

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXPERIMENTALES

COMPESACIÓN DE LA DISPERSIÓN CROMÁTICA
ASOCIADA A LA PROPAGACIÓN DE LA LUZ EN EL
ESPACIO LIBRE. DISEÑO DE DISPOSITIVOS
ACROMÁTICOS BASADOS EN LA DIFRACCIÓN

GLADIS MÍNGUEZ VEGA

UNIVERSITAT DE VALENCIA
Servei de Publicacions
2002

Aquesta Tesi Doctoral va ser presentada a València el dia 12 de Juliol de 2002 davant un tribunal format per:

- Dr. D. Carlos Ferreira García
- Dr. D. Carlos Illueca Contri
- Da. D. Santiago Vallmitjana Rico
- Dr. D. Vicente Moreno de las Cuevas
- Dr. D. Zbigniew Jaroszewcz

Va ser dirigida per:

Prof. Dr. Vicent Climent Jordà y Dr. Jesús Lancis Sáez

©Copyright: Servei de Publicacions
Gladis Mínguez Vega

Depòsit legal:

I.S.B.N.:84-370-5592-X

Edita: Universitat de València
Servei de Publicacions
C/ Artes Gráficas, 13 bajo
46010 València
Spain
Telèfon: 963864115

VNIVERSITAT Ò DE VALÈNCIA

Facultat de Física

DEPARTAMENT D'ÒPTICA



Compensación de la dispersión cromática asociada a la propagación de la luz en el espacio libre. Diseño de dispositivos acromáticos basados en la difracción

Memoria presentada por
Gladys Mínguez Vega
para optar al grado de Doctora
Mayo 2002

D. Vicent CLIMENT JORDÀ y D. Jesús LANCIS SÁEZ, Profesores
Titulares de la Universitat Jaume I de Castellón

CERTIFICAN que la presente memoria titulada "Compensación de la dispersión cromática asociada a la propagación de la luz en el espacio libre. Diseño de dispositivos acromáticos basados en la difracción" resume el trabajo de investigación realizado, bajo su dirección, por Gladys MÍNGUEZ VEGA y constituye su Tesis para optar al Grado de Doctora.

Y para que conste y en cumplimiento de la legislación vigente, firman el presente certificado en Castellón, a 8 de mayo de dos mil dos.

Fdo.: Dr. Vicent Climent Jordà

Fdo.: Dr. Jesús Lancis Sáez

A la memoria de mi padre Amado Mínguez Pemán, a mi madre Hortensia Vega Ocerin, a mi hermano Mauricio Mínguez Vega y su familia.

A José Enrique Juliá Bolívar.

Sólo es útil el conocimiento
que nos hace ser mejores

Sócrates

Agradecimientos

Esta tesis recopila una parte del trabajo realizado durante los últimos cinco años por los miembros del grupo de óptica de la Universitat Jaume I de Castellón en el campo del procesado óptico de la información con luz blanca. Es justo, por tanto, reflejar en estas líneas mi más sincero agradecimiento a todos ellos. Para empezar, quiero mostrar mi gratitud a mis directores de tesis, Vicent Climent y Jesús Lancis, cuyo trabajo, ideas, consejos y apoyo han sido cruciales para el correcto desarrollo de la misma. Por otro lado, la labor realizada por el resto del equipo: Mercedes Fernández, Enrique Tajahuerce, José Caraquitena, Vicente Durán y Lluís Martínez ha sido fundamental, tanto a nivel personal como profesional, para su adecuada realización.

A la siguiente persona que considero imprescindible mencionar es al profesor Pedro Andrés. Él ha sido sin duda el causante de que en algún momento de mi vida me planteara esta tesis como objetivo, circunstancia que nunca había pasado por mi imaginación.

A nivel institucional, quiero agradecer a la Fundació Caixa Castellò que me concediera la primera beca que permitió empezar a desarrollar este trabajo. Posteriormente, la Conselleria de Cultura, Educació i Ciència y la de Innovació i Competitivitat, han sido las encargadas, a través de una beca predoctoral y sus consiguientes renovaciones, de financiar la parte que ha permitido culminarlo.

Por último, son muchas las personas, tanto familiares como amigos, sin las cuales esta tesis no se hubiera desarrollado de una forma tan amena, no me hubiese podido lamentar por los sinsabores de la vida o no hubiese encontrado el ambiente idóneo. Por tanto, a todos ellos les agradezco que hayan estado conmigo y les pido que en el futuro pueda seguir contando con su apoyo.

Lista de publicaciones

Esta Tesis Doctoral está basada en los siguientes artículos:

- I. J. Lancis, E. Tajahuerce, P. Andrés, G. Mínguez-Vega, M. Fernández-Alonso y V. Climent, "Quasi-wavelength-independent broadband optical Fourier transformer," *Optics Communications* **172**, 153-160 (1999).
- II. P. Andrés, V. Climent, J. Lancis, G. Mínguez-Vega, E. Tajahuerce y A. W. Lohmann, "All-incoherent dispersion-compensated optical correlator," *Optics Letters* **24**, 1331-1333 (1999).
- III. G. Mínguez-Vega, J. Lancis, E. Tajahuerce, V. Climent, M. Fernández-Alonso, A. Pons y P. Andrés, "Scale-tunable optical correlator with natural light," *Applied Optics* **40**, 5911-5920 (2001).
- IV. J. Lancis, G. Mínguez-Vega, E. Tajahuerce, M. Fernández-Alonso, V. Climent y P. Andrés, "Wavelength-compensated Fourier and Fresnel transformers: a unified approach," *Optics Letters* **27**, 942-944 (2002).
- V. G. Mínguez-Vega, J. Lancis, E. Tajahuerce, V. Climent, J. Caraquitena, P. Andrés, "Broadband space-variant Fresnel processor," *Optics Letters* (enviado).



Índice General

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes del tema	3
1.1.1. Procesado espacialmente coherente en la región de Fraunhofer con objetos en color	4
1.1.2. Procesado espacialmente coherente en la región de Fresnel con objetos en color	7
1.1.3. Procesadores espacialmente incoherentes con objetos en color	8
1.2. Propuesta de trabajo: objetivos y esquema general	10
2. Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción en región de Fraunhofer	13
2.1. Difracción con fuente puntual de ancho de banda extenso	14
2.2. Transformador de Fourier acromático	22
2.3. Transformador de Fourier acromático sin aberración cromática longitudinal	24
2.4. Procesador óptico con fuente puntual de luz blanca	29
3. Procesado acromático con luz natural	35
3.1. Difracción con fuente extensa de luz blanca	35
3.2. Procesador óptico totalmente incoherente	38
3.3. Procesador óptico totalmente incoherente de escala variable	43
4. Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción en la región de Fresnel	49
4.1. Transformación de un sistema de Fraunhofer compensado cromáticamente en uno de Fresnel	49
4.2. Transformador de Fresnel acromático sin aberración cromática longitudinal	53
4.3. Correlador de Fresnel acromático espacialmente variante	57

5. Conclusiones	63
5.1. Conclusiones generales	63
5.2. Perspectivas de futuro	65
5.2.1. Nuevos dispositivos compensadores de la dispersión cromática asociada a la difracción	65
5.2.2. Aplicación de los dispositivos acromáticos en óptica plana	67
5.2.3. Diseño de nuevos elementos difractivos: acromatización de la eficiencia en difracción	67
Referencias	69

Capítulo 1

Introducción

El gran interés suscitado por las técnicas de tratamiento óptico de la información durante las últimas décadas tiene su origen, al menos parcialmente, en la capacidad inherente que presentan los sistemas ópticos para la manipulación en paralelo a la velocidad de la luz, de señales de entrada bidimensionales, en contraste con el tratamiento en serie de los sistemas electrónicos de procesamiento digital. Desde el descubrimiento del láser en 1960, los avances desarrollados en este campo han sido espectaculares: el procesamiento de imágenes médicas, el encriptado de información para su transmisión de modo seguro, la verificación de la autenticidad de documentos y productos para evitar su falsificación, el guiado automático de robots y vehículos mediante el desarrollo de sistemas de visión artificial, el diseño de redes ópticas de interconexión entre matrices de dispositivos electro-ópticos y un largo etcétera, destacan entre sus múltiples y novedosas aplicaciones [1-5].

Sin embargo, los procesadores coherentes son sistemas que proporcionan una redundancia nula en el tratamiento de la información, por lo que son muy vulnerables al ruido coherente generado por la presencia de polvo o defectos en los elementos ópticos. Además, al estar restringidos al empleo de iluminación monocromática sólo procesan objetos en niveles de gris. Por todo ello, a parte de este procesamiento convencional, es cada vez más frecuente en óptica el diseño de dispositivos que trabajen con iluminación espacialmente incoherente y/o con luz blanca [6-8]. Estos nuevos sistemas se caracterizan por una mayor insensibilidad a la falta de estabilidad mecánica lo que les permite una mejor adaptación al entorno que sus homólogos coherentes.

En esta dirección, se han diseñado procesadores con iluminación monocromática espacialmente incoherente (fuente extensa). Estos dispositivos permiten el empleo de objetos autoluminosos como señales de entrada y son particularmente insensibles a la posición transversal del filtro [9].

Por otra parte, los procesadores que trabajan con luz temporalmente incoherente añaden la ventaja de poder utilizar cualquier fuente de luz de ancho de banda extenso, tales como lámparas incandescentes, diodos emisores de luz, etc. Estos dispositivos, además, están especialmente adaptados para el procesamiento de señales de entrada policromáticas. Esta característica converge con otra de las tendencias actuales de la óptica que trata de dotar de mayor versatilidad al procesamiento al trabajar con objetos en color [8,10-12].

Sin embargo, debido a la dependencia explícita del fenómeno de difracción con la longitud de onda de la radiación incidente, el uso de luz de ancho de banda extenso conduce a la distorsión cromática de los patrones de difracción, tanto de Fresnel como de Fraunhofer, imposibilitando la utilización directa de los procesadores ópticos convencionales en el caso de luz blanca.

Una forma de encarar esta situación es mediante el empleo de sistemas ópticos que sean capaces de compensar simultáneamente, para todas las longitudes de onda, la dispersión cromática inherente al fenómeno de la difracción. De este modo, un patrón de difracción debe estar localizado en un único plano y poseer la misma escala para todos los canales monocromáticos de la fuente de iluminación. Los sistemas acromáticos son aquellos dispositivos que cumplen este requisito en una aproximación a primer orden [13,14].

Un primer objetivo de esta tesis doctoral consiste en el diseño de sistemas ópticos que permitan el registro acromático de patrones de difracción, tanto de Fresnel como de Fraunhofer, empleando una fuente puntual de ancho de banda extenso. Estos dispositivos acromáticos son la herramienta fundamental para desarrollar, en una segunda etapa, procesadores ópticos de señales bidimensionales policromáticas.

En general, para compensar la dispersión cromática de los patrones de difracción, es necesaria la utilización de elementos ópticos fuertemente dispersivos. De entre ellos, los elementos ópticos difractivos proporcionan un amplio abanico de posibilidades al trabajar por difracción [15]. Además, se pueden fabricar fácilmente con la tecnología actual: fotolitografía, escritura directa con láser, holografía, etcétera, por lo que su uso está muy extendido [16].

De todos los elementos difractivos posibles, nuestro interés se centra en la utilización exclusiva de lentes difractivas. Una lente difractiva "blazé" es un elemento puro de fase capaz de concentrar toda la energía incidente en un único foco cuando trabaja con la longitud de onda para la que ha sido diseñado. Estos elementos presentan una fuerte aberración cromática, proporcional al número de

onda de la radiación incidente [17]. Este hecho es precisamente el que aprovechan nuestros dispositivos para conseguir patrones de difracción acromáticos.

Especial mención merece nuestro segundo objetivo, que ha sido el diseño de dos nuevos procesadores ópticos que trabajan con una fuente extensa de luz blanca. Este tipo de sistemas aúnan las ventajas proporcionadas por la iluminación espacialmente incoherente y las correspondientes a la utilización de fuentes de luz blanca. De este modo, procesan las distribuciones de irradiancias de señales extensas policromáticas procedentes, por ejemplo, de un monitor de televisión en color.

1.1. Antecedentes del tema

La luz que incide sobre un objeto difractante genera por propagación libre unas distribuciones de amplitud en los sucesivos planos paralelos al objeto, los patrones de difracción. Dichos patrones conforman el campo difractado de la señal objeto, de forma que, a partir de un patrón de difracción cualquiera, se pueden reproducir todos los demás [18]. Por tanto, modificando adecuadamente el contenido de uno cualquiera de ellos, por ejemplo mediante la acción de un filtro, se puede realizar la operación de procesado óptico de la información deseada [19]. Las operaciones más extendidas son el aumento de contraste, el realce de contornos y bordes, el reconocimiento automático de señales, la generación de múltiples imágenes, la realización de operaciones matemáticas (integración y diferenciación), la inversión del contraste, la corrección del desenfoque, el encriptado de información y un largo etcétera [20].

Básicamente podemos establecer tres grandes categorías de procesadores ópticos: los procesadores espacialmente coherentes en la región de Fraunhofer, los procesadores espacialmente coherentes en la región de Fresnel y los procesadores espacialmente incoherentes. Esta clasificación tiene en cuenta el patrón de difracción donde se altera el campo difractado de la señal de entrada y el tipo de iluminación requerida por el sistema óptico.

En los siguientes subapartados se presentan por separado las características esenciales correspondientes a cada uno de estos procesadores. Dado que la bibliografía sobre el tema es muy extensa, centraremos nuestra atención en aquella que hace referencia al procesado de señales policromáticas. Básicamente, se han desarrollado tres técnicas diferentes que permiten trabajar con señales en color: los dispositivos que, aun trabajando con iluminación monocromática,

procesan el color mediante la codificación adecuada bien de la señal de entrada o bien del filtro [21], los dispositivos multicanal que trabajan con un número discreto de longitudes de onda [8,22] y los sistemas compensadores de la dispersión cromática asociada a la difracción [10].

1.1.1. Procesado espacialmente coherente en la región de Fraunhofer con objetos en color

Los procesadores coherentes que trabajan en la región de Fraunhofer se agrupan, fundamentalmente, en dos grandes subcategorías: los que se apoyan en la idea clásica de filtrado en el plano de Fraunhofer [23], y los procesadores de transformada conjunta [24,25]. En ambos casos se trata de convolucionar ópticamente dos distribuciones de amplitud. Una característica esencial de estos dispositivos es que son espacialmente invariantes, es decir, si desplazamos transversalmente la señal de referencia sobre el plano de entrada el resultado de la operación de convolución se mantiene, pero desplazado en el plano de salida.

En los procesadores tipo Vander Lugt [26], se inserta un filtro en el plano de Fraunhofer del sistema. De este modo, el producto del filtro por la transformada de Fourier de la señal de entrada permite, tras otra operación de transformación de Fourier, obtener la convolución deseada.

El patrón de difracción de Fraunhofer presenta bajo iluminación puntual policromática un emborronamiento cromático considerable, provocado por la dependencia lineal de su escala con el número de onda de la radiación incidente [27]. Por tanto, bajo este tipo de iluminación, el filtro no altera de igual forma las diferentes frecuencias espaciales del objeto para las distintas componentes espectrales de la fuente de iluminación. Este hecho, que resulta interesante para ciertas operaciones de procesado como el reconocimiento invariante a la escala y de patrones en el espacio tridimensional [28,29], obliga, sin embargo, a que los procesadores ópticos de objetos en color no puedan ser una mera réplica de sus homólogos coherentes.

Una forma de abordar esta situación es mediante un preprocesado de la información del color. En este caso la escena de entrada recombina la información del color en una única imagen en niveles de gris que se puede procesar con iluminación monocromática [21,30-34]. Los colores se codifican en amplitud y fase sirviéndose de sistemas de ordenación del color como el atlas Munsell [21],

técnicas de modulación Theta [31], etc. Se han diseñado aplicaciones para el reconocimiento de objetos en dos [21,33] y tres dimensiones [34].

En los procesadores multicanal, se procesa la información cromática con un número discreto de longitudes de onda, bien en paralelo [35-41] o bien de forma secuencial [11,12,42,43]. En el primer caso, las distintas longitudes de onda que componen el espectro de la fuente se separan mediante filtros adaptados selectivos a la longitud de onda [38], el uso de una red de difracción [35,36] o el empleo de prismas [39]. En el segundo caso, se dispone un procesador convencional en el que sucesivamente se cambian las longitudes de onda de la iluminación del sistema. El procesado multicanal requiere, para detectar la señal policromática, grabar varios filtros, cada uno de ellos adaptado a la escala del patrón de Fraunhofer proporcionada por la longitud de onda correspondiente al canal, aunque, en ocasiones, se usa un único filtro adaptado multiplexado [38,42].

Estas técnicas se han aplicado con éxito en el desarrollo de sistemas que proporcionan una mayor flexibilidad al procesado policromático, al diseñar dispositivos invariantes a rotaciones y de alta capacidad de discriminación en el reconocimiento de patrones [44,45]. Recientemente, se ha desarrollado un procesador multicanal que realiza correlaciones morfológicas no lineales con objetos policromáticos [11], y se ha estudiado la tolerancia al tipo de iluminación mediante la selección de canales cromáticos correspondientes a las coordenadas CIELAB [12]. Otros métodos de procesado de objetos en color aglutinan las dos técnicas anteriores, realizando un preprocesado previo de la imagen RGB antes de introducirla en un sistema multicanal [46,47].

Finalmente, otra forma de abordar el procesado de objetos en color es mediante los sistemas compensadores de la distorsión cromática asociada a la difracción. El cálculo teórico de los elementos ópticos necesarios para eliminar la aberración cromática transversal del patrón de difracción de Fraunhofer obtenido con iluminación policromática conduce al empleo de lentes holográficas y refractivas con unas características muy específicas [48]. Lo mismo ocurre con los elementos ópticos necesarios para construir un procesador óptico que funcione exactamente igual para todas las longitudes de onda que componen el espectro visible [49].

Por este motivo se diseñan los procesadores acromáticos, que disminuyen los requisitos de compensación cromática exigiendo una corrección a primer orden. Los sistemas acromáticos presentan un plano de Fraunhofer intermedio acromático, lo cual permite usar un único filtro para realizar la misma operación de procesado simultáneamente para todos los canales espectrales de la fuente.

Fundamentalmente, hay dos clases de transformadores de Fourier acromáticos. Por una parte, aquellos sistemas constituidos exclusivamente por elementos refractivos en los que se escoge convenientemente su poder de dispersión [50,51]. Por otra, los dispositivos compuestos por la combinación adecuada de lentes refractivas no dispersivas y lentes difractivas [52-58]. Todas las configuraciones de realización práctica sencillas propuestas hasta la fecha son acromáticas en irradiancia en el plano intermedio de Fraunhofer. Es decir, existe un factor de fase cuadrático que multiplica a la transformada de Fourier acromática que permanece sin corregir. Esto impide que dos transformadores idénticos en cascada obtengan la información filtrada del objeto sin error cromático en el plano de salida.

Los procesadores que compensan la dispersión cromática asociada a la difracción son muy variados [59-65]. Recientemente, se han presentado dos soluciones para subsanar el problema de la fase sin corrección acromática en el plano de Fraunhofer intermedio. Por un lado, mediante un dispositivo resultado de la combinación en cascada de un transformador de Fourier acromático en irradiancia y un sistema híbrido refractivo-difractivo formador de imágenes con luz blanca [62] y, por otro lado, corrigiendo la fase del plano de Fraunhofer acromático mediante una lente difractiva adherida al filtro [63].

En los procesadores de transformada conjunta, la señal objeto y la distribución de amplitudes compleja que la modifica se sitúan contiguas y simultáneamente en el plano de entrada del dispositivo. En una primera fase, se registra la distribución de intensidades correspondiente al espectro de Fourier conjunto. Tras esta detección cuadrática, una nueva transformación de Fourier permite obtener fuera de eje la convolución deseada. Desde su introducción [24,25], los correladores conjuntos han sido una herramienta muy interesante, ya que se obtiene la correlación sin necesidad de ningún filtro adaptado, aunque con un proceso coherente en dos pasos. Estos dispositivos trabajan en tiempo real [66], lo que ha fomentado el desarrollado multitud de aplicaciones: operaciones lógicas [67], corrección del desenfoque de imágenes [68,69], sistemas de seguridad [70,71], etc.

Como en el caso anterior, la dependencia de la escala del patrón de difracción de Fraunhofer con la longitud de onda obliga al empleo de diferentes estrategias para poder utilizar escenas de entrada en color. Por un lado, la codificación de colores en el plano de entrada en sistemas que emplean iluminación monocromática [33], las que ejecutan la operación en varios canales cromáticos [72-78] y, finalmente, las que compensan la dispersión cromática asociada a la difracción en este tipo de dispositivos mediante lentes difractivas [13,79].

1.1.2. Procesado espacialmente coherente en la región de Fresnel con objetos en color

El número de dispositivos ópticos que trabajan en la región de Fresnel con fuente puntual monocromática es cada vez más extenso. Gran parte de estos dispositivos están fundamentados en el efecto Talbot y en el efecto Talbot fraccional. El efecto Talbot, es una propiedad bien conocida del campo electromagnético por la que ciertas estructuras planas, denominadas objetos de Montgomery, proporcionan su propia imagen en una serie de planos paralelos a ellas [80]. Además de las autoimágenes, los objetos periódicos generan, por propagación libre, ciertas distribuciones de amplitud que se corresponden con una versión del objeto periódico de partida con la misma celda unidad aunque con un periodo menor, las imágenes de Fresnel [81]. Las aplicaciones más comunes ligadas a estos fenómenos son la síntesis de imágenes, la metrología óptica y el control de calidad de elementos ópticos [82].

Por otro lado, los procesadores ópticos coherentes que filtran la información en la región de difracción de Fresnel son sensibles a la posición del objeto en el plano de entrada. Esto añade importantes ventajas al procesado espacialmente invariante convencional cuando la localización de la señal de referencia sobre el plano de entrada es tan importante como su localización [83-85]. Las aplicaciones potenciales de estos sistemas incluyen numerosos campos como la visión artificial, el encriptado de información y la implementación de operaciones lógicas por métodos ópticos. Los procesadores de transformada conjunta donde el espectro conjunto se registra sobre un plano desenfocado también han encontrado una aplicación en la misma dirección [86]. Muy recientemente, se ha establecido la estrecha relación que existe entre los patrones de difracción de Fresnel y la transformada de Fourier fraccional (FRT¹) [87-90]. Esta transformada se ha convertido en una herramienta muy útil en el campo de la óptica dadas sus múltiples aplicaciones [91] y, entre ellas, el desarrollo de procesadores espacialmente variantes [92-95].

Sin embargo, la dependencia explícita del fenómeno de la difracción con la longitud de onda imposibilita la extensión directa de estos procesadores al caso de iluminación de ancho de banda extenso. Aunque este hecho ya ha sido utilizado para ajustar de manera independiente la escala y el orden de la FRT que se obtiene en el plano de salida de un dispositivo óptico [96].

¹ Acrónimo de la expresión inglesa *Fractional Fourier transform*

Una primera manera de abordar este inconveniente es mediante técnicas de multiplexado de la información en los tres canales RGB. Este dispositivo emplea como filtro, en cada canal con la escala adecuada, el complejo conjugado de la transmitancia en amplitud de la FRT del patrón a detectar. En el plano de salida de este dispositivo óptico se obtiene un reconocimiento espacialmente variante que discrimina a los objetos por el color, la forma y la posición [97].

Otra forma radicalmente diferente de encarar el problema es mediante la compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción. En este sentido, se han reseñado arquitecturas ópticas para la obtención de patrones de Fresnel acromáticos. Algunas emplean una codificación espectral adecuada de la fuente de iluminación [98], mientras que otras utilizan un interferómetro Fabry-Perot para codificar espectralmente el objeto difractante [99]. Sin embargo, una de las técnicas más sencillas consiste en utilizar sistemas ópticos acromáticos constituidos por combinaciones adecuadas de elementos ópticos difractivos y lentes refractivas [100-104]. Una las aplicaciones del sistema óptico de la Ref. [104] es generar, basándose en el efecto Talbot acromático, matrices de fuentes puntuales de luz blanca de periodo variable [105,106]. Además, este sistema ha demostrado también su habilidad para el registro acromático secuencial de los diversos órdenes de la FRT [107].

Recientemente se ha demostrado que cuando un objeto de Montgomery se ilumina con una fuente puntual de luz policromática por propagación libre se genera, a partir de una cierta distancia que depende del ancho de banda de la fuente de iluminación, una distribución transversal de irradiancia que mantiene su perfil a medida que nos alejamos del objeto difractante [108]. Esta distribución de irradiancia ha permitido generar una matriz de puntos con luz de ancho de banda extenso [109].

1.1.3 Procesadores espacialmente incoherentes con objetos en color

El procesado óptico de la información con fuente espacialmente incoherente presenta grandes ventajas frente a su homólogo coherente. En primer lugar, estos dispositivos tienen una elevada eficiencia luminosa, todo lo contrario que los procesadores coherentes que están obligados a trabajar con fuente puntual. Más aún, estos sistemas permiten el procesado de objetos de entrada autoluminosos

que, por tanto, se pueden codificar fácilmente en tiempo real, bien en pantallas de cristal líquido (LCD²), bien en monitores de televisión tipo tubo de rayos catódicos. Por otra parte, al ser lineales en irradiancia permiten una mayor flexibilidad en la localización transversal del filtro sobre el plano de la pupila [9,110,111], además de proporcionar una gran estabilidad mecánica que los hace fácilmente adaptables a ambientes industriales [6,7].

En los sistemas espacialmente incoherentes, la distribución de irradiancia a la salida del dispositivo es superposición de las distribuciones de irradiancia producidas por cada uno de los emisores elementales que constituyen el objeto autoluminoso. Un sistema formador de imágenes que emplea luz espacialmente incoherente es un dispositivo óptico lineal e invariante a desplazamientos (LSI³) cuya respuesta para el radiador elemental en eje (PSF⁴) es el patrón de difracción de Fraunhofer del filtro en irradiancias. Por tanto, en el plano de salida de este dispositivo tendremos la convolución entre la distribución de irradiancia del objeto y el módulo al cuadrado de la transformada de Fourier de la distribución de amplitudes de la pupila [18,112]. De este modo, la elección adecuada de la información contenida en el filtro nos permitirá desarrollar multitud de operaciones de procesamiento óptico.

Sin embargo, la escala de la PSF varía linealmente con la longitud de onda de la fuente de iluminación empleada. Esto provoca, bajo iluminación policromática, un fuerte emborronamiento cromático en el plano de salida lo que, en general, restringe estos sistemas al uso de iluminación monocromática y, por tanto, a objetos en niveles de gris.

Se han desarrollado varios dispositivos ópticos espacialmente incoherentes que trabajan con objetos en color. Por un lado, sistemas multicanal que cuentan entre sus elementos ópticos con redes de difracción que separan la radiación luminosa procedente de la fuente en diversos canales monocromáticos que a la salida se reagrupan [8,113-115] y, por otro lado, dispositivos ópticos que compensan la dispersión cromática inherente a la difracción mediante elementos fuertemente dispersivos como las lentes difractivas [10,116,117]. La utilidad y versatilidad de estos dispositivos ha quedado patente a través de numerosas aplicaciones como son la sustracción de imágenes en color [114], el reconocimiento de objetos policromáticos [116,117], el encriptado óptico de la información [3], etc.

² Acrónimo de la expresión inglesa *Liquid Crystal Display*

³ Acrónimo de la expresión inglesa *Linear Shift Invariant*

⁴ Acrónimo de la expresión inglesa *Point Spread Function*

Por otro lado, existen procesadores ópticos de fuente extensa cuya respuesta unidad es la transformada de Fresnel del filtro en irradiancias [111,118]. En este caso la aberración cromática presente en la PSF también nos restringe, en principio, a la utilización de fuentes con un ancho espectral muy reducido. Sin embargo, se han adaptado al empleo de luz natural y se han utilizado como correladores ópticos para el reconocimiento de objetos en color [119,120]. Para ello se basan en la selectividad a la longitud de onda proporcionada por la condición de Bragg en hologramas de volumen [120] o en un filtro multiplexado para tres longitudes de onda distintas [119].

1.2. Propuesta de trabajo: objetivos y esquema general

La presente tesis presenta, a modo de recopilación de artículos, una serie de arquitecturas ópticas que emulan a sus análogas monocromáticas en cuanto a su capacidad para procesar la información pero que, a diferencia de aquellas, permiten trabajar con objetos en color y fuentes de luz blanca. Nuestro objetivo fundamental es el diseño de dispositivos acromáticos que compensen la dispersión cromática asociada a la propagación libre mediante el empleo, exclusivo, de lentes refractivas no dispersivas y lentes difractivas. De este modo, es posible realizar la misma operación de procesado sobre la señal de entrada independientemente de su composición espectral. Estos dispositivos ya han mostrado su potencial en diversos campos de la óptica moderna tales como el reconocimiento óptico de objetos [116], el encriptado de la información [3], los interconectores ópticos [106], etc.

Con este objetivo, hemos diseñado sistemas ópticos fáciles de montar en el laboratorio que, trabajando con fuente puntual de luz blanca, son capaces de compensar la dependencia con la longitud de onda del fenómeno de la difracción, tanto en la región de Fraunhofer como en la de Fresnel. Esto nos ha permitido desarrollar un procesador óptico espacialmente variante en la región de Fresnel que es capaz de detectar la presencia de un patrón en color a reconocer sobre la escena de entrada sólo si está en la posición deseada.

Los procesadores ópticos que trabajan con luz natural incrementan las ventajas de la iluminación temporalmente incoherente al sumar las correspondientes a la utilización de una fuente extensa, por tanto, tienen un gran interés práctico. Esto nos ha llevado a desarrollar dos procesadores totalmente incoherente que, además, tienen una PSF de escala variable. La utilidad de estos

dispositivos se pone de manifiesto en un reconocimiento espacialmente invariante de objetos en color.

El eje central de esta tesis está constituido por cinco artículos que se presentan como aportaciones originales en el anexo de esta memoria. De acuerdo con la normativa que establece las condiciones de presentación de una tesis doctoral en la modalidad de compendio de artículos, en los siguientes capítulos se presenta un resumen global de las aportaciones incluidas, donde se aprecia la unidad de las ideas desarrolladas, así como los resultados más destacados.

En el Capítulo 2, se desarrolla una breve introducción sobre la difracción con fuente puntual policromática. Como primer ejemplo de sistema acromático se introduce un transformador de Fourier acromático de dos lentes difractivas. Este dispositivo ha sido clave para el desarrollo de toda una familia de sistemas acromáticos. A continuación, se realiza un resumen de la *Aportación I*, en donde se propone un nuevo transformador de Fourier acromático que, a diferencia de los dispositivos anteriores, permite acromatizar el patrón de difracción de Fraunhofer sin aberración cromática longitudinal. Para finalizar este capítulo se presenta un procesador acromático desarrollado a partir de la unión en cascada de los dos transformadores anteriores y que es capaz de procesar la información de un objeto en color.

Dada la especial relevancia del procesado totalmente incoherente, todo el Capítulo 3 versa sobre este tipo de dispositivos. En esta línea, en la *Aportación II* se ha propuesto un sistema difractivo-refractivo que presenta, simultáneamente, propiedades de formación de imágenes independientes de la longitud de onda con una PSF acromática. La aplicación de este procesador totalmente incoherente para realizar tareas de reconocimiento de objetos en color es inmediata. La *Aportación III* persigue los mismos resultados, pero ha requerido una arquitectura óptica más compleja para conseguir una dependencia lineal de la escala de la respuesta unidad del sistema con la posición del objeto, lo que facilita el reconocimiento de patrones con diferente tamaño.

En el Capítulo 4 se estudia el procesado de la información en la región de Fresnel con objetos en color. A partir de la *Aportación IV*, que sirve de nexo entre los sistemas que compensan la difracción en la región de Fraunhofer y de Fresnel, se ha diseñado un sistema transformador de Fresnel acromático basado en el transformador de Fourier de la *Aportación I*. Por otro lado, la *Aportación V* presenta un procesador óptico espacialmente variante constituido por un número reducido de elementos ópticos y que nos va a permitir reconocer patrones en color

en función de su forma y localización. Este dispositivo está basado en el procesador óptico de Fourier acromático del Capítulo 1.

Por último, en el Capítulo 5, se comentan las conclusiones más trascendentes y las perspectivas de futuro que, a nuestro entender, ofrece esta línea de investigación.

Capítulo 2

Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción en la región de Fraunhofer

Desde que quedó establecida hace unas cuatro décadas, la aptitud de una lente esférica para obtener ópticamente transformadas de Fourier bidimensionales con luz coherente, este elemento óptico ha sido utilizado para realizar multitud de operaciones de procesado óptico coherente de información. Sin embargo, cuando empleamos una fuente puntual de ancho de banda extenso, los sistemas basados en lentes refractivas conducen a un emborronamiento cromático de los patrones de difracción.

La clave de la compensación cromática de los patrones de difracción, como veremos, radica en la utilización de elementos ópticos fuertemente dispersivos, de entre los cuales destacan, por su fácil fabricación, las lentes difractivas, que presentan una distancia focal con una dispersión proporcional al número de onda.

Este capítulo se centra en tres sistemas ópticos refractivos-difractivos diseñados para compensar la aberración cromática del patrón de difracción de Fraunhofer obtenido con luz blanca.

Como punto de partida, se calcula, dentro de la aproximación paraxial de la difracción de Fresnel, la distribución de irradiancia del campo electromagnético a la salida de un dispositivo óptico que trabaja con una fuente puntual de ancho de banda extenso. Posteriormente, se presentan dos transformadores de Fourier acromáticos, cuya unión en cascada permite el diseño de un procesador óptico empleando luz policromática espacialmente coherente.

2.1. Difracción con fuente puntual de ancho de banda extenso

A lo largo de este apartado se estudian distribuciones de amplitud y de irradiancia en planos paralelos a una abertura difractante plana cuando se encuentra iluminada con luz espacialmente coherente pero temporalmente incoherente. Con este propósito, consideremos la Fig. 1 donde se muestra una transparencia objeto de transmitancia en amplitud $t(x,y;\sigma)$ para el número de onda σ , iluminada por una onda plana policromática. Por propagación libre, la luz que incide sobre la transparencia genera un conjunto infinito de patrones de difracción, tanto reales como virtuales, característicos de la misma [18].

La distribución de irradiancia sobre el plano de observación, a una distancia arbitraria R_0 de la abertura difractante, se puede calcular teniendo en cuenta el carácter mutuamente incoherente de las diferentes componentes espectrales de la fuente de iluminación. De esta forma, la distribución de irradiancia total, $I(x, y)$, se obtiene a partir de la superposición en irradiancia, en el plano de observación, de los patrones de difracción generados por las diferentes componentes monocromáticas de la fuente [121], de modo que

$$I(x, y) = \int_A S(\sigma) |U(x, y; \sigma)|^2 d\sigma \quad (1)$$

donde el factor de peso $S(\sigma)$ es la emisividad espectral o potencia radiante espectral de la fuente de iluminación y $U(x,y;\sigma)$ es la distribución de amplitudes para

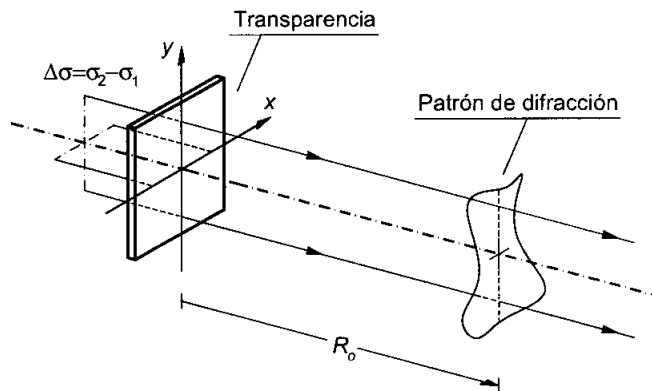


Figura 1. Campo difractado generado al iluminar una abertura difractante con una onda plana policromática .

número de onda σ a la distancia R_0 del objeto. El símbolo Λ representa el ancho de banda en el que la fuente emite radiación.

Sin pérdida alguna de generalidad, se pueden considerar fuentes de espectro equienergético lo que permite escribir la ecuación anterior, exceptuando constantes de proporcionalidad, de la siguiente forma

$$I(x, y) = \int_{\Lambda} |U(x, y; \sigma)|^2 d\sigma \quad . \quad (2)$$

Para los dispositivos ópticos que vamos a desarrollar, el valor de $U(x, y; \sigma)$ se puede calcular dentro del marco de la teoría escalar de la difracción. Esta teoría es válida siempre que el campo difractado no se observe excesivamente cerca de la pupila difractante y cuando el tamaño de ésta sea muy grande comparado con la longitud de onda incidente [19]. Para el caso en que la distancia entre la abertura difractante y el plano de observación es mucho mayor que las dimensiones transversales del objeto, se puede emplear la aproximación de Fresnel de la fórmula de la difracción de Fresnel-Kirchhoff [18]. Bajo esta aproximación, la distribución de amplitudes para el número de onda σ_0 en el plano de observación ubicado a una distancia R_0 de la transparencia viene proporcionada por

$$U(x, y; \sigma_0) = \exp[i\pi\alpha(x^2 + y^2)] \iint_{-\infty}^{\infty} t(x', y'; \sigma_0) \times \\ \times \exp[i\pi\alpha(x'^2 + y'^2)] \exp[-i2\pi\alpha(xx' + yy')] dx' dy' \quad , \quad (3)$$

donde se han omitido factores constantes irrelevantes. El símbolo α indica $\alpha = \sigma_0 / R_0$. Excluido el factor de fase exterior a la integral, la Ec. (3) se puede interpretar como la transformada de Fourier bidimensional de la función $t(x', y'; \sigma_0) \exp[i\pi\alpha(x'^2 + y'^2)]$ con una escala de

$$x' = \frac{u}{\alpha} \quad , \quad y' = \frac{v}{\alpha} \quad \text{y un factor de escala} \quad k = \frac{1}{\alpha} \quad . \quad (4)$$

El factor de escala, k , relaciona las coordenadas espaciales dentro del plano de observación con las frecuencias espaciales.

Para una abertura difractante cuya transmitancia en amplitud no es función de la longitud de onda, es inmediato reconocer que la constante α caracteriza unívocamente la irradiancia de cada patrón de difracción, es decir, que el valor de

α . sea el mismo obtendremos, salvo un factor de escala, la misma distribución monocromática de irradiancia. Por lo tanto, para otro número de onda σ , el patrón de difracción obtenido con iluminación plana y caracterizado por $\alpha = \sigma_0 / R_0$ se obtiene a una distancia R de la transparencia dada por $R = R_0 \sigma / \sigma_0$.

A continuación, vamos a calcular la distribución de amplitudes a la salida de un sistema óptico iluminado por una fuente puntual policromática. El dispositivo se muestra en la Fig. 2. Consideraremos que la señal de entrada es la misma que en el caso anterior.

Para ello, vamos a introducir el concepto de matrices de rayos ó matrices $ABCD$. Su formalismo está ampliamente extendido en óptica geométrica para sistemas con simetría de revolución. Se basa en estudiar el comportamiento de un rayo de luz caracterizado por dos parámetros, la distancia al eje óptico y el ángulo que forma con la dirección de dicho eje, a través de su paso por un sistema óptico. Con esta finalidad, cada elemento del sistema viene caracterizado por una matriz 2×2 . En la tabla 1 se muestran las matrices de uso más frecuente. La matriz $ABCD$ que caracteriza un sistema óptico, se obtiene a partir del producto de las matrices correspondientes a cada elemento del sistema siguiendo un orden inverso al orden de paso del rayo de luz. Dada la versatilidad y facilidad de cálculo que permite un tratamiento matemático cuyo fundamento es básicamente el producto de matrices, éstas se han generalizado para sistemas astigmáticos o fuera de eje [122].

Teniendo en cuenta que la aproximación de la difracción de Fresnel está basada en los mismos requisitos exigidos por la óptica paraxial [18], se puede calcular su expresión integral, para sistemas con simetría de revolución, mediante

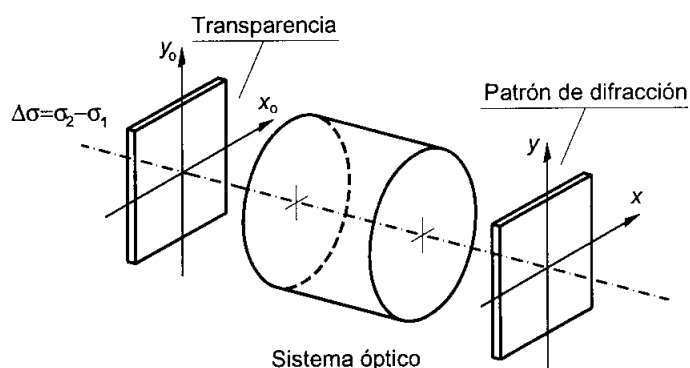


Figura 2. Sistema óptico con simetría de revolución iluminado con luz policromática

La propagación libre a lo largo de una distancia axial R en un medio de índice de refracción unidad :	$\begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
Lente refractiva delgada de focal f :	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix}$
Lente difractiva "blazé" de focal $Z = Z_0 \sigma / \sigma_0$:	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/Z & 1 \end{bmatrix}$
Fuente de iluminación a una distancia orientada foco-objeto de z :	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/z & 1 \end{bmatrix}$

Tabla 1. Matrices que caracterizan el comportamiento óptico de los diferentes elementos paraxiales.

los coeficientes A , B , C y D de la matriz $ABCD$ que caracteriza un sistema en óptica geométrica [122]. De este modo, la distribución de amplitudes a la salida del sistema para el número de onda σ , viene proporcionada por

$$U(x, y; \sigma) = \exp\left[i\pi\sigma \frac{D}{B}(x^2 + y^2)\right] x \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x', y'; \sigma) \exp\left[i\pi\sigma \frac{A}{B}(x'^2 + y'^2)\right] \exp\left[-i2\pi \frac{\sigma}{B}(xx' + yy')\right] dx' dy', \quad (5)$$

donde se han despreciado factores constantes irrelevantes. En este caso, la transformada de Fourier de la función compuesta por el producto entre la transmitancia en amplitud de la transparencia objeto y el factor de fase cuadrático interior a la integral, tiene una escala de

$$x' = \frac{uB}{\sigma}, \quad y' = \frac{vB}{\sigma} \quad \text{y un factor de escala de } k = \frac{B}{\sigma}. \quad (6)$$

Seguidamente, vamos a demostrar que el perfil de irradiancia de los patrones generados por propagación libre se puede obtener, a una escala diferente, mediante un sistema óptico arbitrario. Para ello, vamos a comparar la distribución de amplitudes de la Ec. (3) con la de la Ec. (5). En ambos casos, y salvo un factor de escala, obtendremos el mismo perfil de irradiancia siempre que se cumpla

$$\sigma \frac{A}{B} = \alpha \quad . \quad (7)$$

Para determinar la relación de tamaños entre el patrón obtenido con el sistema óptico frente al que se obtiene con iluminación plana monocromática, basta estudiar la relación entre las escalas de la transformada de Fourier dadas por las Ecs. (4) y (6). De este modo, el aumento, β , de este patrón viene proporcionado por

$$\beta = \frac{\alpha B}{\sigma} \quad , \quad (8)$$

que a raíz de la Ec. (7) se puede escribir como $\beta = A$.

La utilización de las matrices $ABCD$ permite analizar de forma sencilla el comportamiento de un sistema óptico en términos de la distribución de amplitudes a la salida del mismo. A modo de ejemplo, y con el fin de fijar la nomenclatura que se va a utilizar a lo largo de esta tesis, vamos a calcular la distribución de amplitudes obtenida con luz de ancho de banda extenso para tres situaciones diferentes.

Como primer caso, para un sistema formador de imágenes. Un sistema será formador de imágenes con luz blanca si la matriz $ABCD$ que caracteriza al sistema, desde el plano objeto al imagen, tiene un coeficiente B nulo para todas las componentes espectrales de la fuente de iluminación. El cálculo de la distribución de amplitudes a la salida, que se lleva a cabo resolviendo en la Ec. (5) el límite cuando B tendiendo a cero [123], viene dado por

$$U(x, y; \sigma) = \exp\left[i\pi\sigma \frac{C}{A}(x^2 + y^2)\right] t\left(\frac{x}{A}, \frac{y}{A}; \sigma\right) \quad . \quad (9)$$

Como era de esperar, se obtiene la distribución de amplitudes del objeto escalada.

Como segundo caso, para un transformador de Fourier. Se observa a partir de la Ec. (5) que cuando el coeficiente A es nulo, para todas las longitudes de onda de la fuente, el sistema realiza la transformada de Fourier bidimensional de la distribución de amplitudes de la señal de entrada con luz blanca. Para iluminación plana, el patrón de Fraunhofer se obtiene a una distancia infinita de la transparencia para todo el rango espectral de la fuente, resultado que se corrobora a partir de la Ec. (7), dando lugar a un α igual a cero.

A modo de ejemplo, analicemos la situación representada en la Fig. 3. Calculemos la distribución de amplitudes, en el plano de la fuente, correspondiente a una transparencia objeto iluminada por una onda esférica policromática convergente a una distancia orientada z de la transparencia. En esta situación, la matriz

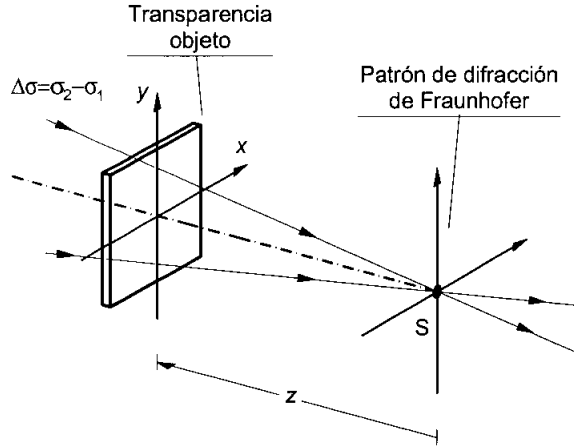


Figura 3. El patrón de difracción de Fraunhofer de una abertura difractiva se localiza sobre el plano transversal que contiene a la fuente.

$ABCD$ que caracteriza al sistema, proviene del producto de la matriz correspondiente a la fuente de iluminación esférica por la de la propagación libre de la luz una distancia $-z$, de forma que

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -z \\ 1/z & 1 \end{bmatrix} . \quad (10)$$

Sustituyendo en la Ec. (5), para el número de onda σ , se obtiene que

$$U(x, y; \sigma) = \exp\left[i \frac{\pi}{k} (x^2 + y^2)\right] \tilde{t}\left(\frac{x}{k}, \frac{y}{k}; \sigma\right) , \quad (11)$$

donde \tilde{t} es la transformada de Fourier bidimensional de la función t y $k = -z/\sigma$ es el factor de escala de dicha transformada. La escala del patrón de Fraunhofer es inversamente proporcional al número de onda de la radiación monocromática incidente. De este modo, si la transparencia se ilumina con una fuente puntual de luz blanca el patrón de difracción de Fraunhofer se localiza para todas las radiaciones espectrales sobre el plano transversal que contiene a la fuente, aunque con una escala fuertemente dependiente de la longitud de onda, lo que provoca un emborronamiento cromático. La Fig. 4 muestra la irradiancia del patrón de Fraunhofer de una matriz de cuadrados obtenida con esta geometría.

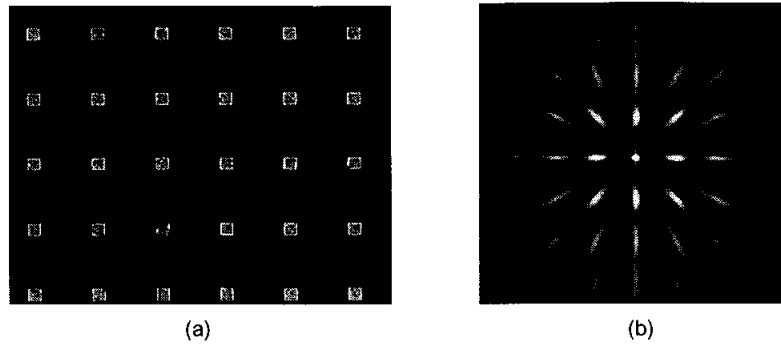


Figura 4. Patrón de difracción de Fraunhofer obtenido con el sistema óptico de la Fig. 3: a) fotografía detalle del objeto de entrada, b) distribución de irradiancia en el plano de salida.

Por otro lado, la Ec. (11) indica que en el plano de la fuente de iluminación no sólo se localiza la transformada de Fourier de la distribución de amplitudes del objeto sino también un factor de fase cuadrático. Este factor de fase se puede asociar a una onda esférica cuyo foco se ubica en un punto del eje óptico perteneciente al plano de la transparencia objeto. Bajo esta interpretación, y dado que en el plano de la fuente que ilumina a una distribución de amplitudes se encuentra la transformada de Fourier de la misma, se puede considerar la distribución de amplitudes del objeto como la transformada de Fourier del patrón difracción de Fraunhofer [124].

Si se considera un sistema óptico constituido por lentes, es perfectamente válido considerar que la lente forma la imagen, tanto de la transparencia como de su patrón de Fraunhofer. De este modo es inmediato concluir que el plano de Fraunhofer de un sistema óptico es siempre el plano imagen del que contiene a la fuente de iluminación [125].

Como tercer caso, y para concluir este apartado, vamos a resolver el campo a la salida del sistema representado en el esquema de la Fig. 5. Tenemos una transparencia objeto iluminada por una onda esférica que converge a una distancia z de la misma y se quiere calcular la distribución de amplitudes en un plano ubicado a una distancia R de la transparencia. Para esta situación, la matriz $ABCD$ que caracteriza al sistema para el número de onda σ , viene proporcionada por

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (z+R)/z & R \\ 1/z & 1 \end{bmatrix} . \quad (12)$$

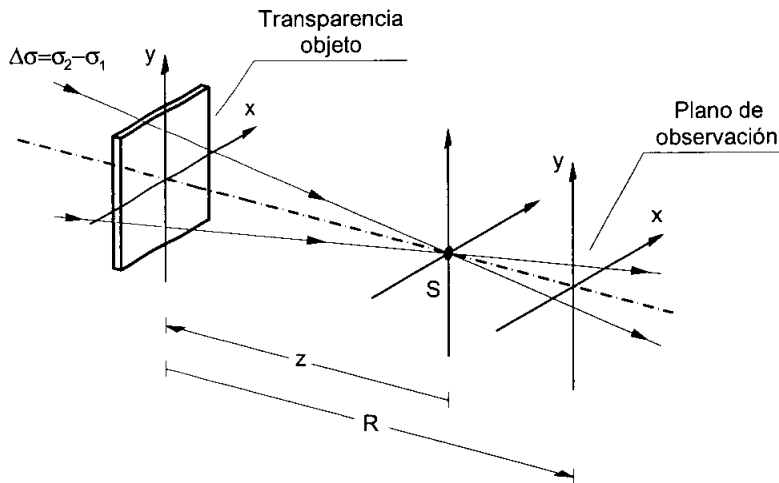


Figura 5. Disposición geométrica propuesta para el estudio del campo difractado por una abertura plana iluminada por una fuente puntual policromática.

De este resultado y de la Ec. (7), se pone de manifiesto que a la salida de este dispositivo, para iluminación con luz blanca, se obtiene una fuerte distorsión cromática, ya que la distribución de amplitudes es diferente para cada componente espectral de la fuente.

Para obtener con este sistema el patrón de referencia que con iluminación plana monocromática viene caracterizado por $\alpha = \sigma_0 / R_0$, se hace uso de las Ec. (7) y (8), de este modo, se deduce que su nueva posición, $R(\sigma)$, y escala frente al de referencia, $\beta(\sigma)$, vienen dadas por

$$R(\sigma) = \frac{zR_0\sigma}{z\sigma_0 - R_0\sigma} \quad \text{y} \quad \beta(\sigma) = \frac{z + R(\sigma)}{z} \quad . \quad (13)$$

Por tanto, el perfil de irradiancia del patrón escogido se localiza en una posición axial y con una escala diferente para cada una de las componentes que constituyen el espectro temporal de la fuente utilizada.

Estas fuertes distorsiones cromáticas que surgen de forma natural al estudiar la difracción generada por la propagación libre de la luz policromática que incide sobre un objeto difractante, son las que nos han motivado a diseñar sistemas que permitan obtener, en primera aproximación, el mismo patrón de difracción y con la misma escala en un único plano. De este modo, podremos extender las técnicas ópticas que utilizan iluminación monocromática a dispositivos que

trabajan con fuentes de ancho de banda extenso. En los siguientes apartados, se muestran tres sistemas acromáticos que corrigen la distorsión cromática en la región de Fraunhofer.

2.2. Transformador de Fourier acromático

Este dispositivo, presentado por primera vez en la comunidad científica en el año 1994, muestra la propiedad que tiene un doblete difractivo en aire cuando se ilumina con iluminación esférica convergente a la segunda lente, para realizar la transformada de Fourier bidimensional acromática, en escala y posición, de una transparencia objeto [54,55,126]. Sus componentes se representan en la Fig. 6. LD₁ y LD₂ son dos lentes difractivas de focales Z_o y Z'_o, respectivamente, para el número de onda σ_o. Las distancias z, d y D'_o indican separaciones arbitrarias, pero fijas, entre los distintos elementos ópticos.

La matriz *ABCD* de este sistema viene proporcionada por el producto de las siguientes matrices

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & D'_o \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\sigma_o/Z'_o\sigma & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\sigma_o/Z_o\sigma & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & z-d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/z & 1 \end{bmatrix} . \end{aligned} \quad (14)$$

Sus coeficientes *A*, *B*, *C* y *D* son función de la longitud de onda. Para obtener a la salida del sistema el patrón de difracción de Fraunhofer, aproximadamente en el mismo plano, para todas las longitudes de onda, debemos de exigir que

$$\left. \frac{A\sigma}{B} \right|_{\sigma_o} = 0 \quad \text{y} \quad \left. \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{A\sigma}{B} \right) \right|_{\sigma_o} = 0 , \quad (15)$$

lo cual nos conduce a las siguientes condiciones de ligadura del sistema

$$d^2 = -Z_o Z'_o \quad \text{y} \quad D'_o = -d^2 / (d + 2 Z_o) . \quad (16)$$

De este modo, los diversos patrones de difracción de Fraunhofer monocromáticos están localizados a una distancia *D'(σ)* de la segunda lente difractiva dada por

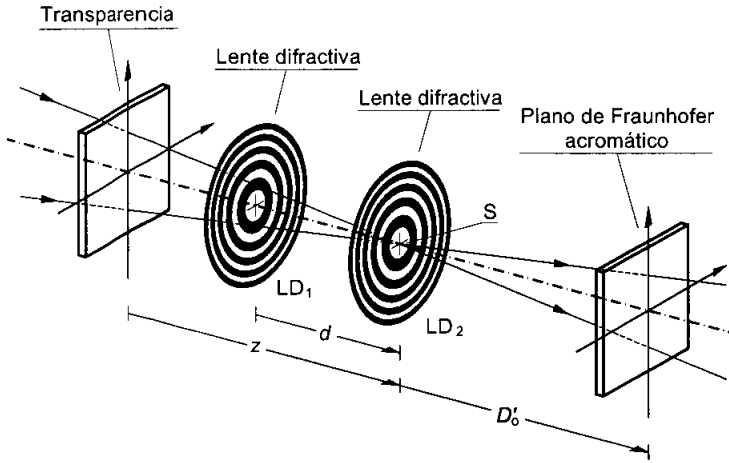


Figura 6. Transformador de Fourier acromático bajo iluminación esférica policromática.

$$D'(\sigma) = \frac{D'_o}{1 + \frac{1}{2 - \sqrt{-Z'_o/Z_o}} \frac{(\sigma - \sigma_o)^2}{\sigma\sigma_o}} \quad (17)$$

Por la segunda condición de la Ec. (15), se obtiene automáticamente que, para estos valores de d y D'_o , la escala del patrón de Fraunhofer es acromática, y viene proporcionada por

$$\frac{x(\sigma)}{u} = \frac{y(\sigma)}{v} = \frac{-zZ_o}{\sigma_o d^2} D'(\sigma) \quad (18)$$

Dada la dependencia lineal de la escala con la distancia orientada z , desplazando el objeto a lo largo del eje óptico se varía de forma continua el tamaño del patrón de Fraunhofer.

Como primer ejemplo práctico de lo que es capaz de hacer un sistema acromático que compensa la aberración cromática asociada a la difracción, la Fig. 7 muestra el patrón de difracción de Fraunhofer de la transparencia de entrada de la Fig. 4a) obtenido mediante el dispositivo de la Fig. 6.

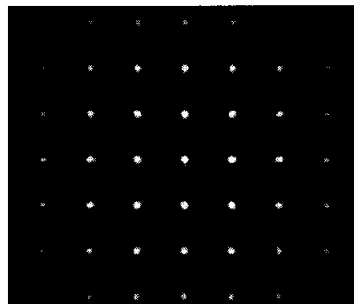


Figura 7. Patrón de Fraunhofer acromático obtenido con el dispositivo de la Fig. 6.

Aunque este resultado da validez a la aproximación de primer orden, no nos podemos olvidar de la existencia de unas pequeñas aberraciones residuales, tanto longitudinales, LCA ⁵, como transversales, TCA ⁶. Estas se definen de forma geométrica mediante

$$LCA = 100 \frac{D'_0 - D'(\sigma)}{D'_0} \quad \text{y} \quad TCA = 100 \frac{x(\sigma_0) - x(\sigma)}{x(\sigma_0)} \quad (19)$$

De la Ec. (17) es fácil demostrar que, para este sistema, el valor de la aberración cromática residual es idéntico en ambos casos,

$$LCA(\sigma) = TCA(\sigma) = \frac{100}{1 + \left(2 - \sqrt{-\frac{Z'_0}{Z_0}} \right) \frac{\sigma \sigma_0}{(\sigma - \sigma_0)^2}} \quad (20)$$

El valor numérico de la expresión de la Ec. (20) conduce a una aberración cromática un orden de magnitud menor que la aberración cromática transversal correspondiente al plano del patrón de difracción de Fraunhofer en un sistema convencional [54].

En el siguiente apartado, vamos a presentar un nuevo transformador de Fourier acromático cuya ventaja frente a éste es que carece de aberración cromática longitudinal.

2.3. Transformador de Fourier acromático sin aberración cromática longitudinal

Vamos a describir un dispositivo óptico original capaz de obtener con una fuente puntual de luz policromática el patrón de difracción de Fraunhofer acromático, sin aberración cromática longitudinal. El análisis pormenorizado del mismo se presenta en la Aportación I de esta tesis doctoral. La Fig. 8 muestra un esquema de la configuración de sus elementos ópticos. LD_2 y LD_3 son dos lentes difractivas con una focal imagen de valor Z'_0 y Z''_0 , respectivamente, para el número de onda de referencia σ_0 y L es un objetivo refractivo acromático de distancia focal f , que está ubicado entre las dos lentes difractivas. La abertura difractante se inserta

⁵ Acrónimo de la expresión inglesa *Longitudinal Chromatic Aberration*.

⁶ Acrónimo de la expresión inglesa *Transversal Chromatic Aberration*.

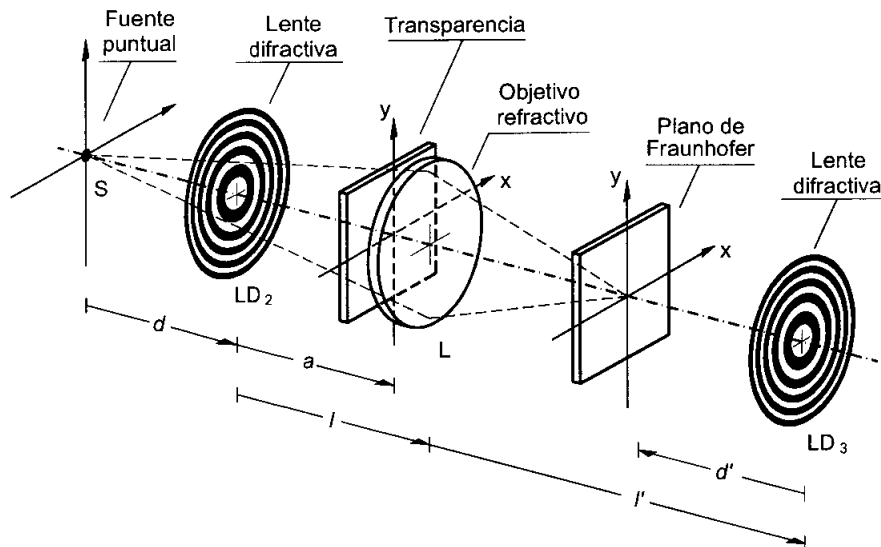


Figura 8. Transformador de Fourier acromático con fuente puntual policromática carente de aberración cromática longitudinal.

entre LD_2 y L , a una distancia a de LD_2 . Las distancias axiales d , d' , l y l' indican unas separaciones arbitrarias, pero fijas, entre los elementos ópticos.

El estudio de este sistema se puede afrontar desde dos perspectivas diferentes. Por un lado, y dado que el patrón de difracción de Fraunhofer del objeto está ubicado en la imagen de la fuente a través del sistema, debemos cerciorarnos de que el dispositivo de la Fig. 8 se comporta como un sistema formador de imágenes con luz blanca para el plano de la fuente. De este modo, para todo el contenido espectral de la fuente iluminación el patrón de Fraunhofer proporcionado por el sistema está ubicado en un único plano, y por tanto carece de aberración cromática longitudinal. Los requisitos necesarios para ello se reseñan, para esta configuración, en la Ref. [127], así mismo, los deduciremos por medio de las matrices $ABCD$ en el Capítulo 3.

Por otro lado, el razonamiento que se va a desarrollar aquí, y que es el que se presenta en la Aportación I, se basa en el hecho de que un sistema óptico caracterizado por una matriz $ABCD$ realiza la transformada de Fourier de la distribución de amplitudes del objeto en un único plano, para todo el contenido temporal de la fuente de iluminación, si el coeficiente A es nulo. Para este sistema, la matriz $ABCD$ calculada desde la transparencia objeto al plano de salida para el número de onda σ , viene dada por

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & d'' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\sigma_0/Z_0'' \sigma & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & l-a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/z(\sigma) & 1 \end{bmatrix} . \end{aligned} \quad (21)$$

La última matriz representa la iluminación que incide sobre la abertura difractante, donde $z(\sigma)$ es la distancia orientada desde los focos dispersados cromáticamente, que se obtienen al calcular la imagen de la fuente original S a través de LD₂ para cada número de onda, a la transparencia objeto. Su valor viene proporcionado por

$$z(\sigma) = a - \left[\frac{\sigma_0}{Z_0'' \sigma} - \frac{1}{d} \right]^{-1} . \quad (22)$$

Las restricciones necesarias para que A sea nulo en el plano de salida para todo el espectro visible, es decir, para que el sistema carezca de aberración cromática longitudinal en el plano de Fraunhofer, se reducen a

$$l' = \frac{fl}{(l-f)} = -Ml \quad , \quad Z_0'' = -\frac{f^2 Z_0'}{(l-f)^2} = -M^2 Z_0' \quad \text{y} \quad (23a)$$

$$d' = -d \frac{f^2}{(l-f)(d+l-f)} = -MM_0 d \quad . \quad (23b)$$

La interpretación física de las mismas es muy sencilla. La primera condición de la Ec. (23a) indica que LD₃ está en el plano imagen de LD₂ proporcionado por la lente L con un aumento entre estos planos dado por $M=fl/(f-l)$, y la segunda, que la imagen de LD₂ a través de L tiene la misma distancia focal que LD₃ salvo un cambio de signo. Bajo estas condiciones el plano de Fraunhofer acromático está situado en la imagen del plano de la fuente proporcionada exclusivamente por el objetivo refractivo y, por tanto, a la distancia d' de la segunda lente difractiva dada por la Ec. (23b), donde $M_0=fl/(f-d-l)$ es el aumento transversal entre el plano de la fuente y el plano de salida. Nótese que cuando la distancia d es negativa, es decir, cuando la fuente de iluminación es virtual, el plano de Fraunhofer acromático de salida del dispositivo es real.

Bajo estas condiciones de ligadura, para conocer la escala del patrón de difracción de Fraunhofer es necesario calcular el coeficiente B que viene dado por

$$B = M_o \left[\frac{d a \sigma_o}{\sigma Z'_o} - \frac{d + a}{Z'_o} \right] . \quad (24)$$

La dependencia funcional de dicho coeficiente con σ indica que la escala del patrón de difracción de Fraunhofer es función de la longitud de onda. Existe, por tanto, un error cromático transversal. Se puede obtener una corrección acromática de la escala si la derivada del factor de escala, $k=B/\sigma$, con respecto al número de onda se anula para la longitud de onda de diseño σ_o . En términos matemáticos esto implica que

$$\left. \frac{\partial k(\sigma)}{\partial \sigma} \right|_{\sigma_o} = 0 . \quad (25)$$

Lo que nos conduce a la condición de ligadura

$$a = \frac{d Z'_o}{2d - Z'_o} , \quad (26)$$

que fija en términos de d y Z'_o la localización axial de la transparencia de entrada. Bajo este requisito, el factor de escala de la transformada de Fourier de la distribución de amplitudes del objeto se expresa como

$$k(\sigma) = \frac{M_o d^2}{Z'_o - 2d} \frac{2\sigma - \sigma_o}{\sigma^2} . \quad (27)$$

Este transformador de Fourier acromático, del mismo modo que el constituido por dos lentes difractivas, permite cambiar el tamaño del patrón de Fraunhofer del objeto difractante a la salida del sistema, aunque ahora la dependencia de k no es lineal con ninguna de sus variables naturales.

La aberración cromática residual, se estudia a partir de la aberración cromática transversal, $TCA(\sigma)$, definida en la Ec. (19) donde $x(\sigma)=k(\sigma)u$, de modo que

$$TCA(\sigma) = 100 \frac{(\sigma - \sigma_o)^2}{\sigma^2} . \quad (28)$$

La TCA depende exclusivamente de la asignación del número de onda de diseño, σ_o . La elección de σ_o de modo que se satisfaga que $TCA(\sigma_1) = TCA(\sigma_2)$, siendo σ_1 y σ_2 los número de onda extremos de la fuente utilizada, asegura que para cada dos longitudes de onda distintas el patrón de difracción de Fraunhofer tiene el mismo tamaño. El σ_o que satisface esta condición es $\sigma_o = 2\sigma_1 \sigma_2 / (\sigma_1 + \sigma_2)$, que

es equivalente a seleccionar la longitud de onda de referencia λ_0 como la media aritmética entre las longitudes de onda extremas λ_1 y λ_2 .

La Fig. 9 muestra, con línea continua, la gráfica de la TCA correspondiente al dispositivo transformador de Fourier acromático de la Fig. 8. La línea discontinua representa la TCA asociada al patrón de difracción Fraunhofer del sistema de la Fig. 3, cuyo valor viene expresado mediante

$$TCA=100 (\sigma-\sigma_0)/\sigma \quad (29)$$

En ambos casos se asume iluminación con luz blanca, tomándose como longitudes de onda extremas de la fuente $\sigma_1=\sigma_c=1.52 \mu\text{m}^{-1}$ y $\sigma_2=\sigma_f=2.06 \mu\text{m}^{-1}$, que corresponden, respectivamente, a las líneas C y F del espectro de Fraunhofer. Se observa que para el dispositivo de la Fig. 8 el valor de la aberración cromática transversal es menor del 5 % para una fuente de iluminación cuyo espectro abarque todo el visible. Por tanto, en primera aproximación, se puede considerar que el factor de escala es el mismo para todas las longitudes de onda de la radiación incidente y viene proporcionado por

$$k_o \equiv k(\sigma_o) = \frac{M_o d^2}{(Z'_o - 2d)\sigma_o} = \gamma M_o, \text{ con } \gamma = \frac{d^2}{\sigma_o(Z'_o - 2d)} \quad (30)$$

Para comprobar experimentalmente la validez de este sistema, se reconstruyó con luz blanca un holograma de Fourier binario generado por ordenador.

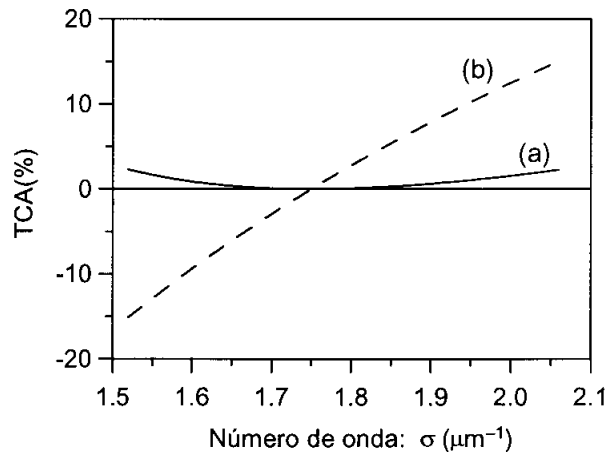


Figura 9. Representación gráfica de la dependencia funcional del error cromático de escala asociado al patrón de difracción de Fraunhofer con σ : a) para el dispositivo óptico de la Fig. 8, y b) para un objetivo refractivo convencional.

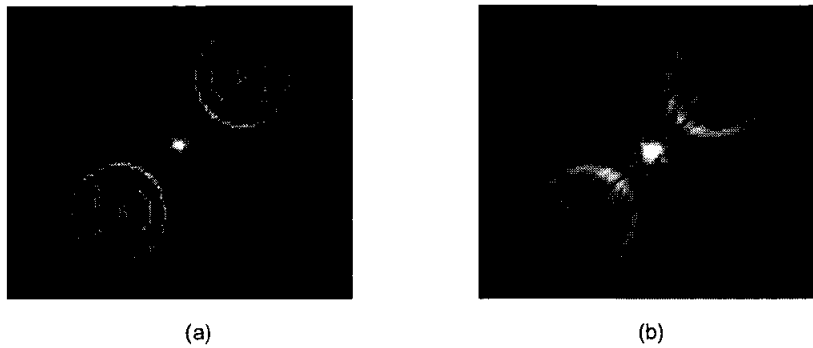


Figura 10. Reconstrucción de un holograma de Fourier con luz blanca para:
a) el dispositivo de la Fig. 8 y b) para una lente refractiva convencional.

Como fuente de iluminación se empleó una lámpara de arco de Xenon. El valor de las distancias focales de las lentes difractivas era de $Z'_0 = 100$ mm y $Z''_0 = -100$ mm para el número de onda de referencia de $\sigma_0 = 1.77 \mu\text{m}^{-1}$. La distancia focal imagen del objetivo refractivo viene dada por $f = 100$ mm. Las distancias entre elementos ópticos se escogieron con unos valores de $l = l' = 200$ mm, $d = -50$ mm, $a = 24$ mm y $d' = 100$ mm. La Fig. 10 muestra los resultados experimentales. De este modo queda demostrada la eficacia del sistema para acromatizar el patrón de difracción de Fraunhofer.

En el siguiente apartado, vamos a demostrar que la unión en cascada de los dos transformadores de Fourier acromáticos, que hemos explicado hasta este momento, sirve para el diseño de un procesador de Fourier que trabaja con luz blanca y que filtra igualmente, con un único filtro, todas las componentes espectrales de la fuente de iluminación.

2.4. Procesador óptico con fuente puntual de luz blanca

Uno de los procesadores ópticos espacial y temporalmente coherente más extendido científicamente es el procesador tipo Vander Lugt [19]. En este dispositivo, mediante un proceso de doble transformada de Fourier, se alteran las frecuencias espaciales de la señal bidimensional de entrada contenidas en el patrón de difracción de Fraunhofer y, posteriormente, se reobtiene la información espacial del objeto filtrado. Si se utiliza iluminación temporalmente incoherente, debido a la dependencia lineal de la escala del patrón de difracción de Fraunhofer con la

longitud de onda, se realiza un filtraje espacial diferente para cada una de las componentes espectrales de la fuente de iluminación.

Una forma de abordar la construcción de un procesador con fuente puntual de luz blanca que trabaje de la misma forma para todo el espectro, consiste en unir en cascada dos transformadores de Fourier acromáticos idénticos. Sin embargo, esta solución presenta aberración cromática en el plano imagen del objeto ya que, la transformada de Fourier obtenida mediante los dispositivos descritos en los apartados previos es acromática en irradiancia, pero no en amplitud, lo que indica que hay un factor de fase cuadrático que permanece sin corrección acromática. El origen de este factor de fase proviene de considerar que la transformada de Fourier del objeto está iluminada por una onda esférica, cuyo foco se encuentran en el punto del eje óptico que corta al plano imagen de la señal de entrada a través del sistema [124]. En las arquitecturas ópticas de los dos apartados anteriores, la imagen del objeto que realiza el sistema se ubica en un plano distinto para cada número de onda, por lo que el factor de fase cuadrático asociado con la onda esférica que ilumina el plano de Fraunhofer presenta una dispersión cromática. Esto impide que la segunda transformada de Fourier bidimensional efectuada por el mismo sistema retorne al contenido espacial del objeto sin error cromático.

Otra forma de diseñar un procesador con fuente puntual policromática se basa en la unión de un transformador de Fourier acromático y de un sistema formador de imágenes con luz blanca. El sistema que vamos a describir aquí ha sido evaluado en esos términos en las Refs. [62,128]. Sin embargo, en este apartado lo vamos desarrollar como la asociación en cascada de dos transformadores de Fourier acromáticos. La inclusión de este apartado dentro de la tesis se justifica para dotarla de un carácter autocontenido que permita la explicación del dispositivo de la Aportación V.

Para construir un procesador óptico que utilice una fuente puntual temporalmente incoherente como la asociación en cascada de dos transformadores de Fourier acromáticos, es necesario que el factor de fase cuadrático no corregido sobre el plano de Fraunhofer proporcionado por el primer transformador coincida con el tipo de iluminación requerida por el segundo para culminar el proceso de doble transformada de Fourier.

Observando las arquitecturas ópticas de los transformadores de Fourier de las Fig. 6 y 8, al pegar el objeto difractante a LD_1 en el transformador de la Fig. 6 y haciendo coincidir su segunda lente difractiva con la primera lente difractiva del transformador de la Fig. 8 se logra el objetivo de compensación de la fase con

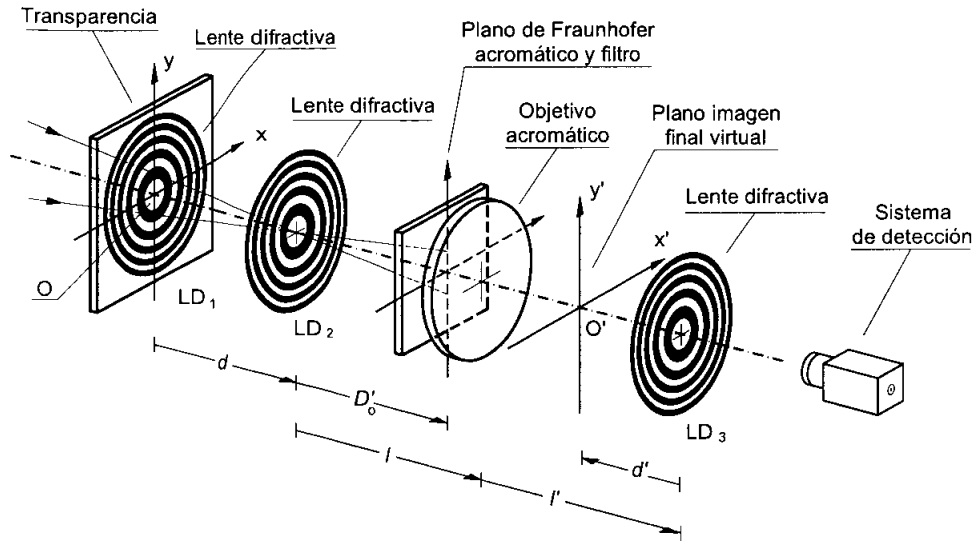


Figura 11. Procesador de Fourier acromático con fuente puntual policromática construido como la asociación en cascada de dos transformadores de Fourier acromáticos.

dispersión cromática. El dispositivo así diseñado se muestra en la Fig. 11. Las primeras lentes difractivas, LD₁ y LD₂, se sitúan siguiendo las especificaciones de la Ec. (16), con lo cual, se realiza la transformada de Fourier acromática de la transparencia adherida a LD₁ a una distancia D'_0 de LD₂, que coincide con la distancia a de la Ec. (26), e indica la posición donde se ha de ubicar el filtro para que el segundo transformador realice nuevamente una transformada de Fourier. Esto ocurre gracias a que el factor de fase exterior al patrón de difracción de Fraunhofer del objeto está iluminado por unas ondas esféricas, cuyos focos están localizados en el plano imagen del objeto de entrada a través de LD₂ y que, por tanto, coinciden con la distancia $z(\sigma)$ de la Ec. (22). Colocando la lente refractiva y la tercera lente difractiva como indican las Ecs. (23), el sistema realiza la transformada de Fourier acromática del producto de la distribución de amplitudes del filtro por la correspondiente a la transformada de Fourier del objeto.

El hecho de que este procesador óptico presente un plano de Fraunhofer intermedio acromático, permite que las operaciones de filtraje espacial se realicen simultáneamente para todas las componentes espectrales de la fuente de iluminación.

Por la propiedad de la transformación de Fourier relativa al producto de dos funciones, si la distribución de amplitudes del objeto viene dada por $t(x,y)$ y la

del filtro es $p(x,y)$, la distribución de amplitudes a la salida del sistema para el número de onda σ , $U(x,y;\sigma)$, viene proporcionada por la expresión

$$U(x,y;\sigma) = t\left(\frac{x}{M_o}, \frac{y}{M_o}\right) \otimes \tilde{p}\left(\frac{x}{k_o}, \frac{y}{k_o}\right), \quad (31)$$

donde el valor de k_o se obtiene de la Ec. (30) y el símbolo \otimes indica convolución. Teniendo en cuenta la regla de las escalas en un proceso de doble transformación de Fourier, la imagen del objeto en el plano de salida esta escalada la cantidad $M_o = fl/(f-d-l)$. En la ecuación anterior, se han despreciado los factores de fase externos a la convolución al considerarse que a la salida se realizará una detección en irradiancias.

La Ec. (31) demuestra que el procesador de la Fig. 11 es un sistema lineal e invariante a desplazamientos. Esto se debe a que permite expresar la distribución de amplitudes en el plano final como una convolución entre la distribución de amplitudes del objeto, convenientemente escala, y la respuesta unidad del sistema. Esta última se calcula a partir de localizar una fuente puntual policromática en el punto del eje óptico situado sobre el plano objeto. Nótese que la respuesta unidad es independiente de la longitud de onda del espectro radiante de la fuente en eje.

La comprobación experimental de estos resultados teóricos se realizó en el laboratorio mediante un reconocimiento óptico espacialmente invariante de caracteres en color. Para obtener la correlación de la escena de entrada con un patrón de referencia de distribución de amplitudes $b(x,y)$, se implementó un filtro adaptado tipo Vander Lugt [26], de forma que

$$p(x,y) = \tilde{b}^*\left(x \frac{M_o}{k_o}, y \frac{M_o}{k_o}\right), \quad (32)$$

donde el símbolo asterisco indica complejo conjugado. La fuente de iluminación era una lámpara de arco de Xenon. El valor de las distancias focales de las lentes difractivas fue $Z_o = -200$ mm, $Z'_o = 200$ mm y $Z''_o = -100$ mm para $\sigma_o = 1.77 \mu\text{m}^{-1}$. La distancia focal imagen del objetivo refractivo valía $f = 100$ mm. La separación entre los distintos elementos ópticos se seleccionó de $d = 200$ mm, $D'_o = 200$ mm, $l = 241$ mm, $l' = 170$ mm, y $d' = 41$ mm.

La escena de entrada se muestra en la Fig. 12a). Dado que el filtro se ha adaptado al caracter A de color blanco, ver Fig. 12b), el sistema detecta la presencia de todos los caracteres A independientemente de su color en la escena de

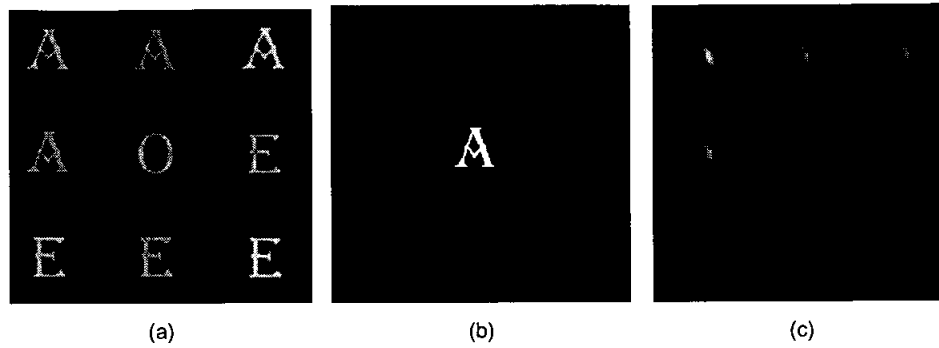


Figura 12. Reconocimiento de objetos en color: a) escena de entrada, b) patrón a reconocer y c) distribución de irradiancia a la salida: picos de correlación.

entrada. La Fig. 12c) muestra la distribución de irradiancias a la salida del dispositivo. Se observan claramente cuatro picos de correlación ubicados en las posiciones del carácter A detectado. Además, el contenido cromático de los mismos está relacionado con el de la letra correspondiente en cada caso.

Para concluir, comentar que se ha corroborado experimentalmente la utilidad del dispositivo de la Fig. 11 para un reconocimiento óptico de objetos en color bajo iluminación puntual policromática. Su versatilidad como procesador se detalla en la Ref. [62] mediante un experimento de generación de múltiples imágenes.



Capítulo 3

Procesado acromático con luz natural

El procesado óptico con luz natural, es decir, con luz tanto espacial como temporalmente incoherente, es una técnica de gran interés práctico ya que no requiere ninguna exigencia especial en cuanto a la fuente luminosa empleada.

En general, un sistema de procesado óptico espacialmente incoherente basado en la difracción, puede considerarse como un sistema lineal e invariante a desplazamientos en el que la respuesta impulso incoherente ha sido diseñada para realizar una tarea particular de procesado. De esta forma, la distribución de irradiancia a la salida del dispositivo viene proporcionada por la integral de convolución entre la respuesta unidad incoherente del sistema (PSF) y la distribución de irradiancia del objeto, convenientemente escalada.

El empleo de luz de ancho de banda extenso en estos sistemas ópticos, introduce un nuevo obstáculo a resolver, la dependencia de la PSF con la longitud de onda de la radiación incidente. De este modo, los procesadores que trabajan con luz natural no pueden ser una réplica de sus homólogos coherentes.

Nuestra forma de abordar este problema es mediante el desarrollo de procesadores acromáticos. En ellos, la adecuada combinación de elementos refractivos y difractivos permite compensar la distorsión cromática de la PSF. De esta forma, en este capítulo se van a describir, después de una breve introducción a la difracción de la luz con fuentes espacial y temporalmente incoherentes, dos procesadores ópticos que trabajan con luz natural.

3.1. Difracción con fuente extensa de luz blanca

Consideremos una fuente extensa monocromática de número de onda σ constituida por un conjunto de emisores elementales, como se muestra en la

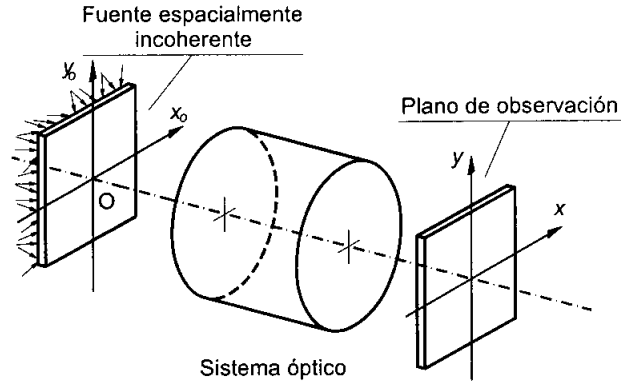


Figura 13. Representación esquemática del dispositivo propuesto para estudiar el campo difractado generado por una fuente espacialmente incoherente.

Fig.13. Cada uno de ellos emitirá una radiación mutuamente incoherente entre sí. Esta característica hace que la distribución final de irradiancia sobre el plano de observación pueda considerarse como la suma de todas las distribuciones de irradiancia producidas por cada uno de los radiadores elementales. Por tanto, si consideramos que $h(x,y;x_o,y_o;\sigma)$ es el patrón de difracción en irradiancia que genera sobre el plano de observación la fuente elemental situada en la posición (x_o, y_o) del plano de la fuente para el número de onda σ , la distribución de irradiancia en el plano de salida podrá expresarse como [18]

$$I(x, y; \sigma) = \iint_{-\infty}^{\infty} I_o(x_o, y_o; \sigma) h(x, y; x_o, y_o; \sigma) dx_o dy_o \quad . \quad (33)$$

donde $I_o(x_o, y_o; \sigma)$ es la irradiancia de la fuente extensa para el número de onda σ .

La función $h(x,y;x_o,y_o;\sigma)$ recibe también el nombre de respuesta unidad del sistema. Un sistema es lineal e invariante a desplazamientos (LSI) si el único efecto causado por un desplazamiento en la señal de entrada es un desplazamiento igual (o proporcional) de la señal de salida [19]. Para estos sistemas la respuesta unidad satisface que $h(x,y;x_o,y_o;\sigma) = h(x-x_o, y-y_o; \sigma)$ y la Ec. (33) se puede reescribir en términos de la convolución,

$$I(x, y; \sigma) = I_o(x, y; \sigma) \otimes h(x, y; \sigma) \quad . \quad (34)$$

Por tanto, un sistema con iluminación monocromática espacialmente incoherente LSI satisface que la distribución de irradiancias, en el plano de salida, se expresa mediante la convolución entre la distribución de irradiancias de la fuente y la respuesta unidad correspondiente al emisor elemental localizado sobre el punto donde el eje óptico la atraviesa.

Pasemos ahora a abordar el caso de un sistema óptico con una fuente de luz totalmente incoherente, es decir, que la fuente está constituida por un conjunto de emisores puntuales que emiten una radiación mutuamente incoherente entre sí, tanto espacial como temporalmente. Siguiendo un razonamiento análogo al que se realizó en el Apartado 2.1., la distribución de irradiancias en el plano de salida proporcionada por todas las componentes espectrales de la fuente se obtiene de la suma de las contribuciones individuales de irradiancia para cada número de onda, es decir,

$$I(x, y) = \int_{\Lambda} I(x, y; \sigma) d\sigma \quad , \quad (35)$$

donde ahora $I(x, y; \sigma)$ proviene de la Ec. (33), y el símbolo Λ representa el ancho de banda en el que la fuente emite radiación. A partir de la Ec. (35) podemos concluir que, para que el resultado de la integral de superposición no presente un fuerte emborronamiento cromático en el plano de salida, es necesario que las distribuciones de irradiancia proporcionadas por cada una de las componentes temporales de la fuente de iluminación encajen en cuanto a su perfil de irradiancia y escala.

Los sistemas espacialmente incoherentes presentan numerosas ventajas frente a sus homólogos coherentes [9]. Básicamente destacaremos dos, por un lado que permiten la utilización directa de objetos autoluminosos, como monitores de televisión y pantallas LCD, y por otro que la posición del filtro no es tan crítica como en los sistemas coherentes. Sin embargo, la operación de convolución la realizan en intensidades, y no en amplitudes, lo que nos limita a trabajar con señales de entrada reales.

En los siguientes apartados vamos a presentar dos procesadores que trabajan con fuentes extensas policromáticas. Estos dispositivos son formadores de imágenes con luz blanca y tienen una respuesta unidad única para todo el ancho de banda de la fuente, proporcionada por el módulo al cuadrado de la transformada de Fourier acromática del filtro.

3.2. Procesador óptico totalmente incoherente

El sistema lineal e invariante a desplazamientos más sencillo bajo iluminación espacialmente incoherente policromática es una lente refractiva [18]. Si se considera como plano de salida el plano imagen del objeto, la respuesta unidad del sistema es el patrón de difracción de Fraunhofer del filtro en irradiancias, por tanto, tiene una fuerte dependencia de su escala con la longitud de onda. Esto provoca un emborronamiento cromático, e impide la utilización directa de una lente refractiva como un procesador con luz natural que realice la misma operación de filtrado para todas longitudes de onda presentes en la fuente de iluminación.

La clave que hemos utilizado para desarrollar un procesador óptico con iluminación totalmente incoherente se basa en diseñar un sistema formador de imágenes con luz blanca que, además, presente una respuesta unidad única para todas las componentes espectrales del visible. La Aportación II, presenta un nuevo dispositivo original que satisface ambas características. En este apartado vamos a resumir sus propiedades más relevantes.

El esquema del procesador óptico con luz natural se muestra en la Fig. 14. Este dispositivo está basado en el transformador de Fourier acromático del Apartado 2.3. De hecho, la configuración óptica que vamos a emplear es la misma, salvo que la fuente puntual de la Fig. 8 se sustituye por un objeto autoluminoso policromático. Además, la función del objeto de entrada en el sistema óptico de la Fig. 8 pasa a ser la de pupila del procesador incoherente. Así, el plano de salida se convierte en el plano imagen final, y la PSF es la transformada de Fourier acromática de la pupila, que es la misma, en primera aproximación, para todas las radiaciones espectrales de la fuente de iluminación.

En primer lugar, tenemos que demostrar que este dispositivo constituido con lentes refractivas y difractivas es formador de imágenes con luz blanca. En la Ref. [127], se describen las relaciones que deben satisfacer las focales de tres elementos ópticos arbitrarios para alcanzar ese objetivo. Estas relaciones se pueden particularizar a lentes refractivas y difractivas. Nosotros las vamos a calcular a partir de la matriz ABCD del sistema comprendido entre el plano de entrada y el plano de la salida sin considerar la acción de filtro. Para el número de onda σ viene proporcionada por

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\sigma_o/Z'_o\sigma & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\sigma_o/Z'_o\sigma & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} . \quad (36)$$

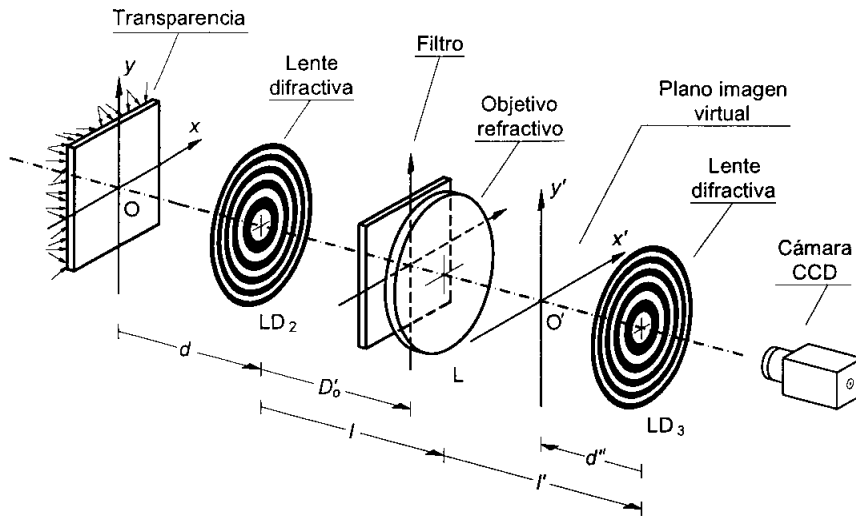


Figura 14. Esquema del dispositivo propuesto como procesador óptico con luz natural.

El sistema será formador de imágenes con luz blanca cuando el coeficiente B se anule simultáneamente para todas las componentes del espectro [123]. Esto ocurre cuando se satisfacen las Ecs. (23). De este modo, la imagen del objeto viene proporcionada por la acción exclusiva del objetivo refractivo L y presenta una escala, dada por la Ec. (9), de valor $A=M_0=f/(f-d-l)$.

Para el procesador totalmente incoherente, y a diferencia de esta configuración de elementos ópticos cuando se destina para generar la transformada de Fourier acromática de la pupila, ver Fig. 8, la fuente extensa está ubicada en un plano real, con lo cual la imagen de salida del dispositivo es siempre virtual. Por ello, hay que añadir un objetivo refractivo adicional, por ejemplo el incluido en el sistema de detección, para obtener un plano de salida real.

En segundo lugar, hay que evaluar el efecto de la pupila y calcular la PSF del sistema. Para ello, consideraremos una fuente puntual localizada en el punto del eje óptico correspondiente al plano de entrada. Bajo esta condición, el dispositivo es exactamente el mismo que el descrito en el Apartado 2.3, y por tanto la escala de la PSF es acromática si se cumple la Ec. (26). En este caso, el factor de escala de la PSF viene proporcionado por la Ec. (30), $k_0=M_0\gamma$.

Considerando que la distribución de irradiancias monocromática en el plano de entrada viene dada por $I_0(x,y;\sigma)$ y la distribución de amplitudes de la pupila por $p(x,y)$, la irradiancia a la salida del dispositivo para el número de onda σ se expresa matemáticamente mediante

$$I(x, y; \sigma) = I_o \left(\frac{x}{M_o}, \frac{y}{M_o}; \sigma \right) \otimes \left| \tilde{p} \left(\frac{x}{M_o \gamma}, \frac{y}{M_o \gamma} \right) \right|^2 \quad (37)$$

Escogiendo convenientemente la respuesta unidad, el sistema realiza la misma operación de filtraje, de forma simultánea, para todo el espectro de la radiación incidente, ya que \tilde{p} es idéntica para todo el ancho de banda de la fuente.

Es interesante darse cuenta que el factor de escala de la PSF acromática, dado por la Ec. (30), depende de la distancia d entre la transparencia de entrada y LD₂. Por tanto, desplazando el objeto a lo largo del eje óptico, la escala de la PSF varía la misma cantidad para todas las longitudes de onda. Entonces, para que el dispositivo óptico mantenga su aptitud de procesador totalmente incoherente, es necesario mover, simultáneamente, el plano de salida, de manera que sea la imagen del plano de entrada a través de L. Además, se debe desplazar el plano de la pupila, de forma que se cumplan los requisitos de acromatismo proporcionados por la Ec. (26).

Para profundizar en las ventajas que implica tener un sistema con una PSF de escala variable, vamos a desarrollar la teoría del procesador para el caso práctico de un correlador óptico. Si el patrón a detectar tiene una irradiancia binaria dada por $I_b(x, y)$, el filtro adaptado convencional viene dado por [110]

$$\rho(x, y) = \tilde{I}_b^* \left(\frac{x}{M_p}, \frac{y}{M_p} \right) \quad (38)$$

donde M_p indica el factor de escala del filtro.

A partir de la Ec. (37) y (38), el sistema proporciona una correlación en irradiancias para el número de onda σ dada por

$$I(x, y; \sigma) = I_o \left(\frac{x}{M_o}, \frac{y}{M_o}; \sigma \right) \otimes I_b \left(-\frac{M_p x}{M_o \gamma}, -\frac{M_p y}{M_o \gamma} \right) \quad (39)$$

Siempre que el factor de escala del filtro M_p se seleccione de forma que $M_p = \gamma$, se detecta, en el plano de salida, un pico de autocorrelación para cada componente monocromática del espectro de la fuente, por tanto, la distribución de irradiancia a la salida, dada por la Ec. (35), contiene información sobre el color del patrón a reconocer en la escena de entrada.

Para reconocer la destreza del dispositivo a la hora de detectar un patrón de otro tamaño, consideremos que el objeto de entrada contiene una versión

escalada del patrón a reconocer $I_b(x/M_r, y/M_r)$, donde M_r es el factor de escala. De esta forma y por analogía con lo calculado anteriormente, se obtiene un pico de autocorrelación, cuando se cumple que $M_p = \gamma M_r$.

Frente a esta situación hay dos procedimientos posibles, por un lado construir un nuevo filtro adaptado al patrón a reconocer escalado con un nuevo factor M_p , lo cual no resulta muy operativo, y por otro lado modificar γ , y consecuentemente d , para que se cumpla la igualdad anterior. Esta segunda forma de actuar sólo se puede llevar a cabo si la PSF del sistema es de escala variable, como ocurre con nuestro dispositivo. La posición d del objeto que permite que el sistema realice la nueva autocorrelación toma el valor

$$d = M_p M_r \sigma_o \left(-1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{M_p M_r \sigma_o} \frac{Z'_o}{Z_o}} \right) . \quad (40)$$

Así, los elementos ópticos y las correspondientes distancias entre ellos quedan inalteradas, si bien, de acuerdo con las Ecs. (23b) y (26) nos veríamos obligados a cambiar la posición del plano de salida y del plano de la pupila.

En virtud del especial interés tecnológico que despierta este dispositivo debido a su reducido número de elementos ópticos, su alta estabilidad mecánica, la posibilidad de trabajar con luz solar y la eficacia con la que se aprovecha la potencia luminosa emitida por la fuente, se han realizado dos experimentos de reconocimiento de caracteres.

En un primer experimento, la transparencia de entrada estaba iluminada por una fuente policromática espacialmente incoherente proveniente de una lámpara de Xenon de alta presión. Los distintos parámetros del sistema se escogieron de forma que $Z'_o = -Z_o = 90$ mm para $\sigma_o = 1.75 \mu\text{m}^{-1}$, $f = 100$ mm, $l = l' = 2f$, $a = 113$ mm y $d = 75$ mm. Los resultados experimentales se muestran en la Fig. 15. La Fig. 15a) corresponde al objeto de entrada. El filtro adaptado se construyó a partir de un holograma de Fourier generado por ordenador adaptado a la letra A de color blanco. Dado que la PSF del sistema actúa en irradiancias se puede multiplicar la distribución de amplitudes del objeto por una fase arbitraria antes de generar este filtro. La Fig. 15b) presenta la distribución de irradiancias en el plano de salida. Los picos de autocorrelación, claramente visibles, se generan en las posiciones donde el carácter A está presente en la escena de entrada. Además, estos picos dan información sobre el contenido cromático de la letra reconocida.

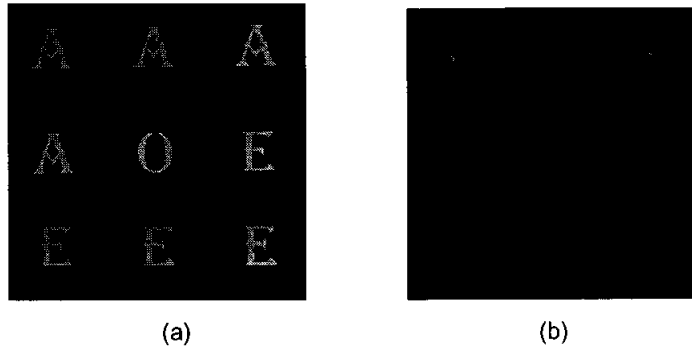


Figura 15. Experimento de reconocimiento de objetos en color empleando un filtro adaptado para detectar el carácter A. a) Fotografía de la distribución de irradiancias en el plano de entrada. b) Imagen de los picos de autocorrelación del plano de salida del dispositivo.

El segundo experimento realizado en el laboratorio corrobora la especial habilidad del dispositivo de la Fig. 14 para realizar un reconocimiento secuencial de patrones en color de distinto tamaño. El nuevo objeto de entrada está iluminado por la misma fuente policromática del caso anterior. La Fig. 16a) muestra una fotografía en color del objeto de entrada, la escala de la A mayor con respecto a la pequeña era de $M_r=1.33$. Las lentes difractivas se escogieron con unas distancias focales imágenes de $Z'_o=200$ mm y $Z''_o=-150$ mm para $\sigma_o=1.77 \mu\text{m}^{-1}$. El objetivo refractivo no dispersivo tenía una focal imagen de $f=100$ mm. Las distancias axiales entre estos elementos ópticos eran de $l=215$ mm y $l'=186$ mm. La pupila era un filtro adaptado a la letra A de color blanco generado por ordenador. La escala del filtro se calculó para reconocer a la letra A de menor tamaño para una posición del objeto dada por $d=200$ mm, lo que implica una posición del filtro de $D'_o=200$ mm. Los resultados experimentales de este caso se muestran en la Fig. 16b), la imagen presenta dos picos de autocorrelación que proporcionan información sobre la posición y contenido espectral del blanco. Para reconocer la letra A de mayor tamaño sin cambiar de filtro adaptado, desplazamos el objeto a la posición $d=400$ mm, y consecuentemente el filtro a $D'_o=133$ mm. La Fig. 16c) muestra el pico de autocorrelación obtenido en este caso. Estos resultados ratifican la habilidad del sistema para reconocer objetos de diferentes tamaños y colores.

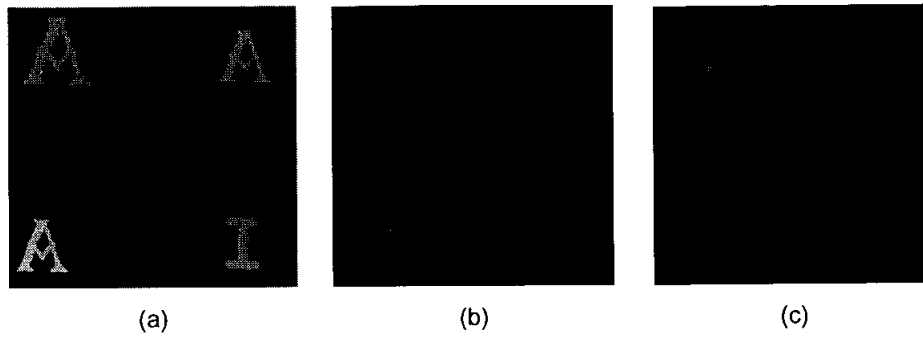


Figura 16. Experimento de reconocimiento de objetos en color sensible a la escala del patrón a reconocer. a) Distribución de intensidades del objeto de entrada. b) Picos de autocorrelación con el dispositivo adaptado a la A de tamaño pequeño. c) Pico de autocorrelación con el dispositivo adaptado a la A de mayor tamaño. En ambos casos se ha utilizado el mismo filtro adaptado.

3.3. *Procesador óptico totalmente incoherente de escala variable*

Vamos a incrementar la versatilidad del dispositivo anterior mediante un nuevo procesador óptico con luz natural de escala variable, cuya descripción completa se incluye en la Aportación III. Este nuevo dispositivo permite variar de forma lineal la escala de la PSF al cambiar la posición axial del plano objeto. Además, la localización del filtro es independiente de la ubicación de la transparencia de entrada en el sistema. Estas dos circunstancias facilitan que, en la distribución de irradiancias de la salida, se encajen las escalas de la imagen del objeto y de la PSF simplemente desplazando el plano de entrada y, consecuentemente, el plano de salida del dispositivo. Experimentalmente, esto supone una gran avance en un reconocimiento secuencial de patrones de distinto tamaño en color.

El esquema del procesador se muestra la Fig. 17. LD_1 , LD_2 , LD_3 y LD_4 son lentes difractivas de focales imagen dadas por Z_0 , Z'_0 , Z''_0 y Z'''_0 , respectivamente, para el número de onda de referencia σ_0 . Los objetivos refractivos L_1 y L_2 tienen una distancia focal imagen dada por f_1 y f_2 , respectivamente. Las distancias axiales entre los elementos ópticos vienen detalladas en la figura. La idea esencial de este dispositivo consiste en conseguir un sistema formador de imágenes con luz blanca que presente una PSF acromática para un ancho de banda que abarque a toda la radiación visible.

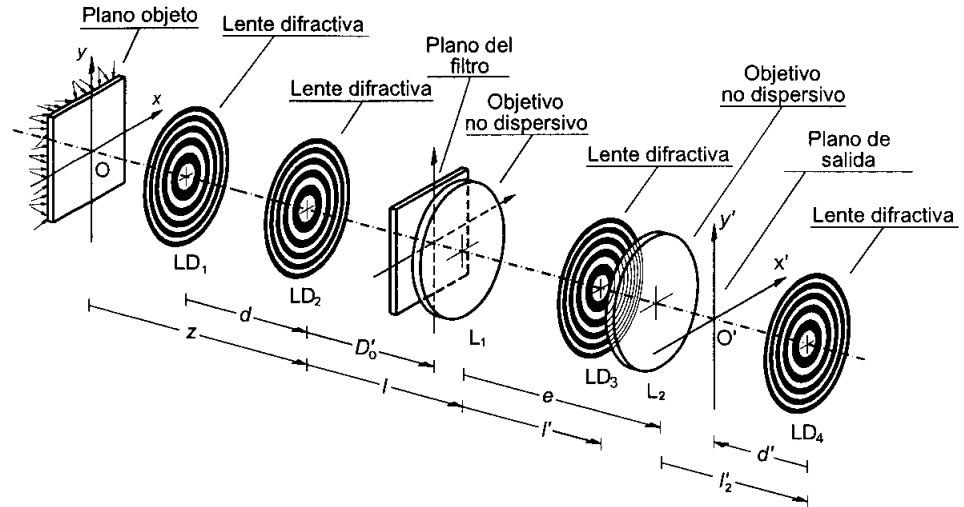


Figura 17. Esquema del procesador de luz natural con escala variable.

Para calcular bajo que condiciones de ligadura el sistema se comporta como formador de imágenes con luz blanca entre el plano de entrada y el plano de salida sin considerar la acción del filtro, calculemos la matriz $ABCD$ correspondiente al sistema comprendido entre dichos planos para el número de onda σ ,

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\sigma_0/Z_0'' & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_2' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & e - l' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\sigma_0/Z_0'' & 1 \end{bmatrix} \times \quad (41) \\ \times \begin{bmatrix} 1 & l' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\sigma_0/Z_0' & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\sigma_0/Z_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & z - d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

Es posible demostrar que el coeficiente B es nulo, y por tanto el sistema es formador de imágenes, bajo las siguientes restricciones

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} = \frac{1}{f_1} \quad , \quad Z_0'' = -M^2 Z_0' \quad , \quad (42a)$$

$$-\frac{1}{d + l - f_1 e/t} + \frac{1}{l_2' + f_2 e/t} = \frac{-t}{f_1 f_2} \quad , \quad Z_0'' = -M'^2 Z_0 \quad \text{y} \quad (42b)$$

$$d' = -M' M_0 (z - d) \quad . \quad (42c)$$

En estas ecuaciones, $M = -l'/l$ es el aumento lateral entre los plano conjugados LD_2

y LD₃ a través del objetivo refractivo L₁, $M' = (l'_2 - e')/(d + l - f_1 e / e')$ es el aumento lateral entre LD₁ y LD₄ a través de la combinación en aire de las lentes L₁ y L₂, donde e' es la distancia orientada entre el plano focal imagen de L₁ y el plano focal objeto de L₂, y $M_o = (l'_2 - d' + f_2 e / e')/(z + l - f_1 e / e')$, es el aumento lateral entre los planos conjugados de entrada y salida del dispositivo. Como era de esperar, la Ec. (42a) implica que LD₂ y LD₃ tienen que tener convergencias opuestas y, salvo ese signo, deben de estar conjugadas a través del objetivo refractivo L₁. Del mismo modo, la Ec. (42b) indica que LD₄ debe estar localizada en el plano imagen de LD₁ a través del doblete refractivo en aire formado por L₁ y L₂. La convergencia de las lentes LD₁ y LD₄ debe ser opuesta. Finalmente, la Ec. (42c) muestra que la imagen final viene determinada por la acción de los objetivos refractivos L₁ y L₂ y está localizada en el mismo plano para todas las longitudes de onda.

Para calcular la PSF del dispositivo óptico de la Fig. 17, consideramos la distribución de irradiancias a la salida del dispositivo cuando la fuente de iluminación es un emisor elemental localizado en el punto central del plano de entrada. En este caso, la matriz ABCD, comprendida entre el plano de la pupila y el plano de salida del dispositivo, para el número de onda σ viene caracterizada por

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & d' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\sigma_o/Z_o'' \sigma & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l'_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & e - l' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\sigma_o/Z_o'' \sigma & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l - D'_o \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/s(\sigma) & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (43)$$

donde la última matriz elemental representa la iluminación en el plano de la pupila proporcionada por la imagen de la fuente puntual en eje a través de las lentes difractivas LD₁ y LD₂. Para cada número de onda la posición de la imagen está en planos diferentes, de forma que, la distancia axial comprendida entre estos planos focales dispersados cromáticamente y la pupila se expresa mediante

$$s(\sigma) = D'_o - \frac{Z'_o \sigma}{\sigma_o - \sigma Z'_o \left(d - \left[\frac{\sigma_o}{Z_o \sigma} - \frac{1}{z - d} \right]^{-1} \right)} \quad (44)$$

Resultado que se calcula empleando la ecuación de Gauss para lentes delgadas difractivas. El producto de las matrices de la Ec. (43) conducen a un valor de $A=0$, lo que indica que la PSF del sistema es el módulo al cuadrado de la transformada de Fourier de la pupila para todas las longitudes de onda de la fuente radiante.

A partir del razonamiento desarrollado en la Aportación III, se puede concluir que el factor de escala de la PSF es independiente, en primera aproximación, de la longitud de onda utilizada, siempre que se satisfagan las condiciones expresadas en la Ec. (16). Estas ecuaciones fijan en función de Z_o y Z'_o la separación entre LD_1 y LD_2 y la localización axial de la pupila. A partir ellas, se puede concluir, que la localización de la pupila es independiente de la posición de la señal de entrada, a diferencia de lo que ocurría procesador del apartado anterior.

Por otro lado, el factor de escala de la PSF vendrá dado por

$$k(\sigma) = \frac{(\sigma - \sigma_o)^2(d^2 - d z) + \sigma(\sigma_o - 2\sigma)zZ_o}{\sigma^3(d + 2Z_o)} M_o \quad (45)$$

La función $k(\sigma)$ depende de diversas variables, entre ellas el número de onda. Consideremos una configuración óptica con elementos ópticos y distancias axiales entre ellos fijas, entonces, la forma natural de variar el valor de $k(\sigma)$ es desplazar a lo largo del eje óptico la posición del plano de entrada, es decir, cambiar la distancia z .

Para estudiar la aberración cromática residual de la PSF, calculamos la aberración cromática transversal de la misma. La definición de la TCA se propuso en la Ec. (19). Así, para el procesador óptico de la Fig. 17 la TCA se expresa, matemáticamente, de la forma

$$TCA(\sigma) = 100 \frac{(\sigma - \sigma_o)^2(d^2\sigma_o - d\sigma_o z + \sigma z Z_o)}{\sigma^3 z Z_o} \quad (46)$$

La aberración cromática transversal de la PSF depende de diversos parámetros del sistema: Z_o , d , z y σ_o . Es conveniente estudiar la aberración residual en los dos casos extremos posibles frente a la posición del objeto, $z=d$ y $z \rightarrow \infty$. Para estas situaciones límites el valor de TCA se expresa como

$$TCA(\sigma) = \begin{cases} 100 \frac{(\sigma - \sigma_o)^2}{\sigma^2} & , \quad \text{para } z = d \\ 100 \frac{(\sigma - \sigma_o)^2}{\sigma^2} \frac{\sigma Z_o - d\sigma_o}{\sigma Z_o} & , \quad \text{para } z \rightarrow \infty \end{cases} \quad (47)$$

Se puede demostrar, que para el resto de valores de la distancia z el valor de la aberración cromática está comprendido entre los correspondientes a estos dos casos límite. La expresión matemática del TCA cuando $z=d$ coincide con la obtenida en la Ec. (28), además, presenta el menor valor de la aberración residual

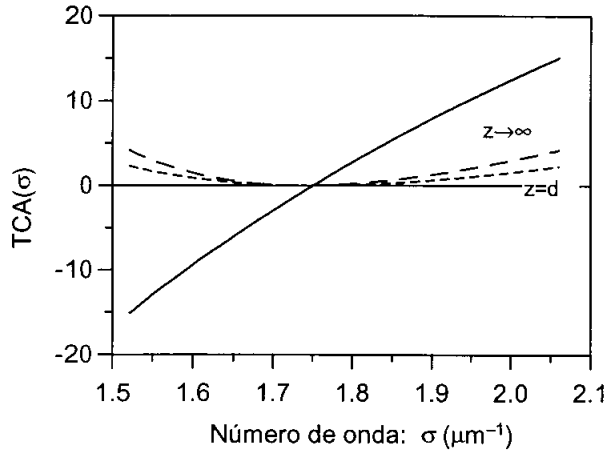


Figura 18. Error cromático de escala asociado a la PSF del dispositivo óptico de la Fig. 17 para dos posiciones del objeto: $z=d$ (curva discontinua de trazo corto) y $z \rightarrow \infty$ (curva discontinua de trazo largo). El error cromático de escala asociado a la PSF de un procesador convencional se muestra en línea continua.

posible. Analizando esta situación es fácil observar que para $z=d$ el dispositivo se reduce a la arquitectura óptica de la Fig. 14. De este modo, las lentes difractivas LD_1 y LD_4 están pegadas a los planos de entrada y de salida, respectivamente, por lo que su efecto es nulo en la distribución de irradiancias.

El gráfico de la Fig. 18 presenta en línea discontinua el valor del TCA para los dos casos de la Ec. (47). Se asume iluminación con luz blanca, tomándose como longitudes de onda extremas de la fuente $\sigma_1 = \sigma_c = 1.52 \mu\text{m}^{-1}$ y $\sigma_2 = \sigma_f = 2.06 \mu\text{m}^{-1}$, que corresponden a las líneas C y F del espectro de Fraunhofer, respectivamente. Se escogió el valor de σ_o óptimo para cada caso, que es aquel que cumple que $TCA(\sigma_1) = TCA(\sigma_2)$, y un valor de $Z_o = 200$ mm. La línea continua representa el TCA correspondiente a la PSF de un procesador convencional cuyo valor viene dado por $TCA = 100 (\sigma - \sigma_o) / \sigma$. La gráfica demuestra que la TCA del dispositivo de la Fig. 17 es de un orden de magnitud menor que la correspondiente a un procesador óptico convencional iluminado con luz natural.

De este modo, se puede expresar el valor del factor de escala, en primera aproximación, como

$$k_o = k(\sigma_o) = -\frac{Z_o z}{\sigma_o(d + 2Z_o)} M_o = \gamma M_o \quad , \quad (48)$$

donde ahora $M_o = (l'_2 - d' + f_2 e / e') / (z + l - f_1 e / e')$ y

$$\gamma = -\frac{Z_o z}{\sigma_o(d + 2Z_o)} \quad . \quad (49)$$

Nótese que el valor de γ es lineal con la distancia axial z que identifica la posición del objeto.

Hemos demostrado que el sistema óptico de la Fig. 17 constituye un procesador óptico totalmente incoherente. Consecuentemente, su distribución de irradiancia final se puede expresar mediante la convolución de la Ec. (39), con los valores de M_o y γ correspondientes.

Gracias a que podemos variar el factor de escala de la PSF desplazando la transparencia objeto, mediante un único filtro adaptado se reconocen patrones en color de distinto tamaño en la escena de entrada. Siguiendo un razonamiento análogo al del apartado anterior, si para unas características del sistema y un tamaño del patrón a reconocer construimos un filtro con una escala M_p , al cambiar la escala del patrón en la escena de entrada en un factor M_r , podemos seguir empleando el mismo filtro siempre que desplazemos el objeto a una nueva distancia z dada por

$$z = \frac{(d + 2Z_o)\sigma_o}{Z_o} M_p M_r \quad . \quad (50)$$

Además, la distancia z depende linealmente con el factor de escala del patrón a reconocer en la escena de entrada, M_r . Este hecho, unido a que la localización axial del filtro adaptado es independiente de la posición del objeto de entrada, implica una mejora considerable respecto al dispositivo de la Fig. 14.

Capítulo 4

Compensación de la dispersión cromática asociada a la difracción en la región de Fresnel

El registro de un patrón de difracción de Fresnel generado por la propagación libre de la luz que incide sobre objeto difractante iluminado por una onda esférica policromática no es independiente de la longitud de onda. Un determinado perfil de irradiancia correspondiente a un patrón de difracción de Fresnel presenta una posición y una escala diferente para cada componente espectral de la fuente de iluminación. De este modo, los dispositivos que trabajan con fuente puntual de ancho de banda extenso en la región de la difracción de Fresnel no pueden ser una mera réplica de sus homólogos coherentes. Por tanto, conviene diseñar nuevos sistemas que compensen el cromatismo presente en la difracción de campo cercano.

En este capítulo, se presenta una regla que permite pasar de forma sencilla de un sistema diseñado para compensar la dispersión cromática asociada a la difracción en la región de Fraunhofer a uno que efectúa la misma operación en la región de Fresnel. Aplicando esta transformación, y partiendo de dispositivos descritos en los capítulos previos, diseñaremos un nuevo transformador de Fresnel acromático y un correlador espacialmente variante de señales policromáticas.

4.1. Transformación de un sistema de Fraunhofer compensado cromáticamente en uno de Fresnel

En este apartado se demuestra que cualquier sistema transformador o procesador que compensa la distorsión cromática asociada a la difracción en la región de Fraunhofer se puede adaptar, insertando una lente difractiva en el plano

objeto, para compensar la aberración cromática presente en un patrón de difracción de la región de Fresnel. Este resultado se incluye en la Aportación IV de esta tesis doctoral.

Partamos de un sistema óptico que, bajo iluminación monocromática de número de onda σ , efectúa la transformada de Fourier bidimensional de la distribución de amplitudes de la señal de entrada $t(x,y;\sigma)$. Nos estamos refiriendo, por ejemplo, a un sistema óptico paraxial formado por una o más lentes refractivas no dispersivas cuya señal de entrada está iluminada por una onda plana monocromática de número de onda σ . En este caso, el plano de Fraunhofer se encuentra localizado en el plano correspondiente a la focal equivalente del sistema.

Como se ha mencionado en el Capítulo 2, la matriz $ABCD$ que caracteriza a un sistema arbitrario con estas características tendrá un coeficiente A nulo. De este modo, la distribución de amplitudes en el plano de salida se expresa matemáticamente como

$$U(x, y; \sigma) = \exp\left[i\pi\sigma \frac{D}{B}(x^2 + y^2)\right] x \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x', y'; \sigma) \exp\left[-i2\pi \frac{\sigma}{B}(xx' + yy')\right] dx' dy' \quad (51)$$

Insertemos ahora en el plano de entrada del sistema un objetivo refractivo no dispersivo de distancia focal imagen f . A los coeficientes de matriz $ABCD$ que caracteriza a este nuevo dispositivo los vamos a representar por las letras A' , B' , C' y D' . El cálculo de estos coeficientes se obtiene a través del producto de la matriz correspondiente al sistema anterior por la que representa a la lente refractiva, es decir,

$$\begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B/f & B \\ C - (D/f) & D \end{bmatrix} \quad (52)$$

De este modo, la distribución de amplitudes en el plano de salida de este nuevo dispositivo viene dada por

$$U(x, y; \sigma) = \exp\left[i\pi\sigma \frac{D}{B}(x^2 + y^2)\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x', y') \exp\left[-i\pi \frac{\sigma}{f}(x'^2 + y'^2)\right] \exp\left[-\frac{i2\pi\sigma}{B}(xx' + yy')\right] dx' dy'. \quad (53)$$

A partir de la Ec. (7), podemos concluir que el perfil de irradiancia asociado a la Ec. (53) es el mismo que el correspondiente al patrón de difracción de Fresnel generado por la misma pantalla difractante con iluminación plana monocromática de número de onda σ y ubicado a una distancia axial virtual que dista $-f$ de la pantalla. Además, este perfil irradiancia está escalado con respecto al obtenido con iluminación plana, de forma que, la relación entre ambos tamaños viene proporcionada por la Ec. (8), y tiene un valor de $\beta = A' = -B/f$.

Al cambiar sucesivamente la focal f de la lente refractiva anexada al objeto, cambia de patrón difracción de Fresnel en el plano de salida de nuestro dispositivo. De esta forma, hemos pasado de un dispositivo cuyo plano de salida es el patrón de difracción de Fraunhofer de la señal de entrada, a un nuevo dispositivo cuya salida es un patrón de difracción de Fresnel, con un perfil de irradiancia ligado a la focal de la lente adherida a la transparencia objeto.

Pasemos a continuación al caso que nos atañe que es aquel en que la fuente de iluminación presenta un ancho de banda extenso. Partamos de un transformador de Fourier acromático, como el que se muestra en la Fig. 19. A lo largo de este estudio consideraremos, sin pérdida de generalidad, que estamos trabajando con transformadores de Fourier acromáticos carentes de aberración

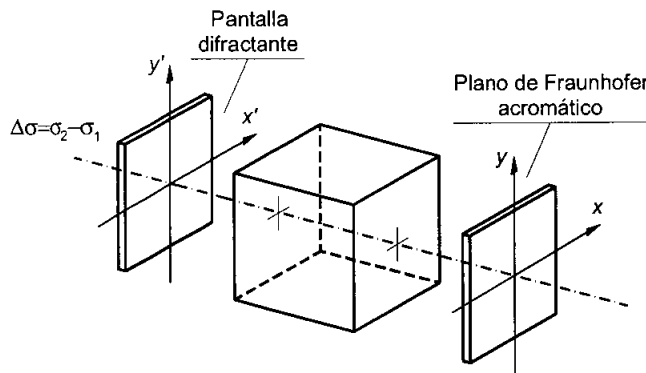


Figura 19. Transformador de Fourier compensado cromáticamente.

cromática longitudinal, es decir, que el valor del coeficiente A de la matriz $ABCD$ que caracteriza el sistema es nulo para todas las longitudes de onda contenidas en el espectro de la fuente.

La distribución de amplitudes en el plano de salida del transformador de Fourier acromático para el número de onda σ , viene proporcionada por una ecuación análoga a la Ec. (53). La única diferencia radica en que los coeficientes B y D son función del número de onda σ , además, que la primera derivada de B/σ con respecto a σ se anula para un cierto número de onda de diseño σ_0 . Esta última condición es la que reduce la aberración cromática transversal del patrón de difracción de Fraunhofer en el sistema acromático.

Vamos a realizar un razonamiento similar al practicado con iluminación monocromática pero insertando en el plano de entrada del sistema transformador de Fourier acromático una lente difractiva en lugar de refractiva. Este hecho se refleja en la Fig. 20. La lente difractiva de focal Z_0 para el número de referencia σ_0 introduce un factor de fase cuadrático que es independiente de la longitud de onda. Por tanto, la distribución de amplitudes en el plano de salida para el número de onda σ , viene proporcionada por la expresión

$$U(x, y; \sigma) = \exp\left[i\pi\sigma \frac{D}{B}(x^2 + y^2)\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x', y') \exp\left[-i\pi \frac{\sigma_0}{Z_0}(x'^2 + y'^2)\right] \exp\left[-\frac{i2\pi\sigma}{B}(xx' + yy')\right] dx' dy'. \quad (54)$$

El perfil de irradiancia es el correspondiente al patrón de difracción de Fresnel caracterizado en iluminación plana monocromática por el índice $\alpha = -\sigma_0/Z_0$. Dado que α es independiente del número de onda, el perfil es el mismo para todo el ancho de banda espectral de la fuente. El aumento del patrón de Fresnel, frente al obtenido con iluminación plana monocromática de índice $\alpha = -\sigma_0/Z_0$, viene proporcionado por la Ec. (8) y tiene un valor de $\beta = -B\sigma_0/Z_0\sigma$, con lo que se mantiene la condición de acromatismo del aumento.

Este razonamiento permite extraer la conclusión de que partiendo de un transformador de Fourier cromáticamente compensado, se puede obtener el perfil de irradiancia acromático de un patrón de Fresnel simplemente insertando una lente difractiva en el plano de entrada. Variando la distancia focal de dicha lente, se cambia el índice del patrón de difracción de Fresnel en el plano de salida. Esta propiedad es reversible, es decir, un transformador de Fresnel acromático se

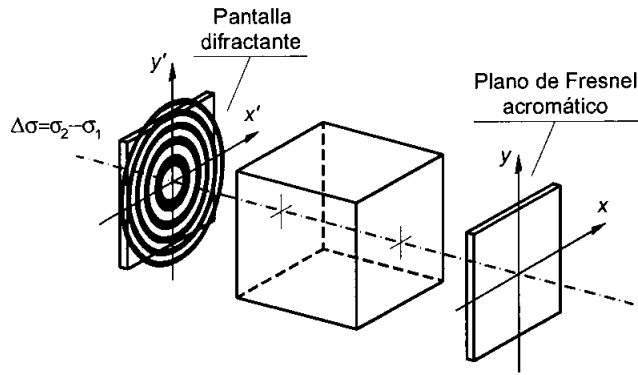


Figura 20. Dispositivo transformador de Fresnel acromático basado en el dispositivo transformador de Fourier de la Fig. 19.

puede convertir en un transformador de Fourier acromático. Para ello, si el patrón de difracción de Fresnel en el plano de salida está caracterizado por un índice α , hay que añadir una lente difractiva de focal $Z_o = \sigma_o / \alpha$ en el plano de entrada.

A continuación se va a emplear la propiedad anterior para proponer un nuevo transformador de Fresnel acromático y un procesador espacialmente variante que trabaja con objetos en color.

4.2. Transformador de Fresnel acromático sin aberración cromática longitudinal

Partiendo del transformador de Fourier de la Fig. 8 y empleando la "regla de paso" del apartado previo, se va a diseñar el que a nuestro entender es el primer transformador de Fresnel acromático sin aberración cromática longitudinal. El dispositivo óptico se muestra en la Fig. 21, LD₂, LD₁ y LD₃ son tres lentes difractivas con distancias focales imágenes Z'_o , Z_o y Z''_o , respectivamente, para el número de onda σ_o , y el objetivo refractivo L tiene una distancia focal imagen de f . Las distancias axiales d , a , l , l' y d' indican separaciones arbitrarias pero fijas entre los distintos elementos ópticos.

Como se vio en el Apartado 2.3., el plano de Fraunhofer generado a la salida del triplete en aire LD₂, L y LD₃ se encuentra ubicado en la misma posición para todas las longitudes de onda de la fuente radiante si se cumplen las Ecs. (23). Además, presenta un aumento independiente de la longitud de onda, en primera aproximación, si la posición de la pantalla difractante viene dada por la

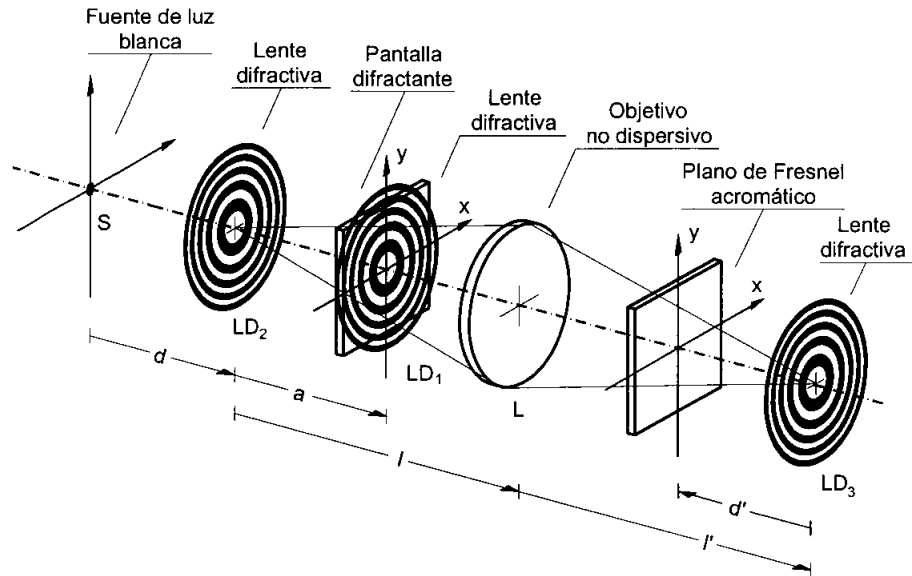


Figura 21. Esquema del transformador de Fresnel acromático basado en el transformador de Fourier acromático de la Fig. 8.

Ec. (26). De este modo, una lente difractiva LD_1 de focal Z_o para el número de onda σ_o adherida al objeto difractivo, convierte al transformador de Fourier de la Fig. 8 en un transformador de Fresnel acromático en irradiancia. El patrón de Fresnel obtenido en el plano de salida vendrá caracterizado por el índice $\alpha = -\sigma_o/Z_o$.

El aumento de este patrón de Fresnel frente al mismo patrón obtenido con iluminación plana se obtiene de la Ec. (8) y de la Ec. (24). A partir de este valor del aumento, el error cromático de escala viene dado por la Ec. (28) y está representado en la Fig. 9. Puesto que la aberración cromática residual es muy pequeña, se puede considerar que el aumento de este patrón es independiente del número de onda y viene dado por la expresión

$$\beta_o = -\frac{\sigma_o}{Z_o} \frac{M_o d^2}{(Z'_o - 2d)\sigma_o} \quad (55)$$

Este dispositivo es la llave para obtener un transformador de Fourier fraccional cromáticamente compensado en irradiancia [129]. Para ello vamos a comprobar, la estrecha relación existente entre la transformada de Fourier fraccional y los patrones de difracción de Fresnel.

La transformada de Fourier Fraccional (FRT) de orden p de un objeto bidimensional $g(x'_1, x'_2)$ se define en coordenadas adimensionales (x_1, x_2) , despreciando factores constantes, como

$$G^P(x_1, x_2) = \exp\left[\frac{i\pi (x_1^2 + x_2^2)}{\tan \phi}\right] \quad (56)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x'_1, x'_2) \exp\left[\frac{i\pi}{\tan \phi} (x_1'^2 + x_2'^2)\right] \exp\left[-\frac{i2\pi(x_1x'_1 + x_2x'_2)}{\sin \phi}\right] dx'_1 dx'_2 ,$$

donde $\phi = \pi P/2$, siendo P un número real. Podemos observar que la función FRT es periódica en términos de P , con un periodo de 4. Además, puesto que $G^{P+2}(w) = G^P(-w)$, toda la información sobre la FRT de cualquier orden se puede obtener considerando exclusivamente los valores de P contenidos en el intervalo $[0,2]$. La FRT se convierte en la transformada de Fourier convencional para $P=1$, mientras que $P=2$ proporciona una replica invertida del objeto.

Para establecer una conexión entre la FRT y la integral de la difracción de Fresnel escrita mediante los coeficientes de la matriz ABCD escribimos la Ec. (5) de forma que

$$U(x_1, x_2; \sigma) = \exp\left[i\pi\sigma \frac{Ds^2}{B} (x_1^2 + x_2^2)\right] x$$

$$x \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x'_1, x'_2) \exp\left[i\pi\sigma \frac{As^2}{B} (x_1'^2 + x_2'^2)\right] \exp\left[-\frac{i2\pi\sigma s^2}{B} (x_1x'_1 + y_1y'_1)\right] dx'_1 dx'_2, \quad (57)$$

donde s es un parámetro de escala que nos permite definir variables adimensionales a la entrada y la salida del sistema, de este modo $x_1=x/s$, $x_2=y/s$, $x'_1=x'/s$ y $x'_2=y'/s$. La transmitancia en amplitud del objeto de entrada también se ha redefinido considerando $t(x',y')=t(s x'_1, s x'_2) \equiv g(x'_1, x'_2)$.

Las Ec. (56) y (57) representan la misma distribución de irradiancias cuando se satisface que

$$\alpha = \frac{1}{\tan \phi} = s^2 \frac{\sigma A}{B} , \text{ es decir, } \phi = \arctan\left[\frac{B}{s^2\sigma A}\right] . \quad (58)$$

Sin embargo, aparece un error en el factor de escala, γ , definido mediante

$$\frac{1}{\gamma \sin \phi} = s^2 \frac{\sigma}{B}, \text{ o lo que es lo mismo } \gamma = \frac{A}{\cos \phi} . \quad (59)$$

Por tanto, se obtiene que

$$U(x_1, x_2) = \exp \left[i\pi \left(\sigma \frac{Ds^2}{B} - \frac{1}{\gamma^2 \tan \phi} \right) (x_1^2 + x_2^2) \right] G^P \left(\frac{x_1}{\gamma}, \frac{x_2}{\gamma} \right) , \quad (60)$$

es decir, cuando se propaga la luz a través de un sistema óptico, la distribución de amplitudes a la salida del sistema se puede interpretar como la transformada de Fourier fraccional de orden P escalada la cantidad γ y multiplicada por un factor de fase cuadrático.

De este modo, nuestro transformador de Fresnel acromático nos va a permitir obtener la transformada de Fourier fraccional de orden P , cuyo valor calculado a partir la Ec. (58) viene dado por $P = 2 \arctan(-\sigma_0/s^2 Z_0)/\pi$, en un único plano y, en primera aproximación, a la misma escala para todas las componentes espectrales de la fuente de iluminación. Por otro lado, cambiando la focal de la lente difractiva adherida a la abertura difractante plana se puede variar de forma secuencial el orden de la transformada de Fourier fraccional a acromatizar.

Para verificar experimentalmente las propiedades del transformador de Fresnel acromático ó transformador de Fourier fraccional compensado cromáticamente, montamos el sistema óptico de la Fig. 21 con el objetivo de obtener una autoimagen con luz blanca. Las redes de difracción generan autoimágenes con iluminación plana monocromática de número de onda σ a una distancia R denominada distancia de Talbot. El valor de R calculado desde la transparencia objeto hasta el plano de una autoimagen viene dado por la ecuación $R = 2np^2\sigma$, donde p es el periodo de la red y n es un número entero ó semientero.

Como fuente de iluminación para el experimento se escogió, por un lado, un láser de Kriptón/Argón que emite simultáneamente tres componentes monocromáticas de longitudes de onda $\lambda_B=488$ nm, $\lambda_G=568$ nm y $\lambda_R=647$ nm y, por otro lado, una lámpara de arco de Xenón de espectro continuo en el visible. Las lentes difractivas empleadas LD₂, LD₁ y LD₃ tienen una distancia focal imagen de $Z'_o=150$ mm, $Z_o=-150$ mm y $Z'_o=-75$ mm, respectivamente, para el número de onda de diseño $\sigma_0=1.76$ mm⁻¹ (que es el número de onda correspondiente a λ_G). La lente refractiva tiene un valor de la distancia focal imagen de $f=166$ mm. El resto de distancias se seleccionan con unos valores de $d=100$ mm, $l=400$ mm, $l'=283$ mm, $a=293$ mm y $d'=-16$ mm.

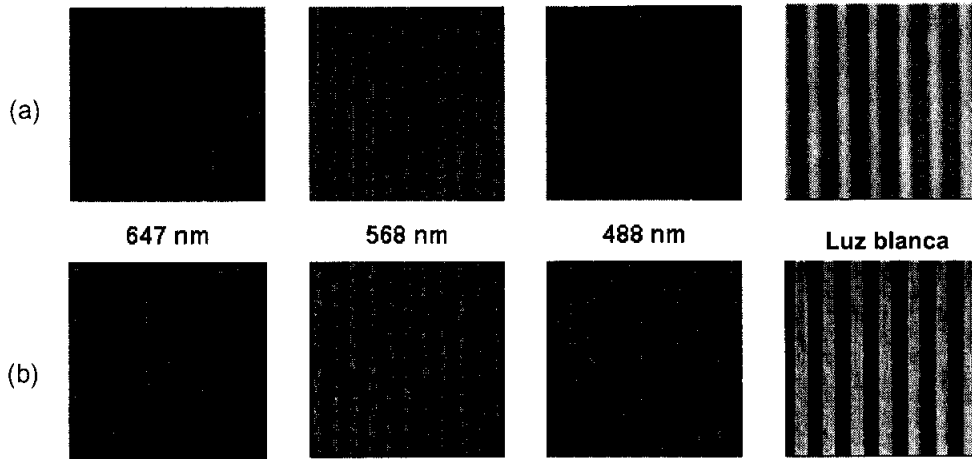


Figura 22: a) Distribución de irradiancia en el plano de salida del dispositivo de la Fig. 1 bajo iluminación policromática paralela para $R=150$ mm. La distancia se ajustó para obtener la autoimagen índice $n=1.5$ para $\lambda_0 = 568$ nm. b) Distribución de la irradiancia obtenida a la salida del dispositivo de la Fig. 21 adaptado para compensar cromáticamente la misma autoimagen.

Como transparencia objeto se escogió una red de difracción unidimensional tipo Ronchi. El patrón de difracción que vamos a acromatizar viene proporcionado el índice $\alpha = -\sigma_0/Z_0$, que indica que con iluminación monocromática de número de onda σ_0 este patrón está ubicado a una distancia orientada de la transparencia dada por $R=-Z_0$. De modo que, para hacer coincidir esta distancia R con el plano de una autoimagen tendremos que satisfacer la igualdad $-Z_0=2np^2\sigma_0$. Por tanto, con una red de difracción de periodo $p=0.169$ mm, que corresponde a una frecuencia espacial de 150 líneas por pulgada, estamos acromatizando la autoimagen dada por el índice a $n=1.5$ para el número de onda σ_0 .

Los resultados experimentales para iluminación plana policromática a la distancia de la transparencia de $R=150$ mm se muestran en la Fig. 22a) y para el dispositivo de la Fig. 21 en la Fig. 22b). Mediante estos resultados experimentales ha quedado manifiesta la habilidad del sistema para compensar la dispersión cromática asociada a la difracción en la región de Fresnel.

4.3. Correlador de Fresnel acromático espacialmente variante

Uno de los avances más recientes para dotar de mayor flexibilidad al procesado óptico de la información con luz espacial y temporalmente coherente reside en el diseño de procesadores espacialmente variantes [83]. En estos sistemas,

un desplazamiento de la señal de entrada no viene ligado a un desplazamiento de la señal de salida.

Una forma de realizar un procesador espacialmente variante consiste en filtrar la información del objeto difractante en uno de sus patrones de difracción de Fresnel. Esto introduce la sensibilidad a la posición del sistema. Posteriormente, mediante un proceso de transformada de Fourier se obtiene la salida deseada [84].

En la Aportación V hemos desarrollado un procesador espacialmente variante que compensa la dispersión cromática asociada a la difracción y que está basado en la "regla de paso" de la Aportación IV. El esquema de este procesador de Fresnel se muestra en la Fig. 23. LD_2 y LD_3 son dos lentes difractivas con distancias focales imágenes Z'_o y Z''_o , respectivamente, para el número de onda σ_o , y el objetivo refractivo L tiene una distancia focal imagen de f . Las distancias axiales d , a , l , l' y d' indican separaciones arbitrarias pero fijas entre los distintos elementos ópticos.

Una interpretación heurística de esta sistema reside en considerarlo como la asociación en cascada de un transformador de Fresnel acromático y de un sistema formador de imágenes con luz blanca. La parte correspondiente a la lente difractiva ubicada en el foco de una onda convergente que ilumina al objeto es un transformador de Fresnel acromático en irradiancias, tal y como aparece descrito en la Ref. [104]. Por otro lado, los elementos ópticos están dispuestos de forma que todo el dispositivo se comporte como un sistema formador de imágenes con luz blanca [127]. De esta manera, después de filtrar la información del objeto en uno de sus patrones de difracción de Fresnel, el sistema formador de imágenes nos permite volver, en el plano de salida, al contenido espacial del objeto modificado.

Otra forma de interpretar este nuevo dispositivo es partir del procesador de Fourier acromático del Apartado 2.4. Gracias al procedimiento de paso de compensación acromática de la difracción en la región de Fraunhofer a la región de Fresnel, una lente difractiva insertada en el plano de entrada del dispositivo de la Fig. 11, convierte la distribución de amplitudes del plano del filtro de este dispositivo en un patrón de Fresnel acromático. De las múltiples lentes difractivas que se pueden adherir al objeto, la que conlleva la obtención un sistema óptico más sencillo es aquella que posee el mismo valor que LD_1 pero convergencia opuesta, es decir aquella que presenta una distancia focal de valor $-Z_o$ para el número de onda σ_o . Esto equivale a eliminar la primera lente difractiva del procesador de Fourier obteniéndose el dispositivo de la Fig. 23. De este modo, el patrón de difracción

acromático que se obtiene en el plano del filtro está caracterizado por el índice $\alpha = \sigma_0 / Z_0$.

A partir de la Ec. (31) en el plano de salida de nuestro dispositivo tenemos la convolución entre la distribución de amplitudes del objeto y la correspondiente a la transformada de Fourier del filtro, ambas convenientemente escaladas. Como en este sistema el objeto $t(x,y)$ tiene adherida una placa zonal de focal $-Z_0$ para el número de onda σ_0 , nos aparece este factor de fase cuadrático escalado en el resultado final. De este modo, si en el plano de Fresnel acromático intermedio se localiza un filtro de transmitancia en amplitud $p(x,y)$, a la salida del sistema se obtiene la siguiente distribución de amplitudes

$$U(x, y, \sigma) = \left[\exp \left[i\pi \frac{\sigma_0}{M_0^2 Z_0} (x^2 + y^2) \right] t \left(\frac{x}{M_0}, \frac{y}{M_0} \right) \right] \otimes \tilde{p} \left(\frac{x}{k_0}, \frac{y}{k_0} \right) \quad , (61)$$

donde se han despreciado factores de fase externos a la convolución, ya que la detección se realiza en irradiancias. El coeficiente k_0 viene proporcionado por la Ec. (30) y $M_0 = f/(f-d-l)$. Este resultado permite implementar toda una serie de operaciones ópticas en el dominio de Fresnel con objetos en color utilizando un único filtro para todas las longitudes de onda.

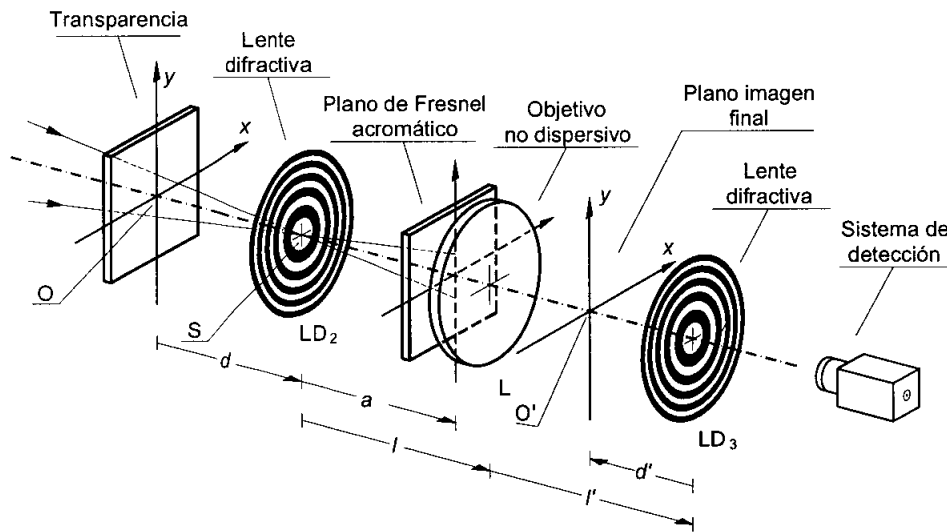


Figura 23. Esquema del correlador de Fresnel acromático que trabaja con fuente puntual policromática.

Una de las grandes ventajas que presenta el filtraje en la región de Fresnel con fuente puntual policromática es que posibilita un procesado espacialmente variante en color. Este hecho se produce gracias al factor de fase cuadrático que multiplica a la transmitancia en amplitud del objeto en la Ec. (61). Esta característica es muy útil, por ejemplo, en el caso de los correladores ópticos, ya que no sólo permite reconocer la forma, tamaño y contenido espectral de un patrón a reconocer si no que, además, sólo lo reconoce si está en la posición idónea.

De la Ec. (61) se deduce que el filtro requerido en un reconocimiento óptico espacialmente variante de un patrón de distribución de amplitudes $t_b(x,y)$, es el complejo conjugado de la distribución de amplitudes generada por dicho objeto sobre el plano de Fresnel acromático, sin factores de fase exteriores a la integral, esto es

$$p(x, y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} t_b^*(x', y') \exp\left[-i\pi \frac{\sigma_o}{Z_o} (x'^2 + y'^2)\right] \times \exp\left[i2\pi \frac{k_o}{M_o} (x'x + y'y)\right] dx' dy' \quad (62)$$

De esta forma la distribución de amplitudes a la salida del correlador óptico viene expresada por

$$U(x, y; \sigma) = \left[\exp\left[i\pi \frac{\sigma_o}{M_o^2 Z_o} (x^2 + y^2)\right] t\left(\frac{x}{M_o}, \frac{y}{M_o}\right) \right] \otimes \left[\exp\left[-i\pi \frac{\sigma_o}{M_o^2 Z_o} (x^2 + y^2)\right] t_b^*\left(-\frac{x}{M_o}, -\frac{y}{M_o}\right) \right] \quad (63)$$

que es una correlación matemática que proporcionará un pico de intensidad sólo cuando t_b esté contenido en la transparencia objeto y en la posición para la que fue diseñado el filtro.

Para examinar la sensibilidad al desplazamiento del sistema de la Fig. 23, se realizó una simulación informática reconociendo un autobús dentro de una imagen de 256 x 256 píxeles que contenía otros medios de transporte, ver Fig. 24a). Las características del sistema óptico simulado eran $Z'_o = -Z''_o = 200$ mm y $Z_o = -200$ mm para $\sigma_o = 1.77 \mu\text{m}^{-1}$, $d = 200$ mm, $f = 100$ mm y $l = l' = 200$ mm. Se desarrolló la simulación considerando una fuente de iluminación cuyo espectro está constituido por los números de onda 1.52 , 1.77 y $2.06 \mu\text{m}^{-1}$. Los resultados

obtenidos se muestran en la Fig. 24. Cuando el objeto está en la posición deseada (Fig. 24c), se observa claramente el pico de correlación. En cambio, al desplazarlo 10 píxeles por cada lado de su posición original alejándose del centro, se observa en la Fig. 24d) una rápida caída en la intensidad a la salida. Además, como se deduce de la descomposición en los canales RGB de la Fig. 24c), el pico de correlación nos proporciona información sobre el contenido espectral del patrón detectado.

En el laboratorio se montó el dispositivo de la Fig. 23 para la realización de un reconocimiento de caracteres en color espacialmente variante. El objeto de entrada, Fig. 25a), se iluminó con una lámpara de arco de Xenon de espectro continuo que abarca todo el visible y que convergía sobre LD_2 . Las características del dispositivo óptico experimental son las mismas que las empleadas en la simulación, es decir, $Z'_o = -Z''_o = 200$ mm y $Z_o=200$ mm para $\sigma_o=1.77 \mu\text{m}^{-1}$, $d=200$ mm, $f=100$ mm y $l=l'=200$ mm. La Fig. 25b) muestra el carácter utilizado como patrón a reconocer y la Fig 25c) la distribución de irradiancia en el plano de salida del

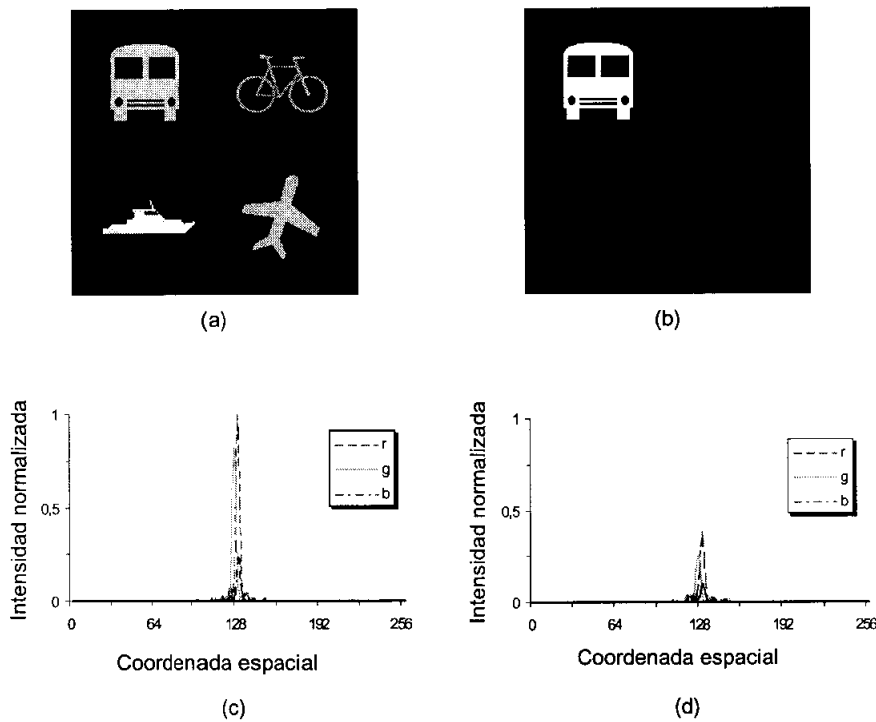


Figura 24: Reconocimiento de objetos espacialmente variante: a) escena de entrada, b) patrón a reconocer, c) perfil de irradiancia para cada una de las componentes RGB, d) perfil de irradiancia cuando el objeto ha sido desplazado 10 píxeles en horizontal y 10 píxeles en vertical.

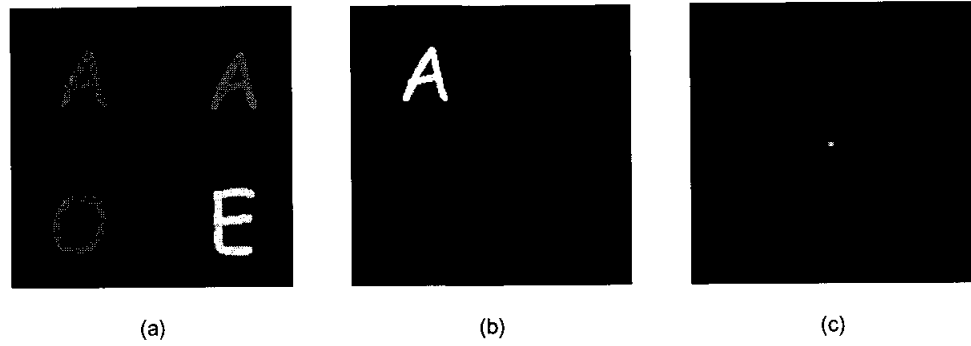


Figura 25. Resultados experimentales: (a) fotografía en color de la transparencia de entrada, (b) patrón a reconocer y (c) pico de correlación a la salida.

dispositivo. Se obtiene un pico centrado claramente detectable con información sobre el contenido espectral del objeto.

Gracias a la simulación óptica y al experimento de reconocimiento de caracteres, ha quedado patente la habilidad de este dispositivo para realizar operaciones de procesado óptico espacialmente variante con fuentes de ancho de banda extenso. Además, dada la analogía expresada en el Apartado 4.2. entre los patrones de difracción de Fresnel y la transformada de Fourier fraccionaria, este es el primer dispositivo, que a nuestro entender, permite describir un correlador de transformada de Fourier fraccional con luz blanca donde la operación de procesado se realiza de forma simultánea para todo el contenido espectral de la fuente de iluminación.

Capítulo 5

Conclusiones

5.1. Conclusiones generales

La dependencia implícita del fenómeno de la difracción con la longitud de onda de la radiación incidente imposibilita la extensión directa de los procesadores ópticos convencionales al caso de luz blanca. Sin embargo, la utilización de elementos fuertemente dispersivos, como las lentes difractivas, permite diseñar sistemas que compensen la dispersión cromática asociada a la difracción tanto en la región de Fresnel como en la de Fraunhofer.

En esta línea, los sistemas híbridos refractivo-difractivos con fuentes de luz blanca están teniendo una importante proyección. Su auge se debe a su versatilidad al permitir cualquier tipo de iluminación tales como lámparas incandescentes, diodos luminiscentes, monitores de TV en color, etc., así como por su capacidad inherente para el manejo de señales de entrada policromáticas. Por otro lado, son dispositivos poco sensibles al ruido coherente puesto que, se produce una redundancia de la información en los diversos canales cromáticos que componen el espectro de la fuente. Las aplicaciones de estos dispositivos son muy variadas: encriptado de la información, mejora de la resolución de telescopios estelares mediante la acromatización del 'speckle', procesado óptico de la información, interconectores ópticos, etc.

Dentro del campo del procesado óptico de la información, en esta tesis se han presentado varias aportaciones originales basadas en compensar la dispersión cromática asociada a los patrones de difracción debida a la utilización fuentes de luz de ancho de banda extenso. De este modo, en la Aportación I se presenta el primer transformador de Fourier con iluminación policromática carente de aberración cromática longitudinal y con una aberración cromática transversal del orden del 5% que resulta ser un orden de magnitud menor que la obtenida con un

sistema convencional. Este sistema, compuesto únicamente por tres elementos ópticos, es fácil de implementar en el laboratorio y ha permitido reconstruir satisfactoriamente un holograma bidimensional de Fourier con luz blanca.

Por otro lado, en la Aportación II se ha diseñado un procesador con luz natural que trabaja con señales en color. Manipulando el plano de la pupila se realiza la misma operación de procesado para todo el rango espectral en el que la fuente emite radiación. Este tipo sistemas está especialmente adaptado para trabajar en ambientes industriales (presencia de polvo, vibraciones, etc.). Dada la importancia del procesado óptico de escala variable, la Aportación III presenta un nuevo procesador totalmente incoherente con estas características. En esta nueva arquitectura óptica la escala de la respuesta unidad del sistema varía linealmente con la posición de la transparencia de entrada. Esto facilita la realización de operaciones ópticas donde la escala del objeto sea un parámetro variable y dota, por tanto, de mayor versatilidad al procesador.

En la Aportación IV, que sirve de nexo de unión entre la difracción en la región de Fraunhofer y la de Fresnel, se ha demostrado que al adherir una lente difractiva a la señal de entrada de un transformador de Fourier acromático el dispositivo se convierte en un transformador de Fresnel acromático. De este modo, mediante esta sencilla "regla de paso" no es necesario duplicar esfuerzos para desarrollar sistemas compensadores de la dispersión cromática en ambas regiones del campo difractado. A raíz de esta última aportación, se ha diseñado un dispositivo que proporciona la transformada de Fourier fraccional de una señal policromática bidimensional empleando una fuente puntual de luz blanca. Este sistema carece de aberración cromática longitudinal y presenta una aberración transversal muy reducida.

A diferencia de los procesadores de Fourier convencionales, los procesadores de Fresnel realizan una operación de filtrado diferente en función de la localización del patrón de referencia en la escena de entrada. La utilidad de estos procesadores se hace patente en aquellos casos en los que la localización del objeto es importante para la operación que deseemos desarrollar, como por ejemplo, en la implementación de operaciones lógicas por métodos ópticos. La Aportación V muestra un procesador espacialmente variante que trabajando con fuente puntual de ancho de banda extenso y objetos en color, realiza un filtrado independiente de la longitud de onda en la región de Fresnel. Este procesador ha sido utilizado como correlador para reconocer un patrón de referencia, cuando se encuentra en la zona deseada de la escena de entrada, proporcionando además información sobre el contenido cromático del patrón que se reconoce.

En resumen, se han estudiado teóricamente, y corroborado experimentalmente, cinco nuevos dispositivos ópticos capaces de compensar la distorsión cromática asociada a la difracción en el espacio libre. Las características de estos dispositivos, distintas de las de los sistemas conocidos hasta la fecha, hace de ellos unos sistemas singulares, que abren un abanico de posibilidades en el procesado óptico de la información con fuentes puntuales de ancho de banda extenso y con fuentes totalmente incoherentes.

5.2. Perspectivas de futuro

Las perspectivas de futuro de la investigación desarrollada en estos temas son optimistas tanto a nivel de investigación básica como en sus posibles aplicaciones tecnológicas. Vamos a comentar brevemente tres posibles vías de continuación: el desarrollo de nuevos dispositivos ópticos acromáticos con fuentes de luz blanca, el diseño de elementos ópticos con una eficiencia en difracción constante con la longitud de onda y la aplicación de los sistemas acromáticos en dispositivos de óptica plana.

5.2.1. Nuevos dispositivos compensadores de la dispersión cromática asociada a la difracción

Debido a las notables diferencias en las propiedades físicas de los sistemas ópticos con iluminación espacialmente coherente frente a los espacialmente incoherentes, ver Apartados 2.1 y 3.1, en este subapartado se va a considerar el desarrollo de nuevos dispositivos acromáticos en ambos frentes.

En el caso de los sistemas que funcionan con una fuente puntual de luz blanca, pensamos estudiar un nuevo procesador óptico basado en el transformador de Fourier de la Aportación I. Este dispositivo tendrá la virtud de que el plano del filtro estará perfectamente definido para todas las longitudes de onda del espectro, al no tener el transformador aberración cromática longitudinal. Además, el plano de salida del dispositivo será la imagen real del objeto de entrada.

Posteriormente, y utilizando la "regla de paso" desarrollada en la Aportación IV, diseñaremos a partir del dispositivo anterior un procesador de Fresnel espacialmente variante. En esta línea, también se pretende desarrollar un transformador conjunto de Fresnel que trabaje con luz blanca y permita el reconoci-

miento de objetos espacialmente variante a partir de la adquisición en irradiancias del espectro desenfocado.

Por otro lado, se van a diseñar dispositivos que permitirán reconstruir hologramas tridimensionales con luz blanca. Para ello, es necesario calcular la relación entre la corrección de la dispersión cromática que proporciona el sistema y la posición axial de cada elemento que constituye el holograma tridimensional. A partir de ahí, se calculará el volumen óptimo del objeto para el cual el sistema consigue una compensación satisfactoria de la distorsión cromática.

En el caso de sistemas que funcionan con fuentes espacial y temporalmente incoherentes, se pretende realizar una versión totalmente incoherente del conocido efecto Lau. El efecto Lau convencional, que emplea una fuente de iluminación monocromática y extensa, se sirve de dos redes unidimensionales orientadas paralelamente y separadas una distancia determinada para dar lugar a franjas rectilíneas de alto contraste en el infinito [130]. La primera red actúa como fuente incoherente codificada linealmente, mientras que la segunda lo hace como transparencia objeto [82,131]. Con una fuente extensa de luz blanca también se han obtenido franjas de Lau de alto contraste combinando el primer orden positivo y negativo de la red de difracción fuente a través de una red de difracción de frecuencia doble que la primera [132-134]. Nuestra intención es diseñar un nuevo dispositivo acromático que trabaje en eje y que permita la obtención de franjas de Lau con luz solar a partir de dos redes de difracción cualesquiera salvo pequeñas restricciones [135].

Debido a que el efecto Lau va unido a una operación intrínseca de correlación entre la PSF del sistema, que en este caso es el patrón de Fresnel de la pupila, y la distribución de irradiancia de la fuente, se podrán desarrollar dos nuevos correladores ópticos que trabajen con fuente extensa y objetos en color a partir del dispositivo acromático de Lau. En el primero, basado en el correlador óptico de proyección geométrica perfecta [136], la primera red de difracción se sustituirá por una distribución de irradiancia correspondiente al objeto a reconocer y la segunda por un objeto periódico creado a partir de la escena de interés. En el segundo correlador, la escena de entrada sustituye a la primera red del efecto Lau y la segunda red se sustituye por un filtro holográfico de Fresnel [111]. En ambos casos se realizará un reconocimiento de objetos espacialmente invariante.

Por último, y en el mismo ámbito de sistemas totalmente incoherentes, será factible la obtención de patrones de Fresnel con luz totalmente incoherente a partir de la transformada de coseno con luz extensa policromática [137]. Esta

situación ya ha sido resuelta con éxito para iluminación monocromática extensa [138].

5.2.2. Aplicación de los dispositivos acromáticos en óptica plana

Los dispositivos ópticos de la óptica plana se reducen a una geometría prácticamente bidimensional donde todos los componentes ópticos se fabrican simultáneamente usando técnicas estándar de fabricación de elementos planos. Así, las microlentes (difractivas o refractivas), las redes de difracción, los separadores de haz, etcétera, están grabados, con una precisión igual al de las técnicas litográficas, sobre una o ambas caras de una lámina transparente. La propagación de la luz en estas arquitecturas tiene lugar dentro del sustrato, típicamente de varios milímetros de grosor, a lo largo de un camino en zig-zag [139,140].

Estos sistemas planos, al igual que sus homólogos ópticos convencionales, están afectados por la dispersión cromática asociada a la difracción, y por tanto restringidos, en principio, a la utilización de luz monocromática. El diseño de sistemas ópticos planos parcialmente insensibles a variaciones en la longitud de onda, dentro de un cierto rango espectral, es crucial para el éxito de estos dispositivos como una tecnología de interconexión. Ya que su funcionamiento es muy sensible a pequeñas variaciones en la longitud de onda de los diodos emisores con la temperatura y para subsanar las tolerancias en la fabricación de los elementos ópticos.

Posee un gran interés práctico diseñar un sistema integrado que, para una cierta longitud de onda y las de un entorno suyo, sea capaz de funcionar correctamente. Se pretende alcanzar este propósito mediante la colaboración con equipos de investigación de reputación contrastada en el campo de la óptica plana.

5.2.3. Diseño de nuevos elementos difractivos: acromatización de la eficiencia en difracción

La eficiencia en difracción de un elemento óptico difractivo no es igual para todas las longitudes de onda [17]. Por ejemplo, la lente difractiva kinoform presenta una eficiencia en difracción del 100% para la longitud de onda de diseño cayendo paulatinamente a medida que se utiliza otra longitud de onda que se aleja

de la misma. Por tanto, es interesante la construcción de elementos difractivos que tengan una respuesta espectral constante para un ancho de banda amplio.

Se han diseñado varios métodos para satisfacer este requisito que van desde el cálculo teórico del perfil adecuado en cada periodo de la red [141] hasta la construcción de un elemento difractivo mediante la combinación de dos elementos difractivos realizados con materiales de distinto índice de refracción [142-144]. Actualmente, se están investigando las posibilidades de un nuevo método basado en el desarrollo redes de difracción con perfiles 'blazé' de ángulo variable [145].

Para finalizar, es interesante el diseño de elementos difractivos con funciones análogas a las de sus homólogos refractivos. Sirvan a modo de ejemplo las lentes difractivas varifocales o las lentes difractivas cilíndricas, que permitirán el desarrollo de sistemas acromáticos que realicen operaciones ópticas similares a las de diversos dispositivos ópticos monocromáticos [146-148] pero con luz blanca.

Referencias

- [1] J. A. Qu, H. P. Chang, and S. M. Xiong, "Optical processing of light-induced autofluorescence for characterization of tissue pathology," *Opt. Lett.* **26**, 1268-1270 (2001).
- [2] P. Réfrégier and B. Javidi, "Optical image encryption based on input plane and Fourier plane random encoding," *Opt. Lett.* **20**, 767-769 (1995).
- [3] E. Tajahuerce, J. Lancis, B. Javidi, and P. Andrés, "Optical security and encryption with totally incoherent light," *Opt. Lett.* **26**, 678-680 (2001).
- [4] A. Pu, R. Denkewalter, and D. Psaltis, "Real-time vehicle navigation using a holographic memory," *Opt. Eng.* **36**, 2737-2746 (1997).
- [5] J. Jahns, "Free-space optical digital computing and interconnection," *Prog. Optics* **38**, 419 (1998).
- [6] G. L. Rogers, *Noncoherent Optical Processing* (Willey, New York, 1977).
- [7] W. T. Rhodes and A. A. Sawchuck, "Incoherent optical processing," in *Optical Information Processing: Fundamentals*, S. H. Lee eds. (Springer-Verlag, Berlin, 1981).
- [8] F. T. S. Yu, *White-Light Optical Signal Processing* (Willey, New York, 1985).
- [9] A. W. Lohmann and H. W. Werlich, "Incoherent matched filtering with Fourier holograms," *Appl. Opt.* **10**, 670-672 (1971).
- [10] G. M. Morris and D. A. Zweig, "White-light Fourier transformations," in *Optical Signal Processing*, J. L. Horner eds. (Academic press, San Diego, 1987).
- [11] A. Fares, P. García-Martínez, C. Ferreira, M. Hamdi, and A. Bouzid, "Multi-channel chromatic transformations for nonlinear color pattern recognition," *Opt. Commun.* **203**, 255-261 (2002).
- [12] M. Corbalán, M. S. Millán, and M. J. Yzuel, "Color pattern recognition with CIELAB coordinates," *Opt. Eng.* **41**, 130-138 (2002).
- [13] J. Lancis, *Patrones de difracción de Fresnel y de Fraunhofer acromáticos. Diseño de un correlador de transformada conjunta con luz blanca*, Tesis Doctoral (Universidad de Valencia, 1993).

- [14] E. Tajahuerce, *Procesado óptico de la información con luz blanca mediante sistemas acromáticos*, Tesis Doctoral (Universidad de Valencia, 1998).
- [15] J. Turunen and F. Wyrowski, *Diffractive optics for industrial and commercial applications* (Akademie Verlag, Berlin, 1997).
- [16] H. P. Herzig, *Micro-optics. Elements, systems and applications* (Taylor & Francis, London, 1997).
- [17] D. A. Buralli, G. M. Morris, and J. R. Rogers, "Optical-Performance of Holographic Kinoforms," *Appl. Opt.* **28**, 976-983 (1989).
- [18] J. D. Gaskill, *Linear Systems, Fourier Transforms, and Optics* (Wiley, New York, 1978).
- [19] J. M. Goodman, *Introduction to Fourier Optics* (McGraw-Hill, New York, 1996).
- [20] G. O. Reynolds, J. B. DeVelis, G. B. Parrent, and B. J. Thompson, *Physical Optics Notebook: Tutorials in Fourier Optics* (SPIE & American Institute of Physics, New York, 1989).
- [21] D. Mendlovic, P. García-Martínez, J. García, and C. Ferreira, "Color Encoding for Polychromatic Single-Channel Optical-Pattern Recognition," *Appl. Opt.* **34**, 7538-7544 (1995).
- [22] M. S. Millán, M. J. Yzuel, J. Campos, and C. Ferreira, "Different Strategies in Optical Recognition of Polychromatic Images," *Appl. Opt.* **31**, 2560-2567 (1992).
- [23] A. Vander Lugt, *Optical Signal Processing* (Wiley, New York, 1992).
- [24] J. E. Rau, "Detection of Differences in Real Distributions," *J. Opt. Soc. Am.* **56**, 1490-1494 (1966).
- [25] C. S. Weaver and J. W. Goodman, "A Technique for Optically Convoluting two Functions," *Appl. Opt.* **5**, 1248-1249 (1966).
- [26] A. Vander Lugt, "Signal-Detection by Complex Spatial-Filtering," *IEEE Trans. Inf. Theory* **10**, 139-145 (1964).
- [27] H. Stark, *Applications of Optical Fourier Transforms* (Academic press, Orlando, 1982).
- [28] J. J. Esteve-Taboada, J. García, and C. Ferreira, "Extended scale-invariant pattern recognition with white-light illumination," *Appl. Opt.* **39**, 1268-1271 (2000).
- [29] J. J. Esteve-Taboada, P. Refregier, J. García, and C. Ferreira, "Target localization in the three-dimensional space by wavelength multiplexing," *Opt. Commun.* **202**, 69-79 (2002).

- [30] E. Badique, N. Ohyama, T. Honda, and J. Tsujiuchi, "Color Image Correlation for Spatial Spectral Recognition and Increased Selectivity," *Opt. Commun.* **68**, 91-96 (1988).
- [31] H. J. Caulfield, I. Moreno, J. Campos, and M. J. Yzuel, "Coherent recognition of colored patterns," *Opt. Commun.* **133**, 77-81 (1997).
- [32] M. Kakuta, T. Obi, M. Yamaguchi, and N. Ohyama, "Optical implementation of color image correlation," *Opt. Commun.* **142**, 19-25 (1997).
- [33] D. Mendlovic, M. Deutsch, C. Ferreira, and J. García, "Single-channel polychromatic pattern recognition by the use of a joint-transform correlator," *Appl. Opt.* **35**, 6382-6389 (1996).
- [34] E. Paquet, P. García-Martínez, and I. Moreno, "Invariant optical recognition of color range patterns using image encoding," *Opt. Rev.* **4**, 370-375 (1997).
- [35] F. T. S. Yu and T. H. Chao, "Color Signal Correlation Detection by Matched Spatial-Filtering," *Appl. Phys. B* **32**, 1-6 (1983).
- [36] F. T. S. Yu, "Color Image Recognition by Spectral-spatial Matched Filtering," *Opt. Eng.* **23**, 690-694 (1984).
- [37] J. P. Goedgebuer and R. Gazeu, "Spatially Coherent White-Light Correlator," *Opt. Commun.* **27**, 53-56 (1978).
- [38] S. K. Case, "Pattern-Recognition with Wavelength-Multiplexed Filters," *Appl. Opt.* **18**, 1890-1894 (1979).
- [39] B. Braunecker and O. Bryngdahl, "Multiplex Optical-Processing - Combination of Polychromatic- Light and a Dispersive Element," *Opt. Commun.* **40**, 332-336 (1982).
- [40] L. M. Zerbino and J. P. Goedgebuer, "2-D Wavelength Multiplex Correlator," *Opt. Commun.* **55**, 248-252 (1985).
- [41] F. T. S. Yu, S. Jutamulia, and T. W. Lin, "Real-Time Polychromatic Signal-Detection Using a Color Liquid- Crystal Television," *Opt. Eng.* **26**, 453-460 (1987).
- [42] M. S. Millán, J. Campos, C. Ferreira, and M. J. Yzuel, "Matched-Filter and Phase Only Filter Performance in Color Image Recognition," *Opt. Commun.* **73**, 277-284 (1989).
- [43] C. Ferreira, M. S. Millán, M. J. Yzuel, and J. Campos, "Experimental Results in Color Pattern-Recognition by Multichannel Matched Filtering," *Opt. Eng.* **31**, 2231-2238 (1992).

- [44] J. García, C. Ferreira, J. Campos, S. Bosch, M. S. Millan, and M. J. Yzuel, "Multichannel Rotation-Invariant Pattern-Recognition for Polychromatic Objects Using Circular Harmonic Filters," *Opt. Commun.* **91**, 425-432 (1992).
- [45] A. Attaleb, E. Ahouzi, J. Campos, and M. J. Yzuel, "Optical color pattern recognition with high discrimination capability using binary amplitude phase-only filters," *Opt. Rev.* **6**, 42-48 (1999).
- [46] I. Moreno, V. Kober, V. Lashin, J. Campos, L. P. Yaroslavsky, and M. J. Yzuel, "Color pattern recognition with circular component whitening," *Opt. Lett.* **21**, 498-500 (1996).
- [47] V. Kober, V. Lashin, I. Moreno, J. Campos, L. P. Yaroslavsky, and M. J. Yzuel, "Color component transformations for optical pattern recognition," *J. Opt. Soc. Am. A* **14**, 2656-2669 (1997).
- [48] G. M. Morris, "Diffraction Theory for an Achromatic Fourier Transformation," *Appl. Opt.* **20**, 2017-2025 (1981).
- [49] G. M. Morris, "An Ideal Achromatic Fourier Processor," *Opt. Commun.* **39**, 143-147 (1981).
- [50] C. G. Wyne, "Extending the Bandwidth of Speckle Interferometry," *Opt. Commun.* **28**, 21-25 (1979).
- [51] C. Brophy, "Design of an All-Glass Achromatic-Fourier-Transform Lens," *Opt. Commun.* **47**, 364-368 (1983).
- [52] R. H. Katyl, "Compensating Optical Systems. Part 3: Achromatic Fourier Transformation," *Appl. Opt.* **11**, 1255-1260 (1972).
- [53] G. D. Collins, "Achromatic Fourier-Transform Holography," *Appl. Opt.* **20**, 3109-3119 (1981).
- [54] J. Lancis, P. Andrés, W. D. Furlan, and A. Pons, "All-Diffractive Achromatic Fourier-Transform Setup," *Opt. Lett.* **19**, 402-404 (1994).
- [55] E. Tajahuerce, V. Climent, J. Lancis, M. Fernandez-Alonso, and P. Andrés, "Achromatic Fourier transforming properties of a separated diffractive lens doublet: theory and experiment," *Appl. Opt.* **37**, 6164-6173 (1998).
- [56] R. Ferrière and J. P. Goedgebuer, "Achromatic System for Far-Field Diffraction with Broad-Band Illumination," *Appl. Opt.* **22**, 1540-1545 (1983).
- [57] R. Ferrière and J. P. Goedgebuer, "A Spatially Coherent Achromatic Fourier Transformer," *Opt. Commun.* **42**, 223-225 (1982).

- [58] P. Andrés, J. Lancis, and W. D. Furlan, "White-Light Fourier Transformer with Low Chromatic Aberration," *Appl. Opt.* **31**, 4682-4687 (1992).
- [59] S. Leon and E. N. Leith, "Optical-Processing and Holography with Polychromatic Point- Source Illumination," *Appl. Opt.* **24**, 3638-3642 (1985).
- [60] G. M. Morris and N. George, "Frequency-Plane Filtering with an Achromatic Optical Transform," *Opt. Lett.* **5**, 446-448 (1980).
- [61] J. Lancis, E. E. Sicre, E. Tajahuerce, and P. Andrés, "White-Light Implementation of the Wigner-Distribution Function with an Achromatic Processor," *Appl. Opt.* **34**, 8209-8212 (1995).
- [62] E. Tajahuerce, J. Lancis, V. Climent, and P. Andrés, "Hybrid (refractive-diffractive) Fourier processor: a novel optical architecture for achromatic processing with broadband point-source illumination," *Opt. Commun.* **151**, 86-92 (1998).
- [63] M. Domingo, I. Arias, and A. García, "Achromatic Fourier processor with holographic optical lenses," *Appl. Opt.* **40**, 2267-2274 (2001).
- [64] R. Ferrière, C. Illueca, and J. P. Goedgebuer, "2D Achromatic Correlation in Polychromatic-Light," *J. Opt. (Paris)* **17**, 153-159 (1986).
- [65] M. Schwab, N. Lindlein, J. Schwider, Y. Amitai, A. A. Friesem, and S. Reinhorn, "Compensation of the Wavelength Dependence in Diffractive Star Couplers," *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, 1290-1297 (1995).
- [66] F. T. S. Yu and X. J. Lu, "A Real-Time Programmable Joint Transform Correlator," *Opt. Commun.* **52**, 10-16 (1984).
- [67] S. Q. Zhang and M. A. Karim, "Parallel fuzzy inference and logic processing with a joint transform correlator," *Opt. Eng.* **40**, 2400-2406 (2001).
- [68] I. Juvells, S. Vallmitjana, E. Martín-Badosa, and A. Carnicer, "Optical pattern recognition in motion acquired scenes using a binary joint transform correlation," *J. Mod. Opt.* **44**, 313-325 (1997).
- [69] A. Carnicer, S. Vallmitjana, J. R. D. Moneo, and I. Juvells, "Implementation of an algorithm for detecting patterns in defocused scenes using binary joint transform correlation," *Opt. Commun.* **130**, 327-336 (1996).
- [70] K. H. Fielding, J. L. Horner, and C. K. Makekau, "Optical fingerprint identification by binary joint transform correlation," *Opt. Eng.* **30**, 1958-1961 (1991).

- [71] D. Abookasis, O. Arazi, J. Rosen, and B. Javidi, "Security optical systems based on a joint transform correlator with significant output images," *Opt. Eng.* **40**, 1584-1589 (2001).
- [72] Y. S. Cheng, "Analysis of a White-Light Joint-Transform Correlator With Application to Color-Object Detection," *Opt. Commun.* **99**, 252-263 (1993).
- [73] M. Deutsch, J. García, and D. Mendlovic, "Multichannel single-output color pattern recognition by use of a joint-transform correlator," *Appl. Opt.* **35**, 6976-6982 (1996).
- [74] H. C. Zhai, G. G. Mu, J. Sun, X. S. Zhu, F. L. Liu, H. Kang, and Y. L. Zhan, "Color pattern recognition in white-light joint transform correlation," *Appl. Opt.* **38**, 7238-7244 (1999).
- [75] F. T. S. Yu and Y. S. Cheng, "White-Light Joint-Transform Correlator," *Opt. Lett.* **15**, 192-194 (1990).
- [76] F. T. S. Yu, Z. H. Yang, and K. Pan, "Polychromatic Target Identification with a Color Liquid-Crystal TV - based Joint-Transform Correlator," *Appl. Opt.* **33**, 2170-2172 (1994).
- [77] M. S. Alam and C. N. Wai, "Color pattern recognition using fringe-adjusted joint transform correlation," *Opt. Eng.* **40**, 2407-2413 (2001).
- [78] M. L. Hsieh, K. Y. Hsu, and H. C. Zhai, "Color image recognition by use of a joint transform correlator of three liquid-crystal televisions," *Appl. Opt.* **41**, 1500-1504 (2002).
- [79] J. Lancis, E. Tam, A. Pons, and P. Andrés, "Achromatic White-Light Joint Transform Correlator - Theory and Experiment," *Proc. SPIE* **1983**, 419-420 (1993).
- [80] W. D. Montgomery, "Self-imaging objects of infinite aperture," *J. Opt. Soc. Am.* **57**, 772-778 (1967).
- [81] J. T. Winthrop and C. R. Worthington, "Theory of Fresnel images. I. Plane periodic objects in monochromatic light," *J. Opt. Soc. Am.* **55**, 373-381 (1965).
- [82] K. Patorski, "The Self-Imaging Phenomenon and its Applications," *Prog. Optics* **27**, 3-108 (1989).
- [83] F. T. S. Yu and S. Jutamulia, *Optical Pattern Recognition* (Cambridge University press, New York, 1998).
- [84] J. A. Davis, D. M. Cottrell, N. Nestorovic, and S. M. Highnote, "Space-Variant Fresnel Transform Optical Correlator," *Appl. Opt.* **31**, 6889-6893 (1992).

- [85] J. A. Davis, R. P. Tiangco, D. M. Cottrell, D. C. Oshea, and M. K. Poutous, "Four-plane space-variant Fresnel-transform optical processor with a random phase encoder," *Appl. Opt.* **35**, 3819-3828 (1996).
- [86] F. T. S. Yu, C. Zhang, Y. Jin, and D. A. Gregory, "Non-Conventional Joint-Transform Correlator," *Opt. Lett.* **14**, 922-924 (1989).
- [87] P. Pellat-Finet, "Fresnel Diffraction and the Fractional-Order Fourier-Transform," *Opt. Lett.* **19**, 1388-1390 (1994).
- [88] X. G. Deng, Y. P. Li, Y. Qiu, and D. Y. Fan, "Diffraction interpreted through fractional Fourier transforms," *Opt. Commun.* **131**, 241-245 (1996).
- [89] P. Andrés, W. D. Furlan, G. Saavedra, and A. W. Lohmann, "Variable fractional Fourier processor: A simple implementation," *J. Opt. Soc. Am. A.* **14**, 853-858 (1997).
- [90] D. Mas, C. Ferreira, J. García, and L. M. Bernardo, "From Fresnel patterns to fractional Fourier transform through geometrical optics," *Opt. Eng.* **39**, 1427-1430 (2000).
- [91] H. M. Ozaktas, Z. Zalevsky, and M. A. Kutay, *The Fractional Fourier Transform with Applications in Optics and Signal Processing* (Wiley, London, 2001).
- [92] Z. Zalevsky, D. Mendlovic, and J. H. Caulfield, "Fractional correlator with real-time control of the space - invariance property," *Appl. Opt.* **36**, 2370-2375 (1997).
- [93] A. W. Lohmann and D. Mendlovic, "Fractional joint transform correlator," *Appl. Opt.* **36**, 7402-7407 (1997).
- [94] J. García, R. G. Dorsch, A. W. Lohmann, C. Ferreira, and Z. Zalevsky, "Flexible optical implementation of fractional Fourier transform processors. Applications to correlation and filtering," *Opt. Commun.* **133**, 393-400 (1997).
- [95] A. W. Lohmann, D. Mendlovic, and Z. Zalevsky, "Fractional transformations in optics," *Prog. Opt.* **38**, 265-342 (1998).
- [96] L. M. Bernardo, "Independent adjustment of the scale and the order of polychromatic fractional Fourier transforms," *Opt. Commun.* **176**, 61-64 (2000).
- [97] Z. Zalevsky, I. Raveh, G. Shabtay, D. Mendlovic, and J. García, "Single-output color pattern recognition using a fractional correlator," *Opt. Eng.* **36**, 2127-2136 (1997).
- [98] E. E. Sicre, N. Bolognini, and M. Garavaglia, "Partial Achromatization of the Self-Imaging Phenomenon," *Appl. Opt.* **24**, 929-930 (1985).

- [99] G. Indebetouw, "Polychromatic Self-Imaging," *J. Mod. Opt.* **35**, 243-252 (1988).
- [100] B. Packross, R. Eschbach, and O. Bryngdahl, "Achromatization of the Self-Imaging (Talbot) Effect," *Opt. Commun.* **50**, 205-209 (1984).
- [101] J. Lancis, E. E. Sicre, A. Pons, and G. Saavedra, "Achromatic White-Light Self-Imaging Phenomenon - an Approach Using the Wigner Distribution Function," *J. Mod. Opt.* **42**, 425-434 (1995).
- [102] R. H. Katyl, "Compensating Optical Systems. Part 2: Generation of Holograms With Broad-Band Light," *Appl. Opt.* **11**, 1248-1254 (1972).
- [103] P. Andrés, J. Lancis, E. E. Sicre, and E. Bonet, "Achromatic Fresnel Diffraction Patterns," *Opt. Commun.* **104**, 39-45 (1993).
- [104] J. Lancis, E. Tajahuerce, P. Andrés, V. Climent, and E. Tepichin, "Single-zone-plate achromatic Fresnel-transform setup: Pattern tunability," *Opt. Commun.* **136**, 297-305 (1997).
- [105] E. Tajahuerce, E. Bonet, P. Andrés, C. J. Zapata-Rodriguez, and V. Climent, "White-light-modified Talbot array illuminator with a variable density of light spots," *Appl. Opt.* **37**, 4366-4373 (1998).
- [106] E. Tajahuerce, E. Bonet, J. Lancis, M. T. Gale, and P. Andrés, "Achromatic fan-out diffractive system for white-light free-space optical interconnects," *J. Mod. Opt.* **48**, 831-845 (2001).
- [107] E. Tajahuerce, G. Saavedra, W. D. Furlan, E. E. Sicre, and P. Andrés, "White-light optical implementation of the fractional Fourier transform with adjustable order control," *Appl. Opt.* **39**, 238-245 (2000).
- [108] N. Guerineau, B. Harchaoui, and J. Primot, "Talbot experiment re-examined: demonstration of an achromatic and continuous self-imaging regime," *Opt. Commun.* **180**, 199-203 (2000).
- [109] N. Guerineau, B. Harchaoui, J. Primot, and K. Heggarty, "Generation of achromatic and propagation-invariant spot arrays by use of continuously self-imaging gratings," *Opt. Lett.* **26**, 411-413 (2001).
- [110] A. W. Lohmann, "Matched Filtering with Self-Luminous Objects," *Appl. Opt.* **7**, 561 (1968).
- [111] G. Mu, M. Lu, Y. Sun, and H. Zhai, "Optoelectronic hybrid system for three-dimensional object pattern recognition," in *Optical pattern recognition*, F. T. S. Yu and S. Jutamulia eds. (University Press, Cambridge, 1998).

- [112] G. Saavedra, *Procesado óptico de la información con fuentes incoherentes*, Tesis Doctoral (Universidad de Valencia, 1996).
- [113] F. T. S. Yu and X. X. Chen, "Solar Optical-Processing," *Opt. Commun.* **51**, 377-381 (1984).
- [114] F. T. S. Yu and S. T. Wu, "Color Image Subtraction with Extended Incoherent Sources," *J. Opt.-Nouv. Rev. Opt.* **13**, 183-187 (1982).
- [115] S. P. Almeida, S. K. Case, and W. J. Dallas, "Multispectral Size-Averaged Incoherent Spatial-Filtering," *Appl. Opt.* **18**, 4025-4029 (1979).
- [116] A. Pe'er, D. Y. Wang, A. W. Lohmann, and A. A. Friesem, "Optical correlation with totally incoherent light," *Opt. Lett.* **24**, 1469-1471 (1999).
- [117] A. Pe'er, D. Y. Wang, A. W. Lohmann, and A. A. Friesem, "Achromatic optical correlation," *Opt. Lett.* **25**, 776-778 (2000).
- [118] G. G. Mu, Z. Q. Wang, K. M. Wang, and X. M. Wang, "Lensless Optical-Pattern Recognition Using VFHF and Natural Source," *Optik* **76**, 139-142 (1987).
- [119] Z. Q. Wang, C. M. Cartwright, C. Soutar, and W. A. Gillespie, "Real-Time Color Image Correlation with a Color Liquid-Crystal Television and a Fresnel Holographic Filter," *Appl. Opt.* **32**, 715-717 (1993).
- [120] G. G. Mu, D. Q. Chen, and Z. Q. Wang, "Color-Image Correlation with a Multiwavelength Fresnel Holographic Filter," *Opt. Lett.* **13**, 434-436 (1988).
- [121] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics* (Pergamon, Oxford, 1975).
- [122] A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, Mill Valley, California, 1986).
- [123] A. Yariv, "Imaging of Coherent Fields through Lenslike Systems," *Opt. Lett.* **19**, 1607-1608 (1994).
- [124] A. Pons, *Transformada de Fourier a distancia finita: Aplicaciones en la formación y procesado óptico de imágenes*, Tesis Doctoral (Universidad de Valencia, 1987).
- [125] T. C. Lee and D. Gossen, "Generalized Fourier-transform holography and its applications," *Appl. Opt.* **10**, 961-963 (1971).
- [126] P. Andrés, V. Cilmente, J. Lancis, E. Tajahuerce, M. Fernández-Alonso, and G. Mínguez, "Wavelength Compensation of Broadband Light Diffraction," *Optics & Photonics News* **9**, 19-20 (1998).

- [127] D. Faklis and G. M. Morris, "Broad-Band Imaging with Holographic Lenses," *Opt. Eng.* **28**, 592-598 (1989).
- [128] G. Mínguez Vega, "Diseño de un procesador de Fourier acromático. Aplicación experimental a la correlación de objetos en color," *Trabajo de investigación*, (Universidad de Valencia, 1999).
- [129] J. Lancis, G. Mínguez-Vega, E. Tajahuerce, V. Climent, P. Andrés, and J. Caraquítana, "Chromatic compensation of broadband light diffraction," *J. Opt. Soc. Am. A* (en redacción).
- [130] E. Lau, "Beugungerscheinungen an Doppelrastern," *Ann. Phys.-Berlin* **2**, 417-423 (1948).
- [131] J. C. Barreiro, *Autoimágenes con luz espacialmente coherente e incoherente. Aplicaciones al procesado óptico de información*, Tesis Doctoral (Univeridad de Valencia, 1992).
- [132] M. L. Roblin, "Creation of System of Achromatic Fringes with Variable Pace," **18**, 539 (1971).
- [133] B. J. Chang, R. Alferness, and E. N. Leith, "Space-Invariant Achromatic Grating Interferometers - Theory," *Appl. Opt.* **14**, 1592-1600 (1975).
- [134] G. J. Swanson and E. N. Leith, "Lau Effect and Grating Imaging," **72**, 552-555 (1982).
- [135] J. Lancis, G. Mínguez-Vega, E. Tajahuerce, V. Climent, P. Andrés, and Z. Jaroszewicz, "High-contrast Lau fringes with white light," *19th Congress of the International Commission For Optics* (2002), (enviado).
- [136] J. C. Barreiro, P. Andrés, J. Ojeda-Castaneda, and J. Lancis, "Multiple Incoherent 2D Optical Correlator," *Opt. Commun.* **84**, 237-241 (1991).
- [137] N. George and S. G. Wang, "Cosinusoidal Transforms in White-Light," *Appl. Opt.* **23**, 787-797 (1984).
- [138] S. G. Wang and N. George, "Fresnel Zone Transforms in Spatially Incoherent Illumination," *Appl. Opt.* **24**, 842-850 (1985).
- [139] S. Sinzinger and J. Janhs, *Microoptics* (Wiley-VCH, Berlin, 1999).
- [140] J. Jahns, *Planar Integrated Free-Space Optics* (Taylor&Francis, London, 1997).

- [141] P. Laakkonen, M. Kuittinen, J. Simonen, and J. Turunen, "Electron-beam-fabricated asymmetric transmission gratings for microspectroscopy," *Appl. Opt.* **39**, 3187-3191 (2000).
- [142] Y. Arieli, S. Noach, S. Ozeri, and N. Eisenberg, "Design of diffractive optical elements for multiple wavelengths," *Appl. Opt.* **37**, 6174-6177 (1998).
- [143] Y. Arieli, S. Ozeri, N. Eisenberg, and S. Noach, "Design of a diffractive optical element for wide spectral bandwidth," *Opt. Lett.* **23**, 823-824 (1998).
- [144] K. J. Weible, A. Schilling, H. P. Herzig, and D. Lobb, "Achromatization of the diffraction efficiency of diffractive optical elements," *Proc. SPIE* **3749**, 378-379 (1999).
- [145] G. Mínguez-Vega, A. Thaning, V. Climent, A. Friberg, and Z. Jaroszewicz, "Diffraction efficiency achromatization by random change of the blaze angle," *19th Congress of the International Commission For Optics* (2002), (enviado).
- [146] S. Granieri, M. Tebaldi, and W. D. Furlan, "Parallel fractional correlation: an optical implementation," *Appl. Opt.* **40**, 6439-6444 (2001).
- [147] Y. Zhang, B. Y. Gu, B. Z. Dong, and G. Z. Yang, "Optical implementations of the Radon-Wigner display for one-dimensional signals," *Opt. Lett.* **23**, 1126-1128 (1998).
- [148] S. Granieri, W. D. Furlan, G. Saavedra, and P. Andrés, "Radon-Wigner display: a compact optical implementation with a single varifocal lens," *Appl. Opt.* **36**, 8363-8369 (1997).

Anexo

Publicaciones

Aportación I

Quasi-wavelength-independent broadband optical Fourier transformer

Optics Communications 172, 153-160 (1999)



ELSEVIER

15 December 1999

Optics Communications 172 (1999) 153–160

OPTICS
COMMUNICATIONS

www.elsevier.com/locate/optcom

Full length article

Quasi-wavelength-independent broadband optical Fourier transformer

J. Lancis^a, E. Tajahuerce^a, P. Andrés^{b,*}, G. Mínguez-Vega^a,
M. Fernández-Alonso^a, V. Climent^a

^a *Departament de Ciències Experimentals, Universitat Jaume I, 12071 Castelló, Spain*

^b *Departamento de Óptica, Universitat València, 46100 Burjassot, Spain*

Received 29 April 1999; accepted 2 September 1999

Abstract

The chromatic behaviour associated with diffractive optical elements is exploited herein to design a hybrid (diffractive-refractive) lens triplet showing very great wavelength-compensation capabilities for the Fraunhofer diffraction pattern of any diffracting screen under broadband point-source illumination. Within the paraxial Fresnel diffraction theory, we show that perfect compensation for the axial position of the Fourier transform of the input can be accomplished if we neglect the secondary spectrum of the refractive objective. Simultaneously, an achromatic correction for the scale of the Fraunhofer pattern is achieved. In this way, even for white light, only a low residual transversal chromatic aberration remains. © 1999 Published by Elsevier Science B.V. All rights reserved.

Keywords: Diffractive optics; Fourier optics; Broadband diffraction; Dispersion compensation

1. Introduction

It is well-known that free-space propagation of electromagnetic waves is a physical phenomenon that explicitly depends on the wavelength of the light radiation. This fact results in the chromatic dispersion of the optical field diffracted by an aperture illuminated with a broadband point source. As a matter of fact, the scale of the Fraunhofer diffraction pattern achieved, under plane-wave illumination, at the back focal plane of an ideal nondispersive lens varies linearly with the wavelength. Thus, a strong

lateral chromatic aberration is observed at the above Fraunhofer plane when a broad spectrum source is employed.

Although the above situation has been used to design a multichannel-scale-range-tunable Fourier transforming system [1], in general it restricts the use of Fourier-based optical devices to monochromatic illumination. Broadband dispersion compensation is then required, if our interest is that all the spectral components produce the same effect. In this way, the optical Fourier transform provided by an ideal wavelength-independent Fourier transformer is located in a single Fraunhofer plane and has the same lateral magnification for all the spectral components of the

* Corresponding author. E-mail: pedro.andres@uv.es

broadband point source. Achromatic Fourier transformers meet the above requirements in a first-order approximation [2]. Needless to say, the success in achieving a dispersion-compensated optical Fourier-transform pattern relies on the use of optical elements dispersive in nature.

On the other hand, diffractive lenses (DL's) have demonstrated their inherent capability to compensate for the chromatic dispersion because their optical power is proportional to the wavelength of the incident light. Techniques to fabricate hybrid (diffractive-refractive) imaging achromats are now mature and it is possible to find them from different commercial sources [3]. Advantages with respect to conventional refractive imaging achromats range from the facilities in the design to the aid in the reduction of monochromatic aberrations, such as spherical aberration. In this sense, broadband-compensated Fourier transformers combining diffractive and refractive lenses [4–9] are certainly more appreciated than all-glass achromatic Fourier transform lenses [10]. Although the above optical configurations provide a Fraunhofer diffraction pattern that is achromatic in irradiance, i.e., there is a square phase factor that remains chromatically-distorted, they have made it possible to implement certain Fourier-based achromatic optical processing operations such as matched filtering [4] or diffractive fan-out systems [9].

A scale-tunable achromatic Fraunhofer pattern in irradiance has also been demonstrated by means of an air separated diffractive lens doublet [11,12]. In addition to implement color-invariant spatial-filtering applications [13] and white-light array generators [14], this optical setup has allowed one to obtain a positive or a negative group velocity dispersion and, thus, has been found to be suitable for temporal signal processing applications as well as for communication applications (as pulse compression and dispersion compensation device) [15]. However, in all the above achromatic Fourier transformers and as a result of the achromatic correction, a lateral chromatic error for the Fraunhofer pattern still remains, whereas an extra residual dispersion along the optical axis has been added.

In this communication, we theoretically and experimentally demonstrate that a hybrid lens triplet, constituted by two diffractive lenses and a nondispersive refractive objective located in between, pro-

vides a wavelength-compensated representation in irradiance of the Fraunhofer diffraction pattern of any input object under broadband spherical-wave illumination. In contrast to other setups previously reported, the optical Fourier transform pattern is just achieved at the same axial location for all the spectral components of the broadband source with no restriction on the source spectral width, if both the separation between the three lenses and their focal lengths are properly chosen. Besides, an achromatic correction for the scale is obtained if the position of the input is properly selected.

The constraints in the design are derived within the framework of the paraxial diffraction theory in terms of $ABCD$ matrices [16]. Furthermore, the analytical expression for both the field distribution in the Fraunhofer plane and the residual transversal chromatic aberration are derived. In order to show the noteworthy features of our proposal, we carry out a white-light reconstruction of a computer-generated Fourier hologram with no chromatic distortion.

2. Hybrid (diffractive-refractive) broadband optical Fourier transformer

To discuss the key for implementing our dispersion-compensated broadband Fourier transformer, first let us remember that the image focal length Z of a DL is proportional to the wave number σ of the incident light, $Z = Z_0 \sigma / \sigma_0$. The constant Z_0 is simply the value of the focal length for the reference wave number σ_0 . Next, we consider the lens arrangement shown in Fig. 1. DL_1 and DL_2 are two diffractive lenses, with image focal lengths Z_0 and Z'_0 for the reference wave number σ_0 , and the nondispersive refractive objective L , with positive focal length f , is located in between. Axial distances s and s' denote arbitrary, but fixed, spacings between the optical elements.

The broadband point source S is imaged through DL_1 . Therefore, the diffracting aperture, with amplitude transmittance $t(x, y)$ and inserted between DL_1 and L , is illuminated with the resulting axially-dispersed source that, thus, consists of a continuum of point sources each radiating at a different wavelength. In this way, the monochromatic amplitude

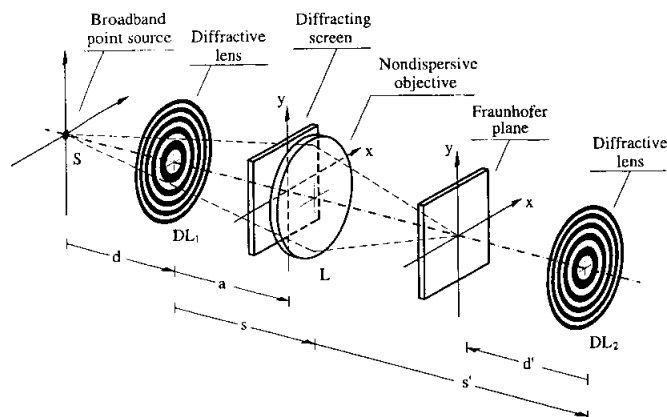


Fig. 1. Hybrid (diffractive-refractive) lens triplet producing a quasi-wavelength-independent Fourier transformation. Although the axial distance d' is negative in this configuration, a real Fraunhofer plane can be obtained by choosing properly the axial location of S .

distribution, for the wave number σ , over the object plane, $U_{in}(x, y; \sigma)$, is given by

$$U_{in}(x, y; \sigma) = \exp\left\{\frac{i\pi\sigma}{z(\sigma)}(x^2 + y^2)\right\}t(x, y), \quad (1)$$

where some constant factors have been omitted and the paraxial approximation for a spherical wave has been used. In the above equation, the quantity $z(\sigma)$ stands for

$$z(\sigma) = a - \left[\frac{\sigma_0}{Z_0\sigma} - \frac{1}{d}\right]^{-1}, \quad (2)$$

where d and a denote oriented axial distances between S and DL_1 and between DL_1 and the diffracting screen, respectively.

Within the framework of the paraxial diffraction theory, the monochromatic field amplitude, for the wave number σ , over the output plane located at a distance d' from DL_2 , $U_{out}(x, y; \sigma)$, is obtained propagating the complex field distribution $U_{in}(x, y; \sigma)$ through the remaining optical system by use of the Fresnel diffraction integral. The above task can be accomplished in one step using the overall wavelength-dependent $ABCD$ matrix elements corresponding to the propagation between the input and the output planes [16]. In this way, and

aside from some irrelevant constant factors, we can write

$$U_{out}(x, y; \sigma) = \exp\left[i\pi\sigma\frac{D}{B}(x^2 + y^2)\right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} i(x', y') \\ \times \exp\left[i\pi\sigma\frac{A}{B}(x'^2 + y'^2)\right] \\ \times \exp\left[-\frac{i2\pi\sigma}{B}(xx' + yy')\right] dx' dy'. \quad (3)$$

Note that in order to write Eq. (3), we have extracted the wavelength-dependent quadratic phase factor, $\exp[i\pi\sigma(x^2 + y^2)/z(\sigma)]$, from the actual light distribution at the input plane. In this way, the propagation between the above-mentioned planes can be modeled by the following collection of elements: a fictitious dispersive lens of focal length $-z(\sigma)$, a free-space propagation of length $(s - a)$, a lens of focal length f , a free-space propagation of length s' , the diffractive lens DL_2 , and, finally, a free-space propagation of length d' .

The above sequence of operations can be represented by an overall wave matrix $ABCD$, which results from the product of wave matrices associated either with a free-space propagation or to a passage

through a lens multiplied in the reverse of the order in which the operations are encountered. In mathematical terms,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & d' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\sigma_0/Z_0\sigma & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s-a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/z(\sigma) & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4)$$

After a long but direct calculation, it is straightforward to show that the matrix coefficients A , B , and C are given by the expressions

$$\begin{aligned} A(\sigma) &= \left[1 - \frac{d\sigma_0}{Z_0\sigma} \right] \left[1 + \frac{s-a}{z} \left(1 - \frac{s'}{f} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{s'}{z} \left(1 - \frac{z}{f} \right) \right] + \frac{d'}{z} \left(1 - \frac{z}{f} - \frac{s-a}{f} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} B(\sigma) &= \left[1 - \frac{d\sigma_0}{Z_0\sigma} \right] \left[(s-a) \left(1 - \frac{s'}{f} \right) + s' \right] \\ &\quad + d' \left(1 - \frac{s-a}{f} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} C(\sigma) &= \frac{\sigma_0}{Z_0\sigma} \left[1 + \frac{s-a}{z} \left(1 - \frac{s'}{f} \right) + \frac{s'}{z} \left(1 - \frac{z}{f} \right) \right] \\ &\quad + \frac{1}{z} \left(1 - \frac{z}{f} - \frac{s-a}{f} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Needless to say that the matrix coefficient D can be determined from Eqs. (5)–(7) taking into account that for a lossless system the wave matrix $ABCD$ is unitary, i.e., $AD - BC = 1$.

Except for an irrelevant quadratic phase factor, the field amplitude at the output plane, hereafter named the Fraunhofer plane, is a scale version of the Fourier transform of the input transmittance $t(x, y)$ provided that

$$A(\sigma) = 0, \quad (8)$$

for all the wave numbers σ . Eq. (8) requires that the quadratic phase factor inside the integral in Eq. (3) remains equal to unity for all values of the spatial

coordinates x' and y' . Taking into account Eqs. (2) and (5), and after some algebraical manipulations, Eq. (8) leads to the constraints

$$s' = \frac{fs}{(s-f)}, \quad Z_0' = -\frac{f^2 Z_0}{(s-f)^2}, \quad (9a)$$

and

$$d' = -d \frac{f^2}{(s-f)(d+s-f)}. \quad (9b)$$

Eq. (9a) admits a simple geometrical interpretation, namely, DL_1 and DL_2 must have opposite convergence and, aside from this sign, must be conjugated through the refractive objective L . Note that to reach the above goal DL_1 must be located in front of the object focal plane of the positive objective L , i.e., $s > f$. Moreover, Eq. (9b) can be reformulated as

$$\frac{1}{d+s} + \frac{1}{d'+s'} = \frac{1}{f}.$$

Therefore, we recognize that the transversal plane containing the broadband point source S and the Fraunhofer plane show a wavelength-independent object-image relationship through the objective L . So, the Fraunhofer plane is located at the same axial location for all the spectral components of the broadband point source. It is apparent that we have been able to compensate the action of both diffractive lenses.

From an experimental point of view it is interesting to select the axial distances s and s' such that $s = s' = 2f$. By inserting this result into Eq. (9a), we derive that $Z_0' = -Z_0$. From now on and with no lack of generality, we restrict our analysis to this case. Moreover, in order to yield access to the spectral content of the input object we must obtain a real Fourier transform, i.e., $d' > 0$. From Eq. (9b) and with the above choice, we recognize that this later fact implies that $-f < d < 0$. Therefore, DL_1 must be illuminated by a broadband converging spherical wavefront. Another choice of the value of d leads to a virtual Fraunhofer plane, and in this case an additional refractive objective is required to produce a real image.

Next, we focus our attention on the wavelength dependence of the scale of the Fraunhofer diffraction

pattern. Considering the linear phase factor in Eq. (3), we find that, for the wave number σ , the scale factor of the Fourier transform is

$$\frac{x(\sigma)}{u} = \frac{y(\sigma)}{v} = \frac{B(\sigma)}{\sigma} = M \left[\frac{ad\sigma_0}{Z_0\sigma^2} - \frac{a+d}{\sigma} \right], \tag{10}$$

where u and v are spatial frequencies and $M = -f/(d+f)$ is the lateral magnification between the conjugated planes through L containing the point source and the Fourier transform. In order to reach the above result, we have inserted the forms for s' , Z_0 , and d' from Eqs. (9a) and (9b), with $s = 2f$, into Eq. (6). The functional dependence of the scale factor on σ , stated by Eq. (10), indicates that the scaling of the Fourier transform is still wavelength dependent. So, a transversal chromatic error appears. An achromatic correction can be achieved if the derivative of the scale factor with respect to σ vanishes at a certain design wave number σ_0 . In this way, the function $B(\sigma)/\sigma$ has a stationary value. In mathematical terms, we require

$$\left. \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{B(\sigma)}{\sigma} \right] \right|_{\sigma_0} = 0. \tag{11}$$

Eq. (11) leads to the constraint

$$a = \frac{dZ_0}{2d - Z_0}, \tag{12}$$

which fixes, in terms of d and Z_0 , the axial location of the diffracting screen.

By using the dimensionless parameters $\alpha = d/f$ and $\beta = Z_0/f$, the condition to achieve a real Fraunhofer plane is now written as $-1 < \alpha < 0$. Moreover, Eq. (12) can be rewritten as

$$\frac{a}{f} = \frac{\alpha\beta}{2\alpha - \beta}. \tag{13}$$

Note that the input transparency is located between DL_1 and L , and we assume $s = 2f$. Hence, the quotient (a/f) must be a positive quantity limited to the range $[0, 2]$. From Eq. (13), we infer that any positive choice of β ensures a physically realizable location for the diffracting screen when $-1 < \alpha < 0$. With the prescribed choice, DL_1 should be chosen as a positive diffractive lens.

From an experimental point of view, the total length $L = 4f + d'$ of the optical arrangement in Fig. 1 is another design quantity of practical concern. In terms of the parameter α , we obtain

$$\frac{L}{f} = \frac{3\alpha + 4}{\alpha + 1}, \tag{14}$$

as can be easily demonstrated considering the form for d' given by Eq. (9b). We note that a value of α close to -1 leads to a large value for L .

Finally, by inserting Eq. (13) into Eq. (10) and in terms of the parameters α and β , we find that the scaling of the dispersion-compensated Fraunhofer diffraction pattern is

$$\begin{aligned} \frac{x(\sigma)}{u} = \frac{y(\sigma)}{v} = \frac{B(\sigma)}{\sigma} \\ = \frac{\alpha^2(2\sigma - \sigma_0)}{(\alpha + 1)(2\alpha - \beta)\sigma^2} f. \end{aligned} \tag{15}$$

As indicated by Eq. (3), a quadratic phase error, which is wavelength dependent, multiplies the different monochromatic replicas of the Fourier transform. Here, we do not take into account the above phase curvature since we are interested in a quasi-wavelength-independent transform in irradiance.

3. Residual transversal chromatic aberration and experimental verification

As a result of the chromatic compensation procedure carried out by our optical proposal, only a residual transversal chromatic aberration, $TCA(\sigma)$, remains. There is no axial chromatic error. A good indication of the value of TCA , expressed as a percentage, could be given by the fractional difference

$$TCA(\sigma) = 100 \frac{x(\sigma_0) - x(\sigma)}{x(\sigma_0)}. \tag{16}$$

Inserting Eq. (15) into Eq. (16), it is straightforward to show that

$$TCA(\sigma) = 100 \frac{(\sigma - \sigma_0)^2}{\sigma^2}. \tag{17}$$

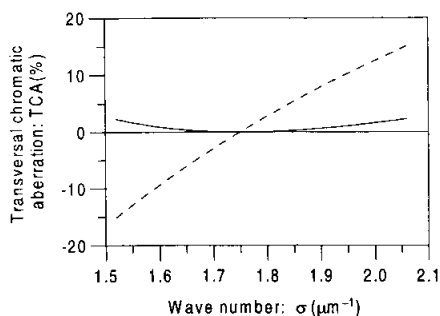


Fig. 2. Plot of the functional dependence on σ of the transversal chromatic aberration associated with the Fraunhofer diffraction pattern provided by: (a) the novel optical arrangement proposed in Fig. 1 (solid curve), and (b) a conventional nondispersive objective (dashed line). In both cases we assume white-light illumination.

The variation of the residual chromatic aberration versus σ is dependent only on the choice of the parameter σ_0 . From a practical point of view, it is convenient to choose the reference wave number σ_0 in such a way that $TCA(\sigma_1) = TCA(\sigma_2)$, where σ_1 and σ_2 denote the effective end wave numbers of the broad spectrum source. In this way, in the Fraunhofer plane we obtain, with the same scale factor, the optical Fourier transform of the input for two different wave numbers. From Eq. (17) this value of σ_0 is

$$\sigma_0 = 2 \frac{\sigma_1 \sigma_2}{(\sigma_1 + \sigma_2)}. \quad (18)$$

Eq. (18) is equivalent to selecting the reference wavelength λ_0 as the arithmetical mean between the extreme wavelengths λ_1 and λ_2 .

A plot of the function $TCA(\sigma)$ is shown as solid curve in Fig. 2. In this plot we assume that $\sigma_1 = \sigma_C = 1.52 \mu\text{m}^{-1}$ and $\sigma_2 = \sigma_F = 2.06 \mu\text{m}^{-1}$, which correspond, respectively, to the Fraunhofer lines labeled C and F for the visible spectrum. Hence, according to Eq. (18) we select $\sigma_0 = 1.75 \mu\text{m}^{-1}$. For comparison the functional dependence, evaluated in an identical way, on the wave number of the transversal chromatic aberration associated with the Fraunhofer diffraction pattern provided by an ideal

nondispersive refractive lens is shown as dashed line in Fig. 2. In this case,

$$TCA(\sigma) = 100 \frac{(\sigma - \sigma_0)}{\sigma}. \quad (19)$$

For our optical arrangement it is obvious that the maximum value of the function $TCA(\sigma)$, denoted by TCA_M , is achieved at both extreme wave numbers. From Eqs. (16) and (17) TCA_M yields

$$TCA_M = 100 \left[1 + 2 \frac{1 - \sqrt{1 + (\Delta\sigma/\sigma_0)^2}}{(\Delta\sigma/\sigma_0)^2} \right], \quad (20)$$

where $\Delta\sigma$ stands for the effective spectral bandwidth of the illuminating source, $\Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1$. The dependence of TCA_M on $\Delta\sigma$ for $\sigma_0 = 1.75 \mu\text{m}^{-1}$ is shown by solid curve in Fig. 3. As above, the variation on $\Delta\sigma$ of the maximum value of the transversal chromatic aberration given by a refractive lens is shown by dashed line in the same figure. In this case, considering Eq. (19) we obtain

$$TCA_M = TCA(\sigma_2) - TCA(\sigma_1) = 200 \frac{\Delta\sigma/\sigma_0}{1 + \sqrt{1 + (\Delta\sigma/\sigma_0)^2}}. \quad (21)$$

The examination of both plots in Fig. 3 reveals that the chromatic compensation carried out by our optical arrangement is a factor of the order of 10 even for white light ($\Delta\sigma = 0.5 \mu\text{m}^{-1}$). It should be emphasized that our optical design is completely free from longitudinal chromatic aberration.

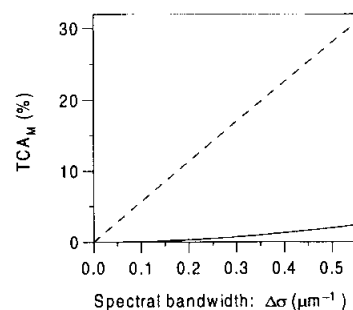


Fig. 3. Graphical representation of the maximum value of the transversal chromatic aberration versus the spectral bandwidth $\Delta\sigma$ of the illuminating source for: (a) the optical arrangement in Fig. 1 (solid curve), and (b) a refractive objective (dashed line). The design wave number was $\sigma_0 = 1.75 \mu\text{m}^{-1}$ in both cases.

To verify experimentally the behavior of our quasi-wavelength-independent optical Fourier transformer, we constructed the optical arrangement in Fig. 1 by following the prescriptions of Eqs. (9a) and (9b), with $s = 2f$, and (12). A spherical white-light beam created from a high-pressure Xenon arc lamp impinging on the diffractive lens DL_1 . For the practical implementation we choose two DL s with image focal distances $Z = 100$ mm and $Z' = -100$ mm for the wavelength $\lambda = 514$ nm. Both lenses are continuous-relief diffractive elements constructed with half-tone mask technology. Experimental diffraction efficiency for the principal focal length was measured to be approximately of 80%. On the other hand, the focal distance of the achromatic objective f and the dimensionless parameter α were chosen as 100 mm and -0.5 , respectively. Hence, with a

selection of σ_0 in accordance with Eq. (18), i.e., $\sigma_0 = 1.75 \mu\text{m}^{-1}$, β was 0.90. In this way, $s = s' = 200$ mm, $d = -50$ mm, $a = 23.68$ mm, and the white-light Fraunhofer diffraction pattern of the input transparency was achieved at a distance $d' = 100$ mm of DL_2 .

The diffracting object was a conventional computer-generated Fourier hologram. Fig. 4a shows a gray-level picture of the irradiance distribution at the Fraunhofer plane of our hybrid lens triplet. Reconstruction of the Fourier hologram with white light was successfully achieved. For comparison, a gray-level representation of the white-light Fourier transform of the same Fourier hologram provided by a spherical refractive lens is shown in Fig. 4b. Note the severe chromatic-blurring effects that greatly distort the hologram reconstruction.

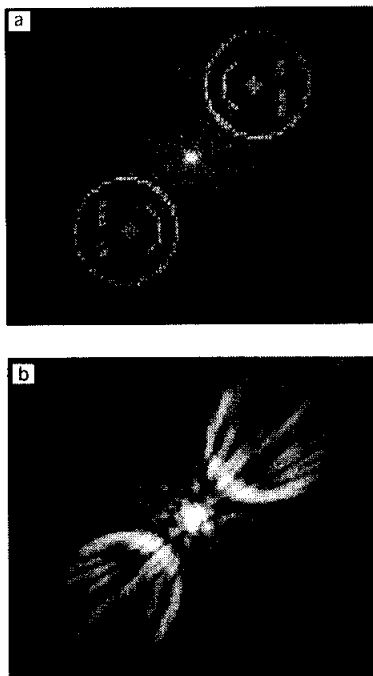


Fig. 4. Reconstruction of a conventional computer-generated Fourier hologram under white-light illumination. Grey-tone picture of the irradiance distribution at the Fraunhofer plane of: (a) the quasi-wavelength-independent Fourier transformer in Fig. 1, (b) a refractive Fourier-transform objective.

4. Conclusions

In summary, broadband dispersion compensation for the Fraunhofer diffraction pattern of any input transparency has been carried out by means of a hybrid (diffractive-refractive) air-separated lens triplet constructed in the laboratory from commercially available lens elements. Light propagation through our dispersion-compensated broadband Fourier transformer has been analyzed into the framework of wave optics by use of the paraxial Fresnel diffraction theory in terms of $ABCD$ matrices. In this way, for the first time we have derived the constraints, which link the focal distances and the separation between the three conventional lenses, that allow us to achieve perfect wavelength compensation for the axial position of the Fourier transform of the input, if we neglect the secondary spectrum of the refractive objective. Simultaneously, an achromatic correction for the scale of the Fraunhofer pattern has been achieved by placing properly the diffracting screen along the optical axis, providing finally a quasi-wavelength-independent optical Fourier transformer. A simple analytical expression for evaluating the low residual transversal chromatic aberration of our broadband Fourier transformer has been obtained. Results of laboratory experiments concerning the white-light reconstruction of a computer-generated Fourier hologram show the practical capabilities of



Aportación II

All-incoherent dispersion-compensated optical correlator

Optics Letters **24**, 1331-1334 (1999)

All-incoherent dispersion-compensated optical correlator

P. Andrés

Departamento de Óptica, Universitat de València, 46100 Burjassot, Spain

V. Climent, J. Lancis, G. Mínguez-Vega, and E. Tajahuerce

Departamento de Ciències Experimentals, Universitat Jaume I, 12080 Castelló, Spain

A. W. Lohmann

Lehrstuhl für Nachrichtentechnik I, Universität Erlangen-Nürnberg, 91058 Erlangen, Germany

Received May 24, 1999

We report on a simple, spatially incoherent, wavelength-independent imaging system that, in contrast to the conventional case, exhibits a dispersion-compensated point-spread function. Our hybrid (diffractive-refractive) three-lens imaging configuration thus acts as an all-incoherent dispersion-compensated optical irradiance correlator. So the optical arrangement is well adapted to processing color information (both spatially and temporally incoherent) under natural illumination. © 1999 Optical Society of America
 OCIS codes: 050.1970, 070.4560, 070.4550, 070.5010, 220.4830, 220.1000.

Several attempts have been made to extend conventional coherent optical Fourier techniques either to temporally or to spatially incoherent illumination. In essence, a spatially incoherent spatial-filtering system is an imaging system for which the incoherent point-spread function (PSF) has been tailored for a particular task. Specifically, the irradiance distribution at the output plane of this optical setup is given by the convolution integral between the image irradiance distribution predicted by geometrical optics and the incoherent PSF.

However, the scale of the incoherent PSF—the squared modulus of the Fourier transform of the pupil amplitude transmittance—in general varies linearly with the wavelength and thus shows severe chromatic distortion.¹ This fact makes clear that only a narrow spectral bandwidth can be used in a spatially incoherent processor if our interest is in ensuring that the PSF remains chromatically undistorted.² The heart of our broadband dispersion-compensation procedure lies in achieving the different monochromatic versions of the incoherent PSF with the same scale factor.

To this end we recall that appropriate combinations of refractive and diffractive lenses allow us to achieve the achromatic Fraunhofer diffraction pattern of any transparency under white-light point-source illumination.^{3–6} A scale-tunable achromatic Fourier transform has also been demonstrated by means of a diffractive lens doublet.^{7,8} These setups have made it possible to implement a variety of Fourier-based achromatic processing operations.^{7,9–11}

The ideas expressed above are the keys to designing our all-incoherent optical processor. In other words, we have developed a wavelength-independent spatially incoherent imaging setup that is able to perform an achromatic Fourier transformation in irradiance of its exit pupil, and consequently the setup has a wavelength-compensated PSF.

Let us consider the hybrid (diffractive-refractive) imaging setup shown in Fig. 1. DL₁ and DL₂ are two

kinoform diffractive lenses, with principal focal lengths Z_0 and Z_0' for the design wave number σ_0 ($\sigma_0 = 1/\lambda_0$, where λ_0 is a reference wavelength). The nondispersive refractive objective L, with positive focal length f , is located between the diffractive lenses. Axial distances s and s' denote arbitrary but fixed spacings between the optical elements. This optical architecture is a particular case of the general three-lens configuration studied by Faklis and Morris.¹² Here we describe its operation as follows:

Let the input object O, which is incoherently illuminated, be located at a distance d from DL₁. First, we are interested in achieving a final image O' that is independent of wavelength, if we neglect the secondary spectrum of lens L. Using elementary geometrical-optics concepts, we recognize that the position and the scale factor of O' are the same for all the wavelengths when DL₁ and DL₂ are conjugated through L and DL₂ has the same focal distance as that of the image of DL₁ through L but opposite sign. These two requirements are expressed in mathematical terms by $s' = -Ms$ and $Z_0' = -M^2Z_0$, where $M = -f/(s - f)$ is the lateral magnification between the

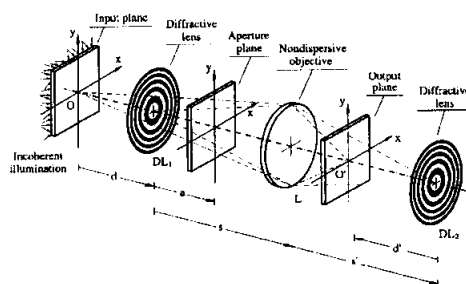


Fig. 1. Schematic diagram of our all-incoherent optical processor. See text for definitions.

0146-9592/99/191331-03\$15.00/0

© 1999 Optical Society of America

conjugated planes where DL₁ and DL₂ are placed. A calculation by use of Fresnel diffraction theory leads to the same results if we do not consider the finite size of the lenses. In this way the action of DL₁ is really canceled by DL₂, and the image O' appears only at the conjugate plane of O through L, that is, at a distance d' from DL₂, such that d' = -MM₀d, where M₀ = -f/(d + s - f) is the lateral magnification between the planes O and O'. In general, the final image is virtual, and an additional refractive nondispersive objective placed behind DL₂ is required for production of a real output.

Next we consider the effect of a finite aperture in our setup. We assume that the aperture stop, with amplitude transmittance p(x, y), is located between DL₁ and L. Now we evaluate the monochromatic incoherent PSF, h_I(x, y; σ), that is, the monochromatic irradiance distribution for an arbitrary wave number σ at the image plane that is due to a single-point radiator located at the center of the object plane. To this end we first recognize that the amplitude distribution for the wave number σ over the aperture plane is U(x, y; σ) = exp[iπσ(x² + y²)/z]p(x, y). Here, this quadratic phase factor takes into account the spherical illumination of the aperture from an axially dispersed source, the image of O through DL₁. Thus z stands for a - [σ₀/(Z₀σ) - (1/d)]⁻¹, where a denotes the distance between DL₁ and the aperture plane. Second, the incoherent PSF is obtained by propagation of the function U(x, y; σ) through the remaining part of the optical system by use of the Fresnel diffraction integral. This task can be done in one step by use of the ABCD matrix corresponding to the propagation between the aperture plane and the output.¹³ In this way, and aside from some irrelevant factors, we can write

$$h_I(x, y; \sigma) = \left| \iint_{-\infty}^{\infty} p(x', y') \exp \left[i\pi\sigma \frac{A}{B} (x'^2 + y'^2) \right] \times \exp \left[-\frac{i2\pi\sigma}{B} (xx' + yy') \right] dx' dy' \right|^2. \quad (1)$$

To evaluate Eq. (1) we must model the propagation of interest by the following collection of elements: a fictitious dispersive lens of focal length -z, a free-space propagation of length (s - a), the objective L, a free-space propagation of length s', the diffractive lens DL₂, and, finally, a free-space propagation of length d'.

Taking into account the form of the ABCD matrices that correspond either to free propagation or to the passage through a lens,¹³ we can show straightforwardly that the overall matrix coefficients A and B are given by

$$A = 0, \quad B(\sigma) = M_0 \left[\frac{ad\sigma_0}{Z_0\sigma} - (a + d) \right]. \quad (2)$$

The condition A = 0 is equivalent to achieving a wavelength-independent image at the output plane. From Eqs. (1) and (2), we recognize that h_I(x, y; σ)

can be found from the squared modulus of the Fourier transform of p(x, y) for any σ. Mathematically,

$$h_I(x, y; \sigma) = \left| \bar{p} \left(\frac{x}{\beta(\sigma)}, \frac{y}{\beta(\sigma)} \right) \right|^2, \quad (3)$$

where \bar{p} denotes the two-dimensional Fourier transform of p and β(σ) stands for B(σ)/σ.

The functional dependence of the scale factor β on σ indicates that the scaling of the incoherent PSF is wavelength dependent. An achromatic correction for the scale can be achieved if the derivative of the function β(σ) vanishes at a certain design wave number σ₀. In mathematical terms, we require that

$$\left. \frac{\partial \beta(\sigma)}{\partial \sigma} \right|_{\sigma_0} = 0. \quad (4)$$

Equation (4) leads to the constraint that a = dZ₀/(2d - Z₀), which fixes the axial location of the aperture plane in terms of d and Z₀. Finally, we find that the scaling of the dispersion-compensated PSF is

$$\beta(\sigma) = \frac{M_0 d^2}{2d - Z_0} \frac{\sigma_0 - 2\sigma}{\sigma^2}. \quad (5)$$

As a result of the achromatic correction, a low residual scaling chromatic error (SCE) remains. A good indication of the value of the SCE, expressed as a percentage, is given by the fractional difference

$$\text{SCE}(\sigma) = 100 \frac{\beta_0 - \beta(\sigma)}{\beta_0} = 100 \frac{(\sigma - \sigma_0)^2}{\sigma^2}, \quad (6)$$

where β₀ = β(σ₀). A plot of the function SCE(σ) is shown in Fig. 2. For this plot we select σ₀ = 1.75 μm⁻¹ and assume that the extreme wave numbers of the broad spectrum source are σ₁ = σ_C = 1.52 μm⁻¹ and σ₂ = σ_F = 2.06 μm⁻¹, which correspond to the Fraunhofer lines of the visible spectrum that are labeled C and F. The optical setup in Fig. 1 exhibits a dispersion-compensated PSF with a maximum SCE of less than 2.5% over the whole visible region.

Finally, we are concerned with the irradiance distribution at the output plane when an input object irradiance I₀(x, y) is considered rather than a single radiator.

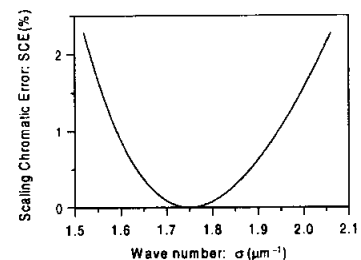


Fig. 2. SCE associated with the incoherent PSF of the optical setup of Fig. 1. In this representation we assume white-light illumination.

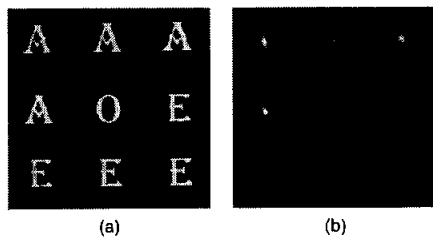


Fig. 3. Color-pattern recognition experiment with natural light: (a) Black-and-white picture of the input object, consisting of a set of colored letters. From left to right, the characters in the top and bottom rows are green, red, and blue. All the characters in the middle row are white. (b) Gray-level picture of the color-correlation peaks of the letter A. From left to right, the correlation peaks in the top row are green, red, and blue. A white correlation signal is achieved in the middle row (left-hand side).

As the optical setup in Fig. 1 is a spatially incoherent wavelength-independent imaging system that is both linear and shift invariant, the image irradiance distribution $I_F(x, y)$ can be written, in a first-order approximation, as

$$I_F(x, y) = I_0 \left(\frac{x}{M_0}, \frac{y}{M_0} \right) * \left| \tilde{p} \left(\frac{x}{\beta_0}, \frac{y}{\beta_0} \right) \right|^2, \quad (7)$$

where the asterisk denotes convolution. Under this approximation, a convolution integral between the spatially incoherent nearly wavelength-independent PSF and the geometrical image distribution is achieved. Now it is possible to perform a wide variety of color optical operations with natural light by specific tailoring of the aperture transmittance $p(x, y)$.

As a first example, we carry out a color-pattern recognition experiment with natural light. To this end, we need a dispersion-compensated incoherent PSF that is, aside from a sign change, the signal $I_T(x, y)$ that we want to detect. When $I_T(x, y)$ is a binary function, the aperture can be implemented as a conventionally scaled matched filter, $\tilde{I}_T^*(xM_0/\beta_0, yM_0/\beta_0)$, made for coherent filtering.² Moreover, an aperture transmittance that is matched to the target embedded over a random phase improves light efficiency.

With this aim, the optical arrangement in Fig. 1 was constructed. We note that, to reduce the total length of the optical setup, it is interesting to select s and s' such that $s = s' = 2f$. With this choice, $M = -1$, $Z_0' = -Z_0$, and $d' = -fd/(d + f)$. In our experiment, $Z_0 = -Z_0' = 90.21$ mm for $\sigma_0 = 1.75 \mu\text{m}^{-1}$, $f = 100$ mm, and $d = 75$ mm. Both diffractive lenses were

continuous-relief diffractive elements constructed with half-tone mask technology. So, to satisfy the achromatic scale requirement, we fixed the distance a at 113.16 mm. Figure 3(a) shows a gray-level picture of the color input. The input object was illuminated with a spatially incoherent white-light beam from a high-pressure xenon lamp. The aperture transmittance was constructed as a computer-generated Fourier hologram matched to the letter A. Figure 3(b) shows a gray-level representation of the color-irradiance distribution at the output plane of the optical setup in Fig. 1. High autocorrelation signals in the chromatic channels where the letter A is present are clearly noticeable.

In conclusion, we have demonstrated and verified experimentally an optical processor that works under natural light and exhibits a nearly wavelength-compensated incoherent PSF. This processor allows us to deal with self-luminous color inputs and to perform, with a single filter, the same spatial-filtering operation for all the spectral channels of the illumination simultaneously.

This work was supported by an agreement between the Universitat Jaume I and the Fundació Caixa Castelló (grant P1B98-14), Spain. G. Mínguez-Vega gratefully acknowledges the financial support from the above agreement. P. Andrés's e-mail address is pedro.andres@uv.es.

References

1. J. L. Horner, *Optical Signal Processing* (Academic, San Diego, Calif., 1987), Chap. 2.
2. A. W. Lohmann and H. W. Werlich, *Appl. Opt.* **10**, 670 (1971).
3. R. H. Katyl, *Appl. Opt.* **11**, 1255 (1972).
4. G. M. Morris, *Appl. Opt.* **20**, 2017 (1981).
5. P. Andrés, J. Lancis, and W. D. Furlan, *Appl. Opt.* **31**, 4682 (1992).
6. M. Schwab, N. Lindlein, J. Schwider, Y. Amitai, A. A. Friese, and S. Reinhold, *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, 1290 (1995).
7. E. Tajahuerce, V. Climent, J. Lancis, M. Fernández-Alonso, and P. Andrés, *Appl. Opt.* **37**, 6164 (1998).
8. P. Andrés, V. Climent, J. Lancis, E. Tajahuerce, M. Fernández-Alonso, and G. Mínguez, *Opt. Photon. News* **9**(12), 19 (1998).
9. E. Tajahuerce, J. Lancis, V. Climent, and P. Andrés, *Opt. Commun.* **151**, 86 (1998).
10. E. Tajahuerce, P. Andrés, J. Lancis, M. Fernández-Alonso, and V. Climent, *J. Mod. Opt.* **46**, 49 (1999).
11. D. Mendlovic, Z. Zalevsky, and P. Andrés, *Optik* **110**, 45 (1999).
12. D. Faklis, and G. M. Morris, *Opt. Eng.* **28**, 592 (1989).
13. A. E. Siegman, *Lasers* (University Science, Mill Valley, Calif., 1986).



Publicación III

Scale-tunable optical correlation with natural light

Applied Optics **40**, 5911-5920 (2001)

Scale-tunable optical correlation with natural light

Gladys Mínguez-Vega, Jesús Lancis, Enrique Tajahuerce, Vicent Climent, Mercedes Fernández-Alonso, Amparo Pons, and Pedro Andrés

We describe two different scale-tunable optical correlators working under totally incoherent light. They behave as spatially incoherent wavelength-independent imaging systems with an achromatic point-spread function (PSF). In both cases it is possible to adapt the scale of the achromatic PSF, i.e., to modify the scaling factor of the PSF and preserve the chromatic compensation, by one's shifting the input along the optical axis. The remarkable properties of these systems allow us to carry out a scale-tunable color pattern-recognition experiment with natural light. © 2001 Optical Society of America
OCIS codes: 050.1970, 070.4560, 070.4550, 070.5010, 220.4830, 220.1000.

1. Introduction

The optical matched-filtering technique introduced by Vander Lugt¹ is at present a paradigm in coherent optical data processing. Processors based on this approach have been applied with success in security, pattern recognition, and other optical applications.²⁻⁶ However, in the different variations of Vander Lugt's procedure the input object must be illuminated with a monochromatic point source. This fact introduces several important drawbacks that hamper further improvements. In particular, the efficiency is limited by coherent artifact noise, and the requirement of high mechanical stability is crucial. Furthermore, these processors are restricted, in principle, to the processing of monochromatic input.

Spatially incoherent optical processors do not show some of the above restrictions, as they reduce coherent noise and are less sensitive to misalignments.⁶⁻¹⁰ Moreover, they permit the use of self-luminous objects. The behavior of these processors is similar to their coherent counterparts except for the fact that they are linear in irradiance instead of in complex amplitude. Basically, a spatially incoherent filtering system is an imaging system in which the incoherent spatial impulse response, or point-spread

function (PSF), has been tailored for a particular task. Accordingly, the output irradiance distribution is given by the convolution integral between the geometrical image irradiance and the incoherent PSF, which acts as the spatial filter of the system.

The ratio between the scale of the incoherent PSF and the geometrical image irradiance is a practical concern to be considered in incoherent optical processing to achieve proper matching at the output plane. This ratio can be adjusted either by one's changing the aperture scale or, more conveniently, by one's tuning the axial position of the input object and refocusing the image plane.

However, in contrast to spatially incoherent color imaging, the spectral bandwidth of the light source causes a lot of trouble in dealing with spatial filtering. Note that the scale factor of the incoherent PSF, i.e., the squared modulus of the optical Fourier transform of the aperture-stop transmittance p of the system, varies linearly with the wavelength, which leads to severe chromatic distortions under broadband illumination. The above fact dramatically reduces the fractional spectral bandwidth that can be employed in a conventional spatially incoherent processor.⁶ Consequently, unlike human vision, the above incoherent optical pattern-recognition methods are unable to exploit the color content of the scene. Besides, methods of achieving monochromatic spatially incoherent light, as with moving diffusers or spectral filters, dramatically reduce the light efficiency of the optical system.

At this time it is important to recall that the incoherent PSF is related to the squared modulus of the Fourier transform of the function p . The color dependence of the scaling factor in optical Fourier transforms can be compensated by the combination of

G. Mínguez-Vega, J. Lancis, E. Tajahuerce, V. Climent, and M. Fernández-Alonso are with the Departamento de Ciències Experimentals, Universitat Jaume I, 12080 Castelló, Spain. A. Pons and P. Andrés (pedro.andres@uv.es) are with the Departamento de Óptica, Universidad de Valencia, 46100 Burjassot, Spain.

Received 26 January 2001; revised manuscript received 8 June 2001.

0003-6935/01/325911-10\$15.00/0

© 2001 Optical Society of America

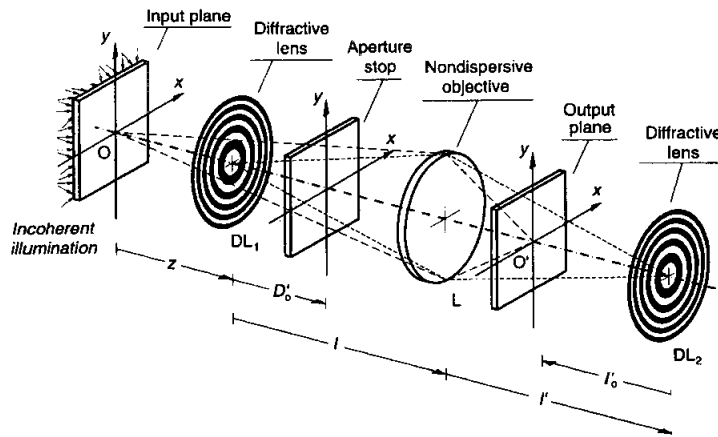


Fig. 1. Three-lens scale-tunable optical correlator that uses natural light.

refractive and diffractive lenses.¹¹ In this way some hybrid (refractive-diffractive) optical architectures permit the achievement of the achromatic Fraunhofer diffraction pattern in irradiance of any color input transparency under white-light point-source illumination.¹²⁻¹⁶ In a second step this approach was extended for implementing achromatic Fourier-based optical processors working with spatially coherent but temporally incoherent light by the cascading of two achromatic Fourier transformers.^{12,17-19} However, in these systems, the requirement of mechanical stability is still severe, and a large amount of light is lost because of the need for a pinholed white-light beam.

Totally incoherent, dispersion-compensated optical processors working with natural light have recently been reported.²⁰⁻²² They behave as a wavelength-independent imaging setup with an incoherent PSF that shows nearly the same scale for all the spectral components of the incident light. These optical solutions permit one to process self-luminous color input and, simultaneously, to perform with a single filter the same spatial-filtering operation for all the spectral channels of the light.

In this paper, we report on two totally incoherent optical correlators with scale-tunable capabilities. In both cases, we achieve a spatially incoherent wavelength-independent imaging setup that becomes a chromatically compensated Fourier transformer when a Dirac delta function is placed at the object plane. The key fact is that our designs permit the tuning of the scale of the dispersion-compensated PSF to a prescribed value by the shifting of the object along the optical axis. In this way the scale of the spatial filter changes by the same amount for all wavelengths. We note that the output plane must also be refocused in each case. Instead, we would

like to emphasize that we do not need to move any optical element.

The first totally incoherent correlator that we propose consists simply of three commercially available optical components: a refractive nondispersive lens and two diffractive lenses. In fact, it is a revisited version of our system that was reported in Ref. 19. Here, for the first time, we recognize the scale-tunable properties of this optical configuration. In this first proposal, we also need to shift properly the aperture-plane mask to preserve the achromatic requirement for the PSF.

Our second and completely new, to our knowledge, solution incorporates a second nondispersive lens and two extra diffractive lenses. Again, the variation in the scale of the achromatic incoherent PSF is achieved by our shifting the input axially and refocusing the output plane. Now we need shift neither any optical component nor the aperture mask.

In Section 2, we theoretically analyze the scale-tunable characteristics of our three-lens totally incoherent optical correlator. In Section 3, we present our second incoherent correlator that also exhibits an achromatic incoherent PSF with variable scale. In Section 4, we study the residual chromatic aberration of the chromatically compensated PSF. Finally, in Section 5, we show the results of a scale-tunable color pattern-recognition experiment carried out with our three-lens configuration.

2. Three-Lens Totally Incoherent Optical Processor

The three-lens all-incoherent processor is depicted in Fig. 1. DL_1 and DL_2 are two diffractive lenses with image focal lengths Z_0 and Z_0' , respectively, for the reference wave number σ_0 . The nondispersive refractive objective L with a positive focal length f is located in between. Axial distances z , D_0' , l , l' , and

I_0' denote arbitrary but fixed distances between different elements in the optical system.

In Subsection 2.A, we describe in detail how to achieve a spatially incoherent wavelength-independent imaging setup. Later, we achromatize the PSF of this optical configuration, and then we prove that the system behaves as a totally incoherent correlator with a scale-tunable achromatic PSF.

A. Wavelength-Independent Imaging Condition

Let us consider that an object transparency with an amplitude transmittance $t(x, y)$ located at the input plane of the optical system shown in Fig. 1 is illuminated by a coherent light beam with a wave number σ . Within the framework of the paraxial diffraction theory the monochromatic field amplitude at the output plane of the optical system $U_{\text{out}}(x, y; \sigma)$ is obtained by the propagation of the complex field distribution at the input plane $U_{\text{in}}(x, y; \sigma)$ through the optical setup by use of successive Fresnel diffraction integrals. The above task can be accomplished in one step by use of the overall $ABCD$ matrix that corresponds to the propagation between the input and the output planes.^{23,24} In this way and aside from some irrelevant constant factors, we can write the amplitude distribution at the output plane as

$$\begin{aligned} U_{\text{out}}(x, y; \sigma) &= \exp\left[i\pi\sigma\frac{D}{B}(x^2 + y^2)\right] \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{\text{in}}(x', y'; \sigma) \exp\left[i\pi\sigma\frac{A}{B}(x'^2 + y'^2)\right] \\ &\times \exp\left[-\frac{i2\pi\sigma}{B}(xx' + yy')\right] dx' dy', \end{aligned} \quad (1)$$

where A, B, C , and D are the coefficients of the matrix that characterize the considered propagation. For the particular case in which an imaging relation exists between the input and the output planes and if the effect of the finite size of the lenses in the setup is neglected the coefficient B vanishes.²⁴ For this situation the complex field distribution at the output plane takes the form

$$U_{\text{out}}(x, y; \sigma) = \exp\left[i\pi\sigma\frac{C}{A}(x^2 + y^2)\right] U_{\text{in}}\left(\frac{x}{A}, \frac{y}{A}; \sigma\right). \quad (2)$$

It is also worth mentioning that, when the matrix element A vanishes, the output wave function $U_{\text{out}}(x, y; \sigma)$ is just the scaled Fourier transform of the input function $U_{\text{in}}(x, y; \sigma)$. To obtain the $ABCD$ matrix associated with the system of Fig. 1, we multiply the individual $ABCD$ matrix characterizing each optical element and the successive free-space propagations between them in the inverse order in which they are

encountered. This operation leads to the $ABCD$ matrix

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & I_0' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/Z_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/Z_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

where Z_1 and Z_2 denote the wavelength-dependent focal lengths of the diffractive lenses DL_1 and DL_2 , i.e., $Z_1 = Z_0\sigma/\sigma_0$ and $Z_2 = Z_0'\sigma/\sigma_0$, respectively. After a direct calculation it is straightforward to show that the matrix coefficient B vanishes if the system meets the constraints

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} = \frac{1}{f}, \quad Z_0' = -M^2 Z_0, \quad (4a)$$

$$I_0' = -MM_0 z, \quad (4b)$$

where $M = -l'/l$ is the lateral magnification between the planes containing DL_1 and DL_2 and $M_0 = -f/(z + l - f)$ is that between the input and the output planes O and O' , respectively. Equation (4a) permits the following simple geometrical interpretation: Diffractive lenses DL_1 and DL_2 must have opposite convergences and, aside from this sign, they must be conjugated through the refractive objective L . Equation (4b) shows that the position of the final image is determined by only the action of the refractive objective L . Albeit I_0' is negative and, consequently, the final image is virtual, a real image can be obtained by use of an additional objective, for example, one attached to the irradiance-detection system.

Including the constraints from Eqs. (4) in Eq. (3) permits the matrix coefficient A to stand for the value M_0 . Therefore from Eq. (2) the irradiance distribution at the output plane of the setup $I_{\text{out}}(x, y; \sigma)$ is simply given by

$$I_{\text{out}}(x, y; \sigma) = \left| t\left(\frac{x}{M_0}, \frac{y}{M_0}\right) \right|^2. \quad (5)$$

From Eq. (5), we conclude that the system shown in Fig. 1 provides at the output plane a scaled version of the irradiance of the input transparency. Moreover, the scale M_0 does not depend on the wavelength of the illumination. Therefore our hybrid refractive-diffractive system behaves as a wavelength-independent totally incoherent imaging setup.

B. Chromatic Compensation of the Incoherent Point-Spread Function

Next, we evaluate the effect of the aperture-stop transmittance in the optical setup of Fig. 1. To evaluate the incoherent PSF $h(x, y; \sigma)$, let us consider a white-light point source S located in the axial point of the input plane O . The aperture stop with amplitude transmittance $p(x, y)$ of the system is located at an arbitrary positive distance D_0' from DL_1 . The diffracting aperture is then effectively illuminated with an axially dispersed source, i.e., a spatial con-

tinuum of point sources, each radiating at a different wavelength, along the optical axis that results from the imaging of the broadband point source S through DL_1 . Taking into account the thin-lens equation leads to the result that these spherical waves are focused at positions such that the oriented distance $s(\sigma)$ from the point sources to the aperture is given by

$$s(\sigma) = D_0' - \left[\frac{\sigma_0}{Z_0\sigma} - \frac{1}{z} \right]^{-1}. \quad (6)$$

In this way the $ABCD$ matrix characterizing the optical system from the aperture to the output plane stands for

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & I_0' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/Z_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & l - D_0' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/s(\sigma) & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (7)$$

From Eq. (7) and taking into account Eqs. (4), we find that the coefficient A vanishes. Therefore, from Eq. (1), we conclude that the incoherent PSF $h(x, y; \sigma)$ is just a scaled version of the squared modulus of the Fourier transform of $p(x, y)$, i.e.,

$$h(x, y; \sigma) = \left| \bar{p} \left(\frac{x}{\beta(\sigma)}, \frac{y}{\beta(\sigma)} \right) \right|^2, \quad (8)$$

where \bar{p} denotes the two-dimensional Fourier transform of p . The scale $\beta(\sigma)$ of the Fourier transformation is related to the value of the coefficient B in Eq. (7) and is given by

$$\beta(\sigma) = \frac{B(\sigma)}{\sigma} = M_0 \left[\frac{D_0' z \sigma_0}{Z_0 \sigma^2} - \frac{D_0' + z}{\sigma} \right]. \quad (9)$$

Equation (9) indicates that the scale of the PSF is still wavelength dependent. However, an achromatic correction of the scale function results in a requirement that the derivative of $\beta(\sigma)$ vanish at a certain reference wave number σ_0 . In mathematical terms, we require that

$$\left. \frac{\partial \beta(\sigma)}{\partial \sigma} \right|_{\sigma_0} = 0, \quad (10)$$

which leads to the constraint

$$D_0' = \frac{z Z_0}{2z - Z_0}. \quad (11)$$

Equation (11) provides the axial position of the aperture plane that ensures a slow variation with the wave number of the scale of the PSF at the output plane.

To manipulate the aperture plane with the desired filters requires that the distance D_0' be positive. This fact implies, from Eq. (11), that DL_1 must be a positive diffractive lens and, consequently, from Eqs. (4a), that DL_2 must be negative. Furthermore, the positive distance z is restricted to values such that $z > Z_0/2$. By requiring Eq. (11), one can write the

scale of the PSF given by Eq. (9), $\beta_0 = \beta(\sigma_0)$, in a first-order approximation as

$$\beta_0 = - \frac{z^2}{\sigma_0(2z - Z_0)} M_0 = \gamma M_0, \quad (12)$$

where

$$\gamma = - \frac{z^2}{\sigma_0(2z - Z_0)}. \quad (13)$$

Equations (4) and (11) guarantee that the optical setup shown in Fig. 1 behaves as a spatially incoherent wavelength-independent imaging setup with an incoherent PSF that shows nearly the same scale for all the spectral components of the incident light, as required. Thus when two-dimensional input-object irradiance $I_{in}(x, y)$ is considered the output irradiance distribution $I_{out}(x, y)$ is given, in a first-order approximation, by the convolution between the geometrical image distribution and the nearly wavelength-independent PSF. In mathematical terms

$$I_{out}(x, y) = I_{in} \left(\frac{x}{M_0}, \frac{y}{M_0} \right) * \left| \bar{p} \left(\frac{x}{M_0\gamma}, \frac{y}{M_0\gamma} \right) \right|^2, \quad (14)$$

where the asterisk denotes convolution.

Next, we show how this incoherent optical correlator allows color pattern recognition merely by the selection of the proper aperture function. To this end, it is necessary to use an incoherent PSF that, aside from a sign change, coalesces with the target signal $I_{tar}(x, y)$ that we want to detect. When $I_{tar}(x, y)$ is a binary function the aperture mask can be designed as a conventional scaled matched filter

$$p(x, y) = I_{tar} * \left(\frac{x}{M_p}, \frac{y}{M_p} \right), \quad (15)$$

where the asterisk denotes complex conjugation and M_p is the scale factor. In this way the optical system provides the correlation in irradiance:

$$I_{out}(x, y) = I_{in} \left(\frac{x}{M_0}, \frac{y}{M_0} \right) * I_{tar} \left(- \frac{M_p x}{M_0\gamma}, - \frac{M_p y}{M_0\gamma} \right). \quad (16)$$

Thus a strong autocorrelation signal will appear whenever the input target I_{tar} is included in the input I_{in} if the scale M_p of the aperture mask is selected such that $M_p = \gamma$, where γ is given by Eq. (13).

It is important to note that the irradiance-convolution operation in Eq. (14) allows us to choose with no restriction the phase on $\bar{p}(x, y)$, as only the squared modulus of this function is of concern. A wide variety of solutions arises at this point. For instance, a simple Fourier transform of the target irradiance $I_{tar}(x, y)$ can be used to generate the aperture amplitude transmittance $p(x, y)$, as stated in Eq. (15). In a second approach, one can first multiply the target by a random phase function before calculating the Fourier transform to improve the dynamic range of the aperture transmittance. Finally,

an efficient phase-only aperture, which provides the required incoherent PSF, can also be designed. Several approaches to designing the aperture amplitude transmittance, such as the Gerchberg-Saxton algorithm, have been proposed in the literature.^{7,10}

To analyze the scale-tunable properties of this incoherent optical correlator, let us assume that the input signal $I_{in}(x, y)$ contains a scaled version of the target, i.e., $I_{tar}(x/M_r, y/M_r)$, with M_r the scale factor, that should be detected. From Eq. (16) it is straightforward to establish that now the following relation between the scale parameters M_r , M_p , and γ should be required:

$$M_p = \frac{\gamma}{M_r}. \quad (17)$$

Equation (17) guarantees that the scales are adapted to obtaining a strong autocorrelation signal whenever the function $I_{tar}(x/M_r, y/M_r)$ is located at the input plane. Two possibilities arise at this point: On the one hand, it is possible to build a new aperture function that is a scaled version of the original one. Obviously, this would not be a very efficient procedure. On the other hand, we claim that it is possible to satisfy Eq. (17) with the old aperture mask if the value of the parameter γ is tuned to the proper value. In accord with Eq. (13) and for a fixed diffractive lens, this condition can be accomplished by our simply shifting the input plane and, consequently, the output plane to a different position z .

To reach the above goal and taking into account Eqs. (13) and (17), we must locate the input at the axial position

$$z = M_p M_r \sigma_0 \left[-1 \pm \left(1 - \frac{1}{M_p M_r \sigma_0} Z_0 \right)^{1/2} \right]. \quad (18)$$

Of course, now the aperture plane must be relocated, as stated in Eq. (11), to preserve the chromatic compensation for the PSF.

In short, Eq. (18) shows that the optical correlator shown in Fig. 1 is capable of detecting a color reference object with different scales by the shifting of the input along the optical axis of the system. In Fig. 2, we show a plot (solid curve) of the parameter $\gamma = M_p M_r$ versus the distance z . In the figure the parameter γ is written in terms of Z_0/σ_0 by use of the dimensionless variable $\gamma_r = |\gamma \sigma_0 / Z_0|$. Note that for each scale it is necessary to modify the position of the aperture plane, as it depends on the position of the input object through Eq. (11). A plot of the distance D_0' versus γ is also shown in Fig. 2 (dashed curve). Also, note that there is a nonlinear relation between the scale factor M_r and the locations of the input and the aperture planes. These facts motivated us to resort to a new totally incoherent optical correlator that simplifies the procedure to adapting the scale of the matching filter.

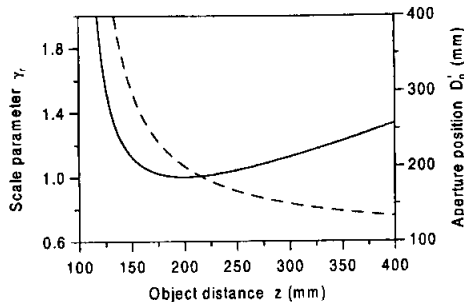


Fig. 2. Dimensionless scale parameter γ_r (solid curve) and the position of the aperture D_0' (dashed curve) plotted versus the position of the input z . It is assumed that $Z_0 = 200$ mm and $\sigma_c = 1.77 \mu\text{m}^{-1}$.

3. Six-Lens Totally Incoherent Optical Correlator

The key to developing a new totally incoherent optical correlator is again to design a wavelength-independent spatially incoherent imaging system with diffractive lenses but now with more degrees of freedom. To present the basic idea of the method, let us emphasize that, in the previous incoherent processor, the diffractive lens DL_1 is conjugated with DL_2 through the objective L in such a way that the action of DL_1 is canceled by DL_2 . In this way the final image is given simply by the action of the objective L and is located at the corresponding conjugated plane. In a similar way, we now use the optical system shown in Fig. 1 to image a new diffractive lens over a second additional one in such a way that the action of both new lenses is also canceled. The resultant diffractive configuration is also a wavelength-independent imaging system. As in Section 2, the use of diffractive lenses allows us to achieve an achromatic PSF at the output plane and, consequently, to develop a new dispersion-compensated totally incoherent optical processor.

A schematic diagram of the proposed configuration is shown in Fig. 3 in which DL_1 , DL_2 , DL_3 , and DL_4 are diffractive lenses with image focal lengths Z_0, Z_0', Z_0'' , and Z_0''' , respectively, for the reference wave number σ_0 . The nondispersive refractive objectives L_1 and L_2 with positive focal lengths f_1 and f_2 are located between them. Lenses DL_2, L_1 , and DL_3 constitute the wavelength-independent imaging system described in the Section 2. These lenses, together with objective L_2 , form a real image of DL_1 over DL_4 . Axial distances between the optical elements are detailed in the figure. In Subsection 4.A, we analyze the imaging properties of this optical configuration within the framework of the paraxial diffraction theory.

A. Wavelength-Independent Imaging Condition

Let an object with an amplitude transmittance $t(x, y)$ and illuminated incoherently be located at the input of the optical system shown in Fig. 3. Following an

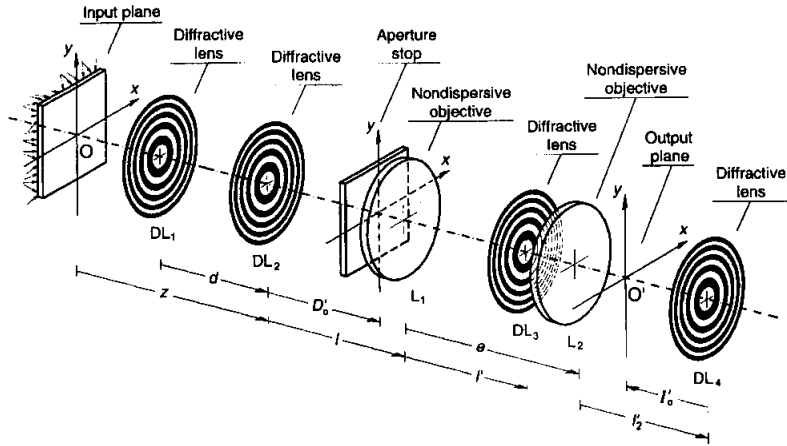


Fig. 3. Totally incoherent optical correlator with linearly variable scale.

approach similar to that developed in Section 2.A, we can obtain the monochromatic irradiance distribution at the output plane $I_{out}(x, y; \sigma)$ for the wave number σ by use of the $ABCD$ matrix elements that correspond either to free propagation or to passage through a lens of the optical system. The overall matrix coefficients are now given by the expression

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & I_0' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/Z_4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_2' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & e - l' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/Z_3 & 1 \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} 1 & l' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/Z_2 & 1 \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/Z_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & z - d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

where I_0' is an arbitrary distance from DL_4 to the output plane and Z_1 – Z_4 denote the wavelength-dependent focal lengths of the diffractive lenses DL_1 – DL_4 , respectively. As in Section 2, it is possible to show that the matrix coefficient B in Eq. (1) vanishes for all the wavelengths, thus achieving a wavelength-independent imaging system if the following constraints are satisfied:

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} = \frac{1}{f_1}, \quad Z_0'' = -M^2 Z_0', \quad (20a)$$

$$-\frac{1}{d + l - f_1 e/e'} + \frac{1}{l_2' + f_2 e/e'} = \frac{-t}{f_1 f_2}, \\ Z_0''' = -M^{1/2} Z_0, \quad (20b)$$

$$I_0' = -M' M_0 (z - d). \quad (20c)$$

In Eqs. (20), e' is the orientated distance between the image focal plane of L_1 and the object focal plane of L_2 , $M = -l'/l$ is the lateral magnification between DL_2 and DL_3 through lens L_1 , $M' = (l_2' - f_2 e/e')/(d + l - f_1 e/e')$ is the magnification between DL_1 and DL_4 through the combination of lenses L_1 and L_2 , and, finally, $M_0 = (l_2' - I_0' + f_2 e/e')/(z + l - f_1 e/e')$ is the lateral magnification obtained between the input and the output planes O and O' . As expected, Eqs. (20a) imply that DL_2 and DL_3 must have opposite convergences and, aside from this sign, must be conjugated through the refractive objective L_1 . Note that, to reach the above goal, it is necessary for DL_2 to be placed away from the object focal plane of the positive objective L_1 ; i.e., distance l must be such that $l > f_1$. In the same way Eqs. (20b) indicate that the location of DL_4 must be at the image plane of DL_1 through the air-spaced doublet consisting of only the nondispersive lenses L_1 and L_2 . Again, it is important to note that the convergences of the diffractive lenses DL_1 and DL_4 must be opposite and the distance l_2' must be positive. Finally, Eq. (20c) shows that the position of the final image is determined by only the action of nondispersive objectives L_1 and L_2 and is located at the same plane for all the wavelengths.

Considering the conditions of Eqs. (20) in evaluating the matrix coefficient A in Eq. (19) makes it possible to show that A is equal to just M_0 , the lateral magnification between the transversal planes O and O' given by the air-spaced refractive doublet. In this way the irradiance distribution at the output of the system shown in Fig. 3 is that given by Eq. (5). Hence our new hybrid refractive-diffractive system works also as a wavelength-independent imaging setup. It is worth mentioning that, by our locating the input object attached to diffractive lens DL_1 , i.e., selecting distance z such that $z = d$, this optical sys-

tem is equivalent to that described in Section 2.A. In this particular case, diffractive lenses DL₁ and DL₄ are attached to the input and the output planes, respectively, and have no effect on the input and the output irradiance distributions. In Subsection 3.B, we show that the system of Fig. 3 is capable of providing a dispersion-compensated PSF whose scale can be changed linearly by the displacement of the input object along the optical axis of the system but with a fixed aperture plane.

B. Chromatic Compensation of the Incoherent Point-Spread Function

To calculate the PSF of the optical system of Fig. 3, we consider the effect of a single point source *S* located at the input plane. An arbitrary aperture mask with an amplitude transmittance *P*(*x*, *y*) is now located at a positive distance *D*₀' from DL₂. Following an approach similar to that used in Subsection 2.B, we study light propagation between the aperture plane and the output plane in terms of the *ABCD* matrix that characterizes the different optical elements and free-space propagations between them. The resulting matrix is given by

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & l_0' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/Z_4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_2' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & e - l' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/Z_3 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & l' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l - D_0' \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/s(\sigma) & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (21)$$

where we have taken into account that the illumination at the aperture plane is provided by an effective axially dispersed source, the image of the broadband point source *S* through DL₁ and DL₂. For each wave number σ the spherical wave front focuses at an axial position such that the distance *s*(σ) from the focus to the aperture is given by

$$s(\sigma) = D_0' - \frac{Z_0' \sigma}{\sigma_0 - \sigma Z_0' \left[d - \left(\frac{\sigma_0}{Z_0' \sigma} - \frac{1}{z - d} \right)^{-1} \right]^{-1}}, \quad (22)$$

as can easily be demonstrated by use of the thin-lens equation. It is straightforward to show that Eq. (21) leads to a matrix coefficient of *A* = 0. Again, the PSF *h*(*x*, *y*; σ) is just the squared modulus of the Fourier transform of the aperture stop, as is stated in Eq. (8). The *B* matrix coefficient is now given by the expression

$$\begin{aligned} B(\sigma) &= \frac{M_0}{\sigma^2 Z_0' Z_0'} (d \sigma_0 [D_0' \sigma_0 (d - z) \\ &+ \sigma Z_0' (z - D_0' - d)] \\ &+ \sigma \{ D_0' [\sigma_0 z (Z_0 + Z_0')] \\ &- \sigma Z_0' Z_0' \} - \sigma z Z_0' Z_0'). \end{aligned} \quad (23)$$

An achromatic variation of the magnification of the PSF, $\beta(\sigma) = B/\sigma$, can be achieved by our requiring a zero derivative for the reference wave number σ_0 , again using Eq. (10). This requirement leads to the following constraints:

$$d = (-Z_0' Z_0')^{1/2}, \quad (24a)$$

$$D_0' = \frac{-d^2}{d + 2Z_0'}. \quad (24b)$$

Equation (24a) fixes, in terms of *Z*₀ and *Z*₀', the separation between DL₁ and DL₂, and Eq. (24b) determines the axial location of the diffracting aperture. From these equations, we infer that the image focal lengths of DL₁ and DL₂ must have opposite signs. Moreover, for obtaining a real aperture plane, i.e., *D*₀' > 0, DL₁ should be a diverging lens, and the positive distance *d* must be such that *d* < -2*Z*₀'. It is worth mentioning that, in contrast to the optical setup shown in Fig. 1, now the achromatic spatial-filter requirement stated by Eqs. (24) does not depend on the distance *z*, and thus it remains independent of the input location.

Taking into account Eqs. (24) allows the scale factor of the PSF in Eq. (23) to take the following achromatic form:

$$\beta(\sigma) = \frac{(\sigma - \sigma_0)^2 (d^2 - dz) + \sigma(\sigma_0 - 2\sigma)zZ_0'}{\sigma^3 (d + 2Z_0')} M_0. \quad (25)$$

In this way the scale factor is given, to a first-order approximation, by

$$\beta_0 = \beta(\sigma_0) = -\frac{Z_0' z}{\sigma_0 (d + 2Z_0')} M_0 = \gamma M_0, \quad (26)$$

where now

$$\gamma = -\frac{Z_0' z}{\sigma_0 (d + 2Z_0')}. \quad (27)$$

Therefore the optical system of Fig. 3 also constitutes a spatially incoherent wavelength-independent imaging system with a dispersion-compensated PSF. Thus the output irradiance distribution *I*_{out}(*x*, *y*) generated by the input irradiance *I*_{in}(*x*, *y*) is given, to a first-order approximation, by the convolution in Eq. (14). Again, by use of a matched filter as an aperture mask, the optical processor behaves as an incoherent optical correlator that is capable of recognizing color input objects. Of course, the correlation in irradiance is given by Eq. (16). Now the scale *M*_{*p*} of the matched filter for a given configuration of the optical system must be selected such that *M*_{*p*} = γ , where γ is given by Eq. (27).

It is important to recognize that, in this case, the scale factor of the incoherent PSF is linearly related to the distance *z*, as is stated in Eq. (26). To analyze this fact, let us suppose that the matched filter has been constructed with a fixed scale *M*_{*p*} to provide the autocorrelation for a given reference target *I*_{tar}(*x*, *y*).

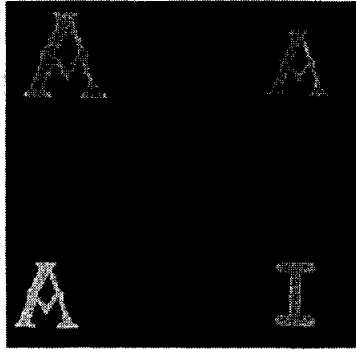
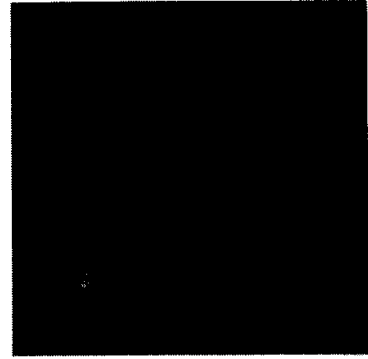


Fig. 5. Black-and-white image of the input object used in the correlation experiment. The object consisted of a set of colored alphabetical letters. From left to right and top to bottom the character colors were blue, red, green and gray.

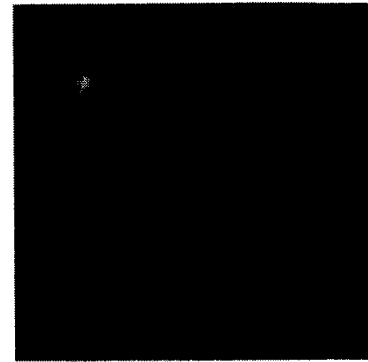
was illuminated with a spatially incoherent white-light beam provided by a high-pressure xenon lamp. For the practical implementation, we chose two diffractive lenses with image focal distances of $Z_0 = 200$ mm and $Z_0' = -150$ mm for $\sigma_0 = 1.77 \mu\text{m}^{-1}$. Both lenses were continuous relief diffractive elements constructed with halftone mask technology (see, for example, Ref. 25 and references therein). The diffraction efficiency for the principal focal length was measured to be approximately 80%. The nondispersive refractive lens L was approximated by use of an achromatic objective with a focal distance of $f = 100$ mm. The axial distances between these optical elements were $l = 215$ mm and $l' = 186$ mm. The final image was recorded by use of a color CCD camera with a high-quality achromatic photographic objective attached. The effect of the secondary spectrum of both refractive objectives, L and that attached to the camera, on the image quality is negligible compared with the theoretical residual chromatic aberration.

A gray-level picture of the color input-object transparency is shown in Fig. 4. It comprises four alphabetical characters with different colors and sizes. The color of each character is, from left to right and top to bottom, blue, red, green, and gray. The larger character A has a magnification of $M_r = 1.33$ with respect to the smaller. The aperture transmittance was constructed as a black-and-white computer-generated Fourier hologram matched to the character A. The scale of the matched filter was calculated to recognize the small letter A for an input object located at $z = 200$ mm. Consequently, the aperture plane was located at $D_0' = 200$ mm.

Figure 5(a) shows a gray-level picture of the irradiance distribution at the output plane of the incoherent correlator. Two autocorrelation peaks representing the presence and the position of the reference character are clearly noticeable. Moreover,



(a)



(b)

Fig. 6. Result of the color pattern-recognition experiment showing gray-level images of the irradiance distribution at the output plane of the system shown in Fig. 1 with a single matched filter for the character A for two different positions of the input object: (a) The system was adapted to recognize the small-sized letter A. (b) The system was adapted to recognize the large-sized letter A. The color of each peak is the same as the color of the corresponding character shown in Fig. 5.

the color of each correlation peak is the same as the color of the corresponding character in the input scene.

To recognize the large character A, we simply shifted the input plane to $z = 400$ mm and the aperture plane to $D_0' = 133$ mm. Figure 5(b) shows a gray-level representation of the color irradiance distribution at the output plane for this case. Now there is also an autocorrelation signal but at the location corresponding to the large A and with the same color. These results show the ability of our totally incoherent optical correlator to recognize a given target with different scales and colors.

6. Conclusions

We have described two optical spatial-filtering systems that operate with natural light, i.e., two wavelength-independent spatially incoherent imaging setups that perform an achromatic Fourier transformation of their aperture-stop transmittance. We have highly emphasized the tunability of these optical configurations to the input scale. To this end, our incoherent imaging designs fulfill two requirements: First, they exhibit a nearly wavelength-independent incoherent PSF whose scale varies with the axial position of the input plane given by the axial distance z . Second, they preserve the wavelength-independent condition for the position and the scale of the geometrical image. In the first solution the achromatic spatial-filter constraint depends on the distance z . So in this case, we also need to shift the aperture mask properly to keep the achromatic behavior for the spatial-filtering operation.

Both totally incoherent processors allow us to deal with self-luminous color input and to perform with a single mask the same spatial-filtering operation for all the spectral components of the incoming light simultaneously. Applications range from color image recognition to information encryption and authentication by use of natural light.

To show the remarkable features of our Fourier processors and as an archetype of optical information processing, we have carried out a pattern-recognition experiment. Using a matched filter as an aperture mask, we have shown that our configurations turn out to be scale-tunable optical correlators that work with natural light. For different axial locations of the input scene the position of each correlation peak at the corresponding output plane determines the spatial location of the target with the correct scale inside the color input. At the same time the chromatic content of the peak provides the spectral composition of the reference pattern. And on the top of that, these results are obtained with natural light.

This study has been financially supported by the Dirección General de Investigación Científica y Técnica, Spain, under project PB98-1049-C02-01. G. Mínguez-Vega gratefully acknowledges financial support from the Generalitat Valenciana, Spain, through grant PI00-01-206.

References

1. A. Vander Lugt, "Signal detection by complex spatial filtering," *IEEE Trans. Inf. Theory* **10**, 139–145 (1964).
2. H. J. Caulfield, R. Haimes, and D. Casasent, "Beyond matched filtering," *Opt. Eng.* **19**, 152–156 (1980).
3. F. T. Gamble, L. M. Frye, and D. R. Grieser, "Real-time fingerprint verification system," *Appl. Opt.* **31**, 652–655 (1992).
4. B. Javidi and J. L. Horner, "Optical pattern recognition for validation and security verification," *Opt. Eng.* **33**, 1752–1756 (1994).
5. A. Pu, R. Denkwalter, and P. Psaltis, "Real-time vehicle navigation using a holographic memory," *Opt. Eng.* **36**, 2737–2746 (1997).
6. A. W. Lohmann and H. W. Werlich, "Incoherent matched filtering with Fourier holograms," *Appl. Opt.* **10**, 670–672 (1971).
7. J. van der Gracht and J. N. Mait, "Incoherent pattern recognition with phase-only filters," *Opt. Lett.* **17**, 1703–1705 (1992).
8. S. Gorodeisky and A. A. Friesem, "Phase filters for correlators with incoherent light," *Opt. Commun.* **100**, 421–425 (1993).
9. J. Ding, M. Itoh, and T. Yatagai, "Optimal incoherent correlator for noisy gray-tone image recognition," *Opt. Lett.* **20**, 2411–2413 (1995).
10. J. D. Brasher and E. G. Johnson, "Incoherent optical correlators and phase encoding of identification codes for access control or authentication," *Opt. Eng.* **36**, 2409–2416 (1997).
11. G. M. Morris and D. A. Zweig, "White-light Fourier transformations," in *Optical Signal Processing*, J. L. Horner, ed. (Academic, New York, 1987), Chap. 1.2.
12. R. H. Katyl, "Compensating optical systems. 3: achromatic Fourier transformation," *Appl. Opt.* **11**, 1255–1260 (1972).
13. G. M. Morris, "Diffraction theory for an achromatic Fourier transformation," *Appl. Opt.* **20**, 2017–2025 (1981).
14. J. Lancis, P. Andrés, W. D. Furlan, and A. Pons, "All-diffractive achromatic Fourier-transform setup," *Opt. Lett.* **19**, 402–404 (1994).
15. E. Tajahuerce, V. Climent, J. Lancis, M. Fernández-Alonso, and P. Andrés, "Achromatic Fourier transforming properties of a separated diffractive lens doublet: theory and experiment," *Appl. Opt.* **37**, 6164–6173 (1998).
16. J. Lancis, E. Tajahuerce, P. Andrés, G. Mínguez-Vega, M. Fernández-Alonso, and V. Climent, "Quasi-wavelength-independent broadband optical Fourier transformer," *Opt. Commun.* **172**, 153–160 (1999).
17. G. M. Morris, "An ideal achromatic Fourier processor," *Opt. Commun.* **39**, 143–147 (1981).
18. R. Ferrière, C. Illueca, and J. P. Goedgebuer, "Corrélateur achromatique bidimensionnel," *J. Opt. (Paris)* **17**, 153–159 (1986).
19. E. Tajahuerce, J. Lancis, V. Climent, and P. Andrés, "Hybrid (refractive-diffractive) Fourier processor: a novel optical architecture for achromatic processing with broadband point-source illumination," *Opt. Commun.* **151**, 86–92 (1998).
20. P. Andrés, V. Climent, J. Lancis, G. Mínguez-Vega, E. Tajahuerce, and A. W. Lohmann, "All-incoherent dispersion-compensated optical correlator," *Opt. Lett.* **24**, 1331–1333 (1999).
21. A. Pe'er, D. Wang, A. W. Lohmann, and A. A. Friesem, "Optical correlation with totally incoherent light," *Opt. Lett.* **24**, 1469–1471 (1999).
22. A. Pe'er, D. Wang, A. W. Lohmann, and A. A. Friesem, "Achromatic optical correlation," *Opt. Lett.* **25**, 776–778 (2000).
23. A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, Mill Valley, Calif., 1986).
24. A. Yariv, "Imaging of coherent fields through lenslike systems," *Opt. Lett.* **19**, 1607–1608 (1994).
25. M. T. Gale and M. Rosi, "Continuous-relief diffractive lenses and microlens arrays," in *Diffractive Optics for Industrial and Commercial Applications*, J. Turunen and F. Wyrowsky, eds. (Akademie Verlag, Berlin, 1997).



Aportación IV



Wavelength-compensated Fourier and Fresnel transformers: a unified approach

Optics Letters 27, 942-944 (2002)

Wavelength-compensated Fourier and Fresnel transformers: a unified approach

J. Lancis, G. Mínguez-Vega, E. Tajahuerce, M. Fernández-Alonso,
V. Climent, and P. Andrés*

Departament de Ciències Experimentals, Universitat Jaume I, 12080 Castelló, Spain.

**Departamento de Óptica, Universitat de València, 46100 Burjassot, Spain.*

In this letter we recognize that any dispersion-compensated broadband optical Fourier transformer can be adapted to achieve wavelength compensation in the Fresnel diffraction region just by inserting a diffractive lens at the input plane, and vice versa. The above unification procedure is employed, in a second stage, to design a novel hybrid (diffractive/refractive) optical setup that provides, in a sequential way, nearly wavelength-independent Fresnel diffraction patterns in irradiance of the object transmittance.

OCIS codes:

050.1940, 050.1970, 070.2580, 070.2590, 070.6760.

From the pioneering paper of Katyl,¹ a lot of work has been devoted to the development of dispersion-compensated optical Fourier transformers (DCFTs). In particular, DCFTs combining conventional diffractive and refractive lenses are certainly the most appreciated.²⁻⁸ Some of the above optical architectures were the key for designing a radically new family of optical processors operating under totally incoherent light.⁹⁻¹²

In a first attempt to extend broadband Fourier-based optical techniques to the Fresnel diffraction region, some efforts have been also done for designing hybrid (diffractive-refractive) dispersion-compensated Fresnel diffraction setups (DCFDSs) working under white-light point-source illumination.¹³⁻¹⁵

In this Letter we demonstrate that by simply adding a diffractive lens against the input plane, any broadband DCFT becomes a DCFDS, and vice versa. The above unification procedure simplifies to a great extent the problem of designing wavelength-compensated diffraction-based optical setups, as no separated

efforts would be made for both the Fraunhofer and the Fresnel domains. Based on the above approach, we report on a novel hybrid DCFDS that allows us, for the first time, to achieve simultaneously exact chromatic compensation for the axial position and low residual lateral chromatic error for the Fresnel diffraction pattern at issue.

To this end, let us consider an arbitrary, paraxial optical system formed by one or more nondispersive refractive lenses. A diffracting screen, with amplitude transmittance $t(x,y)$, acting as the input is coherently illuminated by a monochromatic plane wave with wave number $\sigma = 1/\lambda$ (see Fig. 1). It turns out that the optical Fourier transform of the input is just observed at the image focal plane of the setup.¹⁶ It is worth mentioning that, in general, a quadratic phase factor, that depends on the input plane location, multiplies the Fourier integral. In mathematical terms, and neglecting some irrelevant constant factors, the amplitude distribution at the Fraunhofer plane, or output plane, is then given by

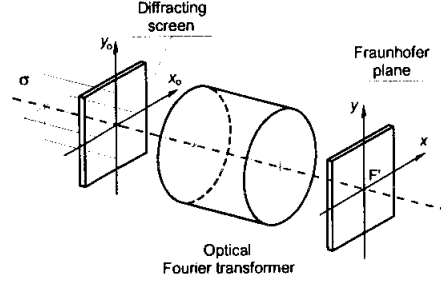


Fig. 1. Sketch of an optical Fourier transformer.

$$U(x, y) = \exp\left[\frac{i\pi\sigma}{z}(x^2 + y^2)\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_o, y_o) \exp\left[-\frac{i2\pi\sigma}{f_o}(xx_o + yy_o)\right] dx_o dy_o \quad (1)$$

where, of course, f_o is the effective focal length of the setup. Note that the scale of the Fraunhofer diffraction pattern is σ -dependent.

For future interest, we are concerned with the amplitude wave field distribution at the Fraunhofer plane when an additional nondispersive refractive lens L, with image focal length f , is just inserted at the input plane. Taking into account that a refractive lens introduces a wavelength-dependent quadratic phase factor, $\exp[-i\pi\sigma(x_o^2 + y_o^2)/f]$, it is straightforward to write that

$$U_L(x, y) = \exp\left[\frac{i\pi\sigma}{z}(x^2 + y^2)\right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_o, y_o) \times \exp\left[-\frac{i\pi\sigma}{f}(x_o^2 + y_o^2)\right] \times \exp\left[-\frac{i2\pi\sigma}{f_o}(xx_o + yy_o)\right] dx_o dy_o. \quad (2)$$

Now if we consider free-space light propagation in the Fresnel region, then we can rewrite the Fresnel diffraction amplitude distribution at a

normal distance R in the following way,

$$U_\alpha(x, y) = \exp[i\pi\alpha(x^2 + y^2)] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_o, y_o) \times \exp[i\pi\alpha(x_o^2 + y_o^2)] \exp[-2\pi\alpha(xx_o + yy_o)] dx_o dy_o \quad (3)$$

where the symbol α stands for $\alpha = \sigma/R$. So, by comparing Eqs. (2) and (3), we conclude that the irradiance profile associated with the function $U_L(x, y)$ is just that corresponding to the Fresnel diffraction pattern of the same diffracting screen characterized by the index $\alpha = -\sigma f$. It is apparent that different Fresnel irradiance profiles of the input function $t(x, y)$ can be achieved at the image focal plane of the Fourier transformer in Fig. 1 by changing the focal length f of the refractive lens L (or the wave number of the incoming light). Note that the magnification of the Fresnel diffraction pattern located at the output plane of the optical setup in Fig. 1 is $m = -f_o/f$ by comparison with U_α .

Now we discuss to the more interesting situation where broadband spatially coherent illumination is employed. Needless to say that a wavelength-independent irradiance diffraction pattern results from the incoherent superposition in a single plane of the same irradiance profile and with the same scale factor for all the spectral components of the broadband illumination. Similarly to the monochromatic situation, we begin by considering an arbitrary DCFT formed by a proper combination of diffractive and refractive lenses, as is sketched in Fig. 2. For this optical setup it results that the derivative with respect to σ of both the position and the magnification of the optical Fourier transform of the input vanishes at a certain design wave number σ_o . So, in mathematical terms, the optical wave field at the output plane, or achromatic Fraunhofer plane, is given, in a first-order approximation, by

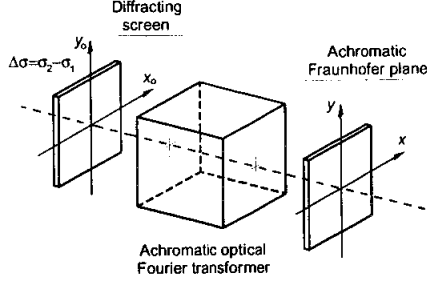


Fig. 2. Diagram of a dispersion-compensated broadband Fourier transformer.

$$U'(x, y) = \exp\left[\frac{i\pi\sigma}{z'}(x^2 + y^2)\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_0, y_0) \exp\left[-\frac{i2\pi}{S}(xx_0 + yy_0)\right] dx_0 dy_0 \quad (4)$$

where, of course, $dS/d\sigma = 0$ for $\sigma = \sigma_0$.

The above simple, and even well-known, facts are the key to design DCFDSs based on DCFTs. First, let us remember that the image focal length $f(\sigma)$ of a diffractive lens, DL, is proportional to the wave number of the incident light, $f(\sigma) = f_0 \sigma / \sigma_0$, with f_0 the value of the focal length for the reference wave number σ_0 . Thus, DL is characterized by a wavelength-independent transmittance function, $\exp[-i\pi\sigma_0(x^2 + y^2)/f_0]$. Second, we focus our attention on the optical wave field at the output plane of the DCFT, $U'_{DL}(x, y)$, when a DL is just placed against the input plane. It is straightforward to show that

$$U'_{DL}(x, y) = \exp\left[\frac{i\pi\sigma}{z'}(x^2 + y^2)\right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_0, y_0) \times \exp\left[-\frac{i\pi\sigma_0}{f_0}(x_0^2 + y_0^2)\right] \times \exp\left[-\frac{i2\pi}{S}(xx_0 + yy_0)\right] dx_0 dy_0. \quad (5)$$

In accordance with the reasoning associated with Eqs. (2) and (3), we infer that the irradiance profile $|U'_{DL}(x, y)|^2$ is just that corresponding to the Fresnel diffraction pattern characterized by the index $\alpha = -\sigma_0' / f_0$, which indeed results wavelength independent. The conclusion becomes evident. The achromatic requirement expressed by Eq. (4) now guarantees the achromatic behavior for the position and scale of the Fresnel irradiance distribution achieved at the output plane. In other words, we have demonstrated the ability of any DCFT to extract a chromatically-compensated Fresnel profile by just attaching a diffractive lens to the input plane. It is possible to select the Fresnel diffraction pattern to be achromatized by changing the reference focal distance of the above diffractive lens. Vice versa, any DCFDS that achromatizes the Fresnel pattern of index α can be adapted to achieve the wavelength-compensated Fraunhofer field ($\alpha = 0$) of the same input by adding a diffractive lens with $f_0 = \sigma_0' / \alpha$. It should also be mentioned that the residual chromatic error of the initial dispersion-compensated system is transferred with no alteration to the new optical device. Thus, the degree of achromatization is preserved in the new solution.

The above unification procedure offers a new design tool that permits to build novel chromatically-compensated diffraction-based setups. As a first example, next it is employed to design a new nearly wavelength-independent Fresnel transformer based on the DCFT in Ref. 6. The whole optical arrangement is shown in Fig. 3. DL₁, DL₂, and DL₃ are three DLs, with image focal lengths Z_0 , f_0 , and Z'_0 for the reference wave number σ_0 , and the nondispersive refractive objective L shows positive focal length f . Axial distances d , a , l , l' , and d' denote fixed spacings between the different optical elements. It was demonstrated in Ref. 6 that the Fraunhofer plane produced by the air-spaced lens

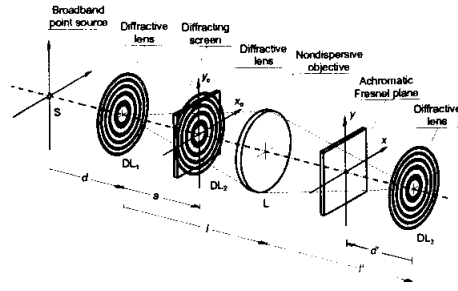


Fig. 3. Hybrid (diffractive-refractive) lens configuration producing a nearly wavelength-independent Fresnel irradiance profile. See text for definitions. As the axial distance d' is negative in this arrangement, an additional focusing lens is required to achieve a final real image.

triplet DL_1-L-DL_3 is located at the same axial location for all the spectral components of the broadband point source when DL_1 and DL_3 are conjugated, both in location and size, through the nondispersive objective L . In this way, the transversal location of the wavelength-independent Fraunhofer plane is found by just imaging the broadband source plane through the nondispersive objective L . The achromatic requirement for the scaling of the broadband optical Fourier transformation leads to the constraint $a = dZ_d/(2d-Z_d)$, which fixes, in terms of d and Z_d , the axial position of the diffracting screen. In accordance with our general rule, diffractive lens DL_2 attached to the input plane adapts the previous DCFT to achieving the wavelength-compensated Fresnel irradiance pattern characterized by the index $\alpha = -\sigma_d f_d$. We would like to emphasize that, for the first time, it is reported a DCFDS that shows perfect compensation for the axial position with no restriction on the source spectral width, if the secondary spectrum of L is neglected. Experimental laboratory results that validate our approach are shown in Fig. 4. The same ideas apply to the space-invariant optical device developed in Ref.4 for reducing the wavelength dependence of diffractive fan-out systems. Arising from this configuration, we can achieve a chromatically compensated broadband

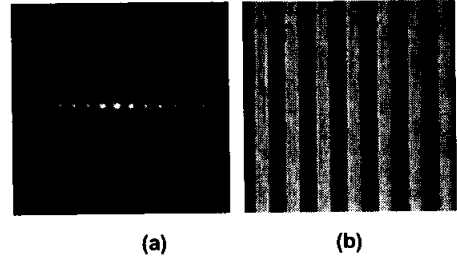


Fig. 4. Achromatic diffraction patterns of a 1-D grating: (a) Fraunhofer pattern provided by the DCFT in Ref. 6; (b) First self-image provided by the DCFDS shown in Fig. 3. The originals are color pictures recorded with white-light.

space-variant diffractive star coupler by simply inserting an extra diffractive lens. Thus, no additional effort is required to reach the above goal, just the opposite from Ref. 4.

In summary we have demonstrated and experimentally verified that a relationship between the design of achromatic Fourier and Fresnel transformers exists. Clearly the results shown in this letter are not a direct consequence of previously published material. What we state is that the effort to design either DCFTs or DCFDS can be interchanged from now.

Acknowledgements

This work was financially supported by the Dirección General de Investigación Científica y Técnica, Spain, under the project PB98-1049-C02-01 and -C02-02. G. Mínguez-Vega gratefully acknowledges a grant, PI00-01-206, from the Generalitat Valenciana, Spain.

References

- [1] R. H. Katyl, *Appl. Opt.* **11**, 1255 (1972).
- [2] G. M. Morris, *Appl. Opt.* **20**, 2017 (1981).
- [3] S. Leon and E. N. Leith, *Appl. Opt.* **24**, 3638 (1985).
- [4] M. Schwab, N. Lindlein, J. Schwider, Y. Amitai, A. A. Friesem, and S. Reinhorn, *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, 1290 (1995).

- [5] E. Tajahuerce, V. Climent, J. Lancis, M. Fernández-Alonso, and P. Andrés, *Appl. Opt.* **37**, 6164 (1998).
- [6] J. Lancis, E. Tajahuerce, P. Andrés, G. Mínguez-Vega, M. Fernández-Alonso, and V. Climent, *Opt. Commun.* **172**, 153 (1999).
- [7] D. Wang, A. Pe'er, A. W. Lohmann, and A. A. Friesem, *Opt. Eng.* **39**, 3014 (2000).
- [8] M. Domingo, I. Arias, and A. García, *Appl. Opt.* **40**, 2267 (2001).
- [9] P. Andrés, V. Climent, J. Lancis, G. Mínguez-Vega, E. Tajahuerce, and A. W. Lohmann, *Opt. Lett.* **24**, 1331 (1999).
- [10] A. Pe'er, D. Wang, A. W. Lohmann, and A. A. Friesem, *Opt. Lett.* **25**, 776 (2000).
- [11] E. Tajahuerce, J. Lancis, B. Javidi, and P. Andrés, *Opt. Lett.* **26**, 678 (2001).
- [12] G. Mínguez-Vega, J. Lancis, E. Tajahuerce, V. Climent, M. Fernández-Alonso, A. Pons, and P. Andrés, *Appl. Opt.* **40**, 5911 (2001).
- [13] B. Packross, R. Eschbach, and O. Bryngdahl, *Opt. Commun.* **50**, 205 (1984).
- [14] P. Andrés, J. Lancis, E. E. Sicre, and E. Bonet, *Opt. Commun.* **104**, 39 (1993).
- [15] J. Lancis, E. Tajahuerce, P. Andrés, V. Climent, and E. Tepichin, *Opt. Commun.* **136**, 297 (1997).
- [16] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics* (McGraw-Hill, New York, 1996).

Aportación V

**Broadband space-variant Fresnel
processor**

Optics Letters (enviado)



Broadband space-variant Fresnel processor

G. Mínguez-Vega, J. Lancis, E. Tajahuerce, V. Climent,
J. Caraquitena^{*} and P. Andrés^{*}

Departament de Ciències Experimentals, Universitat Jaume I, 12080 Castelló, Spain.

^{}Departamento de Óptica, Universitat de València, 46100 Burjassot, Spain.*

We report a chromatically-compensated Fresnel processor to perform space-variant color optical processing operations in a single step under white-light illumination. The optical configuration is a hybrid (diffractive-refractive) wavelength-independent imaging system whose first half displays an achromatized version of an arbitrary Fresnel diffraction pattern of the two-dimensional input function. Thus, the whole system acts as a chromatically compensated Fresnel transform optical processor with an intermediate achromatic filtering plane in the Fresnel domain. The optical setup is demonstrated to carry out, under white-light point source illumination, a meaningful correlation operation that allows one for space-variant color pattern-recognition.

OCIS codes:

050.1970, 070.2580, 070.4550, 070.5010, 220.4830, 220.1000.

The need for space-variant optical processing often arises in practice when the location of the reference object is of as much importance as its identification. Applications range from machine vision, optical logic, or neural network systems, to cryptography. First results of positional sensitivity were obtained in the past few years by Fresnel transform correlators^{1,2} or unconventional joint-transform correlators.³ More recently, taking into account the analogy between the Fresnel diffraction theory and the fractional Fourier transform formalism,⁴ we found some fractional correlators closely related with the previous systems.⁵

Optical Fresnel correlators working under broadband point-source illumination allow us to exploit color information of input scenes and present a discrimination ability higher than its monochromatic counterpart. However, the use of the wavelength as an additional parameter introduces a new factor, the chromatic dispersion of the Fresnel diffraction field. Therefore, we can not perform optical signal processing

operations with a unique filter for all the illumination wavelengths. One approach tries to solve this problem by reducing the spectrum of the source to just three wavelengths and constructing a different filter for each one.⁶ Some other efforts have been done in order to design dispersion-compensated broadband Fresnel diffraction setups since the pioneer work of Katyl.⁷ These systems allow, in a first-order approximation, to obtain in one plane the same Fresnel pattern with the same scale for all the spectral components of the incident light. In particular, Fresnel transformers combining diffractive and refractive lenses take advantage of the strong chromatic behavior associated with diffractive optical elements (DOEs) to reach wavelength compensation.⁸⁻¹⁰ Then, these optical architectures can be considered the first stage in the development of space-variant optical processors working with white-light sources. Recently, it has been demonstrated that by simply adding a diffractive lens against the input plane, any broadband dispersion compensated Fourier transformer becomes

a dispersion compensated Fresnel setup, and vice versa.¹¹

In this Letter we propose a novel optical setup for extending coherent Fresnel transform optical correlators to work under broadband point-source illumination. To design our achromatic Fresnel correlator we start from an achromatic Fourier processor under white-light point source illumination.¹² Following the above unification procedure, by just inserting a diffractive lens at the input plane, the first half of the optical setup provides an intermediate achromatic filtering plane but now in the Fresnel domain. The whole optical setup still can be understood as a wavelength-independent imaging setup. Therefore, our new optical system acts as a chromatically-compensated Fresnel optical processor that is able to carry out space-variant color pattern recognition operations with white light.

We begin the design of the new achromatic Fresnel processor by considering, first, a hybrid (refractive-diffractive) achromatic Fourier processor.¹² The optical system is constituted by three diffractive lenses DL₁, DL₂, and DL₃ with image focal length Z₀, Z'₀, and Z''₀ for the wave number σ₀, and a nondispersive refractive objective L with focal length f, as is shown in Fig 1. The input is located against DL₁. The diffractive doublet constituted by DL₁ and DL₂ performs the achromatic Fourier transformation of the input if it is illuminated with a broadband spherical wave front converging to the optical center of DL₂ and the achromatic requirement z² = -Z₀Z'₀ is fulfilled. The intermediate achromatic real Fraunhofer plane is located at a distance D'₀ from DL₂ given by D'₀ = -z²/(z+2Z₀). The Fourier processor is achieved by adding L and DL₃ in such a way that its position and focal length are fixed by the conditions l' = -Ml and Z''₀ = -M²Z₀, where M = -f/(l-f). In this way, the last three elements perform a second achromatic Fourier transformation of the light distribution at the achromatic Fourier plane. In fact, the action of DL₁ is cancelled by DL₂ and a final color image without chromatic error under white-light illumination of the input appears just at the conjugate plane of

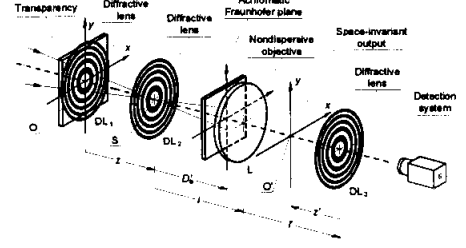


Fig. 1. Achromatic Fourier processor.

O through L at a distance z' from DL₃ such that z' = -M M₀ z, where M₀ = -f/(z+l-f).

Let us consider that a transparency with amplitude transmittance t(x,y) is located at the input plane. Then, the amplitude distribution, U(x,y), at the intermediate Fraunhofer plane is given, in a first order approximation, by

$$U(x,y) = \exp\left[\frac{i\pi\sigma}{d(\sigma)}(x^2 + y^2)\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_0, y_0) \exp\left[-\frac{i2\pi}{\beta_0}(xx_0 + yy_0)\right] dx_0 dy_0 \quad (1)$$

which is wavelength-independent in irradiance. The wavelength dependence of the phase factor outside the integral is irrelevant here because the second achromatic Fourier transformation compensates this dependence providing a final image free of chromatic error. In Eq. (1), β₀ is the wavelength-independent scale factor of the Fourier transformation β₀ = z D'₀/(Z'₀σ₀). By inserting a filter with amplitude transmittance g(x,y) at the intermediate Fraunhofer plane, our optical processor provides the following amplitude distribution, U'(x,y), at the output plane

$$U'(x,y) = t\left(\frac{x}{M_0}, \frac{y}{M_0}\right) \otimes g\left(\frac{x}{\beta'_0}, \frac{y}{\beta'_0}\right) \quad (2)$$

where ⊗ denotes convolution and β'₀ = -M₀ β₀ is the scale factor of the second achromatic Fourier transformation. Thus, our achromatic processor performs the same spatial filtering operation for all the spectral components of the incident light. To obtain, for example, a broadband space-invariant correlation, we can use a conventional matched filter as spatial filter.

Now, following the unification design procedure in Ref. [11], we claim that by just inserting a diffractive lens at the input plane, the first half of the optical setup provides an intermediate achromatic filtering plane but now in the Fresnel domain. Let us consider a diffractive lens with focal length f_0 for the reference wave number σ_0 . Thus, this lens is characterized by a wavelength-independent transmittance function, $\exp[-i\pi\sigma_0(x^2+y^2)/f_0]$. In this way, the amplitude distribution $U_F(x,y)$ at the intermediate filter plane is given, in a first order approximation, by the achromatic Fourier transformation of the input, $t(x,y)$, with the diffractive lens attached, i.e.,

$$U_F(x,y;f_0) = \exp\left[\frac{i\pi\sigma}{d(\sigma)}(x^2+y^2)\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_0,y_0) \exp\left[-\frac{i\pi\sigma_0}{f_0}(x_0^2+y_0^2)\right] \times \exp\left[-\frac{i2\pi}{\beta_0}(xx_0+yy_0)\right] dx_0 dy_0 \quad (3)$$

Note that the irradiance distribution $|U_F(x,y;f_0)|^2$ provided by Eq. (3) is just that corresponding to a Fresnel diffraction pattern. Furthermore, the wavelength-independent quadratic phase factor and the achromatic behavior of the Fourier transformation guarantee that we obtain the irradiance distribution of the same Fresnel diffraction pattern in a single plane and with the same scale for all the spectral components of the light source. This diffraction pattern can be characterized in a simple way as that achieved over a transversal plane located at a distance $R_0 = -f_0$ from the input transparency under free-space propagation by using parallel illumination with wave number σ_0 . Therefore, it is possible to select the Fresnel diffraction pattern R_0 to be achromatized by simply changing the reference focal distance f_0 of the above diffractive lens.

Although different possibilities arise at this moment, the simplest Fresnel-based optical processor is achieved by adding a diffractive lens with a reference focal length $f_0 = -Z_0$ to the input plane in Fig. 1 in order to convert the

achromatic Fourier processor into a Fresnel one. Note that this is completely equivalent to remove the first diffractive lens in the optical system in Fig. 1, as is shown in Fig. 2. Now the achromatic diffraction pattern achieved at the intermediate filtering plane is that characterized by an index $R_0 = Z_0$, with an amplitude distribution $U_F(x,y;-Z_0)$. The whole optical system in Fig. 2 still acts as a wavelength-independent imaging system based on diffractive elements. Therefore, it provides an intermediate achromatic real Fresnel plane and a final color image without chromatic distortion under white light. In conclusion, it behaves as a chromatically compensated Fresnel optical processor. By simply changing the value of Z_0 we can select the amount of the space-variance at the intermediate Fresnel filtering plane.

Let us consider a filter, with amplitude transmittance $F(x,y;R_0)$, constructed as the Fresnel diffraction pattern with index R_0 of a reference function $a(x,y)$ in the following way:

$$F(x,y;R_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a(x_0,y_0) \exp\left[\frac{i\pi\sigma_0}{R_0}(x_0^2+y_0^2)\right] \times \exp\left[-\frac{i2\pi\sigma_0}{R_0}(xx_0+yy_0)\right] dx_0 dy_0 \quad (4)$$

When this filter is inserted at the intermediate Fresnel plane, our Fresnel processor provides and amplitude distribution at the output plane given by the following convolution operation

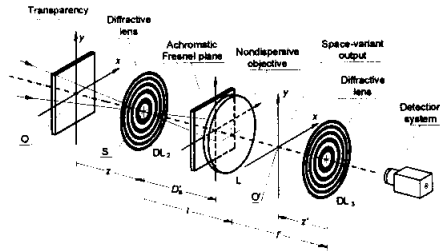


Fig. 2. Dispersion-compensated space-variant Fresnel processor.

$$U_F(x, y) = \left\{ \exp \left[\frac{i\pi \sigma_0}{Z_0 M_0^2} (x^2 + y^2) \right] t \left(\frac{x}{M_0}, \frac{y}{M_0} \right) \right\} \otimes \left\{ \exp \left[\frac{i\pi \sigma_0}{\beta_0^2 / R_0} (x^2 + y^2) \right] a \left(-\frac{x R_0}{\beta_0}, -\frac{y R_0}{\beta_0} \right) \right\}. \quad (5)$$

Eq. (5) states that the optical processor in Fig. 2 is a shift-variant system due to the quadratic phase factors in both terms of the convolution. As both terms are λ -independent, the system performs the same optical processing operation for all the monochromatic channels of the light simultaneously and, therefore, it is well adapted to perform broadband space-variant processing and, in particular, color pattern recognition tasks.

In order to design a broadband space-variant Fresnel correlator, the Fresnel diffraction pattern codified by the filter in Eq. (4) must be matched to that generated by the input at the filter plane. Therefore, we use as filter the function $F^*(x Z_0 / \beta_0, y Z_0 / \beta_0, Z_0)$, where * denotes the complex conjugate operation and we have required $R_0 = Z_0$ and a proper scale factor. With this filter, the optical system provides a high irradiance peak at the output plane only when the reference target signal $a(x, y)$ is located at a given position in the input function $t(x, y)$. Furthermore, the chromatic content of the irradiance peak provides the spectral composition of the reference pattern.

In Fig 3 we show the result of a pattern recognition experiment with the Fresnel-based optical processor in Fig. 2. Figure 3(a) is a grey-level picture of the input, constituted by a set of characters with different colors. The filter is adapted to recognize a letter A located at a fixed position, as shown in Fig. 2(b). It is constructed as a computer generated Fresnel hologram. With a white color filter the system recognizes letters with the same shape and position but with any color. Figure 3(c) and (d) show the irradiance at the output plane of the correlator as 2D image and as a 3D plot. The correlation peak determines that the target was located at the same position in the input scene and also the chromatic content of the target.

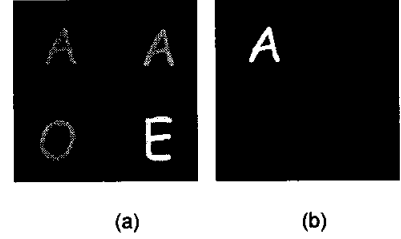


Fig. 3. Pictures of the irradiance distribution of: a) the input transparency and b) the reference target. The colors at the input are green, blue, red and yellow from left to right and from top to bottom. The reference target is white.

In conclusion, we have designed and verified experimentally an space-variant optical processor that works under broadband point source illumination. This Fresnel-based processor allows us to deal with color inputs and to perform, with a single filter, the same spatial-filtering operation for all the spectral channels of the illumination simultaneously.

Acknowledgements

This work has been financially supported by the Dirección General de Investigación Científica y Técnica, Spain, under the project PB98-1049-C02-01 and C02-02. J. Caraquítana also acknowledges a grant from the above institution. G. Mínguez-Vega acknowledges financial support from the Generalitat Valenciana, Spain, through the grant PI00-01-206. P. Andrés's e-mail address is pedro.andres@uv.es.

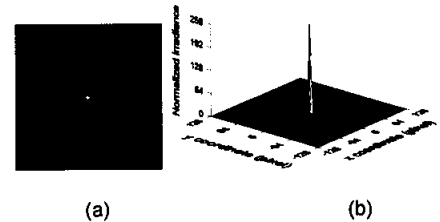


Fig. 4. Irradiance at the output plane: (a) 2D picture and (b) 3D plot.

References

- [1] J. A. Davis, D. M. Cottrell, N. Nestorovic, and S. M. Highnote, *Appl. Opt.* **31**, 6889 (1992).
- [2] J. A. Davis, R. P. Tiangco, D. M. Cottrell, D. C. O'Shea, and M. K. Potous, *Appt. Opt* **35**, 3819 (1996).
- [3] F. T. S. Yu, C. Zhang, Y. Jin, and D. A. Gregory, *Opt. Lett.* **14**, 922 (1989).
- [4] P. Pellat-Finet, *Opt. Lett.* **19**, 1388 (1994).
- [5] D. Mendlovic, Z. Zalevsky, and H. M. Ozaktas, in *Optical Pattern Recognition*, F. T. S. Yu and S. Jutamulia, eds. (Cambridge University Press, New York, 1998), pp. 89-125.
- [6] Z. Zalevsky, I. Raveh, G. Shabtay, D. Mendlovic, and J. Garcia, *Opt. Eng.* **36**, 2127 (1997).
- [7] R. H. Katyl, *Appl. Opt.* **11**, 1241 (1972).
- [8] P. Andrés, J. Lancis, E. E. Sicre, and E. Bonet, *Opt. Comm.* **104**, 39 (1993).
- [9] J. Lancis, E. Tajahuerce, P. Andrés, V. Climent, and E. Tepichin, *Opt. Comm.* **136**, 297 (1997).
- [10] E. Tajahuerce, G. Saavedra, W. D. Furlan, E. E. Sicre, and P. Andrés, *Appl. Opt.* **39**, 238 (2000).
- [11] J. Lancis, G. Mínguez-Vega, E. Tajahuerce, M. Fernández-Alonso, V. Climent, and P. Andrés, *Opt. Lett.* (accepted).
- [12] E. Tajahuerce, J. Lancis, V. Climent, and P. Andrés, *Opt. Comm.* **151**, 86 (1998).

