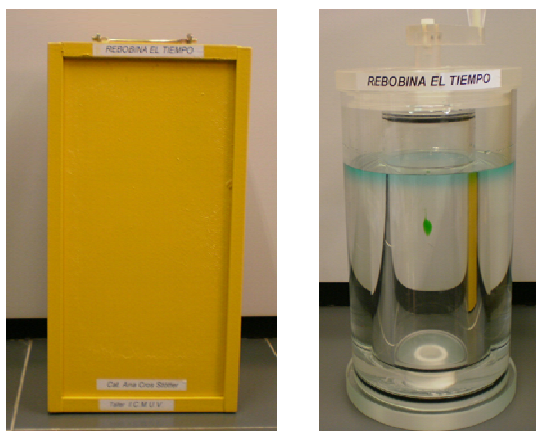


**DEMO 86 FLUJO LAMINAR. MEZCLA REVERSIBLE DE FLUIDOS**

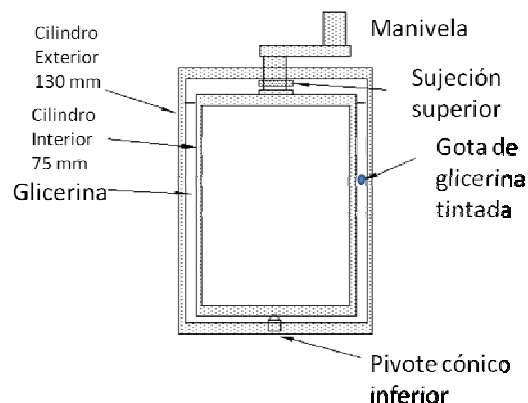


<b>Autor ficha</b>	Ana Cros
<b>Palabras clave</b>	Fluidos; flujo laminar; procesos reversibles
<b>Objetivo</b>	Observar la reversibilidad de la mezcla de fluidos cuando el proceso se lleva a cabo en régimen laminar.
<b>Material</b>	Sistema para producir flujo laminar que consiste en dos cilindros concéntricos transparentes, el interior giratorio, separados por un fluido transparente de alta viscosidad (glicerina). Glicerina coloreada. Pipeta de dosificación (punta estrecha). Pipeta de recogida (punta ancha). Papel absorbente.
<b>Montaje</b>	El tiempo de depositar con cuidado las gotas de glicerina coloreada en la glicerina transparente (2 minutos). Al finalizar la clase es necesario contar con un tiempo para recoger las gotas, eliminarlas y proceder a la limpieza del material (10 minutos).

**Descripción**

**Aparato**

El aparato ha sido construido en los talleres del Instituto de Ciencia de los Materiales. Consta de un cilindro interior de vidrio, de 75 mm de radio exterior, montado sobre un pivote cónico y provisto de manivela. El cilindro exterior, también de vidrio, tiene 130 mm de radio. El espacio entre los dos cilindros está lleno de glicerina (1.7 l). El sistema se encuentra en el interior de una caja diseñada para su transporte, junto con los demás elementos del experimento.



**Realización**

Sacar el sistema del interior de la caja transportadora, así como las pipetas y la glicerina coloreada. Extender una doble capa de papel absorbente sobre la mesa para poder depositar los utensilios una vez manchados. Con la pipeta de punta estrecha, tomar algo de líquido coloreado de uno de los botes. Introducir la pipeta a través de la abertura superior del aparato, depositando una gota coloreada más o menos a mitad de altura con respecto a la superficie de la glicerina. Las gotas con un tamaño de alrededor de 0.5 cm de diámetro funcionan bastante bien. Tener especial cuidado al retirar la pipeta para que la gota no quede deformada. Los mejores resultados se obtienen realizando movimientos lentos.

Girar la manivela lentamente. A modo orientativo se puede girar a razón de una vuelta cada 4 segundos. Contar el número de vueltas. Se observará que la gota se mezcla con el resto de la glicerina, hasta su completa desaparición (unas 5-6 vueltas). Proceder entonces a girar la manivela en sentido contrario, a una velocidad similar. Se observará que la gota vuelve a formarse cuando se gira el mismo número de vueltas. La gota aparece en el mismo sitio en el que se depositó.

Si se desea, repetir el experimento introduciendo una segunda gota de otro color al lado de la anterior. Proceder de igual modo. Al girar la manivela en un sentido, ambos colores se mezclarán. Los dos fluidos coloreados volverán a separarse al girar la manivela en sentido contrario.

Al finalizar el experimento es necesario retirar las gotas de colores lo más cuidadosamente posible utilizando la pipeta de boca

ancha. De esta forma la glicerina podrá utilizarse varias veces antes de su renovación. Este líquido puede introducirse en el bote que hay dispuesto a tal efecto, o bien desecharse.

### *Flujo laminar y reversibilidad*

Existen dos regímenes muy distintos en el movimiento de un fluido viscoso: laminar y turbulento. En el flujo laminar su movimiento puede representarse mediante un conjunto de láminas paralelas que mantienen su forma en el tiempo. Es un flujo estacionario, es decir, en cada punto del espacio la velocidad se mantiene constante en el tiempo. En el flujo turbulento, en cambio, las láminas se mezclan continuamente entre sí, se forman remolinos y el flujo deja de ser estacionario.

Como se demuestra más adelante, el experimento se lleva a cabo de forma que en todo momento el flujo es laminar. En estas condiciones, al girar la manivela las láminas de fluido se van haciendo cada vez más finas, hasta que son imperceptibles a simple vista. Al girar la manivela en sentido contrario se reproduce el movimiento del fluido en sentido inverso, de forma que las láminas van haciéndose cada vez más gruesas, recuperándose finalmente la gota original.

A continuación se realiza una descripción más detallada y cuantitativa del proceso, así como las leyes físicas involucradas en el mismo.

La transición de flujo laminar a turbulento en un fluido depende de la velocidad y de las propiedades materiales del fluido (densidad, viscosidad). El científico británico Osborne Reynolds (1842-1912) concluyó de sus estudios que era posible predecir si el flujo de un fluido será laminar o turbulento según el valor que tome una magnitud sin dimensiones llamada número de Reynolds. Esta magnitud es proporcional a la velocidad y a la densidad del fluido e inversamente proporcional a su viscosidad. Depende además de las dimensiones geométricas del recipiente por donde se desplaza el fluido. Para números de Reynolds pequeños (por debajo de 2000) el flujo es laminar, mientras que para números lo suficientemente grandes (por encima de 2600) el flujo será turbulento. Dado que el número de Reynolds es proporcional a la velocidad del fluido, esto significa que para velocidades de flujo lo suficientemente bajas puede obtenerse flujo laminar.

En la geometría de nuestro experimento el número de Reynolds puede aproximarse por:

$$N_R = \frac{2\rho v(R_{ext} - R_{int})}{\eta},$$

donde  $\rho$  representa la densidad del fluido ( $\approx 1260 \text{ kg/m}^3$ ),  $\eta$  su viscosidad ( $945 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ),  $v$  la velocidad a la que se gira el cilindro exterior y  $R_{ext}$ ,  $R_{int}$  los radios de los cilindros exterior e interior, respectivamente. Los datos de densidad y viscosidad corresponden a glicerina pura a una temperatura de  $25^\circ\text{C}$ . Con estos datos y las condiciones normales del experimento, la velocidad es de unos  $0.12 \text{ m/s}$ , con lo que  $N_R \approx 20$ . Nos encontramos por tanto en régimen laminar.

El movimiento de un fluido se aborda mediante las ecuaciones de Navier-Stokes, un conjunto de ecuaciones no lineales en derivadas parciales que describen la velocidad del fluido en función del tiempo y de la posición. Reciben su nombre a partir de las aportaciones de los investigadores Claude-Louis Navier (1785-1836) y George Gabriel Stokes (1819-1903) a la mecánica de fluidos.

Las ecuaciones encuentran una gran utilidad en la descripción de sistemas físicos muy diferentes. Se utilizan tanto para desarrollar modelos meteorológicos como para determinar las corrientes oceánicas, el flujo de petróleo transportado por los oleoductos o el aire alrededor de un cohete. Acopladas con las ecuaciones de Maxwell son necesarias para el estudio de la magnetohidrodinámica estelar.

La derivación de las ecuaciones de Navier-Stokes parte de la aplicación de la segunda ley de Newton a un volumen diferencial de un fluido de densidad  $\rho$  y viscosidad  $\eta$ . Bajo ciertas aproximaciones útiles en numerosos casos prácticos, las ecuaciones se simplifican considerablemente. Para la descripción de nuestro experimento consideraremos que:

- 1.- La velocidad del fluido puede representarse mediante una función continua de la posición. Esta aproximación considera el fluido como un continuo, independientemente de que esté compuesto por moléculas discretas.
- 2.- El fluido no se puede comprimir. Esta aproximación considera por tanto que la densidad del fluido es constante en todos sus puntos, independientemente de la presión a la que esté sometido.
- 3.- Las propiedades hidrodinámicas del fluido son homogéneas, es decir, el fluido tiene las mismas características hidrodinámicas en todos sus puntos. Se trata además de un fluido Newtoniano, cuya viscosidad no depende de la velocidad. Como consecuencia, su viscosidad será constante para una temperatura dada.
- 4.- El movimiento del fluido es tan lento que los términos de segundo orden en la velocidad pueden despreciarse. El flujo es de tipo laminar.

Bajo estos supuestos el campo de velocidades del fluido se obtiene resolviendo la siguiente ecuación diferencial [1]:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p + \eta \nabla^2 \vec{v}$$

El término de la izquierda representa la aceleración (por unidad de volumen) del fluido. En la parte derecha de la ecuación aparece un gradiente de la presión hidrostática, que en las condiciones geométricas de nuestro experimento es nulo. Queda por tanto únicamente el término viscoso, que depende del laplaciano de la velocidad. Las soluciones de esta ecuación corresponden al flujo laminar, en el que, como hemos indicado antes, todas las capas del fluido se mueven paralelamente unas a otras, sin formar remolinos. Es la forma más simple de movimiento de los fluidos.

Dado que el movimiento está descrito por una ecuación lineal, su solución resulta en una transformación de las coordenadas de los distintos elementos del fluido que es reversible en el tiempo. En la geometría cilíndrica del experimento la ecuación diferencial puede expresarse como [1]:

$$\frac{\eta}{\rho} \left( r^2 \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2} + r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - v_\varphi \right) = r^2 \frac{\partial v_\varphi}{\partial t}$$

donde  $v_\varphi$  es la velocidad tangencial del fluido a una distancia  $r$  del eje del cilindro.

Las soluciones de esta ecuación en las condiciones del experimento (pared interna fija, pared externa móvil, inicio y final del movimiento abruptos) pueden expresarse de forma analítica (ver Ref. [1]), y resultan en una transformación reversible en el tiempo de las coordenadas del fluido. La parte estacionaria de la solución, lejos del inicio y final del movimiento, es particularmente simple, y viene dada por:

$$v_\varphi(r, t) = \frac{R_{\text{int}}(R_{\text{ext}}^2 - r^2)}{r(R_{\text{ext}}^2 - R_{\text{int}}^2)} v_0,$$

que solo depende de la geometría del aparato y de la velocidad del cilindro interior,  $v_0$ .

Dada la geometría del experimento, las posiciones radial y axial ( $r$  y  $z$ ) de los distintos puntos del fluido serán constantes. Sólo cambiará su componente axial ( $\varphi$ ), que en función del tiempo vendrá dada por:

$$\varphi(r, t) = \varphi_0 + \frac{R_{\text{int}}(R_{\text{ext}}^2 - r^2)}{r^2(R_{\text{ext}}^2 - R_{\text{int}}^2)} v_0 t,$$

que es claramente reversible en el tiempo.

Para finalizar, comentaremos algunos aspectos que afectan de forma negativa la reversibilidad del experimento. En primer lugar, hemos eliminado el término transitorio, que describe el arranque y el frenado del movimiento. Para que la trayectoria de las partículas sea estrictamente reversible, los movimientos de inicio y frenada deben reproducirse en idéntica forma al revertir el movimiento. Esto es en la práctica imposible. La alta reproducibilidad de la forma inicial de la gota implica sin embargo que en nuestro sistema la influencia de los movimientos inicial y final es pequeña. Por otra parte, es bien conocido que la posición de las moléculas de un fluido real está afectada por un movimiento térmico aleatorio (movimiento Browniano que da lugar a la difusión). El desplazamiento medio que pueden sufrir las moléculas en el tiempo que dura el experimento pueden estimarse utilizando la teoría de difusión de Einstein:

$$\Delta l = \sqrt{2Dt},$$

donde  $D$  es el coeficiente de difusión de la glicerina ( $D \approx 0.8 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$  a  $25^\circ\text{C}$ ). Suponiendo que demos 5 vueltas al cilindro interior en cada sentido, a una velocidad de 1 vuelta cada 4-5 segundos, el tiempo transcurrido en la realización del experimento será de unos 60 segundos, lo que nos da una longitud de difusión de 0.3 mm. Esto nos indica que aún reproduciendo a la perfección el arranque y el frenado del cilindro al revertir el proceso, el contorno de la gota se notará difuso. Para finalizar, comentar que el empuje de Arquímedes y la fuerza de la gravedad pueden modificar también en cierta medida la reversibilidad del experimento. La gota coloreada que se introduce entre los cilindros consiste en una disolución de colorante alimenticio (de base acuosa) en glicerina. La utilización de una cantidad pequeña de colorante garantiza que la densidad de la gota coloreada sea muy similar a la de la glicerina, reduciendo al mínimo las fuerzas verticales.

[1] J.P. Heller, Am J Phys 28, 348-353 (1960). "An Unmixing Demonstration".

**Advertencias**

ATENCIÓN: no tumbar la caja transportadora. Se saldría la glicerina del interior del aparato. Limpiar con agua corriente las pipetas antes de guardarlas en la caja transportadora.