

# *Generalizando el concepto de energía y su conservación*

**Jordi Solbes<sup>1</sup> y Francisco Tarín<sup>2</sup>**

Didàctica de les ciències experimentals i socials, Universitat de València. IES de Picasent

## ***Resumen:***

En este trabajo se realiza una introducción histórica y epistemológica del largo proceso que lleva del concepto de “vis viva” a la idea actual de energía, cuya conservación aparece como un principio unificador de toda la física. Se muestra, así mismo, como esta historia puede contribuir a mejorar la enseñanza de la energía y a superar algunas dificultades de los estudiantes.

***Palabras clave:*** historia de la ciencia; enseñanza y aprendizaje de la energía

## ***Abstract:***

In this work it is carried out a brief historical and epistemological introduction of the long process that takes the concept of “vis viva” to the current idea of energy, which conservation appears as a principle unifier of the whole physics. It is shown, likewise, how this history can contribute to improve the energy teaching and to overcome some students’ difficulties.

***Key Words:*** history of science; energy’ teaching & learning.

(Fecha de recepción: abril, 2008, y de aceptación: septiembre, 2008)

## Introducción

La energía es uno de los conceptos más importantes, no sólo de la física, sino de otras ciencias. Su elaboración ha sido fruto de un largo y complejo proceso de generalización conceptual y de síntesis de diferentes campos de las ciencias, que va desde la “vis viva” de Huygens, introducida en 1669, hasta la idea actual de la misma establecida a principios del siglo XX. Idea que podemos resumir en un principio general de conservación de la energía aplicado en todos los campos de la física: *“la energía total de un sistema aislado se conserva”*. Como todas las leyes aparentemente simples, la complejidad se encierra dentro y es necesario aclarar que entendemos por sistema aislado y energía total (Solbes y Tarín, 2004). Se define un sistema aislado como el que no transfiere energía al entorno por medio de trabajo, calor, ondas mecánicas o electromagnéticas, o cualquier otro proceso de transferencia. Para determinar la energía total de un sistema consideraremos las siguientes clases de energía: energía de las partículas libres (la cinética y la energía en reposo), energía de los campos libres, energía de las interacciones entre partículas y campos (que es potencial si los campos son conservativos). Cada una de estas contribuciones a la energía total del sistema puede variar con el tiempo transformándose en una de otro tipo, pero su suma no cambia, se conserva.

Sin embargo, en la enseñanza de la energía se incurre en el tópico, que ya denunció Feynman (1969), de utilizar un concepto muy generalizado de energía, incluso en primaria y los pri-

meros cursos de secundaria, que permite explicar todos los movimientos del mundo. Allí hace referencia a un texto de secundaria donde se pregunta que hace moverse a un juguete con cuerda y la respuesta que se busca es la energía. Feynman señala que la pregunta es acertada pero la respuesta no es afortunada porque se trata de una explicación meramente verbalista. Para comprobar si el aprendizaje es significativo pregunta: *“Sin utilizar la nueva palabra que acaban de aprender, traten de expresarlo en su propio lenguaje”*. E incluso va más allá y afirma: *“Se mueve porque el Sol brilla”... “¿Qué tiene que ver con el brillo del Sol? Se movió porque yo le di cuerda” “¿Y por qué, amigo mío, puedes tú moverte para dar cuerda a este muelle?” “Yo como” “¿Qué comes tú, amigo mío” “Yo como plantas” “¿Y cómo crecen las plantas?” “Crecen porque el Sol brilla”*.

Por lo tanto, una alternativa que pueda evitar ese verbalismo pasaría por tener en cuenta las dificultades de los estudiantes para el aprendizaje del concepto de energía y por utilizar la historia de la ciencia. Sobre las dificultades existe una amplia investigación. Sin ánimo de ser exhaustivos, podemos mencionar algunos trabajos clásicos (Driver y Warrington 1985, Duit 1981 y 1984, Solomon 1983 y 1985) o más reciente (Carr y Kirwood 1988, Trumper 1998, Solbes y Tarín, 1998), donde se muestra que los estudiantes identifican trabajo y esfuerzo, energía y potencia, asignan un carácter material a la energía, la asocian sólo al movimiento o a la actividad, consideran que la energía se gasta o se almacena puesto que el

lenguaje cotidiano está impregnado de expresiones como “consumo de energía” o “crisis energética”, confunden las formas de energía con sus fuentes, ignoran las variaciones de energía interna, consideran el calor en términos de una sustancia o una forma de energía, confunden calor y temperatura. Y de una forma especial, los estudiantes no activan los esquemas de transformación, conservación, transferencia y degradación de la energía, sin los cuales no se puede entender el concepto ni el principio de conservación.

Aunque la idea de un paralelismo estricto entre algunas concepciones alternativas de los estudiantes e ideas científicas erróneas aparecidas en la historia de la ciencia ha sido cuestionada, lo cierto es que a partir de los obstáculos que se manifiestan a lo largo de la historia de la ciencia se puede extraer información sobre las dificultades de los estudiantes (Saltiel y Viennot, 1985). Además la historia de la ciencia puede contribuir a crear actitudes más positivas hacia la ciencia y su aprendizaje y a facilitar que los estudiantes utilicen estrategias propias del trabajo científico, como el planteamiento de problemas, la generalización de conceptos, etc. (Solbes y Traver, 1996; Ríos y Solbes, 2002)

### ***Breve historia del proceso de generalización del concepto de energía y su conservación***

A continuación se muestran algunos hitos del desarrollo histórico del concepto de energía, que ponen de mani-

fiesto el largo y complejo proceso de generalización del concepto de energía, que podemos sintetizar en cuatro fases fundamentales:

1. La conservación de la energía en la mecánica. A partir del estudio experimental de los choques elásticos, se formula un principio de conservación en el que sólo aparece la energía cinética del que, muy pronto, se conocen sus limitaciones. El carácter de teorema o de principio fundamental resulta confuso.
2. La conservación de la energía en termodinámica. Se conceptualizan el calor, la temperatura, la energía interna y el trabajo. Estos conceptos, unidos a una gran cantidad de hechos experimentales (procesos de conversión de energía, transformación de calor en trabajo; estudio de máquinas térmicas) dan lugar a la formulación de los dos principios de la termodinámica. El primer principio resuelve las limitaciones de la conservación de la energía en mecánica, mientras que el segundo aporta la degradación de la energía como un nuevo aspecto de la misma.
3. La energía en el campo electromagnético. El establecimiento de la teoría electromagnética da lugar a la consideración de la energía de los campos y a la radiación como un nuevo proceso de transferencia de energía.
4. La energía en la física moderna. La teoría de la relatividad introduce una relación entre la masa y la energía, y la energía de la masa en reposo. La desintegración  $\beta$  y el posterior des-

cubrimiento del neutrino suponen la confirmación de la conservación de la energía a nivel microscópico. Por último, el teorema de Noether supone una visión más profunda del sentido de la conservación de la energía al relacionarla con una invarianza de las leyes naturales bajo las traslaciones temporales.

### La conservación de la *vis viva*

Durante el siglo XVII alcanzaron un gran desarrollo los estudios sobre choques. La acumulación de datos experimentales condujo a la creación *ad hoc* de una magnitud que se conservara en las colisiones elásticas. Descartes utilizó la cantidad de movimiento mientras que Leibniz y otros científicos, como Huygens y Wallis, pensaron que la *vis viva* (fuerza viva) era la magnitud que permanecía constante en el choque. De este modo, aparece, por primera vez en la historia de la física, una magnitud energética definida de manera precisa que se conserva en fenómenos mecánicos. Por otra parte, la no conservación de la *vis viva* en los choques inelásticos condujo a la introducción de la energía interna y al primer principio de la termodinámica en el siglo XIX.

Los *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nove science attenanti alla meccanica de i movimenti locali* escritos por Galileo (1564-1642) datan de 1638. En este tratado aparece una afirmación referente al movimiento de un cuerpo que cae libremente. Galileo expresa que el cuerpo alcanzará la misma altura de la que partió si

choca elásticamente con una superficie y no se considera el rozamiento del aire. Aunque Galileo no hace ninguna consideración de tipo conservativo o energético, se ha considerado como una de las primeras manifestaciones implícitas de la conservación de la *vis viva* (Holton, 1979).

En el tratado de Galileo citado anteriormente se expone el problema del martillo-pilón. Se deja caer un cuerpo sobre una estaca hundida en el suelo y Galileo se pregunta “¿no es cierto que si un bloque cae sobre una estaca desde una altura de cuatro cúbitos y la hunde en tierra, por ejemplo cuatro dedos, si procediera de una altura de dos cúbitos, hundiría la estaca mucho menos, y se procediera de un cúbito todavía menos?” Galileo plantea la proporcionalidad entre la distancia que se hunde la estaca y la velocidad del cuerpo que cae. De esta manera, Galileo anticipa una forma de medir el trabajo a partir de sus efectos. Como se verá más adelante, Leibniz utilizaría un procedimiento semejante en la medida de la *vis viva*.

C. Huygens (1629-1695) realizó una formulación más precisa de la conservación de las fuerzas vivas. La *Royal Institution* de Londres propuso en 1668, como tema de discusión, el problema del choque de dos cuerpos. Junto a Wren (1632-1723) y Wallis (1616-1703), Huygens tomó parte en el concurso, analizando la colisión elástica el 4 de enero de 1669. Los resultados aparecieron en el *Journal de Savants* (1669) y póstumamente en *Motu corporum ex percussione* publicado en 1700. En dichos tratados se resuelve el problema de los choques elásticos por medio de la con-

servación de la *vis viva* (Dugas, 1988; Erlichson, 1997). Con Huygens aparece explícitamente la primera formulación, aunque muy restringida, del principio de conservación de la energía: la conservación de las fuerzas vivas en los choques elásticos.

Los choques inelásticos fueron analizados por J. Wallis (1616-1703), que diferenció los cuerpos perfectamente duros (*hard*) de los blandos (*soft*). Cuando se refiere a estos últimos, afirma que “*un cuerpo blando es el que se deforma en un choque de tal manera que pierde su forma original... parte de la fuerza se utiliza para deformarlos*”. Las palabras anteriores indican que Wallis reconoce que una parte de la fuerza viva del cuerpo incidente se utiliza para deformar el cuerpo blando, es decir, la fuerza viva no se conserva en un choque inelástico (Dugas, 1988).

Al igual que Huygens, G. W. Leibniz (1646-1716) se interesó por el problema de los choques. En 1686 apareció en el *Acta eruditorum* de Leipzig una memoria en la que señalaba el incumplimiento, en ciertos casos, del principio cartesiano de la conservación de la cantidad de movimiento. Un año después, Leibniz proponía que fuera sustituido por una ley más general de forma que “*existiera una perfecta igualdad entre la causa completa y el efecto completo*”. El principio propuesto por Leibniz era el de la conservación de las fuerzas vivas. Leibniz pensaba que un cuerpo que cae adquiere una “fuerza”. El valor de dicha “fuerza” es tal que le permite ascender a la misma altura desde la que cayó, si se produce un choque elástico. Por tanto, la “fuerza” adquirida se puede

medir por su efecto, es decir, por la altura alcanzada. Según las leyes de Galileo, dicha altura es proporcional al cuadrado de la velocidad inicial, de manera que la “fuerza” será proporcional al cuadrado de la velocidad. Al producto de la masa de un cuerpo por el cuadrado de su velocidad lo denomina *vis viva* (Dugas, 1988). Como la altura (efecto de la *vis viva*) se conserva, también se conservará la causa, es decir, la *vis viva* se mantiene constante. La medida de una *vis viva* por el efecto producido y, más concretamente, por la altura a la que podía ascender un cuerpo, fue aplicado por Leibniz al problema de los choques y por Huygens al estudio de los péndulos (Solaz y Sanjosé, 1992). En el tratado *Horologium Oscillatorium* (1673) se señala que la energía cinética del péndulo es igual a la potencial gravitatoria (utilizando los términos actuales) (Erlichson, 1996). En su polémica con Descartes, Leibniz mantuvo que la *vis viva*, y no la cantidad de movimiento, es la magnitud que permanece constante en un choque.

Durante el siglo XVII la conservación de las fuerzas vivas es una ley de la mecánica que se aplica a los choques y a los movimientos de caída, tanto libres como pendulares. Su campo de validez se extendió durante el siguiente siglo. Daniel Bernouilli (1700-1782) construyó su *Hydrodynamyca* (1738) a partir de la hipótesis de la conservación de las fuerzas vivas en los fluidos (Taton, 1972). Posteriormente, en las *Memoires de Berlin* (1748), lo aplicó a un sistema de cuerpos que se atraen o que se mueven hacia un punto común, de acuerdo con una ley que es función de la distancia.

El problema de la no conservación de las fuerzas vivas fue analizado por Borda (1733-1799). En su *Mémoire sur l'écoulement des fluides par les orifices des vases* (1766) considera las pérdidas de fuerza viva producidas en el movimiento de fluidos cuando atraviesan un tubo cuya sección aumenta o disminuye bruscamente. Para resolver cuantitativamente el problema considera que es análogo al choque inelástico (Dugas, 1988). De esta forma puede calcular el valor de dichas pérdidas (Taton, 1972).

Lazare Carnot (1753-1823) abordó los choques inelásticos en la segunda parte de su tratado *Principes généraux de l'équilibre et du mouvement* (1803). En dichos fenómenos se produce una disminución de las fuerzas vivas, como ya era conocido desde el siglo XVII. El resultado obtenido se resume en el teorema que lleva su nombre: "*En el choque de cuerpos duros (inelásticos), la suma de las fuerzas vivas antes del impacto es siempre igual a la suma de las fuerzas vivas después del impacto y a la suma de las fuerzas vivas que tendría cada uno de los cuerpos si se moviera libremente con la velocidad que perdió en el impacto*" (Dugas, 1988).

Los estudios de Borda y Carnot tienen un especial interés porque abordan por primera vez el tratamiento cuantitativo de la pérdida de la fuerza viva en choques inelásticos o en fenómenos reducibles a ellos.

Durante los siglos XVII y XVIII aparece, de una manera implícita, el concepto de energía potencial en Galileo, Huygens, Leibniz y Bernoulli. Se relaciona con la fuerza muerta, con la tensión, etc. Euler (1707-1783) intro-

duce en 1744 (*Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes*) la *vis potentialis* de un cuerpo elástico cuando se deforma (Whittaker, 1989). Correspondería al concepto actual de energía potencial elástica.

La función conocida ahora como potencial apareció en 1777 cuando Lagrange (1736-1813) resolvió un problema relacionado con un sistema de partículas que se atraen mutuamente por la acción de la gravedad. Si se coloca una pequeña partícula, no perteneciente al sistema, en un punto P, Lagrange demostró que las componentes de la fuerza gravitatoria que actúa sobre dicha partícula, se pueden calcular como las derivadas de una función V (Whittaker, 1989). Dicha función se obtiene como la suma de la masa de cada partícula del sistema dividida por la distancia desde el punto P al punto en que se encuentra cada masa. La utilización de la función potencial simplifica el problema, al no tener que considerar la dirección de las fuerzas gravitatorias. Aunque la función potencial supuso una simplificación en los cálculos matemáticos de las fuerzas, no se relacionó con ningún tipo de principio de conservación.

A finales del siglo XVIII la conservación de la energía, en su formulación de *vis viva*, es una ley establecida de la mecánica. Sin embargo, su estatus epistemológico permanece muy confuso (Truesdell, 1975). D'Alembert (1717-1783) considera en su *Traité de Dynamique* (1743) que la conservación de las fuerzas vivas se puede deducir de las leyes de la dinámica para sistemas con ciertas restricciones (Dugas 1988). Para

Lagrange, dicho principio es un corolario de las hipótesis que aparecen en su *Mécanique analytique* (1788) cuando las ligaduras son independientes del tiempo y no tienen rozamiento (Dugas, 1988). D. Bernouilli lo eleva al rango de principio fundamental en la elaboración de su *Hydrodynamyca*, no deducible, por tanto, de las leyes mecánicas. Por otra parte, parece no cumplirse en ciertos fenómenos como las colisiones inelásticas o en los que se considera el rozamiento (Dugas, 1988).

### **La calorimetría**

El estudio de los choques inelásticos realizado en el siglo XVII tuvo como consecuencia la revisión del calor entendido como sustancia material, de acuerdo con la teoría del calórico, y su desplazamiento por una concepción cinética.

La contribución más relevante del siglo XVII en los fenómenos relacionados con el calor fue el establecimiento conceptual de la temperatura. Hacia 1592 Galileo (1654-1642) reutilizó el termoscopio de aire descrito por Herón (c. 62 d.C.) en su tratado *Pneumaticos*. Se trataba de un aparato que determinaba el grado de calor o de frío de un cuerpo. El establecimiento de una escala termométrica en un termoscopio se debe, hacia 1612, a Sartorio (1561-1636). Aunque dotado de una escala cuantitativa, el termoscopio era un aparato poco fiable. Sus medidas resultaban afectadas por los cambios de presión atmosférica y de la gravedad. R. Bacon (1561-1626) y A. Kircher (1601-

1680), entre otros, emplearon también termoscopios de aire (Taton, 1972).

En 1632 aparece el termómetro de agua en una carta de Jean Rey (c.1583-1645). Dicho termómetro será rápidamente sustituido por el de alcohol, construido por primera vez en la *Accademia del Cimento* de Florencia (Taton, 1972).

Durante el siglo XVIII no se produjo ningún avance importante en la termometría. Fahrenheit (1686-1736) definió la escala que lleva su nombre y en 1720 introdujo el termómetro de mercurio. La escala Reamur fue propuesta por Jean André de Luc (1727-1817) en 1772 en sus *Investigaciones sobre las modificaciones de la atmósfera* mientras que la escala centígrada o Celsius apareció en 1743 como aportación de J.-P. Christian (1683-1755) (Taton, 1972).

Si en el siglo XVII tiene lugar la conceptualización de la temperatura, en el XVIII se realiza la de cantidad de calor. Algunos miembros de la *Accademia del Cimento* descubrieron en 1641 que al tomar cantidades iguales de líquidos diferentes a la misma temperatura, no funden la misma cantidad de hielo. J. Black (1728-1799) precisó la idea anterior y determinó de forma cuantitativa la cantidad de calor necesaria para que masas iguales de cuerpos diferentes sufran la misma variación de temperatura. De esta manera introdujo el concepto de calor específico y la forma de determinarlo (Papp, 1961). Black observó que, en los cambios de estado, se absorbe o se cede una cantidad de calor sin que la temperatura varíe. Al calor puesto en juego en dichos fenómenos le dio el nombre de calor latente e

ideó un método para calcularlo (Taton, 1972). En Francia, Lavoisier (1743-1794) y Laplace (1749-1827) realizaron la medida de calores específicos, latentes, de disolución, de reacción, etc.

Los fenómenos relacionados con el calor fueron explicados en el siglo XVIII por la teoría del calórico (Papp, 1961). De acuerdo con la misma, el calórico es un fluido sutil formado por átomos indestructibles. Dicho fluido penetra en los cuerpos cuando se calientan y escapa cuando se enfrían. Lavoisier demostró, a través de medidas muy precisas, que el calórico no tenía masa, a pesar de tratarse de una sustancia. Otra propiedad central del calórico se refiere a su conservación. Si se ponen en contacto dos cuerpos que tienen temperaturas diferentes, pasa calórico de uno a otro hasta que se igualan las temperaturas, de manera que la cantidad de calórico que pierde un cuerpo coincide con la ganada por el otro. Esta propiedad fue confirmada por las mediciones de la cantidad de calor realizadas por Black.

Aunque la teoría del calórico explicaba satisfactoriamente todos los fenómenos de naturaleza térmica conocidos en la época, una observación de Rumford (1753-1814) planteó serias dudas sobre su veracidad. En 1798, Rumford comprobó de forma práctica la producción ilimitada de calor por medio del rozamiento en la perforación de tubos para cañones. Este hecho no podía ser explicado por la teoría del calórico. En efecto, si se perfora el tubo de un cañón, la cantidad de calor obtenida no puede ser superior a la que contiene dicho tubo porque el calórico se conserva. Rumford llegó a la conclusión de que el calórico

no podía ser una sustancia porque no se mantenía constante en ciertos fenómenos (Papp, 1961). El hecho fue interpretado como una transformación de la energía mecánica en calor. Dicha transformación produciría un aumento del movimiento de las partículas del cuerpo, de acuerdo con una olvidada teoría mecanicista sobre los gases propuesta por D. Bernouilli en su tratado sobre fluidos (*Hydrodynamica* 1738). En las *Philosophical Transactions* (1798) Rumford indica que “no puedo hacerme ninguna representación del calor; si no puedo considerarlo como un movimiento” (Taton, 1973).

Según las hipótesis de Bernouilli, los gases están formados por partículas que se mueven y chocan elásticamente entre ellas. Las propiedades macroscópicas observables son una consecuencia del movimiento de las partículas. Así, por ejemplo, la presión producida por un gas se puede interpretar como un efecto del choque de las partículas sobre las paredes. Si un gas se calienta, aumenta la *vis viva* de las partículas y, por tanto, la presión. La teoría cinética de Bernouilli explicaba muchos fenómenos térmicos pero no la dilatación o los cambios de estado (Taton, 1972).

La influencia de la teoría de Rumford en el pensamiento de la época fue pequeña. No propuso ninguna relación cuantitativa entre la energía suministrada y el calor producido. Tampoco explicó la razón por la que el calor se conserva en ciertos casos (por ejemplo, en la determinación de la temperatura de una mezcla) y no en otros (por ejemplo, en la producción de calor por rozamiento). Sin embargo, H. Davy (1788-1829),



constituye una excepción. Siguiendo las ideas de Rumford, realizó en 1799 una experiencia de generación de calor a partir del rozamiento. Demostró que la fricción de dos trozos de hielo producía el calor necesario para derretirlos (Papp, 1961).

En el siglo XVIII se analizaron la radiación y la conducción, como formas de transmisión del calor. Desde el siglo anterior se sabía que el calor se transmite por radiación y en el siglo siguiente se observaron analogías entre dichas ondas y la luz. P. Prevost (1751-1839) estableció en 1799 la idea dinámica de equilibrio de la radiación térmica de un cuerpo (Whittaker, 1989; Taton, 1973) y W. Herschel (1738-1822) demostró en 1801 la identidad entre los rayos infrarrojos y la radiación térmica (Taton, 1973). Este hecho supuso otro argumento en contra de la teoría del calórico. ¿Cómo podían transformarse las partículas de calórico en ondas cuando se transmitía calor de un cuerpo a otro que no estuviera en contacto?

Aunque el paso de calor de un cuerpo a otro por conducción era un fenómeno conocido, hasta 1789 no se realizó un estudio cuantitativo de la conductividad térmica. En ese año, J. Ingenhousz (1730-1799) comparó experimentalmente las conductividades de diferentes cuerpos.

La deducción matemática de las leyes de la conducción corresponde a J. Fourier (1768-1830). En 1822 publicó el tratado *Théorie analytique de la chaleur*. En él aparece la ley de conducción del calor aplicada a una varilla cuyos extremos se encuentran a temperaturas diferentes (Taton, 1973). La formu-

lación de la ley se realiza sin necesidad de ninguna hipótesis sobre la naturaleza del calor o sobre el mecanismo de su transmisión (Papp, 1961). De acuerdo con dicha ley, la cantidad de calor que atraviesa una sección de la varilla es proporcional al gradiente de temperaturas.

Como resumen de las aportaciones realizadas en los siglos XVII y XVIII a los fenómenos térmicos y a la naturaleza del calor, se puede citar el establecimiento de los conceptos de temperatura y de cantidad de calor. Los fenómenos en los que se producía una cantidad inagotable de calor gracias a la realización de un trabajo mecánico no pudieron ser explicados por la teoría del calórico. Como consecuencia, se abandonó dicha teoría y se estableció la naturaleza cinética del calor.

### ***La conservación de la energía***

A mitad del siglo XIX se establece, de forma simultánea e independiente por R. Mayer (1814-1878), J. Joule (1818-1889) y H. Helmholtz (1821-1894), el principio de conservación de la energía. La formulación de dicho principio fue un proceso complicado y largo, resultado de varias corrientes de pensamiento: la doctrina filosófica alemana llamada *Naturphilosophie*, la interconvertibilidad de ciertos fenómenos, el desarrollo conceptual del trabajo y la equivalencia del trabajo y el calor (Kuhn 1982).

El movimiento filosófico *Naturphilosophie* se desarrolló en Alemania a principios del siglo XIX. Se trataba de una doctrina cuyos antecedentes se

remontan a Leibniz, Wolff y Kant. Los filósofos de la *Naturphilosophie* creían en la unidad de todos los procesos de la naturaleza, a través de un principio unificador. Schelling (1755-1854), uno de sus representantes, publicó en 1799 el tratado *Erster Entwurf eines Systems der Naturphilosophie* (*Primer bosquejo de un sistema de filosofía de la naturaleza*). En dicho tratado, el filósofo alemán indica que “no cabe duda de que una sola fuerza, en sus varias formas, está manifiesta en [los fenómenos de] la luz, la electricidad y así, sucesivamente” (Kuhn, 1982). La *Naturphilosophie* ejerció sobre los científicos de la época una influencia muy considerable y creó el ambiente intelectual para la búsqueda de fenómenos de transformación.

A finales del siglo XVIII se conocía un número muy elevado de fenómenos relacionados con la mecánica, el calor, la luz, la electricidad, el magnetismo y las reacciones químicas. Sin embargo, los fenómenos conocidos de las diferentes ramas de la física no se relacionaban entre ellos. Esta situación comenzó a cambiar cuando, a principios del siglo XIX, se descubrieron conexiones entre varios procesos.

En 1801 W. Herschel (1738-1822) identificó el calor radiante con las ondas infrarrojas. Volta (1745-1827) descubrió en 1800 que una reacción química produce electricidad. Pocos años después, Davy (1778-1829) y Faraday (1791-1867) identificaron el proceso contrario: la electricidad provoca reacciones químicas (Kuhn, 1982).

Oersted (1777-1851) realizó en 1820 su conocido experimento en el que se demuestra que una corriente eléctrica

crea un campo magnético. El fenómeno inverso fue descubierto por Faraday (1791-1867) en 1831 cuando comprobó que se puede crear una corriente eléctrica por medio de un campo magnético variable.

Los hechos anteriores, entre otros muchos, llevaron a varios científicos a la idea de conservación. Si se puede utilizar un fenómeno para producir otro, y éste puede producir el primero, ¿existirá alguna relación entre las magnitudes que caracterizan ambos fenómenos? Algunos científicos pensaron que en los fenómenos interconvertibles se debería mantener constante alguna magnitud, a pesar de los cambios. A esa magnitud la llamaron “fuerza” (en el sentido actual de energía). K.F. Mohr (1806-1879) en 1837, M. Faraday (1791-1867) en 1844, J. Liebig (1803-1873) en 1844 y W. Grove (1811-1896) en 1846, formularon, de manera independiente, un principio de conservación de la energía de tipo cualitativo (Kuhn, 1982). En su época no disponían de la capacidad técnica para medir la “fuerza” inicial y final de un proceso.

Una contribución decisiva para el establecimiento de la conservación de la energía fue la introducción del concepto de trabajo. Se realizó, a principios del siglo XIX, por los ingenieros franceses que estudiaban el movimiento de las máquinas. Un antecedente del concepto de trabajo se encuentra en la *Théorie des fonctions analytiques* (1797) de Lagrange. Al analizar un problema de ingeniería de Lazare Carnot, se formula el principio de conservación de las fuerzas vivas utilizando el producto de la fuerza por la distancia. Sin embargo,

la magnitud así definida no representa ningún papel relevante en el resto del tratado. En el *Essai sur les machines en général* (1782) de Lazare Carnot aparece el concepto de trabajo con el nombre de *momento de actividad y fuerza viva latente* (Dugas, 1988).

La introducción del trabajo en el sentido actual fue realizada por un grupo de ingenieros franceses entre los figuran H. Navier (1785-1836), G. Coriolis (1792-1843) y J.-V. Poncelet (1788-1867) (Kuhn 1982). El nombre de trabajo fue propuesto por Poncelet en *Introduction à la mécanique industrielle* (1829) (Papp, 1961; Kuhn, 1982). El tratado de Coriolis *Du calcul de l'effet des machines* data de 1829. Allí aparece por primera vez la formulación del principio de conservación de las fuerzas vivas en términos de trabajo. Coriolis redefine la fuerza viva como  $1/2mv^2$  para que el trabajo sea igual a la variación de dicha fuerza (Kuhn, 1982).

El establecimiento del concepto de trabajo fue un gran paso hacia la demostración de la equivalencia de calor y trabajo, la medida del equivalente mecánico del calor y el establecimiento del principio de conservación de la energía por Mayer, Joule y Helmholtz.

A partir de unas observaciones, realizadas en 1840, sobre el color de la sangre en los trópicos (Papp 1961), Mayer (1814-1878) desarrolló la idea de la equivalencia del trabajo mecánico y del calor así como de la conservación de la energía. Estas hipótesis fueron publicadas en 1842 con el título *Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur* (*Observaciones sobre las fuerzas de la naturaleza inorgánica*) y tuvieron poca

repercusión. En la memoria citada aparece la interpretación de un fenómeno en base a la equivalencia del calor y del trabajo, y un resultado cuantitativo del llamado “equivalente mecánico del calor” (Papp, 1961). Mayer conocía el experimento de Gay-Lussac en el que un gas mantiene constante su temperatura si se expande en el vacío pero se enfría si la dilatación se hace a presión constante. El enfriamiento se puede explicar fácilmente si se admite que una parte del calor del gas se ha utilizado para realizar el trabajo de expansión, es decir, se ha producido una conversión de calor en trabajo. A partir de los valores conocidos de los calores específicos a volumen y a presión constante del aire, Mayer obtuvo que  $1 \text{ cal} = 3,6 \text{ J}$  (Taton, 1973; Holton, 1979).

Mayer presentó numerosos ejemplos de conversión de “fuerzas” y de su indestructibilidad, hasta generalizar los resultados en la primera formulación escrita del principio de conservación de las “fuerzas”. Según sus palabras: “... podemos decir que las causas son cuantitativamente indestructibles y cualitativamente convertibles... Las “fuerzas” son, por tanto, entidades indestructibles y convertibles”. En 1845 publicó otra memoria (*Die organische Bewegung in ihrem Zusammenhange mit dem Stoffwechsel* (*El movimiento orgánico en su relación con la transformación de la materia*)) en la que extendía el principio de conservación de la energía a fenómenos fisiológicos y de 1848 data una tercera memoria en la que se consideran fenómenos de todo tipo a la luz del principio indicado.

Si las consecuencias obtenidas por Mayer son el resultado de la elaboración de datos y de la interpretación de fenómenos, en el caso de Joule proceden de una variada actividad experimental. Joule (1818-1889) profundizó en la equivalencia del calor y el trabajo por medio de numerosos experimentos de muy diversa naturaleza. En todos ellos demostró que existe una relación constante entre el trabajo realizado y el calor producido, independientemente del fenómeno considerado o de la sustancia utilizada. En 1843 obtuvo que  $1 \text{ cal} = 4,51 \text{ J}$  al medir el trabajo necesario para mover un generador eléctrico y el calor producido en una resistencia (Holton, 1979). Los resultados se publicaron en la memoria *On the Caloric Effects of Magneto-Electricity and on the Mechanical Value of Heat*. En dicho artículo aparece, por primera vez en los trabajos de Joule, la hipótesis sobre la conservación de la energía. La relación entre el calor generado por rozamiento del agua en un tubo estrecho y el trabajo realizado para mantener la corriente dieron como resultado que  $1 \text{ cal} = 4,14 \text{ J}$ . En la medida del calor desprendido en la compresión de un gas y el trabajo utilizado, estableció que  $1 \text{ cal} = 4,27 \text{ J}$ . Posteriormente realizó un conjunto de experiencias en las que se calentaba agua o mercurio por efecto de una corriente inducida o por el rozamiento de unas paletas que giraban (Holton, 1979). Joule hizo numerosas variantes de sus experiencias y utilizó casi todas las formas de energía conocidas en la época. En todos los casos llegó a un valor semejante para la relación entre el calor y el trabajo. Las experiencias

de Joule establecieron la equivalencia entre trabajo y calor (Harman, 1990), pusieron de manifiesto la transformación de la energía y aportaron un gran número de evidencias a favor del principio de su conservación

Aunque Mayer y Joule establecieron la existencia de la energía como magnitud que se mantiene constante en los procesos, ninguno de ellos la formalizó matemáticamente. Helmholtz (1821-1894) llevó a cabo esa tarea y la presentó en la memoria *Über die Erhaltung der Kraft (Sobre la conservación de la fuerza)* (1847). En ella se analiza el sistema conservativo (es decir, excluyendo el rozamiento y los choques inelásticos) formado por una partícula sometida a fuerzas que son funciones de la distancia, o a fuerzas centrales. Se define la *cantidad de tensiones* (la energía potencial actual) y se indica que “*el aumento de la energía cinética de una partícula en su movimiento bajo la influencia de una fuerza central es igual a la cantidad de tensiones que corresponden a la variación relativa desde el centro de acción*”. El enunciado anterior es equivalente, con palabras actuales, a afirmar que el aumento de la energía cinética de una partícula es igual a la disminución de su energía potencial cuando se mueve sometida a una fuerza central. Unos años después, Helmholtz cambió las denominaciones de “fuerza viva” y “cantidad de tensión” por los términos “energía actual” y “potencial” respectivamente, propuestos por W. J. M. Rankine (1820-1872). De la misma forma, creyó conveniente sustituir “conservación de la fuerza” por la propuesta de Rankine “conservación de la energía”.

Helmholtz generaliza el enunciado anterior a los sistemas de partículas, a los cuerpos sólidos y a los fluidos elásticos. Más adelante la extensión se hace más amplia con el objeto de “*reducir todos los fenómenos naturales a fuerzas invariables, atractivas o repulsivas, cuya intensidad depende sólo de la distancia a los centros*” (Dugas, 1988). De esta forma Helmholtz expresaba su convencimiento en la aplicación universal del principio de conservación de la energía a todo tipo de fenómenos.

El principio de conservación de la energía fue aplicado por Helmholtz a fenómenos no mecánicos (Jungnickel y McCormach, 1990). De esta forma obtuvo, resultados ya conocidos a través de un procedimiento diferente. Así, por ejemplo, calculó la fuerza electromotriz de dos metales en una pila o dedujo la interacción de un imán móvil y una corriente producida en una pila. También aplicó su principio para obtener nuevos resultados como, por ejemplo, el valor de la constante  $\epsilon$  de la teoría de Neumann de las corrientes inducidas en una espira, calculado anteriormente de forma empírica. Estos ejemplos son representativos de dos características relevantes del principio de conservación de la energía. La primera se refiere a la unidad de los fenómenos de la naturaleza: en el análisis de la interacción de un imán y una corriente, Helmholtz aplicó su principio a fenómenos eléctricos, magnéticos, mecánicos, térmicos y químicos. Por otra parte, la utilización del principio de conservación de la energía se puede realizar sin conocer la expresión de las fuerzas que actúan en un proceso.

En la primera mitad del siglo XIX se descubrió que ciertos fenómenos podían agruparse en pares, de forma que resultaban interconvertibles. Por otra parte, se clarificó el concepto de trabajo mecánico y se descubrió su equivalencia con el calor. Estos hechos condujeron a la búsqueda de un elemento unificador en la gran variedad de fenómenos conocidos. De esta forma, se estableció la conservación de la energía como el elemento que proporciona unidad a la diversidad.

### ***La termodinámica y el segundo principio***

En este apartado nos centramos sobre todo en el segundo principio, dado que el primero y sus implicaciones en los procesos físicos y químicos (termoquímica), ya ha sido presentado en un trabajo reciente (Furió, Solbes y Furió, 2006).

Señalar que en 1824 apareció el estudio de S. Carnot (1796-1832) *Reflexions sur la puissance motrice du feu* en el que se analiza el funcionamiento de las máquinas térmicas cíclicas. Carnot parte de la teoría del calórico para llegar a una expresión del rendimiento de la máquina (Holton, 1979). Según sus cálculos, el trabajo máximo realizado es función de la cantidad de calórico y de las temperaturas del foco caliente y del frío, resultado conocido como “teorema de Carnot” (Papp, 1961; Erlichson, 1997). El funcionamiento de la máquina es explicado por analogía con el de un molino de agua. El flujo de calor del foco caliente al frío produce un trabajo

y la cantidad de calor, que pasa de uno a otro foco, se mantiene constante.

W. Thomson (lord Kelvin, 1824-1907) hizo notar en 1849 una contradicción entre las afirmaciones de Carnot, confirmadas por la experimentación, y los resultados de Joule. Éste había demostrado de forma exhaustiva que la producción de trabajo implicaba una pérdida de calor, en contra de la conservación del calórico sostenida por Carnot. En el fondo, se planteaba un conflicto entre la teoría del calórico, mantenida por Carnot, y la teoría cinética del calor, sostenida por Joule. La controversia fue resuelta por R. Clausius (1822-1888) en su artículo *Über die bewegende Kraft der Wärme und die Gesetze, welche sich daraus für die Wärmelehre selbst ableiten lassen* (Sobre la fuerza motriz del calor y las leyes que se deducen de ella para la enseñanza del calor) aparecido en 1850 en los *Annalen der Physik*. Clausius analiza la relación entre calor y trabajo (Jungnickel y McCommarch, 1990), y su equivalencia, considerándola como la primera ley de la teoría mecánica del calor. A continuación se realiza una síntesis del teorema de Carnot y de la primera ley. Se considera correcto el resultado del teorema de Carnot y se demuestra que su negación supondría el paso de calor de un foco frío a uno caliente sin necesidad de suministrar trabajo (afirmación conocida como segunda ley de la Termodinámica). Sin embargo, se debe modificar la hipótesis de Carnot sobre la conservación del calor y admitir que una parte se transforma en trabajo.

De esta forma, Clausius formuló la segunda ley de la “teoría mecánica

del calor” (Jungnickel y McCommarch, 1990). Dicha ley, junto con la equivalencia de calor y trabajo (considerada como primera ley), forman la base de la Termodinámica y su reconocimiento como ciencia, con desarrollo independiente. La importancia de la segunda ley fue reconocida por Helmholtz cuando señaló que “*esta ley es una de las pocas que puede reclamar una absoluta validez independientemente de toda la diversidad de cuerpos naturales y porque revela las conexiones más sorprendentes entre las ramas más distantes de la física*”.

La segunda ley fue reformulada por Clausius en 1854 en el artículo *Über eine veränderte Form des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie* (Sobre una forma diferente de la segunda ley fundamental de la teoría mecánica del calor) de la siguiente forma: “*el calor no puede pasar de un cuerpo caliente a otro frío sin que ocurra simultáneamente algún cambio*”. A partir de dicha ley, Clausius dedujo una consecuencia sobre la conservación de una cantidad denominada *valor equivalente* (más tarde conocida como “entropía” y definida como el cociente entre el calor y la temperatura absoluta) en las transformaciones entre calor y trabajo: en un proceso cíclico reversible el valor equivalente se conserva y en los irreversibles aumenta (Holton, 1979; Jungnickel y McCommarch, 1990).

Independientemente de Clausius, en 1853 W. Thomson hizo una formulación de la segunda ley de la termodinámica en la que aparecía por primera vez un nuevo aspecto de la energía, diferente de su conservación o transformación.

Se trataba de la *degradación* o *disipación* (Jungnickel y McCommarch, 1990). Con esa denominación se entendía la imposibilidad de que un tipo de energía pudiera ser reutilizable completamente después de haberse convertido en calor. La aplicación al universo de este nuevo aspecto de la energía tuvo como consecuencia la predicción de su muerte térmica. Otra aportación notable de Thomson a la termodinámica fue el establecimiento de la escala absoluta de temperaturas.

A partir de las bases establecidas por Clausius y Thomson, la termodinámica se desarrolló como una ciencia aplicada a gases, máquinas térmicas, reacciones químicas, etc. La descripción termodinámica de un sistema se basaba en la medida de variables macroscópicas como la presión, el volumen, la temperatura, etc. Boltzmann (1844-1906) explicó mecánicamente los principios de la Termodinámica en el artículo *Über die mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie (Sobre el significado mecánico de la segunda ley fundamental de la teoría del calor)* (1866) pero fue duramente atacado por los energetistas que consideraban la termodinámica como una ciencia fundamental, independiente de la mecánica (Jungnickel y McCommarch, 1990). El debate pareció cerrado cuando se conoció la teoría de Poincaré (1854-1912) sobre el tiempo recurrente. Sin embargo, Prigogine (1990) muestra la termodinámica como una ciencia básica, capaz de dar cuenta de la irreversibilidad y de la complejidad. La mecánica y la termodinámica del equilibrio y

la reversibilidad se pueden considerar como aproximaciones.

La contradicción entre las afirmaciones de Carnot sobre la conservación del calor en las máquinas térmicas y la pérdida de calor en la producción de trabajo en dichas máquinas llevó a la formulación del segundo principio de la termodinámica que introduce la degradación de la energía. Junto con el primero (en realidad, una reformulación de la conservación de la energía) se construye el gran edificio de la termodinámica. La interpretación del principio de conservación de la energía (en su versión termodinámica) se realiza desde una perspectiva mecanicista, de acuerdo con el paradigma vigente en la época.

### ***El campo electromagnético***

En la primera mitad del siglo XIX la mecánica había alcanzado un gran desarrollo. A pesar de sus éxitos en la interpretación de fenómenos quedaba un problema por resolver. La fuerza mutua que dos cuerpos ejercen entre sí se explicaba por medio de la acción a distancia que tenía lugar de manera instantánea. Esta explicación suponía una velocidad infinita para la transmisión de la acción y la existencia de un medio material, el éter, por el que se propagaría dicha acción. La fuerza eléctrica entre dos cargas, descubierta por Coulomb, presentaba los mismos problemas. Por medio del concepto de campo, se pudo explicar la acción entre dos cuerpos separados. Demostrada la realidad física del campo, se constata-

ron sus propiedades y, entre ellas, su energía. De esta forma, se amplió la visión de la energía y de su conservación, al considerar la energía propia del campo electromagnético y su transmisión a través de la radiación.

En la obra de J. C. Maxwell (1831-1879) sobre el campo electromagnético se puede observar con claridad el distanciamiento progresivo del modelo mecanicista (Berkson, 1985; Harman, 1990). En el artículo *On physical Lines of Force* (1861-1862) Maxwell “*se propone examinar los fenómenos magnéticos desde un punto de vista mecánico*”. En cambio, en *A dynamical Theory of the electromagnetic Field* (1864) señala que “*según las teorías antiguas, (la energía) reside en los cuerpos electrizados, circuitos conductores e imanes, en la forma de una magnitud desconocida llamada energía potencial, o capacidad de producir ciertos efectos a distancia. En nuestra teoría reside en el campo electromagnético, en el espacio que rodea a los cuerpos electrizados o magnéticos...*”.

A partir de las ecuaciones de Maxwell, J. H. Poynting (1852-1914) dedujo en 1884 que el flujo de energía del campo electromagnético es proporcional al producto vectorial del campo eléctrico y magnético (Whittaker, 1989). A un resultado semejante, e independientemente de Poynting, llegó Heaviside (1850-1925) en 1885. Poynting también determinó un principio de conservación de la energía del campo electromagnético. Según dicho principio, existe una relación entre la variación de energía electromagnética en un volumen dado, el flujo de la energía radiada (determinada por el vector de Poynting) y el

trabajo realizado por el campo sobre las cargas.

O. J. Lodge (1851-1940) estableció en 1885 dos principios relacionados con la energía. En el primero se generalizaba el teorema de Poynting al afirmar que todas las formas de energía se transmiten de forma continua. De esta manera indicaba que la trayectoria de cualquier forma de energía puede seguirse en la transferencia (principio de identidad de la energía). El segundo principio asegura que la energía se transforma cuando se transmite (Berkson, 1985). Estas ideas fueron atacadas por Heaviside en 1893 señalando que la identidad de la energía era insostenible debido a que, por ejemplo, la energía cinética de un cuerpo tiene valores diferentes según el sistema de referencia empleado. Por otra parte, la energía radiante no se transforma en el proceso de la transferencia.

La presión de la radiación electromagnética absorbida o reflejada fue calculada teóricamente por Maxwell en 1871 y determinada experimentalmente por P. N. Lebedev (1866-1912) en 1899 (Whittaker, 1989). Los resultados de Lebedev fueron confirmados por las experiencias que, en 1901, realizaron E. Nichols (1869-1924) y G. Hull (1870-1956). La propagación del campo electromagnético libre, una de las predicciones de la teoría de Maxwell, fue confirmada experimentalmente por H. Hertz (1857-1894) en 1887 (Papp 1961). Poynting descubrió en 1909 la existencia de una presión de radiación contra la fuente (Whittaker, 1989).

El estudio del campo electromagnético supuso la introducción de la energía



propia del campo libre y su transferencia por medio de la radiación.

### **La radiación del cuerpo negro**

En la segunda mitad del siglo XIX se aborda el problema de la radiación térmica por medio del modelo teórico del cuerpo negro. Aunque se utilizan los recursos de la termodinámica y de la teoría electromagnética, no se pudo explicar la distribución de energías del cuerpo negro, conocida por medios experimentales. Este hecho llevó a la cuantización como un nuevo aspecto de la energía así como al establecimiento de la física cuántica.

P. Prevost (1751-1839) publicó en 1792 las *Recherches physico-mécaniques sur la chaleur*. En ellas, expone que los cuerpos irradian energía independientemente de la existencia de otros cuerpos (Whittaker, 1989). También aparece un concepto dinámico relacionado con la radiación: si un cuerpo está en equilibrio térmico, recibe la misma cantidad de radiación que emite. Esta afirmación se conoce como ley del intercambio de Prevost. B. Stewart (1828-1887) desarrolló las ideas de Prevost y en 1858 demostró teóricamente la ley anterior

Era una ley experimental conocida que el cociente entre el poder emisor térmico y el poder absorbente es independiente del cuerpo emisor. Partiendo de la dicha ley, Kirchhoff dedujo teóricamente, en el artículo *Über den Zusammenhang zwischen Emission und Absorption von Licht und Wärme (Sobre la relación entre la emisión y absorción de la luz y del calor)* (1859), la ley que

lleva su nombre: “*Para rayos caloríficos y para una temperatura determinada, el cociente entre el poder emisor y el absorbente es el mismo para todos los cuerpos. Dicho cociente sólo es función de la temperatura y de la longitud de onda*” (Taton, 1973). La deducción se realizó a partir de las “*leyes fundamentales de la teoría mecánica del calor*” (Jungnickel y McCommarch, 1990).

A partir de consideraciones energéticas, Kirchhoff realizó en 1860 una demostración diferente de su ley (Jungnickel y McCommarch 1990). Apareció en el artículo *Über das Verhältniss zwischen dem Emissionsvermögen und Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht (Sobre la relación entre los contenidos de emisión y de absorción de los cuerpos para el calor y la luz)*. En primer lugar, se identifican el calor y la luz como ondas, con lo cual se pueden utilizar las leyes de la absorción y la reflexión de la luz para el caso de las ondas térmicas. Se asocia la *vis viva* a la radiación térmica, de tal forma que un cuerpo disminuye su *vis viva* cuando emite radiación y la aumenta cuando absorbe radiación. En ambos casos, la variación de *vis viva* cumple el principio de conservación de la energía. Por otra parte, la temperatura de un cuerpo permanece constante, si no absorbe ni emite radiaciones lo cual implica, de acuerdo con la ley del intercambio de Prevost, que la *vis viva* de la radiación emitida tiene que coincidir con la *vis viva* de la absorbida.

A continuación, Kirchhoff imagina un cuerpo ideal (llamado *cuerpo negro*) que absorbe todas las radiaciones pero que es perfectamente reflectante en su

interior para todos los rayos. Se demuestra que el cociente entre el poder emisor y absorbente de cualquier cuerpo coincide con el mismo cociente referido al cuerpo negro. Esta ley muestra una propiedad universal de la interacción de la energía con la materia.

Después de Kirchhoff, continuaron los progresos en relación con el cuerpo negro. En 1879, J. Stefan (1835-1893) descubrió experimentalmente la ley que lleva su nombre (Taton, 1973; Whittaker, 1989). Según dicha ley, la energía total por unidad de tiempo emitida por un cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta. Boltzmann demostró teóricamente en 1884 la ley de Stefan, partiendo del segundo principio de la termodinámica y de la presión de radiación, que aparece en la teoría electromagnética de Maxwell (Taton, 1973; Whittaker, 1989).

A partir de la segunda ley de la termodinámica y del principio de Doppler, aplicado a la compresión de la radiación, W. Wien (1864-1924) obtuvo en 1893 una relación entre la temperatura de un cuerpo negro y la longitud de onda a la que corresponde la máxima energía emitida (Taton, 1973; Whittaker, 1989). Dicha relación se conoce como ley del desplazamiento de Wien.

En los últimos años del siglo XIX quedaba por resolver un problema relacionado con el cuerpo negro. Se conocía de forma empírica la distribución de energías a lo largo del espectro pero no se había conseguido teóricamente una función que la describiera. Wien propuso en 1896 una función que era válida para las frecuencias grandes. Utilizando

el teorema de equipartición de la energía, lord Rayleigh (1842-1919) dedujo en 1900 una expresión que se ajustaba a los datos sólo en las frecuencias bajas (Whittaker, 1989). El 19 de octubre de 1900, M. Planck (1858-1947) leyó una comunicación ante la *Deutsche Physik Gesellschaft* en la que se presentaba una solución a la distribución de energías del cuerpo negro. Planck realizó su deducción utilizando la teoría de los osciladores de Hertz, la termodinámica y la mecánica estadística de Boltzmann junto con una hipótesis nueva: la mínima energía que puede emitir o absorber un oscilador de frecuencia  $\nu$  es proporcional a dicha frecuencia, de acuerdo con la expresión  $h\nu$  (Whittaker, 1989). La hipótesis de la cuantización de la energía fue confirmada brillantemente por los trabajos de Einstein sobre el efecto fotoeléctrico y por el modelo atómico de Bohr.

En 1905 apareció el artículo de Einstein *Über einen der Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt* (Sobre un punto de vista heurístico relativo a la generación y transformación de la luz). Einstein considera que la energía de la luz de frecuencia  $\nu$  se comporta como si estuviera concentrada en paquetes de energía  $h\nu$ . En 1926, dichos "paquetes" fueron llamados fotones por G. N. Lewis. Partiendo de la hipótesis indicada, Einstein explicó los fenómenos conocidos del efecto fotoeléctrico (Whittaker, 1989; Jungnickel y McCommarch, 1990).

La expresión de las frecuencias del espectro de emisión del hidrógeno fue deducida teóricamente en 1913 por N. Bohr (1885-1962). Para ello se basó en

un modelo atómico en el que la energía de los electrones se encontraba cuantizada (Whittaker, 1989; Marburguer, 1996).

En resumen, el estudio del cuerpo negro supuso la constatación de las limitaciones de la mecánica, la termodinámica y la teoría electromagnética para explicar el mundo físico. Algunos fenómenos, como la distribución de energías del cuerpo negro, el efecto fotoeléctrico o el espectro de emisión del hidrógeno, sólo podían entenderse a partir del carácter discreto de la energía.

### ***La relatividad***

A finales del siglo XIX se consideraba la existencia del éter como una verdad indiscutible. El experimento de Michelson y Morley, realizado en 1887, tenía como objetivo medir la velocidad de la Tierra con respecto a dicho fluido. Sus resultados negativos sorprendieron porque no estaban de acuerdo con la mecánica clásica. Según ésta, la velocidad de propagación de los fenómenos ondulatorios, como el sonido, depende de la velocidad del observador. De acuerdo con los resultados del experimento de Michelson y Morley parecía que la velocidad de la luz era independiente del estado del movimiento del observador. Para explicar este hecho Fitzgerald supuso una contracción en la longitud del aparato experimental. Esta idea fue compartida por Lorentz que también sugirió una variación del tiempo y de la masa de acuerdo con el sistema de referencia (Holton 1979).

Sin embargo, los resultados del experimento de Michelson y Morely no fueron tomados como punto de partida para el desarrollo de la teoría de la relatividad de Einstein. Éste llamó la atención sobre la asimetría que existe en la interpretación del fenómeno de la inducción electromagnética (Holton 1979, Pais 1984, Jungnickel y McCormach 1990). Si se mueve un imán cerca de un conductor fijo, se induce en éste una corriente. Se explica que se ha formado un campo eléctrico en sus cercanías, de manera que dicho campo produce una corriente en el conductor. Por el contrario, la creación de la corriente inducida en un conductor que se mueve con respecto a un imán fijo se justifica mediante una fuerza electromotriz que aparece en el conductor. Se tiene así que un mismo fenómeno -la creación de una corriente inducida- es explicado de dos maneras diferentes. Para resolver esta dificultad de interpretación, Einstein postuló que todas las leyes de la física -incluyendo también las de la electrodinámica- tienen que ser invariantes en los sistemas de referencia inerciales. Por otra parte, Einstein consideró un segundo postulado: la velocidad de la luz es constante e independiente del movimiento del observador o de la fuente. Partiendo de dichos postulados, Einstein desarrolló la teoría especial de la relatividad que supuso una revisión radical de los conceptos de espacio, tiempo y simultaneidad -básicos en la mecánica newtoniana- así como el descubrimiento de la energía en reposo y de la relación entre la masa de una partícula y su energía.

En 1905 Einstein (1879-1955) publicó en la revista *Annalen der Physik*

tres artículos. En el primero, titulado *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* (*Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento*), aparecen los dos postulados que forman la base de la relatividad especial. A partir de ellos, Einstein obtuvo las ecuaciones, ya conocidas anteriormente, de Lorentz-Fitzgerald sobre intervalos temporales y espaciales, estableció una nueva visión sobre la simultaneidad, dedujo las transformaciones a las que Lorentz (Pais, 1984) había llegado por medio de procedimientos electromagnéticos, propuso un nuevo método para resolver problemas electrodinámicos y llegó a las ecuaciones de la teoría del electrón de Lorentz (Fadner, 1988; Jungnickel y McCommach, 1990). El artículo indicado tuvo una influencia decisiva en el desarrollo de la física del siglo XX. Basada en dos postulados y más allá de las cuestiones electromagnéticas que planteaba, la teoría especial de la relatividad fue reconocida como aplicable a los fenómenos físicos conocidos en la época y como uno de los grandes fundamentos de la física de todos los tiempos.

Por otra parte, en el artículo indicado, Einstein obtuvo una relación entre la masa y la velocidad de una partícula (Pais, 1984). Dicha relación coincidía con la deducida por Lorentz el año anterior. En dicho artículo Einstein utiliza las masas longitudinal y transversal pero no menciona la masa en reposo. Se encuentran antecedentes particulares de este hecho en J. J. Thomson (1856-1940), que en 1881 calculó el aumento de masa, con relación a la energía del campo electrostático, de un conductor esférico cargado cuando se mueve en

línea recta. J. H. Poincaré (1854-1912) señaló en 1900 que la energía electromagnética posee una densidad de masa que es igual a la densidad de energía dividida por el cuadrado de la velocidad de la luz. Por último, F. Hasenöhl (1874-1915) calculó el aumento de masa de una caja con radiación cuando se mueve (Whittaker, 1989). Sin embargo, existía una discrepancia entre las predicciones de Einstein y los datos experimentales que Kaufmann había obtenido entre 1902 y 1903. La revisión de dichos datos, realizada por Cunningham en 1914, demostró la inexactitud de los mismos. Posteriormente se comprobó la coincidencia de los datos corregidos y los predichos teóricamente por Einstein (Adler, 1988).

El segundo de los artículos publicado por Einstein en 1905 analiza un cuerpo en reposo que emite simultáneamente dos ondas electromagnéticas de la misma energía moviéndose en direcciones opuestas. Después de considerar el fenómeno desde dos sistemas de referencia -uno que está en reposo y otro que se mueve con una velocidad dada-, aplicando la conservación de la energía y despreciando los términos  $v^2/c^2$  y superiores, Einstein concluye que "*si un cuerpo pierde la energía  $L$  en forma de radiación, su masa disminuye en  $L/c^2$* " (Pais, 1984; Fadner, 1988; Okun, 1989). Este artículo ha sido muy controvertido. Algunos autores señalan la circularidad de la demostración de Einstein puesto que utiliza la relación que quiere probar, negando que Einstein fuera el primero en deducir esa relación, y otros consideran que la deducción de Einstein resulta correcta (Fadner, 1988).

En 1906 Einstein dedujo, de dos formas diferentes, una relación entre la energía y la masa. De acuerdo con uno de los procedimientos se obtiene el resultado  $E = mc^2$ . Para ello, se utilizan las ecuaciones de Maxwell del campo electromagnético y se hace uso de una aproximación hasta el término  $v/c$ . En el segundo método, se considera un cilindro hueco, situado en posición horizontal. Desde un extremo se emite luz que es absorbida en el otro extremo. Por consideraciones de mecánica clásica y utilizando la cantidad de movimiento de la radiación, se llega a la conclusión de que la luz de energía  $E$  ha transferido una masa  $m = E/c^2$  (Fadner, 1988). En dicho artículo también se indica que la conservación de la masa en las reacciones químicas es un caso especial del principio de conservación de la energía.

Aunque Einstein no hace uso del término, se puede considerar que la energía que aparece en el artículo de 1905, referente a un cuerpo que emite radiación en dos sentidos opuestos, es la “energía en reposo”. Sin embargo, Einstein utiliza dicho concepto explícitamente, y por primera vez, en 1907. En dicho artículo se formula la relación entre la masa y energía en los siguientes términos:  $E = mc^2/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$  y  $m = E_0/c^2$  siendo  $m$  la masa en reposo,  $E_0$  la energía en reposo,  $v$  la velocidad del cuerpo y  $c$  la velocidad de la luz (Fadner, 1988). La relevancia de esta contribución de Einstein en el desarrollo del concepto de energía es muy grande. La energía en reposo permitió explicar el origen de la energía desprendida en las desintegraciones radiactivas y reacciones nucleares. Pocos meses después,

Einstein generalizó el resultado obtenido e incluyó la masa gravitatoria.

Planck (1858-1947) fue uno de los primeros científicos que reconoció la importancia de la teoría especial de la relatividad. También resultan muy relevantes las contribuciones que realizó en los primeros años de su desarrollo. En 1906 inició el desarrollo de la dinámica relativista. De esta forma, dedujo la ecuación relativista del movimiento de una partícula, formulada como  $d(mv/(1 - v^2/c^2))/dt = \mathbf{F}$ . También obtuvo las correspondientes a la energía cinética y a la cantidad de movimiento relativista, de acuerdo con las expresiones  $E_c = mc^2(1 - v^2/c^2)^{-1/2} - mc^2$  y  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ , siendo  $m$  la masa en reposo. También probó que la interpretación del principio de mínima acción es la misma en la física clásica y en la relativista. Un año después, Planck dedujo la ecuación  $E = mc^2$  para la energía transferida en forma de calor e indicó que “*a través de la absorción o la emisión de calor, varía la masa inercial de un cuerpo. El aumento de la masa siempre es igual a la cantidad de calor... dividida por el cuadrado de la velocidad de la luz en el vacío*” (Fadner, 1988). La generalización de la relación  $E = mc^2$  para cualquier tipo de energía, denominada “ley de inercia de la energía”, fue realizada por Planck en 1908. Minkowski (1864-1909) obtuvo, de forma independiente, el mismo resultado. Para ello hizo uso de la formulación tetravectorial de la relatividad especial establecida por él (Fadner, 1988). Por otra parte, Minkowski unificó la cantidad de movimiento y la energía total de una partícula al demostrar que ésta es la cuarta componente del tetravector

tor cantidad de movimiento (Whittaker, 1989). Las expresiones de la cantidad de movimiento y de la energía cinética relativistas fueron deducidas por Tolman (1881-1948) y Lewis (1875-1946) a través del análisis de un choque elástico entre dos bolas esféricas (Whittaker, 1989).

A pesar de las reservas que la relatividad especial despertó inicialmente (recuérdese el comentario despectivo de Sommerfeld: “desaparecerá pronto de la escena”), contó con el apoyo de Planck. Hacia 1910 había sido aceptada por la mayor parte de los físicos alemanes, como lo prueba la publicación de gran número de trabajos teóricos en los que se plantearon nuevos problemas y se clarificaron conceptos. La revisión realizada en 1914 de los datos experimentales de Kauffmann y los obtenidos en el mismo año por Neumann confirmaron experimentalmente la validez de la relación entre masa y energía propuesta por Einstein (Fadner, 1988). La teoría electromagnética del electrón desarrollada por Lorentz y otras de menor importancia fueron desplazadas gradualmente por las ideas de Einstein. La energía en reposo y la relación entre la masa y la energía fueron reconocidas como dos grandes aportaciones de la relatividad especial en el desarrollo del concepto de energía.

### ***Física cuántica, nuclear y de partículas***

El análisis de los datos sobre la desintegración  $\beta$  de los núcleos radiactivos parecía demostrar que se incumplía el

principio de conservación de la energía. N. Bohr (1885-1962) señaló que dicho principio era válido macroscópicamente, mientras que a escala microscópica se cumplía sólo estadísticamente (Whittaker, 1989; Kragh, 2007). En 1930, W. Pauli (1900-1858) sugirió la existencia de una partícula que se produciría en la desintegración  $\beta$  y cuyas características hacían que se cumplieran los principios de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento. A dicha partícula la llamó neutrino. Aunque su existencia fue aceptada, no se pudo detectar experimentalmente hasta 1953.

Otro caso de explicación de un fenómeno a partir de hipótesis en las que se contempla la violación del principio de conservación de la energía tuvo lugar en 1924. Bohr, H. A. Kramers y J. C. Slater dieron a conocer una teoría para explicar el cambio de frecuencias que se producía en el efecto Compton. Según dicha teoría, en los procesos atómicos el principio de conservación de la energía se cumplía sólo de forma estadística. Para ello, postulaban la existencia de la *radiación virtual*, es decir, de ondas que no transmiten energía ni momento. De esta forma, la absorción o emisión de radiación por un átomo se podía realizar sin ganar o perder energía (Whittaker, 1989). En 1925, se comprobó que los resultados experimentales del efecto Compton, realizados por W. Bothe y H. Geiger, no estaban de acuerdo con los predichos. Como consecuencia, la teoría Bohr-Kramers-Slater fue olvidada.

El sentido profundo del principio de conservación de la energía se estableció gracias a E. Noether (1881-1935) con

el teorema que lleva su nombre. En él aparece la relación entre la invarianza de las ecuaciones en ciertas transformaciones y los principios de conservación. Según el teorema de Noether, si las ecuaciones que determinan el comportamiento dinámico de un sistema permanecen invariables, al realizar una transformación matemática, existe, para cada una de ellas, una magnitud física que se mantiene invariable con el tiempo. En concreto, la conservación de la energía aparece como consecuencia de la homogeneidad temporal, es decir, del hecho de que las leyes de la naturaleza sean invariantes en las traslaciones temporales.

### ***Implicaciones didácticas***

De acuerdo con las ideas alternativas de los estudiantes analizadas en diversos trabajos mencionados anteriormente y con el desarrollo histórico del concepto de energía que se ha presentado, se puede concluir que existen semejanzas entre las primeras y algunos aspectos históricos de la evolución de la energía. La primera manifestación de la energía de la que se comprobó su conservación fue la asociada al movimiento, mientras que la potencial se consideró dos siglos después. De manera análoga, los alumnos asocian mayoritariamente la energía al movimiento y tienen serias dificultades en la interpretación de la energía asociada con la posición de un cuerpo.

Los alumnos piensan que calor es una sustancia que se encuentra en el interior de los cuerpos y que pasa de

uno a otro, cuando se ponen en contacto. Estas ideas coinciden con la teoría del calórico. Por otra parte, el concepto de cantidad de calor y la temperatura no son diferenciados por los alumnos, de la misma forma que ocurrió en la física antes de las experiencias de J. Black.

La situación de la conservación de la energía dentro de la mecánica osciló históricamente desde posturas que la consideraban como principio fundamental a otras que la deducían como un corolario. Esta situación se reproduce en los libros de texto actuales que tampoco clarifican la situación de la conservación de la energía como principio, ya que lo deducen de las leyes de la dinámica.

Los límites de validez de las diferentes expresiones de la conservación de la energía no son analizadas en la enseñanza actual, a pesar de que dichos límites supusieron el motor de la evolución y generalización del concepto.

Las aportaciones de la teoría de campos o de la física moderna a la conservación de la energía apenas aparecen en los libros de texto. Esto dificulta la comprensión de los conceptos de relatividad (Pérez y Solbes, 2003 y 2006). Además, de esta forma, se transmite una visión incompleta de la energía y de sus aspectos fundamentales, y no se muestra que se conserva en todos fenómenos de los diversos campos de la física.

Con respecto al concepto de energía, la revisión histórica que se ha presentado pone de manifiesto que no se puede definir de una manera cerrada. La idea de dicha magnitud ha ido variando a lo largo de la historia de la ciencia, incorporando los nuevos aspectos que se

iban descubriendo, del mismo modo que deberá recoger las aportaciones que, con toda seguridad, se producirán en el futuro. Reconocemos la energía como una propiedad de todos los sistemas y la importancia de su conservación como un principio universal que cumplen todos los fenómenos conocidos.

A diferencia de Pintó (1991) creemos que la conservación no caracteriza completamente el concepto de energía. La cantidad de movimiento, el momento angular y la carga eléctrica son ejemplos de magnitudes físicas que también permanecen constantes en los sistemas aislados. Pensamos con Duit (1981, 1984) que la definición de energía debe incluir, además de su conservación, la transformación, transferencia y degradación. La cantidad de movimiento, el momento angular y la carga eléctrica pueden ser transferidos de un sistema a otro pero no se transforman ni se degradan. Como consecuencia de todo lo anterior, creemos que “la energía es una magnitud que se asocia al estado de un sistema, que permite analizar los cambios o transformaciones -no sólo mecánicas- a los que está sometido en su evolución temporal, y que se caracteriza porque se conserva y se transforma en los sistemas aislados, se transfiere entre sistemas no aislados y siempre se degrada en dicha evolución temporal”.

Consideramos que la anterior definición de energía no es adecuada para introducir y desarrollar. Dicha introducción puede hacerse de forma progresiva, considerando las cuatro etapas que se han establecido en su desarrollo histórico. Estos aspectos se tratan con mayor detalle en el capítulo 6 donde

aparece una propuesta alternativa de enseñanza de la energía en cuya redacción se han aplicado las consideraciones anteriores.

### **Conclusiones**

Hemos visto como la historia de las ciencias puede contribuir a mejorar la enseñanza del principio de conservación de la energía y de los principales conceptos implicados (como el trabajo, el calor, la energía interna, la entropía, que permite explicar la degradación, etc.), ya que la enseñanza convencional de la Física se hace sin tener en cuenta dicha historia.

También hemos visto como la historia de las ciencias puede contribuir a superar no sólo la imagen ahistórica y aproblemática en la introducción de los conceptos y teorías científicas, sino también la imagen socialmente descontextualizada de la ciencia (Ríos y Solbes, 2002). El tema de la conservación de la energía es particularmente favorable a estos temas, al permitir tratar el impacto ambiental y social de la producción y el consumo de la energía. En esta línea aquí hemos mencionado no sólo la importancia tecnológica de las máquinas térmicas, sino su importante papel en la elaboración del primer y segundo principios de la termodinámica.

La utilización de la historia de las ciencias favorece en los estudiantes de secundaria la comprensión de la conservación, transformación, transferencia y degradación de la energía en los procesos físico-químicos. Esto hemos podido comprobarlo (Solbes y Tarín, 2004)



elaborando unidades didácticas para la enseñanza de la energía, que tienen en cuenta las aportaciones de la historia de las ciencias y sus implicaciones didácticas desarrolladas en este trabajo, aplicándolas en clases de secundaria y bachillerato de Física y Química y evaluando los logros de aprendizaje.

## Referencias

- ADLER, C.G. (1987). Does mass really depend on velocity, dad? *American Journal of Physics*, 55 (8), 739-743.
- BERKSON, W. (1985). *Las teorías de los campos de fuerza*, Madrid: Alianza Universidad.
- CARR, M. y KIRKWOOD, V. (1988). Teaching and learning about energy in New Zealand secondary school junior science classrooms, *Physics Education*, 23, 87-91.
- DRIVER, R. y WARRINGTON, L. (1985). Students' use of the principle of energy conservation in problem situations, *Physics Education*, 20, 171-176.
- DUGAS, R. (1988). *A history of mechanics*, Nueva York: Dover.
- DUIT, R. (1981). Understanding Energy as a Conserved Quantity-Remarks on the Article by R. U. Sexl, *European Journal of Science Education*, 3 (3), 291-301.
- DUIT, R. (1984). Learning the energy concept in school-empirical results from The Philippines and West Germany, *Physics Education*, 19, 59-66.
- ERLICHSON, H. (1984). Internal energy in the first law of thermodynamics, *American Journal of Physics*, 52 (7), 623-625.
- FADNER, W.L. (1988). Did Einstein really discover "E = mc<sup>2</sup>"? *American Journal of Physics*, 56 (2), 114-122.
- FEYNMAN, R. (1969). What is the science? *The Physics Teacher*. 3, 313-320.
- FURIÓ-GÓMEZ, C, SOLBES, J Y FURIÓ-MÁS, C (2006). Análisis crítico de la presentación del tema de Termoquímica en libros de texto de bachillerato y Universidad. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, 20, 47-69.
- HARMAN, P.M. (1990). *Energía, fuerza y materia*, Madrid: Alianza Universidad.
- HOLTON, G. (1979). *Introducción a los conceptos y teorías de las ciencias físicas*, Reverté: Barcelona.
- JUNGNICKEL, C. y McCORMMACH, R. (1990). *Intellectual mastery of nature*, Vol. 1 y 2, The University of Chicago Press: Chicago.
- KRAGH, H. (2007). *Generaciones cuánticas. Una historia de la física en el siglo XX*. Madrid: Akal.
- KUHN, T.S. (1982). *La tensión esencial*, Madrid: Fondo de cultura económica.
- MARBURGER, J.H. III (1996). What is a Photon? *The Physics Teacher*, 34, 482-486.
- OKUN, L.B. (1989). The concept of mass, *Physics Today*, 42 (6), 31-36.
- PAIS, A. (1984). *'El Señor es sutil...'*, Barcelona: Ariel.

- PAPP, D. (1961). *Historia de la física*, Madrid: Espasa-Calpe.
- PÉREZ, H. Y SOLBES, J. (2003). Algunos problemas en la enseñanza de la Relatividad, *Enseñanza de las Ciencias*, 21 (1), 135-146
- PÉREZ, H. y SOLBES, J. (2006). Una propuesta sobre enseñanza de la relatividad en el bachillerato como motivación para el aprendizaje de la física. *Enseñanza de las Ciencias*, 24 (2), 269-285.
- PINTÓ, M.R. (1991). *Algunos conceptos implícitos en la primera y la segunda Leyes de la Termodinámica: una aportación al estudio de las dificultades de su aprendizaje*. Tesis doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona.
- PLANCK, M. (1885). *Das Prinzip von der Erhaltung der Energie*, reedición de 1913, Teubner: Leipzig y Berlín.
- PRIGOGINE, I. (1990). *La nueva alianza*. Madrid: Alianza Universidad.
- RIOS, E. Y SOLBES, J. (2002). ¿Qué piensan los estudiantes de ciclos de formación profesional sobre la ciencia y la tecnología? Origen de sus concepciones. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, 16, pp. 113-133.
- SALTIEL, E. y VIENNOT, L. (1985). ¿Qué aprendemos de las semejanzas entre las ideas históricas y el razonamiento espontáneo de los estudiantes? *Enseñanza de las Ciencias*, 3(2), 137-144.
- SOLAZ, J. J. y SANJOSÉ, V. (1992). El papel del péndulo en la construcción del paradigma newtoniano, *Enseñanza de las Ciencias*, 10(1), 95-100.
- SOLBES, J. y TARÍN, F. (1998). Algunas dificultades en torno a la conservación de la energía, *Enseñanza de las Ciencias*, 16 (3), 387-397.
- SOLBES, J. y TARÍN, F. (2004). La conservación de la energía: un principio de toda la física. Una propuesta y unos resultados, *Enseñanza de las Ciencias*, 22 (2), 185-194.
- SOLBES, J. y TRAVER, M.J. (1996). La utilización de la historia de las ciencias en la enseñanza de la física y la química, *Enseñanza de las Ciencias*, 14 (1), 103-112.
- SOLOMON, J. (1983). Learning about energy: how pupils think in two domains, *European Journal of Science Education*, 5 (1), 49-59.
- SOLOMON, J. (1985). Teaching the conservation of energy, *Physics Education*, 20, 165-176.
- TATON, R. (ed). (1972). *Historia general de las ciencias*, Vol. 2, Barcelona: Destino.
- TATON, R. (ed). (1973). *Historia general de las ciencias*, Vol. 3, Barcelona: Destino.
- TRUMPER, R (1998). A Longitudinal Study of Physics Students' Conceptions on Energy in Pre-Service Training for High School Teachers. *Journal of Science Education and Technology*, 7(4), 75-86.
- TRUEDELLE, C. (1975). *Ensayos de Historia de la Mecánica*, Madrid: Tecnos.
- WHITTAKER, E. (1989). *A history of the theories of aether & electricity*, Nueva York: Dover.