

UNA PROPUESTA SOBRE ENSEÑANZA DE LA RELATIVIDAD EN EL BACHILLERATO COMO MOTIVACIÓN PARA EL APRENDIZAJE DE LA FÍSICA

PÉREZ, HÉCTOR¹ y SOLBES, JORDI²

¹ IES de Sedaví. Valencia

² IES J. Rodrigo Botet. Manises

Jordi.Solbes@uv.es

Resumen. La relatividad es una parte importante de la física moderna. En este artículo se analiza su aprendizaje en la enseñanza secundaria y se argumenta razonadamente contra prácticas tradicionales en la enseñanza de la relatividad. Finalmente se presenta una nueva aproximación a su enseñanza y se concluye que es posible una enseñanza ajustada a las contribuciones de la comunidad científica y que suscite en los estudiantes un cambio actitudinal, conceptual y metodológico.

Palabras clave. Enseñanza-aprendizaje, relatividad, cambio actitudinal, conceptual y metodológico.

An approach to teaching relativity in secondary education as a tool to motivate pupils in their learning of physics

Summary. Relativity is a very important part of modern physics. In this paper we analyze the teaching and learning of the theory of relativity in secondary education and we show some reasoned arguments against traditional methods to teach it. Finally, a didactic proposal for the teaching of relativity is presented; it comes as a conclusion that it is possible a suitable teaching of the principles of relative which should bring into the students a change in attitude, concepts and methodology.

Keywords. Teaching and learning, relativity, change in attitude, concepts and methodology.

INTRODUCCIÓN. RELEVANCIA DEL PROBLEMA

La importancia de la relatividad es tal que su centenario (junto al de otros trabajos de Einstein sobre el efecto fotoeléctrico o el movimiento browniano) ha dado pie a que el 2005 sea proclamado Año Mundial de la Física. Pero, cuando la UNESCO proclama años mundiales sobre alguna temática, es que hay problemas. Así, la física, y en general las ciencias, atraviesan una crisis de vocaciones y también de comunicación con la sociedad.

Esto no es reciente. Desde finales de los ochenta, se constata un bajo interés de los estudiantes hacia el aprendizaje de las ciencias en los países avanzados y un abandono de su estudio. En EEUU, a finales de los años ochenta, 7.100 institutos no tenían cursos de física, 4.200 no tenían de química y 1.300 no tenían de biología (Matthews, 1991). En el Reino Unido, el número de estudiantes de secundaria que eligen química se ha des-

plomado en un 70%, desde unos 205.000 en 1989 hasta unos 62.000 en 1991 (Dunbar, 1999). También sucede en otros países como Francia, Holanda, etc.

Nuestro país, parecía no verse afectado por esta situación, hasta que a finales de los noventa se observa una disminución del alumnado que escoge las asignaturas optativas de ciencias de la secundaria obligatoria y del alumnado que elige el bachillerato de ciencias de la naturaleza y las materias científicas (según datos extraídos de todos los estudiantes presentados a las PAU de la provincia de Valencia, en Química se ha pasado de un 52% en el periodo 1997-2000 a un 34% en los años 2003-2004, en Física de un 46'5% a un 29% y en Biología de un 36'5% a un 29%). También disminuyen las alumnas que eligen Matemáticas y Física (sólo un 20 % del alumnado) (Solbes, 2002).

Las investigaciones en didáctica de las ciencias (Penick y Yager, 1986; Solbes y Vilches, 1997) ya han señalado, como principales causas de la actitud desfavorable y del desinterés de los estudiantes hacia la ciencia y su aprendizaje, la enseñanza de una ciencia descontextualizada de la sociedad y del entorno, poco útil y sin temas de actualidad, el método de enseñanza del profesor, al que califican de aburrido y poco participativo, la escasez de prácticas de laboratorio o de campo y la falta de confianza en el éxito cuando son evaluados. Algunos autores (Holton, 1996; Dunbar, 1999) señalan como responsable a una visión más negativa de las aplicaciones e influencia de la ciencia, especialmente, de la física y la química, en la sociedad y el medio: los armamentos, la energía nuclear, la contaminación, etc.

Esto a su vez plantea si la enseñanza de la relatividad puede contribuir a resolver problemas de desinterés como los mencionados. Pensamos que la respuesta es afirmativa y lo apoyamos en las siguientes razones, que a su vez muestran la importancia de la relatividad:

- El papel de la relatividad en la historia de la física proporciona una oportunidad para reflexionar acerca de la creación de ciencia, de la evolución de conceptos.
- La relatividad proporciona un marco de validez general para la forma de las leyes físicas (deben ser invariantes respecto a los diversos sistemas de referencia inerciales).
- Facilita una mayor comprensión de la física clásica, al mostrar los límites de validez de sus principales conceptos: espacio, tiempo, masa, cantidad de movimiento, energía.
- Ilustra acerca de las relaciones física-cultura-sociedad. La importancia en el pensamiento filosófico, y en la cultura general, de la teoría (y sus mistificaciones) se prolonga hasta hoy.
- Y, por último, y no menos importante, por el interés que manifiestan los alumnos, ya que la relatividad cuestiona los conceptos básicos de tiempo y espacio. ¿Cómo puede ser el tiempo distinto para un observador en re-

poso y otro en MRU? ¿No será que nos parece distinto? ¿Cómo en *El planeta de los simios* regresan tantos años después? ¿Por qué no envejecen los de la nave en vez de los de la Tierra? ¿Se puede viajar en el tiempo?

Pero para introducirla habría que ver que nos dice la investigación en didáctica de las ciencias sobre las dificultades de la enseñanza y el aprendizaje de la relatividad.

CÓMO SE ENSEÑAN Y APRENDEN LOS PRINCIPALES CONCEPTOS RELATIVISTAS

Comencemos señalando que diversos estudios han puesto de manifiesto la dificultad que entraña la enseñanza de la física moderna (Gil et al., 1986; Gil y Solbes, 1993; Hewson, 1982; Villani y Pacca, 1987). La investigación didáctica no es muy extensa en este campo y una parte sustancial de los estudios ha girado en torno a las estrategias de cambio conceptual. Se ha utilizado incluso con carácter de ejemplo para contrastar modelos (Hewson, 1982; Alemañ, 2000), pues la teoría de la relatividad supone una formulación nueva de los conceptos clásicos de *espacio y tiempo* que son concepciones muy potentes, arraigadas en la mente humana. En el caso de la relatividad tal y como resaltan Toledo y otros (1997): «Los alumnos se encuentran ante una situación nueva frente a la física clásica y no pueden acudir a experiencias cotidianas para aceptar la plausibilidad de la teoría o para corroborar la eficiencia de la misma.» Es habitual que tras una instrucción formal: *a)* los nuevos conceptos de la relatividad especial no desplacen a los anteriores de la física clásica, si no que se unan a ellos en una interacción compleja; *b)* el aprendizaje de contenidos específicos es más bien superficial, sin anclajes firmes que permitan resolver situaciones fuera de aquéllas desarrolladas en la instrucción formal.

Alguna de las principales líneas de pensamiento de los estudiantes es la ausencia de razonamientos en términos de propiedades de espacio-tiempo, manteniendo una visión mecanicista que requiere de propiedades fijas y cuerpos extensos para una visión realista de la naturaleza. Como expone Hewson (1982), esto plantea un problema, pues el alumno asume como valor real únicamente lo que está en reposo respecto a él. Si de lo que se trata es de medir algo en movimiento, pongamos por caso, la duración de un fenómeno como la vida de una partícula inestable o una longitud, el valor obtenido no posee el mismo estatus de realidad, admite que «parece» que la longitud y el tiempo son diferentes pero «en realidad» son absolutos y hay un único valor real. Por ejemplo es bien sabido que el espacio entre dos sucesos es considerado por los alumnos como universal, conforme a la formulación newtoniana: «una visión espontánea que considera a las distancias en ellas mismas independientes de los observadores» (Villani y Pacca, 1987). Sin embargo, el estudio del principio de relatividad galileano no se realiza en cerca del 80% de los textos de primer nivel.

Nuestra revisión de la práctica habitual en nuestro entorno (Pérez y Solbes, 2003) se ha basado en un diseño

convergente de múltiples cuestionarios que revisan el proceso de enseñanza-aprendizaje en la perspectiva de alumnos, profesores y textos. Se ha realizado un análisis de 38 libros de texto de reciente edición: 11 de 4º de ESO, 14 de 1º de bachillerato y 13 de 2º de bachillerato. Se ha obtenido la colaboración de 74 profesores en activo y en formación así como un total de 151 estudiantes, en contextos diferentes y con un perfil distinto de los alumnos: 21 de 4º de ESO; 80 de 1º de bachillerato, 54 de 2º. Del estudio de los instrumentos desarrollados podemos fijar las siguientes conclusiones:

1. Los libros de texto utilizados en 4º de ESO y 1º de bachiller no presentan adecuadamente los conceptos de tiempo y espacio. En 2º de bachillerato la enseñanza de la teoría de la relatividad se plantea de forma poco clarificadora, sin tener en cuenta las preconcepciones de los alumnos y sin resaltar su posición en la estructura de la física.

En los textos de 1º de bachillerato, la masa, en general, no merece una excesiva atención, y nos encontramos desde la mera omisión de una definición de la misma a la definición tradicional de masa como cantidad de materia del cuerpo que aparece en 4 de los textos. En los textos de 2º de bachillerato, como existe poca tradición en secundaria, se opta por una introducción similar a la de física general, más operativa, con transformaciones de Lorentz, etc.

Además se da una importante introducción de conceptos hoy superados como la *masa relativista*, presente en el 84,6% de los textos con muy diversos y contradictorios enfoques sobre su significado, resultados coherentes con los obtenidos por Sánchez (2000). El consenso actual sólo utiliza la masa en reposo o invariante, que se deduce del invariante $E^2 - (\mathbf{p}c)^2 = (mc^2)^2$, donde se aprecia que el valor de la energía E y la cantidad de movimiento \mathbf{p} dependen del sistema de referencia elegido, pero, como son constantes, la masa es invariante en cualquier sistema de referencia. Por otra parte, para un sistema en reposo $\mathbf{p} = 0$, en consecuencia, la energía en reposo es $E_0 = mc^2$, la famosa ecuación de Einstein de equivalencia masa-energía. La energía total en cualquier sistema también viene dada por $E = \gamma mc^2$, donde $\gamma = 1/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$, que, cuando $v = 0$, da coherentemente $E_0 = mc^2$. Aunque los libros clásicos de nivel superior (como Landau y Lifshitz, 1973) siempre han utilizado la masa invariante, asociada al cuadrado del tetravector energía cantidad de movimiento, también ahora la usan libros actuales de secundaria y primer curso universitario (Gettys et al., 1992; Alonso y Finn, 1995; Hewitt, 2004), que en ediciones anteriores usaban la masa relativista. En artículos recientes (Okum, 1998; Solbes et al., 2002; Pérez y Solbes, 2003), podemos encontrar más clarificaciones al respecto. En Okun (1989) aparece una cita del propio Einstein desaconsejando, de una manera categórica, el uso de la masa dependiente de la velocidad: «No es bueno introducir el concepto de masa $M = m/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ de un cuerpo en movimiento por no ser una definición clara. Es mejor no introducir otro concepto de masa que “la masa en reposo” m . En vez de introducir M es mejor hacer mención de la expresión del momento y la energía de un cuerpo en movimiento».

Estas confusiones sobre la equivalencia masa-energía hacen que en algunos textos se manejen de forma inapropiada conceptos tales como la «conversión masa energía» o que «la suma de la masa y energía del sistema ha de permanecer constante», que parecen suponer la invalidez del principio de conservación de la energía, la cual se cumple siempre si incluimos la gran aportación de Einstein de energía asociada a la masa en reposo (Adler, 1987; Hannibal, 1991).

Por último, no se patentizan los propios límites de la relatividad especial, se induce con ello la idea de la ciencia como un conocimiento acabado. Incluso los relevantes aspectos CTS sólo se tratan en el 36% de los textos.

2. Los profesores introducen de forma acrítica los conceptos, desde orientaciones epistemológicas distorsionadas y sin contar con los resultados de la investigación didáctica.

Estas conclusiones se deducen del estudio de las respuestas de los profesores que sólo plantean la necesidad de partir de una situación problemática en el 33,3% de los casos, sin una epistemología adecuada en más del 70% de casos y con dificultades de entresacar lo sustancial de la teoría, manejar aplicaciones de la relatividad o razonar adecuadamente sobre la masa; incluso un 17% razona en términos de conversión masa-energía, etc.

Se aprecia así mismo una deformación corriente: la sobrevaloración del papel jugado por el experimento de Michelson y Morley. También en el análisis de su repercusión aparecen distorsiones, como un empirismo que plantea en primer lugar el experimento y a continuación la teoría, minusvalorando la inventiva que condujo a la teoría de la relatividad (Holton, 1982).

3. Los alumnos que siguen una enseñanza tradicional, como consecuencia de la misma, muestran un aprendizaje escasamente significativo y se consolidan poco las nuevas concepciones en los estudiantes. Tampoco desarrollan significativamente actitudes positivas hacia la ciencia y su aprendizaje.

Una comprensión correcta del espacio, en la perspectiva relativista, no es alcanzada por más del 13% de los estudiantes que siguen una enseñanza tradicional; el manejo de conceptos como el de tiempo propio se realiza correctamente sólo por el 18,5% de los estudiantes. Un 66,7% no señala los puntos esenciales de la relatividad y asume acríticamente su intuición. El concepto de *espacio absoluto* ha resistido al aprendizaje y se manifiesta en el 90,7% de los estudiantes del grupo de control.

El 77,8% no es capaz de razonar adecuadamente acerca de la energía en procesos tales como la fisión nuclear. Son muy comunes entre los estudiantes ideas tales como la transformación de masa en energía. La equivalencia masa energía es tratada a menudo como una mera relación entre magnitudes sin un sustrato profundo de equivalencia. El uso acrítico de la masa relativista y la extensión de las expresiones clásicas por sustitución de la masa relativista son consideradas correctas y son aplicadas por el 85,2% de los estudiantes.

En cuanto a la influencia de la enseñanza de la relatividad en las *actitudes*, el conjunto de los ítems obtiene muy escasas puntuaciones. En una escala de 0 a 10, valoran en torno a 3,5 aspectos como la ayuda que proporciona el modelo de enseñanza que se ha seguido para corregir errores y aprender conocimientos científicos. Los aspectos de participación, desarrollo de interés por la ciencia, y las implicaciones CTS se sitúan en valores análogos.

PROBLEMA E HIPÓTESIS FUNDAMENTADA

Los resultados obtenidos en el estudio sobre cómo se enseñan y aprenden los principales conceptos relativistas sugieren, desde la perspectiva didáctica, superar un mero diagnóstico y abordar, desde la fundamentación crítica con que se ha efectuado el estudio, el siguiente problema:

¿Es posible una propuesta alternativa que atienda las deficiencias que se detecten y que dé lugar a un aprendizaje de mayor calidad en los estudiantes?

Este problema es, en realidad, el más importante y el que da sentido a toda la investigación: el planteamiento de estrategias y vías alternativas a la enseñanza que se está realizando habitualmente para que conduzcan a un aprendizaje de mejor calidad.

Esto constituirá nuestra hipótesis, que se puede enunciar afirmando que *sí es posible realizar una enseñanza de la teoría de la relatividad que dé lugar en los estudiantes a una mejora en su aprendizaje y a un aumento de la valoración positiva y crítica de la ciencia y su desarrollo, mediante programas de actividades diseñados en consonancia con un modelo de enseñanza-aprendizaje como investigación. Además, esta metodología será valorada positivamente por los profesores.*

Esta hipótesis se puede fundamentar en la concepción del aprendizaje como una construcción de conocimientos, que toma por base el modo de producción de los conocimientos en la ciencia y la forma de construirlos en el aprendizaje (Driver, 1986, 1988; Hodson, 1988...), en concreto en el modelo de enseñanza-aprendizaje como investigación (Gil et al., 1991; Gil, 1993), a partir de situaciones problemáticas de interés, lo que facilita los cambios conceptual, metodológico y actitudinal.

Este cambio conceptual supone, en este caso, un reto considerable, pues es ampliamente conocida la dificultad que para los alumnos supone el cambio conceptual, desde las concepciones más espontáneas hacia el marco newtoniano y, de hecho, se señala a menudo la presencia de superposiciones entre ambos planos: en el uso cotidiano y en el enunciado formalmente. Ahora, este tema exige un paso más, la superación de ese marco hacia otro, el einsteniano, que proporciona un amplio campo de predicciones en colisión con el paradigma clásico, tan costosamente elaborado, pero con la peculiaridad de que la mayoría de ellas se sitúa fuera del nivel cotidiano, o más inmediato, en que conformamos nuestras ideas, lejos, por tanto, de nuestro alcance.

El cambio actitudinal se ve facilitado por el llamado enfoque CTS y la utilización de la historia de la física (Matthews, 1994; Solbes y Vilches, 1997; Solbes y Traver 2003), que proporcionan una oportunidad para reflexionar acerca de la creación de ciencia, de la evolución de conceptos y muestran las relaciones de Einstein con la sociedad, y de la relatividad con la cultura de su época; aspectos muy importantes en la formación científica de los estudiantes, futuros ciudadanos alfabetizados científicamente y profesionales responsables con formación científica.

Esto se puede conseguir mediante un programa de actividades con un hilo conductor coherente que ha de fomentar el autoaprendizaje, el análisis crítico de los hechos, la capacidad de investigación, el dominio de la expresión y la relación teoría-práctica. Y también ha de atender a los resultados de la investigación didáctica en aspectos como resolución de problemas, trabajos prácticos, evaluación, etc.

UNA PROPUESTA ALTERNATIVA PARA LA ENSEÑANZA

Una introducción simplificada podría ser la siguiente, basada en las aportaciones de Solbes (1986), Sánchez Ron (1988), Gil y Solbes (1993), etc. y los resultados obtenidos por Pérez y Solbes (2003):

1. Centrar el problema: plantear la situación problemática

Los alumnos precisan adentrarse en el proceso de aprendizaje con una guía: ¿Cuál es el problema que se pretende estudiar? ¿Por qué es importante? Sólo desde una *justificación motivada y encuadrada* en la lógica del curso de 2º de bachillerato y en los *problemas* a que responde, se puede aspirar a una motivación de los estudiantes.

Se puede comenzar haciendo emerger, ante los alumnos, el paradigma físico vigente y los conceptos de *espacio* y *tiempo* como aspectos importantes del mismo. Mostramos a continuación una selección de actividades (en cursiva y precedidas por una A mayúscula) para conseguirlo:

A. Indica en física clásica, cómo se conciben el espacio y el tiempo, la materia y las radiaciones.

A. Señala algunos de los problemas que originaron la crisis de la física clásica.

Una adecuada comprensión debería incluir esta evolución de la ciencia, recordando que la física clásica se edificó contra la visión que conocemos como «física del sentido común» y supuso un profundo cambio metodológico (Gil y Solbes, 1993). Esta perspectiva ha de cultivarse a lo largo del tema.

Las nociones de espacio y tiempo conllevan la introducción de la noción de sistema de referencia espa-

cio-temporal y se conectan de forma inmediata con la consideración de la posible existencia, o no, de puntos privilegiados para la descripción de la realidad física. En la física newtoniana se trataba de los sistemas de referencia en reposo absoluto, por ejemplo, las estrellas fijas en el espacio o, lo que es lo mismo, el propio espacio.

A. *En la orilla de un río una persona lanza un objeto al aire y lo recoge. Sobre una barca que avanza con un movimiento rectilíneo uniforme otra hace lo mismo. ¿Existe alguna diferencia en la forma en que ambas personas observarán el juego?*

Esto nos permite afirmar que las leyes de la mecánica no se modifican al referirlas a un sistema en reposo o a uno que se mueva con movimiento rectilíneo uniforme con respecto al anterior. Este enunciado es el principio de relatividad de Galileo. Esto conlleva la introducción de la noción de sistema inercial y pasa a plantearse cómo se relacionan las coordenadas de una partícula medidas en dos sistemas inerciales diferentes.

La respuesta que se da desde la mecánica newtoniana son las transformaciones de Galileo y sus consecuencias (principio de relatividad de Galileo, ley de transformación de velocidades, aceleraciones invariantes y, en consecuencia, segunda ley de Newton invariante). Se podría evitar la deducción de estas transformaciones a partir de la experiencia cotidiana:

A. *Viajas en un coche a 90 km/h detrás de otro a 100 km/h. Un tercer coche viaja a 100 km/h en sentido contrario. ¿A qué velocidad se mueven ambos coches respecto al tuyo?*

De acuerdo con nuestra experiencia cotidiana un coche va a $100 - 90 = 10$ km/h y el otro a $100 + 90 = 190$ km/h. Esto son las transformaciones de la velocidad de Galileo.

Una vez estudiada la respuesta clásica deben plantearse al estudiante los aspectos que cuestionan este marco:

A. *Viajas en la Tierra a $v = 30$ km/s detrás de un rayo de luz a $c = 300.000$ km/s. Otro rayo viaja a c en sentido contrario. ¿A qué velocidad se mueven ambos rayos respecto a la Tierra?*

Según las transformaciones de Galileo $c - v = 299.970$ km/s y $c + v = 300.030$ km/s independientemente del movimiento de la fuente y el observador. Pero, experimentalmente, la velocidad de la luz en el vacío c es la misma en todos los sistemas inerciales. Esto supuso el fracaso en la búsqueda de un sistema de referencia en reposo absoluto. Se produjeron intentos de justificar los resultados de Michelson dentro del marco de las teorías clásicas, con pequeñas modificaciones.

Estas actividades permiten al estudiante participar de la lógica de la construcción de la ciencia y de la necesidad

de un cambio más radical que pusiese en cuestión los fundamentos de la mecánica newtoniana.

2. Construir los fundamentos de la relatividad

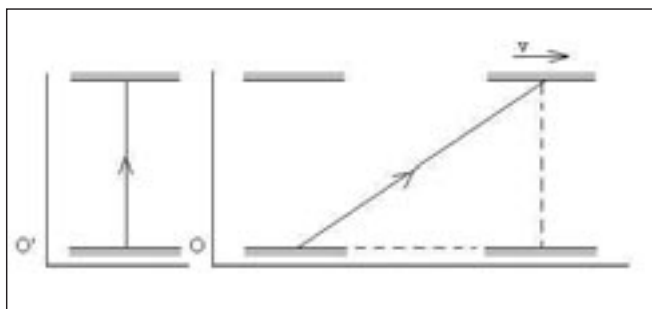
Se ha guiado al estudiante de forma que aparezca como necesaria una respuesta desde la física que dé salida a la situación problemática. Parece apropiado que los postulados sean introducidos como tales por el profesor y se reserva al alumno una labor de asimilación y exploración de sus consecuencias. Se pretende ahora que estos postulados aparezcan como verosímiles al estudiante y razonar por qué responden al problema. *Una comprensión de este aspecto ha de ser más fructífera que el mero manejo de relaciones matemáticas y ha de dar sentido a la respuesta al problema planteado.* Eventualmente cabe ayudar a los estudiantes a reflexionar sobre el papel de la simetría en física y el papel que Einstein le atribuyó en la elaboración de la teoría.

Ahora se debe guiar en la exploración de las consecuencias que se deducen de los postulados y establecer conclusiones lógicas. El nivel que se pretende en los alumnos no ha de ir mucho más allá del manejo comprensivo de los conceptos de tiempo propio y longitud propia. Apuntar el concepto de la relatividad de simultaneidad y la pérdida de la universalidad de los conceptos de espacio y tiempo desde los distintos sistemas inerciales, es decir, en su carácter relativo.

El estudio de sus consecuencias puede basarse en la construcción de expresiones sin su deducción formal a partir de las transformaciones de Lorentz. Cabe plantearse un proceso heurístico que huya de una matematización que vaya en detrimento del estudio conceptual, que es lo relevante en esta fase. *Una buena comprensión* ha de reconocer la igualdad lógica entre sistemas inerciales y la simetría inherente al uso de uno u otro, la inexistencia de un sistema privilegiado y ser capaz de aplicarlo cualitativamente en ejemplos. *Un buen aprendizaje* ha de conducir al uso práctico de las relaciones conceptuales entre sistemas inerciales y a manejar comprensivamente los fenómenos de dilatación de tiempo y contracción de longitudes.

Una forma de hacerlo sin aparato matemático que complica el tema innecesariamente es mediante el reloj de luz, constituido por un cilindro en cuya base inferior se emite luz y en cuya base superior hay un espejo (Fig. 1). Sea t el tiempo necesario para que un pulso luminoso que parta desde el fondo alcance el espejo superior. Consideremos ahora dos observadores O y O' , inicialmente superpuestos, de forma que O' (ligado al reloj) se desplace con respecto a O con velocidad v . Es evidente que O observa (Fig. 1) que el camino recorrido por el rayo luminoso en el reloj es mayor que el que recorre O' , lo que obliga a admitir que los tiempos han de ser diferentes, si la velocidad de la luz es la misma en ambos casos.

Figura 1



A. Da el valor de los lados del triángulo en función de c y v . Aplicar el teorema de Pitágoras para obtener la relación entre los tiempos. Interpretar el resultado.

Se obtiene $(ct)^2 = (vt)^2 + (ct')^2$, de donde se deduce que $t = t'/(1-(v/c)^2)^{1/2} = \gamma t'$

donde t' es el tiempo en el SR en reposo o *tiempo propio* (en adelante t_0) y t el tiempo en otro SRI. Como la velocidad de la luz c ha de ser siempre la misma, γ toma valores entre 1 e ∞ y el tiempo t será siempre mayor que el tiempo propio t_0 . A este aumento se le llama *dilatación temporal*.

A. ¿Cómo llegan a la superficie de la Tierra atravesando la atmósfera partículas de radiación cósmica con periodo de semidesintegración de $2,5 \cdot 10^{-8}$ s. si su velocidad es de $0,7c$ con respecto al observador?

A. ¿Cómo explicar que en un viaje en tren no se aprecie la diferencia entre t y t_0 ?

Las partículas llegan porque su vida se dilata para el observador situado en la superficie terrestre y no se observan diferencias de tiempo en un tren porque su velocidad es mucho menor que c y entonces $\gamma = 1$. Después se introduce la contracción de la longitud, que permite explicar la llegada de las partículas, porque para el observador situado en la misma la altura de la atmósfera se contrae.

3. Trazar las líneas más importantes de la nueva dinámica relativista y reafirmar los principios de conservación

La contribución más relevante de relatividad especial al concepto de energía es el de energía en reposo, la equivalencia masa-energía (Okun, 1989; Bickerstaff y Patsakos, 1995). La mayor parte de libros de texto de primer curso universitario introduce dicha energía a partir del teorema de las fuerzas vivas, integrando la cantidad de movimiento relativista. Sin embargo, creemos que resulta más importante la presentación de una nueva forma de energía que el proceso de su deducción. Por eso, en nuestra propuesta se introduce la cantidad de movimiento $\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$ y la energía $E = \gamma m c^2$ a partir de la consideración de que las leyes de conservación de \mathbf{p} y E deben ser covariantes; es decir, si en un SRI se conservan \mathbf{p} y E de un sistema físico dado, también se conservarán en cualquier otro SRI.

La crítica que Einstein realiza de los conceptos de *espacio* y *tiempo* exige, a su vez, una modificación de los conceptos de energía E o de cantidad de movimiento \mathbf{p} . En efecto, si éstos no se modifican, las leyes de conservación de E y \mathbf{p} dejan de ser válidas.

A. Indica en qué condiciones pueden considerarse prácticamente coincidentes la cantidad de movimiento $p_0 = mv$ de la física clásica y la $p = \gamma mv$ de la física relativista.

Esta actividad permite laborar la noción de límite clásico. El aumento de la p respecto a p_0 se ha comprobado experimentalmente en los aceleradores de partículas elementales. En ellos se ha encontrado que dicho aumento provoca que no se desvíe tanto un haz de partículas cargadas en el campo magnético de un acelerador circular, como el sincrotrón. Éste es un hecho al que se enfrentan todos los días los físicos que trabajan con partículas de alta energía.

A partir de la ecuación de la energía $E = \gamma m c^2$ se deduce que todos los sistemas tienen energía aunque $v = 0$, la denominada energía en reposo $E_0 = m c^2$. Desde el punto de vista de la mecánica newtoniana, ya conocida por los alumnos, este resultado es sorprendente. Se debe hacer énfasis y destacar el hecho de que la energía en reposo no tiene ningún equivalente con las formas de energía presentadas hasta ese momento: energía cinética, potencial, interna y de los campos libres (Tarín, 2000).

Cuando una partícula se mueve libremente, su energía E es mayor que E_0 y la energía adicional que posee es la cinética, es decir, $E = m c^2 + E_C$. Si la partícula está sometida a interacciones gravitatorias, eléctricas, etc., debe sumarse además la energía potencial. Por tanto, la energía cinética en relatividad es $E_C = \gamma m c^2 - m c^2 = (\gamma - 1) m c^2$.

Una comprensión fundada de los problemas energéticos ha de partir de las dificultades de manejo de la energía por parte de los alumnos y satisfacer los criterios de un buen aprendizaje de la energía tal y como han puesto de relieve recientes investigaciones (Tarín, 2000; Doménech, 2000). Ha de otorgarse *relevancia a la relación entre energía, cantidad de movimiento y masa*, pues esta expresión relaciona las magnitudes clave: posibilita el manejo de estas magnitudes para los fotones, facilita la comprensión de la forma en que la energía y la cantidad de movimiento se evalúan en los distintos sistemas de referencia inerciales. Esto es lo que pretenden las dos siguientes actividades:

A. A partir de $\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$ y $E = \gamma m c^2$ obtener $E^2 - (\mathbf{p}c)^2 = (m c^2)^2$.

A. ¿Por qué una partícula de masa m no puede moverse con una velocidad igual a la de la luz? ¿Cuánto valdrá la energía de una partícula de $m = 0$? ¿Y su velocidad?

En la primera, si multiplicamos \mathbf{p} por c y lo elevamos al cuadrado, restádoselo de E al cuadrado obtenemos: $\gamma^2 m^2 c^4 - \gamma^2 m^2 c^2 v^2 = m^2 c^4 \gamma^2 (1 - (v/c)^2)$ y, como el paréntesis es igual a $1/\gamma^2$, obtenemos la relación directa entre E y \mathbf{p} que buscábamos. En esta ecuación, como E y \mathbf{p}

son constantes, m es invariante. En la segunda, vemos que si $v = c$, entonces $\gamma = \infty$; en consecuencia, como $E = \gamma mc^2$ se necesita una energía infinita. Por otra parte, si $m = 0$ y utilizamos la expresión anterior de la E ésta sería indeterminada, lo que pone de manifiesto la utilidad de $E^2 - (\mathbf{p}c)^2 = (mc^2)^2$, según la cual $E = pc$, expresión muy importante en la obtención de la ecuación de De Broglie para los fotones o en el análisis de la conservación de la cantidad de movimiento y la energía en procesos con fotones, como el efecto Compton. Para explicar la desviación de los fotones en campos gravitatorios no es necesario atribuirles ninguna masa, dado que, así como la cantidad de movimiento y la energía de la materia dicen al espacio cómo ha de curvarse, el espacio curvado dice a la materia (a los fotones) cómo han de moverse (Regge, 1986). Sin embargo, tales discusiones se sitúan en el marco de la teoría general.

Las expresiones introducidas son igualmente aplicables a un cuerpo compuesto, constituido por varias partículas, entendiendo por M la masa total del cuerpo y por v la velocidad del movimiento como un todo (V_{CM}). En consecuencia, la energía de un cuerpo en reposo está constituida por las energías en reposo de las partículas que lo constituyen, por la energía cinética de estas partículas y por la energía de sus interacciones mutuas (Landau y Lifshitz, 1973). De acuerdo con esta consideración, la energía interna (o de enlace, en el caso de la física nuclear) de un sistema contribuye a su masa en reposo. La masa del sistema M (en general $M \neq \sum m_i$, la suma de las masas de las partículas que lo constituyen) es invariante en la transformación entre sistemas de referencia. En la evolución temporal del sistema cerrado $M = cte$ y en general $\sum m_i \neq cte$.

Conviene mostrar que las ecuaciones que se han presentado para una partícula también se aplican a sistemas de partículas $(Mc^2)^2 = (\sum E_i)^2 - (\sum \mathbf{p}_i c)^2$. Evidentemente, la masa total invariante M del sistema se conserva como consecuencia de la conservación de la energía $\sum E_i$ y del momento $\sum \mathbf{p}_i$ y, por tanto, no dice nada nuevo. Pero, como la suma de las masas de los constituyentes antes y después de un suceso (por ejemplo, una desintegración) pueden ser diferentes, conviene abandonar el llamado principio de conservación de la masa en la forma $\sum m_i = cte$.

Si el sistema no está aislado, M no ha de ser constante, ya que un intercambio de energía de un sistema, en cualquiera de sus formas, comporta un intercambio de masa, en una cantidad que viene dada por $\Delta M = \Delta E_0/c^2$. Por ejemplo la masa de un gas aumenta cuando se calienta. Esta variación es producida por el aumento de energía cinética de las partículas que lo forman pero no por un incremento de la masa de las mismas (Adler, 1987).

Hay que *vencer la resistencia* de considerar lo estudiado como un ejercicio teórico, *desconectado del resto de la física* y poco práctico. Cabe resaltar para ello el componente práctico y útil: la energía nuclear (las reacciones nucleares con «defecto de masa», tales como la fisión o la fusión) y la física de partículas (los procesos de creación y aniquilación de partículas y antipartículas).

La falta de un tratamiento didáctico clarificador (Gil et al., 1986) es la que conduce a numerosas confusiones, como las transformaciones o conversiones (que contradicen la conservación de la energía en sistemas aislados) o las supuestas desmaterializaciones (¿acaso los fotones no son materia?). O sea, en los sistemas aislados se cumple la conservación de la energía ($\Delta E = 0$) y el cambio en $\sum m_i$ viene acompañado por un cambio en la suma de las energías cinéticas, lo que supone una redistribución de energía que a menudo se enuncia como transformación o «*conversión de masa en energía*». (García, 1989)

4. Contextualización

También se puede realizar una introducción cualitativa y sin profundizar del principio de equivalencia que permite completar el cuadro y posiblemente ayudar a comprender formulaciones acerca de la teoría que son lugar común en los medios y textos de divulgación, lo que la hace *útil para motivar* a los estudiantes.

Igualmente se pueden utilizar las relaciones CTS y la historia de la ciencia (Solbes y Vilches, 1997; Solbes y Traver, 2003) rechazando visiones descontextualizadas de la ciencia y proporcionando elementos para la formación cultural y el desarrollo de valores y actitudes favorables. La teoría de la relatividad proporciona gran cantidad de oportunidades didácticas: la biografía contextualizada de Einstein, que ponga de manifiesto sus errores científicos, su compromiso social, para contrarrestar la extendida visión del científico genial, neutral (Gil, 1993); la visita de Einstein a España, facilitada por la buena situación de la ciencia española a principios del siglo xx, lo que pone de manifiesto a los estudiantes españoles que las ciencias no son algo sólo de las gentes del norte de Europa; las influencias de la relatividad en la cultura y sociedad: filosofía, literatura, arte, mostrando la ciencia como elemento fundamental de la cultura de nuestro tiempo. (Solbes, 2002)

Hay otros aspectos propuestos en diferentes proyectos para la enseñanza de la relatividad en los últimos años, en que se han abierto interesantes debates y perspectivas que rompen la uniformidad de los tratamientos tradicionales, cuya incorporación en nuestra propuesta debemos plantear.

Así apoyamos el uso de simulaciones (*applets*). Éstas son recomendables en la propia ciencia para sistemas cuyo tratamiento en la realidad plantea grandes dificultades y también en los estudiantes para experiencias y experimentos que no se pueden realizar en el laboratorio y como un instrumento para familiarizarlos con las TIC (Solbes et al., 2004). Especialmente interesantes son las que controlan variables, que permiten la realización de hipótesis, como la de Bertozzi en el curso de física de Franco. En esencia consiste en un experimento de *aceleración lineal de electrones* inyectados desde un acelerador de Van der Graff. Tras la fase de aceleración se estudia la velocidad que han alcanzado en función de la energía suministrada. Para estudiar la velocidad final se usan los datos de espacio y tiempo en un último tramo,

no acelerado. Un tratamiento de datos sencillo, con el manejo de gráficos simples, muestra divergencias importantes con las previsiones newtonianas (Bertozzi, 1964; Ireson, 1998). Otras razones que nos llevan a incluirla como una actividad de la propuesta son las siguientes: En primer lugar, porque la física de partículas es una disciplina con amplias repercusiones tecnológicas y en su ámbito las condiciones relativistas son usuales. Por ejemplo, un electrón sometido a una diferencia de potencial del orden de 10^6 V, en un tubo de vacío, alcanza velocidades próximas a la de la luz. Y, en segundo lugar porque las experiencias que involucren partículas son potencialmente más convincentes que experimentos de resultados «negativos» como los de Michelson-Morley. Por otra parte, estas experiencias se basan en cargas aceleradas por procedimientos electromagnéticos, lo que se incluye en los currículos del bachillerato. Su uso incide por ello en la interrelación de las distintas áreas.

Otros autores (Alonso Sánchez, 2000; Alemañ y Pérez, 2001) recomiendan el uso de diagramas de Minkowski. La base de esta alternativa consiste en recuperar el planteamiento geométrico de un espacio-tiempo de cuatro dimensiones mediante el uso de diagramas de Minkowski. Sus partidarios propugnan el uso de estos diagramas tras el estudio de los postulados generales de la teoría y proponen trabajar aspectos como representación de un evento, construcción de ejes, estudio de líneas de universo, contracción de longitud, dilatación del tiempo... Pero, pese a la apariencia de herramienta válida para la introducción cualitativa de conceptos, presentan importantes dificultades. En primer lugar, las que entraña para los alumnos el dominio de diagramas cinemáticos relativamente sencillos tal y como han puesto de manifiesto múltiples investigaciones (Hierrezuelo y Montero, 1989). Aquí, además, hay que modificar la disposición tradicional de los ejes de los diagramas cinemáticos de espacio-tiempo ($s = s(t)$) por tiempo-coordenada ($ct = ct(x)$) y, por otra parte, hay que manejar ejes no ortogonales y proyecciones no ortogonales en los razonamientos acerca de longitudes y tiempos (Palekar, 1993). Como además los profesores disponen de un tiempo limitado para este tema y las disposiciones legales del currículo no plantean su uso ni incluyen aspectos como causalidad, parece conveniente relegar el uso de los diagramas, sin duda de interés, a un estadio posterior y no planteamos su uso en nuestra propuesta didáctica.

Otro aspecto es la utilización de la ciencia-ficción como un recurso didáctico. Bacas y otros (1997) señalan que ayuda a conocer los esquemas mentales de los alumnos y a producir un cambio conceptual, favorece un aprendizaje funcional, desarrolla un pensamiento divergente, mejora las actitudes de éstos hacia la ciencia, etc. El ámbito de la relatividad especial se presta con facilidad para su uso por la ingente cantidad de materiales y situaciones noveladas susceptibles de análisis (Nichols, 1987): viajes espaciales, paradojas del estilo de la de los gemelos, comunicaciones, aspecto de cuerpos en movimiento, adición de velocidades, etc. El uso didáctico consistiría en el estudio guiado de un relato. La experiencia llevada a cabo por Hellstrand y Ott (1995) consistió precisamente en detectar diferencias significativas en el aprendizaje de

aspectos cualitativos del tema tras la simple lectura de un relato. Valoraron muy positivamente el sustancial incremento del interés de los alumnos en la formalización cuantitativa de los conceptos, con respecto a quienes no participaron en la experiencia. Conscientes de la potencialidad didáctica y de que bien usada es creativa y motivadora (Solbes, 2002), no hemos incluido ninguna actividad de este tipo fundamentalmente por el poco tiempo de que dispone la relatividad en 2º de bachillerato.

DISEÑO. EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA

Se ha utilizado la propuesta con una muestra de 43 estudiantes de 2º de bachillerato a cargo de los autores (grupo 2) y 64 de otros 2 profesores (grupo 1). Para evaluar la propuesta se usan cuestionarios de conceptos y actitudes idénticos a los utilizados para indagar en torno a la enseñanza habitual (Pérez y Solbes, 2003), cuyos resultados se compararán con los de los 54 estudiantes del grupo de control. Esto nos permitirá contrastar en qué grado se ha producido una mejora en el aprendizaje de los estudiantes, así como un cambio positivo de actitud de los mismos hacia la ciencia. Mostraremos aquí una selección de los mismos. Se ha diferenciado entre los estudiantes tratados por otros profesores y los tratados directamente por los autores, al efecto de valorar el sesgo positivo que entraña esa característica. (Los institutos son centros públicos y un centro concertado, para que la muestra sea más representativa.)

Para comprobar que el aprendizaje de los estudiantes es significativo también se realizaron entrevistas a 10 de los tratados por uno de los autores. Por último, para contrastar la valoración positiva de la propuesta alternativa que hacen los profesores, pasaremos un cuestionario a 31 profesores que han trabajado con ella en un curso de formación.

Resultados obtenidos por los estudiantes tratados con el cuestionario para evaluar el aprendizaje

A continuación se repasan pormenorizadamente los resultados obtenidos en una selección de ítems.

1. Expón las ideas que tengas sobre el espacio. ¿Qué es el espacio?

En los grupos de control se observa un porcentaje de respuestas consideradas como suficientemente correctas del 13%, frente al 86% del grupo experimental 2 y el 57,8% del grupo experimental 1. Estos valores son indicativos de la mejora en el aprendizaje.

El espectro de las respuestas obtenidas en cada caso es muy diferente. Los estudiantes tratados muestran que han manejado explícitamente la noción abstracta del espacio, tal y como podemos ejemplificar con este extracto:

«El espacio es el lugar donde se encuentran los objetos, tiene la propiedad de tener tres dimensiones en las cua-

les podemos medir los objetos y situarlos a una distancia unos de otros. Posee propiedades tales como la isotropía, homogeneidad, continuo. Se dice que es relativo porque cada sistema de referencia mide distancias que pueden ser distintas de las que mide otro. No hay ninguno de fondo, absoluto, todos sirven igual.»

«[...] que vivimos en un espacio [...] que en la relatividad nuestro espacio es homogéneo, isótropo pero no es absoluto. Y al igual que el tiempo es relativo y que cada sistema de referencia tiene su propio tiempo para la duración de las cosas, la distancia no es universal y que las longitudes no son iguales en todos los sistemas de referencia aunque todos los sistemas de referencia son igual de válidos.»

El tipo de respuestas obtenidas ha cambiado, con relación a los alumnos de control. Al igual que en éstos, en los alumnos experimentales se mantiene la noción de espacio como lugar, pero ha desaparecido la identificación de espacio con vacío y la acepción de espacio como distancia existente en cuerpos reales. Igualmente tampoco lo introducen con interpretaciones geométricas desde la cinemática, como el 18,5% en los estudiantes de 2º de bachillerato pertenecientes a los grupos de control, para los cuales se trataba de «espacio recorrido» sobre una trayectoria.

En términos generales, y aunque en ocasiones los razonamientos de los estudiantes carezcan de sistematización, el análisis de las respuestas muestra un incremento sustancial en el número de los alumnos que exponen una visión más avanzada del concepto que es favorable a nuestra hipótesis. Por lo general, muestran la superación del concepto clásico en línea a las ideas relativistas, y la noción de espacio absoluto es rechazada en la totalidad de las respuestas.

Parece oportuno señalar que los estudiantes de control no hacen mención a las propiedades del espacio; mientras que los estudiantes experimentales, por el contrario, fijan su atención en estas propiedades y no sólo en el carácter no universal del espacio y su dependencia con el sistema de referencia.

3. ¿Qué son los sistemas de referencia? ¿Para qué sirven?

Pueden compararse los resultados obtenidos por los estudiantes del grupo de control (9,3%) y por los alumnos experimentales, ya sea del grupo experimental 1 (43,8%) o del grupo experimental 2 (60,5%). Hay, por tanto, una mejora sustancial en la comprensión del carácter relativo del espacio.

El concepto de *marco absoluto* parece ser rechazado, y los estudiantes admiten la relatividad y la igualdad de estatus entre los distintos sistemas de referencia. Por ejemplo, se suelen obtener fragmentos como los siguientes:

«[...] no hay ningún sistema absoluto, todos son relativos e igual de importantes. Por tanto las magnitudes son relativas, tampoco son absolutas, ya que desde cada sistema de referencia se miden unos valores distintos según donde estemos. Por tanto no hay ningún espacio absoluto ni ningún tiempo absoluto.»

«Pues para la física clásica el espacio era independiente de los objetos que contiene, era un sistema de referencia absoluto, isótropo en las tres dimensiones y homogéneo, pero en la relatividad ya no es absoluto y en cada sistema de referencia salen longitudes y tiempos relativos a ellos, pero en cada uno tiene estas características pero no son iguales.»

Pese a las dificultades, un mayor porcentaje de estudiantes parece haber efectuado el tránsito hacia la comprensión de este espacio. No obstante, una cierta estandarización de las respuestas apunta a que parece necesaria una indagación más fina acerca del pensamiento de los estudiantes, mediante el uso de entrevistas. Por último, hay una importante disminución del porcentaje de contestaciones que no se centran en la cuestión o no responden.

5. Como se sabe, en muchos fenómenos típicos de la relatividad está involucrado el tiempo. Valora este caso:

Dos pilas de reloj idénticas se conectan al cruzar un cohete con una alta velocidad (0,6c) por delante de una estación espacial, una en el cohete y otra en la estación. El piloto cronometra en su reloj el tiempo que tarda en consumirse la pila y comunica su resultado por radio a la estación. El valor comunicado será:

- a) igual al obtenido con la pila en la estación;*
- b) mayor; c) menor; d) depende.*

COMENTA:

En este ítem, cerca de tres cuartas partes de los alumnos tratados por los autores (72,1%) son capaces de manejar de forma comprensiva las duraciones de fenómenos idénticos, en dos sistemas de referencia en movimiento rectilíneo uniforme entre sí. Es decir, manejan correctamente ante una cuestión práctica, el concepto de *tiempo propio* y las simetrías implicadas.

Sin embargo, no les resulta sencillo razonar adecuadamente por escrito y mostrar una buena comprensión de las simetrías inherentes a la manipulación de tiempos. Esto se percibe también en la disminución a un 56,3% de las respuestas correctas entre los alumnos tratados por otros profesores. Aun así, es evidente el progreso frente a un muy escaso 18,5% en el grupo de control.

Podemos mostrar en forma de tabla la distribución de respuestas:

	Control %	Exp. 1 %	Exp. 2 %
Se obtiene igual duración (resultado correcto)	18,5	56,3	72,1
Resultado incorrecto	77,8	42,2	25,6
No contestan	3,7	1,6	2,3

De una forma llamativa, el porcentaje de alumnos que no aventura la respuesta es muy bajo en cualquiera de los grupos. Esto es así porque muchos alumnos manejan de una forma acrítica y operativa la idea de una dilatación del tiempo. Los errores ceden considerablemente entre los alumnos experimentales, ya que entre ellos no se recurre tan a menudo al uso operativo de la expresión $\Delta t = \Delta t_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$. Este error se detecta muy frecuentemente entre los alumnos de control.

Algunas respuestas ilustran muy bien los puntos relevantes en juego:

«El observador en reposo con el suceso es para el que el tiempo es menor; es el tiempo propio. El observador que se ve a sí mismo en reposo y observa la acción de lo que sucede en otro sistema que se mueve percibe un tiempo mayor; mientras que para otro que está moviéndose con él, se ve a sí mismo en reposo y considera su tiempo menor».

Esta respuesta incluye la consideración de la no-universalidad del tiempo, el carácter relativo de la medida según el sistema de referencia y el concepto de *tiempo propio* como el mínimo obtenido por cualquier observador.

«El fenómeno de su dilatación, ya que el resultado de medir la duración de un intervalo de tiempo, depende del movimiento entre dicho fenómeno y el observador del sistema de referencia. El tiempo impropio siempre será mayor que el propio».

Estas respuestas son representativas de los razonamientos que explican la respuesta del ítem de elección múltiple. En general les resulta difícil plasmar con precisión su pensamiento. Esta dificultad en la formulación precisa de las ideas por parte de los estudiantes hace que resulte especialmente interesante completar el estudio con una indagación más detallada mediante entrevistas, lo que se hará posteriormente.

En suma, de la exposición realizada se puede considerar que el aprendizaje realizado por la generalidad de los alumnos experimentales ha mejorado de forma significativa conforme se propone en la hipótesis.

8. La ecuación $E = mc^2$ es una de las más conocidas. ¿Cuál es su significado?

En este ítem, las respuestas correctas de los estudiantes del grupo de control (18,5%) son considerablemente superadas por los alumnos tratados con el programa alternativo, tanto los que lo han sido en el grupo experimental 1 (59,4%) como en el grupo experimental 2 (65,1%).

Podemos agrupar las respuestas de los estudiantes a la cuestión planteada del siguiente modo:

	Control %	Exp. 1 %	Exp. 2 %
Siguen una interpretación basada en la equivalencia energía y masa (invariante)	18,5	59,4	65,1
Usan de la masa relativista	40,7	10,9	0,0
Lectura de la fórmula sin contenido de equivalencia	26,0	12,5	20,9
No responden o lo hacen de forma muy deformada	14,8	17,2	14,0

La interpretación que maneja la expresión en la forma $E_0 = mc^2$ aumenta sustancialmente entre los grupos experimentales, lo que es lógico dada la orientación con que se ha planteado el tema. Esto conduce paralelamente a la drástica disminución del uso de la masa relativista.

Los estudiantes asumen con relativa facilidad la equivalencia masa-energía, aunque lo estándar de la mayoría de las respuestas indica que el conocimiento no ha sido integrado suficientemente. Una respuesta típica suele ser similar a la siguiente:

«Esta ecuación significa que un cuerpo ya tiene determinada energía por el simple hecho de existir y tener masa, y que esta energía es proporcional a su masa».

Algunas respuestas incluyen interpretaciones que salen claramente al paso de la noción de masa relativista, opción ausente en el grupo experimental tratado por el autor y muy residual en el otro grupo experimental. Esto se recoge en respuestas del tipo siguiente:

«Que para Einstein una partícula por el hecho de existir tiene una energía aunque esté parada. Cualquier cuerpo tiene una energía en reposo de mc^2 . Y además cuanto más se mueve hay que sumarle una energía cinética. $E = mc^2 + Ec$ ».

La mera lectura literal de la fórmula, sin incorporar la idea de equivalencia, se encuentra también presente, si bien en porcentajes bajos. Sorprende que lo esté, incluso en mayor proporción entre los alumnos experimentales. Este hecho se corresponde con la drástica disminución del uso de la masa relativista entre ellos, por lo que los estudiantes que no hacen hincapié en los aspectos de equivalencia se suelen limitar a la lectura literal de la expresión.

Finalmente, en torno a un 15% de los casos, en los tres grupos, no proporcionan una explicación o incurren en deformaciones importantes.

9. Cuando un núcleo de uranio 235 se rompe en dos o más fragmentos se libera una energía de 200 MeV por fisión. Explica este hecho.

Para los estudiantes en general resultan difíciles los razonamientos energéticos aplicados, tal y como se solicita en el estudio de la fisión. Las intuiciones que se derivan de lo que el estudiante ha asimilado en la equivalencia

masa-energía han de plasmarse en explicaciones correctas, ello proporciona una amplia dispersión entre los alumnos de control que, en cierto grado, se ve reflejada entre los estudiantes de los grupos experimentales, como se detalla en la siguiente tabla.

Alumnos	Control %	Exp. 1 %	Exp. 2 %
Ofrecen una interpretación correcta de la fisión	22,2	45,3	62,8
Usan la interconversión masa-energía	14,8	14,1	11,6
Manejan esquemas incorrectos o no comprenden la variación de masa que se produce	18,5	10,9	9,3
Responden con importantes deformaciones	14,8	10,9	7,0
No responden	29,6	18,8	9,3

Entre las respuestas correctas se aprecia, en los grupos experimentales, alumnos a quienes el tratamiento paralelo de los principios de conservación y el uso de la masa invariante les ha habilitado para efectuar razonamientos muy claros, que reproducen la línea argumental seguida en el tema. Se puede recoger, a modo de ejemplo, alguno de ellos:

«Cuando se produce la reacción nuclear el átomo se divide en otros dos, entonces esos dos son más estables. Dado que la masa del sistema es distinta de la suma de las masas de las partículas, la energía liberada corresponde a esa diferencia. Pero es la propia energía del sistema que se conserva».

En esta respuesta hay una consideración global de sistema, y se aplica implícitamente la conservación de la energía, sin interconversión, aunque no se identifica la energía cinética de los fragmentos en el balance, cosa que sí se realiza en otros casos en los que se clarifica mejor el fenómeno.

Es de destacar que algunas de las respuestas ponen de manifiesto que el estudiante ha comprendido la noción de energía liberada en la fisión y la relación con la equivalencia masa-energía.

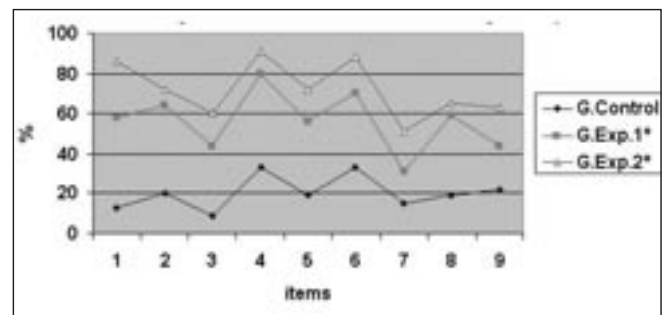
«Esto ocurre porque la masa de los componentes no es la misma que la masa del sistema. Si la masa del U 235 es M, tendrá una energía equivalente a $E = Mc^2$, y si contamos la diferencia entre las masas de los trozos, con $E = mc^2$ y la inicial no es lo mismo. Pero estos fragmentos están en movimiento, tienen energía cinética. La energía se conserva y el defecto de masa se corresponde a la energía liberada que se puede aprovechar».

La principal explicación alternativa es la formulación que usa razonamientos de interconversión masa-energía, como una especie de vasos comunicantes, lo que supone que la energía no se conserva. Se encuentra todavía muy presente en los resultados. Incluso se detecta en alguna

ocasión en estudiantes que contestaron correctamente al ítem anterior. No obstante, también se aprecia una modesta rebaja en los grupos experimentales.

Además, en los grupos experimentales se produce una disminución importante en el número de respuestas con graves distorsiones. Ha disminuido drásticamente la tendencia a considerar la energía como una sustancia, retenida en el interior del átomo, y que se libera al romperse. Por último, ha bajado considerablemente el número de alumnos que no aventuran ninguna explicación, que alcanzaba incluso a un tercio del grupo de control. Concluimos que, a un nivel de significación superior al requerido, efectivamente, los grupos experimentales, tanto los tratados por el autor como los de otros profesores, mejoran los resultados obtenidos y, en consecuencia, se apoya la hipótesis.

Tabla 1
Respuestas correctas en el cuestionario de aprendizaje (%).



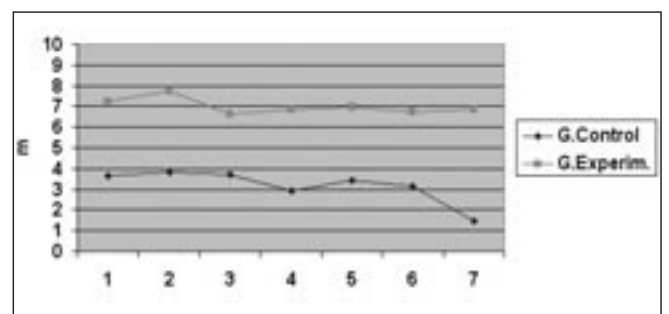
Ítem 1. Espacio. 2. Tiempo. 3. SR. 4. Postulados. 5. Tiempo propio. 6. Contracción longitud. 7. Sustitución de m por mr. 8. Equivalencia. 9. Reacciones de fisión.

Los ítems en cursiva son los presentados antes. En los restantes se indica el concepto a que hacen referencia. Si comparamos los resultados de todos los ítems, encontramos que en todos los casos hay diferencias significativas.

Extracto de las valoraciones actitudinales de los estudiantes

Los participantes en el grupo experimental muestran unos valores considerablemente más satisfactorios en la totalidad de las facetas estudiadas.

Tabla 2
Valoraciones medias del cuestionario de actitudes.



Los ítems hacen referencia al grado en que lo hecho en este tema ha permitido: 1. Conocer errores y corregirlos. 2. Adquirir conocimientos. 3. Familiarizarse con métodos de trabajo científico. 4. Relación CTS. 5. Participación en clase. 6. Interés por la ciencia. 7. Trabajo en equipo.

Los primeros ítems muestran la implicación del joven en su propio proceso de aprendizaje y la apreciación del propio conocimiento científico adquirido. Se constatan valoraciones más positivas del conjunto de los alumnos tratados, especialmente en que el estudio del tema ha favorecido tanto la participación como la mejora de su interés por la ciencia.

Estos resultados concuerdan con la percepción obtenida tanto durante el desarrollo de las clases como en las entrevistas; los jóvenes manifiestan que se han asomado a la complejidad conceptual de la física pero que, al mismo tiempo, han asimilado un conjunto de ideas básicas, que, pese a su aparente extrañeza, forman un conjunto coherente lógicamente. Valoran positivamente el atractivo intrínseco del tema y resaltan el trabajo cooperativo y la interacción con sus compañeros.

Resultados de las entrevistas

Se realizaron diez entrevistas con alumnos tratados por uno de los autores. Los resultados de las mismas aparecen en Pérez (2003). A título de ejemplo presentamos dos, referentes a la *contracción de la longitud*.

E. – ¿[...] En qué consiste la contracción de la longitud? ¿Cambia la forma del cuerpo, por ejemplo, en el ejercicio ese de la cruz que se movía? (Se está analizando el ítem 6, una cruz en movimiento en la dirección de uno de los brazos).

A1. – A velocidades pequeñas prácticamente no ocurre nada, pero a velocidades próximas a la de la luz las distancias se contraen.

E. – ¿A qué distancias te refieres?

A1. – Yo consideraba que se acortaba la barra en la dirección del movimiento.

E. – ¿Y si fuese el observador el que se alejase, mediría alguna deformación?

A1. – Sí, porque lo que importa es la velocidad y, si se acerca o aleja, es lo mismo.

E. – ¿Y da igual que se acerque o se aleje?

A1. – Sí, es lo mismo.

8 de los 10 entrevistados muestran una comprensión de la contracción ligada a cambios en el propio espacio y no en los átomos que constituyen la barra, como, por ejemplo:

E. – Y esto de la contracción de la longitud, ¿cómo lo interpretas? ¿Qué es lo que se contrae? ¿Los átomos?

A5. – Se contrae el espacio.

E. – ¿Pero se habla de contracción de la barra? ¿Qué ha variado en la estructura del cuerpo?

A5. – Parece imposible que la estructura de un cuerpo varíe por observarlo desde uno u otro sistema de referencia; en realidad el que varía es el espacio mismo y las longitudes también.

E. – ¿Entonces, los átomos no cambian?

A5. – El tamaño del cuerpo para el otro observador será menor, creará que la distancia entre sus átomos ha disminuido porque se mueven con una velocidad próxima a la de *c*.

Extracto de resultados obtenidos con los cuestionarios de profesores

El cuestionario ha sido cumplimentado por un total de 31 profesores, una parte sustancial corresponde a los participantes en un curso de actualización didáctica y científica de ámbito universitario. En el transcurso del mismo se ha seguido el programa de actividades trabajándolo en grupos pequeños bajo la dirección del autor. En el desarrollo de las sesiones se ha analizado la situación problemática planteada, los ejes conductores estructurantes del tema, etc.

1. Valoración de aspectos metodológicos

Ítem	Media s.d. n = 31	Valoración en %		
		1 a 4	5 a 6	7 a 10
1.1. Facilita la detección y corrección de errores.	7,8 1,3	0	17,2	82,8
1.2. Facilita la adquisición de los conocimientos científicos.	7,7 1,2	0	13,8	86,2
1.3. Familiariza a los alumnos con la metodología científica.	6,9 1,3	3,4	27,6	69,0
1.4. Presenta las relaciones de la ciencia con la tecnología y la sociedad.	7,4 1,1	0	17,2	82,8
1.5. Favorece la participación de los alumnos.	7,5 1,2	0	24,1	75,9
1.6. Aumenta el interés de los alumnos por la ciencia.	7,3 1,2	0	27,6	72,4

En términos generales se aprecia una valoración alta en el conjunto de los ítems, próxima a 7,5, y con una dispersión pequeña. Únicamente en el ítem 1.3, la valoración desciende, aunque es cercana a 7.

2. Valoración de aspectos sobre la organización lógica y conceptual del programa

Ítem	Media s.d. n = 31
2.1. Tiene en cuenta las ideas previas de los alumnos acerca del espacio y tiempo.	8,0 1,3
2.2. No se limita a establecer relaciones cuantitativas entre los sistemas de referencia, sino que realiza razonamientos cualitativos sobre espacio y tiempo.	8,3 1,2
2.3. Presenta adecuadamente la innovación en los conceptos de espacio y tiempo.	7,7 1,4
2.4. Ubica adecuadamente la teoría de la relatividad en el conjunto de la física.	7,9 1,2
2.5. Reafirma el estatus de los principios de conservación.	7,9 1,4
2.6. El tratamiento de la masa es suficientemente clarificador y actualizado.	7,9 1,5
2.7. Conecta la teoría con aplicaciones teórico-prácticas.	6,9 1,7

Los profesores aprecian el planteamiento realizado en la introducción de los conceptos básicos de *espacio y tiempo*, otorgando valoraciones cercanas a 8 en los ítems 2.1 y 2.3. Se alcanza una alta valoración de 8,28, en el ítem 2.2, que hace referencia al trabajo conceptual cualitativo.

En resumen, los aspectos más apreciados del programa alternativo son el que facilita la detección y adquisición de errores (7,8), el que aumenta el interés de los alumnos (7,3) y el que no se limita a relaciones cuantitativas sino que realiza razonamientos cualitativos (8,3). Opinan que presenta adecuadamente la innovación en los conceptos de espacio y tiempo (7,7) y que, por ejemplo, el tratamiento de la masa es suficientemente clarificador y actualizado (7,9).

7. Comparación de apreciaciones sobre la enseñanza de la relatividad entre profesores que conocen la propuesta y quienes no la conocen.

Diferencias en la apreciación de los profesores respecto a la enseñanza de la relatividad	La conocen media s.d. n = 31	No la conocen media s.d. n = 74	t t _{crítica} < 0,01
Se puede prescindir de su conocimiento en la secundaria.	3,6 2,4	5,4 3,4	3,0 2,63 Sí
Está poco conectada con el resto de la física estudiada en el bachillerato.	3,6 2,3	6,2 3,0	4,8 2,63 Sí
Las fórmulas son complicadas y no ayudan a comprender lo esencial.	3,9 2,4	5,9 2,8	3,6 2,63 Sí

Este cuestionario es particularmente relevante porque compara profesores que han trabajado la propuesta y los que no la conocen, y pone de manifiesto que las reticencias que se perciben a la inclusión de la relatividad en sectores del profesorado, que se inclinarían a prescindir de ella, justificándolo por su dificultad y su desconexión de la física, se pueden atribuir a desconocimiento. En efecto, los que la conocen no la consideran ni tan complicada ni tan desconectada. De ahí la importancia de la formación del profesorado en la didáctica de estos temas.

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

A continuación se establecen los puntos más importantes:

1) Es posible diseñar una enseñanza de la relatividad en la secundaria mediante programas de actividades diseñados en consonancia con un modelo de enseñanza-aprendizaje como investigación. Para ello se ha desarrollado un programa de actividades que incide en las principales deficiencias detectadas. Se ha perfeccionado con la participación de grupos de profesores, quienes lo han evaluado finalmente en forma positiva. Su experimentación ha dado lugar a mejoras en el aprendizaje y a valoraciones positivas por parte de los implicados: estudiantes y profesores.

2) La enseñanza de la relatividad, conforme a esta metodología, da lugar en los estudiantes a una mejora en su aprendizaje y un cambio de actitud, metodológico y conceptual. Esta afirmación se deriva de los resultados obtenidos. El análisis comparativo con los datos obteni-

dos entre los grupos de control y los experimentales pone de manifiesto que las diferencias entre ellos resultan significativas a un nivel de confianza del 99%. Podemos concretar en los siguientes aspectos:

- Produce una mejora sustancial en la comprensión de los conceptos básicos de espacio y tiempo.
- Permite el desarrollo de un pensamiento más estructurado, lo que supone la superación de concepciones intuitivas e ideas previas.
- Mejora, así mismo, la comprensión de la equivalencia masa-energía y el papel de los principios de conservación en los fenómenos energéticos.

3) Desarrollo de actitudes positivas de los estudiantes respecto al aprendizaje y sus contenidos. La comparación entre las valoraciones muestra que los alumnos que han participado en el grupo experimental muestran valores considerablemente más satisfactorios en la totalidad de las facetas estudiadas. En una escala de 0 a 10 se obtiene aproximadamente un 7 de media frente a las valoraciones de los alumnos de control que se ordenan alrededor de 3,5. Esto es muy importante si se tiene en cuenta el desinterés de los estudiantes por la física que hemos puesto de manifiesto en la introducción.

4) Esta propuesta es valorada positivamente por los profesores que han trabajado con ella y por los que después la aplicaron en sus clases. Los que la conocen consideran que no se puede prescindir de su estudio, al contrario de los que no la conocen. Dicha valoración incluye aspectos conceptuales y metodológicos. En especial, la valoración positiva de estos últimos afecta a la dimensión participativa y actitudinal, lo que se corresponde con el potencial del tema para interesar a los estudiantes por la ciencia.

En cuanto a las perspectivas podemos señalar que en la investigación nos hemos centrado en los conceptos básicos y no se ha indagado sobre aspectos tales como la simultaneidad o la teoría general, que se podrían investigar. También se ha visto que en 4º de ESO y 1º de bachillerato hay deficiencias en la introducción de los conceptos de *espacio, tiempo, sistema de referencia y relatividad galileana*. Se podrían formular programas que tengan en cuenta estas dificultades y estudiar la evolución conceptual de los estudiantes al respecto. Así mismo, se podría investigar en los primeros cursos universitarios donde se imparta teoría de la relatividad, lo que además permitiría implicar a las facultades científicas en la investigación didáctica.

Por último, y esto es a la vez una conclusión y una perspectiva, este trabajo muestra que la solución del desinterés de los estudiantes no pasa por el «retorno a lo básico», que como en el Decreto de Humanidades suprime innovaciones del currículo (CTS, trabajos prácticos) e incluso las pocas ideas básicas de relatividad, incrementando a cambio los contenidos cuantitativos tradicionales. Por el contrario, para superar el desinterés, hay que cambiar la enseñanza de la ciencias haciéndola más contextualizada en la sociedad y el entorno, más útil y actualizada, más participativa, con más prácticas y más éxito en las evaluaciones, como muestran las aportaciones de la investigación didáctica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADLER, C.G. (1987). Does mass really depend on velocity, dad? *American Journal of Physics*, 55(8), pp. 739-743.
- ALEMAÑ, R.A. (2000). Enseñanza por cambio conceptual: de la física clásica a la relatividad. *Enseñanza de las Ciencias*, 18(3), pp. 463-471.
- ALEMAÑ, R.A. y PÉREZ, J.F. (2001). Una nueva propuesta didáctica para la enseñanza de la relatividad en el bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*, 19(2), pp. 335-343.
- ALONSO, M. y FINN, E.J. (1970). *Física*. Addison Wesley Iberoamericano: Wilmington.
- ALONSO SÁNCHEZ, M. (2000). Diagramas posición-tiempo para enseñar relatividad en el bachillerato. *Alambique*, 23, pp. 109-117.
- BACAS, P., MARTÍN, M.J., PERERA, F. y PIZARRO, A.M. (1997). Una propuesta didáctica para bachillerato: física y ciencia ficción. *Revista Española de Física*, 11(4) pp. 31-37.
- BERTOZZI, W. (1964). Speed and Kinetic energy of relativistic electrons. *Am. Journal Phys.*, 32, pp. 551-555.
- BICKERSTAFF, R.P. y PATSAKOS, G. (1995). Relativistic generalizations of mass. *European Journal of Physics*, 16, pp. 63-66.
- DRIVER, R. (1986). Psicología cognoscitiva y esquemas conceptuales de los alumnos. *Enseñanza de las Ciencias*, 4(1), pp. 3-15.
- DRIVER, R. (1988). Un enfoque constructivista para el desarrollo del currículo en ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 6(2), pp. 109-120.
- DOMÉNECH, J.L. (2000). «L'ensenyament de l'energia a l'educació secundària. Anàlisi de les dificultats i una proposta de millora». Tesis doctoral. Universitat de València.
- DRIVER R., GUESNE, E. y TIBERGHIE, A. (1992). *Ideas científicas en la infancia y la adolescencia*. Madrid: Morata y MEC.
- DUNBAR, R. (1999). *El miedo a la ciencia*. Madrid: Alianza.
- GARCÍA, G. (1989). Sobre masa y energía. *Revista Española de Física*, 3(1), pp. 59-62.
- GETTYS, W.E., KELLER, F.J. y SKOVE, M.J. (1992). *Física clásica y moderna*. McGraw-Hill: Madrid.
- GIL, D. (1993). Contribución de la historia y de la filosofía de las ciencias al desarrollo de un modelo de enseñanza-aprendizaje como investigación. *Enseñanza de las Ciencias*, 11(2), pp. 197-212.
- GIL, D., CARRASCOSA, J., FURIÓ, J.M. y TORREGROSA, J.M. (1991). *Las enseñanzas de las ciencias en la educación secundaria*. Barcelona: ICE-Horsori.
- GIL, D., SENENT, F. y SOLBES, J. (1986). Análisis crítico de la introducción de la física moderna en la enseñanza media. *Revista de Enseñanza de la Física*, 2, pp. 16-21.
- GIL, D. y SOLBES, J. (1993). The introduction of modern physics: overcoming a deformed vision of science. *International Journal of Science Education*, 15(3), pp. 255-260.
- HANNIBAL, L. (1991). On the concept of energy in classical relativistic physics. *European Journal of Physics*, 12, pp. 283-285.
- HELLSTRAND, A. y OTT, A. (1995). The utilization of fiction when teaching the theory of relativity. *Physics Education*, 30(5), pp. 284-286.
- HEWITT, P.G. (2004). *Física conceptual*. México: Pearson Education.
- HEWSON, P.W. (1982). A case study of conceptual change in special relativity: The influence of prior knowledge in learning. *European Journal of Research in Science Education*, 4(1), pp. 61-78.
- HIERREZUELO, J. y MONTERO, A. (1989). *La ciencia de los alumnos: su utilización en la didáctica de la física y química*. Barcelona, Madrid: Laia-MEC.
- HODSON, D. (1988). Towards a philosophically more valid science curriculum. *Science Education*, 72(1), pp. 19-40.
- HOLTON, G. (1982). Einstein, Michelson y el experimento crucial, en *Ensayos sobre el pensamiento científico en la época de Einstein*, pp. 204-294. Alianza: Madrid.
- HOLTON, G. (1996): *Einstein, History and Other Passions. The Rebellion against Science at the End of Twenty Century*, Woodbury, NY: AIP Press.
- IRESON, G. (1998). Introducing relativistic mass: the «ultimate speed experiment» of William Bertazzi revisited. *Physics Education*, 33(3), pp. 182-186.
- LANDAU, L.D. y LIFSHITZ, E.M. (1973). *Teoría clásica de los campos*. Barcelona: Reverté.
- MATTHEWS, M.R. (1991). Un lugar para la historia y la filosofía en la enseñanza de las ciencias. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 11-12, pp. 141-155.
- MATTHEWS, M. (1994). Historia, filosofía y enseñanza de las ciencias: la aproximación actual. *Enseñanza de las Ciencias*, 12(2) pp. 255-277.
- NICHOLLS, P. (1987). *La ciencia en la ciencia ficción*. Barcelona: Orbis.
- OKUN, L.B. (1989). The concept of mass. *Physics Today*, 42(6), pp. 31-36.
- OKUN, L.B. (1998). Note on the meaning and terminology of Special Relativity, *European Journal of Physics*, 15, pp. 403-406.
- PALEKAR, A.D. (1993). Spacetime Diagrams in Special Relativity. *Physics Education*. Julio-Septiembre, pp. 171-175.
- PENICK, J.E. y YAGER, R.E. (1986). Trends in science education: some observations of exemplary programme in the USA. *European Journal of Science Education*, 8(1), pp. 1-8.
- PÉREZ, H. (2003). «La teoría de la relatividad y su didáctica

- en el bachillerato. Análisis de dificultades y una propuesta de tratamiento». Tesis doctoral. Universitat de València
- PÉREZ, H. y SOLBES, J. (2003). Algunos problemas en la enseñanza de la relatividad. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(1), pp. 135-146.
- REGGE, T. (1986). *Un curso elemental sobre la relatividad general*. Universitat de València.
- SÁNCHEZ, J.L. (2000). El concepto relativista de *masa inerte* en los textos de física del nuevo bachillerato. *Revista Española de Física*, 14(4).
- SÁNCHEZ RON, J.M. (1988). Usos y abusos de la historia de la física en la enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 6 (2), pp. 179-188.
- SOLBES, J. (1986). «La introducción de los conceptos básicos de física moderna». Tesis doctoral. Universitat de València.
- SOLBES, J. (2002). *Les empremtes de la ciència. Ciència, tecnologia, societat: unes relacions controvertides*. Alzira: Germania.
- SOLBES, J., BOTELLA, F., PÉREZ, H. y TARÍN, F. (2002). Algunas consideraciones sobre la masa (o masa no hay más que una). *Revista Española de Física*, 16 (1), pp. 47-51.
- SOLBES, J., SOUTO, X., TRAVER, M., JARDÓN, P. y RAMÍREZ, S. (2004). Visión del alumnado de las TIC y sus implicaciones sociales. *Investigación en la Escuela*, 54, pp. 81-93.
- SOLBES, J. y TRAVER, M. (2003). Against negative image of science: history of science in the physics & chemistry Education. *Science & Education*, 12, pp. 703-717.
- SOLBES, J. y VILCHES, A. (1997). STS interactions and the teaching of physics and chemistry. *Science Education*, 81 (4), pp. 377-386.
- TARÍN, F. (2000). «El principio de conservación de la energía y sus implicaciones didácticas». Tesis doctoral. Universitat de València.
- TOLEDO, B., ARRIASSECO, I. y SANTOS, G. (1997). Análisis de la transición de la física clásica a la relativista desde la perspectiva del cambio conceptual. *Enseñanza de las Ciencias*, 15(1), pp. 79-80.
- VILLANI, A. y PACCA, J.L.A. (1987). Students spontaneous ideas about the speed of light. *International Journal of Science Education*, 1, pp. 55-66.

[Artículo recibido en julio de 2005 y aceptado en marzo de 2006]