# Vniver§itatÿ́®València

# Programa de Doctorado en Física



**Tesis doctoral** 

Captura y reproducción de imágenes 3D mediante sistemas de Imagen Integral. Diseño, implementación y aplicaciones.

# Héctor Navarro Fructuoso

Directores: Dr. Manuel Martínez Corral Dr. Genaro Saavedra Tortosa

Junio 2014

D. Genaro SAAVEDRA TORTOSA y D. Manuel MARTÍNEZ CORRAL, Catedráticos de Universidad del Departamento de Óptica de la Universitat de València

CERTIFICAN que la presente memoria, *Captura y reproducción de imágenes 3D mediante sistemas de Imagen Integral. Diseño, implementación y aplicaciones.*, resume el trabajo de investigación realizado, bajo su dirección, por D. Héctor NAVARRO FRUCTUOSO y constituye su Tesis para optar al Grado de Doctor en Física.

Y para que conste, en cumplimiento de la legislación vigente, firman el presente certificado en Valencia, a treinta de abril de dos mil catorce.

Fdo. Dr. Genaro Saavedra Tortosa

Fdo. Dr. Manuel Martínez Corral

A los que confiaron en mí

En el fondo los científicos somos gente con suerte: podemos jugar a lo que queramos durante toda la vida.

Lee Smolin

## Agradecimientos

Se cierra una importante etapa de mi vida, tanto en lo académico como en lo personal. Los sentimientos al respecto son algo contradictorios. Por una parte me siento feliz de haber sido capaz de completar los estudios de Doctorado, pero por otra siento tristeza por todo lo que voy a dejar atrás. En estos momentos me siento en deuda con todas esas personas sin las cuales no podría haber llegado hasta aquí.

En primer lugar me gustaría agradecer la labor llevada a cabo por mis dos directores de Tesis: Manuel Martínez y Genaro Saavedra. En mi particular visión del proceso de dirección de esta Tesis, ha sido algo así como criar a un hijo. Me han visto crecer como investigador y como persona. Les he dado los correspondientes disgustos y espero que alguna que otra alegría. Soy consciente de lo mucho que me queda por aprender, pero ya me toca empezar a volar solo. La imitación es el principio del aprendizaje y por ello he tratado de quedarme con los puntos fuertes de cada uno de ellos. De Genaro cabe destacar su pensamiento lógico, su ingenio y la minuciosidad con la que analiza cualquier problema. No importa sobre qué le preguntes, siempre conoce la respuesta. De Manolo destacaría su experiencia como investigador, su pragmatismo, su comprensión y su saber hacer a la hora de dar cohesión al Grupo de Investigación. Ambos demuestran día a día su pasión por esta profesión y además son capaces de transmitírnosla.

Gracias a todos los miembros del Departamento de Óptica, en particular a Amparo Pons por su interés y su colaboración a la hora de realizar muchos de los montajes experimentales que se han realizado a lo largo de esta Tesis. También debo agradecerle su inestimable ayuda a la hora de iniciarme en la docencia. Su pasión por enseñar es contagiosa y digna de admiración.

Gracias a Juan Carlos Barreiro y de nuevo a Genaro por dirigirnos a Emilio y a mí a la hora de diseñar la práctica sobre el Arco Iris. Con este trabajo comencé a disfrutar de la investigación "amateur" en el campo de la Óptica. Gracias a Pedro Andrés, que fue todo un referente en la etapa como estudiante de Física. De él he aprendido que para comprender algo no solo es necesario entenderlo, sino también saber explicarlo.

Gracias a Raúl. Me enseñaste los principios de la Imagen Integral, a programar y lo más importante, a cuestionarlo todo. Fuiste mi modelo a seguir. Te agradezco enormemente el tiempo que me dedicaste. Durante esta etapa también interaccioné, aunque algo menos, con Isa y Teresa, de las que también tengo un buen recuerdo.

Lo que he vivido con Emilio a lo largo de los 10 años que hemos compartido como compañeros de estudios y de aventuras, bien podría ocupar un Capítulo adicional. Hemos disfrutado de la Física y de la Óptica durante todo este tiempo, porque ambos hemos seguido este camino de manera totalmente vocacional. Has sido fuente de motivación en numerosas ocasiones y también un apoyo en muchos momentos.

No puede faltar aquí un párrafo para mi compañero Ángel, una persona trabajadora donde las haya, que ha puesto un interés tremendo en sus estudios de Doctorado a pesar de tener que compaginarlos con la llegada a este mundo de Manuel y un trabajo a tiempo completo. ¡Ánimo, que ya casi hemos terminado!

Aunque ya no esté en el grupo, echo de menos a Josué, no solo por su ayuda técnica, sino por su sinceridad y por su honestidad; siempre iba de frente y decía las cosas como las pensaba.

De Laura y Arnau me quedo con su humildad y sus ganas de trabajar. También con ellos he compartido alguna que otra aventurilla.

Mucho ánimo a mis compañeros Adrián, Anabel y Ana. Ahora os toca tomar el relevo y ser los responsables de sacar adelante las dos líneas de investigación de nuestro Grupo. Estoy seguro de que lo vais a hacer genial.

Gracias también a David, Sento y Manu. Os deseo lo mejor en vuestra carrera como investigadores. I would like to express my sincere gratitude to Prof. Bahram Javidi. His guidance helped me during my short stays at the University of Connecticut (UCONN). Thanks also for his supervision and comments in our publications. I am also very grateful to Dr. Cho, Dr. Shin, Xiao and Yige. Specially, thanks to Koki; we shared really nice moments and experiences while living together in Connecticut. Thanks all of you for your help while I was there. I hope we can continue being friends and collaborating doing research.

Thanks to Prof. Mårten Sjöström and Dr. Roger Olsson for their supervision during my short stay in the Mid Sweden University (MIUN). You really have taken great care of me. I can still remember the meetings that we had in front of the whiteboard. I was warmly welcomed by this research group composed of people from different countries. Thanks to Sebastian, Surya, Mitra and Yun for their support and for their friendship.

Thanks to Min for his friendship during his short stay in Valencia. I wish you the best. As we talked, I hope we can be close friend for many years and meet together with our own families in the future.

Gracias a Balta por su amistad y su apoyo durante todos estos años. Desde que nos conocimos hemos vivido gran cantidad de experiencias juntos, me has ayudado en todo momento y cuando te he necesitado siempre has estado ahí. Tu amistad ha sido, es y será un pilar fundamental en mi vida.

Gracias a Manolo Alonso, mi profesor de Física del Instituto. No supe muy bien qué estudiar hasta que comencé a disfrutar de sus clases. Si he tomado este camino ha sido también gracias a él.

Gracias a Rosario por estos cuatro años. Además de en lo personal, me has ayudado a centrarme en lo profesional. Sé que tener a un físico en casa a veces no es fácil; en ocasiones hay que dejar de cuestionarlo todo. Gracias por tu amor y tu comprensión. Me has apoyado en los momentos difíciles y siempre me has animado a no cerrar ninguna puerta, a pesar de lo duro que pueda resultar para ambos. Gracias también a tu familia por acogerme como a uno más y hacerme sentir como en casa. Gracias a mi familia, en especial a mi madre y a mi abuela, que siempre han estado ahí y que me animaron a estudiar lo que más me gustase, aunque no supiesen muy bien "qué es eso de la Física". Vuestro amor, vuestro apoyo incondicional y la confianza que habéis depositado en mí han sido uno de los motores que me han movido y que me han permitido conseguir todo lo que me he propuesto.

A todos vosotros, muchas gracias.

# Índice

Agradecimientosix
Abstractxvii
List of publications xix
1. Introducción1
1.1. Motivación11.2. Tecnologías de imagen 3D disponibles en la actualidad21.3. Imagen Integral: Origen, desarrollo y estado actual61.4. Objetivos15
2. Captura de la información espacio-angular de una escena 3D 17
2.1. Concepto de radiancia172.2. La radiancia como función de la posición y la dirección de los rayos192.3. Transformación de la radiancia en función de las transformaciones192.3. Transformación de la radiancia en función de las transformaciones202.4. Muestreo de la radiancia con un sistema fotográfico convencional 23232.5. Muestreo de la radiancia con un sistema de Imagen Integral de campo242.5.1. Modo de profundidad de campo272.5.2. Modo de resolución302.6. Muestreo de la radiancia con un sistema de Imagen Integral de campo34
2.6.1. Modo de profundidad de campo
2.7.1. Reconstrucción computacional de la escena 3D
muestreo de la radiancia
<ul> <li>2.7.3. Generación computacional de vistas</li></ul>
<ul> <li>2.7.3.2. Obtención de subimágenes con un sistema de Imagen</li> <li>Integral de campo lejano</li></ul>
contea actue una posteren artituria

3. Aumento de la densidad de muestreo de la radiancia en sistemas de Imagen Integral trabajando en el modo de profundidad de campo 5	53
3.1. Método propuesto       5         3.2. Resultados experimentales       5	53 55
4. Supresión del trenzado de facetas5	59
4.1. Reconstrucción óptica de la escena 3D54.2. Naturaleza del trenzado de facetas	59 54 70
5. Algoritmos para restaurar la naturaleza ortoscópica de las imágenes integrales	75
<ul><li>5.1. Naturaleza pseudoscópica de las imágenes reconstruidas</li></ul>	75
imágenes pseudoscópicas	76 82
5.4. Resultados experimentales	36
6. Resolución lateral de la imagen reconstruida a partir de una captura con un sistema de Imagen Integral	ı Ə5
6.1. Concepto de resolución lateral aplicado a un sistema de ImagenIntegral6.2. Modelo de rayos6.3. Modelo propuesto6.4. Resultados numéricos106.5. Comprobación experimental	€ € € € € € € € € € € € € €
7. Profundidad de campo de la imagen reconstruida en sistemas de Imagen Integral en el modo de resolución10	)9
<ul> <li>7.1. Análisis difractivo de un sistema de Imagen Integral en el modo de resolución</li></ul>	)9 15
<ul> <li>7.3. Resultados experimentales</li></ul>	17
polariscopio de Imagen Integral 12	23
8.1. Principios de fotoelasticidad128.2. Polariscopio convencional12	23 25

8.3. Polariscopio 3D basado en Imagen Integral	128
8.4. Resultados experimentales	133
9. Calibrado de un sistema de Imagen Integral con un modelo de	e lógica
difusa	139
9.1. Antecedentes	139
9.2. Proceso de calibración	140
9.3. Montaje experimental	144
9.4. Resultados del proceso de calibrado	146
9.5. Reconstrucción 3D de objetos de volumen	150
10. Conclusiones	155
Conclusions	157
ANEXO	159
Bibliografía	161

### Abstract

Most users desire to migrate from two-dimensional (2D) displays to threedimensional (3D) displays, but reality is that such migration is not occurring because currently available systems have numerous limitations and do not meet user expectations. User dissatisfaction comes from the fact that current 3D systems are not able to provide realistic images that stimulate the main mechanisms of the human visual system involved in 3D perception. Integral Imaging, along with Holography, is the only technique capable of providing the human brain with the proper physical and psychological clues for 3D perception. Integral Imaging systems can work in different configurations and technical requirements may be very different depending on the application. The most commonly used configurations of these systems and a classification based on their utility will be analyzed in this Thesis. There are some intrinsic limitations of the Integral Imaging technique that needs to be overcome to make it viable as a 3D display technique. Among these limitations are: the low resolution and the pseudoscopic nature of the reconstructed images, the inhomogeneities in the lateral resolution, the facet braiding phenomenon and the limited depth of field in the capture stage. Such limitations will be studied in this Thesis and some solutions will be proposed in order to contribute to the viability of the technique. Additionally, the number of scientific and technical applications based on Integral Imaging has grown rapidly in recent years. Throughout this Thesis, there have been proposed a couple of technical applications that include a method for analyzing the stresses within thin plates having mutual occlusions and a system that allows carrying out real scale reconstructions of 3D objects, including color and texture.

# List of publications

This dissertation is based on the following journal articles, conference proceedings and patents. This is not a closed list: additional work related to this Thesis is still pending of publication.

#### Journal articles

- M. Martinez-Corral, A. Dorado, H. Navarro, G. Saavedra and B. Javidi, "3D display by Smart Pseudoscopic-to-Orthoscopic Conversion with tunable focus (SPOC 2.0)," *Appl. Opt.*, 2014 (Accepted).
- H. Navarro, R. Orghidan, M. Gordan, G. Saavedra and M. Martinez-Corral, "Fuzzy Integral Imaging camera calibration for real scale 3D reconstructions," *J. Display Technol.*, 2014 (Accepted).
- [III] H. Navarro, M. Martinez-Corral, G. Saavedra, A. Pons and B. Javidi, "Photoelastic analysis of partially occluded objects with an integral-imaging polariscope," *J. Display Technol.*, vol. 10, pp. 255-262, 2014.
- [IV] H. Navarro, G. Saavedra, M. Martínez-Corral, M. Sjöström and R. Olsson, "Depth-of-field enhancement in integral imaging by selective depth deconvolution," *J. Display Technol.*, vol. 10, pp. 182-188, 2014.
- [V] H. Navarro, M. Martinez-Corral, A. Dorado, G. Saavedra, A. Llavador and B. Javidi, "Capture of the spatio-angular information of a 3D scene," *Opt. Pur. Apl.*, vol. 46, pp. 147-156, 2013.
- [VI] H. Navarro, E. Sánchez-Ortiga, G. Saavedra, A. Llavador, A. Dorado, M. Martínez-Corral and B. Javidi, "Non-homogeneity of lateral resolution in integral imaging," *J. Display Technol.*, vol. 9, pp. 37-43, 2013.
- [VII] P. Latorre-Carmona, E. Sánchez-Ortiga, X. Xiao,F. Pla, M. Martínez-Corral, H. Navarro, G. Saavedra and B. Javidi, "Multispectral integral imaging acquisition and processing using a monochrome camera and a liquid crystal tunable filter," *Opt. Express*, vol. 20, pp. 25960-25969, 2012.
- [VIII] Z. Kavehvash, M. Martinez-Corral, K. Mehrany, S. Bagheri, G. Saavedra and H. Navarro, "Three-dimensional resolvability in an integral imaging system," J. Opt. Soc. Am. A, vol. 29, pp. 525-530, 2012.
- [IX] H. Navarro, J. C. Barreiro, G. Saavedra, M. Martínez-Corral and B. Javidi, "High-resolution far-field integral-imaging camera by double snapshot," *Opt. Express*, vol. 20, pp. 890-895, 2012.
- [X] M. Martínez-Corral, H. Navarro, R. Martínez-Cuenca, G. Saavedra and B. Javidi, "Full parallax 3-D TV with programmable display parameters," *Opt. Phot. News*, vol. 22, p. 50, 2011.
- [XI] M. Martínez-Corral, H. Navarro, G. Saavedra, R. Martínez-Cuenca and B. Javidi, "3D integral imaging monitors with fully programmable display parameters," *SPIE Newsroom*, 2 June 2011, DOI: 10.1117/2.1201105.003647.
- [XII] H. Navarro, R. Martínez-Cuenca, G. Saavedra, M. Martínez-Corral and B. Javidi, "3D integral imaging display by smart pseudoscopic-to-orthoscopic conversion," *Opt. Express*, vol. 18, pp. 25573-25583, 2010.
- [XIII] H. Navarro, R. Martínez-Cuenca, A. Molina-Martín, M. Martínez-Corral, G. Saavedra and B. Javidi, "Method to remedy image degradations due to facet braiding in 3D integral imaging monitors," *J. Disp. Technol.*, vol. 6, pp. 404-411, 2010.

- [XIV] G. Saavedra, R. Martínez-Cuenca, M. Martínez-Corral, H. Navarro, M. Daneshpanah and B. Javidi, "Digital slicing of 3D scenes by Fourier filtering of integral images," *Optics Express*, vol. 16, pp. 17154-17160, 2008.
- [XV] R. Martínez-Cuenca, H. Navarro, G. Saavedra, B. Javidi and M. Martínez-Corral, "Enhanced viewing-angle integral imaging by multiple-axis telecentric relay system," *Optics Express*, vol. 15, pp. 16255-16260, 2007.

#### **Conference Proceedings**

- [XVI] M. Martínez-Corral, A. Dorado, H. Navarro, A. Llavador and G. Saavedra, "Elemental images for integral-imaging display," *Proc. SPIE*, vol. 8738, 873806, 2013.
- [XVII] M. Damghanian, R. Olsson, M. Sjöström, H. Navarro and M. Martinez-Corral, "Investigating the lateral resolution in a plenoptic capturing system using the SPC model," *Proc. SPIE*, vol. 8660, 86600T, 2013.
- [XVIII] H. Navarro, G. Saavedra, M. Martinez-Corral, M. Sjöström and R. Olsson, "Extended depthof-field in Integral Imaging by depth-dependent deconvolution," *Proc. SPIE*, vol. 8648, 86481H, 2013.
- [XIX] H. Navarro, A. Dorado, G. Saavedra, A. Llavador, and M. Martínez-Corral and B. Javidi, "Is it worth using an array of cameras to capture the spatio-angular information of a 3D scene or is it enough with just two?," *Proc. SPIE*, vol. 8384, 838406, 2012.
- [XX] Z. Kavehvash, K. Mehrany, S. Bagheri, G. Saavedra, H. Navarro and M. Martinez-Corral "3D resolution in computationally-reconstructed integral photography," *Proc. SPIE*, vol. 8384, 838417, 2012.
- [XXI] H. Navarro, A. Dorado, G. Saavedra, A. Llavador, M. Martínez-Corral and B. Javidi, "Improved resolution in far-field integral imaging," *Proc. SPIE*, vol. 8384, 83840L, 2012.
- [XXII] H. Navarro, G. Saavedra, M. Martínez-Corral, R. Martínez-Cuenca and B. Javidi, "Fullyprogrammable display parameters in integral imaging by smart pseudoscopic-to-orthoscopic conversión," *Proc. SPIE*, vol. 8043, 804308, 2011.
- [XXIII] H. Navarro, G. Saavedra, A. Molina, M. Martinez-Corral, R. Martinez-Cuenca and B. Javidi, "Optical slicing of large scenes by synthetic aperture integral imaging," *Proc. SPIE*, vol. 7690, 7690-0M, 2010.
- [XXIV] M. Martínez-Corral, R. Martínez-Cuenca, G. Saavedra, H. Navarro, A. Pons and B. Javidi, "Progresses in 3D integral imaging with optical processing," *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 139, 012012, 2008.

#### Patents

- [XXV] B. Javidi; M. Martínez-Corral; R. Martínez-Cuenca, G. Saavedra; H. Navarro. 2011. Smart Pseudoscopic-to-orthoscopic conversion (SPOC) Protocol for threedimensional (3D) display. U.S. Patent Application 0007953USP/2480.
- [XXVI] M. Martinez-Corral; A. Pons; G. Saavedra; H. Navarro; R. Martinez-Cuenca; A. Tolosa; N. Alcon. 2011. Cámara de fondo de ojo multi-perspectiva. Spanish Patent Application WO 2013057352 A1.
- [XXVII]J. M. Rodriguez-Ramos; M. Martinez-Corral; G. Saavedra; H. Navarro. 2011. Sistema integrado de captura, procesado y representación de imagen tridimensional. Spanish Patent Application WO 2012146984 A3.

## 1. Introducción

#### 1.1. Motivación

La mayoría de los usuarios tienen el deseo de migrar de los sistemas de visualización de imágenes bidimensionales (2D) a sistemas tridimensionales (3D), pero la realidad es que esta migración no se está produciendo debido a que los sistemas disponibles hoy en día tienen numerosas limitaciones y no satisfacen sus expectativas. La insatisfacción de los usuarios proviene del hecho de que los sistemas actuales no son capaces de proporcionar una imagen 3D realista que estimule los mecanismos del sistema visual que intervienen habitualmente cuando se observa una escena 3D. El sistema visual humano necesita una serie de claves o pistas, tanto físicas como psicológicas, para percibir el mundo en 3D. Las pistas psicológicas pueden originarse en un monitor 2D convencional, pero las pistas físicas tan solo pueden ser generadas por un objeto físico tridimensional o por algunos sistemas capaces de mostrar imágenes 3D.

Entre las pista psicológicas se encuentra la perspectiva lineal, que es la apariencia de distancia relativa entre objetos tridimensionales, como por ejemplo cuando un par de líneas paralelas convergen en un punto lejano del horizonte. Las oclusiones indican que los objetos que están parcialmente ocluidos están más alejados que los objetos oclusores. Las sombras que un objeto proyecta sobre otros objetos proporcionan pistas de su situación en el espacio y las variaciones en la luminancia ayudan al cerebro a deducir la forma de las superfícies y la orientación de los objetos. La textura es la estructura superfícial de un objeto y puede ser empleada para inferir su forma tridimensional y su distancia al observador. El conocimiento basado en el aprendizaje previo del tamaño y forma de objetos y estructuras comunes, la forma en que la luz se refleja en su superfície y su comportamiento cuando ruedan o se mueven también pueden ser usados para estimar su forma 3D y la distancia de observación.

En cuanto a las principales pistas físicas encontramos la acomodación, que es la capacidad que tiene el ojo de enfocar objetos situados a distintas distancias. La convergencia es el giro de los dos globos oculares para que sus ejes visuales converjan en el objeto al que se está mirando. Cuanto más cerca está el objeto del observador, mayor será la convergencia ocular. El paralaje de movimiento ofrece información sobre la profundidad por comparación de la velocidad relativa de los diferentes elementos en una escena 3D. Cuando el observador se mueve con respecto a la escena, los objetos más cercanos se mueven más rápido que los que están más alejados. Por último, la disparidad binocular es la diferencia en la ubicación de las imágenes retinianas vistas por cada ojo a causa de la separación horizontal entre ambos. El cerebro utiliza la disparidad binocular de las dos imágenes retinianas 2D para extraer información acerca de la profundidad.

Se prevé que el mercado de los monitores 3D crecerá enormemente en cuanto se consiga comercializar un sistema que permita estimular todos los mecanismos físicos y psicológicos involucrados en la visión de objetos 3D y se resuelvan los problemas de infraestructura básica, la competitividad de los precios y la disponibilidad de contenidos.

### 1.2. Tecnologías de imagen 3D disponibles en la actualidad

En la actualidad existe una gran variedad de métodos para la reproducción de imágenes 3D. Habitualmente se utiliza el término 3D de manera indistinta para referirse a cualquier sistema que proporciona al observador imágenes con sensación de profundidad. Sin embargo, son muchos los mecanismos físicos y psicológicos involucrados en la visión 3D y por ello es necesario establecer una clasificación de las tecnologías de imagen 3D disponibles en la actualidad en base a los mecanismos que estimulan.

Los sistemas estereoscópicos proporcionan al observador dos imágenes 2D, conteniendo cada una de ellas una perspectiva ligeramente distinta de la misma escena. Estas imágenes se muestran de manera independiente a cada uno de los ojos, de manera que la disparidad binocular proporciona información al cerebro para estimar la profundidad de los objetos contenidos en la escena 3D. Adicionalmente, los sistemas estereoscópicos se subdividen en dos categorías, dependiendo de si es necesario o no el uso de gafas especia-

les para ver las imágenes estereoscópicas. La función de las gafas especiales no es más que la de seleccionar la imagen que corresponde a cada ojo del observador, y bloquear la imagen asociada al ojo contrario. Para ello se hace uso de distintas técnicas, como el uso de filtros con colores complementarios [1], filtros con polarizadores [2] o sistemas de obturación electrónicos [3]-[4]. Los sistemas estereoscópicos que no requieren del uso de gafas especiales se conocen también como sistemas autoestereoscópicos. Estos sistemas permiten mandar la imagen correcta a cada ojo del observador va sea mediante una hoja lenticular [5] o mediante un sistema de barreras de paralaje [6]-[7]. El problema de estos sistemas es que causan fatiga ocular debido a que se produce un conflicto entre la convergencia y la acomodación del sistema visual. Los ojos del observador acomodan sobre la pantalla en la que se muestran ambas perspectivas, mientras que los ejes ópticos de los globos oculares convergen a la distancia física donde está el objeto en el espacio 3D. Entre los sistemas autoestereoscópicos también se pueden incluir los autoestereogramas de puntos aleatorios [8]. En estos sistemas se codifica en una sola imagen una estructura de puntos distribuidos aleatoriamente de manera que producen sensación de profundidad en el observador.

Los sistemas estereoscópicos presentan al observador siempre la misma perspectiva de la escena 3D, independientemente de su posición. Por contra, existe otro tipo de sistemas en los que, cuando el observador cambia de posición o mueve la cabeza, aumenta la cantidad de información que percibe sobre la escena 3D. Entre estos sistemas, encontramos los sistemas multiscópicos [9] (con o sin tecnologías de seguimiento ocular [10]) basados en barreras de paralaje o en sistemas lenticulares, los sistemas de visualización volumétricos [11], la Holografía [12] y la Imagen Integral [13]-[16]. Desde el punto de vista teórico, la Holografía es el método que proporciona la mejor experiencia 3D posible, ya que es capaz de reconstruir la amplitud y la fase de la luz difundida por el objeto original y no genera fatiga visual en el observador. Sin embargo, existen una serie de limitaciones asociadas a este método que restringen su aplicación a situaciones específicas. Una de estas limitaciones es la necesidad del uso de iluminación coherente para la captura y reproducción del holograma. La profundidad de la escena que puede ser registrada en un holograma está limitada por la longitud de coherencia del láser empleado. Por otra parte, para la captura del holograma es necesario que el sistema esté perfectamente estabilizado. Cualquier tipo de vibración, movimiento de aire a lo largo del camino óptico del haz láser, cambios de temperatura en cualquiera de los elementos del sistema e incluso una conversación en un tono elevado o sonidos estridentes pueden desestabilizar el sistema de captura y dañar la información almacenada, por lo que los hologramas tan solo se pueden registrar en entornos controlados, haciendo imposible la captura de una escena situada en exteriores. Adicionalmente, la cantidad de información necesaria para conseguir un monitor holográfico que trabaje a frecuencia de video es muy grande y hace que estos sistemas sean muy aparatosos y de gran coste.

Los sistemas de visualización volumétricos son capaces de representar la información 3D de un objeto en el interior de un determinado volumen. La principal ventaja de estos sistemas es que la imagen 3D se encuentra físicamente en el espacio y difunde la luz de igual manera que lo haría el objeto original situado en esa posición. Sin embargo, estos sistemas también tienen algunos inconvenientes. El principal inconveniente de estos dispositivos es su incapacidad para reconstruir escenas con objetos opacos o con oclusiones. Algunos investigadores han conseguido simular opacidades y oclusiones a costa de suprimir el paralaje vertical [17]-[19], perdiendo por tanto el sentido de dispositivo de visualización volumétrica.

Los sistemas multiscópicos, ya sean los basados en barreras de paralaje o en sistemas lenticulares, proporcionan al observador múltiples perspectivas estereoscópicas de una misma escena 3D. Cuando el observador se mueve lateralmente frente al monitor, percibe la vista de la escena 3D asociada a su posición de observación. Estos sistemas son capaces también de mostrar distintas escenas 3D estereoscópicas a diferentes observadores situados en distintas posiciones laterales con respecto al monitor. La desventaja de estos sistemas es que las zonas en las que el observador o los múltiples observadores deben estar posicionados con respecto al monitor están prefijadas y cuando el observador abandona esas zonas se produce un efecto de imagen doble. Los sistemas de seguimiento ocular diseñados para estos monitores, permiten cambiar de manera automática la posición de esas zonas en función de la posición de los ojos del observador. Aun así, estos sistemas carecen de paralaje vertical y puesto que al fin y al cabo son sistemas estereoscópicos, al igual que estos últimos producen conflictos entre la convergencia y la acomodación en el sistema visual del usuario.

Junto con la Holografía, la Imagen Integral es la única técnica capaz de estimular los principales mecanismo físicos y psicológicos involucrados en la visión 3D. Los sistemas de Imagen Integral proporcionan paralaje horizontal y vertical. Cada punto de la escena 3D se reconstruye a partir de un gran número de rayos luminosos, por lo que la transición entre las distintas perspectivas es cuasi continua y el paralaje de movimiento no presenta saltos abruptos. Además, los mecanismos de convergencia y acomodación se estimulan correctamente sin que se produzca conflicto entre ambos [22]-[23]. La ventaja de la Imagen Integral con respecto a sus competidoras es que para su implementación no es necesario desarrollar nuevas tecnologías, se pueden usar las tecnologías digitales actuales para la captura y reproducción de imágenes 2D tales como los sensores CMOS o CCDs y los monitores basados en LCDs, Plasma y LEDs. Al igual que el resto de técnicas para capturar y reproducir imágenes en 3D, la Imagen Integral tiene algunos inconvenientes. Entre los principales inconvenientes está su limitado ángulo de visión, su escasa profundidad de campo y la inversión en profundidad de las imágenes reconstruidas. Los problemas inherentes a la técnica, es decir, las limitaciones de origen físico, han sido ampliamente estudiados desde sus orígenes y se han ideado diversas soluciones, algunas de las cuales se proponen en la presente Tesis. En cuanto a las limitaciones tecnológicas se incluyen la necesidad de sensores luminosos y pantallas de alta resolución, la gran potencia de cálculo y el ancho de banda requeridos para implementar la técnica en tiempo real. Justamente estas áreas están experimentando grandes avances v se prevé que si la tecnología sigue progresando al ritmo que lo ha venido haciendo en los últimos años, la viabilidad de la comercialización de los sistemas de Imagen Integral podría ser una realidad en los próximos años.

#### 1.3. Imagen Integral: Origen, desarrollo y estado actual

En la sesión del 2 de marzo de 1908 de la Academia Francesa de las Ciencias, Lippmann presentó su trabajo "Épreuves réversibles. Photographies Intégrales" [13], en el que postuló de manera teórica la posibilidad de capturar la información 3D de un objeto en una película fotográfica. Para ello propuso utilizar una lámina transparente de celuloide o colodión que debía ser calentada y moldeada por una máquina para grabar en una de sus superficies un gran número de pequeñas muescas con relieve esférico destinadas a servir como lentes. A continuación, en la otra cara de la lámina se graban también una serie de salientes con relieve esférico y se recubren con una emulsión fotográfica. Cada uno de estos salientes esféricos está destinado a recibir la imagen proporcionada por cada una de las lentes de la cara contraria y su objetivo era evitar que las imágenes proporcionadas por las lentes advacentes solapasen. De aquí en adelante nos referiremos a cada una de estas imágenes como imágenes elementales. Aunque Lippmann no proporcionó la demostración matemática, afirmó en su artículo que la proporción entre los radios de curvatura de las caras anterior y posterior debe ser igual a *n*-1, siendo *n* el índice de refracción de la película.



Fig. 1. Dibujo original de Lippmann [13]. Película de celuloide o colodión moldeada térmicamente con muescas esféricas en ambos lados.

Hasta el momento del registro de la imagen, el sistema debe permanecer en total oscuridad. Durante el proceso de captura de la información 3D, el sistema se expone de manera estática frente a la escena de interés. Cada lente forma la imagen de una perspectiva ligeramente distinta de la escena 3D situada frente a ella sobre la emulsión fotográfica. La película fotográfica se revela y el negativo se copia por contacto directo con una nueva emulsión para conseguir la imagen en positivo. En el proceso de reproducción, el positivo de la imagen revelada se sitúa pegado a la cara donde estaba la emulsión fotográfica y se ilumina a través de un difusor. Los puntos situados sobre la emulsión fotográfica tras cada una de las lentes generarán un haz de rayos paralelos en la misma dirección en que los rayos luminosos incidieron sobre dichas lentes. El número de haces será igual al número de esferas sobre la lámina. Como resultado, la escena 3D se reconstruye por intersección de haces de rayos frente a este sistema de proyección y puede ser observada dentro de un determinado rango de ángulos.



Fig. 2. Dibujo original de Lippmann [13]. Proceso de reconstrucción de la imagen integral.

A pesar de la sencillez del concepto propuesto por Lippmann, su implementación experimental conllevaba numerosas dificultades técnicas. Las pruebas experimentales que posteriormente realizó Lippmann con una lámina de colodión moldeada térmicamente no produjeron buenos resultados [14]. En una publicación posterior [15] Lippmann describió una comprobación experimental de su técnica en la que hizo uso de unos bastones de vidrio de sección cuadrada de 6 mm de longitud y 2.5 mm de lado con una terminación plana en uno de sus extremos y esférica en el extremo opuesto. Para evitar el solapamiento de las imágenes registradas, las caras laterales de estos bastones se oscurecieron con tinta negra y se dispusieron unos junto a otros de manera que sus extremos esféricos conformaban una matriz de pequeñas lentes. Finalmente, las caras planas se recubrieron con una emulsión fotográfica. El sistema así construido se expuso a diferentes objetos. Una vez revelada la película, y obtenido su positivo, se situó pegada a la cara plana de los bastones y se iluminó de manera difusa. La imagen reconstruida observada a través de este sistema permitió a Lippmann verificar de manera cualitativa su propuesta teórica. En 1911 Lippmann lleva a cabo un nuevo experimento con 12 bastones de vidrio montados en una matriz rectangular [16]. En este experimento comprobó la existencia de una imagen tridimensional de la que se podían observar distintas perspectivas al moverse lateralmente y cuyo tamaño angular cambiaba al acercarse o alejarse.

Desafortunadamente, en la época de Lippmann, el proceso de fabricación de matrices de pequeñas lentes era muy complejo. En la mayoría de las investigaciones que se llevaron a cabo en los años posteriores, se hizo uso de matrices de estenopes, que no son más que una distribución regular de pequeños agujeros en una película opaca. Paralela a la matriz de estenopes se situaba una emulsión fotográfica sobre la que incide la luz procedente del objeto que atraviesa los estenopes. La desventaja de estos sistemas es que para obtener imágenes nítidas, es necesario que la apertura de los estenopes sea lo más pequeña posible, por lo que la cantidad de luz que llega a la película es muy baja y el tiempo de exposición necesario es muy elevado.



Fig. 3. Dibujo original de Sokolov [20]. Proceso de grabación de un punto luminoso a través de una matriz de estenopes con estructura cónica sobre una película fotográfica.

Sokolov, en su artículo de 1911 [20], fue el primero en validar experimentalmente el método propuesto por Lippmann y proporcionó una descripción detallada de la Fotografía Integral. En este mismo artículo, Sokolov demostró matemáticamente la afirmación hecha por Lippmann acerca de la necesidad de que la proporción entre los radios de curvatura de las caras anterior y posterior de la lámina moldeada debía ser igual a n-1, siendo n el índice de refracción de la lámina. En sus experimentos capturó Fotografías Integrales usando matrices de estenopes. Para ello utilizó una lámina en la que perforó pequeños agujeros en forma de cono igualmente espaciados en toda su superficie y situó una emulsión fotográfica en la cara en la que estaba situada la base de dichos conos (ver Fig. 3). Para solventar el problema de la baja eficiencia luminosa del sistema de estenopes, Sokolov capturó directamente la imagen del filamento de una bombilla. Una vez revelado el negativo, obtuvo la imagen en positivo en un segundo paso. Esta imagen se situó en la misma posición dónde estaba la emulsión fotográfica en el proceso de captura. La desventaja del uso de matrices de estenopes es que, un observador situado frente al sistema de proyección no percibe una imagen continua, sino una serie discreta de puntos. Esto es debido a que a la retina del observador tan solo llegan los pinceles de luz correspondientes a las líneas que unen la pupila de su ojo con cada uno de los estenopes de la pantalla [21].



Fig. 4. Dibujo original de Sokolov [20]. Reconstrucción de la imagen tridimensional a través de una matriz de estenopes.

Uno de los principales problemas de la Imagen Integral radica en que las imágenes proyectadas son pseudoscópicas, es decir, están invertidas en profundidad. Lippmann pareció no darse cuenta de este fenómeno, ya que nunca lo mencionó en sus trabajos. Aunque Sokolov tampoco se percató de este problema, en la Fig. 4 lo pone de manifiesto. Si el observador se sitúa frente al sistema de proyección en el lado del negativo fotográfico, percibe que el punto S está más cerca de él que el punto A, pero si se sitúa en el lado de los estenopes, percibe que estos puntos están invertidos en profundidad. No fue hasta 1931 cuando H. E. Ives analizó teóricamente el problema de las imágenes pseudoscópicas en el ámbito de los sistemas multiperspectiva. Para solventar este problema, Ives propuso dos soluciones [24]. Una de ellas consistía en reproducir las imágenes que previamente habían sido capturadas con una matriz de lentes, a través de una matriz de estenopes, pero en lugar de mirar por el lado de la matriz de estenopes, había que mirar a través de la película revelada. La otra solución consistía en capturar con un sistema de Imagen Integral la imagen reconstruida por un segundo sistema del mismo tipo, de manera que la copia pseudoscópica de la imagen pseudoscópica reconstruida se volvía ortoscópica a causa de la doble inversión en profundidad. Este proceso ya fue propuesto por Lippmann, pero no con la intención de solucionar el problema de las imágenes pseudoscópicas, sino simplemente para hacer copias de las imágenes capturadas.



Fig. 5. Dibujo original de H. E. Ives [25]. Lente de gran diámetro proyectando una imagen sobre una placa fotográfica a través de una red lineal de barreras opacas y transparentes (barreras de paralaje).

Adicionalmente, Ives fue el primero en proponer el uso de una lente de gran diámetro (lente de diámetro mayor a la distancia interocular) para formar la imagen de un objeto sobre las barreras de paralaje de un sistema multiperspectiva [25] (ver Fig. 5). En 1935 Coffey propuso una combinación de los sistemas desarrollados por Ives y Lippmann. Coffey sustituyó el sistema de barreras de paralaje por una lámina muy similar a la ideada por Lippman en su primer artículo. La lente de gran diámetro forma la imagen del objeto sobre la cara con muescas esféricas, pero la cara sobre la que se situaba la emulsión fotográfica, en lugar de tener también muescas esféricas, era plana. Esto hacía mucho más sencilla la construcción de este tipo de láminas, y desde su propuesta hasta la actualidad ha sido el diseño más empleado para fabricar lo que desde hace unos años se viene conociendo como matriz de microlentes. La desventaja de este diseño es que las imágenes elementales podían solapar unas con otras. Para solventar este problema Coffey puso de manifiesto la necesidad de ajustar la apertura numérica efectiva de la lente de campo para que coincida con la apertura numérica de las microlentes [26]. Para ello se podían diseñar conjuntamente el objetivo y las microlentes de manera que se cumpliese dicha condición, pero como se puede observar en la Fig. 6, lo que se solía hacer era practicar una apertura en una placa opaca pegada a la lente de campo, de manera que se pudiese optimizar la relación de las aperturas numéricas efectivas para su uso con distintos tipos de microlentes.



Fig. 6. Dibujo original de Coffey [26]. Procedimiento para ajustar la apertura numérica efectiva de la lente de campo a la apertura numérica de las microlentes empleadas.

La primera cámara de Imagen Integral destinada a ser comercializada fue propuesta por Gruetzner en 1952 [27]. En la patente se describía un nuevo método para grabar un patrón de lentes esféricas en una película fotográfica que era recubierta en uno de sus lados por una emulsión sensible a la luz.



Fig. 7. Dibujo original de Gruetzner [27]. Propuesta de cámara de Imagen Integral para ser comercializada y método para grabar un patrón de lentes esféricas en una película fotográfica.

A finales de los años 60 resurgió el interés por la Imagen Integral y hasta los años 80 fueron apareciendo numerosos trabajos en los que se llevaron a cabo análisis teóricos muy completos y se implementaron sistemas de Imagen Integral de manera experimental. Entre los investigadores más notables de este periodo destacan Montebello [28]-[31], Burckhardt [32]-[34], Dudley [35]-[36], Okoshi [37]-[39] y Dudnikov [40]-[45]. Montebello fue el primero en comercializar fotografías integrales para el gran público a través de su compañía MDH Products. Durante estos años, concretamente en 1968, Chutjian y Collier, mientras trabajaban para los Laboratorios Bell, crearon las primeras Imágenes Integrales capturadas a partir de objetos generados computacionalmente [46]. Para corregir el problema de las imágenes pseudoscópicas, los objetos se calculaban con el relieve invertido. Desde 1988 hasta la pasada década, el grupo de Davis y McCormick fue el más activo en el área de la Imagen Integral, con numerosos estudios y patentes sobre la técnica [47]-[54]. En 1991 Adelson y Bergen introdujeron el concepto de Función Plenóptica en la comunidad científica [55]. La Función Plenóptica describe la información disponible para un observador en cualquier punto en el espacio y el tiempo y está íntimamente relacionada con lo que Gibson llamó The Structure of Ambient Light [56]. La Función Plenóptica es una función pentadimensional (5D), pero si no hay oclusiones ni absorción de la radiación luminosa, se puede considerar que es una función tetradimensional (4D). En 1992, Adelson y Wang propusieron la primera cámara Plenóptica [57], que no es más que el diseño propuesto por Coffey de utilizar una lente para focalizar la imagen de un objeto sobre la matriz de microlentes, pero descrita a partir de la formulación de la Función Plenóptica. La posibilidad de utilizar medios digitales para la captura y reproducción de las imágenes integrales hizo que la comunidad de los gráficos en 3D se interesase por este campo. En 1996 la Función Plenóptica 4D fue rebautizada por Levoy con el nombre de *Light field* [58] y ese mismo año, Gortler publicó un artículo en el que se refería a la misma función como *The Lumigraph* [59]. En lugar de utilizar una matriz de microlentes para capturar las distintas perspectivas de una misma escena, Levoy y Gortler propusieron usar una sola cámara que se desplaza a múltiples posiciones en torno al objeto para capturar distintas perspectivas del mismo. Ambos autores parametrizaron las cuatro dimensiones a partir de las cuatro coordenadas espaciales correspondientes a los puntos de corte de un rayo luminoso con dos planos.

En 1997 el grupo de Okano fue el primero en capturar una imagen integral en tiempo real, es decir, a frecuencia de video [60]. Para ello, en lugar de colocar el sensor justo detrás de la matriz de microlentes como se hacía habitualmente, utilizaron una cámara de televisión de alta resolución que captura las distintas imágenes elementales que se forman tras la matriz. En 2002 Javidi y Okano incluyen también la transmisión de la información capturada y la visualización de la escena 3D en tiempo real [65]. Para la captura de las escenas 3D es necesario un sistema que registre la imagen integral en tiempo real, y otro sistema sincronizado con el primero que la muestre al observador. Para la captura, Javidi propuso utilizar un sistema de múltiples cámaras organizadas en forma matricial, y para la visualización, una matriz de microlentes situada frente a una pantalla de alta resolución.

A partir de la información capturada con un sistema de Imagen Integral, además de realizar reconstrucciones ópticas de escenas 3D, se pueden llevar a cabo reconstrucciones computacionales con distintas aplicaciones. Una de estas aplicaciones fue propuesta por Levoy y Gortler [58]-[59], que sintetizaron nuevas vistas de una escena 3D a partir de un conjunto discreto de fotografías de la misma capturadas con una cámara digital. Además, estas vistas se pueden sintetizar con perspectiva cónica o con perspectiva ortográfica.

Otra de estas aplicaciones es la que se conoce como Imagen Integral de Apertura Sintética: a partir de las distintas perspectivas capturadas con un sistema de Imagen Integral, es posible simular la imagen que sería capturada con una cámara cuya lente principal tiene un diámetro muy superior al de las microlentes o cámaras con las que se ha muestreado la Función Plenóptica. La profundidad de campo de estas imágenes es mucho más reducida que la de cada una de las imágenes elementales. Además es posible obtener imágenes de la escena enfocadas a distintas profundidades, ya sea en planos perpendiculares a los ejes ópticos de las microlentes o cámaras que componen el sistema de Imagen Integral [61], o en planos con inclinaciones arbitrarias con respecto a dichos ejes [62]. En 2005 Ren Ng construyó la primera cámara plenóptica portátil [63] basándose en la técnica propuesta por Adelson y Wang. Este diseño trata de explotar el concepto de cámara digital que permite reenfocar las fotografías una vez capturadas. El inconveniente de este sistema es la baja resolución de las imágenes reconstruidas. Para superar esta limitación Lumsdaine y Georgiev idearon un nuevo diseño de cámara plenóptica al que llamaron The Focused Plenoptic Camera, en el que la matriz de microlentes, en lugar de estar situada en el plano de la imagen proporcionada por la lente principal, estaba situada por delante o por detrás de este plano. Esta configuración permite aumentar la resolución espacial de las imágenes capturadas a costa de disminuir la resolución angular, ya que la cantidad total de información espacio-angular capturada por el sistema permanece constante [64]. Independientemente de la configuración que se emplee, a mayor número de microlentes y mayor número de píxeles tras cada microlente, mayor será la resolución espacio-angular de la imagen reconstruida. El futuro de la Imagen Integral pasa por la miniaturización e integración en chips de las matrices de microlentes y del sensor luminoso. En 2008 Fife diseñó el primer sensor plenóptico integrado [76]. En lugar de emplear un sensor convencional y una matriz de microlentes, diseñó y fabricó un sensor con 166×76 pequeños grupos de 16×16 píxeles. Sobre cada uno de estos grupos y separado por una lámina dieléctrica, se deposita una pequeña lente que focaliza la luz sobre el grupo de píxeles situado tras ella.

En la última década el número de publicaciones relacionadas con la Imagen Integral ha crecido exponencialmente. Los investigadores, por una parte, han centrado sus esfuerzos en solucionar las principales limitaciones de la Imagen Integral. Se han propuesto soluciones al problema de las imágenes pseudoscópicas [66]-[71], a las incertidumbres en la posición y el ángulo de las microlentes con respecto al sensor [72]-[76], o al limitado ángulo de visión [77]-[80]. También se han propuesto soluciones a la limitada profundidad de campo [81]-[83], y al fenómeno del trenzado de facetas [84]-[85]. Por otra parte, se han propuesto numerosas aplicaciones basadas en la Imagen Integral. Entre los resultados obtenidos se incluyen sistemas para la visualización 3D de contenidos y sistemas de TV basados en Imagen Integral [86]-[88], sistemas integrados de captura, procesado y representación de imagen 3D [89], reconocimiento automático de objetos [90]-[93], sistemas de imagen 3D basados en recuento de fotones [94]-[98], sistemas para capturar la información 3D en distintas bandas espectrales [99], sistemas de visión 3D para objetos con oclusiones parciales o inmersos en medios dispersivos [100]-[101], cámaras de fondo de ojo multiperspectiva [102] y microscopía 3D [103]-[107].

#### 1.4. Objetivos

Las configuraciones empleadas en los sistemas de Imagen Integral son muy diversas y dependiendo del objetivo al que estén destinadas, los requerimientos pueden ser muy distintos. En la presente Tesis se estudiarán las configuraciones existentes y se establecerá una clasificación en función de su utilidad. Existen algunas limitaciones intrínsecas de la técnica que es necesario solventar para que sea viable como sistema de reproducción de imágenes 3D. Entre estas limitaciones encontramos la naturaleza pseudoscópica de las imágenes capturadas, el problema del trenzado de facetas en las reconstrucciones ópticas y computacionales, la limitada profundidad de campo de las imágenes capturadas, las inhomogeneidades en la resolución de las imágenes reconstruidas, así como su baja resolución. Dichas limitaciones han sido estudiadas en esta Tesis y se han propuesto algunas soluciones que han contribuido a la viabilidad de la técnica. Adicionalmente, el número de aplicaciones científico-técnicas basadas en la Imagen Integral ha crecido rápidamente en los últimos años. A lo largo de esta Tesis se han propuesto algunas aplicaciones de utilidad en distintos campos. Entre estas aplicaciones encontramos un método para analizar las tensiones de láminas delgadas con oclusiones múltiples y un sistema para la reconstrucción 3D de objetos con color y a escala real basado en redes neuronales.
# 2. Captura de la información espacio-angular de una escena 3D

En este Capítulo se expondrá el formalismo para el análisis de la información espacio-angular capturada por un sistema de Imagen Integral en sus diferentes configuraciones. Este análisis se llevará a cabo dentro del marco de la Óptica Geométrica.

#### 2.1. Concepto de radiancia

El flujo radiante  $\Phi$ , asociado a un haz de radiación óptica incoherente, queda totalmente especificado en términos de cinco parámetros: posición (x, y, z), dirección  $(\theta, \phi)$ , longitud de onda  $\lambda$ , tiempo  $\tau$ , y polarización P. En la práctica, es posible medir el flujo radiante en función de todos estos parámetros; sin embargo, los sistemas que se emplean para capturar la información espacio-angular de una escena 3D se construyen usualmente a semejanza del ojo humano, que es prácticamente insensible a la polarización. Además, los sensores de imagen empleados en los sistemas de captura de la información 3D integran la radiación óptica en un determinado intervalo temporal y para un conjunto de longitudes de onda en cada canal cromático [109]. Según estas condiciones de medida, se puede considerar que el flujo radiante tan solo depende de la posición y de la dirección, es decir,  $\Phi = \Phi(x, y, z, \theta, \varphi)$ . La función que describe el flujo radiante por unidad de área y por unidad de ángulo sólido que emerge de una superficie en una dirección dada [108] se denomina radiancia y se puede expresar matemáticamente como

$$r(x, y, z, \theta, \varphi) = \frac{d^2 \Phi(x, y, z, \theta, \varphi)}{dA \cos \theta d\Omega},$$
(2.1)

donde  $\theta$  es el ángulo entre la normal a la superficie y la dirección de emisión considerada, dA es el elemento diferencial de área y  $d\Omega$  el diferencial de ángulo sólido (ver Fig. 8).



Fig. 8. Definición de radiancia asociada a una superficie de área diferencial dA. La dirección de emisión forma un ángulo  $\theta$  con respecto a la normal,  $\Phi$  es el flujo radiante y  $d\Omega$  el diferencial de ángulo sólido.

En la aproximación de la Óptica Geométrica, la dirección de propagación de la radiación óptica se representa mediante rayos. El concepto de rayo se entiende como el cono luminoso delimitado por  $d\Omega$ , de tamaño infinitesimal y perpendicular a la proyección de la superficie considerada.

Se define el índice de refracción, n, de un medio, como el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío, c, y la velocidad de la luz, v, en dicho medio

$$n = \frac{c}{v} \tag{2.2}$$

La radiancia es geométricamente invariante a lo largo de cualquier rayo, en un medio uniforme, isótropo, pasivo y sin pérdidas [111]. En la interfaz entre dos medios con distinto índice de refracción, o en medios con índice de refracción variable, es la radiancia básica,  $r/n^2$ , la que es invariante a lo largo del rayo. Sin embargo, en el mismo medio (mismo índice de refracción), incluso después de haberse propagado a través de otro medio, e. g. a través de un elemento óptico con distinto índice de refracción, es la radiancia r la que es invariante (considerando que no hay atenuación), con el mismo valor a lo largo de la dirección de un rayo en todos los puntos de su trayectoria en ese medio. Según el teorema de Noether [112] y bajo las condiciones anteriormente descritas, la invariancia geométrica de la radiancia a lo largo de un rayo implica la conservación de la radiancia. Así, esta redundancia permite reducir la dimensionalidad de la radiancia y considerarla como una función 4D, al eliminar la componente espacial asociada a la dirección axial  $r(x, y, \theta, \varphi)$ .

## **2.2.** La radiancia como función de la posición y la dirección de los rayos en regiones del espacio libres de oclusores

Un objeto que emite luz o que difunde la luz que llega a su superficie, puede ser considerado como un conjunto de emisores puntuales, que emiten luz en todas direcciones. Aunque la luz emitida por una escena 3D se propaga en muchas direcciones, habitualmente existe una dirección de propagación que resulta de especial interés. Esta dirección se caracteriza mediante el, así denominado, eje óptico. En los sistemas ópticos convencionales, los elementos reflectivos o refractivos se construyen con simetría de revolución en torno al eje óptico. En regiones del espacio libres de oclusores, dado un plano  $\Pi$  arbitrario perpendicular al eje óptico, es posible parametrizar cada uno de los rayos emitidos o difundidos por una escena 3D por medio de las coordenadas espaciales (x, y) y las coordenadas angulares ( $\theta, \varphi$ ) del rayo en su intersección con dicho plano [64]. Sin pérdida de generalidad, se restringirá el análisis de la propagación de los rayos a un plano que contiene al eje óptico, tal y como se observa en la Fig. 9.



Fig. 9. Parametrización de los rayos luminosos emitidos o difundidos por un objeto a partir de su inclinación y de sus coordenadas espaciales de intersección con un plano arbitrario  $\Pi$  perpendicular al eje óptico.

Con esta parametrización, cada rayo queda definido como un punto en un diagrama espacio-angular como el que se muestra en la Fig. 10. Físicamente, el valor de los distintos puntos representados en dicho diagrama viene determinado por la radiancia emitida por cada uno de los puntos del objeto [64].



Fig. 10. Representación de la radiancia en el plano  $\Pi$  de la Fig. 9. En esta figura se muestra únicamente la radiancia correspondiente a los puntos verdes de la Fig. 9.

## 2.3. Transformación de la radiancia en función de las transformaciones aplicadas en el espacio de rayos

Desde el punto de vista geométrico y en la aproximación paraxial, la transformación que introduce un sistema óptico perfecto es una transformación lineal, y por ello, se puede representar por una matriz. Para describir la trayectoria de un rayo luminoso es necesario conocer la altura x y el ángulo  $\theta$  que forma el rayo con respecto al eje óptico para cada coordenada de dicho eje. Así, como se muestra en el esquema de la Fig. 11 (a), la transformación que sufren los rayos luminosos al viajar libremente en el espacio entre dos planos perpendiculares al eje óptico y separados una distancia t, vendrá definida por las siguientes ecuaciones

$$x_2 = x_1 - t\theta_1, \tag{2.3}$$

$$\theta_2 = \theta_1, \tag{2.4}$$

donde se han seguido las convenciones de notación que se describen en el Anexo de esta Tesis. Estas convenciones se aplicarán de aquí en adelante de manera sistemática. Las Ecs. (2.3) y (2.4) se pueden escribir en forma matricial de la siguiente manera

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix}.$$
 (2.5)

De manera similar, como se puede ver en la Fig. 11 (b), la refracción en una lente convergente delgada de focal f', transforma las coordenadas espacio-angulares de los rayos según las siguientes ecuaciones

$$x_2 = x_1 \tag{2.6}$$

$$\theta_2 = \theta_1 + \frac{1}{f'} x_1 \tag{2.7}$$

que también se pueden escribir de manera matricial como



Fig. 11. (a) Transformación que sufre un rayo luminoso al viajar libremente en el espacio entre dos planos perpendiculares al eje óptico y separados una distancia t. (b) Transformación que experimenta un rayo luminoso al atravesar una lente delgada convergente de focal f'.

Si se denota

$$\overline{u} = \begin{pmatrix} x \\ \theta \end{pmatrix}, \tag{2.9}$$

la Ec. (2.5) se puede escribir de la siguiente manera

$$\overline{u}_2 = \boldsymbol{T}_t \overline{u}_1, \qquad (2.10)$$

donde

$$\boldsymbol{T}_{t} = \begin{pmatrix} 1 & -t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{2.11}$$

De igual manera, la Ec. (2.8) se puede escribir como

$$\overline{u}_2 = L_{f'}\overline{u}_1, \qquad (2.12)$$

siendo

$$\boldsymbol{L}_{f'} = \begin{pmatrix} 1 & 0\\ 1/f' & 1 \end{pmatrix}.$$
 (2.13)

De esta manera, los sistemas ópticos creados por la concatenación de elementos ópticos, se pueden describir por una matriz A, que es resultado de multiplicar las matrices que representan a cada uno de los elementos que lo componen. Como la radiancia es una función de la distribución espacioangular de los rayos, se puede describir cómo se transforma la radiancia mediante las transformaciones que se aplican a los rayos. Como se indica en el Apartado 2.1, en la mayoría de los casos no hay obstáculos entre la escena 3D y el detector y además el medio en el que se propagan los rayos no es absorbente, por lo que la radiancia se conserva. Esta propiedad se puede escribir como

$$r_2(\overline{u}_2) = r_1(\overline{u}_1). \tag{2.14}$$

Para una transformación óptica dada por la matriz A, la transformación de las coordenadas espacio-angulares viene dada por

$$\overline{u}_2 = A\overline{u}_1, \tag{2.15}$$

o de manera inversa

$$\overline{u}_1 = A^{-1}\overline{u}_2. \tag{2.16}$$

La transformación aplicada en la Ec. (2.16), junto con la conservación de la radiancia descrita en la Ec. (2.14), dan lugar a

$$r_2(\bar{u}_2) = r_1(A^{-1}\bar{u}_2).$$
 (2.17)

### 2.4. Muestreo de la radiancia con un sistema fotográfico convencional

Los sistemas fotográficos convencionales pueden esquematizarse, de una forma simplificada, como el sistema formador de imágenes de la Fig. 12. En el caso de objetos con extensión axial se define un plano central,  $\Pi_0$ , que está conjugado con el sensor digital de la cámara a través del objetivo fotográfico. Puesto que los rayos convergen en el plano del sensor, a cada valor de la coordenada espacial le corresponde un conjunto continuo de valores de la coordenada angular. En lo que sigue, se adoptará un modelo simplificado en que los píxeles se consideran elementos puntuales que integran la radiancia en su centro [113]

$$I(x_2) = \int_{\theta_2} r_2(x_2, \theta_2) d\theta_2.$$
 (2.18)



Fig. 12. Representación simplificada de un sistema fotográfico convencional. El plano del sensor y el plano  $\Pi_0$ , están conjugados a través del objetivo. Los píxeles del sensor integran la radiancia asociada a los rayos que inciden sobre ellos con diferentes inclinaciones.

La función  $I(x_2)$  representa la distribución de irradiancia en el plano de registro. Debido a la integración que tiene lugar en la Ec. (2.18), los sistemas fotográficos convencionales sufren una pérdida de la información angular o direccional de los rayos que llegan al sensor. Esto provoca una pérdida de la información 3D de la escena fotografiada. Para que el sistema registre esta información angular, es necesario que rayos con diferentes inclinaciones incidan sobre píxeles diferentes del sensor. Dependiendo de la aplicación a la que esté destinada el sistema, existen diversas configuraciones capaces de registrar la información espacio-angular contenida en la radiancia.

### 2.5. Muestreo de la radiancia con un sistema de Imagen Integral de campo cercano

La configuración más básica para redirigir los rayos luminosos sobre el sensor y poder registrar la información espacial y angular contenida en la radiancia, está basada en la idea original propuesta por Lippmann [13]-[16]. Como se muestra en la Fig. 13, en este método se emplea una matriz de microlentes para registrar distintas perspectivas de una escena 3D sobre un sensor luminoso situado a una distancia g de la matriz. Esta configuración recibe el nombre de Imagen Integral de campo cercano y se suele utilizar para capturar escenas de unos pocos centímetros de tamaño.



Fig. 13. Configuración básica de un sistema de Imagen Integral de campo cercano. El sistema está compuesto por un sensor luminoso situado a una distancia g de una matriz de microlentes. Las microlentes tienen un diámetro d y el periodo entre sus centros viene dado por p. Dependiendo de la distancia entre la matriz de microlentes y el sensor, el sistema puede trabajar en dos modos; modo de resolución y modo de profundidad de campo.

Dependiendo de la distancia *g* entre el sensor luminoso y la matriz de microlentes, la Imagen Integral de campo cercano puede trabajar en dos modos distintos [114]; modo de resolución y modo de profundidad de campo.

En la actualidad es posible encontrar matrices de microlentes en las que en una misma matriz se emplean microlentes con distintas focales y con distintos diámetros, pero a lo largo de esta Tesis tan solo se estudiarán matrices de microlentes en las que todas las microlentes que conforman la matriz tienen la misma focal, f'. Habitualmente, las microlentes se distribuyen sobre un substrato plano describiendo un patrón regular. Cada una de las microlentes se fabrica cubriendo una superficie elemental cuya forma se elige de acuerdo con los parámetros geométricos de construcción de la matriz. Para obtener una alta eficiencia luminosa es importante emplear matrices de microlentes con un alto factor de llenado. El factor de llenado se define como el cociente entre el área de la matriz de microlentes y el área cubierta por las lentes. Los únicos polígonos regulares que cubren completamente una superficie plana sin que queden espacios son los triángulos equiláteros, los cuadrados y los hexágonos. Por ello, para obtener factores de llenado óptimos, las microlentes se suelen fabricar con estas formas, especialmente, hexagonales y cuadradas. Debido a su distribución regular sobre el plano, es conveniente definir el periodo de la matriz de microlentes, p, como la distancia mínima entre los centros de las lentes adyacentes que la componen. Las características de la matriz de microlentes quedan totalmente definidas a partir de la focal, la forma, el tamaño y el periodo entre microlentes. Por ejemplo, en la Fig. 14 se muestra una matriz de microlentes con microlentes cuadradas cuyo periodo es igual al lado  $\alpha$  de cada una de las microlentes. El radio de curvatura de cada una de las microlentes se puede obtener a partir de su distancia focal.



Fig. 14. Matriz de microlentes organizadas en una matriz cuadrada y con un factor de llenado igual a la unidad.

En los esquemas 1D de las matrices de microlentes que se muestran a lo largo de esta Tesis se emplean matrices de microlentes circulares con un periodo igual al diámetro d de las microlentes que la componen. Sin pérdida de generalidad, de aquí en adelante se considerará que el tamaño de las microlentes queda determinado por p.

Para evitar el solapamiento de las imágenes elementales, se introduce un sistema de barreras opacas en el espacio entre la matriz de microlentes y el plano del sensor (ver Fig. 13). Las barreras se construyen de manera que describen el contorno de cada una de las microlentes y son perpendiculares al plano del sensor. Esto implica que, en los sistemas de Imagen Integral de campo cercano, la forma y el tamaño de las imágenes elementales es la misma que la de las microlentes.

### 2.5.1.Modo de profundidad de campo

En el modo de profundidad de campo, la distancia entre el sensor luminoso y la matriz de microlentes es igual a la distancia focal de las microlentes que componen la matriz, g = f'. Este modo proporciona imágenes con una buena profundidad de campo y cuyo límite de resolución espacial es igual al periodo de las microlentes de la matriz. Resulta interesante estudiar cómo es la distribución de radiancia en el plano de las microlentes en base al diagrama espacio-angular presentado en el Apartado 2.1. El estudio del muestreo de la radiancia es algo complejo si se tiene en cuenta la extensión de los píxeles. Como se avanzó en el Apartado 2.4, únicamente se considerarán los rayos que atraviesan cada una de las microlentes e inciden sobre los centros de los píxeles, ya que las conclusiones que se extraen de este análisis son similares a las que se obtienen si se tiene en cuenta toda el área activa del píxel. La Fig. 15 (a) muestra un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de profundidad de campo. Cada uno de los rayos que atraviesan las microlentes son redirigidos en función de su inclinación, incidiendo sobre diferentes píxeles del sensor.



Fig. 15. (a) Sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de profundidad de campo. (b) Representación en el dominio espacio-angular de la radiancia muestreada por el sensor en un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de profundidad de campo.

Es posible identificar los diferentes píxeles de la imagen integral con valores concretos de la radiancia en el plano situado justo antes del plano en el que está situada la matriz de microlentes [110]. Así, en cada una de las imágenes elementales se registra la radiancia para la posición central de cada microlente, y para diferentes valores del ángulo de incidencia. A continuación se derivará una expresión para la imagen capturada por el sensor en términos de la radiancia en el plano de las microlentes. Considérese, por ejemplo, una vista ampliada de la microlente central (ver Fig. 16).



Fig. 16. Vista ampliada de la microlente central del sistema de Imagen Integral esquematizado en la Fig. 15 (a).

Sea  $r_{\mu l}^{-}(x_1, \theta_1)$  la radiancia en un plano  $\Pi_1^{-}$  inmediatamente anterior al plano en el que está situada la matriz de microlentes y  $r_{f'}(x_2, \theta_2)$  la radiancia en un plano  $\Pi_2$  situado en el plano focal imagen de las microlentes, que es el plano sobre el que se sitúa el sensor. Aplicando la formulación matricial de la óptica gaussiana, este sistema provoca una transformación en el espacio de rayos que viene descrita por una matriz  $A_{f'}$  que es el resultado del producto de una matriz de refracción  $L_{f'}$  y una matriz de traslación  $T_{f'}$ 

$$A_{f'} = T_{f'} L_{f'} = \begin{pmatrix} 0 & -f' \\ 1/f' & 1 \end{pmatrix}.$$
 (2.19)

De acuerdo con la Ec. (2.17), las radiancias en el plano del sensor y en el plano situado justo antes del plano de las microlentes, están relacionadas según la siguiente expresión

$$r_{f'}(\overline{u}_2) = r_{\mu}(A_{f'}^{-1}\overline{u}_2), \qquad (2.20)$$

y por tanto

$$r_{f'}(x_2,\theta_2) = r_{\mu l}^{-}(x_2 + f'\theta_2, -\frac{1}{f'}x_2).$$
(2.21)

En base a la Ec. (2.18), la imagen capturada por el sensor viene dada por la siguiente integral

$$I_{f'}(x_2) = \int_{\theta_2} r_{f'}(x_2, \theta_2) d\theta_2 = \int_{\theta_2} r_{\mu l}^{-}(x_2 + f' \theta_2, -\frac{1}{f'} x_2) d\theta_2.$$
(2.22)

Como se puede ver en la Fig. 16, el centro de cada píxel integra la radiancia en un intervalo de ángulos  $\Delta \theta_2^{pix} = p / f'$ . Considerando que dado un determinado ángulo, la radiancia es constante sobre la microlente, la solución a la integral anterior se puede escribir como

$$I_{f'}(x_2) = \frac{p}{f'} r_{\mu l}(0, -\frac{1}{f'} x_2).$$
(2.23)

Según se muestra en la Fig. 15 (b), el centro de cada píxel del sensor muestrea la radiancia para un determinado ángulo y para un intervalo de posiciones  $\Delta x_1^{pix} = p$ . Cada microlente muestrea un intervalo de ángulos que viene dado por  $\Delta \theta_1^{ul} = p / f'$  y la matriz de microlentes muestrea un rango de posiciones igual a p veces el número de microlentes, o lo que es lo mismo, el tamaño de la matriz de microlentes. Se puede obtener una representación de la radiancia en el plano de las microlentes reorganizando los valores de la irradiancia registrada por los píxeles del sensor, tal como se muestra en la Fig. 17. En esta disposición, cada línea vertical en el diagrama espacioangular está asociada a una microlente diferente, mientras que cada línea horizontal está asociada a una diferente inclinación de los rayos, o vista ortoscópica de la escena 3D.



Fig. 17. Para convertir los valores de la irradiancia capturada por el sensor en la radiancia, es necesario separar cada una de las imágenes elementales y depositarlas en el diagrama espacio-angular en la posición adecuada. La radiancia así construida se corresponde con la radiancia en el plano inmediatamente anterior al plano de la matriz de microlentes de un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de profundidad de campo.

#### 2.5.2. Modo de resolución

En el modo de resolución, la distancia entre el sensor luminoso y la matriz de microlentes es ligeramente mayor que la focal de las microlentes, g > f', de manera que el plano del sensor está conjugado con algún plano del espacio objeto. El plano conjugado con el sensor a través de las microlentes recibe el nombre de plano de referencia objeto. En el proceso de reconstrucción de la imagen, este modo proporciona imágenes con una buena resolución espacial en las proximidades del plano de referencia objeto, pero la profundidad de campo es más limitada y por tanto la resolución se degrada rápidamente a medida que nos alejamos de dicho plano. En la Fig. 18 (a) se muestra un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de resolución. Las distancias g y a están relacionadas mediante la ecuación de conjugación de Gauss

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f'}.$$
 (2.24)

Se analizará la distribución de radiancia en el plano del sensor en función de la radiancia en el plano de referencia objeto. En la Fig. 19 se muestra una vista ampliada de la microlente central de la matriz de la Fig. 18 (a).



Fig. 18. Sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de resolución. El centro de cada uno de los píxeles del sensor muestrea la radiancia de un determinado punto sobre el plano de referencia objeto y para un determinado rango de ángulos. (b) Representación en el dominio espacio-angular de la radiancia muestreada por un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de resolución.



Fig. 19. Vista ampliada de la microlente central del sistema de Imagen Integral esquematizado en la Fig. 18 (a).

Sea  $r_a(x_0, \theta_0)$  la radiancia en el plano de referencia objeto,  $\Pi_0$ , y  $r_g(x_2, \theta_2)$  la radiancia en el plano del sensor,  $\Pi_2$ . Según la Ec. (2.17), la radiancia en estos dos planos está relacionada por la expresión

$$r_{g}(\bar{u}_{2}) = r_{a}(A_{ag}^{-1}\bar{u}_{2}),$$
 (2.25)

donde la matriz  $A_{ag}$  viene dada por el producto de la matriz de traslación desde el plano de referencia objeto hasta la microlente,  $T_a$ , la refracción en la lente delgada,  $L_{f'}$ , y la traslación hasta el plano del sensor,  $T_g$ ,

$$\boldsymbol{A}_{ag} = \boldsymbol{T}_{a}\boldsymbol{L}_{f}\cdot\boldsymbol{T}_{g} = \begin{pmatrix} \frac{g}{a} & 0\\ \frac{1}{f} & \frac{a}{g} \end{pmatrix}.$$
 (2.26)

A partir de la Ec. (2.26), la Ec. (2.25) se puede escribir de la siguiente manera

$$r_{g}(x_{2},\theta_{2}) = r_{a}(\frac{g}{a}x_{2},\frac{a}{g}\theta_{2} - \frac{1}{f'}x_{2}).$$
(2.27)

Para determinar la expresión de la distribución de irradiancia capturada por el sensor, es necesario introducir la Ec. (2.27) en la Ec. (2.18), obteniendo el siguiente resultado

$$I_{g}(x_{2}) = \int_{\theta_{2}} r_{g}(x_{2}, \theta_{2}) d\theta_{2} = \int_{\theta_{2}} r_{a}(\frac{g}{a}x_{2}, \frac{g}{a}\theta_{2} - \frac{1}{f'}x_{2}) d\theta_{2}.$$
(2.28)

Como se puede ver en la Fig. 19, el centro de cada píxel integra la radiancia en un intervalo de ángulos  $\Delta \theta_2^{pix} = p / g$ . Se asumirá que la radiancia muestreada en un determinado punto del plano de referencia objeto es isótropa dentro del cono de luz recogido por cada una de las microlentes. En tal caso, la radiancia asociada a cualquiera de los rayos contenidos en dicho cono de luz es la misma que la asociada al rayo que une el punto de muestreo con el centro de la microlente, y que tiene una inclinación  $\theta_2 = -x_2 / g$ . Según esta aproximación, la solución de la integral de la Ec. (2.28) se puede escribir como

$$I_{g}(x_{2}) = \frac{p}{g} r_{a}(\frac{g}{a}x_{2}, -\frac{1}{g}x_{2}).$$
 (2.29)

Cada microlente muestrea una región de posiciones sobre el plano de referencia objeto igual a  $\Delta x_0^{\mu l} = -pa/g$ , que no es más que el tamaño de la imagen elemental multiplicado por el aumento lateral entre el plano del sensor y el plano de referencia objeto. A causa del aumento lateral, la resolución espacial con la que se muestrea la radiancia es |g/a| veces la resolución del sensor. En la Fig. 19 se puede ver que el centro de cada pixel muestrea una determinada posición  $x_0$  sobre el plano de referencia objeto y un intervalo de ángulos  $\Delta \theta_0^{pix} = -p/a$ . Asimismo, en esta misma figura, se puede observar que cada microlente muestrea un intervalo angular  $\Delta \theta_0^{\mu l} = p/g$ . Por tanto, el número de muestras angulares por microlente viene dado por el cociente  $\Delta \theta_0^{\mu l} / \Delta \theta_0^{pix} = -a/g$ .

Para cualquier  $a \neq g$  que satisfagan la Ec. (2.24), la cantidad total de información espacio-angular permanece constante. Esto es debido a que la resolución angular crece de manera inversamente proporcional a como disminuye la resolución espacial. A diferencia de lo que ocurre en el modo de profundidad de campo, la resolución espacial con la que se muestrea la radiancia no depende del número de microlentes; es una función de la resolución de cada imagen elemental y del solapamiento del campo visual de las distintas microlentes. Se puede obtener una representación de la radiancia en el plano  $\Pi_0$  reorganizando los valores de la irradiancia registrada por los píxeles de la imagen integral capturada  $I_g(x_2)$ . Como se muestra en la Fig. 20, cada una de las imágenes elementales capturadas en el sensor se corresponde con una línea de puntos inclinada en el diagrama espacioangular. La radiancia  $r_a(x_0, \theta_0)$  se obtiene a partir de  $I_g(x_2)$  simplemente recortando cada una de las imágenes elementales y depositándolas sobre el diagrama espacio-angular con la inclinación adecuada.



Fig. 20. Para convertir los valores de la irradiancia capturada por el sensor en la radiancia, es necesario separar cada una de las imágenes elementales y depositarlas en el diagrama espacio-angular en la posición adecuada. La radiancia así construida se corresponde con la radiancia en el plano de referencia objeto de un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de resolución.

## 2.6. Muestreo de la radiancia con un sistema de Imagen Integral de campo lejano

La escena 3D puede que esté alejada de la matriz de microlentes, por lo que la extensión angular de la matriz vista desde la escena es pequeña o muy pequeña. En este caso es necesaria una lente, o un acoplamiento de varias lentes que lleve la imagen de la escena 3D a las proximidades de la matriz de microlentes [48], [57]. De aquí en adelante nos referiremos indistintamente a esta lente, o acoplamiento de lentes, con el nombre de lente de campo. Si se utiliza un acoplamiento de lentes no telecéntrico, la imagen de la escena 3D estará ligeramente distorsionada, ya que el aumento lateral no es constante para los planos de la escena 3D situados a distintas profundidades. Al igual que la Imagen Integral de campo cercano, la Imagen Integral de campo lejano puede trabajar en el modo de resolución y en el modo de profundidad de campo. El análisis de estos sistemas es de especial interés ya que han sido amplio objeto de estudio en la comunidad de gráficos por ordenador, dónde la técnica se conoce con el nombre de Imagen Plenóptica [57], [63].

#### 2.6.1. Modo de profundidad de campo

En el modo de profundidad de campo, g = f', la lente de campo de focal  $f'_{LC}$  forma la imagen de algún plano  $\Pi$  de la escena 3D sobre la matriz de microlentes. Siendo *e* la distancia entre la lente de campo y la matriz de microlentes y *z* la distancia entre la lente de campo y el plano  $\Pi$  (ver Fig. 21), se cumple que

$$-\frac{1}{z} + \frac{1}{e} = \frac{1}{f_{LC}'}.$$
 (2.30)

Además, puesto que la distancia entre la lente de campo y la matriz de microlentes es mucho mayor que la focal de las microlentes, e >> f', se puede considerar en buena aproximación que el plano del sensor y la lente de campo están conjugados a través de las microlentes.



Fig. 21. Sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de profundidad de campo. La lente de campo forma la imagen de un plano  $\Pi$  del espacio objeto sobre la matriz de microlentes. El sensor se sitúa en el plano focal imagen de la matriz de microlentes.

Para conseguir que las imágenes elementales ocupen la mayor porción posible del sensor sin solapar entre ellas, es necesario seleccionar con cuidado los tamaños relativos de las aperturas de las microlentes y de la lente de campo. El marco de la lente de campo suele tener forma circular, aunque se puede apodizar con un diafragma que tenga la misma forma que las microlentes y así aprovechar al máximo el área del sensor. En la Fig. 22 se muestra un esquema 1D de los campos de iluminación media de un sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de profundidad de campo. La extensión de las imágenes elementales sobre el sensor viene dada por el campo de iluminación límite, pero como el sensor y la lente de campo están conjugados, los campos de iluminación plena y límite coinciden con los campos de iluminación media. Si el diámetro del diafragma iris situado junto a la lente de campo es menor que el diámetro de la propia lente, es el diafragma iris el que actúa como diafragma de campo, limitando la porción de la escena 3D visible a través de cada microlente, así como la extensión,  $\Delta_{IE}$ , que ocupa la imagen elemental sobre el sensor. Siendo  $\phi_{LC}$  el menor de los diámetros de la lente de campo y del diafragma iris, la relación óptima entre aperturas tiene lugar cuando se cumple que

$$\frac{\Delta_{IE}}{f'} = \frac{\phi_{LC}}{e}.$$
(2.31)

Cuando la relación entre las aperturas de la lente de campo y las microlentes es óptima, las imágenes elementales no solapan y se considera que las imágenes elementales están separadas por barreras ópticas.



Fig. 22. Campos de iluminación media de un sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de profundidad de campo. La relación óptima entre aperturas para que las imágenes elementales ocupen la mayor porción del sensor sin solapar entre ellas se produce cuando la apertura numérica de las microlentes es igual a la apertura numérica efectiva de la lente de campo.

El análisis sobre el muestreo de la radiancia llevado a cabo en el Apartado 2.5.1 para los sistemas de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de profundidad de campo, es muy similar al de los sistemas de Imagen Integral de campo lejano trabajando en este mismo modo. Sin embargo, el hecho de que las barreras ópticas que introduce la lente de campo sean oblicuas, produce que las posiciones en las que se muestrea la radiancia en el diagrama espacio-angular sean ligeramente distintas. En la Fig. 23 se muestra un esquema en el que las barreras ópticas oblicuas han sido representadas con líneas discontinuas.



Fig. 23. La extensión de las imágenes elementales sobre el sensor queda limitada por el diafragma de campo. En la configuración óptima, las imágenes elementales no solapan y se puede considerar que las imágenes elementales están separadas por barreras ópticas. A causa de la geometría del sistema óptico, las barreras ópticas son oblicuas.

Como se puede ver en la Fig. 24, el centro de cada píxel integra la radiancia en un intervalo de ángulos  $\Delta \theta_2^{pix} = p / f'$ , y cada microlente muestrea un intervalo de ángulos que viene dado por  $\Delta \theta_1^{\mu l} = \Delta_{IE} / f'$ . Las transformaciones que se aplican sobre el espacio de rayos para describir cómo se transforma la radiancia desde un plano situado justo antes al plano de las microlentes hasta el plano del sensor, son exactamente las mismas que se aplican en un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de profundidad de campo. Por tanto, las ecuaciones necesarias para describir la radiancia capturada por el sensor, son las mismas que para este tipo de sistemas. A pesar de ello, los ángulos situados en la misma posición local sobre cada microlente muestrean la radiancia correspondiente a ángulos distintos.



Fig. 24. Vista ampliada de la microlente central de un sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de profundidad de campo.

En la Fig. 25 se puede apreciar que, a causa de las barreras ópticas oblicuas, los píxeles situados en la misma posición local sobre cada imagen elemental ya no muestrean la radiancia correspondiente al mismo ángulo.



Fig. 25. (a) Sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de profundidad de campo. (b) Representación en el dominio espacio-angular de la radiancia muestreada por el sensor en un sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de profundidad de campo.

La representación de la radiancia en el plano situado justo antes de la matriz de microlentes,  $\Pi_1^-$ , se obtiene reorganizando los valores de la irradiancia registrada por los píxeles de la imagen integral según se muestra en la Fig. 26.



Fig. 26. Para convertir los valores de la irradiancia capturada por el sensor en la radiancia, es necesario separar cada una de las imágenes elementales y depositarlas en el diagrama espacio-angular en la posición adecuada. La radiancia así construida se corresponde con la radiancia en el plano inmediatamente anterior al plano de la matriz de microlentes de un sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de profundidad de campo.

#### 2.6.2. Modo de resolución

En el modo de resolución, la distancia entre las microlentes y el sensor se ajusta de manera que el plano de referencia objeto coincide con la imagen del plano  $\Pi$  a través de la lente de campo. El plano de referencia objeto puede estar situado por delante o por detrás de la matriz de microlentes. En la Fig. 27 se muestran dos esquemas de un sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de resolución, uno de ellos con el plano de referencia objeto situado por delante de la matriz de microlentes, y el otro, con el plano de referencia objeto situado detrás de la matriz de microlentes.



Fig. 27. Sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de resolución. La lente de campo forma la imagen de un plano  $\Pi$  del espacio objeto sobre el plano de referencia objeto. El plano del sensor está conjugado a través de las microlentes con el plano de referencia objeto y por tanto, a su vez, con el plano  $\Pi$  a través de la lente de campo. (a) Plano de referencia objeto situado delante de la matriz de microlentes. (b) Plano de referencia objeto situado detrás de la matriz de microlentes.

En el modo de resolución, el sensor y la lente de campo no están conjugados a través de las microlentes y, en consecuencia, el campo de iluminación límite ya no coincide con el campo de iluminación media. En la práctica, el efecto de viñeteado que se produce en cada imagen elemental no es muy acusado, y por consiguiente, al igual que en el modo de profundidad de campo, se suele emplear el campo de iluminación media para optimizar la relación entre las aperturas de las microlentes y la lente de campo. Como se puede ver en la Fig. 28, la relación óptima entre aperturas se produce cuando se cumple la siguiente relación

$$\frac{\Delta_{IE}}{g} = \frac{\phi_{LC}}{e-a}.$$
(2.32)



Fig. 28. Campos de iluminación media para un sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de resolución. La relación entre aperturas se ajusta de manera que las imágenes elementales no solapen unas con otras. (a) Plano de referencia objeto situado delante de la matriz de microlentes. (b) Plano de referencia objeto situado detrás de la matriz de microlentes.

El análisis llevado a cabo en el Apartado 2.5.2 sobre el muestreo de la radiancia para los sistemas de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de resolución, es el mismo que para los sistemas de Imagen Integral de campo lejano que trabajan en este mismo modo, por lo que las ecuaciones que describen la radiancia capturada por el sensor, son las mismas para ambas configuraciones. Como se puede ver en la Fig. 29, el centro de cada píxel integra la radiancia en un intervalo de ángulos  $\Delta \theta_2^{pix} = p / g$ , y cada microlente muestrea un intervalo de ángulos que viene dado por  $\Delta \theta_1^{\mu l} = \Delta_{IE} / g$ . Las posiciones en las que se muestrea la radiancia en el domino espacioangular, son ligeramente distintas con respecto a los sistemas de Imagen Integral de campo cercano. En la Fig. 30 se muestra el aspecto de la radiancia capturada por un sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de resolución y con el plano de referencia objeto situado frente a la matriz de microlentes.



Fig. 29. Vista ampliada de la microlente central de un sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de resolución. (a) Con el plano de referencia objeto situado delante del plano en el que está situada la matriz de microlentes.(b) Con el plano de referencia objeto situado detrás del plano en el que está situada la matriz de microlentes.

En la Fig. 31 se puede ver el aspecto que tiene la radiancia muestreada por un sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de resolución y con el plano de referencia objeto situado detrás de la matriz de microlentes.



Fig. 30. (a) Sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de resolución. El plano de referencia objeto está situado delante del plano de la matriz de microlentes. (b) Representación en el dominio espacio-angular del muestreo de la radiancia llevado a cabo por el sistema de Imagen Integral del apartado (a) de esta misma figura.



Fig. 31. (a) Sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de resolución. El plano de referencia objeto está situado detrás del plano de la matriz de microlentes. (b) Representación en el dominio espacio-angular del muestreo de la radiancia llevado a cabo por el sistema de Imagen Integral del apartado (a) de esta misma figura.

La representación de la radiancia en el plano de referencia objeto se obtiene reorganizando los valores de la irradiancia capturada por los píxeles de la imagen integral. En la Fig. 32, se muestra cómo se disponen sobre el diagrama espacio-angular los valores de la radiancia muestreados por el centro de los píxeles de las imágenes elementales.



Fig. 32. Radiancia capturada por el sensor de un sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de resolución. La radiancia así construida se corresponde con la radiancia muestreada en el plano de referencia objeto. Para convertir la imagen integral capturada por el sensor en la radiancia, es necesario separar cada una de las imágenes elementales y depositarlas en el diagrama espacio-angular en la posición y con la inclinación adecuada. (a) Con el plano de referencia objeto situado delante de la matriz de microlentes. (b) Con el plano de referencia objeto situado detrás de la matriz de microlentes.

#### 2.7. Reconstrucción computacional de la escena 3D

Una vez capturada la información 3D de una escena con un sistema de Imagen Integral, la reconstrucción computacional se lleva a cabo aplicando una serie de operaciones sobre la radiancia registrada. La reconstrucción de la escena 3D ha de plantearse, por una parte, como un reenfoque de diferentes planos de la escena atendiendo a su profundidad. Por otro lado, la reconstrucción también puede entenderse como un proceso que permitirá generar diferentes perspectivas de la escena cambiando el punto de vista de observación.

## 2.7.1. Reconstrucción computacional de la escena 3D en el plano de muestreo de la radiancia

De acuerdo con la Ec. (2.18), la integración angular de la radiancia capturada en el sensor, proporcionará una reconstrucción de la escena 3D enfocada en el plano de muestreo de la radiancia.

En el modo de profundidad de campo, el periodo con el que se muestrea la radiancia en el dominio espacial viene determinado por el periodo de la matriz de microlentes. Por tanto, la resolución final de la imagen reconstruida está limitada por el tamaño de las microlentes, y el número de píxeles de la imagen reconstruida será igual al número de microlentes en la matriz. Como la radiancia se muestrea en un plano situado justo antes del plano de la matriz de microlentes, la integración angular proporciona, en este caso, una imagen enfocada en dicho plano. En la Imagen Integral de campo cercano, ningún objeto puede estar situado físicamente sobre la matriz, por lo que al integrar angularmente, no aparecerá ninguna parte de la escena 3D enfocada. En cambio, en la Imagen Integral de campo lejano, el plano de la matriz de microlentes está conjugado con un plano del espacio objeto a través de la lente de campo, por lo que la sección transversal de la escena 3D situada sobre dicho plano, aparecerá nítidamente enfocada al llevar a cabo la integración angular.

En el modo de resolución, la resolución con la que se muestrea la radiancia en el dominio espacial es |g/a| veces la resolución del sensor, por lo que la resolución final de la imagen reconstruida es también |g/a| veces la resolución del sensor. En este modo la radiancia se muestrea en el plano de referencia objeto y la integración angular de la radiancia da lugar a una imagen enfocada en ese plano. Una vez construido el diagrama espacio-angular en el plano de muestreo, la reconstrucción computacional de la imagen enfocada en dicho plano se obtiene mediante la proyección y suma de la irradiancia registrada por los píxeles de cada imagen elemental en intervalos del tamaño adecuado. En el modo de profundidad de campo, los intervalos tienen el mismo tamaño que el periodo de las microlentes y por tanto, la operación de integración angular equivale a sumar los valores de todos los píxeles contenidos en cada microlente. En cambio, en el modo de resolución, los intervalos tendrán un tamaño que será |a/g| veces el tamaño del píxel,  $\Delta_{pix}$ , del sensor. En la Fig. 33 (a) se muestra, a modo de ejemplo, un esquema del proceso de integración angular para la radiancia capturada con un sistema de Imagen Integral de campo cercano que trabaja en el modo profundidad de campo, y en la Fig. 33 (b) se muestra el mismo esquema para la radiancia capturada con un sistema de Imagen Integral de campo cercano que trabaja en el modo de resolución.



Fig. 33 (a) Proyección y suma sobre la coordenada angular de la radiancia muestreada en el plano de las microlentes por un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de profundidad de campo. El tamaño de los intervalos de integración es igual al tamaño de las microlentes. (b) Proyección y suma sobre la coordenada angular de la radiancia muestreada en el plano de referencia objeto por un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de resolución. El tamaño de los intervalos de integración es igual de campo cercano trabajando en el modo de resolución. El tamaño de los intervalos de integración es |a / g| veces el tamaño del píxel del sensor.

## 2.7.2. Reconstrucción computacional de la escena 3D en planos distintos al de muestreo de la radiancia.

Uno de los principales puntos de interés de este tipo de sistemas de captura es la reconstrucción, no solo en el plano de muestreo de la radiancia, sino también en cualquier otro plano paralelo al mismo. Para ello se considera un plano cualquiera  $\Pi'$ , separado del plano  $\Pi$  en el que se ha muestreado la radiancia una cierta distancia t. Para analizar cómo es la radiancia en el nuevo plano, será necesario realizar una traslación de los rayos luminosos desde el plano de muestreo hasta el plano seleccionado. Aplicando la conservación de la radiancia descrita en la Ec. (2.14) y combinándola con las Ecs. (2.3) y (2.4), la radiancia correspondiente al nuevo plano  $\Pi'$  vendrá descrita por la siguiente relación

$$r'(\overline{u}') = r(x - t\theta, \theta). \tag{2.33}$$

Desde el punto de vista del diagrama espacio-angular, esta transformación puede interpretarse como una operación de cizalladura de la radiancia en la coordenada espacial. A modo de ejemplo, en la Fig. 34 se muestra la cizalladura que se aplica a la radiancia capturada por un sistema de Imagen Integral de campo cercano, trabajando en el modo de profundidad de campo, para obtener la distribución de radiancia en un plano situado a una cierta distancia frente a la matriz de microlentes. La cizalladura puede ser positiva o negativa dependiendo de si se quiere recuperar la radiancia en un plano situado por delante o por detrás del plano donde se ha muestreado la radiancia. Una vez aplicada la cizalladura, la reconstrucción de la escena 3D enfocada en el nuevo plano se consigue proyectando y sumando las irradiancias registradas en los píxeles, en intervalos del mismo tamaño que el periodo de la microlente.

El procedimiento esquematizado en la Fig. 34, es válido para cualquier otro sistema de Imagen Integral. Para ello tan solo es necesario cambiar las posiciones iniciales en las que se deposita la radiancia muestreada sobre el diagrama espacio-angular, y en el caso de trabajar en el modo de resolución, cambiar el tamaño del intervalo sobre el que se proyectan los valores de la radiancia muestreada.

La descripción que se ha realizado en este Apartado para el proceso de reconstrucción en profundidad de una escena 3D no es única, siendo posible encontrar en la literatura diferentes planteamientos [58], [117]-[118].



Fig. 34. (1) Radiancia muestreada por un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de profundidad de campo. (2) Procedimiento para obtener la radiancia en un plano distinto al de muestreo. (3) Reconstrucción de la escena 3D enfocada en un plano distinto al de muestreo. El tamaño del intervalo de integración es igual al periodo de la microlente.

#### 2.7.3. Generación computacional de vistas

Además del reenfoque selectivo de la escena 3D, también es posible reordenar los píxeles de la imagen integral para la visualización de la escena 3D con diferentes perspectivas. Cada uno de los píxeles que componen una imagen elemental recoge los rayos luminosos que le llegan con una determinada inclinación. Puesto que la resolución angular está relacionada con la resolución de cada una de las imágenes elementales, es posible obtener un mayor número de vistas o perspectivas cuanto mayor sea el número de píxeles contenido en cada una de ellas. El método más común para obtener diferentes vistas o perspectivas consiste en extraer los píxeles situados en la misma posición local sobre cada imagen elemental. Las imágenes formadas de esta manera reciben el nombre de subimágenes. Este procedimiento es aplicable independientemente de si la imagen ha sido capturada con un sistema de Imagen Integral de campo cercano o lejano, en el modo de resolución o en el modo de profundidad de campo.

## 2.7.3.1. Obtención de subimágenes con un sistema de Imagen Integral de campo cercano

Extrayendo los píxeles situados en la misma posición local de cada una de las imágenes elementales en un sistema de Imagen Integral de campo cercano, es posible componer una imagen de la escena vista desde el ángulo que subtienden dichos píxeles con respecto al centro de su microlente asociada [57]. El número de píxeles de cada subimagen es igual al número de microlentes en la matriz.

La base para la obtención de subimágenes con un sistema de Imagen Integral de campo cercano en el modo de profundidad de campo puede observarse en la Fig. 35. Las subimágenes así compuestas son ortográficas, es decir, cada uno de sus píxeles registra la información correspondiente al mismo ángulo en el espacio objeto.



Fig. 35. Procedimiento para la obtención de subimágenes con un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de profundidad de campo.

De igual manera, cuando se trabaja con un sistema de Imagen Integral de campo cercano en el modo de resolución, las subimágenes se obtienen extrayendo el mismo píxel de cada una de las imágenes elementales. A pesar de que los haces de rayos son convergentes, las vistas que así se obtienen son también ortográficas. Dado el centro de un píxel situado tras una microlente, el resto de centros de los píxeles situados en la misma posición local, reciben luz proveniente del mismo ángulo (ver Fig. 36).



Fig. 36. Procedimiento para la obtención de subimágenes con un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de resolución.

# 2.7.3.2. Obtención de subimágenes con un sistema de Imagen Integral de campo lejano

Las subimágenes obtenidas con los sistemas de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de profundidad de campo poseen una serie de peculiaridades que se analizarán a continuación. Como se puede ver en la Fig. 37 (a), los píxeles que están situados en la misma posición local sobre cada imagen elemental, están conjugados con la misma región de la lente de campo. En consecuencia, todos los píxeles de una subimagen tan solo reciben la luz procedente de la escena 3D que ha atravesado una determinada región de la lente de campo.

Cada subimagen contiene una perspectiva distinta de la escena, pero a diferencia de lo que ocurre en los sistemas de Imagen Integral de campo cercano, las perspectivas que así se obtienen no son ortográficas, sino cónicas. Esto es así porque cada uno de los píxeles que componen la subimagen recibe luz proveniente de un ángulo distinto del espacio objeto. Estas subimágenes son equivalentes a las imágenes elementales que se obtendrían con un sistema de Imagen Integral de campo cercano cuyas microlentes han sido situadas sobre el plano de la lente de campo. El tamaño de las microlentes del sistema equivalente viene dado por el tamaño del píxel del sensor multiplicado por el aumento lateral que proporcionan las microlentes del sistema original entre el plano del sensor y el plano dónde está situada la lente de campo. En la Fig. 37 (b) se muestra el sistema equivalente, en el que las imágenes elementales no están separadas por barreras paralelas, sino por barreras ópticas oblicuas.

La profundidad de campo asociada a cada subimagen es mucho mayor que la que se obtendría al capturar la imagen de la escena 3D únicamente con la lente de campo. El precio a pagar por el aumento en la profundidad de campo es la obtención de una imagen con baja resolución espacial, en la que el número de píxeles viene dado por el número de microlentes en la matriz, y que en la práctica no supera los 0.1 megapíxeles.



Fig. 37. (a) Los píxeles situados en la misma posición local sobre cada imagen elemental, están conjugados con la misma región de la lente de campo a través de su microlente correspondiente. (b) Las subimágenes obtenidas con un sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de profundidad de campo, son equivalentes a las imágenes elementales que se obtendrían con un sistema de Imagen Integral de campo cercano, pero con un arreglo de barreras opacas oblicuas.

En el modo de resolución, las subimágenes que se obtienen tampoco son ortográficas a causa de las barreras ópticas oblicuas que introduce la lente de campo (ver Apartado 2.6.2). Los píxeles situados en la mima posición local sobre cada imagen elemental ya no están conjugados con una determinada región de la lente de campo, debido a que en esta configuración el sensor está conjugado con el plano de referencia objeto y no con la lente de campo.

## 2.7.3.3. Obtención de vistas de la escena 3D con perspectiva cónica desde una posición arbitraria

Adicionalmente, se pueden obtener vistas con perspectiva cónica desde una posición arbitraria, seleccionando el periodo con el que se extraen los píxeles de cada una de las imágenes elementales [121]. Este método es aplicable a cualquier sistema de Imagen Integral, ya sea de campo cercano o lejano, en el modo de resolución o de profundidad de campo. En las vistas con perspectiva cónica, la imagen integral se muestrea a través de un punto de fuga que está unido al centro de cada una de las microlentes. A modo de ejemplo, en la Fig. 38, se muestra un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de resolución. El periodo con el que se extraen los píxeles de cada imagen elemental está marcado por la posición del punto de fuga, por el periodo entre microlentes y por la distancia entre la matriz de microlentes y el sensor. Este es el tipo de perspectivas que se obtienen con una cámara estenopeica.



Fig. 38. Esquema del procedimiento para la obtención de vistas con perspectiva cónica desde una posición arbitraria.
### **3.** Aumento de la densidad de muestreo de la radiancia en sistemas de Imagen Integral trabajando en el modo de profundidad de campo

En este Capítulo se propondrá un método para aumentar la resolución espacial de las imágenes reconstruidas a partir de la información capturada con un sistema de Imagen Integral de campo cercano o de campo lejano, trabajando en el modo de profundidad de campo [122].

#### 3.1. Método propuesto

De acuerdo con los Apartados 2.5.1 y 2.6.1, el límite de resolución espacial de un sistema de Imagen Integral de campo cercano o lejano, trabajando en el modo de profundidad de campo, es igual al periodo de las microlentes de la matriz, y el número de píxeles de las imágenes reconstruidas es igual al número de microlentes en la matriz. Para evitar los efectos difractivos, el periodo de la matriz de microlentes no debe ser menor de 100 micras. Esto limita la resolución de las imágenes reconstruidas computacionalmente ya que, por ejemplo, para un sensor digital de formato completo, cuyas dimensiones son de 36 mm × 24 mm, el número de píxeles de la imagen reconstruida está limitado aproximadamente a 360×240 píxeles. Esta limitación se podría evitar empleando sensores más grandes, sin embargo, también hay un límite en este caso, ya que las lentes de las cámaras fotográficas se diseñan para estar libres de aberraciones en un determinado rango angular. Para mejorar la resolución de la imagen reconstruida, proponemos incrementar el número efectivo de microlentes empleadas en el proceso de captura mediante el registro de dos imágenes integrales. Tras capturar una primera imagen integral, el sensor se mantiene estático y la matriz de microlentes se desplaza una determinada distancia en la dirección adecuada. Dependiendo de la geometría en la que están organizadas las microlentes sobre la matriz, la distancia y dirección en la que se debe mover la matriz de microlentes es distinta. Para determinar el movimiento, en primer lugar es necesario conocer la distribución de los centros de las microlentes. Una vez conocido esto, es necesario hallar la porción más simple de la distribución que al repetirse mediante traslación reproduce las posiciones de los centros de las microlentes sobre la matriz. La distribución queda totalmente definida por un paralelogramo (al que se denominará como celda unidad), dos traslaciones (l,m) y y el ángulo  $\omega$  que forman entre ellas. En la Fig. 39 se muestra como ejemplo la red de puntos definida por los centros de las microlentes de una matriz con microlentes cuadradas. En este caso la celda unidad es cuadrada, las traslaciones son iguales al periodo entre microlentes, l = m = p y el ángulo entre ellas es de  $\omega = 90^{\circ}$ .



Fig. 39. Red de puntos definida por los centros de las microlentes de una matriz con microlentes cuadradas. El cuadro rojo define la celda unidad, y  $\omega$  el ángulo entre los vectores que permiten replicar toda la red trasladando la celda unidad a lo largo de las direcciones que definen.

A continuación se calcula la posición del centroide de la celda unidad. El módulo y el sentido de los vectores definidos por las líneas que unen los vértices de la celda unidad y su centroide, definen los posibles movimientos de traslación que se pueden aplicar sobre la matriz de microlentes para muestrear la radiancia de manera óptima y así aumentar la resolución espacial de las imágenes reconstruidas.

Siguiendo con el ejemplo de la matriz con microlentes cuadradas, los cuatro vectores de la forma (x, y) que definen las cuatro posibles traslaciones de la matriz, vienen dados por: (p/2, p/2), (-p/2, -p/2), (-p/2, p/2), (p/2, -p/2). Cualquiera de estas traslaciones conlleva mover la matriz de microlentes una distancia  $p/\sqrt{2}$  a lo largo de alguna de las diagonales de la celda unidad. La segunda imagen integral se captura para la nueva posición de la matriz de microlentes, y a partir de las dos imágenes integrales se compone una nueva imagen integral entrelazando las imágenes elementales en la posición espacial en las que fueron capturadas originalmente. El resultado es una imagen integral en la que el periodo efectivo entre microlentes se ha reducido en un factor  $\sqrt{2}$  (ver Fig. 40). El número de píxeles en las imágenes reconstruidas aumentará por tanto en un factor 2. La técnica de mover la matriz de microlentes ya fue propuesta en el contexto de la Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de resolución [137]. Sin embargo, en esa configuración no existe una proporcionalidad entre el número de movimientos y la mejora de resolución.



Fig. 40. (a) Malla de puntos definida por las posiciones de los centros de las microlentes de una matriz con microlentes cuadradas en el proceso de captura convencional.(b) Malla de puntos definida por las posiciones de los centros de las microlentes de una matriz con microlentes cuadradas en el proceso de doble captura.

#### 3.2. Resultados experimentales

Para demostrar la viabilidad de la técnica propuesta, se aplicó a un sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de profundidad de campo. En la Fig. 41 se muestra una fotografía del experimento que se llevó a cabo. Se empleó una lente de campo de focal  $f'_{LC} = 100$  mm para conjugar un plano intermedio de la escena 3D con el plano en el que estaba situada la matriz de microlentes. Las microlentes tenían una focal f' = 0.93 mm y estaban organizadas en una matriz cuadrada, con un perio-

do de separación entre ellas p = 0.222 mm. En lugar de situar directamente el sensor tras la matriz de microlentes separado una distancia igual a su focal, se empleó un objetivo macro 1:1 como vehículo para llevar las imágenes elementales desde el plano focal imagen de las microlentes hasta un sensor luminoso situado dentro del cuerpo de una cámara fotográfica Canon EOS 500D. La matriz de microlentes estaba montada en una plataforma que permitía moverla con precisión micrométrica en un plano perpendicular al eje óptico. Para capturar la segunda imagen integral, se movió la matriz de microlentes 0.157 mm a lo largo de una de las diagonales de la celda unidad, es decir, 0.111 mm en horizontal y 0.111 mm en vertical.



Fig. 41. Montaje para la demostración experimental de la técnica de doble captura.

La primera imagen integral que se capturó estaba compuesta por 4356 (99×44) imágenes elementales con 41×41 píxeles cada una. La segunda imagen integral que se capturó tenía, lógicamente, el mismo número de imágenes elementales y el mismo número de píxeles por imagen elemental. Después de combinar ambas imágenes integrales, se obtuvo una imagen integral compuesta por 8712 (aprox. 140×62) imágenes elementales también con 41×41 píxeles cada una. El número de imágenes elementales en la imagen integral final es el doble del que se obtiene en un solo proceso de captura.

Empleando el procedimiento descrito en el Apartado 2.7.3.2, se calcularon dos subimágenes; la primera extrayendo el píxel central de una de las imágenes integrales obtenidas con el método convencional (ver Fig. 42 (a)) y la segunda extrayendo también el píxel central de cada imagen elemental de la imagen integral obtenida a partir del método propuesto. La primera subimagen tiene un total de 99×44 píxeles y la segunda 140×62 píxeles. La resolución espacial obtenida en la reconstrucción con el proceso de doble captura es claramente superior a la obtenida con el método convencional.



Fig. 42. Subimagen central obtenida: (a) con el método convencional, (b) con el método propuesto de doble captura.

También se aplicó el algoritmo de reconstrucción basado en el método descrito en el Apartado 2.7.2 para reconstruir la escena enfocada a distintas profundidades. En la Fig. 43 se muestran las reconstrucciones en los planos en los que estaban situados los dados. En la columna de la derecha se muestran las reconstrucciones obtenidas a partir de la radiancia muestreada en el proceso de doble captura, mientras que en la columna de la izquierda se muestran las reconstrucciones obtenidas a partir de la radiancia muestreada con una sola captura. La mejora en la resolución espacial de las reconstrucciones a diferentes profundidades se aprecia a simple vista.

En lugar de mover la matriz de microlentes con un actuador mecánico, en futuros prototipos pretendemos introducir una variación lineal de fase en la trayectoria de los haces de luz capturados por las microlentes y así generar el desplazamiento deseado en las imágenes elementales. Esta variación lineal de fase se puede generar insertando una lámina de vidrio frente a la matriz de microlentes, que en la primera captura está situada paralela a la matriz de microlentes y en la segunda captura ha sido girada un determinado ángulo en la dirección adecuada. Este mecanismo es similar al espejo replegable que se

emplea en las cámaras réflex. También estamos trabajando en introducir una variación lineal de fase empleando un modulador de cristal líquido, ya que así el sistema es mucho más compacto y no necesita elementos móviles.



Fig. 43. En las dos columnas se muestra la reconstrucción computacional de la escena a diferentes profundidades. Las reconstrucciones de la columna de la izquierda se han obtenido a partir de la información registrada en una sola captura con un sistema de Imagen Integral de campo lejano trabajando en el modo de profundidad de campo. Las reconstrucciones de la columna de la derecha se han obtenido con un sistema de Imagen Integral del mismo tipo, pero aplicando el sistema de doble captura propuesto.

### 4. Supresión del trenzado de facetas

Una de las limitaciones esenciales de los sistemas de Imagen Integral que trabajan en el modo de resolución es el trenzado de facetas. La existencia de este fenómeno se manifestó en algunas publicaciones [115]-[116], pero no se comprendió su naturaleza hasta que Martínez-Cuenca y colaboradores lo analizaron en profundidad [84]. En este Capítulo se estudiarán las causas de este fenómeno y se propondrá una solución al mismo [85].

#### 4.1. Reconstrucción óptica de la escena 3D

Para entender las causas del trenzado de facetas en los sistemas de Imagen Integral que trabajan en el modo de resolución, es necesario comenzar por el análisis de la configuración más básica para la captura y reconstrucción óptica de imágenes 3D con estos sistemas. Considérese, por ejemplo, un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de resolución (ver Fig. 44 (a)). Con la finalidad de simplificar los esquemas, se considerará que la escena 3D está constituida por un único objeto, situado a una distancia z de la matriz de microlentes. En el proceso de captura, el sensor luminoso se sitúa a una distancia g tras una matriz de microlentes de focal f', de manera que está conjugado con un plano del espacio objeto situado a una distancia a de la matriz. Las distancias a y g están relacionadas según la Ec. (2.24). Cada una de las microlentes genera sobre el sensor luminoso una imagen 2D que contiene una perspectiva ligeramente distinta del objeto 3D. Las regiones de la escena que recaen sobre el plano de referencia objeto, aparecen sobre el sensor escaladas en un factor

$$M_0 = \frac{g}{a},\tag{4.1}$$

y están separadas una distancia

$$\Delta_0 = p(1 - M_0), \tag{4.2}$$

siendo p el periodo de la matriz de microlentes.



Fig. 44. Esquema de la configuración básica empleada para la captura de la imagen integral de una escena 3D con un sistema de Imagen Integral trabajando en el modo de resolución. (a) Con el objeto 3D situado sobre el plano de referencia objeto. (b) Con el objeto 3D situado detrás del plano de referencia objeto. (c) Con el objeto 3D situado delante del plano de referencia objeto.

Como se puede ver en la Fig. 44 (b) y (c), las regiones de la escena situadas fuera del plano de referencia objeto, se registran sobre el sensor con un aumento lateral

$$M = \frac{g}{z},\tag{4.3}$$

mientras que la distancia entre réplicas viene dada por

$$\Delta = p(1-M). \tag{4.4}$$

La luz proveniente de los objetos situados fuera del plano de referencia objeto no focaliza sobre el sensor, pero se asumirá que durante el proceso de captura, la profundidad de campo asociada a cada microlente es suficiente para que la imagen de estos objetos aparezca nítida sobre el sensor. Incluso en los casos en los que hay partes de la escena 3D situadas fuera de la profundidad de campo de las microlentes, es posible aplicar alguno de los métodos descritos en [120]-[123] para incrementar la profundidad de campo.

En el proceso de reconstrucción, las imágenes elementales se muestran en un monitor situado frente a una matriz de microlentes de las mismas características que la empleada en el proceso de captura. La distancia,  $g_R$ , entre el monitor y la matriz de microlentes se ajusta de manera que sea la misma que la distancia, g, entre el sensor luminoso y las microlentes durante el proceso de grabación. Esta configuración permite la reconstrucción de una imagen situada en la misma posición con respecto a la matriz de microlentes en la que estaba el objeto original durante el proceso de captura. El plano conjugado con el monitor a través de la matriz de microlentes, situado a una distancia  $a_R$  de ella, recibe el nombre de plano de referencia imagen, y el plano donde se reconstruye el objeto, situado a una distancia  $z_R$  de la matriz, se denomina plano de reconstrucción.

Las partes de la escena 3D que durante el proceso de captura estaban situadas sobre el plano de referencia objeto, se reconstruirán sobre el plano de referencia imagen (ver Fig. 45 (a)). En ese plano, las imágenes se reconstruyen con una buena resolución espacial, ya que los conos luminosos que emergen de las microlentes convergen sobre el mismo. Los puntos de la escena 3D que no pertenecían al plano de referencia objeto, se reconstruyen con peor resolución espacial. Esto es debido a que en esos casos, los conos de rayos que emergen de las microlentes también convergen sobre el plano de referencia imagen, pero se cruzan en la posición en la que los puntos estaban situados con respecto a la matriz de microlentes (ver Fig. 45 (b) y (c)). La resolución espacial de la imagen reconstruida empeora a medida que aumenta la distancia entre el plano de reconstrucción y el plano de referencia imagen.

Teniendo en cuenta la estructura pixelada del monitor, y dentro de la aproximación de la Óptica Geométrica, el límite de resolución sobre el plano de referencia imagen,  $\eta_a$ , viene dado por

$$\eta_a = \Delta_{pix} \left| \frac{a_R}{g_R} \right|,\tag{4.5}$$

donde  $\Delta_{pix}$  es el tamaño del píxel del monitor. El límite de resolución de una imagen reconstruida sobre un plano situado a una distancia  $z_R$  de la matriz de microlentes, se obtiene como

$$\eta_z = \Delta_{pix} \left| \frac{z_R}{g_R} \right| + p \left| \frac{a_R - z_R}{a_R} \right|.$$
(4.6)

Como se puede ver en esta ecuación, la manera más directa de mejorar la resolución lateral de la imagen reconstruida, consiste en reducir el periodo de la matriz de microlentes y el tamaño de los píxeles empleados en el monitor. Sin embargo, el periodo de la matriz no se puede reducir de manera indefinida, ya que cuanto menor es el tamaño de las microlentes, mayor es el desenfoque causado por los efectos difractivos. Adicionalmente, no tiene sentido reducir el tamaño de los píxeles por debajo del límite de resolución impuesto por la respuesta impulsional de las microlentes.



Fig. 45. Esquema de la configuración básica empleada para la reconstrucción óptica de una escena 3D a partir de la imagen integral de una escena 3D capturada con un sistema de Imagen Integral de campo cercano en el modo de resolución. (a) Con el objeto 3D situado sobre el plano de referencia imagen. (b) Con el objeto 3D situado delante del plano de referencia imagen. (c) Con el objeto 3D situado detrás del plano de referencia imagen.

#### 4.2. Naturaleza del trenzado de facetas

El trenzado de facetas aparece en los sistemas de Imagen Integral que trabajan en el modo de resolución durante el proceso de visualización de la imagen reconstruida. Este fenómeno se produce a causa del conflicto entre la capacidad de formar imágenes de las microlentes, la acomodación del sistema visual del observador y la necesidad de la intersección de conos luminosos para la reconstrucción dela escena 3D. El receptor final de la imagen en el proceso de visualización es el ojo del observador. Por ello es necesario analizar el proceso de visualización de la imagen reconstruida por parte de un observador situado frente a un monitor de Imagen Integral. Para evitar la inducción de vergencias fusionales divergentes en el sistema visual, se considerará que el observador está situado siempre a una distancia de la matriz de microlentes mayor que la parte de la escena 3D que se reconstruye más alejada de la matriz. La tendencia natural del sistema visual es ajustar la acomodación de los ojos de manera que las imágenes que se forman sobre la retina estén enfocadas y los ejes ópticos de los globos oculares convergen sobre el objeto de interés. Por tanto, los ojos de un observador situado frente al monitor de Imagen Integral, acomodarán sobre el plano de reconstrucción, que es la posición donde se cruzan los conos luminosos que reconstruyen el objeto 3D [22]-[23]. Sin embargo, cuando la escena 3D está compuesta por múltiples objetos, cada uno de ellos situado a una distancia distinta con respecto a la matriz de microlentes, los ojos del observador no puede acomodar simultáneamente a todos ellos. En ese caso, el observador selecciona un determinado objeto, fijando la acomodación sobre plano en el que está situado. El plano al que enfocan los ojos del observador recibe el nombre de plano de visualización. Para simplificar el análisis, se considerará un observador monocular situado frente al monitor de Imagen Integral esquematizado en la Fig. 46 (a), que fija su acomodación sobre un plano situado entre la matriz de microlentes y el plano de reconstrucción. El objeto 3D se reconstruye correctamente sobre el plano de reconstrucción, ya que las imágenes del objeto 3D proyectadas a través de cada una de las microlentes, coinciden en tamaño y posición sobre dicho plano. En cambio, sobre el plano de visualización se generan una serie de imágenes de menor tamaño que el objeto

original y desplazadas unas con respecto a otras. El observador situado frente a la matriz de microlentes visualiza una porción distinta de la imagen reconstruida a través de cada microlente. Tales porciones reciben el nombre de facetas. En la Fig. 46 (b) se puede apreciar que las porciones de objeto contenidas en cada faceta están desplazadas unas con respecto a otras. La imagen visualizada por el observador en esta configuración se dice que sufre de trenzado de facetas directo.



Fig. 46. (a) Reconstrucción óptica de un objeto 3D capturado con un sistema de Imagen Integral de campo cercano en el modo de resolución. (b) Visualización de la imagen reconstruida por un observador monocular que acomoda a un plano situado entre la matriz de microlente y el plano de reconstrucción. La imagen reconstruida sufre de trenzado de facetas directo.

Considérese el mismo sistema de Imagen Integral que en el caso anterior, pero ahora los ojos del observador acomodan sobre un plano situado más alejado de la matriz de microlentes que el plano de reconstrucción. Las réplicas que se generan sobre el plano de visualización están también desplazadas unas con respecto a otras, pero el tamaño de estas réplicas es mayor que el del objeto original (ver Fig. 47 (a)). El aspecto de la imagen visualizada por el observador se muestra en la Fig. 47 (b). Al igual que en la configuración anterior, las porciones del objeto 3D contenidas en cada faceta están desplazadas unas con respecto a otras, pero en sentido inverso. Este tipo de imágenes se dice que sufre de trenzado de facetas inverso.



Fig. 47. (a) Reconstrucción óptica de un objeto 3D capturado con un sistema de Imagen Integral de campo cercano en el modo de resolución. (b) Visualización de la imagen reconstruida por un observador monocular que acomoda a un plano situado más alejado del monitor que el plano de reconstrucción. La imagen reconstruida sufre de trenzado de facetas inverso.

Por tanto, cuanto más alejado está el plano de visualización del plano de reconstrucción, más acusado es el trenzado de facetas. Las imágenes visualizadas presentan un aspecto discontinuo, especialmente para las zonas del objeto con cambios abruptos de luminancia o color. No obstante, el trenzado de facetas tan solo se manifiesta en las proximidades del plano de referencia imagen debido a que, a medida que el plano de visualización se aleja del plano de referencia imagen, la resolución lateral de la imagen reconstruida comienza a empeorar, hasta el punto en que el emborronamiento es tal que el observador no es capaz de apreciar las discontinuidades en las facetas.

Las degradaciones causadas por el trenzado de facetas son inaceptables si se quiere implementar un monitor 3D basado en la Imagen Integral. Como se puede ver en la Fig. 48, la única situación en la que no se produce el trenzado de facetas tiene lugar cuando el plano de visualización coincide con el plano de reconstrucción. Sin embargo, esta situación tan solo es posible cuando la escena 3D está compuesta por uno o varios objetos de poca extensión axial, situados a la misma distancia de la matriz de microlentes.

Para solventar las degradaciones causadas por el trenzado de facetas, en nuestro grupo de investigación hemos propuesto una solución que consiste en situar la imagen integral capturada en el plano focal objeto de las microlentes durante el proceso de reconstrucción,  $g_R = f'$ . Este ajuste permite que no exista ningún plano conjugado con el plano del monitor y que por tanto, no se genere el conflicto entre la acomodación del sistema visual del observador y la capacidad de formar imágenes de cada una de las microlentes. Sobre el plano de visualización ya no se forman réplicas nítidas del objeto desplazadas unas con respecto a otras, debido a que en esta configuración las microlentes no forman imágenes. El observador no percibe el efecto del trenzado de facetas, sino una versión desenfocada del objeto. El grado de desenfoque aumenta a medida que aumenta la distancia entre el plano de reconstrucción y el plano de visualización. En la Fig. 49 se muestra el proceso de reconstrucción óptica cuando se aplica el método propuesto.



Fig. 48. Visualización de la imagen reconstruida por un sistema de Imagen Integral de campo cercano en el modo de resolución cuando el plano de reconstrucción coindice con el plano de visualización. En esta configuración el observador visualiza el objeto sin ningún tipo de distorsión. Esta situación se da tan solo cuando la escena 3D está compuesta por uno o varios objetos de poca extensión axial, situados a la misma distancia de la matriz de microlentes.

El único requisito para que no se produzcan distorsiones en la imagen reconstruida es que los parámetros del sistema de captura sean idénticos a los del sistema de reproducción, o al menos, que todos los parámetros se escalen por igual [21]. En el método propuesto, g es distinta a  $g_R = f'$ , por lo que producirá una distorsión axial en la imagen reconstruida. Sin embargo, desde el punto de vista experimental y para una configuración en la que g no es muy distinta de f', la distorsión axial es imperceptible para un observador que visualiza la imagen reconstruida. En esta configuración, la resolución espacial de la imagen reconstruida viene dada por

$$\eta_z = \Delta_{pix} \left| \frac{z_R}{f!} \right| + p. \tag{4.7}$$

Cuando se comparan las Ecs. (4.6) y (4.7), es fácil ver que al hacer  $g_R = f'$ , la resolución de las imágenes reconstruidas en las proximidades del plano de referencia imagen es peor que si  $g_R = g$ . Sin embargo, la resolución espacial de la imagen reconstruida es mejor para planos alejados del plano de referencia imagen.



Fig. 49. Método propuesto para eliminar el trenzado de facetas en la escena reconstruida. El monitor se sitúa en el plano focal objeto de las microlentes, de manera que no hay ningún plano del espacio imagen conjugado con el plano del monitor. El observador visualiza el objeto con un desenfoque que es tanto más acusado a medida que aumenta la distancia entre el plano de reconstrucción y el plano de visualización.

#### 4.3. Resultados experimentales

Para poner de manifiesto la existencia del trenzado de facetas y mostrar la magnitud de sus efectos, se llevó a cabo el siguiente experimento: sobre una mesa óptica se preparó una escena 3D compuesta por un pequeño muñeco, un árbol y una casa de juguete. La extensión lateral de la escena era de unos 30 cm mientras que la extensión axial era de unos 20 cm (ver Fig. 50).



Fig. 50. Esquema del montaje experimental para la adquisición de las imágenes elementales empleando el método de la Imagen Integral de Apertura Sintética. La cámara digital se desplaza a distintas posiciones prefijadas sobre un plano para capturar distintas perspectivas de la escena 3D.

A la hora de adquirir las imágenes elementales, en lugar de emplear una matriz de microlentes, se empleó el método conocido como Imagen Integral de Apertura Sintética [129], en el que las imágenes elementales se capturan con una cámara digital que se desplaza con un sistema mecánico a distintas posiciones sobre un plano. La focal de la cámara se fijó en f' = 50 mm. El sensor de la cámara estaba conjugado con el plano del muñeco, que estaba situado a 48 cm del objetivo de la cámara, lo que establecía la distancia de captura en g = 55.8 mm. El número f se fijó en f # = 3.5 para que la profundidad de campo fuera suficiente como para que las imágenes del árbol y de

la casa apareciesen nítidamente sobre el sensor. Se capturó un conjunto de  $41H\times21V$  imágenes desplazando la cámara en horizontal y en vertical con un periodo p = 10 mm. Debido a que el sensor CMOS de la cámara tiene un tamaño de 22.2 mm × 14.8 mm, se recortó la parte más exterior de cada imagen para que coincidiese con el periodo de captura. La imagen integral final se compone de  $41H\times21V$  imágenes elementales de tamaño 10 mm × 10 mm y con 1972×1972 píxeles cada una.

Con el objetivo de simular una reconstrucción en un sistema de proyección compuesto por un monitor y una matriz de microlentes realistas, todos los parámetros de captura se escalaron a la baja en un factor 10. El periodo de la matriz de microlentes pasó a ser p = 1 mm, la distancia de reproducción g = 5.58 mm, la focal f' = 5 mm y las imágenes elementales tenían un tamaño de 1 mm × 1 mm. Para esta simulación se seleccionó un monitor con píxeles de 40 µm × 40 µm, por lo que el número de píxeles de cada imagen elemental se reescaló a 25×25 píxeles. En la Fig. 51 se muestran dos de estas imágenes elementales.



Fig. 51. Ejemplo de dos imágenes elementales extraídas de una misma fila de la imagen integral.

El proceso de visualización de la imagen reconstruida se simuló computacionalmente según se muestra en el esquema de la Fig. 52. En primer lugar se selecciona el plano al que enfoca el ojo de un observador monocular situado frente al monitor de Imagen Integral. Como se ha mencionado en el Apartado 4.2, el sistema visual tiende a acomodar al plano en el que se genera una imagen nítida, por lo que el observador acomodará sobre alguno de los tres objetos reconstruidos. En la simulación se consideró que el observador fijaba su acomodación sobre el plano de reconstrucción del muñeco, que en este experimento coincide con el plano de referencia imagen. Cuando los parámetros del sistema se escalan de manera homogénea, las distancias entre la matriz de microlentes y los diferentes planos de reconstrucción se escalan en el mismo factor, por lo que el plano de reconstrucción del muñeco estaba situado ahora a 48 mm de la matriz. A continuación se selecciona el tamaño y el número de píxeles de la imagen reconstrucción se obtiene como la suma de las intensidades de los píxeles del monitor sobre los que inciden los rayos que unen el centro de dicho píxel y el centro de cada microlente.

El ojo del observador se situó a una distancia L = 500 mm de la matriz de microlentes. La pupila de entrada del ojo del observador se consideró que tenía un diámetro de 2.4 mm. Para el cálculo de la imagen visualizada, de todos los rayos luminosos que llegan al plano de reconstrucción, tan solo se tienen en cuenta los que pasan a través de la pupila de entrada del ojo del observador.



Fig. 52. Esquema de la simulación numérica empleada en el proceso de visualización de la imagen reconstruida.

De cada una de las microlentes no emergen rayos, sino haces luminosos cuya extensión lateral viene dada por la Ec. (4.6). Por ello, es necesario convolucionar la imagen obtenida sobre el plano de visualización mediante proyección de rayos con una figura geométrica cuya forma y tamaño queda definido por la forma de la microlente y la distancia al plano de la matriz. En esta simulación los haces luminosos convergen sobre el plano de visualización, y por tanto no es necesario llevar a cabo la convolución. Asimismo, en la simulación también se impone la existencia de barreras opacas entre imágenes elementales, de manera que la luz emitida por los píxeles de una imagen elemental tan solo puede proyectarse a través de la microlente que tiene delante y no a través de las microlentes adyacentes.

En la Fig. 53 se muestra el resultado de esta simulación para dos posiciones laterales distintas del observador. Nótese que a pesar de que el observador fija su acomodación sobre el plano del muñeco, el resto de objetos aparecen también enfocados sobre su retina. Sin embargo, los objetos situados fuera del plano de visualización presentan el fenómeno del trenzado de facetas, especialmente la casa, que al estar más alejada del plano de visualización, muestra un claro trenzado de facetas inverso.



Fig. 53. Resultado de la simulación del proceso de visualización de la escena 3D reconstruida con  $g_R = -g$ . Las dos perspectivas corresponden a un observador monocular, situado a una distancia L = 500 mm de las microlentes, que se desplaza a dos posiciones laterales distintas. El plano de visualización coincide con el plano del muñeco.

A continuación se simuló el proceso de visualización de la imagen reconstruida según el método propuesto para eliminar el trenzado de facetas. Los parámetros de esta simulación y el número de imágenes elementales empleadas son los mismos que en la simulación anterior, p = 1 mm, f' = 5 mm y el tamaño de las imágenes elementales es de 1 mm × 1 mm. La única diferencia es que la distancia de reproducción se ajusta ahora de manera que  $g_R = -f' = -5$  mm. En esta configuración, cada punto del monitor genera un haz luminoso colimado a través de cada microlente, cuya extensión lateral es aproximadamente igual al tamaño de la microlente. Las microlentes empleadas en la simulación tienen forma circular, por lo que la imagen sobre el plano de visualización se convoluciona con una función escalón 2D de forma circular, cuyo diámetro viene determinado por la Ec. (4.7).

El observador se sitúa de nuevo a una distancia L = 500 mm de la matriz de microlentes y acomoda sobre el plano del muñeco. En la Fig. 54 se muestra el resultado de esta simulación para dos posiciones laterales distintas del observador. Como se puede observar en la figura, el efecto del trenzado de facetas ha desaparecido y la resolución es más homogénea en toda la escena 3D. A pesar de que el muñeco está más desenfocado que en la simulación anterior, el método propuesto ha permitido suprimir el trenzado de facetas de la escena visualizada.



Fig. 54. Resultado de la simulación del proceso de visualización de la escena 3D reconstruida con  $g_R = -f'$ . Las dos perspectivas corresponden a un observador monocular, situado a una distancia L = 500 mm de las microlentes, que se desplaza a dos posiciones laterales distintas. El plano de visualización coincide con el plano del muñeco.

# 5. Algoritmos para restaurar la naturaleza ortoscópica de las imágenes integrales.

En el proceso de reconstrucción, las imágenes capturadas con un sistema de Imagen Integral tienen el relieve invertido con respecto a la escena original. En el presente Capítulo se analizará este fenómeno y se discutirán algunas soluciones propuestas en la literatura para solventarlo. Asimismo, se propondrá un nuevo método y se discutirán las ventajas del método propuesto con respecto a los ya existentes [69]-[70].

#### 5.1. Naturaleza pseudoscópica de las imágenes reconstruidas

Para comprender el fenómeno de la inversión en profundidad de las imágenes reconstruidas, se analizará a continuación la configuración básica para la captura y reproducción de imágenes 3D con un sistema de Imagen Integral. El análisis se llevará a cabo con un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de resolución, pero es igualmente válido para cualquier otra configuración. Considérese un sistema de Imagen Integral como el que se muestra en la Fig. 55. En el proceso de captura el sistema se ajusta de manera que el plano de referencia objeto y el plano del sensor luminoso están conjugados a través de las microlentes, cumpliéndose la Ec. (2.24).



Fig. 55. (a) Esquema del proceso de captura de un objeto 3D mediante un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de resolución. (b) Esquema del proceso de reconstrucción. Un observador situado frente a la matriz de microlentes percibe una imagen real e invertida en profundidad del objeto 3D original.

En el proceso de reconstrucción, las imágenes elementales capturadas se muestran en un monitor situado frente a una matriz de microlentes de las mismas características que la que se empleó en el proceso de captura. La distancia entre el monitor y la matriz de microlentes se ajusta de manera que sea la misma, pero de signo contrario, que la distancia entre el sensor luminoso y las microlentes durante el proceso de grabación,  $g_R = -g$ . En la Fig. 55 se puede ver que esta configuración permite la reconstrucción de una imagen real del objeto original a una distancia  $a_R = -a$  de la matriz de microlentes, pero con el inconveniente de que la imagen es pseudoscópica, es decir, está invertida en profundidad con respecto a la escena original.

## 5.2. Propuestas de otros autores para solucionar el fenómeno de las imágenes pseudoscópicas

Como se indica en el Apartado 1.3, H. E. Ives fue el primero en analizar el problema de las imágenes pseudoscópicas y en proponer una solución [24]. Puesto que en 1931 todavía no existían los medios de registro y reproducción digitales, en su propuesta original Ives empleaba películas fotográficas. Su propuesta está basada es un proceso que consta de dos etapas. En la primera etapa se captura la imagen integral de un objeto 3D a través de una matriz de microlentes sobre una emulsión fotográfica. Tras el proceso de revelado, el negativo fotográfico se sitúa frente a la misma matriz de microlentes y se ilumina de manera difusa para reconstruir la imagen del objeto 3D. La imagen que así se reconstruye es real, pseudoscópica y con el contraste invertido. En la segunda etapa, la imagen reconstruida en la primera etapa se captura con una segunda matriz de microlentes sobre una nueva película fotográfica. La imagen integral así capturada se revela y el negativo se sitúa tras la segunda matriz de microlentes. Al iluminar esta película de manera difusa, se reconstruye una segunda imagen del objeto 3D que es ortoscópica y con el contraste correcto. La imagen se reconstruye en la misma posición en la que fue registrada con respecto a la segunda matriz de microlentes, de manera que si la imagen pseudoscópica proporcionada por la primera matriz se forma frente a la segunda matriz, la imagen reconstruida es real y ortoscópica, y si se forma detrás de la segunda matriz, la imagen reconstruida será virtual y ortoscópica. La idea propuesta por Ives se puede implementar con las tecnologías digitales de captura y reproducción de imágenes disponibles en la actualidad. En la Fig. 56 se muestra un esquema de la implementación de este método utilizando sensores y monitores digitales.



Fig. 56 Implementación con tecnologías digitales del método propuesto por Ives para solucionar el fenómeno de las imágenes pseudoscópicas. La imagen reconstruida en la primera etapa se emplea como objeto para el sitema de captura de la segunda etapa. El sistema de reconstrucción de la segunda etapa proporciona al observador una imagen 3D sin distorsiones y ortoscópica.

En el método descrito por Ives, el sistema de Imagen Integral empleado en la segunda etapa no tiene por qué ser el mismo que el empleado en la primera etapa. El número de microlentes de la segunda matriz, el periodo, la focal, así como la distancia al plano de referencia objeto, se pueden modificar arbitrariamente. El problema de esta solución es que debido al doble proceso de grabado y reproducción, la imagen final acaba degradándose por los efectivos difractivos que se producen en las microlentes y por la estructura pixelada del sensor luminoso y del monitor [125]. A finales de los años 80 Davis y sus colaboradores propusieron una solución alternativa basada en el uso de una pantalla autocolimadora situada entre el objeto 3D y la matriz de microlentes [126]. Las pantallas autocolimadoras consisten en un acoplamiento afocal de dos matrices de microlentes, de manera que producen una imagen invertida en profundidad y sin distorsiones del objeto original (ver Fig. 57).



Fig. 57. Esquema de la pantalla autocolimadora propuesta por Davis y colaboradores para generar una imagen real, sin distorsiones y pseudoscópica de un objeto 3D. Este tipo de pantallas pueden dar lugar a imágenes múltiples.

Si nos paramos a analizar este sistema es fácil darse cuenta que, en realidad, el procedimiento es muy similar al propuesto por Ives. En lugar de registrar físicamente las imágenes elementales y después proyectarlas frente a la misma matriz de microlentes para reconstruir una imagen pseudoscópica, la matriz de microlentes que está situada más cercana al objeto genera un conjunto de imágenes elementales aéreas en torno al foco imagen de sus microlentes. La segunda matriz reconstruye una imagen real y pseudoscópica del objeto 3D a partir de las imágenes elementales aéreas situadas en torno a el foco objeto de cada una de sus microlentes. Una tercera matriz de microlentes registra sobre un sensor luminoso la imagen proporcionada por la pantalla auto colimadora. Cuando la imagen integral así capturada se muestra en un monitor situado frente a una matriz de microlentes de las mismas características que la empleada para su registro, se reconstruye una imagen ortoscópica del objeto original. Uno de los inconvenientes de emplear una pantalla autocolimadora es la generación de imágenes múltiples. Al no existir barreras opacas entre microlentes, un mismo punto fuente situado frente a la pantalla puede dar lugar a varias imágenes. Al igual que en el método propuesto por Ives, el proceso de doble etapa empeora la calidad de la imagen final a causa de los efectos difractivos que se producen en las microlentes.

A finales de los años 90, Okano y sus colaboradores propusieron un nuevo método para solucionar el problema de las imágenes pseudoscópicas [60]. La idea, que destaca por su sencillez, consiste en capturar una imagen integral con un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de resolución y posteriormente rotar 180° cada imagen elemental con respecto al eje perpendicular a la misma y que pasa por su centro. Cuando la imagen integral se captura mediante medios digitales, este procedimiento es extremadamente sencillo, ya que tan solo implica una redistribución local de los pixeles dentro de cada imagen elemental. Una vez rotadas las imágenes elementales, la imagen integral se proyecta en un monitor cuya distancia a la matriz de microlentes,  $g_R$ , viene dada por

$$g_R = -g_1 - \frac{2f'^2}{a_1 + f'}.$$
 (5.1)

Como se muestra en la Fig. 58, la imagen que proporciona este método es virtual, ortoscópica y tiene el mismo tamaño que el objeto original. La imagen se reconstruye a una distancia,  $a_R$ , de la matriz de microlentes

$$a_R = a_1 + 2f'. (5.2)$$

A pesar de que con este método no se produce una degradación de la imagen reconstruida por efectos difractivos, las imágenes reconstruidas son virtuales, por lo que la sensación de realismo es menor que cuando se presenta al observador una imagen real flotando frente a la matriz de microlentes. Adicionalmente, la distancia entre la matriz de microlentes y el monitor en el proceso de reconstrucción,  $g_R$ , es menor que la distancia g empleada en el proceso de captura, por lo que la imagen se reconstruye con una cierta distorsión axial [21].



Fig. 58. (a) Esquema del proceso de captura de un objeto 3D mediante un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de resolución. (b) Esquema del proceso de reconstrucción propuesto por Okano para reconstruir una imagen virtual, ortoscópica y del mismo tamaño que el objeto original. Aunque no se muestra en la figura, la imagen reconstruida tiene una ligera distorsión axial.

También se han propuesto sistemas para convertir las imágenes pseudoscópicas en ortoscópicas basados en matrices de espejos convexos [127]. Estos sistemas funcionan bien en el laboratorio, pero no son de aplicación práctica a la hora de construir un monitor 3D, por lo que no se analizarán aquí en profundidad.

Por último se analizará el sistema propuesto por Jang y Javidi [128]. Como se muestra en la Fig. 59 (a), en este método se sitúa una lente convergente de focal  $f'_{LC}$  pegada a una matriz de microlentes para generar la imagen del objeto original detrás del sensor. Durante el proceso de captura, el plano de referencia objeto coincide con la posición donde se forma la imagen del objeto proporcionada por la lente convergente. Para ello el sensor debe situarse a una distancia g de la matriz de microlentes que viene dada por

$$g = \frac{2f'_{LC}f'}{2f'_{LC} + f'}.$$
 (5.3)

En la Fig. 59 (b) se muestra el proceso de reproducción. Al igual que en el método propuesto por Okano, las imágenes elementales se rotan 180° en torno al eje que pasa por su centro y es perpendicular al plano que las con-

tiene. La distancia entre el monitor en el que se proyectan las imágenes elementales y la matriz de microlentes viene dada por

$$g_R = -\frac{2f'_{LC}f'}{2f'_{LC} - f'}.$$
(5.4)



Fig. 59. Esquema del método propuesto por Jang y Javidi. (a) Se inserta una lente convergente frente a la matriz de microlentes en el proceso de captura. (b) Las imágenes elementales se rotan 180° en torno al eje que pasa por su centro y es perpendicular al plano que las contiene. Estas imágenes se proyectan sobre un monito situado a una distancia de la matriz de microlentes tal que se obtiene una imagen real y ortoscópica del objeto 3D. La imagen reconstruida está distorsionada axialmente.

En esta configuración se reconstruye una imagen real y ortoscópica del objeto 3D a una distancia  $2f'_{LC}$  de la matriz de microlentes. La distancia entre la matriz de microlentes y el monitor en el proceso de reconstrucción,  $g_R$ , es mayor que la distancia g empleada en el proceso de captura, por lo

que la imagen se reconstruye con una cierta distorsión axial [21]. Además, el aumento lateral de una lente convergente depende de la coordenada axial y por tanto la imagen que proporciona está distorsionada (ver Fig. 59).

De entre las soluciones hasta ahora propuestas, la única capaz de proporcionar una imagen 3D real, ortoscópica y sin distorsiones, es la técnica propuesta por Ives. Aun así los efectos difractivos acaban degradando la imagen final a causa del doble proceso de captura y reproducción.

## 5.3. Algoritmo para la conversión de imágenes pseudoscópicas a imágenes ortoscópicas

Basándonos en el método propuesto por Ives, en nuestro grupo hemos trabajado en reducir la degradación de la imagen reconstruida. Para ello, hemos implementado un algoritmo al que hemos bautizado con el nombre de SPOC, que es el acrónimo en inglés de Smart Pseudoscopic to Orthoscopic Conversion. Este método es el resultado de implementar con medios digitales el método propuesto por Ives y simular computacionalmente el proceso de reproducción de la primera etapa y el proceso de captura de la segunda etapa. Puesto que las simulaciones están basadas en un modelo de rayos, se eliminan completamente los efectos difractivos. En primer lugar se captura experimentalmente la imagen integral del objeto 3D con un sistema de Imagen Integral de campo cercano trabajando en el modo de resolución. A continuación se simulan los procesos de reproducción y captura intermedios. En la Fig. 60 se muestra un esquema 1D del funcionamiento de dicha simulación. La imagen integral capturada experimentalmente se emplea para simular el proceso de reconstrucción a través de una matriz de microlentes de las mismas características que la empleada en el proceso de captura. La distancia  $g_{R,1}$  entre esta matriz y el monitor es la misma, aunque lógicamente con signo diferente, que la empleada en el proceso de captura entre el sensor luminoso y la matriz de microlentes,  $g_1$ . La imagen 3D se reconstruye a una distancia  $a_{R_1} = -a_1$  con la misma escala que el objeto original, siendo ahora pseudoscópica. El siguiente proceso consiste en la captura simulada de esta imagen pseudoscópica. A diferencia del método propuesto por Ives, la segunda captura se efectúa a través de una matriz de estenopes, ya que proporciona una buena aproximación del resultado que se obtendría al programar una matriz de microlentes, pero la implementación es mucho más simple. En la simulación se puede elegir a voluntad la distancia D entre la matriz de estenopes y la matriz de microlentes. También se pueden modificar el periodo entre estenopes,  $p_2$ , y la distancia  $g_2$  entre la matriz de estenopes y el sensor luminoso. El número de imágenes elementales en la reconstrucción simulada,  $N_1$ , así como el número de píxeles por imagen elemental,  $n_1$ , quedan prefijados durante la captura experimental. En cambio, en la captura simulada es posible seleccionar el número total de imágenes elementales,  $N_2$ , y el número de píxeles,  $n_2$ , de cada imagen elemental.



Fig. 60. Esquema del algoritmo propuesto para la simulación numérica de los procesos de reproducción y captura intermedios. El píxel marcado en rojo sobre sobre el sensor luminoso, recibe la información almacenada en el píxel rojo de la imagen integral capturada experimentalmente.

En la simulación, el valor del parámetro  $a_2$  determina la posición del plano de referencia objeto de la imagen capturada por la matriz de estenopes. La imagen integral capturada a través de la matriz de estenopes está destinada a ser reconstruida a través de una matriz de microlentes de focal  $f'_2$ , por lo que las distancias  $a_2$  y  $g_2$  se eligen de manera que satisfagan la Ec. (2.24). Cuando las microlentes de la matriz están organizadas en una matriz rectangular, la extensión de nuestra propuesta al caso 2D es trivial. Sin embargo, la extrapolación al caso 2D no es tan sencilla cuando la geometría de la matriz de estenopes es distinta a la geometría de la matriz de microlentes empleada en la captura experimental. Esto ocurre cuando los estenopes están organizados, por ejemplo, en una matriz hexagonal y las microlentes de la matriz empleada en la captura, en una matriz rectangular o viceversa.

El objetivo de la simulación numérica es el de encontrar la correspondencia entre los píxeles de la imagen integral capturada a través de la matriz de estenopes, y los píxeles de la imagen integral capturada experimentalmente. Para ello se comienza por obtener la expresión para la coordenada  $x_2$  asociada al centro del pixel m-ésimo de la imagen elemental j-ésima de la imagen integral capturada a través de la matriz de estenopes

$$x_2 = jp_2 + m\frac{p_2}{n_2}.$$
 (5.5)

La proyección de esta coordenada a través de su estenope correspondiente (línea roja continua en la Fig. 60), permite obtener el punto de intersección con el plano de referencia

$$\Delta_0 = \left(1 - \frac{a_2}{g_2}\right) j p_2 + \frac{a_2}{g_2} x_2, \qquad (5.6)$$

así como la intersección de dicho rayo con el plano de la matriz de microlentes empleada en la reconstrucción computacional

$$\Delta_D = \left(1 + \frac{D}{g_2}\right) jp_2 - \frac{D}{g_2} x_2.$$
(5.7)

El índice de la microlente que intersecta la línea roja continua viene dado por

$$i_{jm} = round \left[ -\frac{D}{p_1 g_2} \left( jp_2 + m\frac{p_2}{n_2} \right) + \frac{g_2 + D}{p_1 g_2} jp_2 \right] =$$
  
=  $round \left[ \frac{p_2}{p_1} j - \frac{p_2 mD}{p_1 g_2 n_2} \right],$  (5.8)

donde la función *round* es una función  $f : \mathbb{R} \to \mathbb{Z}$  que al aplicarla sobre un número real  $\mathbb{R}$ , devuelve el número entero  $\mathbb{Z}$  más próximo. El último paso consiste en encontrar la coordenada del punto  $x_{R,1}$  sobre el monitor pixelado que está conjugado con el punto  $\Delta_0$  a través de la microlente con la que intersecta la línea roja continua

$$x_{R,1} = \left(1 - \frac{g_{R,1}}{D + a_2} p_1 i_{jm} + \frac{g_{R,1}}{g_2} \frac{g_2 - a_2}{D + a_2} j p_2 + \frac{g_{R,1}}{g_2} \frac{a_2}{D + a_2} x_2\right).$$
(5.9)

El índice del píxel l-ésimo sobre la i-ésima imagen elemental, asociado a la coordenada  $x_1$ , se obtiene a partir de la siguiente expresión

$$l_{jm} = round \left[ \frac{g_{R,1}p_2}{g_2p_1} \frac{n_1}{D+a_2} \left( a_2 \frac{m}{n_2} + jp_2 \right) - \frac{g_{R,1}}{D+a_2} n_1 i_{jm} \right].$$
(5.10)

Por tanto, las intensidades (o niveles de gris) de los píxeles de las imágenes elementales capturadas en la simulación a través de la matriz de estenopes, se obtienen a partir de las intensidades de los píxeles de las imágenes elementales capturadas experimentalmente según la siguiente relación de correspondencia

$$I_{jm}^2 = I_{il}^1. (5.11)$$

Por último, la imagen integral obtenida en la simulación se reproduce experimentalmente a través de una matriz de microlentes cuyo periodo es el mismo que el periodo  $p_2$  entre estenopes. Dependiendo de si  $a_2$  toma valores positivos o negativos, la imagen reconstruida será real o virtual. Si  $a_2$  es positivo, la imagen reconstruida será real y ortoscópica, y aparecerá flotando frente a la matriz de microlentes, pero si es negativo, la imagen reconstruida será virtual y ortoscópica, y se formará tras la matriz de microlentes.

#### 5.4. Resultados experimentales

Para comprobar la versatilidad de la técnica propuesta, se ha aplicado a una serie de imágenes elementales capturadas experimentalmente de manera que puedan ser reconstruidas en una configuración distinta a la empleada en el proceso de captura. Para la adquisición de las imágenes elementales se empleó un sistema de Imagen Integral de Apertura Sintética (ver Fig. 61). Como objeto 3D se empleó una figura de un muñeco cocinando una paella.



Fig. 61. Esquema del montaje experimental para la adquisición de las imágenes elementales empleando el método de la Imagen Integral de Apertura Sintética. La cámara digital se desplaza a distintas posiciones prefijadas sobre un plano para capturar distintas perspectivas de la escena 3D.

Los parámetros de la cámara se fijaron en  $f'_1 = 10 \text{ mm y } f \# = 22$ . La cámara estaba enfocada a infinito, lo que establece el valor de la distancia de captura en  $g_1 = f'_1$ . La profundidad de campo de la cámara era suficiente como para que el paellero apareciera completamente enfocado a pesar de

estar situado a una distancia  $a_1 = -203$  mm del plano en el que se mueve la pupila de entrada del objetivo de la cámara. Se capturó un conjunto de  $N_{1H} = 17 \times N_{1V} = 11$  imágenes elementales, con un periodo entre ellas de  $p_{1H} = 22$  mm y  $p_{1V} = 14$  mm. La cámara empleada era una Canon EOS 500D con un sensor CMOS de 22.2 mm × 14.8 mm, por lo que el marco exterior de las imágenes se recortó para adaptarse al periodo de captura. De esta manera, la imagen integral estaba compuesta finalmente por 17H × 11V imágenes elementales de 22 mm × 14 mm con  $n_{1H} = 2256 \times n_{1V} = 1504$  píxeles cada una.

En la Fig. 62 se muestra un subconjunto de 9H  $\times$  6V imágenes elementales de la imagen integral obtenida a partir del recorte y unión de las imágenes capturadas experimentalmente.



Fig. 62. Subconjunto de 9H × 6V imágenes elementales capturadas con el sistema de Imagen Integral de Apertura Sintética. En el proceso de reconstrucción simulada se emplea el conjunto total de  $17H \times 11V$  imágenes elementales capturadas experimentalmente.

Antes de simular la reconstrucción a través de la matriz de microlentes, y con el objetivo de reducir el tiempo de cálculo, el número de píxeles de cada imagen elemental se reescaló a  $n_{1H} = 251 \times n_{1V} = 161$  píxeles.

Se llevaron a cabo dos simulaciones numéricas a modo de ejemplo. En la primera simulación se seleccionaron los siguientes parámetros:  $a_2 = -a_{R,1} / 2 = -101.5 \text{ mm}, \quad g_2 = 3.75 \text{ mm}, \quad p_{2H} = p_{2V} = 1.25 \text{ mm},$  $n_{2H} = n_{2V} = 19 \text{ píxeles}, \quad N_{2H} = N_{2V} = 151 \text{ estenopes}.$  En la Fig. 63 se muestra la imagen integral obtenida en la simulación numérica. Se ha pasado de un conjunto de  $17 \times 11$  imágenes elementales organizadas en una matriz rectangular y con  $251 \times 161$  píxeles cada una, a un conjunto de  $151 \times 151$  imágenes elementales organizadas en una matriz cuadrada con  $19 \times 19$  píxeles cada una.



Fig. 63. Imagen integral obtenida en la simulación capturada a través de una matriz de estenopes organizados en una distribución cuadrada. (b) Vista ampliada de la parte central de la imagen integral situada a la izquierda.



Fig. 64. Simulación del proceso de visualización a través de una matriz de microlentes cuadradas de la imagen integral de la Fig. 63 (a). El observador está situado a una distancia L = 700 mm de la matriz de microlentes y se desplaza lateralmente a dos posiciones distintas.

En el último paso, se escalaron a la baja todos los parámetros de la imagen integral en un factor 1.25, de manera que  $g_2 = 3.0$  mm,  $p_{2H} = p_{2V} = 1.0$  mm, y  $a_2 = -81.2$  mm. A partir de este conjunto de imágenes elementales, se llevó a cabo una simulación numérica del proceso de visualización monocular de la imagen integral reconstruida a través de una matriz de microlentes.
En la simulación numérica se empleó el mismo esquema que se mostró en la Fig. 52. Se consideró que la pupila de entrada del ojo del observador tenía un diámetro de 2.4 mm y estaba situada a una distancia L = 700 mm de la matriz de microlentes. La retina del ojo estaba conjugada con el plano de reconstrucción. En la Fig. 64 se muestra el resultado de esta simulación al desplazar horizontalmente la pupila del observador a dos posiciones distintas.

Para validar los resultados obtenidos en la simulación numérica, también se llevó a cabo un experimento de visualización monocular de la imagen reconstruida a través de una matriz de microlentes (ver Fig. 65). En primer lugar se imprimió la imagen integral obtenida en la simulación con una impresora de alta resolución sobre papel fotográfico. La matriz de microlentes empleada estaba compuesta por  $151 \times 151$  microlentes organizadas en una matriz cuadrada con  $p_2 = 1.0$  mm y focal  $f'_2 = 3$  mm. A continuación, la imagen integral impresa se situó a una distancia  $g_{R,2} = -3$  mm de la matriz de microlentes. Como observador monocular se empleó una cámara fotográfica cuyo sensor estaba conjugado con el plano de reconstrucción situado a una distancia  $a_{R,2} = 81.2$  mm de la matriz de microlentes empleada en la reconstrucción experimental. La pupila de entrada del objetivo de la cámara estaba situada a una distancia L = 700 mm de la matriz de microlentes.



Fig. 65. Montaje experimental para la visualización monocular a través de una matriz de microlentes cuadradas de la imagen integral calculada con el algoritmo SPOC.

Desplazando la cámara en horizontal en pasos de 10 mm, se capturaron 20 perspectivas distintas de la imagen reconstruida a través de la matriz de microlentes. En la Fig. 66 se muestran dos de estas perspectivas.



Fig. 66. Dos perspectivas capturadas con la cámara fotográfica al desplazarla horizontalmente en el experimento de visualización monocular. La pupila de entrada de la cámara fotográfica está situada a una distancia L = 700 mm de la matriz compuesta por microlentes cuadradas.

El método propuesto permitió generar un gran número de imágenes elementales, preparadas para ser proyectadas a través de una matriz de microlentes, a partir de un pequeño conjunto de imágenes elementales capturadas con una cámara fotográfica. La imagen reconstruida era ortoscópica y real.

En la segunda simulación, los estenopes estaban organizados sobre la matriz en una distribución hexagonal. Esta geometría se emplea de manera muy habitual en los sistemas de Imagen Integral [130]. Al igual que en la simulación anterior, se emplea la imagen integral de la figura del paellero capturada con el método de la Imagen Integral de Apertura Sintética. La primera etapa de la simulación numérica es igual que en la simulación anterior, empleando exactamente los mismos parámetros. En la segunda etapa, se programa una matriz de estenopes organizados en una geometría hexagonal para la captura de la imagen pseudoscópica reconstruida en la primera etapa. Los parámetros de esta matriz se diseñan de manera que sean los mismos que los de la matriz de microlentes que posteriormente se va a emplear para reconstruir la imagen experimentalmente. La matriz simulada tiene unas dimensiones de 151 mm × 152 mm y está compuesta por 24462 estenopes separados una distancia  $p_2 = 1$  mm. La distancia entre la matriz y el sensor luminoso se fija en  $g_2 = 3$  mm y la distancia entre el plano de referencia objeto y la matriz de estenopes se elige arbitrariamente en  $a_2 = -203$  mm. En la Fig. 67 se muestra la imagen integral calculada en esta configuración.



Fig. 67. (a) Imagen integral obtenida en la simulación capturada a través de una matriz de estenopes organizados en una distribución hexagonal. (b) Vista ampliada de la parte central de la imagen integral situada a la izquierda.

Se llevó a cabo una simulación numérica del proceso de visualización monocular de la imagen integral reconstruida a través de una matriz de microlentes hexagonales.



Fig. 68. Simulación del proceso de visualización de la imagen integral de la Fig. 67 (a) a través de una matriz de microlentes hexagonales. El observador está situado a una distancia L = 700 mm de la matriz de microlentes y se desplaza lateralmente a dos posiciones distintas.

Para la simulación del proceso de visualización, se consideró que la pupila del observador estaba situada a una distancia L = 700 mm de la matriz de microlentes y tenía un diámetro de 2.4 mm. En la Fig. 68 se muestra el resultado de la simulación para dos posiciones laterales distintas del observador.

También se realizó un experimento de visualización monocular de la imagen reconstruida. Para el proceso de visualización monocular se empleó una cámara fotográfica. La imagen integral con estructura hexagonal calculada numéricamente, se imprimió en alta resolución sobre papel fotográfico. La matriz de microlentes tenía una estructura hexagonal, con un periodo  $p_2 = 1$  mm y una focal  $f'_2 = 3$  mm. La imagen integral impresa se situó a una distancia  $g_{R,2} = -3$  mm de la matriz de microlentes. En esta configuración se capturaron 35 perspectivas distintas de la escena 3D reconstruida moviendo la cámara digital en pasos equidistantes de 10 mm en horizontal a una distancia de la matriz de microlentes L = 700 mm. En la Fig. 69 se muestran dos de estas perspectivas.



Fig. 69. Dos perspectivas capturadas con la cámara fotográfica al desplazarla horizontalmente en el experimento de visualización monocular. La pupila de entrada de la cámara fotográfica está situada a una distancia L = 700 mm de la matriz compuesta por microlentes hexagonales.

Es interesante analizar cómo afecta el método propuesto a la resolución de las imágenes reconstruidas. La información espacio-angular contenida en la imagen integral queda prefijada en el momento de su captura. Sin embargo, es posible reorganizar la información capturada, de manera que aumente la resolución espacial a costa de disminuir la resolución angular. Cuando la imagen integral se reconstruye en el modo de profundidad de campo, la resolución espacial de la imagen reconstruida está determinada por el periodo de la matriz de microlentes, y la resolución angular viene determinada por el número de píxeles contenidos en cada imagen elemental. De esta manera, es posible simular la captura de la imagen pseudoscópica con una matriz de estenopes cuyo periodo sea mucho menor que el de las microlentes empleadas en la captura experimental, y así proyectarlas en una matriz de microlentes que contenga un número de microlentes mucho más elevado. El precio a pagar es que el número de píxeles contenidos en cada imagen elemental se debe reducir proporcionalmente, con la consecuente disminución de la resolución angular.

# 6. Resolución lateral de la imagen reconstruida a partir de una captura con un sistema de Imagen Integral

En este Capítulo se propondrá un modelo capaz de evaluar la resolución lateral de las reconstrucciones computacionales llevadas a cabo a partir de la información capturada experimentalmente con un sistema de Imagen Integral [131].

### 6.1. Concepto de resolución lateral aplicado a un sistema de Imagen Integral

El concepto de resolución lateral aplicado a un sistema de Imagen Integral se fundamenta en la misma idea que en un sistema formador de imágenes convencional. Se define el límite de resolución como la distancia mínima entre dos puntos del objeto que permite que sus imágenes sean distinguibles. La diferencia fundamental radica en que en los sistemas de Imagen Integral, la imagen final no se obtiene directamente, sino que es el resultado de un proceso híbrido dividido en dos etapas; captura por medios ópticos y reconstrucción computacional.



Fig. 70. Criterio de resolución empleado en el modelo propuesto. (a) Patrones de irradiancia de cada punto al proyectar las imágenes elementales correspondientes a las dos fuentes puntuales capturadas sobre el plano de reconstrucción. (b) Patrón de irradiancia resultado de la suma de los patrones de irradiancia de ambos puntos.

En términos prácticos, para determinar el límite de resolución de un sistema de Imagen Integral, se capturan las imágenes elementales de dos fuentes puntuales incoherentes a través de una matriz de microlentes. Posteriormente se proyectan las imágenes elementales capturadas a través de una segunda matriz de microlentes para obtener la imagen reconstruida. Es necesario establecer previamente un criterio que se aplique de forma sistemática y permita evaluar numéricamente si los dos puntos se pueden distinguir como individuales o no. Basándonos en el criterio de Rayleigh consideraremos el límite de resolución como la distancia  $\eta_{lim}$  entre dos puntos objeto, de manera que tras el proceso de reconstrucción el valor de la irradiancia en el punto medio entre los dos picos sea igual al 80% del máximo de irradiancia (ver Fig. 70).

#### 6.2. Modelo de rayos

La resolución lateral de los sistemas de Imagen Integral no solo depende de la distancia al plano de las microlentes, también depende de la posición sobre el plano de reconstrucción. A continuación se empleará un modelo de rayos con el único objetivo de mostrar las heterogeneidades en la resolución espacial de la imagen reconstruida. Es importante remarcar que este es un modelo básico y no se emplea en ningún caso en el análisis numérico de la resolución lateral que se lleva a cabo en este Capítulo.



Fig. 71. Patrón de rayos generado al proyectar el centro de cada píxel a través del centro de su microlente correspondiente. En el ejemplo de esta figura se muestra una sección longitudinal del patrón generado por una matriz de  $5\times5$  microlentes organizadas en una estructura cuadrada y  $101\times101$  píxeles por microlente. El área encerrada por la línea roja corresponde al Campo Visual Común.

El modelo de rayos considera que durante el proceso de captura, los rayos procedentes de las superficies de los objetos contenidos en el volumen de la escena transfieren la información a los píxeles del sensor a través del centro de las microlentes de la matriz [136]. En el proceso de reconstrucción se proyectan los rayos que unen el centro de cada píxel a través del centro de su microlente asociada. En la Fig. 71 se muestra una sección longitudinal del patrón de rayos generado, en el proceso de reconstrucción, por un sistema de Imagen Integral compuesto por 5×5 microlentes organizadas en una estructura cuadrada y con 101×101 píxeles por imagen elemental.

Como consecuencia de la complejidad de la red generada por todos los rayos, la resolución lateral del sistema no es homogénea y depende de las tres coordenadas espaciales. Sin embargo, si restringimos el análisis a la región del espacio en el que solapan los campos visuales de todas las microlentes, la resolución lateral se puede considerar que es uniforme plano a plano para planos perpendiculares al eje óptico. Esta región se conoce con el nombre de Campo Visual Común (CVC) y en su interior, la resolución lateral se puede aproximar como

$$\eta_{\rm lim} = (x, y, z) \cong \eta_{\rm lim}(z). \tag{6.1}$$

En consecuencia, si restringimos nuestro análisis a la región del CVC, es posible estudiar la resolución lateral de los sistemas de Imagen Integral y obtener numéricamente la curva que determina la resolución lateral del sistema en función de la distancia a la matriz de microlentes.

#### 6.3. Modelo propuesto

La resolución lateral de la imagen reconstruida por un sistema de Imagen Integral depende de muchos factores, como el número de microlentes, el número de píxeles por microlente, la distancia entre la matriz de microlentes y el sensor luminoso, el periodo entre microlentes, la distancia entre el plano de reconstrucción y el plano de referencia y también de los efectos difractivos que tienen lugar en el proceso de captura. La obtención de un modelo que permita obtener una expresión analítica y precisa teniendo en cuenta todos estos parámetros puede resultar muy complicada, por lo que el estudio que aquí se propone se fundamenta en el empleo de un modelo numérico basado en el Método de Montecarlo [134]. El modelo analiza si es posible distinguir como individuales, en el proceso de reconstrucción numérica, dos puntos que durante el proceso de captura estaban situados sobre un plano situado a una distancia z del plano de las microlentes, y estaban separados una distancia  $\eta$ . En primer lugar se simula el proceso de captura de dos puntos radiantes a través de una matriz de microlentes sobre un sensor luminoso (ver Fig. 72). El sensor se sitúa a una distancia g de la matriz de microlentes y está conjugado con el plano de referencia objeto situado a una distancia a de la matriz.



Fig. 72. Esquema del proceso de captura de dos puntos radiantes situados sobre un plano a una distancia z de la matriz de microlentes y separados una distancia  $\eta$ .

Todas las microlentes de la matriz son iguales, por lo que para determinar qué píxeles del sensor se impresionan y qué irradiancia recogen, es preciso determinar la respuesta impulsional en irradiancia de una cualquiera de las microlentes que la componen. El cálculo de dicha respuesta es inmediato al aplicar las ecuaciones de la difracción en la aproximación paraxial [133]. Por simplicidad se considerará que se emplea iluminación cuasi monocromática con una longitud de onda media  $\lambda$ . Suponiendo que la pupila de cada microlente es circular y tiene un diámetro p, la distribución de irradiancia sobre el plano del sensor se puede expresar como

$$H_{\lambda}(r;z) = \frac{4\pi^2}{z^2 g^2} \left| \int_0^{p/2} P(\rho) \exp\left\{ i \frac{\pi}{\lambda} \frac{z-a}{za} \rho^2 \right\} J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda g} r\rho\right) \rho d\rho \right|^2, \quad (6.2)$$

donde r y  $\rho$  son coordenadas radiales y  $P(\rho)$  es la función pupila de cada microlente.

La imagen de un punto a través de una microlente sobre el plano del sensor no es un punto, sino una distribución de irradiancia que viene descrita por la Ec. (6.2). Si los píxeles del sensor son más pequeños que el área que abarca la respuesta impulsional, se impresionará más de un píxel. La imagen sobre el sensor de los puntos del objeto situados sobre el plano de referencia objeto, z = a, da lugar al denominado Disco de Airy. Los puntos del objeto situados fuera del plano de referencia objeto generan sobre el sensor una versión desenfocada del Disco de Airy que abarca un área mayor que el propio Disco, y en consecuencia el número de píxeles impresionados es también mayor. Un punto radiante situado frente a una matriz de microlentes genera sobre el sensor una matriz 2D de discos de Airy, enfocados o desenfocados. La presencia de barreras opacas entre imágenes elementales evita el solapamiento y por consiguiente limita el número de Discos de Airy sobre el sensor. Sin embargo, las barreras provocan que el proceso de captura no sea invariante a desplazamientos, es decir, un desplazamiento lateral de la fuente puntual no produce un desplazamiento proporcional de la señal registrada por el sensor.

Al depender la imagen de un punto de la posición lateral en el plano objeto, el sistema no es invariante a desplazamientos y, por tanto, no se puede definir, estrictamente, una respuesta impulsional. Lógicamente, y también en sentido estricto, tampoco se podrá establecer un límite de resolución para dicho plano. Lo que sí es posible hacer, y en ese sentido hemos orientado nuestro trabajo, es obtener una valor medio del límite de resolución en cada plano. Para ello hemos hecho uso de herramientas estadísticas basadas en el Método de Montecarlo.

Para calcular la respuesta del sensor asociada al patrón de difracción generado por cada punto, se ha modelizado la distribución de irradiancia de dicho patrón como una función escalón cuya anchura se corresponde con el momento de segundo orden de la distribución. Cada uno de los píxeles del sensor integra toda la luz que incide sobre su superficie, por lo que dependiendo de la anchura y posición del patrón sobre el sensor, el número de píxeles que se impresionan y la irradiancia registrada en cada uno, puede variar. En la Fig. 73 (a) se muestra un esquema ampliado del modelo empleado en el proceso de captura para una sola microlente.



Fig. 73. (a) Distribución de irradiancia sobre el plano del sensor luminoso para una de las imágenes elementales durante el proceso de captura de dos puntos luminosos. (b) Proyección a través de un estenope de los píxeles que han sido impresionados en el proceso de captura.

En segundo lugar, se simula el proceso de reconstrucción. En la Fig. 74 se muestra un esquema de la simulación que se lleva a cabo para reconstruir la imagen de los dos puntos en un plano situado a una distancia  $z_R$  igual a la distancia de captura. Naturalmente, al ser la reconstrucción un proceso meramente computacional en el que se proyectan las imágenes elementales a través de una matriz de estenopes, no se deben tener en cuenta efectos difractivos. Los parámetros empleados para simular la reconstrucción son los mismos que los empleados en la simulación del proceso de captura. Cada uno de los dos puntos capturados genera sobre el plano de reconstrucción un patrón de irradiancia con forma piramidal escalonada.



Fig. 74. Esquema del proceso de reconstrucción numérica de dos puntos situados sobre un plano a una distancia  $z_R$  de la matriz de microlentes.

A la hora de aplicar el Método de Montecarlo para la determinación de la resolución lateral del sistema hemos procedido de la siguiente manera. Tal y como se muestra en la Fig. 72, se sitúan dos fuentes puntuales,  $S_1$  y  $S_2$ , separadas una distancia  $\eta$ , sobre un plano situado a una distancia z de la matriz de microlentes. El valor de x, que define la posición media de las dos fuentes sobre el plano de captura, cambia aleatoriamente un total de  $10^3$  veces dentro de los límites establecidos por el CVC. Para cada valor de x, se simulan los procesos de captura y reconstrucción. A la hora de determinar si los puntos se resuelven o no, se aplica el criterio de resolución establecido en el Apartado 6.1. Si los dos puntos se resuelven en el proceso de reconstrucción para las 10<sup>3</sup> posiciones laterales aleatorias, el algoritmo disminuye de manera automática el valor de x. En caso contrario, si para alguna de las posiciones aleatorias los dos puntos no se resuelven, aumenta la distancia entre ellos. Este proceso iterativo finaliza cuando la simulación alcanza el límite de resolución con una tolerancia del 0.4%. El intervalo axial del espacio objeto que se quiere analizar, se divide en múltiples intervalos y se repite el proceso descrito para el plano central de cada uno de estos intervalos.

#### 6.4. Resultados numéricos

En base al modelo propuesto se llevó a cabo un primer experimento numérico para determinar cómo varía la resolución lateral de la imagen reconstruida al emplear un número fijo de píxeles y variar el número de microlentes. Para ello se realizaron tres simulaciones en las que solo variaba el número de microlentes. Se consideró una matriz de microlentes con f' = 12 mm, f #=22, y p=4.2 mm, situada a una distancia g=12.5 mm del sensor, de manera que a = -300 mm. El número de píxeles del sensor se fijó en  $2760 \times 2760$ . Al fijar el periodo p y variar el número de píxeles por microlentes, el tamaño de los píxeles cambia en cada simulación. Se calculó el límite de resolución en el proceso de reconstrucción para las siguientes configuraciones: (a)  $11 \times 11$  microlentes y  $251 \times 251$  píxeles por microlente; (b)  $21 \times 21$  microlentes y  $131 \times 131$  píxeles por microlente; (c)  $31 \times 31$  microlentes y 89×89 píxeles por microlente. Se consideró un intervalo axial que abarcaba desde z = 250 mm hasta z = 3000 mm. En este intervalo se analizó la resolución lateral en 1717 planos distintos equidistantes en 1/z. En la Fig. 75 se muestran los resultados de estas simulaciones.



Fig. 75. Límite de resolución de las imágenes reconstruidas en función de la distancia al plano de reconstrucción. En las tres simulaciones el número total de píxeles empleados en el sensor es el mismo (2760×2760 píxeles). El número de microlentes, así como el número de píxeles por microlente cambia en cada simulación y en consecuencia, también cambia el tamaño de los píxeles.

Como es lógico, la tendencia general del límite de resolución es crecer de manera lineal con z, sin embargo, existen una serie de picos en la simulación cuyo origen es conveniente analizar. La resolución lateral en estos planos empeora con respecto a los planos situados en sus proximidades. Haciendo uso del modelo de rayos descrito en el Apartado 6.2 es fácil concluir que la posición de estos picos coincide con los planos en los que el muestreo espacial es más pobre. En estos planos convergen en varios puntos múltiples rayos provenientes de distintas microlentes. En la Fig. 76 se muestra este fenómeno para la configuración que emplea  $11 \times 11$  microlentes y  $251 \times 251$ píxeles por microlente.



Fig. 76. En la parte superior de esta figura se muestra el trazado de rayos para una sección longitudinal de un sistema de Imagen Integral compuesto por  $11 \times 11$  microlentes y 251×251 pixeles por microlente. En la parte inferior de la figura se puede ver la simulación del límite de resolución con el modelo propuesto para el mismo sistema de Imagen Integral. La posición axial de los picos en la simulación coincide con los planos del trazado de rayos donde el muestreo espacial es más pobre.

Si se analiza con detenimiento la Fig. 75, se puede apreciar que los picos son equidistantes en 1/z y su altura es proporcional a z. Por tanto, es mucho más ilustrativo hacer la representación del límite de resolución normalizado a la distancia z, frente a la inversa de z. En esta representación, que se muestra en la Fig. 77, aparece una función que muestra una estructura cuasi periódica. El periodo de esa función, así como la altura de los picos, crecen con el número de microlentes empleados en la matriz.



Fig. 77. Límite de resolución normalizado a la distancia de reconstrucción frente a la inversa de la distancia de reconstrucción. En las tres simulaciones el número total de píxeles empleados en el sensor es el mismo (2760×2760 píxeles), tan solo cambia el número de microlentes y por tanto el tamaño de los píxeles.

A partir de las figuras anteriores se pueden extraer las siguientes conclusiones. Primero, la resolución lateral de las imágenes reconstruidas está determinada principalmente por el número de píxeles por imagen elemental. Segundo, incrementar el número de microlentes a costa de reducir el número de píxeles por microlente produce un empeoramiento notable de la resolución lateral. Aunque en el análisis llevado a cabo no se pone de manifiesto, Kavehvash y sus colaboradores demostraron que este empeoramiento en la resolución lateral va acompañado de un aumento en la capacidad de discriminar planos situados a distintas profundidades [135]. Se llevó a cabo un segundo experimento numérico en el que se mantenía fijo el número de píxeles por imagen elemental y variable el número de microlentes. Se realizaron tres nuevas simulaciones en las que se emplearon microlentes de f' = 18 mm, p = 10 mm y f # = 22. Como distancia de captura se escogió un valor g = 18.7 mm y el número de píxeles por imagen elemental se fijó en 251×251. Se calculó la resolución lateral empleando tres matrices de microlentes, cada una de ellas con: (a) 11×11 microlentes; (b) 23×23 microlentes; y (c) 31×31 microlentes. Los resultados de estas simulaciones se muestran en la Fig. 78.



Fig. 78. Límite de resolución de las imágenes reconstruidas como función de la distancia de reconstrucción. En las tres simulaciones el número de píxeles por microlente permanece constante (251×251 píxeles) y por tanto el número total de píxeles empleados en el sensor es distinto en cada simulación.

De nuevo se observa el límite de resolución aumenta proporcionalmente a la distancia de captura, y existen algunos planos en los que se producen picos. Para visualizar de una forma más clara este comportamiento se emplea de nuevo la representación del límite de resolución normalizado a la distancia z, frente a la inversa de z, pero tan solo se representan un par de periodos de la función (ver Fig. 79).



Fig. 79. Límite de resolución normalizado a la distancia de reconstrucción frente a la inversa de la distancia de reconstrucción. En las tres simulaciones el número de píxeles por microlente permanece constante (251×251 píxels) y por tanto el número total de píxeles empleados en el sensor es distinto en cada simulación, aunque tienen el mismo tamaño.

A partir de estas figuras se puede confirmar que aumentar el número de microlentes, dejando fijo el número de píxeles por microlente, no mejora la resolución lateral del sistema. La única mejora que se produce consiste en el estrechamiento de la anchura de los picos.

#### 6.5. Comprobación experimental

Para verificar las conclusiones obtenidas y poder validar el modelo propuesto, se llevó a cabo el experimento que se muestra en la Fig. 80. Las imágenes elementales se capturaron con un sistema de Imagen Integral de Apertura Sintética en el que una cámara digital, montada sobre un par de desplazadores motorizados, capturaba de manera automática distintas perspectivas de un test de resolución USAF 1951. Las rutinas para automatizar el movimiento de los desplazadores y la adquisición de las distintas imágenes se implementaron en la plataforma LabVIEW. En el experimento se capturaron 35 imágenes integrales correspondientes a distintas posiciones axiales del test de resolución. El test se movió en pasos de 1 mm desde una posición inicial z = 274.28 mm hasta z = 308.28 mm. Para poder comparar los resultados obtenidos en este experimento con los resultados obtenidos en la primera simulación numérica, se emplearon exactamente los mismos parámetros. Cada imagen integral estaba compuesta por 11×11 imágenes elementales de 251×251 píxeles cada una. El periodo se fijó en p = 4.2 mm, la distancia de captura en g = 12.5 mm, y el número f en f #= 22.



Fig. 80. Montaje experimental para determinar el límite de resolución de un sistema de Imagen Integral. Las imágenes elementales se capturan con el método de la Imagen Integral de Apertura Sintética.

Para cada una de las 35 imágenes integrales capturadas, se calculó la reconstrucción numérica en el plano en el que estaba situado el test. El test de resolución se empleó para evaluar la resolución lateral del sistema asociada a esas 35 distancias. En la Fig. 81 se muestran los valores del límite de resolución obtenidos experimentalmente junto con los valores predichos por el modelo propuesto. En la Fig. 82 se muestran dos imágenes reconstruidas a distancias  $z_1 = 285.7$  mm y  $z_2 = 288.7$  mm, cuyo límite de resolución se corresponde con el establecido por los cuadrados verdes de la Fig. 81. Nótese que a pesar de que el plano situado a una distancia  $z_2$  está a una mayor distancia del sensor que el plano situado a una distancia  $z_1$ , la resolución espacial es mayor. Esto hecho confirma experimentalmente la existencia de planos donde la resolución empeora con respecto a la de planos vecinos.



Fig. 81. Comparación del límite de resolución obtenido experimentalmente y mediante el modelo propuesto. Nótese que el límite de resolución medido experimentalmente toma valores discretos, ya que el límite de resolución se evalúa con un test de resolución USAF 1951.



Fig. 82. Imágenes reconstruidas en un plano situado a una distancia  $z_1 = 285.7$  mm (plano donde hay un máximo en el límite de resolución) y en un plano situado a una distancia  $z_2 = 288.7$  mm.

# 7. Profundidad de campo de la imagen reconstruida en sistemas de Imagen Integral en el modo de resolución

En este Capítulo se presenta un nuevo método para extender la profundidad de campo en la etapa de reconstrucción de un sistema de Imagen Integral de campo cercano o de campo lejano trabajando en el modo de resolución. Las herramientas de procesado digital basadas en métodos de desconvolución ya han sido utilizadas previamente para aumentar la profundidad de campo de los sistemas de Imagen Integral [81]-[82], pero estas herramientas son tan solo efectivas cuando todos los elementos de la escena 3D están afectados por el mismo desenfoque en la etapa de captura. La novedad introducida en el método propuesto es que puede ser empleado en situaciones en las que el desenfoque depende fuertemente de la posición axial de los distintos elementos que componen la escena 3D [132].

### 7.1. Análisis difractivo de un sistema de Imagen Integral en el modo de resolución

Cuando se emplea una matriz de microlentes, cada microlente puede ser considerada como una lente delgada y el cálculo de su respuesta impulsional es inmediato [133]. En cambio, cuando se emplea un sistema de Imagen Integral de Apertura Sintética, a la hora de calcular la repuesta impulsional de la cámara se debe tener en cuenta que un objetivo fotográfico, incluso el más simple, está compuesto por múltiples lentes y un diafragma de diámetro variable. Todos estos elementos están embebidos en el cuerpo de la cámara, por lo que no se puede tener acceso físico a ellos sin desmontar el objetivo. Además, algunas de las lentes se pueden mover en el interior del objetivo, lo que añade complejidad al análisis difractivo. Esta flexibilidad dota a la Imagen Integral de Apertura Sintética de múltiples ventajas, como la posibilidad de cambiar la focal, la apertura del diafragma, el plano de enfoque y la corrección de algunas aberraciones ópticas. Basándonos en la teoría escalar de la difracción, en su aproximación paraxial, podemos calcular la respuesta impulsional de la cámara a partir de parámetros accesibles experimentalmente, como el diámetro de la pupila de entrada del objetivo fotográfico, su distancia al plano de referencia objeto y el aumento lateral entre dicho plano y el plano del sensor (ver Fig. 83).



Fig. 83. Esquema de una cámara fotográfica en el que se muestra el diafragma de diámetro variable y la pupila de entrada del objetivo.

La pupila de entrada es la imagen del diafragma de apertura a través de todas las lentes que le preceden. En el caso de los objetivos fotográficos, el diafragma de apertura es el elemento circular de diámetro variable que determina su f #. Todos los rayos luminosos que atraviesen la pupila de entrada atravesarán todo el sistema óptico, de manera que puede ser considerada como la ventana a través de la cual la luz entra en el objetivo.



Fig. 84. Esquema del montaje experimental. Los puntos del objeto que no pertenecen al plano de referencia objeto generan una imagen desenfocada sobre el sensor.

Considérese una cámara fotográfica cuyo sensor está conjugado con un plano situado a una distancia *a* de la pupila de entrada (ver Fig. 84). Las coordenadas espaciales se denotan por (x, y) para las direcciones perpendiculares al eje óptico y *z* para la dirección paralela a dicho eje. Al iluminar la escena 3D cada punto de la misma, por ejemplo  $(x_0, y_0, z_0)$ , se convierte en emisor de una onda esférica secundaria, que por simplicidad asumiremos cuasi-monocromática con una longitud de onda media  $\lambda$ . Por propagación, dicha onda esférica genera sobre el plano inmediatamente posterior a la pupila de entrada la distribución de amplitudes

$$U_{E}^{\lambda}(x,y;\zeta) = \frac{1}{\zeta+a} e^{ik(\zeta+a)} \exp\left\{i\frac{k}{2(\zeta+a)}(x^{2}+y^{2})\right\} p_{E}(x,y), \quad (7.1)$$

donde  $\zeta$  es la distancia del plano de referencia objeto al punto emisor,  $k = 2\pi / \lambda$  el número de onda y  $p_E(x, y)$  la transmitancia en amplitud de la pupila de entrada. Para calcular la imagen sobre el plano del sensor, es conveniente como paso intermedio calcular la distribución virtual de amplitudes sobre el plano de referencia objeto

$$U_{R}^{\lambda}(x,y;\zeta) = \frac{e^{-ik\zeta}}{(\zeta+a)a} \exp\left\{i\frac{k}{2a}(x^{2}+y^{2})\right\}$$
  
$$\cdot\int_{-\infty}^{+\infty} p_{E}(x_{0},y_{0}) \exp\left\{i\frac{k}{2}\frac{\zeta}{(\zeta+a)a}(x_{0}^{2}+y_{0}^{2})\right\}$$
  
$$\cdot \exp\left\{-i\frac{2\pi}{\lambda a}(xx_{0}+yy_{0})\right\} dx_{0}dy_{0}.$$
 (7.2)

Como el plano de referencia objeto y el sensor de la cámara están conjugados a través del objetivo, la distribución de amplitudes sobre el sensor no es más que una versión escalada de la distribución de amplitudes en el plano de referencia objeto,

$$U_{S}^{\lambda}(x, y; \zeta) = \frac{1}{M_{0}} U_{R}^{\lambda} \left( \frac{x}{M_{0}}, \frac{y}{M_{0}}; \zeta \right).$$
(7.3)

El factor de escala  $M_0$  es el aumento lateral entre el plano de referencia objeto y el plano del sensor. Introduciendo la Ec. (7.2) en la Ec. (7.3), se obtiene

$$U_{S}^{\lambda}(x,y;\zeta) = \frac{e^{-ik\zeta}}{M_{0}(\zeta+a)a} \exp\left\{i\frac{k}{2M_{0}^{2}a}(x^{2}+y^{2})\right\}$$
  
$$\cdot \int_{-\infty}^{+\infty} p_{E}(x_{0},y_{0}) \exp\left\{i\frac{k}{2}\frac{\zeta}{(\zeta+a)a}(x_{0}^{2}+y_{0}^{2})\right\}$$
  
$$\exp\left\{-i\frac{2\pi}{\lambda M_{0}a}(xx_{0}+yy_{0})\right\} dx_{0}dy_{0}.$$
 (7.4)

Para el caso de un diafragma circular, la respuesta impulsional tiene simetría radial en torno al eje óptico del objetivo. Por ello es conveniente reescribir la ecuación anterior en coordenadas cilíndricas,

$$U_{S}^{\lambda}(r;\zeta) = \frac{2\pi e^{-ik\zeta}}{M_{0}(\zeta+a)a} \exp\left\{i\frac{k}{2M_{0}^{2}a}r^{2}\right\}$$
  
$$\cdot \int_{0}^{\phi_{E}/2} p_{E}(\rho) \exp\left\{i\frac{\pi}{\lambda}\frac{\zeta}{(\zeta+a)a}\rho^{2}\right\} J_{0}\left(\frac{2\pi}{\lambda aM_{0}}r\rho\right)\rho d\rho,$$
 (7.5)

donde  $\phi_E$  es el diametro de la pupila de entrada,  $\rho$  la coordenada radial en el plano de la pupila y *r* la coordenada radial sobre el plano del sensor. Para el caso de iluminación espacialmente incoherente, dado un plano perpendicular al eje óptico, el sistema es lineal e invariante a desplazamientos en irradiancia. La respuesta unidad se obtiene como el módulo cuadrado de la ecuación anterior,

$$H_{\mathcal{S}}^{\lambda}(r;\zeta) = \left| U_{\mathcal{S}}^{\lambda}(r;\zeta) \right|^{2}.$$
(7.6)

La función  $H_s^{\lambda}(r;\zeta)$  tiene una fuerte dependencia con la posición axial de los puntos de la escena 3D. El sistema no es invariante a desplazamientos 3D, sino que la respuesta impulsional 2D varía con la distancia axial. Aun no existiendo, estrictamente, la respuesta impulsional 3D, sí que es posible construir una función 3D como la integral de las respuestas impulsionales para cada uno de los planos del espacio objeto; matemáticamente se puede escribir como

$$H_{S}^{\lambda}(r,\zeta) = \int H_{S}^{\lambda}(r,\varepsilon) \delta(\zeta-\varepsilon) d\varepsilon, \qquad (7.7)$$

donde  $\delta$  es la función delta de Dirac. Dado un plano situado a una distancia  $\zeta = \varepsilon$  del plano de referencia objeto, la distribución de irradiancia,  $I_s^{\lambda,\varepsilon}$ , correspondiente a su imagen sobre el sensor, se puede expresar como la convolución 2D de una versión escalada de la distribución de irradiancia en ese plano,  $\Pi_{\varepsilon}(r/M_{\varepsilon},\theta)$ , y la función  $H_{\delta}^{\lambda}(r,\varepsilon)$ 

$$I_{S}^{\lambda,\varepsilon} = \frac{1}{M_{\varepsilon}^{2}} \Pi_{\varepsilon} (\frac{r}{M_{\varepsilon}}, \theta) \otimes_{r,\theta} H_{S}^{\lambda} (r, \varepsilon).$$
(7.8)

El factor de escala  $M_{\varepsilon}$  proviene del aumento lateral entre el plano situado a una distancia  $\varepsilon$  del plano de referencia objeto y el plano del sensor.

A continuación se obtendrá la distribución de irradiancia sobre el sensor de una cámara fotográfica al capturar la imagen de un objeto de volumen. Supóngase una cámara fotográfica cuyo sensor está conjugado a través de un objetivo fotográfico con algún plano que corta a un objeto 3D en dos partes. La distribución de irradiancia asociada a la luz incoherente reflejada por la superficie del objeto se puede representar por la función real y positiva  $O(r, \theta, \zeta)$ . Esta función se puede expresar como

$$O(r,\theta,\zeta) = \int O(r,\theta,\varepsilon) \,\,\delta(\zeta-\varepsilon)d\varepsilon,\tag{7.9}$$

que se puede interpretar como si el objeto hubiese sido cortado en láminas de anchura infinitesimal. A partir de la Ec. (7.8), la imagen de una de estas láminas sobre el sensor se puede escribir como

$$I_{S}^{\lambda,O_{\varepsilon}}(r,\theta) = \frac{1}{M_{\varepsilon}^{2}} \delta(\zeta - \varepsilon) O\left(\frac{r}{M_{\varepsilon}}, \theta, \zeta\right) \otimes_{r,\theta} H_{S}^{\lambda}(r,\varepsilon).$$
(7.10)

La imagen del objeto sobre el sensor se obtiene al integrar las imágenes que proporciona el objetivo de cada una de las láminas que componen el objeto. La distribución de irradiancia correspondiente a la imagen del objeto sobre el plano del sensor viene dada por

$$I_{S}^{\lambda,O}(r,\theta) = \frac{1}{M_{\varepsilon}^{2}}$$

$$\cdot \int \delta(\zeta - \varepsilon) O\left(\frac{r}{M_{\varepsilon}}, \theta, \zeta\right) \otimes_{r,\theta} H_{S}^{\lambda}(\rho, \varepsilon) d\varepsilon.$$
(7.11)

En el plano del sensor se obtiene la superposición de la imagen del plano en foco y las imágenes desenfocadas del resto de secciones que constituyen la escena 3D.

Se debe tener en cuenta que el análisis difractivo previo tan solo se puede aplicar si las aberraciones ópticas no son significativas para el intervalo axial en el que se lleva a cabo el experimento. Esto no es problema cuando se trabaja con un sistema de Imagen Integral de Apertura Sintética, porque las imágenes elementales se capturan con un objetivo fotográfico que suele estar bien corregido para diversos tipos de aberraciones. Cuando se emplea una matriz de microlentes con microlentes esféricas, hay presentes diversos tipos de aberraciones, afectando de manera distinta a la respuesta impulsional del sistema para distintas posiciones laterales sobre el plano de la imagen integral. Una solución a este problema consiste en usar matrices de microlentes con microlentes de perfil asférico. En tal caso, las principales aberraciones se pueden corregir bastante bien y el análisis que se ha llevado a cabo se puede considerar como una buena aproximación del comportamiento real del sistema óptico.

## 7.2. Desconvolución y filtrado de las distintas secciones axiales de la escena 3D

Considérese una sección de una escena 3D, perpendicular al eje óptico. Como se indica en la Ec. (7.10), la imagen de esta sección sobre el sensor se puede expresar como la convolución 2D de la distribución de irradiancia en ese plano con la respuesta impulsional asociada a esa profundidad. Conocida la respuesta impulsional para esa profundidad, es posible invertir el desenfoque causado por el sistema óptico. Existe una amplia variedad de métodos de desconvolución, pero para minimizar la influencia del ruido de fotones en la imagen restaurada, se empleará la desconvolución de Richardson-Lucy [140]-[141]. Este método no se puede aplicar de manera simultánea para recuperar una versión enfocada de los objetos situados a distintas profundidades si esos objetos están afectados por un desenfoque distinto. Sin embargo es posible identificar qué profundidad en la escena 3D está asociada con cada píxel de la imagen. Se pueden seleccionar los píxeles que se corresponden con las superficies situadas a una determinada profundidad y aplicarles el proceso de desconvolución con la respuesta impulsional de la microlente para esa profundidad.

Para generar el mapa de profundidades se empleará el método propuesto por Shin y sus colaboradores [142]. Una imagen integral puede ser considerada como un conjunto de pares estéreo y de acuerdo con esto, se pueden emplear los algoritmos ya desarrollados para obtener el mapa de disparidades en pares estereoscópicos y así obtener el mapa de disparidades de cada imagen elemental. La resolución del mapa de disparidades es proporcional a la resolución de las imágenes elementales y por tanto este método es más adecuado para sistemas de captura tales como los sistemas multicámara o los sistemas de Imagen Integral de Apertura Sintética. El aumento de la resolución de las imágenes elementales también conlleva un aumento en los requerimientos computacionales, de almacenamiento y de ancho de banda. Una solución a este problema fue propuesta recientemente por Cho y sus colaboradores [146], donde se emplea el método conocido como *Compressive Sensing* para reducir la cantidad de información que es necesario capturar para formar las imágenes elementales.

La mayoría de los sistemas de visión estereoscópica obtienen la información de profundidad de la escena a partir de las correspondencias entre un par de imágenes. El objetivo es establecer la correspondencia entre dos puntos sobre las dos imágenes cuya señal proviene del mismo punto de la escena 3D. La obtención de las correspondencias suele ser complicada por diversos factores como la ausencia de texturas, oclusiones, discontinuidades o ruido de fotones. El método más básico para calcular correspondencias se conoce como block matching y consiste en seleccionar una determinada región de píxeles en una de las imágenes del par estéreo y buscar con qué área de la segunda imagen se corresponde. Un criterio de semejanza determina la elección del bloque con mayor similitud, o que minimiza un error medido, de entre los candidatos dentro de la región de búsqueda de la imagen vecina. La desventaja de este método es que el mapa de disparidades que se genera es muy ruidoso [147]. Para obtener mejores resultados, se ha empleado el método propuesto por Veksler [148], en el cual la estimación de la disparidad para un píxel depende de la estimación de la disparidad en los píxeles adyacentes

El número máximo de intervalos axiales en los que se puede dividir la profundidad de la escena 3D viene dado por el número de bits empleados en el mapa de disparidades. Por ejemplo, si se trabaja con un mapa de disparidades que emplea 8 bits por píxel, es posible distinguir  $2^8 = 256$  intervalos axiales en el rango de profundidades que abarca la escena. Sin embargo, para el objetivo que se persigue, no suele ser necesario emplear todos estos intervalos. A medida que crece la complejidad de las superficies que constituyen la escena 3D, es necesario incrementar el número de intervalos axiales en los que se divide la escena. De acuerdo con esto, es útil aproximar la distribución de irradiancia del objeto 3D usando segmentos de profundidad constante como

$$O(x, y, z) = O(x, y, z_i), \ z_i \le z < z_{i+1}, \ i = 1, ..., N.$$
(7.12)

### 7.3. Resultados experimentales

En la Fig. 85 se muestra el montaje experimental empleado para la captura de las imágenes elementales. La escena estaba compuesta por un fondo de madera y tres muñecos situados a distintas distancias de la cámara digital. Para la captura la cámara se movió con un desplazador micrométrico a distintas posiciones sobre un plano, con periodo  $p_H = p_V = 4$  mm. El sistema se calibró para que el eje óptico de la cámara fuera perpendicular al plano en el que se mueve la misma.



Fig. 85. Montaje experimental para la captura de las imágenes elementales con un sistema de Imagen Integral de Apertura Sintética.

Se capturaron un total de 11×11 imágenes elementales con 2560×1920 píxeles cada una, utilizando un objetivo con f' = 12 mm y f # = 2.8. El sensor de la cámara estaba conjugado con la superficie plana de madera que estaba situada a una distancia  $a = -745 \text{ mm} (M_0 = -0.019)$  de la pupila de entrada. El diámetro de la pupila de entrada se midió con la ayuda de un microscopio de bajo aumento, obteniéndose un valor de  $\phi_E = 4.7 \text{ mm}$ . En la Fig. 86 (a) se muestra una de las imágenes elementales capturadas en esta configuración.



Fig. 86. (a) Imagen elemental capturada con una profundidad de campo inferior a la extensión axial de la escena 3D. (b) Mapa de disparidades para la imagen elemental situada a la izquierda de esta figura.

Como se menciona en el Apartado 7.2, se puede aplicar el método propuesto por Veksler al conjunto de pares estéreo que componen la imagen integral para obtener el mapa de disparidades de cada imagen elemental. A modo de ejemplo, en la Fig. 86 (b) se muestra el resultado de aplicar este método a la imagen elemental que se muestra en la misma figura.

La información acerca de la profundidad de los distintos objetos que componen la escena 3D se obtiene a partir del mapa de disparidades y a partir de los parámetros del sistema experimental. La escena está compuesta por tres objetos situados a diferentes profundidades más el plano de madera situado al fondo y por tanto, de acuerdo con la Ec. (7.12), se puede dividir en cuatro intervalos. Como se indica en el Apartado 7.1, la respuesta impulsional en irradiancia asociada con un determinado intervalo se puede calcular de manera teórica. La distancia  $\zeta$  a la que está situado el centro de cada intervalo se obtiene a partir de la información de profundidad. Para cada imagen elemental, los píxeles asociados con un determinado intervalo se desconvolucionan con la respuesta impulsional correspondiente (ver Ec. (7.10)). El resultado de este proceso se muestra en la Fig. 87.



Fig. 87. Filtrado y desconvolución de la imagen elemental de la Fig. 86 (a) para cada uno de los cuatro intervalos axiales en los que se divide la escena 3D.

La imagen elemental final se obtiene a partir de la suma de los valores de los píxeles de los distintos intervalos después de ser filtrados y desconvolucionados. El resultado es similar al que se hubiese obtenido con un sistema cuya profundidad de campo es mayor que la del sistema empleado. En la Fig. 88 se muestra la imagen elemental de la Fig. 86 (a) una vez se ha aumentado la profundidad de campo de manera computacional. En esta figura hay dos características que empeoran el aspecto visual. Las transiciones abruptas son debidas al borde de las regiones seleccionadas en la imagen integral a partir del mapa de profundidades para cada uno de los intervalos axiales. Las ondulaciones son debidas a los valores oscilantes que conforman la estructura de la respuesta impulsional. La calidad de la imagen se podría mejorar empleando una función en el proceso de desconvolución que tenga el mismo soporte geométrico que la respuesta impulsional, pero que carezca de valores oscilantes. Sin embargo, los efectos que empeoran el aspecto visual de la imagen obtenida se atenúan cuando las imágenes elementales se emplean para llevar a cabo reconstrucciones computacionales de la escena 3D enfocadas a distintas profundidades. El conjunto de todas las imágenes elementales se proyectan a través de una matriz de estenopes y se superponen computacionalmente para conseguir la distribución de irradiancia en el plano de reconstrucción [152].



Fig. 88. Imagen elemental de la Fig. 86 (a) después de aplicarle el método propuesto para extender la profundidad de campo.

En la Fig. 89 se muestran algunas reconstrucciones computacionales de la escena capturada para las profundidades en las que los muñecos estaban situados. En esta figura se pueden comparar los resultados obtenidos de manera convencional (columna izquierda), con los resultados obtenidos tras aplicar el método propuesto para extender la profundidad de campo (columna derecha). Adicionalmente, si se compara la imagen elemental de la Fig. 86 (a) con las reconstrucciones de la columna izquierda de la Fig. 89, se puede apreciar que las partes de la escena que originalmente estaban desenfocadas en las imágenes elementales, aparecen también desenfocadas en las reconstrucciones, produciendo una claro deterioro en la resolución lateral. Para ilustrar la extensión en la profundidad de campo que proporciona el método propuesto, en la Fig. 90 se muestra una versión ampliada de las regiones encerradas por las líneas verdes y rojas de la Fig. 89.



Fig. 89. Reconstrucción computacional de la escena 3D a diferentes profundidades a partir de las imágenes elementales capturadas experimentalmente (columna izquierda). Reconstrucción computacional de la escena 3D a diferentes profundidades tras aplicar el método propuesto para extender la profundidad de campo a cada una de las imágenes elementales capturadas.

En la columna izquierda de la Fig. 90 se puede observar como aumenta el desenfoque a medida que aumenta la distancia entre los muñecos y el plano en foco. En la columna de la derecha se muestran las reconstrucciones computacionales para las mismas distancias, pero previamente se ha aplica-do el método propuesto.



Fig. 90. En la columna de la izquierda se muestra una versión ampliada de las regiones encerradas por las líneas verdes de la Fig. 89. En la columna de la derecha se muestra una versión ampliada de las regiones encerradas por las líneas rojas de la Fig. 89.

Comparando estos resultados, es fácil ver que en la columna de la derecha se pueden resolver detalles que en la columna de la izquierda son imposibles de discernir. Estos resultados demuestran la capacidad del método propuesto para incrementar la profundidad de campo en las reconstrucciones computacionales.

# 8. Análisis fotoelástico de objetos ocluidos parcialmente mediante un polariscopio de Imagen Integral

El polariscopio es un instrumento para analizar la distribución de las tensiones en materiales transparentes, pero cuando el objeto que se está analizando está formado varias superficies que se ocluyen mutuamente, los polariscopios convencionales no son capaces de separar las tensiones asociadas a las superficies situadas a distintas profundidades. La razón es que la luz polarizada se ve afectada por el efecto integrado de la distribución de tensiones a lo largo del camino óptico. Para solucionar este problema, en este Capítulo se propone un nuevo sistema que combina los principios de un polariscopio convencional y la técnica de la Imagen Integral [153].

### 8.1. Principios de fotoelasticidad

Considérese una lámina de un material elástico cuyo grosor es pequeño en relación a sus dimensiones laterales y sobre la que están actuando tensiones paralelas al plano definido por la lámina (ver Fig. 91). En tal caso es posible diagonalizar, en cada punto del material, el tensor de tensiones en un sistema de referencia propio formado por ejes ortogonales entre sí, dos de ellos contenidos en el plano de la lámina [154]. Estos dos ejes definen las direcciones principales de las tensiones, caracterizadas por vectores unitarios  $s_1$  y  $s_2$ . Denominaremos  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  a los valores propios de la tensión en estas dos direcciones respectivas, que llamaremos tensiones principales en el punto considerado.

Los materiales denominados fotoelásticos son medios ópticamente isótropos que se vuelven birrefringentes cuando están sometidos a tensiones. Las direcciones principales del tensor de índices son típicamente paralelas a las del tensor de tensiones causante de la anisotropía. Así, cuando una onda luminosa linealmente polarizada se propaga a través de un material de grosor t sometido a tensiones como las descritas, la onda luminosa se divide en dos componentes lineales ortogonales de acuerdo con las direcciones principales de las tensiones ( $s_1$  y  $s_2$ ), que se propagan con diferente velocidad de fase. La diferencia de camino óptico entre dichas componentes, acumulada en su propagación en el medio fotoelástico, viene dada por

$$\delta = t \left( n_1 - n_2 \right), \tag{8.1}$$

donde  $n_1$  y  $n_2$  son los índices de refracción que experimentan cada una de las componentes principales en las direcciones definidas por  $s_1$  y  $s_2$ .



Fig. 91. Luz linealmente polarizada incidiendo en la superficie de un material fotoelástico sometido a tensiones. Los vectores en color amarillo indican la amplitud y la orientación del campo eléctrico justo antes de atravesar un elemento óptico y los vectores en color rojo indican la amplitud y la orientación del campo eléctrico justo después de atravesar un elemento óptico.

La ley de Brewster [155] establece que el cambio relativo en el índice de refracción es proporcional a la diferencia entre las tensiones principales del material en el punto en cuestión. Esta ley se puede escribir como:

$$n_1 - n_2 = C(\sigma_1 - \sigma_2),$$
 (8.2)

donde la constante C recibe el nombre de constante fotoelástica del medio. Combinando las Ecs. (8.1) y (8.2), se obtiene

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\delta}{tC}.$$
(8.3)
Así pues, en base a la Ec. (8.3), es posible obtener la diferencia de tensiones en cualquier punto de la muestra a partir de la medida del retardo relativo,  $2\pi\delta/\lambda$ , si se conoce la constante fotoelástica del material a estudiar.

#### 8.2. Polariscopio convencional

Los polariscopios son los instrumentos básicos para la medida de la diferencia de las tensiones principales en un material. Comúnmente los polariscopios se emplean en una de las dos siguientes configuraciones: el polariscopio plano y el polariscopio circular [155].

El polariscopio plano consiste en una fuente luminosa y dos polarizadores lineales cuyos ejes de transmisión se sitúan habitualmente cruzados. En la Fig. 92 se muestra un esquema de un polariscopio plano.



Fig. 92. Polariscopio plano. Los ejes de transmisión de los polarizadores lineales están orientados perpendiculares el uno con respecto al otro. Los vectores en color amarillo indican la amplitud y la orientación del campo eléctrico justo antes de atravesar un elemento óptico y los vectores en color rojo indican la amplitud y la orientación del campo eléctrico justo después de atravesar un elemento óptico.

Cuando la luz emitida por una fuente cuasi monocromática y espacialmente incoherente pasa a través del primer polarizador, se bloquean todas las componentes del campo eléctrico, excepto aquellas cuya dirección de oscilación coincide con el eje de transmisión del polarizador. La luz linealmente polarizada llega a un punto de la muestra sometida a tensiones y el campo eléctrico se divide en dos componentes cuyos planos de oscilación coinciden con las direcciones de las tensiones principales. Estas ondas atraviesan la lámina con diferentes velocidades y emergen de la lámina con una cierta diferencia de fase a causa del retardo relativo entre ellas. El segundo polarizador, al que se conoce con el nombre de analizador, tan solo dejará pasar la proyección del vector campo eléctrico de estas dos ondas a lo largo de su eje de transmisión. La distribución de irradiancia resultante será una función del retardo y del ángulo entre dicho eje y las direcciones principales. La distribución de irradiancia a la salida del polariscopio plano vendrá dada por

$$I = E_{p}^{2} \sin^{2} \left[ 2(\beta - \alpha) \right] \sin^{2} \left( \frac{\pi \delta}{\lambda} \right), \qquad (8.4)$$

donde  $E_p$  es la amplitud de la componente del campo eléctrico transmitida por el primer polarizador y  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz emitida por la fuente.

Por otro lado, en el polariscopio circular, además de utilizar dos polarizadores lineales, también se emplean dos láminas cuarto de onda cuyos ejes rápidos se sitúan perpendiculares el uno con respecto al otro en la configuración habitual (ver Fig. 93). El conjunto de cada polarizador/lámina constituye un polarizador circular, a derechas en el caso del analizador y a izquierdas en el otro caso. Ahora, la irradiancia a la salida del polariscopio viene dada por

$$I = E_P^2 \sin^2 \left(\frac{\pi \delta}{\lambda}\right). \tag{8.5}$$

Así, en general, a la salida del polariscopio circular se genera un patrón de bandas claras y oscuras dependiendo del valor de  $\delta$  generado en cada punto

por efecto de las tensiones en el material. Nótese que esta intensidad depende exclusivamente del valor

$$N = \frac{\delta}{\lambda},\tag{8.6}$$

que se denomina orden de la franja observada. Así, en un polariscopio circular la irradiancia es cero en las bandas con orden N natural, mientras que se obtienen máximos para órdenes seminaturales.



Fig. 93. Distribución habitual de los elementos ópticos en un polariscopio circular.

Combinando las Ecs. (8.3) y (8.6) se obtiene una expresión que permite determinar la diferencia entre las tensiones principales en cada punto

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N\lambda}{tC}.$$
(8.7)

Comparando las Ecs. (8.4) y (8.5) es fácil ver que, en esencia, el polariscopio plano genera el mismo patrón de franjas que el polariscopio circular, pero la distribución de irradiancia está modulada por el término  $\sin^2 [2(\beta - \alpha)]$ . Nótese que en cualquier punto en el que el campo eléctrico de la luz linealmente polarizada incidente es paralelo a unos de los dos ejes de las tensiones principales, la onda luminosa atravesará la muestra sin verse afectada, independientemente de su longitud de onda. Como los ejes de transmisión de los polarizadores son perpendiculares, la luz será absorbida por el analizador, generando una región oscura conocida como banda isoclínica. Para determinar las direcciones principales de las tensiones en la muestra, el polarizador y el analizador se pueden rotar simultáneamente. Registrando las bandas isoclínicas para posiciones angulares sucesivas, se puede generar un mapa de las orientaciones de las tensiones principales.

Es de destacar que el retardo entre las componentes principales del campo eléctrico generado por las tensiones depende fuertemente de la longitud de onda, a diferencia de lo que ocurre con el ángulo relativo  $\beta - \alpha$ . Por ello, al iluminar con luz blanca aparecerá un conjunto de franjas coloreadas a la salida del analizador. Cada longitud de onda tiene su patrón de franjas asociado y el resultado es una superposición incoherente de los patrones asociados a todas las longitudes de onda empleadas. El conjunto de puntos de la muestra para los cuales  $\sigma_1 - \sigma_2$  es constante se conoce con el nombre de franjas isocromáticas y esa región se corresponde con un determinado color en el patrón de franjas obtenido con el polariscopio. En el polariscopio circular, tan solo el área en la que  $\sigma_1 - \sigma_2 = 0$  aparecerá oscura, mientras que en el polariscopio plano, el patrón de franjas isoclínicas aparece superpuesto al patrón de franjas isocromáticas. A partir del color de las franjas se puede obtener la diferencia de tensiones en la muestra si previamente se ha calibrado una muestra en la que se conoce el color de la franja en función de *N*.

### 8.3. Polariscopio 3D basado en Imagen Integral

El formalismo del Apartado 8.2 proporciona la descripción clásica para el análisis de la distribución de tensiones en modelos 2D. Sin embargo, en la práctica, algunos objetos involucran múltiples láminas situadas a distintas profundidades y puede haber oclusiones entre ellas. Cuando estos objetos se analizan con un polariscopio convencional, la luz polarizada que pasa a través de la muestra acumula el efecto integrado de las tensiones a lo largo de las múltiples láminas que atraviesa. El objeto se comporta como un retardador simple en cada uno de los puntos de interés, y se puede modelizar como un conjunto de retardadores a lo largo del camino que recorre el haz luminoso. Cada retardador se puede representar por el retardo  $\delta$  y la orientación del eje del retardador  $\beta$ .



Fig. 94. Rayo de luz linealmente polarizada atravesando un conjunto de tres láminas delgadas. Cada lámina se comporta como un retardador simple en el punto de interés.

En el caso de una lámina, el objeto se reduce a un solo plano y es fácil obtener el retardo y la orientación para cada punto de la muestra a partir del patrón de franjas que se obtiene con un polariscopio convencional. En el caso de un objeto compuesto por múltiples láminas, el problema es más complejo, porque la orientación y el retardo cambian en función de la lámina que atraviesan. Este problema se puede solucionar empleando modelos de superposición de elementos finitos, pero estos métodos están basados en análisis numéricos bastante complejos. Además se necesita información adicional, como el conocimiento a priori de las condiciones iniciales y de contorno en la muestra. La Imagen Integral, combinada con los principios de un polariscopio convencional, proporciona una herramienta para eliminar las oclusiones parciales y reconstruir un mapa de las tensiones de un conjunto de láminas situadas a distintas profundidades. Se empleará la Imagen Integral de Apertura Sintética para demostrar experimentalmente el método propuesto.

Convertir un sistema de Imagen Integral de Apertura Sintética en un polariscopio requiere llevar a cabo una serie de modificaciones. En el proceso de captura, se empleará la configuración del polariscopio plano. En la Fig. 95 se muestra un esquema del sistema propuesto. La luz emitida por un conjunto de fuentes de luz blancas se homogeneiza con un difusor acrílico blanco. Frente al difusor, un polarizador lineal selecciona la componente del campo eléctrico que es paralela al eje de transmisión del polarizador. La luz atraviesa una muestra sometida a tensiones y llega al analizador, cuyo eje de transmisión se ha rotado 90° en relación el eje de transmisión del primer polarizador. El analizador está montado frente al objetivo de una cámara digital. La cámara se mueve a distintas posiciones sobre un mismo plano para capturar distintas perspectivas de la luz que atraviesa la muestra.



Fig. 95. Esquema del proceso de captura de las imágenes elementales con un polariscopio de Imagen Integral.

Para analizar teóricamente este polariscopio de Imagen Integral estudiaremos su comportamiento empleando el objeto 3D más sencillo posible. Así, considérense un par de láminas planas transparentes sometidas a tensiones, situadas a distancias  $z_1$  y  $z_2$  del objetivo de la cámara. En el proceso de captura la cámara se desplaza sobre un plano perpendicular al eje óptico de la misma ocupando posiciones sucesivas equidistantes en una distribución regular. El periodo de la matriz de posiciones de captura es el mismo en horizontal y en vertical y viene determinado por p. Para simplificar el análisis, el esquema del sistema de captura y las ecuaciones se describen para una sección longitudinal que contiene al objeto y a los ejes ópticos de una columna de cámaras. La extensión al caso 3D es inmediata.



Fig. 96. Sección longitudinal de un polariscopio de Imagen Integral de Apertura Sintética. Por simplicidad la escena está compuesta por tan solo dos láminas sometidas a tensiones.

En la Fig. 96 la cámara se ha modelizado por una lente delgada y un sensor luminoso situado a una distancia g de ella. Según este modelo, la luz polarizada que sale del punto  $P_1(x_R, a_2)$  incide sobre el sensor en

$$x_m = M_{a_2} x_{P_1} + m T_{P_1}, (8.8)$$

donde  $M_{a_2} = g / a_2$  es el aumento lateral entre el plano de la lámina y el plano del sensor y *m* es un número entero relacionado con la posición de la cámara sobre el plano en el que se desplaza. El periodo de captura,  $T_{P_1}$ , es la distancia entre réplicas en el plano en el que se mueve el sensor y viene dado por

$$T_{P_1} = \left(1 - \frac{g}{a_2}\right)p. \tag{8.9}$$

Si el rayo luminoso que llega al punto  $x_m$  tan solo ha atravesado la lámina 2, la irradiancia registrada en el sensor contiene la información de la tensión en ese punto. Sin embargo, si el rayo también atraviesa la lámina 1, el sensor registrará el efecto integrado de las tensiones de los dos puntos que atraviesa el rayo. Los rayos luminosos que pasan a través de los puntos  $P_2$  y  $P_3$  integran el efecto de las tensiones en esos puntos junto con la tensión en el punto  $P_1$ . Cuando el punto  $P_1$  se captura sin oclusiones, el valor de la irradiancia registrada en el sensor para diferentes posiciones de la cámara es el mismo, mientras que si el punto se captura con oclusiones, dicho valor cambia.

En la etapa de reconstrucción se emplea la técnica descrita en [151] para reconstruir la escena a distintas profundidades. En esta aproximación, cada una de las perspectivas capturadas se proyecta computacionalmente sobre el plano de reconstrucción a través del centro de su microlente asociada. Las imágenes proyectadas se superponen para obtener la distribución de irradiancia asociada a dicho plano. Las distribuciones de irradiancia de las vistas que no estaban ocluidas son iguales y se superponen de manera constructiva, mientras que los valores de la irradiancia asociados a las vistas ocluidas se promedian al ser diferentes unos de otros. Considerando la escena 3D completa, si el número de imágenes elementales es lo suficientemente grande, el resultado de la reconstrucción será el patrón de franjas asociado al plano de reconstrucción junto con un fondo uniforme procedente del promedio de los patrones generados por las oclusiones. El fondo uniforme puede ser un problema a la hora de identificar el color de las franjas en la imagen reconstruida, aunque se puede solucionar fácilmente filtrando el orden cero de la transformada de Fourier de la imagen reconstruida. Nótese que esta técnica puede generar inversión de contraste; sin embargo, en ninguno de los resultados obtenidos en este trabajo se ha podido apreciar este fenómeno, ya que la intensidad media de todos los píxeles de la imagen es muy baja a causa de las zonas oscuras que rodean las láminas. En el caso en el que la intensidad media de la imagen fuese lo suficientemente alta, podría darse la inversión de contraste y no se podría emplear esta técnica de filtrado de orden cero. En esta situación se podrían emplear otros métodos para eliminar oclusiones de objetos parcialmente ocluidos y así mejorar el contraste de las franjas de la imagen reconstruida [142]-[145]. El objetivo de estos métodos es identificar si el píxel capturado pertenece a una oclusión o al objeto de interés. Después de clasificar los píxeles, tan solo aquellos que pertenecen al objeto son empleados para la reconstrucción computacional.

### 8.4. Resultados experimentales

El método propuesto se ha verificado con los resultados experimentales obtenidos para la reconstrucción de las tensiones de un conjunto de láminas situadas a distintas profundidades con oclusiones múltiples entre ellas. En la Fig. 97 se muestra una fotografía del polariscopio de Imagen Integral de Apertura Sintética empleado en el proceso de captura. La escena estaba constituida por un transportador de ángulos y dos curvas francesas que estaban situadas a 330 mm, 380 mm y 440 mm del objetivo de la cámara. Estas herramientas de dibujo se fabrican inyectando plástico fundido en un molde, y las diferentes velocidades de enfriamiento a lo largo del molde producen tensiones residuales en ellas. En la Fig. 98 se muestran las herramientas de dibujo empleadas en el experimento bajo iluminación natural.

La cámara se desplazó sobre un plano perpendicular al eje óptico para capturar la luz que atravesaba las muestras desde diferentes perspectivas. Se capturó un conjunto de imágenes elementales moviendo la cámara con un periodo p = 30 mm sobre una malla de 5×5 posiciones cuadrada. La focal de la cámara se fijó en f' = 10 mm y el número f en f # = 22, de manera que la profundidad de campo fuese lo suficientemente grande como para capturar enfocados todos los objetos que componen la escena 3D. El tamaño

efectivo del sensor de la cámara era 22.2 mm  $\times$  14.8 mm y la resolución de las imágenes elementales era de 2000 $\times$ 1333 píxeles.



Fig. 97. Montaje experimental para la prueba de concepto del polariscopio de Imagen Integral de Apertura Sintética.

En la Fig. 99 se muestra un subconjunto de las vistas capturadas con el polariscopio de Imagen Integral.



Fig. 98. Fotografía bajo iluminación natural de las herramientas de dibujo empleadas en el experimento de fotoelasticidad.



Fig. 99. Conjunto de imágenes elementales correspondientes a las posiciones de la cámara sobre el plano de captura: (5,-5), (5,0), (5,5), (0,-5), (0,0), (0,5), (-5, -5), (-5,0) y (-5,5).

En la Fig. 100 se muestra el patrón de franjas observado a través de un polariscopio plano convencional. Debido a las oclusiones múltiples, la imagen obtenida no permite relacionar el patrón de franjas con las tensiones en cada una de las herramientas de dibujo de modo independiente.



Fig. 100. Conjunto de tres herramientas de dibujo, con oclusiones mutuas, bajo el análisis de un polariscopio plano convencional.

Para distinguir los patrones de franjas correspondientes a las herramientas de dibujo situadas a distintas profundidades, se aplica el algoritmo descrito en el Apartado 8.3 al conjunto de imágenes elementales capturadas. Como referencia, se capturó el patrón de franjas mostrado por cada objeto de manera individual cuando se visualiza con un polariscopio plano convencional. Los patrones de franjas obtenidos se comparan con los obtenidos con el polariscopio de Imagen Integral tras aplicar el algoritmo de reconstrucción para las profundidades donde están situadas las herramientas de dibujo.

En la Fig. 101 se muestra la comparación de la reconstrucción en el plano donde estaba situada la segunda curva francesa (imagen central) y la misma reconstrucción tras filtrar el orden cero en el dominio de Fourier (imagen derecha). En la imagen de la izquierda se muestra el patrón de franjas obtenido al analizar individualmente la curva francesa con un polariscopio convencional.



Fig. 101. Patrón de franjas capturado con un polariscopio convencional para la segunda curva francesa sin ningún tipo de oclusión (imagen izquierda). Reconstrucción del patrón de franjas generado por la segunda curva francesa con el polariscopio de Imagen Integral y con oclusiones múltiples (imagen central). Resultado de filtrar el orden cero de la imagen reconstruida en el dominio de Fourier (imagen derecha).

El transportador de ángulos se posicionó ligeramente inclinado con respecto al plano perpendicular al eje óptico de la cámara, de manera que en la etapa de reconstrucción algunas partes aparecen desenfocadas. El objetivo es remarcar la capacidad del sistema para llevar a cabo reconstrucciones enfocadas a distintas profundidades con una profundidad de campo muy reducida. En la Fig. 102 se muestran dos reconstrucciones, con y sin filtrado de orden cero, a diferentes profundidades. Estas reconstrucciones se pueden comparar con el resultado obtenido al analizar el transportador de ángulos con un polariscopio convencional.



Fig. 102. Reconstrucciones de los patrones de franjas obtenidos con el polariscopio de Imagen Integral, a dos profundidades distintas, para el transportador de ángulos y con oclusiones múltiples (primera fila). Mismas reconstrucciones tras filtrar el orden cero en el dominio de Fourier (segunda fila). Patrón de franjas capturado con un polariscopio convencional sin oclusiones (abajo).

En la Fig. 103 se muestra la reconstrucción en el plano donde estaba situada la primera curva francesa (imagen central) y la misma reconstrucción tras filtrar el orden cero en el dominio de Fourier (imagen derecha). En la imagen de la izquierda se muestra el patrón de franjas obtenido al analizar individualmente la curva francesa con un polariscopio convencional.



Fig. 103. Patrón de franjas capturado con un polariscopio convencional para la primera curva francesa y sin oclusiones (imagen izquierda). Reconstrucción del patrón de franjas capturado con el polariscopio de Imagen Integral en presencia de oclusiones (imagen central). Resultado de filtrar el orden cero de la imagen reconstruida en el dominio de Fourier (imagen derecha).

El método propuesto permite identificar las franjas isocromáticas y las franjas isoclínicas asociadas con la magnitud y la orientación de las tensiones de cada una de las herramientas de dibujo que componen la escena 3D. Esto sería imposible con un polariscopio 2D convencional. Una aplicación muy interesante del sistema propuesto consiste en realizar un mapa 3D de las tensiones generadas en una estructura compleja, construida con un material fotoelástico, cuando se somete a cargas estáticas. Un polariscopio convencional sería incapaz de obtener este mapa debido a las oclusiones parciales entre las diferentes secciones de la estructura. Este tipo de estructuras es muy común cuando, por ejemplo, se quiere evaluar la distribución de carga por medio de modelos a escala que tienen exactamente la misma geometría que la estructura original.

# 9. Calibrado de un sistema de Imagen Integral con un modelo de lógica difusa

En este Capítulo se lleva a cabo un análisis cuantitativo del error cometido en la reconstrucción computacional de una escena 3D que ha sido capturada con un sistema de Imagen Integral de Apertura Sintética. El modelo empleado para calibrar el sistema de Imagen Integral está basado en un modelo neuronal de lógica difusa. Estos sistemas permiten modelizar condiciones que no se pueden definir con precisión. Se demostrará que el error en las reconstrucciones 3D no solo depende del número de cámaras, sino también de sus posiciones relativas [150].

#### 9.1. Antecedentes

En los últimos años se han propuesto algunos métodos para realizar reconstrucciones volumétricas de escenas 3D y para obtener vistas desde perspectivas arbitrarias [116]-[119]. El método propuesto por Hong y colaboradores [151] es el más empleado para las reconstrucciones computaciones con Imagen Integral. Según este método, en la etapa de reconstrucción, cada perspectiva se proyecta a través de un estenope virtual para reconstruir la escena 3D por superposición de perspectivas. Sin embargo, para minimizar el error en las reconstrucciones es necesario que el sistema esté perfectamente alineado durante la etapa de captura, o alternativamente, es necesario llevar a cabo un proceso de calibrado.

Algunos estudios han analizado de manera teórica los efectos de los errores de posicionamiento en los sistemas de Imagen Integral [72]-[73]. Así, se han propuesto dos procedimientos distintos para el calibrado: la calibración *explícita* de las cámaras, que proporciona una serie de parámetros físicos del sistema de captura, y la calibración *implícita*, que da lugar a una serie de reglas que emulan el comportamiento de la cámara sin necesidad de conocer ningún parámetro físico. El procedimiento de calibración explícita se ha aplicado con anterioridad a los sistemas de Imagen Integral [157], pero los métodos de calibración implícita no se han aplicado nunca en estos sistemas. Orghidan y colaboradores [158], demostraron que el error en la reconstrucción 3D para un par estereoscópico se reduce drásticamente al emplear un modelo de calibración basado en redes neuronales de lógica difusa. El objetivo aquí consiste en extender esta técnica a los sistemas de Imagen Integral.

Para diseñar el proceso de captura con un sistema de Imagen Integral es imprescindible estudiar la configuración que minimiza los recursos empleados para su implementación. Cuando se emplea una matriz de cámaras, es necesario decidir el número mínimo de cámaras para conseguir el compromiso óptimo entre la precisión de la reconstrucción 3D y la inversión económica. Asimismo, cuando se emplea un sistema de Imagen Integral de Apertura Sintética, es indispensable minimizar el número de movimientos de la cámara. Esto ahorra tiempo y disminuye la cantidad de datos almacenados, así como el tiempo de cómputo.

#### 9.2. Proceso de calibración

La finalidad del proceso de calibración es establecer una serie de reglas que permitan obtener las coordenadas 3D de un determinado punto a partir de una serie de imágenes 2D del mismo capturadas con un sistema multiperspectiva. Para conseguirlo, en primer lugar es necesario generar una nube de puntos 3D cuyas posiciones se conocen con precisión. A continuación, una matriz de  $N \times M$  cámaras capturan diferentes perspectivas de la nube de *n* de puntos.



Fig. 104. Matriz de  $N \times M$  cámaras capturando una nube de *n* puntos cuyas coordenadas 3D son conocidas.

Es necesario encontrar las correspondencias entre los puntos capturados en distintas imágenes, es decir, los puntos de una imagen que se pueden identificar como los mismos puntos en el resto de imágenes. Como la distribución de cámaras es periódica, el problema de las correspondencias entre puntos es fácil de resolver. Una vez conocidas las correspondencias, cada punto 3D de la nube se asocia con sus coordenadas 2D sobre los distintos sensores. A partir de esta información es posible calibrar el sistema de Imagen Integral. No es necesaria ninguna información acerca de la posición de las cámaras o de sus parámetros internos.

El método propuesto en [158] se emplea para calibrar un par estéreo con un sistema de inferencias (o red neuronal) basado en lógica difusa (FIS –del inglés *Fuzzy Inference System*) de tipo Sugeno [159]-[160]. Estos sistemas emplean la teoría de conjuntos difusos para asignar una salida a un conjunto de entradas. Se emplean una serie de reglas llamadas reglas difusas, que describen como el sistema de inferencias debe tomar una decisión a la hora de clasificar una entrada o de controlar una salida. Para fijar ideas, supongamos el caso sencillo en el que solo tenemos dos entradas, x e y, y una única salida, z. Esta salida se construye como superposición ponderada de diferentes valores  $z_i$ , cuya relación con x e y se denomina *regla* del modelo. Una regla típica en un modelo FIS de tipo Sugeno tiene la siguiente forma

$$z_{i} = a_{i}x + b_{i}y + c_{i}, \qquad (9.1)$$

donde  $a_i$ ,  $b_i$  y  $c_i$  son parámetros lineales para la regla *i* de un modelo con R reglas. Estos parámetros se determinan durante el proceso de entrenamiento. La salida del sistema se obtiene como

$$z = \frac{\sum_{i=1}^{R} \omega_i z_i}{\sum_{i=1}^{R} \omega_i} = \sum_{i=1}^{R} \overline{\omega_i} z_i , \qquad (9.2)$$

donde el peso normalizado de cada regla se define como

$$\overline{\omega_i} = \frac{\omega_i}{\sum_{i=1}^R \omega_i}.$$
(9.3)

El peso de cada regla se calcula como

$$\omega_i = \mu_{A_i}(x)\mu_{B_i}(y), \qquad (9.4)$$

siendo  $\mu_{A_i}(x)$  ( $\mu_{B_i}(y)$ ) la función de asociación que especifica el grado con el que un x (y) dado satisface el cuantificador  $A_i$  ( $B_i$ ). A diferencia de la lógica de conjuntos convencional, estas funciones de pertenencia toman valores continuos entre 0 (falso) y 1 (verdadero). De aquí el nombre de lógica difusa.



Fig. 105. Arquitectura de un sistema ANFIS para un sistema de lógica difusa que consta de dos entradas y dos reglas.

Existen diversos algoritmos que se pueden emplear para optimizar de manera automática los FIS de tipo Sugeno. En este caso se decidió emplear el sistema adaptativo de inferencia neuro difusa (ANFIS –del inglés *Adaptative Neuro Fuzzy Inference System*), que optimiza los parámetros del FIS empleando redes neuronales de modo iterativo [161]. En este método se aplica una combinación del método de mínimos cuadrados y el método del descenso de gradiente para entrenar las funciones de pertenencia del FIS y así emular un conjunto de datos de entrenamiento. Por motivos de simplicidad, en el esquema de la Fig. 105 que representa la arquitectura del sistema ANFIS, se considera un sistema de lógica difusa con dos entradas y una salida que tan solo tiene dos reglas, R = 2.

Existen cinco capas de lógica en el diagrama del modelo ANFIS. Los círculos representan un nodo fijo, mientras que los cuadrados representan un nodo adaptativo. En la primera capa, un algoritmo de agrupación decide el número inicial y el tipo de funciones de asociación necesarias para cada variable de entrada. La salida de esta capa es el grado de pertenencia para el cual la variable de entrada satisface el cuantificador asociado a este nodo. En la segunda capa, cada nodo calcula el peso de las distintas reglas. La tercera capa calcula el peso normalizado de cada una de las reglas en base al sumatorio de los pesos de todas las reglas. La salida de esta capa es directamente el peso normalizado obtenido en la Ec. (9.3). Los nodos adaptativos de la cuarta capa realizan dos tareas: la combinación de los antecedentes de las reglas entrantes y la determinación del grado de asociación al cuantificador de salida. El número de nodos en esta capa será igual al número de reglas. El nodo de la quinta capa calcula la salida a partir de la suma de las señales entrantes. El algoritmo se aplica iterativamente hasta ajustar, con la precisión prefijada, la salida z.



Fig. 106. Diagrama de bloques del funcionamiento de los sistemas de lógica difusa empleados para obtener las coordenadas 3D de los puntos de la superficie de un objeto de volumen a partir de las coordenadas 2D de dichos puntos sobre cada imagen elemental.

Para aplicar esta técnica al problema de la reconstrucción 3D de objetos, es necesario emplear tres sistemas de lógica difusa, uno para cada dimensión del espacio 3D. Cada uno de estos sistemas de lógica difusa tiene como entrada las coordenadas 2D de los puntos sobre cada imagen elemental. Las salidas del sistema son las coordenadas 3D de los puntos reconstruidos. El diagrama de bloques de este sistema se muestra en la Fig. 106.

#### 9.3. Montaje experimental

Como se indica en el Apartado 9.2, en el proceso de calibrado es necesario generar una nube tridimensional de puntos cuyas posiciones sean conocidas con precisión. En el montaje experimental se empleó un tablero de ajedrez para generar dicha nube. Las esquinas de los cuadrados de un tablero de ajedrez definen una red 2D de puntos que puede ser detectada de manera automática. Existe una amplia gama de algoritmos para detectar distribuciones regulares de esquinas en un proceso de calibración. En este caso se empleó el detector de esquinas de Harris [162]. El patrón del tablero de ajedrez estaba compuesto por  $21 \times 15$  cuadrados de  $20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$ . Se imprimió en vinilo adhesivo y se pegó en una base de cartón pluma. El área cubierta por la red de esquinas era de  $420 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ . De aquí en adelante se hará referencia a este tablero de ajedrez como tablero A.

Para capturar las distintas perspectivas del tablero de ajedrez se empleó un sistema de Imagen Integral de Apertura Sintética (ver Fig. 107). Dada una distancia entre el tablero de ajedrez y la cámara, se capturó un conjunto de  $3\times2$  imágenes elementales. El periodo entre posiciones sucesivas de la cámara en horizontal era de 110 mm y el periodo en vertical era de 120 mm. El tablero de ajedrez A se movió axialmente en pasos de 10 mm para un total de 41 posiciones diferentes. Para cada posición axial del patrón, se capturó un nuevo conjunto de  $3\times2$  imágenes elementales. La red de puntos definida por las esquinas de los cuadrados del tablero delimita un volumen de dimensiones 420 mm  $\times$  300 mm  $\times$  400 mm. Este volumen constituye el volumen de entrenamiento del sistema de lógica difusa.



Fig. 107. Sistema de Imagen Integral de Apertura Sintética empleado para capturar diferentes perspectivas del tablero A en el proceso de calibrado.

A partir de las imagines capturadas se extrajeron las posiciones 2D de la red de puntos sobre el sensor de la cámara para cada posición de la cámara y para cada posición axial del tablero. Estas posiciones, junto con las coordenadas de los puntos en el espacio 3D, constituyen el conjunto de datos de entrenamiento empleado por el sistema de lógica difusa. Tras el entrenamiento, el sistema de lógica difusa es capaz de calcular la posición 3D de un determinado punto empleando las correspondencias de las coordenadas 2D de su imagen sobre los sensores de la cámara.

Para comprobar la precisión de las reconstrucciones 3D se empleó un segundo tablero de ajedrez, al que se hará referencia como tablero B, que tenía el mismo número de cuadrados que el tablero A ( $21 \times 15$ ), pero el tamaño de los cuadrados era de 15 mm  $\times$  15 mm. El tablero B se desplazó axialmente en pasos de 60 mm dentro del volumen de entrenamiento para 6 posiciones axiales diferentes. El proceso de detección de esquinas se realizó para cada posición de la cámara y para cada posición axial del tablero. Las correspondencias obtenidas para las esquinas del tablero B se emplearon para medir la precisión de las reconstrucciones del sistema de lógica difusa previamente entrenado. Se cuantificó el error en función del número de imágenes y de la separación entre cámaras durante en el proceso de captura. La matriz de posiciones sobre la que la cámara se movía estaba predefinida, y dentro de esta matriz se seleccionaron diferentes subconjuntos de posiciones. Tal y como se muestra en la Fig. 108, las posiciones de la cámara sobre la matriz se denotan por un número que va del uno al seis.



Fig. 108. Matriz de posiciones para la cámara fotográfica empleada durante los procesos de calibrado y de captura de la información 3D.

Entre las posibles combinaciones que permite este montaje experimental, se seleccionaron ocho configuraciones distintas para entrenar el sistema. La precisión obtenida en el proceso de reconstrucción con cada configuración se determinó a partir de las imágenes del tablero B, que se capturaron para las mismas posiciones de la cámara que las empleadas en el proceso de calibrado. Las posiciones 3D de la red de puntos definida por el tablero B se calcularon con el sistema de lógica difusa para cada una de las configuraciones. Estas posiciones se compararon con la posición 3D de los puntos del tablero medida experimentalmente.

### 9.4. Resultados del proceso de calibrado

La Tabla 1 muestra el error medio cometido por el sistema de lógica difusa a la hora de estimar la posición 3D de los puntos del tablero B, y el error medio para cada una de las tres coordenadas espaciales.

I ABLA I				
# Cámara	$\varepsilon_{3D}$ (mm)	$\varepsilon_X (mm)$	ε <sub>Y</sub> (mm)	$\varepsilon_Z (mm)$
1, 2	6.40	0.24	0.39	6.34
1, 3	2.56	0.23	0.29	2.49
1, 5, 3	3.32	0.27	0.19	3.26
6, 2, 4	3.23	0.26	0.21	3.27
1, 3, 4, 6	0.69	0.25	0.19	0.55
1, 6, 5, 4, 3	0.98	0.22	0.18	0.88
6, 1, 2, 3, 4	1.02	0.22	0.18	0.92
1, 2, 3, 4, 5, 6	0.83	0.24	0.19	0.71

TABLA 1

Error cometido por el sistema de lógica difusa en la reconstrucción 3D en función del número de cámaras empleado y de su posición relativa sobre la matriz de posiciones.

El error medio en la posición 3D,  $\varepsilon_{3D}$ , se obtiene como

$$\varepsilon_{3D} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left( (\hat{x}_i - x_i)^2 + (\hat{y}_i - y_i)^2 + (\hat{z}_i - z_i)^2 \right)}, \qquad (9.5)$$

donde *n* es el número de puntos,  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  y  $\hat{z}$  son las coordenadas cartesianas de un punto en el espacio 3D calculadas a partir del sistema de lógica difusa y *x*, *y* y *z*, son las coordenadas cartesianas de dicho punto medidas experimentalmente. Adicionalmente, el error medio en cada coordenada cartesiana,  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  y  $\varepsilon_z$ , se puede calcular como

$$\varepsilon_{X} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\hat{x}_{i} - x_{i})^{2}}$$
  

$$\varepsilon_{Y} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_{i} - y_{i})^{2}}$$
  

$$\varepsilon_{Z} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\hat{z}_{i} - z_{i})^{2}}.$$
(9.6)

Como se puede ver en la Tabla 1, la precisión en la reconstrucción depende del número de cámaras empleado y también de sus posiciones relativas. A partir de estos resultados se pueden establecer una serie de conclusiones. Considerando tan solo dos posiciones de la cámara, a medida que aumenta la distancia horizontal entre ellas, disminuye el error en la coordenada axial. Si se añaden una o más cámaras en la dirección vertical, el error en esta dirección también se reduce. La mayor precisión se alcanza cuando se emplean cuatro posiciones distintas de la cámara separadas entre ellas la mayor distancia posible sobre la matriz de posiciones. Añadir cámaras en posiciones intermedias no solo no disminuye el error 3D, sino que lo aumenta ligeramente. A pesar de que se podría esperar que un aumento del número de cámaras condujese a incrementar la precisión en las reconstrucciones, el modelo ANFIS tiene una seria limitación, que consiste en que al aumentar el número de entradas, el número de parámetros y de reglas difusas que son necesarios durante el proceso de aprendizaje se incrementa exponencialmente. Desde el punto de vista práctico, si el número de entradas es superior a 8, el tamaño de los datos de entrenamiento para estimar los parámetros del sistema crece rápidamente. Esto provoca que los parámetros del sistema no se pueden estimar con buena precisión, y el resultado es un error más grande que para un modelo ANFIS con menos variables de entrada. Nuestro sistema obtiene el mínimo error en la reconstrucción para 4 cámaras, que se corresponde con 8 variables de entrada. Este fenómeno se ha puesto de manifiesto en otros estudios prácticos, como el llevado a cabo por Castellanos y colaboradores [163].

Aunque los resultados obtenidos se reflejan de manera cuantitativa en la Tabla 1, la Fig. 109 ayuda a visualizar la mejora conseguida empleando un sistema de Imagen Integral de Apertura Sintética en lugar de un par estéreo. Los asteriscos azules indican la posición 3D de los puntos del tablero B medidos experimentalmente y las cruces rojas indican la posición de estos mismos puntos calculada empleando el sistema de lógica difusa. Se muestran las reconstrucciones obtenidas para las posiciones 1 y 2 de la cámara (máximo error), y las reconstrucciones obtenidas para las posiciones 1, 3, 4 y 6 de la cámara (mínimo error). Estos resultados demuestran la capacidad del sistema de llevar a cabo reconstrucciones 3D a escala real con un error medio menor a 1 mm. La consecuencia natural de esta habilidad es el empleo de los sistemas de lógica difusa para la reconstrucción de objetos de volumen.



Fig. 109. Reconstrucción computacional de los puntos definidos por el tablero B para seis posiciones axiales dentro del volumen de entrenamiento. La posición de los puntos reconstruidos se puede comparar con la posición real de dichos puntos medida experimentalmente para las configuraciones que emplean 2 cámaras (posiciones 1 y 2) y 4 cámaras (posiciones 1, 3, 4 y 6).

# 9.5. Reconstrucción 3D de objetos de volumen

En este Apartado se comprueba la habilidad de los sistemas de lógica difusa para reconstruir un objeto 3D real, incluyendo el color y la textura. Para ello, en primer lugar se situó el objeto 3D dentro del volumen de entrenamiento del sistema. La cámara capturó este objeto desde diferentes perspectivas empleando el mismo periodo y el mismo número de imágenes que los empleados para el proceso de entrenamiento. A partir de los análisis previos acerca de la resolución 3D del sistema, es lógico emplear la configuración que proporciona la mejor resolución en el proceso de reconstrucción. Por ello se empleó el sistema de lógica difusa que había sido entrenado para las posiciones de la cámara 1, 3, 4 y 6. En la Fig. 110 se muestra el montaje experimental que se empleó para capturar un objeto 3D situado en el interior del volumen de entrenamiento del sistema de lógica difusa.



Fig. 110. Montaje experimental para capturar diferentes perspectivas de un objeto 3D. Dicho objeto se sitúa en el interior del volumen de entrenamiento definido durante el proceso de calibrado del sistema de lógica difusa.

Como objeto 3D se empleó un mortero de madera de dimensiones conocidas (ver Fig. 111). De esta manera, el tamaño real del objeto se puede comparar con el tamaño del objeto reconstruido.



Fig. 111. Dimensiones del mortero empleado como objeto 3D.

La cámara capturó cuatro imágenes del mortero desde las posiciones 1, 3, 4 y 6 (ver Fig. 112).



Fig. 112. Conjunto de imágenes elementales capturadas por la cámara fotográfica para las posiciones 1, 3, 4 y 6.

Estas imágenes no pueden ser empleadas directamente por el sistema de lógica difusa. En primer lugar es necesario establecer las correspondencias entre los píxeles de cada una de las imágenes capturadas. Para ello se empleó un algoritmo de correlación entre pares estéreo. El algoritmo básico para establecer las correspondencias entre pares estéreo consiste en especificar un determinado bloque de píxeles en una de las imágenes y definir otro bloque de píxeles del mismo tamaño en la imagen vecina, el cual recibe el nombre de ventana. Al establecer las correspondencias, la ventana se mueve a lo largo de su imagen correspondiente para encontrar el bloque que da lugar a una diferencia mínima en el valor de la intensidad de los píxeles que contiene [147]. El cálculo de las disparidades se mejoró incorporando estimación subpíxel [149] y métodos de programación dinámica [148] en el algoritmo. A partir del mapa de disparidades es posible obtener las coordenadas 2D de cada uno de los puntos de la superficie del objeto 3D sobre el sensor para cada una de las cuatro imágenes elementales.

El sistema de lógica difusa emplea las correspondencias calculadas del conjunto de imágenes elementales 2D para calcular las coordenadas 3D de la superficie del objeto. En la Fig. 113 se muestran algunas de las reconstrucciones obtenidas con el sistema de lógica difusa calculadas desde distintas perspectivas. Como se muestra en esta figura, en las reconstrucciones aparecen algunos errores. Existen algunas zonas de la superficie del mortero con agujeros. Esto agujeros son debidos a cómo funciona el algoritmo de agrupamiento: para obtener las coordenadas 3D de un punto, es necesario que ese punto haya sido capturado por la cámara desde todas las posiciones empleadas en el proceso de captura. Cuando algunas partes están ocluidas para una o más cámaras, el algoritmo que establece las correspondencias desecha esos puntos y en esa zona aparece un hueco. De manera similar, aparecen algunos valores computacionales espurios en la parte de arriba del mortero, que es una zona con oclusiones en la dirección vertical. Justamente el borde trasero del mortero es visible en todas las imágenes elementales, pero debido a la falta de continuidad en la superficie, el algoritmo de lógica difusa lleva a cabo una interpolación al calcular la profundidad de esos puntos, lo que da lugar a una estimación errónea de la profundidad. A pesar de los errores en las reconstrucciones, las dimensiones del objeto reconstruido se corresponden con las dimensiones del objeto real. El sistema de coordenadas cartesiano en el que se representan las diferentes vistas está graduado en milímetros, por lo que se pueden comparar las dimensiones del objeto reconstruido con las dimensiones del objeto real. En la reconstrucción del mortero vista de frente (plano XY), la altura y los diámetros de la base y la parte superior se pueden medir con facilidad. A pesar de que la medida no es muy precisa porque los bordes están poco definidos, el diámetro de la base es de unos 105 mm, mientras que el diámetro de la parte de arriba del mortero es de unos 140 mm. La altura del mortero es de en torno a 95 mm. Estas medidas dan en buena aproximación las dimensiones reales del mortero.



Fig. 113. Reconstrucciones computacionales del mortero desde diferentes perspectivas a partir de las imágenes 2D capturadas por la cámara desde las posiciones 1, 3, 4 y 6.

En conclusión, el sistema de lógica difusa se ha empleado con éxito para calibrar un sistema de Imagen Integral de Apertura Sintética. El sistema se ha calibrado para ocho configuraciones distintas dentro de una matriz de posiciones predefinida. El error en el proceso de reconstrucción se ha cuantificado para diferentes posiciones de las cámaras sobre la matriz y con un número distinto de imágenes elementales. Como era de esperar, se obtuvo que el error en la reconstrucción para un par estero disminuía a medida que aumentaba la separación entre cámaras. Añadir una tercera cámara en la dirección perpendicular a la línea que une el par estéreo proporciona información extra al sistema y por tanto disminuye el error en esa dirección. El mínimo error se obtuvo para cuatro posiciones de la cámara en las esquinas definidas por la matriz de posiciones. Añadir cámaras en posiciones intermedias no solo no mejora la resolución, sino que la empeora ligeramente. Esto es debido a que cuando se emplean más de cuatro cámaras, el número de parámetros que el sistema ANFIS necesita optimizar crece exponencialmente y por ello el error en la reconstrucción también aumenta. Se ha demostrado la habilidad del sistema para llevar a cabo reconstrucciones 3D a escala real, incluyendo el color y la textura. Las reconstrucciones 3D calculadas desde diferentes perspectivas muestran la precisión de los resultados.

# **10.** Conclusiones

En la presente Tesis se han estudiado las configuraciones de los sistemas de Imagen Integral empleadas más comúnmente para la captura de la información espacio-angular de una escena 3D. Se han analizado las transformaciones que estos sistemas ópticos generan sobre el espacio de rayos y en base a ello, se han propuesto distintos algoritmos que permiten enfocar la escena a distintas profundidades, así como generar diferentes perspectivas de la escena cambiando el punto de vista.

Asimismo, se han propuesto diversos métodos para solventar algunas de las limitaciones intrínsecas de la Imagen Integral, entre las que se incluyen la naturaleza pseudoscópica y la baja resolución de las imágenes reconstruidas, el fenómeno del trenzado de facetas y la limitada profundidad de campo en el proceso de captura. En concreto, se ha propuesto un método que permite aumentar la resolución de las imágenes reconstruidas con un sistema de Imagen Integral que trabaja en el modo de profundidad de campo. También se ha estudiado el fenómeno del tranzado de facetas, que afecta a los sistemas de Imagen Integral que trabajan en el modo de resolución. Esto ha permitido establecer una solución eficaz que consiste en modificar la distancia entre la matriz de microlentes y el monitor de manera que sea igual a la focal de las microlentes. Además, se ha propuesto un algoritmo que proporciona reconstrucciones ortoscópicas y permite reorganizar la información espacioangular capturada de manera que se pueda proyectar en un monitor de Imagen Integral cuyos parámetros sean totalmente distintos a los empleados en el proceso de captura. Adicionalmente, el análisis de los sistemas de Imagen Integral desde el punto de vista de la teoría escalar de la difracción en la aproximación paraxial ha permitido diseñar un método digital para extender la profundidad de campo en la etapa de reconstrucción.

Por otra parte, se ha diseñado un modelo basado en el Método de Montecarlo para evaluar numéricamente la resolución de las imágenes reconstruidas y cuya validez se ha comprobado experimentalmente. Finalmente se han propuesto un par de aplicaciones basadas en los sistemas de Imagen Integral. La primera de estas aplicaciones consiste en la combinación de un polariscopio y la técnica de la Imagen Integral de Apertura Sintética. Este sistema permite discernir las tensiones de un conjunto de láminas delgadas situadas a diferentes profundidades y con oclusiones múltiples entre ellas. En la segunda aplicación, se ha empleado un sistema de lógica difusa para calibrar un sistema de Imagen Integral de Apertura Sintética y se ha analizado el error en la reconstrucción en función del número de cámaras y de la posición relativa entre ellas. Una vez calibrado el sistema, es posible llevar a cabo reconstrucciones de objetos 3D a escala real, incluyendo el color y la textura.

Cabe remarcar que los resultados presentados en esta Tesis no solucionan todos las limitaciones básicas de los sistemas de Imagen Integral. Existe una gran variedad de limitaciones técnicas que es necesario solventar para la adopción masiva de estos sistemas. Debido al compromiso entre la resolución espacial y la resolución angular, los sistemas de Imagen Integral requieren de sensores de alta resolución o de matrices de cámaras. Se genera por tanto una cantidad enorme de información que es necesario almacenar o transmitir. El diseño de algoritmos de compresión que permitan reducir la cantidad de información necesaria para representar la radiancia muestreada es fundamental para la viabilidad de estos sistemas. Asimismo, los cálculos para la reconstrucción computacional de escenas 3D son en ocasiones lentos o requieren de ordenadores potentes, siendo necesario optimizar los algoritmos empleados o modificarlos para que se puedan ejecutar en hardware gráfico. Por último, aunque no menos importante, es trascendental el estudio de la configuración óptica más eficiente en función de la aplicación a la que se destine el sistema.

El rápido ritmo al que avanza la tecnología, junto con el esfuerzo que están llevando a cabo diversos grupos de investigación para solventar las limitaciones básicas de los sistemas de Imagen Integral, podrían permitir que estos sistemas estuviesen listos para su adopción masiva en los próximos años.

# Conclusions

In this Thesis, the most commonly used configurations for capturing the spatio-angular information of a 3D scene with an Integral Imaging system have been studied. The transformations generated by these optical systems on the ray space have been analyzed, and, on this basis, various algorithms that allow focusing the image at different depths and generate different views of the scene by changing the viewpoint have been proposed.

Moreover, several methods have been proposed to solve some of the intrinsic limitations of Integral Imaging technique, including the pseudoscopic nature and the low resolution of the reconstructed images, the facet braiding phenomenon and the limited depth of field in the capture stage. Specifically, a method to increase the resolution of the reconstructed images by an Integral Imaging system working in the depth of field mode has been proposed. The facet braiding phenomenon, which affects Integral Imaging systems working in the resolution mode has been also studied. This has allowed establishing an effective solution consisting of modifying the distance between the microlens array and the monitor so that it is equal to the microlenses focal length. Furthermore, it has been proposed an algorithm that provides orthoscopic reconstructions and allows rearranging the captured spaceangular information so that it can be projected in an Integral Imaging monitor whose parameters are totally different from those used in the capture process. Additionally, the analysis of Integral Imaging systems from the paraxial scalar diffraction theory point of view has allowed designing a digital method to extend the depth of field in the reconstruction stage.

On the other hand, it has been designed a method based on Monte Carlo simulations to numerically evaluate the resolution of the reconstructed images and whose validity has been experimentally verified.

Finally, there have been presented a couple of applications based on Integral Imaging systems. The first of these applications consists of a combination of a polariscope and the Synthetic Aperture Integral Imaging technique. This system allows discerning the stress state within a set of thin plates located at different depths having mutual occlusions. In the second application, a fuzzy logic system has been used to calibrate a Synthetic Aperture Integral Imaging system and to analyze the error in the reconstruction depending on the number of cameras and their relative position. Once the system is calibrated, it has been possible to perform real scale reconstructions of 3D objects, including color and texture.

As a final remark, it is worth to state that the extensive and intensive work presented in this Thesis does not, of course, solve all the practical constraints in the Integral Imaging technique. There is a wide variety of technical limitations that need to be solved additionally for mass adoption of Integral Imaging systems. Due to the trade-off between spatial resolution and angular resolution, Integral Imaging systems require the use of high resolution sensors or camera arrays. These systems generate an enormous amount of information that must be stored or transmitted. The design of compression algorithms to reduce the amount of information needed to represent the sampled radiance is essential for the viability of these systems. Also, calculations for the computational reconstruction of 3D scenes are sometimes slow or require powerful computers, being necessary to optimize the algorithms used or modify them so that they can run on graphics hardware. Last but not least, it is crucial to study the most efficient optical configuration in terms of the application to which the system is intended.

Hopefully, the rapid pace at which technology advances, along with the effort that several research groups are undertaking to address the basic limitations of Integral Imaging systems, could allow these systems to be ready for mass adoption in the coming years.

# <u>ANEXO</u>

En este Anexo se definen las convenciones de notación que se han seguido a lo largo de esta Tesis:

- Para las distancias axiales se tomará como sentido positivo el de la luz incidente que, salvo en casos especiales, se elegirá en todas las figuras de izquierda a derecha.
- Para las distancias transversales se tomará como positivo el sentido hacia arriba.
- Los ángulos con el eje de simetría del sistema se tomarán positivos si al llevar la recta que los define a coincidir con dicho eje por el camino angular más corto se realiza un recorrido de sentido contrario a las agujas del reloj.
- Se denotarán, como regla general, las distancias entre los diferentes elementos con letras minúsculas latinas.
## **Bibliografía**

- [1] W. Rollmann, "Notiz zur Stereoskopie," Ann. Phys., vol. 165, pp. 350-351, 1853.
- [2] E. H. Land, Polarizing optical system, U. S. Patent 2.099.694, 1937.
- [3] D. W. G. Byatt, Stereoscopic television system, U.S. Patent 4.281.341, 1981.
- [4] P. J. Bos y K. R. Koehler/Beran, "The Pi-Cell: A fast new liquid crystal switching device," *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, vol. 113, pp. 329-339, 1984.
- [5] W. Hess, *Stereoscopic picture*, U. S. Patent 1.128.979, 1915.
- [6] A. Berthier, "Images stéréoscopiques de grand format," *Le Cosmos*, pp. 229-231, 1896.
- [7] F. E. Ives, "A novel stereogram," J. Frankl. Inst., vol. 153, pp. 51-52, 1902.
- [8] B. Julesz, "Stereopsis and binocular rivalry of contours," J. Opt. Soc. Am., vol. 53, pp. 994-999, 1963.
- [9] C. W. Kanolt, *Photographic method and apparatus*, U. S. Patent 1.260.682, 1915.
- [10] H. Imai, M. Imai, Y. Ogura y K. Kubota, "Eye-position tracking stereoscopic display using image shifting optics," *Proc. SPIE*, vol. 2653, pp. 49-55, 1996.
- B. G. Blundell y A. J. Schwarz, Volumetric Three-dimensional Display Systems, John Wiley & Sons, Incorporated, 2000.
- [12] D. Gabor, "A new microscopic principle," Nature, vol. 161, pp. 777-779, 1948.
- [13] G. Lippmann, "Épreuves réversibles. Photographies intégrales". Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, vol. 146, pp. 446-451, 1908.
- [14] D. E. Roberts y T. Smith, "The history of integral print methods," http://www.integralresource. org/integral\_history.html, 2003.
- [15] G. Lippmann, "Epreuves reversibles donnant la sensation du relief," J. Phys., vol. 7, pp. 821-825, 1908.
- [16] G. Lippmann, J. Soc. Franc. Phys, vol. 69, 1912.
- [17] O. S. Cossairt y J. Napoli, Radial multiview three-dimensional displays, U.S. Pat. App. 2005/0180007 A1, 2005.
- [18] R. Otsuka, T. Hoshino y Y. Horry, "Transpost: all-around display system for 3D solid image," *Proc.* of the ACM Symposium on Virtual Reality Software and Technology, pp. 187-194, 2004.
- [19] K. Tanaka y S. Aoki, "A method for the real-time construction of a full parallax light field," Proc. SPIE, vol. 6055, pp. 397-407, 2006.
- [20] P. P. Sokolov, Autostereoscopy and Integral Photography by Professor Lippmann's Method, Izd. MGU, Moscow State Univ. Press, 1911.
- [21] M. Martínez-Corral, R. Martínez-Cuenca, G. Saavedra, H. Navarro, A. Pons y B. Javidi, "Progresses in 3D integral imaging with optical processing," *JPCS*, vol. 139, p. 12012, 2008.
- [22] Y. Kim, J. Kim, K. Hong, H. K. Yang, J.-H. Jung, H. Choi, S.-W. Min, J.-M. Seo, J.-M. Hwang y B. Lee, "Accommodative response of integral imaging in near distance," *J. Disp. Technol.*, vol. 8, pp. 70-78, 2012.
- [23] H. Hiura, T. Mishina, J.Arai, K. Hisatomi, Y. Iwadate, T. Ito y S. Yano, "A Study on Accommodation Response and Depth Perception in Viewing Integral Photography," *Proc. 3DSA*, vol. 2, p. 2, 2013.
- [24] H. E. Ives, "Optical properties of a Lippmann lenticulated sheet," J. Opt. Soc. Am., vol. 21, pp. 171-176, 1931.
- [25] H. E. Ives, "Parallax panoramagrams made with a large diameter lens," J. Opt. Soc. Am., vol. 20, pp. 332-342, 1930.
- [26] D. F. w. Coffey, Apparatus for Making a Composite Stereograph, US Patent 2.063.985, 1936.
- [27] J.T. Gruetzner, Means of Obtaining Three-Dimensional Photography, US Patent 2.724.312, 1955.
- [28] R. L. De Montebello, Integral Photography, U.S. Patent, 3.503.315, 1970.
- [29] R.L. De Montebello, Process of Making Reinforced Lenticular Sheet, US Patent 3.584.369, 1971.
- [30] R. L. de Montebello, "Wide-Angle Integral Photography The Integram System," *Proc. SPIE*, vol. 120, pp. 73-91, 1977.
- [31] De Montebello et al., Integral Photography Apparatus and Method of Forming the Same, US Patent 4.732.453, 1988.

- [32] C. B. Burckhardt, R. J. Collier y E. T. Doherty, "Formation and inversion of pseudoscopic images," *Appl. Opt.*, vol. 7, pp. 627-632, 1968.
- [33] C. B. Burckhardt, "Optimum parameters and resolution limitation of integral photography," J. Opt. Soc. Am., vol. 58, pp. 71-76, 1968.
- [34] C. B. Burckhardt y E. T. Doherty, "Beaded plate recording of integral photographs," *Appl. Opt.*, vol. 8, pp. 2329-2331, 1969.
- [35] L. Dudley, Integral Photography, US Patent 3.613.539, 1971.
- [36] L. Dudley, *Methods of Integral Photography*, US Patent 3.675.553, 1972.
- [37] T. Okoshi, "Optimum design and depth resolution of lens-sheet and projection-type threedimensional displays," *Appl. Opt.*, vol. 10, pp. 2284-2291, 1971.
- [38] T. Okoshi, A. Yano y Y. Fukumori, "Curved triple-mirror screen for projection-type threedimensional display," *Appl. Opt.*, vol. 10, pp. 482-489, 1971.
- [39] T. Okoshi, Three-Dimensional Imaging Techniques, Academic, New York, 1971.
- [40] Yu. A. Dudnikov, "Autostereoscopy and Integral Photography," Opt. Tech., vol. 37, pp. 422-426, 1970.
- [41] Yu. A. Dudnikov, "Elimination of Pseudoscopy in Integral Photography," Opt. Technology, vol. 38, pp. 140-143, 1971.
- [42] Yu. A. Dudnikov, "Effect of Three-Dimensional Moiré in Integral Photography," Sov. J. Opt. Tech., vol. 41, pp. 260-262, 1974.
- [43] Yu. A. Dudnikov y B. K. Rozhkov, "Selecting the Parameters of the Lens-Array Photographing System in Integral Photography," Sov. J. Opt. Tech., vol. 45, pp. 349-351, 1978.
- [44] Yu. A. Dudnikov y B. K. Rozhkov, "Limiting Capabilities of Photographing Various Subjects by the Integral Photography Method," Sov. J. Opt. Tech., vol. 46, pp. 736-738, 1979.
- [45] Yu. A. Dudnikov, B. K. Rozhkov y E. N. Antipova, "Obtaining a Portrait of a Person by the Integral Photography Method," Sov. J. Opt. Tech., vol. 47, pp. 562-563, 1980.
- [46] A. Chutjian y R. J. Collier, "Recording and Reconstructing Three-Dimensional Images of Computer Generated Subjects by Lippmann Integral Photography," *Appl. Opt.*, vol. 7, pp. 99-103, 1968.
- [47] L. Yang, M. McCornick y N. Davies, "Discussion of the optics of a new 3-D imaging system," *Appl. Opt.*, vol. 27, pp. 4529-4534, 1988.
- [48] N. Davies, M. McCormick y L. Yang, "Three-dimensional imaging systems: a new development," *Appl. Opt.*, vol. 27, pp. 4520-4528, 1988.
- [49] N. Davis y M. McCormick, Imaging System, US Patent 5.040.871, 1991.
- [50] N. Davies, M. McCornick y M. Brewin, "Design and analysis of an image transfer system using microlens arrays," *Opt. Eng.*, vol. 33, pp. 3624-3633, 1994.
- [51] N. Davis y M. McCormick, Imaging System, US Patent 5.615.048, 1997.
- [52] N. Davis y M. McCormick, Lens System with Intermediate Optical Transmission Microlens Screen, US Patent 5.650.876, 1997.
- [53] N. Davis y M. McCormick, Imaging Arrangements, US Patent 5.655.043, 1997.
- [54] N. Davis y M. McCormick, Lens Arrangements, US Patent, 6.097.541, 2000.
- [55] E. H. Adelson y J. R. Bergen, "The plenoptic function and the elements of early vision," Computational models of visual processing, vol. 1, pp. 3-20, 1991.
- [56] J. J. Gibson, The Senses Considered as Perceptual Systems, Boston: Houghton Mifflin, 1966.
- [57] E. H. Adelson y J. Y. A. Wang, "Single lens stereo with plenoptic camera," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 14, pp. 99-106, 1992.
- [58] M. Levoy y P. Hanrahan, "Light field rendering," Proc. of the 23rd annual conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, pp. 31-42, 1996.
- [59] S. J. Gortler, R. Grzeszczuk, R. Szeliski y M. F. Cohen, "The lumigraph," Proc. of the 23rd annual conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, pp. 43-54, 1996.
- [60] F. Okano, H. Hoshino, J. Arai, y I. Yuyama, "Real-time pickup method for a three-dimensional image based on integral photography," *Appl. Opt.*, vol. 36, pp. 1598-1603, 1997.
- [61] A. Isaksen, L. McMillan y S. J. Gortler, "Dynamically Reparameterized Light Fields," Proc. of the 27th annual conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, pp. 297-306, 2000.
- [62] V. Vaish, G. Garg, E. Talvala, E. Antunez, B. Wilburn, M. Horowitz y M. Levoy, "Synthetic Aperture Focusing using a Shear-Warp Factorization of the Viewing Transform," *Proc. IEEE CVPR 05- Workshops*-, vol. 3, p. 129, 2005.

- [63] R. Ng, M. Levoy, M. Brédif, G. Duval, M. Horowitz y P. Hanrahan, "Light field photography with a hand-held plenoptic camera," *Stanford Tech. Rep. CSTR*, vol. 2, 2005.
- [64] A. Lumsdaine y T. Georgiev, "The focused plenoptic camera," Proc. IEEE International Conference on Computational Photography, pp. 1-8, 2009.
- [65] B. Javidi y F. Okano, *Three-dimensional television, video and display technologies*, Springer-Verlag, 2002.
- [66] J. Arai, F. Okano, H. Hoshino y I. Yuyama, "Gradient-index lens-array method based on real-time integral photography for three-dimensional images," *Appl. Opt.*, vol. 37, pp. 2034-2045, 1998.
- [67] S.-W. Min, J. Hong, y B. Lee, "Analysis of an optical depth converter used in a three-dimensional integral imaging system," *Appl. Opt.*, vol. 43, pp. 4539-4549, 2004.
- [68] J. Arai, H. Kawai, M. Kawakita y F. Okano, "Depth-control method for integral imaging," Opt. Lett., vol. 33, pp. 279-281, 2008.
- [69] H. Navarro, R. Martínez-Cuenca, G. Saavedra, M. Martínez-Corral y B. Javidi, "3D integral imaging display by smart pseudoscopic-to-orthoscopic conversión," *Opt. Express*, vol. 18, pp. 25573-25583, 2010.
- [70] B. Javidi; M. Martínez-Corral; R. Martínez-Cuenca, G. Saavedra; H. Navarro. 2011. Smart Pseudoscopic-to-orthoscopic conversion (SPOC) Protocol for threedimensional (3D) display. U.S. Patent Application 0007953USP/2480.
- [71] M. Martinez-Corral, A. Dorado, H. Navarro, G. Saavedra y B. Javidi, "3D display by Smart Pseudoscopic-to-Orthoscopic Conversion with tunable focus (SPOC 2.0)," *Appl. Opt.*, 2014 (Aceptado).
- [72] J. Arai, M. Okui, M. Kobayashi y F. Okano, "Geometrical effects of positional errors in integral photography," J. Opt. Soc. Am. A, vol. 21, pp. 951-958, 2004.
- [73] B. Tavakoli, M. Daneshpanah, B. Javidi y E. Watson, "Performance of 3D integral imaging with position uncertainty," *Opt. Express*, vol. 15, pp. 11889-11902, 2007.
- [74] A. Aggoun, "Pre-processing of integral images for 3-D displays," J. Display Technol., vol. 2, pp. 393-400, 2006.
- [75] N. P. Sgouros, S. S. Athineos, M. S. Sangriotis, P. G. Papageorgas y N. G. Theofanous, "Accurate lattice extraction in integral images," *Opt. Express*, vol. 14, pp. 10403-10409, 2006.
- [76] K. Fife, A. E. Gamal y H.-S. P. Wong, "A multiaperture image sensor with 0.7 mm pixels in 0.11mm CMOS technology," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 43, pp. 2990-3005, 2008.
- [77] S. Jung, J.-H. Park, H. Choi y B. Lee, "Viewing-angle-enhanced integral three-dimensional imaging along all directions without mechanical movement," *Opt. Express*, vol. 11, pp. 1346-1356, 2003.
- [78] B. Lee, S. Jung y J.-H. Park, "Viewing-angle-enhanced integral imaging using lens switching," Opt. Lett., vol. 27, pp. 818-820, 2002.
- [79] J.-S. Jang y B. Javidi, "Improvement of viewing angle in integral imaging by use of moving lenslet arrays with low fill factor," *Appl. Opt.*, vol. 42, pp. 1996-2002, 2003.
- [80] R. Martínez-Cuenca, H. Navarro, G. Saavedra, B. Javidi y M. Martínez-Corral, "Enhanced viewing-angle integral imaging by multiple-axis telecentric relay system," *Opt. Express*, vol. 15, pp. 16255-16260, 2007.
- [81] M. Martínez-Corral, B. Javidi, R. Martínez-Cuenca y G. Saavedra, "Integral imaging with improved depth of field by use of amplitude-modulated microlens array," *Appl. Opt.*, vol. 43, pp. 5806-5813, 2004.
- [82] R. Martínez-Cuenca, G. Saavedra, M. Martínez-Corral y B. Javidi, "Extended depth-of-field 3-D display and visualization by combination of amplitude-modulated microlenses and deconvolution tools," *J. Disp. Technol.*, vol. 1, pp. 321-327, 2005.
- [83] A. Castro, Y. Frauel y B. Javidi, "Integral imaging with large depth of field using an asymmetric phase mask," *Opt. Express*, vol. 15, pp. 10266-10273, 2007.
- [84] R. Martínez-Cuenca, G. Saavedra, A. Pons, B. Javidi y M. Martínez-Corral, "Facet braiding: a fundamental problem in Integral Imaging," *Opt. Lett.*, vol. 32, pp. 1078-1080, 2007.
- [85] H. Navarro, R. Martínez-Cuenca, A. Molina-Martín, M. Martínez-Corral, G. Saavedra y B. Javidi, "Method to remedy image degradations due to facet braiding in 3D integral imaging monitors," *J. Disp. Technol.*, vol. 6, pp. 404-411, 2010.

- [86] F. Okano, J. Arai, K. Mitani y M. Okui, "Real-time integral imaging based on extremely high resolution video system," *Proc. IEEE*, vol. 94, pp. 490-501, 2006.
- [87] T. Mishina, "3D television system based on Integral Photography," *IEEE Picture Code Symposium*, p. 20, 2010.
- [88] J. Arai, F. Okano, M. Kawakita, M. Okui, Y. Haino, M. Yoshimura, M. Furuya y M. Sato, "Integral Three-Dimensional Television Using a 33-Megapixel Imaging System," *J. Disp. Technol.*, vol. 6, pp. 422-430, 2010.
- [89] J. M. Rodriguez-Ramos; M. Martinez-Corral; G. Saavedra; H. Navarro. 2011. Sistema integrado de captura, procesado y representación de imagen tridimensional. Spanish Patent Application WO 2012146984 A3.
- [90] O. Matoba, E. Tajahuerce y B. Javidi, "Real-time threedimensional object recognition with multiple perspectives imaging," *Appl. Opt.*, vol. 40, pp. 3318-3325, 2001.
- [91] S. Kishk y B. Javidi, "Improved resolution 3D object sensing and recognition using time multiplexed computational integral imaging," *Opt. Express*, vol. 11, pp. 3528-3541, 2003.
- [92] S. H. Hong y B. Javidi, "Distortion-tolerant 3D recognition of occluded objects using computational integral imaging," *Opt. Express*, vol. 14, pp. 12085-12095, 2006.
- [93] R. Schulein, C. M. Do y B. Javidi, "Distortion-tolerant 3D recognition of underwater objects using neural networks," J. Opt. Soc. Am. A, vol. 27, pp. 461-468, 2010.
- [94] S. Yeom, B. Javidi y E. Watson, "Three-dimensional distortion-tolerant object recognition using photon-counting integral imaging," *Opt. Express*, vol. 15, pp. 1513-1533, 2007.
- [95] B. Tavakoli, B. Javidi y E. Watson, "Three dimensional visualization by photon counting computational integral imaging," *Opt. Express*, vol. 16, pp. 4426-4436, 2008.
- [96] M. DaneshPanah, B. Javidi y E. A. Watson, "Three dimensional object recognition with photon counting imagery in the presence of noise," *Opt. Express*, vol. 18, pp. 26450-26460, 2010.
- [97] I. Moon y B. Javidi, "Three-dimensional recognition of photon-starved events using computational integral imaging and statistical sampling," *Opt. Lett.*, vol. 34, pp. 731-733, 2009.
- [98] D. Aloni, A. Stern y B. Javidi, "Three-dimensional photon counting integral imaging reconstruction using penalized maximum likelihood expectation maximization," *Opt. Express*, vol. 19, pp. 19681-19687, 2011.
- [99] P. Latorre-Carmona, E. Sánchez-Ortiga, X. Xiao, F. Pla, M. Martínez-Corral, H. Navarro, G. Saavedra y B. Javidi, "Multispectral integral imaging acquisition and processing using a monochrome camera and a liquid crystal tunable filter," *Opt. Express*, vol. 20, pp. 25960-25969, 2012.
- [100] S. H. Hong y B. Javidi, "Three-dimensional visualization of partially occluded objects using integral imaging," J. Disp. Technol., vol. 1, pp. 354-359, 2005.
- [101] I. Moon y B. Javidi, "Three-dimensional visualization of objects in scattering medium by use of computational integral imaging," *Opt. Express*, vol. 16, pp. 13080-13089, 2008.
- [102] M. Martinez-Corral; A. Pons; G. Saavedra; H. Navarro; R. Martinez-Cuenca; A. Tolosa; N. Alcon. 2011. Cámara de fondo de ojo multi-perspectiva. Spanish Patent Application WO 2013057352 A1.
- [103] J. S. Jang y B. Javidi, "Three-dimensional integral imaging of micro-objects," Opt. Lett., vol. 29, pp. 1230-1232, 2004.
- [104] M. Levoy, R. Ng, A. Adams, M. Footer y M. Horowitz, "Light field microscopy," ACM Transactions on Graphics, vol. 25, pp. 924-934, 2006.
- [105] B. Javidi, I. Moon y S. Yeom, "Three-dimensional identification of biological microorganism using integral imaging," Opt. Express, vol. 14, pp. 12096-12108, 2006.
- [106] M. Levoy, Z. Zhang y I. McDowall, "Recording and controlling the 4D light field in a microscope using microlens arrays," J. Microsc., vol. 235, pp. 144-162, 2009.
- [107] D. Shin, M. Cho y B. Javidi, "Three-dimensional optical microscopy using axially distributed image sensing," Opt. Lett., vol. 35, pp. 3646-3648, 2010.
- [108] M. Martínez Corral, W. Furlan, A. Pons y G. Saavedra, Instrumentos Ópticos y Optométricos: Teoría y Prácticas, Universitat de València, Valencia, 1998.
- [109] R. Lukac, Single-Sensor Imaging: Methods and Applications for Digital Cameras, Image Processing Series, CRC Press, 2012.
- [110] H. Navarro, M. Martinez-Corral, A. Dorado, G. Saavedra, A. Llavador y B. Javidi, "Capture of the spatio-angular information of a 3D scene," *Opt. Pur. Apl.*, vol. 46, pp. 147-156, 2013.

- [111] F. E. Nicodemus, Self-study manual on optical radiation measurements, Parte 1, U.S. Dept. of Commerce, National Bureau of Standards, Institute for Basic Standards, Optical Physics Division, 1976.
- [112] E. Noether, "Invariante Variationsprobleme," Nachr. D. König. Gesellsch. D. Wiss. Zu Göttingen, pp. 235-257, 1818.
- [113] R. Ng, Digital Light Field Photography, Tesis doctoral, Stanford University, USA, 2006.
- [114] J.-S. Jang, F. Jin y B. Javidi, "Three-Dimensional Integral Imaging with Large Depth of Focus Using Real and Virtual Image Fields," Opt. Lett., vol. 28, pp. 1421-1423, 2003.
- [115] Y. Kim, J.-H. Park, H. Choi, J. Kim, S.-W. Cho y B. Lee, "Depth-enhanced three-dimensional integral imaging by use of multilayered display devices," *Appl. Opt.*, vol. 45, pp. 4334-4343, 2006.
- [116] T. Naemura, T. Yoshida y H. Harashima, "3-D computer graphics based on integral photography," Opt. Express, vol. 8, pp. 255-262, 2001.
- [117] H. Arimoto y B. Javidi, "Integral three-dimensional imaging with digital reconstruction," Opt. Lett., vol. 26, pp. 157-159, 2001.
- [118] G. Saavedra, R. Martínez-Cuenca, M. Martínez-Corral, H. Navarro, M. Daneshpanah y B. Javidi, "Digital slicing of 3D scenes by Fourier filtering of integral images," *Optics Express*, vol. 16, pp. 17154-17160, 2008.
- [119] Y. S. Hwang, S. H. Hong y B. Javidi, "Free View 3-D Visualization of Occluded Objects by Using Computational Synthetic Aperture Integral Imaging," J. Display Technol., vol. 3, pp. 64-70, 2007.
- [120] B. Lee, S.-W. Min y B. Javidi, "Theoretical Analysis for Three-Dimensional Integral Imaging Systems with Double Devices," *Appl. Opt.*, vol. 41, pp. 4856-4865, 2002.
- [121] J.-H. Park, G. Baasantseren, N. Kim, G. Park, J.-M. Kang y B. Lee, "View image generation in perspective and orthographic projection geometry based on integral imaging," *Opt. Express*, vol. 16, pp. 8800-8813, 2008.
- [122] H. Navarro, J. C. Barreiro, G. Saavedra, M. Martínez-Corral y B. Javidi, "High-resolution far-field integral-imaging camera by double snapshot," *Opt. Express*, vol. 20, pp. 890-895, 2012.
- [123] R. Martínez-Cuenca, G. Saavedra, M. Martínez-Corral y B. Javidi, "Enhanced depth of field integral imaging with sensor resolution constraints," *Opt. Express*, vol. 12, pp. 5237-5242, 2004.
- [124] M. Martínez-Corral, B. Javidi, R. Martínez-Cuenca y G. Saavedra, "Multifacet structure of observed reconstructed integral images," J. Opt Soc. Am. A, vol. 22, pp. 597-603, 2005.
- [125] M. Martínez-Corral, B. Javidi, R. Martínez-Cuenca y G. Saavedra, "Formation of real, orthoscopic integral images by smart pixel mapping," *Opt. Express*, vol. 13, pp. 9175-9180, 2005.
- [126] N. Davies, M. McCormick y L. Yang, "Three-dimensional imaging systems: a new development," *Appl. Opt.*, vol. 27, pp. 4520-4528, 1988.
- [127] J-S. Jang y B. Javidi, "Three-dimensional projection integral imaging using micro-convex-mirror arrays," Opt. Express, vol. 12, pp. 1077-1083, 2004.
- [128] J.-S. Jang y B. Javidi, "Formation of orthoscopic three-dimensional real images in direct pickup one-step integral imaging," Opt. Eng., vol. 42, pp. 1869-1870, 2003.
- [129] J.-S. Jang y B. Javidi, "Three-dimensional synthetic aperture integral imaging," Opt. Lett., vol. 27, pp. 1144-1146, 2002.
- [130] J. Arai, H. Kawai y F. Okano, "Microlens arrays for integral imaging system," Appl. Opt., vol. 45, pp. 9066-9078, 2006.
- [131] H. Navarro, E. Sánchez-Ortiga, G. Saavedra, A. Llavador, A. Dorado, M. Martínez-Corral y B. Javidi, "Non-homogeneity of lateral resolution in integral imaging," *J. Display Technol.*, vol. 9, pp. 37-43, 2013.
- [132] H. Navarro, G. Saavedra, M. Martínez-Corral, M. Sjöström y R. Olsson, "Depth-of-field enhancement in integral imaging by selective depth deconvolution," *J. Display Technol.*, vol. 10, pp. 182-188, 2014.
- [133] J. W. Goodman, Introduction to Fourier Optics, 2ª edic. New York: McGraw-Hill, cap. 4, 1996.
- [134] M. H. Kalos y P. A. Whitlock, Monte CarloMethods, John Wiley & Sons, cap. 1, 2008.
- [135] Z. Kavehvash, M. Martinez-Corral, Kh. Mehrany, S. Bagheri, G. Saavedra y H. Navarro, "Threedimensional resolvability in an integral imaging system," J. Opt. Soc. Amer. A, vol. 29, pp. 525-530, 2012.
- [136] J. S. Jang y B. Javidi, "Three-dimensional integral imaging with electronically synthesized lenslet arrays," Opt. Lett., vol. 27, pp. 1767-1769, 2002.

- [137] S. H. Hong y B. Javidi, "Improved resolution 3D object reconstruction using computational integral imaging with time multiplexing," *Opt. Express*, vol. 12, pp. 4579-4588, 2004.
- [138] B. Lee, S.-W. Min, S. Jung y J.-H. Park, "Computer-generated dynamic three-dimensional displays using integral photography adopting Fresnel lenses," *Proc. SPIE*, vol. 4471, pp. 9-17, 2001.
- [139] J.-S. Jang y B. Javidi, "Large depth of focus time-multiplexed three-dimensional integral imaging by use of lenslets with non-uniform length and aperture sizes," *Opt. Lett.*, vol. 28, pp. 1924-1926, 2003.
- [140] William H. Richardson, "Bayesian-Based Iterative Method of Image Restoration," J. Opt. Soc. Am., vol. 62, pp. 55-59, 1972.
- [141] L. B. Lucy, "An iterative technique for the rectification of observed images," AJ, vol. 79, pp. 745-754, 1974.
- [142] D.-H. Shin, B-G. Lee y J.-J. Lee, "Occlusion removal method of partially occluded 3D object using sub-image block matching in computational integral imaging," *Opt. Express*, vol. 16, pp. 16294-16304, 2008.
- [143] V. Vaish, M. Levoy, R. Szeliski, C. L. Zitnick y S. B. Kang, "Reconstructing occluded surfaces using synthetic apertures: Stereo, focus and robust measures," *Proc. IEEE CVPR 06*, vol. 2, pp. 2331-2338, 2006.
- [144] J. J. Lee, B. G. Lee y H. Yoo, "Image quality enhancement of computational integral imaging reconstruction for partially occluded objects using binary weighting mask on occlusion areas," *Appl. Opt.*, vol. 50, pp. 1889-1893, 2011.
- [145] X. Xiao, M. Daneshpanah y B. Javidi, "Occlusion Removal Using Depth Mapping in Three-Dimensional Integral Imaging," J. Display Technol., vol. 8, pp. 483-490, 2012.
- [146] M. Cho, A. Mahalanobis y B. Javidi, "3D passive integral imaging using compressive sensing," Opt. Express, vol. 20, pp. 26624-26635, 2012.
- [147] E. Trucco y A. Verri, Introductory Techniques for 3-D Computer Vision, Prentice Hall, 1998.
- [148] O. Veksler, "Stereo Correspondence by Dynamic Programming on a Tree,". Proc. IEEE CVPR 05, vol. 2, pp. 384-390, 2005
- [149] Q. Tian y M. N. Huhns, "Algorithms for subpixel registration," Comput. Vis. Graph. Image Process., vol. 35, pp. 220-223, 1986.
- [150] H. Navarro, R. Orghidan, M. Gordan, G. Saavedra y M. Martinez-Corral, "Fuzzy Integral Imaging camera calibration for real scale 3D reconstructions," J. Display Technol., 2014 (Aceptado).
- [151] S.-H. Hong, J.-S. Jang y B. Javidi, "Three-dimensional volumetric object reconstruction using computational integral imaging," Opt. Express, vol. 12, pp. 483-491, 2004.
- [152] H. Navarro, G. Saavedra, A. Molina, M. Martinez-Corral, R. Martinez-Cuenca y B. Javidi, "Optical slicing of large scenes by synthetic aperture integral imaging," *Proc. SPIE*, vol. 7690, 7690-0M, 2010.
- [153] H. Navarro, M. Martinez-Corral, G. Saavedra, A. Pons y B. Javidi, "Photoelastic analysis of partially occluded objects with an integral-imaging polariscope," *J. Display Technol.*, vol. 10, pp. 255-262, 2014.
- [154] M. A. Akivis, Tensor calculus: with applications, World Scientific, pp. 230-236, 2003.
- [155] "Introduction to stress analysis by the Photostress® method," Tech Note TN-702-1. Raleigh, NC: Measurements Group, Inc., pp. 2-5, 1989.
- [156] V. Vaish, B. Wilburn y M. Levoy, "Using plane + parallax for calibrating dense camera arrays," *Proc. IEEE CVPR 04*, vol. 1, pp. 2-9, 2004.
- [157] X. Xiao, M. DaneshPanah, M. Cho y B. Javidi, "3D Integral Imaging Using Sparse Sensors With Unknown Positions," J. Display Technol., vol. 6, pp. 614-619, 2010.
- [158] R. Orghidan, M. Danciu, A. Vlaicu, G. Oltean, M. Gordan y C. Florea, "Fuzzy versus crisp stereo calibration: A comparative study," *Proc. of the 7th International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis*, pp. 627-632, 2011.
- [159] T. Takagi y M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Trans. Syst. Man. Cybern.*, vol. 15, pp. 116-132, 1985.
- [160] G. Kang y M. Sugeno, "Fuzzy modeling," Trans. SICE, vol. 23, pp. 106-108, 1987.
- [161] J. S. R. Jang, "ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System," IEEE Trans. Syst. Man. Cybern., vol. 23, pp. 665-685, 1993.

- [162] C. Harris y M. J. Stephens, "A combined corner and edge detector," Proc. of the 4th Alvey Vision Conference, pp. 147-151, 1988.
- [163] F. Castellanos y Nickel James, "Average Hourly Wind Speed Forecasting with ANFIS", 11th American Conference on Wind Engineering, 2009.