

**DEMO 105**

**Bola “alegre” y bola “triste” en colisiones**



<b>Autor de la ficha</b>	Chantal Ferrer, Ana Cros, Roberto Pedrós
<b>Palabras clave</b>	Colisiones; coeficiente de restitución; transformaciones y conservación de la energía
<b>Objetivo</b>	Observar la colisión de dos bolas de materiales diferentes y razonarla en términos del coeficiente de restitución. Discutir el diferente de comportamiento de ambas bolas en términos de este coeficiente y los diferentes tipos de energía involucrados.
<b>Material</b>	Bolas de goma de dos materiales diferentes, bola de plastilina.
<b>Tiempo de Montaje</b>	Nulo

**Descripción**

**Procedimiento**

Muestra las dos bolas a los estudiantes y deja que alguno de ellos las observe de cerca. Ambas tienen pesos, tamaños y tacto similares. Si la estudiante es muy observadora, notará que las bolas son ligeramente diferentes en textura y brillo.

A continuación, deja caer las dos bolas al suelo a la vez, en caída libre y desde la misma altura. Se observará que una rebota hasta una cierta altura (bola “alegre”, que es ligeramente más brillante), mientras que la otra (bola “triste”) prácticamente no rebota. Repite el experimento varias veces, incluso pidiendo la ayuda de un voluntario o voluntaria. Se pueden dejar caer desde una altura conocida y estimar la altura después de la colisión con el suelo, que en el caso de la bola “alegre” es aproximadamente la mitad de su altura inicial.

Se puede realizar la colisión también lanzando las dos bolas contra una pared, bien haciéndolas rodar sobre el suelo o lanzándolas con un ángulo arbitrario.

**Explicación**

Las colisiones o choques son procesos en los que dos cuerpos en movimiento interactúan de alguna forma, bien por contacto o a través de alguna fuerza mutua. En todas las colisiones se conserva la cantidad de movimiento (o momento lineal) de los dos cuerpos. Las colisiones **elásticas** son aquellas en las que además se conserva la energía cinética de los dos cuerpos. En realidad, en las colisiones reales una parte de la energía cinética del sistema se transforma en otro tipo de energía debido a la colisión (térmica, de deformación, etc.), por lo que las velocidades tras la colisión (**parcialmente elástica** en este caso) son menores. Cuando tras la colisión ambos cuerpos tienen la misma velocidad, se dice que la colisión es **inelástica**.

Cuanto menos elástico y más deformable sea el material de los cuerpos que colisionan, menos elástica es la colisión. Con objeto de cuantificar el grado de elasticidad se define el **coeficiente de restitución e** como la razón entre velocidad relativa de los cuerpos después y antes de la colisión (en valor absoluto):

$$e = \frac{|\vec{v}' - \vec{v}'|}{|\vec{v} - \vec{v}|} \quad e=1 \text{ choque elástico, } e=0 \text{ choque inelástico, } 0 < e < 1 \text{ choque parcialmente elástico}$$

**Análisis de las observaciones**

En este caso tenemos un choque frontal entre una bola y el suelo, con movimiento vertical de la bola (a partir de ahora prescindimos de la notación vectorial):

- Se conserva el momento lineal del sistema bola-suelo en el choque:  $p = -p' + P'$ , luego el suelo aporta a la bola una cantidad de movimiento  $P' = p + p' = m v(1+e)$ . De hecho, la velocidad de la bola cambia de sentido. El valor máximo se produce cuando  $e=1$ .

- La figura representa los instantes significativos del movimiento de una bola que se deja caer y rebota con el suelo,

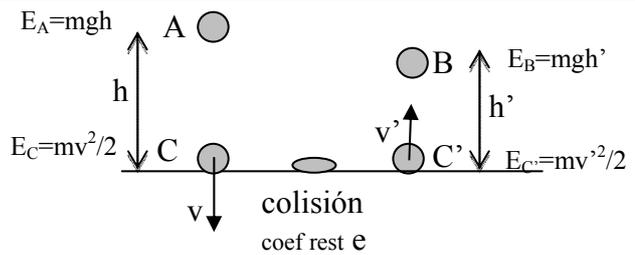
incluyendo las velocidades, posiciones y el valor de la energía mecánica en cada uno de ellos.

La energía cinética de la bola no se conserva en el choque (posiciones CC') salvo que sea elástico. Pero la energía mecánica de la bola se conserva en los tramos anteriores y posteriores al choque (A-C y C'-B), por ser la fuerza gravitatoria de tipo conservativo. Luego si conocemos la altura  $h$  desde la que dejamos caer la bola en A, podemos calcular la velocidad  $v$  en C mediante la relación

$v = (2gh)^{1/2}$ . De igual forma, si conocemos la altura final  $h'$  que alcanza la bola en B, podemos calcular la velocidad  $v'$  en C' (después del choque).

Además, se verifica que: 
$$\frac{E_{mec,C'}}{E_{mec,C}} = \frac{v'^2}{v^2} = e^2 = \frac{E_{mec,B}}{E_{mec,A}} = \frac{h'}{h}$$

En nuestro caso:



- Bola “triste”: como no rebota,  $v' = 0$  y  $e = 0$  (choque inelástico). Por lo tanto, toda la energía cinética que tiene la bola antes del choque se transforma en otro tipo de energía (que tampoco es potencial gravitatoria, ya que la bola se queda en el suelo).

- Bola “alegre”,  $h \approx 2h'$ , luego la mitad de la energía cinética inicial se transforma en otro tipo de energía, y  $e \approx 0,7$  (coincide con la relación que hay entre las velocidades anterior y posterior al choque con el suelo). El choque es parcialmente elástico.

También se puede calcular la variación de energía cinética en el choque en valor absoluto. En general:

$$\Delta E_{e,C-C'} = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv^2(e^2 - 1) = mgh(e^2 - 1) \quad (< 0)$$

- Pero, entonces ¿qué diferencia hay entre ambas bolas?

Las diferentes propiedades elásticas de estos materiales deben explicar los distintos comportamientos observados. Si dejamos caer una bola de plastilina al suelo no rebota (tiene un choque inelástico como sucede con la bola “triste”). Al recoger la plastilina del suelo, veremos que la superficie redondeada se ha aplanado como consecuencia del choque, en el lado de contacto con el suelo: toda la energía cinética de la bola anterior al choque se ha invertido en deformar permanentemente la bola. Lo mismo sucedería si la bola “alegre” la dejáramos caer sobre un lecho de arena: en este caso toda la energía cinética de la bola se transforma en deformación permanente de la arena en el choque (desplazamiento de sus partículas).

La bola “triste” está hecha con un tipo de goma (un polímero) comercializado con el nombre de Norsorex. En cambio, la bola “alegre” está hecha de neopreno. Si recogemos la bola “triste” del suelo veremos que no está deformada como en el caso de la plastilina: de hecho la deformación puede no ser realmente permanente: basta que el tiempo que tarda en recuperar su forma sea mayor que el tiempo que dura la colisión (histéresis).

Las propiedades que se han descrito se tienen en cuenta en la elección de los tipos de goma en la industria para todas aquellas aplicaciones en las que haya involucradas choques o colisiones. Desde la producción de pelotas reglamentarias (que cuentan con criterios muy estrictos y detallados que deben satisfacerse) a la reducción de vibraciones (en railes, edificios, maquinaria, asientos de vehículos...), o elementos anti-impacto (equipamiento de protección en deportes, suelas en el calzado o parachoques) (ver: [http://en.wikipedia.org/wiki/Coefficient\\_of\\_restitution](http://en.wikipedia.org/wiki/Coefficient_of_restitution))

### Comentarios

- Esta demostración está relacionada con la Demo 16 (Colisión pelota de baloncesto-pelota de tenis).

- Para profundizar en el tema, consultar: Rod Cross, “The coefficient of restitution for collisions of happy balls, unhappy balls, and tennis balls”, Am. J. Phys., Vol. 68, No.11 (2000).

- Se puede deducir la relación que existe entre el tiempo que pasa hasta que una pelota se para, tras realizar N rebotes, y el coeficiente de restitución (sumando los intervalos de tiempo de todos los rebotes). Midiendo dicho tiempo, puede verificarse la determinación del coeficiente de restitución  $e$  que hemos realizado antes. La expresión que relaciona el tiempo  $T$  que tarda la pelota en pararse, la altura inicial  $h$  y el coeficiente de restitución es:

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g} \frac{1+e}{1-e}}$$