

UNIVERSIDAD DE VALENCIA

Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear

---

Consejo Superior de Investigaciones Científicas



Optimización de cristales centelleadores  
para la determinación de la DOI en  
tomografía de rayos gamma

por

Ana Ros García

7 de mayo de 2012



Nuestras horas son minutos  
cuando esperamos saber,  
y siglos cuando sabemos  
lo que se puede aprender.

*Antonio Machado*

# *Agradecimientos*

Me gustaría dar mi agradecimiento a todos los que me han ayudado a llevar a cabo este trabajo de investigación. En primer lugar, me gustaría agradecerle a José María Benlloch Baviera la posibilidad de desarrollar mi trabajo de investigación en su grupo y a Facundo Ballester Pallarès por ser mi tutor en la misma. Además me gustaría agradecer especialmente a mis directores de tesis, Filomeno Sánchez Martínez y Christoph Werner Lerche su dedicación y paciencia.

A los compañeros del grupo de física médica nuclear con los que he trabajado a lo largo de estos años, Montse, Laura, Abel, Toni, Marcos, Nerina, María, Angel, Koldo y César, gracias por vuestro apoyo. Quiero agradecer a Pau, Diego, Irene, Umberto, Josep, Moritz, Thomas, Jorge, Esther y Juanjo, el tiempo compartido con ellos.

A las personas que sin pertenecer al grupo me han ayudado en mi trabajo dándome ideas, apoyo y nuevas perspectivas acerca del mismo, Magdalena Rafecas, Carlos Lacasta, José Luis Tain, Gabriela Llosa y José Pérez Calatayud.

Quiero agradecer también la ayuda prestada por Ramón y Marcos en mis inicios con las simulaciones. Por otra parte, y dado que mi trabajo engloba diferentes partes de la física me gustaría agradecer especialmente el tiempo dedicado por Jaime Segura y su director de tesis Andrés Cantarero Sáez. Gracias por ayudarme con las medidas, la bibliografía y por perder tiempo en discutir los resultados conmigo.

Me gustaría mencionar a mucha gente con la que he trabajado y “convivido” en el IFIC, sin lugar a dudas son los que consiguen que al margen de ser un centro de trabajo sea un lugar acogedor. No soy capaz de recordar la cantidad de veces que me he cruzado con alguien en sus pasillos que me ha animado, se ha interesado por mi trabajo y me ha ofrecido su ayuda. Me ha encantado trabajar allí con todos vosotros.

Quiero agradecer a Ramón, José María, Bea, Néstor, Vicente, Rafa y Ricardo el apoyo y las facilidades que me ofrecen día a día para poder terminar mi tesis.

A Vicent, gracias por tus consejos, sin ellos no estaría escribiendo estos agradecimientos. A Marc, gracias por salvar mi tesis del limbo de ceros y unos. A Willy, gracias por tus bailoteos. A mis amigos Albert, Esther, Bibi, Lluís, Verónica, Nívola, Nuria y Stephan, gracias por ser y estar. A Nacho, David, Line, Jara, Thomas y todos mis amigos de escalar, “la cabra tira al monte y a esta cabra le encanta tirar al monte con vosotros”. A Arturo, Jose, Lidia, Víctor, Jos, Valeri, Mari Luz y los “Flameros” más allegados, hemos compartido muchos años, buenos, malos y regulares, pero siempre es un placer teneros cerca y compartir buena música. A todos los componentes de “La Brigada Gráfica” por aportar la parte de ilusión, imaginación y creatividad sin la cuál la vida es más gris. A Christoph, Madga y Montse por el tiempo y el apoyo prestado al margen de la ciencia. A mis tíos, que aunque lejos, siempre están ahí.

Para terminar, agradecerle a las personas que me han apoyado estos dos últimos años su comprensión y paciencia. A “Dos”, fuente inagotable de amor. Y por supuesto, a mis padres y mi hermano por su apoyo y amor incondicional. Sin lugar a dudas sin ellos no sería ni la mitad de lo que soy.





# Índice general

Agradecimientos	IV
Indice de Figuras	IX
Indice de Tablas	XIII
<b>1. Motivación</b>	<b>1</b>
<b>2. Introducción</b>	<b>3</b>
2.1. Breve Historia de la Imagen Médica	3
2.2. Imagen Médica Nuclear	5
2.2.1. Gammagrafía nuclear	6
2.2.2. SPECT	7
2.2.3. PET	8
<b>3. Física de detección de rayos gamma</b>	<b>13</b>
3.1. Interacción de la radiación $\gamma$ con la materia	13
3.1.1. Efecto fotoeléctrico	15
3.1.2. Efecto Compton	15
3.1.3. Producción de pares	17
3.2. Comportamiento de la luz	17
3.2.1. Ley de Snell	19
3.2.2. Difusión ideal	20
3.2.3. Modelo Híbrido	21
3.2.4. Ley de la Inversa del Cuadrado	21
3.2.5. Ley del Coseno	22
3.3. Cristales centelleadores	23
3.3.1. Crecimiento de cristales centelleadores	24
3.3.2. Calidad de los cristales centelleadores	26
3.3.3. Características de los cristales centelleadores LYSO:Ce y LSO:Ce	26
3.4. Tubos fotomultiplicadores	28
3.4.1. Tubos fotomultiplicadores sensibles a la posición PSPMTs	30
3.4.2. Flat-Pannel H8500 de Hamammatsu	32
3.5. Detección de la luz	34
<b>4. Física del estado sólido</b>	<b>35</b>
4.1. Espectroscopía Raman	35
4.2. Transmitancia de la luz y coeficiente de dispersión	37
<b>5. Implementación electrónica del CoG y de la profundidad de interacción</b>	<b>39</b>
5.1. Cadenas proporcionales de resistencias	40

5.2. Red 2D de cadenas proporcionales de resistencias . . . . .	41
5.3. Medida del segundo momento . . . . .	46
5.3.1. El segundo momento en una dimensión . . . . .	47
5.3.2. El segundo momento en dos dimensiones . . . . .	50
5.4. Determinación de los momentos para nuestro detector . . . . .	52
<b>6. Caracterización de los cristales centelleadores</b>	<b>55</b>
6.1. Simulaciones de las características de LSO y LYSO . . . . .	55
6.2. Medidas Raman . . . . .	62
6.3. Medidas de Transmitancia . . . . .	75
<b>7. Medidas de las resoluciones espacial, DOI y en energía con diferentes cristales centelleadores</b>	<b>81</b>
7.1. Detector experimental . . . . .	81
7.2. Modelo de distribución de la estadística de los eventos . . . . .	85
7.2.1. Modelo de distribución para las posiciones ( $\langle x \rangle$ e $\langle y \rangle$ ) . . . . .	87
7.2.1.1. Efecto del tamaño de la fuente radiactiva . . . . .	87
7.2.1.2. Efecto de la compresión en los bordes . . . . .	90
7.2.2. Modelo de distribución para la profundidad de interacción (DOI) . . . . .	91
7.2.3. Modelo de distribución para la energía . . . . .	94
7.2.4. Bondad de los ajustes . . . . .	95
7.3. Resoluciones para diferentes configuraciones de los cristales centelleadores . . . . .	96
7.3.1. Comparativa cristal con y sin retroreflector . . . . .	96
7.3.1.1. Simulaciones del comportamiento de la superficie retrorefractora . . . . .	97
7.3.1.2. Medidas . . . . .	104
7.3.2. Comparativa truncado no truncado . . . . .	109
7.3.3. Comparativa pintura epoxy . . . . .	110
7.3.4. Comparativa LYSO vs LSO . . . . .	112
7.3.5. Comparativa de las medidas de diferentes cristales para el estudio de las características intrínsecas del cristal . . . . .	114
<b>8. Conclusiones &amp; Líneas Futuras</b>	<b>119</b>
<b>A. Distribuciones de probabilidad</b>	<b>125</b>
A.1. Función densidad de probabilidad . . . . .	125
A.2. Propiedades de las pdf . . . . .	126
A.3. Momentos generales . . . . .	127
A.4. Momentos respecto a la media . . . . .	128
A.5. Momentos respecto a la media en 2D . . . . .	129
<b>B. Cálculos para la la obtención del segundo momento en una dimensión.</b>	<b>131</b>
<b>C. Características del Flat-Panel H8500 (PSPMT).</b>	<b>133</b>
<b>D. Configuración de amplificación electrónica para el experimento.</b>	<b>135</b>
<b>E. Lista de cristales centelleadores.</b>	<b>139</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>141</b>



# Índice de figuras

2.1. Esquema de las técnicas más comunes de imagen médica. . . . .	4
2.2. Cámara Anger . . . . .	7
2.3. Aniquilación electrón-positrón . . . . .	9
2.4. Esquema de un PET y de un bloque detector (cristal centelleador y fotomultiplicador). . . . .	11
2.5. Error de paralaje . . . . .	12
3.1. Dependencia angular de la energía final del fotón, la energía transferida y la sección eficaz diferencial para un gamma de 511 keV. . . . .	16
3.2. Comportamiento de la luz. . . . .	19
3.3. Ley del coseno para superficies planas . . . . .	22
3.4. Estructuras monocristalinas propias de los cristales <i>LSO</i> y <i>LYSO</i> . . . . .	24
3.5. El método de Czochralski. . . . .	25
3.6. Semilla de Si para hacer crecer cristales por el método de Czochralski. . . . .	25
3.7. Lingote de cristal ( <i>LYSO : Ce</i> ). . . . .	26
3.8. Estructura de red cristalina de Bravais monoclinica centrada. . . . .	27
3.9. Espectro de emisión del <i>LuAP : Ce</i> para tres orientaciones diferentes de la estructura cristalina de la muestra. . . . .	27
3.10. Mecanismo de centelleo para materiales dopados con $Ce^{3+}$ . . . . .	28
3.11. Estructura general de un tubo fotomultiplicador . . . . .	30
3.12. Diseños anódicos con los que recoger electrones secundarios en tubos fotomultiplicadores . . . . .	32
3.13. Dimensiones del Flat-Panel H8500 de Hamamatsu. . . . .	33
4.1. Las diferentes posibilidades de una luz dispersada. . . . .	36
5.1. Red de resistencias DCP discretizada . . . . .	40
5.2. Circuito DPC para PSPMTs en una dimensión, con $n$ segmentos anódicos . . . . .	41
5.3. Red 2D de cadenas de resistencias para un PSPMT con una matriz $x \times m$ anódica . . . . .	42
5.4. Ejemplo de circuito eléctrico en el que inyectamos una corriente en la primera columna cuyos valores de las resistencias laterales cumplen la convención a seguir en nuestro detector . . . . .	43
5.5. Configuración estándar de un circuito sumador . . . . .	47
5.6. Red proporcional de resistencias de 8 ánodos. . . . .	49
6.1. Esquema de un módulo PET formado por un centelleador y un PSPMT en el que se muestran los puntos en los que se llevó a cabo la simulación con Detect2000 . . . . .	56
6.2. Posiciones en las que se generaron los fotones de centelleo en las simulaciones con DETECT2000 . . . . .	58
6.3. Simulación de la dependencia de la resolución en energía $\Delta E$ , la resolución en posiciones $\Delta Y$ y la resolución en profundidad de interacción $\Delta DOI$ con el recorrido libre medio de absorción $\lambda_a$ y el recorrido libre medio de dispersión $\lambda_s$ . . . . .	60

6.4. Simulación de la dependencia de la resolución en energía $\Delta E$ , la resolución en posiciones $\Delta Y$ y la resolución en profundidad de interacción $\Delta DOI$ con el coeficiente de reflexión $C_R$ y el ángulo de truncado $\alpha$ . . . . .	61
6.5. Esquema de un espectrómetro Raman . . . . .	63
6.6. Información que se obtiene con la espectroscopia Raman. . . . .	64
6.7. Pico Raman del $Ce^{3+}$ para tres cristales <i>LYSO</i> . . . . .	65
6.8. Espectro Raman LSO1 para dos puntos diferentes del cristal . . . . .	66
6.9. Espectro Raman LSO5 para dos puntos diferentes del cristal . . . . .	66
6.10. Espectro Raman LSO9 para dos puntos diferentes del cristal . . . . .	67
6.11. Espectro Raman LSO10 para un punto del cristal y tres ángulos diferentes de giro con respecto a dicho punto . . . . .	67
6.12. Espectro Raman LYSO1 para dos puntos diferentes del cristal . . . . .	68
6.13. Espectro Raman LYSO2 para dos puntos diferentes del cristal . . . . .	68
6.14. Espectro Raman LYSO2 para un punto del cristal y tres ángulos diferentes de giro con respecto a dicho punto . . . . .	69
6.15. Espectro Raman LYSO3 para dos puntos diferentes del cristal . . . . .	70
6.16. Espectro Raman LYSO6 para dos puntos diferentes del cristal . . . . .	70
6.17. Espectro Raman LYSO6 para un punto del cristal y tres ángulos diferentes de giro ( $0^\circ$ , $45^\circ$ y $90^\circ$ ) con respecto a dicho punto . . . . .	71
6.18. Resultado del ajuste de los picos Raman del $Ce^{+3}$ seleccionados para cada uno de los cuatro cristales <i>LYSO</i> . . . . .	73
6.19. <i>Setup no-confocal</i> para la medida de la transmitancia. . . . .	75
6.20. <i>Setup confocal</i> para la medida de la transmitancia. . . . .	76
6.21. Espectro típico de emisión para el LYSO y el LSO y dependencia de la transmitancia con la longitud de onda para ambos <i>setup</i> 's (para LYSO1, LYSO6 y LSO1) . . . . .	77
6.22. Dependencia de la transmitancia con la longitud de onda para ambos <i>setup</i> 's y coeficiente de dispersión para el caso del <i>setup</i> confocal para el LYSO1, LYSO6 y LSO1 . . . . .	78
7.1. Esquema de un módulo detector de rayos- $\gamma$ consistente en un cristal monolítico continuo, un PSPMT y la electrónica para los amplificadores y el suministro para el alto voltaje . . . . .	82
7.2. Esquema de la configuración para la adquisición de datos y el trigger de generación de datos . . . . .	83
7.3. Esquema del detector de medida formado por dos módulos enfrentados. . . . .	84
7.4. Resultado de la medida de la fuente puntual centrada con nuestro detector. . . . .	86
7.5. Resultado de la medida colimada electrónicamente de la fuente puntual centrada con nuestro detector. . . . .	86
7.6. Distribución estadística de los centroides ( $\langle x \rangle$ e $\langle y \rangle$ ). . . . .	87
7.7. Configuración de los módulos del detector para determinar el tamaño de la fuente de $^{22}Na$ . . . . .	88
7.8. Simulación del rango final del positrón para la fuente radiactiva . . . . .	90
7.9. Resultado de la medida de un array de $8 \times 8$ fuentes puntuales con nuestro detector. . . . .	91
7.10. Distribución estadística del segundo momento para la determinación de la DOI. . . . .	91
7.11. Validación del método usado para obtener la función analítica de la DOI. . . . .	93
7.12. Definición de <i>profundidad de interacción</i> (DOI) y <i>distancia de interacción</i> (ID). . . . .	94
7.13. Configuración del detector para realizar una medida con la que validar nuestro método de obtención de la DOI. . . . .	94
7.14. Resultado de la medida de validación de nuestro método para determinar la DOI. . . . .	95
7.15. Distribución estadística de la energía depositada. . . . .	95
7.16. Ejemplo del funcionamiento de un retroreflector "cube corner". . . . .	96
7.17. Comportamiento de la luz al llegar al retroreflector. . . . .	98

7.18. Simulación del comportamiento de la luz al llegar a la cúspide de la pirámide del retroreflector ( <b>Caso A</b> ). . . . .	99
7.19. Simulación del comportamiento de la luz al llegar a la cúspide de la pirámide invertida del retroreflector ( <b>Caso B</b> ). . . . .	100
7.20. <b>Caso A</b> . Luz detectada en el fotocátodo para una fuente situada en el centro y en la cúspide de la pirámide del retroreflector a diferentes profundidades de interacción ( <i>DOI</i> ). . . . .	101
7.21. <b>Caso B</b> . Luz detectada en el fotocátodo para una fuente situada en el centro y en la cúspide de la pirámide del retroreflector a diferentes profundidades de interacción ( <i>DOI</i> ). . . . .	101
7.22. <b>Caso A</b> . Luz detectada en el fotocátodo para una fuente situada la esquina y en la cúspide de la pirámide del retroreflector a diferentes profundidades de interacción ( <i>DOI</i> ). . . . .	102
7.23. <b>Caso B</b> . Luz detectada en el fotocátodo para una fuente situada en la esquina y en la cúspide de la pirámide invertida del retroreflector a diferentes profundidades de interacción ( <i>DOI</i> ). . . . .	102
7.24. <b>Caso A</b> . Luz que escapa del cristal centelleador en el fotocátodo para una fuente situada en la esquina y en la cúspide de la pirámide del retroreflector a diferentes profundidades de interacción ( <i>DOI</i> ). . . . .	103
7.25. <b>Caso B</b> . Luz que escapa del cristal centelleador en el fotocátodo para una fuente situada en la esquina y en la cúspide de la pirámide invertida del retroreflector a diferentes profundidades de interacción ( <i>DOI</i> ). . . . .	103
7.26. Comparativa LSO9 con retroreflector vs. LSO5 sin retroreflector. Posiciones medidas frente a las posiciones reales . . . . .	104
7.27. Comparativa LSO9 con retroreflector vs. LSO5 sin retroreflector. Resoluciones de las posiciones . . . . .	105
7.28. Comparativa LSO9 con retroreflector vs. LSO5 sin retroreflector. Resoluciones de las energías . . . . .	105
7.29. Comparativa LSO9 con retroreflector vs. LSO5 sin retroreflector. Resoluciones de la profundidad de interacción . . . . .	105
7.30. Comparativa LYSO1 con retroreflector vs. LYSO2 sin retroreflector. Posiciones medidas frente a las posiciones reales . . . . .	106
7.31. Comparativa LYSO1 con retroreflector vs. LYSO2 sin retroreflector. Resoluciones de las posiciones . . . . .	106
7.32. Comparativa LYSO1 con retroreflector vs. LYSO2 sin retroreflector. Resoluciones de las energías . . . . .	107
7.33. Comparativa LYSO1 con retroreflector vs. LYSO2 sin retroreflector. Resoluciones de la profundidad de interacción . . . . .	107
7.34. Comparativa LYSO6 con retroreflector vs. LYSO4 sin retroreflector. Posiciones medidas frente a las posiciones reales . . . . .	107
7.35. Comparativa LYSO6 con retroreflector vs. LYSO4 sin retroreflector. Resoluciones de las posiciones . . . . .	108
7.36. Comparativa LYSO6 con retroreflector vs. LYSO4 sin retroreflector. Resoluciones de las energías . . . . .	108
7.37. Comparativa LYSO6 con retroreflector vs. LYSO4 sin retroreflector. Resoluciones de la profundidad de interacción . . . . .	108
7.38. Esquema del cristal <i>LSO2</i> (truncado-no truncado). . . . .	109
7.39. Comparativa LSO2 Truncado/NoTruncado (T/NT) y MedioTruncado/MedioTruncado (MT/MT). Posiciones medidas frente a las posiciones reales . . . . .	110
7.40. Comparativa LSO2 Truncado/NoTruncado (T/NT) y MedioTruncado/MedioTruncado (MT/MT). Resoluciones de las posiciones . . . . .	110
7.41. Detalle de la figura 7.40 para los casos Centro/Truncado (C/T) y Centro/MedioTruncado (C/MT). Resoluciones de las posiciones . . . . .	111
7.42. Comparativa LSO2 Truncado/NoTruncado (T/NT) y MedioTruncado/MedioTruncado (MT/MT). Resoluciones de la profundidad de interacción . . . . .	111

7.43. Comparativa LSO2 Truncado/NoTruncado (T/NT) y MedioTruncado/MedioTruncado (MT/MT). Resoluciones de las energías . . . . .	112
7.44. Comparativa LYSO3 con pintura vs. LYSO2 con epoxy. Posiciones medidas frente a las posiciones reales . . . . .	112
7.45. Comparativa LYSO3 con pintura vs. LYSO2 con epoxy. Resoluciones de las posiciones . . . . .	113
7.46. Comparativa LYSO3 con pintura vs. LYSO2 con epoxy. Resoluciones de las energías	113
7.47. Comparativa LYSO3 con pintura vs. LYSO2 con epoxy. Resoluciones de la profundidad de interacción . . . . .	113
7.48. Comparativa LYSO3 vs. LSO2. Posiciones medidas frente a las posiciones reales .	114
7.49. Comparativa LYSO3 vs. LSO2. Resoluciones de las posiciones . . . . .	114
7.50. Comparativa LYSO3 vs. LSO2. Detalle de las resoluciones de las posiciones . . .	115
7.51. Comparativa LYSO3 vs. LSO2. Resoluciones de las energías . . . . .	115
7.52. Comparativa LYSO3 vs. LSO2. Resoluciones de la profundidad de interacción . .	116
7.53. Dependencia de la resolución energética $\Delta E$ , la resolución en posiciones $\Delta_{pos}$ y la resolución en profundidad de interacción $\Delta DOI$ con la distancia al centro del cristal . . . . .	116
7.54. Dependencia de la resolución en energía $\Delta E$ , la resolución en posiciones $\Delta_{pos}$ y la resolución en profundidad de interacción $\Delta DOI$ con la distancia al centro . . .	117
8.1. Cristales centelleadores con recubrimiento de EPOXY defectuoso. . . . .	120
A.1. Función densidad de probabilidad y función de distribución cumulativa . . . . .	126
C.1. Ganancia y respuesta espectral de un PSPMT Flat-Panel H8500 de Hamamatsu.	134
D.1. Esquema del sumador amplificador . . . . .	135
D.2. Esquema del circuito del preamplificador inversor/line driver . . . . .	136
D.3. Esquema del circuito del preamplificador no-inversor/line driver . . . . .	137

# Indice de tablas

2.1. Tabla de los radiotrazadores más usados en PET . . . . .	8
3.1. Características básicas de algunos de los centelleadores empleados en PET . . . . .	23
6.1. Valores de $\lambda_a$ , $\lambda_s$ y $C_R$ para la primera colección de simulaciones MC llevada a cabo con el propósito de estimar los valores más realista de estos parámetros. . . . .	57
6.2. Intervalo y tamaño del paso para las simulaciones MC para los parámetros variables del detector. Los valores de los parámetros que se mantuvieron fijos en cada conjunto de simulaciones se muestran en la cuarta columna. . . . .	59
6.3. Diferencia relativa entre la altura de los picos Raman de la región de los $900\text{cm}^{-1}$ para los cristales <i>LSO</i> y <i>LYSO</i> analizados en profundidad . . . . .	64
6.4. Valores máximos ( $\text{cm}^{-1}$ ) de los picos Raman del $\text{Ce}^{3+}$ y sus FWHM para los cristales LSO. . . . .	72
6.5. Posiciones ( $\text{cm}^{-1}$ ) de los picos Raman del $\text{Ce}^{3+}$ y sus FWHM para los cristales LYSO (2 PICOS). . . . .	72
6.6. Valores máximos ( $\text{cm}^{-1}$ ) de los picos Raman del $\text{Ce}^{3+}$ y sus FWHM para los cristales LYSO. . . . .	73
6.7. Valores máximos ( $\text{cm}^{-1}$ ) de los picos Raman probablemente producidas por el Ytrio y sus FWHM para los cristales LYSO . . . . .	74
6.8. Indices de refracción para cristales <i>LYSO</i> y <i>LSO</i> . . . . .	76
6.9. Valores de $\alpha_{scatt}$ para cada cristal en $\lambda=0.42\mu\text{m}$ . . . . .	78
8.1. Valores de $\lambda_a$ , $\lambda_s$ y $C_R$ obtenidos mediante simulación MC para los cristales <i>LSO5</i> , <i>LYSO2</i> y <i>LYSO3</i> . . . . .	121
8.2. Valores de $\alpha_{scatt}$ para cada cristal en $\lambda=0.42\mu\text{m}$ . . . . .	122
C.1. Propiedades del PSPMT H8500 de Hamamatsu. . . . .	133
D.1. Configuración electrónica para el sumador amplificador . . . . .	136
D.2. Configuración electrónica (valores de los componentes) para el preamplificador inversor/line driver . . . . .	136
D.3. Configuración electrónica (valores de las componentes) para el preamplificador no-inversor/line driver . . . . .	137
E.1. Tabla de cristales centelleadores LSO . . . . .	139
E.2. Table de cristales centelleadores LYSO . . . . .	140



*Dedicado a Victoria*





# Capítulo 1

## Motivación

En la tomografía de rayos gamma (tomografía por emisión de fotón-único (SPECT), tomografía por emisión de positrones (PET)) los detectores están formados generalmente por uno o varios cristales centelleadores acoplados ópticamente a uno o varios fotomultiplicadores sensibles a la posición (PSPMT) con una electrónica adyacente que permite la estimación de la posición de desintegración del radioisótopo utilizado para realizar las medidas. En el caso de las gamma-cámaras y el SPECT los cristales centelleadores utilizados pueden ser pixelados o continuos y si queremos poder determinar la posición de desintegración debemos utilizar colimadores. En el caso del PET en la mayoría de detectores se utilizan cristales pixelados. La utilización de cristales pixelados tiene como característica principal el hecho de que la resolución espacial del sistema viene determinada por el tamaño de dichos píxeles. De esta forma cuanto menor sea el tamaño de los píxeles mayor será la resolución intrínseca espacial del detector. No obstante, la reducción de las dimensiones del cristal conlleva ciertos problemas como por ejemplo, dificultades en la recolección de luz, efectos de dispersión inter-cristalina, pérdida de eficiencia debido a los espacios muertos entre píxeles (hay un grosor mínimo de espacio muerto entre píxeles, a mayor número de píxeles mayor espacio muerto). Estas razones, unidas al factor económico, hacen que en nuestro detector utilicemos cristales centelleadores continuos y monolíticos acoplados a un fotomultiplicador sensible a la posición (PSPMT).

Con una configuración del detector de medida cuyos cristales son monolíticos y continuos se abren ante nosotros dos posibles temas de estudio, por una parte el impacto de las características intrínsecas de los cristales centelleadores en la estimación de la posición de desintegración y por otro lado, la mejora de dicha estimación mediante una mejora de la determinación de la profundidad de interacción en la que se produce la desintegración en el cristal centelleador. La motivación en ambos casos se focaliza en conseguir que nuestro detector PET alcance una resolución espacial igual o mejor a la obtenida mediante un detector PET con cristales pixelados. Existen varias maneras para optimizar las medidas en el caso de utilizar cristales continuos, como por ejemplo la utilización de cristales trapezoidales que disminuyen la compresión en los bordes, la elección de la cobertura de las superficies del cristal, en concreto la utilización de materiales absorbentes de la luz que disminuyan las reflexiones que desvirtúan la medida de la posición y la utilización de superficies retroreflectoras acopladas a la superficie del cristal paralela a la

acoplada a la ventana de entrada del PSPMT, que mejora la eficiencia energética del sistema sin desvirtuar la medida de la posición de desintegración. Todas estas mejoras las estudiaremos y trataremos en profundidad en este trabajo.

En esta investigación el primer paso fue llevar a cabo simulaciones Monte Carlo de la geometría óptima de los cristales así como de las características intrínsecas de los mismos (Ros *et al.* [1], Lerche *et al.* [2], Ros *et al.* [3]). Los resultados de dichas simulaciones y de medidas preliminares apuntaron hacia la importancia de llevar a cabo medidas de las características estructurales de los cristales así como de sus componentes. Esta es la razón por la que el presente trabajo consta de dos líneas de investigación. Por una parte un estudio en la rama de la física del estado sólido (medidas Raman y de transmisión de la luz) y por otro el estudio de la reconstrucción del punto de desintegración del rayo- $\gamma$ , haciendo especial hincapié en la optimización de la reconstrucción de la profundidad de desintegración.

En la primera línea de investigación haremos un estudio teórico detallado de las características de los cristales centelleadores utilizados en nuestros experimentos, ventajas y desventajas del proceso de crecimiento de los cristales centelleadores, impacto del dopante utilizado en dichos cristales, estructura de los cristales e imperfecciones en dichas estructuras e impurezas de los mismos. Con el fin de contrastar estos estudios teóricos llevaremos a cabo diferentes medidas relacionadas con los parámetros anteriormente expuestos de manera menos amplia debido a las limitaciones a las que estamos sujetos con respecto a las clases de cristales de que disponemos. Además estudiaremos diferentes configuraciones de los cristales: diferente geometría, diferente tratamiento superficial y diferente cobertura de las caras de los cristales centelleadores.

Por otra parte, estudiaremos el impacto que tienen dichas características en la resolución de la posición de impacto del rayo- $\gamma$  haciendo especial hincapié en la profundidad de interacción. La estimación de la posición en nuestro detector se lleva a cabo por medio del algoritmo de centro de gravedad, por lo que la estimación de la profundidad de interacción no es una tarea trivial. Dicha estimación requiere de una nueva implementación electrónica que permita estimar dicha profundidad. Ya que el conocimiento de este parámetro deriva en una mejora considerable a la hora de reconstruir una imagen médica obtenida con un PET estudiaremos más en profundidad el impacto de las diferentes características de los cristales centelleadores de que disponemos en la posición de impacto 3D de la desintegración del rayo- $\gamma$ .

# Capítulo 2

## Introducción

### 2.1. Breve Historia de la Imagen Médica

El término imagen médica se refiere a las técnicas y procesos que son usados para obtener imágenes del cuerpo humano (o partes de él) con propósitos clínicos.

El primer acontecimiento relacionado con la imagen médica moderna<sup>1</sup> fue el descubrimiento de la aplicación de los rayos-x para obtener dichas imágenes. Los rayos-x fueron descubiertos por *Wilhelm Conrad Röntgen* en 1895. En este momento nace un nuevo concepto de diagnóstico que permite obtener información de la anatomía y fisiología del cuerpo humano mediante una técnica no-invasiva, es decir, un procedimiento médico que no penetra físicamente en el paciente. El primer uso de los rayos-x con fines médicos fue llevado a cabo en Febrero de 1896. Debido a su fácil aplicabilidad los rayos-x impulsaron el desarrollo de técnicas médicas estáticas y dinámicas. Las técnicas estáticas se refieren a imágenes tomadas en un punto temporal y espacial determinado, las técnicas dinámicas (fluoroscópicas) son series de imágenes tomadas a lo largo del tiempo.

Años después, en 1972 *Godfrey Hounsfield* desarrolló el primer escáner CT (tomografía computerizada). En este escáner se utilizaron los métodos matemáticos para reconstrucción de la imagen desarrollados por *Allan Cormack* una década antes. Ambos recibieron el Premio Nobel en Medicina por este trabajo en 1979.

Otro importante acontecimiento en la historia de la imagen médica fue el descubrimiento de la radiactividad en 1896 por *Antoine Henri Becquerel*. Inicialmente los radionúclidos fueron usados para la terapia cancerígena y no para la imagen médica. Más tarde, en 1923 *George de Hevesy* introdujo el concepto de la utilización de los radionúclidos como radiotrazadores para hacer estudios fisiológicos. Un radiotrazador es un fármaco marcado radioactivamente que imita un compuesto biológico de interés; la medida de la distribución del radiotrazador nos permite conocer la distribución del fármaco. En 1949, *Benedict Cassen* revolucionó el concepto de imagen

---

<sup>1</sup>La imagen médica como tal tiene sus inicios mucho antes, por poner un ejemplo Hipócrates (s. V- IV a.C.) solía colocar lodo sobre una parte de la piel afectada por una hinchazón o un tumor, y registraba el tiempo de secado, tratando de establecer una relación entre la temperatura de la piel y la anomalía (*Otsuka et al.* [4]).

médica al desarrollar el primer sistema de imagen médica nuclear, el escáner rectilíneo. Tres años después, en 1952 *Hal Anger* desarrolló la cámara centelleadora Anger. El trabajo de *Anger* juega un papel crucial en el posterior desarrollo del PET (tomografía por emisión de positrones).

En 1885 *Lord John Rayleigh* predijo las ondas de Rayleigh, sentando las bases para la imagen por ultrasonidos. Rayleigh estudió la interacción de las ondas acuáticas con un medio en el contexto de la propagación del sonido en el aire. Con la Segunda Guerra Mundial y el desarrollo de la tecnología del sonar, se produjo un avance en las imágenes por ultrasonidos modernas. La tecnología de ultrasonidos evolucionó durante los años 60 de una simple proyección a la obtención de imágenes en “cuatro dimensiones” (Nelson *et al.* [5]).

En el campo de la imagen por resonancia magnética nuclear los primeros estudios fueron llevados a cabo por *Felix Bloch* y *Edward Purcell*. Ambos recibieron en 1952 el Premio Nobel en Física por su descubrimiento del fenómeno de la resonancia magnética, descubrimiento que llevaron a cabo paralela e independientemente en 1946. La resonancia magnética nuclear es la base del desarrollo de la imagen por resonancia magnética nuclear. En 1971, *Raymond Damadian* publicó un artículo que sugería el método de la resonancia magnética en la imagen médica, más adelante (en 1973) también *Paul Lauterbur* sugirió nuevas metodologías con las que realizar imágenes por resonancia magnética nuclear. En 1991 *Richard Ernst* recibió el Premio Nobel en Química por sus nuevas aportaciones al trabajo desarrollado anteriormente por *Bloch* y *Purcell*. *Lauterbur* y *Peter Mansfield* recibieron el Premio Nobel en 2003 por su trabajo de desarrollo de métodos básicos de imagen médica en resonancia magnética nuclear (Prince *et al.* [6], Liang *et al.* [9], Hornak [10]).

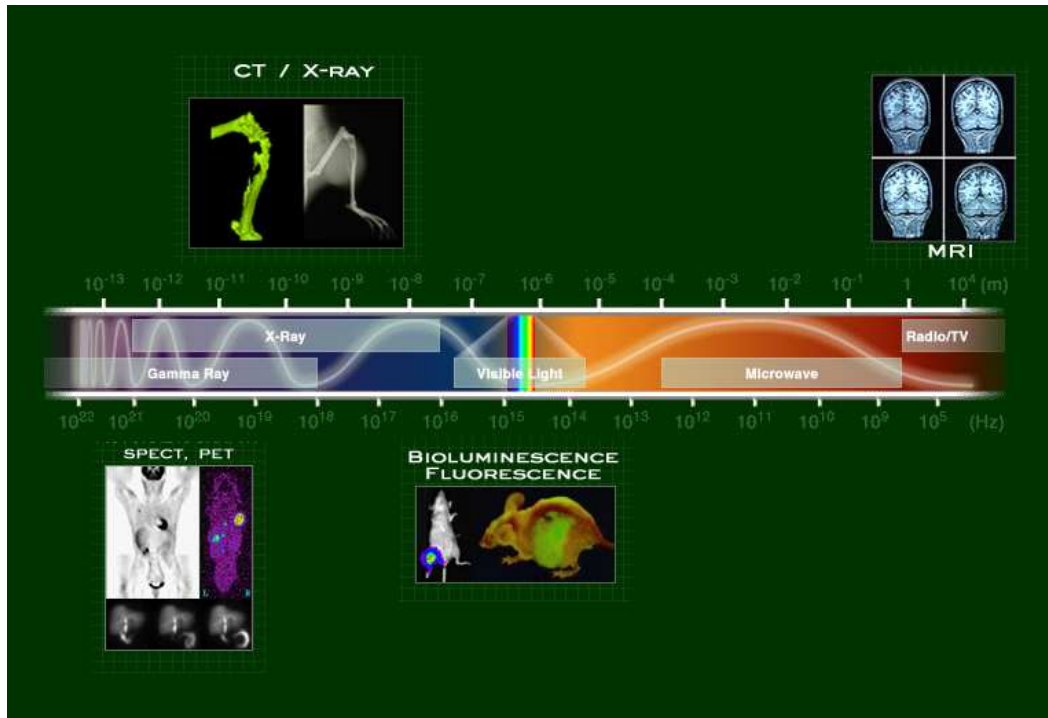


FIGURA 2.1: Esquema de las técnicas más comunes de imagen médica y del espectro electro-magnético que usan para obtener la imagen. [ MIPS, Stanford University ]

## 2.2. Imagen Médica Nuclear

Desde el descubrimiento de los rayos-x hasta hoy en día han sido desarrolladas nuevas técnicas de imagen médica como ultrasonidos, resonancia magnética nuclear e imagen médica nuclear. Aunque todas estas técnicas son consideradas técnicas no-invasivas podemos diferenciar dos grupos, uno de estos grupos es el de las técnicas completamente no-invasivas y libres de peligro hasta donde sabemos en la actualidad; resonancia magnética nuclear (MRI) e imagen por ultrasonido, el otro grupo de técnicas implican cierto riesgo asociado a la exposición a radionúclidos, p.ej. radiografías de proyección, tomografía computerizada de rayos-x (CT) y medicina nuclear (Prince *et al.* [6]). A la pregunta de la conveniencia de usar un tipo u otro de técnicas la respuesta depende del caso particular. Las diferentes técnicas de imagen médica nos permiten ver dentro del cuerpo humano de diferentes maneras, la señal obtenida es en cada caso diferente y consecuentemente revela diferente tipo de información. La figura 2.1 muestra un esquema de las técnicas más comunes en imagen médica en relación con la longitud de onda ( $\lambda$  (m)) de la radiación electromagnética en la que cada una de ellas opera.

La medicina nuclear es una rama de la medicina que utiliza algunas de las propiedades nucleares de la materia en diagnóstico y terapia. En diagnóstico una sustancia radiactiva es administrada al paciente de forma que podemos detectar la radiación emitida por esta. Estas señales detectadas producen imágenes que reflejan procesos biológicos que tienen lugar a niveles celulares y subcelulares (imagen molecular). El test diagnóstico implica la formación de imágenes usando una o varias gamma-cámaras. La imagen también es conocida como imagen radionuclear o gammagrafía nuclear.

En terapia los radionúclidos son administrados para tratar enfermedades. La meta de los tratamientos es matar ciertas células dañinas por exposición de radiación (p.ej. células cancerígenas), siempre teniendo en cuenta unos criterios de exposición a la radiación que debe mantenerse “tan baja como sea razonablemente posible” (principio ALARA). El principio ALARA es una de las normas básicas europeas de seguridad introducidas por el Consejo de Seguridad Nuclear en 1980.

La imagen nuclear muestra las funciones fisiológicas del sistema que queremos investigar mientras que otras modalidades de imagen médica, como el CT o la resonancia magnética nuclear muestran imágenes anatómicas. En los últimos años los aparatos comerciales superponen ambas imágenes, con el fin de determinar con más exactitud la parte del cuerpo en la que el radiofármaco se concentra. Los avances llevados a cabo en los últimos años han llevado a los aparatos de diagnóstico a evolucionar de PET a PET/CT y PET/MRI, aunque estos últimos aún están en desarrollo.

Los test diagnósticos en medicina nuclear aprovechan el hecho de que el cuerpo humano metaboliza de manera diferente los radiofármacos dependiendo de la patología del paciente. Los radionúclidos se introducen en el paciente mediante un compuesto biológico activo que interactúa de manera característica en el cuerpo del paciente. Los radiotrazadores se mueven selectivamente por diferentes regiones u órganos del cuerpo, emitiendo rayos- $\gamma$  cuya intensidad es proporcional a la concentración local de compuesto radioactivo. Los métodos de medicina nuclear son una modalidad de imagen de *emisión* ya que las fuentes radioactivas emiten radiación desde dentro del cuerpo.

Existen diferentes maneras de suministrar radionúclidos al paciente, inyecciones intravenosas en formato líquido o agregados a un compuesto, inhalación o ingestión. Los radionúclidos que se utilizan en medicina nuclear se obtienen a partir de procesos de fisión o fusión nuclear, los cuales producen radioisótopos de vidas medias largas; o ciclotrones, los cuales producen radioisótopos de vidas medias cortas, p.ej. molibdeno/tecnecio o estroncio/rubidio. Los radionúclidos intravenosos más comunes son: *Tecnecio-99m*, *Yodo-123 y 131*, *Talio-201*, *Galio-67*, *Flúor-18*, *Indio-111*; y los radionúclidos gaseosos más comunes son: *Xenon-133*, *Kriptón-81m*, *Tecnecio-99m*, *Tecnecio-99m*.

Existen tres modalidades de imagen en medicina nuclear: *imagen convencional de radionúclidos o gammagrafía*, *SPECT (tomografía computerizada de fotón-único)* y *PET (tomografía por emisión de positrones)* que se discutirán más extensamente en las siguientes secciones.

### 2.2.1. Gammagrafía nuclear

La gammagrafía es un proceso diagnóstico que consiste en la administración de un radionúclido afín a un órgano, tejido o función metabólica de interés (como por ejemplo el FGD (*Flúor-18*-fluorodesoxiglucosa) que es afín a todos los órganos y células). La distribución de la radiactividad es medida con una cámara centelleadora estacionaria o de escáner. El detector más comúnmente usado para gammagrafía es la gamma-cámara también conocida como cámara Anger. Normalmente, una gamma-cámara contiene uno o más cristales centelleadores (NaI(Tl), CsI, LaBr, etc) ópticamente acoplados a uno o varios tubos fotomultiplicadores (PMTs) (Madsen [7]). La gamma-cámara es un detector bidimensional sensible a la posición. En la figura 2.2 se muestra la primera gamma-cámara desarrollada por Anger (Hal O. Anger, *Nov. 1961*, Número de Patente US-3.011.05). En la cámara Anger los rayos- $\gamma$  interactúan con el cristal centelleador, el cristal emite isotrópicamente fotones de centelleo que llegan al fotomultiplicador acoplado ópticamente al cristal. La localización del punto de interacción de los rayos- $\gamma$  en el cristal se puede determinar procesando la señal de corriente que llega del o de los fotomultiplicadores. En resumen, la localización del punto de interacción se halla pesando linealmente la carga recolectada en cada uno de estos tubos con la posición de los mismos y calculando el centroide de esos valores (Landi [8]). El centroide de los valores se calcula utilizando del algoritmo del centro de gravedad (CoG). El centro de gravedad proporciona una estimación de la posición (del punto de desintegración de los rayos- $\gamma$ ). En la sección 5 se explica detalladamente las características de la electrónica encargada de procesar las señales de salida del PSPMT y de que manera podemos medir el CoG con la misma. La suma total de las corrientes de cada fotomultiplicador es proporcional a la energía depositada por el rayo- $\gamma$  que interacciona.

Para determinar la dirección del rayo- $\gamma$  incidente es necesario poner un colimador entre el paciente y el detector. El colimador suele consistir en una capa gruesa de un material con una alta absorción (Pb, W, Au, U, etc) con uno o varios agujeros (pin-hole) que dejan pasar la radiación. En la cámara Anger parámetros propios del detector como son el campo de visión (FOV), la sensibilidad y la resolución espacial muestran una fuerte dependencia con el tipo de colimador usado en la medida (Born *et al.* [11]). El colimador absorbe un alto porcentaje de los fotones incidentes en la dirección no deseada y por lo tanto limita la sensibilidad de la cámara. Por

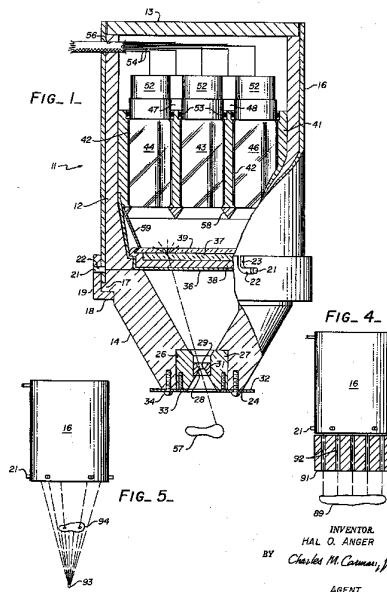


FIGURA 2.2: Cámara Anger consistente en un cristal centelleador acoplado ópticamente a varios PMTs. [Hal O. Anger, Nov. 1961, Número de Patente US-3.011.057]

esta razón se deben utilizar altas tasas de radiación para realizar la medida y de esta manera tener suficientes sucesos de centelleo con los que reconstruir la imagen. Además la resolución espacial se ve afectada por la incertidumbre que produce el hecho de que la detección de algunos de los fotones vengan de diferentes agujeros del colimador. En resumen, hay que encontrar un compromiso entre los parámetros físicos característicos de la cámara y la exposición a la radiación del paciente para obtener una buena calidad de imagen con la mínima exposición posible. Estos hechos producen una dificultad añadida con respecto a la técnica PET que explicaremos más adelante debido a la necesidad de la utilización de colimadores que reducen la sensibilidad en las medidas. Existen diferentes estudios del impacto de dichos parámetros (Jeong *et al.* [12], Kim *et al.* [13], Williams *et al.* [14], Pani *et al.* [15]) y también nuevas aplicaciones como gamma-cámaras utilizadas para hacer imágenes in-vivo durante operaciones quirúrgicas. Como por ejemplo, la CENTINELLA gamma-camera (Fernández *et al.* [16], Sánchez *et al.* [17]).

### 2.2.2. SPECT

La tomografía por emisión de fotón-único (SPECT) es también una técnica de imagen médica que utiliza rayos- $\gamma$ , de hecho es el primer método utilizado de imagen tomográfica en medicina nuclear. El SPECT utiliza una técnica muy similar a la técnica de gammagrafía, solo que en este caso podemos obtener información en 3D del mismo modo que ocurre con la CT. Las imágenes con SPECT se adquieren usando la gamma-cámara para adquirir múltiples imágenes en 2D (también llamadas proyecciones) para diferentes ángulos. El SPECT está formado por una o más gamma-cámaras que rotan alrededor del paciente de manera que podemos obtener las diferentes proyecciones de la imagen. A los datos obtenidos en la medida se les aplica un algoritmo de reconstrucción tomográfica para cada una de las proyecciones (por ejemplo el algoritmo FBP (filtered back-projection) Kontaxakis *et al.* [18], Zaidi *et al.* [19]), obteniendo así una colección

Radionúclido	$E_{max}$ [MeV]	Vida Media [min.]	Uso en PET
$^{11}C$	0,959	20,4	Marcaje de moléculas inorgánicas
$^{15}O$	1,738	2,03	$^{15}O_2$ , $H_2^{15}O$ , $C^{15}O$ , $C^{15}O_2$
$^{18}F$	0,633	109,8	$[^{18}F]$ -DG, $^{18}F^-$
$^{68}Ga$	1,898	68,3	$[^{68}Ga]$ -EDTA, $[^{68}Ga]$ -PTSM
$^{82}Rb$	3,40	1,25	Trazador para perfusiones
$^{94m}Tc$	2,44	52	Emisor $\beta^+$ versión del $^{99m}Tc$
$^{124}I$	2,13	$6,0 \times 10^3$	Moléculas ionizadas
$^{13}N$	1,197	9,96	$^{13}NH_3$

TABLA 2.1: Tabla de los radiotrazadores más usados en PET. Bailey *et al.* [22]

de datos en 3D. Esta información 3D puede ser posteriormente manipulada para mostrar finas láminas a lo largo de un eje del cuerpo, similares a las imágenes obtenidas con otras técnicas tomográficas, como p.ej. MRI, CT y PET. Debido a la similitud en el funcionamiento del SPECT con la cámara- $\gamma$  se pueden utilizar los mismos radiofármacos en ambas técnicas de imagen médica. La elección del radiofármaco y la técnica de imagen médica empleada en cada caso, depende del metabolismo a estudiar en el sujeto. Como el SPECT nos proporciona imágenes en 3D de muy buena resolución se puede utilizar para obtener información sobre funciones localizadas de órganos internos (p. ej. funcionalidad cardíaca o imágenes cerebrales).

La técnica SPECT tiene la desventaja de su baja sensibilidad en comparación con la PET. Esta baja sensibilidad en parte se palia con la utilización de colimadores multi-pinhole como ya vimos en la sección anterior.

### 2.2.3. PET

La diferencia principal entre SPECT y el PET radica en el tipo de radioisótopo utilizado. Mientras el SPECT se utilizan radioisótopos emisores de rayos- $\gamma$  para el PET los radioisótopos son emisores de positrones. El tiempo de vida media es generalmente corto. Existen muchos tipos de emisores de positrones, normalmente la elección del tipo de radiotrazador viene determinado por el tipo de metabolismo a estudiar, ya que dependiendo de las características del mismo éste podrá agregarse o no como marcador a una sustancia característica del metabolismo a estudiar. Los radionúclidos de bajo  $Z$  tienen vidas medias cortas, lo cuál supone un problema a la hora de su utilización pues deben ser generados en un reactor nuclear ó acelerador. Algunos ejemplos de dichos isótopos se muestran en la tabla 2.1 (Bailey *et al.* [22]).

El positrón emitido interactúa con la materia que le rodea y se aniquila con un electrón. La masa combinada de ambos se transforma en la energía de dos rayos- $\gamma$  equivalentes de 511 keV, que salen en la misma dirección pero sentidos opuestos. El escáner PET debe detectar cada par



de rayos- $\gamma$  (tantos como se produzcan) de forma que por reconstrucción se pueda estimar<sup>2</sup> la posición donde el radiotrazador emitió el positrón que comenzó el proceso de aniquilación. Este tipo de transformación se conoce también como decaimiento- $\beta^+$ , en el cual se emiten un positrón ( $e^+$ ) y un neutrino ( $\nu$ ) (figura 2.3).

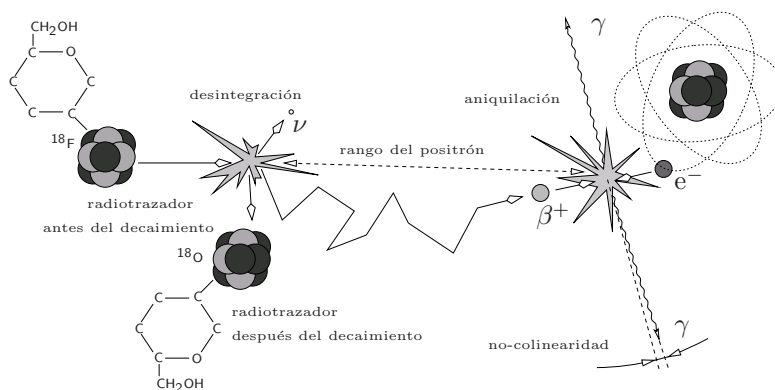
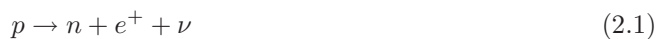


FIGURA 2.3: Proceso de aniquilación de un electrón y un positrón. Como resultado se producen dos rayos- $\gamma$ .

Para poder detectar dichas aniquilaciones, cada detector está formado por dos gamma cámaras opuestas que operan en *coincidencia temporal* como se muestra en la figura 2.4(a). Se necesitan módulos enfrentados para medir en coincidencia temporal debido a que los rayos- $\gamma$  resultantes de la aniquilación de un electrón y un positrón salen en sentidos opuestos con un ángulo prácticamente de  $180^\circ$ .

Los módulos detectores más comúnmente usados en PET consisten en un cristal centelleador BGO ( $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ ) o LSO ( $\text{Lu}_2(\text{SiO}_4)\text{O} : \text{Ce}^+$ ), que es cortado parcialmente de manera que se obtiene una red de cristales casi independientes (cristales pixelados) y uno o varios fotomultiplicadores. Este tipo de módulo se conoce como *bloque detector*. En la figura 2.4(b) se muestra uno de estos bloques (Townsend *et al.* [23]). En nuestro caso los cristales que utilizaremos para realizar las medidas son cristales monolíticos. Con este tipo de cristales es más difícil obtener una buena resolución espacial que con los pixelados, sin embargo ofrecen una mejor eficiencia en la recolección de luz y son más económicos. En ambos casos los cristales centelleadores son acoplados al PMT con una grasa óptica de índice de refracción similar al del cristal para evitar pérdidas, siendo la señal recogida por el PMT y procesada por la electrónica.

Los cristales centelleadores continuos ofrecen diversas ventajas sobre los pixelados. Los cristales continuos son más baratos de producir ya que no requieren de postprocesado y no tienen zonas muertas. Por otra parte, la precisión en la determinación del punto de desintegración es peor en los cristales continuos, ya que las zonas no están acotadas. Esta es una de las razones por las que es muy importante optimizar la geometría y características de tratamiento superficial,

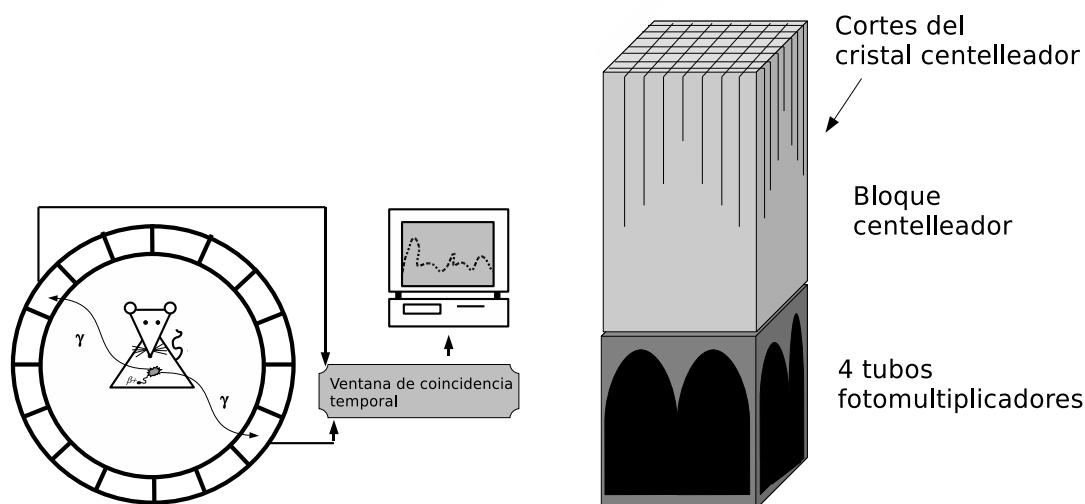
<sup>2</sup>Podemos estimar que no calcular la posición de desintegración debido a ciertas incertidumbres derivadas entre otras cosas de la física del proceso de desintegración, una de las más importantes es la incertidumbre en la estimación del rango del positrón.

sobre todo en cristales continuos. Uno de los problemas de la utilización de estos cristales es el efecto de bordes, este efecto se debe a las reflexiones y absorciones producidas en el borde del cristal, estos efectos producen cambios en la distribución de la luz y consecuentemente errores en la determinación del punto de desintegración. Por esta razón, en este trabajo estudiaremos la conveniencia de utilizar cristales continuos truncados. Debido a la geometría truncada de los bordes del cristal se espera una reducción en los efectos de bordes que en consecuencia mejore la determinación de la posición de desintegración del positrón. Por otra parte, con el fin de conseguir obtener una resolución espacial comparable a la obtenida con los cristales pixelados es de vital importancia la determinación de la DOI (profundidad de interacción). Si determinamos correctamente la DOI podremos estimar mejor el punto de desintegración ya que la LOR (línea de referencia) quedará mejor definida. Una LOR es la línea que une la posición determinada en cada uno de los módulos enfrentados<sup>3</sup> de un PET para una desintegración dada (en la figura 2.5 se muestran diferentes ejemplos de líneas de referencia, los errores de posicionamiento de las LOR's provocan el llamado *errore de paralaje* que es explicado más adelante). En los cristales pixelados existen diferentes metodologías con las que determinar la DOI, utilizar diferentes materiales a diferentes profundidades del módulo de medida (cristales centelleadores distintos, materiales fosforescentes (phoswich)) o utilizar fotodetectores en la parte superior e inferior del cristal, entre otros. La mayoría de técnicas utilizadas en cristales pixelados para determinar la DOI implican mayor complejidad del módulo detector y por lo tanto mayor coste. Algunas de estas técnicas se usan también para la determinación de la DOI en cristales continuos. En nuestro caso, la implementación electrónica llevada a cabo para la determinación de la DOI nos proporciona un módulo detector sencillo y económico y el cristal continuo truncado una mejora en el efecto de bordes (Lewellen [24]).

La electrónica asociada al *bloque detector* nos permite, mediante dos módulos enfrentados, realizar *medidas en coincidencia temporal*. La coincidencia temporal la utilizamos para discriminar los eventos que no aportan información a la reconstrucción. Es útil ya que cuando se generan los dos rayos- $\gamma$  puede ocurrir que sólo detectemos uno de ellos, también se pueden formar coincidencias random y la medida también se puede ver afectada por la radiactividad intrínseca de los cristales (como por ejemplo el Lutecio del LSO). Los eventos detectados no son siempre *coincidencias verdaderas* en las que detectamos dos rayos- $\gamma$  provenientes de una aniquilación electrón-positrón. Las *coincidencias random* son aquellas en las que detectamos dos rayos- $\gamma$  pero cada uno proviene de una aniquilación electrón-positrón diferente. También existe coincidencia en el caso en que uno de los rayos- $\gamma$  o los dos han sido dispersados en el cristal o en el tejido del paciente. Todos estos efectos los podemos mitigar utilizando la coincidencia temporal. La coincidencia temporal viene determinada por la *resolución temporal* del sistema de medida que vayamos a utilizar. La *resolución temporal* de un PET es la precisión máxima con la que somos capaces de medir la diferencia temporal en la llegada de dos fotones generados tras la aniquilación electrón-positrón (Moses [25]). La *resolución temporal* de un sistema se define como, el FWHM del espectro de la diferencia de tiempos de un número elevado de eventos medidos en coincidencia (Knoll [26]). El método de detectar sólo los eventos con coincidencia temporal de entre dos detectores para así determinar la dirección del rayo- $\gamma$  se conoce como *colimación electrónica* y es más eficiente que la colimación mecánica utilizada en SPECT.

---

<sup>3</sup>En realidad para la reconstrucción también se utiliza información de módulos cruzados, esta definición de LOR no es estrictamente cierta.



(a) PET. El radiotrazador emite un positrón que al aniquilarse con un electrón del medio produce dos rayos- $\gamma$  que salen en la misma dirección con sentidos opuestos. Estos rayos- $\gamma$  se deben detectar en coincidencia para ser adquiridos por el detector.

(b) Bloque detector que consiste en un bloque de cristal centelleador cortado de forma que se crean cristales casi independientes. El cristal centelleador se acopla ópticamente a cuatro tubos fotomultiplicadores.

FIGURA 2.4: Esquema de un PET que muestra las medidas en coincidencia (figura a) y de un bloque detector compuesto por un cristal centelleador acoplado ópticamente a cuatro tubos fotomultiplicadores (figura b).

Una vez que los datos son adquiridos por el sistema, éstos se procesan (Capítulo 5) para obtener la imagen de la localización del radiotrazador. La imagen resultante muestra cómo se distribuye el radiotrazador en el paciente a examinar con el fin de utilizar dichas imágenes para diagnóstico o tratamiento.

El PET tiene también limitaciones, como son la atenuación de la radiación al pasar a través del tejido, el *error de paralaje* que es debido al grosor del cristal, las degradaciones de la resolución debido a la no-colinearidad de los rayos- $\gamma$ , al rango del positrón y los sucesos aleatorios detectados y eventos dispersados. Si nuestro detector PET no es capaz de reconstruir la profundidad a la que se ha producido la interacción puede ocurrir que detectemos eventos en posiciones equivocadas. Esto es debido al *error de paralaje* del sistema (figura 2.5).

El *error de paralaje* en PET se da en los casos en que el rayo- $\gamma$  impacta con el cristal oblicuamente ( $\alpha \neq 90^\circ$ ) como muestran las figuras 2.5(a) y 2.5(b). Si no conocemos el ángulo de incidencia ni la profundidad de interacción, la dirección de incidencia del rayo- $\gamma$  no puede ser determinada inequívocamente. Este error depende del grosor del cristal, del radio del escáner (formado por varios módulos detectores enfrentados) y de la posición en la que se ha producido la desintegración.

En tomografía por emisión de positrones el *error de paraleje* es también conocido como astigmatismo radial. Para un PET comercial de cuerpo completo con detectores de 4 mm de ancho formando un anillo de 80 cm, la falta de información debida al *error de paralaje* reduce la resolución espacial en  $\approx 40\%$  a una distancia de solo 10 cm del centro del FOV (Cherry et al. [27]).

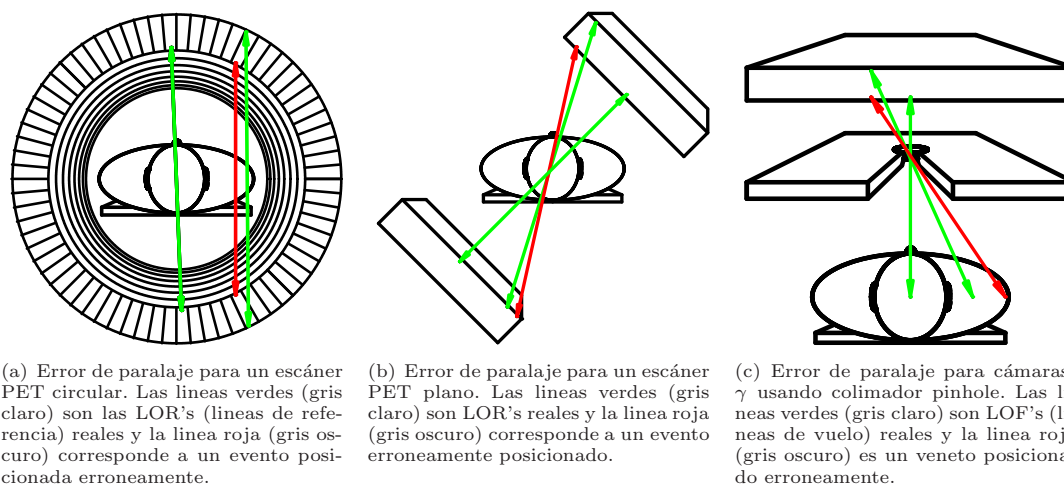


FIGURA 2.5: Formación del error de paralaje. Los detectores que no son capaces de medir el ángulo de incidencia ni tampoco la profundidad de interacción no pueden distinguir entre rayos- $\gamma$  paralelos entre sí si están poco separados. Esto produce un efecto de posicionamiento erróneo del origen de los rayos- $\gamma$ .

Como el efecto de la profundidad de interacción incrementa fuertemente con la distancia al centro, los escáneres PET tienen frecuentemente radios internos del anillo que lo forman mucho más grandes de los que sería necesario para tratar al paciente.

La pérdida de información de la profundidad de interacción se acentúa cuando utilizamos cristales centelleadores continuos de gran tamaño medidos con el algoritmo del centro de gravedad. Este error se debe a las pérdidas que se producen cerca de los bordes del detector (pérdidas en la recolección de la luz). El desconocimiento de la DOI unida a la compresión en los bordes del detector hace del *error de paralaje* un problema fundamental en los tomógrafos de rayos- $\gamma$  con cristales centelleadores continuos de gran tamaño.

En el presente trabajo las medidas y simulaciones para los estudios de las resoluciones espaciales y energéticas han sido, en todos los casos, llevadas a cabo para un sistema de tomografía por emisión de positrones. Debido a la similitud de los procesos físicos en los que se basa la tomografía de rayos- $\gamma$  en todas sus modalidades, se pueden extrapolar las conclusiones a las que se llega en este trabajo para el caso general de tomografía de rayos- $\gamma$ . Los cristales centelleadores son en todos los casos susceptibles de generar errores de posicionamiento en la reconstrucción. Por eso, sea cuál sea el *setup* de medida, la calidad y tratamiento superficial de los cristales centelleadores utilizados es determinante para la optimización de las resoluciones espaciales y energéticas.

## Capítulo 3

# Física de detección de rayos gamma

Como vimos en el capítulo anterior un detector de tomografía por emisión de positrones (PET) está formado por diferentes módulos detectores enfrentados. Cada uno de estos módulos está formado por un cristal centelleador acoplado a un fotomultiplicador (PMT) del cuál obtenemos señales con las que, como veremos más adelante, podremos determinar posteriormente la posición y la energía del radiotrazador. En este capítulo veremos qué contiene y cómo está formado cada uno de los módulos detectores, que tipo de eventos detectaremos con dichos módulos y los inconvenientes que encontramos a la hora de realizar una medida.

### 3.1. Interacción de la radiación $\gamma$ con la materia

Para saber como interaccionan los rayos- $\gamma$  con la materia hay que conocer los procesos básicos de interacción de la radiación electromagnética ionizante con la materia. Los rayos gamma se producen en la desexcitación de un nucleón de un nivel excitado a otro de menor energía. Otra fuente de rayos gamma importante viene dada por la radiación de aniquilación, una vez que el positrón se ha detenido éste se aniquila con un electrón. La energía equivalente de sus masas (511 keV de cada uno) en general se emite como los fotones de 511 keV. La radiación de aniquilación viaja en sentidos casi opuestos. Los rayos gamma se diferencian de los rayos-x en su origen y rango de energía, debido a que estos últimos se producen a nivel extra-nuclear, por fenómenos de frenado electrónico o *bremstrahlung*.

Independientemente del tipo de origen de los fotones podemos hacer una clasificación de los procesos físicos más importantes de la radiación electromagnética ionizante, ya que la interacción de los mismos con la materia depende únicamente de la energía de dichos fotones. En la interacción de los rayos- $\gamma$  con la materia, los procesos físicos fundamentales son: el efecto fotoeléctrico, la dispersión de Rayleigh, el efecto Compton, la producción de pares, la producción de tripletes y la fotoabsorción nuclear.

La probabilidad de que un rayo- $\gamma$  sufra uno de estos procesos cuando atraviesa la materia viene definida por la *sección eficaz* de cada uno de los procesos. La probabilidad de que un fotón interactúe con la materia viene dado por la *sección eficaz atómica total* que es la suma de las secciones eficaces para cada uno de los procesos físicos de interacción,

$$\sigma_{tot} = \sigma_{pe} + \sigma_{ray} + \sigma_{Comp} + \sigma_{par} + \sigma_{tripl} + \sigma_{nucl} , \quad (3.1)$$

donde  $\sigma_{pe}$  es la sección eficaz de efecto fotoeléctrico atómico,  $\sigma_{ray}$  es la sección eficaz Rayleigh,  $\sigma_{Comp}$  es la sección eficaz Compton y  $\sigma_{par}$  es la sección eficaz debido al proceso de producción de pares,  $\sigma_{tripl}$  es la sección eficaz debida a la producción de tripletes y  $\sigma_{nucl}$  es la sección eficaz debido a la fotoabsorción nuclear (Bailey *et al.* [22]). Cuanto mayor es el número atómico ( $Z$ ) de la materia con la que interactúan los fotones, mayor es la sección eficaz y por lo tanto más eficiente es el frenado de estos en la misma y por lo tanto existe una mayor probabilidad de que se produzcan los procesos físicos anteriormente nombrados.

Cuando un rayo gamma pasa a través de la materia, la probabilidad de absorción es proporcional al grosor de dicha capa, lo que lleva a un decrecimiento exponencial de la intensidad.

$$N = N_0 e^{-\mu d} , \quad (3.2)$$

donde  $N$  es el número de rayos- $\gamma$  transmitidos a través de la capa de grosor  $d$  medido en  $cm$ ,  $N_0$  el número de rayos- $\gamma$  incidentes y  $\mu$  es el *coeficiente de atenuación lineal* medido en  $cm^{-1}$ . El *coeficiente de atenuación lineal* se define como la fracción de fotones que interactúan con el material por unidad de grosor.

El *coeficiente de atenuación lineal*, para un determinado material está relacionado con la sección eficaz total mediante la expresión (Bailey *et al.* [22]):

$$\mu = \frac{N_A}{A} \rho \sigma_{tot} , \quad (3.3)$$

donde  $N_A$  es el *número de Avogadro*,  $\rho$  es la densidad del material que atraviesan los rayos- $\gamma$  y  $A$  es el número atómico del material. A partir de la ecuación 3.1 podemos obtener la expresión del coeficiente de atenuación lineal total en función de los componentes debidos a cada una de las interacciones físicas de la radiación electromagnética ionizante:

$$\mu_{tot} = \mu_{pe} + \mu_{ray} + \mu_{Comp} + \mu_{par} + \mu_{tripl} + \mu_{nucl} . \quad (3.4)$$

Los coeficientes de atenuación son dependientes de la energía. Para el rango de energías de los rayos- $\gamma$  usados en medicina nuclear (por ejemplo, hasta 511 keV para el  $Na^{22}$  y el  $Ge^{68}$  y hasta 662 keV para el  $Cs^{137}$ ) algunos de los procesos físicos mencionados anteriormente están fuera de nuestro interés. Los procesos que no vamos estudiar detalladamente son la producción de tripletes

y la fotoabsorción nuclear. Por otra parte la dispersión de Rayleigh que si que se produce en estos rangos energéticos tampoco influirá en nuestro estudio ya que la sección eficaz de dicho proceso es dos ordenes de magnitud menor que los debidos al efecto Compton y el efecto fotoeléctrico, por lo tanto es despreciable. En las siguientes secciones estudiaremos más detalladamente el efecto Compton, el efecto fotoeléctrico y la producción de pares.

### 3.1.1. Efecto fotoeléctrico

Se conoce como *efecto fotoeléctrico* a la absorción completa de un fotón por un átomo, obteniendo como resultado un electrón de la capa interna (probabilidad de colisión con  $e^-$  de la capa K  $\approx 83\%$ , Moses *et al.* [28]) con la energía:  $E_e = E_\gamma - E_{be}$ , donde  $E_{be}$  es la *energía de enlace del electrón*.

En este proceso, la sección eficaz varía con la energía de manera discontinua dependiendo de las capas y subcapas atómicas y no hay una expresión analítica válida para la expresión de la probabilidad de la sección eficaz del efecto fotoeléctrico común para todos los rangos energéticos. Para energías de los rayos- $\gamma$  menores a 0,5 MeV (es decir, para  $e^-$  no relativistas), la expresión para la sección eficaz es la siguiente:

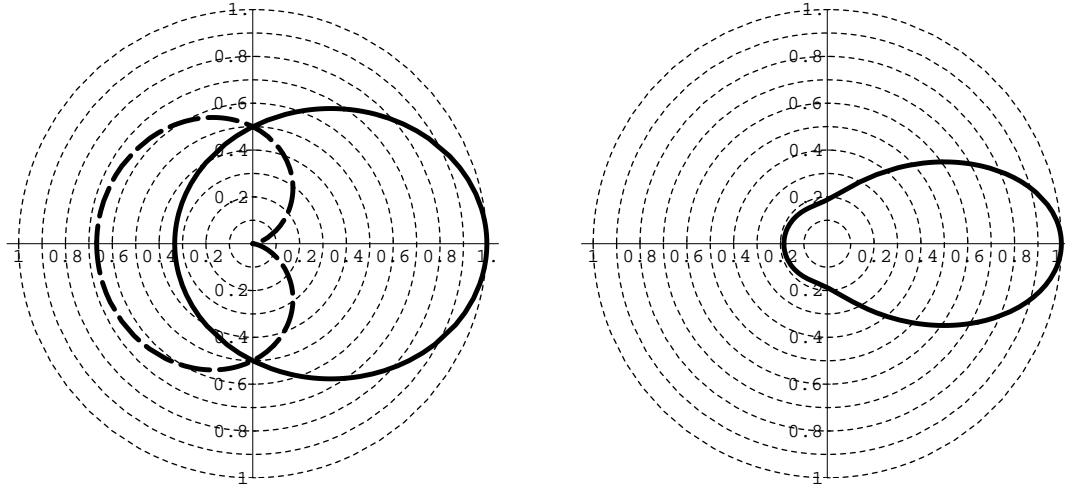
$$\sigma_{pe} = \frac{8}{3} \pi r_e^2 4\sqrt{2} \alpha^4 Z_{material}^5 \left( \frac{m_e c^2}{E_\gamma} \right)^{7/2}, \quad (3.5)$$

donde  $r_e \approx 2,83 \times 10^{-15} m$  es el radio clásico del electrón,  $m_e = 511 keV$  es la masa del electrón,  $\alpha = 1/137$  es la constante de estructura fina y  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío. Como se puede observar en la ecuación 3.5 la probabilidad de que se produzca absorción fotoeléctrica depende fuertemente del *número atómico del absorbente* ( $Z$ ) y de la *energía de fotón incidente* ( $E_\gamma$ ). Para rayos- $\gamma$  poco energéticos, el efecto fotoeléctrico es el proceso más relevante con independencia del número atómico del absorbente. Para energías del orden del *MeV* el efecto fotoeléctrico muestra una fuerte dependencia con el número atómico del absorbente (a mayor  $Z$ , mayor probabilidad de absorción fotoeléctrica) y su probabilidad de producción es menor que la del efecto Compton.

### 3.1.2. Efecto Compton

El *efecto Compton* o *dispersión Compton* es un proceso físico en el cuál un fotón de energía ( $E_\gamma$ ) interacciona con un electrón libre. Se entiende por electrón libre un electrón cuya energía es baja en comparación con la energía que lleva el rayo- $\gamma$ . Tras la interacción el fotón cambia su dirección y pierde parte de su energía, quedándose con una energía  $E_{\gamma'}$  menor que la energía que poseía inicialmente, de esta forma el electrón escapa con una energía cinética ( $T$ ):

$$T = E_\gamma - E_{\gamma'}, \quad (3.6)$$



(a) Gráfica en coordenadas polares para  $E_{\gamma'}$  en el caso de la ecuación 3.8 (líneas sólidas, en unidades de  $E_{\gamma}$ ) y la energía  $E_{\gamma} - E_{\gamma'}$  que es transferida al electrón (líneas punteadas, en unidades de  $E_{\gamma}$ ).

(b) Gráfica en coordenadas polares de la fórmula de Klein-Nishina 3.9 para  $\gamma = 1$  y normalizada con su máximo en  $\theta = 0$ .

FIGURA 3.1: Dependencia angular de la energía final del fotón ( $E_{\gamma'}$ ), la energía transferida ( $E_{\gamma} - E_{\gamma'}$ ) y la sección eficaz diferencial ( $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ) para un gamma de 511 keV.

la energía final del fotón dispersado viene dada por:

$$E_{\gamma'} = \frac{E_{\gamma}}{1 + \gamma(1 - \cos\theta)}, \quad (3.7)$$

donde  $\theta$  es el ángulo entre el fotón incidente y el dispersado,  $\gamma = E_{\gamma}/m_e c^2$  y  $m_e c^2$  es la energía de la masa en reposo del electrón (511 keV). Para el caso de radiación de aniquilación con  $E_{\gamma} = m_e c^2$  ( $\gamma = 1$ ) la ecuación anterior se transforma en:

$$E_{\gamma'} = \frac{m_e c^2}{2 - \cos\theta}. \quad (3.8)$$

La ecuación 3.8 muestra que la energía máxima transferida al electrón es  $2m_e c^2/3$  para la retro dispersión ( $\theta = 180^\circ$ ) y que el fotón no pierde energía si es dispersado hacia delante (si el fotón es dispersado hacia delante  $\theta = 0^\circ$ , por lo que sustituyendo en la ecuación 3.8 obtenemos  $E_{\gamma'} = m_e c^2$  de lo que se deduce que la energía transferida al electrón es cero (ver ecuación 3.6)). Esta es la dirección más probable en que se espera que el fotón se disperse como se puede deducir de la ecuación de *Klein-Nishina* (Leo [29]) de la sección eficaz diferencial para el efecto Compton:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{[1 + \gamma(1 - \cos\theta)]^2} \left[ 1 + \cos^2\theta + \frac{\gamma^2(1 - \cos\theta)^2}{1 + \gamma(1 - \cos\theta)} \right], \quad (3.9)$$

donde  $r_e$  es el radio del electrón. La energía final del fotón ( $E_{\gamma'}$ ), la energía transferida al electrón ( $E_{\gamma} - E_{\gamma'}$ ) y la sección eficaz diferencial normalizada ( $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ) se muestran en la figura 3.1 para el caso  $\gamma = E_{\gamma}/m_e c^2 = 1$ .



### 3.1.3. Producción de pares

El proceso de producción de pares es un tipo de absorción que sucede espontáneamente cuando el fotón incidente interactúa con la fuerza coulombiana de un núcleo<sup>1</sup>. Sólo puede ocurrir cuando los fotones incidentes poseen una energía igual o mayor a 1.022 MeV, debido a que el fotón se materializa en un par electrón-positrón, y la energía electromagnética se convierte en energía en reposo (0.511 MeV tanto para el electrón como para el positrón). La energía sobrante se convierte en energía cinética de las partículas recién creadas. Los rayos gamma tienen la frecuencia mínima requerida para que se logre este proceso.

La producción de pares es la interacción dominante para energías mayores a 2-3 MeV. La sección eficaz de este proceso físico aumenta monótonicamente a partir de la energía umbral de 1.022 MeV y es proporcional al cuadrado del número atómico del material.

## 3.2. Comportamiento de la luz

Una vez que el rayo- $\gamma$  interactúa con el cristal centelleador perdiendo energía en el mismo, genera luz de centelleo que se expande isotrópicamente a través del medio. Los centelleadores son materiales con la propiedad de que sus átomos o moléculas se excitan con la interacción de partículas de forma que se desexcitan parcialmente emitiendo energía en forma de fotones en el rango de luz visible. Para detectar cada uno de los eventos es importante detectar tanta luz de centelleo como sea posible por cada desintegración. En los detectores reales siempre se producen pérdidas de luz debido a la geometría y características del centelleador. Las pérdidas de luz en el material centelleador son debidas principalmente a la absorción del propio material y a pérdidas en las superficies del mismo:

⇒ El efecto debido a la atenuación es destacable cuando las dimensiones del centelleador son similares a la longitud de atenuación. La *longitud de atenuación* ( $\lambda_{att}$ ) viene definida como la distancia en la cual el número final de fotones decrece en un factor  $1/e$  con respecto al inicial. La relación entre *longitud de atenuación* y *coeficiente de atenuación lineal* viene dado por la siguiente expresión:

$$\mu_{att} = \frac{1}{\lambda_{att}}, \quad (3.10)$$

el *coeficiente de atenuación lineal* mide la capacidad del sistema para difundir ( $\mu_{scatt}$ ) y absorber ( $\mu_{abs}$ ) la radiación. De esta manera, cuanto mayor sea la longitud de atenuación más lejos se propagan los fotones ópticos tras el decaimiento y mayor es la tasa de fotones ópticos que pueden ser registrados por nuestro sistema. Si  $I_0$  es la intensidad inicial de la luz, la intensidad de la misma a una distancia  $z$  del punto de partida vendrá determinada por la ecuación 3.11.

$$I(z) = I_0 e^{-\frac{z}{\lambda_{att}}} \quad (3.11)$$

---

<sup>1</sup>También puede suceder al interactuar con el campo eléctrico de un electrón atómico, pero la probabilidad es muy baja

- ⇒ Las pérdidas de luz debidas a las superficies del cristal son consecuencia del volumen finito del mismo y a la emisión isotrópica de los fotones ópticos en el mismo. En nuestro caso, debido al hecho de que utilizamos cristales monolíticos las superficies de los cristales son pintadas de forma que absorban la luz que llega a las mismas (pintura o epoxy negro). Los fotones ópticos viajan en todas direcciones y por lo tanto cada una de las superficies del cristal causa pérdidas energéticas, ya que la energía medida es proporcional a la intensidad de la luz. Además hay que tener en cuenta el tipo de tratamiento superficial del cristal: *pulido* o *rugoso* que influye en la reflexión y refracción de la luz en las caras del mismo. También tiene una influencia diferente el hecho que el cristal esté pintado de negro (refleja poco la luz) o de blanco (refleja mucho la luz), existen otros tipos de tratamientos superficiales, teniendo todos ellos una notable influencia en el comportamiento de la luz.
- ⇒ El alto índice de refracción de los cristales. El valor del índice de refracción de los cristales influye en la recolección de luz debido al hecho de que tenemos que utilizar algún tipo de grasa óptica o pegamento en la interfase entre el cristal y la ventana de entrada del PSPMT. Los pegamentos y grasas utilizados serían ideales si tuvieran el mismo índice de refracción que el cristal. Por desgracia esto no es así, de modo que la diferencia de índices de refracción entre interfases provoca desviaciones en la trayectoria de la luz.

En nuestro caso la principal pérdida de intensidad en la luz se debe a la limitación espacial, como consecuencia directa de las dimensiones del cristal centelleador.

Una vez que los rayos- $\gamma$  generan la luz en el interior del cristal centelleador ( $\lambda_{cent} \approx 420nm$  para el *LSO*), esta luz sigue las leyes físicas de propagación en un medio y las de reflexión en superficies. Cada medio posee un índice de refracción que determina el comportamiento de la luz al cambiar a otro medio: reflexión o transmisión. La probabilidad de que los fotones sufran una reflexión en una interfaz óptica viene dada por el *coeficiente de reflexión* de la ecuación de Fresnell:

$$R = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} + \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} \right], \quad (3.12)$$

donde  $R$  es la probabilidad de reflexión, y  $\theta_i$  y  $\theta_t$  son respectivamente los ángulos de incidencia y de transmisión con respecto a la normal a la interfaz. El fotón se transmite con la probabilidad complementaria  $T$ ,

$$T = 1 - R. \quad (3.13)$$

Una vez que hemos introducido los términos de probabilidad de reflexión y transmisión hemos de explicar los diferentes *modelos de luz* dependiendo de la superficie del cristal. Vamos a considerar tres casos diferentes en los que al incidir la luz sobre la superficie del cristal se comporta de distinto modo debido al diferente tratamiento superficial del mismo. Estos casos son: *reflexión especular*, *difusión ideal* y una mezcla de ambos que denominaremos *modelo híbrido* (figura 3.2).

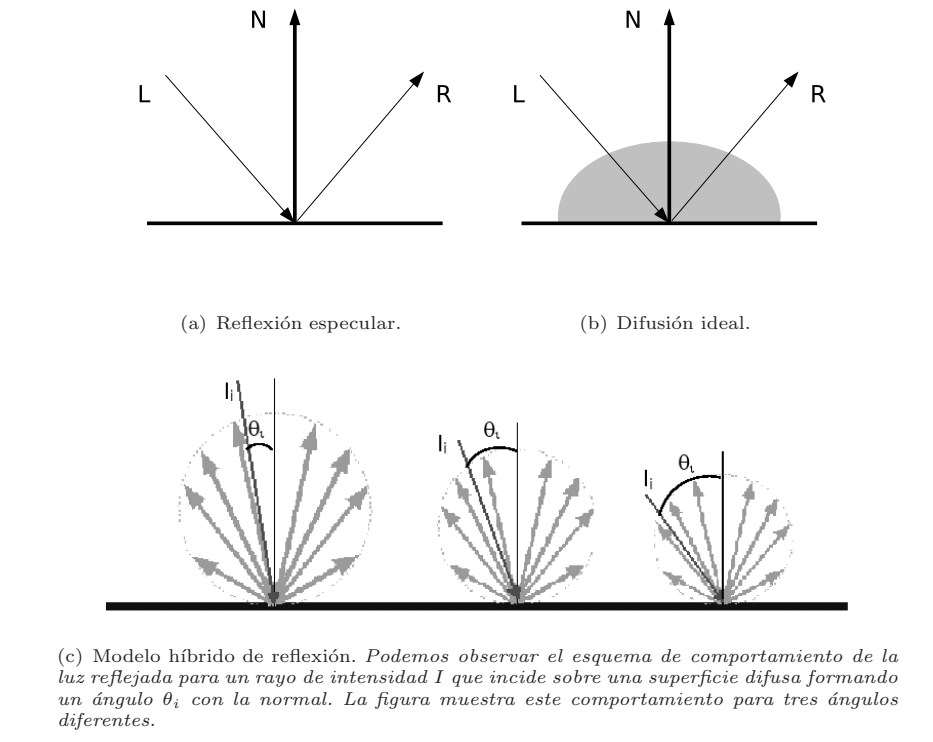


FIGURA 3.2: Comportamiento de la luz.

### 3.2.1. Ley de Snell

En este modelo, los medios en contacto tienen diferente índice de refracción y un rayo se refracta especularmente cuando el rayo incidente atraviesa la interfaz óptica entre los medios. El rayo reflejado sale con el mismo ángulo con el que incide sobre la superficie entre regiones y el rayo refractado cambia de dirección dependiendo de los índices de refracción de cada región de acuerdo con la *ley de la refracción de Snell*:

$$n_i \sin(\theta_i) = n_t \sin(\theta_t) \quad \text{Ley de Snell} , \quad (3.14)$$

donde  $n_i$  y  $n_t$  son los índices de refracción de la región de incidencia y la de trasmisión respectivamente. Y los ángulos  $\theta_i$  y  $\theta_t$  son los ángulos de incidencia y transmisión con respecto a la normal a la superficie entre regiones respectivamente.

### Reflexión interna total

Otro efecto a tener en cuenta es la *reflexión interna total* que ocurre cuando la luz incide con la superficie entre regiones con un ángulo de incidencia ( $\theta_i$ ) mayor que el *ángulo crítico* ( $\theta_C$ ) que se calcula con la siguiente expresión:

$$\sin \theta_C = \frac{n_t}{n_i} . \quad (3.15)$$

Cuando tenemos un ángulo de incidencia igual al ángulo crítico ( $\theta_C$ ) el rayo refractado se desvía  $90^\circ$  respecto a la normal a la superficie entre regiones. Por lo tanto, para ángulos de incidencia mayores que el ángulo crítico, la luz sufre reflexión interna total. Como consecuencia, no hay componente refractada de la luz. Este efecto se produce siempre que se cumpla la condición  $n_i > n_t$ .

La reflexión interna total es de interés especial en nuestro caso. En ausencia de rayos refractados, algunos de los fotones ópticos que inciden en el fotocatodo podrían no ser detectados y por lo tanto disminuirían la eficiencia de detección. Este caso se da debido a la diferencia de los índices de refracción en las interfases [cristal]–[pegamento/grasa] y [pegamento/grasa]–[fotocatodo].

### 3.2.2. Difusión ideal

En este modelo, estudiamos el caso de un rayo de luz reflejado por una superficie rugosa. En esta configuración los rayos reflejados se dispersan en todas direcciones. De la misma manera el proceso de refracción también se ve afectado y como consecuencia la luz transmitida se dispersa en el medio. En el caso ideal en el que tuviéramos un medio difusor perfecto la luz incidente sobre la superficie entre regiones seguiría la *Ley de Lambert*, en la cual la intensidad de luz de una pequeña región para un medio difusor ideal en cualquier dirección es proporcional al coseno del ángulo entre la dirección y la normal. No obstante, el número de fotones dispersados ( $I_{disp}(\theta_r)$ ) depende del coseno del ángulo de la luz incidente como muestra la ecuación 3.16. En las distribuciones *Lambertianas* el ángulo de reflexión es independiente del ángulo de incidencia, como podemos observar en la siguiente ecuación:

$$I_{disp}(\theta_r) = k_d I_o \cos(\theta_r) , \quad (3.16)$$

donde  $\theta_r$  es el ángulo de reflexión respecto a la normal a la superficie, e  $I_0 = I_i \cos(\theta_i)$ , donde  $I_i$  es la intensidad de la luz incidente y  $\theta_i$  el ángulo que forma esta con la normal y  $k_d$  es un parámetro dependiente de la longitud de onda de la luz que toma valores entre 0 y 1 dependiendo de la difusividad del medio. Para un difusor ideal Lambertiano,  $k_d = 1$ . En la figura 3.2(b) se muestra el esquema del comportamiento de la luz reflejada para un rayo de intensidad  $I_i$  que incide sobre una superficie difusa formando un ángulo  $\theta_i$  con la normal.

Hay casos en que alguna superficie se pinta de negro para que los fotones que llegan a ellas sean absorbidos, por ejemplo cuando interesa mejorar la resolución espacial del sistema al reducir efectos de compresión de imagen. Sin embargo se produce un empeoramiento en la resolución energética.<sup>2</sup> En cuanto al acabado superficial del cristal podemos encontrar dos opciones: pulido o no, y se escogerá según se de tratamiento reflector, absorbente o ninguno. Con un cristal de propiedades retrorreflectantes se consigue prevenir el ensanchamiento del haz de fotones que incide sobre el PSPMT. Estas superficies se consiguen con una tecnología como la que utilizan los retrorreflectores de las bicicletas o las señales de tráfico, bien practicando hendiduras sobre el

<sup>2</sup>La resolución energética y en posición depende del número de fotones de centelleo detectados. Esta dependencia se debe al hecho de que el conteo de fotones está dominado por la estadística de Poisson y por lo tanto, la anchura de la distribución estadística que obtenemos del conteo de fotones es proporcional a  $1/\sqrt{N_{fot.}}$ , donde  $N_{fot.}$  es el número de fotones de centelleo detectados.

crystal (Karp *et al.* [31]) o bien adhiriendo una capa que ya tiene practicadas estas hendiduras al cristal (McElroy *et al.* [32]). Esta configuración permite una menor dispersión de la luz reflejada, lo que favorece una mejor resolución espacial.

### 3.2.3. Modelo Híbrido

Para describir este modelo, vamos a usar el *modelo de Phong* (Phong [33]). El modelo de Phong describe la reflexión en un medio material de una manera muy realista, ya que es una mezcla entre la difusión ideal y la reflexión especular. En este modelo, la intensidad de la luz está formada por tres componentes: *luz ambiente*, *luz especular* y *luz difusa*. La *luz ambiente* es la luz que proviene de todas las direcciones e ilumina todas las caras del objeto por igual. La *luz difusa* es la luz que proviene de una dirección pero se refleja en todas direcciones. La *luz especular* es la luz que proviene de una dirección y se refleja sólo en una dirección. Teniendo en cuenta esta clasificación de la luz podemos calcular la intensidad de la misma con el modelo de Phong (ecuación 3.17).

$$I = k_a I_a + k_d I_{inc} \cos\phi + k_s I_{inc} \cos^m(\phi - \alpha) \quad (3.17)$$

donde  $I$  es la intensidad de la luz reflejada,  $I_a$  es la intensidad de la luz ambiente,  $I_{inc}$  es la intensidad de la luz incidente,  $k_a$  es el coeficiente de reflexión ambiente,  $k_d$  es el coeficiente de reflexión difusa,  $k_s$  el coeficiente de reflexión especular,  $\alpha$  el ángulo de incidencia con respecto a la normal a la superficie para la luz que no proviene del ambiente,  $\phi$  el ángulo entre la luz reflejada y la normal a la superficie y  $m$  el coeficiente superficial. La selección de estos parámetros caracteriza la luz difundida y su distribución (figura 3.2(c)). La componente especular depende de la dirección de la normal a la superficie. A finales de 1960 *Torrance* y *Sparrow* propusieron otro modelo híbrido con el que describir el modelo físico para las reflexiones especulares a partir de superficies reales (Torrance *et al.* [34]). El *modelo de luz de Torrance-Sparrow* tiene en cuenta que:

- la intensidad de la componente especular depende de la dirección del rayo incidente con respecto a la normal,
- la superficie está formada por una serie de micro-superficies, cada una de ellas con una dirección diferente con respecto a la normal siguiendo una distribución Gaussiana

### 3.2.4. Ley de la Inversa del Cuadrado

En el caso ideal en el que la fuente de luz se expandiera libremente por un cristal centelleador infinito, la distribución de la luz seguiría la ley de la inversa del cuadrado. El punto de partida para encontrar una función que represente la distribución de luz de nuestra señal es la ley del inverso al cuadrado. Dicha ley postula que la intensidad de la radiación de la luz que emana de un punto es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia hasta la fuente. Esta ley se basa en consideraciones estrictamente geométricas y por lo tanto da por hecho que el cuerpo

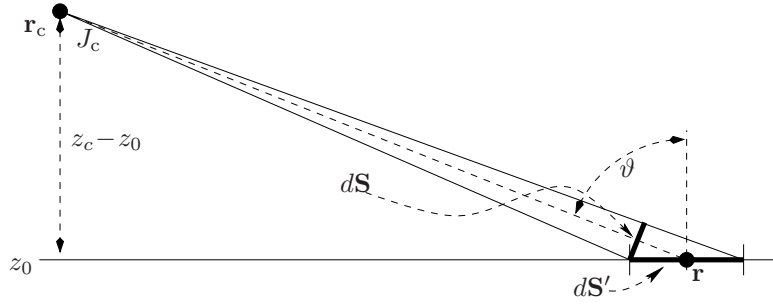


FIGURA 3.3: Diagrama de un elemento de superficie plana  $d\mathbf{S}'$  en el área sensible del detector que está irradiada por la fuente en  $\mathbf{r}_c$  y con ángulo  $\vartheta$ . Se observa una reducción en la densidad de fotones en un factor  $\cos \vartheta$  debido a que el flujo de fotones  $d\mathbf{S}$  se dispersa sobre  $d\mathbf{S}'$ .

radiante radía de forma isotrópica y que el medio es también isotrópico. Podemos obtener esta expresión fácilmente derivándola del teorema de divergencia

$$J(\mathbf{r}, \mathbf{r}_c) = \frac{J_c}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}_c|^2}, \quad (3.18)$$

donde  $J(\mathbf{r}, \mathbf{r}_c)$  es la cantidad de luz de centelleo en el punto de observación  $\mathbf{r}$ ,  $J_c$  es la cantidad total de la luz de centelleo generada y  $\mathbf{r}_c$  es la posición de fotoconversión. La ecuación (3.18) muestra el carácter geométrico de la ley de la inversa al cuadrado ya que como podemos observar el denominador corresponde a la superficie del área de una esfera cuyo radio es  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_c|$ . Además esta expresión muestra que el número total de luz de los fotones dispersados en el centro de centelleo se conservan y no cambian cuando la luz se propaga a través del cristal.

### 3.2.5. Ley del Coseno

En el apartado anterior, hemos explicado la ley de la inversa del cuadrado para superficies esféricas. Los fotodetectores que podemos encontrar en el mercado ofrecen en la mayoría de los casos geometría planares. Sólo en el caso en el que la luz incidiera perfectamente perpendicular a la superficie estudiada no encontraríamos diferencia entre la utilización de esta ley en geometrías esféricas y planares. En el caso de los detectores de rayos- $\gamma$  gran parte de los eventos no se producen de forma totalmente perpendicular a la superficie del cristal.

En el caso de detectores de centelleo, la posición de la fuente de luz queda confinada en el volumen del cristal centelleador. Para una configuración óptima, el cristal debe ser posicionado lo más cerca posible del fotocátodo y se debe usar grasa óptica en la interfase cristal-PSPMT para guiar la luz. El flujo de fotones correspondiente a la superficie del elemento  $d\mathbf{S}$  se cubre con la superficie del área sensitiva del fotodetector  $d\mathbf{S}'$  como se muestra en la figura 3.3. Por similitud de los triángulos abarcados por  $d\mathbf{S}'$  y  $d\mathbf{S}$  y  $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_c)$  y  $(z_c - z_0)$  podemos deducir

$$d\mathbf{S} = d\mathbf{S}' \cos \vartheta = d\mathbf{S}' \frac{z_c - z_0}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_c|}. \quad (3.19)$$

Con este resultado, le ley de la inversa al cuadrado de la ecuación (3.18) se convierte en

$$J(\mathbf{r}, \mathbf{r}_c) = \frac{J_c (z_c - z_0)}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}_c|^3}. \quad (3.20)$$

La ecuación (3.20) está normalizada. Integrando  $J(\mathbf{r}, \mathbf{r}_c)$  sobre un plano infinito normal al vector unitario  $z \hat{\mathbf{e}}_z$  y en  $z_c \neq z_0$ , obtenemos  $J_c/2$  que es exactamente el resultado esperado si justo la mitad de toda la luz de centelleo generada hubiera sido recolectada.

### 3.3. Cristales centelleadores

La inmensa mayoría de los tomógrafos de rayos- $\gamma$  utilizan cristales centelleadores. Existen diferentes tipos de cristales centelleadores y dependiendo de sus características físicas intrínsecas la producción de luz de centelleo variará de unos a otros.

Un material centelleador adecuado debe convertir la mayor fracción de la energía de la radiación  $\gamma$  en fluorescencia inmediata disminuyendo la probabilidad de que se dé fosforescencia. La fluorescencia es el proceso mediante el cual se absorbe radiación y de forma inmediata se reemite en el espectro visible. La fosforescencia a su vez consiste en la reemisión de radiación con longitudes de onda mayores y con una característica temporal que hace que el proceso sea más lento. Un centelleador ideal debería poseer las siguientes propiedades:

- ⇒ Debe convertir la energía cinética de las partículas cargadas en luz visible con alta eficiencia.
- ⇒ Esta conversión debe de ser lineal.
- ⇒ El material debe ser transparente a la longitud de onda de la luz que emite.
- ⇒ El tiempo de decaimiento de la luminiscencia producida debe ser lo menor posible.
- ⇒ El índice de refracción del centelleador debe ser cercano al de la ventana de entrada del fotomultiplicador.

	<b>BGO</b> <i>Bi<sub>4</sub>Ge<sub>3</sub>O<sub>12</sub></i>	<b>LSO(Ce)</b> <i>Lu<sub>2</sub>(SiO<sub>4</sub>)O : Ce<sup>3+</sup></i>	<b>LYSO(Ce)</b> <i>Lu<sub>2-x</sub>Y<sub>x</sub>(SiO<sub>4</sub>)O : Ce<sup>3+</sup></i>	<b>GSO(Ce)</b> <i>Gd<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub> : Ce<sup>3+</sup></i>	<b>LuAP(Ce)</b> <i>LuAlO<sub>3</sub> : Ce<sup>3+</sup></i>
$Z_{eff}$ (z efectivo)	74	66	63	59	65
$\rho$ ( <i>g/cm<sup>3</sup></i> ) (densidad)	7,13	7,4	7,1	6,7	8,4
$n$ (índice de refracción)	2,15	1,81	1,82	1,89	1,94
Producción de luz ( <i>fot/MeV</i> )	≈ 9000	≈ 29000	≈ 27000	≈ 9000	≈ 17000
$\lambda$ ( <i>nm</i> ) (longitud de onda)	480	420	420	430	365
$t_{decay}$ ( <i>ns</i> ) (Tiempo de decaimiento)	300	40	41	56	17
Higroscópico	No	No	No	No	No

TABLA 3.1: Características básicas de algunos de los centelleadores empleados en PET

Existen en la actualidad dos tipos de materiales centelleadores: Los orgánicos y los inorgánicos. En tomografía de rayos- $\gamma$  se suelen usar centelleadores inorgánicos con una elevada densidad y un alto número atómico, para así tener un mayor poder de frenado y mayor probabilidad de que se de efecto fotoeléctrico. También interesa que el centelleador tenga una respuesta rápida para permitir tasas de conteo elevadas y evitar efectos no deseados como el pile-up (acumulación de dos

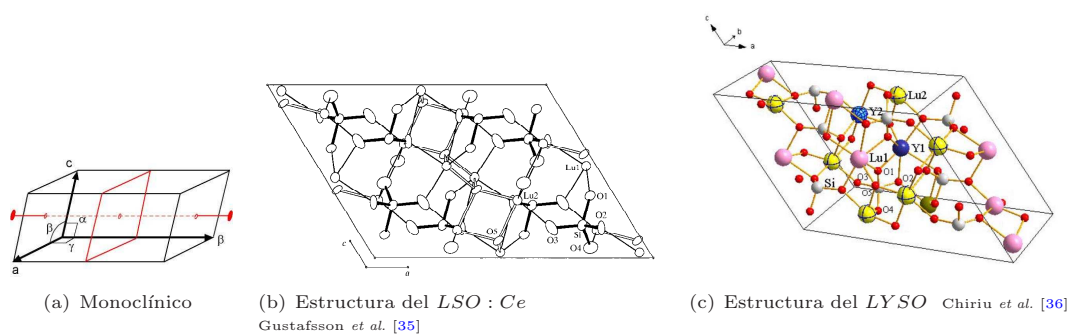


FIGURA 3.4: Los cristales  $LSO$  y  $LYSO$  son sólidos cristalinos cuya estructura es del tipo monoclínico. Los parámetros de red de la celda fundamental de este tipo de cristales son tales que la longitud de los lados del paralelepípedo son diferentes y los ángulos del mismo cumplen la condición  $\alpha \neq 90^\circ$ ,  $\beta = \gamma = 90^\circ$  (figura a). La simetría del retículo está representada por las líneas rojas. En la figura b, podemos observar la estructura del  $LSO$  dopado con  $Ce^{3+}$ . En la figura c, vemos la estructura cristalina del  $LYSO$ .

o más pulsos durante el tiempo de integración del sistema). Los centelleadores más comúnmente utilizados en tomografía PET se muestran en la tabla 3.1.

### 3.3.1. Crecimiento de cristales centelleadores

En este trabajo hemos llevado a cabo estudios de las características de cristales centelleadores  $LSO$  y  $LYSO$  dopados con Cerio. Existen diferentes técnicas de *crecimiento de cristales centelleadores* y en el caso de estos cristales el método más común es el *Método de Czochralski*. Este método fue desarrollado por *Jan Czochralski* en 1916 que fue el primero en utilizar *semillas* para hacer crecer los cristales.

El método también es utilizado para la obtención de silicio monocristalino mediante un cristal semilla depositado por un baño de silicio. Los cristales  $LSO$  y  $LYSO$  son cristales con estructura monoclínica  $2C/c$ <sup>3</sup> (figura 3.4). La aplicación más importante del método de Czochralski es el crecimiento de monocristales de silicio. Estos monocristales se utilizan además de para producir cristales centelleadores en física médica nuclear, en la industria electrónica para la obtención de obleas, destinadas a la fabricación de transistores y circuitos integrados.

El primer paso en el método de Czochralski consiste en fundir el compuesto de silicio y agregarle la cantidad de dopante necesaria durante el proceso de fusión (figura 3.5 A). En el caso de cristales  $LSO$  se realiza una mezcla estequiométrica de  $Lu_2O_3$  (99,9%) y  $SiO_2$  como materiales iniciales (Guohao *et al.* [37]). El dopante  $CeO_2$  se introduce en la mezcla con la concentración deseada. Una semilla del cristal, montada en una varilla se introduce en el compuesto de silicio fundido (figuras 3.5 B y 3.6). La semilla se va introduciendo en la mezcla estequiométrica ( $Lu_2O_3$  y  $SiO_2$ ) fundida y se va rotando al mismo tiempo (figuras 3.5 C-D). Controlando los gradientes de temperatura, la tasa de fundido y la velocidad de rotación, es posible extraer monocristales de grandes dimensiones en forma de lingote cilíndrico (figuras 3.5 E y 3.7). Este proceso normalmente

<sup>3</sup> Estructura Monoclínica - Clase prismática -  $C2/c$  es uno de los grupos espaciales contenidos en dicha clase.



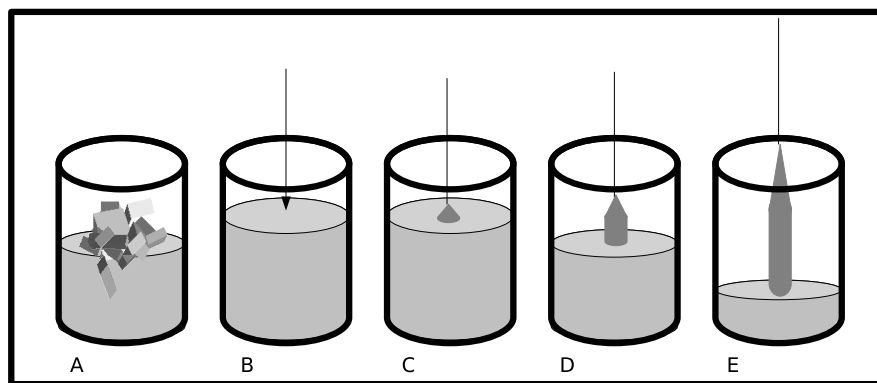


FIGURA 3.5: El método de Czochralski. **A.** Fusión del compuesto Si, dopante. **B.** Introducción de la semilla de cristal. **C.** El cristal empieza a crecer. **D.** Extracción del cristal. **E.** Cristal formado dejando un residuo de Si fundido.



FIGURA 3.6: Semilla para hacer crecer cristales basados en Si. Hecho por un monocristal de Si. La parte reluciente es la que se introduce en el líquido y actúa como semilla. La semilla pesa alrededor de 36 gramos y tiene unas dimensiones de 14 cm de largo y 1,2 cm de diámetro. [ Wikimedia Commons || Warut Roonguthai ]

se lleva a cabo en una atmósfera inerte, p.ej. argón, y en una cámara inerte, como una cámara de cuarzo.

Si se desestabilizan la temperatura o la velocidad de rotación de la semilla se pueden formar estructuras que rompan la monocristalinidad. Los lingotes pueden llegar a dimensiones de 400 mm de diámetro y [1 – 2] m de largo aunque usualmente los diámetros que se obtiene son de [200 – 300] mm.

El grosor del lingote depende del control de temperatura y la velocidad de la varilla a la que va unida la semilla. Cuando la temperatura asciende, el propio lingote se va fundiendo, pero si desciende, se forman agregados que no son monocristalinos.



FIGURA 3.7: Lingote de cristal  $LYSO : Ce$ . [Proteus, Ohio, U.S.A.]

### 3.3.2. Calidad de los cristales centelleadores

El proceso de crecimiento de los cristales implica ciertos problemas que pueden alterar los valores especificados por el fabricante y que por lo tanto en algunos casos supone un problema a la hora de obtener datos de calidad en una medida de tomografía de rayos- $\gamma$ . Para referirnos a la similitud que tienen los cristales centelleadores con los valores nominales especificados por el fabricante, p.ej. calidad de la estructura cristalina, impurezas e inhomogeneidades, en este trabajo hablaremos de *calidad del cristal*. Como hemos visto en la sección 3.3.1 el proceso de crecimiento de cristales es un proceso delicado que puede conllevar la obtención de cristales que no son perfectamente monocristalinos; p.ej. inhomogeneidades debidas a impurezas (Guohao *et al.* [37]). Por otra parte el dopante ( $Ce^{3+}$ ) que se añade a los cristales que vamos a estudiar puede no estar repartido homogéneamente en todo el fundido de silicio y además las concentraciones del dopante varían de un fabricante a otro (Qin *et al.* [38]). En el caso de cristales  $LYSO$  la cantidad de *yttrio* que contiene el cristal varía también según el fabricante<sup>4</sup>. Todas estas razones hacen que aún utilizando el mismo tipo de cristal centelleador ( $LYSO : Ce$  o  $LSO : Ce$ ) la calidad del mismo pueda variar de un fabricante a otro, e incluso utilizando cristales del mismo fabricante la calidad de estos pueda variar de un lingote a otro. A esto hay que sumarle el hecho de que de cada uno de los lingotes se sacan varios cristales centelleadores y la calidad de estos cristales depende de la región del lingote de donde se hayan sacado.

### 3.3.3. Características de los cristales centelleadores $LYSO:Ce$ y $LSO:Ce$

Los cristales centelleadores  $LSO$  ( $Lu_2(SiO_4)O : Ce^{3+}$ ) y  $LYSO$  ( $Lu_{2-x}Y_x(SiO_4)O : Ce^{3+}$ ) son los cristales que hemos estudiado en este trabajo. Ambos cristales poseen, como hemos mencionado anteriormente, estructura monoclinica  $2C/c$ . Este tipo de estructura pertenece a la clasificación de las *redes cristalinas de Bravais*<sup>5</sup> (Ashcroft *et al.* [39]). La red cristalina monoclinica tiene únicamente las simetrías requeridas por el hecho de que este tipo de redes son generadas a partir de tres vectores, uno de los cuales es perpendicular al plano que forman los otros dos (figura 3.8).

<sup>4</sup>Comunicación privada Dr. Hiroyuki Ishibashi Hitachi Chemical Co., Japan

<sup>5</sup>Las redes cristalinas de Bravais son un tipo de clasificación de estructuras cristalinas, cada uno de estos tipos de red cristalina tiene diferente simetría, algunos de ellos son completamente asimétricos.

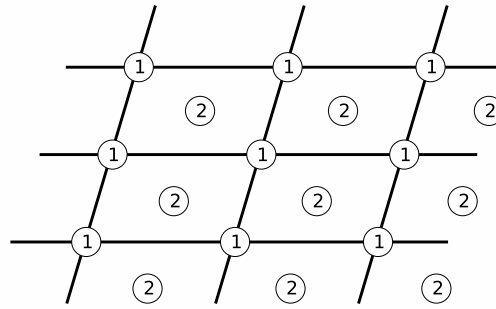


FIGURA 3.8: Estructura *monoclinica centrada* de red cristalina de Bravais vista a lo largo del eje  $c$ . Los puntos etiquetados como 1 pertenecen al plano perpendicular al eje  $c$ . Los puntos etiquetados como 2 pertenecen a un plano paralelo desplazado una distancia  $c/2$  y caen directamente sobre los centros de los paralelogramos formados por los puntos etiquetados como 1.

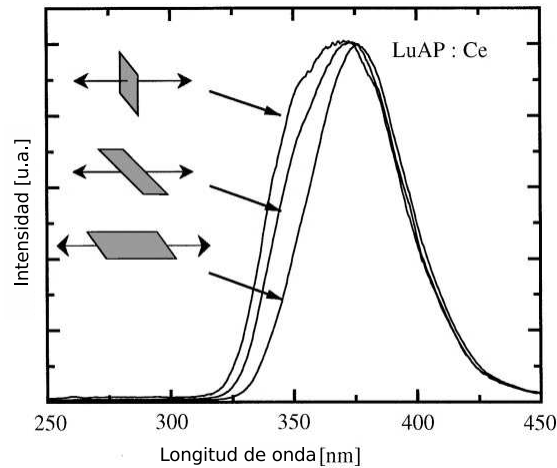


FIGURA 3.9: Espectro de emisión del *LuAP : Ce* al excitarlo con partículas gamma, para tres orientaciones diferentes de la estructura cristalina de la muestra con respecto al PMT. (Lempicki *et al.*, [40])

Como se observa en la figura 3.8 la estructura monoclinica no es simétrica en 3D. El hecho de que el cristal no sea completamente simétrico en las tres dimensiones unido a otros efectos (p.ej. el dopaje de los mismos que comentaremos más adelante) produce diferencias en el espectro de emisión del cristal al excitarlo con rayos gamma dependiendo de la orientación del mismo (figura 3.9, Lempicki *et al.*, [40]). Este efecto se da también en los cristales *LSO : Ce* y *LYSO : Ce* (Qin *et al.*, [38]).

Los cristales que vamos a utilizar en este trabajo (*LSO* y *LYSO*) son cristales dopados con  $Ce^{3+}$ . Este dopaje permite incorporar al cristal un centro luminiscente eficiente. El dopante usado debe permitir transiciones ópticas (para ser más eficiente temporalmente) y producirse en el rango de longitud de onda apropiado. Por otra parte es importante que la estructura energética del centro de luminiscencia minimize los decaimientos no radiativos. El  $Ce^{3+}$  cumple estas características y es por ello el candidato escogido como dopante.

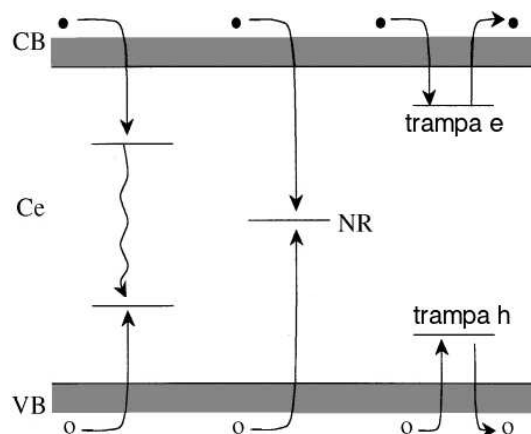


FIGURA 3.10: Mecanismo de centelleo para materiales dopados con  $Ce^{3+}$ . Recombinación radiativa y no-radiativa (NR) y proceso de atrape de electrones y huecos. Los mecanismos radiativos tienen lugar a través de la emisión del Cerio. (Lempicki *et al.*, [40])

El mecanismo de centelleo en el caso de los materiales dopados con  $Ce$  es una recombinación radiativa en la cual el  $Ce^{3+}$  captura un hueco para convertirse en  $Ce^{4+}$ , sobre el cual se produce una captura electrónica de forma que tenemos nuevamente  $Ce^{3+}$  pero esta vez en estado excitado (Wojtowicz *et al.*, [41]). La emisión de un fotón provoca el retorno del sistema al estado fundamental. Los principales procesos competitivos entre sí son las recombinaciones no radiativas de pares e-h (electrón-hueco). Podemos ver estos tres procesos en la figura 3.10.

Otra característica importante de los cristales  $LSO : Ce$  y  $LYSO : Ce$  es el hecho de que poseen dos centros de activación de luminiscencia ( $Ce1$  y  $Ce2$ ). Nuestros cristales tienen dos centros cristalográficos independientes de lutecio. Cuando estos son dopados con el  $Ce$ , el dopante ocupa estos dos lugares generando así los dos centros de luminiscencia (Suziki *et al.*, [42]). Por otra parte el dopante, dependiendo de la cantidad de dopante con la que se haya hecho crecer el cristal puede también ocupar lugares intersticiales en la red cristalina (Naud *et al.*, [43]). El hecho de tener dos diferentes centros de luminiscencia  $Ce1$  y  $Ce2$  con diferente tiempo de decaimiento influye en la emisión de luz (light output), en el tiempo de decaimiento total del cristal y en la longitud de onda de la luz emitida. Además la concentración de cerio no es homogénea en todo el cristal, por lo que estos parámetros varían de una zona a otra (Melcher *et al.*, [44]).

### 3.4. Tubos fotomultiplicadores

Los tubos fotomultiplicadores son aparatos que convierten la luz que llega del cristal centelleador en señal eléctrica medible de acuerdo con el siguiente proceso: en el PMT los fotones de centelleo se convierten en electrones que son multiplicados por un determinado factor (característico de cada fotomultiplicador) que da lugar a una avalancha de  $10^7 - 10^{10}$  electrones, que finalmente producen una señal eléctrica medible. En este proceso de amplificación de carga, la respuesta del PMT debe de ser lo más lineal posible, de forma que la señal eléctrica final sea proporcional al número de fotones de centelleo que llegan a la entrada del PMT en un vasto rango de amplitudes.

Los PMTs se componen de cuatro partes:

1. A la entrada del PMT se encuentra el fotocátodo, que es un material sensible que transforma la luz óptica incidente en electrones, por medio del efecto fotoeléctrico. La *sensibilidad* ( $S_\lambda$ ) del fotocátodo está relacionada con la *eficiencia cuántica* (QE) (Knoll [26]). Ambos son parámetros característicos del fotocátodo y están relacionados por la siguiente ecuación (Wagah *et al.* [45]):

$$S(\lambda) = \frac{QE}{hc/q\lambda} = \frac{1}{1240} \times QE \times \lambda , \quad (3.21)$$

donde  $hc/q = 1240$  y la longitud de onda ( $\lambda$ ) va en unidades [ $nm$ ]. Utilizando la ecuación 3.21 y la siguiente ecuación 3.22 para la *eficiencia cuántica* podemos obtener la *sensibilidad* en unidades de [ $A/W$ ].

$$QE(\lambda) = \frac{\text{número de fotoelectrones emitidos}}{\text{número de fotones de centelleo incidentes}} . \quad (3.22)$$

Como muestra la ecuación 3.21, la eficiencia cuántica depende de la longitud de onda de la luz incidente y por lo tanto deberíamos tener un PMT cuya eficiencia cuántica para nuestro rango de longitud de onda sea la más apropiada. Para un fotocátodo ideal la eficiencia cuántica debería de ser del 100 %, sin embargo en la realidad la eficiencia cuántica máxima para los fotocátodos bialcalinos comunes es del 20 – 30 %. Por ejemplo, el PSPMT H8500 de Hamamatsu que es el que emplearemos en nuestros experimentos tiene una eficiencia cuántica del 24 % para una longitud de onda de 420  $nm$ .

2. El sistema de entrada para fotoelectrones acelera y focaliza los electrones en la primera parte del multiplicador de electrones, mediante la aplicación de un campo eléctrico en una determinada configuración.
3. La sección del multiplicador de electrones consiste en varios electrodos, llamados *dínodos*, situados en serie. En cada dínodo los electrones entrantes se amplifican. Entre los dínodos hay un campo eléctrico que guía a los electrones secundarios llevándolos de dínodo a dínodo a lo largo de la sección del multiplicador de electrones. El proceso de amplificación sucede de la siguiente manera: El electrón proveniente del fotocátodo incide sobre el primer dínodo, consecuentemente se genera una determinada cantidad de electrones secundarios, que son guiados al siguiente dínodo por medio de un campo eléctrico interno; estos electrones secundarios inciden sobre el siguiente dínodo creando de esta forma cada uno de ellos una nueva avalancha de electrones secundarios y así se repite el proceso sucesivamente en cada uno de los dínodos. El factor de amplificación de la señal viene definido por la *ganancia* ( $G$ ) del fotomultiplicador. La ganancia es un factor importante a tener en cuenta en la utilización de un PMT. Si disponemos de un PMT con  $N$  niveles en la sección de multiplicación de electrones, la ganancia total del PMT se puede expresar cómo:

$$G = \alpha \delta^N , \quad (3.23)$$

donde  $\alpha$  es la *fracción de todos los fotoelectrones recogidos* por la estructura del fotomultiplicador y  $\delta$  el *factor de multiplicación* para cada uno de los dínodos, que debería ser

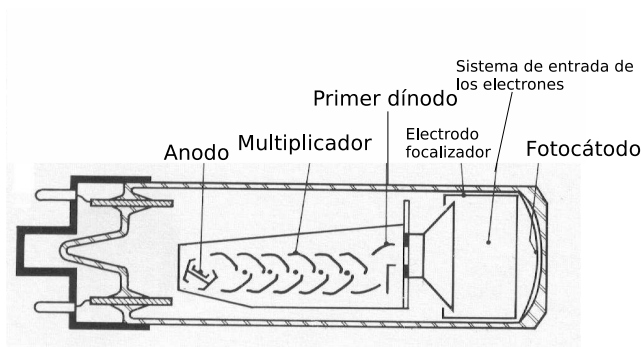


FIGURA 3.11: Estructura general de un tubo fotomultiplicador. (Leo, [29])

lo más grande posible para obtener así la mayor amplificación por nivel en la sección de multiplicación de electrones. El factor de multiplicación se obtiene de la siguiente expresión:

$$\delta = \frac{\text{número de electrones secundarios emitidos}}{\text{número de electrones primarios incidentes}}. \quad (3.24)$$

Los PMTs convencionales tienen una ganancia típica  $G \approx 10^5 - 10^6$ .

4. El ánodo que se encuentra situado al lado del último dínodo, es el encargado de recolectar los electrones de la avalancha y la señal eléctrica (el número de electrones que llegan al mismo). La señal eléctrica nos proporciona información de la energía depositada por la partícula incidente en el cristal centelleador.

La estructura de un fotomultiplicador se muestra en la figura 3.11. Normalmente los fotomultiplicadores tienen una ventana de entrada de cristal o borosilicato para así mantener las condiciones de vacío necesarias para los PMTs. Estas condiciones son necesarias para poder acelerar eficientemente los electrones sometidos a un campo eléctrico. En nuestro detector el cristal centelleador es acoplado directamente mediante grasa óptica a la ventana de entrada del fotomultiplicador.

Dependiendo del posicionamiento de los fotocátodos y los dínodos existen diferentes tipos de fotomultiplicadores comerciales. De todos ellos los PMTs sensibles a la posición son los más adecuados para la imagen médica y la tomografía de rayos- $\gamma$  en general. Por esta razón, vamos a tratar más ampliamente dichos PMTs en la próxima sección.

### 3.4.1. Tubos fotomultiplicadores sensibles a la posición PSPMTs

Los tubos fotomultiplicadores convencionales son utilizados para medir la energía depositada por una partícula  $\gamma$  en el cristal centelleador. Los tubos fotomultiplicadores sensibles a la posición son apropiados para medir tanto la energía del rayo- $\gamma$  cómo la posición de interacción de dicho rayo. Existen diferentes PMTs sensibles a la posición con diferente estructura de ánodos y dínodos capaces de obtener información de la posición de impacto del rayo- $\gamma$ . Este tipo de PMTs es muy útil ya que mide la distribución homogénea de la carga total recogida en el área del fotocátodo y realiza una correlación espacial entre el evento original del rayo- $\gamma$ , la avalancha de electrones

y la recolección de dichos electrones. A continuación vamos a mencionar brevemente algunas de estas estructuras de dínodos y ánodos que podrían ser de utilidad en nuestro caso.

Las principales características de estructuras dinódicas creadas para obtener información espacial son las siguientes:

- La “**proximity mesh dynode configuration**” (configuración de malla fina), que tiene poca eficiencia de colección entre niveles de la sección de multiplicación de electrones. Como consecuencia, necesitan un gran número de niveles (entre 16 – 20) para tener una ganancia del mismo orden que la obtenida con otras configuraciones. Por lo tanto, necesitamos una distancia mayor entre el fotocátodo y el último dínodo que para otras configuraciones. Esto produce un incremento en la expansión de la avalancha de electrones y en la resolución espacial. Este tipo de configuración tiene una gran interferencia<sup>6</sup>, que implica un empeoramiento en la resolución espacial por el ensanchamiento de la señal detectada en el plano anódico. Además, dicho incremento en la distancia entre el fotocátodo y el último dínodo hace que los electrones sean más sensibles a posibles campos magnéticos externos.
- La “**microchannel-plate dynode configuration**” (configuración de placa de microcanales) muestra una estructura compacta debido a la pequeña distancia entre los dínodos. En esta configuración los dínodos están hechos de miles de microtubos paralelos y cada uno de ellos se comporta como un multiplicador de electrones. Debido a la pequeña distancia entre los microcanales y los ánodos ( $\approx 2\text{ mm}$ ) la trayectoria de los electrones solo puede ser modificada por campos magnéticos de aproximadamente  $0,1\text{ T}$  o mayores. Una de las ventajas de la proximidad de fotocátodo y el ánodo es la rápida respuesta temporal. Desafortunadamente, esta estructura de dínodos tan densa puede generar iones. Estos iones pueden estropear el fotocátodo y por lo tanto reducir el tiempo de vida del fotomultiplicador. Otras desventajas de esta configuración son la saturación que se produce en este tipo de PMTs ya que poseen un límite superior de tolerancia muy pequeño en cada microcanal.
- La “**metal channel dynode configuration**” (configuración de dínodos de canales metálicos) tiene poca interferencia, ya que esta configuración focaliza los electrones secundarios en una pequeña área del ánodo. Tiene un diseño muy compacto que permite tener un fotodetector de pequeñas dimensiones en comparación con otras configuraciones. Además, este tipo de configuración tiene una respuesta uniforme de la luz que llega a través de la superficie del fotocátodo.

Para poder obtener información espacial se utilizan los siguientes diseños anódicos con los que recoger los electrones secundarios:

- La “**crossed anode wire configuration**” (configuración de hilos anódicos cruzados). Esta configuración consiste en dos capas de hilos anódicos paralelos perpendiculares entre sí (figura 3.12(a)), de esta forma es posible codificar la posición  $x$  e  $y$ . Este tipo de diseño no es muy estable y tiene fluctuaciones en su respuesta.

---

<sup>6</sup>La interferencia se produce cuando la avalancha de electrones generados por un fotón de centelleo no es únicamente detectada por un ánodo sino también por los ánodos adyacentes.

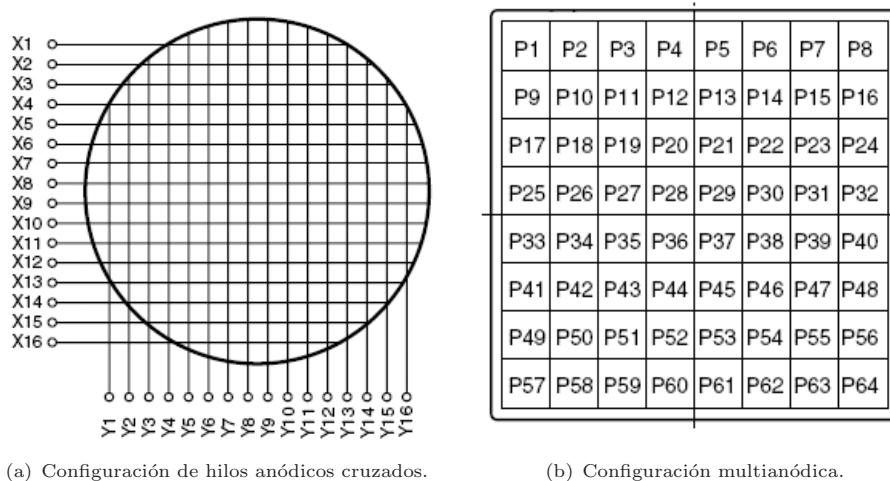


FIGURA 3.12: Diseños anódicos con los que recoger electrones secundarios en tubos fotomultiplicadores.

- La “**multi-anode configuration**” (configuración multianódica) no está formada por un único ánodo, sino por un número finito de ánodos dispuestos de forma pixelada. Cada uno de ellos recoge la avalancha individualmente. Por lo tanto, la interferencia es pequeña y tenemos un resultado equivalente a una configuración con fotomultiplicadores de área más pequeña independientes (figura 3.12(b)).

### 3.4.2. Flat-Panel H8500 de Hamamatsu

Las configuraciones más frecuentes de ánodo-dínodo son la “*proximity mesh dynode configuration*” junto con la “*crossed anode wire configuration*” y la “*metal channel dynode configuration*” con “*multi-anode configuration*”. Como hemos mencionado antes la “*proximity mesh dynode configuration*” junto con “*crossed anode wire configuration*” muestra una inhomogeneidad espacial intrínseca. Esta deficiencia ha sido corregida en las últimas generaciones de PSPMTs en la “*metal channel dynode configuration*” y lectura por multiánodos. Por esta razón hemos elegido el fotomultiplicador sensible a posiciones Flat-Panel H8500. El Flat-Panel H8500 fue desarrollado por Hamamatsu en el año 2000 y está basado en la “*metal channel dynode configuration*” y lectura por multiánodos. Este PSPMT contiene 64 ánodos independientes posicionados en una matriz de  $8 \times 8$  canales (o pads), cada uno de ellos tiene un área sensible de  $5,6 \times 5,6 \text{ mm}^2$ . Los electrones secundarios están suficientemente focalizados de manera que estos PSPMTs tienen muy poca interferencia. Este es uno de los parámetros más importantes para tomógrafos de rayos- $\gamma$  y sobre todo para PET de animales pequeños, en los que la resolución espacial debe ser de pocos milímetros. Además de su baja interferencia este PSPMT es el adecuado para nuestro detector por las razones que enumeraremos a continuación:

- Su tamaño y compactabilidad: tiene una densidad de empaquetado del 89 %, el área total del PSPMT es de  $52 \times 52 \text{ mm}^2$  (con una área efectiva de fotocátodo de  $49 \times 49 \text{ mm}^2$ ) y un grosor de 3 cm. Estas dimensiones y su compactabilidad lo hacen muy ligero (135 g)



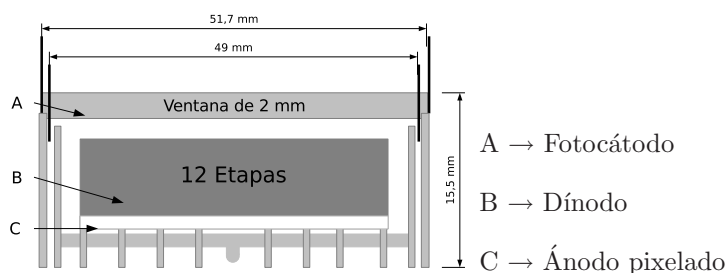


FIGURA 3.13: Dimensiones del Flat-Panel H8500 de Hamamatsu.

y manejable, que es un factor importante ya que un PET de animales pequeños posee generalmente entre 8 y 12 módulos.

- Este PSPMT posee un área sensible grande y solo tiene una pequeña área muerta en el marco exterior del mismo. Esto permitiría poner dos PSPMTs adyacentes sin tener por ello un gran área muerta. Este es también un factor importante en un PET de varios módulos ya que no influiría notablemente en la eficiencia de detección. Además de este punto es importante señalar que debido a la geometría cuadrada del PSPMT el acoplamiento con los cristales es más efectivo ya que estos tienen la misma geometría.
- La ventana de entrada es plana y permite un buen acoplamiento cristal-PSPMT.
- Este tipo de fotomultiplicador tienen ventanas de entrada de borosilicato cuyo índice de refracción es  $n(\lambda = 420 \text{ nm}) = 1,45$  y el índice de refracción del cristal es  $n(\lambda = 420 \text{ nm}) = 1,82$ . Conviene que el índice de refracción de la ventana de entrada del PSPMT sea lo más cercano posible al del cristal centelleador.
- El PSPMT H8500 de Hamamatsu tiene una ganancia de  $4 \times 10^5 - 10^6$  para voltajes en el rango 900 – 1000 V.
- Este fotomultiplicador está protegido de campos magnéticos externos por medio de una capa de  $\mu$ -metal de 0,1 mm.

La mayor desventaja de este tipo de PSPMTs es la baja eficiencia cuántica pero aún así para nuestra longitud de onda proveniente del centelleador ( $\lambda_{max} = 420 \text{ nm}$ ) muestra una eficiencia cuántica del 24% que es aceptable para nuestro detector.

La figura 3.13 muestra las dimensiones de un Flat-Panel H8500 de Hamamatsu y la estructura del mismo. En el apéndice C podemos ver más detalladamente las características de estos PSPMTs.

### 3.5. Detección de la luz

Para medir la energía depositada por el rayo- $\gamma$  al interactuar con el cristal, la luz generada en esta tiene que ser detectada por el tubo fotomultiplicador o por otro aparato similar capaz de convertir la luz óptica en una señal eléctrica medible. Los eventos detectados son los que tras llegar a la superficie del cristal en contacto con el PSPMT y atravesar la capa de grasa óptica y la ventana de entrada del PSPMT llegan finalmente a la región del PSPMT en la que se produce la medida de la energía de dicha desintegración.

En todo este proceso hemos de tener en cuenta que el índice de refracción del cristal, de la grasa óptica y de la ventana de entrada del PSPMT son ligeramente diferentes. Por lo tanto, el porcentaje de luz detectada dependerá de las leyes ópticas sujetas al cambio de índice de refracción (ver sección 3.2). Es importante tener en cuenta el efecto de reflexión total entre la ventana de entrada del PSPMT y el cristal, ya que se puede producir una importante pérdida de luz, para el caso en que el ángulo sea mayor que el ángulo crítico. Una gran cantidad de luz podría ser retroreflectada al cristal y muchos de estos fotones se podrían perder por refracción en los límites espaciales del centelleador.

En nuestro caso, la reflexión total sólo es posible cuando el ángulo de incidencia es mayor que un ángulo crítico de  $62^\circ$ . Obtenemos este valor substituyendo los valores del índice de refracción de la grasa óptica ( $n_{grasa} = 1,6$ ) y del cristal centelleador ( $n_{centelleador} = 1,82$ ) en la ecuación 3.15.

Otro efecto relacionado con los índices de refracción de dos medios en contacto es la expansión de la luz. Usualmente los cristales centelleadores inorgánicos tiene índices de refracción mayores de 1,5. Por otra parte, la ventana de entrada del PSPMT y la grasa óptica utilizada para acoplar el cristal a la ventana tienen un índice de refracción alrededor de 1,5. Haciendo uso de la ley de Snell, esto nos lleva a que la luz llega al fotocátodo con un ángulo mayor al ángulo incidente real ( $n_i > n_t$ ). Por lo tanto, la distribución de luz se ensanchará debido al efecto de divergencia de refracción de la luz en la ventana de entrada del PSPMT.

Es también importante mencionar que la eficiencia de detección de la luz depende tanto de la eficiencia de centelleo como de la eficiencia del fotomultiplicador, o eficiencia cuántica (sección 3.4). Todos estos factores deben ser tenidos en cuenta a la hora de estimar la posición de desintegración del rayo- $\gamma$  y la energía recolectada en cada una de las desintegraciones. En el caso del problema de las reflexiones debidas a los diferentes índices de refracción la solución al problema no puede llevarse a cabo en el *setup* de medida debido a las limitaciones de los materiales disponibles en el mercado. En el caso de la eficiencia cuántica de cada uno de las regiones del PSPMT el problema es el mismo (cada uno de las 64 regiones del PSPMT que utilizamos tiene una ganancia distinta, la superficie del PSPMT no tiene una ganancia homogénea en toda su superficie). La única solución posible en el caso del PSPMT es pesar las señales medidas en cada una de las regiones del PSPMT teniendo en cuenta la ganancia de cada una de ellas. En este trabajo no hemos llevado a cabo dicho pesado ya que los PSPMT de los que disponemos son bastante homogéneos.

# Capítulo 4

## Física del estado sólido

### 4.1. Espectroscopía Raman

La espectroscopía Raman, debe su nombre al físico indio *Chandrasekhara Venkata Raman* quien descubrió el *efecto Raman* en 1928. Esta técnica de espectroscopía se fundamenta en la *dispersión Raman*, que es la *dispersión inelástica de un fotón*<sup>1</sup>. Cuando la luz es dispersada por un átomo o molécula la mayoría de los fotones se dispersan elásticamente a este fenómeno se la denomina *dispersión Rayleigh*. Los fotones dispersados tienen la misma energía (frecuencia) y, por lo tanto, la misma longitud de onda que los fotones incidentes. Sin embargo, una pequeña fracción de la luz (aproximadamente 1 en  $10^7$  fotones) es dispersado ópticamente a frecuencias diferentes, generalmente inferiores, que la frecuencia de los fotones incidentes. En un gas, la dispersión Raman suele ocurrir por un cambio en los estados vibracionales, rotacionales o electrónicos de una molécula.

#### Dispersión Raman

La interacción de la luz con la materia en un régimen lineal permite simultáneamente la absorción y la emisión de luz que se ajusta a los niveles de energía ya definidos por los electrones<sup>2</sup>. La dispersión Raman corresponde en la teoría de perturbaciones de la mecánica cuántica, a la absorción y consecuente emisión de un fotón mediante cambio de estado intermedio de un electrón, pasando por un estado virtual<sup>3</sup>. Existen las siguientes posibilidades:

- No existe intercambio de energía entre los fotones incidentes y las moléculas (y por lo tanto no existe efecto Raman)

---

<sup>1</sup>La dispersión de la luz puede ser elástica (que es lo mismo que decir dispersión Rayleigh) o inelástica (dispersión Raman). Cuando la frecuencia de la luz incidente ( $\omega_i$ ) es igual a la frecuencia de la luz dispersada ( $\omega_s$ ) decimos que se trata de dispersión Rayleigh ( $\omega_i = \omega_s$ ). En el caso en el que  $\omega_i \neq \omega_s$  se trata de dispersión Raman. En el caso de la dispersión Raman contemplamos dos casos: dispersión Raman Stokes en la que la energía final ( $E_f$ ) es mayor que la energía inicial ( $E_i$ ) y dispersión Raman Anti-Stokes ( $E_f < E_i$ ).

<sup>2</sup>Estados cuánticos discretos de la molécula a estudiar.

<sup>3</sup>En un proceso de absorción real la energía se conserva y el estado resultante del sistema es un estado discreto. En los casos en los que se produce absorción sin conservación de energía se trata de un “absorción virtual” y el estado resultante es un “estado virtual”. En espectroscopía Raman la función de la radiación incidente es perturbar la molécula para conseguir transiciones espectroscópicas, no obtener transiciones directas.

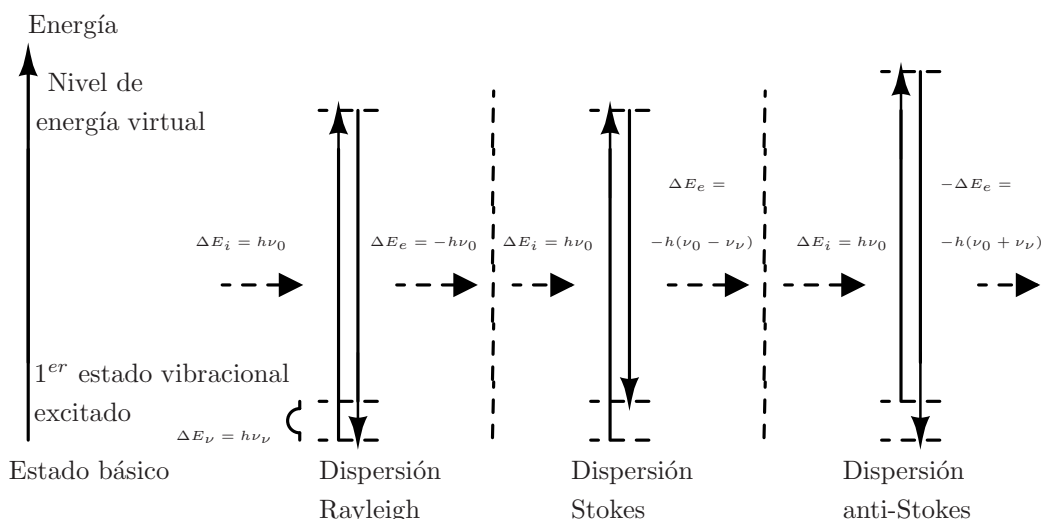


FIGURA 4.1: Las diferentes posibilidades de una luz dispersada: dispersión de Rayleigh (sin efecto Raman), la dispersión Stokes (la molécula absorbe energía) y la dispersión anti-Stokes (la molécula pierde energía). [ Wikimedia Commons || Hannes Röst ]

- Los cambios de energía ocurren entre los fotones incidentes y las moléculas. Las diferencias de energía son iguales a las diferencias de los estados vibracionales o rotacionales de la molécula. En los cristales sólo ciertos fonones son admitidos (las soluciones de las ecuaciones de onda hacen que se cancelen unos con otros) por la estructura cristalina, de esta forma el efecto de dispersión Raman puede sólo aparecer a ciertas frecuencias. Por ejemplo, en los materiales amorfos como los vidrios, se permiten más fonones y por lo tanto los estados discretos admitidos son más amplios.
  - Las moléculas absorben la energía: a esto se le denomina dispersión Stokes. El fotón resultante es de inferior frecuencia y genera una línea de Stokes en el lado rojo del espectro incidente.
  - La molécula pierde energía: dispersión anti-Stokes. Los fotones incidentes son desplazados a frecuencias más elevadas (azul) del espectro, y generan por lo tanto una línea que se denomina anti-Stokes.

Estas diferencias en la energía son medidas restando la energía del láser (monoenergético) de la energía de los fotones dispersados. El valor absoluto no depende del proceso (dispersión Stokes o anti-Stokes) ya que sólo tiene importancia la diferencia de energía de los diferentes niveles vibracionales. Esta es la razón por la que el espectro de Raman es simétrico con respecto a las bandas de Rayleigh. Además las intensidades de las bandas Raman sólo dependen del número de moléculas que ocupa cada uno de los diferentes estados vibracionales cuando comienza el proceso. Si la muestra está en equilibrio térmico, el número relativo de moléculas en estados de diferente energía viene dado por la distribución de Boltzman:

$$\frac{N_1}{N_0} = \frac{g_1}{g_0} e^{-\frac{\Delta E_{\nu}}{kT}}, \quad (4.1)$$

donde  $N_1$  es el número de átomos en el nivel superior de vibración,  $N_0$  es el número de átomos en el nivel inferior de vibración,  $g_1$  es la degeneración del estado superior de vibración (número de orbitales de la misma energía),  $g_0$  es la degeneración del estado inferior de vibración,  $\Delta E_\nu$  es la diferencia de energía entre los dos estados vibracionales,  $T$  es la temperatura en grados kelvin y  $k$  es la constante de Boltzmann.

Por lo tanto los estados de energías más bajas tendrán más moléculas. De lo que se deduce que el espectro de Stokes es más intenso que el espectro de anti-Stokes.

### Espectroscopía Raman

La espectroscopía Raman es una técnica espectroscópica utilizada principalmente en física de la materia condensada y química. Con este tipo de espectroscopía se pueden estudiar modos vibracionales, rotacionales y de baja frecuencias de los materiales a analizar. En esta técnica se ilumina la muestra con una luz monocromática, normalmente un láser que sufre dispersión inelástica o Raman. El láser utilizado en Raman normalmente está en las longitudes de onda del visible, cerca del infrarrojo o cerca del ultravioleta cercano. La luz del láser interactúa con los fonones u otras excitaciones en el sistema, como resultado se produce un desplazamiento de la energía de los fotones del láser. Este desplazamiento de la energía nos da información acerca de los modos del fonón de la muestra.

En la espectroscopía Raman la muestra es primeramente iluminada con el láser. La luz del punto iluminado es recogida por una lente y enviada a un monocromador<sup>4</sup>. Las longitudes de onda cercanas a las del láser empleado (que sufren dispersión elástica Rayleigh) se filtran de forma que el resto de longitudes de onda de la luz recolectada es dispersada en el detector.

La principal dificultad de esta técnica es separar la luz Raman dispersada de la luz láser dispersada de Rayleigh que es mucho más intensa. Para paliar este efecto se emplean filtros notch<sup>5</sup> para el rechazo del láser.

## 4.2. Transmitancia de la luz y coeficiente de dispersión

Una de las formas de estudio de los parámetros intrínsecos de los cristales centelleadores es la medida de la transmisión de la luz a través de los mismos. Estas medidas nos permiten estimar el valor del coeficiente de dispersión (*scattering coefficient*,  $\alpha_{scatt}(\lambda)$ ) y de absorción (*absorption coefficient*,  $\alpha_{att}(\lambda)$ ) para los cristales.

Si conocemos la intensidad de la luz incidente ( $I_0$ ) y la intensidad de la luz que atraviesa el cristal centelleador ( $I_T$ ), la transmitancia ( $T$ ) se define como la fracción de la luz incidente para una longitud de onda específica que pasa a través del cristal,

$$T = \frac{I_T}{I_0} . \quad (4.2)$$

<sup>4</sup>Un monocromador es un aparato óptico que transmite un pequeño rango de longitudes de onda de la luz (u otro tipo de radiación electromagnética) escogido de un rango más extenso de longitudes de onda pertenecientes a la señal de entrada.

<sup>5</sup>Filtro elimina banda, es un filtro electrónico que no permite el paso de señales cuyas frecuencias se encuentran comprendidas entre ciertas frecuencias de corte superior e inferior.

Para poder determinar  $\alpha_{scatt}(\lambda)$  el primer paso es determinar el coeficiente de atenuación ( $\alpha_{att}$ ). La ecuación 4.3 muestra la dependencia de la luz transmitida (cuando incide normalmente a la superficie del cristal) con el coeficiente de atenuación ( $\alpha_{att}$ ), el grosor de la muestra ( $d$ ) y la reflexión ( $R$ ) entre dos interfaces ópticas. Una vez que hemos medido la transmitancia podemos encontrar el valor de  $\alpha_{att}$  si determinamos  $R$ .

$$I_T = I_0 \frac{(1 - R)^2 e^{-\alpha_{att} d}}{(1 - R^2 e^{-2\alpha_{att} d})}. \quad (4.3)$$

En el caso en el que la luz incidente impacta con un ángulo cercano a la normal a la interface el coeficiente de reflexión se puede obtener utilizando la ecuación de Fresnell

$$R = \left( \frac{n_{aire} - n_{cristal}}{n_{aire} + n_{cristal}} \right)^2. \quad (4.4)$$

Para obtener la dependencia de los índices de refracción para los cristales centelleadores  $n_{cristal}(\lambda)$  en el rango de longitud de onda que interesa en cada caso se utiliza la ecuación de Sellmeier

$$n^2(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2 - C} - D\lambda^2, \quad (4.5)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda en [ $\mu m$ ] y A, B, C y D son parámetros ajustables obtenidos con una regresión no lineal (Pidol *et al.*, [46]).

Combinando las ecuaciones 4.3, 4.4 y 4.5 podemos obtener  $\alpha_{att}(\lambda)$ .

Los valores del coeficiente de atenuación ( $\alpha_{att}(\lambda)$ ) dependen de la absorción y dispersión de la radiación incidente en el interior del cristal y están relacionados a través de la siguiente expresión:

$$\frac{1}{\alpha_{att}(\lambda)} = \frac{1}{\alpha_{scatt}(\lambda)} + \frac{1}{\alpha_{abs}(\lambda)}. \quad (4.6)$$

Este conjunto de ecuaciones son la base teórica que utilizaremos en el capítulo dedicado a la caracterización de los cristales centelleadores (Capítulo 6). En este capítulo hay una sección dedicada al estudio del impacto del coeficiente de dispersión ( $\alpha_{scatt}(\lambda)$ ) y de absorción ( $\alpha_{att}(\lambda)$ ) en la resolución en la determinación de la profundidad de interacción para el caso de cristales centelleadores monolíticos continuos empleados en PET .

## Capítulo 5

# Implementación electrónica del CoG y de la profundidad de interacción

En 1950, *Hal Anger* desarrolló un sistema electrónico de lectura de adquisición de datos con el propósito de utilizarlo en la primera cámara centelleadora construida (sección 2.2.1). Dicha implementación consiste en conectar una serie de resistencias a cada fotomultiplicador o cada segmento anódico pesando la señal de salida de cada canal de manera que se pueda determinar el punto de impacto de la partícula. Con esta técnica y usando el *circuito de centro de gravedad* (CoG) se puede estimar la posición de impacto, pero esta técnica también introduce errores que hay que tener en cuenta a la hora de dicha estimación. Estos errores son debidos a fluctuaciones en la señal, errores de discretización, rotura de la simetría de la distribución de corriente y ruido electrónico (Landi *et al.* [8], Freifelder *et al.* [47], Clancy *et al.* [48], Siegel *et al.* [49], Joung *et al.* [50]).

El circuito Anger requiere cuatro resistencias por ánodo, es decir para un fotomultiplicador de  $8 \times 8$  pads, 256 resistencias por módulo y una suma de 2048 resistencias en el caso de nuestro PET de 8 módulos. Aunque el circuito Anger tiene una lógica electrónica simple esta técnica implicaría demasiada complejidad e incrementaría el ruido electrónico<sup>1</sup> del detector. Por esta razón, en nuestro detector implementamos una versión discretizada de un contador proporcional de señal de salida (DCP, *discretized proportional counter*) sensible a la posición (Borkowski *et al.* [53]). La discretización de dicho contador fue llevada a cabo por Siegel *et al.* [54] con el fin de utilizarla en PET. El DCP es otro tipo de red divisor de cargas basado en el método del CoG (figura 5.1). En este tipo de divisor de carga sólo son necesarias 86 resistencias por módulo en el caso de un fotomultiplicador de  $8 \times 8$  pads. En este caso la corriente proveniente de cada pad del fotomultiplicador llega a los nodos de la cadena de resistencias. Cada canal de estos pads se

---

<sup>1</sup>La densidad del ruido para el voltaje y la corriente viene dada por  $\hat{U} = \sqrt{4Rk_B T f}$  y  $\hat{I} = \sqrt{4R^{-1}k_B T f}$  respectivamente. Donde  $k_B$  es la constante de Boltzmann,  $f$  es la frecuencia,  $R$  es la resistencia del conductor y  $T$  es la temperatura absoluta del aparato (Johnson *et al.* [51], Nyquist *et al.* [52]).





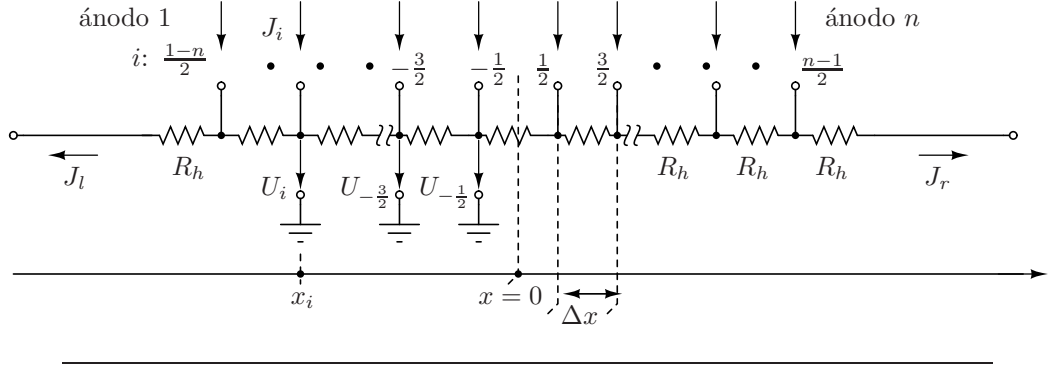


FIGURA 5.2: Circuito DPC para PSPMTs en una dimensión, con  $n$  segmentos anódicos. Las corrientes inyectadas  $J_i$  crean voltajes  $U_i$  en los puntos de interconexión.

Estas corrientes dependen linealmente del punto de inyección  $i$ . En el caso de que se inyecte más de una corriente en dos o más puntos, se obtiene que las corrientes resultantes son la superposición de las  $n$  diferentes corrientes:

$$J_l = \frac{1}{2} \sum_i J_i - \frac{R_h}{R} \sum_i i J_i \quad y \quad J_r = \frac{1}{2} \sum_i J_i + \frac{R_h}{R} \sum_i i J_i. \quad (5.4)$$

La ecuación 5.4 nos lleva directamente a relaciones usadas normalmente para la suma de corrientes y el centroide de dicho índice:

$$J = \sum_i J_i = J_l + J_r \quad y \quad \frac{J_r - J_l}{J_r + J_l} = \frac{2R_h}{R} \frac{\sum_i i J_i}{\sum_i J_i}. \quad (5.5)$$

Para obtener el centroide en el espacio de posiciones, simplemente hay que tener en cuenta el hecho de que  $x_i = i\Delta x$ .

$$\langle x \rangle = \bar{x} = \left( \frac{\mu_{x_1, y_0}}{\mu_{x_0, y_0}} \right) = \frac{\sum_i x_i J_i}{\sum_i J_i} = \frac{R}{R_h} \frac{\Delta x}{2} \frac{J_r - J_l}{J_r + J_l}, \quad (5.6)$$

donde  $\mu_{x_1, y_0}$  es el momento <sup>2</sup> de primer orden en la dirección  $x$  y  $\mu_{x_0, y_0}$  es el momento de orden cero.

La corriente  $J_i$  en el punto  $x_i$  verá la impedancia

$$R_l(i) \parallel R_r(i) = \frac{R_h}{n+1} \left( \frac{(n+1)^2}{4} - i^2 \right). \quad (5.7)$$

## 5.2. Red 2D de cadenas proporcionales de resistencias

Para las cadenas proporcionales de resistencias la implementación para más de una dimensión es fácil en comparación con la técnica usada por Anger, aunque es difícil obtener una expresión

<sup>2</sup>En el Apéndice A hay información detallada del significado de los momentos (primero, segundo,...) con respecto al centro y a la media de funciones de hasta 2D.

analítica de los centroides que dependen de las resistencias y del número de segmentos entre ánodos (segmentos anódicos). Para obtener una expresión de la dependencia con la posición Borkowski *et al.* [53] propusieron una configuración del circuito que más tarde fue discretizada por Siegel *et al.* [54] y que se muestra detalladamente en la figura 5.3.

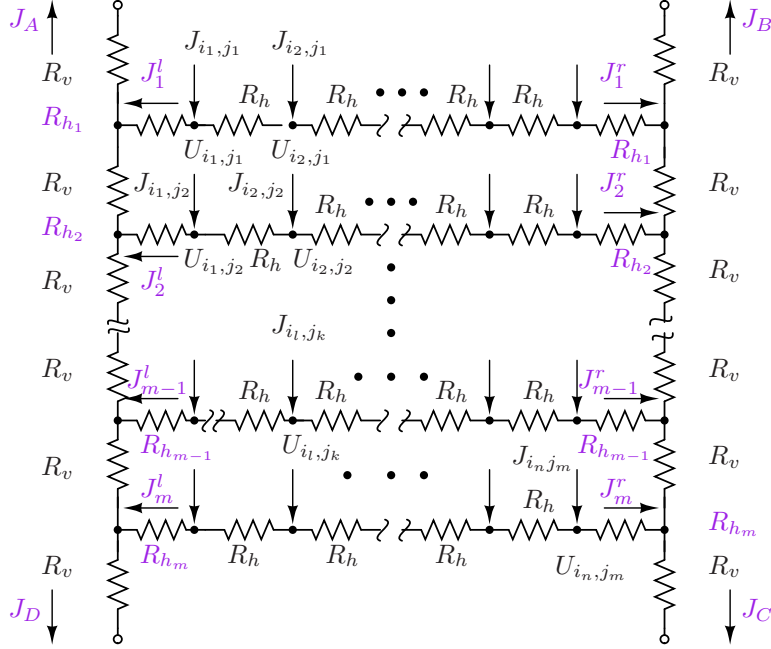


FIGURA 5.3: Red 2D de cadenas proporcionales de resistencias para un PSPMT con una matriz  $n \times m$  anódica. Los índices de la posición viene dados por  $i_l = l - \frac{1+n}{2}$ ,  $l \in [1, 2, \dots, n]$  y  $j_k = k - \frac{1+m}{2}$ ,  $k \in [1, 2, \dots, m]$ .

En este tipo de configuración las corrientes  $J_{i_1, j_1}, \dots, J_{i_n, j_m}$  de las diferentes fuentes son inyectadas en los  $n \times m$  nodos de las  $m$  cadenas proporcionales de resistencias 1D, donde  $n$  y  $m$  son el número de segmentos anódicos a lo largo de las direcciones espaciales  $x$  e  $y$ . Las corrientes que van a través de una cadena proporcional de resistencias se dividen y superponen de acuerdo con las ecuaciones 5.3 y 5.4 de la sección 5.1. En primer lugar, las corrientes son divididas y superpuestas en las cadenas horizontales y las  $2m$  corrientes resultantes  $J_1^l, J_2^l, \dots, J_m^l$  y  $J_1^r, J_2^r, \dots, J_m^r$  se dividen y se superponen por dos cadenas verticales de resistencias donde se transforman en las cuatro corrientes  $J_A, J_B, J_C$  y  $J_D$  (figura 5.3). La única diferencia es que en el caso horizontal las corrientes  $J_1^l, J_2^l, \dots, J_m^l$  y  $J_1^r, J_2^r, \dots, J_m^r$  no ven la misma impedancia a tierra.

De esta forma y de acuerdo con la ecuación 5.7 las corrientes horizontales en los nodos  $k \in [1, 2, \dots, m]$  se ven sometidas a la impedancia

$$R_{Imp}(j_k) \approx R_u(j_k) \parallel R_d(j_k) = \frac{R_v}{m+1} \left( \frac{(m+1)^2}{4} - j_k^2 \right), \quad (5.8)$$

siempre que se cumpla que  $R_v \ll R_h$ , donde  $R_u(j_k)$  y  $R_d(j_k)$  se refieren respectivamente a las cadenas de resistencias hacia arriba y hacia abajo desde en el nodo  $k$  (ver figura 5.3).

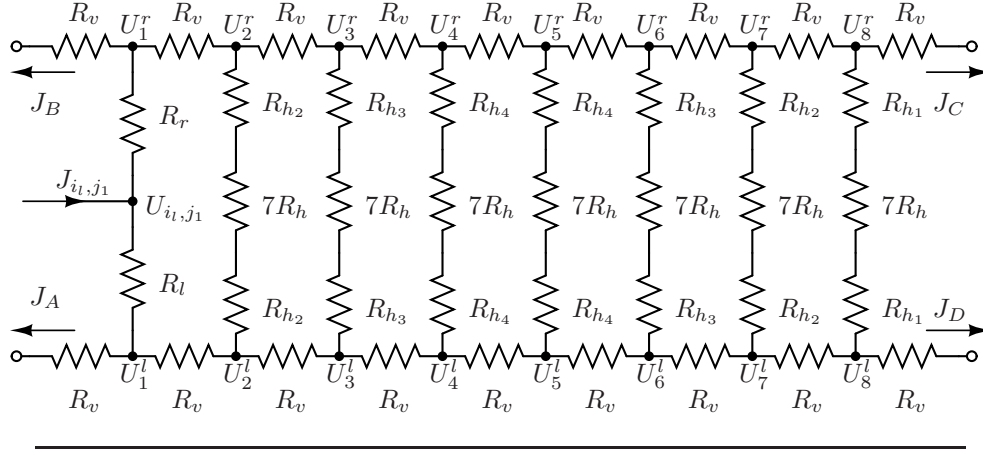


FIGURA 5.4: Ejemplo de circuito eléctrico en el que inyectamos una corriente en la primera columna cuyos valores de las resistencias laterales cumplen la convención a seguir en nuestro detector

Por esta razón tenemos que modificar las ecuaciones 5.3 y 5.4 de forma que describan correctamente la actual implementación de nuestra cadena proporcional de resistencias y tenga en cuenta la impedancia lateral  $R_{Imp}(j_k) \approx R_u(j_k) \parallel R_d(j_k)$  (figura 5.3).

$$J_l(i_l, j_k) = \left( \frac{1}{2} - \frac{i_l R_h}{(n-1)R_h + 2R_{Imp}(j_k)} \right) J_{i_l, j_k} \quad (5.9)$$

$$J_r(i_l, j_k) = \left( \frac{1}{2} + \frac{i_l R_h}{(n-1)R_h + 2R_{Imp}(j_k)} \right) J_{i_l, j_k}. \quad (5.10)$$

En las ecuaciones 5.9 y 5.10 la dependencia de  $j_k$  al propagarse por el resto de la red produce un comportamiento no lineal del posicionamiento de los centroides. Para compensar esto hay que relinearizar el comportamiento de la red cambiando el valor de las resistencias horizontales laterales  $R_{h_1}, R_{h_2}, \dots, R_{h_m}$  de la figura 5.3 (Siegel *et al.* [54]). En la red podemos observar que hay bucles cerrados de circuitos lo cual hace más compleja la parametrización de las posiciones, ya que depende del número de segmentos anódicos y el índice de posición. Podemos encontrar una solución usando el *método de nodos* de análisis del circuito. En este método se establecen una colección de ecuaciones que describen la relación que hay entre las corrientes y voltajes a través de las leyes de Kirchhoff y la ley de Ohm en cada nodo del circuito. Esta colección de ecuaciones puede ser resuelta dando como resultado corrientes exactas y voltajes en cada nodo de la red de resistencias.

El primer paso es obtener los valores de las resistencias de los extremos de las ramas horizontales  $R_{h_1}, R_{h_2}, \dots, R_{h_m}$  de forma que cumplan la linealidad de la red 2D proporcional de resistencias. En nuestro caso usaremos la convención  $n = m = 8$  (figura 5.4), ya que trabajaremos con un tubo fotomultiplicador (H8500 de *Hamamatsu Photonics Co.*) de  $8 \times 8$  señales de salida (como vimos en la sección 3.4.2). Para empezar consideramos que sólo uno de los 64 segmentos anódicos está activo, y que es uno de los de la primera fila de la figura 5.3 (o la primera columna de la figura 5.4 respectivamente). De esta forma obtenemos la siguiente colección de ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\text{PUNTO DE INYECCION} \Rightarrow \frac{U-U_r^r}{R_r} + \frac{U-U_l^l}{R_l} \stackrel{!}{=} J_{i,j_i} \\
\\
\text{PUNTOS } U_1^r \text{ \& } U_1^l \Rightarrow \begin{cases} \frac{U_1^r}{R_\nu} + \frac{U_1^r-U_2^r}{R_\nu} - \frac{U-U_1^r}{R_r} \stackrel{!}{=} 0 \\ \frac{U_1^l}{R_\nu} - \frac{U_1^l-U_2^l}{R_\nu} - \frac{U-U_1^l}{R_l} \stackrel{!}{=} 0 \end{cases} \\
\\
\text{PUNTOS INTERMEDIOS} \Rightarrow \begin{cases} \text{Para } k \in [1, 2, \dots, 6] \\ \frac{U_{k+1}^l-U_k^l}{R_\nu} + \frac{U_{k+1}^l-U_{k+1}^r}{7R_h+2R_{h_{k+1}}} + \frac{U_{k+1}^l-U_{k+2}^l}{R_\nu} \stackrel{!}{=} 0 \\ \frac{U_{k+1}^r-U_k^r}{R_\nu} - \frac{U_{k+1}^l-U_{k+1}^r}{7R_h+2R_{h_{k+1}}} + \frac{U_{k+1}^r-U_{k+2}^r}{R_\nu} \stackrel{!}{=} 0 \\ \text{siempre que se cumpla} \\ R_{h_8} = R_{h_1}, R_{h_7} = R_{h_2}, R_{h_6} = R_{h_3} \text{ y } R_{h_5} = R_{h_4} \end{cases} \\
\\
\text{PUNTOS } U_8^r \text{ \& } U_8^l \Rightarrow \begin{cases} \frac{U_8^l-U_7^l}{R_\nu} + \frac{U_8^l-U_8^r}{7R_h+2R_{h_8}} + \frac{U_8^l}{R_\nu} \stackrel{!}{=} 0 \\ \frac{U_8^r-U_7^r}{R_\nu} - \frac{U_8^l-U_8^r}{7R_h+2R_{h_8}} + \frac{U_8^r}{R_\nu} \stackrel{!}{=} 0 \end{cases}
\end{array} \right. \quad (5.11)$$

tenemos que resolver este conjunto de ecuaciones para los casos en los que inyectamos la corriente en los nodos [2, 3 y 4], de forma que podamos resolver el sistema completo y obtener las ecuaciones de los centroides. Para cada uno de estos casos tendremos en cuenta las consideraciones análogas a las que expondremos a continuación para su resolución.

Para que se cumpla la simetría del circuito divisor de cargas las ecuaciones  $R_{h_{9-k}} = R_{h_k}$ ,  $k \in [1, 2, 3, 4]$  deben ser válidas. Si resolvemos el sistema de ecuaciones 5.11 las cuatro corrientes  $J_A$ ,  $J_B$ ,  $J_C$  y  $J_D$  se pueden expresar en función de los diferentes valores de las resistencias y de  $J$ . Los centroides los obtenemos a partir de estas corrientes usando las ecuaciones 5.5 que podemos adaptar al caso 2D de la siguiente manera:

$$j_k = \langle j \rangle = c_j \frac{J_A + J_B - (J_C + J_D)}{J_A + J_B + J_C + J_D} \quad \text{y} \quad i_l = \langle i \rangle = c_i \frac{J_B + J_C - (J_A + J_D)}{J_A + J_B + J_C + J_D}, \quad (5.12)$$

donde  $j_k$  y  $i_l$  son los valores del centroide debido a la corriente inyectada en el nodo  $(i_l, j_k)$  y las constantes  $c_i$  y  $c_j$  están sin determinar. Si utilizamos este conjunto de ecuaciones con las condiciones  $R_r = R_{h_1}$  y  $R_l = 7R_h + R_{h_1}$  para el primer punto de la primera columna, obtenemos el valor constante  $7/9$  para  $\langle j \rangle$  independientemente del valor de las resistencias. Para el valor esperado de  $\langle i \rangle$  obtenemos un cociente de polinomios de  $R_\nu$ ,  $R_{h_1} - R_{h_4}$  y  $R_{h_1}$ . Suponemos que este valor debe de ser igual al valor de  $\langle j \rangle$  debido a la simetría de los centroides y a la condición de

la simetría que debe haber en ambas direcciones, horizontal y vertical. Si repetimos esta técnica con las corrientes que hay en los siguientes tres puntos:  $(i_l, j_k) = (5/2, 5/2)$ ,  $(i_l, j_k) = (3/2, 3/2)$  y  $(i_l, j_k) = (1/2, 1/2)$ , obtenemos una nueva colección de cuatro ecuaciones, su resolución nos lleva a la obtención de los valores de las resistencias laterales:

$$\text{Para el caso en que } m = n = 8 \left\{ \begin{array}{l} R_{h_1} = R_{h_8} = R_h - 4R_\nu \\ R_{h_2} = R_{h_7} = R_h - 7R_\nu \\ R_{h_3} = R_{h_6} = R_h - 9R_\nu \\ R_{h_4} = R_{h_5} = R_h - 10R_\nu \end{array} \right. \quad (5.13)$$

Estas ecuaciones se pueden parametrizar de forma que quedarían de la siguiente manera para el caso en que  $n=m$ :

$$R_{h_k}^m = \frac{1}{8} (2k - m - 2) (2k - m) R_\nu, \quad \text{con } k \in [1, 2, \dots, m] \quad (5.14)$$

o también<sup>3</sup>,

$$R_{h_k}^m = \frac{1}{8} (4k^2 - 1) R_\nu, \quad \text{con } k \in \left[ \frac{1-m}{2}, \dots, \frac{m-1}{2} \right] \quad (5.15)$$

Las ecuaciones 5.14 y 5.15 han sido verificadas (Lerche *et al.* [63]) para el caso  $n = m$  y  $m \in [2, 4, 6, 8, 10]$ . Una vez que la cadena de resistencias 2D se ha linearizado podemos determinar las constantes de proporcionalidad  $c_i$  y  $c_j$ . Esto se hace exactamente igual que la linearización para una red de resistencias sólo que se usan las corrientes inyectadas en el lado derecho e izquierdo, poniendo en dichos casos  $R_l = (7/2 + i_l)R_h + R_{h_k}$  y  $R_r = (7/2 - i_l)R_h + R_{h_k}$  en las ecuaciones 5.11 y usando los resultados obtenidos en 5.13. De esta forma y análogamente a la expresión 5.6 obtenemos como resultado para los valores esperados  $\langle x \rangle$  e  $\langle y \rangle$  de los centroides la siguiente expresión:

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle x \rangle = \bar{x} = \frac{\mu_{x_1, y_0}}{\mu_{x_0, y_0}} = \Delta x \frac{9}{2} \frac{J_B + J_C - (J_A + J_D)}{J_A + J_B + J_C + J_D} \\ \langle y \rangle = \bar{y} = \frac{\mu_{x_0, y_1}}{\mu_{x_0, y_0}} = \Delta y \frac{9}{2} \frac{J_A + J_B - (J_C + J_D)}{J_A + J_B + J_C + J_D} \end{array} \right. \quad (5.16)$$

Es destacable el hecho de que el factor  $9/2$  coincide con  $(n+1)/2$  para el caso  $n = 8$ , aunque no está probada esta relación para una  $n$  arbitraria.

La colección de ecuaciones 5.11 puede ser igualmente usada para determinar la impedancia de la red para cada una de las 64 señales de entrada. En este caso, hay que resolver las ecuaciones 5.11 y tres equivalentes a estas cuando la corriente es inyectada en las filas 2, 3 y 4 para un voltaje  $U$  en dicho punto de inyección. Haciendo uso de la ley de Ohm y teniendo en cuenta que la corriente inyectada es  $J$  podemos obtener la impedancia. Las otras cuatro filas viene dadas implícitamente por la simetría de la red.

Obtenemos pues cuatro ecuaciones para la impedancia para los diferentes puntos de inyección a lo largo de la cadena de resistencias horizontales (Lerche [55]). Podemos por lo tanto obtener una parametrización explícita de los índices de posición  $i_l$  y  $j_k$  para  $R_h = 10R_\nu$ , para  $l$  y  $k$

<sup>3</sup>De esta manera la notación de subíndices es equiparable a la utilizada en la figura 5.3 (números semienteros).

$\in [1, 2, 3, \dots, 8]$ .

$$R_{Imp}(i_l, j_k) = \frac{5}{18}(81 - 4i_l^2)R_\nu + (a_2j_k^2 + a_0 + i_l^2(b_6j_k^6 + b_4j_k^4 + b_2j_k^2 + b_0))R_\nu, \quad (5.17)$$

cuyos valores para los parámetros son

$$a_0 = -\frac{63}{16}, \quad a_2 = -\frac{7}{36}, \quad b_0 \approx 0,24, \quad b_2 \approx 0,015, \quad b_4 \approx 0,19 \times 10^{-3}, \quad b_6 \approx 0,19 \times 10^{-5}. \quad (5.18)$$

La ecuación 5.17 muestra que la dependencia cuadrática de  $R_{Imp}(i_l, j_k)$  se reproduce solo para la dirección espacial  $x$ , para  $j_k = cte$ , mientras que para la dirección espacial  $y$  se incluye hasta el término  $\mathcal{O}(j_k^6)$ , de esta forma se manifiesta la asimetría de la red en ambas direcciones espaciales. Este comportamiento no es debido a la linealización de la respuesta de posición y a la variación de las resistencias lateral de la red horizontal  $R_{h_k}$  que esto conlleva sino a los bucles de corrientes que se crean en la red de resistencias que rompen la simetría. Si todas las  $R_{h_k}$  se igualaran a  $R_h$  obtendríamos los siguientes valores para los parámetros

$$a_0 = \frac{9}{8}, \quad a_2 = -\frac{1}{18}, \quad b_0 \approx 0,048, \quad b_2 \approx 0,0021, \quad b_4 \approx 0,15 \times 10^{-4}, \quad b_6 \approx 0,47 \times 10^{-7}. \quad (5.19)$$

que aun contienen ordenes de  $j_k$  superiores al cuadrático.

### 5.3. Medida del segundo momento

En la sección 5.2 hemos visto de que manera podemos obtener la información relativa a los centroides  $\langle i \rangle$  y  $\langle j \rangle$  a través de la utilización de un circuito 2D de cadenas proporcionales de resistencias. Podemos modificar dicho circuito 2D proporcional de resistencias de forma que midamos simultáneamente el *segundo momento*<sup>4</sup> y que el nuevo circuito no sufra cambios importantes con respecto al anterior de forma que sigamos obteniendo valores correctos de los centroides. El motivo que nos lleva a querer medir el segundo momento es la relación que existe entre dicho valor y el ancho de la distribución de luz (Karp *et al.* [56], Siegel *et al.* [49], Matthews *et al.* [57], Takacs *et al.* [58], Antich *et al.* [59], Vaska *et al.* [60], Ling *et al.* [61], Moore *et al.* [62] y Lerche *et al.* [63]). De hecho, la raíz cuadrada del segundo momento está íntimamente ligada con la anchura de la distribución de luz. Teniendo en cuenta que el ancho de la distribución de luz que medimos está relacionada con la profundidad de interacción en la que un rayo- $\gamma$  interacciona con el cristal podemos usar el segundo momento como estimador de la profundidad de interacción (DOI) del rayo.

Si tenemos en cuenta la ecuación 5.7 observamos que las impedancias para el caso de un circuito 1D proporcional de resistencias están cuadráticamente codificadas con la posición de inyección. Con la ley de Ohm y dicha relación para las impedancias disponemos de pesos cuadráticos con los que poder calcular el segundo momento de la distribución de luz, lo único que necesitamos es hacer la suma sobre estos voltajes. Esta suma la podemos llevar a cabo utilizando un circuito sumador amplificador como el que se muestra en la figura 5.5.

<sup>4</sup>En el Apéndice A hay información detallada del significado de los momentos (primero, segundo,...) con respecto al centro y a la media de funciones de hasta 2D.

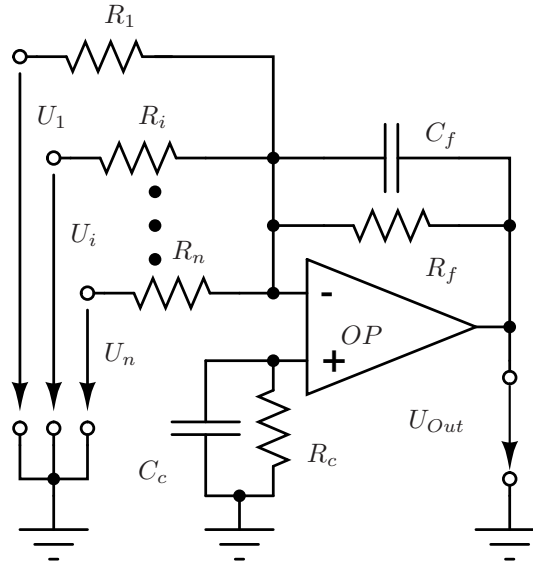


FIGURA 5.5: Amplificador inversor usado como sumador amplificador. Las contribuciones de los voltajes  $U_i$  a la señal del voltaje de salida se pueden ajustar variando los valores  $R_i$  y  $R_f$ .  $C_f$  se utiliza para hacer una corrección de fases y  $C_c || R_c$  para corregir los “offsets” del amplificador operacional.

El voltaje de salida de este circuito es la suma de los voltajes de entrada  $U_i$ , pesados por  $-R_f/R_i$ :

$$U_{Out} = -R_f \sum_{i=1}^n \frac{U_i}{R_i}. \quad (5.20)$$

En teoría no hay límite superior para el número de señales de entrada individuales  $U_n$  cuando los componentes electrónicos tienen un comportamiento ideal. En la práctica, este límite viene dado por el ruido térmico de las resistencias  $R_1, R_2, \dots, R_n$  y el voltaje máximo de salida que es capaz de aceptar el amplificador operacional usado (Lerche [55]).

### 5.3.1. El segundo momento en una dimensión

Como vimos en la sección 5.1 las corrientes  $J_i$  inyectadas en un punto arbitrario, ánodo con índice  $i$  donde  $i \in [\frac{1-n}{2}, \frac{n-1}{2}]$  son pesadas por la red de resistencias obteniéndose así los centroides. Teniendo en cuenta la ley de Ohm, el voltaje  $U_{i,i}$  creado en esta misma posición es el producto de la corriente  $J_i$  y la impedancia respecto a tierra,  $R_l(i) || R_r(i)$  dada por la ecuación 5.7:

$$U_{i,i} = \frac{J_i R_h}{n+1} \left( \frac{(n+1)^2}{4} - i^2 \right) = J_i R \left( \frac{1}{4} - \left( \frac{R_h}{R} \right)^2 i^2 \right), \quad (5.21)$$

donde  $R = R_h(n+1)$  se ha usado en el último paso. En nuestro caso un sumador amplificador no nos daría como resultado la suma de todos los  $U_{i,i}$  con  $i \in [\frac{1-n}{2}, \frac{n-1}{2}]$  ya que las resistencias de la figura 5.2 actúan como divisor de voltajes para los  $U_{i,i}$ . De esta forma lo que tenemos en realidad es la suma de  $U_{i,i}$  y la suma de  $U_{i,j}$  cuando  $j \neq i$ ;  $i, j \in [\frac{1-n}{2}, \frac{n-1}{2}]$  que aparecen al inyectar las corrientes  $J_i$  en los puntos de interconexión  $j \neq i$ . Como todas las resistencias

de la cadena tiene el mismo valor, podemos obtener las siguientes relaciones entre voltajes a la izquierda y a la derecha de dichos puntos para una posición de inyección  $i$ .

$$U_{i,j \leq i} = U_{i,i} \frac{j}{i} \quad y \quad U_{i,j > i} = U_{i,i} \frac{j}{n+1-i}. \quad (5.22)$$

Como consecuencia del principio de superposición, el sumador suma todos los voltajes de la ecuación 5.22 y también  $U_{i,i}$  para cada  $J_i$ . Además cada sumando será amplificado por el mismo factor  $-R_f/R_s$ , donde  $R_s$  es la suma de todas las resistencias  $R_i$  con  $i \in [1, 2, 3, \dots, n]$  del amplificador inversor de la figura 5.5. De esta manera la suma para todos los voltajes queda de la siguiente forma:

$$U_\Sigma \approx -\frac{R_f}{R_s} \sum_{i,j}^n U_{i,j}. \quad (5.23)$$

La ecuación 5.23 es solo una aproximación, ya que no se ha tenido en cuenta la impedancia del amplificador operacional. Si consideramos el caso más simple en el que solo una corriente  $J_i$  es inyectada en un punto, la suma sobre  $i$  se colapsa y obtenemos la siguiente expresión (inyecto las corrientes en el punto  $i$  y sumo para todas las  $j$ ):

$$\begin{aligned} U_i &\approx -\frac{R_f}{R_s} \sum_j U_{i,j} = -\frac{R_f}{R_s} \sum_{j=\frac{1-n}{2}}^{\frac{n-1}{2}} U_{i,i} = -\frac{R_f}{R_s} U_{i,i} \left( \frac{1}{i} \sum_{j=\frac{1-n}{2}}^i j + \frac{1}{n-i+1} \sum_{j=i+1}^{\frac{n-1}{2}} j \right) \\ &= -U_{i,i} \frac{R_f}{R_s} \frac{n+1}{2} = -U_{i,i} \frac{R_f R}{2R_s R_h}. \end{aligned} \quad (5.24)$$

En los próximos pasos se realizará la suma de las series aritméticas de la expresión anterior. Es de destacar el hecho de que no hemos impuesto ninguna restricción acerca del punto en el que se inyecta la corriente, así que la contribución de este punto a la suma total (ecuación 5.23) tiene el mismo factor constante para todos los posibles puntos de inyección  $i$ . Todo esto nos lleva a una amplificación adicional de  $(n+1)/2$  sobre la señal de voltaje  $U_{i,i}$  ya que tenemos  $n$  fracciones creadas por la cadena de resistencias.

Por lo tanto, para una señal compuesta por varios  $J_i$  con diferentes  $i$ , la suma para todas las  $i$  nos da como resultado la siguiente expresión para los voltajes, que sería la forma más genérica,

$$U_\Sigma \approx \sum_i U_i = -\frac{R_f R^2}{2R_s R_h} \left( \frac{1}{4} \sum_i J_i - \left( \frac{R_h}{R} \right)^2 \sum_i i^2 J_i \right). \quad (5.25)$$

De esta manera podemos normalizar el segundo momento usando las ecuaciones 5.5. Hay que tener en cuenta que el canal electrónico y los amplificadores de la suma de voltajes  $U_\Sigma$  y las corrientes  $J_r$  y  $J_l$  en general se ven sometidas a diferentes amplificaciones  $g_J$  y  $g_\Sigma$  debido a los diferentes requerimientos en el diseño. Así que finalmente obtenemos

$$\frac{U_\Sigma}{J} \approx \frac{|g_\Sigma| R_f R^2}{2|g_J| R_s R_h} \left( \frac{1}{4} - \left( \frac{R_h}{R} \right)^2 \frac{\sum_i i^2 J_i}{\sum_i J_i} \right), \quad (5.26)$$



que puede ser resuelta para el segundo momento de una colección de corrientes  $J_i$ :

$$\frac{\sum_i i^2 J_i}{\sum_i J_i} \approx \frac{R^2}{4R_h^2} - \frac{2|g_J|R_s}{|g_\Sigma|R_f R_h} \frac{U_\Sigma}{J_r + J_l} \quad (5.27)$$

y

$$\frac{\sum_i x_i^2 J_i}{\sum_i J_i} \approx \Delta x^2 \left( \frac{R^2}{4R_h^2} - \frac{2|g_J|R_s}{|g_\Sigma|R_f R_h} \frac{U_\Sigma}{J_r + J_l} \right) \quad (5.28)$$

respectivamente.

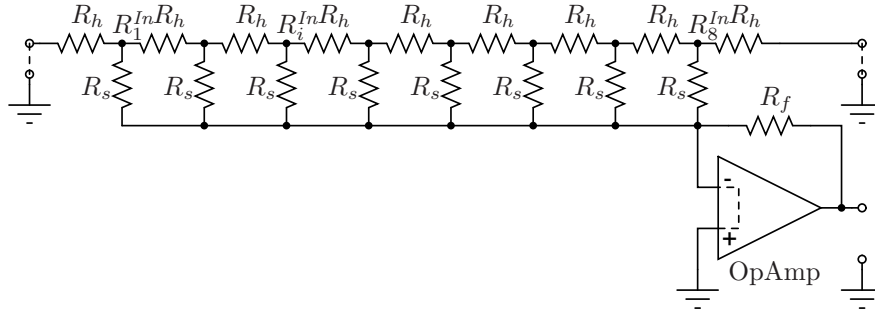


FIGURA 5.6: Red 1D proporcional de resistencias de 8 ándodos. Para un amplificador operacional ideal, las señales que se alimentan en el terminal inversor se tratan como si estuvieran conectadas a tierra (línea punteada del amplificador). En este caso podemos calcular los voltajes en cada punto de conexión de la red de resistencias.

Podemos encontrar una solución exacta para la suma de voltajes, siempre teniendo en cuenta que hemos considerado como ideales los componentes del circuito. Es decir, que hemos tomado la impedancia de entrada de cada señal inyectada como  $R_s$ . Teniendo en cuenta la red de la figura 5.6 la impedancia de entrada en el punto de interconexión  $i$  viene dada por:

$$R_i^{In} = \frac{R_h}{n+1} \left( \frac{(n+1)^2}{4} - i^2 \right) \kappa_I(i, \varepsilon); \quad (5.29)$$

$\kappa_I(i, \varepsilon)$  tiende a uno para  $\varepsilon = R_h/R_s$  pequeñas, y para  $\varepsilon \lesssim 0,002$  podemos hacer la siguiente aproximación  $\kappa_I(i, \varepsilon) \gtrsim 99/100$  (Apéndice B). De forma similar podemos obtener una expresión bastante buena para la suma de voltajes  $U_i^\Sigma$  que se genera a la salida del amplificador operacional debido a una corriente  $J_i$  aplicada en la posición  $i$ .

$$\frac{U_i^\Sigma}{J_i} = -\frac{R_f R_h}{2R_s} \left( \frac{(n+1)^2}{4} - i^2 \right) \kappa_{II}(i, \varepsilon); \quad (5.30)$$

En la ecuación 5.30 en este caso también  $\kappa_{II}(i, \varepsilon)$  tiende a uno cuando  $\varepsilon$  tiende a cero (Apéndice B). Sin embargo, los errores en cada impedancia de la señal de entrada se suman y tenemos que asumir que  $\varepsilon \lesssim 0,001$  si queremos una desviación menor que 1% para la suma ideal de voltajes.

Si tenemos una señal compuesta por varias  $J_i$  aplicadas en diferentes posiciones a la red divisora de cargas sus contribuciones se superponen. De esta forma podemos obtener la siguiente expresión para la suma sobre todas las  $i$ :

$$U_{\Sigma} = -\frac{R_f R_h}{2R_s} \sum_i \left[ J_i \left( \frac{(n+1)^2}{4} - i^2 \right) \kappa_{II}(i, \varepsilon) \right]. \quad (5.31)$$

En nuestro caso hay que tener en cuenta que hacemos por diseño que  $\kappa_{II}(i, \varepsilon) \approx 1$  con lo cual la fórmula definitiva para la suma de voltajes en una cadena proporcional de resistencias con sumador amplificador adicional es:

$$U_{\Sigma} \approx -\frac{R_f R_h}{2R_s} \sum_i \left[ J_i \left( \frac{(n+1)^2}{4} - i^2 \right) \right]. \quad (5.32)$$

### 5.3.2. El segundo momento en dos dimensiones

Para el caso de dos dimensiones es más difícil encontrar una expresión implícita para la suma de voltajes de una cadena proporcional de resistencias. Como en el caso de una dimensión, una corriente inyectada  $J_{i,j}$  en un punto arbitrario  $(i, j)$  de la red produce un voltaje  $U_{i,j}$ <sup>5</sup> en el punto de inyección pero también unas fracciones bien definidas de corrientes en los otros puntos de inyección debido al hecho de que están acoplados a través de las resistencias “pesadas” para el primer y segundo momento. Esto produce una distorsión de los pesos cuadráticos del sumador amplificador que es diferente para cada dirección espacial y que puede ser corregida sólo parcialmente en el caso de 2D. Además otra desventaja es el hecho de que la expresión que describe la dependencia de la configuración de nuestro divisor de carga será muy compleja.

Para empezar hay que tener en cuenta que la configuración electrónica de la red de resistencias rompe la simetría con respecto a rotaciones de 90° con respecto al plano  $x-y$ . En la sección 5.2 vimos que se puede corregir la ruptura de la simetría para los centroides. La impedancia de entrada que se usa para la determinación del segundo momento de la distribución de luz muestra una dependencia muy diferente a lo largo de cada una de las direcciones. En vez de obtener una dependencia  $(i^2 + j^2)$  obtenemos una dependencia en la posición muy diferente (ecuación 5.17). Por desgracia, estamos limitados al ajustar los diferentes valores de las resistencias de la red para obtener el comportamiento cuadrático deseado sin que esto afecte el cómputo de los centroides. Obviamente este comportamiento se traslada también al cómputo de la suma de voltajes que usamos para determinar el segundo momento. La solución la encontramos en el propio sumador amplificador que nos permite “re-simetrizar” el comportamiento de la suma de voltajes.

Usando un sumador del tipo mostrado en la figura 5.5 junto con la cadena de resistencias que se muestra en la figura 5.3 podemos dar a cada fila de señales un peso distinto (ecuación 5.20). Hay que tener en cuenta que, como vimos en la sección anterior, cada punto de la misma fila

<sup>5</sup>La notación para una corriente “puntual”  $J_{i,j}$  y su voltaje  $U_{i,j}$  para el caso 2D del divisor de carga no deben confundirse con los voltajes  $U_{i,j}$  (ecuaciones 5.21-5.24) que surgen en las posiciones  $j$  al inyectar una corriente  $J_i$  en la posición  $i$  de una cadena de resistencias 1D.

tiene que ser pesada por el sumador amplificador con el mismo peso ya que esta es la dirección en la que la cadena 2D de resistencias codifica la suma cuadrática de las posiciones.

Para obtener la expresión que estamos buscando vamos a centrarnos únicamente en el caso de 8x8 segmentos anódicos, ya que una expresión general sería demasiado complicada y esta solución se ajusta a nuestro experimento. Este caso fue también estudiado por Siegel *et al.* [54], para el caso concreto de  $8 \times 8$  segmentos anódicos, con  $R_h = 10R_\nu$  y los valores correspondientes a la ecuación 5.13. En caso de querer obtener una expresión para más segmentos anódicos se pueden generalizar los pasos que desarrollaremos a continuación.

El voltaje observado como salida de un sumador amplificador ideal de ganancia unidad para todas las filas cuando aplicamos una corriente  $J_{i,j}$  en el divisor de carga en el punto  $(i, j)$  tiene la expresión

$$U_{i,j}^\Sigma = -5 \left( \frac{81}{4} - i^2 \right) R_\nu J_{ij}, \quad (5.33)$$

que se obtiene sumando los voltajes obtenidos en la resolución de los conjuntos de ecuaciones 5.11.

El índice de las columnas tiene el comportamiento cuadrático que queríamos y el índice de las filas  $j$  no influye en los pesos en la ecuación 5.33. Si tenemos una señal compuesta tenemos que realizar la suma para  $i$  y  $j$  obteniendo así el voltaje total.

$$U_\Sigma = -5R_\nu \sum_{i,j} \left( \frac{81}{4} - i^2 \right) J_{ij}. \quad (5.34)$$

De esta forma podemos computar el segundo momento, para una ganancia unitaria y un circuito asimétrico. Aunque la expresión 5.34 es correcta queremos encontrar una expresión análoga para el caso en el que la red sea simétrica de forma que además obtendremos una mejor señal en relación al ruido (SNR). Una implementación electrónica de la variación cuadrática de la dirección  $j$  nos proporcionaría una señal mayor manteniendo el ruido estadístico y electrónico al mismo nivel. El sumador amplificador nos permite implementar diferentes pesos para cada fila de la red variando las resistencias de entrada  $R_1, R_2, \dots, R_n$  del circuito mostrado en la figura 5.5. Para determinar estos valores hay que tener en cuenta el comportamiento cuadrático de la codificación de los segmentos anódicos usados. De esta manera la suma de voltajes de las 64 señales de entrada se computa en función de las ganancias  $g_1 = -R_f/R_{S_1}$ ,  $g_2 = -R_f/R_{S_2}$ ,  $g_3 = -R_f/R_{S_3}$  y  $g_4 = -R_f/R_{S_4}$ . Donde  $R_{S_1}, \dots, R_{S_4}$  son las resistencias de entrada de la fila primera y octava, la segunda y séptima, la tercera y sexta y la cuarta y quinta respectivamente. Así tenemos implementada la simetría que buscábamos con respecto al centro de la red de resistencias.

La resolución del sistema de ecuaciones 5.11 (un estudio más detallado se puede encontrar en el trabajo de Lerche [55]) nos lleva a la obtención de los siguientes valores de las ganancias,

$$g_1 \simeq 0,26974 g_4, \quad g_2 \simeq 0,57368 g_4, \quad y \quad g_3 \simeq 0,84035 g_4, \quad (5.35)$$

como además sabemos que  $g_i = -R_f/R_{S_i}$ , podemos obtener los valores correspondientes de las resistencias

$$\begin{aligned} R_{S_1}, R_{S_8} &\simeq 3,7075R_{S_4}, \quad R_{S_2}, R_{S_7} \simeq 1,74314R_{S_4}, \\ R_{S_3}, R_{S_6} &\simeq 1,18998R_{S_4}, \quad y \quad R_{S_5} = R_{S_4}, \end{aligned} \quad (5.36)$$

Con este cambio en el sumador amplificador, la suma de voltajes que representa el segundo momento de la distribución de señales es:

$$U_\Sigma \approx -5R_\nu R_f \sum_{i,j} \left( \frac{81}{4} - i^2 \right) \frac{J_{ij}}{R_{S_j}}, \quad (5.37)$$

donde hay que tener en cuenta que se han tomado como ideales todos los componentes de la red de resistencias para llegar a esta ecuación.

## 5.4. Determinación de los momentos para nuestro detector

Como hemos visto en la sección 5.2 con una cadena proporcional de resistencias de dos dimensiones podemos determinar los centroides para la dirección  $x$  e  $y$  de nuestro detector (que son los momentos de primer orden de las corrientes  $J_{i,j}$  con respecto a “x” e “y”) a partir de las corrientes  $J_A$ ,  $J_B$ ,  $J_C$  y  $J_D$  (figura 5.4).

$$\begin{cases} \langle x \rangle = \bar{x} = \frac{\mu_{x_1,y_0}}{\mu_{x_0,y_0}} = \Delta x \frac{9}{2} \frac{J_B + J_C - (J_A + J_D)}{J_A + J_B + J_C + J_D} \\ \langle y \rangle = \bar{y} = \frac{\mu_{x_0,y_1}}{\mu_{x_0,y_0}} = \Delta y \frac{9}{2} \frac{J_A + J_B - (J_C + J_D)}{J_A + J_B + J_C + J_D} \end{cases} \quad (5.38)$$

También a partir de dichas corrientes podemos determinar el valor de la energía detectada del rayo- $\gamma$  para nuestra medida, la energía será proporcional a la suma de estas corrientes

$$\langle E \rangle = \bar{E} \propto \mu_{x_0,y_0} = \sum_i J_i = J_A + J_B + J_C + J_D. \quad (5.39)$$

La determinación del segundo momento o varianza (Apéndice B) implica más dificultad. En el caso ideal los pesos obtenidos de la cadena proporcional de resistencias debería venir dado por la suma de los cuadrados de las posiciones de los ánodos  $\langle x_{i,j}^2 \rangle + \langle y_{i,j}^2 \rangle + 2 \langle x_{i,j} y_{i,j} \rangle$ . En nuestro caso, este comportamiento lo podemos aproximar con la configuración que hemos implementado con el divisor de carga que utiliza cadenas de resistencias. De esta manera lo que obtenemos son ordenes mayores (que el cuadrado) y mezclados entre sí de la posición central. Por lo tanto la definición de varianza para dos dimensiones se puede aplicar de manera modificada como:

$$\begin{aligned}
 \text{var}(X + Y) &= \text{var}(X) + \text{var}(Y) + 2\text{cov}(X, Y) \\
 &= E[X^2] - E[X]^2 + E[Y^2] - E[Y]^2 + 2E[(X - E[X])(Y - E[Y])] \\
 &= E[X^2] + E[Y^2] - E[X]^2 - E[Y]^2 + 2E[XY] - E[X]E[Y],
 \end{aligned} \tag{5.40}$$

donde  $E[X]$  es el valor esperado de  $X$ . Los términos  $E[X^2] + E[Y^2]$  son los correspondientes al divisor de carga  $(\mu_{x_2, y_0} + \mu_{x_0, y_2})$  y los términos  $E[X]$  y  $E[Y]$  son los centroides  $\left(\frac{\mu_{x_1, y_0}}{\mu_{x_0, y_0}}, \frac{\mu_{x_0, y_1}}{\mu_{x_0, y_0}}\right)$ .

Además las señales electrónicas deben ser amplificadas y preparadas para la posterior integración de modo que se deberían introducir correcciones demasiado complicadas para solucionar analíticamente. La solución a nuestro problema la encontramos en la simulación. La respuesta de los impulsos de nuestro circuito en el caso del segundo momento para los 64 segmentos se simuló utilizando el programa SPICE (Lerche [55]). La respuesta fue ajustada usando un polinomio  $\mathcal{W}(x, y)$  consistente con los ordenes pares de  $x$  e  $y$  y sus correspondientes contribuciones entremezcladas, obteniendo como resultado:

$$\mathcal{W}(x, y) = 0,249556 - 0,211268x^2 + 0,260564y^2 - 0,007753y^2x^2 - 0,344728x^4 + 0,093447y^4, \tag{5.41}$$

estos parámetros dependen de la implementación electrónica y por lo tanto sólo se ajustan a nuestro detector.

La red de resistencias no nos proporciona el segundo momento exacto e incluye órdenes mayores del cuadrado. Definimos pues el segundo momento (varianza de la suma de los voltajes) como la raíz cuadrada del segundo momento compuesto reducido  $(\mu_{x_2, y_0} + \mu_{x_0, y_2})$  con la dependencia transversal  $\mathcal{W}(\mu_{x_1, y_0}, \mu_{x_0, y_1})$  (momento no centrado) que define la ecuación 5.41

$$\sigma^2 := (\mu_{x_2, y_0} + \mu_{x_0, y_2}) - \mathcal{W}(\mu_{x_1, y_0}, \mu_{x_0, y_1}). \tag{5.42}$$

Por lo tanto teniendo en cuenta la ecuación 5.37 tenemos que el segundo momento que medimos tiene la siguiente forma,

$$\sigma^2 \approx \frac{U_\Sigma}{J_A + J_B + J_C + J_D} - \mathcal{W}(\langle x \rangle, \langle y \rangle). \tag{5.43}$$

Es decir, de la electrónica del detector obtenemos las cuatro corrientes  $J_A$ ,  $J_B$ ,  $J_C$  y  $J_D$  de las que calculamos los centroides ( $\langle x \rangle$  e  $\langle y \rangle$ ) y la energía depositada ( $\langle E \rangle$ ), y también obtenemos la señal de la suma de los voltajes  $U_\Sigma$  (ecuación 5.37) de la que podemos calcular el segundo momento o varianza ( $\sigma^2$ ) que nos da una estimación de la profundidad de interacción (DOI) para cada evento.



## Capítulo 6

# Caracterización de los cristales centelleadores

La caracterización de los cristales centelleadores es el primer paso del estudio que llevaremos a cabo para determinar qué tipo de cristal es el más apropiado para obtener una buena resolución espacial en un tomógrafo de rayos- $\gamma$ . El primer paso de nuestro estudio consiste en la realización de simulaciones Monte Carlo con las que estimar los parámetros óptimos de un cristal centelleador, a saber: tratamiento superficial, ángulo de truncamiento y el camino libre medio de absorción y dispersión (scattering mean free path & absorption mean free path) (Ros *et al* [1] y Lerche *et al* [2]). Para llevar a cabo esta caracterización hemos realizado medidas Raman y de transmisión de la luz a través de los cristales. En la posterior comparativa de estos valores con los obtenidos en las medidas de las resoluciones en posiciones tendremos también en cuenta la geometría y el tratamiento superficial de los cristales centelleadores.

### 6.1. Simulaciones de las características intrínsecas y del ángulo de truncamiento de los cristales centelleadores LSO y LYSO

Estas simulaciones fueron llevadas a cabo con el propósito de optimizar la energía y la resolución espacial de los detectores de rayos- $\gamma$  basados en cristales centelleadores monolíticos continuos. En las medidas de tomografía de rayos- $\gamma$  es importante la medida de la profundidad de interacción para evitar errores de paralaje y mejorar la resolución espacial. Esto es especialmente importante en PET de animales pequeños (ya que necesitamos mejor resolución espacial). Un problema relevante en este tipo de medida es el deterioro de la medida de la *DOI* en las regiones cercanas a los bordes del cristal. Esta degradación afecta asimismo a la determinación del centroide en el caso que nos ocupa (determinación de los centroides en cristales monolíticos continuos mediante el uso del algoritmo del centro de gravedad) (Lerche, [55], Freifelder *et al.*, [47], Sanchez *et al.*, [17]). Se ha comprobado que los artefactos debidos a los bordes del cristal centelleador se pueden

reducir significativamente si los cristales monolíticos continuos son cortados en forma piramidal (Benloch *et al.*, [64]).

Por otra parte las simulaciones llevadas a cabo pretenden obtener asimismo una estimación de las siguientes características intrínsecas del cristal:

- El coeficiente de reflexión ( $C_R$ )
- Recorrido libre medio de absorción ( $\lambda_a$ )
- Recorrido libre medido de dispersión ( $\lambda_s$ )

Los dos últimos parámetros corresponden a propiedades inherentes de los cristales y son diferentes de un cristal a otro (*LSO*, *LYSO*, *BGO*,.. etc). En este trabajo hemos hablado del concepto de calidad del cristal y los parámetros de recorrido libre medio son parámetros cuya medida ayuda en el estudio de la calidad del cristal como veremos más en profundidad en la sección 6.3.

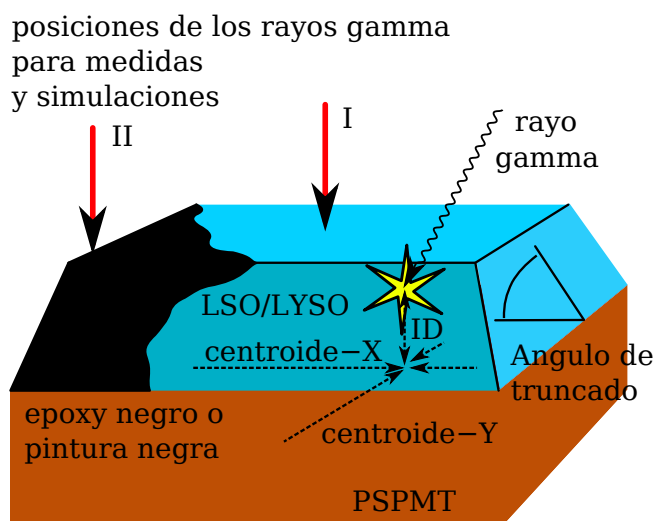


FIGURA 6.1: Esquema de un módulo PET (centelleador y PSPMT) en el que se muestran los parámetros libres: ángulo de truncado ( $\alpha$ ) y superficie cobertora negra ( $C_R$ ). ID significa distancia de interacción y se refiere a la distancia entre la superficie del cristal acoplada al PSPMT y el punto donde deposita la energía el rayo- $\gamma$ . Cabe destacar que la distancia entre la superficie superior del cristal y el punto donde deposita la energía el rayo- $\gamma$  la denominamos DOI (profundidad de interacción). La figura muestra asimismo las posiciones (I y II) en las cuales situamos la fuente radiactiva en las medidas llevadas a cabo. El transporte de la luz de centelleo fue simulada en los mismos puntos.

Las simulaciones Monte Carlo fueron llevadas a cabo con el paquete Detect2000 (Knoll *et al.*, [65], Tsang *et al.*, [66] y Cayouette *et al.*, [67]). DETECT2000 permite simular fotones centelleadores individuales en posiciones determinadas por el usuario y simula su transporte en el interior del cristal y la ventana de entrada del PSPMT. Para simular la fotoconversión del rayo- $\gamma$  incidente tenemos que generar un número medio de fotones de centelleo en la posición de fotoconversión. El número medio de fotones de centelleo simulados es característico del tipo de centelleador utilizado y de la energía depositada por el rayo- $\gamma$  incidente. Teniendo en cuenta que en el caso del *LSO* y el *LYSO* los proveedores aseguran una tasa de luz mínima de 20000 fotones/MeV y



que la eficiencia cuántica del PSPMT es del 20%, el número de fotones simulados es el siguiente:  $fotones_{DETECT2000} \approx 0,511MeV \times 0,2 \times 20000 fotones/MeV \approx 2000 fotones$ .

Para cada una de las fotoconversiones, el número de fotones se simuló utilizando una distribución Gaussiana de media  $fotones_{DETECT2000}$  y con desviación estándar 7% (que es la resolución energética intrínseca del LSO, Kapusta *et al.*, [68]). En cuanto a la fuente podemos simular una fuente puntual ya que el rango de los fotoelectrones y de los electrones Compton no exceden  $\approx 150 \mu m$  (Lerche *et al.*, [69])<sup>1</sup>.

Para el estudio de las características intrínsecas de los cristales hicimos diferentes simulaciones variando los parámetros del coeficiente de reflexión ( $C_R$ ), del camino libre medio de absorción ( $\lambda_a$ ), del camino libre medio de dispersión ( $\lambda_s$ ) y del ángulo de truncamiento ( $\alpha$ ). Las simulaciones fueron llevadas a cabo situando la fuente en el centro del cristal (punto I, figura 6.1) para los parámetros que caracterizan intrínsecamente al cristal ( $\lambda_a$ ,  $\lambda_s$  y  $C_R$ ). Para el estudio del ángulo de truncamiento las simulaciones fueron llevadas a cabo en la esquina del cristal (punto II, figura 6.1). Los resultados obtenidos en la esquina del cristal nos permiten estudiar la compresión de la imagen en los bordes.

Para empezar las simulaciones de la forma correcta una primera colección de simulaciones es llevada a cabo con el propósito de determinar los valores de los parámetros ( $\lambda_a$ ,  $\lambda_s$  y  $C_R$ ) de los cristales *LSO* y *LYSO* de los que disponíamos para realizar medidas. Se llevaron a cabo 294 combinaciones para seis coeficientes de reflexión entre 0,025 y 0,275, y siete combinaciones de valores entre 40 y 460 mm para los parámetros  $\lambda_a$  y  $\lambda_s$ . La tabla 6.1 muestra dicha combinación de parámetros. En estas simulaciones asumimos que los bordes del cristal no afectarán a las interacciones, ya que la fuente está centrada, por lo que para estas 294 simulaciones el ángulo de truncamiento del cristal lo fijamos en  $90^\circ$ . Para esta colección de simulaciones situamos la fuente de  $^{22}Na$  en el centro del área sensible del PSPMT simulando un rayo colimado incidiendo perpendicularmente sobre la superficie del cristal.

Parámetro	Valores
$\lambda_s$ [mm]	40 - 100 - 160 - 240 - 300 - 360 - 420
$\lambda_a$ [mm]	40 - 100 - 160 - 240 - 300 - 360 - 420
$C_R$ [%]	2,5 - 7,5 - 12,5 - 17,5 - 22,5 - 27,5

TABLA 6.1: Valores de  $\lambda_a$ ,  $\lambda_s$  y  $C_R$  para la primera colección de simulaciones MC llevada a cabo con el propósito de estimar los valores más realista de estos parámetros.

De las simulaciones llevadas a cabo variando los parámetros de la tabla 6.1 obtuvimos en cada caso las distribuciones estadísticas de las posiciones y la energía. De esta manera pudimos obtener las resoluciones espaciales ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$  y  $\Delta DOI$ ) y en energía ( $\Delta E$ ) para cada una de las simulaciones. Los valores obtenidos para las resoluciones de esta primera colección de simulaciones fueron comparados con valores de medidas de las resoluciones de nuestros cristales centelleadores (*LYSO2*, *LYSO3* y *LSO5*)<sup>2</sup> (Lerche *et al.*, [2]). Teniendo en cuenta los resultados de las

<sup>1</sup>La simulación con DETECT2000 no permite la implementación de eventos Compton. Por esta razón llevamos a cabo una corrección de los datos obtenidos de la simulación. Toda la información acerca de dicha corrección y de otros pormenores que no comentaremos a fondo en esta sección se encuentran en los artículos de Lerche *et al.*, [2] y Ros *et al.*, [1] que son las publicaciones derivadas del estudio de las caracterización de los cristales centelleadores.

<sup>2</sup>Las características de cada uno de estos cristales se encuentran en el Apéndice E

medidas y las simulaciones la combinación de valores de los parámetros que mejor ajustaban con las mismas para cada uno de los tres cristales que medimos son las siguientes, un coeficiente de reflexión de 0,225 para todos los casos,  $\lambda_a = 360 \text{ mm}$  y  $\lambda_s = 420 \text{ mm}$  para el *LSO5* y *LYSO3*,  $\lambda_a = 40 \text{ mm}$  y  $\lambda_s = 240 \text{ mm}$  para el *LYSO2*. Es decir, para cada uno de estos cristales, las resoluciones obtenidas con las simulaciones llevadas a cabo utilizando estas combinaciones de parámetros son las que mejor ajustan con las resoluciones medidas para dichos cristales. Estos valores de los parámetros que mejor ajustaron con los valores medidos fueron los parámetros utilizados para realizar la segunda simulación MC.

En esta segunda colección de simulaciones estudiamos la dependencia de la resolución de la energía, la resolución en posición y la resolución de la DOI con los parámetros  $\lambda_a$ ,  $\lambda_s$ ,  $C_R$  y  $\alpha$ . La simulación fue llevada a cabo para los valores de los parámetros que mejor ajustaban con las medidas llevadas a cabo con el *LSO5* (ó el *LYSO3*). Con esta combinación de parámetros mantuvimos tres de ellos fijos mientras variábamos el cuarto. Utilizando los siguientes valores como valores fijos en la simulación:  $\alpha = 90^\circ$ ,  $C_R = 0,225$ ,  $\lambda_a = 360 \text{ mm}$  y  $\lambda_s = 420 \text{ mm}$ , cada conjunto de simulaciones se realizó para todas las combinaciones posibles con tres de estos valores fijos y el cuarto variable (tabla 6.2).

Para el estudio de calidad del cristal y el estudio de la cubierta de la superficie del mismo la posición de los fotones de centelleo simulada fue en el centro del cristal. Con el fin de simular diferentes profundidades de interacción estas simulaciones fueron llevadas a cabo en dos posiciones a 0,1 mm de la superficie del cristal (límite superior (posición Ia) e inferior del cristal (posición Ib) de la figura 6.2). Las resoluciones de las diferentes configuraciones del detector simulado las obtendremos a través del ajuste de las distribuciones estadísticas a una Gaussiana.

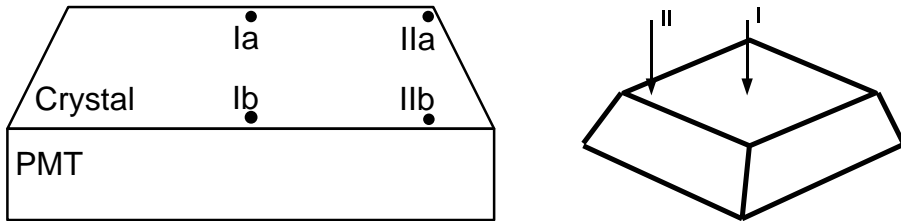


FIGURA 6.2: Posiciones en las que se generaron los fotones de centelleo en las simulaciones con DETECT2000. La figura muestra la proyección en 2D perpendicular a la superficie de la ventana de entrada del PSPMT pasando por el centro del cristal. Para los estudios de calidad del cristal y cubierta de la superficie del mismo se utilizaron las posiciones Ia y Ib. Para las simulaciones del estudio del ángulo de truncado se utilizaron las posiciones IIa y IIb.

Para el estudio del ángulo de truncado del cristal ( $\alpha$ ) las posiciones en las que simulamos las posiciones de centelleo se encuentran en la esquina superior e inferior del cristal (esquina superior (posición IIa) e inferior del cristal (posición IIb) de la figura 6.2), a una distancia  $(24 - 10/\tan \alpha)$  mm de ambos lados del cristal, de forma que atravesara todo el grosor del cristal (10 mm).

En total se llevaron a cabo 67 simulaciones (16 valores para  $\alpha$ , 17 diferentes valores de  $\lambda_a$  y  $\lambda_s$  y 17 valores de  $C_R$ ). Se simularon 2000 eventos de centelleo en cada una de las posiciones Ia y Ib para el estudio de los parámetros  $\lambda_a$ ,  $\lambda_s$  y  $C_R$ . Y otros 2000 eventos de centelleo en las posiciones IIa y IIb para el estudio del ángulo de truncado  $\alpha$ .

Parámetro	Intervalo	Paso	Parámetros fijados
$\lambda_s$ [mm]	[20- 500]	30 mm	$C_R = 0,225$ $\lambda_a = 360$ $\alpha = 90^\circ$
$\lambda_a$ [mm]	[20- 500]	30 mm	$C_R = 0,225$ $\lambda_s = 420$ $\alpha = 90^\circ$
$C_R$ [%]	[2,5- 42,5]	2,5 %	$\lambda_a = 360$ $\lambda_s = 420$ $\alpha = 90^\circ$
$\alpha$ [°]	[45°- 90°]	3°	$\lambda_a = 360$ $\lambda_s = 420$ $C_R = 0,225$

TABLA 6.2: Intervalo y tamaño del paso para las simulaciones MC para los parámetros variables del detector. Los valores de los parámetros que se mantuvieron fijos en cada conjunto de simulaciones se muestran en la cuarta columna.

La figura 6.3 muestra la variación de la resolución energética, de los centroides y de la DOI para diferentes valores de  $\lambda_a$  y  $\lambda_s$ . Podemos observar que la resolución en energía ( $\Delta E$ ) y centroides ( $\Delta Y$ ) permanece prácticamente constante en casi todo el rango de variación de los valores de los parámetros. Únicamente se observa un leve cambio en las resoluciones en las regiones en las que los valores para los recorridos libres medios son muy pequeños ( $\lambda_a, \lambda_s \leq 100$  mm). Cabe destacar que las resoluciones correspondientes a los eventos cercanos a la superficie inferior y superior (figura 6.2) son muy diferentes entre sí. El hecho de que los valores de las resoluciones varíen de forma considerable para los valores obtenidos en la posición Ia y Ib (figura 6.2) se debe a la estadística de Poisson que sigue la distribución de luz que detectamos. La resolución es proporcional a la anchura de la distribución obtenida, la cuál a su vez es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del número de fotones totales detectados (sección 3.2). De la misma forma que disminuyen las resoluciones en energía y posición cerca del fotodetector, aumentan dichas resoluciones lejos del mismo. Por otra parte, como podemos observar en la figura 6.3 las resoluciones en profundidad de interacción (DOI) se ven fuertemente afectadas por el cambio del valor del parámetro  $\lambda_a$ , empeorando cuando el valor de dicho parámetro aumenta. Valores bajos de  $\lambda_a$  equivaldrían a la anulación de algunos fotones de centelleo en el conteo final. Al disminuir la  $\lambda_a$  la  $\Delta DOI$  mejora ya que los eventos anulados son los correspondientes a los caminos más largos, es decir, los de la parte exterior del cono de luz que se produce en el centelleador, por lo que obtenemos una distribución con menos ruido. Además, al minimizar la contribución de los rayos de la parte exterior del cono de luz la superficie de la proyección de luz sobre la ventana de entrada del PSPMT será mayor en Ia que en Ib (figura 6.2).

La figura 6.4 muestra la variación de la resolución energética, en posición y en profundidad de interacción como función de los parámetros  $C_R$  (coeficiente de reflexión) y  $\alpha$  (ángulo de truncado). Podemos observar que para la mayoría de los casos estos parámetros característicos del diseño y tratamiento superficial del cristal afectan fuertemente a las resoluciones anteriormente mencionadas. En el caso del coeficiente de reflexión, encontrar el valor óptimo del mismo no

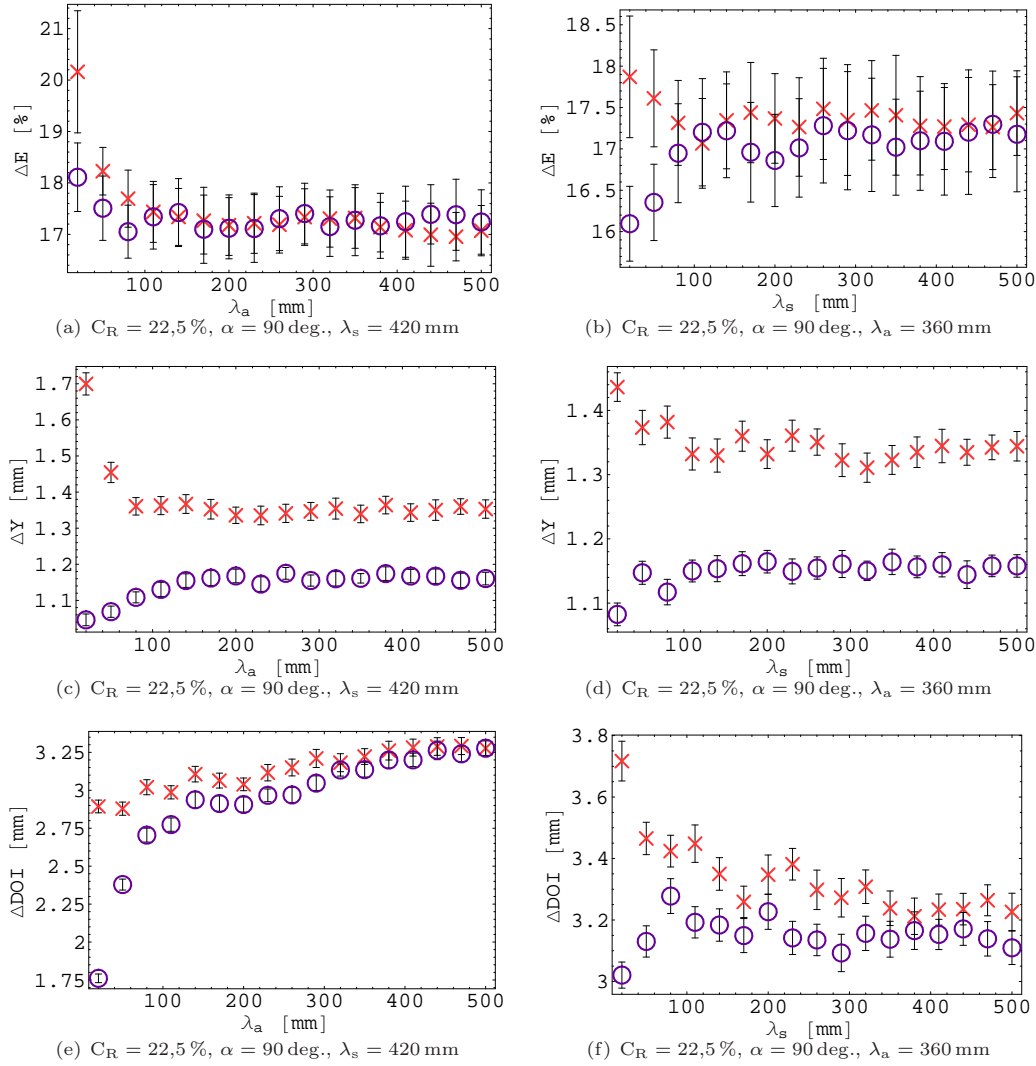


FIGURA 6.3: Simulación de la dependencia de la resolución en energía  $\Delta E$ , la resolución en posiciones  $\Delta Y$  y la resolución en profundidad de interacción  $\Delta DOI$  con el recorrido libre medio de absorción  $\lambda_a$  (columna izda) y el recorrido libre medio de dispersión  $\lambda_s$  (columna drcha). En el caso de la resolución en posiciones ( $\Delta Y$ ) se muestran únicamente los valores obtenidos para uno de los ejes ya que debido a la similitud en los resultados no es necesario mostrar ambos ejes. Los errores de las gráficas corresponden a la desviación estándar de las distribuciones obtenidas. Los círculos violeta corresponden a la fotoconversión cerca de la superficie inferior del cristal centelleador (posición Ib en fig. 6.2) y las cruces rojas corresponden a la fotoconversión cerca de la superficie superior del cristal centelleador (posición Ia). Para cada diagrama, los valores de los parámetros fijos se encuentran bajo la figura correspondiente.

es trivial ya que para valores grandes de  $C_R$  tenemos una mejor resolución en energía pero por otra parte la resolución en DOI empeora. La elección de este parámetro depende de la aplicación que se le quiera dar al detector en cuestión. En el caso de la variación de las resoluciones espacial y energética en dependencia con el coeficiente de reflexión era de esperar y es un dato estudiado y observado con anterioridad en nuestro grupo (Gimenez *et al.*, [70], Sánchez *et al.*, [71]). Como observamos en la figura 6.4 la variación del ángulo de truncado afecta visiblemente a las resoluciones en energía, posición y profundidad de interacción en los eventos que se producen en la esquina del cristal. Todas las resoluciones empeoran con el aumento del ángulo de truncado y empeoran mucho más rápidamente para valores del ángulo  $\alpha \geq 75^\circ$ . El valor del ángulo de

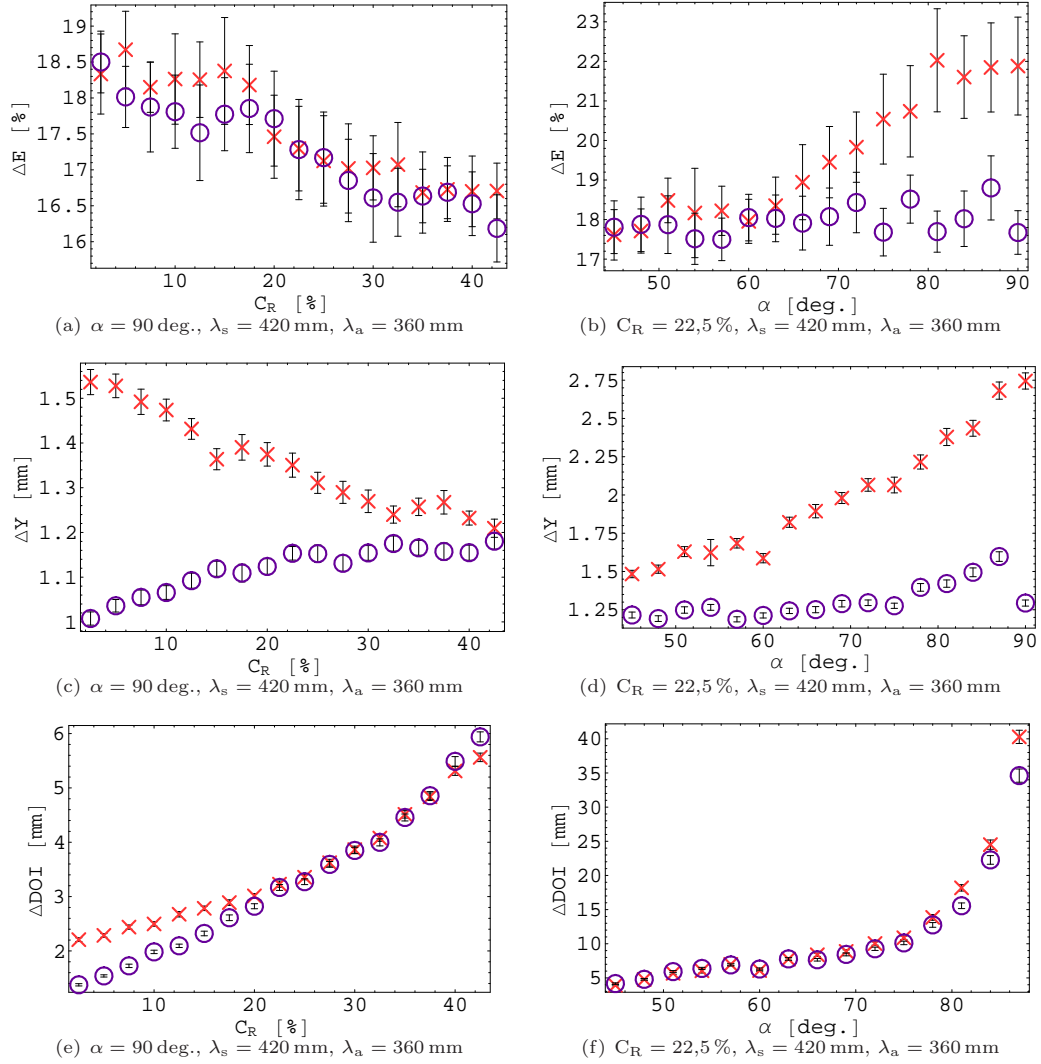


FIGURA 6.4: Simulación de la dependencia de la resolución en energía  $\Delta E$ , la resolución en posiciones  $\Delta Y$  y la resolución en profundidad de interacción  $\Delta DOI$  con el coeficiente de reflexión  $C_R$  (columna izda) y el ángulo de truncado  $\alpha$  (columna drcha). En el caso de la resolución en posiciones ( $\Delta Y$ ) se muestran únicamente los valores obtenidos para uno de los ejes ya que debido a la similitud en los resultados no es necesario mostrar ambos ejes. Los errores de las gráficas corresponden a la desviación estándar de las distribuciones obtenidas. Los círculos violeta corresponden a la fotoconversión cerca de la superficie inferior del cristal centelleador (posición Ib en fig. 6.2 para las simulaciones de  $C_R$  y la posición Iib que se muestra en la fig. 6.2 para las simulaciones de  $\alpha$ ) y las cruces rojas corresponden a la fotoconversión cerca de la superficie superior del cristal centelleador (posición Ia para las simulaciones de  $C_R$  y la posición Iia para las simulaciones de  $\alpha$ ). Para cada diagrama, los valores de los parámetros fijos se encuentran bajo la figura correspondiente.

truncamiento depende también de otros requisitos como por ejemplo, la geometría del escáner y la región sensible necesaria para llevar a cabo las medidas y además tiene gran influencia en la eficiencia de detección del sistema.

Podemos concluir que la mejor combinación de parámetros en vista de los resultados obtenidos sería un cristal centelleador truncado entre  $55$  y  $70^\circ$  con una superficie cobertora negra (absorbente). Con los resultados obtenidos para los recorridos libres medios podemos concluir

que valores altos de  $\lambda_a$  ( $\lambda_a \geq 100 \text{ mm}$ ) empeoran las resoluciones (en especial la resolución en profundidad de interacción).

## 6.2. Medidas Raman

Para realizar las medidas Raman utilizamos una fuente de luz monocromática (láser de Argón) con una longitud de onda  $\lambda = 488 \text{ nm}$ , con un objetivo amplificador  $100\times$  y rejilla de difracción de  $1800 \text{ g/mm}$ . Para la detección utilizamos una cámara CCD de Silicio (ver figura 6.5). Las medidas fueron llevadas a cabo en retrodispersión. La configuración de la polarización con la que se llevaron a cabo las medidas es, según la notación Porto,  $Z(X, -)\bar{Z}$ . La notación Porto consiste en un código de cuatro letras que expresan, la dirección de propagación de la radiación incidente, la polarización de la radiación incidente, la polarización de la radiación analizada y la dirección de propagación de la radiación analizada (Lewis & Edward [30]).

De los espectros Raman podemos sacar diferente información a través de las características de los picos Raman:

- *Frecuencias Raman características*  $\leftrightarrow$  Composición del material (ver figura 6.6(a))
  - Los espectros contienen información de la composición del material, con los espectros podemos identificar los enlaces debidos a los diferentes compuestos teniendo en cuenta la frecuencia del fonón. Para poder determinar a que compuesto pertenece cada pico hay que conocer mediante datos bibliográficos o un estudio detallado de dicho compuesto el valor de la frecuencia en la que está centrado el pico.
- *Anchura del pico Raman*  $\leftrightarrow$  Calidad del cristal (ver figura 6.6(b))
  - La anchura del pico Raman está relacionada con la calidad del cristal. Cuanto más ancho es el pico peor calidad cristalina tiene el material (en nuestro caso, menos monocristalino es el centelleador). En algunos casos, los picos anchos son la superposición de dos o más picos. En ese caso hay que realizar un estudio más detallado de estos picos.
- *Polarización del pico Raman*  $\leftrightarrow$  Simetría del cristal y orientación (ver figura 6.6(c))
  - En nuestro caso como hemos realizado las medidas con los cristales centelleadores proporcionados por los proveedores (los mismos que utilizamos en nuestro PET) desconocemos la orientación de la red cristalina del cristal con respecto a los cortes realizados para formar los bloques. Por esta razón sólo podremos sacar información cualitativa acerca de la orientación de los mismos.
- *Intensidad del pico Raman*  $\leftrightarrow$  La altura de los picos determina la cantidad de material (ver figura 6.6(d))
  - A más amplitud del pico más material. En nuestro caso, debido al desconocimiento de la simetría de la red cristalina con respecto al haz de luz con el que realizamos la medida, solo se puede extraer información de la altura relativa entre picos para cada uno de los espectros.

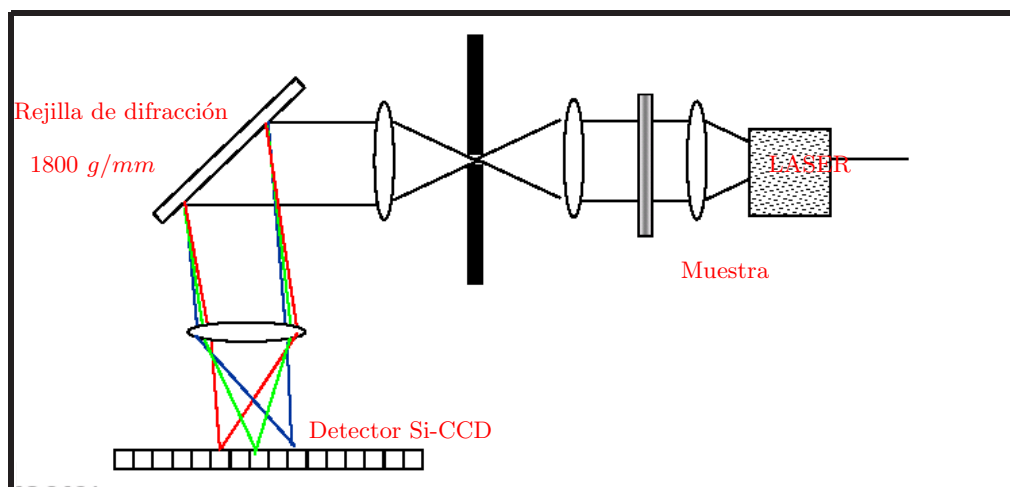


FIGURA 6.5: Esquema de un espectrómetro Raman

Para los cristales *LSO* hemos hecho medidas de espectros Raman en dos puntos diferentes para el *LSO1*, *LSO5* y *LSO9* mientras que para el *LSO10*<sup>3</sup> en un solo punto girando el cristal en el plano perpendicular a la dirección del láser para tres ángulos  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$ . Hacer las medidas Raman con el cristal girado nos puede dar una idea de la orientación del cristal que estamos midiendo, la polarización e incidencia del láser con respecto a la red cristalina. Sin embargo, estamos sujetos a restricciones y no podemos medir en todas las direcciones ya que los cristales centelleadores utilizados para las medidas Raman son los mismos que utilizaremos en las medidas de tomografía de rayos- $\gamma$  y algunas de sus superficies están cubiertas (pintura o epoxy). Para los cristales *LYSO* también hemos llevado a cabo medidas Raman en dos puntos para los cristales *LYSO1*, *LYSO2*, *LYSO3* y *LYSO6*<sup>4</sup> y para tres ángulos diferentes en el plano perpendicular a la dirección del láser para el *LYSO2* y el *LYSO6*. Las medidas de cristales girados se han llevado a cabo únicamente para una muestra de cristal de cada uno de los dos proveedores.

En la figura 6.11 (*LSO10*) observamos que los picos Raman en la región de alrededor de los  $900\text{cm}^{-1}$  son los que sufren más cambios con la orientación del cristal. Este comportamiento también los podemos observar en las figuras 6.14 y 6.17 para los cristales *LYSO2* y *LYSO6* respectivamente. Como lo que queremos es comparar las características de unos cristales con respecto a otros, ya que no podemos sacar valores cuantitativos de estas medidas, utilizaremos la diferencia relativa en altura entre los picos Raman de la región de los  $900\text{cm}^{-1}$  para seleccionar los espectros que analizaremos en profundidad. Los espectros seleccionados son los que tienen una diferencia relativa en altura entre picos tal que para *LSO* y *LYSO* los diferentes cristales sean comparables (tabla 6.3) teniendo en cuenta las limitaciones que hemos tenido a la hora de realizar las medidas Raman.

<sup>3</sup>Las características de cada uno de los cristales LSO empleados en las medidas están detallados en el Apéndice E, tabla E.1.

<sup>4</sup>Las características de cada uno de los cristales LYSO empleados en las medidas están detallados en el Apéndice E, tabla E.2.

	LSO1	LSO5	LSO9	LSO10	LYSO1	LYSO2	LYSO3	LYSO6
Espectro seleccionado	Pto. 1	Pto. 2	Pto. 2	45°	Pto. 2	0°	Pto. 1	Pto.2
$\Delta$ Altura	35 %	23 %	8 %	14 %	19 %	20 %	30 %	22 %

TABLA 6.3: Diferencia relativa entre la altura de los picos raman de la región de los  $900\text{cm}^{-1}$  para los cristales *LSO* y *LYSO* analizados en profundidad. En la tabla sólo se muestran los valores de  $\Delta$ Altura del espectro seleccionado para cada cristal. Los espectros que hemos seleccionado están marcados en las figuras y las tablas de los correspondientes espectros.

Para el caso de los cristales *LSO* y *LYSO* los que hemos seleccionado como espectros a estudiar en profundidad están marcados en las figuras y las tablas de los correspondientes espectros (en rojo y subrayado). Hemos seleccionado éstos por su similitud en la diferencia de altura entre picos (tabla 6.3) ya que esto garantiza una mayor similitud en la dirección de la estructura cristalina con respecto al láser en cada una de las medidas de los cristales.

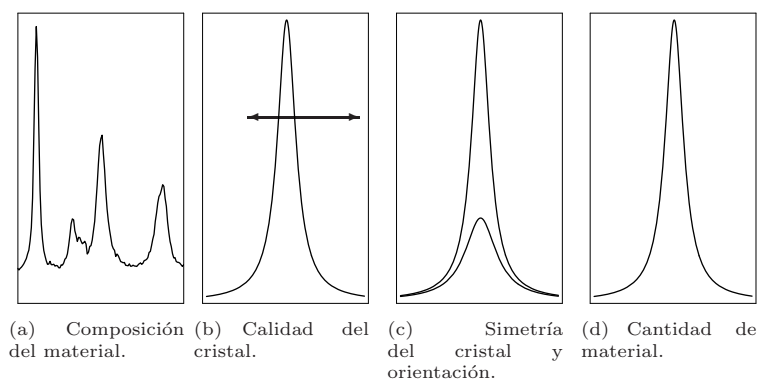


FIGURA 6.6: Información que se obtiene con la espectroscopia Raman.

El objetivo de este estudio es determinar la “calidad” del cristal centelleador. Como se desprende en la literatura los cristales *LSO* poseen una estructura cristalina más sólida y homogénea que los *LYSO*, esto es debido a que el Ytrio añadido rompe la simetría del *LSO* (Lecoq *et al.* [72]). Además, ambos cristales (*LSO* y *LYSO*) están dopados con cerio y como ya hemos comentado en la celda unidad el cerio puede ocupar dos lugares diferentes (sección 3.3.3). En el caso del *LYSO* el  $\text{Ce}^{3+}$  puede sustituir al ytrio o al lutecio (Ricci *et al.* [73]). Para cierta concentración de  $\text{Ce}^{3+}$  podemos obtener una estructura cristalina para el *LYSO* más similar a la del *LSO*, en estos casos consideramos que este cristal *LYSO* tienen una mejor “calidad”. En este caso el pico  $\text{Ce}^{3+}$  del cerio <sup>5</sup> se encuentra en  $\lambda = 268\text{cm}^{-1}$  [73]. En la figura 6.7 podemos observar el pico Raman del cerio para tres cristales *LYSO* con diferente cantidad de cerio (0 ppm, 350 ppm y 750 ppm, Ricci *et al.* [73]). En la figura 6.7 consideramos que la banda centrada en  $268\text{cm}^{-1}$  corresponde a vibraciones en la estructura *LSO* asignadas a las vibraciones del Lutecio y el pico en  $264,5\text{cm}^{-1}$  se pueden considerar como la contribución de los iones de Ytrio al espectro Raman del *LSO*. Considerando la muestra como un cristal *LSO* puro y la incorporación de Ytrio como

<sup>5</sup>En nuestro caso la definición del concepto “pico del cerio” la hacemos basándonos en las conclusiones extraídas en el estudio de Ricci *et al.* [73]. En dicho estudio queda comprobado que la banda centrada en  $268\text{cm}^{-1}$  es la banda asignada a las vibraciones del Lutecio en el *LSO*. En estos cristales (*LSO*) el cerio incorporado a la mezcla se posiciona en el lugar del Lu. Teniendo en cuenta el hecho de que dicho estudio muestra que el *LYSO* tiene una estructura “menos cristalina” que el *LSO* (ya que el Ytrio actuaría como una impureza) y que al incorporar cerio al *LYSO* este toma como lugar preferente el Ytrio quedan asentadas las bases a partir de las cuales hablaremos en este trabajo de “calidad” del cristal y a que nos referiremos cuando hablemos del “pico del cerio”.



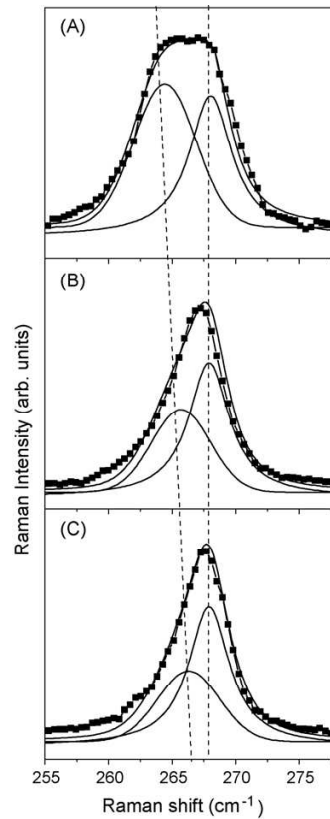


FIGURA 6.7: Pico Raman del  $Ce^{3+}$  para tres cristales *LYSO* con diferente concentración de cerio. La figura (A) corresponde a una muestra *LYSO* no dopada, la (B) a una cuya concentración de cerio es 350 ppm y la (C) a una con concentración de cerio de 750 ppm. Ricci et al. [73]

una “perturbación” de la estructura del cristal, el corrimiento del segundo pico hacia el pico del *LSO* puro da una estimación del efecto del Ytrio y el Cerio (Ricci *et al.* [73]).

La figura 6.7 muestra el ajuste del pico Raman para el Cerio. En este caso el ajuste del pico se lleva a cabo utilizando una distribución Gaussiana para la vibración asignada al Ytrio y una distribución Lorentziana para la vibración asignada al Lutecio. Los valores obtenidos por Ricci *et al.* para el ajuste Lorentziano son  $268\text{ cm}^{-1}$  y una anchura (FWHM) de  $3\text{ cm}^{-1}$  y para el ajuste Gaussiano  $264,5\text{ cm}^{-1}$  y una anchura de  $6\text{ cm}^{-1}$ . En esta sección haremos un estudio detallado del pico Raman alrededor de  $268\text{ cm}^{-1}$  para los espectros del *LYSO* que hemos seleccionado entre los de las medidas Raman llevadas a cabo con nuestras muestras de cristales centelleadores.

Las figuras 6.8 (*LSO1*), 6.9 (*LSO5*) y la 6.10 (*LSO9*) muestran los resultados de la espectroscopia Raman en dos puntos para tres cristales *LSO* del mismo proveedor (proveedor 1). Podemos observar en los espectros que los resultados para ambos puntos (Punto 1 y Punto 2) en los tres casos son similares. Estos resultados sugieren buena homogeneidad para los cristales *LSO*.

La figura 6.11 (*LSO10*) muestra el resultado de la espectroscopia Raman para otro cristal *LSO* en un mismo punto girando el cristal para tres ángulos diferentes. Este cristal es del mismo proveedor que los anteriores. En este caso la intensidad de los picos Raman varía notablemente para la medida de  $0^\circ$  y  $90^\circ$ . Este hecho demuestra la dependencia de la intensidad de los picos con

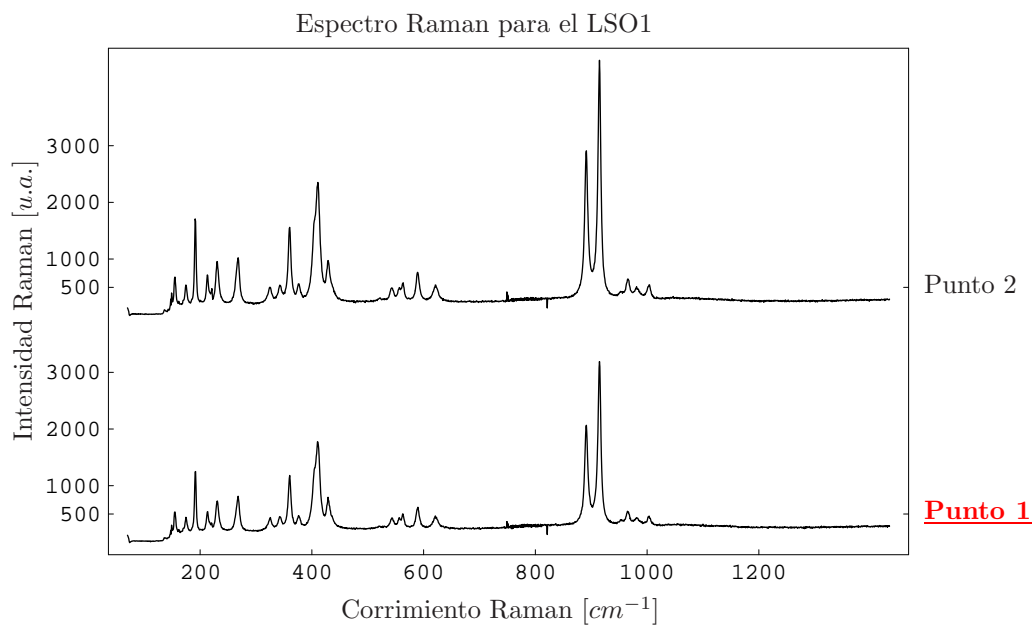


FIGURA 6.8: Espectro Raman LSO1 para dos puntos diferentes del cristal

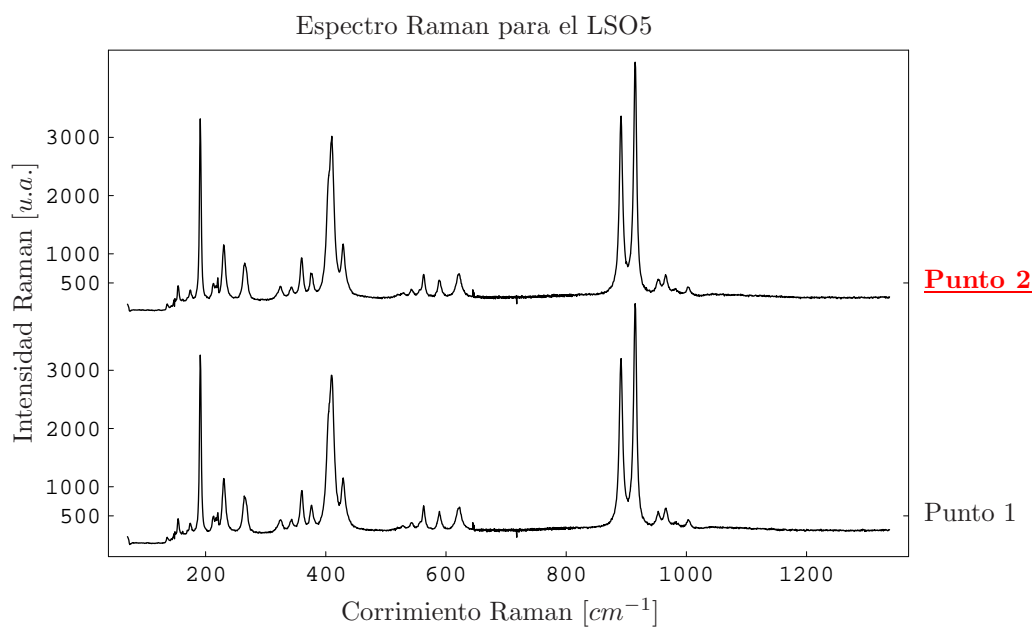


FIGURA 6.9: Espectro Raman LSO5 para dos puntos diferentes del cristal

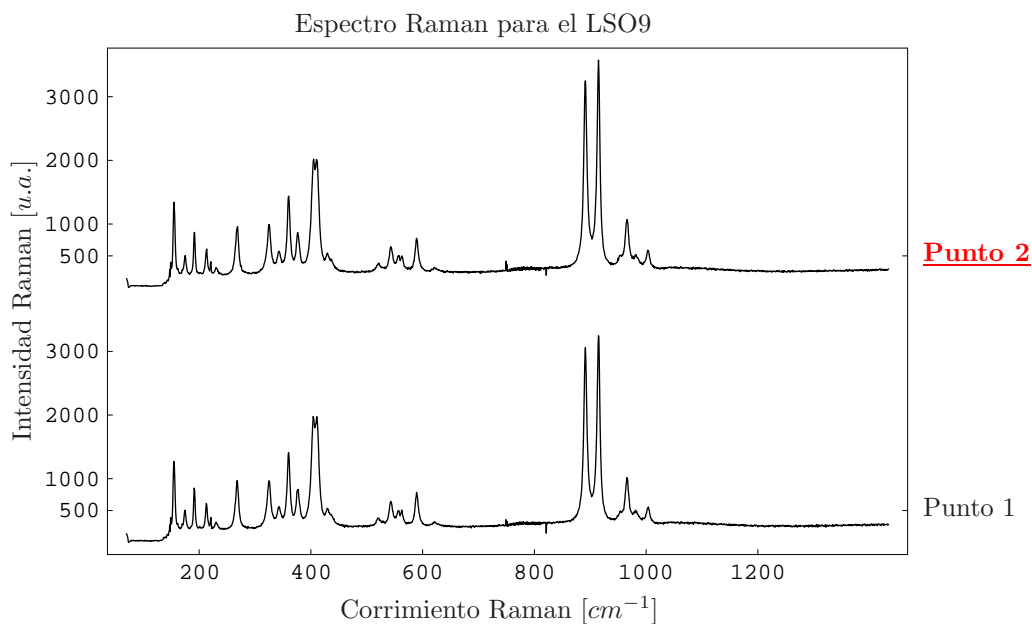


FIGURA 6.10: Espectro Raman LSO9 para dos puntos diferentes del cristal

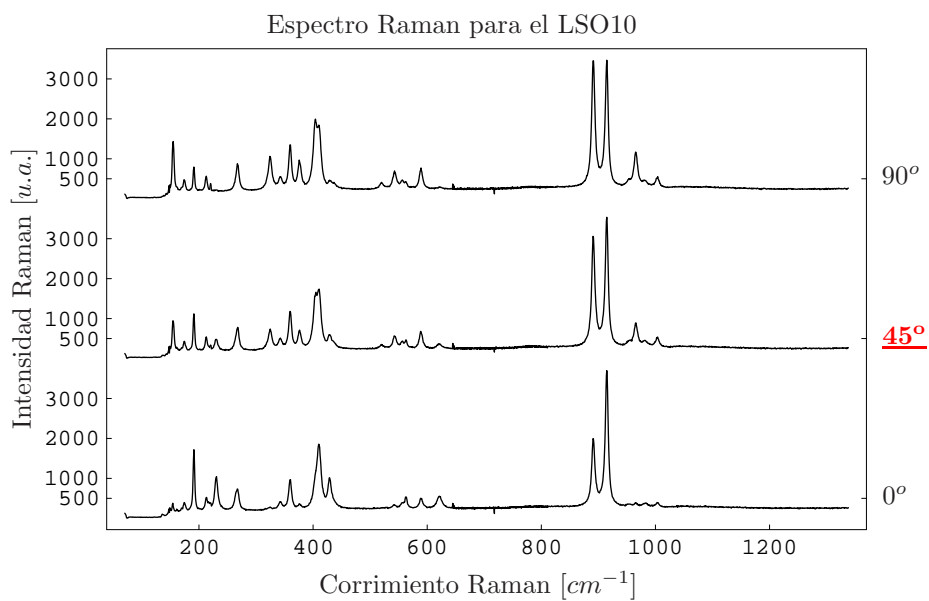


FIGURA 6.11: Espectro Raman LSO10 para un punto del cristal y tres ángulos diferentes de giro ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$ )

la orientación del cristal, y pone de manifiesto la necesidad de medir con diferentes orientaciones y escoger los espectros que más se parezcan después de normalizar con respecto a un pico.

Las figuras 6.12 (*LYSO1*) y 6.13 (*LYSO2*) muestran el resultado de la espectroscopía Raman para dos cristales *LYSO* del mismo proveedor (proveedor 2) en dos puntos diferentes y la figura 6.14 (*LYSO2*) muestra el espectro resultante para uno de estos cristales en un punto con el

cristal girado para tres ángulos diferentes. En la figura 6.14 vemos que en general los picos se ven afectados por el cambio de ángulo.

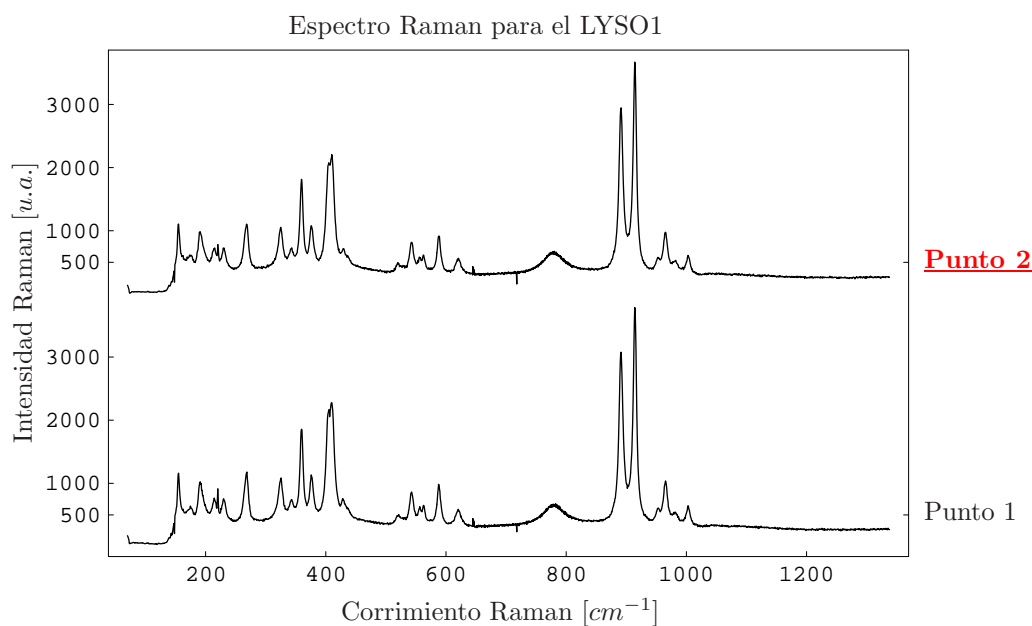


FIGURA 6.12: Espectro Raman LYSO1 para dos puntos diferentes del cristal

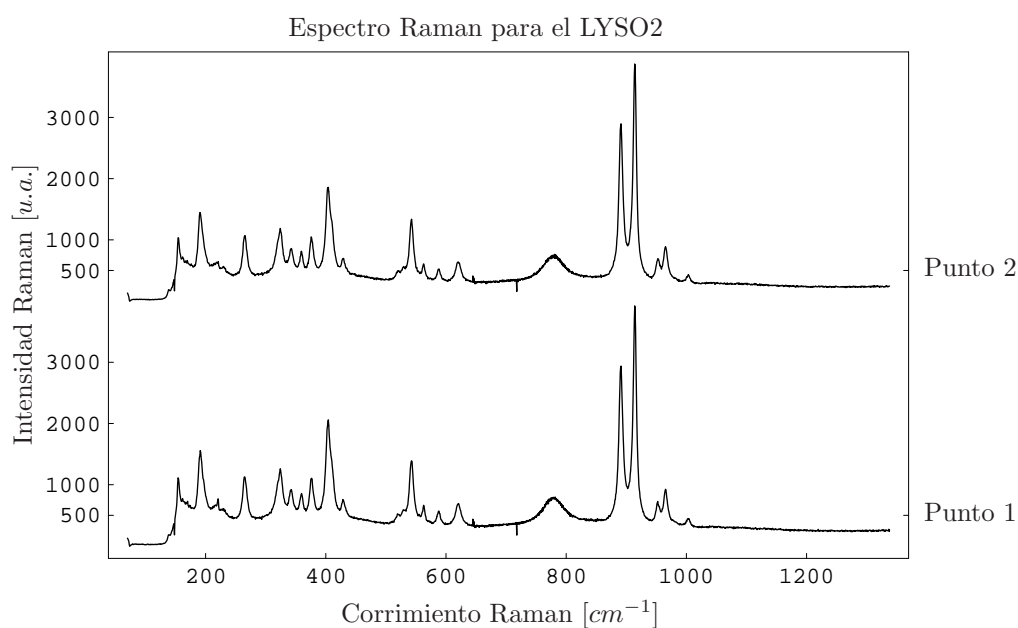


FIGURA 6.13: Espectro Raman LYSO2 para dos puntos diferentes del cristal

En el caso del estudio de los cristales *LYSO* proporcionados por el proveedor 3 podemos observar los espectros medidos para los cristales *LYSO3* y *LYSO6*. Las figuras 6.16 y 6.17 muestran los resultados de las medidas para el *LYSO6*. La figura 6.15 pertenece a los resultados obtenidos con el *LYSO3*. Las figuras 6.15 (*LYSO3*) y 6.16 (*LYSO6*) muestran el resultado de la espectroscopia

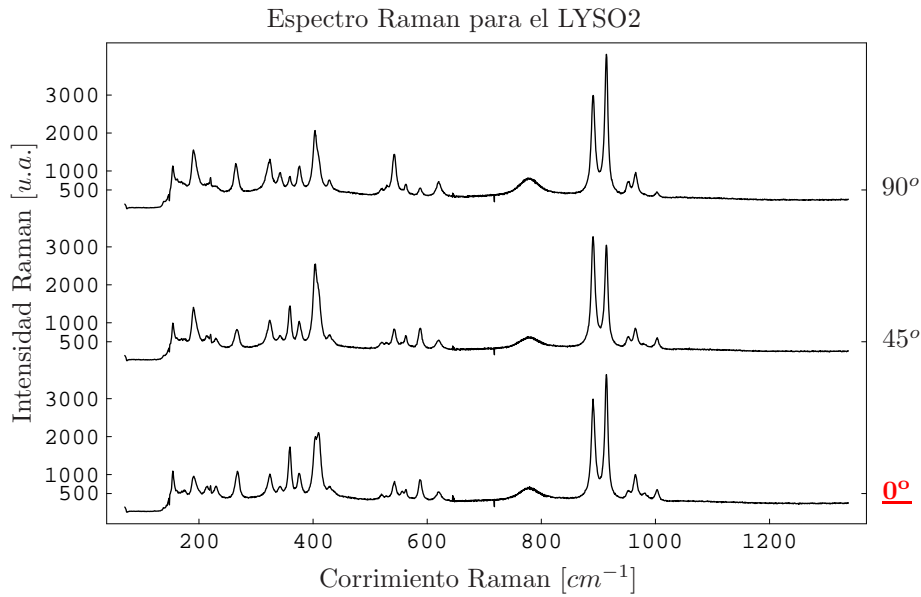


FIGURA 6.14: Espectro Raman LYSO2 para un punto del cristal y tres ángulos diferentes de giro ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$ )

Raman en dos puntos diferentes del cristal mientras que la figura 6.17 (*LYSO6*) muestra el espectro resultante para uno de estos cristales en un punto con el cristal girado para tres ángulos diferentes. En la figura 6.17 vemos que el espectro varía para cada uno de los ángulos, siendo muy notable la variación en los picos de la región de los  $900\text{ cm}^{-1}$ . Como dato destacable cabe reseñar el hecho de que para estos cristales (*LYSO3* y *LYSO6*) en esta región el pico de la izquierda es siempre menor que el de la derecha y además en la región de los  $400\text{ cm}^{-1}$  somos capaces de observar dos picos en todos los casos.

En la tabla 6.4 podemos observar los valores de los máximos de los picos Raman del  $Ce^{3+}$  y sus correspondientes FWHM para todos los cristales *LSO* de los cuales hemos medido el espectro Raman. En esta tabla observamos que el pico para el caso del *LSO9* es el más centrado en la contribución del pico que se asigna al Cerio ( $268\text{ cm}^{-1}$  [73]). Según la publicación de Zheng *et al* [74] el valor para dicho pico en el caso del *LSO* sin dopar estaría alrededor de los  $266\text{ cm}^{-1}$ . Por esta razón deducimos que para el caso del *LSO*, al dopar el cristal con  $Ce^{3+}$  el pico Raman se desplaza hacia valores superiores de longitud de onda. Si tomamos esta premisa como cierta, llegamos a la conclusión que para los cristales *LSO* analizados la cantidad de cerio va en aumento en la siguiente lista: *LSO5*, *LSO1*, *LSO10* y *LSO9*.

En la tabla 6.5 podemos observar los resultados de los ajustes de los picos Raman del  $Ce^{+3}$  para los cristales *LYSO* que hemos medido. Los ajustes los hemos llevado a cabo utilizando una función mixta Gauss-Lorentz de la misma forma que fueron llevados a cabo por Ricci *et al* [73]. En la tabla podemos observar los valores el centroide del pico así como su anchura para cada una de las contribuciones. La figura 6.18 muestra el resultado de los ajustes del pico Raman del  $Ce^{+3}$  para los casos seleccionados para cada uno de los cristales *LYSO*.

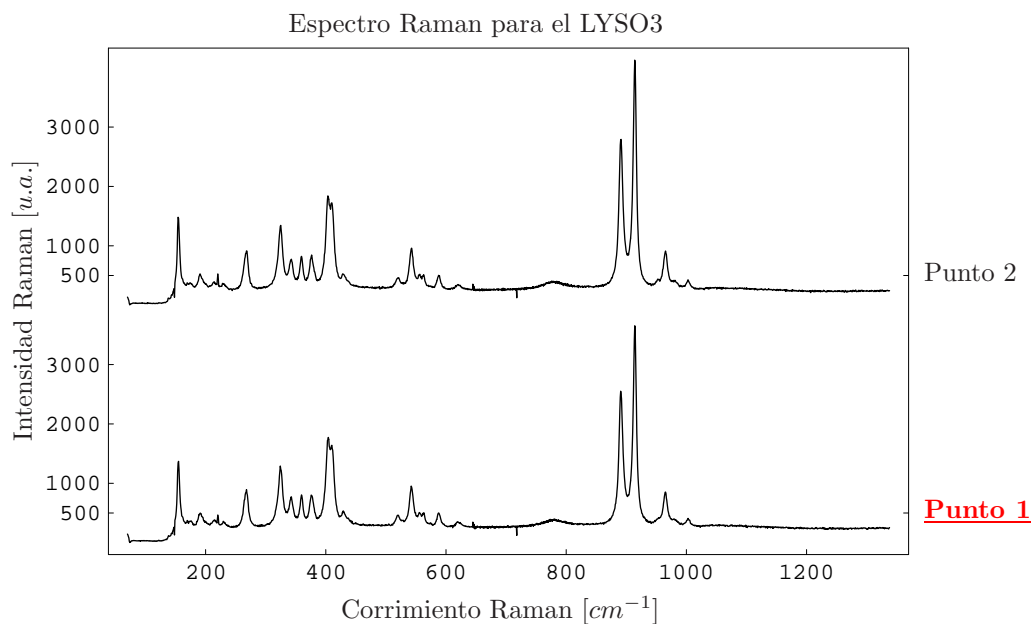


FIGURA 6.15: Espectro Raman LYSO3 para dos puntos diferentes del cristal

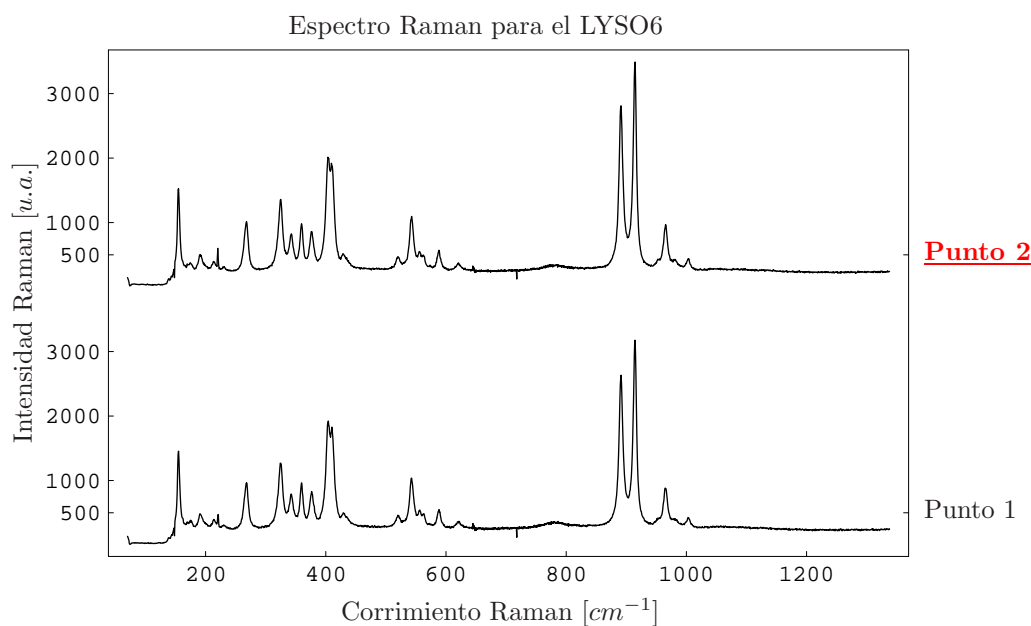


FIGURA 6.16: Espectro Raman LYSO6 para dos puntos diferentes del cristal

Para más claridad en la tabla 6.6 podemos ver los resultados de los ajustes de los picos Raman del  $Ce^{+3}$  para el caso de un ajuste exclusivamente Lorentziano. Vemos que los valores para el pico del  $Ce^{3+}$  en los espectros seleccionados son muy similares al ajustarlos únicamente a una lorentziana, las diferencias se aprecian fundamentalmente en la altura de los picos.

Por otra parte, hemos observado que en los espectros del *LYSO* aparece un pico en la región de los  $780\text{ cm}^{-1}$  que no se aprecia en ninguno de los espectros Raman para el *LSO*. Este pico tampoco

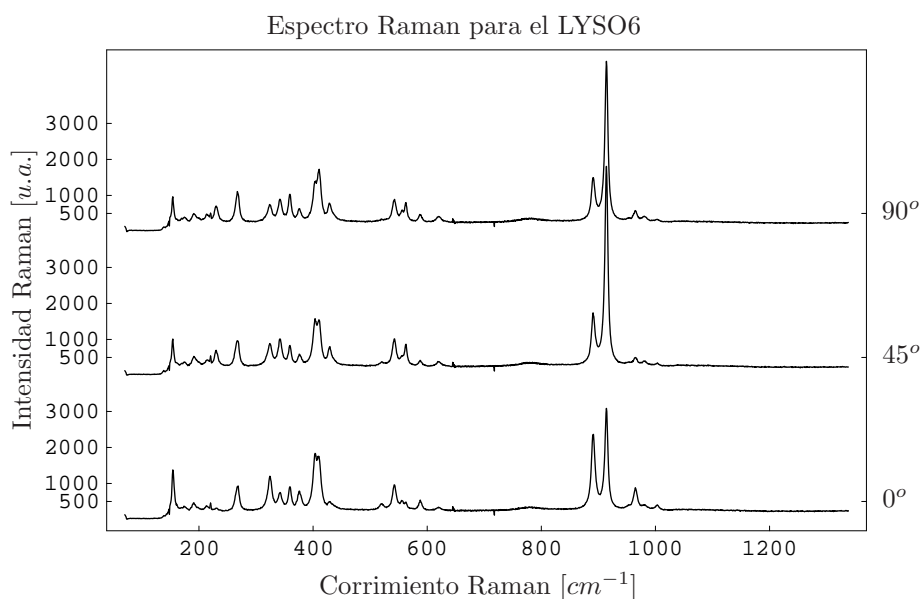


FIGURA 6.17: Espectro Raman LYSO6 para un punto del cristal y tres ángulos diferentes de giro ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$ )

aparece en ninguna de las pocas publicaciones de espectros Raman para el *LYSO*. Teniendo en cuenta que las medidas de Chiriu *et al.* [36] fueron llevadas cabo de la misma manera que las nuestras, y que en su publicación tampoco aparece el pico en  $780\text{ cm}^{-1}$ , consideramos que la aparición de este pico podría ser debida a una mayor concentración de Ytrio en nuestros cristales. En la tabla 6.7 vemos que los cristales *LYSO1* y *LYSO2* contiene más Ytrio que el *LYSO3* y el *LYSO6*. Las conclusiones acerca de la cantidad de Ytrio en las muestras concuerdan con las de los ajustes del pico de  $268\text{ cm}^{-1}$  (ver tabla 6.5). Por otra parte, sacar conclusiones de la cantidad de cerio de las muestras es demasiado aventurado ya que como podemos observar si comparamos los resultados obtenidos para la anchura de los picos de Ricci *et al* [73] ( $268\text{ cm}^{-1} \rightarrow \text{FWHM } 3\text{ cm}^{-1}$  y  $264,5\text{ cm}^{-1} \rightarrow \text{FWHM } 6\text{ cm}^{-1}$ ) con los obtenidos en nuestros ajustes (tabla 6.5) vemos que la anchura de nuestros picos es mucho mayor. Una anchura mayor en los picos implica una menor calidad del cristal, por esta razón sería necesario tener más datos acerca de la concentración de Ytrio y Cerio en los cristales para poder concluir algo al respecto.

Cristal	Centro del Pico	Anchura del Pico	Altura del Pico	$\chi^2/\nu$	Q	Medida
LSO1	$267,38 \pm 0,06$	$7,0 \pm 0,2$	$622 \pm 15$	16,7	1	✓ <u>Punto 1</u>
	$267,25 \pm 0,07$	$7,0 \pm 0,2$	$843 \pm 22$	23,6	1	Punto 2
LSO5	$265,53 \pm 0,08$	$7,9 \pm 0,3$	$690 \pm 18$	21,2	1	Punto 1
	$265,57 \pm 0,07$	$8,0 \pm 0,2$	$695 \pm 16$	16,1	1	✓ <u>Punto 2</u>
LSO9	$267,85 \pm 0,05$	$6,5 \pm 0,2$	$773 \pm 18$	13,4	0,99	Punto 1
	$267,90 \pm 0,06$	$6,5 \pm 0,2$	$781 \pm 20$	16,5	1	✓ <u>Punto 2</u>
LSO10	$266,56 \pm 0,08$	$7,7 \pm 0,3$	$564 \pm 15$	17,0	1	0°
	$267,27 \pm 0,07$	$6,9 \pm 0,2$	$591 \pm 16$	17,3	1	✓ <u>45°</u>
	$267,52 \pm 0,05$	$6,4 \pm 0,2$	$681 \pm 15$	10,3	0,96	90°

TABLA 6.4: Valores máximos ( $cm^{-1}$ ) de los picos Raman del  $Ce^{3+}$  y sus FWHM para los cristales LSO.  $\chi^2/\nu$  y Q muestran la calidad del ajuste (ver sección 7.2.4). Subrayado y en rojo aparecen las medidas seleccionadas (tabla 6.3) cuyos espectros se han analizado en profundidad.

Cristal	Centro Pico Gauss	Centro Pico Lorentz	Anchura Gauss	Anchura Lorentz	$\chi^2/\nu$	Q	Medida
LYSO1	$268,0 \pm 0,2$	$267,68 \pm 0,08$	$17,2 \pm 0,8$	$11 \pm 1$	4,5	0,3	Punto 1
	$266,2 \pm 0,5$	$268,6 \pm 0,2$	$9,0 \pm 0,6$	$7,4 \pm 0,3$	2,5	0,1	✓ <u>Punto 2</u>
LYSO2	$265,8 \pm 0,2$	$264,8 \pm 0,1$	$9,7 \pm 0,3$	$6,3 \pm 0,7$	1,5	0,02	Punto 1
	$264,9 \pm 0,5$	$265,9 \pm 0,3$	$7,2 \pm 0,3$	$10 \pm 3$	2,9	0,1	Punto 2
	$265,9 \pm 0,4$	$268,2 \pm 0,2$	$9,0 \pm 0,5$	$7,0 \pm 0,3$	2,1	0,1	✓ <u>0°</u>
	$265,6 \pm 0,4$	$267,7 \pm 0,4$	$9,4 \pm 0,5$	$7,8 \pm 0,7$	2,5	0,1	45°
	$265,5 \pm 0,3$	$264,5 \pm 0,3$	$9,2 \pm 0,5$	$7,3 \pm 0,7$	2,6	0,1	90°
LYSO3	$265,5 \pm 0,7$	$268,3 \pm 0,2$	$8,1 \pm 0,7$	$7,7 \pm 0,5$	4,0	0,2	✓ <u>Punto 1</u>
	$265,1 \pm 0,5$	$268,5 \pm 0,1$	$8,5 \pm 0,6$	$6,9 \pm 0,3$	3,5	0,2	Punto 2
LYSO6	$265,4 \pm 0,8$	$268,3 \pm 0,2$	$7,9 \pm 0,9$	$7,2 \pm 0,4$	4,8	0,3	Punto 1
	$265,6 \pm 0,5$	$268,3 \pm 0,1$	$8,6 \pm 0,6$	$7,1 \pm 0,2$	3,0	0,1	✓ <u>Punto 2</u>
	$265,0 \pm 0,8$	$268,2 \pm 0,2$	$7,5 \pm 0,9$	$6,9 \pm 0,4$	5,5	0,4	0°
	$266,0 \pm 0,4$	$267,8 \pm 0,2$	$9,5 \pm 0,5$	$6,6 \pm 0,6$	5,2	0,4	45°
	$265,9 \pm 0,5$	$268,0 \pm 0,1$	$9,4 \pm 0,7$	$6,4 \pm 0,3$	4,5	0,3	90°

TABLA 6.5: Posiciones ( $cm^{-1}$ ) de los picos Raman del  $Ce^{3+}$  y sus FWHM para los cristales LYSO (2 PICOS).  $\chi^2/\nu$  y Q muestran la calidad del ajuste (ver sección 7.2.4). Subrayado y en rojo aparecen las medidas seleccionadas (tabla 6.3) cuyos espectros se han analizado en profundidad.



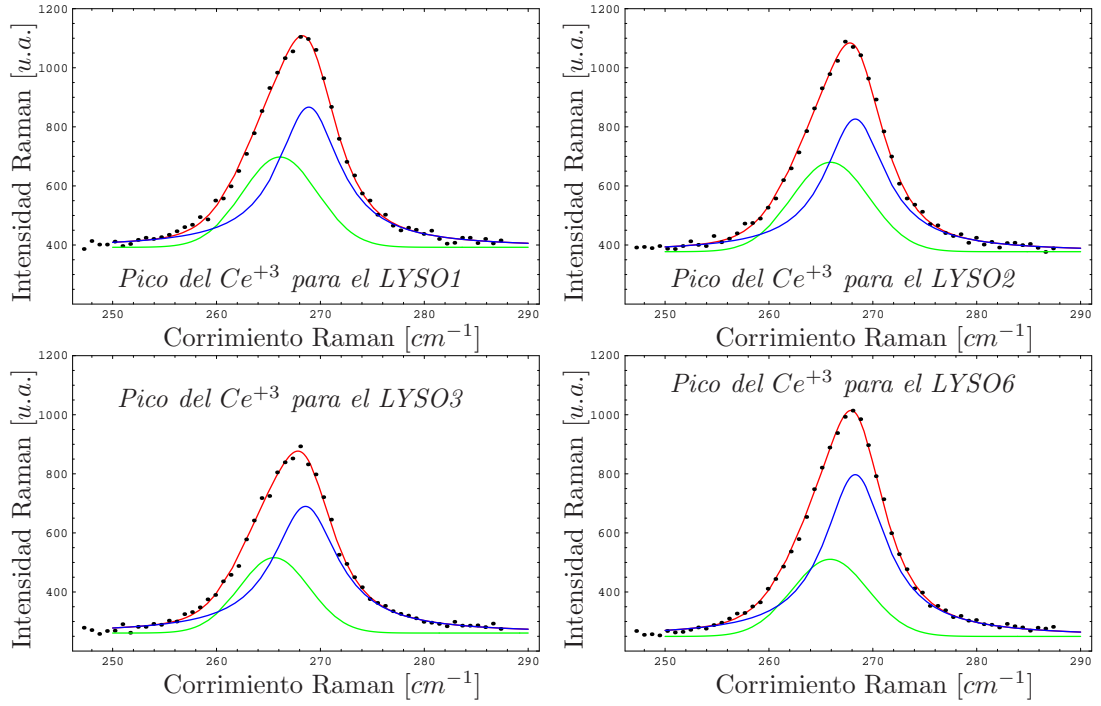


FIGURA 6.18: Resultado del ajuste de los picos Raman del  $Ce^{3+}$  seleccionados para cada uno de los cuatro cristales *LYSO*. El pico que se encuentra alrededor de los  $265\text{ cm}^{-1}$  corresponde al ajuste Gaussiano y el pico que se encuentra alrededor de los  $268\text{ cm}^{-1}$  al Lorentziano.

Cristal	Centro del Pico	Anchura del Pico	Altura del Pico	$\chi^2/\nu$	Q	Medida
<i>LYSO1</i>	$267,59 \pm 0,08$	$7,9 \pm 0,3$	$820 \pm 20$	13,9	0,99	Punto 1
	$267,68 \pm 0,06$	$8,3 \pm 0,2$	$768 \pm 15$	9,04	0,94	✓ <u>Punto 2</u>
<i>LYSO2</i>	$265,31 \pm 0,06$	$7,8 \pm 0,2$	$742 \pm 14$	7,0	0,87	Punto 1
	$265,34 \pm 0,06$	$7,6 \pm 0,2$	$703 \pm 15$	8,1	0,91	Punto 2
	$267,25 \pm 0,06$	$8,0 \pm 0,2$	$757 \pm 15$	9,6	0,95	✓ <u>0°</u>
	$266,39 \pm 0,08$	$8,7 \pm 0,3$	$524 \pm 12$	10,5	0,97	45°
	$265,02 \pm 0,07$	$7,9 \pm 0,2$	$785 \pm 16$	9,0	0,94	90°
<i>LYSO3</i>	$267,35 \pm 0,07$	$8,2 \pm 0,3$	$663 \pm 15$	14,0	0,99	✓ <u>Punto 1</u>
	$267,29 \pm 0,08$	$8,2 \pm 0,3$	$697 \pm 17$	17,5	1	Punto 2
<i>LYSO6</i>	$267,53 \pm 0,07$	$7,8 \pm 0,2$	$753 \pm 17$	15,3	1	Punto 1
	$267,45 \pm 0,06$	$7,8 \pm 0,2$	$810 \pm 17$	13,9	0,99	✓ <u>Punto 2</u>
	$267,32 \pm 0,07$	$7,7 \pm 0,3$	$727 \pm 18$	18,6	1	0°
	$266,96 \pm 0,07$	$7,8 \pm 0,3$	$783 \pm 20$	19,6	1	45°
	$267,37 \pm 0,06$	$7,3 \pm 0,2$	$876 \pm 20$	14,7	0,99	90°

TABLA 6.6: Valores máximos ( $\text{cm}^{-1}$ ) de los picos Raman del  $Ce^{3+}$  y sus FWHM para los cristales *LYSO*.  $\chi^2/\nu$  y Q muestran la calidad del ajuste (ver sección 7.2.4). Subrayado y en rojo aparecen las medidas seleccionadas (tabla 6.3) cuyos espectros se han analizado en profundidad.

Cristal	Centro del Pico	Anchura del Pico	Altura del Pico	$\chi^2/\nu$	Q	Medida
LYSO1	$780,8 \pm 0,2$	$40 \pm 1$	$307 \pm 4$	107,0	1	Punto 1
	$780,4 \pm 0,2$	$40 \pm 1$	$321 \pm 4$	106,8	1	✓ <u>Punto 2</u>
LYSO2	$780,1 \pm 0,2$	$39,5 \pm 0,9$	$438 \pm 5$	113,8	1	Punto 1
	$780,2 \pm 0,2$	$39,8 \pm 0,9$	$408 \pm 5$	117,1	1	Punto 2
	$779,9 \pm 0,2$	$39 \pm 1$	$319 \pm 5$	124,6	1	✓ <u>0°</u>
	$780,4 \pm 0,2$	$39 \pm 1$	$291 \pm 4$	120,8	1	45°
	$779,7 \pm 0,2$	$39,5 \pm 0,9$	$456 \pm 5$	103,5	1	90°
LYSO3	$782,3 \pm 0,5$	$40 \pm 2$	$99 \pm 3$	103,4	1	✓ <u>Punto 1</u>
	$781,8 \pm 0,4$	$40 \pm 2$	$111 \pm 3$	115,2	1	Punto 2
LYSO6	$783,9 \pm 0,6$	$44 \pm 3$	$77 \pm 3$	108,1	1	Punto 1
	$784,2 \pm 0,6$	$42 \pm 4$	$66 \pm 3$	105,5	1	✓ <u>Punto 2</u>
	$784,4 \pm 0,6$	$46 \pm 3$	$73 \pm 3$	101,9	1	0°
	$784,9 \pm 0,6$	$46 \pm 4$	$81 \pm 3$	115,7	1	45°
	$783,3 \pm 0,5$	$44 \pm 3$	$88 \pm 3$	105,4	1	90°

TABLA 6.7: Valores máximos ( $cm^{-1}$ ) de los picos Raman probablemente producidas por el Ytrio y sus FWHM para los cristales LYSO.  $\chi^2/\nu$  y Q muestran la calidad del ajuste (ver sección 7.2.4). Subrayado y en rojo aparecen las medidas seleccionadas (tabla 6.3) cuyos espectros se han analizado en profundidad.

### 6.3. Medidas de Transmitancia

Las medidas de transmitancia de la luz fueron llevadas a cabo para cristales *LSO* (*LSO1*) y para cristales *LYSO* (*LYSO1* y *LYSO6*)<sup>6</sup> con dos sistemas de medida diferentes que nos proporcionan información diferente pero complementaria. Así como para las medidas de Raman hemos medido todos los cristales que posteriormente se utilizarán en las pruebas de medida de tomografía por emisión de positrones, en este caso debido al tratamiento superficial de los cristales nos hemos visto limitados a los que tienen dos caras del mismo sin tratamiento superficial. Cada uno de los cristales medidos ha sido proporcionado por cada uno de los tres proveedores, así que la información obtenida con estas medidas complementa las anteriores.

La figura 6.19 muestra un sistema de medida de transmitancia *no-confocal* y la figura 6.20 un sistema de medida *confocal*. Un sistema confocal emplea una técnica óptica de imagen para incrementar el contraste y/o reconstruir imágenes tridimensionales utilizando un pinhole (colimador de orificio delimitante) espacial para eliminar la luz desenfocada o destellos de la lente en especímenes que son más gruesos que el plano focal.

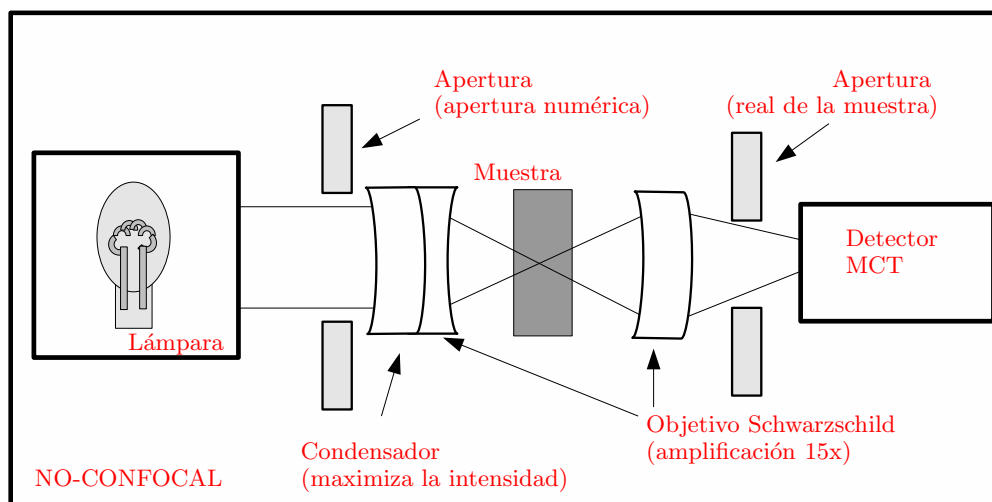


FIGURA 6.19: *Setup no-confocal* para medir la transmitancia. Hemos utilizado un Microscopio *Hyperion Vertex 80 FT-IR* (Bruker Optik). La luz se focaliza en la muestra con amplitud máxima a través de un condensador cuya apertura numérica es de 0,4. La luz transmitida por la muestra pasa a través de un objetivo Schwarzschild con la misma apertura numérica y amplificación 15x. Finalmente es analizada con un detector MCT.

En el sistema *confocal* utilizamos un lámpara de tungsteno de 50 W. La luz transmitida fue dispersada con una rejilla de 1800g/mm en un monocromador de 0,19 mm de focal y detectada con una cámara CCD de Silicio. Las medidas con el sistema *no-confocal* fueron hechas con un Microscopio *Hyperion Vertex 80 FT-IR* (Bruker Optik) con una fuente de luz cónica, un condensador y objetivos Schwarzschild de la misma apertura numérica y amplificación (15x). La luz transmitida fue analizada con un detector MCT (Mercury Cadmiun Telluride). El objetivo Schwarzschild es un sistema de espejos convexo-cóncavo en el que los espejos son aproximadamente concéntricos (Malacara *et al.* [75]). El objetivo del microscopio *Hyperion Vertex 80* nos permite recoger gran parte de la luz difusa gracias a los objetivos Schwarzschild.

<sup>6</sup>Las características de cada uno de estos cristales se encuentran en el Apéndice E

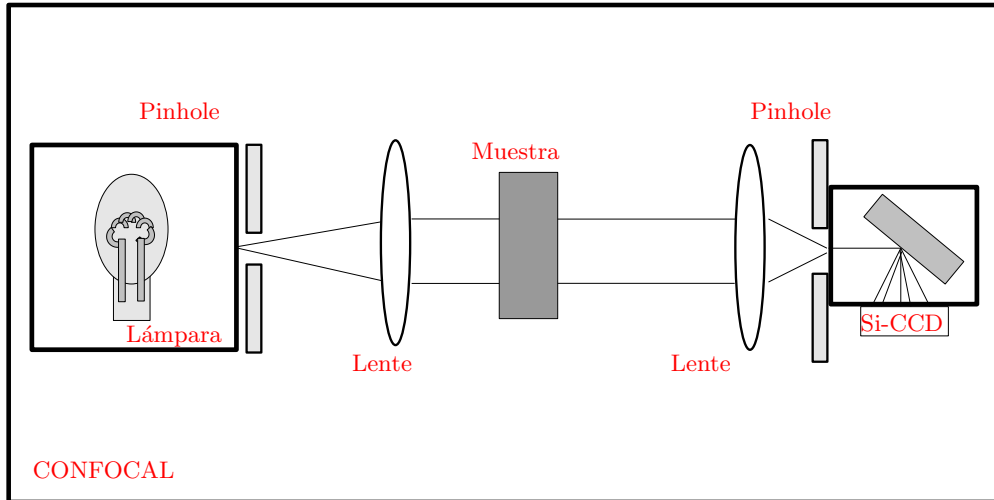


FIGURA 6.20: *Setup confocal* para la medida de la transmitancia. Un rayo paralelo incide sobre la muestra y es posteriormente enfocada al módulo detector. En dicho módulo la luz transmitida es dispersada por una rejilla de  $1800\text{ g/mm}$  en un monocromador de  $0,19\text{mm}$  de focal y detectada con una cámara CCD de Silicio.

Hemos estudiado la transmitancia óptica de la luz en un rango de longitudes de onda  $\lambda = 0,40 - 0,50\ \mu\text{m}$ . Las medidas de transmitancia las llevamos a cabo en este rango de longitudes de onda porque el pico de emisión para los cristales *LYSO* y *LSO* se sitúa en este rango. Una vez obtenido el valor de la transmitancia  $T$ , cálculos posteriores (ver sección 4.2) nos permiten encontrar el coeficiente de dispersión ( $\alpha_{scatt}(\lambda)$ ) para cada cristal centelleador.

El primer paso es obtener los valores de los parámetros de la ecuación de Sellmeier (ver ecuación 4.5). Estos parámetros se obtienen haciendo una regresión no lineal. Para llevar a cabo dicha regresión necesitamos valores de los índices de refracción en función de la longitud de onda para el *LSO* y el *LYSO* (Pidol *et al.* [46]). Como no disponemos de dichos valores para nuestras muestras, hemos usado los valores medidos por Rihua Mao *et al.* [76] (tabla 6.8) obteniendo así los siguientes valores para los parámetros de la ecuación de Sellmeier:  $A = 3,33 \pm 0,04$ ,  $B = 0,003 \pm 0,002$ ,  $C = 0,128 \pm 0,016$  y  $D = 0,29 \pm 0,11$ . Con estos parámetros ya tenemos caracterizado el comportamiento  $n_{LSO/LYSO}(\lambda)$  en el rango de longitudes de onda que nos interesa. Con esta información, tomando  $n_{aire} \approx 1,0003$  y teniendo en cuenta la ecuación de Fresnell para la reflexión cuando la luz incide perpendicularmente a la superficie del cristal obtenemos  $R$  (ecuación 4.4). Con estos datos podemos corregir los resultados obtenidos en las medidas de forma que tengamos únicamente la contribución de la luz transmitida y por lo tanto obtener  $\alpha_{att}$  (coeficiente de atenuación) utilizando la ecuación 4.3.

Longitud de onda [nm]	405	436	486	546
Índice de refracción	$1.833 \pm 0.001$	$1.822 \pm 0.001$	$1.813 \pm 0.001$	$1.806 \pm 0.001$

TABLA 6.8: Índices de refracción para cristales *LYSO* y *LSO*. Rihua Mao *et al.* [76]

Los valores del coeficiente de atenuación ( $\alpha_{att}(\lambda)$ ) dependen del valor del coeficiente de absorción y de dispersión de la radiación incidente y están relacionados a través de la ecuación 4.6. Como hemos comentado anteriormente el cristal centelleador necesita absorber una determinada

cantidad de energía para alcanzar el estado excitado de centelleo ( $Ce^{3+}$ ). El decaimiento de este estado es lo que produce los fotones de centelleo. Por lo tanto, para energías menores (longitudes de onda mayores) que el pico de emisión típico del *LSO* y el *LYSO* existe menos probabilidad de absorción, es decir menos probabilidad de producir luz de centelleo. Todos los cristales centelleadores poseen un espectro de emisión y excitación determinado, dichos espectros no deben solaparse, en caso de que se solaparan el cristal absorbería su propia luz de centelleo. En caso de que existiera solapamiento, dicho solapamiento debería de ser mínimo. Un cristal cuyos espectros se solaparan de manera considerable sería un cristal de mala “calidad”.

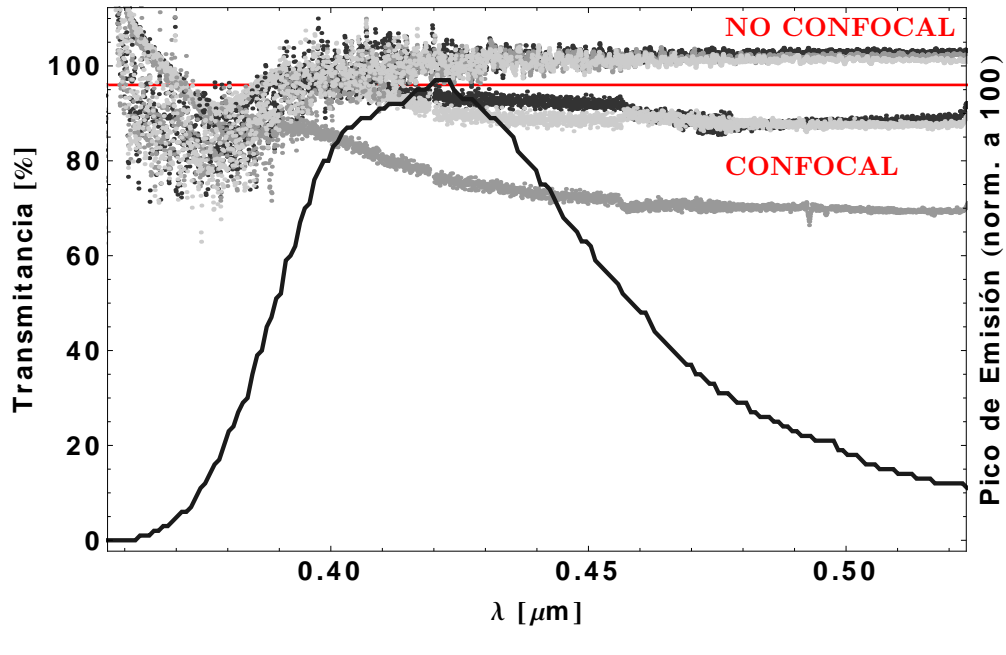


FIGURA 6.21: Espectro típico de emisión (línea negra continua) para el *LYSO* y el *LSO* y dependencia de la transmitancia con la longitud de onda para ambos *setup*'s (para *LYSO1*, *LYSO6* y *LSO1*). Los puntos negros corresponden al *LSO1*, los puntos gris oscuro al *LYSO1* y los grises al *LYSO6*. La línea roja separa las regiones en las que están representados los datos obtenidos con el sistema *no-confocal* (arriba) y el *confocal* (abajo).

La figura 6.21 muestra la transmitancia medida para los tres cristales centelleadores y ambos sistemas de medida (*confocal* y *no-confocal*) y el espectro típico de emisión para *LYSO* y *LSO*. Los valores de la transmitancia a la derecha del pico de emisión ( $\lambda_{max} \sim 0,42 \mu\text{m}$ ) corresponden principalmente a los eventos difundidos (no hay suficiente energía para producir una excitación al centro de centelleo, por lo tanto hay muy poca absorción) y los valores a la izquierda del pico corresponden al proceso de absorción. La figura 6.21 muestra un mínimo en la transmitancia alrededor de  $\lambda \sim 0,375 \mu\text{m}$ . Este comportamiento se debe al proceso de absorción. Como en esta zona la intensidad de la luz de centelleo es muy pequeña, hemos descartado esta parte del espectro y centraremos nuestro estudio en el rango del espectro de la luz difusa. Además, debido a las características de la lámpara utilizada para llevar a cabo las medidas (menos intensa para longitudes de onda pequeñas) el error de las medidas para longitudes de onda pequeñas es mayor.

Podemos observar una diferencia significativa entre las medidas hechas con cada uno de los dos sistemas, de forma que las medidas realizadas con el sistema *no-confocal* son sistemáticamente

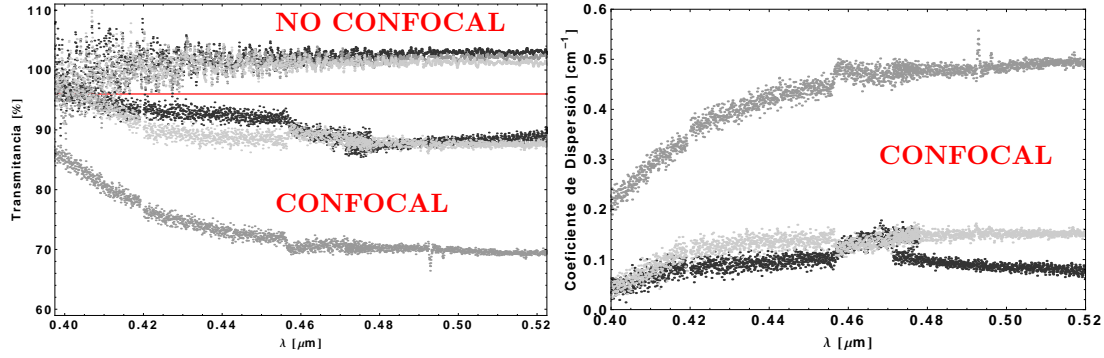


FIGURA 6.22: Dependencia de la transmitancia y del coeficiente de dispersión con la longitud de onda. La figura de la izquierda muestra la dependencia de la transmitancia con la longitud de onda para ambos *setup*'s (*no-confocal* y *confocal*). La figura de la derecha muestra el coeficiente de dispersión en función de la longitud de onda para el caso del *setup confocal*. En ambas figuras los puntos negros corresponden al LSO1, los gris oscuro al LYSO1 y los grises al LYSO6.

mayores que las obtenidas con el sistema *confocal*. La figura 6.21 muestra que para nuestra región de interés ( $\lambda > 0,42\mu\text{m}$ ) podemos despreocuparnos del término  $\alpha_{abs}$  para *LSO* y *LYSO*. Para el caso *no-confocal* obtenemos una transmitancia  $\approx 100\%$ . Eso significa que el cristal no sufre absorción, además si tenemos en cuenta que el haz se cruza en el cristal (no hay pinhole) podemos descartar también la dispersión, al menos para ángulos grandes. Por lo tanto, utilizando la ecuación 4.6 y aproximando  $\alpha_{att}(\lambda) \simeq \alpha_{scatt}(\lambda)$  podemos determinar  $\alpha_{scatt}(\lambda)$  para cada cristal centelleador.

En el caso del sistema de medida *no-confocal* la cantidad de luz transmitida deberá ser como máximo del 100% para todos los cristales. En nuestro caso obtenemos una transmitancia mayor que 100% (ver fig.6.22). Atribuimos este efecto a la aproximación del valor de  $n_{air}$  que hemos tomado como 1,0003 y que en el caso real varía dependiendo de la presión y la temperatura. Otra posible razón para que se de este efecto es el hecho de que el rayo de luz incidente puede no ser perfectamente normal a la superficie del cristal (con referencia a la interfase aire-cristal). Teniendo en cuenta que como ya hemos explicado el proceso de absorción no es determinante en este estudio, estos errores no afectarán al análisis que hemos llevado a cabo.

En las medidas con el sistema *confocal* existe una gran diferencia entre los espectros para cada uno de los cristales. En este sistema de medida los eventos difusos no contribuyen a la intensidad de la luz transmitida, así que podemos medir las pérdidas debido a este proceso físico. Además, como hemos mencionado anteriormente, hay sólo una pequeña contribución al proceso de absorción para energías menores que el pico de emisión. Por todas estas razones podemos obtener el valor del coeficiente de dispersión  $\alpha_{scatt}(\lambda)$ , (ver fig.6.22) para cada cristal.

La figura 6.22 muestra una transmitancia del 92% para *LSO1* y *LYSO6* y una transmitancia del 76% para el *LYSO1* (alrededor del pico de emisión ( $\lambda=0,42\mu\text{m}$ )).

	LSO1	LYSO6	LYSO1
$\alpha_{scatt} [cm^{-1}]$	$\sim 0,08 \pm 0,03$	$\sim 0,11 \pm 0,04$	$\sim 0,38 \pm 0,10$

TABLA 6.9: Valores de  $\alpha_{scatt}$  para cada cristal en  $\lambda=0,42\mu\text{m}$ .

En la tabla 6.9 podemos observar los valores de  $\alpha_{scatt}$  para cada cristal en  $\lambda=0.42\mu\text{m}$ . Estos valores los tendremos en cuenta posteriormente para el estudio de la influencia del coeficiente de dispersión en las resoluciones espaciales y energéticas en la medidas de tomografía por emisión de positrones.





## Capítulo 7

# Medidas de las resoluciones espacial, DOI y en energía con diferentes cristales centelleadores

### 7.1. Detector experimental

En este apartado vamos a explicar en detalle de que partes consta nuestro detector experimental formado por dos módulos enfrentados que nos permiten medir en coincidencia. Con dicho detector podemos medir el punto en el que se aniquila el electrón con el positrón (fuente radiactiva situada entre ambos módulos detectores (sección 2.2.3)). Esta medida nos proporciona información de los centroides  $\langle x \rangle$  e  $\langle y \rangle$  y la profundidad de interacción *DOI* del punto de desintegración.

Cada uno de los módulos está formado por un cristal centelleador monolítico continuo, un PSPMT y la electrónica asociada que explicaremos más adelante en este mismo apartado. Los estudios se han llevado a cabo para dos tipos de cristales centelleadores dopados con cerio, LSO ( $Lu_2(SiO_5)O : Ce^{3+}$ ) y LYSO ( $Lu_{2-x}Y_x(SiO_4)O : Ce^{3+}$ ), los cuales reúnen unas buenas propiedades para la Tomografía por Emisión de Positrones (PET). Debido a estudios previos llevados a cabo en el grupo (Gimenez [77]) las caras del cristal centelleador que no están en contacto con la ventana de entrada del PSPMT han sido cubiertas con una capa de pintura o resina epoxy<sup>1</sup> negra. Una de las comparaciones que vamos a realizar con las medidas es el impacto que tienen estas cubiertas en la determinación de la posición y la *DOI*. También estudiaremos el impacto de la geometría de los cristales, así como el impacto de la “calidad” de los mismos en las resoluciones espaciales y la energética.

Como ya hemos mencionado antes el PSPMT utilizado es el H8500 de Hamamatsu Photonics, cuyas características podemos ver en la sección 3.4.2. Para acoplar el cristal a la ventana de entrada del PSPMT utilizaremos una capa muy fina de grasa óptica (*Rhodosil Pâte 7*, Rhodia

---

<sup>1</sup>Una Resina Epoxi o poliepóxido es un polímero termo-estable que se endurece cuando se mezcla con un agente catalizador o “endurecedor”.

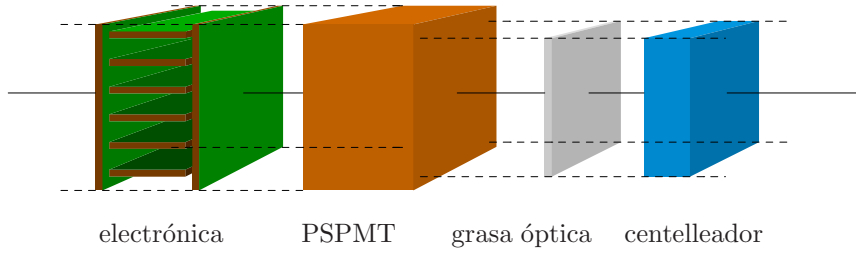


FIGURA 7.1: Esquema de un módulo detector de rayos- $\gamma$  consistente en un cristal monolítico continuo, un PSPMT y la electrónica para los amplificadores y el suministro para el alto voltaje.

Siliconi Italia) con un índice de refracción ( $n_{grasa} = 1,6$ ). De esta forma evitamos espacios con aire entre los dos medios y optimizamos la recolección de luz de centelleo. La figura 7.1 muestra un esquema de la configuración interna de un módulo detector.

La electrónica contenida en cada módulo detector incluye una red proporcional de resistencias (figura 5.3 de la sección 5.2) con un sumador amplificador (figura D.1 y figura 5.5 de la sección 5.3), la alimentación del PSPMT y los preamplificadores y “line drivers” que se muestran en las figuras D.2 y D.3 del apéndice D. Los módulos del preamplificador y del “line driver” hacen la conversión corriente-voltaje, restauran la línea de base de la señal y la amplifican para un valor óptimo del rango del voltaje de entrada con el módulo conversor digitalizador (ADC). La configuración básica de Siegel *et al.* [54] para la cadena proporcional de resistencias 2D se ha tomado para nuestra configuración con los siguientes valores para las resistencias de suma: 806 k $\Omega$ , 402 k $\Omega$ , 270 k $\Omega$  y 243 k $\Omega$  (las resistencias de suma  $R_s$  han sido introducidas en la sección 5.3.1).

Los experimentos deben llevarse a cabo utilizando dos detectores en **coincidencia temporal por dos razones**. La **primera**, es el hecho de que aproximadamente el 2,6% de lutecio natural que contienen los cristales que utilizaremos para las medidas *LSO* y *LYSO* es radiactivo ( $^{176}\text{Lu}$ ,  $t_{1/2} \approx 4 \cdot 10^{10}$  años) y crea una radiación de fondo de aproximadamente 280 eventos detectados por segundo y  $\text{cm}^3$  de material centelleador. El  $^{176}\text{Lu}$  decae vía  $\beta^-$  con una energía máxima de 1,192 MeV y con el subsiguiente decaimiento de los niveles energéticos de 597 keV y 998 keV del  $^{176}\text{Hf}$  por decaimiento  $\gamma$  con energías de transición de 88 keV, 202 keV, 307 keV y 401 keV (Lauckner *et al.* [78], Melcher *et al.*, [79], Huber *et al.* [80]). Por lo tanto, necesitamos una fuente de rayos- $\gamma$  de actividad alta para utilizar el LSO y el LYSO en imágenes de fotón único. Por el contrario si medimos en coincidencia temporal la contribución de la radiación de fondo del  $^{176}\text{Lu}$  puede ser prácticamente eliminada. La **segunda** razón para realizar las medidas en coincidencia temporal es que nos permite colimar electrónicamente el haz de rayos- $\gamma$  y dicha colimación no influye en la recolección energética. Más adelante (sección 7.2) explicaremos detalladamente cómo realizamos la colimación electrónica en nuestro detector de coincidencia.

En la figura 7.2 podemos ver la configuración electrónica de la generación del trigger de coincidencia y el sistema de adquisición de datos. Para la derivación del pulso de trigger se usa preferentemente la señal adicional del último dínodo proveniente del PSPMT H8500. La señal del último dínodo está sincronizada con las de los 64 ánodos y la altura de su pulso es proporcional a la cantidad de luz de centelleo detectada. Además, podemos usar esta señal en lugar

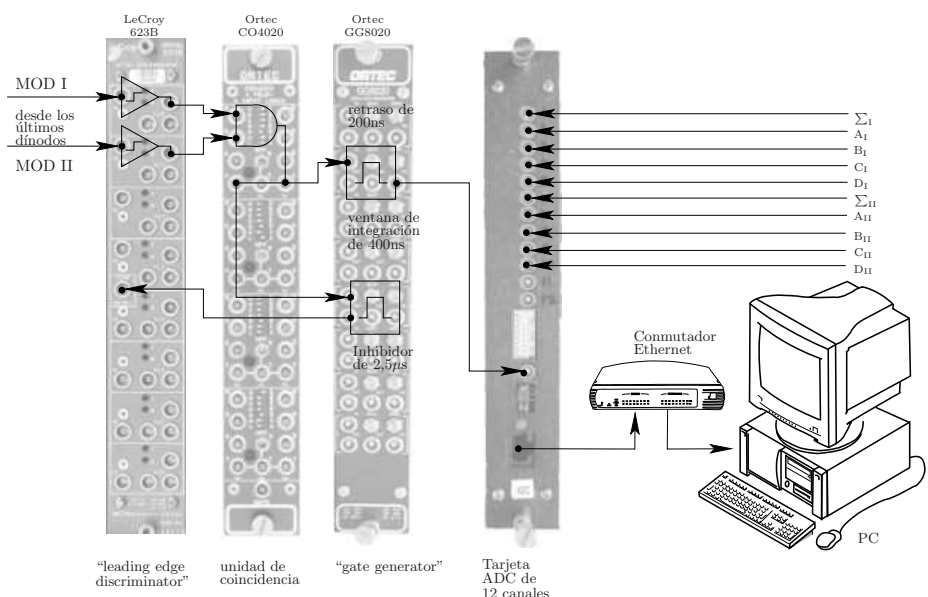


FIGURA 7.2: Esquema de la configuración para la adquisición de datos y el trigger de generación de datos. Las señales de los últimos díodos de ambos módulos se retro-alimentan en el “leading edge discriminator” y son evaluados por una puerta lógica AND. Esta señal se utiliza para generar el trigger del módulo ADC (analógico-a-digital) y es un veto común para ambos discriminadores. Los datos digitalizados se transfieren a una computadora personal (PC) a través del conmutador Ethernet. Las entradas a la tarjeta ADC de 12 canales corresponden a las señales de corriente extraídas de cada uno de los detectores (los subíndices indican el número del detector al que se refiere cada uno de los parámetros). La señal del dínodo del PSPMT ( $\Sigma$ ) y las cuatro corrientes (A, B, C y D), han sido descritas con detalle en la sección

5.

de una fracción de las señales del ánodo para la discriminación y detección de energía de los eventos en coincidencia temporal. Utilizamos dos canales del discriminador 623B de Lecroy para establecer un umbral de baja energía para las señales de ambos díodos. La suma de la anchura de ambos pulsos lógicos resultantes define la ventana de coincidencia temporal que será el valor mínimo detectado, en nuestro caso aproximadamente  $9\text{ ns}$  (usando la anchura mínima del pulso de  $4,5\text{ ns}$  obtenida de cada uno de los módulos del discriminador). Estas señales son alimentadas directamente en la unidad lógica Ortec CO4020 configurada en modo de coincidencia temporal. De la **unidad lógica ORTEC** obtenemos **dos pulsos**. El **primero** de ellos tiene una duración de  $400\text{ ns}$  y está retrasado  $200\text{ ns}$ . Usamos esta señal para hacer de trigger del módulo digitalizador (ADC) de 12-canales (Zavarzin *et al.* [81]). Cada uno de los 12 canales está equipado internamente con una línea de retraso de  $200\text{ ns}$ , *baseline restoration*, conformador de señal y un integrador analógico cuyo tiempo de integración viene definido por la anchura del pulso de trigger. El retraso interno de las señales de entrada ( $200\text{ ns}$ ) se utiliza para la derivación del trigger de coincidencia. El **segundo** pulso, cuya anchura es de  $2,5\text{ }\mu\text{s}$  cuando llega de la unidad lógica y sin ningún tipo de retraso es alimentado en la entrada del inhibidor del discriminador para así evitar que se produzca un re-trigger mientras se realiza la conversión ADC. Una vez que tenemos la señal digital, esta se manda al PC usando una conexión Ethernet de 100MB.

El **detector** (figura 7.3) está montado en una cámara oscura de forma que podamos minimizar la detección de la luz ambiente. El detector que consta de **dos módulos enfrentados** está montado de la siguiente manera. El primer módulo, o **módulo de coincidencia** permanece fijo y centrado

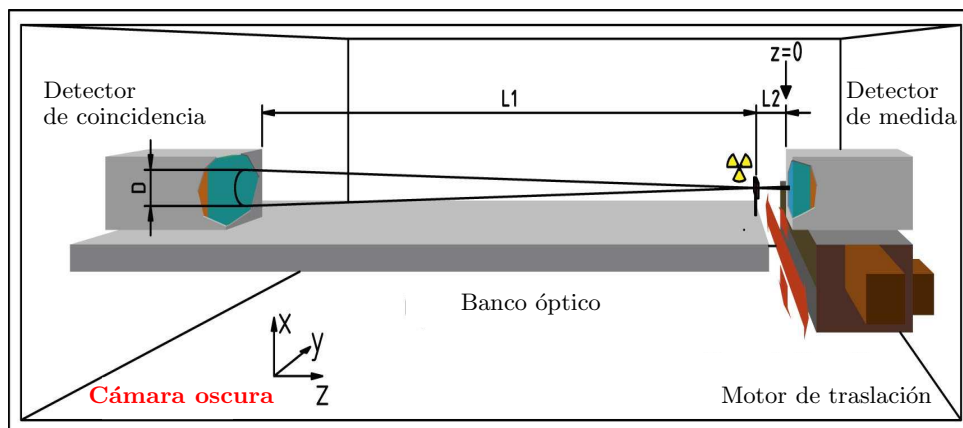


FIGURA 7.3: Esquema del detector de medida formado por dos módulos enfrentados. Los componentes necesarios para realizar las medidas están montados en una cámara oscura para minimizar la detección de luz ambiente. La distancia  $L_1$  es de  $42\text{ cm}$  y es la distancia entre la fuente radiactiva y el módulo de coincidencia. La distancia  $L_2 \approx 0,5\text{ cm}$  es la distancia entre la fuente y el módulo de medida. La distancia  $D \approx 6\text{ cm}$  es el diámetro de colimación electrónica que aplicamos a los datos obtenidos del módulo de coincidencia.

con respecto a la fuente puntual que utilizaremos para las medidas. El segundo detector, o **módulo de medida**, está montado sobre una plataforma que se puede mover en el plano paralelo a la ventana de entrada del PSPMT con unos motores controlados por el PC. Los motores tienen una precisión de  $10\ \mu\text{m}$ . La fuente escogida para las medidas es una fuente puntual de  $^{22}\text{Na}$  con una actividad nominal de  $10\ \mu\text{Ci}$ . En la figura 7.3 podemos ver un esquema de la disposición de los detectores. En la figura podemos apreciar que el módulo de coincidencia está a una distancia muy grande de la fuente radiactiva ( $L_1 = 42\text{ cm}$ ) en comparación con la distancia de esta al módulo de medida  $L_2 \approx 0,5\text{ cm}$  (que es lo más pequeña posible de acuerdo con las limitaciones del detector y de la fuente, que tiene que ser encapsulada). Esta disposición favorece la detección de eventos en coincidencia. Aún así, como lo que queremos es determinar la posición de emisión de los fotones realizaremos también una colimación electrónica. Los eventos que nos interesan deben estar dentro de un pequeño círculo de diámetro  $d = DL_2/L_1 \approx D/84$  del módulo de medida, que se correspondería con un círculo de diámetro  $D$  del módulo de coincidencia. La colimación electrónica la realizaremos descartando los eventos que están fuera del círculo de diámetro  $D \approx 3\text{ cm}$  del módulo de coincidencia que se correspondería con una fuente “virtual” sobre el módulo de medida de  $\approx 0,35\text{ mm}$  de diámetro. La figura 7.4 muestra un ejemplo real de medida con nuestro *setup*, en la figura vemos las distribuciones de la energía, la profundidad de interacción y los centroides. Para ilustrar la colimación electrónica, la figura 7.5 muestra un ejemplo real del efecto de la misma para una medida determinada.

Tras alinear la fuente radiactiva y ambos módulos, el detector de medida se calibró para los “offsets” introducidos por el preamplificador y los ADC. Para esta calibración la placa integradora de carga y digitalizadora posee un reloj interno que permite una medida simultánea de los “offsets” de los 12 canales electrónicos cuando seleccionamos el modo en el que el detector tiene apagado el alto voltaje de los tubos fotomultiplicadores. La ganancia de los diferentes canales electrónicos no ha sido calibrada y hemos asumido que la variación entre canales no es significativa.

Con esta configuración del detector podemos medir la energía, la posición  $(x, y)$  y la profundidad de interacción en diferentes regiones del cristal con la ayuda del motor de translación. Los datos obtenidos en las medidas se guardan en el PC en formato de datos “crudos” para los 12 canales. Con estos datos podemos obtener los parámetros físicos mencionados para cada una de las posiciones en la que hayamos realizado las medidas. En todas las medidas hay un porcentaje de los sucesos detectados que saturan el ADC. Estos sucesos no los hemos tenido en cuenta para la obtención de nuestros parámetros.

## 7.2. Modelo de distribución de la estadística de los eventos

El último paso para determinar la resolución de los centroides de posición  $\langle x \rangle$  e  $\langle y \rangle$ , la energía  $E$  y la profundidad de interacción ( $DOI$ ) del rayo- $\gamma$ , es el tratamiento estadístico de los eventos detectados. En este apartado explicaremos de qué manera vamos a tratar los datos y qué modelo de distribución vamos a usar en cada caso.

La figura 7.4 muestra los datos tal y como los obtenemos. Para cada una de las medidas obtenemos los histogramas de la energía, la posición  $\langle x \rangle$  e  $\langle y \rangle$  y la profundidad de interacción  $DOI$ , para el detector de coincidencia ( $MOD I$ ) y para el detector de medida ( $MOD II$ ). El primer paso del tratamiento de los datos estadísticos es la colimación que como ya explicamos en el apartado anterior se realiza mediante la discriminación de los eventos que quedan fuera de un círculo de diámetro  $D \approx 6 \text{ cm}$  en el detector de coincidencia. La figura 7.5 corresponde a la misma medida que la figura 7.4 solo que en este caso está colimada. Al realizar la colimación espacial en el módulo de coincidencia podemos apreciar como disminuyen el número de eventos detectados en los bordes de la medida del módulo de medida. Esto se debe al hecho de que las medidas son en coincidencia y al discriminar los eventos de una región del campo de visión de un detector disminuyen los eventos análogos en coincidencia del otro módulo. Al realizar la colimación en posiciones también podemos apreciar una disminución en el pico de energías detectadas para ambos módulos, así como una drástica disminución del pico de energía correspondiente al efecto Compton en ambos módulos<sup>2</sup>. La colimación en posiciones hace que contemos menos eventos y que por lo tanto la amplitud de los picos de energía sea menor que en el caso de una medida no colimada. Además como los eventos que estamos discriminando son los más alejados a la región en la que se encuentra la fuente puntual tenemos más probabilidades de discriminar eventos que hayan sufrido Compton (en el cristal en el que estamos colimando). Por esa razón, al colimar, vemos como disminuye el número de eventos debidos al efecto Compton.

A partir de los datos colimados en el módulo de coincidencias podemos apreciar la forma de las distribuciones estadísticas para cada uno de los tres casos: posiciones ( $\langle x \rangle$  e  $\langle y \rangle$ ), energía ( $E$ ) y profundidad de interacción ( $DOI$ ) y podremos calcular sus resoluciones ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta E$  y  $\Delta DOI$ ) con las que estimar la precisión con la que somos capaces de medir cada uno de estos parámetros para cada una de las diferentes configuraciones del módulo de medida que vamos a estudiar.

<sup>2</sup>Para los datos estadísticos de la energía normalmente obtenemos dos picos para para cada uno de los módulos, el pico de menor energía es el creado por el efecto Compton.

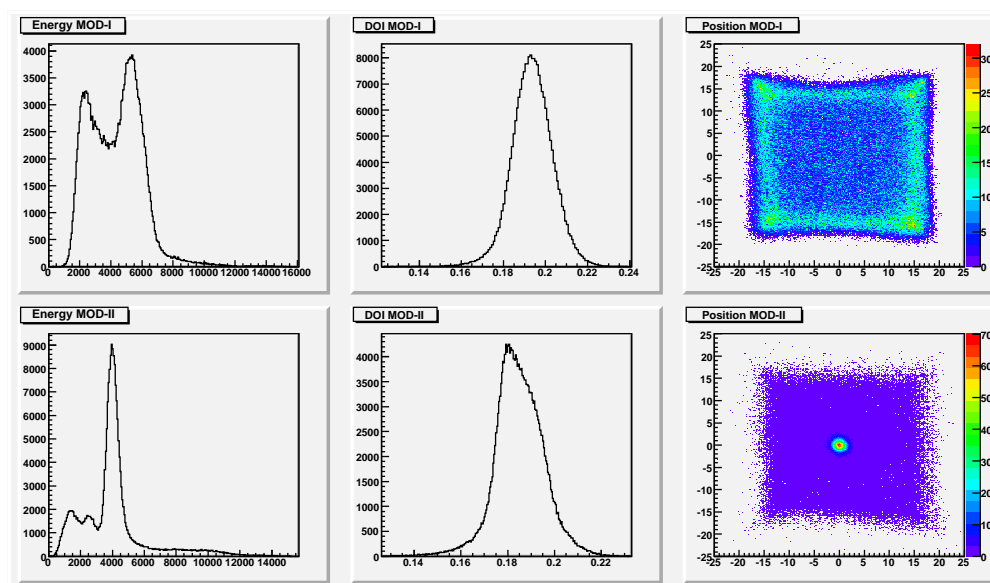


FIGURA 7.4: Resultado de la medida de la fuente puntual centrada con nuestro detector, donde *Energy MOD I*, *DOI MOD I* y *Position MOD I* corresponden a la energía, profundidad de interacción y centroides para el módulo de coincidencia y *Energy MOD II*, *DOI MOD II* y *Position MOD II* son el análogo para el módulo de medida.

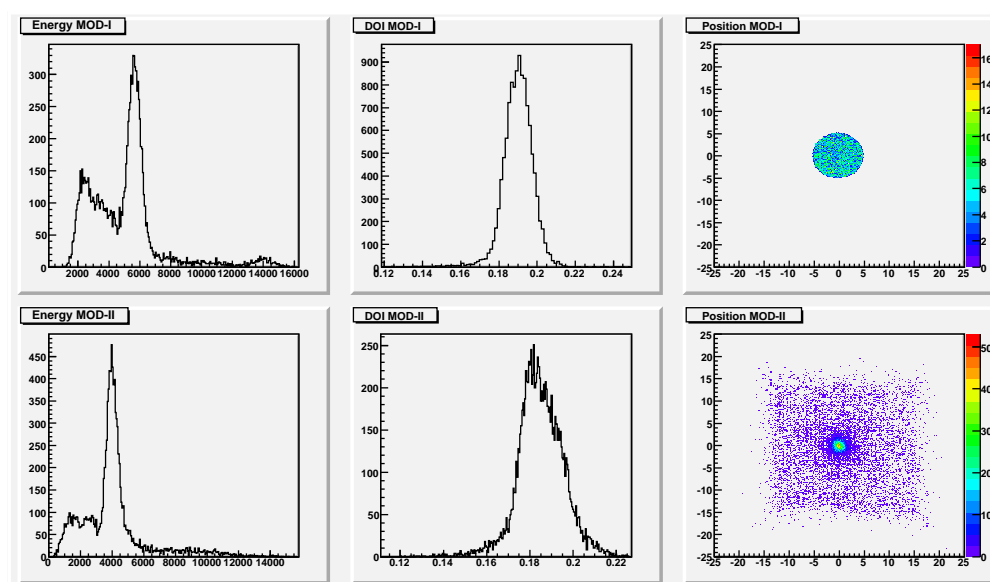
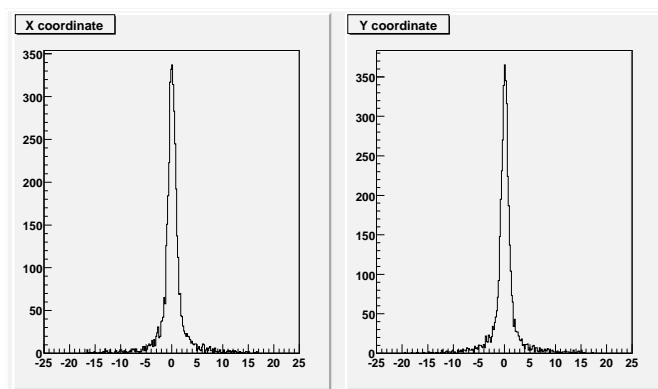
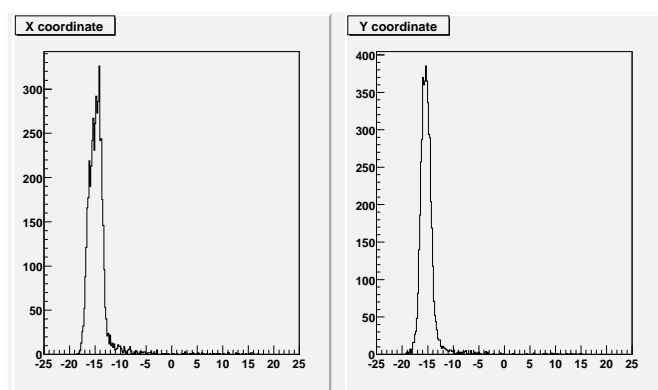


FIGURA 7.5: Resultado de la medida colimada electrónicamente  $D \approx 6 \text{ mm}$  de la fuente puntual centrada con nuestro detector. Donde *Energy MOD I*, *DOI MOD I* y *Position MOD I* corresponden a la energía, profundidad de interacción y centroides para el módulo de coincidencia y *Energy MOD II*, *DOI MOD II* y *Position MOD II* son el análogo para el módulo de medida.



(a) Distribución estadística de los centroides ( $\langle x \rangle$  e  $\langle y \rangle$ ) para una fuente puntual centrada con respecto al campo de visión del detector.



(b) Distribución estadística de los centroides ( $\langle x \rangle$  e  $\langle y \rangle$ ) para una fuente puntual situada en una de las esquinas del campo de visión del detector.

FIGURA 7.6: Distribución estadística de los centroides ( $\langle x \rangle$  e  $\langle y \rangle$ ).

### 7.2.1. Modelo de distribución para las posiciones ( $\langle x \rangle$ e $\langle y \rangle$ )

Para obtener la posición de aniquilación partimos de los datos mencionados en la sección anterior, en particular los datos *Position MOD II* que corresponden al módulo de medida. De estos datos obtenemos las proyecciones en  $\langle x \rangle$  e  $\langle y \rangle$  de la estadística medida en cada uno de los puntos, es decir, obtenemos histogramas 1D (figura 7.6). Realizando un ajuste Gaussiano de cada uno de estos histogramas podemos estimar, la posición ( $\mu$ ), la desviación estándar ( $\sigma$ ) y por lo tanto obtener la FWHM que nos sirve para estimar la resolución espacial para cada uno de los ajustes.

#### 7.2.1.1. Efecto del tamaño de la fuente radiactiva

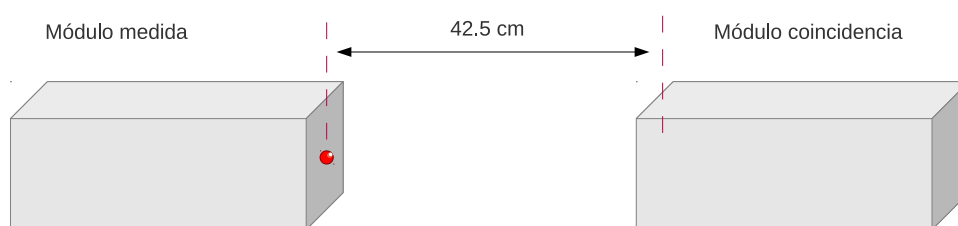
Para realizar las medidas hemos utilizado una fuente de  $^{22}\text{Na}$  ( $\approx 1 \text{ mm}^3$ ) encapsulada en un soporte de metacrilato. En el caso ideal la fuente debería ser puntual, de forma que la estimación de las posiciones de desintegración  $\beta^+$  fueran lo más precisas posible. El hecho de que la fuente no sea idealmente puntual introduce errores en las estimaciones de las posiciones. Además, los positrones emitidos por la fuente viajan cierta distancia antes de su aniquilación y por lo tanto algunos de ellos penetran en el metacrilato. Por esta razón hemos estimado el efecto de la extensión espacial real de la fuente sobre la resolución de nuestro sistema. De esta manera

podemos corregir la resolución espacial con nuestro valor obtenido del tamaño de la fuente a través de la siguiente ecuación:

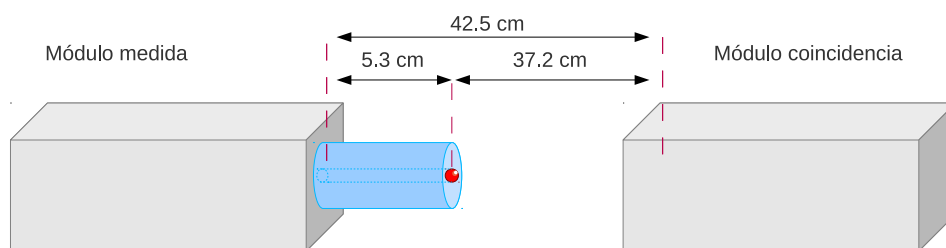
$$\text{FWHM} = \sqrt{\text{FWHM}_{\text{medida}}^2 - \text{FWHM}_{\text{tamaño fuente}}^2}, \quad (7.1)$$

donde  $\text{FWHM}_{\text{medida}}^2$  es el valor que obtenemos al analizar la medida y  $\text{FWHM}_{\text{tamaño fuente}}^2$  es el valor que hemos obtenido en el análisis que explicaremos a continuación. Hemos obtenido ambos valores asumiendo que tenemos una distribución Gaussiana.

Para obtener el valor del tamaño real de la fuente hemos hecho unas medidas con las que determinar dicho valor. Una medida con la fuente físicamente colimada y otra medida con la fuente sin colimar (figura 7.7).



(a) Medida de la fuente de  $^{22}\text{Na}$  sin colimación.



(b) Medida de la fuente de  $^{22}\text{Na}$  con colimación física, colimador de tungsteno con un orificio de  $\approx 1 \text{ mm}^2$ .

FIGURA 7.7: Configuración de los módulos del detector para determinar el tamaño de la fuente de  $^{22}\text{Na}$ . Utilizaremos dos medidas, una de ellas de la fuente sin colimar (a) y la otra con la fuente colimada (b).

Para la medida colimada físicamente utilizaremos un cilindro de tungsteno (2 cm de largo con un orificio de  $\approx 1 \text{ mm}$ ). Teniendo en cuenta que lo que mide el sistema ( $\mathfrak{I}mg$ ) es la convolución de la PSF<sup>3</sup> del detector (**PSF**) y la geometría de la fuente radiactiva (**Fuente**), podemos determinar el efecto del tamaño de la fuente teniendo en cuenta la siguiente expresión:

$$\mathfrak{I}mg = \text{PSF} \otimes \text{Fuente} \quad (7.2)$$

<sup>3</sup>PSF (Point Spread Function)  $\Rightarrow$  la función de dispersión del punto describe la respuesta de un sistema de adquisición de imágenes a una fuente puntual.



donde  $\otimes$  es el operador convolución <sup>4</sup>.

Por lo tanto, para la medida de la fuente colimada tendremos:

$$\mathfrak{I}mg_{Col} = \mathbf{PSF} \otimes \mathbf{Fuente}_{Col} , \quad (7.3)$$

y para la medida de la fuente sin colimar tendremos

$$\mathfrak{I}mg_{SinCol} = \mathbf{PSF} \otimes \mathbf{Fuente}_{SinCol} . \quad (7.4)$$

Los pasos que hemos seguido para obtener el valor de la  $FWHM_{\text{tamaño fuente}}$  son los siguientes:

- Normalizar y discretizar los valores medidos ( $\mathfrak{I}mg_{Col}$ ,  $\mathfrak{I}mg_{SinCol}$ ) y la matriz que hemos generado correspondiente a una fuente puntual de  $1 \text{ mm}^2$  de diámetro ( $\mathbf{Fuente}_{Col}$ ).
- Con estos datos deconvolucionamos para obtener  $\mathbf{PSF}$

$$\mathfrak{I}mg_{Col} \otimes \mathbf{Fuente}_{Col}^{-1} = \mathbf{PSF} . \quad (7.5)$$

- Por lo tanto, con los datos de la medida colimada podemos obtener el tamaño de la fuente sin colimar

$$\mathbf{PSF}^{-1} \otimes \mathfrak{I}mg_{SinCol} = \mathbf{Fuente}_{SinCol} . \quad (7.6)$$

- De la distribución obtenida  $\mathbf{Fuente}_{SinCol}$  obtenemos  $FWHM_{\text{tamaño fuente}}$  mediante un ajuste gaussiano.

Utilizando las anteriores expresiones, el valor obtenido para el efecto debido al tamaño real de la fuente en una medida realizada con nuestro detector es de  $FWHM_{\text{tamaño fuente}} = 0,82 \pm 0,03 \text{ mm}$ . Este valor lo introduciremos como corrección en nuestras las medidas utilizando la fórmula 7.1. Es muy importante recordar que este valor es únicamente válido para nuestro detector.

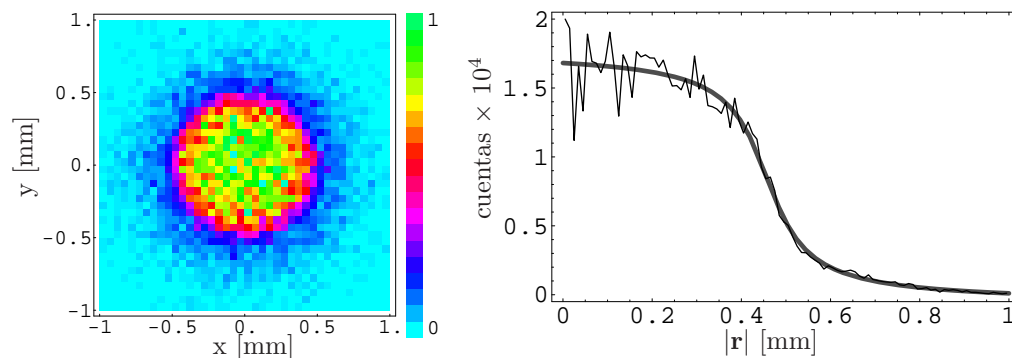
El valor obtenido se comparó con el valor obtenido por Lerche [55]. En ese trabajo se llevaron a cabo simulaciones Monte Carlo con GEANT3. La figura 7.8 muestra la simulación del rango final del positrón para la fuente radiactiva de  $^{22}\text{Na}$ . Con rango final del positrón nos estamos refiriendo al recorrido máximo del positrón antes de su aniquilación. Como podemos observar en la figura el valor obtenido con la simulación concuerda con el valor obtenido con la medida.

Intuitivamente puede parecer extraño que el valor calculado del tamaño de la fuente radiactiva sea menor que el tamaño nominal de la misma ( $1 \text{ mm}^3$ ). Este hecho se explica teniendo en cuenta que los positrones salen en todas direcciones, esto significa que también pueden ir hacia el centro de la fuente, lo que hace que la densidad de positrones en el centro aumente. Además de este efecto hay que tener en cuenta que los positrones que se escapan hacia fuera de la fuente se

---

<sup>4</sup>Una convolución es un operador matemático que transforma dos funciones  $f$  y  $g$  en una tercera función que en cierto sentido representa la magnitud en la que se superponen  $f$  y una versión trasladada e invertida de  $g$ . Un ejemplo de convolución son las Transformadas de Fourier.

distribuyen en un área mayor y por lo tanto habrá menos positrones en relación a la concentración en el centro de la fuente.



(a) Gráfica de densidad normalizada de la simulación del rango final del positrón para la fuente radiactiva. (b) Histograma de las distancias  $|\mathbf{r}|$  desde el centro de la fuente al rango final del positrón. Los errores relativos más grandes para los casos en que  $|\mathbf{r}|$  es pequeño se deben a la normalización del contenido de los bins del histograma.

FIGURA 7.8: Rango final del positrón simulado para la fuente radiactiva. Lerche [55]

### 7.2.1.2. Efecto de la compresión en los bordes

En nuestras medidas existe una diferencia determinante entre las medidas de las posiciones ( $\langle x \rangle$  e  $\langle y \rangle$ ), energía ( $E$ ) y profundidad de interacción ( $DOI$ ) en el centro del cristal y en las esquinas. Esto es debido al efecto de compresión en los bordes. Si representamos la posición medida con el *setup* frente a la posición real en la que se encuentra la fuente no obtendremos un comportamiento lineal como cabría esperar en un caso ideal. Esto es debido a las reflexiones y absorciones que se producen en los bordes del cristal. Este efecto es más pronunciado en el caso de que la medida sea hecha en una de las esquinas aunque también es claramente apreciable en los bordes del mismo. La compresión en la medida depende de factores como el grosor del cristal, el tipo de pulido de su superficie y el color y características del material que lo recubren. En nuestro caso todas las medidas llevadas a cabo tienen como objetivo determinar el tipo de configuración del módulo de medida con el cual podemos obtener más certeramente los parámetros característicos del proceso de medida (posiciones ( $\langle x \rangle$  e  $\langle y \rangle$ ), energía depositada y profundidad de interacción). Por esta razón en las gráficas que representan las resoluciones  $\Delta x$  y  $\Delta y$  hemos tenido en cuenta los resultados de las medidas obtenidas para corregir la compresión. De esta manera determinamos la resolución que tenemos a la hora de obtener el punto exacto de desintegración para cada parámetro ( $\Delta x$  y  $\Delta y$ ). Si no lo escaláramos estaríamos obteniendo únicamente información de la bondad del ajuste a la distribución con la que ajustamos, por ejemplo en el caso de que nos encontremos en una esquina muchas veces debido a la pérdida en la estadística obtenemos una buena resolución en el ajuste, pero por otra parte tenemos gran compresión, lo que significa que no estamos obteniendo el punto exacto en el que nos encontramos. Al corregir los valores obtenidos de las resoluciones con los obtenidos para la compresión observamos que los valores de la  $\Delta x$  y  $\Delta y$  en los bordes siempre son peores. Esta representación concuerda con la realidad ya que es mucho más difícil obtener los valores de las medidas de dichos parámetros en las esquinas/bordes del cristal que en el centro del mismo (figura 7.9) (Lerche *et al.* [82]).

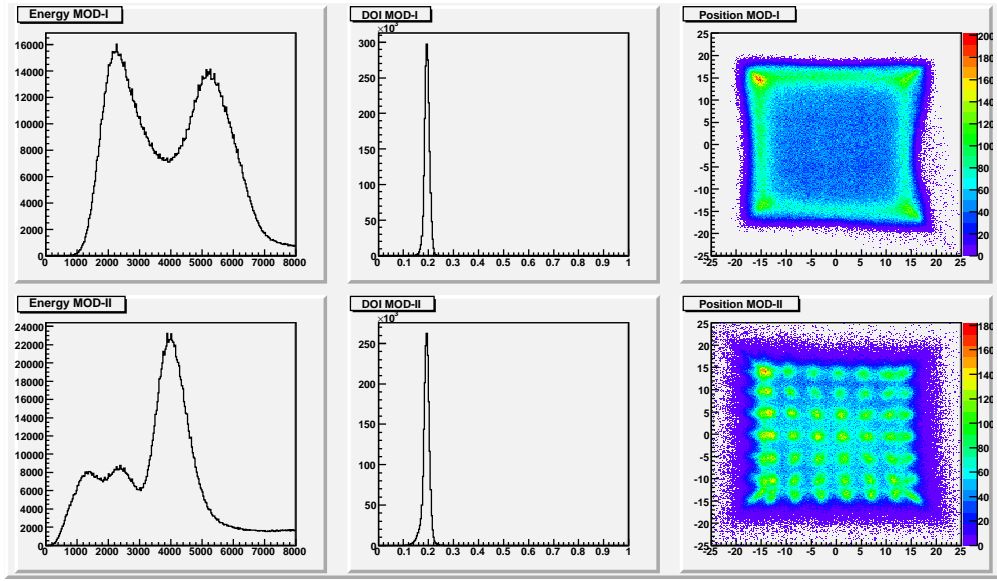
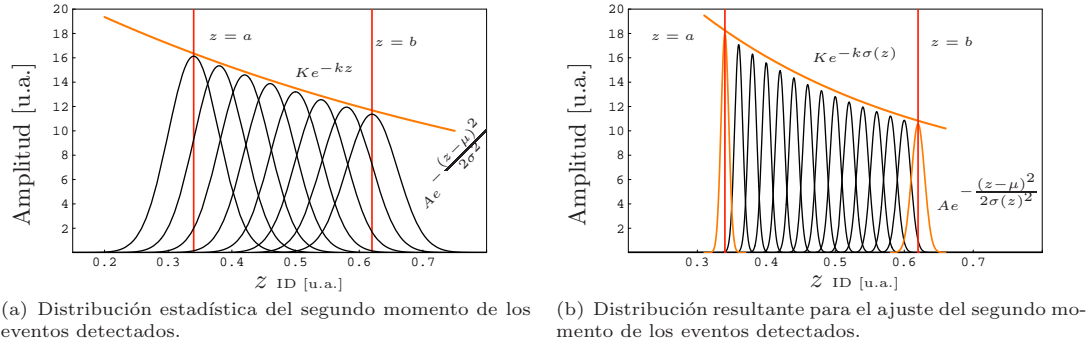


FIGURA 7.9: Resultado de la medida de un array de  $8 \times 8$  fuentes puntuales separadas 5 mm con nuestro detector, donde *Energy MOD I*, *DOI MOD I* y *Position MOD I* corresponden a la energía, profundidad de interacción y posiciones ( $\langle x \rangle$  e  $\langle y \rangle$ ) para el módulo de coincidencia y *Energy MOD II*, *DOI MOD II* y *Position MOD II* son el análogo para el módulo de medida.



(a) Distribución estadística del segundo momento de los eventos detectados.

(b) Distribución resultante para el ajuste del segundo momento de los eventos detectados.

FIGURA 7.10: Distribución estadística del segundo momento para la determinación de la DOI.

### 7.2.2. Modelo de distribución para la profundidad de interacción (DOI)

Para la medida de la profundidad de interacción vamos a utilizar la estadística obtenida a través del segundo momento (Lerche *et al.* [63]) con lo que tendremos una distribución como la que se muestra en la figura 7.10. Esta distribución la obtenemos asumiendo por una parte que la luz sigue una distribución gaussiana

$$g(z) = Ae^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (7.7)$$

y por otra parte teniendo en cuenta que conforme la luz penetre en el cristal centelleador se verá atenuada en función de las características del material que atraviesa. Para reflejar este hecho convolucionamos la distribución gaussiana con la expresión

$$at(z) = Ke^{-kz}, \quad (7.8)$$

la integral la llevamos a cabo entre los valores  $a$  y  $b$ , ya que son los que delimitan el grosor del cristal centelleador.

Por lo tanto para obtener la primera aproximación de la distribución que usaremos para obtener los parámetros característicos en la determinación de la DOI usaremos la expresión:

$$DOI(z) = \int_a^b AK e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}} e^{kz} dz . \quad (7.9)$$

Utilizando la expresión 7.9 podemos obtener las expresiones analíticas con las que ajustar los histogramas de la profundidad de interacción (Lerche *et al.* [63]). En la figura 7.10(a) podemos observar que la distribución de la DOI no es más que la superposición de la resolución intrínseca ( $\sigma$ ) de la DOI en cada profundidad de interacción pesada con una exponencial que se corresponde con la atenuación de los rayos- $\gamma$ . En este modelo asumimos que las  $\sigma$  de las distribuciones gaussianas que forman la distribución de la DOI son iguales y constantes. Esta asunción es errónea ya que dependiendo de la profundidad en la que se produzca la interacción la  $\sigma$  variará (figura 7.10(b)) debido a los efectos de absorción y dispersión del medio en el que se encuentra.

Para obtener una función analítica con la que ajustar la distribución de la DOI más realista que la que obtendríamos con la expresión 7.9 asumimos que la  $\sigma$  de las distribuciones gaussianas del segundo momento que forman la DOI varía linealmente con la misma ( $\sigma = mz + t$ ). La distribución gaussiana que utilizamos en esta segunda aproximación mejorada es la siguiente:

$$g(z) = Ae^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma(z)^2}} = Ae^{-\frac{(z-\mu)^2}{2(mz+t)^2}} . \quad (7.10)$$

Para hallar la DOI( $z$ ) utilizamos la expresión 7.11.

$$DOI(z) = \int_a^b AK e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2(mz+t)^2}} e^{-kz} dz . \quad (7.11)$$

Encontrar una función analítica de la DOI con la que ajustar la estadística obtenida a través del segundo momento no es trivial debido a la dependencia de la  $\sigma$  con  $z$ . Para solucionar este problema hemos supuesto que la  $z \approx \mu$  para el conjunto de las distribuciones gaussianas que forman la DOI en el rango de integración de la misma (dicho rango va de  $z = a$  a  $z = b$ , límite superior e inferior del cristal, figura 7.12). Esta asunción es cierta para el caso en el que las  $\sigma$  de las distribuciones gaussianas son pequeñas en comparación con el rango de integración ( $\sigma \in [2 - 6]mm$ ) y la variación de la  $\sigma$  con  $z$  en el mismo rango es lenta. Es decir, la pendiente de la recta  $\sigma = mz + t$  es pequeña. Para comprobar el impacto de esta asunción con respecto al caso real, comparamos por una parte el resultado de la integración numérica del caso real con el resultado de la integración de la expresión analítica obtenida con esta asunción. La figura 7.11 muestra que el método escogido para realizar la integración analítica es aceptable.

De esta manera la distribución que obtenemos para la DOI tras resolver la expresión integral utilizando el programa Mathematica es la siguiente:

$$DOI(z) = \frac{Ae^{\frac{1}{2}k(2a-2z+(t+mz)^2k)} \left( \operatorname{Erf} \left[ \frac{b-z+(t+mz)^2k}{\sqrt{2}(t+mz)} \right] - \operatorname{Erf} \left[ \frac{a-z+(t+mz)^2k}{\sqrt{2}(t+mz)} \right] \right)}{2k}, \quad (7.12)$$

donde  $\operatorname{Erf}$  es la función error y  $A$ ,  $b$ ,  $a$ ,  $k$ ,  $m$  y  $t$  son parámetros ajustables. Los parámetros  $a$  y  $b$  se corresponden con la superficie superior e inferior del cristal. La resolución de la DOI tiene la siguiente expresión

$$\Delta DOI(z) = \sqrt{\operatorname{Log}(4)} \frac{(am + bm + t)\tau}{(b - a)}, \quad (7.13)$$

donde  $\tau$  es el grosor del cristal.

El error de la resolución de la DOI es el siguiente:

$$\delta_{\Delta DOI}(z) = \tau \sqrt{\operatorname{Log}[4]} \frac{\sqrt{m^2(\delta a^2 + \delta b^2) + (a + b)^2 \delta m^2 + 4\delta t^2}}{(b - a)}. \quad (7.14)$$

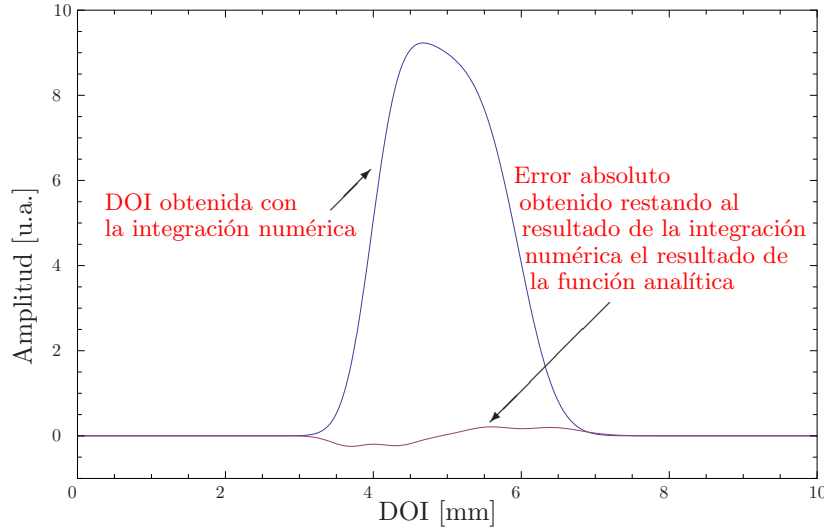


FIGURA 7.11: Validación del método usado para obtener la función analítica de la DOI. Esta figura muestra el resultado de la distribución de la DOI obtenido mediante integración numérica y la diferencia entre este resultado y el resultado obtenido de la función analítica de la DOI. La función analítica que hemos obtenido es sólo válida para  $\sigma \in [2 - 6]$  mm de las distribuciones gaussianas que forman la DOI.

Utilizando la ecuación 7.12 para ajustar la estadística de la DOI obtenemos como resultado los parámetros  $a$  y  $b$  en cada ajuste que corresponden a la superficie superior e inferior del cristal, así como sus resoluciones. Como conocemos el grosor real del cristal podemos escalar los valores más extremos de  $a$  y  $b$  de forma que obtengamos en que rango de DOI se ha producido la interacción.

Al realizar los ajustes es posible obtener buenos valores de  $\chi^2$  y de  $Q$  (sección 7.2.4) en los casos en los que los valores de los errores de los parámetros ajustados son grandes. En el caso en el que las distribuciones medidas son similares a una distribución Gaussiana o exponencial observamos este comportamiento. En estos casos tenemos poca información con la que realizar el ajuste de la DOI y por lo tanto obtendremos valores grandes para los errores de  $a$ ,  $b$  y  $\sigma$ . Es importante

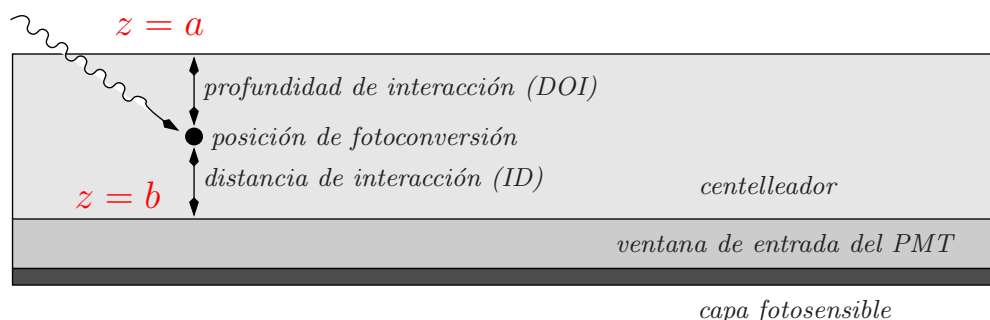


FIGURA 7.12: Definición de *profundidad de interacción (DOI)* y *distancia de interacción (ID)*. Tomamos un convenio fijo con el que definir la DOI así como sus límites superior e inferior. En nuestra investigación la DOI aumenta cuanto más cerca del PSPMT se produzca la desintegración. Los límites los tomaremos como  $z = a \rightarrow$  límite superior y  $z = b \rightarrow$  límite inferior.

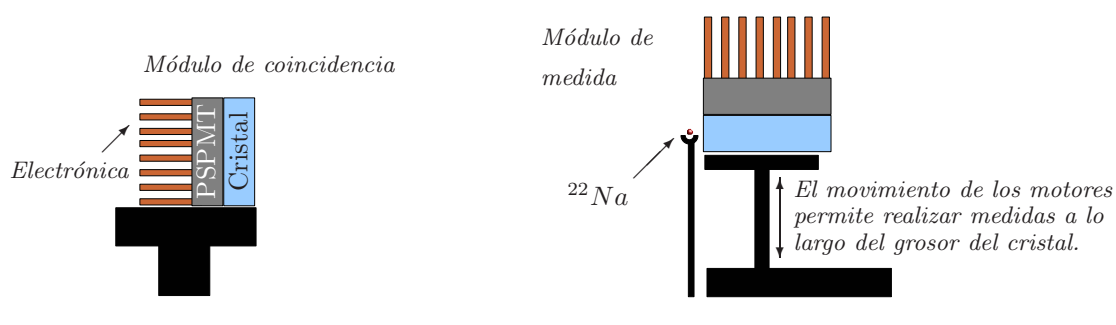


FIGURA 7.13: Configuración del detector para realizar una medida con la que validar nuestro método de obtención de la DOI.

tener en cuenta este fenómeno a la hora de determinar en que medida cada uno de los cristales centelleadores con los que realizamos las medidas es óptimo para las mismas.

Para validar el método de la obtención de la DOI a partir del segundo momento hemos realizado una medida de la misma. La figura 7.13 muestra la disposición de los detectores en esta medida. Hemos llevado a cabo medidas de la fuente colimada de  $^{22}\text{Na}$  en diferentes profundidades del cristal ( $z \in [0,5 - 9,5]$  mm en pasos de 0,5 mm). En este caso la forma de las distribuciones es gaussiana ya que la profundidad de desintegración está más acotada y definida. Realizando ajustes gaussianos podemos obtener el valor de las DOI's medidas frente a las posiciones reales en las que hemos situado la fuente. La figura 7.14 muestra el resultado obtenido para la DOI, dicho resultado no sigue un comportamiento 100% ideal, pero teniendo en cuenta el valor de las resoluciones obtenidas para la DOI (resultado que veremos más adelante, ver sección 7.3) es más que suficiente para mejorar la calidad de las imágenes obtenidas en nuestro PET.

### 7.2.3. Modelo de distribución para la energía

En la figura 7.4 podemos observar la distribución estadística de las energías para el caso de una fuente puntual centrada en el detector. En nuestro caso los ajustes los realizaremos sólo para el detector de medida (Energy MOD-II). Para obtener los parámetros necesarios con los que calcular la resolución energética utilizaremos las fórmulas analíticas obtenidas en el apartado anterior. La

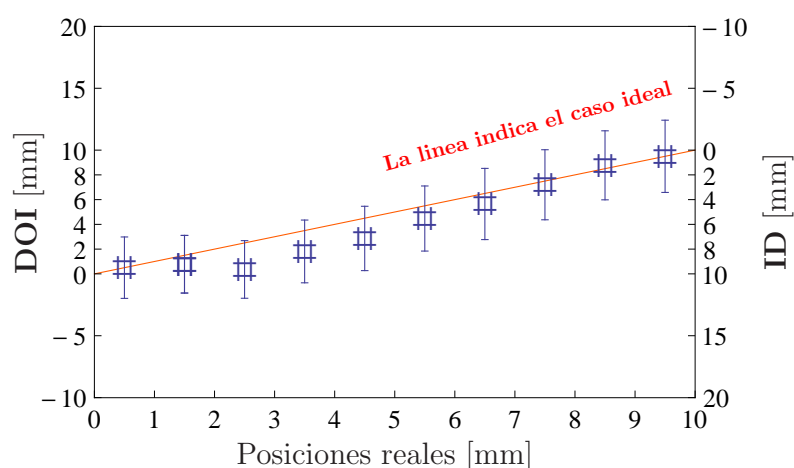
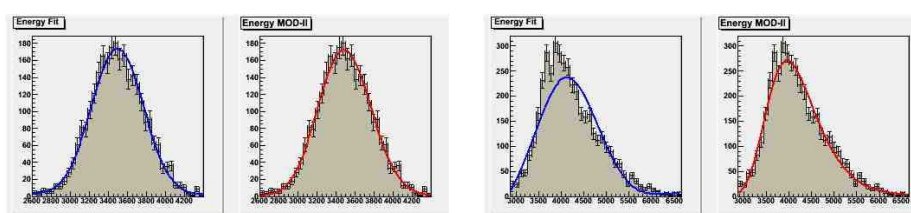


FIGURA 7.14: Resultado de la medida de validación de nuestro método para determinar la DOI. Las posiciones reales son las posiciones en las que hemos situado la fuente radiactiva para realizar la medida, la DOI y la ID están definidas en la figura 7.12. La línea indica por donde irían los puntos en un caso ideal.



(a) Distribución estadística de la energía depositada cuando la fuente de  $^{22}\text{Na}$  está centrada con respecto al campo de visión del módulo de medida.

(b) Distribución estadística de la energía depositada cuando la fuente de  $^{22}\text{Na}$  está en una de las esquinas del campo de visión del módulo de medida.

FIGURA 7.15: Distribución estadística de la energía depositada. El histograma de la izquierda está ajustado con la función gaussiana y el de la derecha con la función error con  $\sigma$  variable.

razón para utilizar estas fórmulas en vez de una distribución gaussiana viene determinado por el hecho de que las distribuciones de la energía en los bordes del cristal no siguen una distribución gaussiana. Esto es debido a las reflexiones en los bordes del cristal, la absorción de la pintura o epoxy negro y la geometría de los mismos (figura 7.15).

De la misma manera, para obtener las resoluciones de las energías medidas en cada punto utilizaremos las ecuaciones obtenidas en el apartado anterior.

Aún teniendo en cuenta que, en los ajustes de las distribuciones energéticas hemos escogido la misma distribución que en el caso de la DOI, mostraremos ajustes realizados con la distribución Gaussiana para reforzar el hecho de que la distribución escogida ajusta mejor al caso real.

#### 7.2.4. Bondad de los ajustes

Para la estimación de la bondad de los ajustes utilizaremos el método introducido por Press *et al.* [83]. Este método de estimación proporciona valores entre 0 y 1 para estimar la bondad del

ajuste, a nuestro modo de ver es más intuitivo que los valores obtenidos con el método del  $\chi^2$ . Este método estima que la probabilidad  $Q$  de que para un determinado valor de  $\chi^2$  obtenido al ajustar el modelo a nuestros datos experimentales ocurra para un determinado número  $\nu$  de grados de libertad viene dada por:

$$Q = 1 - \frac{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}, \frac{\chi^2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}, \quad (7.15)$$

donde  $\Gamma(z)$  es la función gamma de Euler y  $\Gamma(a, z)$  es la función gamma incompleta. Los valores de  $Q$  y  $\chi^2$  los daremos para cada uno de los ajustes llevados a cabo.

### 7.3. Resultados para diferentes configuraciones de los cristales centelleadores

#### 7.3.1. Comparativa cristal con y sin retroreflector

La idea de la utilización de retroreflectores (RR) surgió como solución a la búsqueda de una mejor eficiencia en la recolección de luz. Existen diferentes tipos de retroreflectores y en nuestro caso utilizamos retroreflectores “cube corner” (ver figura 7.16). Los retroreflectores reflejan un rayo de luz en la misma dirección (sentido inverso) que el rayo que incide sobre el mismo. Para estudiar el comportamiento de los retroreflectores llevamos a cabo medidas y simulaciones. Las simulaciones se hicieron con el propósito de comprobar en qué medida el comportamiento de la luz al llegar a la superficie retrorefleтора se comportaba idealmente (la luz reflejada sale en la misma dirección y sentido inverso al de la luz incidente). También se hicieron medidas para estudiar el impacto de una capa retrorefleтора acoplada a la cara de entrada de la radiación en el cristal (la cara que no está pegada al PSPMT).

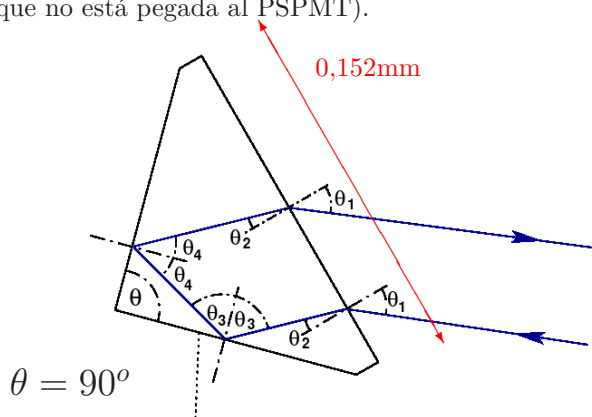


FIGURA 7.16: Ejemplo del funcionamiento de un retroreflector “cube corner”. Como podemos observar, en un retroreflector “cube corner”, la luz reflejada que sale del mismo tiene la misma dirección (sentido inverso) que el rayo que incide sobre este.



### 7.3.1.1. Simulaciones del comportamiento de la superficie retrorefleitora

Las simulaciones de la luz al interactuar con superficies retroreflectoras fueron llevadas a cabo como un estudio preliminar a las medidas. El objetivo de dichas simulaciones era ver de qué manera los retroreflectores afectaban a la distribución de luz resultante y si valía la pena llevar a cabo medidas PET con superficies retroreflectoras. Para ver el comportamiento de los retroreflectores se llevaron a cabo simulaciones con el paquete óptico de Mathematica. La figura 7.17 muestra el comportamiento de los rayos de luz cuando llegan a la estructura retrorefleitora. Como podemos observar en los casos 7.17(b) y 7.17(d) el comportamiento retroreflector se pierde cuando el rayo incide lejos de la cúspide de la pirámide del retroreflector. Por esta razón se llevaron a cabo más simulaciones con las que estudiar más detalladamente el comportamiento de los retroreflectores “cube corner” al incidir sobre ellos luz proveniente de diferentes direcciones y cuyos rayos impactan en toda la superficie del mismo. Estas simulaciones detalladas nos proporcionarán únicamente información cualitativa del comportamiento de la luz al incidir en el retroreflector ya que han sido llevadas a cabo en 2D. La razón de llevar a cabo las simulaciones en 2D radica principalmente en el aumento del tiempo necesario para realizar las simulaciones en 3D. Además hay que tener en cuenta que la geometría del cristal proporciona valores similares para las posiciones  $x$  e  $y$ . Por esta razón nuestras simulaciones equivaldrían a la proyección de la luz sobre uno de los ejes de los centroides  $x$  o  $y$ . Los ajustes de las distribuciones de luz obtenidas con las simulaciones se llevaron a cabo utilizando la siguiente función:

$$\mathfrak{L}(x) = \frac{A}{2\pi} \frac{z_o}{(x - x_o)^2 + z_o^2}, \quad (7.16)$$

donde  $A$  es una constante,  $x$  se refiere al centroide  $x$  o  $y$  que es indiferente en nuestra simulación,  $x_o$  es el desplazamiento en  $x$  y  $z_o$  se refiere a la profundidad de interacción del punto considerado. Esta función la obtenemos teniendo en cuenta la ley de la inversa al cuadrado (ver apartado 3.2.4) para el caso concreto de superficies planares (ley del coseno, sección 3.2.5). En nuestro caso concreto de 2D la función se simplifica notablemente.

En la figura 7.18 (**Caso A**) vemos los resultados obtenidos al simular el comportamiento de la luz al llegar al retroreflector en los casos en los que la fuente de luz está centrada con respecto a una perpendicular a la superficie retrorefleitora que pasa por la cúspide de la pirámide. La figura 7.19 (**Caso B**) muestra los resultados obtenidos al simular el comportamiento de la luz al llegar al retroreflector en los casos en los que la fuente de luz está centrada con respecto a la cúspide de la pirámide invertida (que correspondería a la esquina de una de las bases de una pirámide).

En estas simulaciones la fuente de luz se encuentra siempre a la misma altura ( $z_o$ ). En cada caso se muestra separadamente el comportamiento de la luz al reflejarse en cada una de las zonas del retroreflector (parte izquierda de la figura). Para cada una de las componentes también podemos observar la componente de la luz recogida (parte derecha de la figura) para cada una de ellas (en color rojo) con respecto a la suma de la luz recogida para todas las componentes (gris claro).

En ambas figuras (7.18 y 7.19) podemos observar que sólo para los casos en los que la luz incide en la cúspide de la pirámide (y de la pirámide invertida) el comportamiento de la luz es retroreflector. Aún en estas condiciones podemos observar que en el **Caso A** la distribución de luz

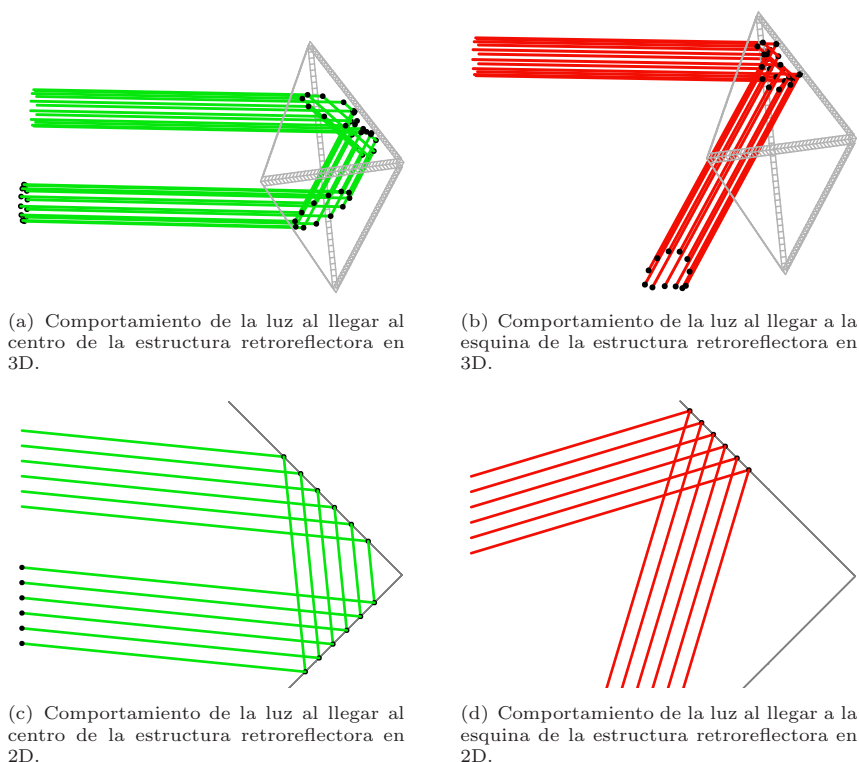


FIGURA 7.17: Comportamiento de la luz al llegar a la estructura retrorefractora.

se ensancha un poco. Por otra parte observamos también que el espectro de la luz recogida para todas las componentes dista mucho de seguir una distribución gaussiana que sería la adecuada en un caso ideal. Este efecto es más pronunciado en el **Caso B** en el que aunque el espectro de la luz recogida no se dispersa tanto como en el **Caso A**, podemos observar dos picos en la distribución en torno a  $2 u.a.$  que rompen con cualquier parecido que esta distribución pudiera tener con una gaussiana.

En la figura 7.20 podemos observar el resultado de la simulación de la luz generada en el centro del fotocátodo para una fuente situada en la cúspide de la pirámide del retroreflector (**Caso A**) para diferentes profundidades de interacción. La figura 7.21 muestra los resultados equivalentes para el **Caso B**. En ambas figuras observamos tanto la distribución de luz para cada caso como el resultado del ajuste (ver ecuación 7.16) llevado a cabo para cada uno de ellos. En ambos casos queda patente que para DOI's grandes (más alejadas del retroreflector) la distribución se estrecha y no ajusta bien.

En la figura 7.22 podemos observar el resultado de la simulación de la luz generada en la esquina del fotocátodo para una fuente situada en la cúspide de la pirámide del retroreflector (**Caso A**) para diferentes profundidades de interacción. La figura 7.23 muestra los resultados equivalentes para el **Caso B**. Como información complementaria de las figuras 7.22 y 7.23 en la figura 7.24 podemos observar el resultado de la simulación de la luz que escapa del cristal centelleador en la esquina del fotocátodo para una fuente situada en la cúspide de la pirámide del retroreflector (**Caso A**) para diferentes profundidades de interacción y la figura 7.25 muestra los resultados de la simulación de la luz que escapa del cristal centelleador en la esquina del fotocátodo para

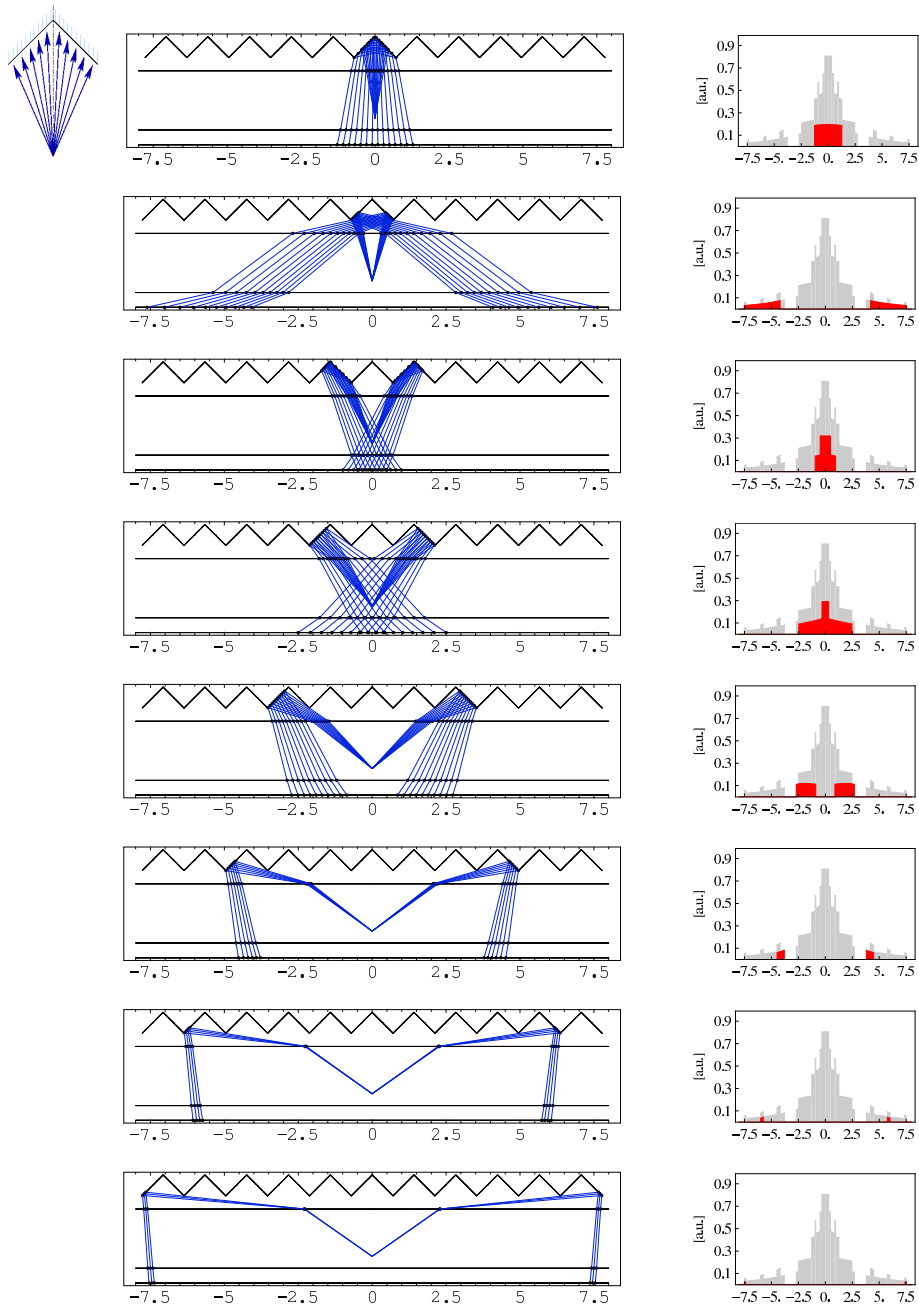


FIGURA 7.18: Simulación del comportamiento de la luz al llegar a la cúspide de la pirámide del retroreflector (**Caso A**). Las figuras de la parte izquierda representan el comportamiento de la luz proveniente siempre del mismo punto y situada bajo la cúspide de la pirámide del retroreflector. Las figuras de la parte derecha representan la luz recogida para cada una de las componentes (rojo) frente a la luz total (gris claro), que es la suma de todas las componentes

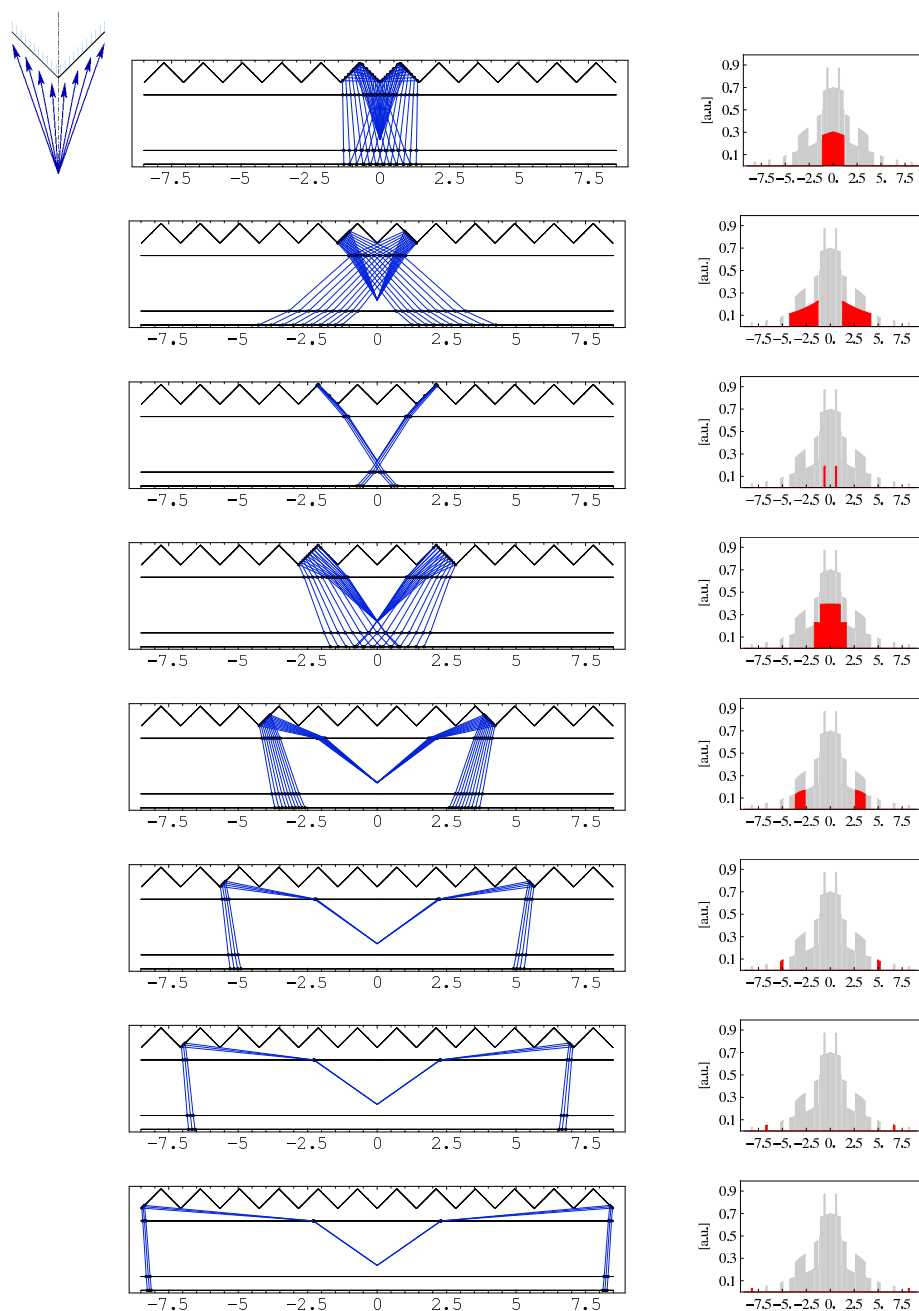


FIGURA 7.19: Simulación del comportamiento de la luz al llegar a la cúspide de la pirámide invertida del retroreflector (**Caso B**). Las figuras de la parte izquierda representan el comportamiento de la luz proveniente siempre del mismo punto y situada bajo la cúspide de la pirámide invertida del retroreflector. Las figuras de la parte derecha representan la luz recogida para cada una de las componentes (rojo) frente a la luz total (gris claro), que es la suma de todas las componentes.

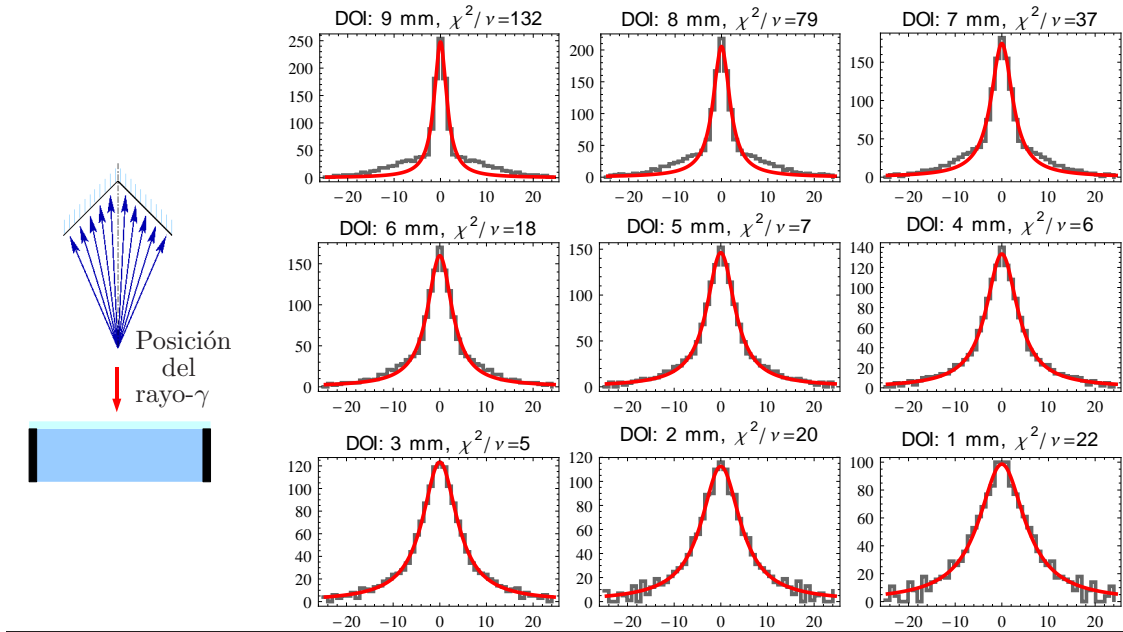


FIGURA 7.20: **Caso A.** Luz detectada en el fotocátodo para una fuente situada en el centro y en la cúspide de la pirámide del retroreflector a diferentes profundidades de interacción (DOI).

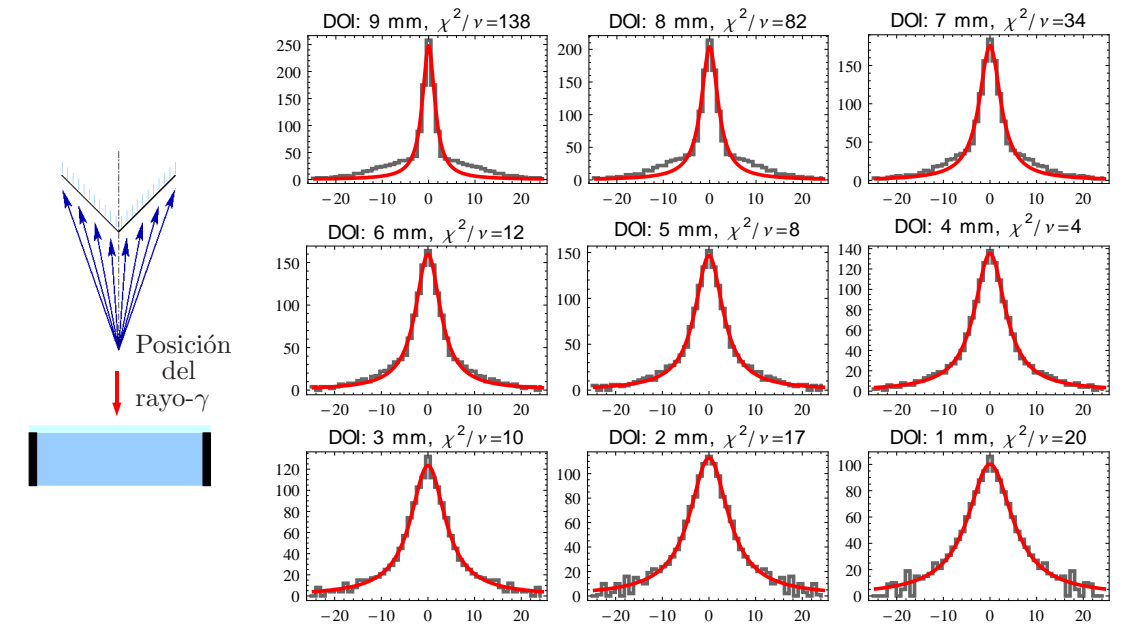


FIGURA 7.21: **Caso B.** Luz detectada en el fotocátodo para una fuente situada en el centro y en la cúspide de la pirámide invertida del retroreflector a diferentes profundidades de interacción (DOI).

una fuente situada en la cúspide de la pirámide invertida del retroreflector (**Caso B**) para diferentes DOI's. En las gráficas de las cuatro figuras podemos observar los espectros de la luz así como el resultado del ajuste (ver ecuación 7.16) de las mismas. Los resultados obtenidos son coherentes entre sí (luz que escapa del cristal centelleador frente a luz detectada) y también con los resultados mostrados en las figuras 7.20 y 7.21<sup>5</sup>.

<sup>5</sup>En las figuras 7.20 a 7.25 el eje de abscisas viene expresado en mm.

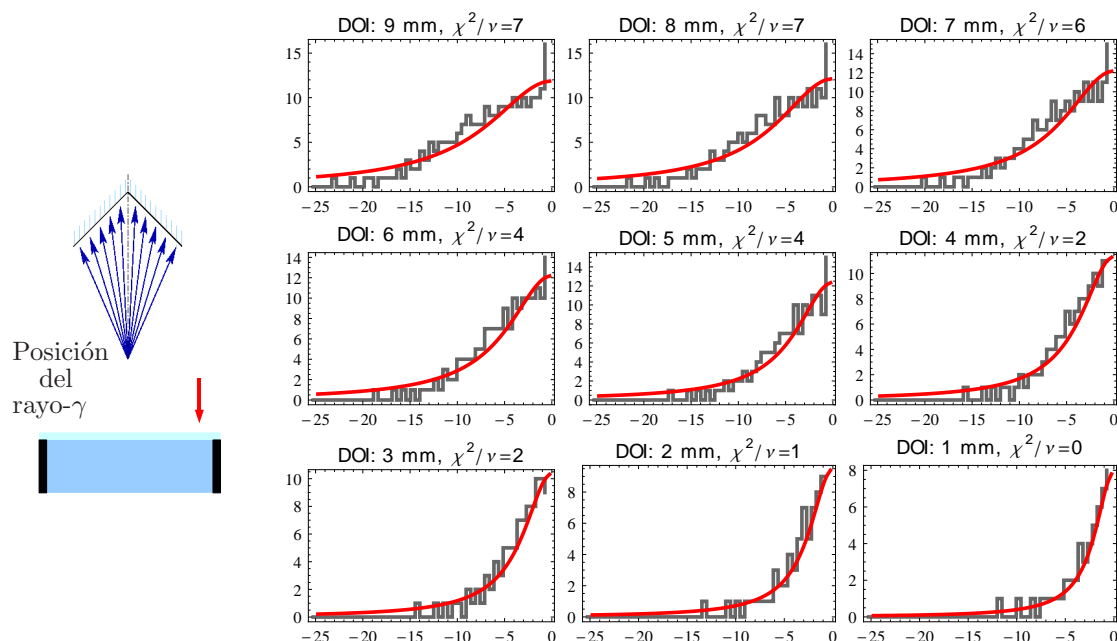


FIGURA 7.22: **Caso A.** Luz detectada en el fotocátodo para una fuente situada en la esquina y en la cúspide de la pirámide del retroreflector a diferentes profundidades de interacción (DOI).

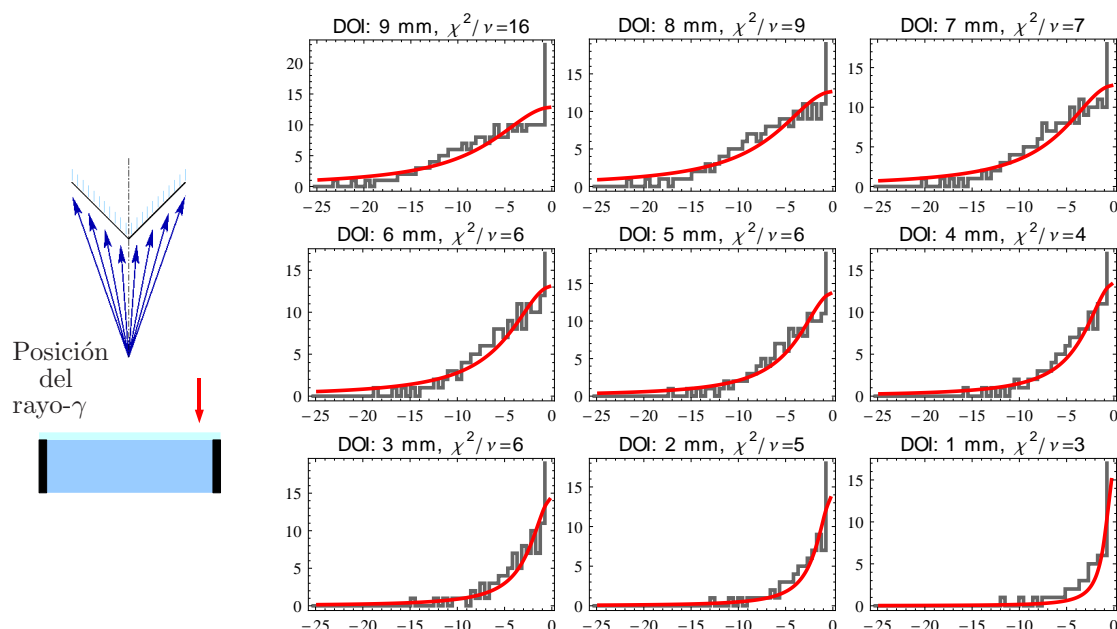


FIGURA 7.23: **Caso B.** Luz detectada en el fotocátodo para una fuente situada en la esquina y en la cúspide de la pirámide invertida del retroreflector a diferentes profundidades de interacción (DOI).

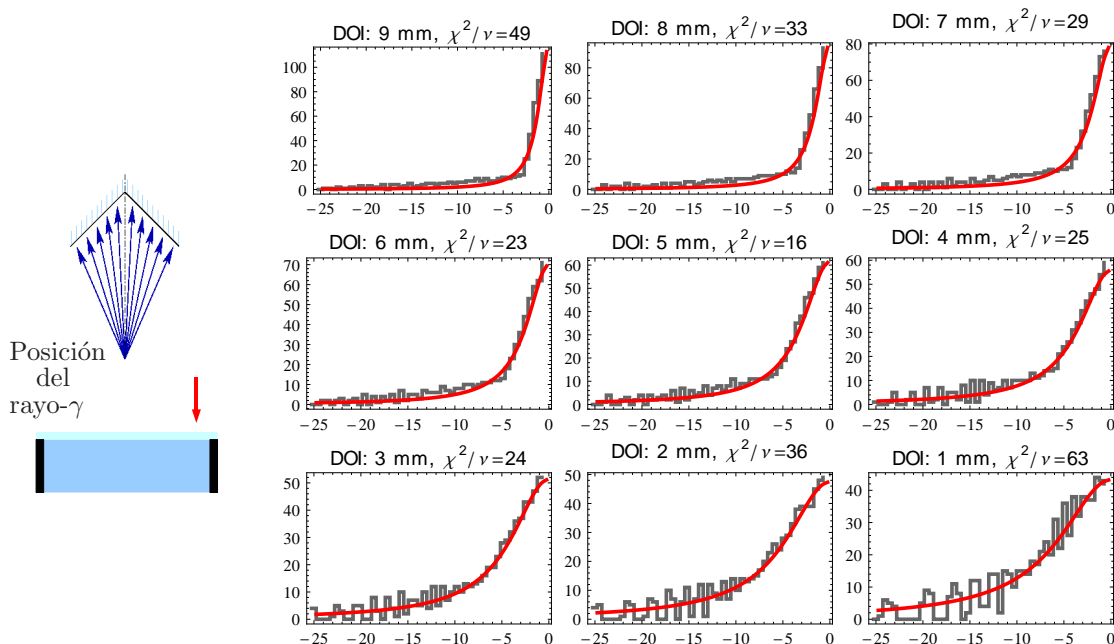


FIGURA 7.24: **Caso A.** Luz que escapa del cristal centelleador en el fotocátodo para una fuente situada en la esquina y en la cúspide de la pirámide del retroreflector a diferentes profundidades de interacción (DOI).

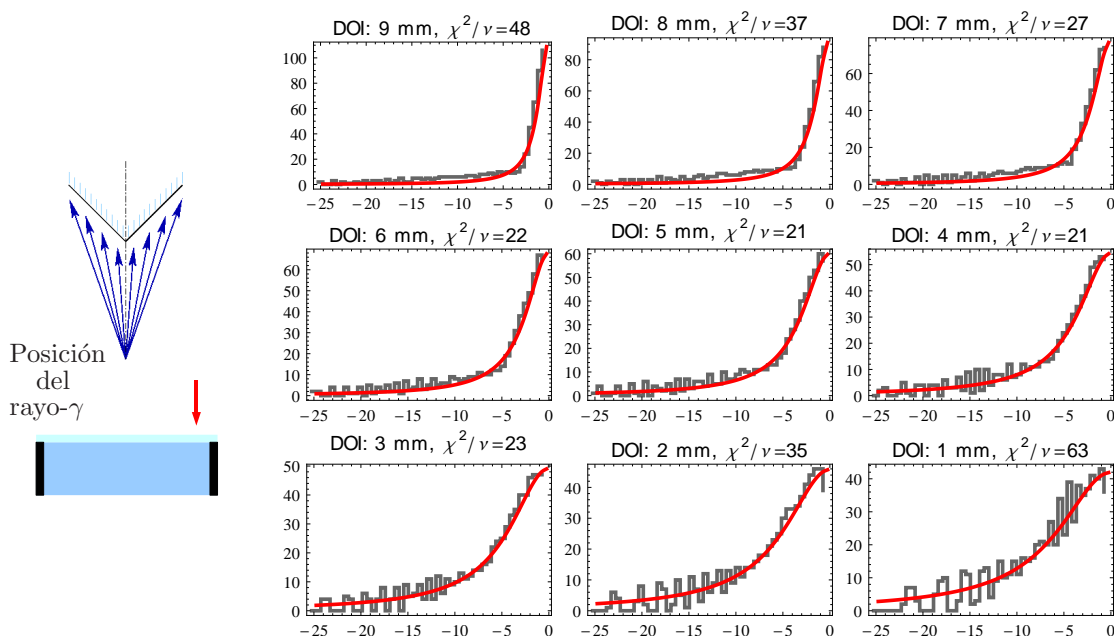


FIGURA 7.25: **Caso B.** Luz que escapa del cristal centelleador en el fotocátodo para una fuente situada en la esquina y en la cúspide de la pirámide invertida del retroreflector a diferentes profundidades de interacción (DOI).

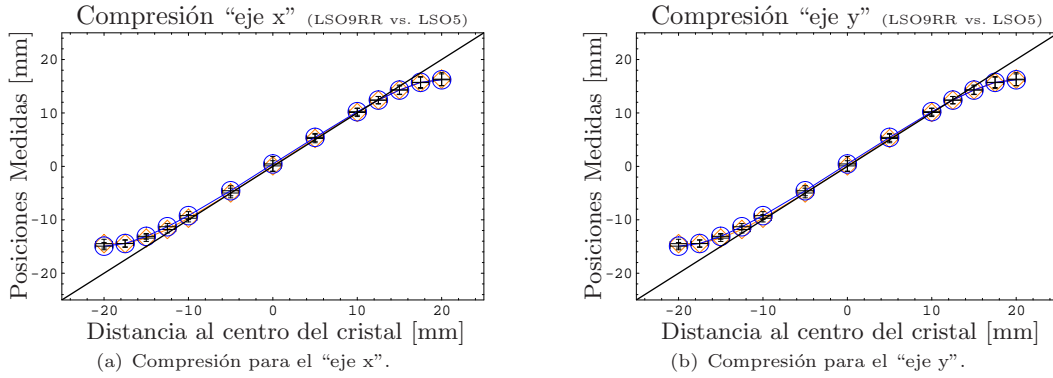


FIGURA 7.26: Comparativa LSO9 con retroreflector ( $\circ$ ) vs. LSO5 sin retroreflector ( $\diamond$ ). Posiciones medidas frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas (para poder estimar la compresión en los bordes).

### 7.3.1.2. Medidas

Para ver el comportamiento real de los retroreflectores llevamos a cabo seis medidas, cada una de ellas es una comparativa de cristal con y sin retroreflector (con pintura o epoxy negro). Además cada una de las tres comparaciones ha sido realizada con cristales de uno de los tres proveedores (tabla E.1 (LSO) y E.2 (LYSO)). Los retroreflectores son placas de PMMA (polimetilmetacrilato) de 0,7 mm de grosor de *Fresnell Optics*. Las estructuras "cube corner" microscópicas de las placas de PMMA unidas a una capa de aluminio que las recubre permiten el proceso de retroreflexión. Las placas retroreflectoras fueron pegadas a los cristales centelleadores usando pegamento óptico *Silicon 681* de *Scionix*. A continuación podemos ver las comparaciones que hemos llevado a cabo:

- **LSO9 con RR vs. LSO5 sin RR**  $\Rightarrow$  Figuras 7.26, 7.27, 7.28 y 7.29
- **LYSO1 con RR vs. LYSO2 sin RR**  $\Rightarrow$  Figuras 7.30, 7.31, 7.32 y 7.33
- **LYSO6 con RR vs. LYSO4 sin RR**  $\Rightarrow$  Figuras 7.34, 7.35, 7.36 y 7.37

Para el caso **LSO9 con RR** frente a **LSO5 sin RR** en la figura 7.26 observamos la compresión de las posiciones medidas para los ejes  $x$  e  $y$  es prácticamente igual para los dos cristales. También las resoluciones en posición para ambos casos son muy similares (ver figura 7.27) exceptuando los casos en los que las distancias al centro del cristal son mayores de 20 mm en cuyo caso los resultados no son concluyentes. Cerca de las esquinas del cristal, la compresión de la imagen hace divergir las resoluciones espaciales. Por esta razón somos muy sensibles a pequeñas variaciones involuntarias de la fuente radiactiva en relación al límite del cristal. La precisión mecánica de nuestro *setup* es de 1 mm, por esta razón a veces vemos la divergencia de las resoluciones en un lado del cristal y a veces en otro. Este efecto lo podemos apreciar en todas las medidas que llevaremos a cabo y que se mostrarán en este trabajo. Para la resolución energética en la figura 7.28 podemos observar una mejor resolución para el cristal LSO9 con retroreflector. Contrariamente, los resultados de la figura 7.29 muestran un empeoramiento de la  $\Delta$ DOI en el centro mientras que en los bordes se mantiene igual para el cristal con retroreflector.



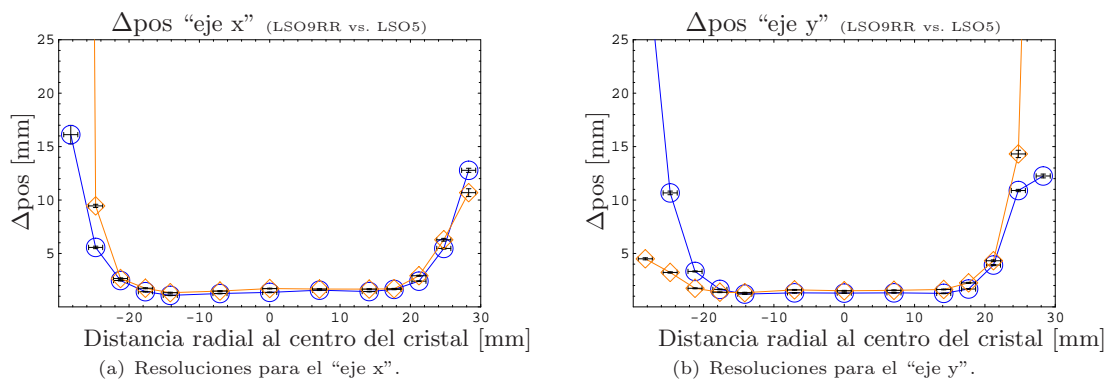


FIGURA 7.27: Comparativa LSO9 con retroreflector (○) vs. LSO5 sin retroreflector(◇). Resoluciones de las posiciones medidas frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas.

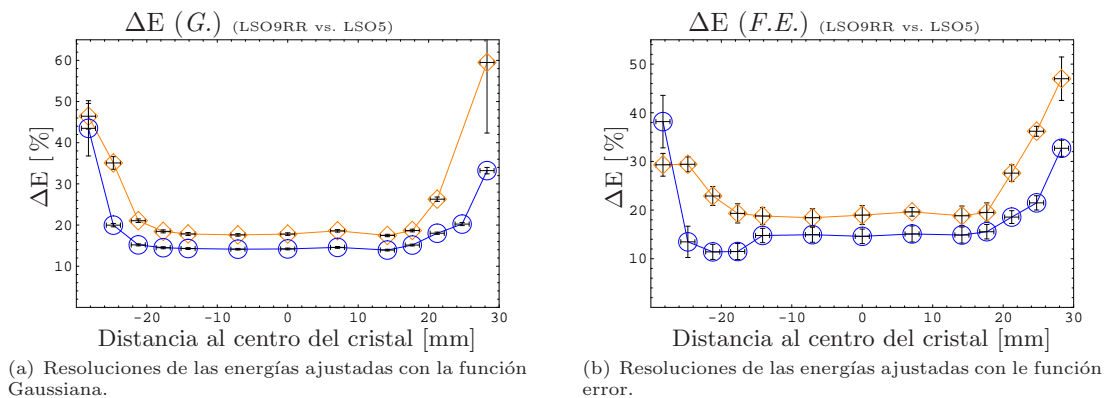


FIGURA 7.28: Comparativa LSO9 con retroreflector (○) vs. LSO5 sin retroreflector(◇). Resoluciones de las energías frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas.

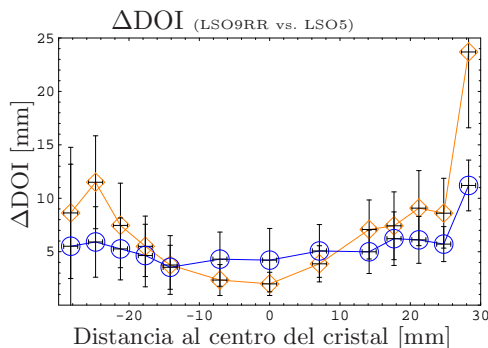


FIGURA 7.29: Comparativa LSO9 con retroreflector (○) vs. LSO5 sin retroreflector(◇). Resoluciones de la profundidad de interacción frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas.

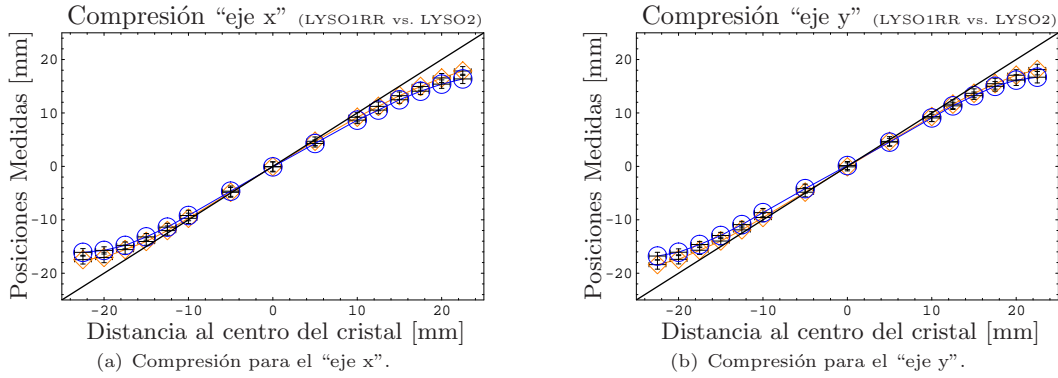


FIGURA 7.30: Comparativa LYSO1 con retroreflector ( $\circ$ ) vs. LYSO2 sin retroreflector ( $\diamond$ ). Posiciones medidas frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas (para poder estimar la compresión en los bordes).

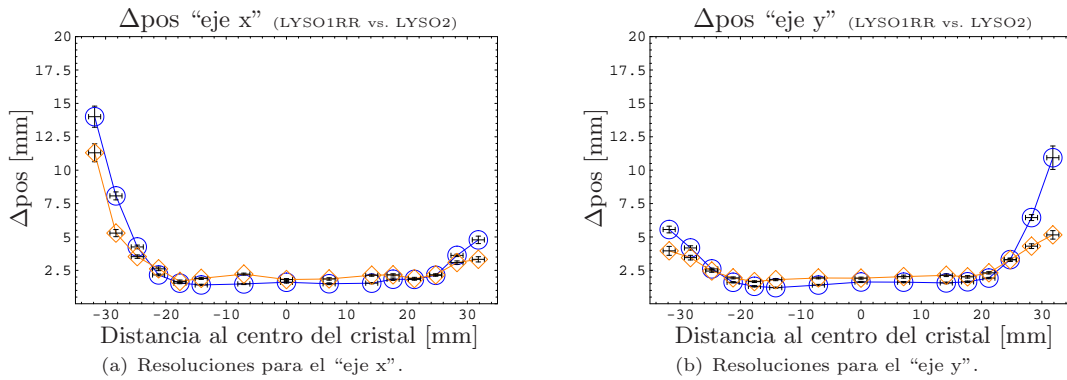


FIGURA 7.31: Comparativa LYSO1 con retroreflector ( $\circ$ ) vs. LYSO2 sin retroreflector ( $\diamond$ ). Resoluciones de las posiciones medidas frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas.

Para el caso **LYSO1 con RR** frente a **LYSO2 sin RR** podemos observar que la compresión de las posiciones medidas para los ejes  $x$  e  $y$  es ligeramente mejor para el LYSO2 (figura 7.30). Contrariamente a este hecho y como podemos observar en la figura 7.31 las resoluciones en posiciones mejoran levemente para el caso del LYSO1 con retroreflector frente al LYSO2. Asimismo para el caso de la  $\Delta E$  la figura 7.32 muestra una clara mejoría de la resolución energética para el caso del LYSO1 con retroreflector. Para el caso de la resolución en la profundidad de interacción cuyos resultados muestra la figura 7.33 los resultados no son del todo concluyentes ya que la tendencia general de los mismos indica que la resolución es mejor para el caso del LYSO1 con retroreflector aunque el punto central muestra lo contrario. Teniendo en cuenta el error de dicho punto podemos concluir que el ajuste en el punto central ha fallado.

Para el caso **LYSO6 con RR** frente a **LYSO4 sin RR** la figura 7.34 muestra que la compresión en posición para el LYSO4 es levemente menor que la compresión para el LYSO6 con retroreflector aunque esta diferencia no es significativa. La figura 7.35 muestra una ligera mejoría para la resolución en posiciones para el LYSO6 con retroreflector frente al LYSO4. Por otra parte, para el caso de las  $\Delta E$  la diferencia entre los resultados para ambos cristales sí que es significativa y en la figura 7.36 podemos observar claramente que las resolución energética para el LYSO6 con retroreflector es mejor que para el LYSO4. Los resultados de las resoluciones en profundidad

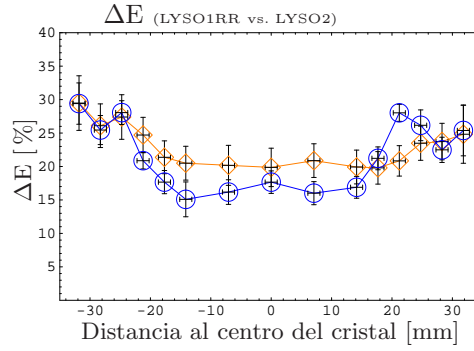


FIGURA 7.32: Comparativa LYSO1 con retroreflector (○) vs. LYSO2 sin retroreflector(◇). Resoluciones de las energías frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas.

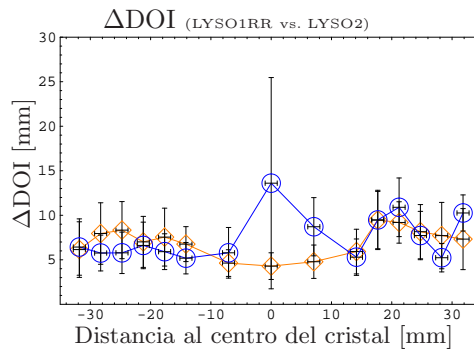


FIGURA 7.33: Comparativa LYSO1 con retroreflector (○) vs. LYSO2 sin retroreflector(◇). Resoluciones de la profundidad de interacción frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas.

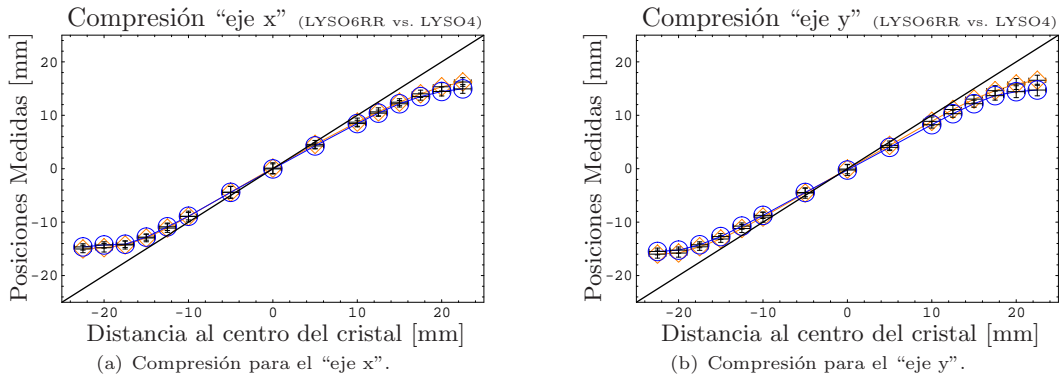


FIGURA 7.34: Comparativa LYSO6 con retroreflector (○) vs. LYSO4 sin retroreflector(◇). Posiciones medidas frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas (para poder estimar la compresión en los bordes).

de interacción que se muestran en la figura 7.37 no muestran unos resultados concluyentes. A grandes rasgos, en vista de los resultados obtenidos en la comparativa de medidas con y sin retroreflector podemos concluir que el uso de retroreflector cumple con nuestras expectativas. La inclusión de retroreflectores mejora la resolución energética alrededor de un 30% en las regiones centrales, sin empeorar las resoluciones espaciales y en profundidad de interacción.

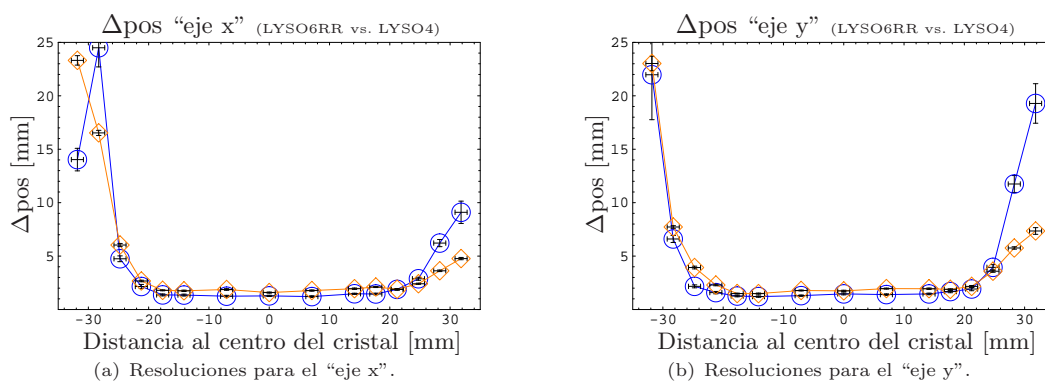


FIGURA 7.35: Comparativa LYSO6 con retroreflector (○) vs. LYSO4 sin retroreflector(◇). Resoluciones de las posiciones medidas frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas.

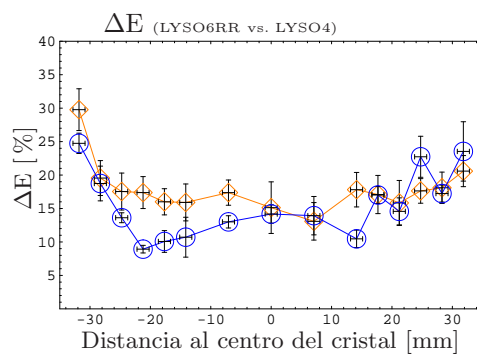


FIGURA 7.36: Comparativa LYSO6 con retroreflector (○) vs. LYSO4 sin retroreflector(◇). Resoluciones de las energías frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas.

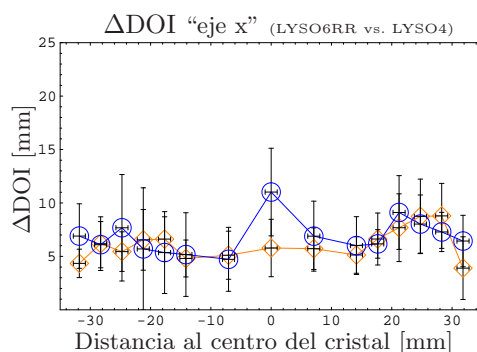


FIGURA 7.37: Comparativa LYSO6 con retroreflector (○) vs. LYSO4 sin retroreflector(◇). Resoluciones de la profundidad de interacción frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas.

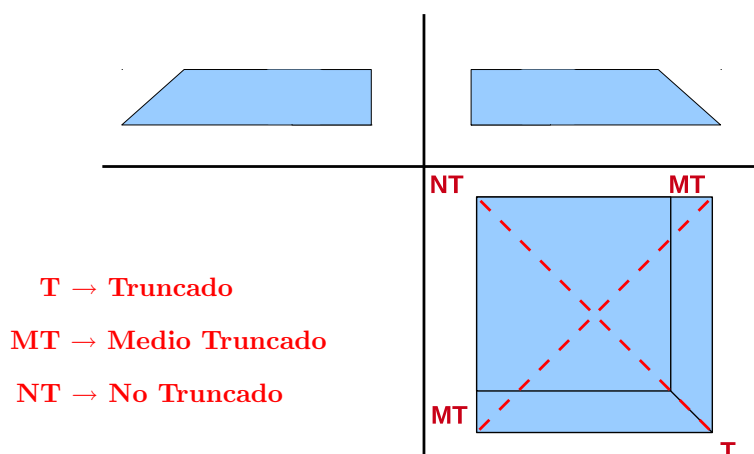


FIGURA 7.38: Esquema del cristal *LSO2*. Este cristal está troncado en una de sus esquinas y no-troncado en la esquina enfrentada a la esquina troncada. Las medidas fueron llevadas a cabo a lo largo de las dos diagonales (líneas rojas) truncado/no-truncado (**T/NT**) y medio-truncado/medio-truncado (**MT/MT**).

### 7.3.2. Comparativa truncado no truncado

Para llevar a cabo la comparativa de los cristales con el borde troncado y no-troncado se realizaron medidas con el cristal *LSO2* (apéndice E.1). Este cristal está troncado en una de sus esquinas con un ángulo de  $60^\circ$  y no-troncado en la esquina enfrentada a la esquina troncada. De esta manera tenemos una esquina troncada (**T**), una esquina no-troncada (**NT**) y dos esquinas medio truncadas (**MT**). Las medidas fueron llevadas a cabo a lo largo de las dos diagonales truncado/no-truncado (**T/NT**) y medio-truncado/medio-truncado (**MT/MT**) (ver figura 7.38). Las figuras 7.39, 7.40, 7.42 y 7.43 corresponden a la compresión y a las resoluciones de posición, profundidad de interacción y energía respectivamente. En este caso los valores de la compresión (figura 7.39) para cada uno de los ejes  $x$  y  $y$  los pondremos juntos en una misma gráfica, en una de ellas para el caso **T/NT** y en otra para el **MT/MT**.

La figura 7.39 muestra la compresión en posiciones para ambas diagonales (**T/NT**→*caso a* y **MT/MT**→*caso b*). En el caso **T/NT** la figura muestra que para la esquina en la que el cristal está troncado la compresión en los bordes es significativamente menor que para el caso en el que la esquina del cristal es no troncado. En el caso **MT/MT** la compresión también es menor que cuando la comparamos con la compresión en los bordes de un cristal sin trincar.

En la figura 7.40 podemos ver los resultados de las resoluciones en posición para los ejes  $x$  e  $y$ . Para el caso **T/NT** observamos que claramente la resolución en posiciones es mejor para un cristal troncado que para uno sin trincar. Esta mejora de la resolución está estrechamente relacionada con el hecho de que un cristal troncado tiene menos compresión en los bordes que uno sin trincar. Para el caso **MT/MT** podemos observar que de la misma manera el resultado de las resoluciones es mejor que para un cristal sin trincar (figura 7.41).

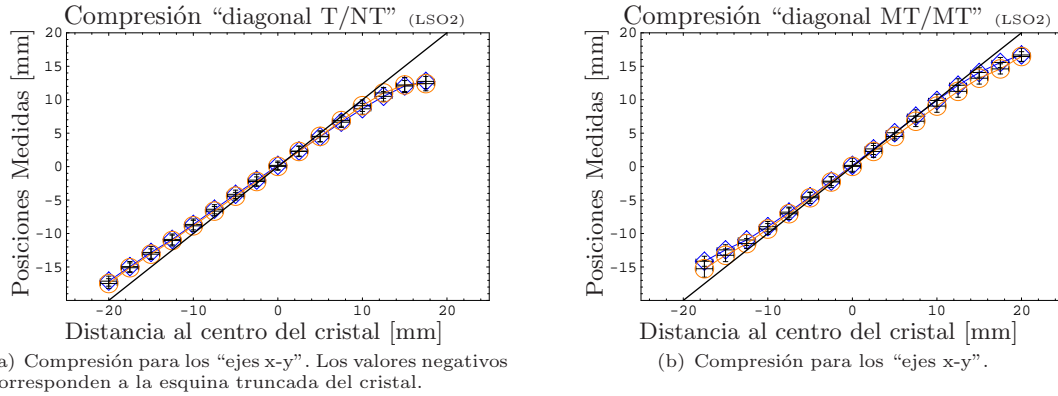


FIGURA 7.39: Comparativa LSO2 Truncado/NoTruncado (T/NT) y MedioTruncado/MedioTruncado (MT/MT). Posiciones medidas frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas (para poder estimar la compresión en los bordes). Donde (○) son los valores para el eje "x" y (◇) los valores para el eje "y".

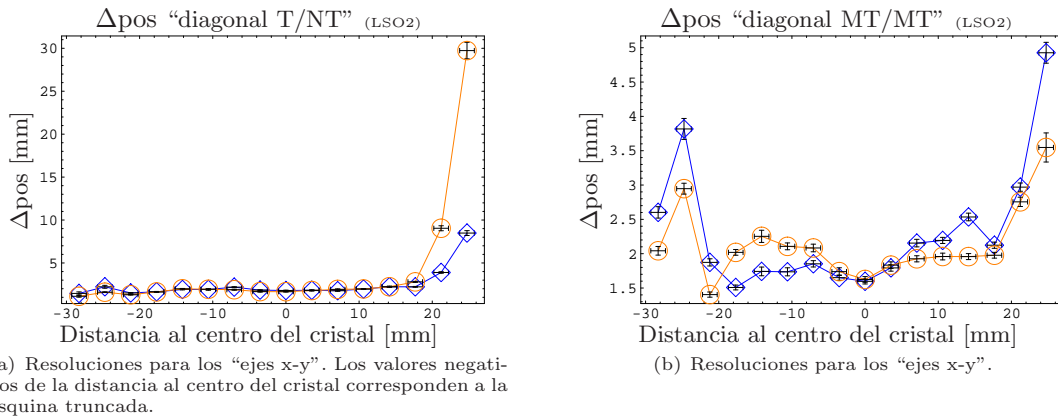


FIGURA 7.40: Comparativa LSO2 Truncado/NoTruncado (T/NT) y MedioTruncado/MedioTruncado (MT/MT). Resoluciones de las posiciones medidas frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas. Donde (○) son los valores para el eje "x" y (◇) los valores para el eje "y".

En la figura 7.42 se muestran los resultados de las resoluciones para la DOI. En el caso **T/NT** no se observa una mejor resolución en la profundidad de interacción para el caso truncado y en el caso de cristal MT los resultados en las resoluciones de la profundidad de interacción son similares a los obtenidos para un cristal sin truncar.

Las figura 7.43 muestra los resultados de la  $\Delta E$ . Podemos concluir que las resoluciones en energía para el caso del cristal truncado son significativamente mejores que para un cristal sin truncar. Asimismo, la resolución en energía también mejora para un cristal medio truncado con respecto a uno sin truncar, aunque el caso de cristal truncado es el que presenta una mejoría más destacable en las resoluciones.

### 7.3.3. Comparativa pintura epoxy

Para llevar a cabo esta comparación hemos realizado medidas en la diagonal del cristal para los cristales *LYSO2* y *LYSO3* (apéndice E, tabla E.2), el *LYSO2* está cubierto con epoxy negro

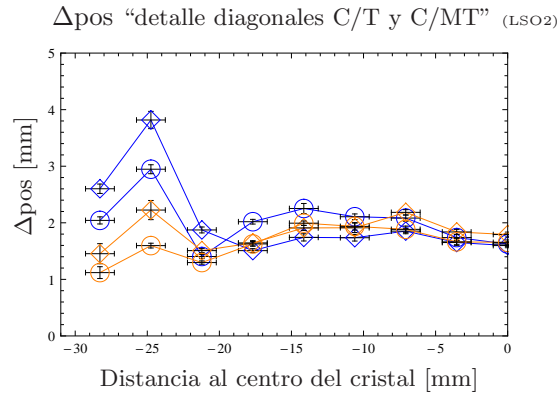


FIGURA 7.41: Detalle de la figura 7.40 para los casos Centro/Truncado (C/T) y Centro/MedioTruncado (C/MT). Resoluciones de las posiciones medidas frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas. Los eventos azules (valores superiores) corresponden al caso Centro/MedioTruncado (figura 7.40(b)) y los naranjas (valores inferiores) al caso Centro/Truncado (figura 7.40(a)). Donde (○) son los valores para el eje “x” y (◇) los valores para el eje “y”.

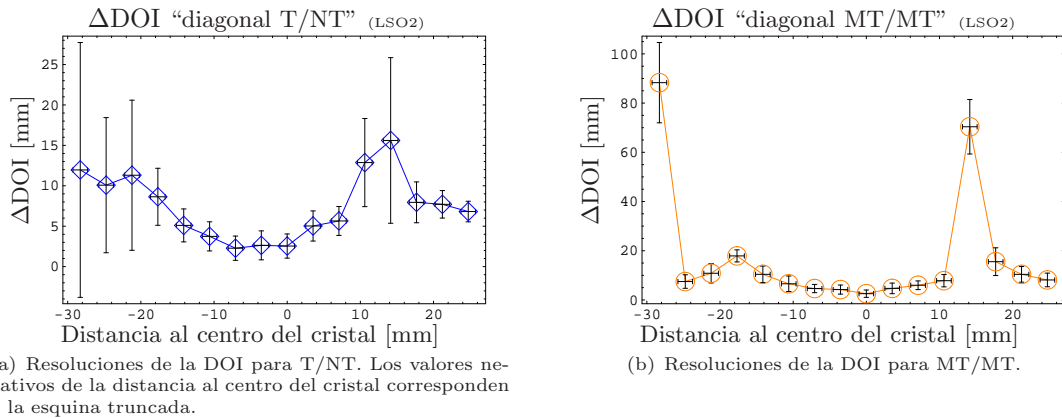


FIGURA 7.42: Comparativa LSO2 Truncado/NoTruncado (T/NT) y MedioTruncado/MedioTruncado (MT/MT). Resoluciones de la profundidad de interacción frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas.

y el *LYSO3* con pintura negra. Estos cristales son de diferente proveedor pero son el mismo tipo de cristal. Las siguientes figuras (7.44 a 7.47) muestran los resultados de la comparativa de las resoluciones  $\Delta pos$ ,  $\Delta DOI$  y  $\Delta E$  y de la compresión de los centroides (posición) para ambos cristales.

En la figura 7.44 se muestran los resultados de la compresión en posiciones. Podemos observar que la compresión para el caso del cristal cubierto con epoxy negro es menor que la compresión para el cristal cubierto con pintura negra para ambos ejes. Asimismo para el caso de las resoluciones en posición (figura 7.45) vemos claramente que los valores de las resoluciones en los bordes del cristal son mejores para el caso en el que la superficie del cristal está cubierta con epoxy negro.

En la figura 7.46 se muestran los resultados de la  $\Delta E$ . Obtenemos una mejor resolución energética para el cristal cubierto con pintura negra. Para el estudio de la resolución en profundidad de interacción llevado a cabo para la comparativa epoxy-pintura (ver figura 7.47) hemos obtenido una mejor  $\Delta DOI$  para el caso del cristal cubierto con epoxy.

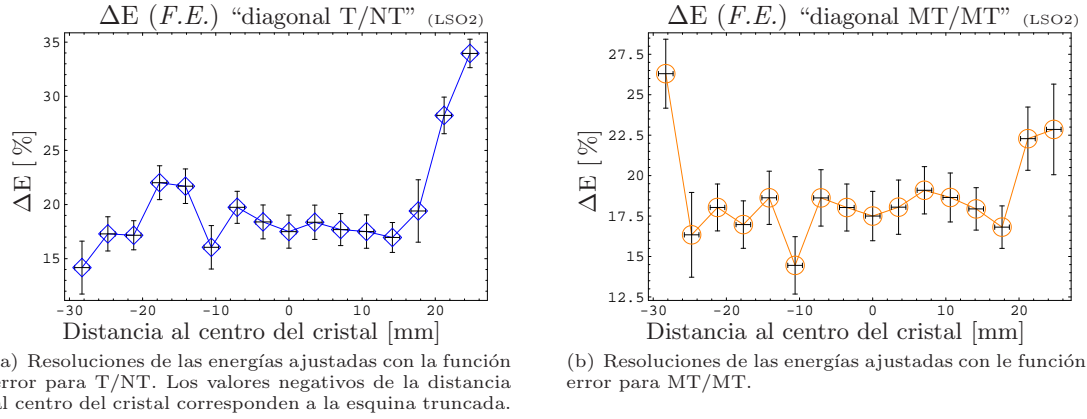


FIGURA 7.43: Comparativa LSO2 Truncado/NoTruncado (T/NT) y MedioTruncado/MedioTruncado (MT/MT). Resoluciones de las energías frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas.

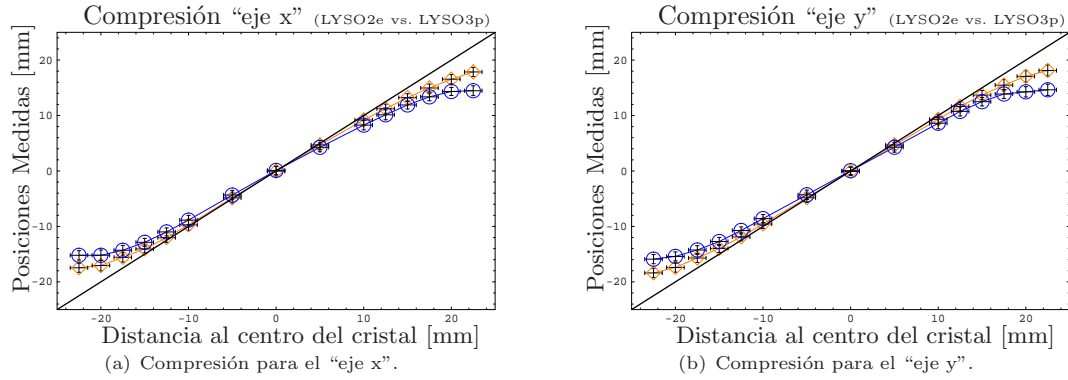


FIGURA 7.44: Comparativa LYSO3 con pintura ( $\circ$ ) vs. LYSO2 con epoxy ( $\diamond$ ). Posiciones medidas frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas (para poder estimar la compresión en los bordes).

### 7.3.4. Comparativa LYSO vs LSO

Para la comparativa *LYSO* vs. *LSO* hemos utilizado los cristales *LSO2* y el *LYSO3* (apéndice E, tablas E.1 y E.2) para llevar a cabo las medidas. Las medidas se hicieron a lo largo de la diagonal del cristal. Las siguientes figuras muestran la comparativa de los resultados de las resoluciones en posición, energía y profundidad de interacción así como el resultado de la compresión en posición para ambos cristales. La figura 7.48 muestra el resultado de la compresión en posiciones para la comparativa *LYSO* frente a *LSO*. Como podemos observar en la figura tenemos menos datos para el caso del *LSO2* ( $\diamond$ ) que para el *LYSO3* ( $\circ$ ), esto se debe al hecho de que el *LSO2* es más pequeño que el *LYSO3*. Los resultados muestran una compresión levemente menor para el caso del *LSO*.

En la figura 7.49 se muestra el resultado de las resoluciones en posiciones para el *LYSO* y el *LSO*. Podemos observar una mejor resolución en posición para el *LSO* aunque la diferencia entre un cristal y otro no es significativa (figura 7.50). Hemos de tener en cuenta a la hora de analizar estos datos que debido a la diferencia de dimensión de los cristales el efecto de compresión debido



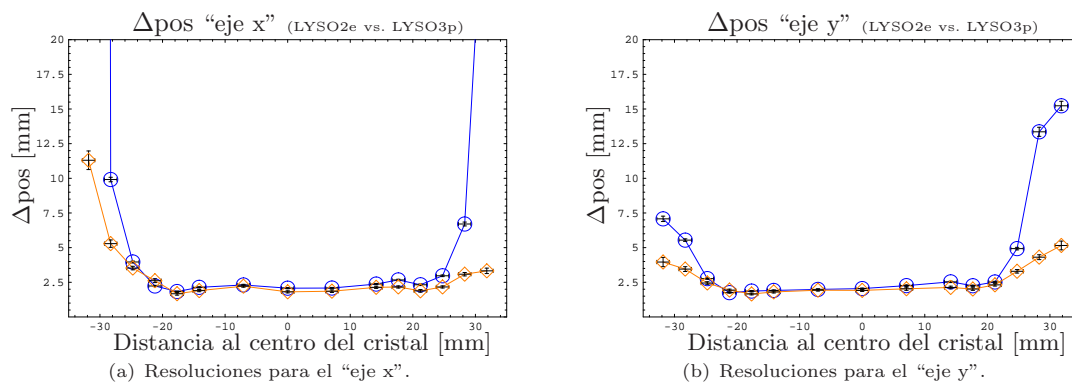


FIGURA 7.45: Comparativa LYSO3 con pintura (○) vs. LYSO2 con epoxy (◇). Resoluciones de las posiciones medidas frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas.

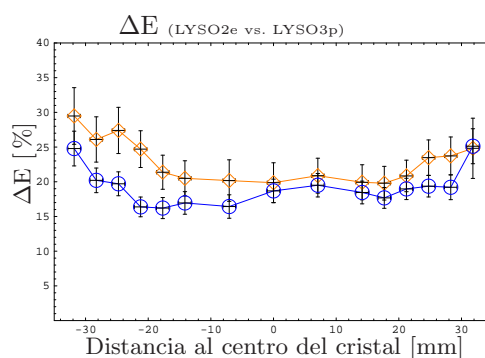


FIGURA 7.46: Comparativa LYSO3 con pintura (○) vs. LYSO2 con epoxy (◇). Resoluciones de las energías frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas.

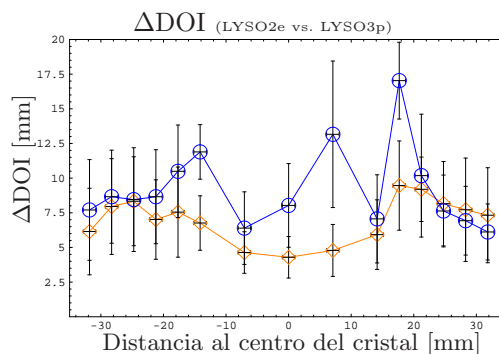


FIGURA 7.47: Comparativa LYSO3 con pintura (○) vs. LYSO2 con epoxy (◇). Resoluciones de la profundidad de interacción frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas.

a los bordes del mismo se producirá más cerca del centro en el caso del *LSO* que en el caso de *LYSO*.

En cuanto a los resultados obtenidos para la  $\Delta E$  y la  $\Delta DOI$  (figuras 7.51 y 7.52) el resultado para la resolución energética no muestra diferencias significativas y en el caso de la resolución en profundidad de interacción los resultados para el *LSO* son mejores que los obtenidos para el *LYSO*, especialmente en la parte central. Un empeoramiento en la  $\Delta DOI$  puede ser debida o bien a una menor estadística, o a que la luz sea más difusa. En el caso de un empeoramiento de

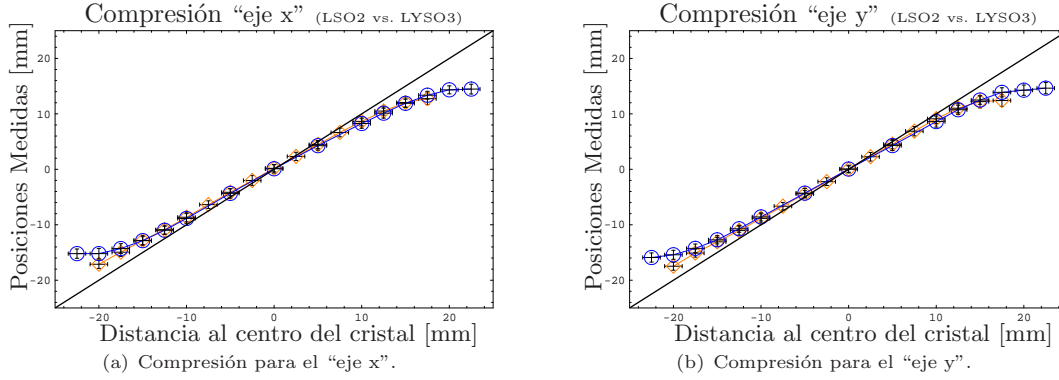


FIGURA 7.48: Comparativa LYSO3 (○) vs. LSO2 (◇). Posiciones medidas frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas (para poder estimar la compresión en los bordes). En el caso del LSO2 (◇) los valores negativos corresponden a la esquina truncada del cristal y los positivos a la no truncada.

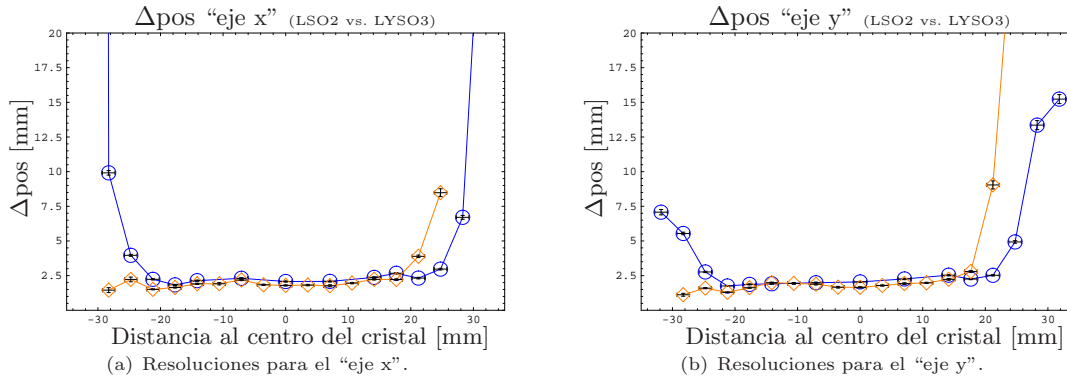


FIGURA 7.49: Comparativa LYSO3 (○) vs. LSO2 (◇). Resoluciones de las posiciones medidas frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas. En el caso del LSO2 (◇) los valores negativos para la distancia al centro del cristal corresponden a la esquina truncada del cristal y los positivos a la no truncada.

la resolución en posiciones, esto se debe a una menor estadística o una distribución de luz más ancha. Por otra parte se observa que la resolución en posición y energía (figuras 7.49 y 7.51) muestran un mejor comportamiento para el LYSO con respecto al LSO en la zona en la que el LSO no está truncado, invirtiéndose esa diferencia en la zona truncada del LSO.

### 7.3.5. Comparativa de las medidas de diferentes cristales para el estudio de las características intrínsecas del cristal

Estas medidas fueron realizadas para el estudio de las características intrínsecas del cristal ( $C_R$ ,  $\lambda_a$  y  $\lambda_s$ ). En el mismo estudio también se llevaron a cabo una serie de simulaciones que han sido comentadas con detalle en el capítulo dedicado a la caracterización de los cristales centelleadores (Capítulo 6). En esta sección vamos a comentar únicamente los resultados de las medidas que llevamos a cabo para el mismo. Para más información acerca de este estudio en concreto se pueden consultar las publicaciones de Lerche *et al.*, [2] y Ros *et al.*, [1] a las que ya se hizo referencia en el capítulo anteriormente mencionado.

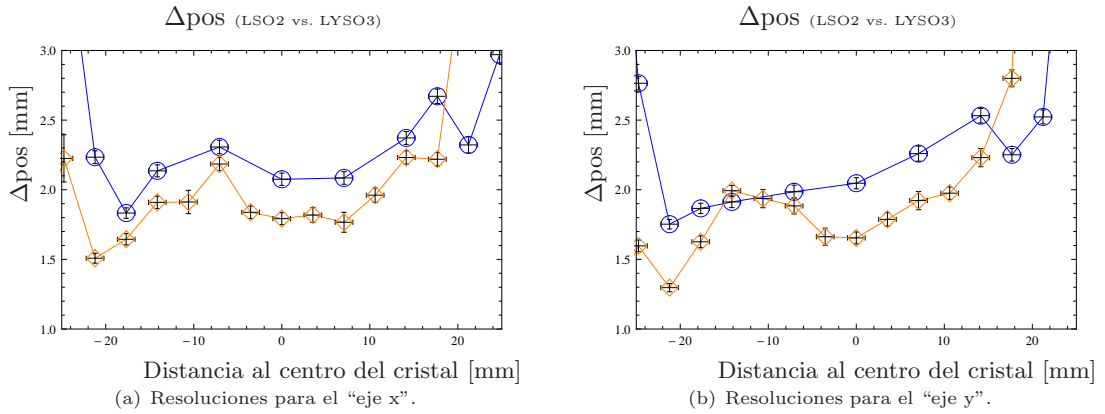


FIGURA 7.50: Comparativa LYSO3 (○) vs. LSO2 (◇). Detalle de las resoluciones (figura 7.49) de las posiciones medidas frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas.

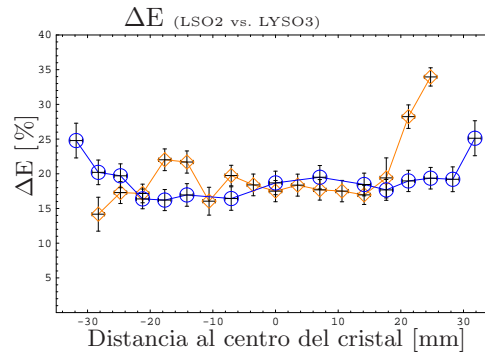


FIGURA 7.51: Comparativa LYSO3 (○) vs. LSO2 (◇). Resoluciones de las energías frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas. En el caso del LSO2 (◇) los valores negativos para la distancia al centro del cristal corresponden a la esquina truncada del cristal y los positivos a la no truncada.

En este caso llevamos a cabo medidas para los cristales *LSO5*, *LYSO2* y *LYSO8* (Apéndice E). Como veremos en las conclusiones, la información aportada por las medidas realizadas con el cristal *LYSO8* son determinantes.

En la figura 7.53 se muestra la comparativa de las resoluciones en energía, posición y profundidad de interacción para los cristales *LYSO2* y *LYSO8*. Lo que observamos es que para el cristal *LYSO8*, que está cubierto con pintura, las resoluciones son iguales y en algunos casos mejores a las obtenidas con el cristal *LYSO2*.

En la figura 7.54 observamos la comparativa de las resoluciones para los cristales *LYSO8* y *LSO5*. En estas gráficas podemos observar que los valores de las resoluciones para el cristal *LYSO8* son comparables a las obtenidas con el *LSO5*.

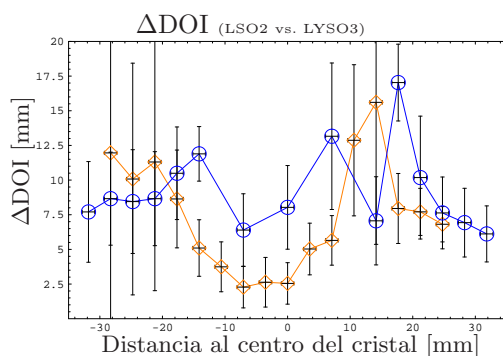


FIGURA 7.52: Comparativa LYSO3 (○) vs. LSO2 (◇). Resoluciones de la profundidad de interacción frente a las posiciones reales en las que hemos llevado a cabo las medidas. En el caso del LSO2 (◇) los valores negativos para la distancia al centro del cristal corresponden a la esquina truncada del cristal y los positivos a la no truncada.

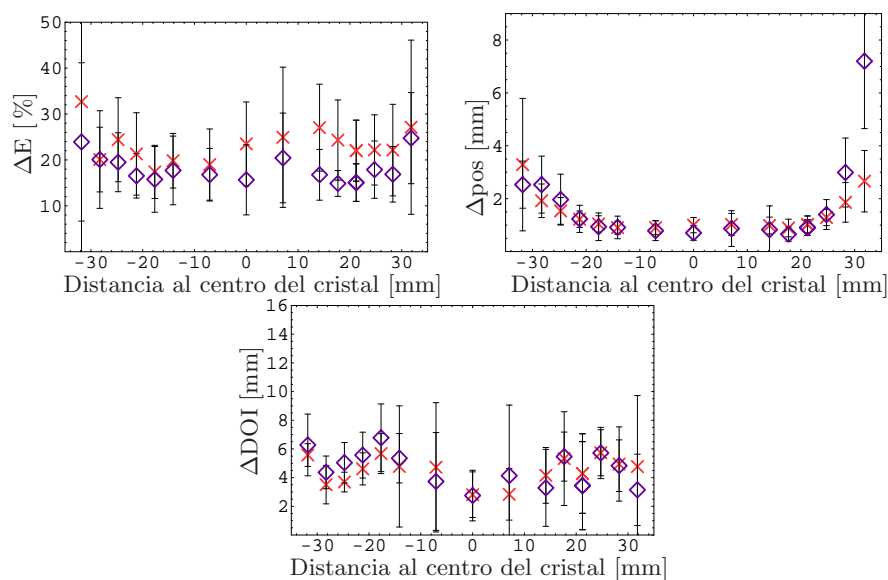


FIGURA 7.53: Dependencia de la resolución energética  $\Delta E$ , la resolución en posiciones  $\Delta pos$  y la resolución en profundidad de interacción  $\Delta DOI$  con la distancia al centro del cristal. Los rombos violetas (◇) corresponden al cristal LYSO8 y las cruces rojas (×) al cristal LYSO2.

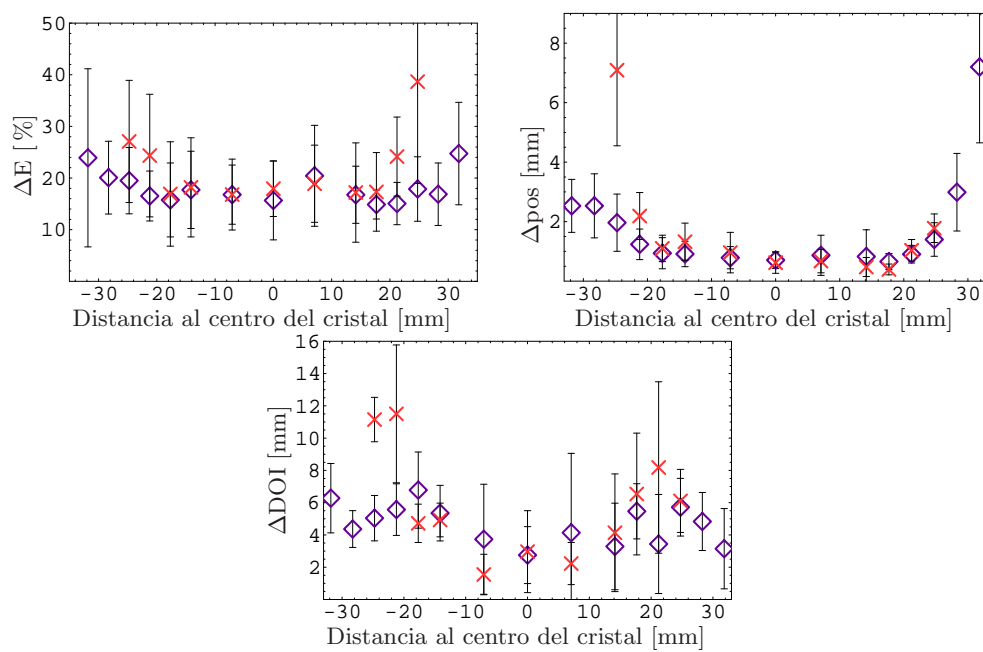


FIGURA 7.54: Dependencia de la resolución en energía  $\Delta E$ , la resolución en posiciones  $\Delta pos$  y la resolución en profundidad de interacción  $\Delta DOI$  con la distancia al centro. Los rombos violeta ( $\diamond$ ) corresponden al cristal LYSO8 y las cruces rojas ( $\times$ ) al LSO5.



## Capítulo 8

# Conclusiones & Líneas Futuras

A lo largo del presente trabajo hemos mostrado la importancia de la determinación de las resoluciones en cristales centelleadores monolíticos y la metodología de su cálculo utilizando una implementación electrónica del CoG. La mejora en la resolución de la DOI (profundidad de interacción) con cristales continuos es importante debido al bajo coste de dicha configuración con respecto a los cristales pixelados y al creciente interés de la utilización de cristales centelleadores continuos para la implementación en sistemas PET/MRI. En este trabajo hemos estudiado por una parte las características intrínsecas del cristal y cómo afectan a las resoluciones PET poniendo de manifiesto la importancia de un cristal centelleador de “calidad”. Por otra parte, hemos estudiado el tratamiento y la geometría óptima para mejorar las resoluciones. Además, llevamos a cabo medidas de resoluciones a fin de determinar de forma experimental la configuración óptima con la que mejorar las resoluciones ( $\Delta pos$ ,  $\Delta E$  y  $\Delta DOI$ ) de un detector PET con cristales centelleadores continuos.

Acerca del efecto del recubrimiento del cristal centelleador (pintura vs. epoxy) disponemos de la comparativa de las medidas de las resoluciones para el *LYSO2* y el *LYSO3* (ver sección 7.3.3). En este apartado hicimos el análisis de los datos teniendo en cuenta únicamente el hecho de que cada uno de ellos tenía una superficie cobertora diferente en las superficies del cristal que no están en contacto con el PSPMT. En concreto el *LYSO2* está cubierto de epoxy negro y el *LYSO3* está cubierto de pintura negra. Para una conclusión más general referente el efecto del recubrimiento debemos tener en cuenta dos factores más, por una parte que cada uno de estos cristales es de un proveedor distinto, y por otra parte, el hecho de que como concluimos en la sección 6.1 cada uno de ellos es de diferente calidad. Por otra parte, en la sección 6.2 en la que llevamos a cabo el análisis de las medidas Raman la conclusión fue que el cristal *LYSO2* contenía más Ytrio que el *LYSO3* (tabla 6.7). Este hecho concuerda con los valores obtenidos para los recorridos libres medios. Toda esta información la trataremos con más detalle más adelante en esta misma sección.

Por otra parte, para poder concluir en qué medida influye cada uno de los factores que hemos tenido en cuenta en este trabajo en las medidas de las resoluciones de la posición, la energía y la profundidad de interacción hemos de tener en cuenta también las medidas llevadas a cabo en la sección 7.3.5.

En dicha sección se muestra la comparativa de las resoluciones en energía, posición y profundidad de interacción para los cristales *LYSO2* y *LYSO8* (figura 7.53). Lo que observamos es que para el cristal *LYSO8*, que está cubierto con pintura, las resoluciones no son peores a las obtenidas con el cristal *LYSO2*, que está cubierto de epoxy. Este hecho pone en tela de juicio algunas de las conclusiones anteriores referentes al tratamiento superficial de los cristales centelleadores en los que en otros estudios se había llegado a la conclusión de que la mejor opción era la utilización de epoxy negro como cobertura de los mismos (Gimenez *et al.*, [70]). Este es el punto de partida que nos llevó a investigar hasta qué punto los cristales centelleadores tienen las características nominales dadas por los proveedores y de qué manera pueden influir en las medidas de tomografía de rayos- $\gamma$ .

De la misma manera, en el caso de la comparativa *LYSO* frente a *LSO* en la sección 7.3.4 podemos observar que salvo en el caso de la energía, las resoluciones para el *LSO* parecen ser mejores que las resoluciones para el *LYSO*, especialmente en la parte central del cristal. Pero por otra parte en la sección 7.3.5, anteriormente mencionada, podemos observar que en algunos casos las resoluciones del *LYSO* son comparables a las obtenidas con el *LSO* (figura 7.54).

Con todos estos datos podemos concluir por una parte que en cuanto al tratamiento superficial de los cristales el epoxy negro no es mejor que la pintura negra. Lo importante es que el tratamiento sea correcto y que la superficie negra escogida absorba la luz que llega a la misma. También hay que tener en cuenta que a la hora de poner el epoxy el cristal tiene muchas probabilidades de sufrir daños. Hemos observado asimismo que en algunos casos, pasado un tiempo el epoxy se va separando lentamente del cristal. Este hecho contribuye a empeorar las resoluciones de manera considerable. En la figura 8.1 tenemos algunos ejemplos de cristales centelleadores con epoxy cuyo tratamiento superficial no fue llevado a cabo correctamente.

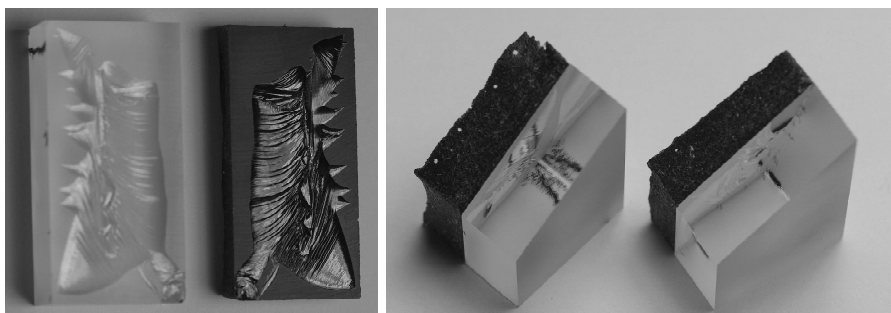


FIGURA 8.1: Cristales centelleadores con recubrimiento de EPOXY defectuoso.

El hecho de comprobar que la utilización de EPOXY o pintura como cobertura superficial del cristal no es determinante a la hora de conseguir buenas resoluciones conlleva un abaratamiento del post-procesado del cristal.

Otra de las preguntas frecuentes a las que nos enfrentamos en la detección de los rayos- $\gamma$  es la elección del cristal. En nuestro grupo de investigación la experiencia hasta la fecha demostraba que los cristales *LSO* daban mejores resultados en resoluciones que los *LYSO*. La incorporación de los *LYSO* en nuestras medidas se debió al hecho de que los cristales *LSO* no se pueden utilizar en aparatos comerciales por cuestiones legales de patente. En este trabajo hemos podido observar como para algunos cristales *LYSO* de buena “calidad” las resoluciones obtenidas son



comparables a las que obtendríamos con un cristal *LSO*. A la vista de los resultados obtenidos esta parece una conclusión obvia pero no lo era tanto en cuanto que en la literatura no se han encontrado casi estudios relativos a la composición real de los cristales y en como esta afecta a las resoluciones de medidas de tomografía de rayos- $\gamma$ . Con la información extraída en este trabajo, podemos concluir que debido a la estructura cristalina del *LSO* frente al *LYSO* es más fácil obtener cristales *LSO* de buena “calidad” que *LYSO* de buena “calidad”. Esto se debe al hecho de que el Ytrio añadido a la mezcla del cristal rompe la estructura cristalina del mismo. Además hay que tener en cuenta que uno de los lugares que ocupa el Cerio en la red cristalina coincide con el lugar que ocupa el Ytrio. De esta manera la concentración de Ytrio y de Cerio altera notablemente las características del cristal. Por estas razones, podemos concluir que las propiedades de los cristales *LYSO* son más “variables” que las de los cristales *LSO* y afectan a las resoluciones en las medidas de tomografía de rayos- $\gamma$ .

En el caso del estudio de la influencia de los factores intrínsecos del cristal centelleador, es decir, los que caracterizan la “calidad” del mismo según hemos definido en este trabajo ( $\lambda_a$ ,  $\lambda_s$  y  $C_R$ ) hemos de tener en cuenta la siguiente información obtenida a lo largo del trabajo.

En la sección 6.1 concluimos que los valores de las características intrínsecas de los cristales centelleadores *LYSO2*, *LYSO3* y *LSO5* son los que se muestran en la tabla 8.1.

Cristal	$\lambda_a$ [mm]	$\lambda_s$ [mm]	$C_R$ [%]
LSO5	360	420	0,225
LYSO2	40	240	0,225
LYSO3	360	420	0,225

TABLA 8.1: Valores de  $\lambda_a$ ,  $\lambda_s$  y  $C_R$  obtenidos mediante simulación MC para los cristales *LSO5*, *LYSO2* y *LYSO3*.

Estos valores los obtuvimos comparando las resoluciones de las medidas experimentales hechas con estos cristales con un set de simulaciones en los que variamos los valores de dichos parámetros. De esta forma los valores de las resoluciones medidas que mejor ajustaban con las resoluciones obtenidas a partir de simulaciones fueron los valores escogidos como representativos de cada uno de los cristales. Debemos tener en cuenta que la simulación no fue llevada a cabo de manera que tuviera en cuenta todos los factores que pueden afectar a la medida. Por esta razón los valores obtenidos, aunque representan el comportamiento de cada uno de los cristales, nos dan únicamente información cualitativa acerca de dichos parámetros. Podemos concluir por lo tanto, que efectivamente como hemos mencionado anteriormente el tratamiento superficial del cristal no afecta de manera drástica a las resoluciones de los cristales, siempre que se cumplan los requisitos mínimos de absorción de la superficie cobertora. De la misma manera los valores de  $\lambda_a$  y  $\lambda_s$  los tendremos en cuenta cualitativamente pero no de manera numérica, ya que son válidos únicamente para nuestra simulación en conjunto con nuestro *setup* de medidas.

En las simulaciones llevadas a cabo en la sección 6.1 hicimos un estudio más exhaustivo en el caso del cristal *LSO5* para el que obtuvimos los mismos parámetros característicos que para el *LYSO3*. Como podemos observar en la figura 6.3 las resoluciones en profundidad de interacción (*DOI*) se ven fuertemente afectadas por el cambio del valor del parámetros  $\lambda_a$ . Cuando aumentan los valores de  $\lambda_a$  la  $\Delta DOI$  empeora. Valores bajos de  $\lambda_a$  equivaldrían a la anulación de fotones de

centelleo en el conteo final. La absorción afecta a la correlación de manera beneficiosa. Como los fotones absorbidos son los que tienen un recorrido más largo se eliminan los fotones exteriores de la distribución de luz. Además, al eliminar los fotones exteriores de la distribución de luz quitamos los de menor intensidad, es decir, los que más ruido Poisson añaden. Por lo tanto, valores bajos de  $\lambda_a$  mejoran la SNR de la medida de la DOI.

Por otra parte en la sección 6.3 obtuvimos valores reales medidos de la  $\lambda_s$  para los cristales *LSO1*, *LYSO1* y *LYSO6* (tabla 8.2), estos valores concuerdan con los valores cualitativos obtenidos con las simulaciones para *LYSO2*, *LYSO3* y *LSO5* (ver tabla 8.1) si tenemos en cuenta que los cristales *LYSO1* y *LYSO2* pertenecen al proveedor 1 y los cristales *LYSO3* y *LYSO6* al proveedor 2.

	<b>LSO1</b>	<b>LYSO6</b>	<b>LYSO1</b>
$\alpha_{scatt} [cm^{-1}]$	$\sim 0.08 \pm 0.03$	$\sim 0.11 \pm 0.04$	$\sim 0.38 \pm 0.10$

TABLA 8.2: Valores de  $\alpha_{scatt}$  para cada cristal en  $\lambda=0.42\mu m$ .

Los valores obtenidos hasta ahora concuerdan también con el hecho de que, como vimos en la sección 6.2, los cristales *LYSO1* y *LYSO2* contienen más Ytrio que el resto de cristales *LYSO* con los que llevamos a cabo medidas de espectroscopía Raman (*LYSO3* y *LYSO6*). Teniendo en cuenta los valores obtenidos para los parámetros  $\lambda_a$  y  $\lambda_s$  en la simulaciones y en las medidas, podemos concluir que los cristales *LYSO1* y *LYSO2* tienen valores menores de  $\lambda_s$  que los cristales *LYSO3* y *LYSO6*. Por lo tanto, podría concluirse que valores mayores en la concentración de Ytrio para los cristales *LYSO* proporcionan valores menores de  $\lambda_s$  para los mismos. Un empeoramiento en profundidad de interacción conlleva un empeoramiento en posiciones, ya que la medida de la DOI se utiliza para corregir la medida de las posiciones en la reconstrucción de la misma.

En lo que respecta a la geometría y la utilización de superficies retroreflectoras en la cara opuesta a la adyacente a la ventana de entrada del PSPMT los resultados de las resoluciones de las medidas obtenidos en las secciones 7.3.1.2 y 7.3.2 son concluyentes en sí mismos. Con la utilización del cristal truncado conseguimos mejorar la resolución en posiciones y energía y mantenemos la de la DOI en las mismas condiciones. En cuanto a la utilización de la superficie retrorefractora y teniendo en cuenta las conclusiones expuestas anteriormente en este mismo apartado con respecto a la “calidad” del cristal llegamos a la conclusión de que la inclusión de los mismos en la configuración final del *setup* es positiva, ya que mejora la resolución en energía alrededor de un 30 % en las regiones centrales sin empeorar la resolución espacial y de profundidad de interacción.

Por lo tanto podemos concluir que la mejor configuración para el cristal centelleador en medidas de tomografía de rayos- $\gamma$ , y más en concreto para una buena determinación de la DOI, es la utilización de un cristal truncado de  $\approx 60^\circ$  (figura 6.4) cuyas caras laterales sean rugosas (con cualquier tratamiento que permita una buena adherencia del material cobertor a utilizar) y cubiertas de negro y cuya cara opuesta a la adyacente a la ventana de entrada del PSPMT lleve acoplada una superficie retrorefractora.

En lo referente a las líneas futuras de investigación hay que tener varios factores en cuenta. Por una parte sería interesante llevar a cabo un estudio más exhaustivo de cómo los porcentajes de dopante en la mezcla afectan a las resoluciones medidas con un tomógrafo de rayos- $\gamma$ .

Los resultados obtenidos serían especialmente útiles en PET con cristales centelleadores continuos. Si obtuviéramos la combinación más apropiada la resolución del PET mejoraría notablemente, como hemos visto en los resultados. Obviamente exigir al proveedor unos porcentajes concretos en el proceso de crecimiento del cristal implica más gasto en los mismos, por lo que a grandes rasgos, no parece una solución viable. Aún así, si tenemos un método con el que medir la calidad del cristal una vez que ya lo tenemos a nuestra disposición podemos alternar los cristales de mejor calidad con los de peor calidad en las parejas de módulos detectores de un anillo PET. De esta forma aunque en algunos de ellos la resolución en DOI no llegara a corregir notablemente las LOR's estaríamos seguros de la robustez del método en los demás. Por otra parte, actualmente en las simulaciones llevadas a cabo con DETECT2000, los valores implementados para el recorrido libre medio de absorción y el recorrido libre medio de dispersión son aproximados. Dichas medidas darían valores más exactos con los que llevar a cabo las simulaciones.

En lo referente a las medidas realizadas con los retroreflectores, sería interesante profundizar un poco más en el tema una vez que hemos comprobado que el sistema funciona. Por una parte, convendría realizar medidas con productos similares proporcionados por otros proveedores. Encontrar las características concretas del retroreflector adecuado pasaría por llevar a cabo más simulaciones para diferentes configuraciones del retroreflector y en caso de que fuera posible llevar a cabo las correspondientes medidas. Por otro lado, sería conveniente mejorar el proceso de pegado de la superficie retroreflectora en el cristal ya que en caso de implementarlo en un anillo sería complicado con el método actual.



# Apéndice A

## Distribuciones de probabilidad

### A.1. Función densidad de probabilidad

Sea  $X$  una variable aleatoria continua, que toma cualquier valor en un dominio  $\Omega$ ,

$$P(x \leq X \leq x + dx) = f(x), \quad (\text{A.1})$$

donde  $f(x)$  se denomina *función densidad de probabilidad* (**pdf**) y tiene dimensiones de probabilidad por unidad de intervalo. Las **pdf** son funciones positivas y monovaluadas que cumplen la condición de normalización  $\int_{\Omega} f(x) dx = 1$ .

La *función densidad de probabilidad* está relacionada con la *función de distribución acumulativa* (**cdf**) que se define como la probabilidad de que el valor de una variable aleatoria sea menor que un determinado valor:

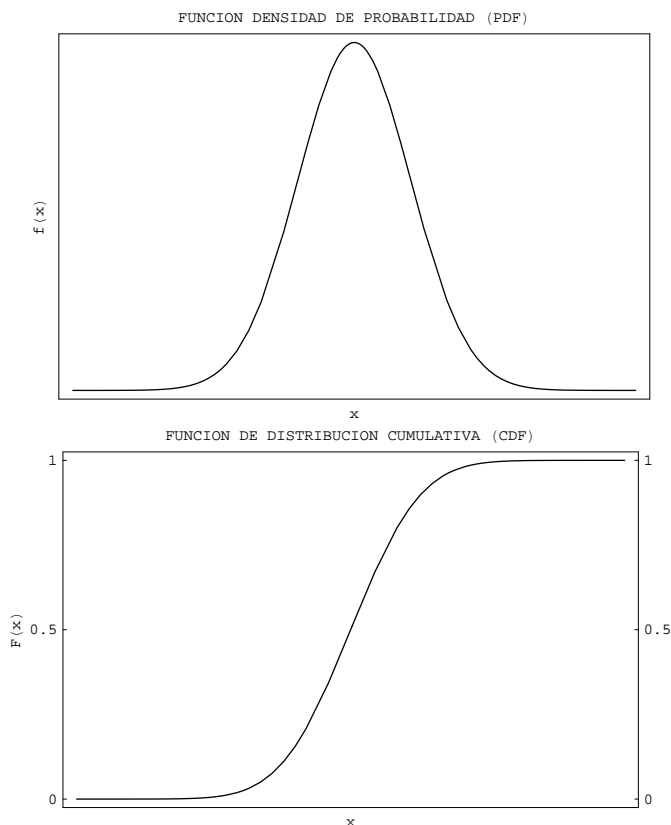
$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x') dx' = P(X \leq x) . \quad (\text{A.2})$$

La *función de distribución acumulativa* debe cumplir las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} F(-\infty) = 0 \quad \text{y} \quad F(+\infty) = 1 & \quad F(x) \text{ es monotonamente creciente pues } f(x) \geq 0 \\ 0 \leq F(x) \leq 1 & \quad P(x \geq a) = 1 - F(a) \\ P(a \leq x \leq b) = F(b) - F(a) & \quad P(x \leq a) = F(a) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

La relación entre la *función densidad de probabilidad* y la *función de distribución acumulativa* viene dada por la siguiente expresión.

$$f(x) = \frac{\partial F(x)}{\partial x} \quad (\text{A.4})$$




---

FIGURA A.1: Función densidad de probabilidad y función de distribución acumulativa.

## A.2. Propiedades de las pdf

Dada una función pdf se definen:

- **Moda (mode)**  $\Rightarrow$  Valor más probable. Máximo de  $f(x)$ .
- **Mediana (median)**  $\Rightarrow$  Valor de  $x$  para el que  $F(X_{median}) = 1/2$ .
- **Media (mean)**  $\Rightarrow$  Valor medio o esperado de  $x$ .

**Valores esperados**  $\Rightarrow$  Si  $g(x)$  es una función de  $x$ , se define su valor esperado respecto de la pdf como:

$$E[g(x)] = \int_{\Omega} g(x)f(x)dx , \quad (\text{A.5})$$

donde  $f(x)$  actúa como una función de peso sobre la función  $g(x)$ , de manera que el valor esperado es un valor medio de la función  $g(x)$ .

El **valor esperado** es un operador lineal:

$$\begin{aligned} E[a] &= a \\ E[ag(x)] &= aE[g(x)] \\ E[a_1g_1(x) + a_2g_2(x)] &= a_1E[g_1(x)] + a_2E[g_2(x)] \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

**Valor medio**  $\Rightarrow$  Si la función  $g(x)$  es la propia variable  $x$ :

$$\mu = E[x] = \int_{\Omega} xf(x)dx, \quad (\text{A.7})$$

en este caso la **varianza** se calcula de la siguiente manera:

$$\sigma^2 \equiv V(x) = E[(x - \mu)^2] = \int_{\Omega} (x - \mu)^2 f(x)dx, \quad (\text{A.8})$$

donde  $\sigma$  es la **desviación estándar** de  $x$  para la **pdf**  $f(x)$ .

Se deben de cumplir las siguientes propiedades para las **pdf**:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &\geq 0 \\ V(g(x)) &= E[(g(x) - E[g(x)])^2] \\ \sigma^2 &= E[(x - \mu)^2] = E[x^2] - \mu^2 \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

### A.3. Momentos generales

**Momento algebraico k-ésimo**  $\Rightarrow$  de  $f(x)$  es el valor esperado de  $x^k$

$$\mu'_k = E[x^k] = \int_{\Omega} x^k f(x)dx \quad (\text{A.10})$$

Un ejemplo sería:  $\mu'_0 = 1$ ,  $\mu'_1 = \mu$  y  $\mu'_2 = \sigma^2 + \mu^2$ .

**Momento central k-ésimo**  $\Rightarrow$  de  $f(x)$  es el valor esperado de  $(x - \mu)^k$

$$\mu_k = E[(x - \mu)^k] = \int_{\Omega} (x - \mu)^k f(x)dx \quad (\text{A.11})$$

Un ejemplo sería:  $\mu_0 = 1$ ,  $\mu_1 = 0$  y  $\mu_2 = \sigma^2$ .

Ambos momentos están relacionados de la siguiente manera:

$$\mu_k = \sum_{r=0}^k \binom{k}{r} \mu'_{k-r} (-\mu'_1)^r \quad y \quad \mu'_k = \sum_{r=0}^k \binom{k}{r} \mu_{k-r} (-\mu_1)^r. \quad (\text{A.12})$$

**Asimetría o skewness**  $\Rightarrow$  nos indica el grado de asimetría de una función y en caso de que sea asimétrica hacia que lado es asimétrica con respecto al máximo.

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{3/2}} = \frac{E[(x - \mu)^3]}{\sigma^3}, \quad (\text{A.13})$$

si  $\gamma_1 \neq 0$  tenemos una función asimétrica.

**Kurtosis o peakedness**  $\Rightarrow$  nos indica el grado de pendiente del pico, es decir si se asemeja más o menos a una función delta.

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2} - 3 = \frac{E[(x - \mu)^4]}{\sigma^4} - 3, \quad (\text{A.14})$$

si  $\gamma_2 = 0$  tenemos una distribución gaussiana, si  $\gamma_2 > 0$  tenemos una función más picuda o aguda que la gaussiana y si  $\gamma_2 < 0$  tenemos una función menos picada que la gaussiana.

## A.4. Momentos respecto a la media

Dada una variable aleatoria  $X$  con función de probabilidad o densidad  $f(x)$  podemos definir una función de  $X$  que sea igual a la diferencia entre la variable y su media aritmética elevada a un exponente entero no negativo.

$$z(x) = (x - \mu)^k, \text{ siendo } k \in \mathbb{Z} k \geq 0, \quad (\text{A.15})$$

El valor esperado de  $z(x)$  es el  $k$ -ésimo momento de la variable  $X$  respecto a la media y se llama  $\mu_k$ .

$$\mu_k = E[(x - \mu)^k] = \begin{cases} \sum_x (x - \mu)^k f(x), & \text{Si } X \text{ es discreta} \\ \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^k f(x) dx, & \text{Si } X \text{ es continua} \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

$$\begin{cases} k = 0 \Rightarrow & \mu_0 = E[(x - \mu)^0] = 1 \\ k = 1 \Rightarrow & \mu_1 = E[(x - \mu)^1] = E[(x - \mu)] = E[X] - \mu = 0, \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

es decir, en cualquier variable aleatoria su primer momento respecto de la media es igual a 0. Esta propiedad se utilizar reiteradamente en las demostraciones estadísticas.

$$k = 2 \Rightarrow \quad \mu_2 = E[(x - \mu)^2] = \sigma_x^2 = \sigma^2, \quad (\text{A.18})$$

este segundo momento respecto de la media se le llama también **varianza**.

$$\sigma^2 = E[(x - \mu)^2] = \begin{cases} \sum_x (x - \mu)^2 f(x), & \text{Si } X \text{ es discreta} \\ \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx, & \text{Si } X \text{ es continua} \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

La **varianza** de una variable mide la dispersión de sus valores respecto al valor central  $\mu$ .



Para calcular la **varianza** por un método más sencillo se utiliza la expresión:

$$\sigma^2 = E[(x - \mu)^2] = E[X^2] - \mu^2 = E[X^2] - E[X]^2. \quad (\text{A.20})$$

Es decir, la varianza de una variable es igual a la media de los cuadrados menos el cuadrado de la media.

## A.5. Momentos respecto a la media en 2D

Para una función continua en 2D  $f(x, y)$  el momento de orden  $(p + q)$  se define como:

$$M_{x_p y_q} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q f(x, y) dx dy, \quad (\text{A.21})$$

para  $p, q = 0, 1, 2, \dots$

De esta manera los **momentos centrales** en un caso continuo se definen como:

$$\mu_{x_p y_q} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y) dx dy, \quad (\text{A.22})$$

donde  $\bar{x} = \frac{M_{x_1 y_0}}{M_{x_0 y_0}}$  y  $\bar{y} = \frac{M_{x_0 y_1}}{M_{x_0 y_0}}$  son los componentes del centroide.

En el caso discreto los momentos centrales se calculan como:

$$\mu_{x_p y_q} = \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y), \quad (\text{A.23})$$

Los momentos centrales hasta orden 3 son los siguientes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{x_0 y_0} = M_{x_0 y_0}, \\ \mu_{x_0 y_1} = 0, \\ \mu_{x_1 y_0} = 0, \\ \mu_{x_1 y_1} = M_{x_1 y_1} - \bar{x} M_{x_0 y_1} = M_{x_1 y_1} - \bar{y} M_{x_1 y_0}, \\ \mu_{x_2 y_0} = M_{x_2 y_0} - \bar{x} M_{x_1 y_0}, \\ \mu_{x_0 y_2} = M_{x_0 y_2} - \bar{y} M_{x_0 y_1}, \\ \mu_{x_2 y_1} = M_{x_2 y_1} - 2\bar{x} M_{x_1 y_1} - \bar{y} M_{x_2 y_0} + 2\bar{x}^2 M_{x_0 y_1}, \\ \mu_{x_1 y_2} = M_{x_1 y_2} - 2\bar{y} M_{x_1 y_1} - \bar{x} M_{x_0 y_2} + 2\bar{y}^2 M_{x_1 y_0}, \\ \mu_{x_3 y_0} = M_{x_3 y_0} - 3\bar{x} M_{x_2 y_0} + 2\bar{x}^2 M_{x_1 y_0}, \\ \mu_{x_0 y_3} = M_{x_0 y_3} - 3\bar{y} M_{x_0 y_2} + 2\bar{y}^2 M_{x_0 y_1}. \end{array} \right. \quad (\text{A.24})$$

que también se puede escribir más escuetamente como:

$$\mu_{x_p y_q} = \sum_m^p \sum_n^q \binom{p}{m} \binom{q}{n} (-\bar{x})^{p-m} (-\bar{y})^{q-n} M_{x_m y_n}. \quad (\text{A.25})$$

Por lo tanto, tenemos para los centroides  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$ , la siguiente expresión:

$$\begin{cases} \bar{x} = \mu_{x_1 y_0} = \frac{M_{x_1 y_0}}{M_{x_0 y_0}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x f(x, y) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy} \\ \bar{y} = \mu_{x_0 y_1} = \frac{M_{x_0 y_1}}{M_{x_0 y_0}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} y f(x, y) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy} \end{cases}, \quad (\text{A.26})$$

que corresponden a los momentos normalizados de orden uno  $[(p + q) = 1]$ .

Para el caso de la profundidad de interacción  $\bar{z}$

$$\begin{cases} \bar{z} \propto \sigma = \sqrt{\mu_{x_2 y_0} + \mu_{x_0 y_2}} = \sqrt{M_{x_2 y_0} - \bar{x} M_{x_1 y_0} + M_{x_0 y_2} - \bar{y} M_{x_0 y_1}} = \\ \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x, y) dx dy + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} y^2 f(x, y) dx dy} \dots \\ \dots \frac{-\bar{x} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x f(x, y) dx dy - \bar{y} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} y f(x, y) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy} \end{cases} \quad (\text{A.27})$$

que es proporcional a los **momentos normalizados** de orden dos  $[(p + q) = 2]$ .

---

<sup>1</sup>Las componentes cruzadas no las podemos medir porque no se pueden implementar en la red de resistencias

## Apéndice B

# Cálculos para la la obtención del segundo momento en una dimensión.

Teniendo en cuenta la red de la figura 5.6 la impedancia de entrada en el punto de interconexión  $i$  viene dada por:

$$R_i^{In} = \frac{R_d}{n+1} \left( \frac{(n+1)^2}{4} - i^2 \right) \kappa_I(i, \varepsilon); \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} \kappa_I(i, \varepsilon) &= a_0 + a_2 i^2 + a_4 i^4 + a_6 i^6; \\ a_0 &= \frac{(\varepsilon+2)(\varepsilon(\varepsilon+4)(3637\varepsilon(\varepsilon+4) + 25504) + 54528) + 36864}{8192(\varepsilon+1)(\varepsilon+3)(\varepsilon(\varepsilon+3)^2 + 1)(\varepsilon(\varepsilon+3)^2 + 3)}, \\ a_2 &= \frac{\varepsilon(\varepsilon+2)(\varepsilon+4)(\varepsilon(\varepsilon+4)(1731\varepsilon(\varepsilon+4) + 10304) + 26880)}{71680(\varepsilon+1)(\varepsilon+3)(\varepsilon(\varepsilon+3)^2 + 1)(\varepsilon(\varepsilon+3)^2 + 3)}, \\ a_4 &= -\frac{\varepsilon^2(\varepsilon+2)(\varepsilon+4)^2(3\varepsilon(\varepsilon+4) - 224)}{17920(\varepsilon+1)(\varepsilon+3)(\varepsilon(\varepsilon+3)^2 + 1)(\varepsilon(\varepsilon+3)^2 + 3)}, \\ a_6 &= -\frac{\varepsilon^3(\varepsilon+2)(\varepsilon+4)^3}{4480(\varepsilon+1)(\varepsilon+3)(\varepsilon(\varepsilon+3)^2 + 1)(\varepsilon(\varepsilon+3)^2 + 3)}, \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

con  $\varepsilon = R_h/R_s$ . Para obtener estas ecuaciones resolvemos el circuito de la figura 5.6 para un operacional ideal, es decir para un operacional sin impedancias. De esta forma vemos que el error introducido es debido a las resistencias y no al operador amplificador y que por lo tanto la introducción de dicho operador en nuestra red para la medida del segundo momento es plausible.

De forma similar podemos obtener una expresión bastante buena para la suma de voltajes  $U_i^\Sigma$  que se genera a la salida del amplificador operacional debido a una corriente  $J_i$  aplicada en la posición  $i$ .

$$\frac{U_i^\Sigma}{J_i} = -\frac{R_f R_h}{2R_s} \left( \frac{(n+1)^2}{4} - i^2 \right) \kappa_{II}(i, \varepsilon);$$

$$\kappa_{II}(i, \varepsilon) = \frac{\frac{(64i^6 - 48i^4 + 6924i^2 + 127295)\varepsilon^3}{1290240} + \frac{(16i^4 + 184i^2 + 3985)\varepsilon^2}{5760} + \frac{1}{48}(4i^2 + 71)\varepsilon + 1}{(\varepsilon + 1)(\varepsilon(\varepsilon + 3)^2 + 1)} \quad (\text{B.3})$$

En las ecuaciones B.3 vemos que en este caso también  $\kappa_{II}(i, \varepsilon)$  tiende a uno cuando  $\varepsilon$  tiende a cero. Sin embargo, los errores en cada impedancia de la señal de entrada se suman y tenemos que asumir que  $\varepsilon \lesssim 0,001$  si queremos una desviación menor que 1% para la suma ideal de voltajes.

## Apéndice C

# Características del Flat-Panel H8500 (PSPMT).

Parámetro	Descripción
Ventana de entrada	2 mm de Borosilicato ( $n = 1,45$ )
Material del fotocátodo	Bialcalino
Respuesta espectral	300 nm a 650 nm
Pico de longitud de onda	$\lambda_{max} = 420 \text{ nm}$
Eficiencia cuántica para $\lambda = 420 \text{ nm}$	19%
Número de ánodos pixelados	64 (matriz $8 \times 8$ )
Tamaño del píxel	$5,6 \times 5,6 \text{ mm}^2$
Estructura dinódica	12 etapas basadas en la configuración de <i>dínodos de canales de metal</i>
Interferencia ( $25^\circ$ )	3%
Area efectiva	$49 \text{ mm} \times 49 \text{ mm}$
Dimensiones de la línea de salida ( $W \times H \times D$ )	$52 \text{ mm} \times 52 \text{ mm} \times 28 \text{ mm}$
Peso	135 g
Densidad de empaquetado	área efectiva/tamaño externo 89%
Ganancia ( $25^\circ$ )	$10^6$

TABLA C.1: Propiedades del PSPMT H8500 de Hamamatsu.

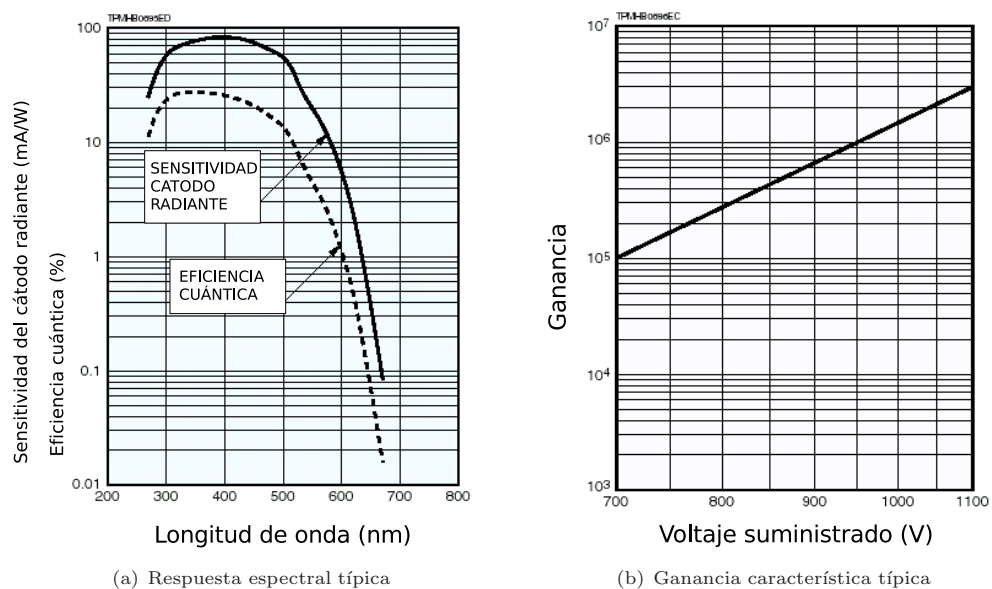


FIGURA C.1: Ganancia (b) y respuesta espectral (a) de un PSPMT Flat-Panel H8500 de Hamamatsu.

## Apéndice D

# Configuración de amplificación electrónica para el experimento.

### Sumador amplificador

Para la computación de la suma de los 64 voltajes dispuestos en las entradas del circuito divisor de carga, la configuración estándar del sumador análogo que hemos utilizado se muestra en la figura D.1. Los diodos  $D_1$  y  $D_2$  tienen la función de proteger las entradas del amplificador operacional.  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$  se usan para correcciones de “offset” y  $C_7$  previene las oscilaciones del circuito.

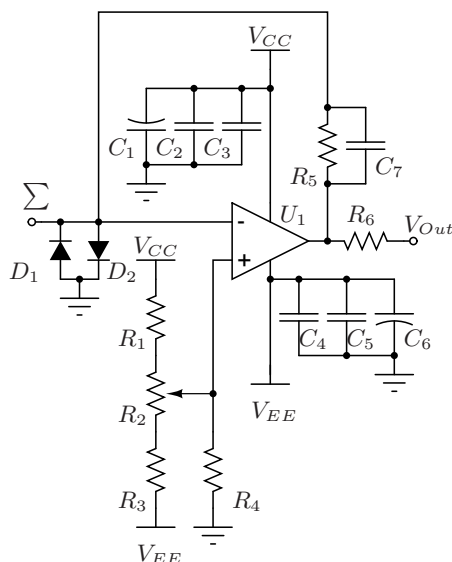


FIGURA D.1: Esquema del sumador amplificador.

Componente	Valor	Componente	Valor	Componente	Valor
$R_1, R_3$	$1k\Omega$	$R_6$	$50\Omega$	$D_1, D_2$	1SS335
$R_2$	$10k\Omega$	$C_1, C_6$	$10\mu F$	$U_1$	AD8055
$R_4$	$1,5k\Omega$	$C_2, C_5$	$100nF$	$C_7$	$3,9pF$
$R_5$	$2,7k\Omega$	$C_3, C_4$	$1nF$		

TABLA D.1: Configuración electrónica (valores de los componentes) para el sumador amplificador mostrado en la figura D.1.

## Amplificador Inversor/No-inversor y Line Driver

La configuración del amplificador inversor (figura D.2) y del amplificador no-inversor (figura D.3) son iguales excepto por el detalle de que el amplificador operacional  $U_2$  invierte la señal de  $U_1$  en el primer caso y en el segundo caso no invierte la señal.  $R_2$  convierte la corriente de entrada  $I_{In}$  en un voltaje que entra en el primer módulo formado por  $U_1$ .  $U_2$  es un amplificador diferencial que subtrae la señal de salida del integrador  $U_3$ .  $U_4$  detecta el voltaje de salida del amplificador diferencial y lo lleva al integrador. De esta forma, la línea de base de las señales rápidas del PMT se restauran. Los diodos protegen las señales de entrada de las primeras fases.

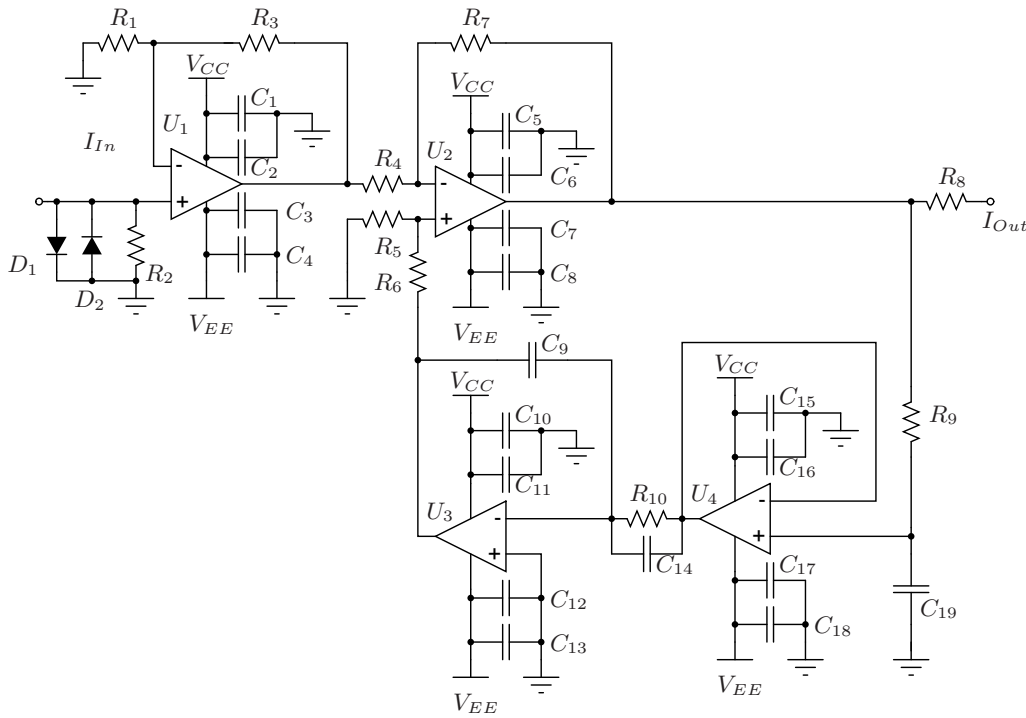


FIGURA D.2: Esquema del circuito del preamplificador inversor/line driver. Los valores de los diferentes componentes se muestran en la tabla D.2.

Componente	Valor	Componente	Valor	Componente	Valor
$R_1$	$270\Omega$	$R_9$	$10k\Omega$	$D_1, D_2$	1SS335
$R_2, R_8$	$50\Omega$	$R_{10}$	$4,7k\Omega$	$U_1$	AD8009
$R_3, R_6, R_7$	$270\Omega$	$C_1, C_4, C_5, C_8, C_{10}, C_{13}, C_{15}, C_{18}$	$1\mu F$	$U_2, U_4$	AD8055
$R_4, R_5$	$100\Omega$	$C_2, C_3, C_6, C_7, C_{11}, C_{12}, C_{14}, C_{16}, C_{17}, C_{19}$	$100nF$	$U_3$	OP97FS

TABLA D.2: Configuración electrónica (valores de los componentes) para el preamplificador inversor/line driver.



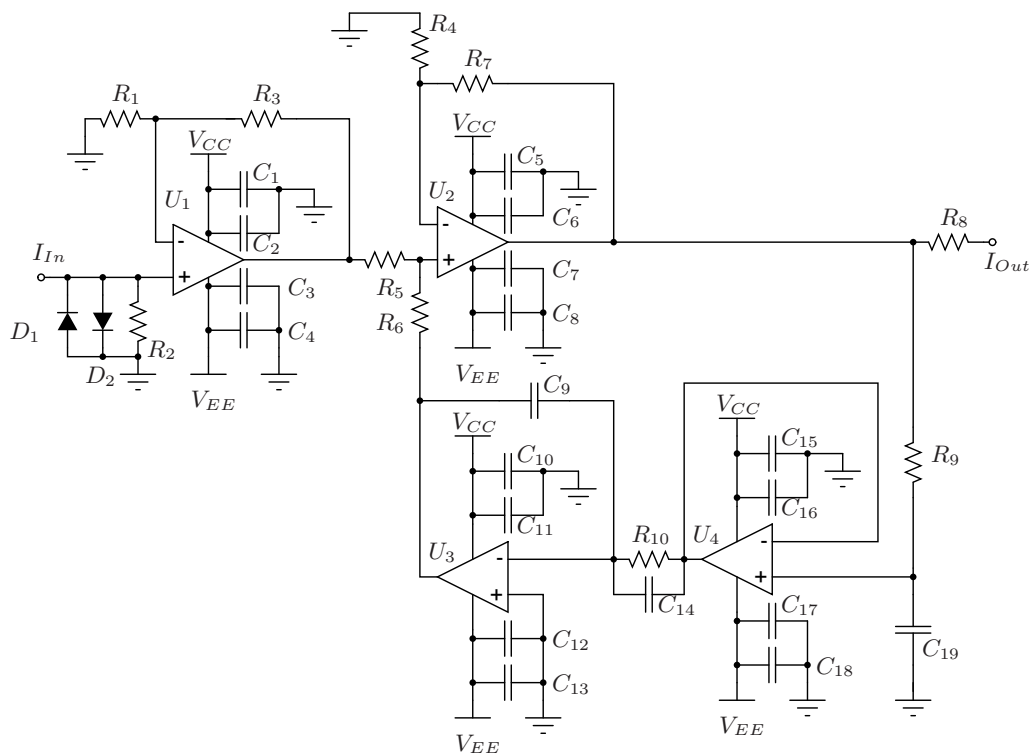


FIGURA D.3: Esquema del circuito del preamplificador no-inversor/line driver. Los valores de los diferentes componentes se muestran en la tabla D.3.

Componente	Valor	Componente	Valor	Componente	Valor
$R_1$	$47\Omega$	$R_9$	$10k\Omega$	$D_1, D_2$	1SS335
$R_2, R_8$	$50\Omega$	$R_{10}$	$4,7k\Omega$	$U_1$	AD8009
$R_3, R_6, R_7$	$270\Omega$	$C_1, C_4, C_5, C_8, C_{10}, C_{13}, C_{15}, C_{18}$	$1\mu F$	$U_2, U_4$	AD8055
$R_4, R_5$	$100\Omega$	$C_2, C_3, C_6, C_7, C_{11}, C_{12}, C_{14}, C_{16}, C_{17}, C_{19}$	$100nF$	$U_3$	OP97FS

TABLA D.3: Configuración electrónica (valores de las componentes) para el preamplificador no-inversor/line driver.



## Apéndice E

### Lista de cristales centelladores.

CRISTAL	TRATAMIENTO	PROVEEDOR	DIMENSION BASE
LSO1	PULIDO: entrada, salida PINTURA: laterales, pintado nuestro laboratorio FINE GRIND: laterales	Siemens/CTI	$42 \times 42 \times 10 \text{ mm}^3$
LSO2	PULIDO: entrada, salida PINTURA: entrada, laterales FINE GRIND: laterales con dos de los cuatro laterales truncados	Siemens/CTI	$42 \times 42 \times 10 \text{ mm}^3$ en la base truncado con un ángulo de $60^\circ$
LSO5	PULIDO: entrada, salida EPOXY: entrada, laterales FINE GRIND: laterales	Siemens/CTI	$42 \times 42 \times 10 \text{ mm}^3$
LSO9	PULIDO: entrada, salida EPOXY: laterales FINE GRIND: laterales	Siemens/CTI	$42 \times 42 \times 10 \text{ mm}^3$

TABLA E.1: Tabla de cristales centelleadores LSO

CRISTAL	TRATAMIENTO	PROVEEDOR	DIMENSION BASE
LYSO1	PULIDO: entrada, salida EPOXY: laterales FINE GRIND: laterales	Crystal Photonics	$49 \times 49 \times 10 \text{ mm}^3$
LYSO2	PULIDO: salida EPOXY: entrada, laterales FINE GRIND: entrada, laterales	Crystal Photonics	$49 \times 49 \times 10 \text{ mm}^3$
LYSO3	PULIDO: salida PINTURA: entrada, laterales FINE GRIND: entrada, laterales	Photonics Materials	$49 \times 49 \times 10 \text{ mm}^3$
LYSO4	PULIDO: entrada, salida PINTURA: entrada, laterales FINE GRIND: laterales	Photonics Materials	$49 \times 49 \times 10 \text{ mm}^3$
LYSO6	PULIDO: entrada, salida PINTURA: laterales FINE GRIND: laterales	Photonics Materials	$49 \times 49 \times 10 \text{ mm}^3$
LYSO8	PULIDO: salida PINTURA: entrada, laterales FINE GRIND: entrada, laterales	Saint Gobain	$49 \times 49 \times 10 \text{ mm}^3$

TABLA E.2: Tabla de cristales centelleadores LYSO. Son todos cristales truncados.

# Bibliografía

- [1] A. Ros *et al.*, “Impact of crystal quality, geometry and surface finish for 3D impact position measurements in gamma ray detection systems” *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **6**, pp. 4246-4251 (2007)
- [2] C.W. Lerche *et al.*, “Dependency of Energy-, Position-, and Depth of Interaction Resolution on Scintillation Crystal Coating and Geometry” *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **55**, no3. pp. 1344-1351 (2008)
- [3] A. Ros *et al.*, “Impact of the scattering coefficient of scintillation crystals (LYSO and LSO) on depth of interaction resolution” *IEEE Nucl. Sci. Symp.* pp. 3715-3718 (2008)
- [4] K. Otsuka *et al.*, “Hippocratic thermography” *Physiol. Meas.* **18** pp. 227-232 (1997)
- [5] T. R. Nelson *et al.*, “Three-dimensional Ultrasound Imaging” *3D/4D Ultrasound Imaging UIA Annual Meeting* **3** (2006)
- [6] J. L. Prince *et al.*, “Medical Imaging. Signals and Systems” **ISBN 0-13-065353-5**
- [7] M. T. Madsen, “Recent advances in SPECT imaging” *Journal of Nuclear Medicine* **48** no. 4 pp. 661-673 (2007)
- [8] G. Landi, “Properties of the center of gravity as an algorithm for position measurement” *Nucl. Instr. and Meth. A* **vol. 485**, pp. 698-719, (2002)
- [9] Zhi-Pei Liang *et al.*, “Principles of magnetic resonance imaging: a signal processing perspective” **ISBN 0780347234**
- [10] J. P. Hornak “The basics of MRI” Copyright © 1996-2008 J.P. Hornak. All Rights Reserved. *Online book:* <http://www.cis.rit.edu/htbooks/mri/>.
- [11] V. Born *et al.*, “Comparison of pinhole collimator materials based on sensitivity equivalence” *Phys. Med. Biol.* **56** pp. 3199-3214 (2011)
- [12] M. H. Jeong *et al.*, “Performance improvement of small gamma camera using NaI(Tl) plate and position sensitive photo-multiplier tubes” *Phys. Med. Biol.* **49** pp. 4961-4970 (2004)
- [13] J-H. Kim *et al.*, “Development of a miniature scintillation camera using an *NaI(Tl)* scintillator and PSPMT for scintimammography” *Phys. Med. Biol.* **45** pp. 3481-3488 (2000)
- [14] M. B. Williams *et al.*, “Performance of a PSPMT based detector for scintimammography” *Phys. Med. Biol.* **45** pp. 781-800 (2000)

- [15] R. Pani *et al.*, “Dedicated Gamma Camera for Single Photon Emission Mammography (SPEM)” *IEEE Trans. Nucl. Sci* **45** no. 6, pp. 3127-3133 (1998)
- [16] M. M. Fernández *et al.*, “A flat-panel-based mini gamma camera for lymph nodes studies” *Nucl. Instr. and Meth. A* **572** pp. 92-96 (2004)
- [17] F. Sánchez *et al.*, “Performance tests of two portable mini gamma cameras for medical applications” *Med. Phys.* **33**(11) pp. 4210-4220 (2006)
- [18] G. Kontaxakis *et al.*, “Reconstrucción de imagen en tomografía por emisión de positrones” *Rev. R. Acad. Cienc. Exact. Fis. Nat.* **96** no. 1-2 pp. 45-57 (2002)
- [19] H. Bailey *et al.*, “Quantitative analysis in nuclear medicine imaging” **ISBN 0387238549** Springer Verlag (2006)
- [20] B. Escat, *Desarrollo, caracterización y evaluación clínica de una mini cámara gamma portátil para aplicaciones médicas*, PhD thesis, University of Valencia-CSIC, 2006, .
- [21] K. Vetter *et al.*, “High-sensitivity Compton imaging with position-sensitive Si and Ge detectors” *Nucl. Instr. and Meth. A* **579** pp. 363-366 (2007)
- [22] Dale L Bailey *et al.*, “Positron Emission Tomography” **ISBN 1852337982**
- [23] D. W. Townsend *et al.*, “A rotating PET scanner using BGO block detectors: design, performance and applications” *Journal of Nuclear Medicine Soc. Nuclear. Med.* **34** no. 8 pp. 1367-1376 (1993)
- [24] T. K. Lewellen., “Recent developments in PET detector technology” *Phys. Med. Biol.* **53**, pp. R287-R317 (2008)
- [25] W. W. Moses., “Time of Flight in PET Revisited” *IEEE Trans. Nucl. Sci* **50**, no. 5, pp. 1325-1330 (2003)
- [26] G. F. Knoll, “Radiation Detection and Measurement” (Third Edition) **ISBN 978-0-471-07338-3**.
- [27] S. R. Cherry *et al.*, “Physics in Nuclear Medicine” **Saunders** Imprint of Elsevier, (2003)
- [28] W. W. Moses *et al.*, “Scintillation Non-Proportionality: Present Understanding and Future Challenges” *IEEE Trans. Nucl. Sci* **55**, no. 3, pp. 1049-1053 (2008)
- [29] W. R. Leo “Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments” **ISBN 0387572805**
- [30] I. R. Lewis & H. G. M. Edwards “Handbook of Raman Spectroscopy: From the Research Laboratory to the Process Line” **ISBN 0-8247-0557-2**
- [31] J. S. Karp *et al.*, “Performance of a position-sensitive scintillation detector” *Phys. Med. Biol.*, **30**, pp. 643-655 (1985)
- [32] D. P. McElroy *et al.*, “The use of retro-reflective tape for improving spatial resolution of scintillation detectors” *IEEE Trans. Nucl. Sci* **49**, no. 1, pp. 165-171 (2002)

- [33] B. T. Phong., "Illumination for computer generated pictures" Communications of the ACM **18**, no. 6, pp. 311-317 (1975)
- [34] K. E. Torrance *et al.*, "Theory for Off-Specular Reflection From Roughened Surfaces" JOSA **57**, no. 9, pp. 1105-1112 (1967)
- [35] T. Gustafsson *et al.*, " $Lu_2SiO_5$  by single-crystal X-ray and neutron diffraction" International Union of Crystallography **C57** pp. 668-669 Acta Cryst. (2001)
- [36] D. Chiriu *et al.*, "Structural Characterization of  $Lu_{1,8}Y_{0,2}SiO_5$  crystals" Physical Review. B., Condensed Matter and Materials Physics **76** no. 5 pp. 054112-1/054112-8 (2007)
- [37] R. Guohao *et al.*, "Investigation on defects in  $Lu_2SiO_5 : Ce$  crystals growth by Czochralski method" Cryst. Res. Technol. **vol. 41**, no. 2, pp. 163-167 (2006)
- [38] L. Qin *et al.*, "Growth and characteristics of LYSO ( $Lu_{2(1-x-y)}Y_{2x}SiO_5 : Ce_y$ ) scintillation crystals" Journal of Crystal Growth **281**, pp. 518-524 (2005)
- [39] L. Qin *et al.*, "Solid state physics" Saunders College ISBN 9780030839931, (1976)
- [40] A. Lempicki *et al.*, "Ce-doped scintillators: LSO and LuAP" Nucl. Instr. and Meth. A **vol. 416**, pp. 333-344, (1998)
- [41] A. J. Wojtowicz *et al.*, "Carrier Capture and Recombination Processes in  $Ln^{3+}$ -Activated Scintillators" IEEE Trans. Nucl. Sci **vol. 43**, pp. 2168-2173, (1996)
- [42] H. Suzuki *et al.*, "Light Emission Mechanism of  $Lu_2(SiO_4)O : Ce$ " IEEE Trans. Nucl. Sci **vol. 40**, pp. 380-383, (1993)
- [43] J. D. Naud *et al.*, "The Role of Cerium Sites in the Scintillation Mechanism of LSO" IEEE Trans. Nucl. Sci **vol. 43**, pp. 1324-1328, (1996)
- [44] C. L. Melcher *et al.*, "Scintillation Properties of LSO:Ce Boules" IEEE Trans. Nucl. Sci. **vol. 47**, pp. 965-968, (2000)
- [45] F. M. Wagah *et al.*, "Infrared response and quantum efficiency of In-doped silicon (n) structure" Renewable Energy **21**, pp. 323-331, (2000)
- [46] L. Pidol *et al.*, "Czochralski growth and physical properties of cerium-doped lutetium pyrosilicate scintillators  $Ce^{3+} : Lu_2Si_2O_7$ " Journal of Crystal Growth **no. 275**, pp. e899-e904 (2005)
- [47] R. Freifelder *et al.*, "Reducing edge effects and improving position resolution in position sensitive NaI(Tl) detectors" IEEE Trans. Nucl. Sci., **vol. 40**, pp. 208-213 (Apr. 1993)
- [48] R. Clancy *et al.*, "A simple technique to increase the linearity and field-of-view in position sensitive photomultiplier tubes" IEEE Trans. Nucl. Sci., **vol. 44**, no. 3, pp. 494-498 (June, 1997)
- [49] S. Siegel *et al.*, "Development of continuous detectors for a high resolution animal PET system" IEEE Trans. Nucl. Sci. **vol. 42**, no. 2, 1069-1074 (Aug. 1995)

- [50] J. Joung *et al.*, “cMice: A high resolution animal PET using continuous LSO with a statistics based positioning scheme” *Nucl. Instr. and Meth. A* **vol. 489**, pp. 584-598 (2002)
- [51] J. B. Johnson “Thermal agitation of electricity in conductors” *Physical Review* **vol. 32** pp. 97-109 (July, 1928)
- [52] H. Nyquist “Thermal agitation of electric charge in conductors” *Physical Review* **vol. 32** pp. 110-113 (July, 1928)
- [53] C. Borowski *et al.*, *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **17**, 340-349 (1970)
- [54] S. Siegel *et al.*, “Simple Charge Division Readouts for Imaging Scintillator Arrays using a Multi-Channel PMT” *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **43**, no.3, pp. 1634-1641 (1996).
- [55] C. W. Lerche, *Depth of Interaction Enhanced Gamma-Ray Imaging for Medical Applications*, PhD thesis, University of Valencia, 2006, Online available: <http://arxiv.org/abs/physics/0611011>.
- [56] J. Karp *et al.*, “Depth-of-interaction determination in *NaI(Tl)* and *BGO* scintillation crystals using a temperature gradient” *Nucl. Instr. and Meth. A* **260**, pp. 509-517, (1987)
- [57] K. L. Matthews II *et al.*, “A depth-encoding Anger detector using scintillating fibers” *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **48**, pp. 1397-1402, (2001)
- [58] G. J. Takacs *et al.*, “Design and simulation of continuous scintillator with pixellated photo-detector” *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **48**, pp. 1412-1417, (2001)
- [59] P. Antich *et al.*, “3D position readout from thick scintillators” *Nucl. Instr. and Meth. A* **480**, pp. 782-787, (2002)
- [60] P. Vaska *et al.*, “An improved anger detector approach for PET with high resolution and sensitivity” *IEEE Nucl. Sci. Symp. & Med. Img. Conf.* **6**, pp. 3463-3466, (2004)
- [61] T. Ling *et al.*, “Depth of interaction decoding of a continuous crystal detector module” *Phys. Med. Biol.* **52**, 2213 (2007)
- [62] S. Moore *et al.*, “Maximum-likelihood estimation of 3D event position in monolithic scintillation crystals: Experimental results” *IEEE Nucl. Sci. Symp. & Med. Img. Conf.* **5**, pp. 3691-3694, (2007)
- [63] Ch. W. Lerche *et al.*, “Depth of interaction detection for  $\gamma$ -ray imaging” *Nucl. Instr. and Meth. A.* **600**, pp. 624-634 (2009)
- [64] J. Benlloch *et al.*, “Scanner calibration of a small animal PET camera based on continuous LSO crystals and flat panel PSPMTs” *Nucl. Instr. and Meth. A*, **571**, no. 1-2, pp. 26-29 (2007)
- [65] G. Knoll *et al.*, “Light collection scintillation detector composites for neutron detection” *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **35**, p. 872 (1988)
- [66] G. Tsang *et al.*, “A simulation to model position encoding multicrystal PET detectors” *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **42**, p. 2236 (1995)



- [67] F. Cayouette *et al.*, “DETECT2000: an improved Monte-Carlo simulator for the computer aided design of photon sensing devices” Proceedings of SPIE Applications of Photonic Technology 5, **4833**, pp. 69-76 (2003)
- [68] M. Kapusta *et al.*, “Non-Proportionality and Thermoluminescence of LSO:Ce” IEEE Trans. Nucl. Sci. **52**, no. 4, pp. 1098-1104 (2005)
- [69] C. Lerche *et al.*, “Depth of interaction within continuous crystals from the width of its scintillation light distribution” IEEE Trans. Nucl. Sci. **52**, no. 3, pp. 560-572 (2005)
- [70] E. Gimenez *et al.*, “Detector optimization of a small animal PET camera based on continuous LSO crystals and flat panel PSPMTs” IEEE Nucl. Sci. Symp. & Med. Img. Conf. , **6**, pp. 3885-3889 (2004)
- [71] F. Sanchez *et al.*, “Design and tests of a portable mini gamma camera” Med. Phys. , **31**, no. 6, pp. 1384-1397 (2004)
- [72] P. Lecoq *et al.*, “Inorganic Scintillators for Detector Systems” (Physical Principles and Crystal Engineering) Springer **ISBN-10** 3-540-27766-8.
- [73] P.C. Ricci *et al.*, “ $Ce^{3+}$ -doped lutetium yttrium orthosilicate crystals: Structural characterization” Materials Science and Engineering B **146**, pp. 2-6 (2008)
- [74] L. Zheng *et al.*, “Raman spectroscopic investigation of pure and ytterbium-doped rare earth silicate crystals” Journal of Raman Spectroscopy **38**, pp. 1421-1428 (2007)
- [75] D. Malacara “Handbook of Optical Design” (Second Edition) Marcel Dekker, Inc. **ISBN** 0-8247-4613-9
- [76] Rihua Mao *et al.*, “Optical and Scintillation Properties of Inorganic Scintillators in High Energy Physics” IEEE Nucl. Sci. Symp. & Med. Img. Conf., Vol.3, 2285-2291 (2007)
- [77] E.Ñ. Gimenez Navarro, *Detector design and optimization for a small animal PET and characterization of its system response*, PhD thesis, University of Valencia, 2007
- [78] K. Lauckner *et al.*, “A LSO-based scanner for in-beam PET: A feasibility study” Oct. 2001
- [79] C. Melcher *et al.*, “A promising new scintillator: cerium-doped lutetium oxyorthosilicate” Nucl. Instr. and Meth. A, **314**, pp. 212-214 (1992)
- [80] J. Huber *et al.*, “Effect of  $^{176}Lu$  background on singles transmission for LSO-based PET cameras” Phys. Med. Biol., **47**, pp. 1-7 (2002)
- [81] V. Zavarzin *et al.*, “A 500k event/sec 12-bit adc system with high-speed buffered pci interface” IEEE Trans. Nucl. Sci. **46**, pp. 414 (1999)
- [82] Ch. W. Lerche *et al.*, “Maximum likelihood positioning for gamma-ray imaging detectors with depth of interaction measurement” Nucl. Instr. and Meth. A, **604**, pp. 359-362 (2009)
- [83] W. H. Press *et al.*, “Numerical Recipes in C”, 2nd ed. Cambridge University Press (1992)