

2005. Internacional de la física. Año Einstein. Historia de la ecuación: $E = mc^2$

Luis Miralles Conesa

Universidad de Valencia

Resumen:

En Diciembre del año 2000, en Berlín se celebró una reunión de todas las Sociedades de Física del mundo. En ella se conmemoraba el centenario de la comunicación científica que Planck presentó en Diciembre de 1900, donde exponía por primera vez la teoría de la cuantificación de la energía. En este Congreso, a propuesta de la Unión Internacional de Física Pura y Aplicada (IUPAP), se acordó declarar el año 2005, *annus admirabilis* de Einstein, Año Mundial de la Física. Además, con el apoyo de la UNESCO y la ONU, ha sido proclamado AÑO INTERNACIONAL DE LA FISICA. En Alemania también es celebrado como AÑO EINSTEIN. El motivo de esta efeméride es conmemorar el centenario de las publicaciones en la prestigiosa revista alemana *Analem der Physik*, de los cinco trabajos de Albert Einstein considerados como los de mayor trascendencia en la física moderna. Dos de ellos contienen la teoría de la relatividad especial, integrando su conocida ecuación $E = mc^2$, cuya historia y formulación analizamos.

Palabras clave: historia de la ciencia, fisión nuclear, fusión nuclear, energía, teoría de la relatividad especial.

Abstract:

A meeting of the Physics Societies from all over the world was held in December 2000 in Berlin. One of its purposes was to commemorate the centenary of the scientific paper that Planck presented in December 1900 exposing, for first time, the theory of quantification of energy. In this meeting, as a result of a proposal of the International Union of Pure and Applied Physics (IUPAP), the year 2005 was declared *annus admirabilis* of Einstein, **World Year of Physics**. In addition, with the support of the UNESCO and UN, it has been proclaimed **INTERNATIONAL YEAR OF PHYSICS**. In Germany, it is also celebrated as **EINSTEIN'S YEAR**. The aim of this ephemerid is to commemorate the centenary of the publications in the German prestigious magazine *Analem der Physik*, of the five works of Albert Einstein with more impact in the modern Physics. Two of them contain the **theory of special relativity** including the known equation $E = mc^2$ whose history and formulation we analyze.

Key Words: Science history, nuclear fission, nuclear fusion, energy, and theory of especial relativity.

(Fecha de recepción: septiembre, 2005, y de aceptación: octubre, 2005)

... y el historiador las ha de escribir, no como debían de ser, sino como fueron, sin añadir ni quitar a la verdad cosa alguna (Miguel de Cervantes, *Don Quijote de la Mancha*, Edit. Planeta, 2005 p.851. Cuarto centenario de su publicación)

1. Introducción

Einstein publicó en 1905, cinco trabajos, en la prestigiosa revista alemana *Annalen der Physik*. Este año 1905, ha sido denominado, una vez más, (el 1666 lo fue para Newton) *annus mirabilis* (año milagroso) para Einstein. A partir de estos cinco trabajos, comenzará el surgimiento de Einstein para convertirse en el físico más famoso del siglo XX.

Einstein cuando publicó estos artículos tenía 27 años, trabajaba como perito técnico de tercera clase, inicialmente con nombramiento provisional, en la Oficina de Patentes Suiza. Estaba casado con Mileva Maric y había nacido su primer hijo Hans Albert. En los intersticios de su empleo, a tiempo completo, se dedicaba al estudio de la teoría electromagnética de Maxwell y a la lectura de las publicaciones de Hertz.

En su correspondencia con Mileva, se deduce que discutía con ella estos temas. En una carta de fecha 27 de marzo de 1901, escribía "(...) cuando juntos hayamos culminado con éxito nuestro trabajo sobre el movimiento relativo" (*Cartas a Mileva*. Introduc-

ción y notas de J.M Sánchez Ron) y en otras utilizó expresiones análogas. Con respecto a este particular escribe Holton (1998): "A partir de 1990, un pequeño número de escritores ha intentado hinchar el significado potencial de estas frases para incluir la posibilidad de que Mileva fuera verdaderamente responsable de la física o las matemáticas del artículo de la relatividad publicado por Einstein en 1905 (...) estudiosos reputados en la historia de la física (...) han demostrado que la colaboración científica entre la pareja fue mínima y unilateral". Frutos y Albaladejo (2004) escriben: "Según contaría más tarde su hijo Albert, una vez terminado el trabajo sobre la teoría de la relatividad, Albert (su padre) quedó tan agotado que tuvo que guardar cama durante dos semanas. Durante este tiempo Mileva revisó varias veces el artículo antes de enviarlo a la revista".

Según recuerda su hermana Maja, Einstein estaba muy preocupado porque sus trabajos publicados no hubieran merecido ninguna referencia en la revista *Annalen Physik*. Pero recibió una carta de Max Planck, en aquellos

momentos, uno de los científicos de mayor prestigio, donde le solicitaba algunas aclaraciones sobre determinados puntos de sus publicaciones. Era una señal evidente de que sus artículos habían despertado interés en la comunidad científica. Poco tiempo después la correspondencia de Einstein con científicos de todo el mundo iba creciendo de año en año. Su amistad y admiración, con Planck, aunque defirieran en cuestiones de mecánica cuántica, fue mutua.

Einstein y Planck eran científicos de primera magnitud, pero con diferencias personales profundas. Einstein era liberal, cosmopolita, políticamente de izquierdas. Planck, veintiún años mayor que Einstein, nacionalista, simpatizante del nazismo, con inclinaciones claramente de derechas. Planck era hogareño, defensor de la vida familiar, Einstein la tuvo anómala e incluso contradictoria. La música los unía pero Einstein era ferviente admirador de Mozart y Haydn. Planck de Brahms y Schubert. En su simpatía por Bach, si coincidían. Para Einstein el violín era su instrumento preferido, Planck tocaba magistralmente el piano. Así como Haydn opinaba que su colega Mozart era mucho mejor que él. Planck opinaba lo mismo de Einstein, a quien llamaba el nuevo Copérnico-

En los cinco artículos de 1905, Einstein utilizó las matemáticas de sus estudios medios. No así en las publicaciones posteriores relacionadas con la relatividad general, donde se vio obligado a utilizar el cálculo tensorial con la ayuda

de su amigo y compañero de estudios Marcel Grossman.

A partir de 1908, la reputación científica de Einstein comienza a crecer inexorablemente dentro de la comunidad científica. En 1909, la Universidad de Ginebra, con motivo de la conmemoración del 350 aniversario de su fundación le confirió su primer título “doctor honoris causa al Sr. Einstein, experto de la Oficina Federal de la Propiedad Intelectual”. En el mismo acto fueron investidos: la investigadora francesa, de origen polaco, Madame Curie; el químico belga, industrial y mecenas, Ernest Solvay y Wilhem Ostwald, químico alemán, nacido en Riga (Letonia). Aunque el Premio Nobel se le otorgaría en 1921, a partir de 1912 fue propuesto en varias ocasiones. En ese año Wien, laureado premio Nobel de 1911, proponía la concesión de dicho premio a A. Einstein de Praga conjuntamente con H.A. Lorentz de Leiden, argumentando que: “(...). Mientras Lorentz debe ser considerado el primero en haber hallado el contenido matemático del principio de la relatividad, Einstein logró reducirlo a un principio simple (...). Por lo tanto, se deben estimar los méritos de ambos investigadores” (Pais, 1984). H.A. Lorentz, junto con Zeeman, ya había obtenido el premio Nobel en 1902.

Sobre la relatividad especial, Pais (1984), relata una anécdota que sucedió durante la segunda guerra mundial. Einstein hacía una copia de su principal trabajo en 1905 sobre la relatividad especial (el manuscrito original había sido destruido). Se había comprometido

do a entregarla, repitiéndola con su propia letra. El destino de este segundo manuscrito era subastarlo como contribución a la compra de bonos de guerra. Estando su secretaria Helen Dukas dictando a Einstein, para que la fuera transcribiendo a mano, en determinado momento, replicó ¡eso digo ahí!. Tras la respuesta afirmativa de Dukas, respondió: “hubiera podido decir eso mismo en forma más sencilla”. El nuevo manuscrito fue adquirido en la puja celebrada el 3 de Febrero de 1944, por seis millones y medio de dólares, por una compañía de seguros de vida de la ciudad de Kansas, quien después la donó a la Biblioteca del Congreso (Hofman, 1972).

Einstein, anteriormente a la publicación de estos trabajos, le anunciaba a M. Besso su amigo en Berna, íntimo desde los días de estudiantes en Zurich, y colega en la Oficina de Patentes desde 1904, que: el primero de estos estaba dedicado a la radiación y las propiedades energéticas de la luz, artículo que posteriormente publicado sería uno de los pilares de la física moderna; el segundo se refería a la determinación del tamaño de los átomos; el tercero estaba relacionado con el movimiento browniano; el cuarto, (que lo tenía sólo en borrador) era un estudio sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento y que contenía una modificación de la teoría espacio-tiempo. Sobre el trabajo restante, el quinto, en carta que dirige a Conrad Habicht, en el verano de 1905, Einstein escribe: “También se me ha ocurrido otra consecuencia del artículo sobre la electrodinámica. El

principio de relatividad, en combinación con las ecuaciones de Maxwell, requiere que la masa sea una medida directa de la energía contenida en un cuerpo: la luz transporta masa. Una disminución apreciable de masa debería producirse en el caso del radio” (la radiactividad del radio había sido descubierta en 1896). El argumento es divertido y seductor; pero por lo que yo sé, todo podría ser una broma del Señor, que me está manejando a su antojo”. Stachel (coord., 2001) agrega en una nota. “Cuarenta años más tarde, cuando la explosión de la bombas atómicas, llevó inexorablemente la equivalencia entre masa y energía a la atención del mundo, Einstein podría haberse preguntado simplemente que tipo de broma le había jugado el señor”.

En los cinco artículos citados no se encuentra ninguna referencia a colaboradores o ayudantes, con una única excepción a M.A. Besso. Al final de su trabajo *Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento*, escribe: “Para concluir, permítaseme señalar que mi amigo y colega M. Besso me apoyó incondicionalmente en mi trabajo sobre el problema aquí discutido, y que estoy en deuda con él por varias sugerencias valiosas”.

En el libro *Einstein 1905: un año milagroso. Cinco artículos que cambiaron la física*, (Stachel, J., coord., 2001), se publican traducidos al castellano, los cinco trascendentales trabajos. El tercero y el cuarto son los más relevantes, en ellos Einstein formula el denominado inicialmente “principio de relatividad”.

A partir del año 1915, es cuando Einstein comienza a referirse como “teoría de la relatividad especial”, para delimitarla en cuanto a su “teoría general” que comenzaba a formular.

2. Principio de equivalencia masa energía

El artículo cuarto traducido al castellano en el libro de Stachel, (coord. 2001) es el que establece la equivalencia entre masa y energía, fue publicado en *Annalen der Physik* 18[1905] 639-641, con el título: *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?* (¿Depende la inercia de un cuerpo de su contenido en energía?). Tiene una extensión de tres páginas y está fechado en Berna, 27 de Septiembre de 1905.

Según el libro de Farmelo (2004), “Einstein trabajó intensamente en los años siguientes a 1905 para demostrar que la equivalencia entre masa y energía era verdaderamente completa (...) llegaría a ofrecer tres maneras de deducirla”. Estas son:

La primera se desarrolla en la publicación de Einstein de 1905, reseñada anteriormente. Un cuerpo emite un mismo destello de luz en dos direcciones opuestas. Seguidamente contemplaba la misma situación desde un sistema de referencia no acelerado. Era necesario observar como se transformaba la energía de un sistema a otro. Combinando los resultados se podía deducir: $E = mc^2$.

La segunda la expuso en una conferencia celebrada en Pittsburgh, veintinueve años después, en 1944. Llega a la misma conclusión, a partir de un planteamiento donde tanto la energía como el momento lineal debían de conservarse en todos los marcos inerciales.

El tercer método lo escribió en 1946, para el *Technion Journal*, donde realizó una demostración de la ecuación $E = mc^2$, sin utilizar la teoría de la relatividad, sino sólo unas premisas básicas.

Nos referiremos, ahora, a los a los métodos citados como primero y tercero.

2.1. Método histórico, 1905

Según este primer método, el desarrollo matemático de la ecuación $E = mc^2$ la llevó a cabo Einstein de la siguiente forma:

Supone un cuerpo en reposo en el sistema (X, Y, Z) cuya energía relativa es E_0 .

H_φ representa la energía del cuerpo relativa al sistema (X', Y', Z') que se mueve con velocidad constante v y cuyo origen está situado en el eje X .

$L/2$, representa la energía de las ondas planas de luz emitidas en una dirección que forma un ángulo φ con el eje X , y sea $L/2$ la cantidad de energía emitida, exactamente igual, en dirección opuesta.

En el artículo citado, se admite que el cuerpo permanece en reposo con respecto al sistema (X, Y, Z) durante este proceso y debe cumplir el principio de conservación de la energía y debe ser cierto (de acuerdo con el principio de la

relatividad) con respecto a ambos sistemas de coordenadas.

E_1 , es la anotación para la energía del cuerpo después de la emisión de la luz con relación al sistema (X, Y, Z)

H_1 , corresponde a la energía del cuerpo después de la emisión de la luz

medida con respecto al sistema (X', Y', Z') ,

L' , representa la energía emitida medida con respecto al eje (X', Y', Z') resulta que:

$$E_0 = E_1 + (L/2 + L/2) \quad (1)$$

$$H_0 = H_1 + L \quad (2)$$

Dado que:
$$L' = L/2 \frac{1 - v/V \cos \varphi}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} + L/2 \frac{1 + v/V \cos \varphi}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} = \frac{L}{\sqrt{1 - (v/V)^2}}$$

(Expresión matemática a la que se llega a partir de las frecuencias obtenida en su artículo *Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento*, en el apartado *Transformación de la energía de los rayos luminosos*). Sustituyendo en (2), resulta

$$H_0 = H_1 + \frac{L}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} \quad (3)$$

De las expresiones anteriores (1) y (3), restando, se deduce que:

$$(H_0 - E_0) - (H_1 - E_1) = L \left[\frac{1}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} - 1 \right] \quad (4)$$

donde V denota la velocidad de la luz. $H_0 - E_0$, representa la diferencia de los valores de energía del mismo cuerpo en reposo expresado en los dos sistemas de coordenadas.

$H_1 - E_1$, la diferencia de energía cuando el sistema emite energía expresada en ambos sistemas.

Denomina K_0 y K_1 a las energías cinéticas expresadas, en ambos sistemas.

Se cumplen las siguientes ecuaciones:

$$H_0 - E_0 = K_0 + C$$

$$H_1 - E_1 = K_1 + C$$

La constante aditiva C , representa las diferencias de las energías cinéticas con respecto a un sistema y otro, y depende de la elección de las constantes aditivas arbitrarias en las energías H y E . C no cambia durante la emisión de luz.

Restando esta dos últimas expresiones, se obtiene:

$$(H_0 - E_0) - (H_1 - E_1) = K_0 - K_1 \quad (5)$$

de (4) y (5) se deduce:

$$K_0 - K_1 = L \left[\frac{1}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} - 1 \right] \quad (6)$$

(Recordando el desarrollo del binomio de Newton:

$$(1+x)^n = 1 + nx + n(n-1)/2 \cdot x^2 + \dots,$$

haciendo $x = -(v/V)^2$ y $n = -1/2$, resultará:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} = [1 - (v/V)^2]^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2} (v/V)^2 + \frac{3}{8} (v/V)^4 + \dots$$

$$= 1 + \frac{1}{2} (v/V)^2 \quad (7)$$

(para $v \ll V$, despreciando los términos con potencias mayores de 2, sustituyendo en (6) resulta:

$K_0 - K_1 = L [1 + (v/V)^2 - 1]$; de donde resulta :

$$K_0 - K_1 = \frac{L v^2}{2 V^2} \quad (8)$$

Esta es la conclusión a la que llega Einstein en su artículo y donde afirma que: “Si un cuerpo emite la energía L en forma de radiación, su masa disminuye en L/V^2 . Aquí, obviamente, no es esencial que la energía tomada del cuerpo se convierta en energía radiante, de modo que nos vemos llevados a una conclusión más general:

“La masa de un cuerpo es una medida de su contenido en energía si la energía cambia en L , la masa cambia en el mismo sentido en $L/9 \cdot 10^{20}$, si la energía se mide en ergios y la masa en gramos”. (No se había impuesto el sistema internacional de unidades).

En un fragmento de un manuscrito de 1912, depositado en la Universidad Hebrea de Jerusalén, que contiene parte de la teoría especial de la relatividad, muestra la formulación anterior corrigiendo con su propia letra la L por E y la V por c y queda escrita de la siguiente forma:

$$E = mc^2 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

y la expresión, cuando $v \ll \ll \ll \dots c$

$$E = mc^2$$

La energía de un cuerpo en reposo E es igual a su masa multiplicada por la velocidad de la luz al cuadrado.

(La posible explicación de la utilización de la letra c como símbolo de la velocidad, habría que buscarla en un supuesto homenaje a la ciencia del siglo XVII, que utilizaba el latín en sus escritos y venga de la primera letra de *celeritas* que significa en ese idioma velocidad. La utilización de la letra L , tal vez se deba a la expresión alemana *Lebendige kraft*, energía cinética, que se sustituye por la letra E ., que tiene su origen en *Energie* o *Energia*).

Einstein llegaba a la conclusión de que de la misma forma que el tiempo puede considerarse una dimensión más, la masa de los objetos (propiedad determinante del peso) puede considerarse como una medida de su energía intrínseca.

En 1906 y 1907, en sucesivos trabajos afirmaba, que la masa inercial es una propiedad de todas las forma de energía.

La relación científica entre Einstein y Planck sobre la equivalencia masa energía, fue mutua e intensa, hasta el extremo que Stark Johannes (1874-1957), conocido físico alemán, se confundió y la atribuyó a Planck. En carta fechada en

Febrero de 1908, Einstein exponía sus quejas a Stark, lamentándose así: “Me sorprende que usted no reconozca mi prioridad sobre la conexión entre masa inercial y energía”. Hubo una respuesta por parte de Stark: “Está muy equivocado, estimado colega, si cree que no le hecho suficiente justicia a sus artículos. Le apoyo siempre que tengo ocasión y desearía tener la oportunidad de proponerle muy pronto para una cátedra (de física) teórica en Alemania”. En otra misiva de Einstein, del día 22 de febrero, excusando su enfado, decía: “(...) un impulso mezquino me ha llevado a hacer ese comentario sobre prioridades (...). Quien ha tenido ese privilegio de contribuir al progreso de la ciencia no debería permitir que el placer por los frutos obtenidos en una labor conjunta lo enturbien semejantes asuntos”.

2.2. Método de 1946

En este tercer método, desarrollado por Einstein en 1946, sugiere aceptar previamente las siguientes premisas:

1. Debido al movimiento de traslación de la Tierra, un observador situado en ella, vería un rayo de luz procedente de una fuente lejana, como si ésta estuviera desplazada un pequeño ángulo aparente α , efecto que se denomina, aberración estelar. Si v es la velocidad de la Tierra, para pequeñas velocidades comparadas con las de la luz c , resultará:

$$\alpha \cong \text{tag } \alpha = v/c$$

2. Todos los sistemas de referencia no acelerados son equivalentes.

3. El momento lineal de todo proceso físico permanece constante. (Recordemos, por ejemplo, que en el choque tanto elástico como inelástico, el momento lineal antes del choque y después es constante).

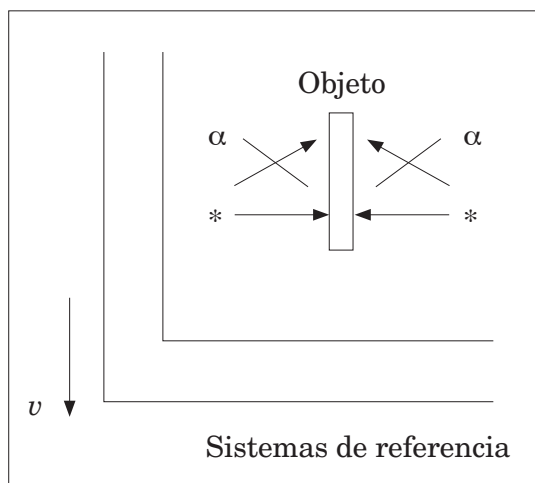
4. La radiación posee momento lineal.

Bajo estas premisas, Einstein idealizaba mentalmente un experimento donde un objeto de masa M estaba situado, dentro de un artilugio apropiado, flotando en el espacio, alejado de toda influencia externa perturbadora, como puede ser una estrella o un planeta, referido a un sistema que suponemos en reposo. Dos focos luminosos idénticos, predispuestos para emitir destellos de luz, situados en las mismas condiciones, a las mismas distancias, a ambos lados del objeto, emiten dos destellos de energía $E/2$ cada uno de ellos, dirigidos hacia el objeto. Este aumentará su energía en E . No se moverá porque los impactos recibidos se compensan al estar dirigidos en sentidos opuestos y ser de la misma magnitud.

Observemos el mismo proceso, explicaba Einstein, desde un sistema de referencia en movimiento, que se desplaza hacia abajo, con una velocidad constante v . Esto quiere decir que el objeto observable se está moviendo hacia arriba con velocidad v (ver fig.).

Desde el nuevo sistema observable, antes de que llegue el destello de luz, el momento lineal será Mv . Admitiendo la definición newtoniana de momento lineal, resultará que el de un destello de luz de energía $E/2$ será $E/2c$, pero si

tenemos en cuenta la aberración estelar, el haz de luz de los dos destellos contribuirá con un momento lineal: $2 (E/2c) (v/c) = Ev/c^2$. El momento total del objeto, después de haber sido alcanzado por los destellos de luz, será la suma de los momentos



$Mv + Ev/c^2$, (momento lineal inicial del objeto más el adquirido al llegar la luz al objeto). Según Einstein la absorción de energía, ha provocado un aumento de masa, que justificará el aumento del momento lineal, ya que la velocidad del objeto no se ha incrementado. Si llamamos M' a la masa del objeto en el sistema de referencia que se movía con la velocidad v , el momento lineal del objeto será $M'v$, por tanto:

$$Ev/c^2 + Mv = M'v, \text{ de donde,}$$

$$E/c^2 = M' - M$$

Si hacemos, $M' - M = m$, resultará:

$$E = mc^2$$

2.3. Otras formas de deducir la ecuación $E = mc^2$.

La formulación de la ecuación $E = mc^2$ ha sido expuesta en libros de cursos preuniversitarios o trabajos didácticos, Miralles (1973), Lahera (1995). En ellos se realiza con un contenido algo más matemático.

Partiendo del trabajo realizado W para obtener la energía cinética de una partícula que aumenta su velocidad desde 0 hasta v , por acción de una fuerza F , no compensada, resulta

$$dW = Fds = [d/dt (mv)] ds = v d(mv)$$

$$W = \int_0^{mv} v d(mv)$$

Integrando por partes:

(Recordar: $\int ab = ab - \int b da$; hacemos: $a = v$; $db = d(mv)$; $da = dv$; $b = mv$) resultará: $W = v mv - \int mv dv$

$$W = mv^2 - \int_0^v mv dv \quad (9)$$

teniendo presente que la masa, según la teoría relativista es una función de la velocidad:

$$m = m_0 k; \quad m = m_0 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

siendo en este apartado

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

(en muchos textos se utiliza β , en lugar de k) resulta:

$$W = Ec = m_0 v^2 / \sqrt{1 - (v/c)^2} - \int_0^v m_0 v dv / \sqrt{1 - (v/c)^2} \quad (10)$$

resolviendo la integral última, mediante cambio de variable, ($v/c=u$; $dv=c du$), obtenemos:

$$\int_0^u m_0 c^2 u du / \sqrt{1-u^2} = -m_0 c^2 \int_0^u -u du / \sqrt{1-u^2} = -m_0 c^2 \left[\sqrt{1-u^2} \right] = -m_0 c^2 \sqrt{1-(v/c)^2} + m_0 c^2$$

Sustituyendo en (10), resultará:

$$Ec = m_0 v^2 / \sqrt{1-(v/c)^2} + m_0 c^2 \sqrt{1-(v/c)^2} - m_0 c^2$$

Resolviendo, simplificando y utilizando el valor de k dado anteriormente, resulta:

$$E_c = -m_0 c^2 + m_0 k c^2 = m_0 c^2 (k-1) \quad (11)$$

Expresión relativista de la *energía cinética* de una partícula que se mueve con una velocidad relativista v , o bien:

$$mc^2 = E_c + m_0 c^2 \quad (12); \quad E = E_c + m_0 c^2$$

en donde:

$E = mc^2 = m_0 k c^2$ energía total de la partícula

$E_0 = m_0 c^2 =$ energía correspondiente a la masa en reposo

$E_c =$ energía cinética

De la expresión (12) deducimos:

$$E_c = (m-m_0) c^2, \quad m-m_0 = \Delta m; \quad \Delta m = E_c / c^2 \quad (13)$$

Llegamos a una importante conclusión la energía cinética suministrada a

un objeto ponderable, aumenta su inercia en E_c / c^2 .

Holton (1993) escribe: “decir que la energía tiene masa, que la energía es masa o que la energía aparece en forma de masa, son sólo juego de palabras que no añaden nada a la última ecuación”.

La expresión anterior está referida a la energía cinética pero puede extender a cualquier clase de energía, potencial, calorífica, etc. Deberemos escribir: $\Delta m = \text{energía} / c^2$. Una energía de un julio produce una variación de masa 1.1×10^{-21} g, prácticamente inapreciable. Ahora bien cuando se trate de procesos nucleares o aplicaciones de los aceleradores de partículas, las variaciones de masa o energía, se darán en cantidades asombrosas.

Si en la expresión (11) sustituimos k por su valor $k = 1 + \frac{1}{2} (v/c)^2$, resulta:

$$E_c = m_0 c^2 [1 + \frac{1}{2} (v/c)^2 - 1] = \frac{1}{2} m_0 v^2 \quad (14)$$

que es la expresión newtoniana de la energía cinética.

La expresión (13) nos confirma que la energía y la masa no son magnitudes independientes. Los antiguos principios independientes uno de otro de conservación de la masa y de la energía no tienen vigencia. Se sustituyen, por un único principio de la conservación energía y masa como un total. Una cantidad de masa determinada se transforma en una cantidad equivalente de energía. La suma masa+ energía permanece constante.

Otro método sencillo es el propuesto por Gamow (2003), apoyándose en un símil hidráulico. Admite que la luz que

llega a un espejo, donde es reflejada, ejerce una presión, según demostró el físico ruso P. N. Lebedev y cuyo valor numérico es $P_{luz} = 2E/c$, E representa la energía de la luz reflejada. Establece una analogía entre la presión ejercida por la luz en el espejo con la de un chorro de agua que cae sobre un tablero con velocidad v , y cuyo momento lineal sería $mv - (-mv) = 2mv$. Para la luz, el momento lineal sería igual a $2mc$. En ambos casos m , representa la masa de las partículas que inciden por unidad de tiempo. De acuerdo con la mecánica clásica la presión de las partículas incidentes es igual al momento lineal (cantidad de movimiento). Así, pues, resulta:

$$P_{luz} = 2E/c ; P_{luz} = 2mc$$

Concluyendo:

$$2E/c = 2m/c ; E = mc^2$$

Los artículos de Einstein de 1905 junto con otros de 1906, han sido traducidos por Ruiz de Elvira (2003). En el titulado: *El principio de la conservación del movimiento del centro de masas y la inercia de la energía*, (1906) Einstein escribió: “Resultó io de energía de la magnitud ΔE debía corresponder a un cambio de masa del mismo signo de magnitud $\Delta E / V^2$, donde V indica la velocidad de la luz.(...). En este trabajo quiero mostrar que aquel enunciado es la condición necesaria y suficiente para que se cumpla la ley de conservación del movimiento del centro de masas (al menos en primera aproximación) tam-

bién para sistemas en los cuales ocurren procesos electromagnéticos en adición a los mecánicos (...).

3. Comprobación experimental de la ecuación $E=mc^2$.

Previo a la formulación de la ecuación $E=mc^2$, Walter Kaufmann en 1901 ya había detectado experimentalmente un incremento de la masa en los electrones de alta velocidad cuando eran desviados por la acción de campos eléctricos y magnéticos. Con procedimientos análogos se había comprobado que la relación carga eléctrica de un electrón y su masa (e/m) disminuía conforme aumentaba la velocidad de los electrones. Este hecho se justificaba, aceptando inamovible la carga, con un aumento de la masa de la partícula con la velocidad En 1905 Einstein no escribió $E = mc^2$; con los símbolos que se utilizaban por aquella época la ecuación quedaba en la forma $L = mV^2$. Pero lo que es más importante, en 1905 sólo se conjuraba que cuando un objeto desprende energía, pierde una pequeña cantidad de masa en el proceso. La idea completa de que también podía suceder al revés no la tuvo hasta más tarde” (Bodanis, 2005). Se deduce que, al principio de formular la ecuación $E = mc^2$, ésta sólo se cumplía de izquierda a derecha.

En su publicación de 1905, *Depende la inercia de un cuerpo de su contenido en energía*, Einstein exponía: “No se excluye que mediante los cuerpos cuyo contenido de energía es altamente cambiante (por .ej. las sales de radio)

pueda obtenerse una confirmación de la teoría”.

En 1907, escribiría que consideraba: “por supuesto fuera de cuestión alcanzar la precisión necesaria para usar experimentalmente el radium como prueba”.

En 1910, reflexionaría escribiendo: “no hay por el momento ninguna esperanza de verificación experimental de la equivalencia masa-energía”.

En 1917, Charles Eugene Guye, físico suizo, profesor de la Universidad de Ginebra, en sus trabajos de investigación sobre los rayos cósmicos, consiguió una confirmación experimental de la teoría de la relatividad, donde se ponía de manifiesto el aumento de la masa de los electrones con la velocidad.

La comprobación experimental de la ecuación $E = mc^2$, va a comenzar en la década de los años treinta. Carl Anderson, físico estadounidense, en 1932 descubrió, en los rayos cósmicos, el positrón, primera antipartícula, de la misma masa que el electrón pero de carga positiva, y cuya existencia había sido prevista varios años antes por Dirac. La existencia de esta partícula fue aprovechada para confirmar la equivalencia masa energía. Electrones y positrones acelerados chocan produciendo fotones. La materia y la antimateria se aniquilan entre sí produciendo energía. Un fotón por colisión o frenado puede originar un par electrón+positrón. Este proceso será posible si la energía del fotón es, de acuerdo con la teoría de la relatividad, superior a $2m_0c^2$.

En 1932, Ernest Walton, físico irlandés y John Cockroft, físico británico, en el laboratorio Cavendish de Cambridge, lograron desintegrar, por primera vez, átomos de litio bombardeados con protones acelerados, produciendo partículas alfa. Encontraron que la masa aparentemente perdida era equivalente al aumento de energía de los fragmentos desprendidos. Se confirmaba, experimentalmente, la ecuación $E = mc^2$.

Llegó el momento del descubrimiento de los neutrones y de su participación energética. Estamos en 1938. El tándem Lisa Meitner y Otto Hahn se va a romper. Meitner de origen judío tiene que abandonar Alemania. Sin embargo sus investigaciones sobre el bombardeo de uranio con neutrones va a continuar. Otto Hahn, investigador del prestigioso Instituto Kaiser Wilhelm, había descubierto que uno de los productos de la reacción de los neutrones con el uranio no era radio sino bario. Lisa Meitner, desde su exilio, encontró que la masa de los productos de la reacción era inferior a la masa de los reactivos y que la energía que se desprendería estaría de acuerdo con la ecuación $E = mc^2$.

Del año 1939, existe un testimonio de como iba evolucionando la esperanza de Einstein sobre la comprobación experimental de la equivalencia masa-energía cuando en la (famosa) carta que dirige el 2 de Agosto de 1939 a Roosevelt, se exprese así:

“Durante los cuatro últimos meses (...) se ha comprobado la posibilidad de establecer una reacción nuclear

en cadena en una gran masa de uranio de la que se generarían grandes cantidades de energía y elementos radiactivos”.

Durante la segunda guerra mundial, hacia 1945, la equivalencia entre la masa y la energía, era a la vez una amenaza bélica y una esperanza para la paz. La comprobación experimental de la ecuación $E = mc^2$ fue trágica. Testimonio de ello Hiroshima y Nagasaki, destruidas por la transformación de una pequeña masa en cantidades ingentes de energía causando escalofriante cifra de muertes.

Acabada la segunda guerra mundial, los avances en los trabajos de investigación nuclear, van a confirmar de forma contundente la validez de la ecuación más famosa de la historia de la ciencia, $E = mc^2$. Los físicos comenzaron a investigar como la fusión nuclear podría aportar energía. En Princeton se diseñó el proyecto Matterhorn B para construir la bomba de hidrógeno, basada en la unión de varios núcleos de hidrógeno para formar uno de helio, el mismo proceso que genera energía al Sol y las otras estrellas, con una capacidad destructiva muy superior a la de fisión. Paralelamente se desarrollaron otros proyectos de aplicaciones pacíficas de la energía nuclear obtenida mediante reacciones de fusión.

Estos procesos explicarían porque las estrellas brillan continuamente y el origen del calor solar. Hans Bethe, físico alemán, exilado como tantos otros a EE.UU, en 1935, explicó la producción

de energía en las estrellas por la fusión de cuatro átomos de hidrógeno en uno de helio. A finales del siglo XX, se especulaba sobre el origen del universo, como un proceso de fusión nuclear. Confirmaba Gribbin (2002): “Aunque se supuso que la materia prima del universo habían sido los neutrones, también los neutrones se desintegran de este modo para producir electrones y protones (...) se obtiene helio-4, que también se puede formar por fusión de núcleos de helio 3 y expulsión de dos protones y así sucesivamente”. Desde finales la década de los años 40 del pasado siglo, hasta los primeros años del siglo XXI, los investigadores científicos buscan denodadamente la conversión de la energía en la masa que constituyó los componentes básicos del universo.

Mediante la construcción de los enormes aceleradores, el estudio de los choques de partículas contra sus respectivas antipartículas han dejado inmovible la ecuación $E = mc^2$.

Actualmente se están realizando programas de fusión nuclear con el objetivo de obtener energía limpia, y así evitar la contaminación atmosférica con gases nocivos, que están produciendo el efecto invernadero y consecuentemente el cambio climático. Se intenta, a su vez, resolver el problema que presenta la eliminación de los residuos radiactivos de los procesos de la fisión nuclear. La obtención de hidrógeno, de una fuente tan inagotable como el agua de mar, proporcionaría deuterio, materia prima en reacciones de fusión.

4. Algunas consideraciones sobre la masa relativista

Si la velocidad de una partícula se aproximara a la de la luz su resistencia a continuar moviéndose (inercia) se haría infinitamente grande. Ello nos proporciona un principio básico de la relatividad, “ningún cuerpo material puede alcanzar la velocidad de la luz”.

Aumentar la masa no significa aumentar el número de moléculas, lo que se ha modificado es la inercia del material observable. El concepto de materia en la mecánica clásica necesita una profunda revisión. Un cuerpo material (o una partícula) que adquiere una determinada velocidad lleva consigo una energía cinética y la masa adicional procedente de esta energía explica el aumento relativista de masa.

La masa relativista se puede determinar. Los rayos β (electrones) emitidos por algunos núcleos radiactivos lo hacen con velocidades próximas a la de la luz. Sometidos a la acción de una fuerza centrípeta conocida y midiendo el radio de curvatura, a partir de $F = m v^2 / r$, se puede determinar m , masa relativista.

Cuando una partícula se mueve lo que aumenta es su masa relativista.

El fotón tiene una masa cero porque su velocidad v es c y $1 - (v/c)^2$ se anula.

La ley de conservación de la masa sería $\Sigma(m + \Delta m) = \text{cte}$, como $\Delta m = \text{energía}/c^2$, resultará la ley de las masas para un sistema cerrado (Holton, 1993) formulada de la siguiente forma:

$$\Sigma (m_0 + \text{energía}/c^2) = \text{cte}$$

5. Divulgación de la ecuación $E=mc^2$.

Multitud de personas, correspondientes a los más diversos niveles culturales, conocen o han oído hablar o comentar la ecuación $E=mc^2$, ubicada en el siglo XX como uno de los iconos de los descubrimientos más trascendentales de la física moderna y que abrió las puertas a un mayor y mejor conocimiento del origen del universo. La fórmula $E = mc^2$, es la más conocida en el campo de la física. Ha llegado a ser calificada como “una ecuación para la eternidad”.

Incluso, tras la victoria americana de la segunda guerra mundial, la ecuación $E = mc^2$, se convirtió en un icono y logotipo de toda clase de propaganda, hecho insólito en el campo de las ciencias y más aún en la física. Peter Galison, en su artículo publicado en *Formulas elegantes*, cita: “hay al menos diez grupos de rock que usaron la ecuación como título de sus canciones. Hay una película-disponible en video-que también lo lleva. (...). Existe una empresa gráfica japonesa denominada $E = mc^2$ y también ostenta este nombre una compañía de sistemas de internet francesa, grupos de estudios de Arizona e instalaciones artísticas de varios países. En todas partes el símbolo del genio, un signo de poder y, a la vez, el heraldo de la destrucción”.

En España como contribución a la celebración del Año Internacional de la

Física, se tiene proyectada la distribución de una serie de sellos de correos que llevan grabada la ecuación $E = mc^2$. Esto mismo se tiene previsto en los décimos de un sorteo de lotería.

Referencias bibliográficas

- BODANIS, D. (2005). *E = mc². La ecuación más famosa de Einstein*. Edit. Planeta. Barcelona.
- EINSTEIN, A. (1990). *Cartas a Mileva*. (Introducción y notas, J.M. Sánchez Ron). Edit. Mondadori. Madrid.
- FARMELO, G. (2004) (Editor). *Fórmulas elegantes. (La ecuación del sexante $E = mc^2$, por Galison Peter)* Trad. Luis Enrique de Juan) Edit. TusQuets. Barcelona.
- GAMOW, G. (2003). *Biografía de la Física*. Edit. Alianza. Madrid.
- HOFMAN, B. (1972). *Einstein. Creator and Rebel*. Viking. Nueva York.
- HOLTON, G. (1998). *Einstein, historia y otras pasiones*, Trad. J. J. García Sanz. Edit. Taurus. Barcelona.
- HOLTON, G. y BRUSH, S.G. (1993). *Introducción a los conceptos y teorías de las Ciencias Físicas*. Edit. Reverté. Barcelona,.
- LAHERA, J. (1995). *Introducción a la física moderna en la enseñanza secundaria*. Edit. Síntesis. Madrid.
- MIRALLES, L. et al. (1979). *Física. Curso de Orientación Universitaria*. Edit. Ecir. Valencia.
- PAIS, A. (1984). *La ciencia y la vida de Albert Einstein*. Editorial Ariel, Madrid.
- RUIZ DE ELVIRA, A. (2003). (Trad.) *Cien años de relatividad. Los artículos claves de Albert Einstein de 1905 y 1906*. Edit. Nivola. Madrid.
- STACHEL, J. (2001). (Coord.). *Einstein 1905: un año milagroso. Cinco artículos que cambiaron la física*. Prólogo de Roger Penrose. Edit. Crítica. Barcelona.