

DEMO 85

Intuición, experimentación y modelización

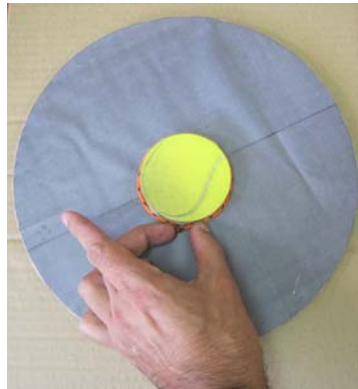


Fig. 1

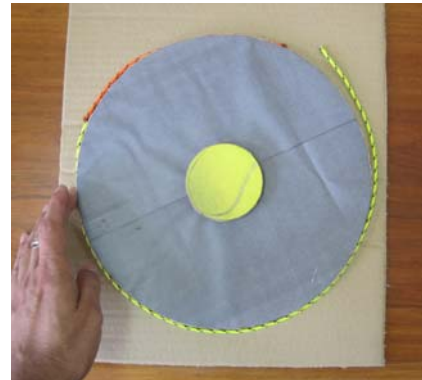


Fig. 2



Fig. 3

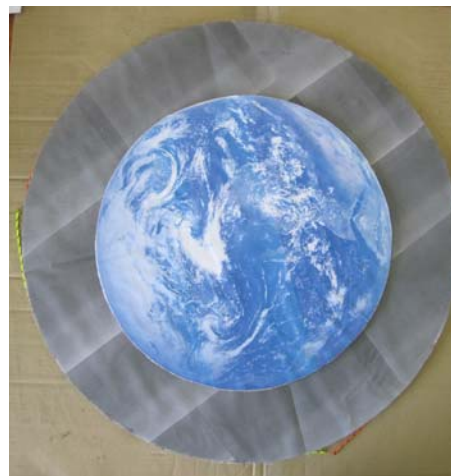


Fig. 4

Autor de la ficha	Roberto Pedrós, Chantal Ferrer
Palabras clave	Intuición; experimentación; modelización o razonamiento analítico
Objetivo	Reconocer los límites de la (mala) intuición, la utilidad de la experimentación y la necesidad del razonamiento analítico
Material	Figuras de cartón, cuerda.
Tiempo de Montaje	Nulo

Descripción

Imaginemos una cuerda que ciña una pelota de tenis siguiendo el contorno de un círculo máximo. La cuerda mediría unos 22 centímetros (fig. 1). ¿Cuánto deberíamos alargar la longitud de la cuerda para ésta dibuje un círculo que se encuentre a 10 cm del contorno de la pelota, en todos sus puntos? (ver figura 2 y 5).

A continuación, imaginemos una cuerda que rodea una esfera del tamaño de la Tierra ciñéndose al ecuador (fig. 3). Debería ser una cuerda de unos cuarenta mil kilómetros. ¿Cuánto deberemos alargar la longitud de la cuerda para que ésta siga un contorno circular que se encuentre a una distancia de 10 centímetros de la superficie de la Tierra, a lo largo de todo el ecuador? (fig. 4 y 6)

Esta demostración está basada en un acertijo que fue propuesto en 1702 por William Whiston (1667-1752). Whiston fue un teólogo, historiador y matemático inglés que llegó a ser profesor adjunto de Isaac Newton en Cambridge, y le sucedió como Profesor Lucasiano. A este acertijo se le conoce como “the Rope-around-the-Earth puzzle” y lo incluyó en una versión para estudiantes que preparó de “los elementos” de Euclides. Aparece citado en el libro: Pickover, C. A. (2009). *The Math Book*. New York: Sterling Publishing Co.

Respuesta intuitiva-irreflexiva

(Intuición en el sentido de definición de la RAE: Facultad de comprender las cosas instantáneamente, sin necesidad de razonamiento). Una respuesta de este tipo (inmediata y sin razonamiento) dirá que hará falta añadir más cuerda en el caso de la esfera del tamaño de la Tierra. Sin embargo esto no es cierto.

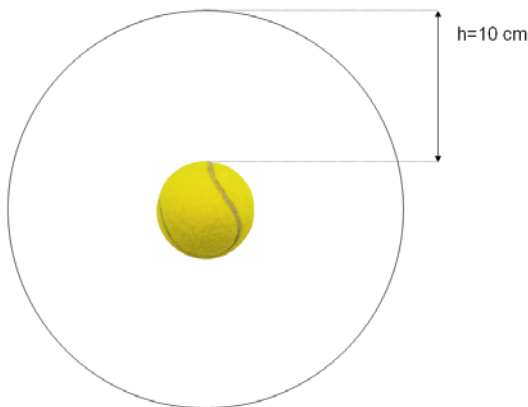


Fig. 5

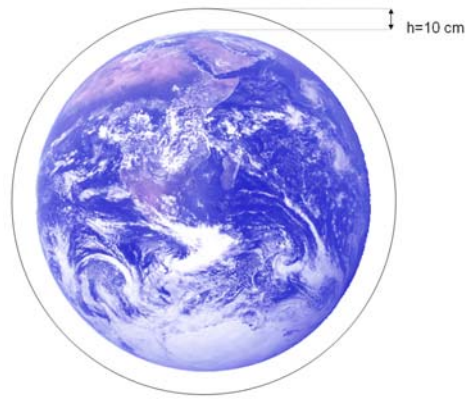


Fig. 6

Experimentación

Tomemos la cuerda y las figuras de cartón. Observemos el trozo de cuerda que habría que añadir en el caso de la pelota de tenis (figuras 1 y 2). Cuando usamos la figura de cartón de la Tierra (figuras 2 y 3) podemos comprobar que el trozo que necesitamos añadir es el mismo que en el caso de la pelota de tenis, a pesar de la diferencia de tamaños.

Lo hemos comprobado experimentalmente, pero el experimento para la Tierra sería inaccesible. Sin embargo, podemos aplicar un razonamiento analítico y predecir el resultado en este caso.

Modelización o Razonamiento analítico

La longitud de la cuerda que ceñiría la pelota sería $L_{pelota} = 2\pi R_{pelota}$

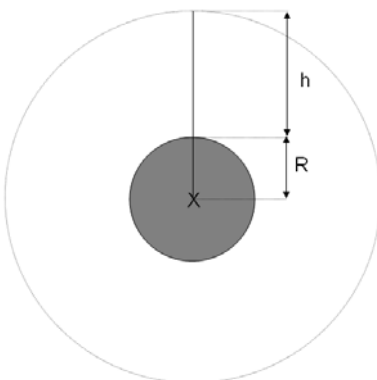


Fig. 7

Para calcular la longitud de la cuerda que habría que añadir para que la distancia entre ella y la superficie de la pelota fuera una distancia h , tendríamos que considerar la circunferencia de radio $R+h$ (Fig. 3)

$$L_{pelota}' = 2\pi(R_{pelota} + h) = 2\pi R_{pelota} + 2\pi h$$

El trozo que habría que añadir sería $2\pi h$, es decir 62.8 centímetros.

En el caso de la esfera del tamaño de la Tierra el razonamiento sería análogo. La cuerda que ceñiera la Tierra a lo largo del ecuador tendría como longitud

$$L_{Tierra} = 2\pi R_{Tierra}$$

y la longitud de la cuerda que lograría que todos sus puntos estuvieran a una distancia h de la superficie de la Tierra sería (Fig. 7) sería

$$L_{Tierra}' = 2\pi(R_{Tierra} + h) = 2\pi R_{Tierra} + 2\pi h$$

El trozo que habría que añadir sería el mismo que en el caso de la pelota, es decir $2\pi h = 62.8$ centímetros.

Conclusión: La intuición educada

La intuición irreflexiva se basa en la experiencia de hechos y fenómenos cotidianos, pero puesto que no involucra razonamientos, suele ser no válida a la hora de extrapolar las respuestas fuera del ámbito en el que se ha entrenado dicha intuición. La experimentación es el campo de batalla donde nuestras concepciones *a priori* o hipótesis (aunque basadas en nuestro conocimiento parcial de la realidad) se revelan como acertadas o no. Sin embargo, la experimentación necesita también de una modelización **con** razonamiento analítico para su interpretación. Dicho razonamiento tiene la ventaja añadida de predecir el resultado de futuros eventos, accesibles o no a la experiencia. La **intuición educada** (*educated guess*) es el resultado de reeducar la intuición a base de acumular experiencia en el análisis de fenómenos, ayudados por los modelos analíticos conjuntamente con la experimentación. De forma que alguien con intuición educada responde correctamente de forma inmediata porque maneja con gran facilidad los razonamientos correctos.

Advertencias

La cuerda ha de estar tensa para que se vea bien la demostración.

Este es un caso en el que el razonamiento analítico es muy sencillo y más inmediato que la verificación experimental, por lo que el recurso a la experimentación puede parecer excesivo. Hay quejar claro a los estudiantes que se trata de un ejemplo sencillo que sirve de ejemplo o símil que permite aclarar el papel de cada aproximación al problema (intuición, experimentación, modelización).