrollo de la teoría, y de una forma muy simple si se sigue el formalismo tetradimensional, se deduce que la \mathbf{P} y la E se vinculan de la forma:

$E^2 - (\mathbf{P}c)^2 = I$ (magnitud invariante en cualquier transformación entre Sistemas de referencia inerciales).

$$E^2 - (\mathbf{P}c)^2 = E'^2 - (\mathbf{P}'c)^2 = I$$

Este invariante por analogía lo hacemos igual a $(Mc^2)^2$ resultando en la forma:

$$E^2 - (\mathbf{P}c)^2 = (Mc^2)^2$$

Y asignando a M como masa del sistema (Levich, 1974).

Para dotar de verosimilitud a esta asignación “por definición” y a las consecuencias que posteriormente se derivaran de ello podemos destacar dos puntos:

- a) Con ello se mantiene la estructura del cuádrimomento que se ha planteado para una partícula.
- b) La justificación de la definición de masa se derivará del hecho de que así definida sea capaz de satisfacer el papel inercial tradicional de la masa: y no sólo en condiciones de alta velocidad sino en el límite clásico.

La definición de M resulta chocante e inicialmente contradictoria a quienes identifiquen *masa con cantidad de materia* y que mediante un recuento de átomos, protones, etc., obtengan M como suma. Si bien esta identificación pudiera ser conveniente a fines didácticos en la enseñanza media (Zalamea y Paris, 1992) en el marco relativista no se puede mantener. De hecho ni siquiera es admisible tal definición en el marco clásico, remitimos para clarificar este extremo al completo trabajo de Doménech (1998).

Como derivación de las definiciones expuestas se deducen unas consecuencias, que a continuación se precisan de una forma sumaria:

- a) La masa del sistema es un invariante para cualquier transformación entre Sistemas de Referencia Inerciales.
- b) Se ha perdido la aditividad de la masa entre la del sistema y la de las partículas:

$$M \neq \sum m_i.$$

- c) En un sistema aislado cualquier interacción entre las partículas que lo componen:
 - Conserva la cantidad de movimiento \mathbf{P} , conserva la energía E y por tanto: se conserva M.
 - Las variaciones en el $\sum m_i$ son perfectamente posibles, y se traducirán en variación en la energía cinética de las partículas que componen el sistema. En este sentido se habla a veces, un tanto inapropiadamente, de transformación de masa en energía. (E_i para una partícula es igual a $m_i c^2 + E_{ci}$.) Así se indica reiteradamente por los autores que propugnan el uso de la masa invariante: “Que M sea constante no significa que lo sean la de las partículas del sistema o su suma. Es decir, la masa es una forma de

energía” (Adler, 1987) “*que se puede transformar en otras*” (Bickerstaff y Patsakos, 1995) en el balance del sistema. O sea, la conservación de E y el cambio en Σm_i supone una redistribución de energía que a menudo se enuncia como transformación.

- Ante una transformación de Sistema de Referencia Inercial, la masa M se conserva como tal invariante, no así P ni E. Se mantiene la estructura de la norma del cuádrimomento. De las tres magnitudes en juego tan sólo dos aparecen como independientes en un Sistema de Referencia por la relación que existe entre ellas. Y si adoptamos la perspectiva cuádrivectorial, un solo vector engloba las leyes. En ese sentido el principio de conservación de la masa se unifica con el de la energía.
- A este respecto cabe resaltar que la conservación de la energía no implica la conservación de la energía cinética, y la disponibilidad de energía para desarrollar un trabajo depende de la fracción de energía que adopte esta forma. Por ejemplo en un proceso nuclear $A+B \rightarrow C + D$ la conservación de la energía implica:

$$(E_{C_A} + m_A c^2) + (E_{C_B} + m_B c^2) = (E_{C_C} + m_C c^2) + (E_{C_D} + m_D c^2).$$

El balance respecto a las masas en reposo, habitualmente llamado Q resulta:

$$Q = [(m_D + m_C) - (m_A + m_B)]c^2 = -(E_{C_D} + E_{C_C}) - (E_{C_B} + E_{C_A})$$

En el tratamiento habitual de muchos textos de secundaria no se clarifica el sistema con el que se trabaja, se hacen evaluaciones en un sistema razonando como si fuera cerrado y las partículas no fuesen portadoras de E_c o p y enunciando transformaciones en lo que son un balance entre masas en reposo de partículas, que en realidad mantienen movimientos relativos.

- La consideración de un sistema (o parte de él) como un cuerpo único es perfectamente posible. Por ejemplo un gas encerrado en un recipiente, con CDM en reposo, cuya masa depende del contenido energético y es distinta a la suma de las masas.

Por ejemplo, si el sistema que forma el gas en reposo tiene una energía E, en el sistema CDM, podría aproximarse a un gas encerrado en un recipiente en reposo sobre una balanza: $E = (Mc^2) = \Sigma m_i c^2 + \Sigma E_{ci}$

- d) Por otra parte, los fotones tienen una masa en reposo nula y la energía que poseen será puramente cinética: $E = pc$. Con ella pueden contribuir a la masa del sistema. El término “puede” introduce una salvaguarda porque, en función de la dirección relativa de los fotones su energía puede contribuir, o no, a la masa del sistema. Por ejemplo, un sistema formado por dos fotones que se mueven paralelamente no tiene masa.

Se puede comprobar con un sencillo ejemplo con dos fotones iguales:

$$E = 2 E_{\text{fotón}} ; \mathbf{P} = 2 \mathbf{p}_{\text{fotón}}$$

Si se aplica la relación $E_{\text{fotón}} = p \cdot c$, además de $\mathbf{P}^2 = p^2 = (2p_{\text{fotón}})^2$ por ser las cantidades de movimiento de los fotones paralelas y se aplica la relación entre energía y cantidad de movimiento resulta:

$$E^2 - (\mathbf{P}c)^2 = (2 E_{\text{fotón}})^2 - (2 \mathbf{p}_{\text{fotón}}c)^2 = (2 E_{\text{fotón}})^2 - (2 p_{\text{fotón}}c)^2 = 0$$

la masa del sistema es nula, los fotones no contribuyen a la masa del sistema.

Por el contrario si el movimiento se realiza en direcciones opuestas, sí la tienen, contribuyen a la misma (Whitaker, 1976).

Examinemos el caso sencillo de la aniquilación de un electrón con un positrón dando lugar a dos fotones: $e^- + e^+ \rightarrow 2 \gamma$. Por simplicidad se partirá de una situación de velocidad relativa despreciable, es decir que la energía cinética inicial es despreciable. Examinaremos el sistema en el sistema de referencia de centro de masas.

La conservación de la energía y de la cantidad de movimiento implica:

$$\text{situación inicial : } E = 2 m_e c^2 ; \mathbf{P} = 0 .$$

$$\text{tras aniquilación: } E = E_1 + E_2 ; \mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$$

De donde se obtiene, por conservación de la cantidad de movimiento $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$ y $p_1 = p_2$ es decir saldrán en direcciones opuestas y con la misma cantidad de movimiento y como $E = pc$ resultarán con la misma energía $E_1 = E_2 = E_{\text{fotón}}$.

De la conservación de la energía se obtendrá $E = 2 m_e c^2 = 2 E_{\text{fotón}}$ por lo que $E_{\text{fotón}} = m_e c^2$.

La relación entre energía y cantidad de movimiento, proporciona el invariante masa, en la situación inicial resulta:

$$E^2 - (0)^2 = (Mc^2)^2$$

que proporciona para la masa del sistema $M = 2 m_e$, coincidente con la suma de las masas de las partículas. Y tras la aniquilación el sistema compuesto con los fotones sigue manteniendo la masa del sistema, contribuyen pues ambos fotones a la masa, aunque individualmente como partículas no la tengan.

Tanto la masa del sistema como la cantidad de movimiento como la Energía se conserva. Ya se ha indicado que eso no implica la conservación de la suma de las masas de las partículas, ni como se indicará a continuación la energía cinética.

En la situación inicial la $E_{\text{cinética}}$ era cero y la única energía era la correspondiente a la masa en reposo. Tras la aniquilación esta última ha desaparecido y solo resta la energía del fotón.

Por tanto también en este caso:

$$E_{\text{c inicial}} + E_{\text{0 inicial}} = E_{\text{c final}} + E_{\text{0 final}}$$

$$0 + (2 m_e c^2) = (2E_{\text{fotón}}) + 0$$

Luego también en este caso : $\Sigma m_{\text{i final}} - \Sigma m_{\text{i finales}} = E_{\text{c inicial}} - E_{\text{c final}}$

en este sentido la aniquilación de las partículas se traduce en un incremento de la $E_{\text{cinética}}$, útil para desarrollar trabajo, y en ese sentido liberada.

Por último, para explicar la desviación de los fotones en campos gravitatorios no es necesario atribuirles ninguna masa, dado que así como la cantidad de movimiento y la energía de la materia le dicen al espacio cómo ha de curvarse, el espacio curvado le dice a la materia (a los fotones) como han de moverse (Regge,1986). Sin embargo, tales discusiones se sitúan en el marco de la Teoría General.

- e) En un sistema que no esté aislado, además de lo anterior cabe incorporar E y/o P. Lo que puede traducirse en una variación de la masa

Por ejemplo, en el caso del gas citado, si esta aislado su masa es cte. Si se le mueve como un todo, incrementando su velocidad, las variaciones de P y E se conjugan de forma análoga al caso de una partícula. Si el sistema no está aislado, M no ha de ser constante. De esta forma, se admite que la masa en reposo de un gas aumenta cuando se calienta. Esta variación es producida por el aumento de energía cinética de las partículas que lo forman pero no por un incremento de la masa de las mismas (Adler, 1987).

O sea, un gas en reposo señalaría en una balanza $E^2 = (Mc^2)^2 + 0$ Si se calienta, estadísticamente $p' = 0$, y realmente $E' = E + \Delta E$; por tanto $(E')^2 = (E + \Delta E)^2$.

$$E'^2 - (\mathbf{p}'c)^2 = (M'c^2)^2 ; E' = M' c^2$$

$$E^2 - (\mathbf{p}c)^2 = (Mc^2)^2 ; E = M c^2$$

de donde $E + \Delta E = M c^2 + \Delta E = M' c^2$ y por tanto $\Delta E = M' c^2 - M c^2$

concluyendo en $\Delta E = \Delta M c^2$

Expresión de la relación de Einstein, que indicaría el incremento en la balanza (cuantitativamente inapreciable)

Es decir se trata ahora de un sistema abierto al que permitimos que se caliente, o se enfríe, (análogo sería el estudio de variación en su constitución, añadiendo o restando partículas), se está modificando su masa la modificación seguirá la ecuación:

$$E'^2 - (\mathbf{P}'c)^2 = (M'c^2)^2 .$$

Un ejemplo análogo es el experimento mental de Einstein de 1905, al emitir dos fotones en direcciones opuestas, si evaluamos la masa del subsistema, en el sistema en que esté en reposo, resultará:

$$\text{antes } E = M c^2; \text{ después } E' = M' c^2 \text{ y de ahí: } \Delta M c^2 = \Delta E.$$

El tratamiento de los sistemas formados con partículas en interacción.

Clarificar este caso es importante, pues estos sistemas incluyen casos tan importantes como, por ejemplo, la materia macroscópica. La situación es ahora más compleja, las interacciones entre partículas pueden no conocerse con detalle, caso que se da, por ejemplo, en el interior de un núcleo. No obstante se mantiene *“el principio fundamental que rige las transformaciones (conservación del cuadrivector cantidad de movimiento-energía) que es válido tanto en la mecánica clásica como cuántica”* (Goldstein, 1970; García Alcaine, 1989).

En general no se pueden expresar \mathbf{P} ni E en función de los valores de las partículas individuales, como se ha hecho anteriormente. Aunque se pueden efectuar aproximaciones o simplificaciones, entre ellas podemos destacar:

Las colisiones o interacciones se pueden plantear como una caja negra y evaluar la situación antes y después de la colisión o interacción.

Considerar casos en que la distancia entre las partículas sea muy grande, o la interacción débil y $v \ll c$, etc. En estas situaciones se puede introducir el concepto de interacción en función únicamente de su distancia entre ellas, por ejemplo para un sistema de cargas:

$$E_p = \sum_{i < k} K \frac{e_j e_k}{r_{ik}}$$

El tratamiento conduce a un tratamiento de la energía total (Levich, 1974) en:

$$E = E_0 + E_1 + E_2$$

$E_0 = \sum m_k c^2$; $E_1 = E_c + E_p$; E_2 corrección relativista que depende de posiciones, cargas y velocidades.

Solo para cargas en reposo se puede prescindir de E_2 y en este caso cabe plantear el concepto de CDM, y aplicar como concluye Levich (1974) la definición ordinaria de masa en reposo:

$$M = \sum m_k + (E_1 + E_2)/c^2.$$

Se puede entonces demostrar como en estas consideraciones se reconstruye la expresión de P del sistema y tratar el sistema como una partícula simple de energía E . De forma análoga razonan Landau y Lifshitz (1973) quienes indican que la energía (o masa) en reposo incluye varios términos: la correspondiente energía (o masa) en reposo de las partículas, así como su energía cinética y la de interacción entre ellas. De acuerdo con esta consideración, la energía interna (o de enlace, en el caso de la física nuclear) de un sistema contribuye a su masa en reposo. Todos estos análisis son aplicables al caso de partículas con estructura compleja, con varios grados de libertad, por ejemplo un átomo.

Una vez así constituida la partícula compleja, por ejemplo un átomo, cabe su participación como una partícula simple en cualquier sistema, o participar en procesos que involucren sus grados de libertad internos. En este último caso se debe usar la expresión de la masa y tener en cuenta las variaciones de energía (masa de la partícula) como si de un subsistema se tratase.

De forma simple podemos usar la definición que propone Whitaker (1976), que usa como definición de masa de una partícula: $m = \sum m_i - E_b/c^2$ con E_b la energía de enlace calculada en el Sistema de Referencia $p_i=0$. Incluimos en E_b las eventuales E_{ci} .

En los niveles donde se trata este tipo de problemas, no por supuesto en el bachillerato, se señalan ciertos riesgos: “*Un problema adicional es que es posible que el tratamiento de una partícula no haya supuesto problema alguno para el estudiante y no esté preparado para asumir esta complicación*” (Whitaker, 1976).

Como consecuencia de lo expuesto se pueden discutir diversas situaciones y consecuencias de casos comunes analizables en el marco de las simplificaciones que se han manejado en la discusión (por ejemplo las recogidas por Stansbury 2000).

De todo lo que antecede se concluye que el uso de la masa invariante supone una opción coherente, que se asume como consecuencia de la crítica a la masa relativista efectuada en la sección anterior, y en los términos que se acaba de plantear.

1.4 EL DEBATE ACERCA DE LA UTILIZACIÓN DE LA HISTORIA DE LA CIENCIA Y LA RELATIVIDAD.

Es objeto de debate la conveniencia de la utilización de la historia de la física en la enseñanza y la extensión de este uso, en una triple vertiente: como objeto de estudio *per se*, como referente didáctico para comprender la evolución conceptual y favorecer la formación física del estudiante y, por último, por su potencialidad en el desarrollo de actitudes y valores acerca de la física y su desarrollo.

En la primera perspectiva se la considera como un contenido curricular - conceptual, procedimental y actitudinal- en la creencia de su valor cultural y formativo. Se considera de interés la profundización en los mecanismos de creación de conocimiento físico el papel que desempeña en la sociedad y su interacción con la ciencia y la técnica.

Sin embargo, es preciso destacar que el campo de estudio de la historia de la física no es el de la propia física. No se trata por ello de impartir una asignatura de historia de la física sino, por el contrario, aprovecharla para lograr un aprendizaje significativo de la física, a los cuales la historia de la ciencia puede contribuir eficazmente. La extensión y alcance de su uso en la enseñanza debe por tanto matizarse y podemos asumir los razonamientos de Sánchez Ron (1988) acerca de la utilidad de su papel en la comprensión de la propia ciencia, quien indica: *“Sobre este punto auténticamente crucial, diré de entrada que no está demostrado en absoluto y que, además, en mi opinión, es tomado en general y sin más falso”*. El mismo autor aboga más adelante con rotundidad por el uso controlado, simplificado y encauzado, en línea con las propuestas de descubrimiento dirigido.

La simplificación es necesaria por la propia complejidad de la historia de la ciencia, sin embargo, ha de respetar tanto la lógica interna del quehacer científico, como presentar una imagen de la ciencia no distorsionada. Esta advertencia pretende salir al paso de un uso limitado a la exposición de anécdotas, modelos escogidos, datos biográficos de genios que encarnan en exclusiva el progreso científico, etc.

Un reflexión sistematizada del carácter de estas visiones sesgadas de la ciencia es debida a Gil (1993) quien detalla los principales deformaciones que se detectan en la enseñanza, entre las que podemos destacar aquellas a las que un adecuado uso de la historia de la ciencia puede ayudar a superar: visiones **empiristas y ateóricas, rígidas** (metodológicamente algorítmicas), **aprobemáticas, ahistóricas, acumulativas lineales, elitistas etc.** y especialmente una concepción de la ciencia **descontextualizada y socialmente neutra**, sin atender a lo que sabemos de las complejas relaciones CTS. No cabe plantear al científico encerrado en “una torre de marfil” ni tampoco caer en una visión “excesivamente” sociológica de la ciencia”.

La práctica en la enseñanza secundaria se ha venido caracterizando (Solbes y Traver, 1996) por ignorar *“los aspectos históricos en la imagen de la física y química que se transmite, y cuando se utilizan se introducen tergiversaciones o errores históricos”*. Así mismo apuntan razones para su utilización en la enseñanza, entre las que podemos destacar las siguientes.

La historia de la ciencia puede contribuir a que la enseñanza de la física y la química adquiera un componente crítico con las imágenes tópicas y deformadas de la ciencia, que son difundidas en ocasiones por los propios textos.

Especialmente interesante es la posibilidad que brinda de profundizar en su carácter hipotético, tentativo, las limitaciones de sus teorías, los problemas pendientes de solución. “*Se evitan así visiones dogmáticas*” y se muestra la aventura creativa de su construcción y la forma en que se acumula conocimiento.

Un factor relevante es el mostrar la ciencia como una construcción colectiva humana, huyendo de la visión elitista antes citada, que la considera una sucesión de obras debidas a genios soslayando el papel de la colectividad en su progreso.

Entre las tergiversaciones más comunes que se presentan en la enseñanza de la relatividad podemos señalar:

- comenzar el tema con el experimento “*crucial*” de Michelson Morley, un tratamiento empirista que omite la situación problemática;
- centrar la creación de la relatividad en la obra genial de un solo hombre, Einstein, según una visión que omite el papel colectivo en la creación científica;
- omitir, o por el contrario sobredimensionar, el carácter de cambio en el paradigma físico. No se puede presentar su nacimiento como un proceso normal, minusvalorando el cambio acelerado que supuso, ni tampoco soslayar la continuidad de fondo. La relatividad supone tanto un cambio como una culminación del programa de investigación clásico.

Aspectos adicionales de relevancia es desconocer las contribuciones realizadas en nuestro país, y el carácter y calidad de las mismas reflexionando críticamente en las circunstancias históricas en que se ha desenvuelto la ciencia en nuestro país.

Es igualmente de una gran importancia el estudio de la vinculación con la sociedad, explorar las repercusiones sociales de los conocimientos científicos tanto en la cultura como en los desarrollos tecnológicos. No debe olvidarse que la enseñanza secundaria, incluso el bachillerato, posee un carácter formativo intrínseco, de ciudadanos y su interés no debe limitarse a constructos finales, hechos y teorías acabadas.

En la segunda perspectiva se considera que favorece una adecuada comprensión de los conceptos físicos, las razones para sostenerlo son múltiples, citemos en primer lugar la aportación de diversos autores quienes han investigado acerca de los paralelismos existentes entre las diferentes metafísicas, ideas, conceptos, teorías, etc. mantenidos a lo largo de su evolución y las ideas sostenidas por los alumnos (McDermott, 1984; Carrascosa y Gil, 1985; Matthews, 1994). Y si bien esta idea ha sido cuestionada, aún se puede extraer de la historia de la ciencia información útil acerca de estas ideas. Estos aspectos se han constatado, efectivamente, en trabajos de innovación educativa, citemos a modo de ejemplo el llevado a cabo

por Furió y Guisasola (1998) sobre los conceptos de carga y campo eléctrico. Estos autores distinguieron entre las nociones de los estudiantes próximas al *sentido común*, junto con dificultades en conceptos abstractos similares a los problemas epistemológicos que tuvo que superar la ciencia en la construcción de sus teorías. Detectaron interacciones complejas entre preconcepciones, y conocimientos científicos.

Es necesaria igualmente en el diseño de la enseñanza por el profesor, por cuanto favorece la selección de contenidos básicos, y es esencial en la elaboración de las situaciones problemáticas simplificadas que se precisan en la enseñanza. Permite extraer de dicha historia los problemas significativos (Gil y otros, 1991).

Una amplia investigación llevada a cabo por Solbes y Traver (2001) que ha usado de cuestionarios, análisis de textos, observación directa en aula, etc. ha puesto de manifiesto la mejora significativa que se puede conseguir en este campo con *“un tratamiento mínimamente detenido de algunos aspectos históricos”* encuadrados en el proceso de enseñanza.

En la última vertiente, se valora lo que de positivo tiene su uso para propiciar el desarrollo de actitudes positivas hacia la ciencia y su aprendizaje, favorecer la participación de los estudiantes y mejorar el clima del aula. Los contenidos actitudinales son por lo general ignorados en la enseñanza (Izquierdo, 1994), aunque los valores, al menos implícitamente, están presentes (Solbes, 1999). La utilización de la historia de la ciencia en general, y de la física en particular, puede ayudar al estudio de estos factores: responsabilidad social de los descubrimientos científicos, finalidad del conocimiento, neutralidad de la ciencia, etc.

Recapitulando, la comprensión por parte del docente y su uso, parcial, encauzado y dirigido con los estudiantes proporciona una poderosa herramienta didáctica. También se ha mantenido de forma argumentada su papel metacognitivo (Campanario, 2000).

En el caso que nos ocupa, la enseñanza de la relatividad, todos estos argumentos cobran una mayor relevancia por las especiales características de la materia de estudio.

- Por el estatus del tema en el armazón lógico de la disciplina: se manejan conceptos primarios como espacio, tiempo, simultaneidad, masa, etc. Estos conceptos se han presentado al alumno o, posiblemente, se ha esquivado la reflexión acerca de los mismos, en la fundamentación y desarrollo de las diversas áreas de estudio: mecánica clásica, teoría de campos, óptica, mecánica cuántica etc. Estos conceptos poseen una rica tradición de controversia histórica muy ilustrativa y paralela a concepciones de los propios alumnos. ¿Qué concepción del espacio tiene un alumno, que considera que un cuerpo más allá de la atmósfera no pesa?

- Por razones epistemológicas: la génesis de la teoría de la relatividad se presenta como una ocasión de cambio profundo, de modificación del paradigma físico. Permite profundizar en los límites de validez del conocimiento científico y en el carácter lineal, o no, de la acumulación del conocimiento.
- Por la riqueza de las conexiones socioculturales y tecnológicas.

Que este tipo de razonamientos han estado, más o menos explícitos, en todos los estudiosos de la enseñanza, lo denota la presencia tradicional de la faceta histórica en los manuales de la disciplina. A menudo desde orientaciones epistemológicas muy criticables, ya superadas. Un argumento adicional de fácil constatación es la persistente referencia al debate histórico en las publicaciones sobre la didáctica de la relatividad. E incluso al significado físico de los conceptos (ver el apartado anterior acerca del debate sobre el concepto de masa relativista).

Como conclusión del debate parece derivarse el interés de la utilización de la Historia de la Física, pero de un modo controlado y dirigido, en la perspectiva del aprendizaje constructivista que suscribimos. Más si cabe, por la cercanía de nuestra posición didáctica a la propuesta que considera a los estudiantes como investigadores noveles bajo la dirección de un experto (Gil,1993) que precisa de “*una traducción de la información*” con un hilo conductor claro, que evite dispersiones no significativas y la desorientación del alumno.

En suma, todas estas razones inducen a prestar atención y revisar el proceso histórico lo que se efectuará posteriormente.

1.5 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.

A la luz de lo expuesto podemos formular el problema planteado en la forma siguiente:

1.-¿Cómo se introduce en la enseñanza usual (ESO, Bachillerato) la relatividad y sus prerequisites tanto desde el punto de vista científico cómo didáctico?

2.-¿Son comprendidos estos conceptos por los alumnos? ¿Qué dificultades encuentran? ¿Qué consecuencias plantea dicha forma de enseñanza?

3.-¿Es posible una propuesta alternativa que atienda las deficiencias que se detecten y que dé lugar a un aprendizaje de mayor calidad en los estudiantes?

En el capítulo siguiente se formulará la hipótesis que orientará el trabajo y se marcará la línea de investigación que se seguirá para resolver este problema.

2 FORMULACIÓN DE LA PRIMERA HIPÓTESIS, FUNDAMENTACIÓN

En el capítulo anterior se ha planteado el problema de la enseñanza de los fundamentos de la teoría especial de la relatividad, y se ha puesto de manifiesto el interés de su estudio. En este capítulo se pasa a formular una hipótesis, y se argumenta sobre sus fundamentos.

2.1 FORMULACIÓN DE LA PRIMERA HIPÓTESIS

Los conceptos de tiempo, espacio y sus propiedades, así como los distintos sistemas de referencia, se introducen en la secundaria de forma inconexa y acrítica. La enseñanza de la Teoría de la Relatividad se realiza de forma poco clarificadora, sin tener en cuenta las preconcepciones de los alumnos, y sin resaltar su posición en la estructura de la Física. En consecuencia, el aprendizaje es escasamente significativo y no se consolidan las nuevas concepciones en los estudiantes.

2.2 FUNDAMENTACIÓN DE LA HIPÓTESIS

Con objeto de fundamentar la hipótesis enunciada, se efectuará un análisis acerca de la forma en que se lleva a cabo la enseñanza de la física en la secundaria, y especialmente la física moderna. Se indagará acerca de la forma en que se presentan los puntos esenciales de la relatividad y las aportaciones de la investigación didáctica al respecto. Comenzaremos trazando las líneas esenciales del marco teórico que enmarca este trabajo.

2.2.1 REFLEXIÓN GENERAL SOBRE EL MARCO TEÓRICO DE LA DIDÁCTICA EN QUE SE SITÚA LA INVESTIGACIÓN.

En los últimos veinte años hemos asistido a un espectacular despliegue de la base teórica de la didáctica de las ciencias, que se recoge en un mayor número de revistas y órganos de expresión, y que configura un cuerpo teórico organizado. Toda esta atención parte de constatar que el proceso de enseñanza-aprendizaje dista de ser un proceso simple. A continuación se recogen los rasgos más importantes que de la enseñanza de la física, y más específicamente de la física moderna, nos ha dibujado la investigación didáctica; punto de partida que ha de orientar este trabajo.

2.2.1.1 La enseñanza tradicional de la Física.

La investigación didáctica en los últimos treinta años ha venido a trazar una manera de hacer en las clases de física que, a grandes rasgos, sigue lo que se ha venido llamar *el pensamiento docente de sentido común y que se basa en un alto grado en la transmisión verbal*. Este cuadro no es uniforme, hay iniciativas notables y una labor de difusión e impregnación que poco a poco lo va modificando.

Sin embargo, este cuadro general está muy vigente todavía hoy. Una formación didáctica escasa del profesorado y una visión reduccionista de la ciencia, han contribuido a este panorama (Gil, 1994; Furió 1994). En la práctica docente habitual resulta frecuente comprobar la existencia de estudiantes capaces de responder correctamente cuestiones tradicionales presentadas en los exámenes y que, sorprendentemente, muestran una falta de comprensión muy profunda de conceptos científicos básicos. Este aspecto de la enseñanza fue objeto de una investigación sistemática que comenzó en la segunda mitad de la década de los setenta (Viennot, 1976). Dicha investigación puso de manifiesto la existencia de los llamados “errores conceptuales”, o “ideas alternativas” de los alumnos, así como sus características. Por una parte se comprobó que eran comunes, es decir, mostraban una sorprendente similitud entre estudiantes de diferentes países y sistemas educativos. En segundo lugar estas ideas persistían pese a la enseñanza (McDermott, 1984).

El estudio de los errores conceptuales ha dado lugar a una amplia bibliografía. Se han catalogado ideas alternativas en muchos campos de la física y de la química, especialmente en mecánica. Se pueden citar al respecto las recopilaciones realizadas por Hierrezuelo y Montero (1989), y por Driver, Guesne y Tiberghien (1992).

Algunos autores (Gil, Carrascosa, Furió, Martínez Torregrosa, 1991) han señalado la enseñanza por transmisión verbal como una de las causas del mantenimiento de los errores conceptuales. Este tipo de enseñanza considera que el aprendizaje se realiza por la recepción que hace el alumno de los conocimientos transmitidos por el profesor. A dicha explicación se le atribuye las características ideales de claridad, coherencia, precisión y exactitud por parte del profesor. La comprensión de los conceptos se completa con la realización de problemas numéricos, cuestiones y prácticas de laboratorio. El papel del estudiante en este proceso es el de receptor, que añade los conocimientos a los que ya posee. Si el aprendizaje no se produce, la causa se encuentra en el escaso interés del estudiante o en su inteligencia limitada (Novack, 1982; Gil, 1983).

La tendencia actual, en cuanto al aprendizaje de conceptos, es valorar que las ideas previas con las que los estudiantes acceden presentan para ellos un alto grado de validez (son sus ideas) y cierta coherencia interna, aunque no coincidan con las científicas. Deben servir de obligado punto de partida en cualquier tipo de estrategia de enseñanza que se aplique. El conocimiento de

las mismas posibilita al profesorado comprender algunas de las dificultades que se presentan en el aprendizaje y la adquisición de ciertos conceptos, de ahí su importancia. Siguiendo la recopilación de Pozo (1992), podemos señalar tres vías fundamentales mediante las que se adquieren ideas, si bien las tres se encuentran en constante interacción. Según estas tres vías, las ideas previas se pueden clasificar en: *concepciones espontáneas de origen sensorial*, *concepciones sociales de origen cultural* y *concepciones analógicas de origen escolar*.

Las de *origen sensorial* se forman como consecuencia de tratar de dar significado a las actividades cotidianas mediante procesos sensoriales y perceptivos. Entre estas ideas podemos encontrar la relación que acostumbran a realizar los estudiantes entre la fuerza y la velocidad, al observar que, para que un cuerpo se mueva, siempre es necesaria una fuerza que lo impulse; o al considerar que las partículas que forman un sólido deben estar en reposo porque la observación, sobre los cuerpos que se encuentran en este estado de la materia, así parece indicarlo.

Entre las de *origen cultural*, se encuentran aquellas procedentes del significado que el lenguaje ordinario da a ciertos conceptos científicos. Entre éstos podríamos citar el trabajo y calor, en el campo de la física, y el de compuesto y el de sustancia pura, en el de la química.

Las de *origen escolar* son aquellas adquiridas como consecuencia de la enseñanza recibida en las aulas, algunas de las cuales les han sido transmitidas de forma errónea, como puede comprobarse en investigaciones dirigidas a detectar errores conceptuales en libros de texto. Ejemplos de esto podrían ser: la extrapolación que se hace de las propiedades macroscópicas de las sustancias a las partículas -átomos o moléculas- que las forman; la extrapolación de ideas de un campo de la ciencia a otro (por ejemplo, en el campo de este trabajo de la física clásica a la moderna); la utilización, en determinadas teorías, de definiciones contextualizadas en otras, provocando confusión (así, la conservación de la masa entendida como conservación de partículas, o la definición de masa como cantidad de materia, o por su faceta inercial.).

Pero también hay errores intuitivos, comunes a la generalidad de los estudiantes en campos en los que no tienen experiencias previas, ni sus conceptos se utilizan en el lenguaje cotidiano, ni provienen de las enseñanzas transmitidas erróneamente. Lo que es especialmente claro en el campo de la física moderna. Esto es debido a la existencia de otro tipo de dificultades consecuencia de las formas de razonamiento usuales de los estudiantes, la causalidad lineal, el razonamiento analógico y secuencial, etc. (Pozo, 1987), y a sus tendencias metodológicas, habituales de extraer conclusiones precipitadas y de generalizar acríticamente a partir de observaciones cualitativas (Carrascosa y Gil, 1985).

En consecuencia, una implicación inmediata para el proceso de enseñanza y aprendizaje de conceptos es que el profesorado debe conocer la existencia de estas dificultades, para proceder a tomar las medidas convenientes que ayuden a los estudiantes a aprenderlos de forma comprensiva. Entre las

características que la mayoría de los trabajos coinciden en señalar como características generales de los conocimientos previos de los estudiantes, podemos resumir (Pozo, 1992):

- *Poseen coherencia desde el punto de vista del alumno, no desde el científico.*
- *Son construcciones personales de los alumnos, elaboradas de modo más o menos espontáneo en su interacción cotidiana con el mundo.*
- *Son bastante estables y resistentes al cambio.*
- *Son compartidas por otras personas, pudiéndose agrupar en tipologías.*
- *Buscan más la utilidad que la «verdad».*

Tienen un carácter implícito, ya que se descubren en las actividades o predicciones de los alumnos (son, pues, «teorías en acción»).

De acuerdo con los planteamientos anteriores, se puede concluir que la enseñanza por transmisión verbal no tiene en cuenta los conocimientos previos de los alumnos ni las dificultades que dichos conocimientos puedan representar en el proceso de aprendizaje de nuevos conceptos. Este problema se agrava si se toma en consideración los errores que se introducen por la vía de los propios libros de texto (Carrascosa, 1983, 1987). Por otra parte, la enseñanza tradicional presenta los conceptos sin considerar “*adecuadamente*” los problemas que llevaron a su construcción (Otero, 1985).

La resolución de problemas se aborda por la enseñanza tradicional como una actividad cuasialgorítmica, de solución conocida, por lo que no cabe realizar tentativas (Gil y Martínez Torregrosa, 1987). Se caracterizan por la falta de reflexión cualitativa previa o, dicho de otro modo, el operativismo mecánico con que se abordan habitualmente los problemas, y por un tratamiento superficial que no se detiene en la clarificación de los conceptos, y que poco favorece una auténtica comprensión. Como consecuencia, los alumnos reducen la resolución de problemas a la utilización mecánica de fórmulas o de procedimientos memorizados. De esta forma, cualquier variación en los modelos de problema ocasiona en los estudiantes la renuncia a su solución.

Las prácticas de laboratorio las considera una ilustración de conceptos o mera comprobación de leyes (Payá, 1991). Normalmente se desarrollan a través de un guión en el que se proporcionan detalladamente instrucciones sobre el objetivo, montaje experimental, recogida de datos y análisis de los resultados.

Todo este esquema de enseñanza transmite a los estudiantes una idea errónea del trabajo científico, no se da al estudiante la oportunidad de llevarlo a cabo. En cuanto a sus ideas y preconcepciones no se produce su sustitución, porque no se contempla que emitan hipótesis, extraigan conclusiones, confronten sus ideas, etc.

Por último, la enseñanza tradicional no presenta los cambios de conceptos, modelos y teorías que se han producido en la ciencia (Solbes, 1986) ni las relaciones de esta con la sociedad (Solbes y Vilches, 1992,1997). Los efectos sobre los estudiantes se manifiestan por un desinterés hacia la física y una actitud negativa hacia la ciencia.

Para concluir, en cuanto a los materiales didácticos utilizados numerosas investigaciones, por ejemplo Gil y Carrascosa (1985), Tarín (2000) han señalado sus insuficiencias: la presencia de errores conceptuales, carencia de actividades que salgan al paso de preconcepciones detectadas, falta de atención al proceso histórico de construcción de conocimientos, etc.

2.2.1.2 Aportaciones clave de la investigación didáctica. Marco Teórico.

La intensa actividad investigadora desarrollada a partir de los años setenta incentivada por el movimiento de aprendizaje por descubrimiento, justamente criticado por su inductivismo, fue impulsada por aportaciones tan relevantes como las de Ausubel y Novack con sus propuestas de aprendizaje significativo (Ausubel, 1978; Novack, 1982). Y desarrollada siguiendo la importante vía acerca de las preconcepciones, el concepto de cambio conceptual, aprendizaje por investigación guiada, etc. Todas estas investigaciones han contribuido a sentar las bases de lo que Hodson en 1992 señalaba: *“Hoy ya es posible construir un cuerpo de conocimientos en el que se integren coherentemente los distintos aspectos de la enseñanza/aprendizaje de las ciencias”*.

Este cuerpo de conocimientos aparece como un cuadro coherente al que confluyen y consolidan las distintas iniciativas, y conduce a las nuevas propuestas de estrategias metodológicas, que coinciden básicamente en *concebir el aprendizaje de las ciencias como una construcción de conocimientos que parte necesariamente de un conocimiento previo*.

Los pilares básicos de este cuerpo de conocimientos, punto de partida de la didáctica, hay que buscarlos en lo que sabemos del alumno y el profesor, así como de la ciencia: estructura psicológica de los alumnos, los esquemas conceptuales de los estudiantes, su nivel de destrezas, la propia disciplina científica con sus planos lógico y epistemológico, el profesorado, sus conocimientos, expectativas, formación, ideas sobre la ciencia, etc.

Se puede hacer referencia, pues, a un modelo constructivista de las ciencias, cuyas principales características Driver (1986) resume así:

- *Lo que hay en el cerebro del que va a aprender tiene importancia.*
- *Encontrar sentido supone establecer relaciones: los conocimientos que pueden conservarse permanentemente en la memoria no son hechos aislados, sino aquellos muy estructurados y que se relacionan de múltiples formas.*
- *Quien aprende construye activamente significados*
- *Los estudiantes son responsables de su propio aprendizaje.*

Particular influencia ha tenido la propuesta de considerar el aprendizaje como un proceso de *cambio conceptual* (Posner, Strike, Hewson y Gertzog, 1982), fundamentada en la epistemología constructivista y en un cierto paralelismo entre el desarrollo conceptual de un individuo y la evolución histórica de los conocimientos científicos (Piaget, 1971; Gil, 1983). Según esto, el aprendizaje significativo de las ciencias constituye una actividad racional semejante a la investigación científica, y sus resultados - el cambio conceptual- pueden contemplarse en ciertas áreas como equivalentes - siguiendo la terminología de Kuhn - a un cambio de paradigma.

A partir de las ideas sobre filosofía de la ciencia de Toulmin (1972), Kuhn (1975) y muchos otros, Posner identifica condiciones para que tenga lugar el cambio conceptual:

- *Es preciso que se establezca insatisfacción con los conceptos existentes.*
- *Ha de existir una concepción mínimamente inteligible que:*
 - *Debe llegar a ser plausible, aunque inicialmente contradiga a las ideas previas del alumno.*
 - *Ha de ser potencialmente fructífera, dando explicación a las anomalías encontradas y abriendo nuevas áreas de investigación.*

Pese a todo lo anterior, algunos autores han señalado que los cambios conceptuales que parece exigir el aprendizaje de las ciencias no resultan fáciles de lograr, incluso cuando se toman en consideración los preconceptos (Driver, 1986). Según otros investigadores (Gil, 1983; Gil y Carrascosa, 1985), esta dificultad en cambiar las estructuras conceptuales de los alumnos puede ser entendida a partir de los estudios de Piaget sobre epistemología genética, que sugieren una vinculación *entre la evolución histórica de la ciencia y la formación de las concepciones intuitivas en los niños*. Se comprende así la necesidad de realizar un esfuerzo por aproximar el trabajo científico a las clases, de hecho las dificultades encontradas para producir los cambios conceptuales, pueden ser debidas a que la enseñanza de las ciencias no está organizada para familiarizar a los alumnos con dicha metodología y favorecer así el necesario cambio metodológico.

Hay que resaltar debidamente la *importancia de las ideas previas* de los alumnos para la construcción de *significado* en una situación. Partir de las concepciones previas de los alumnos supone que ellos mismos tomen conciencia de ellas, lo que sólo es posible si se les ofrece la oportunidad de hacerlas explícitas, de expresar sus expectativas, es decir, si se les implica en actividades de aprendizaje abiertas tales como invención de conceptos, emisión de hipótesis, interpretación física de magnitudes, estudio del campo de validez de leyes y relaciones, etc. Es necesario, por tanto, estructurar el proceso de enseñanza-aprendizaje en la clase para fomentar el uso de estas formas de pensamiento divergente.

Respecto a los *trabajos prácticos*, sus carencias han sido reiteradamente expuestas en la abundante literatura (Payá, 1991), y se ha constatado igualmente *la escasa familiarización de los alumnos con aspectos básicos de la metodología científica* (Gil y Payá, 1988). De este modo, la indudable capacidad motivadora que los trabajos prácticos tienen, *a priori*, para alumnos y profesores, se convierte en decepción después de realizar algunos. Una propuesta acorde con la visión constructivista estriba en dejar de concebir las prácticas como mera ilustración de los conocimientos transmitidos por el profesor o el texto y darles el mismo estatus de *tratamiento de problemas* que tuvieron en el proceso histórico de construcción de dichos conocimientos (Gil, 1982,1986,1993,...). Se superaría así la distinción clásica entre teoría, prácticas experimentales y resolución de problemas, como se muestra por ejemplo por Gil y Valdés (1995).

De esta manera, un trabajo práctico comenzaría con el planteamiento de un problema y estaría estructurado en actividades que familiarizasen a los alumnos con una correcta utilización de la metodología científica, sin reducirla a la manipulación e interpretación posterior de los resultados. Se favorecería al propio tiempo, una adquisición significativa de conocimientos. *Se trata de presentar a los alumnos la situación problemática de partida que da sentido a la investigación*, la consideración de su posible interés, seguida del análisis cualitativo inicial de la situación y la precisión del problema, la emisión y operativización de hipótesis, la elaboración de estrategias para comprobar la hipótesis formulada, la planificación y realización de experimentos, el análisis y comunicación de resultados, seguida de una recapitulación final. Este tratamiento lo ilustran, por ejemplo, Gil y Valdés (1996), y ofrece la posibilidad de entroncar las prácticas de laboratorio, de una forma natural y coherente con la labor científica, en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Respecto a la resolución de problemas ha surgido una línea de renovación didáctica cuya propuesta supone un *modelo de resolución de problemas como investigación* (Gil y Martínez Torregrosa, 1983; Martínez Torregrosa, 1987). Según este modelo, un problema es una situación para la que no se tiene respuesta elaborada, de modo que debe abordarse con actitud investigadora.

Los aspectos procedimentales implican estrategias de investigación, destrezas, técnicas, habilidades de comunicación, etc., la enseñanza de estos contenidos es factible desde la apreciación de su complejidad, y precisa de una planificación consciente (De Pro, 1995;1998).

Nuevos factores han aparecido o se han revalorizado en los últimos años: los factores axiológicos sobre valores y actitudes (Briscoe, 1991; Solbes, 1999), las relaciones CTS que asocian la construcción de conocimientos a problemas de interés para los alumnos (Gil, Carrascosa, Furió, Martínez Torregrosa, 1991; Catalán y Catalany, 1986; Solbes y Vilches, 1989), actitudes de profesores y alumnos (Yager y Penich, 1986), clima del aula (Welch, 1985; Gil 1993), etc.

Todos estos elementos confluyen en la práctica educativa, y aparece la diferenciación explícita entre contenidos conceptuales, actitudinales y procedimentales, que aparecen relacionados en las actividades de enseñanza-aprendizaje. A este respecto se señala *“El aprendizaje de estos o su utilización en nuevos ámbitos de conocimiento, requiere explícita o implícitamente una serie de operaciones cognitivas que llevan asociadas los contenidos de forma independiente y otros mecanismos de interrelación que permite un aprendizaje conjunto de los mismos”* (De Pro, 1998).

En cuanto a la evaluación, ha de integrarse coherentemente en el modelo una *evaluación inicial*, la *formativa* a lo largo del proceso y *finalmente la sumativa*. Todas ellas en consonancia con la indicación metodológica de *partir de la situación del alumno*, sus concepciones previas y potenciales. Se impone una evaluación inicial y en cada fase para sentar las condiciones del punto de partida y la realidad del joven. Según las ideas expuestas, *todo planteamiento metodológico basado en que el alumno aprenda significativamente debe vincularse a una práctica de evaluación formativa*, implicada en el proceso de aprendizaje, capaz de favorecer que el alumno reciba la ayuda necesaria en el momento mismo en que le sea precisa. Las actividades didácticas han de diseñarse de modo que sea posible identificar y valorar las ideas previas, observar no sólo resultados sino también los procesos de elaboración de los aprendizajes e intervenir en ellos, así como identificar las necesidades de los alumnos y valorar los progresos de estos con relación a sí mismos.

Finalmente la *evaluación sumativa es imprescindible* para revisar el logro de los objetivos y también para implicar a los propios alumnos, desde la consideración de que el esfuerzo se intensifica en la seguridad de que será finalmente evaluado. Por tanto esta evaluación sumativa final de cada fase del proceso, y globalizadora final, es esencial para orientar la actividad. Por último, desde una perspectiva integradora del papel del profesor y de los recursos didácticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, es *necesario integrar la evaluación de los procesos, los recursos, los aspectos organizativos del centro y el papel del profesor* en el proceso, como retroalimentación imprescindible para la mejora del trabajo y superación profesional del profesor.

Paralelamente está ascendiendo la reflexión acerca del profesorado y los factores que conducen a una buena práctica docente, entre ellos se ha apuntado que afirmaciones ya clásicas acerca del aprendizaje de los estudiantes, por ejemplo *“lo que hay en el cerebro del que va a aprender tiene su importancia”* son trasladables de forma análoga a los profesores *“Lo que hay en el cerebro del que enseña condiciona el aprendizaje del que aprende”* (De Pro y Saura, 2000).

Este planteamiento general acerca de lo que la investigación didáctica ha detectado sobre la práctica habitual en los centros educativos, y el modelo alternativo que ofrece, desde el consenso constructivista, justifica la verosimilitud de la hipótesis emitida acerca de la enseñanza de la Teoría de la Relatividad en el bachillerato. Orientará la operativización de la misma, y sugerirá, en una segunda fase de este estudio, las líneas y requisitos de una propuesta alternativa.

2.2.2 FUNDAMENTACIÓN DIDÁCTICA DE LA HIPÓTESIS

En este apartado se revisará las aportaciones de la investigación didáctica a la enseñanza-aprendizaje de la relatividad.

Una parte sustancial de los estudios han girado en torno a las estrategias de cambio conceptual, y se ha utilizado incluso con carácter ejemplificador para contrastar modelos (Hewson, 1982; Alemañ, 2000a). Que esto sea así no debe extrañar, en tanto la teoría de la relatividad supone una formulación nueva de los conceptos clásicos de espacio y tiempo, que son concepciones muy potentes, arraigadas en la mente y la psicología humana, tanto que, incluso, fueron considerados como categorías preexistentes, conceptos *a priori* de la mente humana; sirvan de ejemplo los razonamientos de Kant acerca de la “verdad” de la geometría euclídea. Esta orientación ha sido apoyada, sin duda, por su papel en la historia de la física.

Al reseñar estos trabajos hay quien prefiere el uso del término de evolución conceptual (Toulmin, 1972). Lo verdaderamente sustancial es que el cambio conceptual es en realidad una modificación de las concepciones, donde aparecen superpuestos substratos, campos de uso y que la idea es resaltar las limitaciones y el campo de validez de una para favorecer el tránsito a la nueva. La consolidación y asentamiento de las nuevas concepciones las dotará de mayor capacidad explicativa, y su mayor uso provocará el paulatino abandono de las viejas concepciones.

En la perspectiva del cambio conceptual, los diversos trabajos usan como concepción de partida la concepción clásica y como la de llegada la visión relativista que emerge de la relatividad especial. Todos los esfuerzos en los niveles anteriores se han dirigido a consolidar esta concepción clásica, modificando los esquemas espontáneos, y lo que se está solicitando ahora al estudiante es la superación de la misma. La tarea no es sencilla, numerosos trabajos han mostrado la presencia de potentes obstáculos en la construcción y consolidación del mundo newtoniano, es difícil modificar los esquemas espontáneos. ¿Qué decir ahora de la nueva etapa? Si reflexionamos acerca de la modificación de un paradigma científico, podemos seguir a Colombo De Cudmani (1991) *“A pesar de estas limitaciones, en contraposición con los sistemas conceptuales de sentido común (poco estructurados, con pobre interrelación y gran incoherencia), un sistema científico tiene una estructura mucho más consolidada, con fuertes interconexiones, de gran validez y consistencia... ¿No cabría esperar, entonces, que, desde un punto de vista cognoscitivo, un paradigma científico sea aún más difícil de modificar que los espontáneos?”*

En el caso de la relatividad tal y como resaltan Toledo, Arriaseco y Santos (1997): *“Los alumnos se encuentran ante una situación nueva frente a la física clásica y no pueden acudir a experiencias cotidianas para aceptar la plausibilidad de la teoría o para corroborar la eficiencia de la misma”*. En el transcurso de su trabajo muestran que tras una instrucción formal:

- 1) *Que los nuevos conceptos de la relatividad espacial no han desplazado a los anteriores de la física clásica, sino que se han unido a ellos en una interacción compleja.*
- 2) *El aprendizaje de contenidos específicos es más bien superficial, sin anclajes firmes que permitan resolver situaciones fuera de aquellas desarrolladas en la instrucción formal.*

Conclusiones análogas encontramos en otros autores (Villani y Arruda, 1998; Alemañ y Pérez, 2000a), que incluso renuncian explícitamente a considerar que se ha dado un autentico cambio.

Un problema adicional de relevancia es la persistencia y estabilidad de las concepciones relativistas, que como se ha mostrado es muy baja (Gil y Solbes, 1993; Villani y Pacca, 1997), de tal forma, que estudiantes que incluso mostraron un conocimiento aplicado de los principios, situados al cabo de un tiempo ante análisis simples, recurran a nociones que involucran conceptos de espacio y tiempos absolutos.

Villani y Pacca (1987) han mostrado como hasta estudiantes avanzados usan nociones espontáneas en la solución de problemas acerca de la velocidad de la luz, incluso próximas a nociones espontáneas señaladas en el campo de la cinemática por otros autores.

A continuación se repasan algunos aspectos problemáticos, pero vaya por delante la salvedad de que en este campo de la relatividad y, en general de la física moderna, las ideas espontáneas o intuitivas, que involucran un mayor grado de formalismo matemático y complejidad, no han sido cabalmente estudiadas. Los estudios son fragmentarios y no disponemos de las recopilaciones habituales en campos más consolidados. Las principales líneas de pensamiento de los alumnos han sido potenciadas por la enseñanza previa, los medios de comunicación y el uso deformado de los aspectos llamativos de la teoría en la cultura popular y la divulgación.

2.2.2.1 Ideas acerca de los conceptos de espacio y tiempo.

En palabras de Mach, citado por Williams (1968): *“Precisamente los principios mecánicos de apariencia más simple son de un carácter sumamente complicado”*. La investigación acerca de estos conceptos, así como la de los de sistema de referencia, principio de relatividad de Galileo, la introducción de la vinculación masa inercial y gravitatoria, etc., adquiere una importancia primordial para nuestros propósitos, pues son el punto de partida de la introducción de la Teoría de la Relatividad. *Desde una perspectiva didáctica, un estudio de la evolución de las teorías físicas puede realizarse bajo el análisis de los cambios experimentados en las concepciones del espacio y tiempo... la revisión de sus propiedades debe considerarse núcleo básico en la presentación, no sólo de la física relativista sino también de la mecánica newtoniana* (Doménech y otros, 1985a).

Es interesante plantear, por tanto, si se ha efectuado o no una introducción reflexiva, matizada y rica de estos conceptos, y no sólo por su interés intrínseco. Es de esperar que los modelos y apreciaciones de los alumnos hayan evolucionado desde una explicación de los fenómenos limitada por la percepción, y basada en el sentido común, hacia una visión más abstracta y próxima al modelo newtoniano. La clave desde la perspectiva de la transición hacia la cosmovisión relativista es si se han tenido en cuenta, en la enseñanza-aprendizaje que va posibilitando esta evolución conceptual, el desarrollo de conectores que faciliten el cambio. Y si se han incluido en los contenidos, con la relevancia que requieren estos aspectos.

Esto no parece habitual, muchos autores renuncian explícitamente a ello. Valga como ejemplo un reputado texto, *“Evolución de los conceptos de la física”* (Arons, 1970) en donde se lee: *“No hemos hecho intentos para presentar espacio y tiempo como entidades. Hemos especificado como mediríamos intervalos espaciales y temporales por medio de la comparación de ellos con normas arbitrarias tales como metros o segundos, pero esto es muy diferente a formular aseveraciones acerca de lo que el espacio es y lo que el tiempo es... Nuestro enfoque total para la definición es uno que se define como operacional”*. Como se deduce en su parte final, al menos el autor precisa la omisión, e implícitamente remite a posteriores reflexiones.

Desde una perspectiva didáctica se han estudiado aspectos parciales del problema. En el estudio de distancias podemos encontrar diversos marcos de explicación en los alumnos, aunque predomina el galileano, según el cual se admite la invarianza de las distancias en la transformación de distancias entre los sistemas de referencia. El espacio entre dos sucesos es considerado por los alumnos como universal, conforme a la formulación newtoniana *“una visión espontánea que considera a las distancias en ellas mismas independientes de los observadores”* (Villani y Pacca, 1987).

Sin embargo, sería una simplificación burda el suponer que las concepciones que mantienen los estudiantes acerca del espacio y sus propiedades, son iguales a la que se ha acuñado como tradicional visión newtoniana. En efecto, los atributos de esta visión tales como continuidad, homogeneidad, isotropía etc., distan mucho de ser asumidos por los alumnos, El concepto de continuo en su aspecto geométrico-matemático ha sido estudiado por Romero (1996) concluyendo que *“desde el punto de vista didáctico la hipótesis de intuitividad inmediata del continuo no tiene base que la sostenga”* e insiste *“en el caso de los alumnos de nuestra muestra el esquema conceptual del continuo es un agregado inconexo de imágenes”*.

El concepto de isotropía tampoco reviste la sencillez que se le podría presuponer, Investigaciones llevadas a cabo sobre el concepto como propiedad de los materiales, con alumnos de primer ciclo universitario muestra la deficiente asimilación del mismo (Gallegos, 1992).

Por otra parte, la explicación de los fenómenos relativistas remite hacia una visión mecanicista del mundo, el estudiante no razona en términos de

propiedades del espacio-tiempo sino que su estructura mental requiere de propiedades fijas, de cuerpos extensos para una visión realista de la naturaleza. Como expone Hewson (1982) esto plantea un problema, pues el alumno asume como valor real únicamente lo que está en reposo respecto a él. Si de lo que se trata es medir algo en movimiento, por ejemplo la duración de un fenómeno como la vida de una partícula inestable o una longitud, el valor obtenido no posee el mismo estatus de realidad, admite que “parece” que la longitud y el tiempo son diferentes pero “en realidad” son absolutos y hay un único valor real. El estudiante admite apariencias, pero mantiene interiorizada una realidad, y en consecuencia, las explicaciones han de darse en términos mecánicos.

Esta tendencia le hace buscar mecanismos para explicar efectos tales como la contracción de Lorentz, la falta de simetría en la situación privilegiando a un observador, etc.

2.2.2.2 Acerca del principio de relatividad.

Ya desde los niveles inferiores interiorizar el principio de relatividad galileana muestra graves dificultades: *“...el problema de la relatividad del movimiento es muy difícil para estos alumnos [4º de ESO]. Analizar el movimiento desde un sistema de referencia exterior a uno mismo, es algo que se consigue sólo en un estado de desarrollo mental avanzado y con bastante entrenamiento”* (Hierrezuelo, 1993). Esto incide en las dificultades en el manejo de los prerrequisitos con que se inicia el aprendizaje de la relatividad.

En cuanto a la relatividad einsteniana, Villani y Pacca (1987) han mostrado como incluso en estudiantes avanzados de universidad, en la respuesta a cuestiones que involucran la propagación de la luz y a varios observadores, surge la idea de movimiento absoluto y nociones que parecen moverse entre un plano de lo real y un plano “aparente”, tal y como se ha indicado en el apartado anterior. Concluye afirmando que *no es realista partir de la base de que los alumnos poseen un completo conocimiento del principio clásico de relatividad de Galileo*, y propugna que en la introducción a la relatividad einsteniana el trabajo de construir la intuición relativista pase primero por la construcción de la intuición galileana, que libere a los estudiantes del espacio absoluto.

2.2.2.3 Acerca del marco de referencia.

Galili y Kaplan (1997) han revisado la presentación que se realiza en textos de Física general de los SRI (sistemas de referencia inerciales) y del uso de distintos marcos de referencia, e indican: *“Cuando se introducen las leyes de Newton, sería natural aplicar la relatividad y usar diversos marcos de referencia, pocos libros lo hacen”*. E incluso en la conservación de la cantidad de movimiento o la energía, no se usa a menudo más que un observador.

En mecánica la introducción de Sistema de Referencia Inercial está asociada a la primera ley de Newton. Dicha ley no cabe introducirla como caso

particular de la 2ª, en tanto que su contenido físico está asociado a la definición del Sistema de Referencia, so pena que se quiera utilizar el concepto de Sistema de Referencia Absoluto. Muy a menudo se cae en un razonamiento circular. Este es el significado profundo de la 1ª ley “y no seguir este tratamiento en la escuela impide la comprensión de los alumnos [el estudio de] este principio de relatividad Galileo-Newton, ayuda a una mejor transición a la relatividad einsteniana” (Parasnis, 1998).

En cuanto a las concepciones de los alumnos respecto a los marcos de referencia newtonianos, Saltiel y Malgrane (1980) indican:

- a) La velocidad, la distancia atravesada en un movimiento, y la trayectoria de un objeto en movimiento, son vista como independientes del marco de referencia.
- b) El movimiento es explicado descriptivamente con relación a un espacio absoluto. En este esquema hay una sola velocidad verdadera y verdadero espacio atravesado, y las diferencias en las medidas obtenidas por varios observadores en movimiento son causadas por movimientos aparentes.
- c) En situaciones de movimiento “arrastrados” se usa la idea de adición de movimientos absolutos en vez de las transformaciones de velocidades en el movimiento relativo. Velocidad y distancias reales son vistas como adiciones de velocidades propias.

Esto es indicativo de las dificultades del punto de partida en que las nociones clásicas no han sido asumidas en su complejidad. Consecuencia directa de esto para el aprendizaje de la relatividad especial es la presencia de sistemas de referencia privilegiados que perciben los valores “reales”. La valoración de lo que es real, o no, está siempre presente. Los estudiantes admiten que diversos observadores “parecen” que obtienen diversas medidas pero en “realidad” hay sólo una medida del espacio, del tiempo o la velocidad de la luz. Estas ideas son recogidas por muchos autores (Hewson, 1982; Villani y Pacca, 1987).

Una adecuada comprensión del concepto de marco de referencia junto con las ideas relativistas conducen a la noción de invarianza, concepto fundamental. “Los principios de invarianza a menudo dan la clave del funcionamiento del mundo natural, señalan que relación particular no un accidente de un observador situado en una posición preferente si no es un efecto de una profunda simetría subyacente del universo” (Resnick, Halliday y Krane, 1992).

2.2.2.4 Acerca de la velocidad de la luz

En otro trabajo con estudiantes universitarios Arruda (citado en Villani y Arruda, 1998) ha puesto de manifiesto una gran resistencia a la aceptación de los principios de la teoría, en concreto los estudiantes aceptan la velocidad última de la luz, en un supuesto espacio absoluto implícito, y la composición

galileana de velocidades, pero con la limitación de que el resultado no exceda de c .

Por otra parte, la insistencia en la constancia de la velocidad de la luz recogida en el segundo postulado de la relatividad ha de insistir y clarificar que hace referencia al movimiento en el vacío, y con relación al problema de su determinación en distintos sistemas. Se ha de evitar así, el suponer que eso se extiende a su paso por medios materiales, error frecuente en los alumnos. En todo caso cabe indicar que la velocidad por cualquier medio material en reposo o movimiento (problema del arrastre parcial de Fizeau) es inferior a c .

En términos generales no parece que en el aprendizaje de la cinemática o la óptica se aborde, aunque sea tangencialmente, el problema de la medición de la velocidad de la luz y su relevancia lógica y epistemológica.

2.2.2.5 Ideas acerca de la masa.

Las ideas manejadas por los estudiantes acerca de la masa son diversas y con distintos planos de utilidad según el campo de uso: masa como cantidad de materia, principio de conservación de la masa (asimilado más de forma operativa por el hincapié que se realiza desde la química elemental), masa variable con la velocidad, inducido por ideas difusas tales como ciencia ficción, desintegración y desaparición de masa en procesos nucleares, etc.

Parasnis (1998) pone de manifiesto las dificultades que acarrea la utilización de conceptos y definiciones de masa como cantidad de materia de un cuerpo. Esto “conjura la imagen de átomos de un cuerpo”, lo que dificulta la comprensión de “la variación de la masa con la velocidad” einsteniana. Sin asumir esta última parte, al rechazar la noción de masa relativista, no cabe ligar la masa a la cantidad de materia, concepto escasamente definido, además de incapacitar para asumir el concepto de masa de un sistema no material por ejemplo con fotones alejándose.

Ya se ha indicado el criterio de masa a proponer a los estudiantes: la llamada masa invariante como única masa, tanto para una partícula como para construir la magnitud masa del sistema, pero insistiendo de nuevo, y saliendo al paso a un error muy corriente entre los estudiantes, se pueden ilustrar ciertas dificultades de comprensión derivadas del uso de la m_r por los estudiantes: el uso inercial de la masa en la expresión de la segunda ley de Newton. En efecto, incluso para aquellos defensores del uso de la masa relativista, m_r , si se parte de la expresión en la forma $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$ y se sustituye en ella la cantidad de movimiento relativista dada por $\mathbf{p} = m_r \mathbf{v}$, se llega a que $\mathbf{F} = m_r \mathbf{a} + \mathbf{v} dm_r/dt$. Esta relación se transforma en $\mathbf{F} = m_r \mathbf{a}$ sólo cuando la masa es constante. Por tanto, la medida de la inercia en relatividad no puede venir dada por $|\mathbf{F}|/|\mathbf{a}|$ puesto que la masa m_r varía con la velocidad (Sandin, 1991).

De la ecuación anterior podemos deducir dos casos particulares en los que históricamente se manejaban dos masas inerciales de valores diferentes, según la fuerza actuase en dirección paralela o perpendicular a la velocidad. Si la fuerza que actúa sobre una partícula es perpendicular a su velocidad, se

cumple que $F_t = m_t a$, donde m_t representa la *masa relativista transversal*, definida por $m_t = \gamma m$. De manera análoga, cuando la fuerza que actúa sobre un cuerpo es paralela a su velocidad, se tiene que $F_l = m_l a$, siendo m_l la *masa relativista longitudinal* cuyo valor es $m_l = m\gamma^3$.

Los conceptos de masa longitudinal y transversal son prerelativistas, y en su momento se usaban para describir la diferencia de comportamiento experimental de las partículas. Estos dos conceptos no se suelen utilizar hoy en día, aunque todavía aparecen en algunos textos (Alonso y Finn, 1970). Si bien no se usan hoy como tales, nos sirven para ilustrar como no se puede extender abusivamente la llamada masa relativista m_r a razonamientos de aumento de la masa con la velocidad, pues no satisface ni siquiera la ecuación que describe el proceso.

Ya se ha tomado posición acerca de la masa relativista pero recalquemos aquí una de las principales críticas: *“Hay un elemento importante en la utilización de la masa relativista, en que centra los fenómenos en la partícula y no en las propiedades intrínsecas del espacio-tiempo”* (Withaker, 1976).

En cuanto a las nociones, erróneas, de desaparición y aparición de masa en las reacciones nucleares, su extensión e incidencia ha sido puesta de manifiesto en múltiples trabajos (Warren, 1976; Solbes, 1986; Gil, Senent y Solbes, 1986; Tarín, 2000).

El error suele derivarse de la confusión entre la suma de las masas de las partículas que componen el sistema ($\sum m_i$), y la masa del sistema (M). Surge corrientemente cuando no se identifica el sistema, ni se hace un seguimiento de la evolución del mismo, o no se define correctamente la masa del sistema (invariante relativista). Es claro que $(\sum m_i)$ puede cambiar, de hecho lo hace corrientemente en física de partículas, o en procesos nucleares, y sin embargo M permanecer constante.

2.2.2.6 Acerca de la energía.

El concepto de energía es uno de los más importantes unificadores y fructíferos de la Física, y es de uso común en la tecnología, la cultura y la sociedad, pero por otra parte resulta ser uno de los más complejos en cuanto a las dificultades que entraña su enseñanza y el aprendizaje por los estudiantes.

Por su importancia, la energía ha sido estudiada in-extenso desde la didáctica, sirvan de ejemplo dos recientes tesis doctorales realizadas en la Universidad de Valencia (Tarín, 2000; Doménech, 2000) que han puesto de manifiesto las dificultades inherentes a su aprendizaje, las prácticas habituales en su enseñanza, y la eficacia de los programas de enseñanza por investigación. No obstante, el grueso de las investigaciones se ha dirigido a los niveles inferiores, no son comunes los trabajos sobre alumnos en el rango de los 17-18 años, y son proporcionalmente escasos en el ámbito de la relatividad.

Duit (1981,1984) ha sintetizado los cinco aspectos clave del concepto, que deberían atenderse desde la didáctica: la propia noción, la transformación, transferencia, conservación y degradación de la energía.

La Teoría de la Relatividad completa el cuadro conceptual de la noción de energía trazado a lo largo de toda la enseñanza secundaria mediante la introducción de la equivalencia masa-energía y presentando un esquema nuevo:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

Así se introduce la energía en reposo: $E_0 = mc^2$ y una nueva perspectiva para los fotones. Es imprescindible para estudiar elementos de física de partículas, el efecto Compton, la creación y aniquilación de pares y la física nuclear en que se ponen en juego las diversas facetas.

La primera dificultad didáctica surge con la propia introducción del concepto: si se realiza deductivamente a partir del teorema de las fuerzas vivas y la utilización de la cantidad de movimiento relativista o se centra en la presentación del mismo y su novedad. Driver y Warrington (1985) han señalado en un trabajo sobre jóvenes de hasta 18 años las dificultades que encuentran en diferenciar trabajo y energía, así como las deficiencias que presentan en el manejo de la energía asociada a los sistemas.

El uso amplio de los sistemas da paso a los problemas de constitución, es decir: cual es el origen de la energía, y a que se asocia, a la interacción, conservación etc. Solomon (1983) ha detectado el mal uso realizado por los estudiantes acerca del origen de la energía en los sistemas y su transferencia.

En el campo de la relatividad especial se prescinde de la complejidad de las energías potenciales, salvo en los aspectos de energía de enlace en los átomos o sistemas complejos, sin embargo, el concepto de sistema de referencia inercial es muy importante y como señalan Gil, Furió y Carrascosa (1994), en el ámbito de la transformación de Galileo, se detecta en los alumnos dificultades en el manejo de una energía cinética relativa, en conformidad a la velocidad relativa según el sistema de referencia, lo que es de traslación inmediata al campo de la Teoría de la Relatividad.

Para conocer cual es el estado actual de la práctica educativa podemos recurrir a un amplio estudio recientemente realizado, Tarín (2000), en el ámbito de la enseñanza secundaria y asumir las investigaciones que concluyen de forma rotunda, tras un estudio de campo: *“La equivalencia masa energía tal y como aparece en al teoría especial de la relatividad no es comprendida por los alumnos. Para algunos de ellos la materia desaparece y se transforma en energía [...] Otros piensan que la energía se encuentra almacenada en la materia y aparece en algunos procesos”*.

2.2.2.7 Dificultades sobre el manejo de relaciones funcionales y el estatus de las constantes en física

Se ha puesto de manifiesto la dificultad que representa para los alumnos manejar constantes y relaciones funcionales que involucren dependencias de más de una variable al mismo tiempo. Por ejemplo Maurines (1992) maneja una relación del tipo $L=V.T$ en la propagación de ondas mecánicas en una cuerda, obteniendo conclusiones de interés para nuestro campo de estudio. En efecto, indica:

- *“Tendencia a privilegiar el contenido numérico de una relación en detrimento del contenido conceptual”,* hay que comparar esta tendencia a la “numerización” de las relaciones con la que apunta Viennot (1982) sobre las constantes, según la cual para los estudiantes esta palabra remite más a la idea de número que a la función constante de varias variables.
- Señala también la elevada dificultad que representa para los estudiantes manejar relaciones funcionales en que varíen simultáneamente más de una variable, incluso en contextos de física superior.
- Apoyándose en los trabajos previos de otros autores, recalca la importancia de asumir la relación funcional en términos de no-dependencia. Es decir de los factores que la relación muestra que no depende.
- Por último arguye: *“Parece que piensen [los autores de manuales que basta decir a los estudiantes que la velocidad de propagación de una señal es constante para que lo entiendan y lo asimilen”.*

Es evidente la pertinencia de estas consideraciones a nuestro problema: por un lado indican la necesidad de reforzar el estatus de la constancia de la velocidad de la luz en el vacío, recalcando su carácter invariante, su universalidad, y su relevancia entre el puñado de constantes fundamentales de la física.

En esta línea autores como Colombo de Cudmani (1995) insisten en la dificultad de discriminar entre las constantes físicas universales y los valores constantes, que representan propiedades específicas de un elemento o sustancia, o que pueden ser controlados por el experimentador. Otros investigadores han detectado dificultades análogas en otros campos, por ejemplo Castillo (1999) en relación a h , constante de Planck, en el contexto del aprendizaje del principio de dualidad onda-corpúsculo de L. De Broglie.

Por ello el hecho de elevar la constancia de la velocidad de la luz a la categoría de 2º postulado en el desarrollo de la Teoría Especial de la Relatividad no salva el problema, en tanto no se acompañe, lo que no suele ser habitual, con un adecuado tratamiento epistemológico acerca de la jerarquía de las leyes, axiomas, teoremas, etc.

2.2.3 FUNDAMENTACIÓN HISTÓRICA

Diversos autores han profundizado en la búsqueda de vinculaciones y paralelismos en el proceso histórico del nacimiento y aceptación de las teorías, poniéndolas en conexión con el proceso de cambio conceptual de los alumnos y la didáctica de la materia (Driver, Guesne y Tiberghien, 1992; Saltiel y Viennot, 1985). A continuación se examina, en el marco particular de la Historia de la Ciencia, la evolución histórica, y los atributos, de los conceptos de espacio y tiempo, así como del principio de relatividad. Se efectuará trazando, a grandes rasgos, las etapas fundamentales de los grandes sistemas de pensamiento.

2.2.3.1 Las concepciones anteriores a la revolución científica.

Fue la civilización griega la primera que dio el paso a la creación consciente de sistemas de pensamiento que presentaban una visión general del mundo, la naturaleza, el hombre, la vida y el propio pensamiento. Ellos fueron los primeros en indagar sistemáticamente y crear conceptos claves para nuestro tema: continuidad, discontinuidad, materia y su estructura, el infinito, la simetría e interrogarse sobre los fundamentos del tiempo, las propiedades de los cuerpos o la configuración del mundo y sus límites. Esta concepción del universo dotado de regularidades, leyes asequibles al descubrimiento por el pensamiento humano, es el germen de la ciencia y constituye una de sus más importantes aportaciones.

La geometría euclídea, fuente de todo el razonamiento geométrico hasta el S.XIX y uno de sus más importantes frutos, describe con gran precisión de forma *aproximada* el mundo. La ruptura con ella no se produjo de manera efectiva en la Física hasta la Teoría General de la Relatividad del S.XX. Los *Elementos* fueron publicados alrededor del 300 aC y han constituido uno de los textos más influyentes de la ciencia.

En la tradición occidental las concepciones helénicas, que dominaron el pensamiento antiguo, se revitalizaron y difundieron en la baja edad media (S.XI a S.XIV). Podemos fijar dos corrientes principales, asignándoselas a Platón y Aristóteles, y que suponen visiones diferentes acerca del mundo físico. Según el *Timeo* de Platón, los cuatro elementos de los que se construían todas las cosas del universo, estaban compuestos de invisibles partículas muy pequeñas. Las de cada elemento tenían una forma geométrica característica y cada elemento eran transformable en otro destruyendo la respectiva forma geométrica y adoptando la del otro.

Desarrollando esta línea marcada por el *Timeo*, las escuelas medievales del norte de Francia, p. ej. Thierry de Chartres (muerto hacia 1050) reflexionaban acerca del espacio y se pronunciaban por la inexistencia de vacío, consideraban el espacio como un *plenum*, esto es que estaba lleno, lo que a su vez les planteaba el problema del movimiento. Para ellos “*el movimiento podía darse desplazando un cuerpo a su vecino y ocupando su lugar en una especie de torbellino*” (Crombie, 1959).

La explicación aristotélica, en cambio, no aceptaba la teoría platónica de que las formas de las cosas físicas existían separadas de ellas, ni atribuía el cambio por la aspiración de las cosas a sus arquetipos ideales. No veía ninguna razón para que no hubiera límite en la división de los cuerpos físicos, el espacio, tiempo o de cualquier *continuum*. Para él la concepción del vacío, representaba el *no ser*, frente al ser de la materia, y por tanto aparecía como insostenible. Introducía entre el ser y no-ser la potenciabilidad y asignaba el cambio a la actualización de la misma por una causa. El lugar natural de las sustancias marcaba la tendencia natural de cambio, conforme a un esquema cosmológico.

El cosmos aristotélico, era una amplia esfera, pero finita, con su centro en la Tierra. Y con un sistema de esferas, envolturas concéntricas donde se ubicaban de forma natural los elementos y limitada por la esfera de las estrellas fijas. Los cuerpos orientaban cada uno sus movimientos hacia el lugar natural que les correspondía en razón de su composición, y existía una diferencia cualitativa entre los movimientos de un cuerpo determinado según las diversas direcciones. El movimiento de las esferas se realizaba respecto a un punto fijo, el centro de la Tierra en cuanto centro del Universo. La fuente original del movimiento era, junto con las esferas celestes el *primum movens*, que se movía a sí mismo; el movimiento circular uniforme era la máxima aspiración de un cuerpo físico a ese estado. La concepción del espacio que se deriva de esta cosmología es la de un espacio limitado, finito, no isótropo, con simetría esférica, etc.

En lo que respecta al tiempo, la posición aristotélica se corresponde con la que podemos atribuir al “sentido común” en cuanto a tiempo orgánico, progresivo, irreversible, de carácter universal y absoluto. Sin embargo, en cuanto a la construcción conceptual podemos reflejar cierta perplejidad en la concepción antigua, baste el ejemplo de San Agustín (S.V) que se interroga “¿Qué es, pues, el tiempo? Si nadie me lo pregunta, lo sé; si deseo explicarlo a quien me lo pregunta, no lo sé (citado por Bertrand Russell en *El conocimiento humano* 1983) Muestra las dificultades de construir un tiempo abstracto. Los relojes antiguos estaban basados en fenómenos astronómicos, o en desplazamiento de fluidos o granos, y no fue hasta finales del siglo XIII en que se inventó el reloj mecánico. En él las manecillas traducían el tiempo a unidades de espacio sobre la esfera, con ello se iniciaba el camino hacia un tiempo abstracto, matemático, de unidades sobre una escala, que pertenecía al mundo de la ciencia.

También el espacio sufrió la abstracción durante la Edad Media, de los mapas simbólicos y jerárquicos en cuadros, se pasó a la perspectiva y en los mapas cartográficos, a la posición en sistemas abstractos de coordenadas de latitud y longitud.

Santo Tomás de Aquino (nac.1225, +1274) fijó la imagen del mundo cristiano en términos muy próximos a los aristotélicos, soslayando, reinterpretando y ajustando a *Las Escrituras* las obras antiguas que se iban incorporando al acervo occidental. Sin embargo, la crítica escolástica a

Aristóteles, socavó gran parte de sus supuestos lógicos. En el S. XIV, Nicolás de Oresme, criticó el principio de la unicidad de la Tierra, la existencia de un centro único natural del espacio. *Según la teoría Oresmiana, el movimiento natural de un cuerpo se halla gobernado, no por la posición que ocupa en un espacio aristotélico absoluto, sino por su posición relativa a otros fragmentos de materia.* (Kuhn,1978). Mas adelante Kuhn lo cita en la siguiente forma que anticipa claramente los argumentos copernicanos basados en la relatividad óptica.

“Parto del supuesto de que el movimiento local sólo puede ser percibido cuando un cuerpo altera su posición respecto a otro. Por tal razón, un hombre situado sobre un navío a que se mueva con uniformidad, rápida o lentamente, y que tan sólo puede ver otro navío b que se mueva del mismo modo que a... Si a está en reposo y b en movimiento, creerá que b se mueve; pero si es a quien está en movimiento, seguirá creyendo, como en el caso anterior, que a está en reposo y b es el que se mueve...”

Oresme termina argumentando sólidamente la posibilidad de movimiento de la Tierra. Kuhn (1978), en el texto citado, contrasta la diferencia con Copérnico y Galileo señalando el salto de estos de un *podría moverse*, planteado como especulación académica a un “se mueve” realmente lo que trastoca la concepción antigua del espacio centrada en la Tierra.

2.2.3.2 La revolución científica y la posición newtoniana.

Tras el inicio de la revolución copernicana, que podemos situar hacia en 1543 con la publicación de su *De revolutionibus*, y los pasos de hombres como Galileo, se abrió el camino hacia la superación de las concepciones antiguas. Entre las figuras clave con respecto al tema que nos ocupa, destaca el papel de Descartes (nac.1596 , +1649).

La aportación de Descartes a la construcción del concepto físico de espacio es muy importante. Para los griegos existían los cuerpos, los entes matemáticos o físicos, y su posición o relación entre ellos, pero no la noción de espacio como tal, el espacio asume tan sólo un papel cualitativo. Con la matematización cartesiana del espacio se convierte en sujeto del pensamiento físico.

“...[La] Ciencia ha sido capaz de avanzar sin disponer del concepto de espacio como tal: fueron suficientes para sus necesidades las formas corpóreas ideales...Por otra parte, el espacio como conjunto, tal como fuera concebido por Descartes constituía una necesidad absoluta para la física newtoniana” (Einstein, 1986).

Descartes identifica espacio y materia, y prescinde del concepto de fuerza, la acción de un cuerpo sobre otro se realiza por contacto en un mar de materia e identifica materia y extensión. No considera, por tanto, el concepto de vacío y reduce la causalidad física a la conservación del movimiento. Todo el movimiento aparece por tanto como relativo. Leibniz desarrolló estas ideas e introdujo las fuerzas para explicar la impenetrabilidad de la materia y las

distribuciones de fuerzas, estableciendo una corriente de pensamiento alimentada por los Bernouilli, Euler, Kant...

Bunge (1983) resume las diversas concepciones del espacio y tiempo considerando tres modelos: modelo de materia prima, modelo relacional y modelo de recipiente. El modelo cartesiano considera la materia como vórtices, puntos especiales del espacio, esta línea de pensamiento dará frutos conceptuales en la teoría de campos de Faraday, y en el siglo XX.

El modelo relacional en el que podemos encuadrar a Leibniz atribuye los conceptos de espacio y tiempo a las relaciones y ordenaciones de las posiciones relativas entre objetos y sucesos. En esta línea se sitúan parte de las críticas de Mach, a finales del XIX, sobre los presupuestos básicos newtonianos.

La concepción de Newton es prototípica del modelo recipiente. Según esta el mundo está constituido por corpúsculos sólidos, extensos y espacio vacío. Sin embargo se maneja una tercera entidad, la fuerza, cada partícula es capaz de actuar "a distancia" y ejercer fuerzas directamente sobre otros cuerpos del universo. El universo newtoniano es infinito e ilimitado.

Al espacio se le atribuyen las propiedades de: homogeneidad (todos los puntos presentan las mismas propiedades geométricas), isotropía (todas las direcciones son equivalentes), universalidad (desde cualquier sistema de referencia se maneja una misma métrica), el tiempo aparece como continuo, homogéneo, universal (el tiempo transcurre igual en cualquier sistema de referencia, o sea los relojes una vez sincronizados marcan siempre el mismo tiempo) etc. En el esolío de los *Principia* (1687) es especialmente claro:

I.- El tiempo absoluto, verdadero y matemático, en sí mismo y por su propia naturaleza, fluye de una manera ecuable y sin relación alguna con nada externo...

II.- El espacio absoluto, por su propia naturaleza y sin relación alguna con nada externo, permanece siempre similar e inmóvil... (Newton, 1972)

La presentación axiomática del espacio y el tiempo esconde los problemas lógicos que pondrán de manifiesto más adelante, de forma clara, Mach, Poincaré, y finalmente Einstein al razonar sobre las operaciones que los hacen operativos en la física. Los problemas se dan en la introducción de un tiempo objetivo local, el concepto de reloj y la generalización a todo el espacio del tiempo objetivo. La posición recogida de los enunciados de Newton, que no la de su práctica como físico, le hacen señalar a Holton (1979): *"Hoy en día, afirmaciones como estas, sin ningún significado operacional inherente, se las llama, a veces sin significado, un término quizá algo drástico pero preciso en este sentido limitado"*.

La ecuación fundamental de la mecánica hace intervenir los conceptos de espacio, tiempo, sistema de referencia, fuerza y masa. La ley de la inercia precisa de un significado claro de términos como movimiento uniforme, reposo, movimiento en línea recta. Remite al problema del sistema de referencia con respecto al cual los cuerpos estén en línea recta, recorriendo en tiempos iguales espacios iguales, y por tanto plantea el problema de lo que sean el espacio y el tiempo. En el corolario quinto a los axiomas o leyes del movimiento. Se recoge la relatividad cinemática:

“Los movimientos relativos de cuerpos incluidos en un determinado espacio son los mismos, tanto en el caso de que ese espacio esté en reposo como en el supuesto de que se mueva uniformemente en línea recta, sin movimiento circular” (Newton, 1972).

El principio de relatividad, ligado al concepto de sistema de referencia inercial permite la construcción coherente de la mecánica. Y refleja el hecho de que desde el punto de vista mecánico la traslación uniforme, como un todo, del conjunto del sistema material es indistinguible del movimiento absoluto.

Newton introduce un Sistema de Referencia Inercial como un miembro del conjunto de sistemas que se mueve con MRU respecto a un SR absoluto. La vinculación con el principio de inercia es inmediata, en tanto que un cuerpo en reposo permanece siempre en reposo o en MRU. Esta afirmación supone una progresión sobre la posición de Galileo, no sólo en lo formal, pues la inercia por la que abogaba Galileo se seguía la forma circular en torno a la Tierra.

Al igual que la ley de la inversa del cuadrado, la verosimilitud de la ley de la inercia y la de las fuerzas centrales, se basa en el carácter homogéneo e isótropo del espacio, y la caracterización del movimiento y reposo como clases de “estados”.

El propio Newton era más consciente que sus sucesores de las dificultades inherentes al concepto de espacio absoluto, entidad que sin aparecer empíricamente en las leyes mecánicas referidas a partículas y masas juega un papel importante en la teoría. Así como de las dificultades lógicas de la “acción a distancia”. Entre las cartas a uno de sus alumnos podemos encontrar este famoso fragmento (tomado de Berkson, 1985).

“La idea de que la gravedad es innata, inherente y esencial a la materia, de forma que un cuerpo puede actuar sobre otro a distancia sin que medie nada que transporte sus acciones y sus fuerzas, me parece tan absurdo, que nadie que posea en asuntos filosóficos una facultad competente de pensar puede caer en ella...”

2.2.3.3 Las aportaciones del XVIII.

Lo fructífero del programa newtoniano, en su desarrollo práctico, fue dando lugar a una habituación de los físicos a su sistema de pensamiento, obviando sus inconsistencias lógicas. Podemos decir que sus seguidores eran menos conscientes de sus dificultades que el propio Newton.

A lo largo del XVIII fue clarificándose, extendiéndose y formalizándose el edificio conceptual de la mecánica. Un trabajo a menudo minusvalorado, muy bien estudiado por Truesdell (1975), quien indica a propósito de la relatividad:

“Hoy en día el principio de invarianza de Galileo es bien conocido, pero durante el S. XVIII se presenta más como una intuición que como una afirmación explícita. El descubrimiento de las propiedades de invarianza de la mecánica nació del estudio de problemas concretos más que de formulaciones generales”. Atribuye a los trabajos de Daniel Bernouilli, Euler y Clairaut hacia 1740 su formulación, y afirma: “En 1745 Clairault expuso con gran claridad lo que hoy conocemos como el principio del movimiento relativo, según el cual un cuerpo observado desde un sistema de referencia no inercial experimenta una fuerza ‘aparente’ que es igual a la aceleración cambiada de signo”.

En esta tarea Euler es el primero en usar del lenguaje algebraico y diferencial para presentar la mecánica, y a él se debe por ejemplo la formulación matemática de la segunda ley en forma analítica moderna, corrientemente atribuida a Newton. Euler, muy influido por Leibniz, no deja de mostrar, no obstante, una versión ortodoxa de lo que constituía las nociones de espacio y tiempo. Así se muestra en sus célebres *Reflexiones sobre el espacio la fuerza y la materia* (Euler, 1985).

El éxito del modelo newtoniano lo impuso, tanto como programa de investigación, como sustrato básico de los desarrollos de otras ramas. Una importante línea de trabajo buscó la extensión de la cosmovisión Newtoniana a otros ámbitos: partículas materiales y fluidos diversos y, junto al ascenso del atomismo, será un tema básico del XIX.

La filosofía de Kant (1724-1804), y sus continuadores, terminará dominando el final de este periodo y gran parte del XIX. Consideraba al espacio y al tiempo no tanto como realidades físicas sino como “categorías” de la mente humana, que esta utilizaba para la ordenación del mundo. En ese sentido los atributos clásicos del espacio, con su naturaleza euclídea, y el tiempo se consideran las únicas concepciones naturales evidentes.

La investigación matemática desarrollaría el siglo siguiente las geometrías no euclídeas, pero en sus creadores alentaba el espíritu de la creación teórica sin vinculación con la realidad física.

2.2.3.4 Los programas de investigación del XIX.

Dos grandes programas, con visiones muy diferentes de la naturaleza física orientaron el desarrollo de la física en este siglo. Uno era la continuación lógica en el mundo de la electricidad y el magnetismo del programa newtoniano. El otro, impulsado por Faraday, y continuado principalmente por Maxwell, introdujo y desarrolló el concepto de campo. Las ideas de Faraday se alejaban de una forma muy clara del programa newtoniano y modificaban tanto la naturaleza del espacio físico como la propia concepción de materia. Maxwell, sin embargo, no dejó de tomar como referente las relaciones de hipotéticas

masas en interacción y mantuvo una distinción nítida entre materia y espacio. Finalmente, el propio Maxwell asumió como fundamental la propia estructura de las ecuaciones de campo, y a éste como la entidad esencial. Se produce así un desplazamiento de la realidad física desde las partículas materiales hacia campos continuos expresados como ecuaciones en derivadas parciales. Tal y como se recoge en su *“A Treatise on Electricity and Magnetism”* publicado en 1873.

Los seguidores del esquema newtoniano trabajaron arduamente en su extensión a la electricidad y el magnetismo. Realizaron importantes aportaciones en la estructuración matemática de las leyes, aunque en el camino tuvieron que alterar supuestos importantes tales como la inclusión de acciones no centrales, etc. Sin embargo la quiebra del concepto de acción a distancia, derivada de la existencia de un tiempo de propagación de las perturbaciones, representó un importantísimo punto de contradicción con la cosmovisión newtoniana.

Por otra parte, el desarrollo de la óptica había refundado esta sobre la base de ondas transversales que precisaban de un medio de propagación: el éter. Conforme a las nuevas necesidades del desarrollo del electromagnetismo se intentó interpretar el campo como un estado tensional mecánico del éter.

La introducción de este concepto está ligada a la existencia de una concepción del espacio como recipiente de los fenómenos físicos, e independiente de ellos. La incapacidad de asignar al espacio mismo una función activa obligó a la introducción de un sustrato material, capaz de vibrar y soportar la propagación de los campos: el éter.

Esta dualidad sintética de campos y partículas, como realidades físicas últimas, ha estado muy presente en la física, el propio Einstein intentó sin conseguirlo plenamente seguir su programa de geometrización y unificación profunda que se saldaron finalmente con un fracaso. Pese a ello, esa tendencia hacia lo fundamental y hacia la unidad se encuentra hoy presente en la física más actual.

El poco éxito de los modelos mecánicos del éter dio paso a un uso meramente funcional. Con Hertz, hacia 1885 aparece la idea de un éter desvinculado a cualquier referente mecánico.

El problema del estado dinámico del éter se situaba en el centro de la explicación de los fenómenos ópticos: de la aberración estelar (la Tierra no arrastra el éter, según formula Young en 1804), al coeficiente de arrastre parcial (Fizeau en 1851 para los medios en movimiento), a los experimentos de detección del movimiento de la Tierra en el éter (como los experimentos de Michelson de 1881, y con Morley en 1886).

A esto se sumó la crítica de los fundamentos de la mecánica, realizada entre otros por Mach, quien puso de manifiesto las dificultades inherentes al concepto de espacio absoluto. Alcanzó gran impacto su célebre su crítica al

experimento crucial de Newton del cubo giratorio en que apoyaba la detección experimental del mismo. El rechazo a este absoluto conduce, en palabras de Einstein (1986): *“Si se considera el movimiento desde un punto de vista descriptivo y no desde un punto de vista causal, sólo existe como movimiento relativo de las cosas, las unas con respecto a las otras. Pero la aceleración que aparece en las ecuaciones de Newton es incomprensible si se parte del concepto de movimiento relativo. Esto obligó a Newton a inventar un espacio físico con relación al cual parece que existe la aceleración”*.

Para Mach no existía realidad sin posibilidad de definición operativa. Por ello los conceptos absolutos newtonianos eran pura imaginación. Escribía:

“Todas las masas, todas las velocidades, y por tanto todas las fuerzas son relativas. Con nuestros sentidos no podemos distinguir ninguna diferencia entre lo relativo y lo absoluto. Por otra parte no hay razón alguna para que admitamos dicha distinción, pues no trae ninguna ventaja, ni teórica ni de otro tipo” (citado por Selleri, 1997).

A continuación rebate el famoso experimento del cubo de Newton. Las ideas de Mach adquieren fortaleza si se reflexiona sobre el hecho de que la construcción real de la física no precisó de la detección del espacio absoluto y que las relaciones que se manejan son relaciones funcionales entre magnitudes, Mach otorgaba relevancia precisamente a las magnitudes primarias que causaban “sensaciones”.

Las ideas de Mach resultaron finalmente demasiado limitadas para la Física, le conducían a cuestionar la noción de átomo, y finalmente a oponerse a la relatividad general. Sin embargo sus ideas y su crítica a los fundamentos de la mecánica sirvieron de acicate, sin duda, a la formulación de la Teoría de la Relatividad de Einstein

2.2.3.5 Las aportaciones de Poincaré y Lorentz

Lorentz modifica sustancialmente el concepto de éter, le libera de cualquier referencia mecánica y afirma la participación de la materia en los fenómenos electromagnéticos mediante la existencia de partículas elementales cargadas. El trabajo de Lorentz da al campo y a las partículas eléctricas, el estatus de elementos de la realidad física.

A lo largo de sus trabajos Lorentz formuló diferentes versiones en su reelaboración de la electrodinámica. Para explicar experimento de Michelson Morley en 1892, según el cual la velocidad de propagación de la luz obtenida en el experimento resultaba independiente del movimiento del observador, proponía la hipótesis ad-hoc de la contracción de los cuerpos en movimiento por la alteración de las fuerzas intermoleculares originada por la influencia del movimiento en el seno del éter. De forma independiente a la propuesta análoga un poco anterior de Fitzgerald de 1889. La medida de la velocidad resultaría así afectada por la modificación del instrumento de medida, en una suerte de compensación que salvaba así la composición de velocidades galileana. Esencial a todas las versiones de la teoría era la existencia de un éter inmóvil que conducía a la incompatibilidad de fondo con las leyes newtonianas. Sin

embargo también la introducción de las partículas eléctricas impedía la construcción de un modelo de realidad basado exclusivamente en campos.

En 1900 Poincaré señala que “*si la Teoría de Lorentz es correcta habría que abandonar probablemente algunos principios de la mecánica newtoniana. Y advierte que la teoría del electrón no sólo viola el principio de acción y reacción sino la conservación del momento*” (Berkson, 1981).

Estas formulaciones críticas motivaron sucesivos refinamientos y ajustes en la teoría por parte de Lorentz, quien en 1904 presentó la modificación de la Teoría del Electrón que presentaba la construcción de las ecuaciones que hoy llamamos de transformación de Lorentz. Las ecuaciones de transformación, las mismas que serán obtenidas en el trabajo de Einstein de 1905 sobre bases diferentes, aparecían tal y como señala Holton (1979) de forma un tanto forzada y con un análisis conceptual muy diferente al relativista: el tiempo local, aparecía como un artificio matemático sin significación física. La explicación de la contracción hacía intervenir el éter en tanto el movimiento absoluto del cuerpo la ocasionaba. La incapacidad de detectar variaciones en la velocidad de la luz no se basaba en un rechazo a los supuestos básicos de la transformación de Galileo sino a mecanismos de compensación que hacía indetectable la modificación.

A Poincaré puede atribuirse, sin duda, un papel importante en la creación de conceptos básicos de la relatividad especial. En sus textos de comienzos de siglo, 1905, y sobre todo el famoso de 1906 (*Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*) reafirmó la importancia del principio de relatividad, reafirmando su compatibilidad con la Teoría electromagnética y las propiedades matemáticas de la transformación de Lorentz. Trató sobre aspectos tales como simultaneidad, formación de los conceptos de espacio, tiempo, etc.

Es claro que a estas alturas la Física estaba muy lejos de las concepciones clásicas. Sin embargo, todavía no se efectuaba una modificación conceptual en los conceptos clásicos de espacio y tiempo y su consecuente aceptación por la comunidad científica. La insatisfacción crítica parecía cristalizar en la aceptación de la Teoría de Lorentz, que mantenía los presupuestos clásicos.

2.2.3.6 La publicación en 1905 de la Teoría especial de la relatividad de Einstein.

El artículo de Einstein titulado “*Zur Elektrodynamik bewegter Körper*” (Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento) publicado en la revista alemana *Annalen der Physik* sienta las bases de la relatividad especial, que se fundamenta en dos postulados: el principio de relatividad y el principio de invarianza de la velocidad de la luz. La teoría conduce al rechazo de la noción de éter, como innecesario para explicar los fenómenos electromagnéticos. De hecho, el rechazo al concepto de espacio absoluto arrastra al sistema privilegiado de éter en reposo y pone de manifiesto su carácter artificioso. Las bases de la teoría se toman de un análisis detallado de los presupuestos básicos y no parte propiamente de una base

electromagnética. Tan sólo se retiene la constancia de la velocidad de la luz en coherencia con el principio de relatividad.

Este artículo apareció *“después de un prolongado período de reflexión sobre algunos aspectos de la teoría electromagnética de Maxwell, más que de cualquier referencia especial por su parte a los resultados del experimento de Michelson-Morley”* (Holton, 1979). Así como asimetrías en los fenómenos electromagnéticos. En concreto señaló como la inducción electromagnética que aparece al mover un imán cerca de un conductor fijo se explica mediante la aparición de un campo eléctrico en sus cercanías que origina la corriente en el conductor. Sin embargo si el que se mueve es el conductor la explicación implica una fuerza electromotriz en el conductor. Todo ello parece plantear la contradicción de dos vías de explicación de lo que es un único fenómeno, en lo que lo relevante es el movimiento relativo entre ambos. En suma formuló la necesidad de un principio de relatividad, que considera que en todos los sistemas de referencia inerciales han de ser válidas las mismas leyes de la física.

La concepción de tiempo y espacio cambia. El tiempo pierde su carácter absoluto, y su universalidad. El concepto de simultaneidad se modifica radicalmente y se establece el carácter invariable de todas las ecuaciones que expresan leyes fundamentales de la física. Se resuelve la incongruencia de que los sistemas Inerciales son indistinguibles por experimentos mecánicos internos pero sí parecían serlo mediante experimentos electromagnéticos. El ajuste se realiza asumiendo como válida tanto la teoría electromagnética como el principio de relatividad. La mecánica clásica permanece en el caso límite ordinario, de gran importancia práctica y teórica.

La alteración del espacio es importante, no es un ente abstracto, externo, en cuyo interior se mueven unos sistemas de referencia análogos a varillas rígidas. De hecho, cada sistema de referencia acarrea un espacio asociado con su correspondiente asignación de coordenadas. Más aún, surge el concepto de espacio-tiempo como un ente que resume ambos conceptos.

El principio de relatividad de Galileo supone ya una modificación importante de los conceptos de espacio y tiempo, cuya potencialidad no se desarrolla por el corsé que supone la noción de la existencia de un espacio absoluto, en efecto, podemos decir que un cuerpo está en un punto en un instante, y en otro instante posterior, porque podemos admitir la persistencia del punto a lo largo del tiempo. Si *todos* los movimientos fuesen relativos y careciese de sentido el reposo absoluto ¿qué puntos mantienen su identidad y configuran el espacio? Se abriría la puerta a considerar infinitos espacios en pie de igualdad.

Si por ejemplo se supone una caja y su Sistema de Referencia asociado se puede establecer una métrica, y un tiempo común a todos los puntos, considerar y evaluar el espacio encerrado. Si otra caja se moviese en su interior, con un MRU, se puede considerar un flujo de espacio por sus caras al moverse, evaluándolo en cada instante considerando la simultaneidad de posición entre las caras. Si se evalúa desde el Sistema de Referencia de la

otra, el estatus del espacio que define, es tan real como el otro asumiendo el principio de la relatividad con el rechazo del espacio absoluto. Si se da el paso de la relatividad especial, y se incorporan las modificaciones en la simultaneidad, los diferentes espacios no comparten ni siquiera aspectos tales como la evaluación del volumen del espacio que encierran ambas cajas.

La simultaneidad de los sucesos tan sólo guarda el carácter absoluto para sucesos que ocurren en el mismo lugar en igual tiempo. Y se divide el espacio-tiempo según el carácter de los intervalos en espaciales, temporales, o de género luz, clarificando los nuevos vínculos causales entre sucesos.

En cuanto a la formulación de las ecuaciones, los razonamientos efectuados por Einstein sobre bases cinemáticas y aplicados posteriormente al electromagnetismo, conducían a las ecuaciones, ya conocidas anteriormente de Lorentz-Fitzgerald sobre intervalos espaciales y temporales. Asimismo reproducían las ecuaciones de la teoría del electrón de Lorentz.

2.2.3.7 El rechazo a la teoría del electrón de Lorentz y la aceptación final de la Teoría de la Relatividad.

Este proceso se realizó paralelamente con el desarrollo de la Teoría General, fue un proceso complejo (es famoso el comentario despectivo de Sommerfeld: “*Desaparecerá pronto de escena*”) y, salvo en Alemania, encontró importantes dificultades para su aceptación en otros países.

La situación era tal que “*durante varios años después de 1905, era muy común entre los físicos el no distinguir entre la teoría de Maxwell - Lorentz y la relatividad de Einstein. Este fue el caso -durante algunos años- de Lorentz [...] En algún momento entre 1909 y 1915, año en que publicó su ‘The Theory of Electrons’, Lorentz cambió de opinión*” (Sánchez Ron, 1985), asumiendo lo que de innovador revestían las ideas de Einstein frente a su propia teoría. Esta posición de un líder clave es representativa de la aceptación generalizada de la comunidad científica.

Una mención especial merece la posición de Planck (1858-1947), que por su papel central en la física alemana de la época influyó de forma destacada en su aceptación, y contribuyó a ella tanto por su apoyo a la misma como con sus propias aportaciones. En 1906 ya introdujo la ecuación de movimiento relativista en forma $\mathbf{F} = d(m\mathbf{v}/(1-v/c^2))/dt$, uso las ecuaciones relativistas de la energía cinética y la cantidad de movimiento, y conectó con la formulación variacional de la mecánica al estudiar la formulación relativista del principio de mínima acción. Es muy de destacar su ampliación a las transferencias de calor las variaciones en la masa inercial de un cuerpo y la generalización de $E=mc^2$ para cualquier tipo de energía, que fue realizada por Planck en 1908 como *ley de inercia de la energía*.

Minkowski (1864-1909) introdujo una nueva visión del problema con su formulación tetravectorial que unificaba la cantidad de movimiento con la

energía total, al considerarla como la cuarta componente del tetravector energía impulso.

Se abrió así paso, en el consenso científico, una nueva visión de espacio-tiempo, que sería profundizado posteriormente en la Teoría General en la cual el concepto de espacio que surge es indisociable de la idea de campo. Conforme a la mecánica clásica y la relatividad especial el espacio existe con independencia de la materia o los campos y en él se sitúan estas, por contra la visión de la Teoría General de la Relatividad es la de un espacio que no existe sin relación a la materia o los campos, la propia topología del mismo surge en esta relación.

En la física más actual, en la mecánica cuántica y la relatividad, las dos grandes teorías de la física, el tiempo juega un papel diferente y cabe la posibilidad de que el tiempo aparezca en una futura teoría unificada como una magnitud muy distinta a como ahora se concibe. En el modelo estándar, firmemente asentando en lo experimental, los mecanismos de interacción que atribuyen masa a las partículas manejan conceptos tales como vacíos llenos de un campo que sólo interacciona con las partículas con masa, que reeditan problemas teóricos análogos al viejo éter.

En estos conceptos fundamentales falta contar con una verdadera teoría fundamental, plenamente asentada, que trace el cuadro final, de momento, las modernas teorías de cuerdas que incorporan la gravitación, manejan otras dimensiones temporales asociadas a fluctuaciones cuánticas del espacio-tiempo. Y en cuanto al espacio, proponen espacios de muchas dimensiones que posteriormente se reducen a tres (Yndurain, 1998).

2.2.3.8 Acerca de la posición de Einstein sobre el concepto de masa y la aparición de la llamada masa relativista

La posición, o mejor dicho las posiciones mantenidas por Einstein, han de ponerse en relación con el contexto científico en que se formularon, por lo que es conveniente seguir un hilo conductor histórico.

Las ideas acerca de la variación de la masa con la velocidad son de origen prerrelativista, en el marco del programa de investigación de la teoría del electrón. Y se atribuían, al igual que la contracción de Lorentz, a procesos físicos que ocurrían en el electrón a alta velocidad con relación al éter. Estas ideas *sonaban* en la mente de los físicos a lo largo del proceso de difusión y depuración de la Teoría de la Relatividad. De hecho la asignación del origen electromagnético a la masa formaba parte de las concepciones de muchos físicos, especialmente alemanes. Se pueden rastrear antecedentes como el cálculo por J.J. Thompson (1856-1940) en 1881 del aumento de masa de un conductor esférico cargado en movimiento rectilíneo, en relación a la energía del campo electrostático. Poincaré (1854-1912) indicó en 1900 que la energía electromagnética posee una densidad de masa que es igual a la densidad de energía dividida por la velocidad de la luz, etc.

Einstein en su inicial artículo de 1905, estudió el movimiento de un electrón lentamente acelerado que se mueve en un campo electromagnético. Reprodujo las ecuaciones de Lorentz y obtuvo las masas longitudinales y transversales. Se cuida de indicar que estas “masas” son las que surgen de la definición de fuerza y mantener la ecuación en la forma $F = m \cdot a$, y señala “*Por supuesto, con una definición diferente de fuerza y aceleración obtendríamos valores diferentes para estas masas*”.

El test experimental vino de la mano del diseño realizado por Thompson en 1897 para la medición de la relación q/m . Hasta 1910 Kaufman (en 1902-1903) y otros físicos posteriormente, determinaron el valor de $1.76 \cdot 10^{11}$ C/kg para $v \ll c$ y exploraron lo que sucedía a velocidades más altas. Al analizar los datos usaron para ello las relaciones clásicas, y llegaron a la conclusión de que la relación q/m disminuía con la velocidad del electrón y atribuyeron lo que ocurría a “*una variación de la masa con la velocidad*”. De hecho, la teoría de Abraham y Bucherer, competidora con la relativista consideraba que una parte de la masa era de origen electromagnético, debido a una inducción mutua entre sus partes. El refinamiento posterior de las medidas, y fundamentalmente una revisión por Cunningham en 1919, demostró la inexactitud de los mismos, y contrastó experimentalmente lo predicho por la Teoría de la Relatividad. Sin embargo no se evitó cierto contagio de la noción de masa variable.

Einstein una vez fijado el marco relativista, introdujo la vinculación masa-energía, por primera vez en su publicación de 1905: “*¿Depende la inercia de un cuerpo de su contenido energético?*”, pero únicamente en el sentido de la energía equivalente a la masa en reposo. Este concepto es original de Einstein, y se restringía a la pérdida (ganancia) de masa por radiación. El análisis que realiza Einstein de la emisión simultánea de dos ondas electromagnéticas en direcciones opuestas, usando para ello dos sistemas de referencia, le llevan a concluir “*que si un cuerpo pierde la energía L en forma de radiación, su masa disminuye en L/c^2* ”. Se considera como punto de origen de la ecuación $E = mc^2$ (Fadner, 1988). El artículo ha sido muy controvertido al achacar cierta circularidad argumental, lo que sin embargo rechazan otros autores (Fadner, 1988).

En 1906 Einstein introdujo la transferencia de masa que conllevaba el intercambio de un fotón lo que implicaba la aceptación de una masa relativista en forma de E/c^2 . Este es el contenido clave del famoso experimento mental (Gedanken) del “*Fotón en una caja*”.

Las ideas de Einstein se iban depurando, la asignación de masa al fotón fue muy fructífera y jugó un papel heurístico de primer orden para el desarrollo de la teoría general de la relatividad, (por ejemplo, efectos gravitatorios de la trayectoria del fotón) (Okun, 1989). Aunque esta idea quedó superada una vez se desarrolló de forma completa la Teoría General, y se incluyeron las consideraciones geométricas y topológicas.

En un artículo menos conocido de 1907 “*La inercia de la energía, como es exigido por el Principio de Relatividad*” extiende el concepto de inercia de la energía y formula: $E = \mu_0 (1 - v^2/V^2)^{-1/2}$; donde $\mu_0 = E_0/V^2$, explicitando la energía de la masa en reposo. “*La diferencia esencial entre Einstein y las*

teorías competidoras es que las formulas de las masas de Einstein son artefactos de la transformación cinemática del espacio y tiempo" (Adler, 1987). Esta idea es importante en tanto que el comportamiento de partículas a altas velocidades es un hecho experimental que puede analizarse desde la perspectiva de un proceso que ocurre en la partícula o desde la perspectiva de un análisis de espacio y tiempo.

La formulación de la masa relativista en la forma $m_r = \gamma m_0$ fue realizada en 1911 por Lewis, Tolman y Epstein, así como la formulación inercial para todos los casos de fuerzas y aceleraciones (casos de masas longitudinales y transversales) usando $F = dp/dt$, lo que permitió clarificar una proliferación de "masas" (Fadner, 1988). Observemos de paso que esta formulación en un contexto de inicios de la relatividad einsteniana casó con las ideas de masa variable del programa electromagnético. En 1913 Langevin uso $E = mc^2$ para procesos radiactivos.

Una vez desarrollada la Teoría General el propio Einstein asignó toda esta casuística a la estructura del espacio-tiempo, prescindiendo de conceptos tales como la masa del fotón. El fotón sigue las geodésicas de la topología del nuevo espacio y no cabe usar efectos gravitatorios sobre una supuesta masa.

La posición de Einstein acerca de la masa fue influida muy fuertemente por la formulación tensorial de Minkowski (Adler, 1987), con el invariante por $E^2 - (pc)^2 = m^2 c^4$. Se muestra claramente en su exposición de 1922 "El significado de la relatividad" con la teoría ya consolidada (Okun, 1989; Adler, 1987) en que utiliza la masa invariante, utiliza por ejemplo expresiones como: $E_0 = mc^2$.

En posteriores ocasiones se reafirma en esta línea. Desaconsejando, incluso de una manera categórica, el uso de la masa dependiente de la velocidad (carta a Barlet en 1948):

"No es bueno introducir el concepto de masa $M = m (1 - v^2/c^2)^{1/2}$ de un cuerpo en movimiento por no ser una definición clara. Es mejor no introducir otro concepto de masa que 'la masa en reposo' m . En vez de introducir M es mejor hacer mención a la expresión del momento y la energía de un cuerpo en movimiento" (Okun, 1989).

3 CONCRECIÓN Y OPERATIVIZACIÓN DE LA PRIMERA HIPÓTESIS, DISEÑOS EXPERIMENTALES PARA SU PUESTA A PRUEBA

En el capítulo precedente se ha fundamentado la hipótesis mediante, argumentos derivados de la investigación didáctica, y la revisión de los puntos clave señalados en la bibliografía. En este capítulo se desglosa la hipótesis emitida, y se operativiza en orden a su puesta a prueba experimental. El proceso histórico estudiado por la Historia de la Ciencia proporciona una guía de interés, que contribuye a centrar las dificultades que se presentan en la adquisición de las ideas clave y en la depuración de conceptos, así como en el establecimiento de la teoría y su aceptación.

3.1 OPERATIVIZACIÓN DE LA PRIMERA HIPÓTESIS

La hipótesis señala que: “Los conceptos de tiempo y espacio, sus propiedades y simetrías, así como los distintos sistemas de referencia, se introducen en la enseñanza secundaria de forma inconexa y acrítica. La enseñanza de la Teoría de la Relatividad se realiza de forma poco clarificadora, sin tener en cuenta las preconcepciones de los alumnos, y sin resaltar su posición en la estructura de la Física. En consecuencia, el aprendizaje es escasamente significativo y no se consolidan las nuevas concepciones en los estudiantes”.

De esta hipótesis podemos derivar tres subhipótesis que corresponden a los tres pilares principales del problema: profesores, materiales curriculares (libros de texto) y los propios estudiantes. Es decir, el profesor como agente responsable del enfoque dado a la enseñanza; los libros de texto como fuente de primer orden para los contenidos y las secuencias didácticas; el propio alumno como variable principal y sujeto clave del aprendizaje.

Podemos enunciar las tres de subhipótesis de la siguiente manera:

1.- Los libros de texto utilizados en 4º ESO y 1º bachiller no presentan adecuadamente los conceptos de tiempo y espacio. En el 2º de bachillerato la enseñanza de la Teoría de la Relatividad se plantea de forma poco clarificadora, sin tener en cuenta las preconcepciones de los alumnos, y sin resaltar su posición en la estructura de la Física.

2.- La práctica habitual no favorece un aprendizaje significativo, los profesores introducen, de forma, acrítica los conceptos, desde orientaciones epistemológicas distorsionadas y sin contar con los resultados de la investigación didáctica.

3.- Los alumnos, como consecuencia de la enseñanza recibida, muestran un aprendizaje escasamente significativo y se consolidan poco las nuevas concepciones en los estudiantes. Tampoco desarrollarán significativamente actitudes positivas hacia la ciencia y su aprendizaje”.

Estas subhipótesis se operativizan mediante un desglose pormenorizado, tal y como se muestra a continuación, de forma que sean susceptibles de una puesta a prueba experimental.

3.1.1 Operativización de la subhipótesis primera acerca de la forma en la que los libros texto introducen la Teoría Especial de la Relatividad y sus fundamentos.

De la subhipótesis podemos derivar los siguientes enunciados operativos, cuyo contenido es equivalente. Según la subhipótesis se espera que los textos:

- 1- No profundizarán en la epistemología y en las dificultades que originaron el surgimiento de la Teoría de la Relatividad y darán una imagen lineal, acumulativa, distorsionada del desarrollo de la ciencia, (SH 1.1).
- 2- No clarificarán suficientemente los conceptos de espacio, tiempo... ni su evolución desde las concepciones clásicas, (SH 1.2).
- 3- No resaltarán adecuadamente el estatus de la teoría en el marco de la física y darán más importancia a ciertas expresiones matemáticas (por ejemplo, las transformaciones de Lorentz) que a la comprensión de cambios de perspectivas y fenómenos, (SH 1.3).
- 4- No mostrarán una visión actualizada de la masa en la Relatividad y la relación masa-energía no recibirá un tratamiento exento de errores, (SH 1.4).
- 5- Los libros mostrarán una dispersión importante en los contenidos seleccionados y la profundidad de los tratamientos, (SH 1.5).
- 6- Los libros contendrán un número significativo de errores conceptuales no depurados, (SH 1.6).
- 7- No tendrán en cuenta las relaciones de la Teoría Especial de la Relatividad con la tecnología y la sociedad, (SH 1.7).

3.1.2 Operativización de la subhipótesis segunda acerca de la forma en la que los profesores introducen la Teoría Especial de la Relatividad y sus fundamentos.

Su enunciado se considera equivalente a los siguientes puntos acerca de las ideas y procedimientos utilizados por los profesores.

- 1- Los profesores mantendrán ideas epistemológicas simples y distorsionadas sobre el surgimiento de la Teoría de la Relatividad, (SH 2.1).

- 2- No tendrán en cuenta las ideas previas de los alumnos, (SH 2.2).
- 3- No resaltarán adecuadamente el estatus de la teoría en el marco de la Física, (SH 2.3).
- 4- No mostrarán una visión actualizada de la masa en la Teoría de la Relatividad y la relación masa-energía no recibirá un tratamiento exento de errores, (SH 2.4).
- 5- Los profesores no valorarán el estudio de la Relatividad en la secundaria y le atribuirán una alta dificultad, además le dedicarán poco tiempo, (SH 2.5).

3.1.3 Operativización de la subhipótesis tercera

Como consecuencia del proceso de enseñanza los estudiantes mostrarán un aprendizaje escasamente significativo y con escasa estabilidad, en concreto:

- 1- Mostrarán ideas prerrelativistas (newtonianas ingenuas o incluso alternativas en los niveles inferiores) en el manejo de los conceptos básicos de espacio y tiempo, (SH 3.1).
- 2- No manejarán adecuadamente las nociones de Sistema de Referencia, Sistema de Referencia Inercial, y principios de relatividad (clásico-relativista), (SH 3.2).
- 3- No asumirán una visión correcta de lo esencial de la relatividad en el marco de la física, (SH 3.3).
- 4- No mostrarán una visión actualizada de la masa en la Teoría de la Relatividad y no se manejará la relación masa-energía de un modo exento de errores, (SH 3.4).
- 5- No desarrollarán actitudes positivas, hacia la ciencia y su desarrollo, (SH 3.5).
- 6- No se favorecerá el uso de técnicas de trabajo científico y su conexión con otros campos de la física, (SH 3.6).
- 7- No apreciarán una atención suficientemente a las ideas previas, la participación en clase, el trabajo en grupo y la comprensión de conceptos, (SH 3.7).

3.2 DISEÑO PARA PONER A PRUEBA LA SUBHIPÓTESIS PRIMERA

La revisión de libros de texto, como material curricular principal, se realizará en tres niveles: 4º de ESO, 1º de bachillerato y 2º de bachillerato LOGSE.

En los dos primeros, se revisará acerca de la caracterización clásica del espacio y tiempo, sistemas de referencia, fundamentos epistemológicos, la

introducción de magnitudes físicas y los conectores hacia la Teoría de la Relatividad. Apuntes acerca de los límites del marco clásico.

En segundo de bachillerato se revisan:

- a) Aspectos epistemológicos e históricos.
- b) Aspectos lógicos, como la ubicación en el marco de la Física, el tratamiento de los principios, las ideas acerca de la propagación de la luz, etc.
- c) Consecuencias clave, como las ideas acerca del espacio y del tiempo, la composición de velocidades e ideas sobre la energía y la masa.

3.2.1 Cuestionario de libros de texto.

4º ESO Y 1º BACHILLERATO		SÍ	NO
1.1	¿Se presenta de una forma dinámica y no dogmática la génesis de la física newtoniana planteando expresamente sus límites de validez?		
1.2	¿Se indagan, aunque sea brevemente, los presupuestos de las concepciones newtonianas del espacio y el tiempo?		
1.3	¿En la introducción de las leyes de Newton, se analiza el concepto de masa y se efectúa una clarificación entre la perspectiva inercial y gravitatoria?		
1.4	¿En el aprendizaje de la cinemática o la óptica se aborda, aunque sea tangencialmente el problema de la medición de la velocidad de la luz, y su relevancia lógica y epistemológica?		

COMPLEMENTO PARA 1º DE BACHILLERATO		SÍ	NO
2.1	¿Se usa, aunque sea ocasionalmente, en el estudio de la mecánica la valoración de trayectorias, y otras magnitudes, desde distintos sistemas de referencia?		
2.2	¿Se plantea el principio de relatividad de Galileo, discutiendo explícitamente sus hipótesis subyacentes?		
2.3	¿Se enuncia el principio de relatividad galileano en relación a la invarianza de las leyes de la mecánica, o como una mera transformación de velocidades y posiciones entre sistemas?		

CUESTIONARIO DE LIBROS DE TEXTO 2º BACHILLERATO.

1.-Aspectos epistemológicos e históricos		SÍ	NO
1.1	¿Se muestra, aunque sea brevemente el contexto problemático de los experimentos y sus hipótesis de partida?		
1.2	¿Se pondera la importancia del experimento de Michelson y Morley?		
1.3	¿Se ofrece una visión tentativa en el avance científico, y el papel colectivo del avance?		
1.4	¿Se hace un uso de la figura de Einstein que no suponga una distorsión de la imagen del científico?		
1.5	¿Se valora adecuadamente el aspecto acumulativo no lineal del avance científico?		
1.6	¿Se recoge la existencia de resistencias al cambio.?		
1.7	¿Se destacan las limitaciones derivadas de la propia naturaleza del conocimiento científico?		
1.8	¿Se muestran, aun tangencialmente las repercusiones del avance científico en el entorno cultural?		

2.-Aspectos lógicos

<u>Ubicación en el marco de la Física</u>		SÍ	NO
2.1	¿Se resalta su papel central y su radical innovación acerca de la noción del espacio y el tiempo?		
2.2	¿Se resaltan sus repercusiones en todas las áreas de la física p. ej. sobre nociones como acción a distancia, física de partículas, etc.?		
<u>Principios, postulados e ideas a cerca de la propagación de la luz</u>		SÍ	NO
2.3	¿Se resalta la relación entre el Principio de relatividad y la relatividad galileana?		
2.4	¿Se menciona que igualdad de velocidad no implica igualdad en el resto de características de la luz?		
2.5	¿Se muestran limitaciones al uso de los sistemas inerciales y se avanza su extensión otros sistemas?		

3.- Aspectos clave, consecuencias		SÍ	NO
3.1	¿Se insiste en el papel de la medición, observadores etc., en línea con el operativismo?		
3.2	¿Se da a entender su aplicación en exclusiva a altas velocidades?		
<u>Ideas acerca del espacio, longitud.</u>		SÍ	NO
3.3	¿Se clarifican las posibles ideas alternativas de los alumnos en línea con ideas mantenidas en otros tiempos p. ej. contracción de Lorentz? ¿Se clarifica la visión microscópica de la contracción?		
3.4	¿Se muestra la simetría entre las magnitudes en dos sistemas inerciales distintos?		
3.5	¿Se evita la confusión entre <i>ver</i> y <i>medir</i> que son conceptos diferentes?		
3.6	¿Se insiste en la asimetría de las distintas direcciones?		
<u>Ideas acerca del tiempo.</u>		SÍ	NO
3.7	¿Se precisa el concepto de tiempo propio?		
3.8	¿Se insiste en la simetría entre las mediciones en Sistemas de Referencia Inercial distintos?		
<u>Composición de velocidades.</u>		SÍ	NO
3.9	¿Se compone alguna velocidad con la de la luz para reafirmar los problemas de aditividad?		
<u>Acerca de la energía y la masa.</u>		SÍ	NO
3.10	¿Se introduce el concepto de masa relativista?		
3.11	¿En este caso, la introducción es consistente y se exponen sus limitaciones y eventuales inconvenientes?		
3.12	¿Se establece de forma correcta la equivalencia masa-energía?		
<u>Otros aspectos</u>		SÍ	NO
3.13	¿Se usan correctamente las expresiones relativistas en todos los casos?		

	SÍ	NO
3.14 ¿Se reafirma explícitamente la validez del principio de conservación de la cantidad de movimiento en un Sistema de Referencia Inercial así como la de otras leyes de la física?		
3.15 ¿Se apuntan aspectos clave de la Teoría General de la Relatividad?		
3.16 ¿El texto incluye profundizaciones de mayor nivel?		

3.2.2 Comentario al cuestionario de libros de texto primer nivel. Criterios para la valoración de los ítems.

1. 4º ESO Y 1º BACHILLERATO

1.1 ¿Se presenta de una forma dinámica y no dogmática la génesis de la física newtoniana planteando expresamente sus límites de validez?

La génesis de la mecánica clásica es un proceso complejo con infinidad de perspectivas. En su enseñanza cabe asomar a los alumnos a la complejidad de su elaboración, el marco conceptual de la teoría y su campo de validez. Sin un conocimiento de estas limitaciones la imagen que se forma el estudiante puede estar muy distorsionada.

Desde el punto de vista de la posterior enseñanza de la relatividad, es muy conveniente que se haya realizado esta introducción reflexiva, y que efectivamente no se presente como “la verdad absoluta” sino que se lancen apuntes, conectores hacia elaboraciones posteriores.

No es esta la hipótesis operativa (SH 1.1), por el contrario se espera que la visión de la ciencia presentada a los estudiantes presente, salvando la lógica simplificación, una imagen distorsionada de la ciencia y que no se delimite el campo de validez de la mecánica newtoniana.

1.2 ¿Se indagan, aún brevemente, los presupuestos de las concepciones newtonianas del espacio y el tiempo?

Se parte del supuesto, en consonancia con la hipótesis (SH 1.2), que los conceptos de espacio, tiempo y sus atributos serán despachados con una mención superficial pasando a utilizarlos directamente en una cinemática matematizada, sin una reflexión sobre las concepciones subyacentes. Esta omisión es relevante con relación a los esquemas mentales de los alumnos. De

hecho, cuando algún alumno afirma por ejemplo que en el vacío los cuerpos no pesan está necesitando de un medio que transporte la interacción y usando concepciones próximas al cartesianismo.

Deberían plantearse algunas de las propiedades del espacio, al menos su carácter absoluto, continuo (es isomorfo a un espacio tridimensional, real y euclídeo), homogéneo, sin direcciones privilegiadas (isotropía) y los atributos del tiempo: homogeneidad, igualdad en todos los puntos y para cualquier observador (carácter universal). Este carácter de universalidad referido a las leyes físicas exige al menos que sea independiente de cualquier tiempo, orientación en el espacio o posición. En el estudio del cuestionario de alumnos se analizan más detalladamente estas propiedades.

En caso de que no se planteen suficientemente, al menos parcialmente, se reforzará la hipótesis.

1.3 ¿En la introducción de las leyes de Newton, se analiza el concepto de masa y se efectúa una clarificación entre la perspectiva inercial y gravitatoria?

Las dificultades de una definición correcta de masa en el marco clásico se han puesto de manifiesto por numerosos autores, como se puede ver en Doménech (1998). En todo caso el ítem pretende controlar si esta introducción ha sido rica, si ha alcanzado a reflexionar sobre la diferenciación conceptual entre la masa inercial y gravitatoria (en 1º bachillerato), y si se han apuntado posibles ampliaciones del concepto en un marco superior (Teoría Relativista) o por el contrario conforme a la hipótesis (SH 1.1) no se ha realizado.

1.4 ¿En el aprendizaje de la cinemática o la óptica se aborda, aunque sea tangencialmente el problema de la medición de la velocidad de la luz y su relevancia lógica y epistemológica?

La constancia de la velocidad de la luz para todos los Sistemas Inerciales constituye el 2º postulado de la teoría especial. En los textos se maneja tanto la composición de velocidades en los temas de mecánica, como nociones de óptica física y geométrica. A pesar del marco clásico en que se está trabajando surge por tanto la cuestión de si se ha aprovechado estas ocasiones, para sembrar alguna sugerencia acerca de las especiales particularidades de la luz. ¿Se ha usado acriticamente la velocidad de la luz, o en su estudio se ha anunciado el papel esencial que desempeñará en un nivel más profundo de la física?

La hipótesis operativa (SH 1.1) se verá reforzada si efectivamente estos apuntes críticos no se realizan.

2. COMPLEMENTO PARA 1º DE BACHILLERATO

2.1 ¿Se usa, aunque sea ocasionalmente, en el estudio de la mecánica la valoración de trayectorias, y otras magnitudes, desde distintos sistemas de referencia?

El análisis de algunos problemas, al menos en la cinemática, desde diferentes sistemas permite formar en el estudiante la noción de que hay magnitudes que no son absolutas, sino función del sistema de referencia. Le permite explicitar los sistemas, en vez de usarlos de forma implícita. Por otra parte comienza a utilizar la noción de transformación de magnitudes entre sistemas, y le permite adquirir las destrezas procedimentales necesarias. Por otra parte esto conduce de forma natural a indagar sobre la existencia de sistemas de referencia preferentes, en reposo absoluto; la enseñanza posterior de la Teoría de la Relatividad será facilitada así en gran medida.

Cabe entonces valorar si este tratamiento se da en realidad, o como se indica en la hipótesis (SH 1.2) no se efectúan tratamientos clarificadores de estos aspectos.

2.2 ¿Se plantea el principio de relatividad de Galileo, discutiendo explícitamente sus hipótesis subyacentes?

Una discusión amplia del principio de relatividad de Galileo a este nivel debería incluir las ideas subyacentes que posibilitan el principio y que efectivamente dieron lugar a su formulación histórica en el XVI-XVII, y el incremento de su estatus a lo largo del S XVIII, hasta situarlo como algo obvio en el marco newtoniano. La discusión debería incluir aspectos como los siguientes:

- a) Concepto de Sistema de Referencia Inercial. Relación con las propiedades atribuidas al espacio.
- b) Indicación expresa de la variable tiempo y su carácter universal entre sistemas, es decir que una vez ajustados los valores entre los sistemas, por ejemplo compartiendo el origen arbitrario su valor es el mismo, transcurre exactamente igual para los distintos observadores ($t = t'$).

Si este tratamiento se efectúa, se dispondrá de una base sólida para desarrollar la Teoría de la Relatividad.

En concordancia con nuestra hipótesis operativa (SH 1.2), si este tratamiento no tiene en cuenta los apartados señalados, o no los atiende de forma suficiente, consideraremos apoyada la hipótesis.

2.3 ¿Se enuncia el principio de relatividad galileano en relación a la invarianza de las leyes de la mecánica, o como una mera transformación de velocidades y posiciones entre sistemas?

Un tratamiento completo del principio debería incluir también una reflexión acerca de su significado profundo, más allá de su aplicación cinemática. Estudiando para ello tanto las ecuaciones de transformación entre sistemas como la vinculación entre la forma de las leyes físicas (mecánicas) y sistema de referencia inercial. La imposibilidad de determinar movimientos de traslación absolutos y diferenciar entre sistemas de referencia inerciales mediante experimentos mecánicos.

Un aspecto que es de gran importancia es la fijación, o no, de límites de validez, lo que da paso a engarzar posteriormente un tratamiento relativista.

Si el texto incluye estos tratamientos, considerados como correctos entonces no contribuirán a apoyar la hipótesis consideradas (SH 1.2), según la cual no se realizan estudios clarificadores de estos conceptos.

3.2.3 Comentarios al cuestionario de libros de texto 2º bachillerato. Criterios para la valoración de los ítems.

1.-Aspectos epistemológicos e históricos.

1.1 ¿Se muestra, aunque sea brevemente, el contexto problemático de los experimentos y sus hipótesis de partida?

La construcción de la Teoría de la Relatividad es el resultado de un proceso complejo, surge como respuesta a una situación problemática específica que se supera con su formulación. No es por tanto una construcción arbitraria. La presentación a los estudiantes de la teoría parece que no puede sustraerse a los problemas que cuestionan la mecánica newtoniana, ni obviar las dificultades más relevantes del electromagnetismo y la óptica: concepto de espacio absoluto, fuerzas instantáneas, papel de los campos, asimetrías e inducción, propagación de la luz, etc.

Se considera correcta y contraria a nuestra hipótesis (SH 1.1), la discusión de esta situación como punto de partida de la introducción a la Teoría de la Relatividad

1.2 ¿Se pondera la importancia del experimento de Michelson y Morley?

El experimento de Michelson y Morley forma parte de cualquier exposición sobre la Teoría de la Relatividad, su espectacularidad y aparente carácter crucial le otorgan gran relevancia.

Sin embargo, no cabe presentarlo como esencial en el proceso mental que orientó las reflexiones de Einstein. En esa inventiva parece que no jugó un papel relevante. E incluso parece que pudiera desconocerlo, sino totalmente, sí el detalle del mismo. Einstein realizó manifestaciones contradictorias en diferentes épocas de su vida (Holton, 1982), al respecto advierte también Sánchez Ron (1985): *“Hay que procurar evitar que nuestra perspectiva actual dé a los experimentos de Michelson una dimensión que en absoluto tuvieron cuando fueron planeados”*.

Su uso como punto central desplaza la atención del primer postulado, verdaderamente esencial hacia el segundo, aparentemente más visual pero claramente subordinado al primero.

Por otra parte, una interpretación del experimento en el sentido de que su resultado negativo obliga a cambiar de manera inmediata la mecánica clásica supone una distorsión, una visión reduccionista de lo que es la ciencia y el papel de la experimentación. Más bien, en una primera instancia, un experimento de este tipo pondría en marcha los mecanismos de protección de la teoría en el sentido de Lakatos.

Se considera correcta y contraria a nuestra hipótesis (SH 1.1), un tratamiento del experimento que no le otorgue ese papel decisivo, o al menos que mencione que no fue crucial para Einstein.

1.3 ¿Se ofrece una visión tentativa en el avance científico, y el papel colectivo del avance?

Hay una doble faceta en la cuestión, por un lado la respuesta a la situación problemática de la física en el comienzo de siglo no fue ni automática ni única. Exponerlo así explícitamente, o por simple omisión, supone obviar como mínimo, las importantes aportaciones de Lorentz, Planck y los físicos centroeuropeos. Por otra parte, la teoría de la relatividad debe gran parte de su enfoque y está marcada de una forma clara por Einstein. Ahora bien, no es correcto ni menospreciar las aportaciones de grandes físicos como Lorentz, o matemáticos como Poincaré o Minkowski (de hecho para algunos estudiosos sería más propio referirse a ella como relatividad Einstein-Poincaré). Tampoco es admisible minusvalorar la aportación esencial de Einstein de forma análoga a la famosa cita de Whitaker (1989) , quien en su famoso libro de 1953: *“A History of the Theories of Aether and Electricity”* el capítulo de relatividad lo titula como *“The Relativity Theory of Poincaré and Lorentz”*. Por otra parte el mismo autor no minusvalora el papel de Einstein en la Teoría General.

Se considera correcta y contraria a nuestra hipótesis (SH 1.1), un tratamiento que proporcione crédito a alguna de estas figuras además de las referencias principales que corresponden evidentemente a Einstein.

1.4 ¿Se hace un uso de la figura de Einstein que no suponga una distorsión de la imagen del científico?

La figura de Einstein gracias a su inmensa popularidad se ha convertido en un prototipo de gran científico. La indudable genialidad de Einstein y su papel clave en el desarrollo de la teoría no debería conducir a la mitificación del personaje, a la asignación a Einstein de todo tipo de expresiones propias de la teoría, sino al estudio de su figura y pensamiento en el marco de la ciencia y la sociedad de su tiempo, y mucho menos a inducir en los alumnos una imagen sesgada de lo que es la ciencia y su elaboración.

Es favorable a nuestra hipótesis (SH 1.1) una insistencia desproporcionada en la genialidad en la ciencia y en la mitificación de Einstein.

1.5 ¿Se valora adecuadamente el aspecto acumulativo no lineal del avance científico?

El surgimiento de la Teoría Especial no corresponde a un periodo de “ciencia normal” en el sentido de Kuhn (1975) sino que por el contrario resulta ser uno de esos procesos de cambio acelerado en que se produce una mutación del paradigma vigente. Es por tanto un ejemplo excelente a partir del cual cabe desarrollar una concepción epistemológica más madura.

Son consideradas como incorrectas y por tanto favorables a nuestra hipótesis de una epistemología distorsionada (SH 1.1), aquellas introducciones que no valoren el aspecto de crisis de paradigma.

1.6 ¿Se recoge la existencia de resistencias al cambio?

Por otra parte, la aparente lógica incuestionable con que se presenta en los textos no debe inducir al alumno a suponer que su aceptación fue inmediata y clara para sus contemporáneos, o que la respuesta de los físicos de su tiempo fue única.

Desde el principio físicos como Planck se adhirieron y desarrollaron la teoría. Otros como Lorentz, posiblemente el físico más importante de la época, no asumió la diferencia esencial entre los enunciados de Einstein y sus propios trabajos, sino mucho más tarde.

En Francia, USA o Gran Bretaña, la aceptación inicial fue escasa e incluso la reacción fue opuesta. El mismo Mach no la acogió favorablemente según confiesa Einstein a su amigo M. Besso, en carta de (6-1-48): “*Mach rechazó con dureza la Teoría Especial de la Relatividad, le parecía que sobrepasaba en especulación todo lo permitido*” (citado por Sánchez Ron, 1985).

La acogida española ha sido muy bien estudiada por Glick (1986) que resalta la atención precoz de físicos de primera fila como Blas Cabrera, José María Plans que realizó las primeras aportaciones españolas a la Teoría General en los años veinte, o Esteban Terradas que la introdujo en los programas de física hacia 1915. El mismo José María Plans dirigió la tesis de Puig Adams quien realizó aportaciones originales sobre cuestiones de dinámica relativista. Esta buena acogida en círculos restringidos alcanzó a organizar la visita de Einstein a España en 1923, organizada por Terradas, Cabrera y el matemático Rey Pastor. Sin embargo estos inicios favorables fueron truncados por la Guerra Civil. En la posguerra un físico de la talla de Julio Palacios, el más representativo físico de mitad de siglo mantuvo una posición poco firme, favorable al principio, pero finalmente contraria a la interpretación ordinaria de la relatividad (publicó *Mecánica física y relatividad: Una nueva teoría* en 1960).

Son considerados como incorrectas y por tanto favorable a nuestra hipótesis de una epistemología distorsionada (SH 1.1), aquellas introducciones que presentan la aceptación de la teoría de forma automática.

1.7 ¿Se destacan las limitaciones derivadas de la propia naturaleza del conocimiento científico?

La Teoría de la Relatividad hace una crítica razonada de la mecánica newtoniana. A grandes rasgos, y simplificando, podemos decir que incluye a esta relegándola al importantísimo caso del límite de las bajas velocidades. Se origina entonces una situación reveladora del sentido de progreso en el conocimiento científico, la provisionalidad del mismo, y la existencia de marcos teóricos de validez.

Popper (1967) menciona en su “*Lógica de la investigación científica*”, base del falsacionismo, el impacto que le causaron las afirmaciones del mismo Einstein en este sentido: “*No podrá existir mejor destino para una teoría física que el que señalase el camino hacia una teoría más amplia, en la que continuase viviendo como un caso límite*”.

La propia Teoría Especial no es sino un caso límite de una teoría más amplia la Teoría General Relatividad. Y en última instancia esta deberá incluirse preservando su ámbito de validez en una teoría más profunda. Los intentos en ese sentido de Einstein se prolongan hoy en día en las Teorías de Gran Unificación, supercuerdas, etc. Esto debe resaltarse al alumno de manera análoga a como en la presentación de la mecánica newtoniana se debe reflexionar sobre sus bases lógicas y su marco de validez.

La hipótesis operativa que se postula es que tales limitaciones no se enuncian explícitamente, al igual que se soslayan restricciones evidentes de la teoría especial como la limitación exclusiva a sistemas de referencia inerciales. Incluso si se mencionan nociones de la Teoría General, se prescinde de la incompatibilidad de fondo, hoy no resuelta con la mecánica cuántica. La mención a alguna restricción es contraria a nuestra hipótesis (SH 1.1), siendo por el contrario las omisiones favorables a la misma.

1.8 ¿Se muestran, aunque sea tangencialmente, las repercusiones del avance científico en el entorno cultural?

El impacto de la teoría en la filosofía y la cultura es amplísimo y esta ampliamente acreditado, cabe señalar su papel en la filosofía de la ciencia, en particular del falsacionismo popperiano, el operacionismo, el Circulo de Viena, etc.

Como ejemplo del impacto popular de la teoría, y su mistificación, cabe referirse al corriente resumen del “todo es relativo”. Aquí aparece una distorsión simplificadora corriente que identifica subjetivismo filosófico y relatividad. *“Hoy se admite que la relatividad es más bien una tendencia absolutista en el orden del conocimiento; pues si bien la medida es relativa, depende del observador, la ley física es absoluta, la misma para todos los observadores”* (Lahera, 1995).

En principio un texto moderno debe reservar un lugar relevante a las relaciones Ciencia-Técnica-Sociedad, lo que se pone en cuestión en la hipótesis (SH 1.7). Se considera correcta y contraria a nuestra hipótesis el tratamiento relevante de tales relaciones.

2.-Aspectos lógicos

Ubicación en el marco de la Física

2.1 ¿Se resalta su papel central y su radical innovación acerca de la noción del espacio y el tiempo?

Precisamente es en este campo donde se efectúan las innovaciones más profundas. Hay que detectar si efectivamente se clarifican las innovaciones que supone la teoría y si se conectan con el ya indicado de la estructura de las leyes físicas. Si se sitúa la teoría como una teoría fundamental, prerequisite para cualquier otra teoría física, todas las leyes físicas habrán de ser invariantes frente a una transformación entre sistemas de referencia inerciales, es decir, satisfacer las transformaciones de Lorentz.

La hipótesis propuesta (SH 1.3) supone que no se resaltarán adecuadamente su estatus, ni su sentido profundo en el conjunto de la Física.

2.2 ¿Se resaltan sus repercusiones en todas las áreas de la física, por ejemplo sobre nociones como acción a distancia, física de partículas, etc.?

Los estudiantes de 2º de bachillerato, han estudiado previamente los fundamentos de la teoría de campos, electromagnetismo, etc. y avanzarán en otras áreas: física nuclear, de partículas, etc. De ahí que el estudio de la relatividad no pueda permanecer aislado, sin vinculación con el resto de la física estudiada. Parece necesario aportar imbricaciones de la teoría con lo estudiado, y lanzar igualmente conectores hacia nuevas áreas. De hecho, el propio Einstein en su artículo de 1905 comienza precisamente señalando un

caso de asimetrías profundas en la explicación maxweliana de un fenómeno: el acercamiento entre un imán a una espira, en que sólo está en juego un movimiento relativo, finalmente le lleva a concluir que no existe distinción absoluta entre campo eléctrico y magnético. El análisis de este caso particular excede el nivel de 2º de bachillerato por la fluidez que precisa en el manejo del electromagnetismo. Sin embargo, si cabe hacer referencia a muchos otros campos, que se han manejado con los alumnos en el estudio de la gravitación, p. ej. las dificultades de la acción a distancia. La relatividad en la simultaneidad que se ha introducido, vuelve a cuestionar de nuevo ese concepto.

Sin centrarnos en estos casos particulares cabe estudiar si se proporcionan tales vinculaciones explícitas, o no. Y por tanto se apoyará la hipótesis (SH 1.3)

Principios, postulados e ideas a cerca de la propagación de la luz

2.3 ¿Se resalta la relación entre el Principio de Relatividad y la Relatividad Galileana?

Esta relación profunda y su carácter unificador, nada obvio en los finales del siglo XIX, es un punto clave de la teoría especial y constituyó una heurística poderosa para la creación de la Teoría General, donde se reafirma.

La exploración sistemática del postulado, y sus consecuencias, debe ocupar un papel relevante en cualquier manual introductorio, no cabe limitarse a su mera enunciación. También es importante recoger si efectivamente se da cuenta del carácter absoluto que implica para las propias leyes físicas.

En nuestra hipótesis operativa (SH 1.2) se supone que esa clarificación no se produce más allá de una mera declaración. En ese caso se refuerza la hipótesis.

2.4 ¿Se menciona que igualdad de velocidad no implica igualdad en el resto de características de la luz?

Parecería innecesario resaltar este punto, pero parece conveniente la precisión en un contexto elemental, en el cual se utiliza profusamente el postulado de la constancia de la velocidad de la luz, en contradicción flagrante con la aditividad galileana de velocidades. Cabe resaltar el hecho de que tal constancia se limita exclusivamente a la velocidad, y no a características tales como la frecuencia de la luz, tal y como la perciben diversos observadores inerciales. Observemos además, que tal modificación de frecuencias, no posee la misma simetría que la contracción de Lorentz para la longitud, puesto que esta es indiferente a que se aleje o acerque al observador, mientras que las modificaciones en frecuencia hacia el violeta o al rojo si incluyen el sentido del movimiento. Los estudiantes si reciben informaciones variadas sobre este aspecto, por ejemplo relacionadas con la cosmología, el tamaño del universo...

En nuestra hipótesis operativa (SH 1.6) indicamos que se dará una falta de atención a las preconcepciones de los alumnos y por extensión a sus líneas habituales de pensamiento. Por lo que esta omisión favorece a la hipótesis.

2.5 ¿Se muestran limitaciones al uso de los sistemas inerciales y se avanza su extensión otros sistemas?

La teoría especial es aplicable a sistemas inerciales, no es adecuada para manejar Sistemas de Referencia No Inerciales. Esto es una limitación clara, tampoco resuelve el problema de la estructura del espacio-tiempo en presencia de materia, la existencia de interacciones entre partículas que involucren energías potenciales, etc.

Entre las limitaciones erróneas que a menudo se le atribuyen es la imposibilidad de estudiar movimientos acelerados, incorrección ésta que conviene controlar.

Según la hipótesis (SH 1.2) no se clarificarán estos conceptos, por lo que si no se establecen tales reservas se considerará favorable a nuestra hipótesis.

3.-Aspectos clave, consecuencias

3.1 ¿Se insiste en el papel de la medición, observadores etc., en línea con el operativismo?

La teoría trata con la realidad objetiva, y hay que ser cuidadoso con el peligro que emana de la utilización abusiva de términos tales como observadores y medición. Como en todas las ramas de la física, el antropocentrismo, o la necesidad de detección por un observador es una visión inadecuada del concepto de realidad física. Aunque siga muy presente en la literatura y en las convenciones didácticas hoy lo percibimos como un residuo operacionista, al que no cabe referirse en esta etapa de teoría consolidada. De todos modos en atención factores pedagógicos e históricos cabe permitir cierta licencia.

La hipótesis (SH 1.2) enuncia que no se clarificarán estos conceptos por lo que en ese caso se reafirmará la hipótesis.

3.2 ¿Se da a entender su aplicación en exclusiva a altas velocidades?

Si esto fuese así limitaríamos el concepto de utilidad a la precisión de los cálculos mientras que la teoría supone un marco conceptual nuevo. Por otra parte se dan efectos relativistas a todas las velocidades y ámbitos, por ejemplo, el efecto Mosbauer. Los efectos asociados a la energía nuclear no involucran, ni mucho menos, esos rangos de velocidad.

Si se da a entender esta limitación a sólo bajas velocidades, se apoya la hipótesis (SH 1.3).

Ideas acerca del espacio, longitud.

3.3 ¿Se clarifican las posibles ideas alternativas de los alumnos en línea con ideas mantenidas en otros tiempos, por ejemplo, la contracción de Lorentz? ¿Se clarifica la visión microscópica de la contracción?

Una de estas ideas es el concepto de realidad, por ejemplo de trayectorias, longitudes o tiempos. Levich (1974) lo describe muy bien: *“Los conceptos muy extendidos de contracción aparente y variación aparente de la marcha de los relojes son poco afortunados [...] son hechos reales y objetivos, en modo alguno vinculados a ilusiones del observador [...] La dificultad en comprender estas afirmaciones está vinculada exclusivamente a nuestra costumbre de considerar las nociones de longitud e intervalo de tiempo como conceptos absolutos. Los conceptos de longitud e intervalo de tiempo son tan relativos como los de movimiento y reposo”*.

Otra de las ideas que se debe rastrear es la “realidad de la contracción”. Esta idea necesita clarificación: el alumno tiende a centrar su atención en la percepción de los procesos físicos asociados a la contracción. Si en los textos la contracción se asocia siempre a objetos es lógico pensar que el estudiante focalice su atención en los objetos más que en el propio espacio. La idea inicial introducida por Lorentz sigue esta línea, tal y como se refleja en su exposición de 1895 titulada *“El experimento de Michelson”* recogida por Williams (1968): *“Habría que imaginar que el movimiento de un cuerpo sólido a través del éter en reposo ejerce sobre las dimensiones de dicho cuerpo una influencia que varía con la orientación del mismo respecto a la dirección del movimiento”* y más adelante: *“Es muy probable que la traslación afecte a la acción entre dos moléculas o átomos”*.

Si no se incide en estas cuestiones no se estará atendiendo a las ideas previas detectadas en la investigación didáctica, y por tanto se reafirmaría la hipótesis (SH 1.2).

3.4 ¿Se muestra la simetría entre las magnitudes en dos sistemas inerciales distintos?

Todos los sistemas de referencia inerciales son equivalentes y no se puede establecer ningún tipo de preferencia. Contribuir a desarrollar y afianzar esa idea en el estudiante pasaría por analizar, en alguna ocasión, un mismo evento en al menos dos sistemas de referencia distintos.

No parece necesario manejar transformaciones de Lorentz inversas, ni demostrar que la composición de transformaciones de Lorentz también lo es, elemento importantísimo en la estructura de la teoría, pero sí al menos, por hacer referencia explícita a la simetría de las situaciones entre distintos sistemas de referencia, ejemplificándolo.

Los alumnos tienden a privilegiar su sistema propio, por lo que sin un tratamiento sistemático no se atendería didácticamente sus ideas previas (SH 1.2).

3.5 ¿Se evita la confusión entre ver y medir que son conceptos diferentes?

La diferencia entre los procesos de medición y los de visión no fue puesta de manifiesto hasta finales de los 50 de la mano de Terrell, Penrose y otros. Medir un objeto consiste en esencia, en registrar la posición de sus partes en un determinado instante, es decir simultáneamente en ese sistema de referencia. Por el contrario, ver consiste en registrar los fotones que llegan simultáneamente a un punto, observador o dispositivo. Si provienen de puntos no equidistantes fueron emitidos en instantes diferentes, lo que provoca una deformación de la imagen, giros parciales, etc. Un estudio detallado de la visión de una esfera, mediante un programa informático, ha sido llevado a cabo por Rubio, Guerra y Jiménez (1994).

Desde la perspectiva de los libros de texto, es preciso ser muy cuidadoso para no inducir a los alumnos al error corriente de identificar visión con medición. Si por simplicidad se elude la diferenciación al menos no cabe incurrir en el error por descuido en el lenguaje en el propio texto, lo que se propone no es profundizar demasiado en esta idea sino evitar caer en el error el propio texto.

De nuevo un tratamiento descuidado o confuso incidirá en la propagación de errores y en falta de atención al conocimiento previo del estudiante, (SH 1.6).

3.6 ¿Se insiste en la asimetría de las distintas direcciones?

La contracción de Lorentz se efectúa en la dirección del movimiento, dicha contracción aparece de la misma forma tanto cuando el cuerpo se acerca como cuando se aleja, no existe el equivalente a un efecto Doppler para la longitud, que diferencia las frecuencias según sea el movimiento de alejamiento o de acercamiento. Por otra parte, la contracción no se da en las direcciones transversales al movimiento. Las direcciones que forman un ángulo con la dirección, manifiestan el comportamiento que se deduce de la descomposición en la dirección tangente y normal.

Poner de manifiesto la asimetría de la contracción precisa que se maneje al menos, un ejemplo de estudio de longitud en dirección transversal, que contraste con lo que sucede en dirección longitudinal. No se clarifica el concepto si se manejan exclusivamente movimientos de alejamiento del observador.

En nuestra hipótesis se otorgará más preeminencia a aspectos matemáticos o formales que a una auténtica comprensión de los fenómenos (SH 1.3). Si no se atiende con cuidado al estudio de la simetría se estará apoyando esta hipótesis.

Ideas acerca del tiempo.

3.7 ¿Se precisa el concepto de tiempo propio?

Dista de ser sencilla la ruptura de la concepción clásica de tiempo universal, común para todos los sistemas de referencia, y su sustitución por un concepto de tiempo local asociado íntimamente al espacio en su propio sistema de referencia. Que esto es así puede ejemplificarse por las dificultades del propio Lorentz que introdujo este concepto de manera formal pero no le atribuyó realidad física.

Desde la perspectiva de un manual escolar, la clarificación de las nuevas concepciones del espacio y el tiempo es un objetivo prioritario, es preciso para ello definir y clarificar el concepto de tiempo propio y manejar situaciones donde se rompa la visión universal del tiempo que es la tendencia natural del estudiante.

Si no se actúa sobre este punto se estaría de nuevo favoreciendo la hipótesis operativa (SH 1.2) que recoge precisamente la falta de clarificación de los conceptos básicos.

3.8 ¿Se insiste en la simetría entre las mediciones en Sistemas de Referencia Inerciales distintos?

En línea con la cuestión anterior cabe exigir a este nivel el estudio de algún fenómeno desde al menos dos sistemas de referencia, colocándolos en el mismo plano de realidad. O, mejor aún, dos fenómenos análogos en dos sistemas de referencia y su percepción mutua.

Si el texto se limita, por simplicidad o economía, a mediciones desde un único sistema de referencia, no contribuirá a establecer la igualdad de estatus entre los distintos sistemas de referencia y afianzar el principio de relatividad.

De nuevo si no se insiste en la idea se refuerza la hipótesis (SH 1.2).

Composición de velocidades.

3.9 ¿Se compone alguna velocidad con la de la luz para reafirmar los problemas de aditividad?

La sustitución del principio de relatividad galileano por el de la teoría especial, encuentra dificultades conceptuales especiales en la ley de

composición de velocidades. La aceptación formal como tal del segundo postulado, la constancia de la velocidad de la luz, no implica la interiorización completa, tal y como se ha indicado en la fundamentación de las hipótesis y muestran los trabajos de Hewson (1982) o Villani y Pacca (1987).

El aspecto paradójico de este punto precisaría al menos componer alguna velocidad con la propia luz, resaltando y propiciando la asunción de los resultados contraituitivos. Esto no requiere el manejo de las transformaciones de Lorentz si se limita al plano cualitativo mediante algún ejercicio, ejemplo o estudio de casos.

En caso contrario no se trataría adecuadamente un ámbito de las preconcepciones de los alumnos favoreciendo la hipótesis (SH 1.2).

Acerca de la energía y la masa.

3.10 ¿Se introduce el concepto de masa relativista?

Una discusión de las opciones científicas acerca de la masa que se suscriben en este trabajo ya se ha realizado anteriormente en el primer capítulo. Se remite a ese apartado para una discusión detallada. Este ítem pretende simplemente registrar las opciones asumidas por los autores del manual.

Desde el punto de vista de la hipótesis operativa (SH 1.4), se sostiene que se usará ampliamente de la masa relativista en detrimento de una concepción de masa invariante.

3.11 ¿En este caso, la introducción es consistente y se exponen sus limitaciones y eventuales inconvenientes?

La introducción del concepto de masa relativista arrastra un conjunto de opciones anejas, tales como la asignación de masa al fotón. Cabe por otra parte quedarse a medio camino introduciendo el concepto de masa relativista pero asumiéndola de un modo convencional, no atribuyendo a dicha masa un carácter físico real sino simplemente formal. Es importante también el analizar si la introducción de tal masa da lugar o no a su utilización en sustitución de m en expresiones clásicas tales como la ecuación $F = m \cdot a$, expresión que sería únicamente válida en sustitución de la llamada masa transversal y no en la dirección del movimiento.

En suma la respuesta a este ítem es positiva si la opción de masa escogida en el texto se usa de forma coherente.

La hipótesis operativa a poner a prueba (SH 1.4) es la que sostiene la opción de masa propuesta por los autores no se desarrollará con un tratamiento sistemático coherente. Y aparecerán incongruencias y tratamientos

adicionales erróneos. En este caso se señalaran los mismos y se considerará favorable a nuestra hipótesis.

3.12 ¿Se establece de forma correcta la equivalencia masa-energía?

La opción acerca de la masa establecida en el texto analizado, arrastra un enfoque asociado y unos criterios de corrección en consonancia con la opción elegida; cabe controlar si está basada, o no, en la previa introducción del concepto de masa relativista y revisar cómo se maneja el problema de las reacciones nucleares, sistemas de partículas de obligado manejo, y problemas afines tales como la formación de pares... En todo caso, tanto se use, o no, la m_r se considerarán erróneas todas aquellas interpretaciones que supongan:

- a) El uso de la masa como “cantidad de materia”.
- b) La consideración de conversión masa en energía sin las matizaciones adecuadas.

La idea de que la desaparición de masa da lugar a energía en gran cantidad, debe precisarse. Pues, en efecto, puede variar la Σm_i de las partículas del sistema, y dar lugar a una variación de E_c . En concreto para un sistema pudiera darse $\Delta m = E/c^2$, pero debemos atender al hecho de que no se está valorando entonces la masa del sistema en un sistema de referencia determinado, sino que se está considerando tan sólo una parte (la del resto). La evaluación completa del sistema inicial y final llevaría de forma directa a realizar el balance incluyendo la relación íntima entre E y P, así como la noción de masa invariante que expresa la ley de conservación energía-impulso.

Para una única partícula en un sistema de referencia cualquiera:

$$E^2 - (\mathbf{p}^2 c^2)^2 = (m c^2)^2, \text{ con } E = \gamma m c^2$$

El primer término es el invariante del cuadrivector, el segundo es un escalar invariante. Si se extiende esta relación a un sistema aprovechando la linealidad en la energía y en la de la cantidad de movimiento (lo que permite su suma), para la determinación de la del sistema se tiene:

$$E = \Sigma E_i = (\Sigma \gamma_i m_i c^2); \quad \mathbf{p} = \Sigma \gamma_i m_i \mathbf{v}_i$$

$$(\Sigma \gamma_i m_i c^2)^2 - (\mathbf{P}^2 c^2)^2 = M c^2 \quad \text{ó sea : } E^2 - (\mathbf{P}^2 c^2)^2 = M c^2$$

Por ejemplo si $\mathbf{P} = 0$, como en el caso de un gas en reposo, M (que coincide con el invariante del sistema) es diferente a Σm_i .

En el caso de un átomo puede definirse en el sistema CDM y usarse como masa invariante $M = \Sigma m_i + (\Sigma E_{bi} + \Sigma E_{ci})/c^2$, con m_i se indica la masa de las partículas constituyentes, E_{bi} la energía de enlace y E_{ci} la energía cinética interna.

Esta masa es la que se ha de incorporar en los balances para comprender tanto los procesos de desintegración nuclear como defecto de masa, formación de pares...

Tanto en el caso de adoptar la opción de masa invariante como en el de optar por masa dependiente de la velocidad, es preciso indicar que los balances de masa en el sentido literal planteado en las formulaciones de reacción en la forma $A+B \rightarrow C+D$, es decir $\sum m_{i, inicial}$ y $\sum m_{j, final}$ no responde al seguimiento de un sistema aislado, sino a la mera identificación de las partículas actuantes, y no cabe invocar el cumplimiento, o no, de la conservación de la masa. En términos estrictamente físicos de definición de la masa del sistema $M \neq \sum m_i$, tanto en la acepción de masa invariable como de masas relativista. Si el sistema no está aislado, cualquier variación de energía se acompaña de la correspondiente variación de masa.

Para el nivel que manejamos en el bachillerato no es preciso realizar estas precisiones de modo muy riguroso, no obstante no cabe admitir interpretaciones inadecuadas en la línea de conversiones masa energía, etc. Igualmente se evaluará en el ítem la presencia, o no del concepto de masa relativista. Nuestra hipótesis operativa (SH 1.4) se verá apoyada en estos casos.

Otros aspectos y profundizaciones.

3.13 ¿Se usan correctamente las expresiones relativistas en todos los casos?

El criterio de corrección en las expresiones y ejemplos es importante, con él no se hace referencia a eventuales opciones de interpretación o metafísicas. Por el contrario son simple incorrecciones que se deslizan en el texto. De un modo ideal todo texto debería exento de tales errores.

Con este ítem se pretende dejar constancia de la existencia, o no, de eventuales errores (SH 1.6). De su estudio se iluminan al diferenciarlos los simples errores materiales de lo que son puntos de especial dificultad.

3.14 ¿Se reafirma explícitamente la validez del principio de conservación de P en un Sistema Inercial, así como la de otras leyes de la física?

El principio de la conservación de la cantidad de movimiento, al igual que la energía en un sistema aislado (y sin interacción entre sus partículas) se introduce expresamente como tales principios básicos. Este aspecto es destacado expresamente de un modo claro por French (1991), quien en referencia a los mismos escribe “No estamos ‘descubriendo’ estos importantes

principio de conservación de la mecánica; estamos ‘afirmándolos’ en realidad”. A un nivel más profundo cabe buscar la raíz de estos principios en la propia estructura del espacio-tiempo. La isotropía y homogeneidad del espacio y la homogeneidad en el tiempo, conducen de forma directa con ellos. Cabe prescindir de poner de relieve otros principios básicos de conservación tales como el momento angular o la carga.

Cabe estudiar el modo en que se introducen, si se mencionan o no, el estatus de la introducción, si se introducen en un sistema, etc.

Nuestra hipótesis operativa indica que no se clarificarán adecuadamente estas ideas y se dará una amplia dispersión en los tratamientos, (SH 1.5).

3.15 ¿Se apuntan aspectos clave de la Teoría General de la Relatividad?

El aspecto considerado es la explicación de los aspectos más asequibles de la Teoría General tales como el principio de equivalencia y algunos temas ilustrativos acerca de la luz tales como la desviación gravitatoria, el concepto de agujero negro o el corrimiento gravitacional al rojo...

El ítem se dirige a controlar la presencia de estas extensiones para evaluar su presencia en los textos y su generalidad, conforme a la hipótesis operativa (SH 1.5).

3.16 ¿El texto incluye profundizaciones de mayor nivel?

Entre las profundizaciones que suponen un nivel superior, de difícil comprensión por los estudiantes, y que pudieran ser corrientes en un primer nivel universitario, se pueden citar:

- a) *Los diagramas de Minkowski* que fueron utilizados por él por vez primera en su famosa conferencia de 1908 sobre “espacio y tiempo”. Su uso, incluso en su versión simplificada, excede lo exigible a este nivel.
- b) El manejo de *nociones de tetradimensionalidad*. Minkowski introdujo el espacio tetradimensional (desarrollando las ideas de Poincaré) incluyendo el tiempo como una cuarta dimensión, en este esquema interpretó las distintas transformaciones entre sistemas de referencia inerciales como rotaciones en dicho espacio. El espacio ordinario tridimensional resulta ser una proyección del espacio tetradimensional. En los niveles iniciales, la mención de estos conceptos supone una complicación importante, de muy difícil comprensión, por lo que su presencia en el bachillerato puede inducir más a confusión que otra cosa.

- c) *El uso del concepto de intervalo y el manejo de números imaginarios en su determinación.* La introducción de estas nociones excede con mucho el nivel razonable en bachillerato. La introducción de la formulación tetradimensional y el concepto de intervalo se puede rastrear hasta un estudio de 1906 debido a Henri Poincaré. La utilización de tales números se corresponde a una opción formal para mantener la estructura ortogonal euclídea en la definición de intervalos, distancias en el espacio tetradimensional introducido por Minkowski. Este concepto de intervalo es, a nuestro juicio desaconsejable en el nivel que se trabaja en los textos de bachillerato e incluso didácticamente muy complicado de tratar con estudiantes de bachillerato, El estudio de los números complejos se ha realizado en matemáticas, pero no los ha aplicado en ningún campo de la física, y mantienen para los alumnos una (inadecuada) aura de irrealidad. Su utilización incrementa el aspecto extraño del tema, sin aportar nada sustancial.

La hipótesis operativa (SH 1.5) considera precisamente la presencia de estas profundizaciones. La contestación positiva refuerza la dispersión.

3.2.4 *Relación entre las subhipótesis operativas y los ítems del cuestionario de libros.*

	Subhipótesis operativas	Ítems	
		1 ^r nivel	2 ^o nivel
SH 1.1	No profundizarán en la epistemología y en las dificultades que originaron el surgimiento de la Teoría de la Relatividad y darán una imagen lineal, acumulativa, distorsionada del desarrollo de la ciencia.	1.1	1.1; 1.2; 1.3
		1.3	1.4; 1.5; 1.6
		1.4	1.7
SH 1.2	No clarificarán suficientemente los conceptos de espacio, tiempo,... ni su evolución desde las concepciones clásicas.	1.2	2.3; 2.5; 3.1
		2.1,	3.3; 3.4
		2.2, 2.3	3.7; 3.8;3.9
SH 1.3	No resaltarán adecuadamente el estatus de la teoría en el marco de la física y darán más importancia a ciertas expresiones matemáticas (p.ej., las transformaciones de Lorentz) que a la comprensión de cambios de perspectivas y fenómenos.		2.1; 2.2
			3.2; 3.6

SH 1.4	No mostrarán una visión actualizada de la masa en la relatividad y la relación masa-energía no recibirá un tratamiento exento de errores.	3.10; 3.11; 3.12
SH 1.5	Los libros mostrarán una dispersión importante en los contenidos seleccionados y la profundidad de los tratamientos.	3.14; 3.15; 3.16
SH 1.6	Los libros contendrán un número significativo de errores conceptuales no depurados.	2.4 3.5; 3.13
SH 1.7	No tendrán en cuenta las relaciones de la Relatividad con la tecnología y la sociedad.	1.8

3.3 DISEÑO PARA PONER A PRUEBA LA SUBHIPÓTESIS SEGUNDA

3.3.1 Cuestionario destinado a profesores.

1.-Aspectos epistemológicos e históricos.

1.1 ¿Qué aspectos señalarías como más significativos, en el desarrollo histórico de la relatividad especial, y que a tu juicio deberían presentarse a los estudiantes?

2.-Cuestionario sobre introducción de conceptos

2.1 Indica que aspectos de relatividad convendría introducir y en que orden. Justifícalo brevemente. Indica, en cada caso, si se propone una introducción cualitativa o cuantitativa.

2.2 Señala aplicaciones tanto teóricas como prácticas de la relatividad.

2.3 La ecuación $E=mc^2$ es una de las más conocidas y divulgadas. ¿Cómo la explicarías a los alumnos para intentar que capten su significado?

2.4 Valora de 0 a 10 tu grado de acuerdo con las siguientes frases (0 totalmente en desacuerdo, 10 acuerdo total).

- Se puede prescindir de su conocimiento, en la enseñanza secundaria.
- La teoría necesita un alto nivel para comprenderla los rasgos principales.
- Está poco conectada con el resto de la física estudiada en el bachillerato.
- Las fórmulas son complicadas y no ayudan a comprender lo esencial.

El tiempo que destinarías a este tema en 2º bachillerato sería de:

3.3.2 *Estudio de los ítems del cuestionario destinado a profesores. Criterios de valoración de los ítems.*

1.-Aspectos epistemológicos e históricos.

1.1 ¿Qué aspectos señalarías como más significativos, en el desarrollo histórico de la relatividad especial, y que a tu juicio deberían presentarse a los estudiantes?

El surgimiento de la teoría de la relatividad es un caso paradigmático de la evolución y cambio en las teorías científicas; conceptos tales como paradigma, situaciones problemáticas, programas de investigación, falsación, etc., han de dar soporte a una reflexión sobre el desarrollo histórico de la Teoría de la Relatividad. La cuestión explora las concepciones epistemológicas de los profesores, y especialmente su inclusión o no, entre los contenidos relevantes del tema y en el proceso de aprendizaje de los alumnos.

Nuestra hipótesis de partida (SH 2.1;SH 2.3) es la de que el profesorado no mantendrá una visión clara del proceso de elaboración de la teoría ni propondrá un uso significativo del mismo en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Se consideran como correctas y contrarias a nuestra hipótesis: la referencia a la situación problemática, con mención de alguna reserva de la noción de éter, dificultades del concepto de movimiento absoluto, indicaciones sobre dificultades en la visión electromagnética de la naturaleza, la teoría del electrón. Así mismo las indicaciones acerca del proceso de elaboración de la teoría especial, la heurística de Einstein, menciones a las aportaciones Poincaré, Lorentz, Minkowski. También las respuestas que incluyan reflexiones sobre la acogida por la comunidad científica de la Teoría Especial de la Relatividad y su incorporación al cuerpo de conocimientos, etc.

2.-Cuestionario sobre introducción de conceptos.

2.1 Indica que aspectos de relatividad convendría introducir y en que orden. Justifícalo brevemente. Indica, en cada caso, si se propone una introducción cualitativa o cuantitativa

Esta cuestión, presentada de forma abierta, intenta precisar qué ubicación en el marco de la Física se asigna a la teoría. En especial si se efectúa, o no, una valoración como teoría fundamental acerca de la estructura de las leyes físicas y la configuración del espacio-tiempo.

Es importante valorar si se diferencia entre postulados, con una relevancia manifiesta del primero, o por el contrario si se priman las deducciones más habituales que se derivan de los postulados.

De nuestras hipótesis operativas (SH 2.2; SH 2.3) se deduce que se consideran correctas y contrarias a las mismas: la mención expresa del principio de relatividad y la invarianza de las leyes físicas. No se considerarían como correctas la simple mención a las transformaciones de Lorentz o indicaciones sobre duraciones y contracciones, masa dependiente de la velocidad...

2.2 Señala aplicaciones tanto teóricas como prácticas de la relatividad

Esta cuestión abierta, complementa la cuestión anterior e indaga acerca de las facetas teóricas y prácticas derivadas de los postulados y que pudieran parecer relevantes al profesor: dilataciones, contracciones, aplicaciones en física nuclear y de partículas, magnetismo y relatividad, spin...

En nuestra hipótesis (SH 2.2; SH 2.4) el profesor otorgará más importancia al aparato matemático de la transformación de Lorentz que a una comprensión de los fenómenos y a las ideas de los alumnos. Les será difícil citar aplicaciones prácticas y teóricas de la Teoría de la Relatividad.

2.3 La ecuación $E=mc^2$ es una de las más conocidas y divulgadas. Cómo la explicarías a los alumnos para intentar que capten su significado

Este ítem abierto indaga acerca de:

- Si se dan propuestas de conversión masa energía, en la línea del análisis ya realizado en el ítem análogo de textos.
- Si plantea la ecuación como una relación masa-energía en la línea de la m_r .
- Si usa de c^2 de forma análoga al papel de la densidad en la relación entre la masa y el volumen o si, por el contrario, le dan un sustrato físico de equivalencia.

Nuestra hipótesis operativa (SH 2.4) es que los profesores realizan propuestas incorrectas de conversión y usan con frecuencia la masa relativista m_r .

2.4 Valora de 0 a 10 tu grado de acuerdo con las siguientes frases (0 totalmente en desacuerdo, 10 acuerdo total).

- Se puede prescindir de su conocimiento, en la enseñanza secundaria.
- La teoría necesita un alto nivel para comprenderla los rasgos principales
- Está poco conectada con el resto de la física estudiada en el bachillerato
- Las fórmulas son complicadas y no ayudan a comprender lo esencial

El tiempo que destinarías a este tema en 2º bachillerato sería de: __

El ítem pretende revisar las expectativas del profesor frente a la enseñanza del tema. Nuestras hipótesis operativas es que los profesores le dedican poco tiempo, sus expectativas respecto a su comprensión por los estudiantes son escasas y no valoran demasiado su papel en el curriculum del bachillerato (SH 2.5).

Son favorables a esta interpretación las altas puntuaciones en respuestas a las cuestiones y el tiempo inferior a 10 clases.

3.3.3 *Relación entre las subhipótesis operativas y los ítems del cuestionario de profesores.*

Subhipótesis operativas	Ítems
SH 2.1 Los profesores mantendrán ideas epistemológicas simples y distorsionadas sobre el surgimiento de la Teoría de la Relatividad	1.1
SH 2.2 No tendrán en cuenta las ideas previas de los alumnos.	2.1;2.2
SH 2.3 No resaltarán adecuadamente el estatus de la teoría en el marco de la Física	1.1;2.1
SH 2.4 No mostrarán una visión actualizada de la masa en la Teoría de la Relatividad y la relación masa-energía no recibirá un tratamiento exento de errores	2.2;2.3
SH 2.5 Los profesores no valorarán el estudio de la Teoría de la Relatividad en la secundaria y le atribuirán una alta dificultad, además le dedicarán poco tiempo.	2.4

3.4 DISEÑO PARA PONER A PRUEBA LA SUBHIPÓTESIS TERCERA

Algunas preconcepciones pueden evidenciarse con un cuestionario inicial sencillo. En términos generales es de esperar que los modelos y apreciaciones de los alumnos hayan evolucionado desde una explicación de los fenómenos limitada por la percepción y basada en el sentido común hacia una visión más abstracta y próxima al modelo newtoniano.

La clave desde la perspectiva de la transición hacia la cosmovisión relativista es si se han tenido en cuenta, o no, en la enseñanza-aprendizaje que va posibilitando esta evolución conceptual, el desarrollo de conectores que faciliten el cambio.

3.4.1 Cuestionarios destinado a alumnos de primer nivel.

CUESTIONARIO PARA ALUMNOS DE 4º DE ESO.

1	Expón las ideas que tengas sobre el espacio. ¿Qué es el espacio?
2	Expón las ideas que tengas sobre el tiempo.
3	¿Qué son los sistemas de referencia? ¿Para qué sirven?
4	¿Existen sistemas de referencia que estén totalmente quietos, en reposo absoluto? ¿Cuáles?
5	Un aviator lanza un paquete. ¿Hay alguna diferencia entre la trayectoria que sigue vista desde el suelo y desde el avión? ¿Cuál? ¿Alguna es más válida que otra?

COMPLEMENTO PARA ALUMNOS DE 1º DE BACHILLERATO

6	En una nave espacial en movimiento un astronauta lanza un objeto hacia delante con velocidad (V_o) respecto a él. Nosotros desde fuera estudiamos velocidades. La nave se mueve respecto a nosotros con velocidad (V_n).	
	a) La velocidad con que se mueve el objeto respecto a nosotros es igual a:	
	b) Y si se lanzara en dirección perpendicular al movimiento de la nave, la velocidad respecto a nosotros sería:	
	c) Y si es un de luz emitido hacia adelante, en el vacío con V_{LUZ} (c) sería con respecto a nosotros igual a:	
7	Indica si la mecánica que surgió tras los trabajos de Galileo, Newton, etc. tiene límites en su validez, o es exacta en toda circunstancia	

3.4.2 Comentarios de los cuestionarios de alumnos primer nivel. Criterios de valoración de los ítems.

4º ESO Y 1º DE BACHILLERATO

1	Expón las ideas que tengas sobre el espacio. ¿Qué es el espacio?
---	--

El espacio que se considera en la mecánica clásica es un espacio real, euclídeo, tridimensional. Se asemeja a un contenedor, escenario de los fenómenos, pasivo, que no interacciona con ellos. Esta concepción del espacio si bien es la más corrientemente aceptada, como en consonancia con la perspectiva newtoniana, dista de ser la única propuesta, y en la historia de la física se ha dado un rico debate sobre diversos modelos.

El espacio desde esta perspectiva newtoniana posee unos atributos, propiedades, que siguiendo la recopilación de Doménech (1985b), son:

. **El espacio es completo:** carece de límites, o puntos singulares independientemente de cualquier materia que contenga.

. **El espacio es homogéneo:** todos los puntos son equivalentes, y en ellos las leyes físicas son iguales, ningún experimento mecánico distinguirá un punto de otro.

. **El espacio es continuo:** entre dos puntos cabe siempre situar un tercero, es decir posee las propiedades matemáticas del continuo.

. **El espacio es isótropo:** no hay direcciones privilegiadas en el espacio.

. **La distancia es un invariante:** la separación entre sucesos independientes simultáneos no cambia en el espacio y el tiempo.

. **El espacio es euclídeo:** el espacio satisface las propiedades de la geometría euclídea

. **El espacio es pasivo:** no se ve afectado por la materia, ni esta por aquel, sea cual sea su estado, posición o movimiento.

. **El espacio es independiente del tiempo.**

Se espera que el alumno manifieste una imagen muy clásica (incluso euclidiana) del espacio como un recipiente inmutable tridimensional donde tienen lugar los fenómenos físicos. No dirán nada sobre sus propiedades de homogeneidad e isotropía. Estas apreciaciones son las que consideraremos favorables a nuestra hipótesis, (SH 3.1).

2	Expón las ideas que tengas sobre el tiempo.
---	---

El tiempo psicológico está asociado a la conciencia del cambio, a la sucesión de los eventos y su duración. Una concepción social del tiempo está ligada a fenómenos naturales periódicos o al funcionamiento de mecanismos artificiales periódicos o convencionales.

Esta definición es insuficiente desde la lógica, en tanto que cualquier reloj, está basado en esencia en un movimiento de referencia y no cabe definir el tiempo como un concepto primario usando un concepto secundario como el de movimiento. Sirva como ejemplo la utilización de la primera ley de Newton, por ejemplo en Leemann (1998) para construir relojes, para explorar el concepto de tiempo y su relación con el espacio. La idea es que el concepto de tiempo va asociado al de cambio y que el movimiento de un punto libre, sometido a la ley de la inercia, asocia unívocamente los intervalos de tiempo y el espacio.

Un tercer plano de abstracción lo constituirán las nociones axiomáticas del tiempo absoluto newtoniano. El evidenciado en la *“Philosophiae Naturalis Principia Mathematica”* de Newton con su *“tiempo absoluto, verdadero y matemático que discurre homogénea e igualmente por su propia naturaleza con independencia de los agentes externos”*.

Una concepción más coherente desde el punto de vista lógico que excluya los inconvenientes de la definición anterior (por ejemplo homogénea e igualmente...), sería la que ligase el tiempo a un parámetro real.

El problema se abriría ahora a la elección de un tiempo en un origen de Sistema de Referencia y los problemas conocidos de los diferentes de los observadores los conceptos de simultaneidad y sincronización.

Desde el punto de vista clásico, coherente lógicamente con la formulación matemática, el tiempo es un parámetro real, monótonamente creciente, al que de forma análoga al caso del espacio podemos caracterizar por sus propiedades clásicas. Siguiendo a los mismos autores ya citados en el estudio del espacio podemos concluir:

. **El tiempo es continuo:** para un tiempo siempre es posible encontrar o establecer otro lo cercano que queramos.

. **El tiempo es homogéneo:** cualquier tiempo es equivalente a cualquier otro, cualesquiera de las leyes de la física son idénticas en dos tiempos diferentes.

. **El tiempo es isótropo:** no hay un sentido privilegiado del tiempo en la microfísica, las leyes son matemáticamente reversibles en el tiempo. El aspecto concerniente a la irreversibilidad macroscópica de los procesos es, en principio, un problema asociado a la configuración inicial de los sistemas, y a las leyes de evolución probabilísticas a las que se llega por aplicación de las leyes de la física, de ello surge la noción de entropía y el segundo principio de la termodinámica.

. **El tiempo es universal:** para todos los Sistemas de Referencia Inerciales el tiempo transcurre de la misma manera, los intervalos temporales son iguales ($\Delta t = \Delta t'$) y una vez sincronizados ($t_0 = t_0'$) atribuyen a cualquier suceso el mismo tiempo ($t = t'$), aunque le atribuyan coordenadas espaciales diferentes. Como corolario, se puede afirmar que la simultaneidad es un concepto universal, lo que es simultáneo en un sistema lo es en cualquier otro.

. **El tiempo es pasivo:** el tiempo es independiente de la materia y no interactúa con ella. En cuanto a la relación que mantiene con el espacio la visión clásica es la de una independencia total con el espacio.

Es de esperar que de una forma más o menos clara se aproximen los alumnos parcialmente a esta concepción. Se considera como respuestas favorables a nuestra hipótesis (SH 3.1) aquellas que tracen una imagen del tiempo como duración que transcurre de modo uniforme para distintos observadores (puede que expresado con cierta confusión). Posiblemente relacionen el tiempo con lo que marca el reloj, o con movimientos periódicos, sin pensar que incurrir en un círculo vicioso (definir el t a partir del movimiento o viceversa).

3 ¿Qué son los sistemas de referencia? ¿Para qué sirven?

Es de esperar que los alumnos manejen la noción de sistema de referencia cartesiano, como 3 ejes que se cortan en el origen, olvidando que también hace falta un origen de tiempos, dado que se trata de sistemas de referencia espacio-temporales. Por tanto, servirán para definir la posición y el desplazamiento, olvidando que estos se definen en un instante determinado.

Son favorables a nuestras hipótesis (SH 3.2) estas menciones. Por el contrario sería indicativo de una comprensión más profunda, señal de un proceso de enseñanza-aprendizaje más significativo, la mención a diversos sistemas de referencia, a su validez, relaciones entre ellos...

4 ¿Existen sistemas de referencia que estén totalmente quietos, en reposo absoluto? ¿Cuáles?

Las dificultades que entraña una cuestión aparentemente simple como esta es considerable. Valga para ilustrarlas la siguiente cita de Hierrezuelo (1989).

“Aunque el alumno admite la existencia de varios sistemas de referencia, para él, generalmente sigue existiendo un movimiento verdadero. Esto le plantea dificultades en el cálculo de velocidades relativas, que en muchas ocasiones no son vistas como verdaderas velocidades. El adquirir la idea clara de la dependencia de un movimiento del sistema de referencia elegido es un proceso difícil [...] Será necesario pues plantearlo como un objetivo a conseguir a lo largo de varios años, incluyendo en todos los cursos actividades de complejidad creciente.”

La noción clásica es la que esperamos que maneje el estudiante, el tipo de respuestas conformes a nuestra hipótesis, son las que usen de un sistema de referencia absoluto pero que difícilmente podrá ubicar. Pueden considerar como tales las estrellas fijas, el propio espacio, etc.

- 5 Un aviador lanza un paquete. ¿Hay alguna diferencia entre la trayectoria que sigue vista desde el suelo y desde el avión? ¿Cuál? ¿Alguna es más valida que otra?

La cuestión insiste y profundiza en la cuestión anterior, solicitando un uso funcional de las ideas, e insistiendo de nuevo respecto de la dificultad de este tipo de cuestiones, podemos citar a Viennot (1976) en su clásico trabajo “*Le rasoinnement spontané en dynamique élémentaire*” en el cual pone de manifiesto las dificultades que encuentran los estudiantes, incluso de nivel universitario, de interpretar movimientos usando distintos sistemas de referencia.

Son favorables a nuestra hipótesis (SH 3.2) las apreciaciones a favor de un movimiento absoluto y una trayectoria privilegiada

ESTUDIO DE CUESTIONES ADICIONALES PARA ALUMNOS DE 1º DE BACHILLERATO.

- | | | |
|---|---|--|
| 6 | En una nave espacial en movimiento un astronauta lanza una objeto hacia delante con velocidad (V_o) respecto a él. Nosotros desde fuera estudiamos velocidades. La nave se mueve respecto a nosotros con velocidad (V_n). | |
| | a) La velocidad con que se mueve el objeto respecto a nosotros es igual a: | |
| | b) Y si se lanzara en dirección perpendicular al movimiento de la nave, la velocidad respecto a nosotros sería igual a: | |
| | c) Y si es un de luz emitido hacia adelante, en el vacío con V_{LUZ} (c) sería con respecto a nosotros igual a: | |

Es necesario para los estudiantes de este nivel el dominio del principio de relatividad galileano en su faceta más práctica, además de la reflexión de su base teórica. La cuestión explora la composición de velocidades y el manejo en situaciones asimétricas. Por otra parte se incide acerca del manejo de la velocidad de la luz, abriendo paso a la pregunta de si en el estudio de la óptica se estableció alguna salvedad acerca de la velocidad de la luz para distintos Sistemas de Referencia, problema importantísimo de relevancia lógica e histórica. Precisamente a los alumnos les cuesta trabajo imaginar la velocidad de la luz, tanto es así que la tendencia espontánea es atribuirla una velocidad instantánea (Hierrezuelo, 1993).

En suma, consideramos como favorable a nuestra hipótesis (SH 3.2) acerca la respuesta errónea a la cuestión c y b. Y la correcta al apartado a.

7	Indica si la mecánica que surgió tras los trabajos de Galileo, Newton, etc. tiene límites en su validez, o es exacta en toda circunstancia
---	--

La cuestión incide en los fundamentos epistemológicos y lógicos con que se presenta el conocimiento físico. ¿Se presenta de una forma dinámica y no dogmática la génesis de la física newtoniana? ¿Se plantean expresamente sus límites o dificultades? Estas preguntas son importantes en tanto contribuyen a formar el estatus lógico de la teoría y lanza un conector para la enseñanza de la relatividad.

Es favorable a nuestra hipótesis (SH 3.1) la afirmación plena de su exactitud, con independencia de circunstancias, y sin restricciones a la validez de la mecánica clásica.

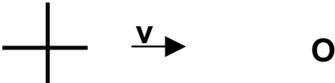
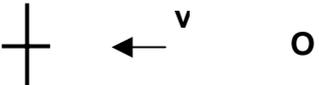
3.4.3 Cuestionario para alumnos de 2º bachiller

Este es el cuestionario principal en cuanto a la asimilación de los conceptos clave, conviene intentar recoger con detalle las distintas facetas que se han apuntado:

- Aspectos epistemológicos e históricos: papel de la experimentación en el cambio en la teoría, la resistencia al cambio, el impacto social de la teoría.
- Aspectos lógicos: ubicación en el marco de la física con especial atención al dominio de los principios y postulados, y sus repercusiones en otras áreas como el principio de relatividad, las ideas acerca de la propagación de la luz, la velocidad y la frecuencia.
- Aspectos claves, consecuencias: Ideas acerca del espacio, longitud, conexión con ideas mantenidas en otros tiempos, ideas acerca del tiempo, de la percepción de los fenómenos vs medida, el manejo de la composición de velocidades, variación de la medida de magnitudes con la velocidad, etc.
- Acerca de la energía y la masa: sobre la validez de las expresiones clásicas, aplicaciones en el ámbito de la física nuclear, aplicaciones en el ámbito de la física de partículas.
- Aspectos referidos a la enseñanza aprendizaje.

Ante la dificultad de un barrido sistemático de estos aspectos, se ha intentado utilizar aquellos que ofrecían un mayor poder de puesta a prueba de la hipótesis y que al mismo tiempo sean suficientemente significativos. Se ha combinado ítems abiertos, que permitieran registrar la evolución conceptual tras el proceso de enseñanza, con otros más directos que precisen las ideas que el alumno posee.

CUESTIONARIO PARA ALUMNOS DE 2º DE BACHILLERATO

1	Expón las ideas que tengas sobre el espacio. ¿Qué es el espacio?
2	Expón las ideas que tengas sobre el tiempo.
3	¿Qué son los sistemas de referencia? ¿Existen sistemas de referencia que estén totalmente quietos, en reposo absoluto? ¿Cuáles?
4	Indica, a modo de resumen, los que consideres puntos esenciales en la Relatividad.
5	<p>Como se sabe en muchos fenómenos típicos de la relatividad está involucrado el tiempo. Valora este caso:</p> <p><i>Dos pilas de reloj idénticas se conectan al cruzar un cohete con una alta velocidad ($0,6c$) por delante de una estación espacial, una en el cohete y otra en la estación. El piloto cronometra en su reloj el tiempo que tarda en consumirse la pila y comunica su resultado por radio a la estación. El valor comunicado será.</i></p> <p><i>a) igual al obtenido con la pila en la estación b) mayor c) menor d) depende. Comenta:</i></p>
6	<p>Una de las ideas importantes que se derivan de la TER es la que afecta a la medida de la longitud de cuerpos en movimiento. Estudia el siguiente caso:</p> <p><i>Una cruz tiene brazos iguales en un sistema de referencia en el cual está en reposo. Se mueve en disposición frontal. Decir cuál de las siguientes situaciones es correcta.</i></p> <p>a) La cruz se acerca al observador inercial O con velocidad v como indica la figura y por tanto este observador ve que la cruz tiene los brazos iguales.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>b) La cruz se aleja del observador inercial O con velocidad v como indica la figura y por tanto este observador ve que el brazo de la cruz paralelo a la dirección de la velocidad de separación es menor que el brazo perpendicular.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>c) La cruz se acerca al observador inercial O con velocidad v como indica la figura y por tanto este observador ve que el brazo de la cruz perpendicular a la dirección de la velocidad de separación es menor que el brazo paralelo</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>d) Ninguna de las anteriores es correcta. COMENTA:</p>

7	Las fórmulas pueden ser difíciles, uno de los trucos que se utiliza a veces es aprovechar las ecuaciones conocidas de la mecánica sustituyendo m por $m_0 / (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$. ¿Es, en tu opinión, una buena estrategia o puede llevar a error en algún caso?
8	La ecuación $E=mc^2$ es una de las más conocidas. ¿Cuál es su significado?
9	Cuando un núcleo de Uranio 235 se rompe en dos o más fragmentos se libera una energía de 200 MeV por fisión. Explica este hecho.

3.4.4 Comentarios a los cuestionarios de alumnos de 2º de bachillerato. Criterios de valoración de los ítems.

1	Expón las ideas que tengas sobre el espacio. ¿Qué es el espacio?
---	--

Ya se ha estudiado este punto en el caso de alumnos de un primer nivel, conviene ahora poner de manifiesto la evolución que se ha originado tras el estudio del tema, pues si hay un tópico en la enseñanza de la relatividad es el hecho de que supone una visión nueva del espacio y el tiempo. Pero, ¿la nueva visión se ha incorporado significativamente al alumno, ¿en qué consiste esa nueva visión? De hecho en muchos tratamientos y enfoques, aparentemente ya pasados por el nuevo tamiz relativista asoma el espacio absoluto subyacente. Lo que se pretende con este ítem es averiguar en que sentido la noción del espacio se ha modificado, para ello se expone a continuación que aspectos se pueden considerar como claves.

Todos los movimientos son relativos. No existe ni un espacio en reposo, ni un origen preferente ni un movimiento real y otros aparentes. Todos son igualmente reales.

No existe un único espacio universal, como tampoco existe un tiempo universal, sino tantos espacios como Sistemas de Referencia Inerciales se puedan construir, del mismo modo que los tiempos locales a cada sistema inercial son reales y no convencionales. *Los intervalos espaciales tienen distinta longitud en distintos sistemas,* por ejemplo, la longitud de un objeto, o la distancia entre dos sucesos. Pero las distintas distancias no son arbitrarias, están vinculadas unívocamente por ecuaciones de transformación: *el espacio y el tiempo no son independientes.*

Por supuesto que no se debe esperar un aprendizaje profundo de estos conceptos a este nivel. Sin embargo cabe fijar unas capacidades críticas para considerar la evolución conceptual del estudiante. De acuerdo a nuestra hipótesis operativa (SH 3.1; SH 3.2) los alumnos mostrarán unas ideas no relativistas de los conceptos de espacio. Se considera un aprendizaje significativo aquel que en este nivel enuncia al menos algunas características

como por ejemplo la variación de las mediciones entre los distintos sistemas de referencia.

2 Expón las ideas que tengas sobre el tiempo.

La contestación a esta pregunta, pretende, en esencia, estudiar si se ha producido una cierta evolución conceptual tras el estudio del tema. Los aspectos clave para los cuales se debería haber producido una progresión para poder considerar el aprendizaje significativo son los siguientes.

La ruptura del carácter universal del tiempo. No hay un tiempo sino tiempos, tantos como Sistemas de Referencia Inerciales podemos establecer. El concepto de simultaneidad de fenómenos separados espacialmente es relativo, no absoluto (lo que vincula espacio y tiempo, no son independientes).

La *duración* de los fenómenos observados por diferentes observadores es *distinta*, pero no existe un tiempo real o prioritario, *todos son igualmente reales*. Pero los distintos tiempos no son arbitrarios, están vinculados férreamente por ecuaciones de transformación.

Las relaciones de orden de los fenómenos acaecidos o sobre un objeto (o un punto y sus transformaciones en los distintos Sistemas de Referencia Inerciales) son iguales para todos los sistemas, lo que preserva las relaciones de causalidad.

De acuerdo con las hipótesis operativas (SH 3.1; SH 3.2) es contraria a nuestra hipótesis la mención relevante de alguna de estas facetas no clásicas del tiempo.

3 ¿Qué son los sistemas de referencia? ¿Existen sistemas de referencia que estén totalmente quietos, en reposo absoluto? ¿Cuáles?

La cuestión insiste de nuevo en la clarificación de los conceptos básicos. Indaga si el alumno asume la existencia de una componente espacial y otra temporal en los sistemas de referencia, si vincula el Sistema de Referencia a la presencia de un observador como protagonista y, por último, si asume la inexistencia de un espacio absoluto y la imposibilidad de manejar en Física más que movimientos relativos.

La hipótesis operativa (SH 3.2) supone que los alumnos no manejarán adecuadamente las nociones de Sistema de Referencia, Sistema de Referencia Inercial. Se considera correctas y contrarias a nuestra hipótesis las menciones de estos aspectos.

- 4 Indica, a modo de resumen, los que consideres puntos esenciales en la Relatividad.

Esta cuestión, presentada de forma abierta, intenta precisar qué ideas son las que presentan una mayor relevancia en el esquema conceptual del alumno. En especial interesa destacar si se le atribuye importancia a los aspectos más profundos, los postulados o por el contrario son los más paradójicos los que le merecen una mayor atención.

En nuestra hipótesis operativa (SH 3.3), los alumnos no asumirán una visión correcta de la importancia de la Teoría de la Relatividad en el conjunto de la Física, y otorgará más importancia al aparato matemático de la transformación de Lorentz o a las consecuencias más “chocantes”, que a una comprensión de los fenómenos y las ideas básicas. Le será difícil citar aplicaciones prácticas y teóricas de la Teoría de la Relatividad.

Se consideran correctas y contrarias a las hipótesis: la mención expresa del principio de relatividad y la invarianza de las leyes físicas, la inexistencia de Sistemas de Referencia absolutos. No se considerarían como correctas la simple mención de las transformaciones de Lorentz o indicaciones sobre duraciones y contracciones, masa dependiente de la velocidad...

- 5 Como se sabe en muchos fenómenos típicos de la relatividad está involucrado el tiempo. Valora este caso:

Dos pilas de reloj idénticas se conectan al cruzar un cohete con una alta velocidad ($0,6c$) por delante de una estación espacial, una en el cohete y otra en la estación. El piloto cronometra en su reloj el tiempo que tarda en consumirse la pila y comunica su resultado por radio a la estación. El valor comunicado será.

a) igual al obtenido con la pila en la estación b) mayor c) menor d) depende
Comenta:

Este ítem explora la aplicación práctica del concepto de tiempo propio. En este caso hay que distinguir entre el tiempo propio, medido y comunicado desde el cohete y el tiempo de duración de la pila del cohete evaluado desde la estación. El estudiante ha de considerar ambos sistemas en pie de igualdad, no hay ninguno cuyas mediciones sean preferentes, las mediciones realizadas en ambos sistemas de un fenómeno análogo, en este caso la duración de una pila, ha de dar lugar al mismo valor y la comunicación de resultados ha de coincidir. No se debe confundir esto con la evaluación del mismo suceso desde distintos Sistemas de Referencia Inerciales. En ese caso para uno de ellos, aquél en que el evento se realiza en una posición fija, la duración del mismo es mínima, el llamado tiempo propio. Por ejemplo desde el sistema estación la medición de

la duración de la pila del cohete proporciona un valor mayor que la de la pila fija en la estación.

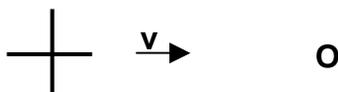
En consonancia con nuestra hipótesis operativa (SH 3.2), los alumnos encontrarán a su vez, dificultades en resolver cuestiones relacionadas con tiempos en situaciones no estándar, y en especial, en situaciones donde se exija una comprensión de la simetría profunda entre los Sistemas.

Se considera correcta, y contraria a nuestra hipótesis la ejecución correcta del ítem, es decir la opción a) y comentarios acordes.

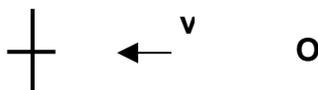
- 6 Una de las ideas importantes que se derivan de la TER es la que afecta a la medida de la longitud de cuerpos en movimiento. Estudia el siguiente caso:

Una cruz tiene brazos iguales en un sistema de referencia en el cual está en reposo. Se mueve en disposición frontal. Decir cuál de las siguientes situaciones es correcta.

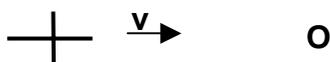
- a) La cruz se acerca al observador inercial **O** con velocidad **v** como indica la figura y por tanto este observador ve que la cruz tiene los brazos iguales.



- b) La cruz se aleja del observador inercial **O** con velocidad **v** como indica la figura y por tanto este observador ve que el brazo de la cruz paralelo a la dirección de la velocidad de separación es menor que el brazo perpendicular.



- c) La cruz se acerca al observador inercial **O** con velocidad **v** como indica la figura y por tanto este observador ve que el brazo de la cruz perpendicular a la dirección de la velocidad de separación es menor que el brazo paralelo.



- d) Ninguna de las anteriores es correcta. COMENTA:

Este ítem explora la aplicación práctica de la contracción relativista, y su simetría axial, a un caso de un cuerpo material. Se juega también con el signo de la velocidad acercamiento/alejamiento del cuerpo.

Nuestra hipótesis operativa (SH 3.1) conduce a pensar que los alumnos encuentran dificultades en aplicar las ideas relativistas a situaciones no estándar. Aunque se manejen exactamente las mismas ideas que se han ejemplificado en el aprendizaje.

Se consideran correcta y contraria a nuestra hipótesis la ejecución correcta del ítem, es decir la opción b), y comentarios en consonancia.

- 7 Las fórmulas pueden ser difíciles, uno de los trucos que se utiliza a veces es aprovechar las ecuaciones conocidas de la mecánica sustituyendo m por $m_0 / (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$. ¿ Es, en tu opinión, una buena estrategia o puede llevar a error en algún caso?

Esta puede ser una fuente de error corriente al extender abusivamente las expresiones clásicas. Un conocimiento crítico de las principales relaciones y su origen desaconsejan rotundamente este camino.

Se consideran correctas y contrarias a nuestra hipótesis (SH 3.1; SH 3.2) El rechazo de la estrategia y la formulación correcta de las expresiones. Valorando positivamente la sustitución de $F = m \cdot a$ por $F = dp/dt$

- 8 La ecuación $E = mc^2$ es una de las más conocidas. ¿Cuál es su significado?

Este ítem abierto es esencialmente análogo al usado para los profesores.

La hipótesis operativa (SH 3.4) será apoyada si los alumnos realizan propuestas incorrectas de conversión y abundan en el uso de la m_r , etc.

- 9 Cuando un núcleo de Uranio 235 se rompe en dos o más fragmentos se libera una energía de 200 MeV por fisión. Explica este hecho.

La explicación de este problema insiste en la línea de la cuestión anterior, forzando la concreción de las ideas en una importante aplicación práctica.

Se incide de nuevo en la hipótesis operativas (SH 3.4) y nos mostrará si identifica correctamente la diferencia conceptual entre la suma de la masa en reposo de las partículas y la masa del sistema, si se dan propuestas de conversión masa energía, si el alumno asigna energía a los restos nucleares... y como se compatibiliza con el manejo o no de la m_r .

Nuestra hipótesis operativa es que el estudiante realiza propuestas incorrectas de conversión y no precisa ni el origen ni asigna correctamente la energía liberada en el proceso a los distintos componentes del sistema.

3.4.5 Cuestionario para alumnos de 2º de bachiller destinado al estudio de actitudes sobre la ciencia y el aprendizaje de la relatividad.

Para ello se ha elaborado un cuestionario, adaptado del utilizado por Tarín (2000). El cuestionario solicita valoraciones en una escala de 0 a 10, e indaga

acerca de las actitudes acerca de la ciencia y su aprendizaje. Se pasará a alumnos que siguen una enseñanza tradicional.

Cuestionario de actitudes de los alumnos:

<p>CUESTIONARIO DE VALORACIÓN DEL PROGRAMA DE ACTIVIDADES</p> <p>Valora de 0 a 10 tu acuerdo (el 10 totalmente de acuerdo), con las siguientes afirmaciones sobre la forma como se ha planteado la actividad sobre la enseñanza de los fundamentos de la relatividad:</p>	
1) Me ayuda a conocer mis errores y a corregirlos.....	()
2) Me ha ayudado a adquirir conocimientos científicos	()
3) Me aproxima a los métodos de trabajo científico: emito hipótesis, las pongo a prueba, analizo resultados, establezco conclusiones, etc.	()
4) Relaciono la Ciencia con la Tecnología, la Sociedad y la Cultura.....	()
5) Ha favorecido mi participación en la clase	()
6) Ha contribuido a aumentar mi interés por la ciencia.....	()
7) He trabajado en equipo con mis compañeros	()

3.4.6 Relación entre las subhipótesis operativas y los ítems del cuestionario de alumnos.

Subhipótesis operativas.		Items	
		1 ^r nivel	2 ^o nivel
SH 3.1	Mostrarán ideas prerrelativistas, (newtonianas ingenuas, o incluso alternativas, en los niveles inferiores) en el manejo de los conceptos básicos de espacio y tiempo.		1,2,5
		1,2,7	6,7
SH 3.2	No manejarán adecuadamente las nociones de Sistema de Referencia, Sistema de Referencia Inercial, y el principio de relatividad (clásico-relativista).	3,4,5,6	3
SH 3.3	No asumirán una visión correcta de lo esencial de la Teoría de la Relatividad en el marco de la física.		4
SH 3.4	No mostrarán una visión actualizada de la masa en la Teoría de la Relatividad y no se manejará la relación masa-energía de un modo exento de errores		8-9

Subhipótesis operativas. Aspectos actitudinales y procedimentales		Ítems
SH 3.5	No desarrollarán actitudes positivas, hacia la ciencia y su desarrollo.	4,6
SH 3.6	No se favorecerá el uso de técnicas de trabajo científico y su conexión con otros campos de la física.	3
SH 3.7	No apreciarán una atención suficientemente a las ideas previas, la participación en clase, el trabajo en grupo y la comprensión de conceptos.	1,2,5,7

3.4.7 Diseño acerca de las entrevistas realizadas con alumnos de 2º de bachillerato, para mostrar la significatividad del aprendizaje.

Para profundizar en las concepciones de los alumnos se realizarán entrevistas, por parte del autor, con estudiantes de 2º de bachillerato. Se les seleccionará eligiéndoles al azar de entre los estudiantes que han colaborado cumplimentando el cuestionario escrito. Se contará para ello con la participación del profesor que imparte el tema a dicho grupo.

La entrevista tomará como punto de partida los ítems formulados en el cuestionario de alumnos. En su transcurso, se ampliará el foco a otros aspectos de interés y se procurará profundizar en lo recogido por escrito con el cuestionario. Las entrevistas serán grabadas para su análisis posterior.

4 PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PUESTA A PRUEBA DE LA PRIMERA HIPÓTESIS

La puesta a prueba de la primera hipótesis se ha realizado mediante la aplicación de los instrumentos diseñados en el capítulo precedente. Los diseños se referían específicamente a los libros de texto, profesores y alumnos. En el caso de los textos, se ha analizado la forma en que se presentan los conceptos de espacio, tiempo, los principios de relatividad, así como los fundamentos de la teoría de la relatividad especial en el de bachillerato y en los niveles precedentes. El diseño sobre los profesores indagaba en el modo en que introducen los conceptos y, por último, el de los estudiantes, la naturaleza del aprendizaje efectuado por los alumnos y el punto de partida con que se acercan al proceso de enseñanza aprendizaje.

En cuanto a los tamaños muestrales, si bien los números no son muy altos, se sabe que el tamaño de la muestra no es un factor esencial y a menudo se señala que la riqueza del diseño, la adecuación a la hipótesis y la coherencia cruzada de los resultados es más importante que el tamaño.

En este capítulo se mostrarán los resultados obtenidos al aplicar los instrumentos indicados y se analizarán los mismos.

4.1 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PUESTA A PRUEBA DE LA SUBHIPÓTESIS PRIMERA

La revisión ha usado de 38 libros de reciente edición puesto que se trata de los nuevos niveles diseñados en la LOGSE.

Libros de primer nivel	4º ESO	11 libros
	1º de bachillerato	14 libros
Libros de segundo nivel:	2º de bachillerato	13 libros

Es de destacar que, aunque el número de textos del nuevo bachillerato LOGSE es reducido, de hecho la muestra de 2º de bachillerato es sumamente significativa pues se han estudiado la práctica totalidad de los más difundidos y usados en todas las comunidades.

Los resultados se presentan a continuación, en forma de porcentaje (%) de respuestas afirmativas a la cuestión, tal y como se formula, y la desviación estándar (s.d) de cada ítem del cuestionario. En el análisis de las respuestas se analizan estos porcentajes en razón de si resultan, o no, y en que grado favorables a la hipótesis operativa.

4º ESO Y 1º BACHILLERATO

	%Sí	Sd
1.1 ¿Se presenta de una forma dinámica y no dogmática la génesis de la física newtoniana?	64,0	9,6
¿Se plantean expresamente sus límites de validez?	32,0	9,3

En todos los textos de 1º de bachillerato se incluye, por imperativo normativo, aspectos correspondientes a técnicas de trabajo científico, nociones acerca de la ciencia y su construcción, así como referencias a su evolución histórica y epistemológica. Es por ese motivo por lo que se presentan porcentajes relativamente elevados (64,0%) de introducciones de la dinámica enmarcadas en un proceso histórico-científico de desarrollo; más bien sería destacable reflexionar por qué no se da este hecho en la generalidad de los textos (no ocurre en el 36,0% de ellos, porcentaje de casos directamente favorable a nuestra hipótesis). Entre los que sí lo hacen, cabe indagar en la calidad de sus planteamientos, en los que a menudo una vez introducidos los conceptos rehuyen aspectos claves tales como enmarcarlos en un campo de validez, o apuntar líneas hacia una ulterior superación.

Es de destacar que la visión que algunos textos presentan acerca, de lo que es la ciencia, y el trabajo científico adolece de distorsiones y simplificaciones importantes, que en modo alguno favorecen una visión correcta de la ciencia. Por ejemplo en un texto (ed. Everest) se establece el método científico como un conjunto de etapas: observación, experimentación, obtención de leyes, formulación de hipótesis y teorías, deducción y aplicación a situaciones futuras), de manera similar se expresa en otros libros (p. ej. ed. Eurema1). Si se soslayan estos aspectos, por cuanto no son el objeto principal de este trabajo, retengamos la idea de que conviene afinar en la valoración de este ítem por cuanto lo indicado presupone acerca de la visión que del proceso científico mantienen los autores de los manuales.

Se ha usado un criterio amplio en la presentación de la física newtoniana, aceptando como válidos casos (incluidos en ese 64,0%) de varios textos, que incluyen lecturas más o menos extensas acerca de las aportaciones de Galileo y Newton. Sin embargo, se echa en falta en la práctica totalidad de los textos una estrategia sistemática de planteamiento de situaciones problemáticas y construcción de conocimiento. En general, predomina en los diferentes textos la presentación del conocimiento científico de un modo ahistórico y acabado. Tampoco se incide de modo generalizado en los aspectos de crisis y cambio de paradigma, aspectos estos de sumo interés para los propósitos de esta investigación.

En consonancia con la presentación que se hace, el apunte de insuficiencias, limitaciones o campos de validez de lo presentado es mínimo. Tan sólo en dos de los manuales merece un epígrafe con este título (Galindo y otros de ed. Mc Graw Hill; ed. Everest). En otros dos casos aparecen de forma episódica, y sin profundizar, menciones acerca de la existencia de limitaciones de la mecánica clásica. En algún texto se introducen incluso aspectos tales

como la m_r , posición que parece muy prematura en ese nivel, objeto de debate tal y como se ha expuesto, y que no se suscribe en este trabajo.

En términos generales los textos de 4º de ESO prestan una mayor atención que los de bachillerato a los aspectos históricos y a la construcción de un discurso epistemológico. Se indaga en un 60,0% de los textos el nacimiento de la cinemática y la dinámica, sin embargo no se comenta prácticamente nada una vez mostradas las aportaciones de Newton, ni se fijan límites de validez o se señala su posterior superación más que en un pequeño número de casos (por ejemplo en ed. Tabarca; ed. Edelvives).

1.2 ¿Se indagan, aún brevemente, los presupuestos de las concepciones newtonianas del espacio y el tiempo?	%Sí 32,0	Sd 9,3
--	-------------	-----------

Un porcentaje tan exiguo es muestra de la escasa atención que reciben los aspectos cualitativos de los conceptos básicos (68,0% favorable a nuestra hipótesis de escasa atención) teniendo en cuenta además la amplitud con que se ha considerado afirmativa la respuesta. Un análisis suficiente y adaptado a un nivel de iniciación, tan sólo se encuentra en cuatro de los textos de bachillerato; en ellos se plantea el concepto de suceso con su componente espacial y temporal. Aunque en sólo un caso se explicitan algunos atributos de los conceptos de espacio y tiempo, por ejemplo la isotropía, el carácter euclídeo etc., estos están más o menos implícitos en el análisis que realizan.

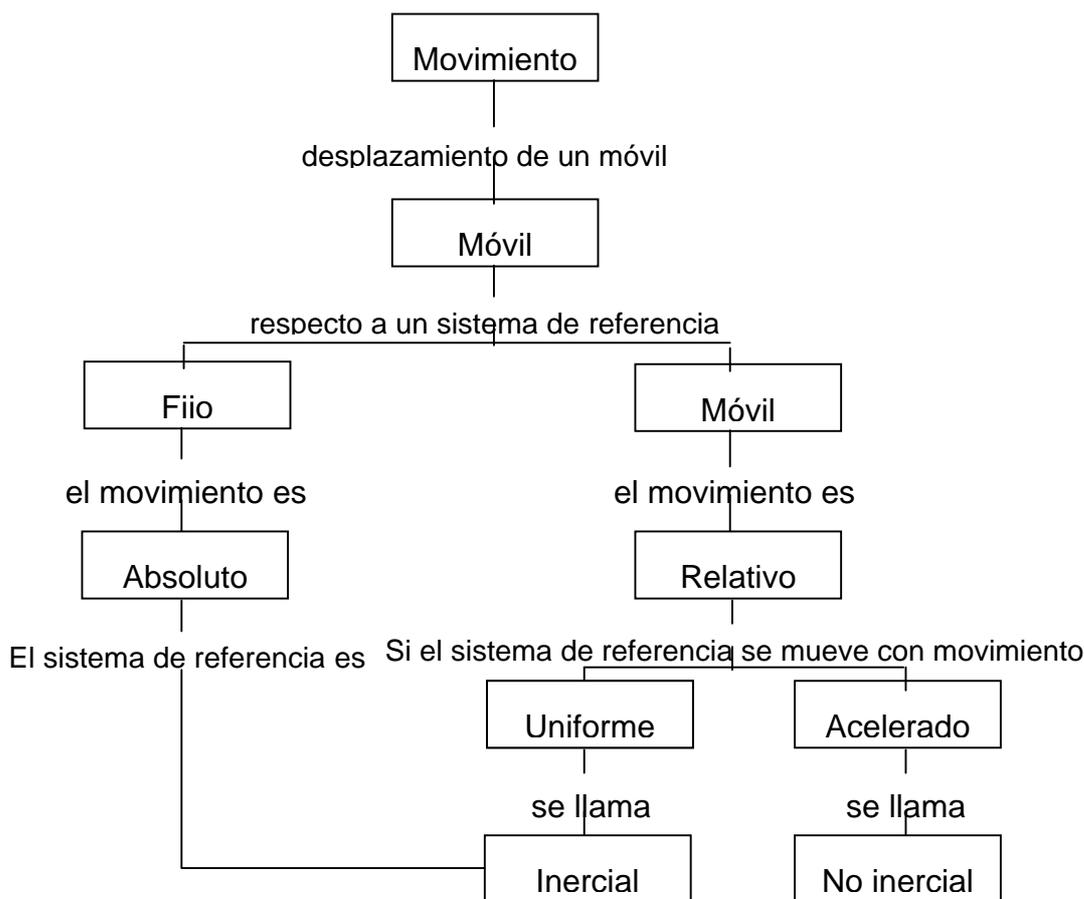
Nociones elementales acerca del espacio y el movimiento se estudian, en todos los textos, en el capítulo de cinemática y en el planteamiento del problema del movimiento. Casi todos los libros plantean el carácter relativo del movimiento e introducen el concepto de sistema de referencia inercial, pero sin una clarificación suficiente, que lo hace de difícil comprensión lógica para los estudiantes.

Las afirmaciones en torno al movimiento absoluto y relativo son muchas veces ambiguas en cuanto a la existencia de este. Por ejemplo (ed. Everest):

*“En la actualidad se considera imposible encontrar un sistema de referencia absolutamente fijo, por lo que no podemos hablar de **movimiento absoluto**, sino de **movimiento relativo**.”*

La literalidad de la afirmación sería suscrita tal cual por el propio Newton (de hecho esta era su posición), si se pretendía cuestionar el espacio absoluto no se hace en modo alguno en tanto que se da por existente. De modo análogo se maneja en otros (por ejemplo en el de la ed. Anaya).

En otros textos, no se le cuestiona suficientemente, hasta el punto de que se le incluye expresamente, reforzando la idea de espacio absoluto con mapas conceptuales como el siguiente (ed. Bruño):



Este mapa no sólo es poco claro sino que no se establece salvaguarda acerca del concepto de movimiento absoluto, que se da como normal.

En la generalidad de los textos el concepto de espacio como ente abstracto, y con personalidad definida, no suele presentarse expresamente y sólo es mencionado en frase ligadas al desplazamiento como *espacio recorrido*; paradójicamente luego se hace uso de él sin restricción al estudiar conceptos como el de campo.

La noción de espacio-tiempo presentada como tal, incluyendo la noción de suceso se incorpora en tan sólo dos de los textos estudiados (ed. Santillana; Galindo y otros ed. McGraw Hill).

En los textos de 4º de ESO se estudian con atención los aspectos cinemáticos y los sistemas de referencia. Sin embargo, no realizan reflexión acerca de los conceptos básicos de espacio y tiempo, alguno de ellos (p. ej. ed. Edelvives) hace una presentación de la teoría de la relatividad bastante amplia, pero en su exposición como material de trabajo complementario se deslizan aspectos que se podrían calificar de anómalos, por ejemplo: *“La teoría especial de la relatividad estudia los movimientos rectilíneos y uniformes”*. Esta afirmación es incorrecta y se entronca con un error muy extendido, dado que la teoría especial estudia todo tipo de de movimientos, confunde Sistema de Referencia Inercial y el manejo de diferentes sistemas para el estudio de los problemas físicos, tales como el movimiento, con el movimiento que puede

describir un móvil, que puede moverse como se desee, en forma acelerada o no, y se puede estudiar perfectamente desde los diversos sistemas Inerciales.

1.3 ¿En la introducción de las leyes de Newton, se analiza el concepto de masa y se efectúa una clarificación entre la perspectiva inercial y gravitatoria?	%SÍ 64,0	Sd 9,6
---	-------------	-----------

Se aproxima al 40% el porcentaje de textos que no indagan en el concepto (% favorable a la hipótesis que se mantiene). La masa, en general, no merece una excesiva atención en los textos de 1º de bachillerato, y conviven definiciones diferentes; desde la mera omisión de la misma, que se da en dos de los textos, remitiendo a lo estudiado en niveles anteriores (p. ej. ed. Anaya), a la definición tradicional de masa como cantidad de materia del cuerpo que aparece en cuatro de los textos, en frases como “*La masa inerte es la cantidad de materia del cuerpo*”. En la mayoría aparece definida en términos de coeficiente relacional entre fuerza y aceleración (p. ej. ed. Santillana; ed. EDB; etc.) y también hay la equiparación de ambas definiciones (p. ej. ed. Everest).

El concepto de masa gravitatoria no se introduce más que en 50,0% de los textos de 1º (p. ej. ed. Everest; Galindo y otros de ed. Mc Graw Hill) y su vinculación con la masa inercial no se clarifica excesivamente, de hecho, resulta excepcional el enunciar la equivalencia de ambas masas enunciando como referente el principio de equivalencia introducido con la Relatividad General, lo que se da en dos textos (ed. Everest; Galindo y otros de ed. Mc Graw Hill).

Por otra parte, en tres libros se cuestiona la invarianza de la masa y se introduce expresamente el concepto de masa relativista (ed. Everest), a veces incluso con apartados explícitos, (p. ej. ed. Bruño):

“¿Varía la masa de un cuerpo? [...] *Según la relatividad la masa no es constante, depende de la velocidad del cuerpo: $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$.*”

Esta introducción de la masa relativista, que aparece ya en algunos textos de 1º de bachillerato, y sin mayores salvaguardas, va en contra de la opción didáctica que se ha asumido de forma razonada en los capítulos precedentes; y además contribuye a reforzar la hipótesis de que su uso está todavía bastante extendido entre los materiales didácticos.

Estos “avances” que se incluyen en algunos textos de 1º de bachillerato pueden inducir al alumno a asumir concepciones incorrectas. Por ejemplo limitar la relatividad a casos en que la velocidad es próxima a c , etc. Por ejemplo en el texto de Oxford se afirma: “*Una partícula libre que se mueva a velocidades cercanas a la de la luz mantiene constante su momento lineal. suponer este principio sólo es posible si se considera que **la masa es función de la velocidad**. Así la masa relativista se define como [...]*”.

Otros textos avanzan incluso ideas relativistas que no podemos calificar como una opción didáctica más o menos conveniente, sino directamente como incorrectas:

“La ecuación más conocida de Einstein expresa la interconversión entre la masa (m) y la Energía (E): $E = m c^2$. Donde c es la velocidad de la luz en el vacío” (ed. Bruño).

La idea que se muestra es la rechazable interconversión de masa en energía y viceversa, como ya se ha expuesto anteriormente, parece que se propone un trasvase entre masa y energía, como dos entidades alternativas, en contradicción con el concepto de equivalencia. La equivalencia se pone de manifiesto por ejemplo cuando se plantea la energía de una partícula:

$$E_0 = M c^2 = \sum m_i c^2 + \sum E_{c i} + \sum E_{p i k}$$

En torno a estas mismas ideas, a veces no se da coherencia entre las distintas afirmaciones vertidas en el texto y se cae, lisa y llanamente, en el error conceptual, por ejemplo en un texto (ed. Everest) se lee:

“[...] la moderna teoría de la relatividad admite que cualquier variación que se origine en la energía de un sistema necesariamente conlleva una variación en su masa y viceversa; los cambios en la masa de un sistema se traducen en una variación en su energía.

$$\Delta E / \Delta M = c^2$$

.... Pero a continuación recapitula:

“La masa puede aniquilarse convirtiéndose en energía o viceversa.”

Si bien la primera parte es plenamente asumible, es en sí misma contradictoria con la segunda, que constituye el mencionado error.

Llama la atención el tratamiento que se da en dos textos de una misma editorial, en una de ellos (Astralia XXI de ed. Mc Graw Hill) se enuncia claramente tras una discusión orientada a interpretar la ecuación $E = m c^2$ como un proceso de transformación masa en energía *“La energía no se crea ni se destruye, pero se transforma de unas formas en otras, incluyendo la materia”* por el contrario en uno de los textos se expone una explicación más precisa de esta expresión: *“En una reacción, las masas totales, inicial y final, no tienen por qué ser iguales; el defecto o exceso de masa Δm se compensa en un exceso o defecto de energía cinética ΔK en el proceso, de modo que siempre*

$$\Delta K = \Delta m \cdot c^2$$

Esta explicación, a un nivel de 1º de bachillerato es una forma bastante precisa de interpretar la familiar fórmula $E = m c^2$ en una reacción nuclear, por un lado obvia en su formulación discusiones de un nivel excesivo relativas a la definición de masa del sistema (distinta a la de $\sum m_i$), cantidad de movimiento, retroceso de las partículas, etc., y centra su atención en las masas de las partículas iniciales y finales (en reposo, usa por tanto una única masa para las

partículas). Por último constata la existencia de una diferencia entre ambos valores y plantea que hay una energía cinética correspondiente asociada al movimiento de los productos de la reacción:

$$E=(\sum m_i c^2)_0 =(\sum m_i c^2 + K)_1$$

donde se toma $K_0 = 0$ por simplicidad.

y despejando, efectivamente:

$$K_1= (\sum m_i c^2)_0 -(\sum m_i c^2)_1 =[(\sum m_i)_0 -(\sum m_i)_1]c^2 = \Delta m.c^2$$

Así formulado es correcto y relativamente sencillo, pues no se profundiza en el problema de la constitución interna de la materia que da lugar a los valores de m_i como partícula compleja, y también se eluden frases de transformación de masa en energía (la definición de masa de un sistema compuesto con partículas en movimiento no es sencilla y en general $M_{\text{sistema}} \neq \sum m_i$).

Si se revisan los manuales de 4º de ESO se concluye que no se detienen en el concepto de masa, la mayoría de los textos la introducen como masa inercial, o simplemente no la introducen explícitamente. En uno de los textos se hace referencia a la teoría de la relatividad, en un apartado destinado a la misma en el marco de un tema destinado a la energía. En la exposición se mantienen formulaciones erróneas del tipo: “ $E= mc^2$ significa que la masa y la energía se pueden interconvertir” . Por último también en uno de los textos se mantienen referencias a la masa en la acepción de masa relativista: “*Un objeto en movimiento aumenta su masa*”, (m_r implícita), lo que no sólo parece aventurado introducir en 4º ESO sino que además, por las razones ya expuestas, no es la opción científica ni didáctica asumida.

1.4	¿En el aprendizaje de la cinemática o la óptica se aborda, aunque sea tangencialmente el problema de la medición de la velocidad de la luz y su relevancia lógica y epistemológica?	%SÍ 16,0%	Sd 7,3
-----	---	--------------	-----------

Hay cerca de un 85% de textos (favorable a nuestra hipótesis) en que no se presta atención a este punto, únicamente en uno de los textos de 1º de bachillerato se enuncian, con cierta amplitud, las limitaciones asociadas a la composición de velocidades con la luz y su carácter de velocidad física límite; en otro de ellos se realizan únicamente menciones de estas facetas.

Tampoco este aspecto se refleja en los textos de 4º de ESO, aunque en un mayor porcentaje, pues merece su mención en 3 de ellos.

En suma, esta omisión no hace sino reforzar la hipótesis, en el sentido de la muy escasa atención que se presta al estudio de aspectos que devendrán importantes para el estudio de la Teoría de la Relatividad.

COMPLEMENTO PARA 1º DE BACHILLERATO

2.1 ¿Se usa, aún ocasionalmente, en el estudio de la mecánica la valoración de trayectorias, y otras magnitudes, desde distintos sistemas de referencia?	%Sí 50,0	Sd 13,4
--	--------------------	-------------------

Este estudio está ausente en el 50,0% de los textos (% favorable a la hipótesis), en los cuales no se efectúa sistemáticamente ni siquiera en el tema dedicado a la introducción a la cinemática o en el de fundamentos de la dinámica. Por otra parte, tampoco se profundiza en lo relativo a la forma de la trayectoria.

El carácter relativo del movimiento es enunciado en la gran mayoría de los textos, como un lugar común, sin embargo no es objeto de un tratamiento sistemático, y aunque se enuncia la posibilidad del uso de distintos sistemas de referencia, esta capacidad de uso se limita a la elección del sistema y no se llevan a cabo estudios desde diferentes sistemas en prácticamente ninguna ocasión.

Si se amplía la mirada para observar si el uso de sistemas de referencia explícitos se da a otras partes de la física de 1º de bachillerato, por ejemplo, al estudiar nociones de electromagnetismo, se pone de manifiesto que el sistema de referencia está por lo general oculto, y la presentación es siempre más bien analítica y poco conceptual. En tan sólo un caso se suscitan reflexiones acerca de cuestiones tales como modificación de la ley culombiana con el movimiento de las cargas.

En suma, conforme a lo obtenido, el manejo fluido de sistemas de referencia dista de ser algo usual en este nivel.

2.2 ¿Se plantea el principio de relatividad de Galileo, discutiendo explícitamente sus hipótesis subyacentes?	%Sí 21,4	Sd 11,0
---	--------------------	-------------------

Este estudio presupone no sólo la enunciación de la relatividad del movimiento sino indagar en sus presupuestos y manejar los distintos sistemas de referencia. Pero tan sólo se plantea como tal, de forma explícita, en dos de los textos, con la salvedad de que los estudios se realiza en el marco cinemático. No se le presenta explícitamente con relevancia, en la generalidad de los textos (ausentes en el 78,6%, lo que resulta en apoyo a la hipótesis) en que ni siquiera se le menciona como tal principio. En el estudio cinemático del movimiento se manejan sus conclusiones acerca de la aditividad de velocidades en otros dos textos pero sin un estudio más profundo.

2.3	¿Se enuncia el principio de relatividad galileano con relación a la invarianza de las leyes de la mecánica, o como una mera transformación de velocidades y posiciones entre sistemas?	%Sí	Sd
	Al menos se estudia la transformación cinemática	7,1	6,9
		35,7	12,8

El porcentaje favorable a nuestra hipótesis supera el 90%, en cuanto a la escasa profundización en el principio, ni siquiera la faceta cinemática está generalizada (en 64,3% de los casos ni se enuncia, lo que es favorable a la contrastación de la hipótesis).

Tan sólo en uno de los textos el marco de la transformación incluye explícitamente el tiempo y se plantean las transformaciones de Galileo. Un solo texto incluye las reflexiones acerca de la aceleración entre sistemas de referencia inercial y las repercusiones en la estructura de las leyes dinámicas.

De todas formas, en ningún caso se extiende su alcance a su versión más fuerte como tal principio de relatividad acerca de la forma de la forma de las leyes físicas.

CUESTIONARIO DE LIBROS DE TEXTO 2º BACHILLERATO.

Se han analizado 13 libros de texto de 2º de bachillerato. Entre ellos se encuentran prácticamente todos los de una mayor implantación en los centros, son por tanto muy representativos. Las cuestiones planteadas y los resultados obtenidos son:

1.-Aspectos epistemológicos e históricos		%Sí	Sd
1.1	Se muestra, aún brevemente el contexto problemático de los experimentos y sus hipótesis de partida.	61,5	13,5
1.2	Se pondera la importancia del experimento de Michelson y Morley	46,2	13,8
1.3	Se ofrece una visión tentativa en el avance científico, y el papel colectivo del avance	53,8	13,8
1.4	Se hace un uso de la figura de Einstein, que no suponga una distorsión de la imagen del científico	76,9	11,7

		%Sí	Sd
1.5	Se efectúan atribuciones dudosas	46,2	13,8
1.6	Se valora adecuadamente el aspecto acumulativo no lineal del avance científico y la existencia de resistencias al cambio	23,1	11,7
1.7	Se destacan las limitaciones derivadas de la propia naturaleza del conocimiento científico	23,1	11,7
1.8	Se muestran, aun tangencialmente las repercusiones del avance científico en el entorno cultural.	30,8	12,8

Existe una amplia dispersión entre el enfoque de los distintos libros acerca del tema, y puede sintetizarse que en el 61,5% de los textos, ítem 1.1, (38,5% favorable a nuestra hipótesis) no se plantea suficientemente la situación problemática de partida. En algunos textos el interés que se muestra hacia la forma en que se produce el conocimiento científico se limita a referencias al inicio del tema, un tanto estereotipadas, y circunscritas mayoritariamente al problema del éter, sin un interés cierto en profundizar en la situación problemática ni dimensionar la naturaleza de los problemas.

Por ejemplo (ed. SM) tras introducir el concepto de éter y su papel como Sistema de Referencia Absoluto, indica:

“La teoría electromagnética desarrollada por Maxwell predecía la existencia de ondas electromagnéticas con velocidad $c=3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$, y la comprobación de su existencia en 1887 por Hertz llevó a identificar la luz como una onda electromagnética que podía viajar a través del espacio vacío. Estos hechos determinaron el abandono de la teoría de la existencia del éter.”

La epistemología que subyace es la de que un hecho experimental, de interpretación unívoca y automática, ha modificado un marco teórico previo “per se”. Por otra parte, deforma totalmente el sentido del hallazgo de Hertz que podemos centrar más en la confirmación del carácter ondulatorio de la luz y en el refuerzo de la síntesis maxwelliana, que en el cuestionamiento del espacio absoluto y el éter.

En otros manuales, por el contrario, podemos afirmar que se realiza un planteamiento suficientemente ajustado, por cuanto profundizan en la situación problemática y conducen a una visión más correcta de lo que es la ciencia y cómo se elabora.

El experimento de Michelson y Morley está presente en todos los textos, y ocupa en algunos un lugar de una gran relevancia por la extensión que le dedican y la profundidad con que se trata, esto se da incluso en textos donde se detectan omisiones relevantes.

Sin embargo, su presentación muestra importantes deformaciones que llevan a concluir que tan sólo en el 46,2% de los textos, ítem 1.2, se le pondera de una forma que podemos conceptualizar como correcta; en al menos en un 53,8% (favorable a nuestra hipótesis) su presentación está descentrada.

Una deformación muy corriente resulta ser la sobrevaloración que se da en algunos textos acerca del papel jugado por el experimento de Michelson (p. ej. ed. ECIR) y el papel de teóricos atribuido a sus autores, cuando se sabe que las ideas teóricas básicas que sustentaban el experimento de Michelson Morley provienen de Maxwell, al igual que el concepto de viento del éter (ver por ejemplo Berkson, 1981). A Michelson le cabe el mérito del método experimental y su realización junto con Morley, no las ideas teóricas de partida que se le atribuyen de forma indiscriminada.

Pero igualmente en el análisis de las repercusiones del mismo, base de la importancia que se le atribuye en los textos, aparecen distorsiones claras, p.ej. ed. SM: *“Como consecuencia del resultado negativo de la experiencia: Se demostró que el éter carecía de propiedades físicas medibles, luego era innecesario postular su existencia”*.

En la misma línea pero con una deformación mucho más clara (ed. Everest):

“Las experiencias de Michelson y E.W. Morley en 1887, demostraron que [...] de acuerdo con esto, la existencia del éter no tiene sentido físico alguno... Como resultado de las consecuencias físicas que implica la ausencia de éter, y por tanto de un sistema universal de referencia con respecto a quien definir el movimiento absoluto, surgió la teoría de relatividad restringida.”

El empirismo manifiesto en estos textos, plantea en primer lugar el experimento y a continuación la teoría, la idea inducida es el automatismo entre el experimento de Michelson y Morley y su interpretación, así como la minusvaloración de la inventiva que condujo a la Teoría de la Relatividad. Posiblemente no es ajeno a este hecho la nacionalidad de su autor, uno de los primeros físicos estadounidenses de relevancia y la amplia difusión de los textos universitarios de esta nacionalidad. Para ponderar su papel se puede leer a Holton (1982), o a Williams (1968).

Un aspecto de interés, que se da en la generalidad de los textos, es el hecho de que en todos los estudios se suelen iniciar con la idea de que, en la perspectiva del XIX, es necesario un éter capaz de sostener un movimiento ondulatorio de la luz y posteriormente, no se menciona, comenta o justifica cómo se propaga la luz sin su concurso, por ejemplo (ed. ECIR):

“Einstein niega la necesidad del éter como el medio [...] y afirma que la luz se puede propagar en el vacío porque se trata de un campo electromagnético como ya habían demostrado Maxwell de forma teórica y Hertz de forma experimental.”

Si este razonamiento fuese suficiente no hubiese sido un aspecto problemático para los grandes físicos de finales del XIX. Lo que hace verosímil

la eliminación de éter, y por tanto la afirmación de Einstein, es la modificación de la mentalidad física que se va desplazando desde el mecanicismo hacia una concepción del mundo más cercana a la teoría de campos, que culmina con las teorías electromagnéticas y del electrón de Lorentz. Este, en sucesivas fases de su trabajo va despojando de propiedades al éter hasta tal punto que en palabras de Einstein: “ *En lo que se refiere a la naturaleza mecánica del éter de Lorentz, puede decirse, con cierto espíritu lúdico, que la inmovilidad es la única propiedad mecánica de la que H.A. Lorentz no le ha privado*” (Berkson, 1981). Lo que abona la hipótesis es que realmente el planteamiento histórico no se encuadra en un enfoque didáctico que lo usa para favorecer la construcción de conocimiento en un proceso de investigación dirigida.

El aspecto colectivo, inherente al concepto de comunidad científica trabajando de modo tentativo en la resolución de problemas, ítem 1.3, no aparece suficientemente claro. En el 53,8 % de los textos sí se muestra debate, aunque más bien se trata de una secuencia de aportaciones, por lo que al menos muestran interrelación y cooperación, que está ausente en otro 46,2% (favorable a nuestra hipótesis)

La figura de Einstein está por lo general adecuadamente tratada (76,9%), ítem 1.4, aunque se cae en algunos textos en una glosa excesiva, especialmente por las contribuciones que a veces incorrectamente se le atribuyen, por ejemplo en indicar como una de sus aportaciones el aumento de la masa con la velocidad (ed. Editex), su uso del experimento de Michelson y Morley, etc. Curiosamente también en uno de los textos no se le da la relevancia que su aportación requiere citándole sólo de pasada.

En el capítulo de las atribuciones, ítem 1.5, se registran en el 46,2% de los textos (favorable a nuestra hipótesis) pequeñas imprecisiones e incorrecciones de más bulto en la asignación. Por ejemplo, se detecta en algún libro (p. ej. ed. SM) una atribución incorrecta, en cuanto al significado de las transformaciones de Lorentz. Como se sabe, si bien fueron introducidas por Lorentz, su marco conceptual era distinto al de la Teoría de la Relatividad y, por ejemplo, en ellas el tiempo juega para Lorentz un papel de auxiliar matemático, sin cuestionar el concepto de tiempo universal. Es la interpretación de Einstein la que les dota del significado físico que hoy aceptamos; por ello no cabe atribuir a Lorentz razonamientos con respecto al tiempo que son debidos a Einstein.

Entre los aspectos epistemológicos e históricos cabe plantear si se da relieve al hecho de que nos encontramos con una fase de cambio crítico, acelerado en el conocimiento científico. Este aspecto no es manifiesto en los textos, que aunque efectivamente debaten y muestran el cambio en los conceptos físicos no proporcionan (ítem 1.6 con sólo un 23,1% que lo realizan aceptablemente) una visión de cambio acelerado, crítico. Esta es una característica importante a resaltar en un modelo mínimamente actualizado de la evolución del conocimiento científico, que ha de resaltarse tanto en el bagaje cultural como en la visión de la ciencia a potenciar en los estudiantes, (un 76,9% favorable a nuestra hipótesis de escasa atención).

En un plano paralelo, no se patentizan por lo general los propios límites de la relatividad especial, (lo hacen en algún grado el 23,1% de los textos, ítem 1.7, con un 76,9 % favorable a la hipótesis), ni se muestra su superación en la Teoría General, o se apunta a la incompatibilidad de fondo con la teoría cuántica. Se induce por ello la idea de la ciencia como un conocimiento acabado, unívoco sin incoherencias internas, se desaprovecha así el aspecto paradigmático que supone epistemológicamente la propia Teoría de la Relatividad.

Por último, los relevantes aspectos Ciencia-Técnica-Sociedad no alcanzan a la generalidad de los tratamientos, como muestran los resultados del ítem 1.8, y tienen un peso apropiado tan sólo en el 30,8% de los textos (69,2% favorable a nuestra hipótesis).

2.- Aspectos lógicos

Ubicación en el marco de la Física		%Sí	Sd
2.1	Se resalta su papel central y su radical innovación acerca de la noción del espacio y el tiempo	76,9	11,7
2.2	Se resaltan sus repercusiones en todas las áreas de la física, por ejemplo sobre nociones como acción a distancia, causalidad etc.	23,1	11,7

En la práctica totalidad de los textos se estudian las nuevas nociones, la cuestión relevante es si se quedan en un formulismo, o se hace hincapié y se transmite la importancia del cambio. En una cuarta parte de los textos esto no se realiza (23,1% del ítem 2.1) y en tres cuartas partes de los manuales esta declaración de importancia no se pone en valor ejemplificando sus repercusiones en algunas otras áreas, (recogido en el ítem 2.2, en que se obtiene que sólo en un 23,1% se indica alguna vinculación, 76,9% favorable a nuestra hipótesis).

Principios, postulados e ideas acerca de la propagación de la luz.		%Sí	Sd
2.3	Se resalta la relación entre el Principio de relatividad y la relatividad galileana	84,6	10,0
2.4	Se menciona que igualdad de velocidad no implica igualdad en el resto de características de la luz.	7,7	7,4
2.5	Se muestran limitaciones al uso de los sistemas inerciales y se avanza su extensión otros sistemas.	15,4	10,0

La vinculación con la relatividad galileana está presente en todos los textos, como no podía ser de otra manera. No obstante, hay una amplia dispersión en

la importancia con que se trabaja este aspecto (incluso un 15,4%, no lo resalta suficientemente, ítem 2.3), desde los que efectúan un estudio suficientemente amplio y conceptual del mismo, profundizando en su vinculación con el espacio absoluto y el éter, hasta los que se limitan a una corta referencia.

En consonancia con el enfoque epistemológico, ya analizado, no se pone de manifiesto las limitaciones en el uso de sistemas de referencia inerciales, ítem 2.5, más que en un número reducido de textos: el 15,4% de los estudiados (84,6% favorable a nuestra hipótesis).

En cuanto a la propagación de la luz, aspecto cuya comprensión esta en la base de la asimilación cualitativa de muchos efectos y paradojas, no se trabaja el hecho de que la luz posee características diferentes a su propia velocidad de propagación. Únicamente en un sólo texto se enuncia explícitamente este hecho (esta desatención alcanza un favorable 92,3% a favor de la hipótesis, ítem 2.4). La clarificación de estas ideas tampoco se realiza en ejercicios o comentarios, ni se sale al paso a concepciones erróneas muy extendidas entre los estudiantes, de mezclar corrimientos de frecuencias, con desplazamientos reales, etc.

3.- Aspectos clave, consecuencias		%Sí	Sd
3.1	Se insiste en el papel de la medición, observadores etc., en línea con el operativismo.	38,5	13,5
3.2	Se da a entender su aplicación en exclusiva a altas velocidades	46,2	13,8

El papel de observador sigue muy presente en las exposiciones de la Teoría de la Relatividad y si bien cierto uso es adecuado, se considera en el ítem 3.1 (38,5% afirmativo, 61,5% favorable a nuestra hipótesis) que más de un tercio de los textos abusan de este recurso y la literatura se inunda de observadores efectuando operaciones, en contraste con el resto de los temas incluidos en el manual.

También con efecto de simplificar argumentaciones se cae en auténticas paradojas lógicas, sirva este ejemplo de reloj de luz (manejado en ed. Ecir):

“... Utilizaremos un reloj de luz consistente en un cilindro que posee en la parte superior un espejo E y en su base una fuente luminosa F y un reloj.... La fuente luminosa emite un destello, el rayo de luz viaja hacia el espejo y cuando choca con él el reloj se detiene.”

Nadie aclara ese mecanismo de propagación de una señal instantánea que hace detenerse el reloj.

La depuración de argumentos hoy obsoletos no es completa, valga de ejemplo el recurso al par de estrellas binarias en movimiento relativo para mostrar la constancia de la velocidad de propagación de la luz; es un ejemplo histórico pero que todavía aparece en algún libro (p. ej. ed. Bruño), como se

sabe, los mecanismos de emisión/absorción en las nubes estelares pueden anular el efecto de fuente (French, 1991), por lo que hoy no se admite como tal prueba.

Por último al plantear la utilidad de la Relatividad y su campo de aplicación, un 46,2% de los textos dan a entender (ítem 3.2) su aplicación exclusiva a altas velocidades (lo que resulta favorable a nuestra hipótesis). Esta afirmación es innecesariamente limitativa y deja fuera aspectos tales como la energía nuclear. Esto no es contradictorio con el necesario estudio de la vinculación entre las transformaciones de Lorentz y Galileo y su marco de aplicación.

<i>Ideas acerca del espacio, longitud.</i>		%SÍ	Sd
3.3	Se clarifican las posibles ideas alternativas de los alumnos en línea con ideas mantenidas en otros tiempos p. ej. la contracción de Lorentz. Se clarifica la visión microscópica de la contracción	23,1	11,7
3.4	Se muestra la simetría entre las magnitudes en dos sistemas inerciales distintos.	23,1	11,7
3.5	Se clarifica que ver y medir son conceptos diferentes	15,4	10,0
3.6	Se insiste en la asimetría de las distintas direcciones	38,5	13,5

En cuanto a la cuestión 3.3, referente a la contracción de Lorentz-Fitzgerald, ésta se asigna por lo general a varillas y cuerpos rígidos, no se suele hacer mención al hecho de que no es un fenómeno ligado a la materia, relacionado de alguna forma con su existencia o constitución, sino al propio espacio. Si marcamos simplemente dos posiciones en un sistema (las correspondientes a los extremos de una varilla, esté o no esté materialmente presente) y evaluamos simultáneamente las posiciones de los puntos en el otro sistema (los de la hipotética varilla) una vez transformados, la contracción aparece exactamente igual (tengamos en cuenta que para medir no es necesario recurrir a cuerpos materiales rígidos, para evaluar la distancia entre dos cuerpos por ejemplo Tierra-Sol se usa telemetría laser). Por lo general no sólo no se sale al paso del error, sino que se da pie a concepciones erróneas, tales como la búsqueda de mecanismos de contracción ligados al binomio materia-movimiento. Se induce a pensar al estudiante que sea un fenómeno ligado a los cuerpos en un espacio absoluto, eludiendo el hecho de que cada sistema de referencia supone un espacio y un tiempo diverso.

Por lo que se refiere al proceso histórico de la introducción de la contracción de Lorentz-Fitzgerald hay verdaderas explicaciones erróneas, (p. ej. ed. Everest) indican:

"...Admitiendo la constancia de la velocidad de la luz, propusieron la hipótesis de que los dos brazos del interferómetro, aun siendo exactamente iguales, debieran comportarse con distinta longitud."

"La fórmula propuesta por Fitzgerald-Lorentz, postulada en un marco exclusivamente teórico, fue confirmada matemáticamente por la teoría de la relatividad de Einstein."

La primera frase es errónea, por cuanto lo que se pretendía con la hipótesis era mantener la aditividad galileana de las velocidades, y buscar mecanismos físicos en la interacción éter-materia para explicar físicamente una supuesta contracción real del interferómetro.

El segundo párrafo es insostenible; tan teórica y deducida era la propuesta de Lorentz (si bien más artificiosa y con hipótesis ad-hoc sobre la estructura del electrón) que la einsteniana.

En cuanto la adecuada precaución acerca de lo que sucede en dirección transversal al movimiento, más del 75% de los textos no lo consideran, como se muestra en el ítem 3.4.

Ocasionalmente se sigue manteniendo el verbo *ver* (en vez de medir o evaluar) para indicar aspectos tales como contracción de varillas (p.ej. ed. Bruño y ed. Everest), error ya muy señalado en la literatura. En general no se es cuidadoso en el manejo de verbo "*ver*" en los experimentos en que está involucrado un tiempo de propagación de la señal; el ítem 3.5 registra que en sólo el 15,4 % de los textos se enuncia explícitamente la diferencia. En muchos más se usa el verbo *ver* y *medir* como sinónimos; por ejemplo, en un análisis de simultaneidad, aparecen frases que utilizan este verbo obviando todo tipo de procesos de propagación.

Ideas acerca del tiempo.		%SÍ	Sd
3.7	Se precisa el concepto de tiempo propio	61,5	13,5
3.8	Se insiste en la simetría entre las mediciones en sistemas de referencia inerciales distintos	23,1	11,7

Con relación al tiempo se observa en algún texto (p. ej. ed. Anaya; ed. Edebé) que se manejan dos planos diferentes de realidad, según sea el tiempo propio, o el correspondiente a un fenómeno que sucede en un cuerpo en movimiento. Para este caso se reserva la palabra "*aparente*". Ya se indicó al estudiar este ítem como esta noción no sólo era innecesaria sino que venía a negar la propia relatividad. Todos los tiempos evaluados en un sistema de referencia son igualmente reales en ese sistema. No son admisibles expresiones como:

*"... El corazón del pasajero **aparentemente** late más despacio."*

*“El tiempo de un sistema en movimiento **parece** dilatarse respecto al tiempo medido en un sistema en reposo solidario con el observador.”*

Esta concepción se constituye como un obstáculo al cambio conceptual, se mantiene con persistencia incluso en estudiantes graduados (Hewson, 1981) y así se comprende que se traslada paralelamente a manuales de bachillerato.

Por otra parte, se obtiene en la revisión del tiempo resultados similares a los del estudio del espacio: 38,5% de falta de explicación del concepto de tiempo propio (cuestión 3.7) y que en más de un 75% de los casos (76,9%) no se insiste en la igual validez desde distintos sistemas (ítem 3.8).

Acerca de errores en la explicación de la simultaneidad.

La producción de libros de texto y materiales para los alumnos no es sencilla y, a veces, pueden deslizarse razonamientos confusos o erróneos. Se suele usar al razonar un ejemplo típico de Einstein, en el que un jefe de estación situado en el centro del andén recibe en sus ojos simultáneamente dos rayos que habían marcado previamente de forma indeleble, chamuscando, el inicio y el fin del andén, así como la cabeza y cola de un tren que pasa. Como los recibe simultáneamente y chamuscaron puntos equidistantes de él, colige que impactaron simultáneamente en dichos puntos; por otra parte, estudiando al viajero del centro del tren concluye que le llegará antes el rayo de la cabeza que el de la cola.

Si consideramos ahora otro sistema de referencia en movimiento (por ejemplo, el tren), el viajero situado en el centro se considera a sí mismo en reposo y recibe primero la señal de la cabeza del tren y después la de la cola. Como comprueba que están chamuscadas la cabeza y la cola, que son equidistantes de él, concluye que no fueron emitidos simultáneamente en su sistema. Para el viajero impactó antes el de la cabeza, por eso no le extraña que haya recorrido más espacio la señal de la cabeza y llegue en el mismo instante que el de la cola al jefe de estación.

Como se observa, se mantiene así la coherencia causal del orden de llegada de las señales y ambos discrepan de la simultaneidad de la caída de los rayos. Si uno de los dos afirma que las señales se emitieron simultáneamente en su sistema de referencia, el otro afirmará que en el suyo no se emitieron simultáneamente (relatividad de la simultaneidad). Nunca se suscitará una discusión en la cual ambos afirmen que en su sistema fueron emitidos simultáneamente. Ambos estarán de acuerdo en el orden de los sucesos que le acaecen a cada uno de ellos, no así de la simultaneidad con que llegan al jefe de estación.

Por ello son erróneos razonamientos como lo siguientes recogidos por ejemplo en un texto (ed. Anaya), en que estudiando este experimento del tren se afirma:

“Situados en O , percibimos los dos sucesos como simultáneos e interpretamos que no lo son para el observador situado en O' . Sin embargo,

situados en O' percibimos los dos sucesos como simultáneos e interpretamos que no lo son para el observador situado en O . La simultaneidad es, por tanto un concepto relativo.”

Hay que rechazar la segunda parte de la frase. Considera que ambos pueden afirmar la simultaneidad en su sistema y tal cosa es inviable. Cuestionaríamos incluso la causalidad y el orden de los sucesos.

Y más adelante:

“Dos acontecimientos que son simultáneos para un observador no tienen por qué serlo para un segundo observador” (Hasta ahí de acuerdo).

“Ahora bien; ¿qué observador tiene razón, respecto a la simultaneidad de los dos acontecimientos, el situado en O que los ve como simultáneos, o el situado en O' que desde el punto de vista de O , no puede verlos como tales?”

Desde un punto de vista relativista ambos están en lo cierto. No existe un sistema de referencia absoluto que nos permita establecer quien tiene razón. Si suponemos que O' está en reposo y que es O el que se mueve hacia la izquierda con velocidad v , el resultado que obtenemos en el razonamiento es justamente al contrario.”

Todo esto es rechazable, una cosa es la determinación de velocidades en la que cada uno puede utilizar el criterio propio y otra cosa es la determinación de simultaneidades y la secuencia de eventos que acaecen sobre un objeto, que ha de percibirse como única para todos los sistemas de referencia. Una vez que se proporcionan datos ciertos, que nos permitan obtener para un observador la simultaneidad de dos eventos, o conocidos datos de posiciones y tiempos en un sistema de referencia, quedan determinados posiciones y tiempos en cualquier otro sistema de forma unívoca. La teoría de la relatividad proporciona relatividades en ciertos aspectos pero es muy “absoluta” en otros.

Composición de velocidades.

%SÍ Sd

	%SÍ	Sd
3.9 Se compone alguna velocidad con la de la luz para reafirmar los problemas de aditividad.	38,5	13,5

Los aspectos de propagación de la velocidad de la luz, junto al uso de la cinemática relativista en la composición de velocidades, están en la base de la comprensión del concepto de simultaneidad y de ahí en la asimilación del concepto del espacio-tiempo relativista. Sólo un 38,5% de los textos plantean el ejercicio de la composición de una velocidad con la de la luz e ilustran las paradojas aparentes (ítem 3.9).

<u>Acerca de la energía y la masa.</u>		%Sí	Sd
3.10	Se introduce el concepto de masa relativista.	84,6	10,0
3.11	En este caso, la introducción es consistente y se exponen sus limitaciones y eventuales inconvenientes.	23,1	11,7
3.12	Se establece de forma correcta la equivalencia masa-energía.	76,9	11,7

En lo que se refiere al uso del concepto de **masa**, en un total de 11 textos se hace referencia al concepto de masa relativista lo que supone un 84,6% de los textos analizados (ítem 3.10). En tan sólo dos de ellos ni se menciona el concepto, la única masa que aparece es la masa invariante.

Esta cifra no obstante, no es suficientemente clarificadora al no existir una uniformidad en la importancia atribuida al concepto, y la extensión de su uso. La introducción del concepto de masa relativista arrastra un conjunto de opciones anejas, tales como la atribución de masa al fotón, o su vinculación con la energía. Cabe por otra parte quedarse a medio camino introduciendo el concepto de masa relativista pero asumiéndola de un modo convencional, no atribuyendo a dicha masa un carácter físico esencial sino simplemente formal, como agrupación funcional de magnitudes (por ejemplo en ed. Santillana).

Otros textos se enmarcan totalmente en el uso de la m_r (ejemplo en la ed. Edebé): *“Einstein dedujo a partir del principio de conservación de la cantidad de movimiento que la masa de un cuerpo depende de su velocidad según la siguiente fórmula: $m = (1/\sqrt{1-v^2/c^2}).m_0$, ...Observa que la masa de un cuerpo aumenta con su velocidad de tal manera que cuando su velocidad se aproxima mucho a c , la masa se hace infinitamente grande. Esto significa que la fuerza necesaria para acelerar un cuerpo hasta la velocidad de la luz es infinita”*.

En este extracto se condensan muchos puntos de interés: en primer lugar hay una deformación acerca del papel de Einstein en cuanto a la masa relativista, en el primer capítulo se ha estudiado este punto. En segundo lugar el propio concepto de masa relativista que se ha rechazado. Finalmente se observa como ha operado en el autor el mecanismo erróneo de utilizar por extensión esta masa inercialmente; esto es así puesto que la usa para razonar en torno a la fuerza necesaria para acelerar la partícula, la utiliza como una masa longitudinal en la ley de Newton, y al razonar acerca de la existencia de una velocidad límite. Estos mecanismos mentales son los que didácticamente se desea evitar en los estudiantes.

Parece oportuno resaltar que los textos tampoco son coherentes internamente, y muestran vacilaciones en los usos. El mismo texto en un ejercicio escribe: *“calcula su masa aparente”*. Estas vacilaciones no hacen sino inducir confusión en los lectores.

A la luz de estas incoherencias resulta pertinente la cuestión siguiente, la 3.11: ¿En este caso, la introducción es consistente y se exponen sus limitaciones y eventuales inconvenientes?

En efecto, en otros dos de los textos la mención que se realiza es del todo formal, carece de presencia en los razonamientos y deducciones. De hecho, la introducción del concepto se presenta de tal modo explícitamente, por lo que aparece como una salvaguarda clarificadora de los autores.

Parece adecuado por tanto, elevar el porcentaje de textos que no utilizan el concepto de m_r como una magnitud de importancia al 30,7% de los textos. En el resto se enuncia explícitamente la variación de la masa con la velocidad y se glosa la importancia del concepto como un resultado importante de la teoría.

El experimento de Bertozzi de 1964 *“La última velocidad”*, acerca de la variación de la velocidad de los electrones acelerados en función de su energía cinética, recibe un tratamiento relevante en cuatro de estos libros. Esto constituye un refuerzo de estas ideas.

Otros aspectos y profundizaciones.

		%Sí	Sd
3.13	Se usan correctamente las expresiones relativistas en todos los casos	84,6	10,0
3.14	Se reafirma explícitamente la validez del principio de conservación de P en un sistema de referencia inercial, así como la de otras leyes de la física.	30,8	12,8
3.15	Se apuntan aspectos clave de la Teoría General de la Relatividad	46,2	13,8
3.16	El texto incluye profundizaciones de mayor nivel	30,8	12,8

Es de interés también el analizar, si la introducción de la masa relativista en algún texto, se acompaña de un uso inapropiado en expresiones tales como $F=m.a$, en el ámbito de uso en que resulta inaplicable la aproximación clásica. De la revisión resulta que si bien en el 84,6% de los casos no se detecta, esto se observa, efectivamente, en dos casos (situación favorable a nuestra hipótesis), en que se ha usado en la forma $F= m_r.a$, como ampliación de la ley clásica. Como se sabe esta expresión sería únicamente válida en sustitución de la llamada masa transversal para dirección normal al movimiento, por ejemplo en un movimiento circular uniforme y no en la dirección del movimiento.

La opción acerca de la masa establecida en el texto analizado arrastra un enfoque asociado en la equivalencia masa-energía y unos criterios de corrección en consonancia con la opción elegida. En términos generales todos son coherentes con su posición. No obstante, en dos de los textos (15,4%), y

en referencia a la equivalencia masa-energía, se realizan afirmaciones erróneas, manejando de forma inapropiada conceptos tales como la “*conversión masa energía*”. Frases del tipo: “la suma de la masa y energía del sistema ha de permanecer constante, no se corresponden con lo que se ha debatido anteriormente. Admitirlas supondría soslayar la gran aportación de Einstein de energía asociada a la masa en reposo. Además de suponer la invalidez del principio de conservación de la energía; parece como si la cantidad de energía presente en un sistema cerrado, dependiera de eventuales desapariciones de masa en el interior del sistema, en la cantidad E/c^2 .”

Por ejemplo en la ed. SM, en la interpretación de la relación $E=mc^2$: “*La masa puede desaparecer a costa de la aparición de una cantidad equivalente de energía*”. O en ed. Everest: “*La suma de la masa y energía del sistema ha de permanecer constante*”.

La atribución a Einstein de cualesquiera resultados de la teoría, no se ha superado en los textos analizados y, precisamente, se atribuye a Einstein la introducción del concepto de variación de la masa con la velocidad en 4 (30,8%) de ellos (36,4% de los que la introducen). Esta afirmación elude su auténtico origen y no refleja la posición de Einstein al respecto quien apuntaba a los procesos cinemáticos derivados de las transformaciones espacio-tiempo.

En cuanto al tratamiento de los apuntes de la Teoría General, cuestión 3.20, aparecen también aspectos confusos, o directamente erróneos, (p. ej. ed. SM):

“La geometría de G. Riemann, propuesta en 1851, que describe espacios curvos de cualquier número de dimensiones proporcionó a Einstein el instrumento matemático para su teoría: el espacio de tres dimensiones se curva en una cuarta dimensión que es el tiempo.”

Esta frase además de ininteligible para un alumno de bachillerato es incorrecta, en efecto, el espacio-tiempo tetradimensional introducido por Minkowski en los desarrollos de la Teoría especial de la Relatividad es un concepto físico independiente de la curvatura del mismo, isomorfo a un espacio matemático geométrico tetradimensional. El parámetro manejado al hablar de tetradimensionalidad es el concepto de dimensión. La curvatura del espacio se estudia al tratar sus características en el marco de la Relatividad General y resulta ser no euclidiano, se habla entonces de curvatura del espacio. La afirmación del texto parece indicar que hay un espacio tridimensional que se curva sobre el tiempo, formando uno cuatrimensional.

Ocasionalmente se dan confusiones o redacciones que inducen a error. Por ejemplo (ed. Everest) al estudiar el comportamiento de la luz en un campo gravitatorio, en analogía a su paso en un ascensor acelerado:

“La luz, al propagarse a través de un campo gravitatorio, se desvía en la dirección y sentido de la fuerza gravitacional actuante (desplazamiento hacia el rojo).”

El texto incurre en una incorrección al confundir trayectoria del rayo con el desplazamiento gravitacional de la frecuencia.

Entre las diversas profundizaciones que podemos conceptualizar, en términos generales, como excesivas para el nivel del que se trata, y poco favorecedoras de una asimilación de los aspectos clave del tema se detectan: la utilización relevante de diagramas de Minkowski en un 15,4% de textos). El uso de nociones de tetradimensionalidad en cerca de un tercio de los textos (23,1% de casos), este concepto es muy difícil de interiorizar sin preparación previa. E incluso, en algún texto, se llega a introducir alguna noción métrica tal como el intervalo utilizando para ello números imaginarios, con el uso de i para mantener la expresión euclídea de distancia (15,4% de los textos).

4.2 VALORACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PUESTA A PRUEBA DE LA SUBHIPÓTESIS PRIMERA.

Podemos concluir que en muchos textos, el enfoque del tema no sigue un proceso de construcción de conocimientos a partir de un punto de partida basado en una situación problemática. Según muestran, el conocimiento parece surgir como algo preexistente en la naturaleza, descubierto por los científicos, más que como producto inventivo de la comunidad científica, con sus tentativas e imbricaciones en el medio cultural y social. Así, no es general partir de un conocimiento ya problematizado y con límites en su validez que se amplía, extiende, se reemplaza y/o se refina subsumiéndose en un nivel más complejo. Tampoco se muestra claramente que el nuevo conocimiento presenta, a su vez, marcos de validez y no constituye la “verdad absoluta” sino que debe falsarse y evaluarse.

Por otra parte, se siguen manteniendo en un porcentaje alto de los textos una presencia importante de opciones hoy superadas tales como el uso de la masa relativista, no ha calado todavía en los textos, y en la didáctica de estos conceptos, un consenso nuevo en torno a su uso que se aplica en el trabajo cotidiano de los físicos en los laboratorios, en física nuclear o de partículas. Y aunque textos de referencia, tales como Alonso y Finn (1995), Tipler (1994), Gettys Keller y Skove (1993), hayan cambiado de postura, para que los profesores modifiquen esas ideas no basta con decirles que son incorrectas (Alemañ, 1997; Sánchez, 2000). Las cosas no son tan sencillas ni en la ciencia ni en el aprendizaje. Además, es necesario explicitar las razones que sustentaban las ideas que se quieren cambiar, poner de manifiesto sus limitaciones para crear una insatisfacción con ellas y mostrar ideas alternativas que sean tan comprensibles y explicativas como las anteriores.

En los textos no se siguen habitualmente, estrategias sistematizadas de actuación sobre concepciones alternativas o líneas más frecuentes de pensamiento de los estudiantes, no se trabaja excesivamente la construcción cualitativa de los conceptos, por ejemplo, no se usan versiones sencillas de herramientas pedagógicas para la formación del concepto de espacio tiempo como son los diagramas de Minkowski (Alonso Sánchez, 2000; Palekar, 1993) que están prácticamente ausentes de los mismos o se usan a niveles excesivos (15,4% de los textos). En muchos casos parece como si la mera

enunciación de los conceptos y alguna explicación o ejercicio sobre los mismos, proporcionase elementos para su asimilación por el estudiante.

Además, los textos presentan en algún caso errores y malinterpretaciones, algunas ya clásicas como en el tratamiento de la equivalencia masa/energía, otras menos evidentes como dificultades con la simultaneidad, la realidad de los fenómenos o la naturaleza de la contracción de Lorentz, etc.

Por último, tampoco parece establecido un acuerdo tácito entre los autores en torno al nivel de complejidad correspondiente al segundo de bachillerato. La dispersión entre temas así como la extensión y profundidad de los tratamientos son muy amplias, sin duda debido a la escasa tradición de su enseñanza en el bachillerato.

En suma, tras el análisis realizado de los resultados del cuestionario, y de conformidad con las consideraciones apuntadas, podemos considerar que los libros de textos considerados globalmente presentan características que no favorecen el correcto aprendizaje de la Teoría Especial de la Relatividad conforme a la subhipótesis primera que se pretendía poner a prueba.

4.3 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PUESTA A PRUEBA DE LA SUBHIPÓTESIS SEGUNDA

Se ha obtenido la colaboración de un número variable de profesores para contestar las distintas cuestiones, pues se han obtenido en contextos diferentes y con un perfil distinto de los mismos:

Profesores en ejercicio con experiencia en la enseñanza de la física en el nuevo Bachillerato y COU.	21
Profesores en formación siguiendo el curso de aptitud pedagógica (CAP) para impartir clase de Física y Química en el Bachillerato y la ESO.	53

1.-Aspectos epistemológicos e históricos.

¿Qué aspectos señalarías como más significativos en el desarrollo
1.1 histórico de la relatividad especial, y que a tu juicio deberían presentarse a los estudiantes?

Esta cuestión fue planteada únicamente a los 21 profesores en activo y no a los 53 profesores en formación, las respuestas obtenidas se pueden clasificar de la forma siguiente:

- La referencia una situación problemática, sólo se encuentra presente en un 33,3% de las respuestas (66,7% de carencias a favor de nuestra hipótesis), pero sin pasar de una mención genérica sobre la necesidad de tomar en consideración los antecedentes previos, sin detallar aspectos del mismo.

Por ejemplo: *“...acumulación de evidencias científicas que permitieron dejar de considerar el tiempo y el espacio como constantes y sustituirlo por otros”*.

- Las indicaciones acerca del proceso de elaboración de la teoría especial, o la heurística de Einstein, está presente en 28,6 % de las respuestas, pero sin una elaboración que sugiera una epistemología o conocimiento suficiente del proceso histórico, (71,4% a favor de la hipótesis).

Por ejemplo: *“La teoría fue esbozada íntegramente en la mente del científico sin pasar por la comprobación empírica”*.

- Sí se señala en un 71,4% de los casos, que se debería suministrar datos acerca de Einstein y su vida.
- En tan sólo en un 14,3% de las respuestas se hace referencia directa al proceso de evolución física clásica *versus* física moderna. Las reflexiones sobre la acogida por la comunidad científica de la Teoría aparecen también en un tercio de los casos. Como la “validación por la comunidad científica”. Sin embargo, esta aportación no se deriva de un conocimiento cierto sino de una percepción genérica de resistencia al cambio, por ejemplo: *“...la época en la cual Einstein formuló la teoría 1905, en la cual la sociedad le criticó”*.
- Por último se apunta en un 42,9% de las respuestas que sería interesante estudiar las relaciones Ciencia-Técnica-Sociedad pero a menudo mediante unas imprecisas *“repercusiones en el desarrollo de la humanidad”*.

Alguna frase entresacada de entre las respuestas no deja de ser de interés, por cuanto parece no distinguir el tipo de problemas sobre el movimiento relativo de lo que son los problemas de la Teoría de la Relatividad:

“Que desde que el tiempo y el espacio eran unidades absolutas, ahora se convertirán en unidades relativas, teniendo explicación de fenómenos cotidianos de la vida, como decir ‘estoy sentado en la silla e inmóvil’, pero en realidad estoy moviéndome a la velocidad de traslación y rotación de la Tierra”.

2.-Cuestionario sobre introducción de conceptos

Esta parte del cuestionario se ha pasado a la totalidad de los profesores, tanto en activo como en formación (73 cuestionarios en total).

2.1 Indica que aspectos de relatividad convendría introducir y en que orden. Justifícalo brevemente. Indica, en cada caso, si se propone una introducción cualitativa o cuantitativa.

En el conjunto de la muestra únicamente una pequeña parte en torno al 15,1% de las respuestas propone una estrategia coherente con un hilo

conductor claro para la introducción a la Teoría de la Relatividad lo que pudiera ser achacable al predominio de profesorado en formación en la muestra.

En cuanto al núcleo central de la teoría, los elementos esenciales acerca del principio de relatividad o su estatus en la física están escasamente representado, y el estudio de los sistemas de referencia y el propio principio de relatividad no aparecen sino en un 13,7% de las respuestas.

Los aspectos relativos a la constancia de la velocidad de la luz, sin más detalles, sólo aparecen en un 5,5% de las respuestas.

Priman las deducciones más habituales que se derivan los postulados: la configuración del espacio-tiempo, en su faceta más llamativa de contracciones y dilataciones sin excesivas profundización es el concepto dominante.

Conceptos apuntados	Profesores en activo		Profesores en formación		Global	
	%	Sd	%	Sd	%	Sd
Relatividad clásica	19,0	8,6	17,0	5,2	17,6	4,4
Sistemas de referencia y principio de relatividad	28,6	9,9	13,2	4,6	17,6	4,4
Nociones de espacio tiempo, y modificaciones	66,7	10,3	28,3	6,2	39,2	5,7
La masa, y relaciones de equivalencia	42,9	10,8	24,5	5,9	29,7	5,3
Constancia de c	19,0	8,6	11,3	4,3	13,5	4,0
Antecedentes históricos	28,6	9,9	17,0	5,2	20,3	4,7
Diferencias con la física clásica	23,8	9,3	9,4	4,0	13,5	4,0

Por otra parte están presentes expresiones y frases que revelan un desconocimiento profundo de los aspectos más básicos de la teoría, por ejemplo, algunas respuestas indican que no se diferencia la relatividad einsteniana, de la clásica; respuestas del tipo: *“Permite hacer distinción entre un hombre que ve pasar un tren y el que viaja dentro”* o relacionarla con explicaciones del *“movimiento de los planetas”*.

También se dan respuestas, especialmente de los profesores de formación menos física, que la entremezclan con elementos de la teoría cuántica.

“...Relacionado con la dualidad de comportamiento de la luz. La luz se podía comportar como onda y como corpúsculo.”

“...Relación entre la energía que posee un cuerpo y la velocidad a la que se mueve.”

También se dan visiones coherentes del tipo: *“...plantear la física relativista como necesidad de ampliar la física tradicional para explicar problemas concretos”*.

2.2 Señala aplicaciones tanto teóricas como prácticas de la relatividad

Del estudio de las respuestas se deduce que no se muestra una visión clara de cuales son estos aspectos, se da una amplia dispersión, incluso cerca de un 30% no aportan aplicación alguna.

Conceptos apuntados	Profesores en activo		Profesores en formación		Global	
	%	Sd	%	Sd	%	Sd
Sistemas de referencia, fenómenos asociados al tiempo y al espacio.	23,8	9,3	17,0	5,2	18,9	4,6
Equivalencia masa/energía						
▪ Producción de partículas	28,6	9,9	9,4	4,0	14,9	4,1
▪ Física nuclear y aplicaciones.	33,3	10,3	20,8	5,6	24,3	5,0
Aspectos asociados a la Astrofísica, (constitución del universo, Big Bang...)	9,5	6,4	20,8	5,6	17,6	4,4
Relaciones con campos de Física Teórica						
▪ Física de partículas	33,3	10,3	9,4	4,0	16,2	4,3
▪ Teoría atómica.	4,8	4,7	13,2	4,6	10,8	3,6
▪ Teorías cuánticas	0,0	0,0	22,6	5,7	16,2	4,3
No señalan ningún tipo de aplicación teórica o práctica.	4,8	4,7	30,2	6,3	23,0	4,9
Respuestas que revelan aspectos erróneos	9,5	6,4	18,9	5,4	16,2	4,3

Algunas de ellas muestran una importante confusión:

“...constantemente se hace referencia a algo, esto es lo que constituye la relatividad”.

“...llegar antes a algunos sitios con aviones supersónicos”.

“...estudio de velocidad de masas: movimientos cinéticos”.

“...velocidad de una nave que ha estado circulando años por el espacio [...] La masa que tendría un cuerpo en el espacio”.

“...que no se ve igual un semáforo viajando a velocidad alta”.

“El tren en movimiento que según el sistema de coordenadas el movimiento de un cuerpo externo es diferente”.

2.3 La ecuación $E=mc^2$ es una de las más conocidas y divulgadas. Cómo la explicarías a los alumnos para intentar que capten su significado.

En el manejo de $E=mc^2$ se encuentran expresiones directas de interconversión del tipo “la masa de cualquier cuerpo tiene la capacidad potencial de transformarse en energía”, se prescinde así del concepto de energía asociada a la masa invariante $E_0=mc^2$ y viceversa (la afirmación es asimétrica). La noción errónea que se mantiene es similar a una “desmaterialización de la materia” y análoga al concepto erróneo sobre la combustión difundido en ocasiones entre los alumnos, quienes lo interpretan como una desaparición de materia.

La interpretación de la ecuación en términos de equivalencia se da en torno al 24% de respuestas, sin embargo, la interpretación de la ecuación no es unívoca: hay quien identifica totalmente masa y energía, “son lo mismo”, y quien diferencia entre ellos: “todo cuerpo por tener masa tiene energía asociada”. La igualdad entre ambos conceptos ya se ha desechado anteriormente, por ejemplo, un fotón tiene energía y sin embargo se considera una partícula sin masa. La equivalencia la planteamos en los términos en que la planteó Einstein en 1905: la existencia de una energía correspondiente a una masa en reposo, $E_0= mc^2$.

El uso de la masa relativista está también incluida en menciones directas a la dependencia de la masa con el sistema de referencia.

Conceptos apuntados	Profesores en activo		Profesores en formación		Global	
	%	Sd	%	Sd	%	Sd
Se dan propuestas de conversión masa energía.	28,6	9,9	17,0	5,2	20,3	4,7
Se plantea la relación como una vinculación similar a la relación entre la masa y el volumen, con una separación íntima entre los conceptos. En esta categoría se engloban las respuestas que plantean una relación de dependencia funcional (sintetizada en una fórmula) análoga al de la E cinética clásica, sin vinculación de equivalencia.	38,1	10,6	50,9	6,9	47,3	5,8
La respuesta incluye un sustrato físico de equivalencia	23,8	9,3	17,0	5,2	18,9	4,6
Otras en que la respuesta no proporciona una explicación acerca de la equivalencia (incluyendo algunas con deformaciones importantes)	9,5	6,4	15,1	4,9	13,5	4,0

El uso meramente funcional de la expresión está presente en un número elevado de respuestas, sobre todo en aquellas que proponen como estrategia de aprendizaje un cierto operativismo “la explicación detallada de las distintas magnitudes que intervienen en la fórmula”. O relaciones funcionales del tipo “si

un cuerpo tiene más masa su energía aumenta”, que eluden el fondo de la cuestión.

Por último aparecen errores curiosos como quien asimila c a la velocidad del cuerpo o entremezcla un plano microscópico y dualidad onda-corpúsculo en la explicación.

En resumen tan sólo un 20,3% de las respuestas se puede considerar como satisfactorias, (cerca de un 80% favorables a la hipótesis).

“De aquí podemos calcular la energía, que es directamente proporcional a la velocidad al cuadrado, es decir si aumenta la velocidad hay mayor energía”

“...Que parte de la masa puede hacerse energía y viceversa, cuando nos movemos a la velocidad de la luz ...”

“La energía de una partícula depende de su masa y del cuadrado de su velocidad. Para un mismo nivel de energía, las partículas más ligeras, las de masa menor tendrán una velocidad mayor...”

2.4 Valora de 0 a 10 tu grado de acuerdo con las siguientes frases (0 totalmente en desacuerdo, 10 acuerdo total).

Los resultados se recogen en la tabla:

Valoraciones efectuadas		Profesores en activo		Profesores en formación		Global	
		%	Sd	%	Sd	%	Sd
2.4.1	Se puede prescindir de su conocimiento, en la secundaria.	6,0	3,0	5,2	3,5	5,4	3,4
2.4.2	Necesita un alto nivel para comprenderla los rasgos principales	4,9	2,8	5,6	3,2	5,4	3,1
2.4.3	Está poco conectada con el resto de lo estudiado en el bachillerato	5,6	2,9	6,5	3,0	6,2	3,0
2.4.4	Las fórmulas son complicadas, no ayudan a comprender lo esencial	5,4	2,9	6,0	2,7	5,9	2,8

Distribución de valoraciones (%)

Ítems	Profesores en activo			Profesores en formación			Global		
	1 a 4	5 ó 6	7 a 10	1 a 4	5 ó 6	7 a 10	1 a 4	5 ó 6	7 a 10
2.4.1	23,8	38,1	38,1	37,7	28,3	34,0	33,8	31,1	35,1
2.4.2	47,6	23,8	28,6	34,0	26,4	39,6	37,8	25,7	36,5
2.4.3	28,6	14,3	57,1	22,6	18,9	58,5	24,3	17,6	58,1
2.4.4	33,3	23,8	42,9	22,6	32,1	45,3	25,7	29,7	44,6

La relativamente alta desviación estándar en la distribución de los resultados indica la elevada dispersión de las respuestas, por lo que no se da una tendencia clara en la valoración de su papel en la enseñanza.

4.4 VALORACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PUESTA A PRUEBA DE LA SUBHIPÓTESIS SEGUNDA.

Nuestra hipótesis de partida es la de que el profesorado no mantendrá una visión clara del proceso de elaboración de la teoría ni propondrá un uso significativo del mismo en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Una vez realizado el análisis de los resultados del cuestionario, y con la cautela derivada del tamaño de la muestra, podemos indicar que los resultados apuntan en la dirección propuesta por la subhipótesis segunda.

4.5 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PUESTA A PRUEBA DE LA SUBHIPÓTESIS TERCERA.

Se muestran a continuación los resultados obtenidos de los cuestionarios pasados a los estudiantes, que se han obtenido en contextos diferentes y con un perfil distinto de los alumnos.

Estudiantes de 4º de ESO:	21
Estudiantes de 1º de bachillerato:	80
Estudiantes de 2º de bachillerato:	54

TABLAS DE RESULTADOS Y COMENTARIOS

1º	Expón las ideas que tengas sobre el espacio. ¿Qué es el espacio?					
Manifiesta una concepción apropiada del concepto, mínimamente diferenciado en características y atributos. (Ajustada al nivel: clásico 4º/1º, relativista en 2º Bachiller).	4º ESO		1º bach.		2º bach.	
	%Sí	Sd	%Sí	Sd	%Sí	Sd
	4,8	4,7	18,8	4,4	13,0	4,6

Presenta bastante dificultad precisar la imagen que del espacio poseen los alumnos de primer nivel, y la evolución que se ha producido tras el estudio del tema, en el caso de los alumnos de 2º de bachillerato. Los valores cuantitativos que se han fijado no dejan de ser orientativos. El criterio que se ha adoptado para apreciar lo apropiado de la concepción de los alumnos, se ha ajustado según el nivel que se les presupone conforme a lo que han estudiado.

Únicamente un pequeño porcentaje de alumnos de ESO y 1º de Bachiller poseen un concepto clásico del espacio dotado de cierta entidad, y enuncian al menos un par de atributos del mismo; se observa poca diferencia entre los de 4º de ESO y 1º de bachiller, pese a que estos últimos han realizado un estudio mucho más amplio de mecánica. En un estudio más detenido de las respuestas se puede atender a dos aspectos: la forma en que definen el espacio y las propiedades que le atribuyen.

Las respuestas pueden ser agrupadas en categorías, según el matiz predominante en su definición, que a veces se entremezclan en las contestaciones; sirva de ejemplo la siguiente en que se presentan juntos las tres vías más habituales de introducir el concepto: *“El espacio es el recorrido que hace un cuerpo sobre determinada superficie, aunque también se puede llamar espacio al lugar que nosotros ocupamos, o sencillamente, el vacío donde se sitúan las cosas”* (1º bach.).

- a) El espacio con noción de lugar, o *“volumen”* donde se sitúan los cuerpos. Este matiz está presente en el 90,5% de las contestaciones de 4º, el 40,0% de las de 1º de bachiller, y el 29,6% de las de 2º.

Esta acepción incluye aquellas respuestas que poseen una vertiente cosmológica de recipientes de cuerpos estelares: *“Es donde están todos los planetas”*. O comprensivas del tipo: *“Todo es el espacio porque todo tiene espacio”*

- b) El espacio como sinónimo de vacío, es una variante en 4º (9,5%) y 1º bach. (6,3%) que parece aproximarse a la de lugar.

“Es el vacío que nos rodea”, “es el vacío donde nos situamos todos”, “es el vacío que existe entre dos puntos u objetos.”

- c) Un numeroso grupo de alumnos hacen referencia al espacio con la acepción de distancia existente en cuerpos reales (22,5% en 1º bach., y 22,2% en 2º de bach.).

En algunas respuestas parece plantearse una dicotomía entre cuerpos y espacio en que este aparece como externo a los cuerpos, p. ej.: *“Es el lugar que se deja libre entre un objeto o persona y otro objeto o persona”*.

Por otra parte, en una parte sustancial de las respuestas parece necesario definir el espacio con relación a cuerpos o como resultado de relaciones entre ellos: distancias, o exterior a ellos... Como si se diese cierta dificultad de manejar el propio concepto *“per se”*.

- d) Espacio interpretado desde la cinemática como *“espacio recorrido”* sobre una trayectoria (20,0% 1º bach., 18,5% en 2º de bach.)

Por ejemplo: *“El espacio es una longitud que puede ser infinita”*. Este tipo de respuestas revela la falta de un trabajo previo sobre la noción del espacio pues se da más relevancia a la noción cinemática que a la relevancia física del concepto en sí mismo.

- e) Por último un porcentaje apreciable no se centra en la cuestión o no contesta (12,5% en 1º bach., 11,1% en 2º bach.).

En 2º de bachillerato el nivel de exigencia aumenta, en tanto que es exigible una superación del concepto clásico en línea a las ideas relativistas; sin embargo, el análisis de las respuestas arroja un 13,0% de alumnos que exponen una visión más avanzada del concepto, aunque no muy precisa, favorable a nuestra hipótesis.

En general está asentada la idea de que la posición clásica de Galileo-Newton ha sido superada por las aportaciones einstenianas, otra cuestión es que sean capaces de exponer las nuevas ideas.

Tomemos por ejemplo esta respuesta típica: *“Einstein demostró [...] que el espacio no es el mismo para ambos observadores, esta diferencia viene regulada en función de la velocidad, teniendo el límite en la velocidad de la luz. A esto se le llama contracción del espacio”*.

En esta línea hay grados en la respuesta: *“El espacio no es universal, sino que varía en un factor $\sqrt{1-v^2/c^2}$, de un sistema a otro que se mueve con MRU”*.

Y otro precisa: *“Este espacio sólo se reduce en la dirección del movimiento”*.

Todas estas respuestas no aciertan en lo esencial: ya no hay un espacio receptáculo universal de los fenómenos, que si bien puede no ser accesible podemos usarlo indirectamente mediante los sistemas inerciales que se mueven con MRU respecto a él: hay infinitos espacios igual de válidos, ninguno está contraído respecto a otro, y situaciones análogas proporcionan valores análogos con leyes idénticas. Otra cosa es estudiar el mismo fenómeno físico desde distintos S.R., que proporciona valores diferentes pero unívocos y conectados entre sí por las transformaciones de Lorentz.

En realidad en este y otros de los otros ítems asoma persistentemente la noción de un marco absoluto.

En las respuestas se indican atributos que enriquecen el concepto y que conviene revisar para evaluar su evolución de 4º ESO a 2º de bachiller. La primera conclusión es que muy pocas respuestas 4,8% en 4º ESO, 18,8% 1º, 13,0% en 2º de bachiller exponen alguna de estas propiedades, estos valores son indicativos de que no se ha efectuado un aprendizaje significativo.

Señalemos en primer lugar que los estudiantes de 4º ESO y 1º de bachiller prácticamente no hacen mención a las propiedades clásicas ya reseñados: el espacio no tiene límites (4,8% en 4º ESO, 3,8% en 1º bach., 7,4% en 2º), es infinito (10,0% en 1º, 9,3% en 2º bach.), completo, homogéneo, continuo, isótropo, universal, pasivo y con la distancia entre puntos invariante. Como se

indica sólo alguna de estas propiedades es mencionada en contadas ocasiones. A veces de forma indirecta: *“No tiene dirección, arriba ni abajo, ni derecha ni izquierda”*.

Alguna de las formulaciones parece dotada de un mayor nivel de concreción: *“El espacio es infinito, se puede seccionar en partes y ocupar por distintos materiales”*

En 4º ESO y 1º de bachiller, se percibe en algunos casos (3) la influencia de una formación extracurricular obtenida de los medios de comunicación o de lecturas se observa en referencias a la existencia de un origen del espacio y a la expansión del universo”. Según la teoría del Big-Bang el espacio se hace cada vez más grande y llegará un momento en que se empezará a contraer (4º ESO). Algunas respuestas (3) parecen querer conectar espacio-tiempo, aunque erróneamente, por ejemplo: *“El espacio es un lugar en el tiempo donde se disponen los cuerpos”*.

En conclusión, parece confirmarse nuestra subhipótesis (S3.1). En efecto, la concepción de los estudiantes, de 4º ESO y 1º de bachiller, es muy clásica, y asemeja el espacio a un contenedor, escenario de los fenómenos, pasivo, que no interacciona con ellos; pero parece muy poco madurada y se puede inferir que no ha sido objeto de reflexión ni de enriquecimiento. De hecho parece, por el peso de la introducción en términos cinemáticos, que es tan sólo en ese contexto, en 1º de bachiller, en el que se ha manejado el término espacio. En suma, la base de la explicación es intuitiva, matizada en ocasiones por conocimientos dispersos acerca de la estructura del universo.

Paradójicamente los estudiantes de 2º de bachillerato no fijan su atención en estas propiedades y se dedican a resaltar el carácter no universal del espacio y su dependencia con el sistema de referencia. Esto es indicativo de que el aprendizaje se orienta, fundamentalmente, a resaltar la diferencia con las concepciones clásicas sin fundarse en un estudio de la situación problemática de partida ni profundizar en los conceptos. Los resultados son coherentes con nuestra hipótesis.

2º	Expón las ideas que tengas sobre el tiempo.	4º ESO		1º bach.		2º bach.	
		%Sí	Sd	%Sí	Sd	%Sí	Sd
		Manifiesta una concepción apropiada del concepto, mínimamente diferenciado en características y atributos. (Ajustada al nivel: clásico 4º/1º, relativista en 2º Bachiller).		14,3	7,6	12,5	3,7

El concepto de tiempo presenta una mayor dificultad de verbalización en 4º ESO y 1º de bachiller, lo que se traduce en menores porcentajes de explicaciones que se pueden calificar de suficientemente correctas 14,3% en 4º ESO, 12,5% en 1º bach. 20,4% en 2º. Esta evaluación se ha realizado de nuevo aplicando criterios de corrección correspondientes a los diversos niveles y a la materia estudiada. El 79,6% de estudiantes de 2º de bachillerato no son capaces de exponer ideas relativistas más maduras del concepto, lo que

favorece nuestra hipótesis (S3.1), lo que no obsta para que enuncien aspectos parciales, alguna propiedad o característica.

Al igual que en la cuestión acerca del espacio, las respuestas pueden ser agrupadas en categorías, según el matiz predominante en su definición: lo introducen mediante referencias a la duración de un fenómeno o repetición cíclica de sucesos 42,9% de los estudiantes de 4º ESO y el 58,8% en 1º de bachiller, mientras que usan esta vía un 29,6% de alumnos de 2º de bachiller. Otros, en menor porcentaje recurren a usar para ello un criterio de orden de sucesión de fenómenos (4,8% en 4º ESO, 6,3% en 1º bach.). Algunos, llamativamente, recurren a nociones más metafísicas que muestran su desconcierto ante el concepto: *“No existe como tal es una invención psicológica”* (9,5% en 4º; 3,8% en 1º). Por último un porcentaje sustancial no es capaz de definirlo mínimamente, no se centran en la cuestión de contestar sobre lo que es el tiempo o no contestan (42,9% en 4º, 22,5% en 1º y 70,4% en 2º de bach.). Estos porcentajes no excluye el que contesten enunciando algunas característica, pero muestran precisamente la dificultad de abordar directamente el concepto.

Como nota llamativa, un gran número de respuestas incluye la palabra medir, parece que les resulta difícil concebir el tiempo como parte de una realidad objetiva externa.

En 4º ESO y 1º de bachiller, se pueden detectar como los estudiantes otorgan diversos atributos del espacio entre los que apunta algún eco relativista: *“El tiempo transcurre igual en todo el universo”*; *“el tiempo es simultáneo con el espacio”*; *“el tiempo no está definido en las proximidades de un agujero negro”*, o también, *“el tiempo no es absoluto depende de la velocidad a que te muevas”*.

En 2º de bachillerato se producen distorsiones que, con un aspecto aparentemente correcto, encierran errores de concepto, por ejemplo: *“El tiempo varía en función de la velocidad, como pasa con el espacio a velocidades próximas a la de la luz”*; o en esta otra *“Einstein descubrió que el tiempo no era igual para todos los observadores, transcurría menos tiempo para un S.R. en M.R.U que para otro en reposo”*. Estas respuestas pierden la perspectiva de la igualdad esencial entre el estatus de los distintos sistemas de referencia, e indican que no se ha asumido el concepto de tiempo propio.

Todos los tiempos transcurren igual en todos los sistemas de referencia y fenómenos análogos producen resultados análogos. No se puede argumentar que el tiempo transcurre más despacio en un sistema de referencia ligado a un muón en movimiento que se desintegra, porque en otro sistema en que está en reposo, el periodo de semidesintegración sea mucho menor (por ejemplo, ligado a la Tierra con muones en reposo respecto a ella). Si se evalúa desde la perspectiva del sistema de referencia ligado al muón en movimiento, sería el de la Tierra el de mayor periodo. La conclusión es que se está evaluando el mismo suceso pero que para los diferentes sistemas de referencia son dos fenómenos distintos: muón en reposo frente a muón en movimiento. Los tiempos funcionan y transcurren igual en ambos sistemas.

En la famosa paradoja de los gemelos la experiencia biológica de cualquiera de ellos no se incrementa ni en un segundo, no prolonga su vida ninguno de los dos; si se mueven en sistemas de referencia inerciales ambos son simétricos y, si en cambio, uno invierte el camino, y se juntan, existirá una diferencia de edad; pero el más viejo habrá experimentado en su vida tantos latidos del corazón como otro hombre de su edad biológica, tendrá vivencias y desgaste físico como la edad que asegura haber vivido.

Los estudiantes de 4º ESO y 1º de bachiller no recogen un abanico amplio de propiedades del tiempo en la perspectiva clásica. El tiempo clásico se entiende como un parámetro real infinito (5,0% en 1º), monótonamente creciente (4,8% en 4º ESO, 3,8% en 1º), es continuo (4,8% en 4º, 2,5% en 1º), homogéneo, isótropo, universal (9,5% en 4º), pasivo e independiente del espacio. Como se indica de toda esta gama de propiedades no se cita más que un porcentaje mínimo y en muy pocas ocasiones.

En 2º de bachillerato, el abanico de propiedades paradójicamente se estrecha pues se centran en exclusiva en el aspecto relativo del tiempo y se empobrece, incluso más, la presencia de otras propiedades; valoran en cambio mucho las relaciones de Lorentz, que ilustran muchas respuestas. El 61,1% son capaces de referirse al carácter relativo, no universal del tiempo, diferente según el observador. El aspecto más señalado en 2º es la mención a la evolución desde las nociones clásicas a la relativista pero no son capaces de concretar bien el fundamento del concepto.

En suma los resultados son efectivamente, conformes con las expectativas de la hipótesis (S3.1) predominan las imágenes del tiempo como duración de fenómenos, con movimientos periódicos, etc. y con muy escaso dominio de sus propiedades lo que apunta a lo superficial del trabajo realizado en torno al concepto.

3º	Qué son los S.R. ¿Para qué sirven?	4º ESO		1º bach.		2º bach.	
		%Sí	Sd	%Sí	Sd	%Sí	Sd
	Manifiesta una concepción apropiada del concepto, Comprende la utilidad de su uso.	19,0	8,6	16,3	4,1	No incluida	
4º	Acerca de la existencia S.R. absoluto: Manifiesta una concepción apropiada del concepto de espacio absoluto y rechazan, con argumentos, su existencia.	0,0	0,0	7,5	2,9	9,3	4,0

La noción de sistema de referencia más correctamente expresada apunta a un sistema cartesiano, de 3 ejes que se cortan en el origen, pero sistemáticamente prescinden del tiempo, como si no se tratase de sistemas de referencia espacio-temporales olvidando que estos se definen en un instante determinado, tampoco los alumnos de 2º de bachillerato hacen hincapié en este aspecto.

El concepto de espacio absoluto no parece ser plenamente comprendido, pues a pesar de usar varios sistemas de referencia y comprender la relatividad del movimiento, todo parece discurrir para ellos en un marco que es la auténtica realidad del espacio.

Un porcentaje muy bajo (9,3%) de estudiantes de 2º de bachillerato (90,7% a favor de nuestras hipótesis) parece haber efectuado el tránsito hacia la intelectualización de este espacio. Si se toma en consideración aquellas respuestas que muestran razonadamente que este concepto queda superado por la teoría de la relatividad este porcentaje bajaría todavía más lo que es muestra del escaso aprendizaje 90,7% favorable a nuestra hipótesis (S3.H2). Por último hay un porcentaje alto de contestaciones que no se centran en la cuestión o no responden (52,4% en 4º ESO, 23,8% en 1º bach., 24,1% en 2º bach.).

Estos resultados parecen apuntar en la línea del interés de trabajar estos conceptos incluyendo en todos los cursos anteriores actividades de complejidad creciente, que introduzcan de forma reflexiva la noción clásica, que es la que esperamos que maneje el estudiante espontáneamente, y ayudar así al tránsito posterior a la concepción relativista.

Conforme a estas ideas podemos asumir que el conjunto de las respuestas apoya la línea recogida por nuestra hipótesis (S3.H2).

(ESPECÍFICAS DE 4º ESO Y 1º DE BACHILLER)		4º ESO		1º bach.	
5º		%Sí	Sd	%Sí	Sd
	Un aviador lanza un paquete. ¿Hay alguna diferencia entre la trayectoria que sigue vista desde el suelo y desde el avión? ¿Cuál? ¿Alguna es más válida que otra?				
	Concepto de trayectoria, estudio de trayectorias desde distintos sistemas: establece las trayectorias de forma correcta y manifiesta que ambas son igualmente válidas.	9,5	6,4	22,5	4,7

La cuestión insiste y profundiza en los puntos anteriores al solicitar un uso funcional de las ideas. En primer lugar podemos observar como el mayor nivel de maduración y conocimientos físicos de los alumnos de 1º de bachillerato se hace sentir en que sube al 22,5% de los estudiantes capaces de distinguir y razonar sobre la presencia de dos trayectorias diferentes, una para cada uno de los sistemas de referencia propuestos, frente a un 9,5% de los de 4º de ESO. La descripción correcta de la trayectoria les resulta muy dificultosa y más todavía la consideración de que no hay ninguna trayectoria “verdadera” y las respuestas en las que se privilegia una sobre la otra son mucho más numerosas.

En suma, podemos afirmar que estos conceptos no están asentados incluso desde la perspectiva clásica en los niveles previos al 2º de bachillerato, lo que sin duda restringirán la flexibilidad de interpretación y las posibilidades de comprensión en 2º, conforme a nuestra hipótesis (S3.H2)

(ESPECÍFICA DE 1º DE BACHILLERATO)

<p>6º En una nave espacial en movimiento un astronauta lanza un objeto hacia delante con velocidad (V_o) respecto a él. Nosotros desde fuera estudiamos velocidades. La nave se mueve respecto a nosotros con velocidad (V_n).</p> <p>a) La velocidad con que se mueve el objeto respecto a nosotros es igual a: b) Y si se lanzara en dirección perpendicular al movimiento de la nave sería igual a: c) Y si es un rayo de luz emitido hacia adelante, en el vacío con V_{LUZ} sería igual a:</p> <p style="text-align: right;">1º bach.</p>		
Maneja correctamente la composición galileana de velocidades:	%Sí	Sd
a) En la dirección del movimiento:	31,3	5,2
b) En dirección perpendicular al movimiento.	12,5	3,7
c) Una composición que involucra la velocidad de la luz.	6,3	2,7

Una última vertiente analizada en torno a los sistemas de referencia es el manejo cuantitativo de la transformación de velocidades de Galileo. El 68,7% de alumnos que no consigue efectuar correctamente composiciones sencillas de velocidades en la dirección de movimiento, porcentaje que aumenta drásticamente al 87,5% si se solicita una composición transversal (de hecho el porcentaje de alumnos que no contestan a esta cuestión asciende del 37,5% en dirección del movimiento al 48,8% en dirección transversal). Estos valores son indicativos de las dificultades adicionales que les representa manejar situaciones asimétricas, direcciones transversales y operaciones de composición vectorial.

Por último, en torno a la velocidad de la luz se observa que algunos alumnos si que conocen la existencia de peculiaridades en ella (12,5%), muchos son desbordados por la pregunta (58,5% no responden a este punto), algunos la componen sin atender a ninguna peculiaridad, Intentan sumar la $V_{luz} + V_{nave}$ (14 casos). Pero también es de destacar en este nivel la existencia de casos (3) en que no sólo realizan bien la composición con la luz, sino que lo explican perfectamente: *“La luz no puede ir más rápido”*.

En conclusión los resultados apoyan firmemente la necesidad de un trabajo previo más cuidadoso en su faceta más práctica, además de la reflexión de su base teórica y resultan ser favorables a nuestra subhipótesis (S3.H2).

(ESPECÍFICA DE 1º DE BACHILLERATO)

7º Indica si la mecánica que surgió tras los trabajos de Galileo, Newton, etc. tiene límites en su validez, o es exacta en toda circunstancia	1º bach.	
	%Sí	Sd
Manifiestan razonadamente la existencia de limitaciones en la validez de la mecánica que surgió tras los trabajos de Galileo, Newton...	13,8	3,9

La cuestión pretendía sacar a la luz la consideración, que en el marco de la Física concedían los estudiantes a los fundamentos de la mecánica clásica, y de paso lo plausible que resulta para ellos la existencia de limitaciones al marco teórico. En ese sentido los resultados son un tanto ambiguos, por un lado hay un porcentaje importante (51,3%) de alumnos de 4º y 1º de bachiller que admiten la existencia de limitaciones, pero un análisis fino de sus respuestas revela que:

1º Parecen carecer del concepto de estructura teórica fundamental y organizada asentada y cuyo cambio supone una alteración de los fundamentos de la disciplina. Es decir, no atribuyen especial jerarquía al núcleo fundamental.

2º Un alto número de respuestas admite un cambio progresivo y continuo de mejora indefinida, difuminándose, y relativizándose en exceso el valor del conocimiento científico; posiblemente encuentran dificultades en valorar los fenómenos de cambio crítico.

Con relación a estos puntos se pueden extractar algunas respuestas a modo de ejemplo:

“Nada es exacto, puesto que cada vez salen nuevas teorías, que amplían o contradicen las anteriores”.

3º No se percibe que los estudiantes hagan uso de una noción suficientemente clara de diferenciación entre los aspectos de modelización y de aproximación que surgen del uso práctico de la teoría, y de validez o invalidez de naturaleza teórica. De ahí el relativamente alto número de respuestas que muestren esa confusión:

“Tienen límites en su validez debido a que muchas veces considera el rozamiento igual a cero y muchos cuerpos se encuentran afectados por el rozamiento”.

Junto a afirmaciones que restringen de forma errónea su validez:

“Tiene límites porque en el espacio no sirven al no haber gravedad”.

Tan sólo un número muy reducido número de alumnos muestran conocer la existencia de limitaciones de orden más fundamental, en la teoría (12,5%) señalando algún punto de interés aunque deslizen, en ocasiones, errores:

“No exacta porque si aumentas mucho hasta la velocidad de la luz la masa valdría cero”. O también: “Está limitada a unas velocidades que no se aproximan a la velocidad de la luz y por ello se tuvo que utilizar la de Einstein”.

En suma, lo que revela este ítem es la carencia de un estudio e interiorización de aspectos lógicos de la ciencia, y la ausencia de este planteamiento en el trabajo sobre la mecánica clásica; en consecuencia no podemos considerar plenamente acertada la subhipótesis (S3.H1) en este caso, pero por una limitación más fundamental todavía.

DESTINADAS A ALUMNOS DE 2º DE BACHILLERATO.

4º	Indica, a modo de resumen, los que consideres puntos esenciales en la Relatividad.	2º bach.	
		%Sí	Sd
	Indican los puntos esenciales de la Relatividad especial.	33,3	6,4

La cuestión ha sido planteada únicamente para los estudiantes de 2º de bachiller, solicitaba a los estudiantes que formularan los puntos que consideraban esenciales en la Relatividad. Se ha adoptado como criterio de corrección que señalen al menos dos de las características más esenciales. En las respuestas se da una dispersión, un 29,6% de los estudiantes no son capaces de indicar algún punto esencial o no se centran en ningún aspecto relevante, otro 25,9% destacan como aspecto más relevante el uso de masa relativista. Otro 7,4% indica como tal la equivalencia masa /energía.

Entre los puntos más apuntados por los estudiantes se indican, por ejemplo, la velocidad de la luz como límite físico que es citada como punto esencial por 22,2% de los alumnos. Esto pudiera ser debido a que falta la referencia a un hilo conductor didáctico como el que propone el proceso de enseñanza por investigación: partir de una situación problemática reflexionada y un proceso lógico de introducción guiada de conocimiento, en línea con la investigación científica. De hecho, el punto central del principio de relatividad es citado por el 24,1% de las respuestas, porcentaje sumamente bajo, lo que resulta ser favorable, con el 75,9%, a nuestra hipótesis de partida (S3.H3). Las nociones básicas de espacio se mencionan con una explicación acerca de sus nuevas características (37,0%) y el concepto de simultaneidad y la nueva concepción del tiempo (31,5%).

Junto a este abanico de respuestas se dan algunas muy dispersas que incluso confunden fenómenos diversos fuera del ámbito relativista (dualidad, efecto fotoeléctrico, etc.).

5º	<p>Como se sabe en muchos fenómenos típicos de la relatividad está involucrado el tiempo. Valora este caso:</p> <p><i>Dos pilas de reloj idénticas se conectan al cruzar un cohete con una alta velocidad (0,6.c) por delante de una estación espacial, una en el cohete y otra en la estación. El piloto cronometra en su reloj el tiempo que tarda en consumirse la pila y comunica su resultado por radio a la estación. El valor comunicado será (comenta):</i></p> <p>a) igual al obtenido con la pila en la estación b) mayor c) menor d) depende</p>	2º bach.	
		%Sí	Sd
Manejan de forma correcta el concepto de tiempo propio.		18,5	5,3

En el estudio del ítem acerca de la duración de dos fenómenos idénticos, en dos sistemas de referencia en movimiento rectilíneo uniforme entre sí, se obtiene la siguiente distribución de respuestas en (%):

Se obtiene igual duración (resultado correcto)	18,5	5,3
Resultado incorrecto	72,2	6,1
No contestan	9,3	4,0

Resultan correctos sólo el 18,5% de los resultados, lo que es indicativo de que la idea del tiempo propio no ha calado suficientemente entre la mayoría de los estudiantes (81,5% favorable a nuestra hipótesis). Hay un reparto equilibrado entre las respuestas de mayor (33,3%) y menor duración (38,9%). El tipo de respuestas incorrectas es por ejemplo: *“En la pila que ha viajado a una velocidad cercana a la de la luz el tiempo ha transcurrido más despacio, se produce lo que llamamos una dilatación del tiempo”*. El estudiante se ha dejado arrastrar por la medición efectuada desde un sistema sobre el otro y no por la autoevaluación que realiza el otro sistema del fenómeno, que no puede sino ser idéntica a la suya propia, so pena de privilegiar uno sobre otro.

Se detecta también una importante presencia de la expresión $\Delta t' = \Delta t / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$ escrita en el 37,0% de los casos, utilizada en un sentido u otro para argumentar tiempos mayores o menores. El estudiante incide en un operativismo que no es de aplicación al caso.

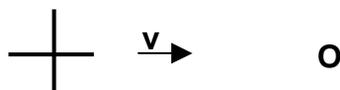
Por último es de destacar que hay un 18,5% de las respuestas que indican que han comprendido perfectamente la pregunta y argumentan correctamente, lo que permite concluir que se manejan conceptos perfectamente asequibles con un trabajo bien orientado.

En suma de la exposición realizada se puede considerar que el aprendizaje realizado por la generalidad de los alumnos dista de ser suficientemente significativo conforme se propone en la hipótesis (S3.H1).

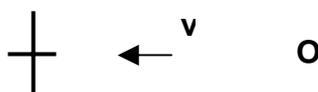
6º Una de las ideas importantes que se derivan de la TER es la que afecta a la medida de la longitud de cuerpos en movimiento. Estudia el siguiente caso:

Una cruz tiene brazos iguales en un sistema de referencia en el cual está en reposo. Se mueve en disposición frontal. Decir cuál de las siguientes situaciones es correcta.

a) La cruz se acerca al observador inercial **O** con velocidad **v** como indica la figura y por tanto este observador ve que la cruz tiene los brazos iguales.



b) La cruz se aleja del observador inercial **O** con velocidad **v** como indica la figura y por tanto este observador ve que el brazo de la cruz paralelo a la dirección de la velocidad de separación es menor que el brazo perpendicular.



c) La cruz se acerca al observador inercial **O** con velocidad **v** como indica la figura y por tanto este observador ve que el brazo de la cruz perpendicular a la dirección de la velocidad de separación es menor que el brazo paralelo



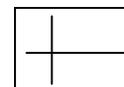
d) Ninguna de las anteriores es correcta. COMENTA:

Responden correctamente acerca de la medida de la longitud de cuerpos asimétricos en movimiento, atendiendo al comportamiento en direcciones distintas a la del movimiento	2º bach.	
	%Sí	Sd
	33,3	6,4

El ítem indagaba acerca del manejo asimétrico de la contracción y la complejidad de alejamiento/ acercamiento, permitiendo la elección entre tres opciones.

	%	Sd
Contestan correctamente (se aleja con velocidad V).	33,3	6,4
Eligen una opción incorrecta	59,3	6,7
No contestan.	7,4	3,6

Hay un porcentaje sustancial de respuestas 59,3%, que no aciertan a diferenciar las transformaciones geométricas cuando se solicita evaluar situaciones no evidentes. Lo que es indicativo de que no se ha insistido en la asimetría entre las direcciones, ni el hecho de que es indiferente si se trata de un acercamiento o alejamiento en una dirección. Curiosamente alguna respuesta propone incluso soluciones aberrantes, por ejemplo:



Este elevado porcentaje actúa favoreciendo la hipótesis (S3.H1).

7º	Las fórmulas pueden ser difíciles, uno de los trucos que se utiliza a veces es aprovechar las ecuaciones conocidas de la mecánica sustituyendo m por $= m_0 / (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$. ¿ Es, en tu opinión, una buena estrategia, o puede llevar a error en algún caso?	
Proporciona una opinión correcta acerca de lo inadecuado del uso de la sustitución de m por $= m_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$ en las expresiones dinámicas.		2º bach.
		%Sí
		Sd
		14,8
		4,8

El porcentaje de alumnos que identifican el problema y eluden extender la expresión de forma indiscriminada al resto de fórmulas es muy pequeño, el 14,8%. Abundan, por el contrario, posiciones erróneas, e incluso son más numerosas las que no se definen, que alcanzan hasta el 44,4%.

Un 40,7% incurren directamente la traslación de la fórmula a las expresiones clásicas, lo que es indicativo de que constituye una fuente sustancial de error e indirectamente favorece nuestra hipótesis, (S3.H1) por ejemplo: *“...las fórmulas más conocidas nos ayudan a acordarnos de otras más complicadas y esto es un buen método para ayudarnos a estudiarlas, como es el caso de la masa relativista”*. En esa misma línea razona más adelante: *“...cuanto mayor sea la masa mayor será la velocidad de la partícula, de modo que cuanto más se aproxime a la velocidad de la luz la masa se irá haciendo infinita. Esto lleva a que la fuerza irá siendo mayor cuanto mayor sea la masa, según la ley de Newton”*.

8º	La ecuación $E=mc^2$ es una de las más conocidas. ¿Cuál es su significado?	
Proporciona una explicación correcta del significado de la ecuación $E=mc^2$, manejando la masa invariante.		2º bach.
		%Sí
		Sd
		18,5
		5,3

Un 18,5% asumen la *masa* invariante m manejando $E_0= m c^2$ y siguen una interpretación basada en la equivalencia energía y masa (en reposo). Una mayoría (40,7%) interpretan la ecuación usando m_r . Se dan otras respuestas que se limitan a la lectura funcional de la fórmula análoga al de la energía cinética clásica, sin idea de equivalencia, que sería arriesgado encuadrar en alguna de las otras categorías y que apuntan hacia una inferior comprensión (26,0%). Podemos ilustrar estas posiciones con respuestas del tipo: *“Que la energía es directamente proporcional a la masa y que si hiciéramos una gráfica variarían linealmente”*, simple transcripción de la fórmula analítica. Finalmente la respuesta (en un 14,8% de los casos) no proporciona una explicación o incurren en deformaciones importantes.

Entre las respuestas de difícil clasificación podemos indicar a las que hacen referencia a los fotones: *“Es la energía de un fotón y se obtiene multiplicando la masa del fotón por la velocidad de la luz”*. Este tipo de respuestas se podría haber incluido como próximas al uso de la masa relativista, pero la asignación inicial de masa al fotón la sitúan, a nuestro juicio, en el campo de las deformaciones.

Algunas deformaciones son muy graves pues cuando incurren incluso en la negación de postulados básicos, por ejemplo: *“La ecuación significa que cuanto mayor sea la velocidad de la luz, mayor será la energía que posea esa masa, ya que cuanto más aumenta la velocidad de la luz más aumentará su masa y por lo tanto su energía”*.

En conclusión los resultados de la cuestión apoyan un uso amplio del concepto de masa relativista (subhipótesis S3.H4) además de revelar un aprendizaje de los conceptos en términos generales muy superficial y poco significativo.

9º	Cuando un núcleo de Uranio 235 se rompe en dos o más fragmentos se libera una energía de 200 MeV por fisión. Explica este hecho.		
Razona correctamente acerca de la energía de los procesos nucleares de fisión.		2º bach.	
		%Sí	Sd
		22,2	5,7

Los razonamientos energéticos prácticos son en general bastante confusos, y tan sólo un 22,2%, se pueden conceptualizar como suficientemente correctos, lo que indica las dificultades que presenta este punto. Se puede precisar más y obtener más información, clasificando las respuestas en categorías:

- Las explicaciones usan razonamientos de interconversión masa/energía (14,8% de respuestas).

En esta categoría se pueden encuadrar respuestas del tipo: *“[La] energía aumenta cuando la masa disminuye, por tanto la igualdad se conserva. La pérdida de esta materia es la que nos aporta dicha energía”*. La línea argumental es análoga a la considerada en el caso de ítem 2.1 de profesores: prescinden de la energía asociada a la masa en reposo, identifican energía con energía cinética, violan el principio de conservación de la energía en sistemas aislados etc. En algún caso apelan incluso al principio de conservación: *“Esto se debe al principio de conservación de la energía”*, sin embargo, estas apelaciones, encubren una falta de explicación acerca del origen de la energía.

- Manejan esquemas o modelos mecánicos incorrectos (11,1%)

Hay explicaciones que ubican la energía según esquemas mentales de recipiente, en que la energía se libera al romperse el átomo: *“Lo que ocurre es que el uranio debido a su masa tiene una gran energía interna según la ecuación $E= mc^2$ y al romperse libera toda esa energía que tenía en su interior 200 MeV”*. En esa línea se orientan otras respuestas: *“Debido al principio de*

conservación de la energía el núcleo de uranio tiene energía interna que al realizar en él una fisión sale al exterior”.

- No comprenden la variación de masa que se produce (16,7% de las respuestas)

Hay respuestas que parecen indicar que el estudiante no comprende la pérdida de masa. Por ejemplo algunos la achacan a la fisión: “Cuando se rompe la masa se divide en dos y por lo tanto pierde masa ya que la masa total se reparte en dos”.

- No proporcionan una respuesta o es errática en el 35,2% de los casos.

Por último, hay un sector importante que contesta con normalidad al resto de las cuestiones y, en cambio no aventura ninguna explicación 35,2 %.

Todos estos resultados trazan un cuadro coherente con nuestra subhipótesis (S3.H4).

4.5.1 Resultados obtenidos en la valoración por los estudiantes de 2º de bachiller de sus actitudes hacia la ciencia, y el aprendizaje de la relatividad.

Se ha pasado el cuestionario presentado en el capítulo anterior para valorar las actitudes de los alumnos con respecto a la metodología utilizada por los profesores. La encuesta se ha pasado a 61 alumnos que pertenecen a grupos distintos a los utilizados hasta ahora para estudiar esta primera hipótesis, pero de un perfil análogo y de los mismos centros. Esto se ha planteado así por haberse abordado este diseño con posterioridad. Los resultados obtenidos se recogen a continuación en forma de tabla, en ella se muestran los valores medios y la desviación estándar (s.d).

TABLAS DE RESULTADOS Y COMENTARIOS

Ítems (valorados de 0 a 10): Con el método utilizado por el profesor	x	s.d
	N=61	
1º Me ayuda a conocer mis errores y a corregirlos	3,7	1,6
2º Me ha ayudado a adquirir conocimientos científicos	3,8	1,8
3º Me aproxima a los métodos de trabajo científico: emito hipótesis, las pongo a prueba, analizo resultados, establezco conclusiones, etc.	3,7	1,7
4º Relaciono la Ciencia con la Cultura, la Tecnología, y la Sociedad	2,9	1,5
5º Ha favorecido mi participación en la clase	3,4	2,2
6º Ha contribuido a aumentar mi interés por la ciencia	3,1	2,3
7º He trabajado en equipo con mis compañeros	1,5	1,1

Un primer resultado es el bajo nivel obtenido en la valoración de los ítems por parte de los estudiantes. Ningún ítem alcanza una puntuación superior a cinco y la mayoría son próximas a 3,5.

El ítem 1 presenta un bajo resultado de 3,7, está conectado tanto con la atención a las ideas previas de los estudiantes como con la implicación del joven en su propio proceso de aprendizaje. Esta valoración es una buena muestra del escaso aprecio a la metodología seguida.

La apreciación del propio conocimiento científico adquirido, ítem 2, está conectado con lo obtenido en los ítems 5 y 6 en que el conjunto de los alumnos valoran como escasa su participación e implicación en el proceso.

Se obtiene una consideración muy baja entre en el ítem 4 (2,9), referido a la inserción de la actividad seguida en la enseñanza respecto al complejo Ciencia-Técnica-Sociedad.

En cuanto al trabajo en equipo entre los estudiantes se relaciona con la posibilidad de intercambiar ideas e implicarse activamente en la tarea. Un resultado tan bajo 1,5; es revelador de la ausencia de esta dimensión en su enseñanza.

En suma, estos bajos resultados son indicativos de la existencia de un amplio campo de mejora en la enseñanza habitual, en lo que respecta a los aspectos metodológicos.

4.5.2 Resultados de las entrevistas realizadas con alumnos de 2º de bachillerato.

Se han mantenido un total de 10 entrevistas con alumnos de 2º de bachillerato, 4 chicas y 6 chicos, que han seguido un tratamiento tradicional en la enseñanza del tema. Los estudiantes, escogidos al azar, poseen un perfil sin especiales características, no siguen ningún programa de apoyo, y la distribución de sus calificaciones previas se corresponden a una muestra representativa del grupo. Pertenecen a un instituto público que ha colaborado en el estudio y en el que los resultados del cuestionario escrito son similares a los del conjunto de la muestra.

Las entrevistas se han desarrollado tras la finalización del tema, después de haber completado, incluso, un examen de contenidos y tras cumplimentar el cuestionario escrito recogido en este trabajo. Se trata de profundizar en algunas de las cuestiones ya planteadas, la intención es superar un nivel formal procurando que revelen más ampliamente sus ideas.

A continuación se recogen algunos extractos de interés y que profundizan en los aspectos incluidos en el cuestionario. Las respuestas de los alumnos se han rotulado como "A" seguido de un número. A efectos de organización del análisis la numeración se reinicia en cada sección, por lo que no se corresponde en cada caso con los mismos alumnos.

▪ **Ideas acerca del espacio.**

Al indagar sobre las ideas de los estudiantes, y una vez superadas las respuestas estandarizadas, surgen a menudo razonamientos que ponen de relieve la dificultad en la asimilación significativa de los conceptos. Es lo que ocurre en cuatro de las entrevistas. Por ejemplo:

.....

E.- *Tras el estudio del tema ¿con qué ideas te quedas sobre el espacio?*

A1.- *Pues que de acuerdo con Einstein el espacio es un lugar infinito del cual no se puede saber la dimensión, ni el volumen, ni ningún tipo de medida es capaz de determinarlo.*

E.- *¿Pero que novedades aportó la Teoría de la Relatividad?*

A2.- *Pues que se suponía el espacio como absoluto ... para cualquier observador, en cualquier sistema de referencia, pero eso con la relatividad se ve que no es así. No es lo mismo estar en un sistema de referencia en reposo, que en movimiento, en este caso se ha descubierto que la longitud es más pequeña, es lo que se llama contracción de la longitud.*

E.- *¿Entonces se podría distinguir un sistema de referencia en reposo o en movimiento estudiando la longitud de cuerpos?*

A2.- *Si, pero a velocidades muy grandes cerca de la de la luz. Los que se mueven cerca de la velocidad de la luz son los que los cuerpos se contraen.*

O en esa misma línea, se muestra la carencia de solidez en las ideas.

.....

A2.- *El espacio es la zona del universo donde sucede todo, por así decirlo el "hueco" donde sucede todo.*

E.- *¿Y que novedades aportó la Teoría de la relatividad?*

A2.- *Para Newton era absoluto y cualquier medición de un observador debía coincidir con la de cualquier otro pero para Einstein son relativos, las mediciones varían entre los observadores.*

E.- *¿Pero, para Newton tampoco los distintos sistemas atribuyen, por ejemplo, la misma velocidad a un móvil? ¿Dónde está la diferencia?*

A2.- *En el espacio, que recorre un objeto que es observado por dos observadores, es el mismo para los dos según la física clásica pero para Einstein el espacio recorrido debemos mirarlo desde los Sistemas de Referencia el que está en movimiento y el que está en reposo, que está quieto y por tanto puede variar.*

E.- *¿Y que diferencia hay?*

A2.- *Para la relatividad hay dos sistemas de referencia llamados O y O' uno es para el observador que está quieto y el otro para el observador que está en movimiento. Para el que se mueve la longitud es menor.*

E.- *¿Pero puedes distinguir si hay uno en reposo y otro en movimiento?*

A2.- *Sí, para el que está en movimiento todo pasa más despacio y las longitudes [están] contraídas.*

El estudio de los cambios en la medición de la longitud de cuerpos en movimiento pone de relieve la presencia de ideas alternativas de los alumnos, en línea con ideas mantenidas en otros tiempos, resistentes o no tratadas en la instrucción, aparecen en al menos 5 alumnos, por ejemplo

.....

E.- *¿..... En qué consiste la contracción de la longitud? ¿Cambia la forma del cuerpo? (se está analizando el ítem 6, una cruz en movimiento en la dirección de uno de los brazos)*

A1.- *Su tamaño sigue siendo el mismo y su forma, pero se ve más pequeño. Se contrae.*

Aquí se considera la contracción un análogo a la disminución geométrica con la distancia.

.....

E.- *¿.... En qué consiste la contracción de la longitud, cambia la forma del cuerpo?*

A2.- *Si se va acercando, según la teoría relativista, el objeto sufrirá una contracción cuando se acerque a velocidades próximas a la de la luz, pero sólo en el sentido del movimiento.*

E.- *¿Pero la materia está formada por átomos, les ocurre algo a los átomos?*

A.- *...No sé, pero me parece que no, en realidad a lo que son los átomos no les puede pasar nada, es que según la teoría de la relatividad los vemos más juntos, pero en verdad su distancia es la misma*

E.- *¿ Y si fuese el observador el que se alejase, mediría alguna deformación?*

A2.- *En este caso vería al cuerpo más pequeño pero no tendría que pasarle nada*

En este razonamiento se muestra un concepto de realidad física que se reserva al sistema en reposo. Es verdadera la medición efectuada por el observador para el cual el objeto está quieto.

.....

E.- *La contracción afecta a los átomos del cuerpo, ¿su distancia cambia, se deforman o qué pasa?*

A3.- *Podría ser, ya que su longitud se ha hecho más corta, pero es poco probable porque un cuerpo que se mueve a mucha velocidad tiende a separar sus componentes.*

E.- *¿Podrías explicarlo un poco más?*

A3.- *Sí, es como lo que pasa a un coche enganchado a una caravana, cuanto más velocidad lleva, más distancia hay entre los dos porque más tirante está el enganche que los une y con el enganche de los átomos ocurre lo mismo.*

En esta intervención se revela el tipo de razonamiento mecanicista con que suelen abordar algunos alumnos el fenómeno de contracción del espacio.

▪ Ideas en torno al tiempo.

De forma similar a lo que ocurre con el espacio, la comprensión del papel del Sistema de Referencia y la relatividad del tiempo dista de ser interiorizada; lo que se da de forma clara en siete entrevistas. La equivalencia de estatus

físico entre todos los sistemas de referencia no se aprende significativamente. En muchos casos en las propias intervenciones de los alumnos se recoge cierto desconcierto.

.....

E.- *¿Y qué novedades hay en el tiempo? ¿Qué cambios ves en ese concepto?*

A1.- *Pues lo de la dilatación del tiempo, que es que antes se pensaba que era absoluto, o sea que no dependía del sistema de referencia ni del observador. Y luego esto en la física clásica. Eh..., luego, más tarde, se vio que no podía ser verdadero pues eso ya se estudió y ya se observó lo de la dilatación del tiempo que eso depende de si el observador está en ese sistema inercial o fuera de él.*

E.- *¿Podrías aclarar esto un poco más?*

A1.- *¡Vamos!, Claro, parece así un poco difícil de entender pues como nunca has pensado en eso porque siempre has pensado que el tiempo es igual para todos... pero creo que la dilatación del tiempo a partir de la transformación de Lorentz y los postulados de Einstein, significa que el tiempo medido por O en el sistema S es mucho mayor que el medido por el observador O' en el sistema S'.*

E.- *Entonces, para concretar, el tiempo que tarda por ejemplo en llegar un rayo de un planeta A hasta un determinado planeta B, ¿cómo se evaluará desde esos dos sistemas?*

A1.- *Será mayor para el medido por O'*

E.- *¿Y un mismo experimento físico realizado por el observador O y también realizado por O'?*

A1.- *Será mayor para O', porque se mueve.*

En muchos casos, el importante concepto de tiempo propio es ignorado o malinterpretado. Por ejemplo:

.....

E.- *¿Y qué novedades hay en el tiempo? ¿Qué cambios ves en ese concepto?*

A2.- *Que a partir de Lorentz se observó que el tiempo no es absoluto, depende del Sistema de Referencia en que se produzca el suceso. En un observador en un Sistema en reposo se verá que el tiempo es mayor, se dilata.*

E.- *Entonces un mismo fenómeno estudiado en dos sistemas, por ejemplo la duración de una pila en una estación y otra igual en una nave que pasa a gran velocidad (ítem 5 del cuestionario escrito), ¿cómo se evalúa en dos Sistemas de Referencia en movimiento uniforme entre sí?*

A2.- *Para la física clásica sería el mismo tiempo para un observador que este en movimiento y para otro que esté en reposo, en cambio para Einstein según dice en los postulados que formuló, que el tiempo entre un observador quieto y otro que esté en movimiento es otro.*

E.- *Para concretar, entonces si en O y en O', estación y nave, se evalúa en cada uno la duración de un fenómeno, por ejemplo duración de una pila ¿cuál duraría más?*

A2.- *Para el que se mueve el tiempo es más largo.*

E.- *¿Pero no podrías considerar a O' en reposo y a O en movimiento?*

A2.- *Yo creo que depende del sistema de referencia que tomes, y tomas el de la estación que es el que está en reposo.*

E.- ¿Cómo lo sabes?

A2.- *Bueno, tampoco especifica como está la estación, pero es mi esquema mental, la nave está en movimiento, he tomado ese como tiempo impropio, el de la persona que está en la estación es el propio y será menor que el de la nave.*

E.- *¿Pero entonces tú consideras que hay uno que está en reposo y otro en movimiento?*

A2.- *Sí, sí.*

E.- *¿Y alguna medida es más verdadera que la otra?*

A2.- *Pues para mí ha de hacerse más caso al de la estación pues dice que empieza cuando la nave pasa por la estación por lo que es claro que la nave se mueve.*

En torno a la misma cuestión se presenta en la gran mayoría de casos la dificultad de comprender el concepto de tiempo propio y la simetría esencial de los sistemas de referencia para evaluar un experimento análogo en su propio sistema, que conforme al principio de relatividad ha de ser percibido idénticamente por ambos observadores y por tanto los tiempos mutuamente comunicados ser iguales.

El pensamiento del alumno sigue manifestando la asimetría inherente a considerar un sistema privilegiado, la estación en la cuestión planteada, y otro móvil al que “le suceden cosas”, aunque sean aparentes las más de las veces. Ejemplos de afirmaciones en ese sentido son:

.....

A3.- *Será mayor ya que para la pila que ha viajado a la velocidad cercana a la de la luz el tiempo ha transcurrido más despacio. Es algo similar a lo de la paradoja de los gemelos.*

A4.- *La pila que va en el cohete lleva una velocidad muy alta y entonces el tiempo tarda un poco más y por eso tarda más en consumirse la pila.*

E.- *¿Pero, cómo lo interpretas tú?*

A4.- *Es así ya que a medida que nos acercamos a la velocidad de la luz el tiempo se ira contrayendo, por decirlo de otra manera para el que va en la nave el tiempo pasará más despacio, aunque esto escape a la lógica.*

Observemos que la conciencia del tiempo para el que está en la nave ha de ser totalmente idéntica a la de cualquier observador en cualquier otro Sistema de Referencia Inercial.

.....

A5.- *El valor será mínimamente menor pero si es perceptible puesto que el cohete va casi a la velocidad de la luz.*

.....

A6.- *Con la relación entre t y t' de Einstein veríamos que el tiempo de la pila se agota antes en la estación que en la nave.*

.....

A7.-El valor será menor porque en este caso el tiempo ha variado con respecto a la velocidad que llevaba el cohete y por lo tanto el valor de la estación será mayor que la del cohete, es por poner un ejemplo el de los dos hermanos que uno viaja al espacio y el otro no, para el chico que viaja al espacio será menor con el que transcurre el otro chico.

Todos estos ejemplos muestran las dificultades de aprender significativamente el punto central de la equivalencia lógica en el estatus de los Sistemas de Referencia.

▪ **Acerca del tratamiento de los Sistemas de Referencia.**

El concepto de Sistema de Referencia es fundamental en el tratamiento de la relatividad. Se solicitó en primer lugar la definición de sistema con el propósito de indagar si en una primera intención incluían el tiempo en la definición del mismo. Esto no ocurrió en 9 casos. Al mencionarles este aspecto en todos los casos admitieron la necesidad de su inclusión en la definición, valga de ejemplo el siguiente extracto:

.....

E.- ¿ Qué entiendes por sistema de referencia?

A1.- Para mi son puntos o posiciones en el espacio, totalmente estáticas y respecto de las cuales puede ser medido el movimiento.

E.- No has incluido el tiempo en esa definición, ¿forma parte de una definición de Sistema Referencia?

A1.- Bueno, en cierto modo también como un reloj.

La distinción entre Sistema de Referencia Inercial y el resto de los sistemas aparecía clara para 6 de los estudiantes. No obstante lo cual, este conocimiento era meramente formal y al indagar con ejemplos aprecian incapaces de caracterizarlos en al menos 4 casos.

.....

E.- ¿ Y puedes establecer alguna distinción entre ellos? ¿Son todos igualmente útiles?

A1.- Los Sistemas de Referencia se utilizan para obtener unos resultados de tiempo y velocidad en función del Sistema de Referencia que se esté utilizando, y varía el resultado según se esté hablando de uno u otro.

E.- ¿ Pero son todos similares, hay alguno en reposo?

A1.-Está el caso de Sistemas de Referencia en reposo y en movimiento uniforme que son los inerciales.

E.- Podrías indicar alguno que esté en reposo.

A1.-Existen Sistemas que están en reposo, en la antigüedad se creía que era la Tierra pero Copérnico demostró que el Sol es el sistema de referencia quieto.

A esta misma secuencia de indagación diversos alumnos mantienen posiciones poco consecuentes:

.....

A2.-Los Sistemas de Referencia pueden ser inerciales o los que se mantienen en reposo.

E.- ¿Pero hay Sistemas de Referencia en reposo? ¿Podrías poner algún ejemplo?

A2.- Si, hay Sistemas de Referencia totalmente en reposo como por ejemplo un hombre escribiendo en la acera y en movimiento si un hombre está en un coche.

Respuestas análogas, que ilustran lo indicado son:

.....

A3.- Los sistemas de referencia son los que nos hacen comprender que el tiempo y el espacio dependen de donde se calculen. Si que existen Sistemas de Referencia quietos ya que son aquellos que están en reposo, por ejemplo una persona en reposo escribiendo una carta, una estación, son los contrarios a los Sistemas de Referencia inerciales.

.....

A4.-Los Sistemas de Referencia inerciales son los que se sitúa el observador y está en permanente movimiento, como es estar en un tren o una nave y también otros sistemas de referencia que son los que permanecen totalmente quieto, como en la Tierra o una estación, La velocidad con que se mueve desde ahí, es la velocidad a la que se mueve el otro observador.

El carácter relativo parece haberse asimilado por los estudiantes, no obstante lo cual, en la práctica totalidad de los casos el hincapié en los aspectos relativos aparece claramente sobredimensionado. Los alumnos no han interiorizado la presencia de magnitudes invariantes en las transformaciones entre sistemas. Recordemos al efecto que se barajó incluso el nombre de Teoría de Invariantes por la importancia de los mismos.

.....

E.- ¿Qué opinas de la famosa frase que en ocasiones veces se utiliza un poco humorísticamente como resumen “todo es relativo”? ¿Es un buen resumen?

A1.-Si, porque si tenemos dos Sistemas de Referencia, uno en reposo y otro en MRU cada uno dará diferentes datos, y una visión diferente del mundo. Y no se puede decir quien tiene razón, los dos la tienen o sea que todo es relativo.

E.- ¿Pero no hay ninguna magnitud en lo que estén de acuerdo los diferentes observadores?

A1.- La velocidad de la luz, ¿no?

E.- Y aparte de ella

A1.-No, todo cambia, depende del observador.

Podemos ilustrar igualmente estas ideas con otro extracto:

.....

E.- Se dice a menudo que la relatividad cambio nuestra visión del mundo y de hecho se puede resumir en la famosa frase “todo es relativo” ¿estás de acuerdo?

A2.-La Teoría de la relatividad más que cambiar nuestra visión del mundo lo que hizo fue permitirnos ver que no todo es como parece, sino que todo depende de muchos factores.

E.- *¿Pero y la frase de "todo es relativo", estás de acuerdo con ella?*

A2.- *Sí, ya que todo depende de donde se mire, del sistema de referencia elegido. Y sí, es verdad, podemos deducir que dependen de donde se miren las cosas parecen una cosa u otra.*

E.- *¿Y no hay magnitudes que no cambien entre un Sistema u otro?*

A2.- *Lo único que no varían son las causas que producen las cosas, por ejemplo, las fuerzas en el caso del movimiento.*

La consideración de los principios de conservación y su dependencia, o no, al considerar los distintos Sistemas de Referencia no aparece en ningún caso en las reflexiones de los entrevistados. De hecho las reflexiones en torno a estos conceptos les resultan novedosas.

.....

A3.- *Si, de hecho todo es relativo, depende de donde se encuentre el observador y el objeto, no es lo mismo estar en reposo y ver a un objeto en movimiento que estar en movimiento y ver un objeto en reposo.*

E.- *¿Y sabrías decirme que pasa con los principios de conservación? ¿Siguen siendo válidos al cambiar uno a otro sistema?*

A3.- *Pues no sé, no lo he pensado, supongo.*

O también:

A4.- *Yo estoy de acuerdo, ya que todo es relativo, para cada persona una misma cosa puede ser vista o sentida de distinta forma por lo que todo es relativo.*

E.- *¿Y qué pasa con los principios de conservación? ¿Siguen siendo válidos al cambiar de uno a otro sistema? ¿Se conserva la energía o la cantidad de movimiento?*

A4.- *No, todo es relativo.*

▪ Ideas acerca de la masa.

En torno a la masa podemos afirmar que se presenta una situación de gran dispersión y confusión de ideas entre los estudiantes. La necesidad de un trabajo más significativo sobre el concepto puede ilustrarse, por ejemplo en el siguiente extracto.

El alumno está indicando aspectos que le han resultado sorprendentes en el estudio del tema

.....

A1.-... *La masa por ejemplo, a mí me decían siempre la masa es la misma, lo que cambia es el peso, y ahora me han dicho que no, que la masa también cambia.*

E.- *Pero, vamos a ver si puedes precisar algo, ¿qué quieres decir con que la masa cambia?*

A1.- *Pues eso, que según la velocidad, la masa aumenta, se le añade energía, cambia la energía.*

En este extracto el alumno pone de manifiesto su uso de la masa relativista. Al igual que él, otros siete alumnos de los 10 entrevistados, por ejemplo:

.....

E.- *Has considerado como un punto esencial de la relatividad la introducción de masa relativista pero, ¿a qué te refieres cuando mencionas masa relativista? ¿Eso de la masa relativista qué es?*

A2.- *Tenemos que tener en cuenta que m es la masa que medimos para una partícula cuando la vemos moverse con una velocidad, teniendo en cuenta que cuando esta en reposo su masa es m sub cero.*

E.- *¿ Pero, cómo cambia la masa?*

A2.- *Cuando varía la energía la masa puede cambiar. Si la masa no cambiara, el valor de E sería el mismo, pues como c siempre es el mismo, entonces como uno de los dos tiene que cambiar, m cambia*

En cuanto al estatus que el alumno atribuye a la masa

.....

E.- *...Entonces si desarrollamos un trabajo sobre una partícula y su energía aumenta, ¿Qué ocurre con la masa?*

A3.- *Aumentará su energía cinética y hay más masa. Cuanta más próxima sea su velocidad a c más grande será su masa ya que como ocurre con los electrones estos aumentan su masa al acercarse a c .*

E.- *¿ Y si viajases con la partícula, o mejor dicho en un sistema de referencia que viaje a la velocidad de la partícula?*

A3.- *Sería la misma masa del principio.*

E.- *¿Entonces hay dos masas?*

A3.- *No, es que no es lo mismo, es que se ve que tiene más, pero en verdad sólo tiene una.*

Este tipo de razonamientos en torno a reservar el concepto de lo real a lo percibido en reposo, es muy común. Representa cierta incoherencia con la adopción de masa relativista que asume el alumno.

▪ **Acerca de la energía.**

La noción de masa relativista predominante en los alumnos se corresponde con aproximadamente con las ideas en torno a la energía.

.....

E.- *¿Entonces cuando un cuerpo esta quieto en un sistema tiene energía o no?*

A1.- *Según como esté tiene energía potencial*

E.- *Dejando aparte las consideraciones de energía potencial. Cuando un cuerpo está quieto en el sistema, por ejemplo este bolígrafo, ¿tiene energía?*

A1.- *...Energía, la potencial que puede tener ... pero debe tener energía porque si tiene masa, pero no sé, si tenemos energía...*

E.- *¿Pero y si un cuerpo aumenta su energía? ¿Y si se le suministra energía cinética, por ejemplo desarrollando un trabajo sobre él?*

A1.- *Aumenta su masa.*

▪ **Se establece de forma correcta la equivalencia masa-energía.**

Del total de 10 entrevistas en 8 de ellas se presenta un abanico de respuestas que reproducen esquemas mentales ya analizados.

. Noción de energía almacenada como en un recipiente.

.....

E.- *¿Y cómo interpretas la ecuación $E=mc^2$?*

A1.- *La energía que tiene un cuerpo por tener masa, para sacarla habría que desfragmentar el cuerpo.*

.....

E.- *¿Dónde se residencia la energía? ¿Cuál es su origen?*

A2.- *Yo creo que es la energía tan intensa que tiene cada átomo de un cuerpo debido a las fuerzas tan intensas llamadas nucleares para mantener el núcleo estable a pesar de las repulsiones eléctricas.*

E.- *¿Pero y qué relación tiene esto que comentas con la masa de la expresión?*

A2.- *Depende de la masa porque depende del número de átomos que hay.*

.....

A3.-... *Que la energía de un cuerpo depende directamente de su masa.*

E *¿Podrías precisar más esta idea?*

A3.- *Los cuerpos tienen energía, esta energía varía en función de la masa, por ejemplo en el efecto fotoeléctrico la energía que debemos usar para arrancar a los electrones debe ser mayor que la del dicho cuerpo.*

. Lectura literal y no conceptual

.....

A4.- *Que el valor de la energía que posee un cuerpo E es igual a $m.c$ cuadrado. Que la energía de un cuerpo depende directamente de su masa*

E.- *¿Pero cuándo ves esa fórmula [$E=mc^2$] cómo la interpretas?*

A4.- *Esta fórmula relaciona la masa de una partícula con la energía, la energía de una masa o partícula es directamente proporcional a su masa por el cuadrado de la velocidad de la luz.*

. Interpretación de transformación, interconversión.

Estos tipos de razonamientos, suelen apelar de una forma inapropiada y confusa a los principios de conservación.

.....

A5.- *Es una ecuación muy poderosa porque aglutina en un mismo concepto masa y energía*

E.- *¿Pero qué significa?*

A5.- *Que no sólo se conserva la masa o la energía al estar relacionados, es importante.*

E.- *¿Podrías dar algún ejemplo?*

A5.- *Por ejemplo en que la energía liberada al desintegrar una masa m , la transformación de materia en energía es posible.*

E.- *¿Entonces la masa puede transformarse en energía?*

A5.- *Si que puede transformarse masa en energía ya que la energía ni se crea ni se destruye pero sí se transforma.*

.....

E.- *¿ Estás de acuerdo en lo que a menudo se oye de transformación de masa en energía?*

A6.- *Yo no estoy de acuerdo con la transformación, la masa no se puede transformar en energía ni la energía en masa por si solas, pero sí combinándose.*

E.-...

A7.- *La energía se mantiene constante y para ello se pasa masa a energía y al revés pues la energía se mantiene constante, nunca puede destruirse y se transforma.*

.....

A8.- *La masa puede transformarse en energía*

E.- *¿Podrías poner algún ejemplo?*

A8.- *Si, por ejemplo en calor cuando se le transmite algún tipo de reacción.*

▪ **Nociones, erróneas, de desaparición y aparición de masa en las reacciones nucleares.**

Las ideas señaladas con relación a la energía se ejemplifican muy ajustadamente en el estudio de la fisión:

.....

E.- *¿Y la energía nuclear?*

A1.- *En los núcleos al romperse la energía se libera hay una transformación al fragmentarse se ha desprendido*

E.- *¿De donde sale?*

A1.- *De los neutrones.*

E.- *Y la masa.*

A1.- *La masa ha disminuido.*

.....

E.- *Pero esta ecuación, en la fisión, ¿cómo se interpreta?*

A2.- *Creo que se transforma, porque al reducir su masa tendrá que reducirse también la energía, siendo liberada.*

.....

A3.- Al romperse los enlaces se libera energía.

.....

A4.- Esto se lleva a cabo a causa de que los enlaces entre los electrones se rompen y algunos de estos salen disparados a la atmósfera y al ser radiactivos se libera esta energía.

.....

A5.- La conservación de la energía y la masa van muy unidas en la relatividad, cuando aumenta la energía debe disminuir la masa. En las reacciones de fisión la energía que se desprende es proporcional a la masa que se pierde.

.....

A6.- Conforme a la ley de conservación de la energía se libera una energía... En la fisión hay una pérdida de masa que tiene resultado la obtención de energía.

Al intentar indagar acerca de los principios de conservación, surge de nuevo las ideas de interconversión como interpretación de un principio síntesis de conservación masa–energía. Por ejemplo:

.....

E.- ¿Y cómo casa esto con los principios de conservación? ¿Aparece energía?

A5.- La masa se transforma en energía y en conjunto se conserva el conjunto.

E.- Pero si lo consideramos todo como un sistema aislado y evaluamos la masa total y la energía, ¿Cómo evolucionan? ¿Cambian? ¿Se conservan?

A5.- Hay menos masa y más energía pero el balance total ha de ser equivalente. Se ilustra el principio de conservación relativista en un único principio los clásicos de masa y energía.

Evaluando en conjunto estas entrevistas de las que se han expuesto sólo algunos extractos, se puede concluir que se refuerza la validez de la hipótesis. Los conceptos se manejan con notable imprecisión, los alumnos asumen de una manera más bien formal los aspectos que les resultan más chocantes y novedosos, sin embargo no poseen un conocimiento significativo de ellos, y su conocimiento no está jerarquizado ni estructurado, contiene serias deficiencias que se articulan en torno a las ideas previas expuestas.

4.6 VALORACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PUESTA A PRUEBA DE LA SUBHIPÓTESIS TERCERA.

Esta tercera subhipótesis es esencial por cuanto hace referencia al fin último del proceso de enseñanza aprendizaje; la cuestión esencial radicaba en investigar si la enseñanza recibida da lugar a un aprendizaje significativo y estable en los estudiantes. Esta subhipótesis ha sido puesta a prueba mediante el correspondiente desglose en subhipótesis operativas, que son la base del diseño realizado.

Una vez estudiados los resultados del cuestionario, y afianzado por lo mostrado en las entrevistas, podemos afirmar que los resultados

confirman nuestras suposiciones, que el aprendizaje ha sido poco efectivo y que los alumnos finalizan su enseñanza de la relatividad sin comprender satisfactoriamente los principales conceptos. Tampoco desarrollan actitudes positivas hacia la ciencia y su propio aprendizaje

5 FORMULACIÓN Y FUNDAMENTACIÓN DE LA SEGUNDA HIPÓTESIS

A luz de los resultados analizados en el capítulo precedente se muestra que el aprendizaje de los alumnos sobre los puntos esenciales de la teoría de la relatividad, los conceptos de tiempo, espacio y sus propiedades, etc., ha sido escasamente significativo y no se consolidan las nuevas concepciones en los estudiantes. En consonancia con ello se han encontrado importantes deficiencias en los textos y, además, se ha podido concluir que el profesorado no tiene en cuenta las principales líneas de pensamiento de los alumnos, sus distorsiones y dificultades. Tampoco valoran ni resaltan la posición de la Teoría Especial de la Relatividad en la estructura de la Física, ni mantienen por lo general una visión actualizada de puntos esenciales de la teoría: su papel en la dinámica histórica de la física en el marco problemático de la física del XIX que condujo a la crisis de la física clásica; aspectos esenciales de la teoría como el propio principio de relatividad que se minusvaloran, etc.

5.1 FORMULACIÓN DE LA SEGUNDA HIPÓTESIS.

Los resultados obtenidos de la puesta a prueba de la primera hipótesis sugieren, desde la perspectiva didáctica, superar un mero diagnóstico y abordar, desde la fundamentación crítica con que se ha efectuado el estudio, la elaboración de una propuesta alternativa que salga al paso de las deficiencias estudiadas.

Este segundo problema es, en realidad, el más importante y el que da sentido a toda la investigación: el planteamiento de estrategias y vías alternativas a la enseñanza que se está realizando habitualmente, que conduzcan un aprendizaje de mejor calidad. Esto constituirá nuestra segunda hipótesis que se puede enunciar como:

“Es posible realizar una enseñanza de la Teoría de la Relatividad que, desde una orientación que concibe el aprendizaje como una construcción de conocimientos, parta de las concepciones previas de los alumnos y de sus conocimientos de la teoría física, construya activamente y con corrección científica los aspectos más significativos de la Teoría Especial de la Relatividad. Esta elaboración atenderá al entronque de la Relatividad en el conjunto de la Física y profundizará en las relaciones Ciencia-Técnica-Sociedad, de modo que se logre un aprendizaje significativo y estable en los estudiantes”.

5.2 FUNDAMENTACIÓN DE LA SEGUNDA HIPÓTESIS.

Para este propósito comenzaremos por profundizar en las bases de lo que la investigación didáctica ha establecido sobre los procesos de enseñanza aprendizaje, ya esbozado en el estudio de la primera hipótesis.

La metodología responde a la pregunta general "¿cómo enseñar?" y una buena metodología es, en último término, un conjunto coherente de procedimientos eficaces derivados de un cuerpo teórico asentado, que consigue los objetivos propuestos. En esta perspectiva, se cuenta con un amplio soporte bibliográfico que ha asentado las bases del constructivismo y ha puesto de manifiesto la superioridad de sus métodos en términos de eficacia. (Solbes, 1986; Carrascosa, 1987; Llorens, 1987; Traver, 1996; Hernández, 1997; Tarín, 2000; Doménech, 2000; ...). En un reciente trabajo (Verdú y otros, 2002) se señala: *"La investigación didáctica de los últimos años puede tener gran influencia dentro del aula: suministra criterios para planificar sistemáticamente una enseñanza que favorezca el cambio conceptual, metodológico y la implicación actitudinal. Tenemos una alternativa global y coherente a la enseñanza por transmisión"*. Nos limitaremos a esbozar con unos breves apuntes esta alternativa.

Una vez se haya trazado este marco se estudiarán las líneas que se plantean para orientar la elaboración de la propuesta de enseñanza-aprendizaje con los alumnos, que sea coherente con el modelo y con la crítica previa que constituye la primera hipótesis.

5.2.1 Fundamentación didáctica. Implicaciones didácticas del constructivismo.

La insatisfacción crítica a una práctica docente intuitiva, muy centrada en la transmisión verbal, y el amplio abanico de investigaciones en el campo de la psicología, la pedagogía y la didáctica ha cristalizado en un consenso integrador: el modelo constructivista. En él se recogen aportaciones anteriores de la teoría cognoscitiva de Piaget, el concepto de aprendizaje significativo de Ausubel, etc.

En primer lugar, se ha de tener en cuenta, como factor decisivo del aprendizaje, la actividad constructiva del alumno (Coll, 1990; Driver y Oldham, 1986). Este modifica y elabora sus esquemas de conocimiento construyendo su propio aprendizaje. El "aprender" implica que quien aprende no es una "tabula rasa" sino, que por el contrario, parte de los "esquemas mentales" con que cuenta, y usa de sus estrategias de pensamiento y explicación cuando afronta la comprensión de una situación novedosa.

Lo que se aprende no depende, pues solamente de las características de la situación planteada sino de los "esquemas" que tiene disponibles el que aprende. Las ideas del estudiante pueden interferir de forma importante en dicho proceso (Driver y Bell, 1986). El proceso de aprendizaje es una interacción entre los esquemas mentales del que aprende y las características del medio de aprendizaje.

Las diferencias con un modelo memorístico del aprendizaje son muy evidentes. Posner y otros (1982) han conectado esta idea con los cambios que se producen en la evolución de la ciencia.

Esta concepción del aprendizaje supone que ha de darse gran importancia a los conocimientos previos que posee el alumno y, de hecho, en la fundamentación de la primera hipótesis se efectuó una revisión de las principales concepciones sobre relatividad, así como las líneas habituales de pensamiento en su aprendizaje.

La consecuencia de estas afirmaciones es la necesidad de concebir el aprendizaje como una construcción de conocimientos en la que el profesor actuará como facilitador del aprendizaje, guía y mediador. En este proceso los errores constituyen los eslabones que permiten llegar a nuevos conocimientos. Es decir, no se plantea el aprendizaje como algo cerrado, mediante procesos algorítmicos o secuencias cerradas, por el contrario la construcción activa es un proceso dinámico y de interacción.

El profesor redefine su papel en sintonía con el nuevo enfoque al que deben orientarse las propuestas de aprendizaje, los materiales curriculares, etc. En suma ha de procurar los aspectos que se indican a continuación.

a) Facilitar el aprendizaje significativo, proceso por el que los nuevos contenidos se relacionan con algún aspecto ya existente en la estructura cognitiva del individuo, que sea relevante para el material que se intenta aprender. Novak (1982) ha resumido las características del aprendizaje significativo:

- Incorporación sustantiva, no arbitraria ni literal, de los nuevos conocimientos a la estructura cognitiva.
- Esfuerzo deliberado por enlazar la nueva información con los conceptos más inclusivos, los de mayor poder explicativo, de la estructura cognitiva.
- El aprendizaje está relacionado con las experiencias adquiridas a través de hechos u objetos.
- Existe el compromiso afectivo de relacionar los nuevos conocimientos con lo aprendido anteriormente.

A estos puntos esenciales deberíamos añadir, al menos, un punto relevante:

- La capacidad de aprendizaje a largo plazo, su persistencia.

Para que se produzca aprendizaje significativo se deben cumplir, según Ausubel (1978), ciertas condiciones. En cuanto a la estructura conceptual que se va a aprender sería necesario:

- Que esté compuesto por elementos organizados en una estructura lógica, entendiéndose por tal la necesidad de que el material no esté formado por una lista arbitraria de elementos yuxtapuestos. Con relación a este factor, Ausubel señala que *“en muy raras ocasiones faltará en las tareas de aprendizaje escolar, pues el contenido de la materia de estudio, casi por definición, tiene significado lógico”*.

- Que, en el caso de textos o discursos expositivos, la terminología y el vocabulario utilizados no sean excesivamente novedosos para los alumnos (Pozo, 1992).

En cuanto al estudiante que aprende es preciso:

- Que muestre una actitud positiva hacia el aprendizaje significativo. En palabras de Pozo (1989), *“dado que comprender requiere siempre un esfuerzo, la persona debe tener algún motivo para esforzarse”*. Driver y Bell (1986) indican que los estudiantes son los responsables finales de su propio aprendizaje pues ellos dirigen su propia atención a las tareas propuestas para el aprendizaje y construyen significados por sí mismos.
- Por último, además de las condiciones anteriores, es preciso que la estructura cognitiva de los alumnos contenga ideas inclusoras con las que pueda ser relacionado el nuevo material. *“Siempre que una persona intenta comprender algo, necesita activar una idea o conocimiento previo que le sirva para organizar esa situación y darle sentido”* (Pozo, 1992).

b) Así mismo el profesor ha de garantizar la funcionalidad de los aprendizajes, es decir, que el alumno pueda utilizarlos en las circunstancias en que los necesite.

El aprendizaje funcional supone adquirir unos contenidos relevantes, tanto en el plano de los conceptos necesarios para el desarrollo lógico de la materia, como en el ámbito de los procedimientos y los valores que inciden en los problemas sociales y culturales de relevancia. Este aprendizaje supone, no sólo la aplicación práctica de los conocimientos adquiridos, sino que éstos sirvan de base para llevar a cabo otros aprendizajes y para la adquisición de otros contenidos

Por último, la funcionalidad del aprendizaje implica el desarrollo de habilidades y estrategias para regular y planificar la propia actividad de aprendizaje, es decir, se trata de “aprender a aprender” lo que supone orientar la enseñanza de tal modo que el alumno pueda utilizar enriquecer y ampliar sus aprendizajes de forma autónoma.

c) Finalmente ha de presentar los contenidos con una estructuración clara de sus relaciones, planteando la interrelación entre distintos contenidos de la materia y entre los contenidos de áreas afines y/o diferentes.

5.2.1.1 Cambio conceptual.

La concreción de esta concepción del aprendizaje en modelos de aprendizaje, ha sido el paso lógico tras la profundización de líneas de investigación muy fecundas, abiertas a raíz del análisis de los conocimientos previos. Entre ellos, destaca por su relevancia el que se ha dado en llamar

modelo de aprendizaje de las ciencias como cambio conceptual. Este modelo considera que se da el aprendizaje significativo cuando el estudiante efectúa un cambio conceptual, o sea la sustitución de sus ideas por otras en el ámbito del aprendizaje que se plantea. Este proceso guarda paralelismo con la forma en que la ciencia se construye mediante la investigación que produce el cambio del paradigma científica (Posner y otros, 1982; Gil, 1983), de forma análoga a como el estudiante usa los conceptos existentes, interactúa con ellos, a veces contra ellos produciendo el cambio conceptual.

Este planteamiento conduce a dos aspectos clave: las condiciones necesarias para que una persona reemplace su concepción inicial por otra nueva, y la ecología conceptual del sujeto, que proporciona el contexto en el que el cambio se produce y tiene significado (Posner y otros, 1982).

La concepción nueva ha de:

- Ser inteligible. Esto requiere dos elementos: Primero, que el alumno conozca y comprenda los términos, símbolos y el modo de expresión utilizado. Segundo, que sea capaz de dar un significado global a la información, relacionando la idea previa con la nueva.
- Llegar a ser verosímil, es decir, reconciliable con los restantes conocimientos del alumno, aunque contradiga sus nociones iniciales.
- Ser útil, fructífera, esto es, debe poder explicar las anomalías encontradas y ampliar el campo de conocimientos del estudiante.

Este modelo, sin embargo, debe ser matizado, ya que parte de la premisa de que la concepción inicial y la nueva, la que se pretende enseñar, son incompatibles cuando, en realidad, hay muchos casos en los que las ideas de los estudiantes no son erróneas, sino limitadas, por lo que bastaría con desarrollarlas hasta llegar a ser coherentes con la *ciencia escolar* (versión simplificada para la enseñanza).

Por esta razón, Hewson propone ampliar el modelo de cambio conceptual al caso en que la idea alternativa y la nueva no sean irreconciliables. Según esto, el aprendizaje significativo, a partir de las concepciones previas de los estudiantes, se puede producir de dos formas (Hewson y Thorley, 1989; Jiménez y otros, 1992):

- Por medio de estrategias de intercambio, cuando las concepciones alternativas y las nuevas son irreconciliables. Si no se utilizan estas estrategias permanecerá la idea alternativa.
- Por medio de estrategias de integración, es decir, diferenciación, extensión o ampliación de las ideas iniciales. Esto supone una reconciliación entre la noción antigua y la nueva (por integración de ambas o debido a la inclusión de la primera en la segunda), que se denomina captura conceptual, lo que implica que hay relaciones significativas entre ambas ideas.

Las propuestas de innovación didáctica articuladas en torno al cambio conceptual, en sus distintas vertientes, están muy presentes, (p. ej. Montanero y otros, 1996; Oliva, 2001), incluso en el ámbito de la enseñanza de la relatividad (Alemañ y Pérez, 2000b). Sin embargo son objeto de debate sus límites, la estructuración de las concepciones de partida de los estudiantes, los diversos procedimientos alternativos que se han propuesto para propiciarlos, así como su eficacia real (Marín, 1999; Oliva, 1999).

5.2.1.2 Cambio metodológico.

La persistencia de preconceptos, errores conceptuales e insuficiencias en general tras procesos de aprendizaje basados en los procesos de “cambio conceptual”, tal como señala la investigación educativa (Engel y Driver, 1986), apunta a la necesidad de profundizar en modelos que superen las carencias que se han puesto de relieve.

En el marco constructivista, caben diversas variantes de aprendizaje que organizan los contenidos que se van a enseñar. Cada una de ellas estructuran, y secuencian, con uno u otro enfoque, los contenidos y los procesos de aprendizaje. Sirva de ejemplo la adaptación a la enseñanza de la física del propuesto por la Teoría de la Elaboración de Reigeluth y Stein (Pérez y otros, 2001; Montanero y otros, 2001). Este modelo propone, a partir del análisis conceptual de la estructura lógica una secuencia en espiral, a través de distintos niveles de elaboración y combinando tanto caminos didácticos descendentes, desde los conceptos más generales a los específicos, como de ascenso de las tareas simples a complejas. Introduce procesos en zoom para situar el conocimiento en un marco global. La adaptación apuntada usa como eje conductor los fenómenos físicos.

Pero si bien se han planteado, dentro del paradigma constructivista, modelos de aprendizajes diferentes, la opción que suscribimos es la propuesta de Gil (1993), que toma por base el modo de producción de los conocimientos en la ciencia y la forma de construirlos en el aprendizaje. Gil ha señalado que asociado a los esquemas conceptuales de los estudiantes existe un procedimiento de trabajo similar a los que caracterizaban la física pregalileana.

El modelo considera que es necesario un cambio en los métodos de trabajo. La transformación de formas de razonamiento espontáneo, como la causalidad lineal o el razonamiento secuencial, tendrá lugar si se permite a los estudiantes la utilización de un método de trabajo similar al método propio de trabajo científico. Por todo ello el proceso de cambio conceptual debe acompañarse de un cambio metodológico (Carrascosa y Gil, 1985). Además es importante que se supere el problema señalado entre otros por Driver y Bell (1986) de que el cuestionamiento sistemático de las concepciones de los alumnos provoque efectos negativos, lo que representa una potente crítica a algunas prácticas basadas en estrategias de cambio conceptual. Por ello se propone (Gil y otros, 1991) realizar el proceso de aprendizaje por medio de actividades que planteen situaciones problemáticas de interés, que los alumnos abordarán siguiendo el método de trabajo científico.

El modelo se ha asentado en la didáctica de las ciencias, como se ha puesto de manifiesto en un reciente trabajo (Verdú y otros, 2002) en el que se indica: “*La idea de que el aprendizaje y la enseñanza de las ciencias se desarrolle como un proceso de (re)construcción de conocimientos en un contexto ‘que se inspire’ (dentro de lo posible en cada nivel) en la investigación es ampliamente compartida por un amplio abanico de investigadores*”. Esto se traduce en diversos proyectos de enseñanza e investigación que asumen esta perspectiva.

La propuesta metodológica basada en el **aprendizaje por investigación** puede sintetizarse en las fases siguientes:

- Propuesta de situaciones problemáticas que generen interés en el alumno.
- Aproximación cualitativa a dichas situaciones problemáticas, que conduzca a definir las variables indicadas, en la que los alumnos deberán explicitar sus esquemas conceptuales.
- Resolución del problema planteado y análisis de los resultados. Esto supone una fase que implica introducción de conceptos, emisión de hipótesis, uso de distintas estrategias de resolución, etc.
- Utilización de los nuevos conocimientos en situaciones diversas, haciendo especial hincapié en la relación que los nuevos conocimientos científicos tienen con la tecnología o la sociedad.

Esta propuesta es coherente con lo que ahora sabemos sobre la forma en que se produce el aprendizaje, y contribuye al desarrollo de aspectos señalados como muy importantes en la formación científica de los estudiantes, futuros ciudadanos responsables y profesionales con formación científica. A este respecto es relevante el llamado enfoque CTS. Como señalan Matthews (1994), Solbes y Vilches (1989), Solbes y Traver (1996), Yager y Penich (1986), *es importante para los diseñadores interesados en un currículum de ciencias competente tener en cuenta una visión de la Ciencia en su perspectiva histórica, una comprensión de la filosofía de la Ciencia, y de las interacciones Ciencia-Tecnología-Sociedad*

Así mismo es importante considerar el papel que la historia de la ciencia puede jugar en la enseñanza. El objetivo relevante de su uso es contribuir a que los conocimientos se estructuren en cuerpos coherentes que puedan sustituir de un modo global la imagen que los estudiantes tienen en este campo, lo que exige el estudio de situaciones problemáticas simplificadas y dirigidas que den sentido al avance y la presencia en el desarrollo de las unidades didácticas de un hilo conductor claro, que sirva de verdadero «organizador de avance» (Solbes y Traver, 1996)

Este modelo de una nueva enseñanza de las ciencias impone, en principio, una selección de los contenidos que sea coherente con los fines que persiguen.

5.2.1.3 Cambio actitudinal.

En una edad en la que se han producido los avances sustanciales en la adquisición de un pensamiento lógico-formal y en una etapa educativa postobligatoria y propedeútica para los estudios universitarios, es fundamental profundizar en el conocimiento de la realidad utilizando procedimientos de estudio más acordes con el trabajo científico, a la vez que se deben ir conformando las actitudes adecuadas para afrontar los compromisos como ciudadanos de una manera reflexiva y crítica.

El papel formativo se orienta por un lado a profundizar en los conocimientos científicos necesarios para comprender el mundo que nos rodea adquiriendo una actitud fundamentada, analítica y crítica, y, por otro, a provocar la reflexión de los alumnos sobre la finalidad y utilización de modelos y teorías por las ciencias fisicoquímicas, así como sobre el papel de estas ciencias y de la tecnología en el desarrollo de la sociedad, y, recíprocamente, la influencia de ésta en el avance de aquéllas.

Ziman (1980) ha destacado que *“muchos niños y universitarios estarían más preparados para sus vidas si se les hubiera enseñado menos Ciencia como tal y un poco más sobre la Ciencia”*.

Por otra parte, es necesario reflexionar sobre el carácter acumulativo, no lineal, de la ciencia fruto de la labor colectiva de equipos y generaciones que han contribuido con sus ideas a formar los cuerpos coherentes de conocimientos que constituyen las teorías científicas. La ciencia aparece como un elemento fundamental de la cultura de nuestro tiempo y base de la tecnología, su estudio contribuye a la formación de ciudadanos y ciudadanas y que se acrecienta día a día.

Según Solbes y Vilches (1992), *“la utilización de las actividades Ciencia-Técnica-Sociedad en el aprendizaje de la física y la química, incorporadas al hilo conductor de cada tema, creemos que puede y debe contribuir a mejorar la actitud de los alumnos hacia la ciencia, sustituir el desinterés por el estudio de la misma, y reconocer que el estudio de la ciencia debe contribuir a su formación como futuros ciudadanos, preparándolos para tomar decisiones, realizar valoraciones críticas, etc.”*

Además es necesario abordar un problema, puesto de manifiesto en investigaciones recientes, referido al sexismo en la enseñanza de las ciencias. Diversos autores (Solomon, 1988) han señalado la virtualidad del enfoque CTS para promover una enseñanza de las ciencias dirigida por igual a ambos sexos y para favorecer la igualdad de oportunidades en el área (coeducación). Al parecer, la respuesta de las chicas es más positiva cuando el currículo abarca aspectos más aplicados, de mayor relevancia para las personas y la sociedad. Por otra parte cabe usar un vocabulario favorecedor de las expectativas tanto de las alumnas como los alumnos.

5.2.1.4 El programa de actividades.

La enseñanza de la física puede organizarse asumiendo las facetas enunciadas de cambio conceptual, metodológico y actitudinal mediante un programa de actividades. Éste ha de proponer situaciones problemáticas de interés (Gil y otros, 1991) siguiendo un hilo conductor coherente. En cualquier caso, ha de fomentar el autoaprendizaje, el análisis crítico de los hechos, la capacidad de investigación, el dominio de la expresión y la relación teoría-práctica así como priorizar los factores que lo facilitan:

- El aprendizaje se facilita cuando el alumno se enfrenta él mismo a tareas, dentro del currículo escolar, basadas en el tratamiento de situaciones problemáticas abiertas y de interés.
- Conviene trabajar en pequeños grupos, de unos cuatro o cinco alumnos. La realización de la actividad supondrá en un primer paso la discusión por los miembros del grupo. La estructuración de la clase en pequeños grupos puede favorecer la participación y aproximarnos a un trabajo científico que hoy no se concibe si no es en equipo, porque la investigación es una tarea colectiva.
- Por último, debe facilitarse la puesta en común y la conexión entre los grupos establecidos. El portavoz expone o suministra las conclusiones del grupo, que se comparan con las que la ciencia señala. Forma parte del papel del profesor encarnar a la comunidad científica, clarificar y completar las conclusiones realizar reformulaciones globalizadoras de las aportaciones de los grupos y añadir la información que sea relevante. La receptividad de los alumnos y alumnas ante las informaciones y recapitulaciones es superior por cuanto se enmarca en la tarea que previamente han tratado de responder.

Para facilitar a los alumnos y alumnas la integración del aprendizaje en el cuerpo de conocimientos que ya poseen, deberán proponerse actividades variadas con objetivos diversos (Furió y Gil, 1978):

- *Actividades de iniciación* al tema en estudio que supongan: sensibilización sobre su contenido, explicitación y puesta en valor de las ideas que el estudiante posee, comprensión del hilo conductor.
- *Actividades de desarrollo* del tema que supongan: introducción, construcción y manejo significativo de conceptos, invención de definiciones operativas basadas en ellos, manejo reiterado de los conceptos en distintas situaciones para comprobar su validez y afianzarlos, familiarización con aspectos claves del trabajo científico, planteamiento de situaciones problemáticas, estudio de las relaciones ciencia-tecnología-sociedad, resolución de problemas, trabajos prácticos, etc.

- *Actividades finales* que supongan: recapitulación y síntesis de lo tratado, semejanzas, propuesta de confección de mapas conceptuales, etc.

Por otra parte conviene emplear actividades variadas de diverso nivel taxonómico y atendiendo a aspectos metacognitivos en línea con los apuntes realizados por J. Campanario (2000, 2001).

Los programas de actividades, elaborados como propuesta didáctica para la enseñanza-aprendizaje de la relatividad, se han desarrollado utilizando las estrategias señaladas en el marco constructivista. Se pretende atender a las implicaciones derivadas del cambio metodológico y actitudinal que se suscribe. Conviene considerar que este modelo de aprendizaje como investigación orientada se ha experimentado con buenos resultados en diversos ámbitos de la física y la química. A modo de ejemplo podemos citar los trabajos sobre el campo eléctrico (Martín y Solbes, 1991; Furió y Guisasola, 2001), la energía (Tarín, 2000; Domènech, 2000), etc.

Un aspecto clave de este modelo es la implicación del profesorado, tanto en términos de la formación requerida para desarrollar su papel de guía del aprendizaje, como de las perspectivas profesionales que se le abren. Furió (1994) ha resaltado la transformación del profesor en un investigador en acción, que tras las interacciones educativas, efectuará su propia reflexión crítica y perfeccionará su acción educativa. De hecho se pueden derivar consecuencias prácticas para el problema candente de la formación del profesorado (Furió y Carnicer, 2002).

El éxito del modelo está ligado a la valoración que realizan los profesores de los programas propuestos, y sin soslayar la complejidad y dificultad de los cambios, las diversas experiencias muy bien pueden compartir el siguiente extracto: *“Las valoraciones que el profesorado realiza de la metodología propuesta abren una perspectiva esperanzadora en la implantación de una estrategia basada en la enseñanza por investigación”* (Martín y Solbes, 2001).

5.2.1.5 Recursos para la enseñanza.

El estudio de la relatividad presenta por su especificidad dificultades en la faceta experimental. Por lo que parece conveniente atender al uso de diversos recursos didácticos, que por otra parte han de tenerse muy presentes en la enseñanza de la ciencia en el siglo XXI.

El uso de programas de ordenador ya está acreditado en la investigación didáctica (Vidal de Labra y otros, 1985; Landazabal y otros, 1989; Valente y otros, 1992; Pontes, 1999). Especialmente interesante es el uso de Hojas de cálculo, por su interactividad gráfica, que permite contrastar hipótesis funcionales (Krieger y Stih, 1990; Herranz y Alonso, 1995), incluso en el ámbito de la relatividad (Carson, 1998a).

El acceso a las fuentes de Internet y otros recursos informáticos, es actualmente un elemento imprescindible en cualquier tipo de actividad, especialmente en el trabajo científico (Lowy, 1999; Pontes, 2001). Su utilización permite a los alumnos y alumnas tener un mayor control sobre su propio aprendizaje, favorece el autoaprendizaje complementario a la actividad del aula y su implicación en ella, lo que les puede conducir a una mayor motivación. Con su uso orientado puede acceder a modelos y simulaciones potencialmente muy formativos. Especialmente útil es el auge de pequeñas aplicaciones, applets interactivos, cuya variedad y calidad de diseño se van incrementando en los últimos años.

Los medios audiovisuales pueden servir de ayuda para lograr la motivación de los alumnos y alumnas y, al mismo tiempo, ser extraordinariamente útiles para visualizar modelos, y acceder a fuentes inaccesibles de otro modo en un aula (Nadal y Pérez, 1991).

El uso de estos recursos ha de estar integrado en el proceso de enseñanza-aprendizaje, utilizar diferentes estrategias, ajustar el tiempo de visionado, etc. En todo caso, en el diseño que se realizará se usarán tan sólo en actividades complementarias o de profundización, por eventuales dificultades de acceso a los materiales.

5.2.2 Líneas para una introducción de la teoría de la Relatividad Especial en el bachillerato.

En la fundamentación de la primera hipótesis, se examinaron los debates más importantes mantenidos desde la investigación didáctica sobre este campo, y se analizaron las principales deficiencias y dificultades reseñadas por la investigación didáctica. Corresponde ahora, en marco de nuestra segunda hipótesis, precisar aquello que deben aprender los estudiantes con objeto de delimitar el campo de estudio, y trazar líneas conductoras coherentes. Este esbozo no se limitará a fijar aspectos conceptuales estrictamente físicos sino que se indicarán también algunos de los puntos de atención acerca de la imagen de la ciencia y sus conexiones a desarrollar desde la enseñanza.

Se puede partir de la base de que la introducción de nociones de la Teoría de la Relatividad en el último curso del bachillerato es no sólo posible sino conveniente. En palabras de Sánchez Ron (1988): “*Sería conveniente que el curso (bachillerato) incluyese una discusión de relatividad especial, lo que dicho de paso es perfectamente asequible*”. En un campo todavía no consolidado en nuestra enseñanza cabe precisar dos elementos:

- ◆ ¿Qué conceptos son los que constituyen lo fundamental del tema? O sea, ¿hasta donde llegar en la propuesta de aprendizaje?
- ◆ ¿Qué se entiende por una buena comprensión de la Teoría de la Relatividad en el bachillerato?

Una introducción simplificada podría ser la siguiente, basada en las aportaciones de Sánchez Ron (1988), de Solbes (1986), Gil y Solbes (1993), Pérez y Solbes (2003).

Fase 1ª: Centrar el problema; plantear la situación problemática.

Los alumnos precisan adentrarse en el proceso de aprendizaje con una guía: ¿cuál es el problema que se pretende estudiar? ¿por qué es importante? Solo desde una **justificación motivada y encuadrada** en la lógica del curso de 2º de bachillerato y en los **problemas** a que responde, se puede aspirar a una motivación de los estudiantes.

I. Se puede comenzar haciendo emerger ante los alumnos los conceptos de espacio y tiempo como aspectos importantes del paradigma físico vigente y plantear su cambio a lo largo de la historia de la física.

II. Estas nociones se conectan de forma inmediata con la consideración de la posible diversidad de estados del observador con relación a este marco espacio-temporal para la descripción de la realidad física y el planteamiento de existencia, o no, de puntos privilegiados para la descripción lo que implica la universalidad de las leyes físicas. En suma, plantear la existencia de un principio de relatividad.

III. Los puntos planteados conllevan la introducción de la noción de sistema inercial y pasar a formular la pregunta ¿Cómo se relacionan las coordenadas de una partícula medidas en dos sistemas inerciales diferentes?

Una adecuada introducción favorecedora de una buena comprensión ha de procurar **resaltar el interés del problema planteado**. La importancia de la pregunta ha de ponerse en cuestión sobre la pluralidad de sistemas de referencia posibles para abordar el estudio de los problemas y la necesidad de que las respuestas obtenidas en un sistema sean puestas en correspondencia con las de otro. Estas ideas ya estudiadas en los inicios del aprendizaje de la mecánica han de ser consideradas de nuevo. Hacer al alumno receptivo a la relatividad supone de partir de las concepciones anteriores.

IV. Iniciar la respuesta que se da desde la mecánica newtoniana: las transformaciones de Galileo y sus consecuencias (principio de Relatividad de Galileo, ley de transformación de velocidades, aceleraciones).

La existencia de este principio de relatividad es un punto clave para resaltar la comunidad de problemas y la presencia de estructuras formales análogas en toda la física: desde la mecánica al electromagnetismo o a la relatividad general.

V. Una vez estudiada la respuesta clásica debe plantearse al estudiante los aspectos que cuestionan este marco: presentar los problemas que llevaron a pensar que la velocidad de la luz en el vacío es la misma en todos los sistemas inerciales, independientemente del movimiento de la fuente y el observador. El fracaso en la búsqueda de un sistema de referencia en reposo absoluto y las incongruencias entre la teoría electromagnética y el principio de relatividad.

El estudiante **debe participar de la lógica de la construcción de la ciencia** y de la necesidad de un cambio más radical que pusiese en cuestión los fundamentos de la mecánica newtoniana. Plantear como la situación problemática de fines del XIX originó dos líneas de investigación que provocaron la crisis del paradigma clásico y condujeron al establecimiento de la Física relativista y de la Física cuántica. Se debería resaltar el fracaso en el logro de una explicación adecuada y satisfactoria en el marco clásico y entroncarlo con el proceso de elaboración de la ciencia.

Una adecuada comprensión debería incluir esta evolución dinámica de la ciencia, la modificación de la naturaleza de la respuesta (y de la pregunta) a lo largo de la Historia de la Ciencia. Conviene recordar que esta Física clásica se edificó contra la visión que conocemos como "Física del sentido común" y supuso un profundo cambio metodológico. Esta perspectiva ha de cultivarse a lo largo del tema.

De una forma guiada se debe procurar que los **alumnos tengan ocasión de conocer el marco problemático** e indagar en las variables implicadas en diversas situaciones físicas, o experiencias llevadas a cabo en ese marco histórico **y posibilitar al alumno emitir hipótesis propias, extraer conclusiones...** La idea básica de algún experimento seleccionado debería ser asequible a los alumnos, por ejemplo las líneas maestras del experimento de Michelson y Morley y los intentos de justificar los resultados dentro del marco de las teorías clásicas, con pequeñas modificaciones de las mismas.

Fase 2ª: Construir los fundamentos de la Relatividad.

VI. Enunciar los postulados de la relatividad de Einstein.

Se ha guiado al estudiante de forma que aparezca como necesaria una respuesta desde la física que dé salida a la situación problemática. Parece apropiado que los postulados sean introducidos como tales por el profesor y se reserva al alumno una labor de asimilación y exploración de sus consecuencias. Se pretende ahora que estos postulados aparezcan como verosímiles al estudiante y razonar porqué responden al problema. **Una comprensión de este aspecto ha de ser más fructífera** que el mero manejo de relaciones matemáticas **y ha de dar sentido a la respuesta al problema planteado.** Eventualmente cabe ayudar a los estudiantes a reflexionar sobre el papel de la simetría en física y el papel que Einstein le atribuyó en la elaboración de la teoría.

VII. Introducir la relatividad del espacio y el tiempo como una consecuencia ineludible de los dos postulados.

Ahora se debe guiar en la exploración de las consecuencias que se deducen de los postulados y establecer conclusiones lógicas. El nivel que se pretende en los alumnos no ha de ir mucho más allá del manejo comprensivo de los conceptos de tiempo propio y longitud propia. Apuntar el concepto de la relatividad de simultaneidad y la pérdida de la universalidad de los conceptos

de espacio y tiempo desde los distintos Sistemas Inerciales, es decir en su carácter relativo.

El estudio de sus consecuencias puede basarse en la construcción de expresiones sin su deducción formal a partir de las transformaciones de Lorentz. Cabe plantearse un proceso heurístico que huya de una matematización que vaya en detrimento del estudio conceptual, que es lo relevante en esta fase. **Una buena comprensión** ha de reconocer la igualdad lógica entre sistemas inerciales y la simetría inherente al uso de uno u otro, **la inexistencia de un sistema privilegiado** y ser capaz de aplicarlo cualitativamente en ejemplos.

Un buen aprendizaje ha de conducir al uso práctico de las relaciones conceptuales entre sistemas inerciales y a manejar comprensivamente los fenómenos de dilatación de tiempo y contracción de longitudes.

No se plantea ni la deducción de las transformaciones de Lorentz, ni siquiera un estudio basado en ellas. Un nivel adecuado para un 2º de bachillerato no precisa de su introducción, aunque si se podría mencionar su existencia como un paso superior a las de Galileo. Más bien su aparato matemático complica el tema, a nuestro juicio innecesariamente.

Fase 3ª: Extender y profundizar a diversos ámbitos de la física.

VIII. Elaborar la noción de límite clásico. Trazar las líneas más importantes de la nueva dinámica relativista y reafirmar los principios de conservación.

A lo largo de la enseñanza de la física se ha ido anclando la teoría en torno a los principios de conservación. Una buena comprensión ha de acarrear una reafirmación de los principios de conservación como piezas angulares de todo el edificio teórico, y precisa asumir una generalización que pase por una reformulación de estas magnitudes. **Un buen aprendizaje ha de posibilitar resolver cuestiones y problemas** cuantitativos. Es importante también trasladar lo trabajado en el tema a los temas conexos, para los que lo estudiado posee carácter de prerequisite: física nuclear y física de partículas, principalmente. Se ha de efectuar análisis energéticos de los procesos, conforme a principios de conservación. Hay que **vencer la resistencia** de considerar lo estudiado como un ejercicio teórico, **desconectado del resto de la física** y poco práctico, cabe resaltar para ello el componente práctico y útil: energía nuclear, cosmología, etc.

IX. Explorar las consecuencias más importantes sobre la noción de energía. Incidir sobre la equivalencia masa/energía.

Como se ha estudiado en capítulos anteriores, este es un campo abonado de **errores conceptuales, a los que cabe salir al paso**. Igualmente se propone utilizar **la masa invariante**, como opción didáctica más apropiada, conforme se ha fundamentado en el planteamiento del problema y avala la evolución del consenso científico, distinguiendo lo que serían opciones

didácticas más o menos discutibles. En todo caso se debería proporcionar a los alumnos criterios para discernir en que contexto se le está presentando la información por las distintas fuentes.

Una comprensión fundada de los problemas energéticos ha de partir de las dificultades de manejo de la energía por parte de los alumnos y satisfacer los criterios de un buen aprendizaje de la energía tal y como han puesto de relieve recientes investigaciones (Tarín, 2000; Doménech, 2000) Revisemos sucintamente estos puntos en lo que son de aplicación a la Teoría de la Relatividad y cuya atención que daría lugar a una buena comprensión por parte de los estudiantes:

1. Diferenciar el estatus del principio de conservación y su origen, indicando que se plantea como un principio de validez general que se formula como tal, como ampliación y generalización de las formulaciones clásicas.
2. Caracterizar la masa como una propiedad invariable de las partículas y los sistemas, y que representa la magnitud inercial y gravitatoria de los mismos.
3. Indicar que del teorema de las fuerzas vivas aplicada a la relatividad se deduce la existencia de una forma de energía ligada a la masa de las partículas materiales y la existencia de una reformulación relativista de la energía cinética.
4. Incorporar el carácter límite de las formulaciones clásicas, en los planos teóricos y de física aplicada. Una buena comprensión ha de interiorizar los marcos de validez y valorar la necesidad de que el aparato matemático y la potencia teórica se adecue al problema concreto que se trate en cada caso.
5. Ha de otorgarse relevancia a la relación entre energía, cantidad de movimiento y masa, pues esta expresión relaciona las magnitudes clave. Posibilita el manejo de estas magnitudes para los fotones. Facilita la comprensión de la forma en que la energía y la cantidad de movimiento se evalúan en los distintos Sistemas de Referencia Inerciales. Este aspecto de lo que se mide en cada sistema de referencia inercial es en definitiva el problema central que se está resolviendo con los estudiantes.
6. Respecto al concepto de sistema de partículas asumir que la energía interna afecta a la masa del sistema y diferenciar “masa del sistema” y “masa de las partículas”. Por otra parte el estudiante ha de tener en cuenta que la introducción de E potenciales, es dificultosa en el marco relativista y que en todo caso no se puede asignar a una parte en exclusiva, sino al sistema en su conjunto. También hay que salir al paso a asignaciones tales como que la masa de un objeto en un campo aumenta en E_p/c^2 .

Por ejemplo en un sistema de dos partículas, en la aproximación de bajas velocidades:

$$E_0 = Mc^2 = m_1 c^2 + m_2 c^2 + E_{c1} + E_{c1} + E_{p12} \quad \text{con} \quad (E_{c1} + E_{c1} + E_{p12}) = - E_b.$$

7. Respecto a la transformación y transferencia de energía, reconocer que las modificaciones en la energía de un sistema son debidas a interacciones con otros sistemas. Explicar así las variaciones de energía y cantidad de movimiento de partículas y subsistemas, operativizando los principios de conservación:

$$\Delta E=0 \Rightarrow \Delta E_1 + \Delta E_2=0 \Rightarrow \Delta E_1 = -\Delta E_2.$$

Especialmente necesario es su uso expreso en los procesos nucleares.

8. Por otra parte también se dará redistribución de energía en el interior de un sistema por interacción entre partes. Una buena comprensión de los procesos nucleares pasa por evaluar la evolución del sistema cerrado que sigue esta redistribución y asumir que la conservación de la masa del sistema, la energía y la cantidad de movimiento es compatible con la variación de energía cinéticas y masas en reposo. El estudio del sistema abierto conduce a la retirada de energía cinética, capaz de desarrollar un trabajo y transformarse en energía útil.
9. Una adecuada comprensión ha de permitir dar respuesta coherente, incluso cuantitativa, a la energética de fenómenos tales como aniquilación de pares, energía asociada a los procesos nucleares y a su compatibilidad con los principios de conservación de la física.
10. El estudio de los aspectos de degradación de la energía introducidos a lo largo de la enseñanza, no son relevantes en la formulación que se va a realizar, por su carácter de fenómeno macroscópico y estadístico. Lo que no obvia la posibilidad de reflexionar acerca de la simetría temporal de las leyes físicas que se han formulado.

- X. Apuntes del principio de equivalencia.

Una introducción cualitativa, mínima, y sin profundizar permite completar el cuadro y posiblemente ayudar a comprender formulaciones acerca de la teoría que son lugar común en los medios y textos de divulgación, lo que la hace **útil para motivar** a los estudiantes.

- XI. Poner de relieve el impacto en el pensamiento contemporáneo. Incidir en las aplicaciones prácticas y las relaciones CTS.

Una buena comprensión ha de contar con una **reflexión en torno a las relaciones CTS**, especialmente rica en este tema que deben introducirse de forma transversal a lo largo del mismo. Hay que huir de visiones descontextualizadas de la ciencia y proporcionar elementos para la formación cultural y el desarrollo de valores y actitudes favorables, pero críticas hacia la ciencia y su papel en la tecnología y la sociedad. En este contexto, la Teoría de la Relatividad, presentada en la prensa de la época, como la teoría revolucionaria por excelencia, ejerció un gran impacto tanto en científicos como en artistas, escritores, etc. y proporciona gran cantidad de opciones didácticas.

XII. Considerar las facetas epistemológicas y las repercusiones en la comunidad científica.

Para los científicos supuso la crisis de muchos supuestos fundamentales. A partir de 1911 Einstein empieza a hablar de relatividad recordando así que los conceptos de espacio y tiempo absolutos de Newton no son válidos y subrayando el cambio que había llevado a cabo. Hubo científicos que efectuaron la transición a la nueva mecánica sin dificultad pero para otros el cambio fue doloroso y no siempre bien asimilado. **Una buena comprensión** ha de interiorizar la forma en que cambian y se asientan los nuevos conceptos en la comunidad científica.

5.2.3 Revisión de aspectos propuestos en diferentes proyectos para la enseñanza de la relatividad.

Se revisan a continuación algunos aspectos planteados en distintas propuestas de enseñanza de la Teoría de la Relatividad y se valora el interés de su uso desde la perspectiva didáctica. Se han considerado propuestas consolidadas, dejado de lado alguna aportación excéntrica y poco útil, por ejemplo el símil con lentes usado por Ireson (1996).

5.2.3.1 El uso amplio de diagramas de Minkowski.

La base de esta alternativa consiste en recuperar el planteamiento geométrico de un espacio-tiempo de cuatro dimensiones mediante el uso de diagramas de Minkowski. En términos generales sus partidarios propugnan el uso in-extenso de estos diagramas tras el estudio de los postulados generales de la teoría. Proponen trabajar aspectos como la representación de un evento, construcción de ejes, estudio de líneas de universo, contracción de longitud, dilatación del tiempo...

Para algunos investigadores (Alonso Sánchez, 2000; Alemañ y Pérez, 2001) los diagramas son sencillos, atractivos para el alumnado, permiten presentar los conceptos fundamentales de la teoría relativista y fijan la atención en el espacio-tiempo.

Pese la apariencia de herramienta válida para la introducción cualitativa de conceptos presentan importantes dificultades de índole práctica y teórica que desaconsejan, a nuestro juicio, su utilización en la enseñanza secundaria y que por el contrario aconsejan decididamente su uso en la enseñanza superior. Salvo que se disponga de un tiempo de aprendizaje muy superior al habitualmente destinado al desarrollo del tema en la secundaria.

En primer lugar, el manejo de dichos diagramas pudiera no entrañar graves dificultades para una mente formada en el uso extensivo de diagramas físicos pero representa una dificultad considerable para alumnos de secundaria. Recordemos a este respecto las dificultades que entraña para los alumnos el

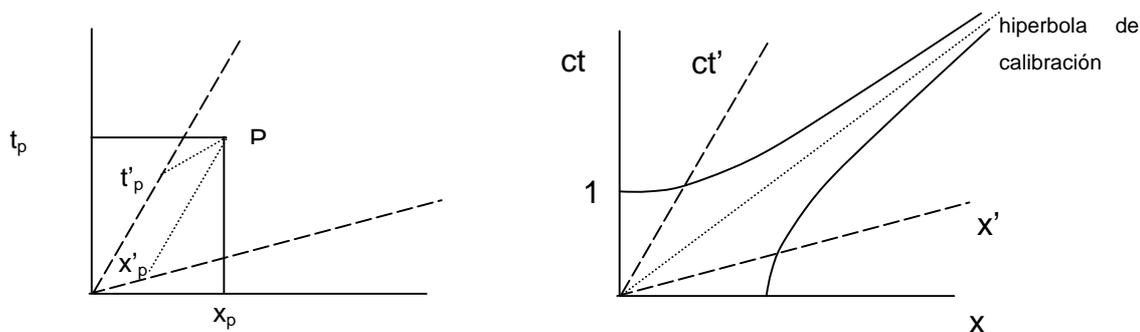
dominio de diagramas cinemáticos relativamente sencillos tal y como han puesto de manifiesto múltiples investigaciones (Carrascosa, 1985; Hierrezuelo, 1989).

La dificultad no reside en la modificación de la disposición tradicional de los ejes o la sustitución típica de los diagramas cinemáticos de posición sobre la trayectoria-tiempo (función cinemática $s=s(t)$) por tiempo/coordenada ($ct=ct(x)$) sino en el manejo de ejes no ortogonales, los razonamientos acerca de longitudes y tiempos exigen proyecciones no ortogonales y razonamientos sobre las mismas que no son comunes en la física del bachillerato. De hecho se precisan ejes cuya disposición angular es función de la velocidad relativa entre los sistemas de referencia, en una geometría pseudoeuclídea.

A este respecto conviene indicar que la comparación rigurosa de longitudes de diferentes proyecciones ha de contar con escalas diferentes en cada uno de los ejes lo que exigiría introducir hipérbolas de calibración o al menos justificar estas diferentes escalas (Palekar, 1993).

Uno de los objetivos básicos de la enseñanza de la Relatividad es la reafirmación del principio de relatividad, por ello cabe dudas acerca del uso, en este periodo.

introductorio que precisa de una adecuada clarificación, sobre la eficacia de una representación pues no se percibe con nitidez la equivalencia total de los distintos sistemas de referencia, pareciendo existir un sistema de referencia privilegiado de ejes ortogonales.



Su manejo entraña también paradojas, e induce, por ejemplo a considerar secuencialmente la historia de una partícula, lo que los diagramas muestran es la totalidad de la línea de mundo de las partículas, no cabe razonar en términos de “despliegue del diagrama”, como un flujo del tiempo, lo que es contradictorio con la relatividad de la simultaneidad (peligro de inducir errores conceptuales típicos de la instrucción).

En este tema de secundaria, para cuyo desarrollo los profesores disponen de un tiempo limitado, parece conveniente relegar estas consideraciones, sin duda de interés, a un estadio posterior al que opcionalmente se pueden asomar como profundizaciones los alumnos de 2º de bachillerato. De hecho las

disposiciones legales acerca del currículum no plantean su uso ni incluyen aspectos tales como causalidad.

En suma y en atención a estas dificultades no planteamos su uso en nuestra propuesta didáctica.

5.2.3.2 Los experimentos con partículas de alta energía.

Respecto al estudio de la física, a diferencia de lo que en ocasiones se da en otras materias, los estudiantes opinan que es un conocimiento útil. Este carácter se suele relacionar con su papel de fundamento para el desarrollo tecnológico. El manejo de este criterio de utilidad, junto con la posibilidad docente de puesta a prueba experimental, incide en la valoración que los estudiantes realizan de la disciplina, y es un factor motivacional de primer orden. En este sentido, la teoría de la relatividad junto a su atractivo estético, se enfrenta a una crítica que la presupone alejada de cualquier utilidad práctica. Esta opinión, ciertamente inmotivada, está bastante extendida entre los alumnos, como se comprueba a diario en la enseñanza. También subyace en estas opiniones una concepción simple sobre la ciencia.

El que esto sea así, no puede deberse a un carácter intrínsecamente abstracto y dificultoso. Cualquier área de la física moderna, por ejemplo la estructura del átomo, parte de un nivel matemático y conceptual tanto o más alejado del nivel del alumno. Más bien parece que juega cierto papel la tendencia a resaltar sus aspectos más vistosos y paradójicos, y no se señala convenientemente esta última dimensión. Para ilustrar este hecho basta señalar la escasa relevancia que al estudio del movimiento de partículas a alta velocidad y, más en concreto, a la clásica experiencia didáctica de Bertozzi, se le presta en los libros de este nivel. En la revisión de textos de 2º de bachillerato, recogida en el capítulo 4, se concluye que aparece en cuatro de ellos. Y en el ámbito anglosajón la situación es análoga, Ireson (1998) señala su presencia en sólo uno de entre 8 manuales de A-level.

Sin embargo, las razones que apoyan su uso son considerables. Comencemos por indicar que en el ámbito de las partículas la utilización de condiciones relativistas no es nada inusual. Por ejemplo, un electrón sometido a una diferencia de potencial del orden de 10^6 V, en un tubo de vacío, alcanza velocidades próximas a la de la luz. Y que la física de partículas es una disciplina con amplias repercusiones tecnológicas.

El uso de experiencias cinemáticas que involucren partículas, es potencialmente más convincente que experimentos de resultados “negativos” como los de Michelson - Morley o Trouton - Noble. Por otra parte, estas experiencias se basan en cargas aceleradas por procedimientos electromagnéticos, lo que se incluye en los currículos del bachillerato. Su uso incide por ello en la interrelación de las distintas áreas.

Entre los diversos experimentos sencillos y de enfoque didáctico ha tenido una amplia repercusión el planteado por Bertozzi, principalmente por la gran difusión de la película a que dio lugar “*The Ultimate Speed*” de 1962, y discutida por él con detalle (Bertozzi, 1964).

En esencia consiste en un experimento de aceleración lineal de electrones inyectados desde un acelerador de Van der Graff. Tras la fase de aceleración se estudia la velocidad que han alcanzado en función de la energía suministrada. Para estudiar la velocidad final se usan los datos de espacio y tiempo en un último tramo, no acelerado.

Un tratamiento de datos sencillo, con el manejo de gráficos simples muestra divergencias importantes con las previsiones newtonianas. Por ejemplo el paso de una energía de 0,5 MeV a 15 MeV, es decir un aumento en un factor 30 no conduce al esperado de $E_c = \frac{1}{2} m v^2$, con un aumento de velocidad en $\sqrt{30} \cong 5,5$ sino tan sólo de un 15%.

Por razones que posteriormente se comentan se ha optado por incluirlo en el programa de actividades propuesto, por lo que para un estudio detallado remitimos al comentario de la actividad correspondiente.

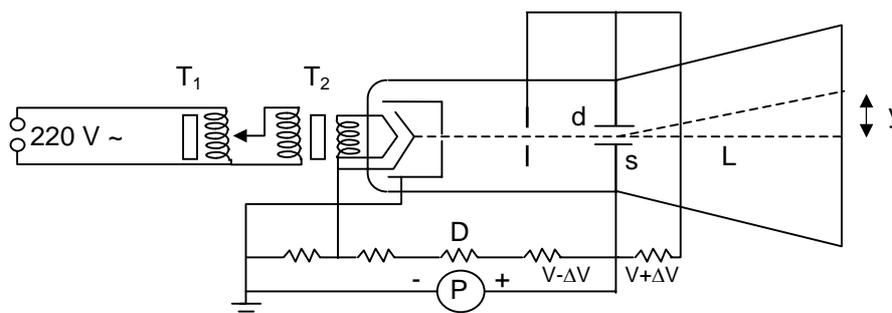
Se han propuesto también experiencias sencillas manejando deflexión de trayectorias en tubos catódicos, de entre ellas se puede mencionar la planteada por Thomsen y Asalandin (1975) y cuyo dispositivo experimental es sencillo.

Esta experiencia permite separaciones significativas de la deflexión prevista para electrones de energía superior a los 10 KeV. Se obtiene una buena sensibilidad con un equipamiento sencillo, si bien fuera del alcance de los centros de secundaria de nuestro entorno. En su defecto, cabría limitarse al análisis de datos.

Se asume un campo homogéneo entre las placas, V el voltaje acelerador, y con dos placas a $V+\Delta V$ y $V-\Delta V$ deflectoras. Aparece una deflexión calculada por razonamientos de mecánica clásica de:

$$y_c = \frac{L s \Delta V}{d V}$$

La deflexión resulta independiente de V si se mantiene la ratio $\Delta V/V$, lo que es independiente de las simplificaciones efectuadas.



T_1 , transformador variable; T_2 , transformador; D , divisor de voltaje; P , fuente suplementaria.

La expresión relativista, no es independiente:

$$y_R = \frac{L s \Delta V}{d V} \left(1 + \frac{eV}{2mc^2} \right)$$

La separación entre el valor clásico y relativista resulta:

$$\frac{\Delta y}{y_c} = \frac{y_R - y_c}{y_c} = \frac{eV}{2mc^2}$$

El tratamiento experimental con $\Delta V/V = 0,05$ y voltajes próximos a 10 KV obtiene desviaciones de hasta 0,1%

Estos tratamientos parecen considerablemente más complejos que el dispositivo lineal usado por Bertozzi. En contraste con las experiencias de deflexión, en una experiencia lineal los cálculos clásicos son más sencillos y la manipulación de datos más clara.

En suma, por todo lo antedicho consideramos:

1.- Consideramos más eficaz didácticamente el uso de propuestas como las de Bertozzi.

2.- Su uso es muy recomendable por su vinculación a experimentos comprensibles por los alumnos.

3.- Son especialmente adecuadas en una fase de cuestionamiento del marco clásico.

4.- Permiten afianzar las expresiones de la nueva dinámica relativista y de verificación experimental de las mismas.

Un posible uso didáctico podría seguir la siguiente secuencia:

- Plantear al alumno el problema de si el marco clásico es válido en todo el rango de velocidades.
- Permitir que el alumno sea consciente de su marco teórico, y las hipótesis que de él se derivan.
- Orientar al esbozo de un procedimiento de puesta a prueba experimental, que en última instancia va a poner en cuestión su marco teórico.
- Presentar los diseños de Bertozzi y suministrar los datos.
- Analizar los resultados, concluyendo en la insuficiencia de los presupuestos manejados en el marco teórico y la necesidad de un replanteamiento.
- En una fase posterior y tras el aprendizaje de los rudimentos de la dinámica relativista, parece apropiado volver sobre los datos experimentales y revisar la concordancia con lo obtenido. Convendrá entonces extraer conclusiones adicionales.

5.2.3.3 La utilización de la Ciencia ficción como recurso didáctico.

La utilización de la ciencia-ficción como un recurso didáctico ya tradicional es muy común. Bien usado es creativo y motivador, entre sus ventajas se han citado (Bacas y otros, 1997) que ayuda a conocer los esquemas mentales de los alumnos, a producir un cambio conceptual, favorece un aprendizaje funcional, desarrolla un pensamiento divergente, mejorara las actitudes de estos hacia la ciencia, etc.

El ámbito de la relatividad especial, se presta con cierta facilidad para su uso por la ingente cantidad de materiales y situaciones noveladas susceptibles de análisis (Nichols, 1987): viajes espaciales, paradojas del estilo de la de los gemelos, comunicaciones, aspecto de cuerpos en movimiento, adición de velocidades, etc.

El uso didáctico consistiría en el estudio guiado de un relato. La experiencia llevada a cabo por Hellstrand y Ott (1995) consistió precisamente en detectar diferencias significativas en el aprendizaje de aspectos cualitativos del tema tras la simple lectura de un relato. Valoraron muy positivamente el sustancial incremento del interés de los alumnos en la formalización cuantitativa de los conceptos, con respecto a quienes no participaron en la experiencia.

Sin dejar de valorar lo que de formativo pudiera tener este tipo de lecturas, en nuestro programa de actividades no hemos incluido ninguna con esta orientación, fundamentalmente porque consideramos que en una fase de iniciación al tema conviene asentar la idea de que la relatividad no es un “artificio de salón” sino por el contrario una teoría experimental práctica.

6 OPERATIVIZACIÓN DE LA SEGUNDA HIPÓTESIS Y DISEÑOS EXPERIMENTALES PARA SU PUESTA A PRUEBA

En el capítulo precedente se ha fundamentado nuestra segunda hipótesis, tomando como base el marco teórico de la didáctica de las ciencias, que nucleado en torno al constructivismo, en sus diferentes variantes y líneas de concreción, entraña un cambio conceptual, metodológico y actitudinal.

Corresponde por tanto operativizar la hipótesis en enunciados más simples, subhipótesis susceptibles de una posterior concreción operativa, y elaborar diseños experimentales para su puesta a prueba. A lo largo de capítulo se seguirá este hilo conductor, que finalizará con la presentación razonada del programa de actividades diseñado para una correcta enseñanza de la relatividad.

6.1 OPERATIVIZACIÓN DE LA SEGUNDA HIPÓTESIS

Conforme a la hipótesis establecida en el capítulo anterior, se considera que: “Es posible realizar una enseñanza de la Teoría de la Relatividad que, desde una orientación que concibe el aprendizaje como una construcción de conocimientos, parta de las concepciones previas de los alumnos, y sus conocimientos de la teoría física, que construya activamente, y con corrección científica, los aspectos más significativos de la Teoría Especial de la Relatividad. Esta elaboración atenderá a su entronque en el conjunto de la Física así como al uso de las relaciones Ciencia-Técnica-Sociedad. De modo que se logre un aprendizaje significativo y estable en los estudiantes”.

De esta hipótesis podemos derivar **tres subhipótesis**:

- 1) Es posible diseñar una enseñanza de la relatividad en la secundaria mediante programas de actividades diseñados en consonancia con un modelo de enseñanza-aprendizaje como investigación.**
- 2) La enseñanza de la relatividad conforme a esta metodología dará lugar en los estudiantes a una mejora en su aprendizaje, y a una mejor valoración crítica de la ciencia y su desarrollo.**
- 3) Esta propuesta será valorada positivamente por los profesores a los que se les presente y por los que la apliquen efectivamente en sus clases.**

De estas tres subhipótesis podemos derivar subhipótesis operativas susceptibles de puesta a prueba experimental. A continuación se procede a esta operativización.

6.1.1 Operativización de la primera subhipótesis.

La primera subhipótesis pretende salir al paso a las deficiencias sobre la enseñanza habitual de la Teoría de la Relatividad mostradas en el tercer capítulo.

En la propuesta se atenderán las razones lógicas que motivaron su elaboración, en el marco de la situación problemática a la que dio respuesta, situación a la que ya es tradicional referirse como crisis de la física clásica. La propuesta ha de resaltar su posición en la estructura de la física, y su conexión con la física clásica, atender a la reformulación crítica de los conceptos de tiempo, espacio y sus propiedades, así como la nueva perspectiva de principios y conceptos de la física: conservación de la cantidad de movimiento, energía, masa y sus derivaciones. Por otra parte ha de atender a sus imbricaciones en la cultura, sociedad etc.

6.1.2 Operativización de la segunda subhipótesis.

La segunda subhipótesis hace referencia a una mejora en el aprendizaje de los estudiantes que sigan esta nueva propuesta de enseñanza, con un incremento de la calidad del mismo. Esta mejora en la significatividad, se puede concretar en consecuencias contrastables en el aprendizaje de conceptos y se acompañará de un cambio actitudinal.

Subhipótesis operativas

Los alumnos que utilicen esta propuesta metodológica en el plano conceptual:

- 1.- Asumirán una visión correcta de lo que es esencial en la teoría de la relatividad, su lugar en el marco de la física y de su origen, (SH 2.1).
 - 2.- Manejarán adecuadamente las nociones de Sistemas de Referencia, Sistema de Referencia Inercial, y principios de relatividad (clásica-relativista), (SH 2.2).
 - 3.- Mostrarán ideas coherentes con el marco relativista en el manejo de los conceptos básicos de espacio y tiempo, (SH 2.3).
 - 4.- Usarán de una visión actualizada de la masa en la Teoría de la Relatividad y manejarán la relación masa-energía de un modo exento de errores, (SH 2.4).
-

Los alumnos que utilicen esta propuesta experimentarán un cambio actitudinal:

- 5.- Desarrollarán una actitud positiva, más fundada hacia la ciencia y su desarrollo, (SH 2.5).
-

Los alumnos que utilicen esta propuesta experimentarán un desarrollo pocedimental:

- 6.- Se favorecerá en ellos el uso de técnicas de trabajo científico y su conexión con otros campos de la física, (SH 2.6).
 - 7.- Tendrá en cuenta sus ideas previas, facilitará la participación en clase, el trabajo en grupo y la comprensión de los conceptos, (SH 2.7).
-
-

6.1.3 Operativización de la tercera subhipótesis.

La tercera subhipótesis indica de la existencia de una valoración positiva por parte de los profesores a los que se presente quienes considerarán favorablemente los diversos aspectos de la misma. Por otra parte también los profesores que la usen en sus clases, consideraran satisfactorios los resultados obtenidos de su utilización.

De resultas de ello podemos operativizar la subhipótesis, separando aspectos conceptuales actitudinales y procedimentales, en la forma siguiente:

Subhipótesis operativas

Aspectos conceptuales de la propuesta:

- 1.- Los profesores considerarán que la propuesta clarifica suficientemente los conceptos de espacio, tiempo, y su evolución desde las concepciones clásicas, (SH 3.1).
 - 2.- Reconocerán en la propuesta una atención a las ideas previas de los alumnos, (SH 3.2).
 - 3.- Considerarán que resalta adecuadamente el estatus de la teoría en el marco de la Física y que se centra en la comprensión de cambios de perspectivas y fenómenos, (SH 3.3).
 - 4.- Valorarán que presenta adecuadamente los principios de conservación en el marco relativista y su relación con el límite clásico, (SH 3.4).
 - 5.- Valorarán como ajustada al consenso científico actual la visión que se presenta de la de la masa y además que la relación masa-energía recibe un tratamiento exento de errores, (SH 3.5).
-
-

Aspectos actitudinales y procedimentales:

- 6.- Los profesores valorarán positivamente el estudio de la Teoría Especial de la Relatividad en la secundaria. Además, disminuirá la percepción de dificultad del tema e incrementarán el tiempo destinado a su estudio, (SH 3.6).
 - 7.- Considerarán que proporciona una imagen más ajustada acerca de lo que es la ciencia y su desarrollo, presentando actividades sobre las relaciones Ciencia-Técnica-Sociedad, (SH 3.7).
 - 8.- Indicarán que contribuye a desarrollar en los alumnos una actitud positiva hacia la ciencia, (SH 3.8).
 - 9.- En su opinión facilitará el cambio conceptual permitiendo a los alumnos manifestar sus concepciones, emitir hipótesis, contrastarlas y extraer conclusiones usando las técnicas propias del trabajo científico, (SH 3.9).
-

El papel que desde la didáctica se reserva a los profesores trasciende a la conducción del proceso aprendizaje. Es importante la participación, de una forma amplia, en el diseño curricular y en la propia dinámica de innovación educativa. Esta participación ayuda tanto a la mejora profesional del profesorado, como a la depuración y avance de la investigación. Por otra parte también desempeña un papel esencial en la difusión de las innovaciones que se realizan desde la investigación didáctica.

En ese sentido la valoración que realicen los profesores a los que se les presentará el programa de actividades, confeccionado a su vez por otros profesores, será un factor clave al considerar en la eficacia del mismo. Además, los profesores involucrados en su estudio crítico, y su valoración, aportan matices y mejoras que ayudan a la mejora del programa.

6.2 DISEÑO PARA LA PUESTA A PRUEBA DE LA PRIMERA SUBHIPÓTESIS REFERENTE A LA POSIBILIDAD DE ELABORACIÓN DE UNA PROPUESTA ALTERNATIVA PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA RELATIVIDAD.

La propuesta toma como base la fundamentación didáctica ya expuesta y propicia el uso de una metodología constructivista que atienda al cambio conceptual, actitudinal y metodológico. Se elabora así un programa de actividades para el 2º de bachillerato que incida sobre las deficiencias detectadas en los niveles inferiores y que de lugar a un buen aprendizaje, conforme a las líneas y criterios que para la introducción de la relatividad en el bachillerato se han expuesto en el apartado 1.2. El programa que se presenta ha sido diseñado para utilizarlo con los alumnos a lo largo de los cursos 2000/2001 y 2001/2002.

La preparación de este programa de actividades ha contado con la colaboración de diversos grupos de profesores y expertos. Una primera versión

(Solbes y Tarín, 1996) ha sido utilizada en los últimos años en la fase de implantación del bachillerato LOGSE.

A raíz de las observaciones sobre la dinámica de la clase, los procesos a que daba lugar y conforme a la calidad del aprendizaje obtenido, se elaboró un nuevo programa basado en esta experiencia. Esta unidad didáctica ha sido estudiada críticamente por un grupo amplio de profesores quienes, mediante sus comentarios y críticas, han contribuido a su mejora. En el momento actual el programa se usa regularmente en la enseñanza de la relatividad, y experimentará sucesivos refinamientos y mejoras.

Por otra parte, cabe señalar que se ha incorporado al conjunto alguna actividad, ya tradicional, introducida por el Seminario del Servicio de Formación permanente de Física y Química.

Los estudiantes que abordan el estudio de la relatividad han cursado ya la práctica totalidad de la física de la secundaria, pues el tema se impartirá al final del 2º curso, poseen por tanto una base de aproximación al trabajo científico, y sobre la relación de la ciencia, la tecnología y la sociedad, ejemplificada en otros temas. Han trabajado ya desde la secundaria obligatoria sobre las nociones de cinemática, y dinámica del punto material, que se completa en 1º de bachiller con el principio de conservación de la cantidad de movimiento y la energía y su transferencia: trabajo y principio de conservación. En 2º de bachillerato han trabajado sobre gravitación, vibraciones, ondas, fundamentos de electromagnetismo y de óptica.

Conviene que los alumnos que utilicen este programa, hayan seguido, secuencias análogas de trabajo cooperativo, lo que por lo general no era así; y que estas sean coherentes con el cambio metodológico y actitudinal que se suscribe..

6.3 DISEÑO PARA LA PUESTA A PRUEBA DE LA SEGUNDA SUBHIPÓTESIS REFERENTE A LOS CAMBIOS EXPERIMENTADOS POR LOS ALUMNOS DE LOS GRUPOS EXPERIMENTALES CON RESPECTO AL APRENDIZAJE DE LA RELATIVIDAD Y A SU ACTITUD.

La comprobación de que el trabajo en clase con el programa de actividades que se ha elaborado, propicia un aprendizaje más sólido y significativo, se llevará a cabo mediante un diseño múltiple y convergente.

Los alumnos que experimenten el programa, constituirán el que podemos llamar, desde ahora, grupo experimental. Se reserva la denominación de grupo de control a los alumnos estudiados en el marco de la primera hipótesis. El número de clases de 50 minutos de duración destinadas al trabajo con el programa estará en torno a 11, de las cuales una se dedicará a una evaluación final. Este número se ha adoptado en razón del equilibrio que debe guardarse en el conjunto del programa de 2º de bachillerato, en que se encuadra este tema.

Con objeto de estudiar el sesgo que pudiera derivarse del hecho de que el autor del programa fuese el único profesor, se contará con la colaboración de otros profesores, que ya colaboraron en la validación de la primera hipótesis. Se intentará de esta manera efectuar una puesta a prueba acerca del cambio conceptual y metodológico soslayando el llamado efecto Hawthorne (Fox, 1981), según el cual los resultados de los grupos de alumnos que interaccionan con el autor muestran unos mejores resultados que los de sus colaboradores. Se explicitará por tanto esta distinción controlando así la variable autor.

6.3.1 Diseño para poner a prueba si los estudiantes de los grupos experimentales muestran una mejora en el aprendizaje de la relatividad.

El primer diseño a considerar es la utilización del cuestionario elaborado en la puesta a prueba de la primera hipótesis y analizado en el apartado 3.4. Consta de 9 ítems, de respuesta abierta, que exploran los principales aspectos conceptuales a considerar en el aprendizaje de la relatividad especial. El uso de este cuestionario es obligado, en tanto permite una comparación homogénea con el grupo experimental.

El cuestionario se pasará tanto a los alumnos que imparte el autor como a los de otros profesores colaboradores. Se guardará la máxima separación entre la finalización de la secuencia didáctica y la realización del cuestionario. Este extremo es variable, y poco flexible, por cuanto por la propia estructuración del segundo de bachillerato el estudio de la Relatividad se realizará en torno al mes de abril. En todo caso esta separación será superior a un mes.

Los resultados, una vez tabulados, serán sometidos a una prueba *t* de Student, para evaluar la significatividad estadística de las diferencias.

A continuación se recoge la vinculación entre los ítems del cuestionario y las subhipótesis operativas planteadas en el plano conceptual, para los alumnos del grupo experimental:

	Subhipótesis operativas	Ítems
SH 2.1	Asumirán una visión correcta de lo que es esencial en la teoría de la relatividad, su lugar en la física y de su origen.	4
SH 2.2	Manejarán adecuadamente las nociones de Sistema de Referencia, Sistema de Referencia Inercial, y principios de relatividad (clásica-relativista).	3
SH 2.3	Mostrarán ideas coherentes con el marco relativista en el manejo de los conceptos básicos de espacio y tiempo.	1,2,5,6
SH 2.4	Usarán de una visión actualizada de la masa en la Teoría de la Relatividad y manejarán la relación masa-energía de un modo exento de errores.	7,8,9

6.3.2 Diseño para comprobar si las entrevistas con los estudiantes de los grupos experimentales muestran que el aprendizaje ha sido significativo.

De forma análoga a lo realizado con los alumnos que han seguido un programa tradicional, y que son tomados como control, se realizarán entrevistas con alumnos experimentales, que han trabajado el programa alternativo propuesto para la enseñanza de la relatividad.

Las entrevistas pretenderá poner de manifiesto la significatividad del aprendizaje de los estudiantes, indagando a partir de los ítems formulados en el cuestionario de alumnos. Se revisarán conceptos, valoraciones y mecanismos de análisis, así como otros aspectos importantes. Las entrevistas serán grabadas para su análisis posterior.

6.3.3 Diseño para comprobar un cambio positivo en la actitud ante la ciencia y su aprendizaje de los estudiantes de los grupos experimentales.

Uno de los puntos fuertes de la enseñanza por investigación es que ha de suscitarse un cambio actitudinal, junto al conceptual y el metodológico que se persiguen. Es por ello conveniente indagar, la forma en que es percibido el programa de actividades por los alumnos, cuál es su valoración del mismo y la de la actividad que se le ha propuesto y si el aprendizaje ha suscitado un mayor interés por la ciencia y la tecnología.

Para ello se cuenta con el instrumento presentado en el diseño de la puesta a prueba de la primera hipótesis. Recordemos que el cuestionario solicita valoraciones en una escala de 0 a 10, e indaga acerca de las actitudes acerca de la ciencia y su aprendizaje. Se pasará a los alumnos experimentales que siguen la propuesta alternativa de enseñanza de la relatividad, de modo análogo a como se hizo con los alumnos que siguen una enseñanza tradicional.

A continuación se relacionan los distintos ítems de cuestionario (ver apartado 3.4.5) con las subhipótesis operativas planteadas:

Subhipótesis operativas		Ítems
SH 2.5	Desarrollarán una actitud positiva, más fundada hacia la ciencia y su desarrollo.	4,6
SH 2.6	Favorecerá en ello el uso de técnicas de trabajo científico y su conexión con otros campos de la física.	3
SH 2.7	Tendrá en cuenta sus ideas previas, facilitará la participación en clase, el trabajo en grupo y la comprensión de los conceptos.	1,2,5,7

6.4 DISEÑO PARA LA CONTRATACIÓN DE LA TERCERA SUBHIPÓTESIS REFERENTE A LA VALORACIÓN POSITIVA DE LA PROPUESTA ALTERNATIVA QUE HACEN LOS PROFESORES QUE LA CONOCEN O UTILIZAN.

Mediante el uso de un cuestionario se obtendrá la información para el estudio de la valoración que del programa de actividades realizan los profesores. Para ello se utilizarán preguntas cerradas, susceptibles de ser tratadas en forma cuantitativa, y preguntas abiertas. Las cuestiones se centran en aspectos sobre la introducción de conceptos y sobre el desarrollo de actitudes y procedimientos.

En el cuestionario se permite matizar las preguntas cerradas ofreciendo la posibilidad de efectuar comentarios abiertos para precisar algunos aspectos. Las preguntas abiertas posibilitan la realización de críticas globales a las cuestiones y permiten contribuir al perfeccionamiento del programa.

Se presentará preferentemente a profesores en activo que asistan a cursos de formación convocados por las administraciones públicas o la Universidad y en el contexto de su desarrollo de los mismos. Se usará, como referente didáctico científico, desde la que se efectúa el estudio, la orientación constructivista del aprendizaje. El cuestionario se pasará tras el estudio detallado del programa de actividades, y una vez realizadas algunas secuencias de actividades escogidas, de entre las incluidas en el mismo.

También cumplimentarán el cuestionario profesores de 2º de bachillerato que lo utilicen en sus clases, con independencia de que sus alumnos participen, o no, en el ensayo. La experiencia profesional de los profesores involucrados remite al juicio de expertos implicados en su uso.

Advirtamos también que el ítem 5, y sus apartados, han sido usados con profesores en la contratación de la primera hipótesis, por lo que se podrá efectuar un estudio comparativo entre el grupo de control y el experimental.

CUESTIONARIO DE VALORACIÓN DEL PROGRAMA DE ACTIVIDADES (PROFESORES)

1. Valorar de 0 a 10 los siguientes aspectos metodológicos referentes al programa de actividades sobre la enseñanza de los fundamentos de la relatividad:
 - 1.1. Facilita la detección y corrección de errores (...)
 - 1.2. Facilita la adquisición de los conocimientos científicos (...)
 - 1.3. Familiariza a los alumnos con la metodología científica..... (...)
 - 1.4. Presenta las relaciones de la Ciencia con la tecnología y la sociedad (...)
 - 1.5. Favorece la participación de los alumnos..... (...)
 - 1.6. Aumenta el interés de los alumnos por la ciencia (...)

Si deseas comentar estas valoraciones hazlo a continuación:

2. Valorar de 0 a 10 los siguientes aspectos sobre los contenidos:
 - 2.1. Tiene en cuenta las ideas previas de los alumnos acerca del espacio y del tiempo..... (...)
 - 2.2. No se limita a establecer relaciones cuantitativas entre los sistemas de referencia sino que realiza razonamientos cualitativos de espacio y tiempo (...)
 - 2.3. Presenta adecuadamente la innovación en los conceptos de espacio y tiempo (...)
 - 2.4. Ubica adecuadamente la Relatividad en el conjunto de la física..... (...)
 - 2.5. Reafirma el estatus de los principios de conservación..... (...)
 - 2.6. El tratamiento de la masa es suficientemente clarificador y actualizado ... (...)
 - 2.7. Conecta la teoría con aplicaciones teórico-prácticas (...)

Si deseas comentar estas valoraciones hazlo a continuación:

3. Señalar otros aspectos satisfactorios o insatisfactorios que has encontrado en la propuesta.
4. ¿Qué actividades suprimirías o cambiarías? ¿Qué tipo de actividades nuevas añadirías en sustitución de las anteriores?
5. Valora de 0 a 10 tu grado de acuerdo con las siguientes frases (0 totalmente en desacuerdo, 10 acuerdo total).
 - 5.1. Se puede prescindir de su conocimiento, en la enseñanza secundaria..... (...)
 - 5.2. La teoría necesita un alto nivel para comprenderla los rasgos principales (...)
 - 5.3. Está poco conectada con el resto de la física estudiada en el bachillerato (...)
 - 5.4. Las fórmulas son complicadas y no ayudan a comprender lo esencial (...)
6. El tiempo que dedicarías al tema en 2º de bachillerato sería de: _____clases.

Estas cuestiones se relacionan con las subhipótesis operativas en que se ha desglosado la subhipótesis, conforme se muestra en la tabla siguiente:

Subhipótesis operativas

Aspectos conceptuales de la propuesta:	Items
SH 3.1 Los profesores considerarán que la propuesta clarifica suficientemente los conceptos de espacio, tiempo, y su evolución desde las concepciones clásicas.	2.1;2.2;2.3
SH 3.2 Reconocerán en la propuesta una atención a las ideas previas de los alumnos.	2.1;1.1

Aspectos conceptuales de la propuesta (continuación)		Items
SH 3.3	Considerarán que resalta adecuadamente el estatus de la teoría en el marco de la Física y se centrará en la comprensión de cambios de perspectivas y fenómenos.	2.4
SH 3.4	Valorarán que presenta adecuadamente los principios de conservación en el marco relativista y su relación con el límite clásico	2.5
SH 3.5	Valorarán como ajustada al consenso científico actual la visión que se presenta de la de la masa y además que la relación masa-energía recibe un tratamiento exento de errores.	2.6
Aspectos actitudinales y procedimentales:		Items
SH 3.6	Los profesores valorarán positivamente el estudio de la Relatividad en la secundaria. Además, disminuirá la percepción de dificultad del tema y dedicarán un tiempo adecuado a su estudio.	5.1;5.2;5.3 5.4; 6
SH 3.7	Considerarán que proporciona una imagen más ajustada acerca de lo que es la ciencia y su desarrollo., presentando actividades sobre las relaciones Ciencia-Técnica-Sociedad.	1.3;1.4;2.7
SH 3.8	Desarrolla en los alumnos una actitud positiva hacia la ciencia.	1.5;1.6
SH 3.9	Facilita el cambio conceptual permitiendo a los alumnos manifestar sus concepciones, emitir hipótesis, contrastarlas y extraer conclusiones usando las técnicas propias del trabajo científico	1.1;1.2;1.5

6.5 PRESENTACIÓN DEL PROGRAMA DE ACTIVIDADES.

El programa, que se ha elaborado conforme a los criterios planteados, consta de un conjunto de actividades, tareas de aprendizaje a desarrollar, fundamentalmente mediante trabajo cooperativo. En su diseño se ha utilizado la experiencia acumulada en la planificación de unidades didácticas, del estilo ejemplificado por García, De Pro y Saura (1995) que tiene en cuenta la perspectiva del profesorado en ejercicio, el análisis científico de contenidos (de diversos tipos: procedimentales, conceptuales y actitudinales), el estudio de la problemática de dichos contenidos y por último la selección de actividades y estrategias didácticas. Cubiertos estos aspectos con los análisis realizados en los capítulos precedentes, las actividades propuestas son coherentes con el modelo didáctico de investigación orientada que se suscribe.

Las actividades propuestas aparecen numeradas, para su realización secuencial e interconectadas por textos organizadores que van mostrando la

trama de la unidad. Para la necesaria adaptación a la diversidad se incluyen actividades alternativas, complementarias u optativas, de refuerzo y recapitulación. Entre ellas se incluye un abanico de actividades que precisan de recursos informáticos o audiovisuales y que por ello se han planteado como complementarias. Los recursos audiovisuales de calidad sobre relatividad no son numerosos, ni está muy difundidos. Además de los utilizados en el desarrollo de la unidad se pueden usar también, por su amplia difusión y disponibilidad los de la conocida serie Cosmos, creada por el físico y astrónomo C. Sagan. Otro tanto ocurre con los applets, miniprogramas en lenguaje java, que por su facilidad de uso junto a páginas Web son ampliamente usados en la simulación científica y matemática. Sin embargo son mucho más escasos los que resultan útiles para la enseñanza de la relatividad en secundaria, y de utilidad más limitada, que en otros campos de la física. Se han usado los más importantes de los que circulan por internet en páginas especializadas.

Se han elaborado comentarios de las actividades para facilitar el uso autónomo del programa por los profesores; sin necesidad de acceder para ello al conjunto de este trabajo. Se ha procurado que con ellos se encuadre de forma sencilla el programa, que se expliciten los hilos conductores y que, adicionalmente, se concreten los contenidos de las actividades propuestas. Se apuntan las principales dificultades que pueden mostrar los alumnos, sus contestaciones más habituales y las recapitulaciones del profesor.

Para su presentación en esta memoria se ha preferido su inclusión en la secuencia de actividades para facilitar su seguimiento.

LA CRISIS DE LA FÍSICA CLÁSICA Y EL SURGIMIENTO DE LA FÍSICA MODERNA

A fines del siglo XIX se consideraba la Física como una ciencia prácticamente elaborada y cerrada, con principios y leyes sólidamente establecidos. Esta elaboración, llevada a cabo fundamentalmente a lo largo de dos últimos siglos, había erigido así un edificio imponente del que la mecánica newtoniana y la teoría electromagnética eran los pilares. Entre 1861 y 1873 (año en que se publicó el "Tratado de Electricidad y Magnetismo") Maxwell realizó la síntesis electromagnética, integrando, como ya se ha estudiado, los fenómenos hasta entonces considerados desconectados de Electricidad, Magnetismo y Óptica. Con ello parecía haberse dado respuesta satisfactoria a los principales problemas que planteaba la ciencia física. La actividad de la Física consistiría, así, en aplicar estas leyes y principios a distintos fenómenos.

Veinticinco años después el edificio, aparentemente completo, había sido modificado de forma radical. Una serie de problemas que no pudieron ser explicados originaron, a principios del siglo XX, una situación de cambio acelerado que a menudo se conoce como la crisis de la física clásica. En ese periodo se pusieron en cuestión hasta sus conceptos más evidentes y sólidos. Cambios de esa entidad han acaecido en la historia de la ciencia en contadas ocasiones, son por tanto momentos clave, y han venido acompañados de modificaciones sustanciales en los fundamentos de las ciencias.

El pensamiento acerca de la forma del mundo físico, su estructura y propiedades ha sido un tema central de reflexión en estos cambios. A medida que se desarrolle el tema se examinarán los modelos de éxito que han dominado en estas etapas históricas y reflexionaremos acerca de las propiedades que cada modelo atribuye al espacio y al tiempo.

Las concepciones antiguas sobre el espacio y el tiempo.

La concepción antigua elaborada en el mundo griego y aceptada de forma general, con variantes, en occidente hasta el Renacimiento, fue formulada por Aristóteles (384-322 aC). Considera a la Tierra esférica en el centro y un conjunto de esferas invisibles, concéntricas, sobre las que se situaban las estrellas y planetas, que giran de forma natural en torno al centro. La esfera más cercana a la Tierra, en la que se sitúa la luna, define un interior sublunar constituido por los cuatro elementos: la tierra, el agua, el fuego y el aire, es donde se producen los fenómenos ordinarios. Sobre ella, las esferas exteriores giran inmersas en un medio idealizado (el éter). Este universo se cierra por el *primum mobile* responsable final del movimiento.

La revolución copernicana se motivó en las dificultades de ajustar, matemáticamente, los movimientos celestes al modelo de la antigüedad, desplazó a la Tierra del centro del universo, reservando el papel de centro al sol. El descubrimiento de Galileo (1564- 1642) de los satélites de Júpiter contribuyó decisivamente a su triunfo, así como sus aportaciones en el campo del movimiento de los cuerpos, que impulsó una nueva Física, edificada *contra la visión tradicional* y que supuso además un profundo cambio metodológico.

A.1. La Física clásica surgió contra un paradigma, la física aristotélico-escolástica que se había mostrado incapaz de resolver una serie de problemas. Señalar algunas ideas sobre el espacio de esta "Física del sentido común" a la que derribó la Física clásica. Indica los cambios metodológicos, en la forma de abordar los problemas, que se impusieron.

Comentario A.1.: La actividad se convierte en una ocasión para revisar algunas de las tesis principales de la Física del sentido común a las que ya nos hemos referido en cursos anteriores. En particular, recordar la visión jerárquica de la naturaleza, con una neta separación entre Física terrestre y Física celeste; la tendencia de los cuerpos terrestres a ocupar su "lugar natural" y permanecer allí en reposo, que implica concebir las fuerzas como causa del movimiento y admitir que los cuerpos más pesados caen más deprisa; el carácter de movimiento "perfecto", sin principio ni fin y "no forzado" de los objetos celestes, es decir circular; el "horror al vacío" de la naturaleza.

Aspectos análogos se han estudiado en otros temas previos, por lo que en principio es una actividad más bien de recordatorio. Si no se ha trabajado anteriormente, permite la recapitulación y la toma de conciencia de los mecanismos de cambio brusco en los sistemas científicos. En cuanto a las propiedades, el espacio antiguo no es homogéneo, ni isótropo, ya que tiene simetría esférica y con un punto central, no incluye ideas de relatividad ...

La actividad incluye una última faceta que constituye una ocasión más para abordar las características del trabajo científico, más allá de las visiones simplistas habituales, resaltando en particular la substitución de un pensamiento basado en las evidencias del sentido común, en las autoridades, etc., por un pensamiento a la vez más creativo, con las hipótesis como núcleo central, y más riguroso, con realización de experiencias y utilización de las Matemáticas. Precisamente todo el desarrollo de la asignatura debe haber ayudado a producir el mismo cambio en los alumnos, cuya metodología espontánea tiene las mismas características de la metodología del sentido común.

Las concepciones clásicas.

Newton en su tratado de "*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*", que sienta las bases de la mecánica pretende mostrar una estructura lógica esquematizada de postulados, principios, teoremas etc. No define espacio, tiempo, lugar ni movimiento pues según él mismo indica, son palabras conocidas por todos. Y dice:

1.-El tiempo absoluto, verdadero y matemático, en sí mismo por su propia naturaleza, fluye de una manera ecuable y sin relación alguna con nada externo y, se conoce también con el nombre de duración....

II.-El espacio absoluto, por su propia naturaleza y sin relación alguna con nada externo, permanece similar e inmóvil. El espacio relativo es una dimensión o medida movable de los espacios absolutos que nuestros sentidos determinan de acuerdo con su posición con respecto a los cuerpos y que por lo común se toma como espacio inmóvil; tal es la dimensión de un espacio subterráneo, aéreo o celeste, determinados a través de su posición con respecto a la Tierra. El espacio absoluto y el relativo son iguales en forma y magnitud..., un espacio cualquiera de nuestro aire, que relativamente a la Tierra y con respecto a la Tierra permanece siempre igual, en un momento dado ocupa una cierta parte del espacio absoluto por el que atraviesa el aire; en otra parte ocupará otra parte distinta del mismo”.

(Extracto de “La Teoría de la Relatividad” selección de L.Pearce Williams. Alianza).

A.2. Asumamos esta formulación de Newton y consideremos un par de celdillas imaginarias, construidas de forma idéntica, y pongámoslas con la imaginación a moverse entre sí. Estudiar si fluye (entra o sale) espacio por sus caras ¿Existe alguna privilegiada frente a las otras? Tratar de indicar qué imagen del espacio y el tiempo introduce la Física clásica ¿qué propiedades tienen el espacio y el tiempo? Por ejemplo, ¿el espacio es homogéneo o isótropo?

Comentario A.2.: Esta estrategia de visualizar el espacio con ayuda de estas “cajas” fue usada por Einstein (1986) en la divulgación de las innovaciones acerca del espacio (artículos originales en “ Una exposición simple de la Teoría de la relatividad Restringida y General”) y se usará en varias ocasiones. Entre las celdillas, hay una privilegiada, aquella que está en reposo respecto al “espacio absoluto” o “real”.

Las palabras de Newton conectan muy bien con la creencia de los alumnos en la existencia de un recipiente previo donde se mueven los cuerpos, la propia Tierra, el Sol... navegarían por el mismo. Pero esto da pie al problema de determinar cual de las celdillas es la privilegiada y la forma de detectarla. La imposibilidad de identificarla en el marco de la mecánica dará lugar, posteriormente, a las contradicciones que motivarán el cambio.

Es útil recurrir a un símil en que el espacio absoluto es como el agua de un lago y nuestro sistema de referencia, nuestra caja ideal, es como un cazamariposas que se desplaza, en cuyo caso fluye agua por sus caras, o está en reposo respecto al agua (sistema de referencia absoluto)

El espacio y el tiempo desde esta perspectiva newtoniana posee los atributos, propiedades, ya estudiados en el cap. 3: **es homogéneo, continuo, isótropo, la distancia es universal, el espacio es euclídeo, pasivo e independiente del tiempo.**

El tiempo psicológico está asociado a la conciencia del cambio, a la sucesión de los eventos y su duración. Desde el punto de vista clásico, coherente lógicamente con la formulación matemática, el tiempo es un parámetro real, monótonamente creciente. Al que de forma análoga al caso del espacio podemos caracterizar por sus propiedades: **continuo, homogéneo, isótropo (reversible en las ecuaciones físicas), universal (absoluto)**, es decir para todos los Sistemas de Referencia Inercial el tiempo transcurre de la misma manera, los intervalos temporales son iguales ($\Delta t = \Delta t'$) y una vez sincronizados ($t_0 = t_0'$) atribuyen a cualquier suceso el mismo valor de tiempo ($t = t'$), aunque le atribuyan coordenadas espaciales diferentes. Como corolario, se puede afirmar que la simultaneidad es un concepto universal, lo que es

simultáneo en un sistema lo es en cualquier otro. **El tiempo además es pasivo** y la visión clásica implica una **independencia total con el espacio**.

A la vista de este panorama, didácticamente cabe resaltar aquellos aspectos que trazan el cuadro general, y que posiblemente resulten más claros a los alumnos:

- Las propiedades básicas son la homogeneidad, isotropía, continuidad, y universalidad.
- La concepción del espacio como un receptáculo, independiente de los objetos que contiene y que no ejerce ninguna acción sobre los mismos.
- Los cuerpos se desplazan en este espacio absoluto, sufriendo una evolución medible en una escala temporal también absoluta.

No conviene dar a esta síntesis un matiz peyorativo. Por el contrario, conviene resaltar el portentoso edificio teórico que supuso la Física clásica y sus implicaciones tecnológicas, a las que nos referiremos en una actividad posterior

A.3. ACTIVIDAD OPCIONAL: Con objeto de comprender lo que de novedoso tuvo la formulación newtoniana podemos utilizar una celdilla análoga, imaginaria, para examinar algunas propiedades del modelo antiguo. ¿En que se diferencia del concepto clásico de espacio? ¿Existe algún punto singular o central en este modelo?

Comentario A.3.: Según el ritmo de aprendizaje de los alumnos puede ser conveniente realizar esta actividad que amplía el estudio a un modelo tan “evidentemente superado” para él, y que nos proporciona la ventaja de situarle ante una sucesión de modelos científicos susceptibles de análisis. Así se contribuye mediante el estudio de propiedades a la clarificación de los conceptos inicialmente confusos: la isotropía, la homogeneidad, la simetría esférica del modelo, su unicidad, indagar acerca del centro del universo de cada modelo, etc.

El principio de relatividad galileano.

Abordaremos a continuación el problema de distinguir, experimentalmente, si un sistema de referencia dado se encuentra en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme (MRU). Este problema fue planteado por Galileo al preguntarse qué sucede en situaciones como las que presentamos a continuación.

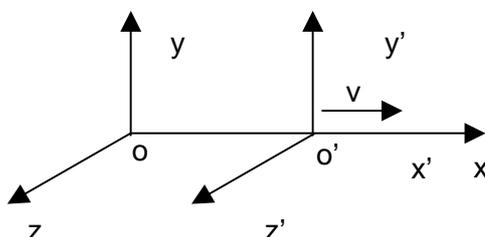
A.4. En la orilla de un río una persona lanza un objeto al aire y lo recoge. Sobre una canoa que avanza con un MRU un segundo niño hace otro tanto. ¿Existe alguna diferencia en la forma en que ambos niños observarán el juego?

Esto nos permite afirmar que las leyes de la Mecánica no se modifican al referirlas a un sistema en reposo o a uno que se mueva con movimiento rectilíneo uniforme con respecto al anterior. Este enunciado se conoce como **principio de relatividad de Galileo**.

A.5. ACTIVIDAD OPCIONAL: Utilizar un software de uso libre, el applet de Física “El movimiento relativo” de Fu-Kwun Hwang de la Universidad Nacional de Taiwan-Formosa, que simula magnitudes y trayectorias desde distintos Sistemas de Referencia. (<http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/index.html>). *Descrito en anexo.*

Se puede mostrar más rigurosamente el principio de relatividad de Galileo cuando se considera cómo cambian las magnitudes mecánicas al pasar de un sistema de referencia de origen O a otro de origen O'. Las dos actividades siguientes plantean ese cambio.

A.6. Supongamos que O' se desplaza respecto de O a lo largo del eje x con velocidad v. ¿Cuáles serán las ecuaciones que ligan las coordenadas (x,y,z) de un punto referidas al primer sistema y las (x',y',z') referidas al segundo sistema?



A.7. A partir de las transformaciones de Galileo obtener las relaciones entre las velocidades y aceleraciones de un punto en ambos sistemas. ¿Qué se puede concluir con respecto a las leyes de la Dinámica en ambos sistemas? Por lo que has estudiado de los principios de la mecánica clásica, ¿podrías distinguir alguno que estuviese en reposo absoluto? ¿Son las mismas leyes de la naturaleza en cualquiera de estas posibles celdillas estén donde estén situadas?

Comentarios A.4 a A.7.: En la actividad A.4. algunos alumnos contestan que la pelota se retrasa, lo que permite realizar una crítica del preconcepto. Pero habitualmente contestan que ninguna, dado que la experiencia cotidiana muestra que no existe diferencias entre fenómenos que ocurren en sistemas de referencia en reposo o con MRU (es decir, no acelerados entre sí o inerciales) uno respecto del otro. La razón de esto es muy simple, como ya lo puso en evidencia el propio Galileo; la pelota lanzada hacia arriba desde la barca lleva la velocidad de ésta.

La actividad alternativa permite manejar un programa simulador que visualiza una amplia casuística de movimientos relativos y visualizar los fenómenos desde distintos sistemas.

La actividad A.6. permite obtener las ecuaciones: $x' = x - vt$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = t$, que transforman las coordenadas de un sistema en reposo a otro en movimiento rectilíneo uniforme. Se conocen como transformaciones de Galileo. En la actividad A.7. se deduce cuantitativamente el principio de relatividad de Galileo al mostrar que:

$$V_{x'} = V_x - v, \quad V_{y'} = V_y, \quad V_{z'} = V_z$$

y, por tanto, $a_x = a_{x'}, \quad a_y = a_{y'}, \quad a_z = a_{z'}$

Es decir, las aceleraciones y, por tanto, las fuerzas y, en consecuencia, las leyes de la Mecánica son invariantes en distintos sistemas de referencia inerciales (SRI) entre sí.

A efectos prácticos la física clásica utiliza un Sistema de Referencia Universal ligado a las estrellas fijas.

La ciencia clásica: logros, contradicciones y limitaciones.

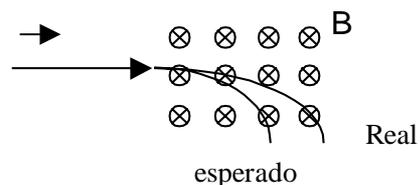
La ciencia clásica alcanzó un impresionante dominio y precisión en la descripción y predicción del movimiento, tanto de objetos terrestres como celestes. Desarrolló los grandes principios de conservación y transformación: energía, cantidad de movimiento, etc.; fundamentó la revolución tecnológica con la producción y transmisión de la corriente eléctrica, etc. Su influencia contribuyó a modelar la sociedad de la Ilustración y afectó a la evolución de las ideas filosóficas, religiosas, artísticas, etc.

La Física clásica llegó a explicar prácticamente todos los fenómenos conocidos y se convirtió en un cuerpo coherente de conocimientos en el que sólo quedaban aparentemente por resolver algunos pequeños problemas.

Pero del mismo modo que las dificultades de la concepción aristotélico-escolástica contribuyeron al surgimiento de la Física clásica en el siglo XVII, a finales del siglo XIX esta serie de problemas agravados, que no pudieron ser explicados, originaron la crisis de la Física clásica -poniendo en cuestión los conceptos más evidentes y sólidos- y produjeron el surgimiento de un nuevo paradigma. Mostraremos algunos de ellos a continuación.

A.8. ACTIVIDAD COMPLEMENTARIA: Movimiento de partículas a altas energías. (Al final, tras la secuencia general)

Se conocieron a finales de siglo experiencias que afectaban a la dinámica de las partículas elementales y que no respondían estrictamente a la dinámica newtoniana a grandes velocidades. Por ejemplo, al estudiar la curvatura de la trayectoria de un electrón al someterlo a la acción de un campo magnético, r es distinto al esperado $r = mv/qB$. También si se duplicaba la energía cinética no se cuadruplicaba la velocidad.



A.9. ¿Qué tipo de respuesta debe darse desde la ciencia ante una situación de estas características?

Comentario A.9.:

En el programa de actividades se indican dos puntos aspectos clave de la situación problemática de la Física del S XIX, por un lado el hecho de que la síntesis electromagnética, elaborada para un Sistema de Referencia en reposo era formalmente asimétrica ante transformaciones de Sistemas de Referencia e incompatible con las transformaciones de Galileo. Los intentos de la comunidad física representados por Lorentz, el físico más

prominente de la Física en el cambio de siglo, se orientaban más por el ajuste de la Teoría electromagnética y la elaboración de postulados ad-hoc acerca de la estructura del electrón.

El comportamiento de los electrones a gran velocidad se resolvía proponiendo la modificación de la masa con la velocidad, masa a la que se atribuía un origen electromagnético. Se ponían en cuestión algunos de los puntos clave de la mecánica clásica.

Por otra parte el fracaso en la búsqueda del Sistema de Referencia absoluto mediante experiencias ópticas, que será estudiado a continuación, traza un cuadro de crisis a la que confluyeron la modificación de las ideas mecanicistas con la irrupción de las teorías de campos y las críticas de los fundamentos de la mecánica de físicos como Mach. Pudiera ser interesante hacer notar que la conciencia plena de la situación problemática, que hace necesarios los cambios, no alcanza a la generalidad de los científicos sino a una minoría activa, de ahí a veces las resistencias al cambio que aparecen y la incertidumbre que generan.

La actividad se cierra proponiendo una reflexión, acerca de que tipo de la salida se puede establecer en la situación que se plantea; se puede comparar con la línea seguida por Lorentz y la de cambio fundamental elegida por Einstein.

ELEMENTOS DE FÍSICA RELATIVISTA

En las actividades anteriores nos hemos referido a la existencia de una serie de problemas que no pudieron ser explicados Dichos problemas fueron las primeras indicaciones de que la física clásica exigía cambios fundamentales, y originaron dos líneas de investigación que contribuyeron a provocar la crisis del paradigma clásico.

Estas dos líneas fueron la Teoría Especial de la Relatividad y la Física cuántica. El estudio de la Física cuántica será el objeto de otros temas. En este abordaremos algunas de las principales ideas de la Física relativista, así como sus implicaciones.

De acuerdo con ello, desarrollaremos el tema según el siguiente hilo conductor:

1. El fracaso en la búsqueda de un sistema de referencia en reposo absoluto
2. Los postulados básicos de la relatividad especial
3. Algunas implicaciones: elementos de la Física relativista.
 - 3.1. Dilatación del tiempo. Contracción de longitudes
 - 3.2. Equivalencia masa/energía
4. Principio de equivalencia.

1. FRACASO EN LA DETECCIÓN DE UN SISTEMA DE REFERENCIA EN REPOSO ABSOLUTO

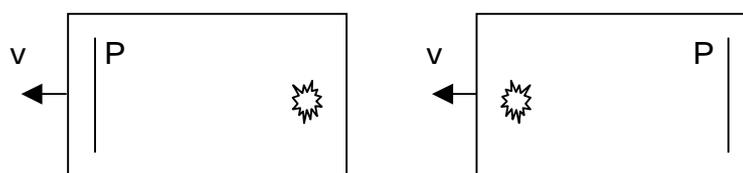
Aunque los fenómenos mecánicos no permiten, como ya hemos visto, distinguir entre dos sistemas en movimiento rectilíneo uniforme uno respecto al otro, nada se oponía a que otro tipo de experiencias (por ejemplo, las ópticas) hiciera posible esta distinción.

En efecto, en el siglo XIX se pensaba que la luz que llegaba a la Tierra desde el Sol o desde las estrellas era una onda y como tal se propagaba por un medio material denominado éter. Este medio tenía propiedades muy curiosas (era sólido, para permitir la propagación de ondas transversales y, a la vez, de una densidad muy baja), pero la más importante era que llenaba uniformemente todo el espacio. En consecuencia, sería posible determinar el movimiento con respecto al éter (en reposo respecto al espacio absoluto) de un sistema de referencia inercial, sin más que utilizar fenómenos ópticos.

Comentario:

Con relación al comentario histórico que abre el problema, es de interés señalar que la demostración por Fresnel del carácter transversal de la luz, como único modo de explicar fenómenos como la polarización o la óptica cristalina, suscitó una amplia polémica entre sus contemporáneos por las propiedades que requería el medio material elástico: el éter (las ondas en cuestión se concebían como perturbaciones mecánicas de un medio). Estas habrían de dar cuenta de la inexistencia de ondas luminosas longitudinales y permitir las transversales. Sin embargo esta objeción estaba ya prácticamente superada por los físicos del último cuarto de siglo, desde que Maxwell en 1865 mostró el carácter no material de las ondas luminosas que resultaban ser ondas electromagnéticas. Volveremos más adelante al modo en que Einstein resuelve el problema.

A.10. Aceptando que la Tierra se mueve con respecto al éter con velocidad v y siendo c la velocidad de la luz en dicho éter, calcular el tiempo en que la luz emitida por el foco F alcanzará la pantalla P -situada a una distancia d - en cada uno de los casos.



Comentario A.10.:

En los textos de Física General se observa una fuerte tendencia a iniciar el tema con una descripción detallada del experimento de Michelson y Morley, esto quizá guarde mayor fidelidad con la cronología de la Relatividad o con la idea empirista de que la ciencia se produce por inducción a partir de los hechos, pero históricamente no sucedió así, dado que Einstein o no conocía la experiencia de Michelson y Morley, como él mismo señala (ver Thuillier, 1990; Sánchez Ron, 1985) y como pone de manifiesto el debate entre Whittaker, Holton y Grunbaum sobre la génesis de la Relatividad (ver Einstein y otros, 1975), o no fue una guía esencial de su pensamiento. Además, no parece didácticamente conveniente, por la

misma complejidad del experimento (recordemos que en 2º de bachillerato sólo se realiza un tratamiento cualitativo y experimental de las interferencias) y porque la cuestión del éter enmascara el problema fundamental: la visión del espacio y del tiempo.

La alternativa que proponemos consiste en plantear el problema en los siguientes términos: partir del hecho de que las experiencias mecánicas no permiten distinguir entre un sistema en reposo y otro que se desplace con movimiento rectilíneo uniforme y que queda pendiente el problema de la diferenciación por medio de otro tipo de experiencias (ópticas, por ejemplo). Se plantea una experiencia diferenciadora, que puede ser planteada de una forma sencilla, mediante el estudio del tiempo que tarda la luz en recorrer una cierta distancia sobre la Tierra. Si aceptamos que ésta se mueve con velocidad v con respecto al espacio, el tiempo dependerá de la dirección en que la luz recorra esa distancia.

Este planteamiento muestra de forma simplificada el núcleo de las experiencias del estilo de Michelson y Morley. El profesor ha de recalcar la contradicción con la experiencia que obliga a cuestionar las hipótesis subyacentes de las transformaciones de Galileo, es decir, la identidad de los intervalos espaciales y temporales (la existencia de un espacio y tiempo absolutos). La crítica de estas ideas es esencial porque, de lo contrario, permanecen en la estructura conceptual, reconciliadas con las ideas clásicas, considerando la dilatación del tiempo o la contracción de la longitud como distorsiones en la percepción.

Para calcular el tiempo, tal como se propone en la actividad **A.10.**, se debe considerar que, con respecto al éter (o como éste lo llena, con respecto al espacio absoluto), la velocidad de la luz sería c , pero en un sistema que se mueva con respecto del éter dicha velocidad sería, de acuerdo con las transformaciones de Galileo, $c + v$ en el caso en que la Tierra se mueva en sentido contrario a la propagación de la luz y $c - v$ en el caso en que se mueva en el mismo sentido. Es lo mismo que sucede cuando calculamos, desde nuestro coche en movimiento, la velocidad de un coche que se mueve en sentido contrario al nuestro, o de otro que se mueva en el mismo sentido.

Se debe señalar como los experimentos basados en este planteamiento resultaron negativos e incluso los intentos de modificar estas ideas, (por ejemplo teorías de arrastre parcial del éter...) o alterar la teoría electromagnética, no resultaron suficientemente satisfactorias (Modificaciones de la Teoría del electrón por Lorentz).

El tiempo que tardará la luz en recorrer la distancia d dependerá de la dirección en que la luz la recorra. Esta fue la idea básica de **Michelson y Morley**, cuyo interferómetro fue diseñado para poner en evidencia las diferencias de tiempo previstas. Pero el experimento siempre dio resultados negativos: la velocidad de la luz c no se veía afectada por el movimiento de la Tierra. O dicho de otro modo, la velocidad de la luz para todos los observadores, cualesquiera que fuera su velocidad respecto al éter, era siempre la misma.

Se produjeron algunos intentos de justificar los resultados de Michelson dentro del marco de las teorías clásicas, con pequeñas modificaciones de las mismas, sin lograr una explicación satisfactoria.

Se hizo necesario un cambio más radical que pusiese en cuestión los fundamentos de la mecánica newtoniana.

A.11. ACTIVIDAD ALTERNATIVA: Visualización del vídeo “El experimento de Michelson y Morley” de la colección “Mas allá del Universo Mecánico” (editado por Arait Multimedia).

Comentario: pasar el corte del min 4 al min. 11.

En este corte se plantea el concepto de éter, su papel histórico como medio para la propagación de ondas, las propiedades que se le atribuían y las contradicciones que se presentaron. En torno al min. 8 se presenta a Michelson y su planteamiento del problema, se describe el interferómetro y se manejan diagramas animados explicativos. En los dos últimos minutos se indica el resultado del mismo.

Este corte es suficiente, junto con el debate posterior, para completar el estudio. Si se dispone de tiempo el vídeo incluye, además, en otros cortes el contexto histórico, se debaten las conclusiones del experimento, el papel del propio Michelson y su incompreensión de fondo de sus resultados, etc., incluyendo las vías de salida de la situación planteada.

2. LOS POSTULADOS BÁSICOS DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL

Los resultados de la experiencia de Michelson implicaban la imposibilidad de distinguir por procedimientos ópticos (igual que lo era por procedimientos mecánicos) si un sistema está en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme. Einstein generaliza este resultado en 1905, apoyándose en razonamientos acerca de la simetría de los fenómenos físicos y en el hecho de que en todos los fenómenos físicos lo decisivo era el movimiento relativo y nunca aparecían velocidades absolutas respecto a un posible espacio absoluto. Tomó como postulados para desarrollar su teoría:

- 1. Todas las leyes de la Física (no sólo las de la Mecánica) son invariantes en todos los sistemas de referencia inerciales entre sí (Principio de la relatividad especial).**
- 2. La velocidad de la luz en el vacío tiene el mismo valor c en todos los sistemas de referencia inerciales.**

Esto condujo a Einstein a replantear la validez de las transformaciones galileanas que predicen distintos valores de la velocidad de la luz cuando se miden en un sistema de referencia inercial o en otro. Para ello explicitó las hipótesis subyacentes en las que estas ecuaciones están basadas. En primer lugar, se consideraba la identidad de las escalas temporales para uno y otro sistema, es decir, una cuarta ecuación $t = t'$ que, por ser tan evidente, ni siquiera se había explicitado. En segundo lugar, la identidad de los intervalos espaciales, es decir, las distancias entre dos puntos en uno y otro sistema.

Conviene, sobre todo, resaltar el valor metodológico de la contribución de Einstein, consistente en poner al descubierto los supuestos implícitos que escapan así a la crítica y constituyen una de las barreras fundamentales con que se enfrentan los cambios profundos como el que aquí vamos a abordar. Dos grandes científicos: Lorentz y Poincaré merecen igualmente gran mérito por sus importantísimas aportaciones a la elaboración de la teoría especial de la relatividad (la versión de 1905) dedicada a los sistemas inerciales. La Teoría General de 1916 es fundamentalmente obra personal del propio Einstein.

Comentario:

La intuición de Einstein estaba basada más en su convicción profunda en la simetría de la física y la imposibilidad de detectar el movimiento absoluto. De hecho en su artículo clave de 1905 reflexiona acerca de lo paradójico que resulta que para explicar como el acercamiento entre un imán y una espira y la aparición de una corriente en ella se explicaba de manera totalmente diferente si era el imán el que se acercaba a la espira que al revés, cuando en esencia el único movimiento era el relativo entre ellos y el fenómeno, la corriente, la misma.

Después de introducir los postulados, muchos libros de Física General deducen las transformaciones de Lorentz para, a partir de ellas, obtener la dilatación temporal y la contracción de la longitud. Esta es una forma de hacerlo, pero no parece la más adecuada para este nivel porque, como el propio Tipler (1994) señala "hay que ser cuidadoso con las deducciones que enmascaran el sentido físico". Por otra parte, estos desarrollos matemáticos pueden enmascarar a los estudiantes de enseñanza secundaria el sentido físico profundo.

A.12. Los postulados son por propia definición indemostrables ¿Cómo se justifica su adopción? ¿Qué repercusiones suponen en otros ámbitos de la física? ¿Resuelven la dificultad mostrada por del experimento de Michelson y Morley?

Comentario A.12.:

Los estudiantes, por lo general, no poseen una visión adecuadamente jerarquizada de los diversos aspectos de la física: postulados, principios, teoremas, leyes, etc. La actividad intenta precisar el estatus de los postulados de la relatividad como principios, es decir puntos de partida de la Teoría de la Relatividad indemostrables pero que se justifican en su verosimilitud y en la validez de las consecuencias que de ellos se derivan.

Conviene valorar su verosimilitud, en razón del carácter experimental de la constancia de c , y en la extensión lógica a toda la física del principio de la relatividad y no sólo a la mecánica. Conviene reflexionar acerca de la necesidad de asumir las consecuencias lógicas extraídas de los mismos, el carácter revolucionario con que se presentaron y, lo que es muy importante, comprender la forma por la cual es su papel en la salida de la situación problemática planteada.

Con relación al éter ya se ha señalado que el debate en torno a su naturaleza fue perdiendo interés a medida que se consolidó la teoría electromagnética. El problema de la existencia del éter pasa por considerar que el "existir" en Física implica la posesión de propiedades características que mantengan su identidad. Carece de sentido considerar que existe un éter si no se le puede asignar alguna propiedad unívoca como por ejemplo una velocidad absoluta. Todos los sistemas de referencia son físicamente equivalentes y no hay un éter en reposo respecto a uno de ellos, en cuyo caso sería un sistema de referencia privilegiado. Si existiese el éter estaría en movimiento con relación a otros sistemas, de lo que se derivaría algún tipo de consecuencias físicas, como esto no se da, entonces carece de sentido su existencia.

Se puede clarificar estas ideas con palabras del propio Einstein:

"En lo que se refiere a la naturaleza mecánica del éter, puede decirse con cierto espíritu lúdico, que la inmovilidad es la única propiedad mecánica de la que H.A.Lorentz no le ha privado. Hay que añadir que todo el cambio introducido por la Teoría de la Relatividad en la concepción del éter consistió en despojarlo de su última propiedad mecánica, su inmovilidad" (Berkson, 1981).

A.13. ACTIVIDAD CTS: ALBERT EINSTEIN

Nació en 1879 en Ulm, suroeste de Alemania, trasladándose un año más tarde a Munich. En 1888 pasó de la escuela al Instituto hasta 1895. En todos estos años obtuvo el primer o segundo puesto en matemáticas y latín, es decir, carece de fundamento la difundida creencia de que fue un mal alumno. Le disgustaban los métodos autoritarios, la enseñanza memorística, etc. En su autobiografía señala que "la sospecha contra todo tipo de autoridad desarrolló una actitud escéptica hacia las convicciones que persistían en cualquier ambiente".

Aunque sólo tenía 16 años (era dos años más joven que la mayor parte de los candidatos) se presentó al examen de ingreso de la Escuela Politécnica Federal (EPF) de Zurich (Suiza) y fue suspendido en biología y francés. Para obtener el diploma de enseñanza media, que le permitiese inscribirse en la Universidad, asistió a la Escuela de Aarau, donde le impresionó su espíritu liberal y democrático. Desde 1896 a 1900 estudió en la EPF y obtuvo el título de Fachlehrer (profesor de Matemáticas y Física de enseñanza media). "La mayor parte del tiempo trabajaba en el laboratorio de Física, fascinado por el contacto directo con la observación". Estudió por su cuenta algunos temas avanzados, como la teoría electromagnética de Maxwell.

Sin embargo su carrera académica fue difícil. No pudo conseguir un puesto de ayudante de universidad, y tuvo que aceptar en 1902 el cargo de técnico en la Oficina de Patentes de Berna, en la que permaneció hasta 1909.

En el año 1905 publicó tres artículos que conmovieron los cimientos de la Física: sobre el efecto fotoeléctrico, una aplicación de la teoría cinético molecular al movimiento browniano y lo que más tarde se llamó Teoría Especial de la Relatividad.

En 1909 sus trabajos alcanzaron el reconocimiento del mundo científico y fue nombrado profesor de la Universidad de Zurich y un año después, catedrático de la Universidad de Praga. En 1912 regresó a Zurich como catedrático de la EPF y un año después alcanzó la máxima aspiración de un científico europeo de aquel tiempo: una cátedra en la Universidad de Berlín, en la que permaneció hasta 1933.

En 1916, tras ocho años de esfuerzos, publica la Teoría General de la Relatividad, una nueva teoría de la gravitación. El astrónomo británico Eddington comprobó en 1919, una vez finalizada la primera Guerra Mundial, durante un eclipse total, una de las predicciones de la Relatividad General: la curvatura, en las proximidades del Sol, de los rayos de luz de una estrella.

Este hecho produjo un gran impacto en la opinión pública mundial, debido fundamentalmente al carácter revolucionario de la teoría y a la prensa. Y con la fama llegaron los viajes por todo el mundo: Japón, España (1923), EE.UU., Latinoamérica, etc.

El impacto de la Teoría de la Relatividad no debe hacer olvidar la importancia de otras contribuciones de Einstein a la Física, en particular, a la cuántica. En 1905 publicó



un artículo, antes mencionado, sobre el efecto fotoeléctrico por el que se le concedió el Premio Nobel de Física en 1921. En 1907 apareció un estudio sobre el calor específico de los sólidos, el primer trabajo sobre teoría cuántica del estado sólido. En 1916 y 1917 la teoría de las transiciones espontánea e inducidas, base del láser. Entre 1924 y 1925 desarrolló con Bose, la estadística cuántica de los bosones (fotones, etc.). A partir de 1927, cuando se establece la teoría cuántica y su interpretación probabilística, su actitud respecto a dicha teoría se convierte en escéptica, desarrollando la famosa paradoja de Einstein-Podolsky-Rosen en 1935.

Desde el comienzo de la I Guerra Mundial, Einstein respaldó públicamente la causa del pacifismo y de la democracia. En los años 20 comenzó a interesarse por el destino de los judíos. Todo ello contribuyó a atraerse las críticas del movimiento político nazi, caracterizado por su nacionalismo racista, belicismo y su carácter dictatorial. Esto significó un ataque a la teoría de la Relatividad como ejemplo de física judía o no aria.

Al comenzar el año 1933, cuando Hitler llegó al poder y comenzó las purgas raciales en Alemania, Einstein aceptó una oferta del Instituto de Estudios Avanzados de Princeton (EE.UU.). En 1939 escribió desde dicho Instituto una carta al presidente F.D. Roosevelt en la que sugería el desarrollo de armas nucleares, para adelantarse al proyecto de los alemanes.

Al final de la II Guerra Mundial y tras la explosión de la bomba atómica, Einstein se implicó más que nunca en la política. Participó, junto con Born y otros, en movimientos internacionales de científicos a favor del desarme nuclear. Planteó la necesidad de llegar a un gobierno internacional, para combatir el militarismo y el nacionalismo. Criticó las irrationalidades del capitalismo. Apoyó la educación en general y una educación científica "para que una ciudadanía informada pueda, de forma inteligente, determinar y dar forma a su acción, para que sirva al mejor interés, propio y de la humanidad". Condenó públicamente las acciones del gobierno de los EE.UU. contra Oppenheimer que no quiso participar en la construcción de la bomba de hidrógeno.

Todo esto hizo que el FBI, en el período de McCarthy, abriese un dossier sobre él, que fue cerrado en 1955, año de su muerte.

ACTIVIDADES:

C.1. El Premio Nobel de Física J. Franck afirmaba que "(los científicos) solemos ser cautos y, por tanto, tolerantes. Es precisamente la objetividad la que nos impide tomar resueltamente partido en política porque aquí no está la razón de ninguna parte". Contrástala con los datos de la vida de Einstein expuestos en el cuadro. ¿Qué opinas?

C.2. ¿Qué piensas del contraste entre el pacifismo de Einstein y su apoyo a la construcción de la bomba atómica?

3. ALGUNAS IMPLICACIONES: ELEMENTOS DE LA FÍSICA RELATIVISTA.

3.1. DILATACIÓN DEL TIEMPO. CONTRACCIÓN DE LA LONGITUD

Fue precisamente la crítica realizada por Einstein al concepto de tiempo, la que abrió las puertas a la solución del problema planteado por el resultado negativo de la experiencia de Michelson. Ilustraremos esta modificación del concepto de tiempo analizando el comportamiento de lo que podríamos llamar un "reloj de luz" constituido por un cilindro en cuya base inferior se emite luz y en cuya base superior hay un espejo (ver fig.). Sea t el tiempo necesario para que un pulso luminoso que parta desde el fondo, alcance el espejo superior.

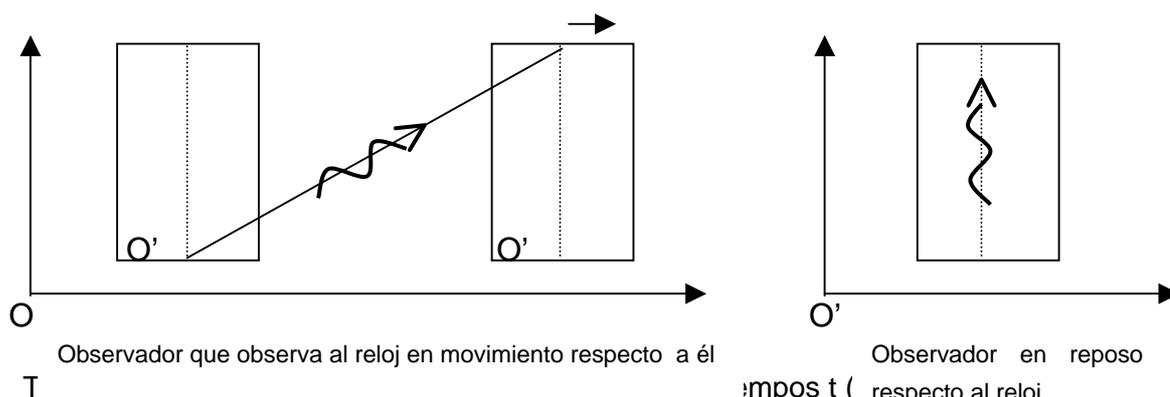
Comentario

Pensamos que el método más conveniente para introducir la dilatación del tiempo y la contracción de la longitud, sin usar las transformaciones de Lorentz, es el sencillo ejemplo del reloj de luz. De hecho, gran parte de los libros de Física General (por ejemplo Tipler, 1994) presentan el reloj de luz como método alternativo porque "permite comprender la dilatación del tiempo directamente a partir de los postulados de Einstein sin utilizar la transformación de Lorentz" (Tipler 1994). En textos más ajustados a este nivel se introduce sólo el reloj de luz.

Igualmente, creemos que introducir la dilatación temporal y la contracción de la longitud es muy conveniente porque permitirá comprender no sólo los cambios en los conceptos de espacio y tiempo si no también el comportamiento de partículas a altas velocidades.

Por último queremos subrayar la importancia de mostrar que los resultados de la Teoría de la Relatividad han sido confirmados experimentalmente con partículas aceleradas (por ejemplo el aumento de la vida media) y con la posibilidad de poder liberar grandes cantidades de energía en los procesos nucleares.

Consideremos ahora dos observadores O y O' , inicialmente superpuestos, de forma que O' (ligado al reloj) se desplace con respecto a O con velocidad v . Es evidente que O observa (ver fig.) que el camino recorrido por el rayo luminoso en el reloj es mayor que el que recorre para O' , lo que obliga a admitir que los tiempos han de ser diferentes, si la velocidad de la luz es la misma en ambos casos.



O respecto al cual el reloj se mueve con velocidad v) y t' (tiempo en el sistema O' respecto al cual el reloj está en reposo).

A.14. En función de la velocidad de la luz c dar el valor de las distancias a y b , con respecto a O y O' , recorridas por la luz. Dar igualmente, en función de su velocidad v , la distancia recorrida por el reloj con respecto a O .

A.15. Aplicar el teorema de Pitágoras al triángulo de la figura para obtener la relación entre los tiempos. Interpretar el resultado.

$$\text{Se obtiene } t = t'/(1-(v/c)^2)^{1/2}$$

Denominamos **tiempo propio** al intervalo de tiempo entre dos sucesos que ocurren en el mismo lugar de un sistema de referencia. En nuestro ejemplo, esto es lo que sucede para el observador O' (ligado al reloj) y por tanto t' será el tiempo propio. Como la velocidad de la luz c ha de ser siempre la misma, el tiempo t será siempre mayor que el tiempo propio t' . A este aumento se le llama **dilatación temporal**.

$$t = \gamma t_{\text{propio}} \quad \text{con} \quad \gamma = 1/(1-(v/c)^2)^{1/2}$$

Comentario A.14.-A.15.:

Estas actividades permiten introducir la dilatación temporal. En efecto, el camino recorrido por la luz para el observador O sería ct , mayor que ct' , correspondiente a un observador O' que se mueva solidario con el reloj. La distancia recorrida por el reloj será vt . Por tanto se cumplirá:

$$(ct)^2 = (ct')^2 + (vt)^2$$

$$\text{de donde} \quad t = t'/(1 - (v/c)^2)^{1/2} \quad ; \quad \text{o sea} : t = \gamma t' \quad \text{luego} \quad t > t'$$

Implícitamente se usa que la longitud en la dirección transversal es idéntica. Por simplicidad no se plantean razonamientos que lo evidencian.

A.16. ACTIVIDAD ALTERNATIVA/COMPLEMENTARIA: Utilizar un software de uso libre, el applet de física "http://www.walter-fendt.de/ph11s/timedilation_s.htm" (recogido en anexo)

Esta dilatación temporal ha sido verificada experimentalmente mediante medidas de los periodos de semidesintegración de partículas inestables aceleradas hasta altas velocidades.

A.17. El periodo de semidesintegración de una partícula elemental es de $2,5 \cdot 10^{-8}$ s. ¿Cuál sería el periodo medido si dichas partículas fueran aceleradas hasta alcanzar velocidades de $0,7c$ con respecto al observador? ¿Qué podemos decir acerca del porcentaje de partículas lanzadas que alcancen un blanco?

En resumen, encontramos que el tiempo transcurre de forma diferente para dos observadores situados en sistemas de referencia distintos, uno de los cuales se mueve con velocidad v respecto al otro.

Comentario A.17.:

Los estudiantes encuentran que, tal como hemos visto, la vida media de una partícula inestable aumenta (en el caso anterior, del orden de 1,8 veces, el resultado obtenido es de: $4,5 \cdot 10^{-8}$ s) cuando ésta posee una velocidad v grande con respecto al sistema de referencia al que está unido el observador. Un observador solidario a la partícula mediría un tiempo de vida media normal para ésta y, en cambio, mediría un incremento en la vida media de las partículas

que están en reposo con respecto al primer experimentador. Esta actividad pretende dotar de un apoyo experimental a las expresiones obtenidas.

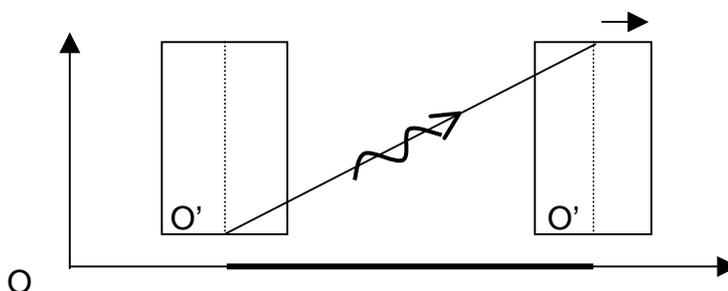
A.18. ¿Cómo explicarías que las experiencias cotidianas, un viaje en tren, por ejemplo, no señalen tal diferencia?

Comentario A.18.:

La actividad permite señalar que sólo existe una diferencia sensible entre t y t' , cuando v tiene valores elevados, próximos a c , lo que justifica que en las experiencias cotidianas se pueden seguir tomando como iguales, es decir, se pueda considerar una única escala absoluta de tiempos. Se va iniciando así la reflexión acerca del ámbito de validez de las teorías físicas.

La dilatación temporal está relacionada con otro fenómeno: la **contracción de longitudes**.

A.19. Determinar, en la figura del reloj de luz, la longitud de la varilla para los



observadores O y O' (ligado al reloj en movimiento). La barra de longitud L para O , está fija en ese sistema (la longitud medida por O es la longitud propia). L' es la longitud para O' (sistema en el que la barra se mueve con velocidad v). O' se mueve a velocidad v respecto a O .

Dado que el tiempo propio es t' y la longitud propia es L , resulta conveniente unificar la notación usando el subíndice o para denotar los valores propios, por lo que:

$$t = t_o / (1 - (v/c)^2)^{1/2} ; \quad (t = \gamma t_o)$$

$$L = L_o (1 - (v/c)^2)^{1/2} ; \quad (L = L_o / \gamma)$$

Comentario A.19.:

La actividad introduce la contracción relativista de longitudes. Para el observador O , la longitud es $L = x_2 - x_1$, es decir, la longitud propia (medida en un sistema de referencia en la que se encuentra en reposo). Así mismo es la distancia recorrida por el reloj en el tiempo t , $L = vt$. Por otra parte, desde el sistema O' , la varilla se mueve durante un tiempo t' con una velocidad v relativa a él y, por tanto, la longitud será $L' = vt'$. Usando la relación de tiempos tenemos $L' = L (1 - (v/c)^2)^{1/2}$, es decir, $L' < L$, es decir cualquier longitud es menor que la propia.

$L = vt$; $L' = vt'$; $t = \gamma t'$ de donde $L = v \gamma t' = \gamma L'$ o sea $L' = L/\gamma$ luego $L' > L$

Por tanto L' , la longitud observada de la barra en movimiento es menor que L , la medición realizada en el sistema O en que está en reposo (longitud propia).

$$L = L_{propia} / \gamma$$

Esta actividad ha de aprovecharse para extender la reflexión acerca de si se obtendrían resultados análogos si se evaluaran distancias con independencia de la presencia, o no, de una varilla material. Cabría asimismo introducir el intento histórico de Fitzgerald y Lorentz de explicar la contracción mediante mecanismos físicos de deformación del material a grandes velocidades. Conviene resaltar la diferencia de tratamiento del espacio o la materia en uno u otro caso.

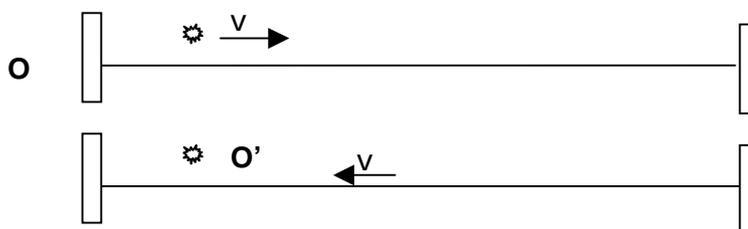
Además ha de resaltarse que en dirección transversal no se dará la contracción, este aspecto es relevante, al igual que el hecho de que es indiferente si se da un alejamiento o acercamiento del objeto. Convendría salir al paso de nociones espontáneas en los alumnos, análogas a las que se dieron en el proceso histórico de desarrollo de la teoría, tales como considerarlo un proceso óptico, contracciones sólo aparentes, o a un mecanismo físico que actúa sobre los materiales a gran velocidad.

A.20. Los muones no son estables y se desintegran con un periodo. En el estudio anterior se ha dado explicación de cómo en promedio son capaces de recorrer distancias superiores a lo que se esperaría desde una perspectiva clásica. Indicar como se justificaría desde un sistema de referencia ligado al muón.

Comentario A.20.:

La actividad cumple el papel de reflexionar la equivalencia entre los Sistemas de referencia para explicar un mismo fenómeno. Cabe limitarse a un estudio cualitativo.

En este caso si un colectivo de partículas se crean, viajan a gran velocidad y se absorben en un blanco. Cabe el análisis también desde otro Sistema de Referencia, el solidario a las partículas.



<p>Sistema O en que las partículas se consideran que viajan a velocidad V.</p>	<p>Se considera que su vida media es superior a cuando están en reposo (dilatación del tiempo de vida de las partículas).</p>	<p>Llegan más de lo que esperaríamos si no se dilata su vida media.</p>
<p>Sistema O' en que las partículas se consideran que están en reposo.</p>	<p>Se considera desde O' que la longitud recorrida es menor. De hecho el trayecto se mueve en sentido contrario.</p>	<p>Llegan más de lo que esperaríamos si no se comprimese el espacio que han recorrido.</p>

A.21. ACTIVIDAD OPCIONAL: LA SIMULTANEIDAD

La interrelación entre el Espacio y el Tiempo

C.1. La interrelación entre el espacio y el tiempo en la teoría de la relatividad puede ponerse de manifiesto con el examen crítico de procedimientos y situaciones. Por ejemplo consideremos que dos amigos deciden estudiar la longitud de un tren muy largo que circula todos los días por su ciudad ¿ Qué procedimiento podrían arbitrar? Analiza el procedimiento e indica las suposiciones implícitas en su proceder.

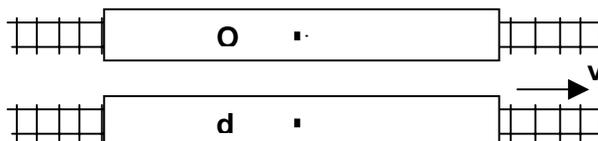
C.2. La actividad anterior pone de manifiesto la importancia de la determinación de sucesos que son simultáneos. ¿Qué consecuencias se derivarían de las medidas de longitud del hecho de que sucesos simultáneos en un sistema no lo fueran en otro?

A primera vista los resultados sobre la dilatación del tiempo y la contracción de la longitud no sólo contradicen nuestras ideas intuitivas, sino también la idea más simple de autocoherencia. Volvamos al primer ejemplo del observador O' en un reloj de luz que se mueve con velocidad v respecto al observador O. Si O dice que el reloj de O' atrasa porque está en movimiento, el observador O' puede decir exactamente lo mismo.

¿Cómo puede haber coherencia si cada observador ve que el reloj del otro atrasa?

La respuesta de esta aparente contradicción se obtiene tras reflexionar sobre el concepto de simultaneidad y la sincronización de relojes. Un suceso es algo que ocurre en un determinado instante y lugar. Dos sucesos son simultáneos cuando ocurren en el mismo tiempo. Si dos sucesos ocurren en el mismo lugar es fácil determinar si suceden también en el mismo instante y determinar si son simultáneos. Si se dice que un tren llega a las 7 se quiere indicar que se producen simultáneamente dos sucesos: 1) la llegada del tren 2) el reloj marca las 7. Si dos sucesos ocurren en lugares distintos resulta más difícil determinar si son o no simultáneos. La dificultad estriba en el retraso que existe entre el instante en que ocurren los sucesos y el instante en que esa información llega al observador que decide si son o no simultáneos. Por ello una posibilidad sería colocar al observador equidistante de los lugares en los que se producen los dos sucesos. Si se emite una señal luminosa hacia este observador equidistante, simultáneamente a la realización de cada suceso, estas señales serán percibidas simultáneamente por el observador.

Consideremos la siguiente situación: dos observadores O y O' se mueven entre sí con velocidad v (p.ej. dos vagones en vías paralelas). El observador O dice que O' se mueve con velocidad v mientras que O' dice que O se mueve con velocidad $-v$. Ambos puntos de vista son correctos según el principio de relatividad y las descripciones que ambos observadores realicen de los fenómenos físicos serán equivalentes.



Supongamos ahora dos sucesos: la llegada de dos rayos a los extremos de los vagones A, B y A', B' respectivamente. Supongamos que O está en el punto medio del segmento AB y O' lo está en el de A'B'.



Desde O vemos que O' se mueve con velocidad v , durante el tiempo que la luz se propaga de A' a B' y de B' a A'. La luz procedente de B' llegará a O' antes que la luz procedente de A'. Para el observador O los sucesos no serán simultáneos. En general, dos sucesos simultáneos para un observador no lo son necesariamente para otro. ¿Qué observador tiene razón? Ambos. No hay ningún sistema de referencia mejor que el otro. La simultaneidad no es un concepto absoluto. Sin embargo, el observador O puede calcular la diferencia de tiempo que separa la llegada a O' de las señales A' y B'. Y al revés, si O' conoce este intervalo de tiempo, podrá deducir que los sucesos serán simultáneos para O.

A.22. ACTIVIDAD ALTERNATIVA/COMPLEMENTARIA: Basada en la lectura crítica de la primera sección de la parte cinemática del artículo original de Einstein: “Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento” de 1905. La actividad se expone al final de la secuencia.

A.23. Consideremos dos celdillas en movimiento entré sí, y tomadas como sistemas de referencia sus orígenes se ponen a tiempo cero al cruzarse a una velocidad próxima a c . Indica:

- Cómo evalúa cada uno si se desplazan respecto al espacio las celdillas y si las caras de cada celdilla, barren tal espacio.
- En cada sistema se mide su celdilla y se evalúa la otra. Como se relacionan entre sí estas mediciones, ¿coinciden en el volumen?
- Si en el centro de una de ellas se enciende una bombilla ¿se considerará que llega a las paredes simultáneamente desde ambos sistemas?
- Un conjunto de relojes en cada cara de la celdilla y sincronizados desde ella ¿se considerarán sincronizados al evaluarlo desde la otra?
- Si desde una celdilla se compara su reloj con el del otro ¿qué conclusión se establece?

A.24. ACTIVIDAD ALTERNATIVA/COMPLEMENTARIA: Se sugiere utilizar un software de uso libre el applet de Física “Space and Time in Special Relativity” de Fu-Kwun Hwang de la Universidad Nacional de Taiwan-Formosa (<http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/index.html>). Comentado en anexo.

A.25. A la vista de estos resultados y los postulados de la relatividad ¿dónde está el centro del universo? ¿cabe establecer un sistema de referencia absoluto? ¿qué conclusión se puede establecer acerca del éter? ¿qué propiedades caracterizan al espacio y al tiempo?

Comentario A.24.-A.25.:

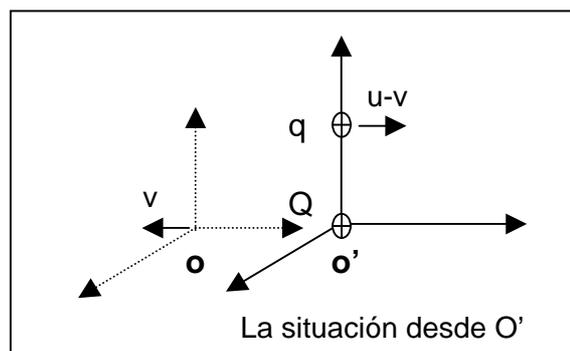
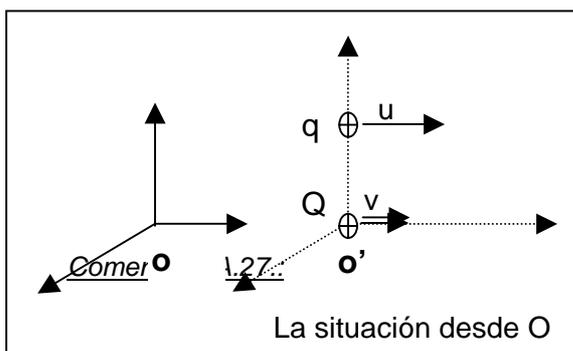
Estas actividades pretenden reflexionar sobre las innovaciones en las nociones de espacio y tiempo respecto a los planteamientos de la física clásica, así como recapitular acerca de lo tratado.

- a) *Cada uno se valora a sí mismo en reposo, por tanto el espacio encerrado en una celdilla en reposo respecto a él está inmóvil, no se barre por las caras de la celdilla, y en cierto sentido ni entra ni sale de ella. Pero al valorar lo que ocurre en otra en movimiento respecto a él, se desplaza respecto al espacio, sus caras lo están barriendo o lo que es equivalente está entrando espacio por una cara y sale por otra. La noción de espacio desde un sistema es diferente a la que se tiene desde la otra.*
- b) *Ambos consideran el volumen de su celdilla mayor pues consideran contraída una dimensión de la otra celda, sin embargo si se comunican entre sí cada uno considera a la suya propia mayor. No hay ninguna absolutamente mayor (contraste con la visión de la contracción por Lorentz, quien a esta pregunta sí hubiese considerado a una en movimiento y menor), hay una simetría total entre los sistemas, cada uno no sólo maneja un espacio propio. (No hay un espacio marco desde el que un observador omnisciente dirima la "realidad").*
- c) *Cada uno considera que en su sistema la luz de su celda se expande esféricamente a velocidad c y llega a las paredes simultáneamente. Sin embargo al razonar lo que le ocurre al otro, como sigue considerando que la luz viaja esféricamente, pero como la caja a su vez se mueve, no llega simultáneamente a las paredes pues llega antes a la pared que se acerca a la luz: conclusión lo que es simultáneo en su sistema, no lo es según él en el otro (en su sistema la luz llega simultáneamente a las paredes y no lo es para el otro). Pero ambos razonan igual y en el otro sistema las cosas discurren exactamente al contrario.*
- d) *La sincronización es hija de la simultaneidad, si no hay simultaneidad no marcan lo mismo los relojes. La modificación en la medición del tiempo es lo que hace compatibles ambas percepciones del espacio.*
- e) *El otro marca siempre menos.*

La igualdad de estatus lleva a la conclusión de que no hay un sistema privilegiado ni tiene centro el universo. El éter no existe. El espacio no es absoluto, aunque para cada observador es homogéneo e isótropo y esta íntimamente ligado al tiempo que a su vez es homogéneo e isótropo. La distancia y los intervalos de tiempo no son absolutos sino que están íntimamente relacionados.

A.26. ACTIVIDAD ALTERNATIVA/COMPLEMENTARIA: Utilizar un software de uso libre el applet de Física "Space-Time Physics" de la Universidad Cal. Tech de USA (<http://www.its.caltech.edu/~phys1/java/phys1/Einstein/Einstein.html>). Descrito en anexo

A.27. ACTIVIDAD OPCIONAL: La teoría de la relatividad da lugar a repercusiones en todos los campos de la física. Apuntar algún tipo de repercusión que se pueda originar en los tratamientos electromagnéticos con campos **E** y **B** al estudiar, primero desde el sistema O y luego desde O', las interacciones que se dan entre dos cargas eléctricas. Para simplificar estudiemos únicamente las acciones sobre q debido a Q. ¿Existe Fuerza magnética sobre q tal y como lo perciben O y O'?



La teoría de la relatividad, se sitúa como requisito previo a toda teoría física, y cualquier experiencia electromagnética ha de ser explicada sin referencia a un movimiento absoluto. El electromagnetismo clásico es compatible con la relatividad, de hecho Lorentz dedujo sus ecuaciones manejando transformaciones entre sistemas; no obstante, para él existía un sistema absoluto y por tanto campos eléctricos y magnéticos en sentido absoluto, los que se daban en ese sistema de referencia. Desde el punto de vista relativista, todos los sistemas son equivalentes, y se percibe claramente que el campo eléctrico o el magnético no tienen significado independiente y sólo tiene auténtico significado el concepto único de campo electromagnético, el que este campo resulte puramente magnético, eléctrico, o de ambos tipos depende del SR.

En el caso que se plantea, y como lo percibe O, Q crea un campo magnético, en su interior se mueve q y por tanto está sometida a una fuerza de Lorentz magnética: $F = q(v \times B)$, y a otra eléctrica $F = qE$. Sin embargo para O', Q no crea tal campo magnético y por tanto no existe fuerza magnética y tan sólo eléctrica (debido a E' , con $E \neq E'$); no es necesario profundizar a partir de este punto con los estudiantes (se puede encontrar desarrollado en muchos manuales por ejemplo en Resnick (1977) de donde se ha extraído el ejemplo). El propósito de la actividad es reforzar en los estudiantes la interiorización de dos puntos básicos: la Teoría de la Relatividad es una teoría fundamental que impone requisitos a toda la física y que del principio de relatividad surgen razonamientos de plena validez.

3.2. EQUIVALENCIA MASA-ENERGIA

La crítica que Einstein realiza de los conceptos básicos de cinemática, el espacio y el tiempo, vista en los apartados anteriores exige, a su vez, una modificación de los conceptos fundamentales de la Física clásica. En efecto, si estos no se modifican las leyes fundamentales de la Mecánica clásica, tales como las leyes de conservación de la energía o de la cantidad de movimiento, dejaban de ser válidas, lo que implicaba reducir la validez de estas leyes a una mera aproximación para pequeñas velocidades.

Einstein, para preservar la validez de los principios de conservación, siguió la opción de modificar las definiciones operativas de cantidad de movimiento, energía, etc. Así, para que se cumpla la conservación de la cantidad de movimiento, este ha de ser

$$p = mv / (1 - (v/c)^2)^{1/2}$$

y no la expresión dada por la Física clásica, $p_0 = mv$.

Comentario:

La contribución más relevante de la Teoría Especial de la Relatividad al concepto de energía es el de energía asociada a la masa en reposo, la equivalencia masa energía. La mayor parte de libros de texto de primer curso introducen dicha energía a partir del teorema de las fuerzas vivas, es decir, integrando la cantidad de movimiento relativista. Sin embargo, creemos que resulta más importante la presentación de una nueva forma de energía que el proceso de su deducción. Por eso, en nuestra propuesta se introduce la cantidad de movimiento $\mathbf{p} = \gamma m\mathbf{v}$ y la energía $E = \gamma mc^2$ a partir de la consideración de que las leyes de conservación de \mathbf{p} y E deben ser covariantes, es decir, si en un sistema de referencia inercial (SRI) se verifica una igualdad, la misma se verifica en cualquier SRI y, en consecuencia, si en un SRI se conservan la p y E de un sistema físico dado, también se conservarían en cualquier otro SRI. A partir de la ecuación de la energía se deduce que todos los sistemas tienen energía aunque su velocidad sea nula, la denominada energía en reposo $E_0 = mc^2$. Desde el punto de vista de la mecánica newtoniana, ya conocida por los alumnos, este resultado es sorprendente. Se debe hacer énfasis y destacar el hecho de que la energía en reposo no tiene ningún equivalente con las formas de energía presentadas hasta ese momento: energía cinética, potencial y de los campos libres (Tarín, 2000).

A continuación, se debe profundizar en la interpretación de la relación masa/energía, para que el alumnado comprenda que la masa de una partícula corresponde a una energía en reposo $E_0 = mc^2$.

Las expresiones introducidas son igualmente aplicables a un cuerpo compuesto, constituido por varias partículas, entendiendo M la masa total del cuerpo y por v la velocidad del movimiento como un todo (V_{CM}). En consecuencia, la energía de un cuerpo en reposo está constituida por las energías en reposo de las partículas que lo constituyen, por la energía cinética de estas partículas y por la energía de sus interacciones mutuas. En general ($M \neq \sum m_i$).

Conviene mostrar que, las ecuaciones que se han presentado para una partícula, también se aplican a sistemas de partículas $(Mc^2)^2 = (\sum E_i)^2 - (\sum \mathbf{p}_i c)^2$. Evidentemente la masa total invariante M del sistema se conserva como consecuencia de la conservación de la energía $\sum E_i$ y del momento $\sum \mathbf{p}_i$ y por tanto, no dice nada nuevo. Pero como la suma de las masas de los constituyentes antes y después de un suceso (por ejemplo, una desintegración) pueden ser diferentes, conviene abandonar el llamado principio de conservación de la masa en la forma $\sum m_i = cte$. Por último, en un sistema no aislado y de acuerdo con Einstein, un intercambio de energía de un sistema, en cualquiera de sus formas, comporta un intercambio de masa, en una cantidad que viene dada por $\Delta M = \Delta E/c^2$

A.28. Representar la gráfica $p/p_0 = \gamma$, donde $\gamma = 1 / (1 - (v/c)^2)^{1/2}$ para $v = 0,1c, 0,2c, 0,3c, 0,5c, 0,7c$ y $0,99c$.

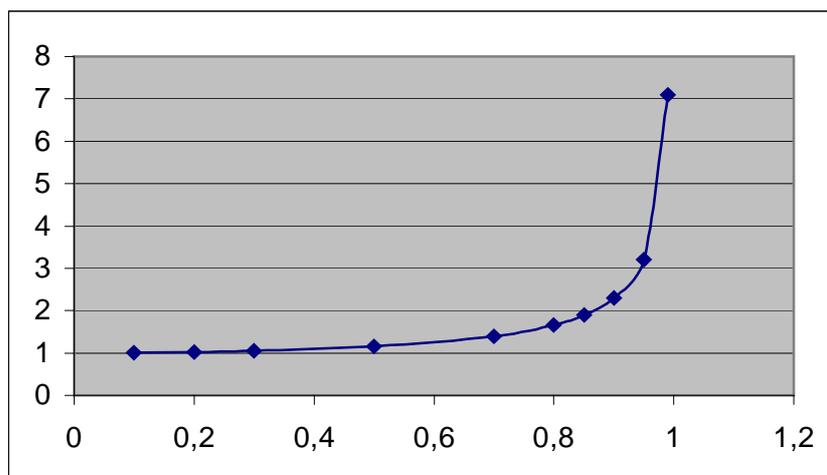
Indicar en qué condiciones puede considerarse prácticamente coincidentes la cantidad de movimiento mv de la Física clásica y la γmv de la Física relativista.

A.29. Comentar la siguiente frase de Albert Einstein: “No podría existir mejor destino para una teoría física que el que señalase el camino hacia una teoría más amplia, en la que continuase viviendo como caso límite”

Comentario A.28.-A.29.:

Estas actividades permiten entroncar la mecánica newtoniana con la relativista y favorece la comprensión cuantitativa de los límites de aplicabilidad.

Por otra parte la frase de Einstein clarifica epistemológicamente tanto la posición de ambas, como la de la Relatividad Especial con respecto a la General.



El aumento de la p respecto a p_0 se ha comprobado experimentalmente en los aceleradores de partículas elementales, donde se han encontrado que dicho aumento provoca que no se desvíe tanto un haz de partículas cargadas en el campo magnético de un acelerador circular, como el ciclotrón o el bevatrón. Este es un hecho al que se enfrentan todos los días los físicos que trabajan con partículas de alta energía.

MASA /ENERGÍA DE UNA PARTÍCULA.

Einstein propuso además que la energía de un cuerpo libre viene dada por expresión que denota la existencia de energía incluso para velocidades nulas, lo que lleva a concluir que una partícula de masa m tiene una energía $E_0 = mc^2$ denominada energía en reposo.

$$E = \gamma mc^2$$

Cuando una partícula se mueve libremente su energía E es mayor que E_0 y la energía adicional que posee es la energía cinética, es decir:

$$E = mc^2 + E_c$$

Por tanto la energía cinética en relatividad es:

$$E_c = \gamma m c^2 - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2$$

Si la partícula está sometida a interacciones gravitatorias, eléctricas, etc., debe sumarse además la energía potencial.

Aunque esta expresión puede obtenerse calculando el trabajo realizado sobre la partícula por la fuerza total, dp/dt , donde $p = \gamma mv$, es más sencillo comprobar su valor a

pequeñas velocidades. (NOTA: $F=m \cdot a$ no es de aplicación, es necesario utilizar la forma completa $F= dp/dt$)

A.30. Aplicar el desarrollo del binomio $(1+x)^n = 1 + nx + n(n-1)x^2/2 + \dots$ a γ en la expresión de la energía cinética obtenida. ¿Qué sucede cuándo la velocidad es mucho menor que c ?

Comentario A.29.-A.30.:

Estas actividades son coherentes con esta propuesta y muestran cómo la cantidad de movimiento va aumentando con la velocidad y tiende a infinito cuando la velocidad v tiende a c . Sólo para velocidades $v < 0,2c$ recuperamos las aproximaciones clásicas. Esto es una nueva evidencia del carácter límite de la velocidad de la luz.

Se debe prestar atención a un uso tradicional del concepto de masa relativista m_r , hoy fuera del consenso científico, pero que todavía pudiera aparecer en algunos textos y muy presente entre los lugares comunes sobre la misma en textos divulgativos y periodísticos. No sólo es desechable, si no que pudiera originar errores. La expresión de cantidad de movimiento en relatividad especial ($\mathbf{p} = m_r \mathbf{v}$) puede obtenerse a partir de la utilizada en la mecánica clásica ($\mathbf{p} = m \mathbf{v}$) por medio de la sustitución de la masa newtoniana (m) por la relativista (m_r), y los estudiantes pueden pensar, de manera equivocada, que la energía cinética relativista se deduce aplicando la sustitución indicada $E_c = m_r v^2/2$ o que la fuerza viene dada por $\mathbf{F} = m_r \mathbf{a}$ pero dichas expresiones, como ya se ha indicado en el análisis acerca de la masa invariante no son correctas.

A.31. Determinar la energía cinética de un electrón con velocidad 0,99.c; 0,50.c; 0,20.c; 0,10.c; 0,01.c. ¿Para cuales de estas velocidades pueden utilizarse las expresiones no relativistas de la energía cinética?

A.32. Demostrar que el equivalente energético en MeV de una **uma** ($1\text{uma}=1,4924 \cdot 10^{-10}$ kg, $1\text{ J} = 6,242 \cdot 10^{12}$ MeV) y determinar la energía cinética de un electrón y un protón con velocidad 0,50.c (Datos: $m_e=0,511$ MeV, $m_p=938,82$ MeV)

Comentarios A.31.- A.32.:

Estas actividades, se plantean para manejar las expresiones obtenidas. Puede reforzarse la adquisición cuantitativa con ejercicios complementarios del tipo que se recogen al final del tema.

En la A.31. se debe obtener: $1,69 \cdot 10^{-21}$ J; $4,10 \cdot 10^{-23}$ J; $5,47 \cdot 10^{-24}$ J; $1,37 \cdot 10^{-24}$ J; $1,37 \cdot 10^{-26}$ J. para el cálculo se pueden utilizar los valores de p/p_0 determinados en la actividad A.28 (10; 1,4; 1,2; 1,12 y 1,05, respectivamente). La utilización de las expresiones clásicas depende de la relación entre la energía cinética y la energía en reposo (511 keV). Como esta es pequeña, bastan velocidades de 0,1c para encontrar condiciones relativistas.

A.33. ACTIVIDAD COMPLEMENTARIA: Movimiento de partículas a altas energías, desde la perspectiva relativista. (Al final, tras la secuencia general)

Conviene escribir de otra forma la energía de la partícula en términos de cantidad de movimiento, que será muy útil en el futuro..

A.34. De las expresiones de $p = \gamma mv$ y $E = \gamma mc^2$ se obtiene $p = Ev/c^2$. Compruébalo. También combinando esas dos expresiones, elevándolas al cuadrado y combinándolas podemos obtener la siguiente importante relación directa entre E y p:

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

A.35. Observa que una partícula de masa m posee una energía total que depende también de p. ¿Porqué una partícula de masa m no puede moverse a la $v=c$? ¿Cuánto valdrá la energía de una partícula de $m=0$? ¿Y su velocidad?

NOTA: En ocasiones en algún texto se pueden encontrar menciones a la masa relativista, masa que varía con la velocidad en la forma $m_r = m_0 / (1 - (v/c)^2)^{1/2}$ y frases del tipo: “*variación de la masa con la velocidad*”. Estas expresiones hoy en desuso no responden a variaciones reales. Igualmente se debe vigilar el uso de expresiones como $E_c = \frac{1}{2} m_r c^2$ o $F = m_r a$, todas ellas incorrectas.

Comentario A.34.-A.35.:

Las actividades **A.34.** y **la A.35.** introducen el entramado de relaciones clave para comprender el funcionamiento de los principios de conservación, y la extensión a los sistemas de partículas.

Para resolver la actividad **A.34.** partimos de las relaciones

$$p = mv / (1 - (v/c)^2)^{1/2} \text{ y } E = m c^2 / (1 - (v/c)^2)^{1/2}$$

Un procedimiento simple es combinar ambas expresiones de forma que $1 - (v/c)^2$ aparezca en el numerador. Para ello multiplicamos p por c, elevamos ambas expresiones al cuadrado y las restamos. Obtendremos

$$E^2 - (pc)^2 = (m c^2)^2 \quad \text{o bien} \quad E^2 = (m c^2)^2 + (pc)^2$$

Las relaciones permiten plantear en la A.35. la energía y cantidad de movimiento asociados a partículas sin masa como los fotones. Esta relación ($E = pc$) es muy importante, tiene utilidad posterior para el análisis de la conservación de la cantidad de movimiento y la energía en procesos en que están asociados fotones, tal como p. ej. el efecto Compton..

También explora la dependencia con la velocidad y el hecho de que la velocidad de la luz representa un límite para el movimiento material tanto como para la propagación de la propia luz, lo que es coherente con la imposibilidad de transmitir información a velocidades superiores.

Para $v \rightarrow c$ resulta $\gamma \rightarrow \infty$ por tanto $E \rightarrow \infty$ y efectivamente representa un límite al movimiento físico.

MASA /ENERGÍA DE SISTEMAS O PARTÍCULAS COMPLEJAS.

En un sistema de partículas como un átomo, (que puede considerarse formado por partículas), o un gas en un recipiente, cabe plantear en qué forma se define la masa total y en que condiciones se conserva o varían M (masa del sistema), P (cantidad de movimiento total), E (Energía total). Vaya por delante que podemos generalizar la ecuación usada para una partícula:

$$E^2=(Pc)^2 + (Mc^2)^2$$

A.36. Para profundizar estudiemos el caso de un gas encerrado en un recipiente inmóvil ($P=0$). ¿Qué relación podemos establecer entre M y E. ¿Qué ocurrirá si calentamos el recipiente ($\Delta E \neq 0$)? ¿Cómo interpretar entonces la equivalencia masa – energía? Evalúa numéricamente el caso de una variación de 10^4 Julios.

Comentario A.36.:

En la actividad se pretende que el alumno se interrogue acerca del comportamiento de la masa y la energía en los sistemas abiertos que ganen o pierdan energía. El estudio del caso simple de un gas en reposo conduce por aplicación directa de $E^2=(Pc)^2 + (Mc^2)^2$, con $P=0$, se reduce a $E = Mc^2$, al incremento de masa del sistema complejo con la adición de energía ($\Delta E \neq 0$) y a la importante relación $\Delta M = \Delta E/c^2$, que permite clarificar que un incremento de masa del sistema supone una variación de energía y viceversa (atención esto no significa que varíe $\Sigma m_i = cte.$).

Conviene aprovechar el ejemplo para efectuar generalizaciones a otros sistemas y precisar el carácter de sistema abierto/cerrado al considerar los balances energéticos. El estudio cuantitativo conduce a valorar lo inapreciable del fenómeno a escala cotidiana.

Una idea importante que se deduce de la expresión anterior, en general, en los sistemas la masa total (M) es diferente de la suma de las masas de las partículas que componen el sistema (Σm_i) $M \neq \Sigma m_i$. Este curso utilizarás estas ideas en el estudio de los procesos nucleares. Por ejemplo, para un átomo o partícula su masa en reposo puede obtenerse añadiendo sumando la energía de cada partícula y añadiendo un término de energía potencial de interacción (en general negativo).

$$E_0 = Mc^2 = \Sigma m_i c^2 + \Sigma E_{c_i} + \Sigma E_{p_i}$$

En una reacción o proceso nuclear ha de conservarse la energía.

$$E_{inicial} = E_{final}$$

$$E = (\Sigma m_i c^2)_0 = (\Sigma m_i c^2 + E_c)_1 \text{ donde se toma } E_{c\ inicial} = 0 \text{ por simplicidad.}$$

y despejando, efectivamente:

$$\Delta E_c = (\Sigma m_i c^2)_0 - (\Sigma m_i c^2)_1 = [(\Sigma m_i)_0 - (\Sigma m_i)_1] c^2 = \Delta m \cdot c^2$$

Observemos que las partículas después del proceso pueden ser diferentes y que nada obliga a la conservación de la suma de las masas de las partículas, al inicio y al final, no tienen por qué ser las mismas partículas; el defecto o exceso de masa Δm se acompaña en un exceso o defecto de energía cinética ΔE_c en el proceso, de modo que siempre

$$\Delta E_c = \Delta m \cdot c^2$$

En ese sentido se hablan ocasiones de desintegración y transformación de masa en energía por un cierto abuso del lenguaje. Observa que aquí se compara siempre la masa de las partículas que constituyen el sistema antes y después de la reacción y no la masa del sistema antes y después (que en sentido global se conserva al igual que E y P en la reacción).

A.37. ACTIVIDAD OPCIONAL Plantea lo que sucede en los procesos de aniquilación y en los de creación de partículas y antipartículas. Todos ellos se estudiarán en Física nuclear.

Comentario A.37.:

Es preciso salir al paso de una confusión muy extendida que consiste en concebir la relación $E_0 = mc^2$ como expresión de una posible conversión o transformación de masa en energía ("desmaterialización") y viceversa. Como señala Warren (1976): *"La falsedad más común en la relación de Einstein es inferir que la masa puede convertirse en energía y viceversa: por ejemplo, frases del tipo 'En ciertos procesos la masa puede ser convertida en una cantidad equivalente de energía'. Se puede asumir que los autores quieren decir que inicialmente se tiene una cantidad de masa y no de energía. Entonces la reacción cede energía y pierde masa. Esta idea es absolutamente contraria al principio de Einstein"*.

A.38. El elevado valor de c ofrece la posibilidad de liberación de grandes cantidades de energía. Calcular la energía que podría liberarse si se desintegrará 1 g de materia. Comparar dicha cantidad con la que se libera al quemar 1 g de petróleo (poder calorífico aproximado 10,3 kcal/g).

Comentario A.38.: Las diferencias cuantitativas. $9 \cdot 10^{13}$ J frente a $4,3 \cdot 10^4$ J, han ponerse de relieve para su utilización posterior en física nuclear

A.39. ACTIVIDAD CTS.

INFLUENCIAS DE LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD EN LA SOCIEDAD

Las primeras décadas de este siglo constituyen un período revolucionario en lo político, social, económico, artístico, científico, etc. Baste citar como ejemplos la Revolución Rusa de 1917, que puso de manifiesto que la economía capitalista no era la economía natural, como las leyes de Newton, sino una economía; los movimientos sufragistas femeninos; el nacimiento del estado de bienestar, teorizado por Keynes y realizado por F.D. Roosevelt, con su "new deal"; la aparición del psicoanálisis; el

vanguardismo y el surrealismo en literatura; el cubismo en pintura; las revoluciones relativista y cuántica en ciencia; etc.

En este contexto, la Teoría de la Relatividad, presentada en la prensa como la teoría revolucionaria por excelencia, ejerció un gran impacto tanto en científicos como en artistas, escritores, etc.

Para los científicos supuso la crisis de muchos supuestos fundamentales. De hecho, inicialmente Einstein prefería hablar de teoría de los invariantes, insistiendo en la idea de que las ecuaciones fundamentales conservan la misma forma en todos los sistemas de referencia inerciales. A partir de 1911 Einstein empieza a hablar de relatividad recordando así que los conceptos de espacio y tiempo absolutos de Newton no son válidos y subrayando el cambio que había llevado a cabo.

Hubo científicos que efectuaron la transición a la nueva mecánica sin dificultad pero para otros el cambio fue doloroso y no siempre bien asimilado. También contribuyó a que numerosos científicos escribieran libros para hacer comprensible al lector la Teoría de la Relatividad, es decir, estimuló la divulgación científica.

Al mismo tiempo ejerció un considerable impacto en el pensamiento contemporáneo. Gran número de artículos y libros que aparecieron en los años 20 y 30 utilizaron las formas de expresión relativistas para adquirir un cariz revolucionario y heterodoxo.

La Relatividad tuvo evidentes implicaciones en la percepción del espacio y del tiempo, que influyeron en la arquitectura, pintura, literatura (el tiempo lento en la narrativa). Contribuyó, así mismo, al establecimiento de un género literario, la ciencia-ficción. Ideas como la pluralidad de perspectivas ha influido en pintura (el cubismo), literatura (narrar historias desde diferentes puntos de vista).

En filosofía ejerció un gran influjo sobre los positivistas del Círculo de Viena y, en particular, en el falsacionismo de Popper (la ciencia no busca verificar sus teorías sino experimentos cruciales que las refuten).

Todo esto, junto con el gran impacto que tuvo en la prensa, hizo que esta se convirtiera en una moda y convirtió a Einstein en el científico más famoso del mundo.

C.1. Profundizar desde diferentes disciplinas (historia, filosofía, literatura, arte, etc.) en la influencia que la Relatividad ejerció en el pensamiento contemporáneo.

4. PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA

Hasta aquí hemos considerado implícitamente que la masa inercial que figura en la ley de movimiento de Newton coincide con la gravitatoria, que aparece en la ley de la Gravitación Universal.

A.40. Mostrar que efectivamente es así, a partir del hecho de que todos los cuerpos caen con la misma aceleración en las proximidades de la superficie terrestre.

Einstein señaló que la antigua Mecánica registró estos hechos pero no los interpretó. La interpretación satisfactoria de los mismos condujo a Einstein a **la Relatividad General**.

Comentario A.40.:

Para demostrar que la masa inercial coincide con la gravitatoria, tal como se indica en la actividad, se debe considerar que, según la ley de movimiento, se cumple $F = m_i a$, donde la masa inercial m_i es una constante característica del cuerpo acelerado. Si la fuerza aceleradora es la de la gravedad tenemos $F = m_g g$, donde m_g es una característica del cuerpo acelerado y g es la intensidad del campo gravitatorio. A partir de ambas relaciones se sigue que:

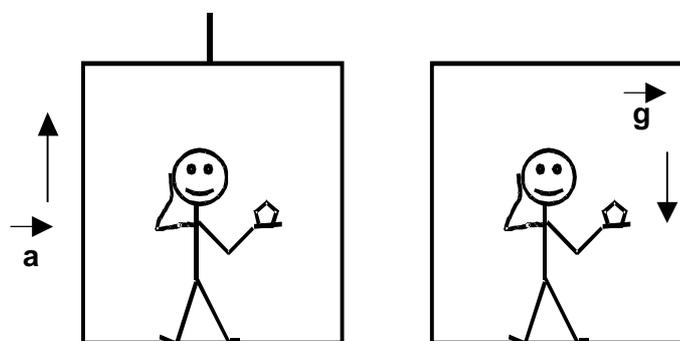
$$a = m_g g / m_i$$

Si queremos que en un campo gravitatorio la aceleración sea siempre la misma, independientemente de la naturaleza y del estado del cuerpo, tal y como demuestra la experiencia, la relación m_g/m_i tiene que ser igual (constante) para todos los cuerpos. Con la adecuada elección de unidades esta constante es 1.

A.41. Imagina una nave en una región del espacio libre, sin gravedad, en dos situaciones: a) sin motor (en MRU) y b) con el cohete acelerando (en MRUA con g como aceleración). Compara, respectivamente, con una nave en una región con gravedad (proximidades de la Tierra) en dos casos: c) en caída libre y d) posada sobre la Tierra.

Las leyes de la naturaleza deben ser expresadas de forma que sea imposible distinguir entre un campo gravitatorio uniforme y un sistema de referencia acelerado. Esta expresión constituye el **principio de equivalencia**, base de la teoría gravitatoria de Einstein, la **Relatividad General** enunciada en 1915. El enfoque es radicalmente diferente, y supone que las masas son capaces de distorsionar la propia estructura del espacio, aspecto que supera el nivel de este curso.

Se puede visualizar el principio de equivalencia afirmando la imposibilidad de distinguir experimentalmente por medidas tomadas en su interior entre la presencia de un campo gravitatorio y un sistema acelerado, tal y como se visualiza en este ejemplo de un ascensor



arrastrado con aceleración a en ausencia de un campo gravitatorio y esta misma caja no acelerada en el seno de un campo gravitatorio g numéricamente igual: $a=g$

Comentario A.41.:

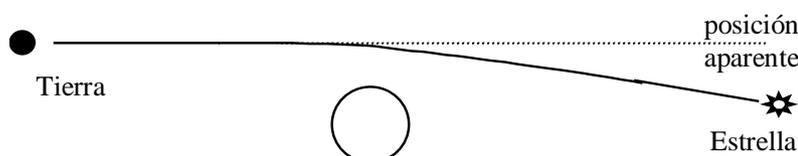
En el caso a) de la actividad **A.41.**, desde el interior se comprueba que los cuerpos libres se desplazan con MRU y no están acelerados. Al compartir el movimiento con las paredes su situación es la de flotación. Si la nave se coloca en un campo gravitacional y se deja caer libremente (c), como la aceleración de la gravedad es la misma para todos los cuerpos, incluyendo las paredes de la nave, el observador interno no tiene posibilidad de distinguir esta situación de la anterior. Si la nave se lleva de nuevo al espacio vacío y se acelera

uniformemente por medio de un cohete con una aceleración $a = g$, todos los cuerpos de su interior aparecerán con una aceleración común g exactamente opuesta a la de la nave. Esta aceleración será ocasionada por la fuerza realizada por las paredes o el objeto con que interaccionan, por ejemplo la mano del personaje. Si ahora colocamos la nave en presencia de un campo gravitacional g , el observador encontrará que los movimientos no son distinguibles de los que observó en el anterior experimento. En resumen, un observador no tiene medios de distinguir si se encuentra en un campo gravitatorio uniforme o en un sistema de referencia acelerado. Esta proposición es conocida como principio de equivalencia. Se obvia el efecto marea que se produce cuando el campo gravitatorio no es uniforme.

Con el objeto de evitar una imagen excesivamente especulativa de la Física, se pueden mencionar brevemente las tres predicciones que realizó Einstein y mostrar su confirmación experimental:

a) la desviación de un haz luminoso al pasar por una región en la que exista un campo gravitatorio.

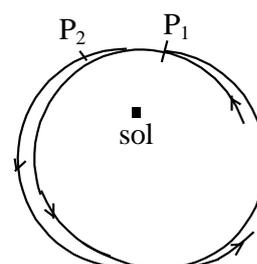
Einstein señaló la posibilidad de observar esta desviación cuando la luz procedente de una estrella lejana



pasara cerca del Sol. Esta desviación fue observada en 1919, durante un eclipse de Sol. Una estrella de posición conocida fue observada en una posición distinta y la desviación observada era compatible con la predicha por la Teoría de la Relatividad. Como un ejemplo más de las múltiples interacciones de la ciencia con la sociedad, se puede señalar que esta predicción no se comprobó antes debido a la Primera Guerra Mundial.

A.42. Estudiar con el ejemplo del hombre en el ascensor si efectivamente podría dar cuenta con una aceleración de la curvatura de la luz por el campo gravitatorio estelar.

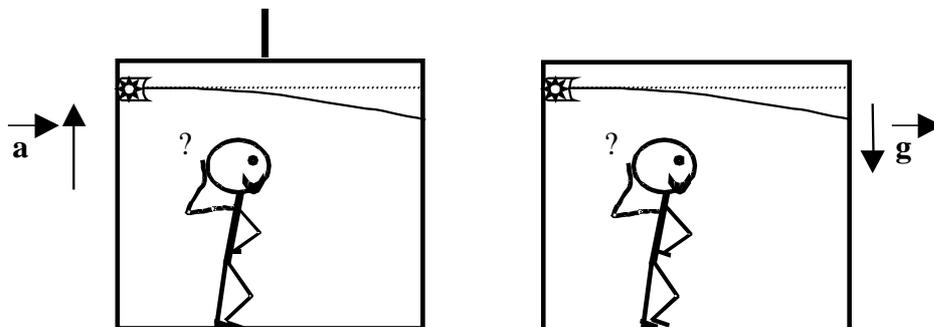
b) el avance del perihelio de Mercurio. La órbita de Mercurio gira lentamente alrededor del Sol, de tal modo que la posición de máxima aproximación (perihelio) varía. El valor predicho por Einstein (43 segundos de arco por siglo) coincide con el observado por Le Verrier en 1859.



c) el desplazamiento gravitatorio al rojo de la luz emitida por una estrella de gran masa. Los intervalos de tiempo se dilatan en regiones del espacio con intensos campos gravitatorios. Por tanto, la frecuencia la luz producida en tales regiones es menor cuando se mide en otra parte.

Comentario A.42.:

En la **A.42.** se profundiza en el principio de equivalencia haciendo uso de la metáfora del ascensor y se les propone a los estudiantes que utilicen el marco de conceptos para interpretar y extraer conclusiones prácticas sobre uno de los aspectos experimentales más importantes de la Teoría General. De hecho históricamente fue la evaluación de este efecto en 1919 el que se presentó como experimento crucial para la verificación experimental de la Teoría General. Fue avanzado por Einstein en 1911, al que sirvió como guía en el desarrollo de la teoría, y fundado en bases teóricas sólidas en 1915 con la formulación de la Teoría General.



Conviene indicar que los dibujos no están a escala y que la deflexión conduce a variaciones en la posición estelar aparente es del orden de 1,75 segundos de arco.

Se indican algunos efectos experimentales como ilustración de la existencia de bases experimentales de la teoría. Por ejemplo, en cuanto a la precesión del perihelio conviene indicar a efectos cuantitativos, que este efecto fue planteado inicialmente por Newton en 1687, y atribuido a las perturbaciones de otros planetas. En 1859 el astrónomo francés Leverrier mostró que la precesión de era de 574 segundos de arco por centuria, mientras que las perturbaciones planetarias justificaban 531 segundos. La discrepancia de 43 segundos de arco por centuria no pudo ser explicados hasta que el propio Einstein aplicó su teoría en 1915 que proporcionó explicación exacta a esos 43 segundos atribuyendo a la curvatura del espacio este efecto.

Otro ejemplo de predicción de la Teoría General de la Relatividad se refiere a los agujeros negros. Si la densidad de un objeto es suficientemente grande, la atracción gravitatoria resulta tan enorme que dentro del radio crítico o de Schwarzschild, nada puede escapar a su acción, ni siquiera la luz.

A.43. ACTIVIDAD OPCIONAL: Si en un agujero negro se iguala la velocidad de escape a la velocidad de la luz y se despeja el radio, se obtiene el llamado radio de Schwarzschild. Determinar dicho radio en agujeros negros cuya masa sea igual a la de la Tierra y a la del Sol.

Comentario A.43.:

Esta actividad integra aspectos trabajados en el tema de gravitación junto las nuevas perspectivas. La deducción de la existencia de este fenómeno puede efectuarse combinando las expresiones clásicas y las nociones de la relatividad especial.

En efecto, el estudio de la velocidad de escape condujo a la expresión $V_e = (2GM/R)^{1/2}$. Razonando con el hecho de que c es la velocidad límite de cualquier objeto y la de la propia luz, si $2GM/R > c^2$ la velocidad de escape superaría la velocidad de la luz, como esto es imposible podemos establecer un R límite, llamado Radio de Schwarzschild $R_G = 2GM/c^2$, del que no escaparía nada, ni la propia luz (esto es matizable, hay efectos de rotación, falta de esfericidad....) y que separa el espacio en un interior y un exterior desconectados Esta deducción no es sino una aproximación y carece de rigurosidad pero accidentalmente coincide con el radio calculado con la teoría general. El radio de Schwarzschild para una masa como el Sol sería de 2,95 km.

Como un agujero negro es pequeño y no emite radiación, sus efectos sólo se pueden detectar si es compañero de una estrella normal en un sistema binario. Actualmente existen varios candidatos, uno en la constelación del Cisne, otro en Circe, etc.

A.44. ACTIVIDAD CTS.

LA GENERACIÓN DE CIENTÍFICOS ESPAÑOLES QUE HIZO POSIBLE LA VISITA DE EINSTEIN A ESPAÑA

Tras el colapso de la actividad científica española durante la Guerra de la Independencia y el reinado de Fernando VII, que ya vimos el curso anterior, se inicia un largo proceso de recuperación, de importación sistemática de los conocimientos producidos en el extranjero, de fundación de instituciones científicas, etc. Ejemplos notables de figuras intermedias fueron el ingeniero y premio Nobel de Literatura José Echegaray (1832-1916) y el astrónomo Josep Comas i Solà (1868-1937), que difundieron en España las ciencias Físicas y Matemáticas contemporáneas.

Después de la derrota de España en 1898, atribuida entre otras causas al retraso científico, se crea en nuestro país una amplia base de apoyo para la ciencia. Este proceso culminó con la fundación en 1907 de la Junta de Ampliación de Estudios, dirigida por el premio Nobel Santiago Ramón y Cajal. Se inicia así una política de becas para la ampliación de estudios y la investigación en el extranjero así como la creación de laboratorios. Entre ellos cabe mencionar el de Investigaciones Físicas (1910) dirigido por Blas Cabrera; el de Automática (1906) dirigido por Leonardo Torres Quevedo (1852-1936) y, sobre todo, los laboratorios de Química, muy vinculados a los intereses de las industrias, como el de la Residencia de Estudiantes (1912) o el Laboratori General d'Assaig de la Mancomunitat catalana (1908). También se crean observatorios astronómicos, como el Fabra de Barcelona en 1904, dirigido por Josep Comas o el del Ebro en Tortosa en 1905. Estos esfuerzos permitieron que la generación de científicos nacidos hacia 1880 situase la Física española al nivel de los tiempos. Entre sus miembros destacan:

Blas Cabrera (1878-1945), catedrático de Electricidad y director del Laboratorio de Investigaciones Físicas. Destacó como físico experimental en sus estudios sobre las propiedades magnéticas de la materia, tema en el que se inició con Weiss en 1910-12 en Zurich. Su trabajo alcanzó una difusión internacional. Defendió con entusiasmo y divulgó la Teoría de la Relatividad y la Física cuántica. Llegó a ser rector de la

Universidad Central de Madrid. Tras la Guerra Civil se exilió en París y luego en México, donde murió.

José María Plans (1878-1934). Autor de una de las pocas contribuciones originales españolas sobre la relatividad en los años 20: una nueva ecuación para explicar la deflexión de la luz en campos gravitatorios. Otra de ellas fue realizada por el matemático Puig Adam en su tesis doctoral, dirigida por Plans. Publico un libro de difusión, "Nociones fundamentales de mecánica relativista" y tradujo el famoso "Space, time and gravitation" de Eddington.

Esteban Terradas (1883-1950). Físico, matemático e ingeniero. Catedrático de Acústica y Óptica. Sus grandes conocimientos del alemán le permitían seguir día a día los avances en Relatividad y Física cuántica. Utilizó métodos innovadores de enseñanza. Hacia 1910 había incorporado la Física cuántica en la enseñanza universitaria y hacia 1915 introdujo la Relatividad. En 1915 diseñó la red telefónica catalana y trabajó en la red de ferrocarriles secundarios de Cataluña.

Gracias a la difusión de la Teoría de la Relatividad entre los profesionales con formación científica (ingenieros, profesores de segunda enseñanza, farmacéuticos, médicos, etc.), los científicos anteriores hicieron posible la visita de Einstein a España en marzo de 1923. En particular, Terradas, Cabrera y el matemático Julio Rey Pastor organizaron el viaje y la estancia.

Entre los físicos de la siguiente generación, formada por los citados anteriormente, se destaca a:

Julio Palacios (1891-1970). Estudió con Terradas y con el premio Nobel Kamerling Onnes en Leiden en 1918, realizando investigaciones sobre bajas temperaturas, tema que no pudo proseguir en España por no tener instalaciones adecuadas. Hizo contribuciones teóricas señaladas, una de las cuales merecería ser publicada por Wienn en los Annalen der Physick. Tuvo un gran conocimiento de la Física cuántica y una temprana admiración por la teoría de Einstein, que contrasta con su obcecación antirrelativista en sus últimos años.

Arturo Duperier (1896-1954). Estudió con Cabrera. Fue un experimentador notable que ideó procedimientos para localizar y estudiar rayos cósmicos, disciplina que se convertiría después en la Física de partículas elementales. Se exilió a Londres en 1939 donde trabajó en el Imperial College. Su regreso a Madrid tuvo lugar en 1953, sufriendo grandes dificultades burocráticas la entrada de su equipamiento científico.

Miguel Angel Catalán (1894-1957). Investigó sobre espectroscopía atómica con Fowler en Londres en 1920-21, donde descubrió los multipletes del manganeso. Sommerfeld conoció sus investigaciones durante su viaje a Madrid en 1922 y, como consecuencia de ello, le fue concedida una beca Rockefeller, que condujo a Catalán al laboratorio de Sommerfeld en Munich en 1923-25. Regresó al Laboratorio de Investigaciones Físicas de Madrid en compañía de K. Bechert para proseguir sus trabajos sobre espectroscopía.

La Guerra Civil y la derrota de la República por el franquismo provocan un nuevo colapso económico, cultural y científico. Hasta los años 50 no se recupera el nivel de vida anterior a la guerra. Al inicio de la guerra se exilian algunos científicos como Severo Ochoa. El número de muertos en la guerra y las ejecuciones en la posguerra alcanzan un millón de bajas, de las que un 80 por ciento corresponden a los republicanos, la

mayoría de ellos obreros cualificados, técnicos, artistas, profesores (Cabrera, Duperier, del Rio, etc.). Los republicanos que permanecen en España son desterrados o postergados, los cuerpos docentes depurados, etc. La ciencia y la tecnología se resintieron durante decenios de estas pérdidas, así como de la hostilidad franquista hacia la ciencia moderna en los años 40.

La recuperación científica empieza con el desarrollismo de la década de los 60. Dadas las escasas inversiones en investigación y desarrollo (I+D) realizadas por el régimen franquista, el cambio tecnológico no podía apoyarse en un desarrollo autónomo por lo que se basó en la importación de tecnología. En 1980 sólo se invertía en I+D un 0,4% del Producto Interior Bruto (PIB). En la última década se ha realizado un gran esfuerzo inversor, alcanzando un 0,8% del PIB. Estas cifras son insuficientes si se comparan con el 2% de media de los países de la OCDE. Alemania invierte un 2,85%, Francia un 2,33%, el Reino Unido un 2,29%, Japón un 2,87%, EE.UU. un 2,71%, Italia un 1,32%, etc.

C.1. A la vista de lo expuesto ¿crees que es cierto el tópico de que "el suelo español es infértil para la ciencia"?

C.2. ¿Qué políticas parecen aconsejables para conseguir en España un nivel de desarrollo científico y tecnológico?

Comentario a las actividades Ciencia-Técnica-Sociedad:

En la preparación de las actividades con orientación Ciencia-Técnica-Sociedad que se han presentado a los estudiantes, por claridad expositiva se ha utilizado alguna bibliografía no citada expresamente en la actividad: Einstein y otros (1975); Glick (1986); López Piñero (1979); Pais (1984); Selleri (1994).

ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS/ALTERNATIVAS:

Estas actividades se han indicado en la secuencia general:

A.8. ACTIVIDAD COMPLEMENTARIA:

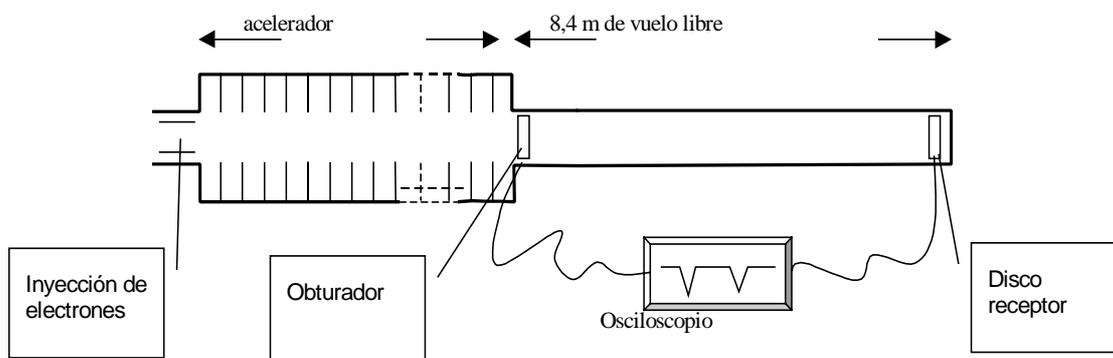
El estudio de los fenómenos físicos propios de los cuerpos que nos rodean dio lugar a la mecánica clásica sin embargo, sus leyes se plantearon tomando como base experiencias en las cuales las velocidades se restringen a un rango inferior, o análogas, a la velocidad de traslación planetaria, del orden de 30 km/s. Esta velocidad está muy alejada a la de fenómenos como la de la luz ($\cong 300000 \text{ kms}^{-1}$).

Este aspecto dejó de ser una especulación teórica cuando a finales del S.XIX comenzó a desvelarse la existencia de partículas subatómicas. Por ejemplo en 1897 Thompson descubrió el electrón, y su pequeña masa permite acceder a elevadas aceleraciones con la ayuda de campos eléctricos. Se pretende explorar las magnitudes involucradas en fenómenos de alta velocidad y plantear el problema acerca de la

comprobación experimental de los límites de validez de las expresiones de la mecánica clásica. Podemos formular el problema en la forma ¿Las expresiones clásicas acerca del comportamiento de las partículas seguirán siendo tan válidas y exactas en la descripción de los fenómenos a estas velocidades?

- ◆ Formula una hipótesis acerca de la forma en que variará la velocidad en función de la E_c suministrada a una partícula.
- ◆ Con ayuda de tus conocimientos de electromagnetismo diseña un experimento acerca de cómo conseguir estas velocidades.

Para trabajar unificadamente te proponemos utilizar los datos del llevado a cabo, en 1962 por Bertozzi quien para un uso didáctico aceleró electrones mediante un campo eléctrico lineal y midió la relación entre la energía suministrada y la velocidad alcanzada, usando el dispositivo adjunto:



El acelerador lineal (Linac) acelera los electrones suministrados mediante un campo eléctrico, las señales son conducidas por dos cables idénticos en longitud lo que permite medir con precisión el tiempo de vuelo y por tanto la velocidad alcanzada.

Para estudiar el proceso de aceleración puedes recurrir al applet:

(<http://scsx01.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/movimiento/lineal/lineal.htm>)

Se muestra en el anexo descriptivo de los applets.

- ◆ Para revisar la adecuación del diseño para poner a prueba tu hipótesis conviene reflexionar sobre el diseño:
 - a) ¿ Que ddp conduciría a desarrollar un trabajo de 1 KeV sobre un electrón?
 - b) Con ayuda de las expresiones que conoces ¿qué aceleraciones se manejan?
 - c) ¿ Cómo se evalúa la velocidad final en el tramo no acelerado?
- ◆ Toma de datos: la siguiente tabla recoge los datos obtenidos

Energía suministrada (10^{-4} J) (E. cinética)	8,0	16,0	24,0	72,0	240
Tiempo de vuelo(10^{-8} s) la distancia atravesada es de 8,4 m	3,23	3,08	2,92	2,84	2,80

- ◆ Análisis de datos: lleva los datos a una hoja de cálculo y
 - A) Construye una tabla que recoja la velocidad clásica esperada y la experimental.
 - B) Realiza las gráficas que consideres precisas.
- ◆ Establece conclusiones y razona acerca de sus implicaciones.

Comentario A.8.

La actividad pretende reproducir la situación que se planteaba a finales del S.XIX y que conducía a un sector importante de los físicos a atribuir a la masa un origen electromagnético y dependiente de la velocidad. Este modo de pensar sabemos que no condujo al nuevo marco teórico. Precisamente la línea argumental que se propone es la de asumir que la física clásica muestra insuficiencias y problemas en la explicación de hechos experimentales, en consecuencia se precisa una nueva teoría, con la salvedad de que incorpore también la validez de la mecánica clásica en el ámbito de $v \ll c$.

Los estudiantes han estudiado electromagnetismo previamente y los procesos de aceleración de partículas. El diseño de Bertozzi (1964) permite el cálculo de la velocidad esperada según la fórmula clásica y el cálculo de la velocidad final en el tramo de movimiento uniforme no acelerado.

$$v_{\text{newtoniana}} = \sqrt{2 \frac{E}{m}} \quad v_{\text{aproximada}} = \frac{l}{t} = \frac{8,4}{t}$$

Ec (MeV)	Ec(J)	v (m/s) clásica	v/ c	L	t(s)	v(m/s) exptal
0,50	$8,00 \cdot 10^{-14}$	419083732	1,40	8,4	$3,23 \cdot 10^{-8}$	$2,60 \cdot 10^8$
1,00	$1,60 \cdot 10^{-13}$	592673898	1,98	8,4	$3,08 \cdot 10^{-8}$	$2,73 \cdot 10^8$
1,50	$2,40 \cdot 10^{-13}$	725874317	2,42	8,4	$2,92 \cdot 10^{-8}$	$2,88 \cdot 10^8$
4,50	$7,20 \cdot 10^{-13}$	1257251196	4,19	8,4	$2,84 \cdot 10^{-8}$	$2,96 \cdot 10^8$
15,00	$2,40 \cdot 10^{-13}$	2295416136	7,65	8,4	$2,80 \cdot 10^{-8}$	$3,00 \cdot 10^8$

NOTA: Observemos que la imprecisión experimental ocasiona que v en las proximidades de c proporcione valores levemente superiores.

La tabla relativista junto a las gráficas se incluyen en los comentarios a la A.32. y en soporte informático. La discrepancia habrá de interpretarse como la existencia de límites a la mecánica clásica y muestra de una necesidad de cambio teórico. Se volverá a estos resultados tras el estudio de la expresión relativista para revisar su concordancia con los datos experimentales.

A.22. ACTIVIDAD ALTERNATIVA/COMPLEMENTARIA: Como alternativa del estudio previo acerca de la noción de simultaneidad cabe la lectura crítica de la primera sección de la parte cinemática del artículo original de Einstein "Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento" de 1905, y la realización de las cuestiones siguientes:

C-1 ¿Cuales son los principales argumentos de Einstein a favor de sus postulados?

C-2 ¿Qué papel juega la simultaneidad en el estudio de espacios y tiempos?

Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento

Título Original: "Zur elektrodynamik bewegter Körper". *Annalen der Physik*, 1905

Es bien sabido que, cuando se aplica a cuerpos en movimiento, la electrodinámica de Maxwell tal como hoy se entiende normalmente conduce a asimetrías que no parece ser inherente a los fenómenos. Tomemos por ejemplo...

Ejemplos de esta clase, junto con los infructuosos intentos de poner de manifiesto el movimiento de la Tierra, con respecto al "medio lumínico", llevan a la conjetura de que ni que los fenómenos de la mecánica, ni tampoco los de la electrodinámica, tienen propiedades que se correspondan con la idea de un reposo absoluto. Más bien, por el contrario las mismas leyes de la electrodinámica y la óptica son válidas en todos los sistemas de referencia en los cuales rigen las leyes de la mecánica, como ya fue mostrado hasta el primer orden. Elevaremos esta conjetura (a cuyo significado haremos referencia como "Principio de Relatividad") al estatus de un postulado e introduciremos también un segundo postulado que es sólo aparentemente irreconciliable con el primero. Este segundo postulado establece que la luz siempre se propaga en el espacio vacío a una velocidad constante "c" que es independiente de la velocidad del objeto emisor. Estos dos postulados son suficientes para desarrollar una teoría simple y consistente para la electrodinámica de los cuerpos en movimiento, basada en la teoría de Maxwell para cuerpos en reposo. La introducción de un "éter lumínico" se mostrará superflua en tanto que el punto de vista aquí desarrollado no requiere de un "espacio en reposo absoluto" provisto de propiedades especiales, como tampoco será necesario asignar un vector velocidad a un punto del espacio vacío donde están teniendo lugar los fenómenos electrodinámicos.

La teoría a desarrollar se basa, como toda la electrodinámica, en la cinemática del cuerpo rígido dado que las afirmaciones de tales teorías están vinculadas a las relaciones entre cuerpos rígidos (sistemas de coordenadas), relojes y procesos electromagnéticos. Una consideración insuficiente de esta circunstancia está en la raíz de las dificultades que encuentra, en el presente, la electrodinámica de los cuerpos en movimiento.

Parte Cinemática

Sección 1 - Definición de Simultaneidad.

Consideremos un sistema de coordenadas en el que son válidas las ecuaciones de la mecánica de Newton. Con el fin de hacer nuestra presentación más precisa y para distinguir verbalmente este sistema de coordenadas de los que introduciremos después, llamaremos a éste "sistema en reposo".

Si un punto material se encuentra en reposo con respecto a este sistema de coordenadas, su posición con relación a este sistema puede ser determinarse mediante el empleo de varillas rígidas de medición y los métodos de la geometría Euclidiana. La posición de este punto puede expresarse empleando coordenadas cartesianas.

Si queremos describir el movimiento de un punto material, damos los valores de sus coordenadas como funciones del tiempo. Sin embargo, debemos ser extremadamente cautos, aceptando que una descripción matemática de este tipo sólo tiene significado físico, si tenemos ya claro qué es lo que entendemos por "tiempo". Debemos tener en cuenta que todos nuestros juicios sobre el tiempo, son siempre juicios de sucesos simultáneos. Si, por ejemplo, yo digo, "ese tren llega aquí a las 7 en punto (7:00 h) en realidad estoy expresando algo así como "La indicación de las agujas de mi reloj, señalando las 7 en punto y la llegada del tren, son sucesos simultáneos".

Podría parecer que todas las dificultades implicadas en la definición de "tiempo" podrían ser superadas si se reemplaza "tiempo" por "la indicación de las agujas de mi reloj". Y de hecho esta definición resulta satisfactoria cuando sólo nos interesa definir un tiempo exclusivamente para el lugar donde se encuentra ubicado el reloj. Pero deja de ser satisfactoria cuando nos interesa relacionar en el tiempo series de sucesos que ocurren en diferentes lugares o, lo que viene a ser lo mismo, para evaluar el tiempo de sucesos que ocurren en lugares alejados del reloj.

Podríamos contentarnos utilizando valores de tiempo situando a un observador con un reloj en el origen de coordenadas, y coordinando las correspondientes posiciones de las agujas del reloj; este observador asigna a cada suceso a evaluar la posición correspondiente a las manecillas del reloj cuando a través del espacio vacío le llegan las señales procedentes de cada suceso. Pero esta coordinación presenta el inconveniente de que no resulta independiente del punto de vista del observador, tal como muestra la experiencia. Llegamos a una mucho más práctica mediante el siguiente argumento.

Si hay un reloj en un punto A del espacio, un observador ubicado en A puede determinar los valores de tiempo de los sucesos que ocurren en la inmediata vecindad de A determinando la posición de las agujas del reloj que es simultánea con cada suceso. Si en el punto B del espacio hay otro reloj, similar en todos los aspectos al reloj ubicado en A, resulta posible, para un observador ubicado en B, determinar los valores de tiempo de los sucesos que ocurren en la inmediata vecindad de B.

Pero no es posible, sin hacer suposiciones adicionales, comparar el tiempo de un suceso de A con otro de B. Hasta ahora sólo hemos definido un tiempo de A y un tiempo de B. No hemos definido un tiempo en común para A y B. Esto último puede realizarse estableciendo por definición que el tiempo que tarda la luz en recorrer el camino de A hasta B, es el mismo que tarda en viajar de B hasta A.

En efecto, supongamos que un rayo comience el recorrido de A hacia B en el tiempo t_A medido en el reloj de A, que se refleje en B hacia A en el tiempo t_B de B y que se registre su retorno a A en el tiempo t'_A de A.

De acuerdo con la definición indicada, ambos relojes están sincronizados si:

$$t_B - t_A = t'_A - t_B$$

Asumimos que esta definición de sincronicidad, está libre de contradicciones y es posible para cualquier número de puntos. También aceptamos que las siguientes relaciones tienen validez universal.

1.- Si el reloj de B está sincronizado con el de A, entonces el reloj de A marcha de forma síncrona con el de B.

2.- Si el reloj de A está sincronizado con el de B y con el de C, entonces los relojes de B y de C están sincronizados entre sí.

De esta forma, con la ayuda de un experimento imaginario hemos podido establecer qué es lo que se entiende por relojes en reposo relativo sincronizados ubicados en diferentes lugares y hemos llegado obviamente a una definición de "simultáneo" y de "tiempo". El "tiempo de un suceso es la lectura obtenida simultáneamente con el suceso por un reloj en reposo ubicado en el lugar del suceso, sincronizado con un determinado reloj estacionario.

Conforme con la experiencia asumimos, además, que la cantidad $c = 2AB / (t'_A - t_A)$ es una constante universal - La velocidad de la luz en el espacio vacío.

Es esencial que el tiempo esté definido por medio de relojes en reposo en el sistema en reposo; puesto que el tiempo así definido resulta apropiado para el sistema en reposo y lo llamaremos "el tiempo en el sistema estacionario", ...

(Extracto del artículo tomado de "Einstein 1905: un año milagroso". John Stachel (ed), 2001)

A.33. ACTIVIDAD COMPLEMENTARIA:

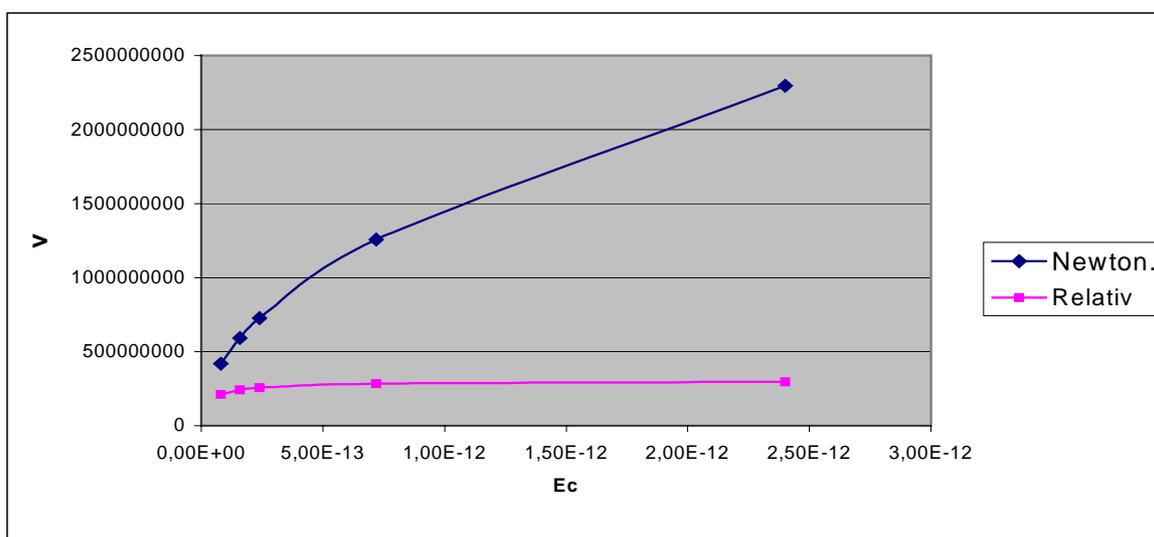
A la luz de las expresiones relativistas cabe justificar las discrepancias experimentales de la A.8. respecto a las previsiones clásicas. Para ello:

- © Con los datos de E_c de la A.8. evalúa la velocidad según las expresiones relativistas.
- © Compara con las expresiones clásicas y experimentales, (p. ej. gráficamente)
- © Establece las conclusiones oportunas.

Comentario A.33.:

Los análisis experimentales conducen a:

E. experimental	Cálculos clásicos		Cálculos relativistas		Experimental
Ec (MeV)	v (m/s)	v/ c	v (m/s)	v/c	v (m/s)
0,50	419083732	1,40	210825018	0,70	$2,60 \cdot 10^8$
1,00	592673898	1,98	243939729	0,81	$2,73 \cdot 10^8$
1,50	725874317	2,42	259003530	0,86	$2,88 \cdot 10^8$
4,50	1257251196	4,19	284251671	0,95	$2,96 \cdot 10^8$
15,00	2295416136	7,65	295003292	0,98	$3,00 \cdot 10^8$



La actividad propuesta basada en el experimento de Bertozzi puede explicarse de una forma más coherente con la esencia de la relatividad. Ya se ha estudiado en el debate acerca de la masa relativista que la perspectiva correcta no es la que centra la atención en lo que le ocurre a la partícula sino en las modificaciones en la estructura del espacio y el tiempo, y que, una transformación puramente cinemática basada en las propiedades del espacio tiempo brinda una explicación completa, manejando la masa invariante (French, 1991).

Conviene salir pues al paso de estas interpretaciones, muy extendidas todavía, acerca de la variación de la masa con la velocidad y en general del uso, hoy desfasado, de la masa relativista. No obstante es preferible no eludir el problema de su antiguo uso pues, hoy por hoy, todavía tiene cierta extensión por una inercia en los manuales y en los profesores. Y, si bien ya ha desaparecido en los manuales especializados hace un par de décadas, y lo está haciendo en los textos universitarios en la última, (p. ej. Alonso y Finn, 1995). Todavía su presencia permanece en un porcentaje sustancial de textos de física general.

Es aconsejable usar una estrategia basada en la explicitación de las razones por las que se usaba masa relativista, la exposición de los problemas y limitaciones de su utilización, generando insatisfacción con respecto al concepto de dicha masa lo que puede contribuir a la modificación de las ideas que los estudiantes y los profesores de Física de bachillerato tienen al respecto. Se

puede usar, si así se desea, una interpretación de lo que ocurre en el experimento de Bertozzi, en el comportamiento a grandes velocidades y su explicación en términos de espacio y tiempo.

A.44. ACTIVIDAD COMPLEMENTARIA: Visualización del vídeo “La transformación de Lorentz” de la colección “Mas allá del Universo Mecánico” (editado por Arait Multimedia).

Comentario :

Toda la cinta de 30' de duración , es de sumo interés como actividad complementaria, y repasa con animaciones todo el proceso deductivo de la transformación y su génesis histórica.

EJERCICIOS DE CONSOLIDACIÓN

1. Si se aplicara una fuerza constante a un cuerpo durante un tiempo indefinido, explicar cómo variaría con el tiempo la velocidad adquirida por el cuerpo. (Selectividad 1991)
2. La vida media del neutrón libre es 700 s. ¿Cuál sería su vida media si fuese acelerada hasta alcanzar velocidades de 0,7 veces la velocidad de la luz respecto al observador? Interpretar el resultado. (Selectividad 1988)
3. Una varilla de 1 m de longitud se mueve con velocidad constante en sentido longitudinal respecto de un observador. ¿Qué valor ha de tener la velocidad para que el observador mida una longitud de 0,5 m? (Selectividad. 1992)
4. La longitud propia de cada uno de los lados de un cuadrado es a. Hallar el perímetro de este cuadrado en un sistema de referencia, que se mueve a velocidad constante u en la dirección paralela a la base. Estudiar el resultado para los casos en que $u \ll c$ y para cuando u tiende a c. (c es la velocidad de la luz). (Selectividad. 1994)
5. En el hemisferio Norte, la estrella más brillante es Sirius A, que se encuentra a 8,5 años-luz de la Tierra. Calcular a qué velocidad constante deberá viajar una nave espacial para llegar a la estrella en 12 años, medidos por un observador de la nave. Dato: $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. (Selectividad. 1991)
6. Calcular la distancia, medida por un observador situado en la Tierra, recorrida por un mesón pi antes de desintegrarse si su velocidad es 0,8c. La vida media en reposo es de $2,6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$.
7. ¿Es aplicable la fórmula $E = m \cdot c^2$ a partículas que se mueven con la velocidad de la luz? ¿Es aplicable sólo a ellas?
8. El neutrino es una partícula elemental con masa en reposo nula que se mueve con la velocidad de la luz. Justificar si se puede captar un neutrino.
9. La masa del protón es $1,672 \cdot 10^{-24} \text{ g}$. ¿Cuál sería su energía si fuese acelerado hasta alcanzar una velocidad de 0,8 veces la de la luz con respecto al observador? Interpretar los resultados.
10. Razónese la veracidad o falsedad de la siguiente frase: Para aumentar la velocidad de un objeto de masa m desde el reposo hasta la velocidad de la luz c, el trabajo necesario es $mc^2/2$. (Selectividad. 1992)

11. Demostrar que si un cuerpo emite energía E en forma de radiación en todas las direcciones, la masa del cuerpo resultante está disminuida en E/c^2 . ¿A qué velocidad debe disminuir la masa para obtener 30 Mw?

Comentario ejercicios de consolidación

Estas actividades son un recurso para consolidar aspectos, fundamentalmente cuantitativos, y pueden intercalarse en la secuencia didáctica o utilizarse a modo de actividades finales de consolidación.

SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS:

2. 980,20 s. 3. 0,87c m/s. 4. $2a(1 - v^2/c^2)^{1/2} + 2a m$; 4a m; 2a m.
 5. 0,58c m/s. 6. 10,32 m. 9. $2,79 \cdot 10^{-24}$ kg. 11. $3,3 \cdot 10^{-10}$ kg/s.

ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

1.- Si una nave espacial se aleja de una estrella con una velocidad de 0,5c, ¿qué velocidad medirían los tripulantes de la nave para la luz de la estrella?

2.- La vida media en reposo de un neutrón libre es de 700 s:

- a) ¿Cuál es la vida media si se le comunica una velocidad de 10^5 km/s?
 b) Si la velocidad de la luz en el vacío fuera de $1,5 \cdot 10^5$ km/s, ¿cuál sería la vida media comunicándole una velocidad de 10^5 km/s? Comparar con el resultado anterior y extraer conclusiones. (Selectividad. 1989)

3.- Una nave espacial tiene una velocidad de 0,5c. La longitud medida por los tripulantes de la nave es de 150 m. Calcular la longitud medida por un observador exterior a la nave.

4.- La estrella más próxima a la Tierra es α -Centauri, situada a 4 años-luz.

- a) ¿A qué velocidad constante deberá viajar una nave espacial para llegar a la estrella en 3 años, medidos por los viajeros de la nave?
 b) ¿Cuánto dura el viaje según un observador terrestre?
 (Selectividad. 1989)

5.- Una barra de hierro al rojo vivo se enfría hasta la temperatura ambiente. Justificar si varía su masa.

6.- Razonar acerca de que las partículas con masa en reposo nula, se mueven con la velocidad de la luz.

7.- Un mesón pi ($m_0 = 2,5 \cdot 10^{-28}$ kg) se mueve con una velocidad de 0,8c. Calcular su energía cinética.

8.- La teoría de la Relatividad de Einstein, ¿Justifica la afirmación filosófica de que todo es relativo?

9.- Señalar influencias de la teoría de la Relatividad en el pensamiento contemporáneo.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Comprender como la salida a la situación problemática en que se encontraba la Física Clásica a finales del XIX, precisó de un cambio radical en sus fundamentos (La física clásica por ejemplo no puede explicar una serie de fenómenos como el incumplimiento por la luz del principio de relatividad de Galileo, o la existencia de una velocidad límite).

2. Comprender los postulados de la Relatividad de Einstein y cómo da salida a los problemas anteriores.

3. Utilizar los principios de la Relatividad para explicar alguna de sus implicaciones: dilatación del tiempo, contracción de la longitud, comportamiento de partículas a gran velocidad y equivalencia masa /energía.

4. Calcular el periodo de semidesintegración de una partícula con velocidades próximas a las de la luz, comparándolas con los que tendría en reposo. Razonando del porqué de este comportamiento desde distintos Sistemas de Referencia Inerciales.

5. Utilizar la equivalencia masa/energía para determinar la energía que se libera en una reacción nuclear o química.

6. Manejar ámbitos de usos, y el sentido del límite clásico. Señalar los límites de validez de la Física clásica que pone de manifiesto la Física relativista, e indicar las diferencias más notables entre Mecánica clásica y Mecánica relativista

7. Apuntar hacia experiencias o ámbitos de uso práctico de la Teoría, y la existencia de limitaciones.

8. Señalar implicaciones de la teoría de la Relatividad en la filosofía, en el arte, etc.

7 PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LOS DISEÑOS REALIZADOS PARA LA PUESTA A PRUEBA DE LA SEGUNDA HIPÓTESIS.

Se exponen a continuación los resultados obtenidos al aplicar los diseños para la puesta a prueba de nuestra segunda hipótesis. Recordemos que según ella era posible construir activamente y con corrección científica los aspectos más significativos de la Teoría de la Relatividad, atendiendo tanto a su entronque en el conjunto de la Física, como a las relaciones Ciencia-Técnica-Sociedad. El objetivo es lograr un aprendizaje más significativo y estable en los estudiantes.

Los diseños elaborados se dirigen convergentemente hacia la puesta a prueba de las tres subhipótesis en que se desglosó la hipótesis y, en esencia, se ordenan en torno a un programa de actividades, de orientación constructivista para el aprendizaje de la Teoría Especial de Relatividad en 2º de bachillerato. Los resultados se han obtenido, tras su aplicación en el aula, mediante el análisis de entrevistas y cuestionarios sobre aprendizaje y actitudes de los alumnos. Se ha procedido también al estudio de la valoración que, de la propuesta didáctica, realizan profesores de bachillerato en activo y que habitualmente imparten la materia.

El punto clave es indagar si los distintos instrumentos muestran una correlación y coherencia en sus resultados, de tal forma que indiquen, efectivamente, que se puede lograr un aprendizaje de más calidad que el obtenido habitualmente.

En el estudio han participado 31 profesores en activo de diversos centros en los cuales imparten el 2º de bachillerato; 107 alumnos en grupos experimentales y 54 estudiantes de control, que provienen de cinco centros diferentes, así como tres profesores que han aplicado los materiales alternativos.

7.1 RESULTADOS REFERENTES A LA ELABORACIÓN DE MATERIALES ALTERNATIVOS PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA ENERGÍA.

La puesta a prueba de la primera subhipótesis pasaba por la efectiva preparación de estos nuevos materiales. Su fundamentación y discusión se ha realizado ampliamente en el capítulo anterior, donde se ha detallado la propuesta didáctica y comentado los ítems. Conviene indicar que en su realización se han utilizado algunas actividades procedentes de un texto de 2º de bachillerato (Solbes y Tarín, 1996).

7.2 RESULTADOS REFERENTES AL CAMBIO EN EL APRENDIZAJE DE LOS ESTUDIANTES DE LOS GRUPOS EXPERIMENTALES Y EN SUS ACTITUDES.

Para la puesta a prueba de la segunda subhipótesis se ha recurrido a tres diseños convergentes: el primero compara los resultados obtenidos por los estudiantes de los grupos experimentales respecto a los de control. Se usa para ello el cuestionario que se ha presentado en el capítulo IV, y utilizado en la comprobación de la primera hipótesis tal y como se describe en el capítulo VI. Este cuestionario a aplicar tras el estudio del tema, consta de 9 ítems, y recorre los aspectos esenciales de la Teoría de la Relatividad. Se presentarán tablas de resultados, gráficos comparativos y se analizarán los resultados obtenidos y su significatividad.

Un segundo diseño consiste en la realización de entrevistas que permitan profundizar en las concepciones de los estudiantes.

Por último, mediante un cuestionario se indaga en la valoración de los estudiantes sobre el proceso de aprendizaje y la metodología seguida.

7.2.1 Resultados obtenidos en la comprobación de que los estudiantes de los grupos experimentales muestran una mejora en el aprendizaje de la relatividad.

La aplicación del cuestionario para estudiantes de 2º de bachillerato nos permitirá indagar en qué grado se ha producido una mejora en el aprendizaje. El estudio estadístico ha de permitir dilucidar, a un nivel de probabilidad prefijado, si efectivamente se produce un cambio significativo en los resultados obtenidos en los diferentes ítems, en el sentido de incrementar el porcentaje de respuestas correctas entre el grupo de control y el experimental. Denominamos como grupo experimental a los estudiantes que han seguido nuestra propuesta, en contraste con los que no lo han hecho, a los que nos referiremos como grupo de control. Utilizamos como tales a los estudiantes con los que se contrastó la primera hipótesis y cuyos resultados manifestaron importantes insuficiencias en su aprendizaje.

ALUMNOS PARTICIPANTES EN EL ESTUDIO

PARTICIPANTES	Nº ALUMNOS	GRUPOS	CENTRO
<u>Grupo de Control:</u>	14	1	Instituto A
54 Estudiantes	23	1	Colegio A
	17	1	Instituto B
<u>Grupo Experimental:</u>	29	2	Instituto C (Otros)
Grupo 1: 64 estudiantes	35	1	Colegio A (Otros)
Grupo 2: 43 estudiantes.	43	2	Instituto D (Autor)

En los alumnos experimentales se ha diferenciado entre los estudiantes tratados por otros profesores y los tratados directamente por el autor, al efecto de valorar el sesgo positivo que entraña esa característica (efecto Hawthorne).

TABLAS DE RESULTADOS Y COMENTARIOS

Resultados de los ítems con los alumnos de 2º bach.	G. Control N = 54		G. Exp. 1º N = 64			G. Exp. 2º N = 43		
	%Sí	Sd	%Sí	Sd	α<0,01	%Sí	Sd	α<0,01
1º Manifiesta una concepción apropiada del espacio , mínimamente diferenciado en características y atributos.	13,0	4,6	57,8	6,2	5,8 Sí	86,0	5,3	10,4 Sí
2º Manifiesta una concepción apropiada del tiempo , mínimamente diferenciado en características y atributos.	20,4	5,5	64,1	6,0	5,4 Sí	72,1	6,8	5,9 Sí
3º Manifiesta una concepción apropiada del concepto de espacio absoluto y rechazan, con argumentos su existencia.	9,3	4,0	43,8	6,2	4,7 Sí	60,5	7,5	6,1 Sí
4º Indica los puntos esenciales de la Relatividad especial	33,3	6,4	79,7	5	5,7 Sí	90,7	4,4	7,4 Sí
5º Manejan de forma correcta el concepto de tiempo propio .	18,5	5,3	56,3	6,2	4,6 Sí	72,1	6,8	6,2 Sí
6º Responden correctamente acerca de la medida de la longitud de cuerpos asimétricos en movimiento.	33,3	6,4	70,3	5,7	4,3 Sí	88,4	4,9	6,8 Sí
7º Proporciona una opinión correcta acerca del uso de la sustituyendo en las expresiones dinámicas. m por $m_0/(1-v^2/c^2)^{1/2}$.	14,8	4,8	31,3	5,8	2,2 No	51,2	7,6	4,0 Sí
8º Proporciona una explicación correcta del significado de la ecuación E=mc² , manejando la masa invariante.	18,5	5,3	59,4	6,1	5,0 Sí	65,1	7,3	5,2 Sí
9º Razona correctamente acerca de la energía de los procesos nucleares de fisión.	22,2	5,7	45,3	6,2	2,7 Sí	62,8	7,4	4,4 Sí

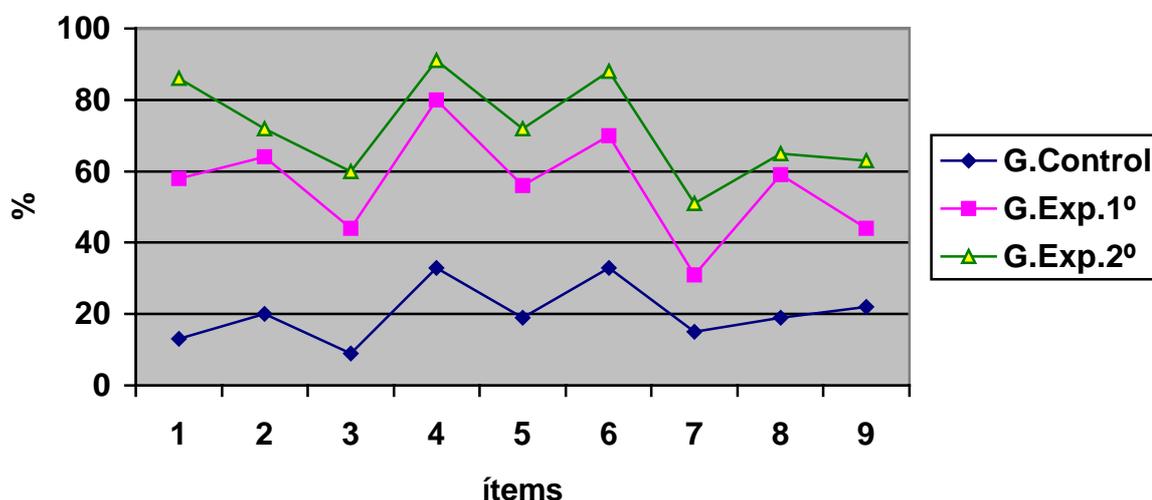
Estadísticamente el problema se reduce a averiguar si las dos muestras que queremos comparar, y cuyos datos se han obtenido de los mismos ítems, provienen, o no, de una misma población, en cuyo caso rechazaríamos la hipótesis. No existirá diferencia significativa entre m_1 y m_2 (procedencia de ambas muestras de una misma población) si:

$$d_{cl} = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \in (-tc; +tc)$$

Fijamos un nivel de significación de 0'01, es decir aseguramos que el resultado de los grupos ha de ser diferente con una probabilidad igual o superior al 99%.

En la tabla se recogen los % de respuestas correctas correspondientes al cuestionario, la desviación estándar (s.d) y se indica si la diferencia entre los resultados entre el grupo de control y los experimentales (del autor u otros profesores) es significativa. Con los tamaños muestrales suministrados, en torno a los 50 datos, hemos de obtener valores superiores a 2'68 para el parámetro t de Student.

Como se deduce de los resultados, en ambos tratamientos obtenemos valores considerablemente superiores al valor mínimo fijado $t > t_{\text{mínimo}}$, tanto en el grupo experimental 1º como en el grupo experimental 2º. Esto es así en todos los ítems salvo en uno de ellos (Ítem 7), en éste se obtiene un valor próximo al caso crítico para el 99% pero superior al del parámetro t crítico (2,01) para el 95 %.



A continuación se repasan pormenorizadamente los resultados obtenidos para cada ítem.

1 Expón las ideas que tengas sobre el espacio. ¿Qué es el espacio?

Estudiando los resultados obtenidos por los grupos experimentales, en comparación con los grupos de control, se observa una diferencia muy significativa en el porcentaje de las respuestas conceptuadas como suficientemente correctas, 13,0%, frente al 86,0% del grupo experimental 2º y el 57,8% de los estudiantes del grupo experimental 1º. La diferencia entre los grupos experimentales es también considerable.

El espectro de las respuestas obtenidas en cada caso es muy diferente. Los estudiantes tratados, con independencia de la corrección de sus ideas, muestran que han manejado explícitamente la noción abstracta del espacio, tal y como podemos ejemplificar con este extracto:

“El espacio es el lugar donde se encuentran los objetos, tiene la propiedad de tener tres dimensiones en las cuales podemos medir los objetos y situarlos a una distancia unos de otros. Posee propiedades tales como la isotropía, homogeneidad, continuo. Se dice que es relativo porque cada sistema de referencia mide distancias que pueden ser distintas de las que mide otro. No hay ninguno de fondo, absoluto, todos sirven igual”.

El tipo de respuestas obtenidas ha cambiado, con relación a los alumnos de control. Al igual que en estos, en los alumnos experimentales se mantiene la noción de espacio como lugar, pero ha desaparecido tanto la identificación de espacio con vacío, como la acepción de espacio como distancia existente en cuerpos reales. Igualmente tampoco lo introducen con interpretaciones geométricas desde la cinemática, como el 18,5% en los estudiantes de 2º de bachillerato pertenecientes a los grupos de control, para los cuales se trataba de “espacio recorrido” sobre una trayectoria

En términos generales, y aunque en ocasiones los razonamientos de los estudiantes carezcan de sistematización, el análisis de las respuestas muestra un incremento sustancial en el número de los alumnos que exponen una visión más avanzada del concepto que, aunque no muy precisa, es favorable a nuestra hipótesis. Por lo general, muestran la superación del concepto clásico en línea a las ideas relativistas y, al menos formalmente, la noción de un marco absoluto es rechazada en la totalidad de las respuestas.

En las respuestas se indican atributos que enriquecen el concepto y la primera conclusión es, que en contraste con los grupos de control, se ha incrementado sustancialmente, 58-86%, frente a un 13,0%, la mención expresa a alguna de estas propiedades. Estos valores son indicativos de la mejora en el aprendizaje, por ejemplo:

“...que vivimos en un espacio [...] que en la relatividad nuestro espacio es homogéneo, isotrópico pero no es absoluto. Y al igual que el tiempo es relativo y que cada sistema de referencia tiene su propio tiempo para la duración de las cosas, la distancia no es universal y que las longitudes no son iguales en todos los sistemas de referencia aunque todos los sistemas de referencia son igual de válidos”.

Parece oportuno señalar que los estudiantes de control no hacen mención a las propiedades del espacio. Mientras que los estudiantes experimentales, por el contrario, fijan su atención en estas propiedades, y no sólo en el carácter no universal del espacio y su dependencia con el sistema de referencia.

La atención a estas propiedades que lo caracterizan conecta con reflexiones posteriores, pues estarán en la base de principios clave de simetría, que desembocan en leyes de conservación. Esto es indicativo de que el aprendizaje no se limita a resaltar la diferencia con las concepciones clásicas, si no que por el contrario se da un estudio de la situación problemática de partida y la profundización en los conceptos. Los resultados son coherentes con nuestra hipótesis.

2	Expón las ideas que tengas sobre el tiempo.
---	---

Un elevado porcentaje de alumnos del grupo experimental 2º, 72,1%, y del grupo experimental 1º, 64,1%, muestran una concepción más madura del tiempo, frente al 20,4% de respuestas correctas encontradas en el grupo experimental.

El carácter relativo del tiempo, y la admisión razonada de la relatividad, se da comúnmente entre los estudiantes de los grupos experimentales, tal y como se muestra, por ejemplo, en este fragmento:

“El tiempo no es el mismo para todos los observadores. Dos observadores que estén observando el mismo fenómeno, y uno esté quieto con relación a la acción, y el otro no, o que se muevan con relación a ella a distinta velocidad, pueden no estar de acuerdo en el tiempo en que ha transcurrido la acción y ser ambos resultados igual de válidos”.

Esta respuesta atiende a la perspectiva de la igualdad esencial entre el estatus de los distintos sistemas de referencia: todos los tiempos transcurren igual en todos los sistemas de referencia y fenómenos análogos producen resultados análogos.

Al igual que lo indicado en la cuestión acerca del espacio, se indican en las respuestas atributos que enriquecen el concepto, incrementándose sustancialmente la mención expresa a alguna de sus propiedades y, por lo general, no se limitan a mencionar únicamente el carácter no universal de la duración de los fenómenos. En los grupos de control los estudiantes se centraban en exclusiva en el aspecto relativo del tiempo, pero aparte de la mención a esta propiedad, no son capaces de concretar bien el fundamento, ni profundizar, o ejemplificar, el concepto. Por el contrario, entre los estudiantes de los grupos experimentales se amplía, efectivamente, el abanico de propiedades mencionadas. Como muestra, por ejemplo, el siguiente fragmento:

“El tiempo es infinito, continuo, homogéneo, pasivo y es relativo ya que el resultado de medir la duración de un intervalo de tiempo, depende del movimiento entre dicho fenómeno y el observador del sistema de referencia. El tiempo impropio siempre será mayor que el propio $\Delta t > \Delta t_p$. No existe por tanto un tiempo absoluto en que suceda todo”.

En suma, los resultados son efectivamente, conformes con las expectativas de la hipótesis.

3	Qué son los sistemas de referencia ¿para qué sirven?
---	--

Puede compararse los resultados obtenidos por los estudiantes del grupo de control, 9,3%, y los alumnos experimentales, bien del grupo experimental 1º, 43,8%, o del grupo experimental 2º, 60,5%. Hay por tanto una mejora sustancial en la comprensión del carácter relativo del espacio.

El concepto de espacio absoluto parece ser comprendido, y los estudiantes admiten la relatividad y la igualdad de estatus entre los distintos sistemas de referencia. Por ejemplo, se suelen obtener fragmentos como el siguiente:

“... no hay ningún sistema absoluto, todos son relativos e igual de importante. por tanto las magnitudes son relativas, tampoco son absolutas, ya que desde cada sistema de referencia se miden unos valores distintos según donde estemos. Por tanto no hay ningún espacio absoluto ni ningún tiempo absoluto.

O del tipo:

“Pues para la física clásica el espacio era independiente de los objetos que contiene, era un sistema de referencia absoluto, isótropo en las tres dimensiones y homogéneo, pero en la relatividad ya no es absoluto y cada en cada sistema de referencia salen longitudes y tiempos relativos a ellos, pero en cada uno tiene estas características pero no son iguales”.

Pese a las dificultades, parece que un mayor porcentaje de estudiantes parece haber efectuado el tránsito hacia la intelectualización de este espacio. No obstante, una cierta estandarización de las respuestas apunta a que parece necesaria una indagación más fina acerca del pensamiento de los estudiantes, lo que se abordará posteriormente mediante el uso de entrevistas. Por último, hay una importante disminución del porcentaje de contestaciones que no se centran en la cuestión o no responden.

Conforme a estas ideas podemos asumir que el conjunto de las respuestas apoya la línea recogida por nuestra subhipótesis.

4 Indica, a modo de resumen, los que consideres puntos esenciales en la Relatividad.

La identificación correcta de los puntos esenciales, alcanza a un 90,7% de los estudiantes pertenecientes al grupo experimental 2º. El porcentaje es así mismo elevado entre los tratados en el grupo experimental 1º (79,7%). Estos porcentajes suponen un gran contraste con los resultados obtenidos por el grupo de control, en el que hasta un 33,3% de alumnos no identifican los puntos esenciales.

El estilo de las respuestas muestra como un tratamiento que plantea la enseñanza como un proceso de enseñanza por investigación, proporciona pautas razonadas del por qué de la necesidad de una nueva teoría. Es decir, se da sentido al aprendizaje al partir de una situación problemática de partida reflexionada, en línea con la investigación científica, y un proceso lógico de introducción guiada del conocimiento.

El siguiente fragmento pertenece a un alumno singularmente brillante y se muestra para ejemplificar la forma en que el hilo conductor y las actividades panorámicas y de síntesis han proporcionado una lógica a los aspectos conceptuales estudiados:

“Galileo decía en su principio de la relatividad que es imposible distinguir por medios mecánicos si un cuerpo estaba en reposo respecto a otro o se mueve con MRU. Lo que aportó Einstein es la idea de que esto es totalmente imposible distinguir

entre reposo y MRU por cualquier otro medio como por ejemplo con óptica. Por eso fracasó el experimento de Michelson y Morley. No hay espacio absoluto.

Por otra parte la velocidad de la luz es constante para cualquier observador.

De estos dos postulados se pueden deducir las modificaciones del tiempo y el espacio. Otro punto importante es considerar que un cuerpo en reposo posee una energía debida a su masa”.

Este texto es muy indicativo de la forma en que el estudiante se ha introducido en el tema, y la manera en que inserta la nueva teoría en el marco de su conocimiento físico. Por último enuncia las repercusiones que se derivan de los postulados.

Los resultados obtenidos pueden ser recogidos en forma de tabla:

	Control %	Exp. 1º %	Exp. 2º %
Se centran en los puntos esenciales.	33,3	79,7	88,4
Se limitan a aspectos parciales.	37,0	17,2	7,0
No apuntan los aspectos clave o no contestan.	29,7	3,1	4,7

Globalmente se da, entre los alumnos experimentales, un elevado reconocimiento de lo esencial, y muy pocos alumnos, en torno al 4,7%, se ven incapaces de contestar al ítem, en contraste con el 29,7% de los estudiantes de los grupos de control que no son capaces de indicar algún punto esencial, o no se centran en ningún aspecto relevante.

5 Como se sabe en muchos fenómenos típicos de la relatividad está involucrado el tiempo. Valora este caso:

Dos pilas de reloj idénticas se conectan al cruzar un cohete con una alta velocidad ($0,6c$) por delante de una estación espacial, una en el cohete y otra en la estación. El piloto cronometra en su reloj el tiempo que tarda en consumirse la pila y comunica su resultado por radio a la estación. El valor comunicado será.

a) igual al obtenido con la pila en la estación b) mayor c) menor d) depende

COMENTA:

La dispersión de respuestas entre los estudiantes de control que contestan al ítem, abarcaba aspectos que prácticamente desaparecen de las valoraciones del grupo experimental, tales el uso de masa relativista, o la velocidad de la luz como límite físico, que es citada como punto esencial por el 22,2% de los alumnos experimentales. Este punto no es el más importante para la inmensa mayoría de los estudiantes de grupos experimentales que asumen como punto central el principio de relatividad.

En este ítem, cerca de tres cuartas partes de los alumnos tratados por el autor, 72,1%, son capaces de manejar de forma comprensiva las duraciones de fenómenos idénticos, en dos sistemas de referencia en movimiento rectilíneo

uniforme entre sí. Es decir, manejan correctamente ante una cuestión práctica, el concepto de tiempo propio y las simetrías implicadas..

Sin embargo no les resulta sencillo razonar adecuadamente por escrito, y mostrar una buena comprensión de las simetrías inherentes a la manipulación de tiempos. Esto se percibe también en la disminución a un 56,3% de las respuestas correctas entre los alumnos tratados por otros profesores. Aún así es evidente el progreso frente a un muy escaso 18,5% en el grupo de control.

Algunas respuestas ilustran muy bien los puntos relevantes en juego:

“ El observador en reposo con el suceso es para el que el tiempo es menor, es el tiempo propio. El observador que se ve a sí mismo en reposo y observa la acción de lo que sucede en otro sistema que se mueve percibe un tiempo mayor, mientras que para otro que esta moviéndose con él, se ve a sí mismo en reposo y considera su tiempo menor”.

Esta respuesta incluye la consideración de la no universalidad del tiempo, el carácter relativo de la medida según el sistema de referencia, y el concepto de tiempo propio como el mínimo obtenido por cualquier observador.

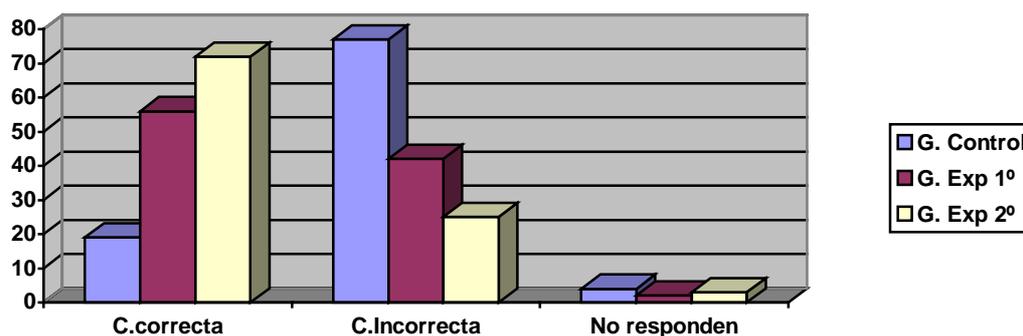
“El fenómeno de su dilatación, ya que el resultado de medir la duración de un intervalo de tiempo, depende del movimiento entre dicho fenómeno y el observador del sistema de referencia. El tiempo impropio siempre será mayor que el propio.

Estas respuestas son representativas de los razonamientos que explican la respuesta del ítem de elección múltiple. En general les resulta difícil plasmar con precisión su pensamiento. Esta dificultad en la formulación precisa de las ideas por parte de los estudiantes, hace que resulte especialmente interesante completar el estudio con una indagación más detallada mediante entrevistas, lo que se hará posteriormente.

Podemos mostrar en forma de tabla la distribución de respuestas:

	Control %	Exp. 1º %	Exp. 2º %
Se obtiene igual duración (resultado correcto)	18,5	56,3	72,1
Resultado incorrecto	77,8	42,2	25,6
No contestan	3,7	1,6	2,3

De una forma llamativa, el porcentaje de alumnos que no aventuran la respuesta es muy bajo en cualquiera de los grupos. Esto es así porque muchos alumnos manejan de una forma acrítica la idea de una dilatación del tiempo. Esta irreflexividad les conduce al error en este ítem, que es lo que muestran los resultados en los grupos de control. Los errores ceden considerablemente entre los alumnos experimentales.



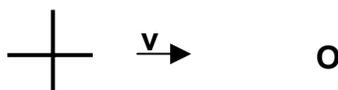
Además, por otra parte, entre los alumnos experimentales no se recurre tan a menudo al uso acrítico de la expresión $\Delta t' = \Delta t / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$ y se supera, en cierto grado, el operativismo que no es de aplicación al caso. Este error se detecta muy frecuentemente entre los alumnos de control.

En suma, de la exposición realizada se puede considerar que el aprendizaje realizado por la generalidad de los alumnos experimentales ha mejorado de forma significativa conforme se propone en la hipótesis.

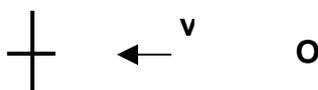
6 Una de las ideas importantes que se derivan de la TER es la que afecta a la medida de la longitud de cuerpos en movimiento. Estudia el siguiente caso:

Una cruz tiene brazos iguales en un sistema de referencia en el cual está en reposo. Se mueve en disposición frontal. Decir cuál de las siguientes situaciones es correcta.

a) La cruz se acerca al observador inercial **O** con velocidad **v** como indica la figura y por tanto este observador ve que la cruz tiene los brazos iguales.



b) La cruz se aleja del observador inercial **O** con velocidad **v** como indica la figura y por tanto este observador ve que el brazo de la cruz paralelo a la dirección de la velocidad de separación es menor que el brazo perpendicular.



c) La cruz se acerca al observador inercial **O** con velocidad **v** como indica la figura y por tanto este observador ve que el brazo de la cruz perpendicular a la dirección de la velocidad de separación es menor que el brazo paralelo



d) Ninguna de las anteriores es correcta. **COMENTA:**

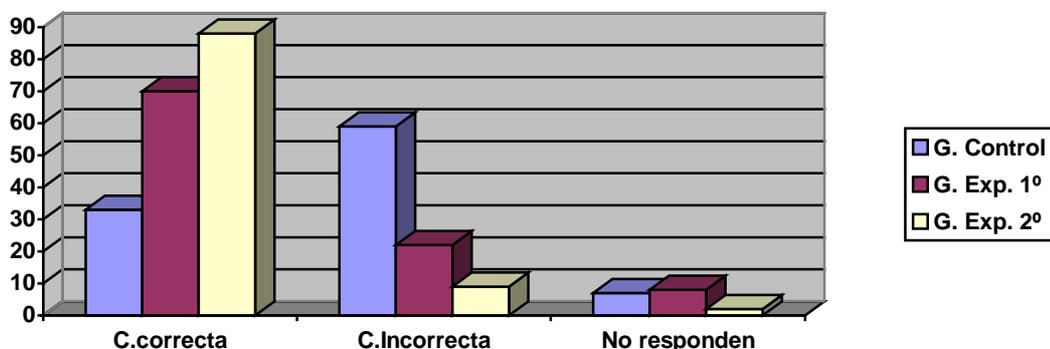
Hay diferencias apreciables entre los resultados obtenidos por unos y otros alumnos. Responden correctamente acerca de la medida de la longitud de cuerpos asimétricos en movimiento. Aproximadamente el 88,4% de los estudiantes de los grupos experimental 2º, y el 70,3% de los tratados en el grupo experimental 1º, frente al 33,3% de los estudiantes del grupo de control.

En la siguiente tabla se recogen los resultados de los tres grupos:

	Control %	Exp. 1º %	Exp. 2º %
Contestan correctamente (se aleja con velocidad V).	33,3	70,3	88,4
Eligen una opción incorrecta	59,3	21,9	9,3
No contestan.	7,4	7,8	2,3

La dificultad de manejar significativamente los factores geométricos de la contracción, estaba presente en el manejo de los factores alejamiento/acercamiento, y no se ha eliminado del todo, pero se ha obtenido una mejora significativa a la luz de los resultados. La mejora es sustancial sobre el grupo de control en que las respuestas erróneas alcanzan hasta el 59,3%. Estos valores son un indicio de que la aparente sencillez del ítem no es tal.

Por otra parte, en ningún caso se han obtenido en los grupos



experimentales, comentarios aberrantes, o claramente distorsionados, en contraste con lo acaecido con el grupo de control.

Un comentario típico de un estudiante que contesta correctamente es por ejemplo el siguiente:

“Tanto si se acerca como si se aleja las longitudes paralelas a la velocidad sufren un acortamiento mientras que las longitudes perpendiculares a la velocidad permanecen invariables”.

- 7 Las fórmulas pueden ser difíciles, uno de los trucos que se utiliza a veces es aprovechar las ecuaciones conocidas de la mecánica sustituyendo m por $m_0 / (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$. ¿Es, en tu opinión, una buena estrategia, o puede llevar a error en algún caso?

Este ítem obtiene uno de los resultados más pobres, incluso entre los alumnos del grupo experimental 2º apenas se supera el 50% de respuestas correctas (51,2%), 31,3% del grupo experimental 1º, frente a un 14,8% de los alumnos de control.

Podemos concluir que la tentación de mantener el esquema clásico es una tendencia conservadora natural entre los estudiantes, que les conduce con facilidad al error. Son escasas las respuestas que adoptan un criterio claro como la siguiente:

“En mi opinión no es una buena estrategia, pues no siempre se pueden utilizar las fórmulas de la mecánica clásica, como por ejemplo en el caso de la energía cinética. No podemos decir que $E_c = \frac{1}{2} \gamma m v^2$; ya que la $E_c = (\gamma - 1) mc^2$ ”.

En esta respuesta, efectivamente, se ha identificado correctamente el problema. Sin embargo, el criterio aplicado es de carácter práctico, y no apunta a la raíz de la conexión entre la mecánica clásica y la relativista, ni apunta a las modificaciones que aporta la relatividad.

El siguiente ejemplo, aparentemente poco elaborado, sí esboza esas dos ideas:

“Hay que tener cuidado ya que las fórmulas relativistas y las de la mecánica clásica coinciden sólo en el caso de velocidades mucho menores que las de la luz y por eso fallaron a velocidades próximas a la luz. Además, por ejemplo, no tienen en cuenta la energía equivalente de la masa”.

Es de destacar que este ítem aparentemente sencillo da lugar al porcentaje más alto de ítems no contestados, más de un 30% en ambos grupos experimentales lo que es otro índice de la dificultad.

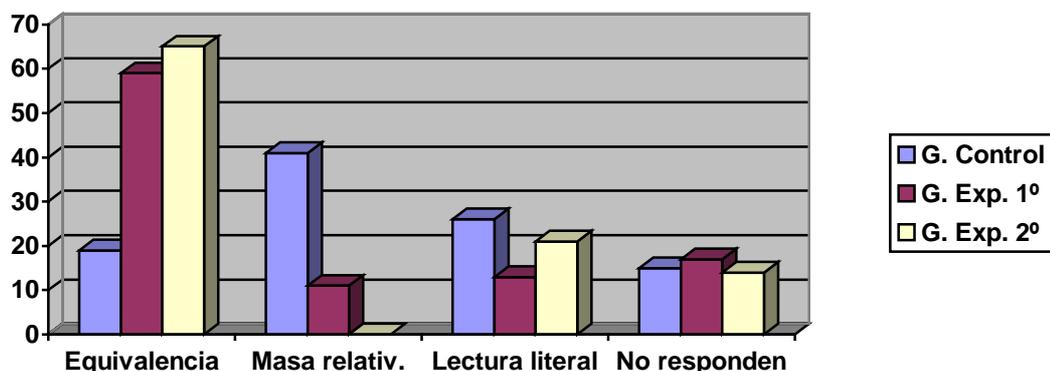
- 8 La ecuación $E=mc^2$ es una de las más conocidas. ¿Cuál es su significado?

En este ítem, las respuestas correctas de los estudiantes del grupo de control, 18,5% son considerablemente superadas por los alumnos tratados con el programa alternativo, tanto los que lo han sido en el grupo experimental 1º, 59,4%, como, entre los tratados por el autor en el grupo experimental 2º (65,1%).

Podemos agrupar las respuestas de los estudiantes a la cuestión planteada del siguiente modo:

	Control %	Exp.1º %	Exp.2º %
Siguen una interpretación basada en la equivalencia energía y masa (invariante).	18,5	59,4	65,1
Usan de la masa relativista	40,7	10,9	0,0
Lectura de la fórmula sin contenido de equivalencia	26,0	12,5	20,9
No responden o lo hacen de forma muy deformada	14,8	17,2	14,0

La interpretación que maneja la expresión en la forma $E_0 = m c^2$ aumenta sustancialmente entre los grupos experimentales, lo que es lógico dada la orientación con que se ha planteado el tema. Esto conduce paralelamente a la drástica disminución del uso de la masa relativista.



Los estudiantes asumen con relativa facilidad la equivalencia masa-energía, aunque lo estándar de la mayoría de las respuestas indica que el conocimiento no ha sido operativizado e integrado suficientemente. Una respuesta típica suele ser similar a la siguiente:

“Esta ecuación significa que un cuerpo ya tiene determinada energía por el simple hecho de existir y tener masa, y que esta energía es proporcional a su masa”.

Algunas respuestas incluyen interpretaciones que salen claramente al paso de la noción de masa relativista, opción ausente en el grupo experimental tratado por el autor y muy residual en el otro grupo experimental. Esto se recoge en respuestas del tipo siguiente:

“Que para Einstein una partícula por el hecho de existir tiene una energía aunque esté parada. Cualquier cuerpo tiene una energía en reposo de mc^2 . Y además cuanto más se mueve hay que sumarle una energía cinética. $E = mc^2 + E_c$.”

La mera lectura literal de la fórmula, sin incorporar la idea de equivalencia, se encuentra también presente, si bien en porcentajes bajos. Sorprende que lo esté, incluso en mayor proporción entre los alumnos experimentales. Este hecho se corresponde con la drástica disminución del uso de la masa relativista

entre ellos, por lo que los estudiantes que no hacen hincapié en los aspectos de equivalencia se suelen limitar a la lectura literal de la expresión.

Finalmente, en torno a un 15% de los casos, en los tres grupos, no proporcionan una explicación o incurren en deformaciones importantes.

9 Cuando un núcleo de Uranio 235 se rompe en dos o más fragmentos se libera una energía de 200 MeV por fisión. Explica este hecho.

Para los estudiantes resultan, en general, difíciles los razonamientos energéticos aplicados, tal y como se solicita en el estudio de la fisión. Las intuiciones que se derivan de lo que el estudiante ha asimilado en la equivalencia masa-energía han de plasmarse en explicaciones correctas, ello proporciona una amplia dispersión entre los alumnos de control que, en cierto grado, se ve reflejada entre los estudiantes de los grupos experimentales, tal y como se detalla en la siguiente tabla:

Alumnos:	Control %	Exp.1º %	Exp. 2º %
Ofrecen una interpretación correcta de la fisión	22,2	45,3	62,8
Usan de la interconversión masa energía	14,8	14,1	11,6
Manejan esquemas incorrectos o no comprenden la variación de masa que se produce.	18,5	10,9	9,3
Responden con importantes deformaciones	14,8	10,9	7,0
No responden	29,6	18,8	9,3

Entre las respuestas correctas se aprecia, entre los grupos experimentales, alumnos a quienes el tratamiento paralelo de los principios de conservación y el uso del invariante les ha habilitado para efectuar razonamientos muy claros, que reproducen la línea argumental seguida en el tema. Se puede recoger, a modo de ejemplo, alguno de ellos:

“Si yo tengo un núcleo de uranio, cuando se produce la fisión se divide en dos, es decir se rompe en dos o más fragmentos. La masa del sistema es distinta de la suma de las masas de las partículas que componen el sistema. La energía en cualquier proceso o reacción nuclear se conserva, al igual que \mathbf{P} , $E_i = E_f$ $M \neq \sum m_i$ El defecto de masa se presenta como defecto y exceso de $E_c = \Delta mc^2$ “.

Las formulaciones análogas, aunque no tan estructuradas, son bastante comunes. En ocasiones se oscurece por cierta dificultad de expresión, como por ejemplo en el siguiente extracto.

“El átomo tiene una masa, después las partículas resultantes por la conservación de la cantidad de movimiento total y la conservación de la energía, la cantidad de energía final que está en las partículas resultantes ha de ser la misma a la inicial, la

energía de la masa más la energía cinética que tengan esas partículas debe ser igual a la inicial”.

Se han aceptado como correctas formulaciones menos explícitas del tipo:

“Cuando se produce la reacción nuclear el átomo se divide en otros dos, entonces esos dos son más estables. Dado que la masa del sistema es distinta de la suma de las masas de las partículas, la energía liberada corresponde a esa diferencia. Pero es la propia energía del sistema que se conserva”.

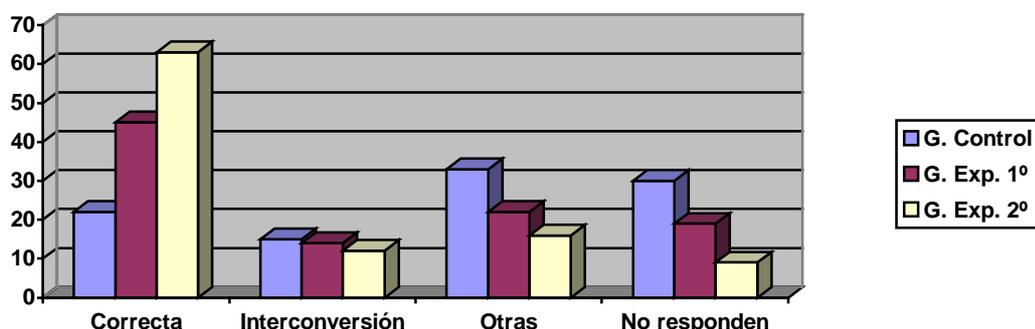
En esta respuesta hay una consideración global de sistema, y se aplica implícitamente la conservación de la energía, sin interconversión, aunque no se identifica la energía cinética de los fragmentos en el balance, cosa que si se realiza en otros casos en los que se clarifica mejor el fenómeno.

También:

“Un átomo es como un sistema complicado, y su masa es como en una partícula equivalente a una energía E. pero que se saca recontando la forman los E=mc² de sus partes, las Cinéticas y potenciales. Al romperse se forman las partículas de masa menor al romperse, y tienen mucha energía cinética porqué todas sumadas tienen menos masa que el átomo, y se conserva la energía. Por eso se dice que se libera energía”.

Por último, es de destacar que algunas de las respuestas ponen de manifiesto, que el estudiante ha comprendido el concepto de energía liberada en la fisión, y la relación con la equivalencia masa- energía.

“Esto ocurre porque la masa de los componentes no es la misma que la masa del sistema. Si la masa del U 235 es M, tendrá una energía equivalente a E= Mc², y si contamos la diferencia entre las masas de los trozos, con E= mc² y la inicial no es lo mismo. Pero estos fragmentos están en movimiento, tienen energía cinética. La energía se conserva y el defecto de masa se corresponde a la energía liberada que se puede aprovechar”.



La principal explicación alternativa es la formulación que usa razonamientos de interconversión masa/energía, como una especie de vasos comunicantes. Se encuentra todavía muy presente en los resultados. Incluso se detecta en alguna ocasión en estudiantes que contestaron correctamente al

ítem anterior. No obstante, también se aprecia una modesta rebaja en los grupos experimentales.

Además, en los grupos experimentales se produce una disminución importante en el número de respuestas con graves distorsiones. Ha disminuido drásticamente la tendencia a considerar la energía como un tipo de sustancia independiente, retenida en el interior del átomo, y que se libera al romperse.

Por último, ha bajado considerablemente el número de alumnos que no aventuran ninguna explicación, que alcanzaba incluso a un tercio del grupo de control. Todos estos resultados trazan un cuadro coherente con nuestra subhipótesis.

Concluimos que, a un nivel de significación superior al requerido, efectivamente, los grupos experimentales, tanto los tratados por el autor como los de otros profesores se mejoran los resultados obtenidos, y en consecuencia se apoya la hipótesis.

7.2.2 Resultados obtenidos en la comprobación que las entrevistas con estudiantes de los grupos experimentales muestran que el aprendizaje ha sido significativo.

Se han realizado 10 entrevistas a estudiantes del grupo experimental, en el cual el autor ha desarrollado su programa de actividades alternativo. Los alumnos fueron seleccionados al azar. Las entrevistas se dirigen a aclarar conceptos y profundizar en las ideas de los estudiantes sobre los conceptos básicos, de forma similar a lo realizado con el grupo de control. Y se llevaron a cabo siguiendo normas similares.

Se muestran a continuación algunos extractos que ilustran diversos puntos de interés, y que, a nuestro juicio, muestran con sus argumentaciones el mejor aprendizaje de estos alumnos respecto a los alumnos de control.

A efectos de organización del estudio la numeración de los estudiantes comienza de nuevo en cada sección y dentro de esta, se ha numerado secuencialmente siguiendo la línea de análisis adoptada. En consecuencia, los números de las diferentes secciones no hacen referencia al mismo alumno e incluso se recogen extractos de una misma entrevista ilustrando diversas facetas de una misma sección.

▪ Ideas acerca del espacio.

La totalidad de los alumnos entrevistados muestran un concepto del espacio que sin renunciar a la visión intuitiva de receptáculo, se enriquece al dotarlo de propiedades y atributos, susceptibles de ser analizadas en distintos modelos físicos, e incorporan como característica su carácter relativo.

. Propiedades asignadas al espacio.

E.- Tras el estudio del tema ¿con qué ideas te quedas sobre el espacio?

A1.-Pues pienso que el espacio no es absoluto, que vivimos en un espacio no euclidiano, que es homogéneo e isotrópico, y que el espacio es la dimensión donde suceden los fenómenos físicos.

E.- ¿Y que novedades aportó la Teoría de la Relatividad?

A1.- Lo que ya he dicho más o menos, que antes se entendía el espacio como algo absoluto, como una especie de escenario donde sucedían las cosas. Ya Newton tenía una idea del espacio absoluto y de los espacios relativos que eran cada sistema de referencia de cada observador pero sólo uno en reposo, pero con Einstein todos los espacios pasan a ser relativos, propios de cada sistema.

O por ejemplo:

.....

A2.- Pues que a partir de que Einstein desarrollase sus ideas hay una diferencia grande respecto a la física clásica, el espacio sigue siendo homogéneo, continuo, ... pero el tiempo y el espacio no son como antes se creía, no son universales para todos, son relativos.

Estas son respuestas muy comunes, pero puede profundizarse para revisar si el conocimiento es meramente formal o se ha interiorizado el concepto. En la siguiente secuencia puede valorarse este hecho.

.....

A3.- Pues que no es absoluto, si tenemos dos sistemas de referencia para uno no es lo mismo que para el otro, que es relativo.

E.- ¿Y qué entiendes tú por espacio relativo? ¿Qué diferencia hay con la idea clásica de espacio absoluto?

A3.- El espacio absoluto es como un cajón igual para todos y la relatividad dijo que no existía tal escenario y que cada uno si comparaba un cajón, un espacio, por distintos sistemas podía ser de diferentes longitudes.

E.- ¿Pero entonces cuál es la idea clave del espacio absoluto?

A3.- Que no se puede decir que un cuerpo se está moviendo o está en reposo absoluto, que no hay un espacio fijo de referencia para todo. Y al igual que no se puede decir movimiento absoluto, ya que puede estar moviéndose respecto a algo y en reposo respecto a otra, depende del sistema de referencia y no hay ninguno especial.

En esa misma línea, por ejemplo:

.....

A4.- Que no es absoluto, es relativo, que el espacio puede variar, dependiendo para distintos observadores las mediciones son distintas. Si mides un objeto el valor de la medida no es la misma para ti que vas con él, que para otro que mide otra velocidad.

. En torno a la modificación en el concepto de espacio.

Resulta de interés la indagación sobre los factores que hicieron insostenible la idea de espacio absoluto:

.....

E.- Dices que el espacio no es absoluto ¿pero por qué crees tú que se ha tenido que introducir la idea del espacio relativo, y superar así la del espacio absoluto?

A5.-Pues porque no puedes distinguir entre si un espacio está en movimiento o si está en reposo absoluto.

E.- *¿Pero existe el reposo absoluto?*

A5.- *No.*

E.- *¿Y cómo desaparece la idea de espacio absoluto?*

A5.- *Pues con los experimentos mentales de Einstein ve que el espacio y el tiempo están ligados y dan lugar a un espacio-tiempo propio.*

E.- *¿Podrías precisar un poco más?*

A5.- *Que no es universal, varía respecto al sistema de referencia. Con diferentes sistemas de referencia se manejan espacios diferentes. Antes de la Teoría de la Relatividad, sí se consideraba la existencia de reposo y un sistema de referencia especial era el que estaba en reposo, pero ahora consideramos todos los sistemas igual de válidos y ya no hay ninguno especial, el reposo absoluto no existe. Unos observadores ven el mundo de una manera y otros de otra.*

E.- *¿Pero el espacio absoluto existe o no?*

A5.- *Para mí el que está en un sistema de referencia tiene un espacio propio, que sería como su espacio absoluto pero en otro sistema de referencia sería el suyo propio, todos son en realidad relativos.*

E.- *¿Y qué novedades aportó la Teoría de la Relatividad? ¿Cómo sabes que supera la visión clásica?*

A5.- *Que todos los sistemas son igual de importantes. Que las duraciones son diferentes en los sistemas de referencia, por ejemplo, un átomo que en un determinado sistema se desintegra en un tiempo determinado. Al lanzarlo contra una pantalla, resulta que la alcanza sin desintegrarse porque su tiempo se dilata aunque para él el tiempo que ha pasado es menor y lo que pasa es que el espacio se le ha hecho más pequeño. Al moverse a gran velocidad, se ha contraído el espacio. Esto es experimental.*

E.- *¿Y cuál es el espacio verdadero?*

A5.- *Yo no creo que hay espacio verdadero, cada uno mide un valor de espacio y es verdadero para él. Cada uno mide espacios distintos pero no hay un espacio que digamos “este es el bueno”, depende de cada sistema de referencia.*

. En torno a la contracción de la longitud.

Esta idea, por ser un resultado muy conocido de la teoría, parece de fácil asimilación por parte de los estudiantes, sin embargo un aprendizaje significativo ha de permitir mostrar que, efectivamente, se han interiorizado las complejidades del mismo, los siguientes extractos ilustran este punto:

Simetrías en las medidas de la contracción.

.....

E.- *¿[...] En qué consiste la contracción de la longitud? ¿Cambia la forma del cuerpo, por ejemplo en el ejercicio ese de la cruz que se movía? (se está analizando el ítem 6, una cruz en movimiento en la dirección de uno de los brazos)*

A1.- *A velocidades pequeñas prácticamente no ocurre nada pero a velocidades próximas a la de la luz las distancias se contraen.*

E.- *¿A qué distancias te refieres?*

A1.- *Yo consideraba que se acortaba la barra en la dirección del movimiento.*

E.- ¿Y si fuese el observador el que se alejase, mediría alguna deformación?

A1.- Sí, porque lo que importa es la velocidad y si se acerca o aleja es lo mismo.

E.- ¿Y da igual que se acerque o se aleje?

A1.-Sí, es lo mismo.

E.- Y en el ítem de la cruz, entonces cambiaría su forma ¿o no?

A1.- Pues que no es lo mismo la altura, que la barra en la dirección del movimiento. Da igual si se aleja o acerca pues es la dirección del movimiento.

E.- Y a los átomos, les ocurre algo.

A1.- No, un observador que viajase con la cruz la vería igual.

En esa misma línea de indagación acerca de la simetría de la contracción se obtienen intervenciones muy ilustrativas sobre el carácter de la contracción:

E.- Y a los átomos, ¿les ocurre algo? ¿Modifican su forma, longitud o la distancia entre ellos?

A2.-Esta variación afecta a todas las longitudes, por eso sí que podríamos decir que la distancia entre los átomos ha disminuido así como que estos se deforman, pues el radio que mediríamos en dirección paralela a la velocidad sería inferior al que obtendríamos en dirección perpendicular al movimiento. Para un observador que se moviese con el cuerpo no se notaría ninguna variación en la longitud pues es el cuerpo se encuentra en reposo respecto a él.

Simetrías en la contracción entre observadores.

En esa misma línea de indagación acerca de la simetría de la contracción da lugar a intervenciones muy ilustrativas sobre el carácter de la contracción:

.....

E.- Y cuando hablas de contracción ¿Qué crees que le ha pasado al brazo?

A3.- El brazo sigue siendo el mismo, tú si te pusieras a su lado, como estás en reposo respecto a él lo vas a “ver” igual, pero si te vas a otro Sistema de Referencia en movimiento respecto a él, lo que notas es una variación de la longitud.

O esta otra:

.....

A4.- Si un observador se mueve a la misma velocidad que otro objeto no observa diferencia alguna ya que ambos van a la misma velocidad. Sin embargo, al observar el que está por ejemplo con nosotros es el que se ha deformado porque se mueve respecto a él. Ambos puntos de vista son absolutamente válidos y no se contradicen. Lo que pasa que al estudiar Sistemas de Referencia diferentes no concuerdan longitudes y tiempos

E.- ¿Entonces si en un sistema medimos la longitud de cuerpos, en otro sistema todos estos cuerpos pueden medir, por ejemplo, un 5% más?

A4.-: Bueno no, habrá barras que midan más y otros menos, todo depende de cómo se muevan respecto al nuevo sistema.

Observemos que estas nociones presentan cierta solidez, en tanto que la indagación acerca de la relatividad del espacio muestra explícitamente, en algunos casos, como la naturaleza de la transformación entre las longitudes no es una mera transformación lineal.

Los mecanismos físicos de la contracción.

La naturaleza que se atribuye a la contracción de la longitud, entendida como los cambios en las medidas de la longitud de cuerpos en movimiento, es importante pues indica si se ha superado o están presentes ideas alternativas de los alumnos en línea con ideas mantenidas en otros tiempos, resistentes o no tratadas en la instrucción. Ocho de los 10 entrevistados muestran una comprensión de la contracción ligada a cambios en el propio espacio y argumentan razonadamente en torno al cambio. En los otros dos casos también se rechaza cualquier razonamiento mecanicista pero no muestran una interiorización suficiente de la naturaleza de las medidas.

.....

E.- *Y esto de la contracción de la longitud ¿como lo interpretas? ¿Qué es lo que se contrae? ¿Los átomos?*

A5.- *Se contrae el espacio.*

E.- *¿Pero se habla de contracción de la barra? ¿Qué ha variado en la estructura del cuerpo?*

A5.- *Parece imposible que la estructura de un cuerpo varíe por observarlo desde uno u otro sistema de referencia, en realidad el que varía es el espacio mismo y las longitudes también.*

E.- *¿Entonces, los átomos no cambian?*

A5.- *El tamaño del cuerpo para el otro observador será menor, creará que la distancia entre sus átomos ha disminuido porque se mueven con una velocidad próxima a la de c.*

O este otro:

.....

A6.- *Lo que ocurre hay que estudiarlo desde el sistema de referencia, desde un observador que observa el movimiento, el cuerpo aparece contraído en la dirección en que se mueve y como los átomos siguen estando entonces si se tiene que decir que se han contraído pero si viajas con el cuerpo no hay tal contracción, está en reposo y está normal.*

E.- *¿Qué quieres decir con eso de que viajas, respecto a quien?*

A6.- *Bueno en realidad si el observador es el sistema de referencia que tomamos, el nunca viaja pues en su espacio el está en reposo y su sistema es igual de válido.*

E.- *¿Y los átomos?*

A6.- *No es que de repente se haga más corto ni que tenga menos átomos ni nada, simplemente es que la medida es menor. Según la Relatividad, la longitud propia es la misma pero en cada sistema se mide un valor.*

E.- *¿Y cuál es la verdadera?*

A6.- *Es que no hay verdadera, todas son igual de reales y válidas.*

Por último, podemos recapitular con la intervención:

.....

E.- *En cuanto a la contracción de la longitud, ¿Qué entiendes por la contracción?*

A7.- *Pues que un cuerpo en movimiento al medirlo sale contraído.*

E.- *¿Entonces se ha acertado, cómo ha podido pasarle eso?*

A7.- *No le pasa nada al cuerpo, lo que pasa es que medir la longitud es un problema de simultaneidad y como en distintos sistemas es diferente salen medidas distintas, el espacio y el tiempo son distintos para cada sistema. Que si nosotros estuviéramos en un punto y si por delante nuestro pasara algo a la velocidad acercan a la luz creeríamos que es más corto. Dos observadores que se mueven uno respecto a otro a velocidades cercanas a la de la luz medirían distancias diferentes entre dos puntos.*

E.- *¿Has hablado de dos puntos, No necesitas un objeto ahí para contraerse?*

A7.- *En realidad si un cuerpo se mueve a esa velocidad y ha de ir por ejemplo desde la puerta al fondo de la clase, este espacio sería menor.*

El estatus de realidad que el alumno atribuye a la contracción.

Seis de los entrevistados son capaces de articular respuestas correctas acerca de la realidad de la contracción:

.....

A8.- *La contracción significa que cuando observamos a un cuerpo a grandes velocidades parece contraerse en la dirección del movimiento.*

E.- *¿En qué sentido parece contraerse?*

A8.- *En lo que respecta a la dirección del movimiento.*

E.- *¿Porqué utilizas la palabra parece, se contrae o no se contrae?*

A8.- *Es un problema de medida, si viajamos junto a la barra, sigue siendo igual.*

E.- *¿Y por qué para el otro sigue siendo contraída?*

A8.- *Las moléculas del objeto viajan a mayor velocidad y parecen que se contraen.*

E.- *¿Pero les pasa algo a las moléculas, si en vez de la barra considerásemos dos puntos del espacio, se contraería la distancia?*

A8.- *Si, variaría con el Sistema de Referencia.*

E.- *¿Entonces, qué papel juegan los átomos?*

A8.- *Pues, en realidad no importan.*

En otros casos es necesario conducir al alumno para obligarle a precisar sus propias ideas, en algún caso termina por reconducir las alteraciones en la contracción de la longitud a factores espaciales y de medición más que a alteraciones en los propios átomos, en otro caso no se logra dar ese paso.

.....

E.- ¿Y porqué se contrae?

A9.- Pasa lo mismo que con respecto al tiempo, el que está en reposo respecto al objeto ve mayor que el otro. Esto sucede porque a la longitud propia que es la que mide el observador en reposo respecto al objeto hay que dividirla por el factor γ .

E.- Pero insisto, ¿porqué? ¿Qué le ocurre al espacio o a los átomos? ¿Le ocurre algo a la barra?

A9.- No le ocurre nada, sólo que el observador al ir tan rápido la verá más corta.

E.- Parece entonces que uno mide una cosa y otro otra ¿Cuál es la medida verdadera entonces? ¿Es un efecto visual?

A9.- La real son las dos pues depende del sistema de referencia que tomes y no es un efecto visual, ni tiene que ver con los átomos. Ocurriría lo mismo si considerásemos la distancia entre dos puntos. Tiene que ver con el propio espacio.

E.- Y una misma longitud, ¿es más corta para uno y más larga para otro?

A9.- Si no están en reposo entre sí, sí.

En esta intervención se revela un tipo de razonamiento, que supera la visión mecanicista con que suelen abordar, algunos alumnos, el fenómeno de contracción del espacio.

- **Ideas en torno al tiempo.**

De forma similar a lo que ocurre con el espacio, la comprensión de las novedades en torno al concepto de tiempo y su carácter relativo se da, con cierta claridad, en nueve de los entrevistados. No obstante, del transcurso de las entrevistas se obtiene la impresión de que en algunos casos es más una aceptación formal, que una interiorización conceptual profunda lo que se ha conseguido.

- **Propiedades asignadas al tiempo.**

Para comenzar se debe señalar el hecho de que los estudiantes atribuyen diversas propiedades al tiempo, aunque ciertamente hacen hincapié en el carácter novedoso de su relatividad.

E.- ¿Y qué novedades hay en el tiempo? ¿Qué cambios ves en ese concepto?

A1.-Pues que en la física clásica el tiempo era absoluto, pero en la relatividad se quita el que sea el mismo para todos los observadores y cada sistema de referencia tiene el suyo. Nuestro tiempo es relativo y que como el espacio, es homogéneo e isótropo.

E.- ¿Y qué entiendes por relativo?

A1.- Que el tiempo que duran las cosas ya no es fijo sino que es distinto para dos observadores que se encuentran en distintos sistemas de referencia.

O por ejemplo:

.....

E.- En el tema del tiempo, ¿qué novedades aportó la Teoría de la Relatividad?

A2.- *Hasta la teoría de la relatividad se pensaba en un tiempo absoluto igual para todos así como un espacio absoluto. Y no existe el tiempo absoluto y que el tiempo de un fenómeno es variable según se mida en uno u otro sistema de referencia.*

E.- *¿Algo más?*

A3.- *Que con la relatividad se cambian estas concepciones y se demuestran que el tiempo y el espacio dependen de los sistemas de referencia en los cuales los midamos.*

. La dilatación del tiempo.

El estudio de la llamada dilatación del tiempo incluye una amplia variedad de facetas que conviene explorar:

Simetrías existentes en las medidas de la dilatación entre diferentes observadores.

Un número sustancialmente alto de los estudiantes, ocho, es capaz de manejar de forma correcta esta simetría entre observadores en la determinación de tiempos, lo que implica la comprensión del concepto de tiempo propio y el papel del observador respecto al suceso en la medida obtenida.

.....

E.- *¿Y la cuestión de la pila, como la interpretas? (se está analizando el ítem nº 5 de la duración de pilas análogas por dos observadores).*

A3.- *Que utilizando distintos sistemas de referencia, el valor obtenido de la duración de la pila cambia.*

E.- *En qué sentido, ¿podrías precisar un poco más?*

A3.- *Para la persona que viaja a la velocidad de una pila siempre saca un mismo valor, pero por el contrario en la estación si observan diferencia entre su propia pila y la que se mueve a gran velocidad.*

E.- *Y si el de la nave comunica la medida que ha tomado de lo que ha durado su pila. ¿Qué me dices de el valor suministrado?*

A3.- *No coincide con lo que ha observado el de la estación de la pila de la nave. Y como es un tiempo propio coincide con la medida de su propia pila por el de la estación.*

E.- *¿Y cuál es mayor?*

A3.- *La medida hecha por el que ve la pila en movimiento.*

Esta comprensión, que se da muy comúnmente en los entrevistados, podemos ejemplificarla por:

.....

E.- *Y con respecto al tiempo, ¿qué ideas nuevas tienes sobre el tiempo?*

A4.- *Pues con el tiempo también hay diferencias entre absoluto y relativo*

E.-- ¿Y qué diferencia hay entre los dos?

A4.- Pasa lo mismo que con el espacio, un tiempo relativo, es eso, en la realidad cuando tienes dos sistemas de referencia para uno tienes un tiempo y para otro. Ya sea observando algo o cualquier cosa.

E.- ¿Y la conocida dilatación del tiempo a qué se refiere?

A4.- Pues la diferencia entre uno y otro tiempo.

E.- ¿Y cuál es el que se dilata? ¿Hay siempre uno mayor que el otro?

A4.- Pues según el que observa el fenómeno del que se trate, el que está en reposo respecto a él observa siempre el tiempo más corto.

E.- Por ejemplo en la cuestión de la nave y la duración de la pila. ¿Qué puedes indicar acerca de la duración de la pila que se comunica en el mensaje?

A4.- Las pilas duran igual y cada uno indica que su pila dura lo mismo pero al observar la del otro, les da un valor más grande.

E.- ¿Entonces dura en realidad una más que otra para el señor de la estación por ejemplo?

A4.- Es que según para el que esté con ella dura menos. Aunque para el que esté en la torre dure más, los dos tienen razón porque cada uno usa su propio tiempo. Y viceversa.

Concepto de tiempo propio.

El estudio de situaciones simétricas, está ayudado en la respuesta por la lógica igualdad entre los sistemas de referencia. El principio de relatividad se ha situado repetidamente como un punto crucial, y esto ayuda a indicar la percepción simétrica por ambos observadores y, por tanto, los tiempos mutuamente comunicados ser iguales.

En los extractos precedentes se ha manejado la simetría entre los distintos sistemas de referencia en el estudio de tiempos en fenómenos análogos. En las siguientes secuencias se indaga en torno a la formalización del concepto de tiempo propio. El dominio de este concepto, sin malas interpretaciones, dista de ser sencilla. Sin embargo los extractos que se muestran, recogen un razonamiento causal. En uno de ellos se maneja simetrías lógicas y en el otro lo fundamenta en la validez universal de las leyes físicas:

A5.- [...] Que el tiempo se dilata, si hay dos observadores y uno está en movimiento respecto al otro, si los dos midiesen un experimento que realizase uno de los dos observadores uno mediría una cosa y el otro otra. Medirían tiempos distintos para el mismo experimento.

E.- O sea si un señor en una nave a gran velocidad respecto a nosotros hiciese un experimento y nosotros aquí hiciésemos el mismo, ¿mediríamos más, menos, igual?

A5.- Si es el mismo medirían su propio experimento el mismo pero si me fijo en el de otro vería que es mayor que el mío.

E.- ¿Y si le enviases información de tu experimento?

A5.- Debería coincidir. Al llegarle la información será el mismo resultado que llegan ellos con su pila, pues ellos están en reposo respecto a su pila de la misma manera que los otros están en reposo respecto a su propia pila. Y coincidirán

E.- ¿Por qué crees que pasaría eso?

A5.- Porque las leyes de la física son iguales y funcionan igual en mi nave que en la suya, eso es el principio de relatividad.

O también:

.....

E.- Y en el caso del tiempo.

A6.- Se dilata, tardan en ocurrir más las cosas en los cuerpos en movimiento, según se mide desde un observador que los ve moverse respecto a él.

E.- Y si un observador viaja ¿comunicará un tiempo coincidente con el que ha medido el observador anterior, o no?

A6.- Será menor, y depende de la velocidad el que sea más o menos pequeño que el que se midió desde fuera.

E.-Y si desde la nave se estudiase la duración de sucesos que ocurren al primer observador, ¿qué diríamos de su duración?

A6.- Diríamos la situación simétrica, la duración de sus sucesos nos parecería dilatada. En el fondo la situación de cómo miden el mundo el de la nave y el otro es totalmente paralela...

Cuando se indaga en la dilatación del tiempo, un grupo sustancial de alumnos, es capaz de asumir el carácter de la transformación entre sistemas, en el sentido de que no se pasan todas las duraciones a las del otro con un factor multiplicador unívoco, sino que dependen del estado de movimiento.

.....

E.- Pero cuando dices distinto, ¿entonces hay alguno que maneja tiempos mayores y otro menores?

A7.- No, existe un tiempo propio que es el periodo de tiempo entre dos sucesos que ocurren en el mismo lugar de un sistema de referencia. Y ese tiempo es el menor que el que mide para ese suceso cualquier otro sistema de referencia.

E.- Entonces, dos tiempos en un sistema ¿no son los dos mayores o menores en otro sistema?

A7.-... Depende si son propios o como se muevan, están relacionados movimientos y tiempos.

Y con otro estudiante:

E.- ¿Pero si el tiempo depende de cada sistema entonces al cambiar de sistema todos los tiempos de los fenómenos se multiplican o se dividen haciéndose menores o mayores?

A8.- No, los nuevos tiempos dependen de cómo se muevan en el sistema, no existe el tiempo para todos. Se relacionan entre sí según se mueven los sistemas.

El estatus de realidad que el alumno atribuye los diferentes tiempos.

.....

E.- ¿Has hablado de sistemas de referencia? ¿Qué novedades aporta la Teoría especial de la Relatividad?

A9.- Pues que Galileo diseñó experimentos que estando en un sistema o en otro, ambos sirven igual para estudiar la mecánica, el tiempo es el mismo en los dos sistemas en cuanto a grandes velocidades mirando el mismo fenómeno, el tiempo que mide, que dura el suceso es menor.

E.- ¿Menor?

A9.- El que está parado con respecto al suceso.

E.- ¿Y cuál de los dos tiene razón? ¿Cuál de los dos tiempos es más auténtico?

A9.- Los dos son igual de válidos, depende de quien sea el observador.

Esta respuesta rompe con la idea espontánea de privilegiar el sistema de referencia del observador, el que le parece al alumno “realmente en reposo”. De hecho, en las respuestas a la cuestión planteada, se dio comúnmente la misma relevancia a ambos sistemas, por los alumnos que realizaron el análisis global desde ambos puntos de vista: desde la nave y la estación.

- **Acerca del tratamiento de los Sistemas de Referencia.**

Uno de los puntos clave del tema es poner de relieve el papel de los sistemas de referencia en la determinación de las magnitudes físicas, en concreto el carácter no universal de espacios y tiempos así como la inexistencia de sistemas privilegiados. Una adecuada comprensión de la equivalencia lógica en el estatus de los sistemas de referencia se da en al menos siete casos. En los otros dos parcialmente, lo que constituye un logro bastante considerable del tratamiento efectuado:

.....

E.- ¿Y con respecto a los Sistemas de Referencia, qué entiendes tu por Sistema de Referencia?

A1.- Pues donde se producen los distintos sucesos.

E.- ¿Y cuál de ellos es el apropiado para percibir la realidad de los hechos?

A1.- Todos son igual de válidos

E.- ¿Iguales?

A1.- Sí.

E.- ¿Y qué es un sistema de referencia inercial? ¿Lo sabes?

A1.- Uno que se mueve a velocidad constante.

E.- ¿Pero no será respecto a uno que esté en reposo, el reposo absoluto?

A1.- No, por que para uno que esté en movimiento considera al otro en movimiento y a él en reposo y hemos estudiado que no hay experimento que los haga decir cual es cual.

E.- ¿Y en la física clásica sí existía?

A1.- Sí había uno en reposo, y se movía y aceleraban con respecto a él.

En otras secuencias se identifican claramente las razones por las cuales no cabe hablar del espacio absoluto.

.....

E.- Tú hablas de que uno está parado y otro que se mueve, ¿cómo sabes el que hay uno que se mueve y el que está parado?

A2.- El movimiento es relativo, siempre con respecto al otro uno se mueve y el se ve parado. Uno con respecto a otro está siempre en movimiento y el siempre se considera parado. Si que pueden existir sistemas de referencia en reposo, pero con respecto a un observador, para otro puede que el sistema de referencia esté en movimiento.

E.- ¿Pero, para Newton tampoco los distintos sistemas atribuyen, por ejemplo, la misma velocidad a un móvil? ¿Donde está la diferencia?

A2.- La principal diferencia entre el principio de relatividad de Galileo y la teoría de la relatividad es que según Einstein ningún experimento distingue entre sistemas y por eso no tiene sentido hablar de uno especial.

La comprensión de lo que es un Sistema de Referencia, y el estatus de los diversos Sistemas de Referencia Inerciales aparece clara para todos los estudiantes, y este conocimiento no parece ser meramente formal, y al estudiarlo con ejemplos parecen asumir este hecho. En algún caso se ha indagado acerca de la profundidad de las convicciones cuestionando la respuesta estándar: esto se ha efectuado sólo en dos de los casos, con alumnos más avanzados, por lo que la siguiente secuencia es meramente indicativa y no representa la generalidad de la muestra.

.....

E.- ¿Y no podemos distinguir cuál es el que “de verdad se mueve”?

A3.- No porque todos los experimentos que podemos hacer no los distinguen.

E.- Pero ¿y si un sistema de referencia acelera? Pues hablas de sistemas inerciales, de movimientos rectilíneos.

A3.- Pues, en ese caso pasa lo del ascensor y sí se distingue.

E.- ¿Entonces en ese caso puedes distinguir aceleraciones respecto al espacio absoluto?

A3.- No, ya hemos dicho que no hay absoluto, todos son equivalentes. Pero si sabemos si aceleramos, o mejor dicho como en el ascensor podría ser un peso... o sea una gravedad.

E.- ¿Te refieres al principio de equivalencia?

A3.- Si, eso, que no se distingue entre una aceleración y una gravedad, que son equivalentes.

Uno de los preconceptos más resistentes es aquel que considera como reales las medidas respecto a un sistema en reposo respecto al fenómeno, y

como artificios, meras apariencias, las obtenidas respecto a otros sistemas. Al indagar acerca de la realidad percibida en los distintos sistemas, sistemáticamente las respuestas, en todos los casos, parecen asumir el carácter equivalente entre ambas medidas.

.....

E.- *¿Y cuál de ellos es el apropiado para percibir la realidad de los hechos?*

A4.- *Todos son igual de válidos*

E.- *¿Iguales?*

A4.- *Sí*

E.- *¿Podrías explicarte mejor?*

A4.- *Todos los sistemas de referencia físicos son válidos entre sí, es decir, que aunque desde uno no estemos de acuerdo con los valores obtenidos en el otro, ambos O y O' describen igual de bien con las mismas leyes lo que sucede.*

- **Acerca de los puntos esenciales de la Teoría de la Relatividad.**

.....

E.- *Si a un amigo le tuvieses que indicar los puntos más sobresalientes de la Relatividad, ¿qué le dirías?*

A1.- *[...] Que la luz se propaga a la misma velocidad para todos los observadores, este es el primer postulado y el otro que todas las leyes de la física son invariantes para todos los sistemas de referencia inerciales, que se mueven a velocidad constante entre sí.*

E.- *¿Y eso qué significa?*

A1.- *Pues que tanto las leyes de la mecánica como las otras funcionan igual en todos los Sistemas de Referencia Inerciales.*

E.- *¿Y qué ocurre con los principios de conservación?*

A1.- *Todos los sistemas de Referencia son válidos y las leyes de la física, y lo que se conserva se conserva igualmente en todos los demás inerciales. Y que hubo que modificar las ecuaciones de las leyes para que se acoplasen a la relatividad.*

E.- *¿Y qué es lo esencial para ti de las aportaciones de la teoría de la relatividad, sus ideas clave?*

A1.- *Que el espacio y el tiempo en vez de ser absolutos son relativos. Las longitudes y duraciones de los hechos dependen de cómo se muevan respecto al observador. Y también la energía asociada a su masa, que si un cuerpo tiene masa tiene energía. Que las fórmulas clásicas deben modificarse que la energía cinética ya no es la fórmula clásica.*

Si bien el carácter relativo parece haberse asimilado por los estudiantes cabe indagar si está sobredimensionado y si los alumnos han interiorizado la presencia de magnitudes invariantes en las transformaciones entre sistemas.

E.- *¿Qué opinas de la famosa frase que en ocasiones veces se utiliza un poco humorísticamente como resumen “todo es relativo”? ¿Es un buen resumen?*

A2.- *Esta frase quiere decir que no existe un espacio ni un tiempo absoluto sino que lo que vemos a través de nuestros ojos, lo que decimos que hemos visto es cierto con respecto a nosotros pero que la versión que de otro observador en movimiento relativo uniforme respecto a nosotros es igualmente cierta, es la suya, pero no todo es relativo por ejemplo la velocidad de la luz y otras magnitudes son las mismas.*

E.- *¿Pero no hay ninguna magnitud en lo que estén de acuerdo los diferentes observadores?*

A2.- *La luz no varía, es la velocidad de la luz en el vacío, c , que es la misma para todos los sistemas de referencia, independiente de su movimiento entre sí. Y además de la luz estaban algunas que llaman las invariantes como la masa y otras pero que no las hemos estudiado.*

.....

E.- *Y la expresión de “todo es relativo” ¿qué te parece? ¿Es un buen resumen o no?*

A3.- *Podría serlo pues muchas cosas dependen del sistema.*

E.- *¿Entre un sistema de referencia inercial y otro todo cambia?*

A3.- *No, las cargas se mantienen, la masa se mantiene, la aceleración tampoco.*

E.- *¿Y las leyes de la física?*

A3.- *Eso decía la teoría de la relatividad, ¿no? Que la velocidad de la luz era constante y que no se podía distinguir con experimentos entre los sistemas pues los experimentos salen igual en todos los sistemas pues comparten las leyes.*

A3.- *Que la velocidad de la luz es constante, es la máxima para cualquier cuerpo, que no existe el espacio y el tiempo absoluto y que la Energía está relacionada con la masa.*

En algún caso, en contraste con su ausencia en el grupo experimental se considera el papel de los principios de conservación y su dependencia, o no, al considerar los distintos Sistemas de Referencia. Y responden positivamente a las secuencias de la entrevista apuntando la conexión con la física clásica, el carácter límite de las leyes físicas.

.....

E.- *¿Y sabrías decirme que pasa con los principios de conservación? ¿Siguen siendo válidos al cambiar uno a otro sistema?*

A4.- *Se conservan las mismas leyes de conservación de la energía, cantidad de movimiento, ..., aunque modificando su expresión para que esto pase. Las leyes sí que son invariantes respecto al sistema de referencia entre sí.*

- **Ideas acerca de la masa.**

En cuanto a la masa la gran mayoría de los estudiantes han asumido, sin excesivos problemas, su carácter de invariante entre los distintos sistemas físicos. El uso de la masa relativista como magnitud relevante está ausente en todos los entrevistados, sin embargo, en tan sólo 4 de las entrevistas se exponen razonamientos que permiten considerar que el alumno ha comprendido el porqué de su uso tradicional.

.....

E.- Y en relación a la masa, ¿qué ha aportado la relatividad a su conocimiento?

A1.- Que la masa de un cuerpo o partícula es la misma en reposo o movimiento o desde otro sistema. Pero que se usa también la masa relativista que sirve para algunas fórmulas, y que depende de la velocidad.

E.- Entonces ¿la masa cambia?

A2.- En realidad la masa no cambia pero puede ser útil.

Saliendo al paso acerca de los mecanismos que pudieran provocar una eventual variación de masa con la velocidad (masa relativista), se puede comprobar indirectamente la firmeza con que se sostiene el carácter de masa invariante. En ninguna de las entrevistas se postula una alteración en la naturaleza de los cuerpos al variar la velocidad.

.....

E.- ¿Hablando de la masa, si un cuerpo se desplaza a mayor velocidad le ocurre algo a su masa?

A3.- Cantidad de materia tiene la misma, su masa propia no cambia. Si se usa la idea de que la masa tiene que ver con la inercia a ser trasladado a mayor velocidad cuesta más acelerar a ese cuerpo, parece que cambia pero no.

E.- Entonces, ¿le ocurre algo a sus átomos?

A3.- Lo que cambia es la ecuación que la ley de Newton ya no es válida y en realidad la masa en reposo no cambia. La cantidad de materia es invariable.

Esta respuesta, incluye una noción importante trabajada en el tema, la consideración de la masa inercial desligada del concepto de “cantidad de materia”, lo que se refuerza en el estudio de los sistemas compuestos como los átomos. La referencia a cambios en las leyes mecánicas es muy corriente:

.....

E.- ¿A qué te refieres con que ya no es válida la ley de Newton?

A3.- A grandes velocidades, cerca de la luz no, pero a velocidades bajas sí. Se cumple la idea de Einstein de que es un caso especial de la suya.

Estas respuestas, relativamente comunes muestran la existencia de campos de validez en la aplicación de las leyes de Newton.

- **Acerca de la energía y la equivalencia masa-energía.**

Conservación de la energía y su transferencia: el análisis de las transformaciones energéticas en un proceso nuclear muestra como en ocho de los casos se ha interiorizado la equivalencia masa-energía, y no se sostienen ideas como la conversión de masa en energía.

.....

E.- ¿Qué resaltarías sobre la energía?

A1.- *La idea de Einstein que propuso que la energía de un cuerpo libre tiene energía incluso sin velocidad. Dejando de lado la energía potencial, la energía es por su masa, por el hecho de existir la tiene.*

E.-...*Entonces si desarrollamos un trabajo sobre una partícula y su energía aumenta, ¿qué ocurre con la masa?*

A1.- *La energía aumenta es la suma de la de la masa y la cinética.*

Este tipo de respuestas son muy comunes, y parece que en realidad se asumen un tanto formalmente, sin una interiorización profunda estos aspectos de la teoría.

.....

E.- *¿Entonces qué novedades sobre la energía aporta la Teoría de la Relatividad?*

A2.- *Pues que un cuerpo por el hecho de existir tiene masa y una energía asociada a esa masa.*

E.- *¿Y en un átomo o sistema?*

A2.- *La energía que tiene un cuerpo en reposo es la suma de la energía de sus partículas y su relación entre ellas.*

E.- *¿Y si se mueve, como expresas la energía?*

A2.- *Si la partícula se mueve, pasamos a usar E igual a γ $m_0 c^2$, ya que también se añade la energía cinética interna.*

E.- *Entonces, cuando va aumentando la velocidad y el cuerpo tiene más energía, ¿tiene más masa?*

A2.- *La masa no cambia con la velocidad, aumenta la energía con el factor γ .*

E.- *¿Y como interpretas la famosa ecuación E igual a $m_0 c^2$?*

A2.-*La masa y la energía en un sistema son dos magnitudes equivalentes según la relación: E igual a $m_0 c^2$ por eso el principio de conservación de la masa y la energía son equivalentes. Pero hay que tener en cuenta que E igual a $m_0 c^2$ no significa que la materia se transforma en E o al revés.*

O también:

.....

E.- *¿Aumenta la masa cuando el cuerpo se mueve más rápido?*

A3.- *No, aunque en la fórmula de la masa relativista aumenta con la velocidad.*

E.- *¿Entonces, aumenta?*

A3.- *No, por lo que hemos hablado del espacio y el tiempo, en realidad así lo parece si queremos usar las fórmulas de Newton, pero en realidad la masa es única.*

- **Nociones, acerca de la equivalencia de masa y energía, en las reacciones nucleares.**

Para estudiar las ideas con relación a la masa y la energía se ha recurrido al estudio de la fisión. La indagación acerca de los principios de conservación, muestra que la mayoría de los estudiantes, seis de los entrevistados han asumido la idea de que la masa del sistema es distinta de la suma de las masas de las partículas y por tanto comprenden la posibilidad de mantener tanto el principio de conservación de la energía como la masa del sistema. Esta apreciación asigna correctamente a la energía liberada como energía cinética atribuida a las partículas resultantes de la fisión, y no como una transformación o interconversión. Por ejemplo:

E.- Y en los procesos nucleares, por ejemplo en una explosión, ¿qué ocurre allí?

A1.- Que, cuando el átomo de uranio se parte, dividiéndose, la masa de los pedazos tienen una masa inferior a la masa anterior, pero como estos pedazos tendrán una velocidad, una cantidad de movimiento unos para un lado y otros para otro para que se conserve, la cantidad de movimiento será cero y tendrán energía cinética, una para un trozo otra para otro.

E. ¿Y la masa se conservará? ¿No está asociada a la energía?

A1.- Se desprende energía cinética por que los trozos se mueven y tienen energía. Y hay diferencia de la masa del sistema y la de cada parte, no es la suma. Al dividirse tu sumarías la masa de los trozos y es distinta a la del sistema.

E.- Y en la fisión del uranio, por ejemplo en una central nuclear o una bomba, la masa de los trozos, la suma, ¿es mayor o menor que la del átomo, sistema?

A1.- La masa ha de ser menor porque hay energía cinética suelta.

Esta línea interpretativa, esencialmente correcta, es seguida en la mayoría de respuestas correctas. Por ejemplo es la del siguiente extracto, en el que se reafirma igualmente la validez de los principios de conservación:

E.- Entonces, en un proceso nuclear como por ejemplo una explosión, una fisión, como lo interpretas.

A2.- La energía se conserva.

E.- Y la masa

A2.- La masa... [con dudas].

E.- ¿Ha cambiado?

A2.-Es que la masa de las partículas del sistema es diferente de la masa del sistema Si sumamos la masa de las partículas y contabilizamos la energía cinética de los fragmentos la energía se conserva.

E.- ¿Entonces se conserva la masa del sistema en un proceso nuclear?

A2.-Sí

E.- ¿Se conserva la energía?

A2.- Sí, la conservación de la energía es uno de los principios más importantes de la física.

E.- Entonces cuando hay una explosión, toda esa energía tan enorme, el destrozamiento de las cosas. ¿Contradice lo de la conservación de la energía?

A2.- Es la cinética de los trozos que se quedan para que se conserve todo.

La asignación correcta del origen de esta energía y su papel en el balance energético queda patente en secuencias como la siguiente:

.....

E.- Entonces parece que dices que en una explosión nuclear la energía permanece constante, ¿por qué entonces ese efecto devastador que tumba las paredes y demás?

A3.- Porque esa energía estaba en forma de energía asociada a la masa y en reposo pero al romperse los átomos se convierte por una parte en energía en reposo, la de los átomos resultantes pero una parte en cinéticas que son las de los átomos, luz,

.....

E.- ¿Se conserva entonces la energía?

A3.-Sí.

E.- ¿Se conserva la cantidad de movimiento antes y después de la explosión?

A3.-Sí.

E.- ¿Se conserva la masa?

A3.- ¿La masa?, Uhm.. la masa no es la misma en los átomos finales respecto a los iniciales es más pequeña.

E.- Pero, ¿y la masa del sistema, la total, ha cambiado?

A3.- La llamada masa relativista no, de materia en sí, del sistema no cambia.

En otros casos la explicación parece aproximarse a la noción de interconversión que se ha rechazado. Sin embargo, parece que en algunos casos frente a la contradicción, el estudiante apunta líneas de interpretación válidas. El siguiente extracto muestra ese hecho:

.....

A4.-....La pérdida proviene de una pérdida de masa, eso sí, equivalente a dicha energía liberada, ya que se cumple la proporcionalidad entre masa y energía y la ley de conservación de la masa y la energía.

E.- ¿Pero tal y como lo planteas parece que existe una contradicción? ¿Se cumple la conservación de la energía?

A4.-Sí, se cumple ya que es un principio de la relatividad.

E.- ¿Pero parece que dices que aparece energía?

A4.- Lo que pasa es que no toda la masa del átomo compone la suma de las masas de los fragmentos. Aplicando la ley de conservación de la energía, como al final se mueven, hay energía cinética final en las partículas.

Sin embargo también se da el caso contrario, que cuestiona parcialmente la solidez de las respuestas, pues entre líneas argumentales esencialmente

correctas aparecen reminiscencias de ideas previas. Este es el caso de la noción de energía-pegamento que se libera en la fisión y que surge al final del siguiente extracto, inicialmente correcto:

.....

E.- ¿Qué pasa con la masa en los procesos nucleares, cambia?

A5.- La masa del conjunto, si se analiza la masa del conjunto no varía, pero aparece una energía cinética, porque la suma de la masa de las partículas es menor y parece que varía, se conserva la energía.

E.- Y en una explosión nuclear, ¿qué pasa con la masa? ¿Cambia la energía?

A5.- La energía total no cambia en el proceso nuclear, es una constante, la total.

E.-¿Y cómo explicas que se desprenda? ¿Que se pueda desarrollar un trabajo como al tirar una pared?

A5.- Que la energía que antes se empleaba en mantener unida a la sustancia ahora aparece como energía cinética.

Esta breve exposición muestra, en conjunto, una mejor y más significativa comprensión de la relatividad especial, entre los alumnos que siguieron el proceso de enseñanza de la propuesta alternativa. La mejora es, en nuestra opinión, muy sustancial en comparación con los resultados obtenidos con el grupo de control, según se comentó en el estudio de la primera hipótesis. Esto es coherente con el conjunto de resultados que se derivan de los cuestionarios escritos.

7.2.3 Resultados obtenidos en la comprobación de un cambio positivo en la actitud hacia la ciencia, y su aprendizaje, en los estudiantes de los grupos experimentales.

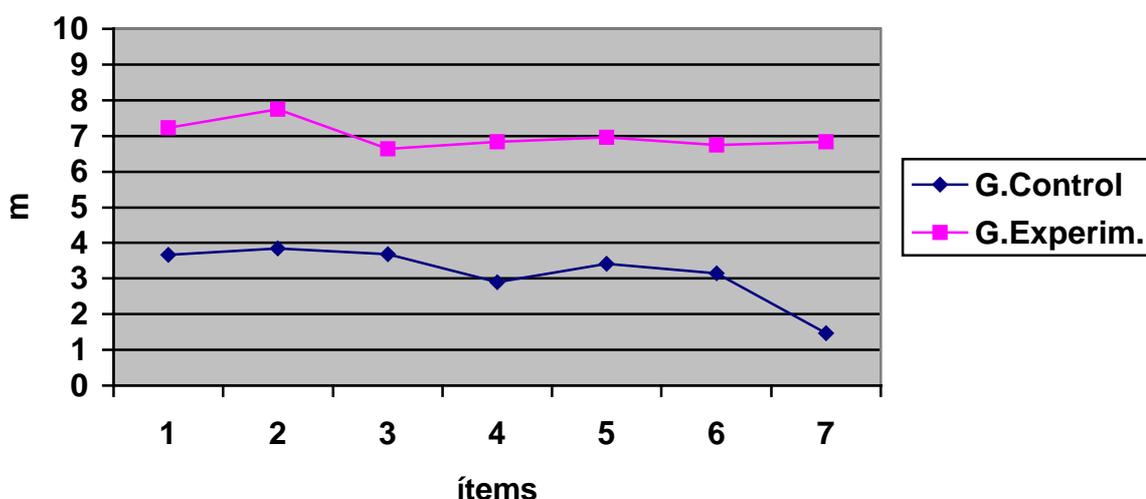
La indagación acerca de las actitudes de los alumnos con respecto a la metodología utilizada por sus profesores se ha realizado mediante el cuestionario presentado en el capítulo III. Recordemos que la encuesta se ha pasado a 61 alumnos de control, y que estos alumnos pertenecen a grupos distintos a los utilizados para estudiar la primera hipótesis, por haberse abordado este diseño con posterioridad, y a 43 alumnos tratados por el programa experimental. Es de destacar que ambos grupos de alumnos poseen un historial análogo de enseñanza tradicional por parte de sus profesores. Los alumnos del grupo experimental han seguido, por vez primera, un proceso de enseñanza-aprendizaje por investigación.

Los resultados obtenidos se recogen en forma de tabla, en que se muestran los valores medios, la desviación estándar (s.d) y también los valores del parámetro t de Student, que permite valorar la significatividad de la diferencia entre ambos grupos. La $t_{\text{crítica}}$ se ha definido para un margen de error del 1%.

TABLAS DE RESULTADOS Y COMENTARIOS

Ítems (valorados de 0 a 10): Con el método utilizado por el profesor	Control		Experim.		t		Dif. Sign. $\alpha < 0,01$
	x	s.d	x	s.d	t _{cal}	t _{crit.}	
1º Me ayuda a conocer mis errores y a corregirlos	3,7	1,6	7,2	2,1	9,7	2,7	Sí
2º Me ha ayudado a adquirir conocimientos científicos	3,8	1,8	7,7	1,7	13,4	2,7	Sí
3º Me aproxima a los métodos de trabajo científico: emito hipótesis, las contrasto, analizo resultados, establezco conclusiones, etc.	3,7	1,7	6,7	1,8	8,5	2,7	Sí
4º Relaciono la Ciencia con la Cultura, la Tecnología, y la Sociedad	2,9	1,5	6,8	1,6	12,8	2,7	Sí
5º Ha favorecido mi participación en la clase	3,4	2,2	6,9	1,7	9,2	2,7	Sí
6º Ha contribuido a aumentar mi interés por la ciencia	3,1	2,3	6,7	1,6	9,3	2,7	Sí
7º He trabajado en equipo con mis compañeros	1,5	1,1	6,8	1,6	18,9	2,7	Sí

Los participantes en el grupo experimental muestran unos valores considerablemente más satisfactorios, y además en la totalidad de las facetas estudiadas. Las valoraciones se aproximan en este caso al 7 de media y superan con holgura a los valores de los alumnos de control, ordenados alrededor de 3,5 y además reflejan una mayor dispersión en las valoraciones.



El ítem uno, presenta resultados muy diferentes entre ambos colectivos, 7'2 frente a 3'7. Este ítem se corresponde con la implicación del joven en su

propio proceso de aprendizaje y sus resultados no pueden separarse, a nuestro juicio, de la posibilidad de expresión que brinda el uso in-extenso del trabajo en equipo y los aspectos procedimentales asociados a la metodología: de emisión de hipótesis, valoración de resultados, etc.

La apreciación del propio conocimiento científico adquirido, es también notablemente superior en los alumnos experimentales, este dato es concordante con lo obtenido en los ítems 5º y 6º en que el conjunto de los alumnos declaran que el estudio del tema ha favorecido tanto la participación como la mejora de su interés por la ciencia. Estos resultados concuerdan con la percepción obtenida tanto durante el desarrollo de las clases, como en las entrevistas; los jóvenes manifiestan que se han asomado a la complejidad conceptual de la física pero que, al mismo tiempo, han asimilado un puñado de ideas básicas, que pese a su aparente extrañeza forman un conjunto coherente lógicamente.

Por otra parte la orientación metodológica del tema y su inserción en el proceso de desarrollo de la física, en una situación problemática histórica, así como el recurso a la metodología científica, es valorada por los alumnos al reconocer, con una media próxima a 7, su formación en estos aspectos.

Se obtiene una consideración muy baja entre los alumnos de control, 2,9 en el ítem 4, acerca de la inserción de la actividad del tema en el complejo Ciencia-Técnica-Sociedad. Por el contrario los estudiantes de los grupos experimentales valoran positivamente este aspecto, con una media de 6,8; lo que todavía presenta margen para la mejora.

El ítem con respuestas más dispares es sin duda el relativo al trabajo en equipo entre los estudiantes. Este aspecto, bien valorado entre los estudiantes experimentales, está muy relacionado tanto con la posibilidad de la maduración de las ideas por la confrontación guiada, como con aspectos afectivos de implicación en la tarea. Incluso está en juego la propia consideración de la indagación científica como un proceso cooperativo.

Por último se debe apreciar el hecho de que los alumnos valoran positivamente el atractivo intrínseco del tema, y resaltan el trabajo cooperativo y la interacción con sus compañeros.

7.3 RESULTADOS REFERENTES A LA VALORACIÓN POSITIVA DE LA PROPUESTA ALTERNATIVA DE ENSEÑANZA/ APRENDIZAJE DE LA RELATIVIDAD QUE HACEN LOS PROFESORES QUE LA CONOCEN O LA UTILIZAN.

El cuestionario ha sido cumplimentado por un total de 31 profesores, una parte sustancial corresponde a los participantes en un curso de actualización didáctica y científica de ámbito universitario. En el transcurso del mismo se ha seguido el programa de actividades trabajándolo en grupos pequeños bajo la dirección del autor. En el desarrollo de las sesiones se ha analizado la situación problemática planteada, los ejes conductores estructurantes del tema, los principales puntos a los que se intenta atender, etc.

Los resultados obtenidos se recogen en las tablas siguientes en las cuales, para cada ítem, se indica: la media aritmética, la desviación estándar y la distribución de valoraciones en porcentajes, agrupadas en tres intervalos, para mostrar la dispersión de las mismas.

1.- Valoración de aspectos metodológicos.

En términos generales se aprecia una valoración alta en el conjunto de los ítems, próxima a 7,5, y con una dispersión pequeña. Únicamente en el ítem 1.3, la valoración desciende, aunque es cercana a siete. Este ítem, que trata del papel del tema en la familiarización de los jóvenes con la metodología científica, es el único que obtiene una valoración negativa para el 3,4% de las respuestas, lo que contrasta con el 69,0% de quienes valoran su atención a este aspecto por encima del 7 sobre 10.

Ítem	media s.d.		Valoración en %		
	N=31		1 a 4	5 a 6	7 a 10
1.1 Facilita la detección y corrección de errores.	7,8	1,3	0	17,2	82,8
1.2 Facilita la adquisición de los conocimientos científicos	7,7	1,2	0	13,8	86,2
1.3 Familiariza a los alumnos con la metodología científica	6,9	1,3	3,4	27,6	69,0
1.4 Presenta las relaciones de la Ciencia con la tecnología y la sociedad.	7,4	1,1	0	17,2	82,8
1.5 Favorece la participación de los alumnos.	7,5	1,2	0	24,1	75,9
1.6 Aumenta el interés de los alumnos por la ciencia.	7,3	1,2	0	27,6	72,4

Los aspectos metodológicos merecen por tanto una valoración positiva, y cabe destacar que esto afecta a la dimensión participativa y actitudinal, lo que se corresponde con el potencial del tema para interesar a los estudiantes por la ciencia.

2.- Valoración de aspectos sobre la organización lógica y conceptual del programa

Los profesores aprecian el planteamiento realizado en la introducción de los conceptos básicos de espacio y tiempo, otorgando valoraciones cercanas a 8 a los ítems 2.1 y al 2.3. Se alcanza una alta valoración de 8,28, en el ítem 2.2 que hace referencia al trabajo conceptual cualitativo.

Ítem	media s.d.		Valoración en %		
	N=31		1 a 4	5 a 6	7 a 10
2.1 Tiene en cuenta las ideas previas de los alumnos acerca del espacio y tiempo	8,0	1,3	0	13,8	86,2
2.2 No se limita a establecer relaciones cuantitativas entre los Sistemas de Referencia, si no que realiza razonamientos cualitativos sobre espacio y tiempo	8,3	1,2	0	6,9	93,1
2.3 Presenta adecuadamente la innovación en los conceptos de espacio y tiempo	7,7	1,4	0	20,7	79,3
2.4 Ubica adecuadamente la Teoría de la Relatividad en el conjunto de la Física	7,9	1,2	0	10,3	89,7
2.5 Reafirma el estatus de los principios de conservación	7,9	1,4	0	10,3	89,7
2.6 El tratamiento de la masa es suficientemente clarificador y actualizado.	7,9	1,5	3	13,8	82,8
2.7 Conecta la teoría con aplicaciones teórico-prácticas	6,9	1,7	3	41,4	55,2

Otros aspectos importantes reciben también valoraciones muy positivas. Es notable a este respecto el elevado 7,9 alcanzado en el tratamiento de la masa, aunque el enfoque sigue sin ser suficientemente clarificador todavía a juicio de un 3,4% de los profesores que responden al ítem 2.6.

Por último el ítem 2.7 es el de menor valoración, lo que parece indicativo de que a juicio de los profesores que analizan la propuesta didáctica, la conexión teórico-práctica podría mejorarse. No obstante, el 55,2% de los entrevistados valoran este punto por encima de 6, y tan sólo el 3,4% por debajo de 5, es decir es muy minoritario el porcentaje de quienes opinan que no conecta la teoría con aplicaciones teórico-prácticas

3.- Aspectos satisfactorios o insatisfactorios encontrados por los profesores en la propuesta.

Entre los aspectos más apreciados por los profesores destaca su contribución para clarificar los conceptos relativistas complicados, y que atiende tanto a las ideas previas de los estudiantes como a su situación de partida.

Otros profesores señalan como satisfactorio el hilo conductor que se ha seguido, organizado en torno a un problema. Aprecian el hecho de que se plantea a los alumnos una visión del desarrollo de la ciencia y sus metodologías. Alguno señala como interesante el hecho de que el alumno posee siempre una visión global del tema, y que el planteamiento inicial del problema proporciona la justificación del índice a trabajar. Los conceptos se introducen siguiendo necesidades lógicas.

Por el contrario, para algún profesor el tema no es muy adecuado para iniciar a los alumnos en la metodología científica, aunque se planteen las actividades como problemas que surgieron en el desarrollo de la teoría. También lo consideran apto para profundizar en el funcionamiento de la ciencia una vez asimilados los puntos esenciales.

Metodológicamente se valora positivamente el planteamiento de pequeños problemas, y el enfoque activo que favorece la participación y el intercambio entre los estudiantes.

Para algún profesor los dibujos parecen confusos en algún caso y alguno ha echado en falta alguna aplicación tecnológica mayor.

4.- Propuestas de modificación, cambio o inclusión de nuevas actividades en el programa.

Ningún profesor plantea la supresión de actividades y se producen pocas propuestas para añadir nuevas actividades. Las aportaciones apuntan hacia actividades de profundización, consolidación numérica y cuantitativa. Algunos profesores creen que se podrían incrementar los ejercicios y las cuestiones de aplicación para trabajar con más detalle la masa y su vinculación con la energía. Por último algunas contestaciones desean una mayor cantidad de actividades Ciencia-Técnica-Sociedad pero con vinculación práctica reconocible por los estudiantes.

Ciertas respuestas recogen declaraciones de los profesores que se consideran poco versados en el tema y no se consideran en condiciones de incorporar nuevas actividades.

5.- Resultados acerca de las circunstancias de su inclusión en el currículum de 2º de bachillerato

Este ítem se presentó a los encuestados con una escala de 0 a 10, y está diseñado de modo que los valores altos se refieren a una escasa consideración acerca de su presencia en el 2º de bachillerato. Esta presentación hace que sea favorable a nuestra hipótesis la obtención de valores bajos, al contrario que en el resto de los ítems.

Se obtiene que las respuestas que manifestaban su acuerdo con las afirmaciones recogidas del ítem, y que se les presentaban a su consideración, en las que se minusvaloraba su papel en la formación de los bachilleres, se apuntaba una exigencia de alto nivel, se consideraba poco conectada con el resto, etc., no superan el valor 4. Resultado apreciable y que resulta coherente con nuestra hipótesis.

Por el contrario, lo que se deduce de las conversaciones con los profesores es la relativa sorpresa que les supone el leve aparato matemático necesario y la simplicidad del enfoque. Por otra parte no deja de resultarles sorprendente

lo sutil de las conclusiones extraídas, aunque su sensación es de coherencia global.

Ítem	media s.d.		Valoración en %		
	N=31		1 a 4	5 a 6	7 a 10
5.1 Se puede prescindir de su conocimiento, en la enseñanza secundaria.	3,6	2,4	62,1	27,6	10,3
5.2 La teoría necesita un alto nivel para comprenderla los rasgos principales.	4,0	2,6	48,3	31,0	20,7
5.3 Está poco conectada con el resto de la física estudiada en el bachillerato.	3,6	2,3	65,5	20,7	13,8
5.4 Las fórmulas son complicadas y no ayudan a comprender lo esencial.	3,9	2,4	62,1	20,7	17,2

Por tanto, en conjunto los profesores, tienden a apreciar su estudio y las posibilidades didácticas de llevarlo a cabo. No obstante hay una amplia dispersión que indica un abanico bastante abierto en las respuestas y las valoraciones

6.- Valoración acerca del tiempo empleado en el tema.

Tras el estudio del programa, los profesores dedicarían al tema un tiempo medio sustancialmente mayor al que dedican habitualmente. El valor medio de 12,7 sesiones es un valor equilibrado con relación al conjunto de temas del currículum de 2º de bachillerato.

El tiempo en sesiones que dedicarías al tema en 2º de bachillerato					
8 a 10	11 a 13	14 a 16	más de 16	media	s.d
19,4%	32,3%	38,7%	9,7%	12,7	3,9

El valor medio propuesto es similar al necesario para desarrollar el programa propuesto.

Ninguno de los participantes dedicaría un tiempo inferior a ocho sesiones y el grueso de los valores se sitúa entre las 11 y las 16 sesiones.

7.- Comparación de apreciaciones sobre la enseñanza de la relatividad entre profesores que conocen la propuesta y quienes no la conocen.

De los datos de la tabla se deduce que hay una valoración significativamente mejor acerca del papel de la Teoría de la Relatividad en el bachillerato, y de las posibilidades de lograr un aprendizaje significativo por los estudiantes.

Diferencias en la apreciación de los profesores respecto a la enseñanza de la relatividad	La conocen		no la conocen		t t _{crítica}	
	media	s.d	media	s.d	<0,01	
	N= 31		N= 74			
7.1 .- Se puede prescindir de su conocimiento, en la enseñanza secundaria.	3,6	2,38	5,4	3,4	3,0	2,63 Sí
7.2.- La teoría necesita un alto nivel para comprenderla los rasgos principales.		2,55	5,4	3,1	2,3	2,63 No
7.3 .- Está poco conectada con el resto de la física estudiada en el bachillerato.	4,0	2,26	6,2	3,0	4,8	2,63 Sí
7.4.- Las fórmulas son complicadas y no ayudan a comprender lo esencial.	3,6	2,37	5,9	2,8	3,6	2,63 Sí
	3,9					

Es patente la mejora en todos los ítems respecto a los resultados obtenidos con profesores que desconocen esta propuesta. En este caso se pone de manifiesto poco aprecio hacia su papel en la secundaria (5,4), y se consideran importantes las dificultades de manejo de las expresiones (5,9). La amplia separación ente las apreciaciones es significativa a un nivel del 99%. Únicamente en el ítem 7.2, que recoge el nivel exigido para comprender los rasgos esenciales de la Teoría de la Relatividad, la separación baja de los 3 puntos. A pesar de ello en este ítem $t < t_{crítica}$ ($2,33 < 1,98$) para un nivel del 95% ($\alpha < 0,05$). En suma, y a la luz de todas las consideraciones anteriores, podemos concluir que la propuesta ha sido valorada positivamente por los profesores que la han estudiado críticamente. Esta valoración comprende tanto factores conceptuales como metodológicos, y es de destacar el interés mostrado por los propios profesores, que participaron en su estudio con un enfoque didáctico constructivista del tema, que resultó motivador para ellos mismos como profesores.

8 RECAPITULACIÓN, CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

En el primer capítulo se ha planteado el problema de la enseñanza de la relatividad, que ha dado pie al desarrollo de esta investigación. Se han analizado las características del problema y los principales debates en torno al mismo, finalmente se concretó en la forma siguiente:

1.- ¿Cómo se introduce en la enseñanza usual (ESO, Bachillerato) la relatividad y sus prerequisites tanto desde el punto de vista científico cómo didáctico?

2.- ¿Son comprendidos estos conceptos por los alumnos? ¿Qué dificultades encuentran? ¿Qué consecuencias plantea dicha forma de enseñanza?

3.- ¿Es posible una propuesta alternativa que atienda las deficiencias que se detecten y que de lugar un aprendizaje de mayor calidad en los estudiantes?

En el capítulo dos, para la investigación de este problema, se ha formulado una hipótesis orientada a su clarificación y que se formuló de la siguiente forma:

Los conceptos de tiempo, espacio y sus propiedades, así como los distintos sistemas de referencia, se introducen ya la secundaria de forma inconexa, acrítica. La enseñanza de la Teoría de la Relatividad se realiza de forma poco clarificadora, sin tener en cuenta las preconcepciones de los alumnos, y sin resaltar su posición en la estructura de la Física. En consecuencia, el aprendizaje es escasamente significativo y no se consolidan las nuevas concepciones en los estudiantes.

La hipótesis se ha fundamentado didácticamente recurriendo a las aportaciones de la comunidad científica sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje y, más en detalle, sobre los principales conceptos involucrados.

Con objeto de poner a prueba la hipótesis se ha realizado un desglose en tres subhipótesis principales, que a su vez se han operativizado para favorecer su puesta a prueba. Se ha elaborado así un diseño convergente y variado, que se ha aplicado a los principales variables del proceso: alumnos, profesores y libros de texto. Se ha aplicado sobre 38 textos de amplia difusión, entre ellos los más difundidos en la enseñanza de la Física de 2º de bachillerato. También se han pasado cuestionarios a profesores para lo que se ha contado con la colaboración de 21 profesores en activo, y 53 en formación. Se han pasado también 54 cuestionarios a alumnos de 2º de bachillerato, 80 a estudiantes de 1º y otros 21 a estudiantes de 4º de ESO, para indagar el aprendizaje derivado de la enseñanza recibida. La valoración de aspectos actitudinales se ha

estudiado mediante 61 cuestionarios pasados a estudiantes de 2º de bachiller. Por último, para profundizar en el aprendizaje se han analizado 10 entrevistas a jóvenes de 2º de bachiller, que han estudiado el tema de forma tradicional.

Una vez contrastada la primera hipótesis se plantea una segunda fase consistente en la elaboración de una propuesta alternativa, que de respuesta a la tercera faceta del problema. Esta propuesta ha de estar fundada en los principios básicos establecidos por la investigación didáctica, e incidir en los aspectos deficientes de la enseñanza habitual de la relatividad en el bachillerato, que se han puesto de manifiesto en el estudio de la primera hipótesis. Se examinan los fundamentos del proceso de enseñanza por investigación, que se suscribe, y que han de orientar la línea de la propuesta alternativa que se elabora. Por todo ello, la formulación de la segunda hipótesis se realiza en los siguientes términos:

“Es posible realizar una enseñanza de la Teoría de la Relatividad que, desde una orientación que concibe el aprendizaje como una construcción de conocimientos, parta de las concepciones previas de los alumnos, y de sus conocimientos de la teoría física, construya activamente y con corrección científica los aspectos más significativos de la Teoría Especial de la Relatividad. Esta elaboración atenderá a su entronque en el conjunto de la Física así como las relaciones Ciencia-Técnica-Sociedad, de modo que se logre un aprendizaje significativo y estable en los estudiantes”.

Para ponerla a prueba, se ha elaborado un programa de actividades alternativo con el cual se ha tratado el tema con 107 estudiantes de 3 centros diferentes. Los estudiantes que participaron en el estudio respondieron a encuestas que exploraron los aspectos clave del aprendizaje. Se ha completado con 10 entrevistas a estudiantes de 2º de bachiller, orientadas a profundizar en la calidad del aprendizaje. También ha sido presentado a 31 profesores en activo, que han participado en sesiones de trabajo en pequeño grupo, dedicadas a trabajar el tema. Estas sesiones se han desarrollado en el marco universitario de un curso de actualización didáctica-científica.

Los resultados obtenidos se han analizado en comparación con los de los alumnos del grupo de control. Se han comparado sus valoraciones con las realizadas por los profesores que desarrollan el tema sin usar nuestra propuesta alternativa y que han sido analizadas en el estudio de la primera hipótesis.

Finalmente, se establecen en este capítulo las conclusiones finales acerca del problema planteado y se plantean problemas adicionales no resueltos, posibles extensiones y perspectivas de estudio.

CONCLUSIONES.

Del estudio de los instrumentos desarrollados podemos fijar las siguientes conclusiones, según se indica ampliamente en los capítulos 4 y 7.

1.- Los libros de texto utilizados en 4º ESO y 1º de bachiller no presentan adecuadamente los conceptos de tiempo y espacio. En el 2º de bachillerato la enseñanza de la Teoría de la Relatividad se plantea de

forma poco clarificadora, sin tener en cuenta las preconcepciones de los alumnos, y sin resaltar su posición en la estructura de la Física.

Se apoya esta afirmación en datos tales como que el estudio del principio de relatividad galileano no se realiza en cerca del 80% de los textos de primer nivel, o que en los textos de segundo de bachillerato se da una importante dispersión en la introducción, o no, de conceptos como la masa relativista (presente en el 84,6% de los textos) con muy diversos y contradictorios enfoques sobre su significado.

2.- Los profesores introducen, de forma, acrítica los conceptos, desde orientaciones epistemológicas distorsionadas y sin contar con los resultados de la investigación didáctica.

Estas conclusiones se deducen del estudio de las respuestas de los profesores que sólo plantean la necesidad de partir de una situación problemática en el 33,3% de los casos, sin una epistemología adecuada en más del 70% de casos y con dificultades de entresacar lo sustancial de la teoría manejar aplicaciones de la relatividad o razonar adecuadamente sobre la masa, incluso con un 17% que razonan en términos de conversión masa energía, etc.

3.- Los alumnos, que siguen una enseñanza tradicional, como consecuencia de la misma, muestran un aprendizaje escasamente significativo y se consolidan poco las nuevas concepciones en los estudiantes. Tampoco desarrollan significativamente actitudes positivas hacia la ciencia y su aprendizaje

Se puede concretar en aspectos parciales como los siguientes:

- **Comprensión insuficiente de los conceptos básicos de espacio y tiempo.**

Como muestra se puede indicar que una concepción correcta del espacio, en la perspectiva relativista, no es alcanzada por más del 13,0% de los estudiantes que siguen una enseñanza tradicional; el manejo de conceptos como el de tiempo propio se realiza correctamente únicamente por el 18,5% de los estudiantes. La propia intelectualización del concepto de espacio y sus propiedades dista de ser asumida conceptualmente por los alumnos.

- **Concepción intuitiva no científica.**

Por ejemplo, un 66,7% no señala los puntos esenciales de la relatividad y asume acríticamente su intuición. El concepto de espacio absoluto ha resistido al aprendizaje y se manifiesta en el 90,7% de los estudiantes del grupo de control. Incluso en el campo de los procesos energéticos nucleares son muy comunes entre los estudiantes ideas tales como la transformación de masa en energía, la idea de energía contenida en un recipiente como un tipo de fluido, etc.

- **Concepción operativa de las expresiones físicas y las relaciones entre magnitudes.**

El 77,8% no es capaz de razonar adecuadamente acerca de la energía en procesos tales como la fisión nuclear. La equivalencia masa energía es tratada a menudo como una mera relación entre magnitudes sin un sustrato profundo de equivalencia. El uso acrítico de la masa relativista, y la extensión de las expresiones clásicas por sustitución de la masa relativista es considerada correcta y aplicada por el 85,2% de los estudiantes.

- **Escasa valoración del aprendizaje y la metodología seguida.**

El conjunto de los ítems obtiene muy escasas puntuaciones, en una escala de 0 a 10, valoran en torno a 3,5 aspectos como la ayuda que proporciona el modelo de enseñanza que se ha seguido para corregir errores y aprender conocimientos científicos. Los aspectos de participación, desarrollo de interés por la ciencia, y las implicaciones CTS se sitúan en valores análogos.

Hasta aquí las conclusiones derivadas de la primera hipótesis. A continuación se establecen los puntos más importantes, que se establecen derivados de la 2ª hipótesis.

4.- Es posible diseñar una enseñanza de la relatividad en la secundaria mediante programas de actividades diseñados en consonancia con un modelo de enseñanza-aprendizaje como investigación.

Para ello se ha desarrollado un programa de actividades que se recoge en el capítulo VI, y que incide en las principales deficiencias detectadas. Se ha perfeccionado con la participación de grupos de profesores, quienes lo han evaluado finalmente en forma positiva. Su experimentación ha dado lugar a mejoras en el aprendizaje y a valoraciones positivas por parte de los implicados: estudiantes y profesores.

5.- La enseñanza de la relatividad, conforme a esta metodología, da lugar en los estudiantes a una mejora en su aprendizaje, y a un aumento de la valoración positiva y crítica de la ciencia y su desarrollo.

Esta afirmación se deriva de los resultados obtenidos y que se recogen en las tablas y análisis del capítulo VII. El análisis comparativo con los datos obtenidos entre los grupos de control y experimental pone de manifiesto que las diferencias entre ellos resultan significativas a un nivel de confianza del 99%, salvo en un ítem, en que lo es al 95%. Podemos concretar en los siguientes aspectos:

- **Mejora sustancial en la comprensión de los conceptos básicos de espacio y tiempo.**

Los resultados de los cuestionarios muestran una comprensión más madura, de los estudiantes que han seguido la propuesta alternativa frente a

los que siguen metodologías tradicionales. Se ha mejorado en todos los ítems. En concreto, entre el 57,8 al 86,0% de los estudiantes muestran una concepción correcta del espacio en la perspectiva relativista, frente al 13,0% de los estudiantes de control. Mejora también el manejo de tiempos entre los Sistemas de Referencia de un 56,3% (grupo experimental 1º) al 72,1% (grupo experimental 2º) frente 18,5% de los estudiantes de control. Estos valores no son todavía plenamente satisfactorios pero supone una mejora muy considerable.

En las entrevistas se ha profundizado en las ideas de los estudiantes, y se puede constatar que, en general, se obtiene un aprendizaje significativo en las ideas básicas y en el manejo de espacios y tiempos entre los sistemas. Con ello se da coherencia a los resultados obtenidos con los cuestionarios.

- **Desarrollo de un pensamiento más estructurado, y entroncado en la estructura física, lo que supone la superación de concepciones intuitivas e ideas previas.**

Entre el 79,7% (grupo experimental 1º) y el 90,7% (grupo experimental 2º) identifica los puntos esenciales de la relatividad y son capaces de situar la Teoría de la Relatividad en el marco de la física. El concepto de espacio absoluto, que resistía con facilidad el aprendizaje tradicional (9,3% de comprensión suficientemente correcta) cede, aunque no totalmente, tras el seguimiento del programa alternativo, y se sitúa en torno al 50%. El manejo correcto de longitudes de cuerpos y su relación con el espacio entre los Sistemas de Referencia, supera las simplificaciones estandarizadas, y mejora muy considerablemente del 33,3% hasta el 70,3% del grupo experimental 1º y el 88,4% del grupo experimental 2º.

Las entrevistas son en este aspecto muy reveladoras, pues permiten poner de manifiesto este pensamiento más madurado.

- **Mejora en la comprensión de la equivalencia masa-energía y el papel de los principios de conservación en los fenómenos energéticos.**

Estos conceptos resultan ser de difícil interiorización, y la sutileza de muchos aspectos dificulta una comprensión correcta. Los principios involucrados en una fisión nuclear parecen ser comprendidos por un 45,3% del grupo experimental 1º hasta el 62,8% que se alcanza entre los estudiantes que siguen el programa en el grupo experimental 2º, frente al 22,2% de los estudiantes de control. Se ha reducido en un grado considerable, del 85,2% al 48,8% y al 68,7% de los grupos experimentales, la extensión acrítica de expresiones clásicas, si bien es precisamente en este ítem donde el grado de mejora es menor. Por otra parte, las entrevistas muestran que algunos estudiantes alcanzan una comprensión apreciable y son capaces de manejar adecuadamente los principios involucrados, que afectan a masa, cantidad de movimiento y energía.

- **Desarrollo de actitudes positivas de los estudiantes respecto al aprendizaje y sus contenidos.**

La comparación entre las valoraciones muestra que los alumnos que han participado en el grupo experimental, muestran valores considerablemente más satisfactorios, en la totalidad de las facetas estudiadas. En una escala de 0 a 10 se obtiene aproximadamente un 7 de media frente a las valoraciones de los alumnos de control que se ordenan alrededor de 3,5.

Se ha producido también una mejora actitudinal y una mayor implicación. Los alumnos valoran positivamente su propio aprendizaje de los aspectos conceptuales, el atractivo intrínseco del tema, y resaltan el trabajo cooperativo y de interacción con sus compañeros.

Los alumnos de control muestran una consideración muy baja (2'9) sobre la inserción de la actividad del tema en el complejo Ciencia-Técnica-Sociedad. Por el contrario los estudiantes de los grupos experimentales valoran positivamente este aspecto, con una media de 6'8, lo que todavía presenta margen para la mejora.

6.- Esta propuesta es valorada positivamente por los profesores a los que se les ha presentado y por los que la aplican efectivamente en sus clases.

Los profesores que han estudiado la propuesta la han valorado con una media de 7'4, en una escala de diez, en los aspectos metodológicos y de 7'8 en los conceptuales.

Hay una apreciación muy diferente sobre la enseñanza de la relatividad en el bachillerato, significativa al 99%, entre los que la conocen y los que no. En una escala de 0 a 10, los que la conocen consideran que se puede prescindir de su estudio con un valor medio de 3,6 frente al 5,4 de los que no la conocen. Globalmente hay una diferencia en las apreciaciones acerca de la teoría y su enseñanza de dos puntos en esa escala de diez.

Los aspectos más apreciados del programa alternativo son el que facilita la detección y adquisición de errores (7'8), aumenta el interés de los alumnos (7'3), y que no se limita a relaciones cuantitativas si no que realiza razonamientos cualitativos (8'3). Opinan que presenta adecuadamente la innovación en los conceptos de espacio y tiempo (7'7) y que, por ejemplo, el tratamiento de la masa es suficientemente clarificador y actualizado (7'9).

En síntesis, las conclusiones 4,5 y 6 son las derivaciones contrastadas de la segunda hipótesis y, **por tanto**, se concluye que **es posible una enseñanza correcta de los fundamentos de la relatividad, que propicie en los estudiantes un cambio actitudinal, metodológico y conceptual.**

PERSPECTIVAS

La enseñanza de la relatividad en el bachillerato fue incorporada de la mano de la reforma educativa diseñada por la LOGSE, por esta razón su presencia y extensión está sometida todavía a los vaivenes de la consolidación del nuevo bachillerato y sus sucesivas reformas. No obstante, parece que se va afianzando y se ha mantenido en el currículo tras la reforma parcial que se aplica ya en el curso 2002/2003. Los cambios que acompañan a la Ley de Calidad, aprobada en diciembre de 2002, entrarán en vigor en los próximos años pero parece que no alterarán sustancialmente su nivel de presencia en los programas. Por ello cobra interés proseguir una investigación de las peculiaridades de su enseñanza.

La investigación ha hecho hincapié en los conceptos básicos, y no se ha indagado sobre el aprendizaje de aspectos menos fundamentales, y quizás de mayor complejidad, tales como los apuntes de la Teoría General que se introducen en el tema, cuestiones acerca de la simultaneidad, etc. Cabe por ello proseguir un estudio, más de detalle, y que incluya las construcciones del alumno respecto a estos aspectos. También de los resultados se deducen mayores dificultades en algunos conceptos que en otros, por ejemplo en la comprensión y manejo de los aspectos correspondientes a la equivalencia masa-energía, su interrelación con principios de conservación, etc. Se apunta pues hacia un problema didáctico para dilucidar el por qué de esa mayor dificultad.

El propio refinamiento y mejora de la propuesta didáctica es una necesidad innegable, por cuanto carece de una propuesta integrada de evaluación articulada al proceso de aprendizaje. Sería preciso también un estudio más profundo acerca de aspectos actitudinales y procedimentales a trabajar en su desarrollo.

Además, se ha puesto de relieve la dispersión en los enfoques y las deficiencias que se dan en los niveles inferiores de la secundaria respecto a la introducción de aspectos como la relatividad galileana, sistema de referencia, etc. Una línea de trabajo pendiente es formular secuencias de programas alternativos que atiendan a estas deficiencias; se abriría así paso la posibilidad de estudiar la evolución conceptual en sucesivos estadios.

Por otra parte, pudiera ser interesante indagar en la zona fronteriza con los primeros niveles de la enseñanza universitaria, en ese caso se podría profundizar en aspectos cuya complejidad y extensión exige una mayor madurez y que adicionalmente iluminarían estrategias transferibles hacia la secundaria.

Finalmente, parece conveniente incidir en la clarificación del concepto de masa en la relatividad y en otros campos de la física, especialmente por su uso didáctico que nos ocupa. Recordemos a este respecto que el debate acerca de la masa relativista, frente al de masa invariante, se sitúa en parte en el campo de lo semántico y en el de la elección de las definiciones adoptadas, por cuanto la estructura matemática de la teoría es la misma. Evidentemente esta elección

no es neutra y en esta memoria se ha abogado razonadamente por el uso de la masa invariante, en concordancia con el consenso entre los científicos que habitualmente usan el marco relativista, por ejemplo los físicos nucleares y de partículas.

Se cierra, pues, esta memoria dejando abierta la necesidad de esta segunda fase, que extienda este trabajo.

9 ANEXO: LIBROS DE TEXTO REVISADOS

2º DE BACHILLERATO

- ANDRES, D.M.; ANTÓN, J.L.; BARRIO, J. y CRUZ, M.C. (1998). *Física 2º Bachillerato*. Madrid: Editex.
- BARRIO, J. (2000). *Física 2º Bachillerato*. Navarra: Oxford University Press España.
- ENCISO, E.; SENDRA, F. y otros. (1998). *Física*, Valencia: ECIR,.
- FIDALGO, J.A.; FERNÁNDEZ, M. (1998). *Física*. León: Everest.
- GALINDO, A. y otros. (1998). *Física 2*. Madrid: Mc Graw Hill.
- GISBERT, M.; HERNÁNDEZ, J.L. (1998). *Física 2º Bachillerato*; Madrid: Bruño.
- LARA, C.; PUENTE, J. y ROMO, R. (1997). *Física de Bachillerato*. Madrid: S.M.
- MARTÍN, J. y FRAILE, J. (2001). *Física 2*. Madrid: Santillana.
- PEÑA, A. y GARCÍA, J. (1996). *Física 2*. Madrid: Mc Graw Hill.
- PFEIFFER, N. y otros. (2001). *2º Bachillerato. Física* Barcelona: Casals.
- ROVIRA, J.A.; CASTELLANO, C. GARCÍA, T; MURGÍA, L. (1999). *Física 2º*. Barcelona: Edebé.
- SATOCA, J.; TEJERINA, F. y DALMAU, F. (1998). *Física 2*. Madrid: Anaya.
- SOLBES, J. y TARÍN, F. (1996). *Física 2º de Bachillerato*. Barcelona: Octaedro.

1º DE BACHILLERATO

- AGUSTENCH, M.; DEL CASTILLO, V.; DEL BARRIO, J. y ROMO, N.; (1997). *Física y Química*. Madrid: S.M.
- ALIBERAS, J. y otros. (2000). *Física y Química*. Barcelona: Almadraba.
- ANDRÉS, D.; ANTÓN, J.L.; BARRIO, J. DELACRUZ, M.C. y GONZÁLEZ, F. (1999). *Física y Química I*. Madrid: Editex.
- BALLESTERO, J. y BARRIO, J. (2000). *Física y Química 1º Bachillerato*. Navarra: Oxford University Press España..
- CALATAYUD, M. L.; HERNÁNDEZ, J.; SOLBES, J. y VILCHES, A. (1997). *Física y Química 1º de Bachillerato*. Barcelona: Octaedro.
- CARRASCOSA, J.; MARTÍNEZ, S.; MARTÍNEZ, T. (2000). *Nova, Física y Química*. Madrid: Santillana.
- DOU, J.M.; MASJUAN, M.D.; PFEIFFER, N y TRAVESSET, A. (1999) *Física y Química 1º de bachillerato*. Barcelona: Casals.
- FERNÁNDEZ, R.; DE LA PEÑA, L.; HERNÁNDEZ, J.L. y LOZANO, A. (2000). *Fotón1: Física y Química*. Barcelona: Vicens Vives.

FERNÁNDEZ, R.; DE LA PEÑA, L.; HERNÁNDEZ, J.L. y LOZANO, A. (2000). *Eurema 1: Física y Química*. Barcelona: Vicens Vives.

FIDALGO, J.A.; FERNÁNDEZ, M. (1998) . *Física y Química*. León: Everest.

GALINDO, A. ; SAVIRÓN; MOREN, A.; PASTOR, J. y BENEDÍ, A. (1995). *Física y Química*. Madrid: Mc Graw Hill.

GARCÍA POZO, T.; CANTOS, M.; GARCÍA-SERNA, J.R; RODRÍGUEZ, J. (1998). *Física y Química* . Barcelona: Edebé.

MARTÍN, J.; FRAILE, J. y ALONSO, A. (1996). *Física y Química*. Madrid: Santillana.

MORALES, J.V.; ARRIBAS, C.J. y SÁNCHEZ, J.M. (2000). *Física y Química*. Zaragoza: Edelvives.

ONTAÑÓN, G. y ONTAÑÓN, E.; (1998); *Física y Química 1º de Bachillerato*. Madrid: Bruño.

PEÑA, A.; POZAS, A.; RODRÍGUEZ, A.; GARCÍA, J.; MARTÍN y R.; RUIZ, A. (1998). *Física y Química 1*. Madrid: Mc Graw Hill.

SATOCA, J.; TEJERINA, F. y DALMAU, F. (2000). *Física y Química*. Madrid: Anaya.

4º de E.S.O

ALBADALEJO, E. y VILELLA, Mª. (1998). *4º ESO Física y Química, La energía y su uso*. Barcelona: Almadraba.

ANDRÉS, D.Mª; ANTÓN, J.L. ; DE LA CRUZ, Mª.C. (1995). *Ciencias de la Naturaleza Física y Química*. Madrid: Editex.

PUENTE, J.; VIGUERA, J. ; GONZALO, P. Y ALONSO, J. (1999). *Newton; 4º ESO Física y Química*,. Madrid: SM.

FIDALGO, J.A. y FERNÁNDEZ, M.R. (1997). *4º ESO Física y Química*. León: Everest.

SENDRA, F.; ENCISO, E.; CHORRO, F. y GARCÍA, M. (1996). *Física i Química*. Valencia: Ecir.

HIERREZUELO, J. (Coord) y otros. (1993). *Ciencias de la Naturaleza: Física y Química 4º*. Granada: Elzevir.

GARCÍA, T. y otros. (1997). *Física y Química 4º ESO*. Barcelona: Edebé

LLORENS, J.A. (1999). *Física y Química 4º ESO* Valencia: Tabarca.

MARTÍN, J.; RUIZ, E. ; FRAILE, J. y otros. (1998). *Física y Química, Secundaria 2000*. Santillana: Madrid.

ESPAÑA, J.; LÓPEZ, V. MORALES, J.L. y ARRIBAS, C. (2000). *Física y Química*. Zaragoza: Edelvives.

PASTOR, J.M. y BOIXADERAS, N. (1999). *Entorn 4 Física i Química*. Barcelona: Vicens Vives.

10ANEXO: RELACIÓN DE APPLETS

	DIRECCIÓN	Nº páginas
A 05	http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/index.html <i>Versión en castellano en:</i> http://www.edu.aytolacoruna.es/aula/fisica/applets/Hwang/ntnujava/relativeVelocity/relativeVelocity_s.htm	4
A 08	http://scsx01.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/movimiento/lineal/lineal.htm	5
A 16	http://www.walter-fendt.de/ph11s/timedilation_s.htm .	1
A 24	http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/index.html <i>Versión en castellano en:</i> http://www.edu.aytolacoruna.es/aula/fisica/applets/Hwang/ntnujava/relativity/relativity.html	3
A 26	http://www.its.caltech.edu/~phys1/java/phys1/Einstein/Einstein.htm l	4

Se aporta a efectos informativo la impresión de las páginas Web que contienen los programas java (applets) propuestos en las actividades. En ellas se recogen las explicaciones de uso, en la versión castellana si está traducida la página, y los fundamentos teóricos de las mismas.

El número de páginas es orientativo pues no se ha impreso la totalidad de las mismas.

A continuación se indica la relación de referencias utilizadas en la realización de este trabajo. Se ha señalado en cada caso al final de los datos, entre corchetes, las páginas en las que aparece la cita para facilitar la ubicación de la referencia en el texto.

ADLER, C.G. (1987). Does mass really depend on velocity, dad? *American Journal of Physics*, 55(8), pp. 739-743. [14, 17, 23, 25, 63].

ALEMAÑ, R.A. (1997). Errores comunes sobre relatividad entre los profesores de enseñanza secundaria. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 15, N 3, pp. 301-307. [128].

ALEMAÑ, R.A. y PÉREZ, J.F. (2000a). Enseñanza por cambio conceptual: De la física clásica a la relatividad. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 18, N 3, pp. 463-471. [41,42].

ALEMAÑ, R.A. y PÉREZ, J.F. (2000b). Didáctica de teoría de la relatividad: un caso práctico. *Alambique*, Num. 26, pp.101-112. [168].

ALEMAÑ, R.A. y PÉREZ, J.F. (2001). Una nueva propuesta didáctica para la enseñanza de la relatividad en el bachillerato. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 19(2), pp. 335-343. [179].

ALONSO SÁNCHEZ, M. (2000). Diagramas posición-tiempo para enseñar relatividad en el bachillerato. *Alambique*, Num. 23, pp.109-117.[129, 179]

ALONSO, M. y FINN, E.J. (1970). *Física*. Fondo Educativo Interamericano: Bogotá. [14, 16, 47].

ALONSO, M. y FINN, E.J. (1995). *Física*. Addison-Wesley. Iberoamericana: Wilmington (DE). [14, 128, 236]

ALONSO, M. (2001). Masa y velocidad. *Revista Española de Física*, Vol.15(1). pp. 40-41. [14].

ANGOTTI, J.A.; CALDAS, I.L.; DELIZOICOV, D.; RÜDINGER, D.; PERNAMBUCO; M. (1978). Teaching relativity with different phylosophy. *American Journal of physics*, Vol. 46, pp. 1258-1262. [13].

ARONS, A.B. (1970). *Evolución de los conceptos de la Física*. Trillas: Mexico. [13, 43].

AUSUBEL, D.P. (1978). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas: México. [37, 165]

BACAS, P ; MARTÍN, M.J., PERERA, F. y PIZARRO, A.M. (1997). Una propuesta didáctica para bachillerato: Física y Ciencia Ficción. *Revista española de física*, Vol. 11 (4) pp. 31-37. [184]

BAUMAN, R.P. (1992). Physics that Textbooks Writers Usually Get Wrong-I. Work. *The Physics Teacher*, Vol. 30, pp. 264-269. [14]

BAUMAN, R.P. (1994). Mass and Energy: The Lower-Energy limit. *The Physics Teacher*, Vol. 32, pp. 340-342. [13, 15]

- BERKSON, W. (1981). *Las teorías de los campos de fuerza*. Madrid: Alianza Universidad. [54, 58, 117, 118, 207]
- BERTOZZI, W. (1964). Speed and Kinetic energy of relativistic electrons. *Am. Journal Phys.*, Vol. 32, pp. 551-555. [182, 232]
- BICKERSTAFF, R.P. y PATSAKOS, G. (1995). Relativist generalizations of mass, *European Journal of Physics*, 16, pp. 63-66. [15, 17, 23]
- BORGHI, L. ; DE AMBROSIO, A. y GHISOLFI, E. (1993). Teaching special relativity in high school. In Novack, J. : Proceedings of *the Third International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics*. Ithaca, New York. Cornell University (Distribuc. electrónica). [13]
- BRISCOE, C. (1991). The dynamic interactions among beliefs, role metaphores and teaching practices. A case study of teacher change. *Science Education*, 75(2), pp 33-34. [39].
- BUNGE, M. (1983). *Controversias en Física*. Tecnos: Madrid. [53].
- CAMPANARIO, J.M. (2000). El desarrollo de la metacognición en el aprendizaje de las ciencias: estrategias para el profesor y actividades orientadas al alumno. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 18 (3), pp. 369-380. [30, 172].
- CAMPANARIO, J.M. (2001). ¿Qué puede hacer un profesor como tú o un alumno como el tuyo con un libro de texto como este? Una relación de actividades poco convencionales. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 19 (3), pp. 351-364. [172].
- CANDEL, A ; SATOCA, J.; SOLER, J.B.; TEJERINA, F. y TENT, J.J. (1989). *Física COU*. Anaya: Madrid. [16].
- CARRASCOSA, J. (1983). Errores conceptuales en la enseñanza de la Ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 1(1), pp. 63-65. [36]
- CARRASCOSA, J. (1985). Errores conceptuales en la enseñanza de la física y la química: una revisión bibliográfica. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 3(3), pp. 230-234. [180].
- CARRASCOSA, J. y GIL, D. (1985). La metodología de la superficialidad y el aprendizaje de las ciencias. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 3(2), pp. 113-120. [29,35, 168]
- CARRASCOSA, J. (1987). *Tratamiento didáctico en la enseñanza de las ciencias de los errores conceptuales*. Tesis doctoral. Universidad de Valencia. [36, 164]
- CARSON, S.R., (1998a). Relativity on a spreadsheet. *Physics Education*, Vol. 33 (1), pp. 13-19. [172].
- CARSON, S.R. (1998b). Relativistic mass. *Physics Education*, Vol. 33(6) pp. 343-345. [14].
- CASTILLO, J. (1999). Definición general de constante universal. Aplicaciones en la didáctica de las ideas de dualidad. *Alambique*, Vol.20 pp. 99-104. [49].
- CATALÁN, A. y CATALANY, M. (1986). Contra el mito de la neutralidad de la ciencia: el papel de la historia. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 4. Nº 2. pp 163-166. [39].

- COLL, C. (1990). *Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento*. Paidós: Barcelona. [164].
- COLOMBO DE CUDMANI, L. (1991). La generación autónoma de conflictos cognitivos para favorecer cambios de paradigmas en el aprendizaje de la Física. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 9 N. 3, pp. 237-242. [41].
- COLOMBO DE CUDMANI, L. (1995). Distintos tipos de constantes en Física y aprendizaje significativo de la disciplina. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 13 N. 2, pp. 237-248. [49].
- CROMBIE, A.C. (1959). *Historia de la Ciencia: De San Agustín a Galileo*. Alianza: Madrid. [50].
- DOMÉNECH, A. (1998). El debate sobre la masa relativista: El problema definicional y otros aspectos epistemológicos. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 16 (2), pp. 331-339. [16, 22, 72].
- DOMÉNECH, A.; DOMÉNECH, T; CASSASUS, M. y BELLA, T. (1985a). El espacio tiempo clásicos y el espacio tiempo de la relatividad especial. *Enseñanza de las ciencias*, Num. extra pp. 72. [42].
- DOMÉNECH, A. (1985b). *Aproximación al estudio de espacio y tiempo*. ICE Universidad de Valencia: Valencia. [94].
- DOMÉNECH, J.L. (2000). *L'ensenyament de l'energia a L'Educació Secundària. Anàlisi de les dificultats i Una proposta de millora*. Tesis doctoral. Universitat de València. [47, 164, 177].
- DRIVER, R. (1986). Psicología cognoscitiva y esquemas conceptuales de los alumnos. *Enseñanza de las Ciencias*. Vol.4 (1), pp. 3-16. [37, 38].
- DRIVER, R. y BELL, B. (1986). Students' thinking and the learning of science: a constructivist view. *School Science Review*, Vol. 67, pp. 443-456. [164, 166, 168].
- DRIVER, R.; GUESNE, E. y TIBERGHEN, A. (1992). *Ideas científicas en la infancia y la adolescencia*. Morata y M.E.C.: Madrid. [34, 50].
- DRIVER, R. y OLDHAM, V. (1986). A constructivist approach to curriculum development in science. *Studies in Science Education*, Vol. 13 pp. 105-122. [164]
- DRIVER, R. y WARRINGTON, L. (1985). Students' use of the principle of energy conservation in problem situations. *Physics Education*, Vol. 20, pp. 171-176. [48].
- DUIT, R. (1981). Understanding Energy as a Conserved Quantity-Remarks on the Article by R. U. Sexl. *European Journal of Science Education*, Vol. 3 (3), pp. 291-301. [48].
- DUIT, R. (1984). Learning the energy concept in school-empirical results from The Philippines and West Germany, *Physics Education*, Vol. 19, pp. 59-66. [48].
- EINSTEIN, A. (1986). *Contribuciones a la ciencia*. Barcelona: Orbis. [52, 57, 199, 230].
- EINSTEIN, A.; GRÜNBAUM, A y EDDINGTON, A.S. (1975). *La teoría de la relatividad*. Alianza: Madrid. [204, 230].

- ENGEL, E. y DRIVER, R. (1986). A study of consistency in the use of the students' conceptual frameworks across different task contexts. *Science Education*, Vol. 70 (4), pp. 473-496. [168].
- EULER, L. (1985). *Reflexiones sobre el espacio, la fuerza y la materia*. Alianza: Madrid. [55].
- FADNER, W.L.. (1988). Did Einstein really discover "E= mc²".? *American Journal of Physics*, Vol. 56 (2), pp. 114-122. [62,63].
- FEYNMAN, R.P.; LEIGHTON, R.B. y SANDS, M. (1969). *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. I, II y III, Addison-Wesley: Reading, Massachusetts. [14, 16].
- FOX, D.J. (1981). *El proceso de investigación en la educación*. EUNSA: Pamplona. [190].
- FRENCH, A.P. (1991). *Relatividad especial*. Reverte: Barcelona. [17, 21, 87, 121, 236]
- FURIÓ, C. (1994). Tendencias actuales en la formación del profesorado de ciencias. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 12. (2). pp. 188-199. [34, 172, 300].
- FURIÓ, C. y CARNICER, J. (2002). El desarrollo profesional del profesor de ciencias mediante tutorías en grupos cooperativos. estudio de ocho casos. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 20. (1). pp. 47-74. [172, 300].
- FURIÓ, C. y GIL, D. (1978). *El programa-guía: una propuesta para la clase activa*. ICE. Universidad de Valencia: Valencia. [171].
- FURIÓ, C. y GUIASOLA, J. (1998). Dificultades de aprendizaje de los conceptos de *carga y campo eléctrico* en estudiantes de bachillerato y universidad. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 16. (1). pp. 131-146. [30].
- FURIÓ, C. y GUIASOLA, J. (2001). La enseñanza del concepto de *campo eléctrico* basada en un modelo de aprendizaje como investigación orientada. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 19. (2). pp. 319-334. [172].
- GALILI, I. y KAPLAN, D. (1997). Extending the application of the relativity principle: Some pedagogical advantages. *American Journal of Physics*, Vol. 65 (4), pp. 328-335. [44].
- GALLEGOS, J.A. (1992). Errores conceptuales en geología: los conceptos de isotropía, anisotropía y propiedad escalar - propiedad vectorial. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 10 (2) pp. 159-164. [43].
- GARCÍA ALCAINE, G. (1989). Sobre masa y energía. *Revista Española de Física*, Vol 3 (1), pp. 59-62. [26].
- GARCÍA ARQUÉS, J.J.; PRO (DE); A. y SAURA, O. (1995) Planificación de una unidad didáctica: el estudio del movimiento. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 13 (2) pp. 211-226. [194].
- GETTYS, W.E.; KELLER, F.J. y SKOVE, M.J. (1993). *Física*. McGraw-Hill: Madrid. [14, 128].
- GIANCOLI, D.C. (1984). *Física General*. Vol. 2, Prentice-Hall Hispanoamericana: México. [16].

- GIL, D. (1982). *La investigación en el aula de Física y Química*. Anaya: Madrid. [39].
- GIL, D. (1983). Tres paradigmas básicos en la enseñanza de las ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 1, pp. 26-34. [34, 38, 167].
- GIL, D. (1986). La metodología científica y la enseñanza de las ciencias: unas relaciones controvertidas. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 4 (2), pp. 111-121. [39].
- GIL, D. (1993). Contribución de la historia y de la filosofía de las ciencias al desarrollo de un modelo de enseñanza/aprendizaje como investigación, *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 11 (2), pp. 197-212. [28, 31, 39, 168].
- GIL, D. (1994). Diez años de investigación en didáctica de las ciencias: realizaciones y perspectivas. *Enseñanzas de las ciencias*, Vol. 12 (2). pp. 154-164. [34].
- GIL, D. y CARRASCOSA, J. (1985). Science learning as a conceptual and methodological change. *European Journal of Science Education* Vol. 7, (3). pp. 231-236. [37, 38].
- GIL, D., CARRASCOSA, J.; FURIÓ, J.M. y TORREGROSA, J.M., (1991). *Las enseñanzas de las ciencias en la educación secundaria*. ICE Horsori: Barcelona. [3, 30, 34, 39, 168, 171].
- GIL, D. FURIÓ, C. y CARRASCOSA, J. (1994). *Proyecto de formación continua de profesores de ciencias a través de la televisión educativa iberoamericana*. Valencia. [48].
- GIL, D. y MARTÍNEZ TORREGROSA, J.M. (1983). A model for problem solving in accordance with scientific methodology. *European Journal of Science Education*, Vol. 5, pp. 447-455. [39].
- GIL, D. y MARTÍNEZ TORREGROSA, J.M. (1987). *La resolución de problemas de Física*. M.E.C: Madrid. [36].
- GIL, D. y PAYÁ J. (1988). Los trabajos prácticos de Física y Química y la metodología Científica. *Revista de Enseñanza de la Física*. Vol 2 (2), pp. 73-79. [36, 39].
- GIL, D.; SENENT, F. y SOLBES, J. (1986). Análisis crítico de la introducción de la Física Moderna en la enseñanza media. *Revista de Enseñanza de la Física*, Vol. 2, pp. 16-21. [12, 47].
- GIL, D. y SOLBES, J., (1993). The introduction of modern physics: Overcoming a deformed vision of science. *International Journal of Science Education*. Vol. 15 (3), pp. 225-260. [2, 12, 13, 42, 174].
- GIL, D. y VALDÉS, P. (1995). Contra la distinción clásica entre “Teoría”, “prácticas experimentales” y “resolución de problemas”: El estudio de las fuerzas elásticas como ejemplo ilustrativo. *Didáctica de las ciencias experimentales y sociales*. Vol. 9, pp. 3-25. [39].
- GIL, D. y VALDÉS, P. (1996). La orientación de las prácticas de laboratorio como investigación: Un ejemplo ilustrativo. *Enseñanzas de las ciencias*, Vol. 14 (2), pp. 155-164. [39].
- GLICK, T.F. (1986). *Einstein y los españoles*. Alianza: Madrid. [77, 230].

- GOLDSTEIN, H. (1970). *Mecánica clásica*. Aguilar: Madrid. [14, 18, 26].
- GOLDSTEIN, H. (1988). *Mecánica clásica*. Reverté: Barcelona. [21].
- HANNIBAL, L. (1991). On the concept of energy in classical relativistic physics. *European Journal of Physics*, Vol. 12, pp. 283-285. [18].
- HELLSTRAND, A. y OTT, A. (1995). The utilization of fiction when teaching the theory of relativity. *Physics Education*, Vol. 30, (5) pp. 284-286. [184].
- HERNÁNDEZ, J. (1997). *Dificultades de aprendizaje sobre la naturaleza corpuscular de la materia en la enseñanza secundaria. Una propuesta didáctica para superarlas*. Tesis doctoral. Universidad de Valencia. [164].
- HERRANZ, C. y ALONSO, A. (1995). La utilización didáctica de la hoja de cálculo. *Revista Española de Física*, Vol. 9 (3), pp. 49-54. [172].
- HEWSON, P.W. (1981). A conceptual change approach to learning Science. *European Journal of Science Education*, Vol. 3, pp. 383-396. [123].
- HEWSON, P.W. (1982). A case study of conceptual change in special relativity: The influence of prior knowledge in learning. *European Journal of research in Science Education*, Vol. 4(1), pp. 61-78. 13, 41, 44, 45, 84].
- HEWSON, P.W. y THORLEY, N.R. (1989). The conditions of conceptual change in the classroom. *International Journal of Science Education*, Vol. 11, pp. 541-543. [167].
- HIERREZUELO, J. (1993). *Ciencias de la Naturaleza: Física y Química, Educación Secundaria 3º y 4º, comentarios*. Elzevir: Vélez-Málaga. [44,97].
- HIERREZUELO, J. y MONTERO, A. (1989). *La ciencia de los alumnos: su utilización en la didáctica de la Física y Química*. Laia-M.E.C.:Barcelona, Madrid. [34, 96, 180].
- HOLTON, G. (1979). *Introducción a los conceptos y teorías de las ciencias físicas*, Reverté: Barcelona. [53, 58, 59].
- HOLTON, G. (1982). *Ensayos sobre el pensamiento científico en la época de Einstein, (Einstien, Michelson y el experimento crucial*. pp. 204-294). Alianza: Madrid. [75, 117].
- IRESON, G. (1996). Relativity at A-level: a looking glass approach. *Physics Education*, Vol. 31 pp. 356-361. [179].
- IRESON, G. (1998). Introducing relativistic mass : the “ultimate speed experiment” of William Bertazzi revisited, *Physics Education*, Vol. 33(3), pp. 182-186. [181].
- IZQUIERDO, M. (1994). Cómo contribuye la historia de las ciencias en las actitudes del alumnado hacia la enseñanzas de las ciencias. *Aula de Innovación Educativa*. 27, pp. 37-41. [30].
- JACKSON, J.D. (1980). *Electrodinámica clásica*. Alhambra: Madrid. [14].
- JIMÉNEZ, M.P, ALBALADEJO, C. y CAAMAÑO, A. (1992). *Didáctica de las Ciencias de la Naturaleza*. MEC: Madrid. [167].
- KRIEGER, M.E. y STIH, J.H. (1990). Spreadsheets in the Physics Laboratory. *Physics Teacher*, Vol 6(28), pp. 378-384. [172].

- KUHN, T.S. (1975). *La estructura de las revoluciones científicas*, Fondo de cultura económica: México. [38, 76].
- KUHN, T.S. (1978). *La revolución copernicana*. Orbis: Barcelona. [52].
- LAHERA, J. (1995). *Introducción a la física moderna en la enseñanza secundaria*. Síntesis: Madrid. [78].
- LANDAU, L.D. y LIFSHITZ, E.M. (1973). *Teoría clásica de los campos*. Reverté: Barcelona. [14, 27].
- LANDAZABAL, M.C.P.; MORENO, J.M. y GARCÍA-GALLO, J. (1989). Cambios conceptuales en física y ordenador. *Enseñanzas de las ciencias*. Num extra (III congreso), pp. 238-240. [172].
- LEEMANN, C. (1998). Newton's law of inertia and time. *Physics Education*, Vol. 35(1) pp. 31-37. [95].
- LEVICH, B.G. (1974). *Curso de Física Teórica: Teoría del Campo electromagnético y teoría de la relatividad*. Reverté: Barcelona. [20, 21, 22, 26, 81]
- LLORÉNS, J.A. (1987). *Propuesta y aplicación de una metodología para el análisis de la adquisición de conceptos en la introducción a la teoría atómico-molecular: percepción de los hechos experimentales, sus representaciones y el uso del lenguaje en alumnos de formación profesional y bachillerato*. Tesis doctoral. Universitat de València. [164].
- LÓPEZ PIÑERO, J.M.; GONZÁLEZ, P. y BLASCO, P. (1979). *Historia y sociología de la ciencia en España*. Alianza: Madrid. [230].
- LOWY, E. (1999). Utilización de Internet para la enseñanza de las ciencias. *Alambique*. Vol. 19, pp. 65-72. [173].
- MARÍN, N. (1999). Delimitando el campo de aplicación del cambio conceptual. *Enseñanza de las ciencias*. Vol. 17(1), pp. 80-92. [168].
- MARTÍNEZ TORREGROSA, J. (1987). *La resolución de los problemas de Física como investigación: un instrumento de cambio metodológico*. Tesis doctoral. Universitat de València. [39].
- MARTÍN, J. y SOLBES, J. (2001). Diseño y evaluación de una propuesta para la enseñanza del concepto de *campo* en Física. *Enseñanza de las ciencias*. Vol. 19,(3), pp. 393-402. [172].
- MATTHEWS, M. (1994). Historia, filosofía y enseñanza de las ciencias: La aproximación actual. *Enseñanza de las ciencias*. Vol. 12,(2), pp. 255-277. [29,169]
- MAURINES, L. (1992). Los estudiantes y la propagación de las señales mecánicas: Dificultades de una situación de varias variables y procedimientos de simplificación. *Enseñanza de las ciencias*. Vol. 10, pp. 49-57. [49].
- MAXWELL, J.C. (1877). *Matter and motion*, (reedición de 1991), Dover: Nueva York. [55, 59].
- MCDERMOTT, L.C. (1984). Research on conceptual understanding in mechanics, *Physics Today*, Vol. 7, pp. 24-34. [29, 34].

- MONTANERO, M.; SUERO, M.I.; PÉREZ, A.L. y MONTANERO, M. (1996). El quien-que-cual de las fuerzas. Una técnica para la resolución de problemas que procura el cambio conceptual. *Alambique: Didáctica de las Ciencias Experimentales*, Vol. III (7), pp. 97-107. [168].
- MONTANERO, M.; PÉREZ, A.L.; SUERO, M.I. y MONTANERO, M. (2001). Cambio conceptual y enseñanza de la física. aplicaciones en el marco de la teoría de la elaboración. *Revista de Educación*, N: 326 pp. 311-332. [168].
- NADAL, M y PÉREZ, V. (1991). *Los medios audiovisuales al servicio del centro educativo*. Castalia y MEC: Madrid. [173].
- NEWTON, I. (1972). *Selección*. Austral, Espasa Calpe: Madrid. [54].
- NICHOLLS, P. (1987). *La ciencia en la ciencia ficción*. Orbis: Barcelona. [184].
- NOVAK, D.J. (1982). *Teoría y práctica de la educación*. Alianza Universidad: Madrid. [34,37, 165].
- OKUN, L.B. (1989). The concept of mass. *Physics Today*, Vol. 42, pp. 31-36. [13,18, 62, 63].
- OKUN, L.B. (1998). Note on the meaning and terminology of Special Relativity, *European Journal of Physics*, Vol. 15, pp. 403-406. [14].
- OLIVA, J.M.. (1999). Ideas para la discusión sobre las concepciones del cambio conceptual. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 17(1), pp. 115-117. [168].
- OLIVA, J.M.. (2001). Distintos niveles de análisis para el estudio del cambio conceptual en el dominio de la mecánica. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 19(1), pp. 89-102. [168].
- OSTERMANN, F. y MOREIRA M.A. (2000). Física contemporánea en la escuela secundaria: Una experiencia en el aula involucrando formación de profesores. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 18(3), pp. 391-400. [11,12].
- OTERO, J. (1985). Assimilation problems in traditional representation of scientific knowledge. *European Journal of Science Education*, Vol. 7(4), pp. 361-369. [36].
- PAIS, A. (1984). *El Señor es sutil... La ciencia y la vida de Albert Einstein*. Ariel: Barcelona. [230].
- PALEKAR, A.D. (1993). Spacetime Diagrams in Special Relativity. *Physics Education*. July-September, pp. 171-175. 129, 180].
- PARASNIS, A.S. (1998). Motion, Matter, Mass, Laws of Motion, Newton and Einstein. *Physics Education*. July-September, pp. 109-116. [45, 46].
- PAYÁ, J. (1991). *Los trabajos prácticos en la enseñanza de la Física y la Química: un análisis crítico y una propuesta fundamentada*. Tesis doctoral. Universitat de València. [36, 39].
- PEÑA, A. y GARCÍA, J.A. (1996). *Física 2*. McGraw-Hill: Madrid. [16].
- PÉREZ, H. y SOLBES, J. (2003). Algunos problemas en la enseñanza de la relatividad. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 21(1), pp. 135-146. [174].

- PÉREZ, A.L.; SUERO, M.I.; MONTANERO, M. y MONTANERO, M. (2001). Propuestas de innovación en torno al análisis y secuenciación de contenidos en los diseños curriculares de física. *Bordon: Revista de Orientación Pedagógica*, 53 (2), pp. 279-286. [168].
- PIAGET, J. (1971). *Psicología y epistemología*. Ariel: Barcelona. [38].
- PONTES, A. (1999). Utilización del ordenador en la enseñanza de las ciencias. *Alambique*, Vol. 19, pp. 53-64. [172].
- PONTES, A. (2001). Nuevas formas de aprender física con la ayuda de internet: una experiencia educativa para aprender conceptos y procesos científicos. *Alambique*. Vol. 29, pp. 84-94. [173].
- POSNER, G.J.; STRIKE, K.A.; HEWSON, P.W. y GERTZOG, W.A., (1982). Accomodation of a scientific conception: towards a theory of conceptual change, *Science Education*, Vol. 66, pp. 211-227. [38, 169].
- POPPER, K.R. (1967). *La lógica de la investigación científica*. Tecnos: Madrid. [77].
- POZO, J. (1987). *Aprendizaje de la ciencia y pensamiento causal*. Visor-aprendizaje: Madrid. [35].
- POZO, J. (1989). *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Morata: Madrid. [166].
- POZO, J. (1992). *Psicología de la comprensión y el aprendizaje de las ciencias*, Ministerio de Educación y Ciencia: Madrid. [35, 36, 166].
- PRO (DE), A. (1995). Reflexiones para la selección de contenidos procedimentales en ciencias. *Alambique: Didáctica de las Ciencias Experimentales*, Vol. II (6), pp. 77-87. [39].
- PRO (DE), A. (1998). Se pueden enseñar contenidos procedimentales en las clases de ciencias. *Enseñanza de las ciencias*, Vol. 16 (1), pp. 331-339. [39, 40].
- PRO (DE), A. y SAURA, O. (2000). ¿Qué contenidos conceptuales utilizan los profesores cuando planifican unidades didácticas en la educación secundaria? *Alambique: Didáctica de las Ciencias Experimentales*, Vol. 24. pp. 87-98. [40].
- REGGE, T. (1986). *Un curso elemental sobre la relatividad general*, Universitat de València. [25].
- RESNICK, R. (1977). *Introducción a la Teoría especial de la Relatividad*. Limusa: México. [217].
- RESNICK, R.; HALLIDAY, D. y KRANE, K.S. (1992). *Física*. Vol. I y II, CECSA: México. [45].
- ROMERO, C. (1996). Una investigación sobre los esquemas conceptuales del continuo. *Enseñanzas de las Ciencias*. Vol. 14 (1) . pp 1-14. [43].
- RUBIO, F.J.; GUERRA, M. y JIMÉNEZ, D.A. (1994). Movimiento de un objeto esférico en el marco de la teoría especial de la relatividad. *Revista española de física*. Vol 8 (2), pp. 47-52. [82].
- RUSSELL, B. (1983). *El conocimiento humano*. Orbis: Barcelona. [1, 51].

SHABAJEE, P. y POSTLETHWAITE, K. (2000). *What happened to modern physics*. School Science Review. Vol. 81(297), pp. 51-55. [11].

SALTIEL, E. y MALGRANE, J.L. (1980). Spontaneous ways of reasoning in elementary kinematics. *European Journal of Physics*, Vol. 2, pp. 73-80. [45].

SALTIEL, E. y VIENNOT, L. (1985). ¿Qué aprendemos de las semejanzas entre las ideas históricas y el razonamiento espontáneo de los estudiantes? *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 3, pp.137-144. [50].

SÁNCHEZ, J.L. (2000). El concepto relativista de masa inerte en los textos de física del nuevo bachillerato. *Revista Española de Física*, Vol.14(4). pp. 45-47. [14].

SÁNCHEZ RON, J.M. (1985). *El origen y el desarrollo de la relatividad*. Alianza: Madrid. [9, 19, 60, 75, 76, 204].

SÁNCHEZ RON, J.M. (1988). Usos y abusos de la historia de la Física en la enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*. Vol. 6(2), pp. 179-188. [28, 73, 174].

SANDIN, T.R. (1991). In defense of relativistic mass. *American Journal of Physics*, Vol. 59 (11), pp. 1032-1036. [13, 15, 17, 46].

SAWICKI, M. (1996). What's Wrong in the Nine Most Popular Texts. *The Physics Teacher*, Vol. 34, pp. 147-149. [14].

SELLERI, F. (1994). *Albert Einstein y la relatividad, en Física sin dogma*. Alianza: Madrid. [230]

SELLERI, F. (1997). El principio de relatividad y la naturaleza del tiempo. *Revista Española de Física*, Vol 11(3). pp. 37- 42. [57].

SOLBES, J. (1986). *La introducción de los conceptos básicos de física moderna*. Tesis doctoral. Universitat de València. [13, 37, 47,164, 174]

SOLBES, J. (1996). La física moderna y su enseñanza. *Alambique*. Vol. 10, pp. 59-67. [11]

SOLBES, J. (1999). Los valores en la enseñanza de las ciencias. *Alambique*. Vol. 22, pp. 97-108. [30, 39].

SOLBES, J. y TARÍN, F. (1996). *Física 2º de Bachillerato*. Barcelona: Octaedro. [189, 241].

SOLBES, J. y TRAVER, M.J. (1996). La utilización de la historia de las ciencias en la enseñanza de la física y la química. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 14 (1), pp. 103-112. [29, 169]

SOLBES, J. y TRAVER, M.J. (2001). Resultados obtenidos introduciendo historia de la ciencia en las clases de física y química: mejora de la imagen de la ciencia y desarrollo de actitudes positivas. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 19 (1), pp. 151-162. [30].

SOLBES, J. y VILCHES, A. (1989). Interacciones ciencia/técnica/sociedad (CTS): un instrumento de cambio actitudinal. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 7 (1), pp. 14-20. [39, 169].

SOLBES, J. y VILCHES, A. (1992). El modelo constructivista y las relaciones ciencia/técnica/sociedad. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 10, pp. 181-187. [37, 170].

SOLBES, J. y VILCHES, A. (1997). STS interactions and the teaching of Physics and Chemistry. *Science Education*, Vol. 81(4), pp. 377-386. [37].

SOLBES, J.; BOTELLA, F.; PÉREZ, H. y TARÍN, F. (2002). Algunas consideraciones sobre la masa (o masa no hay más que una). *Revista Española de Física*, Vol. 16 (1), pp. 47-51. [13].

SOLOMON, J. (1983), Learning about energy: how pupils think in two domains, *European Journal of Science Education*, Vol. 5 (1), pp. 49-59. [48].

SOLOMON, J. (1988). Una perspectiva social de los esquemas conceptuales. *Investigación en la escuela*. Vol. 5, pp. 17-20. [170].

STACHEL, J. (2001). *Einstein 1905: un año milagroso*. Crítica: Barcelona. [235].

STANDSBURY, P. (2000). The equivalence of mass and energy. *Physics Education* Vol. 35(6). pp. 378-379. [27].

TARÍN, F. (2000). *El principio de conservación de la energía y sus implicaciones didácticas*. Tesis doctoral. Universitat de València. [2, 37, 47, 48, 104, 164, 172, 177, 218].

THOMSEN, P. y ASALANDIN, G. (1975). Relativity and an experiment on high velocity particles. *Physics Education*. Vol. July, pp. 364-367. [182].

THUILLIER, P. (1990). *Ciencia y subjetividad: El caso Einstein, en De Arquímedes a Einstein*. Alianza: Madrid. [204].

TIPLER, P.A. (1985). *Física moderna*. Reverté: Barcelona. [17].

TIPLER, P.A. (1994). *Física*. Reverté: Barcelona. [14, 128, 207, 210].

TOLEDO, B.; ARRIASSECO, I. y SANTOS, G. (1997). Análisis de la transición de la Física clásica a la relativista desde la perspectiva del cambio conceptual. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol.15(1), pp. 79-80. [41].

TOULMIN, R. (1972). *Human Understanding, I. The Collective Use and Evolution of Concept*. (Princeton Univ. Press). (Alianza 1977: Madrid). [38, 41].

TRAVER, M.J. (1996). *La història de les ciències en l'ensenyament de la Física i la Química*. Tesis doctoral. Universitat de València. [164].

TRUESDALL, C. (1975). *Ensayos de Historia de la Mecánica*. Tecnos: Madrid. [55].

VALENTE, M. y NETO, A.J. (1992). El ordenador y su contribución a la superación de las dificultades de aprendizaje en la mecánica. *Enseñanzas de las ciencias*. Vol. 10(1). pp. 80-85. [172].

VERDÚ, R.; MARTÍNEZ TORREGROSA, J. y OSUNA, L. (2002). Enseñar y aprender en una estructura problematizada. *Alambique*. Vol. 33. pp. 47-55. [164,169]

VIDAL DE LABRA, J.A.; ROMERO, F. y REQUENA, A. (1985). Enseñanza basada en ordenador una experiencia en BUP. *Enseñanza de las ciencias*. Vol. 3(2), pp. 100-108. [172].

VIENNOT, L. (1976). *Le Raisonnement Spontané en Dynamique Élémentaire*. Tesis doctoral. Herman: París. [34, 97].

VIENNOT, L. (1982). L'implicite en physique: les étudiants et les constantes, *European Journal of Physics*, Vol. 3, pp. 174-180. [49].

VILLANI, A. y ARRUDA, S. (1998). Special Theory of relativity, conceptual change and history of science. *Science & Education*. Vol. 7(1), pp. 85-100. [13, 42, 45].

VILLANI, A. y PACCA, J.L.A. (1987). Students spontaneous ideas about the speed of light. *International Journal of science Education*. Vol. 1, pp. 55-66. [13, 42, 43, 44, 45, 84].

WARREN, J.W. (1976). The mistery of mass-energy. *Physics Education*. Vol. 11, pp. 52-54. [15, 47, 223].

WHELCH, W. (1985). Research in science education: Rewiew and recomendations, *Science Education*. Vol. 69, pp. 421-448. [39].

WHITAKER, M. A. B. (1976). Definitions of mass in special relativity. *Physics Education*. Vol. 11, pp. 55-57. [18, 24, 27].

WHITAKER, E. (1989). *A history of the theories of aether & electricity*. Dover: Nueva York. [75].

WILLIAMS, P. (1968). *Selección: La teoría de la relatividad*. Alianza: Madrid. [9, 42, 81, 117, 199].

YAGER, R.E. y PENICH, J.E. (1986). Perception of four age groups toward science classes, teachers and the values of science. *Science Education*, Vol. 70, pp. 355-363. [39, 169].

YNDURAIN, F. (1998). Espacio, tiempo, Materia. *Revista española de Física*. Vol. 12.(2) pp. 14-19. [61].

ZALAMEA, E. y PARIS, R. (1992). ¿Es la masa la medida de la inercia? *Enseñanza de las ciencias*. Vol. 10(2), pp. 212-215. [22].

ZIMAN, J. (1980). *La fuerza del conocimiento*. Alianza: Madrid. [170].

- ADLER, C.G., 14, 17, 23, 25, 63
 ALBADALEJO, C., 167
 ALEMAÑ, R.A., 41, 42, 128, 168, 179
 ALONSO SÁNCHEZ, M., 129, 179
 ALONSO, A., 172
 ALONSO, M., 14, 16, 47, 128, 236
 ANGOTTI, J.A., 13
 ARONS, A.B., 13, 43
 ARRIASSECO, I., 41
 ARRUDA, S., 13, 42, 45
 ASALANDIN, G., 182
 AUSUBEL, D.P., 37, 165
 BACAS, P., 184
 BAUMAN, R.P., 13, 14, 15
 BELL, B., 164, 166, 168
 BELLA, T., 42
 BERKSON, W., 54, 58, 117, 118, 207
 BERTOZZI, W., 182, 232
 BICKERSTAFF, R.P., 15, 17, 23
 BORGHI, L., 13
 BOTELLA, F., 13
 BRISCOE, C., 39
 BUNGE, M., 53
 CAAMAÑO, A., 167
 CAMPANARIO, J.M., 30, 172
 CANDEL, A., 16
 CARNICER, J., 172
 CARRASCOSA, J., 3, 29, 30, 34, 35,
 36, 37, 38, 39, 48, 164, 168, 180
 CARSON, S.R., 14, 172
 CASSASUS, M., 42
 CASTILLO, J., 49
 CATALÁN, A., 39
 CATALANY, M., J., 39
 COLL, C., 164
 COLOMBO DE CUDMANI, L., 41, 49
 CROMBIE, A.C., 50
 DOMÉNECH, A., 16, 22, 42, 72, 94
 DOMÉNECH, J.L., 47, 164, 172, 177
 DOMÉNECH, T., 42
 DRIVER, R., 34, 37, 38, 48, 50, 164,
 166, 168
 DUIT, 48
 EINSTEIN, A., 52, 57, 199, 204, 230
 ENGEL, E., 168
 EULER, L., 55
 FADNER, W.L., 62, 63
 FEYNMAN, R.P., 14, 16
 FINN, E.J., 14, 16, 47, 128, 236
 FOX, D.J., 190
 FRENCH, A.P., 17, 21, 87, 121, 236
 FURIÓ, C., 3, 30, 34, 39, 48, 171, 172
 GALILI, I., 44
 GALLEGOS, J.A., 43
 GARCÍA, J., 194
 GARCÍA, J.A., 16, 26
 GARCÍA-GALLO, J., 172
 GERTZOG, W.A., 38, 164
 GETTYS, W.E., 14, 128
 GIANCOLI, D.C., 16
 GIL, D., 2, 3, 12, 13, 28, 29, 30, 31, 34,
 35, 36, 37, 38, 39, 42, 47, 48, 167,
 168, 171, 174
 GLICK, T.F., 77, 230

- GOLDSTEIN, H., 14, 18, 21, 26
GUERRA, M., 82
GUESNE, E., 34, 50
GUISASOLA, J., 30, 172
HALLIDAY, D., 45
HANNIBAL, L., 18
HELLSTRAND, A., 184
HERNÁNDEZ, J., 164
HERRANZ, C., 172
HEWSON, P.W., 13, 38, 41, 44, 45, 84, 123, 164, 167
HIERREZUELO, J., 34, 44, 96, 97, 180
HOLTON, G., 53, 58, 59, 75, 117
IRESON, G., 179, 181
IZQUIERDO, M., 30
JACKSON, J.D., 14
JIMÉNEZ, D A., 82
JIMÉNEZ, M.P., 167
KAPLAN, D., 44
KELLER, F.J., 14, 128
KRANE, K.S., 45
KRIEGER, M.E., 172
KUHN, T.S., 38, 52, 76
LAHERA, J., 78
LANDAU, L.D., 14, 27
LANDAZABAL, M.C.P., 172
LEEMANN, C., 95
LEVICH, B.G., 20, 21, 22, 26, 81
LIFSHITZ, E.M., 14, 27
LLORENS, J.A., 164
LÓPEZ PIÑERO, J.M., 230
LOWY, E., 173
MALGRANE, J.L., 45
MARÍN, N, 168
MARTÍN, J., 172
MARTÍN, M.J., 184
MARTÍNEZ TORREGROSA, J., 3, 30, 34, 36, 39, 164, 169
MATTHEWS, M., 29, 169
MAURINES, L., 49
MAXWELL, J.C., 55, 59
McDERMOTT, L.C., 29, 34
MONTANERO, M., 168
MONTERO, A., 34
MOREIRA M.A., 11, 12
MORENO, J.M., 172
NADAL, M.A., 173
NETO, A.J., 172
NEWTON, I., 54
NICHOLLS, P., 184
NOVACK, D.J., 34, 37, 165
OKUN, L.B., 13, 14, 18, 62, 63
OLDHAM, V., 164
OLIVA, J.M., 168
OSTERMANN, F., 11, 12
OSUNA, L., 164, 169
OTERO, J., 36
OTT, A., 184
PACCA, J.L.A., 13, 42, 43, 44, 45, 84
PAIS, A., 230
PALEKAR, A.D., 129, 180
PARASNIS, A.S., 45, 46
PARIS, R., 22
PATSAKOS, G., 13, 15, 17, 23
PAYÁ, J., 36, 39
PENICH, J.E., 39, 169
PEÑA, A., 16
PERERA, F., 184

- PÉREZ, A.L., 168
PÉREZ, H., 13, 174
PÉREZ, J.F., 42, 168, 179
PÉREZ, V., 173
PIAGET, J., 38
PIZARRO, A.M., 184
PONTES, A., 172, 173
POPPER, K.R., 77
POSNER, G.J., 38, 164, 167
POSTLETHWAITE, K., 11
POZO, J., 35, 36, 166
PRO (DE), A., 39, 40, 194
REGGE, T., 25
REQUENA, A., 172
RESNICK, R., 45, 217
ROMERO, C., 43
ROMERO, F., 172
RUBIO, F.J., 82
RUSSELL, B., 1, 51
SALTIEL, E., 45, 50
SÁNCHEZ RON, J.M., 9, 19, 28, 60, 75, 76, 173, 174, 204
SÁNCHEZ, J.L., 14
SANDIN, T.R., 13, 15, 17, 46
SANTOS, G., 41
SATOCA, J., 16
SAURA, O., 40, 194
SAWICKI, M., 14
SELLERI, F., 57, 230
SENENT, F., 12
SHABAJEE, P., 11
SKOVE, M.J., 14, 128
SOLBES, J., 2, 11, 12, 13, 28, 30, 37, 39, 42, 47, 164, 169, 170, 172, 174, 189, 241
SOLER, J., 16
SOLOMON, J., 48, 170
STACHEL, J., 235
STANDBURY, P., 27
STIH, J.H., 172
STRIKE, K.A., 38, 164
SUERO, M.I., 168
TARÍN, F., 2, 13, 37, 47, 48, 104, 164, 172, 177, 189, 218, 241
TEJERINA, F., 16
TENT, J., 16
THOMSEN, P., 182
THORLEY, N.R., 167
THUILLIER, P., 204
TIBERGHIE, A., 34, 50
TIPLER, P.A., 14, 17, 128, 207, 210
TOLEDO, B., 41
TOULMIN, R., 38, 41
TRAVER, M.J., 28, 30, 164, 169
TRUESDELL, C., 55
VALDÉS, P., 39
VALENTE, M., 172
VERDÚ, R., 164, 169
VIDAL DE LABRA, J.A., 172
VIENNOT, L., 34, 49, 50, 97
VILCHES, A., 37, 39, 169, 170
VILLANI, A., 13, 42, 43, 44, 45, 84
WARREN, J.W., 15, 47, 223
WARRINGTON, 48
WHELCH, W., 39
WHITAKER, E., 75
WHITAKER, M.A.B., 18, 24, 27
WILLIAMS, P., 9, 42, 81, 117, 199
YAGER, R.E., 39, 169

YNDURAIN, F., 61

ZIMAN, J., 170

ZALAMEA, E., 22