





B10.T 5942

UNIVERSIDAD DE VALENCIA

Facultad de Física

CALCULOS PERTURBATIVOS EN MODELOS DE BARIONES

CON INVARIANCIA QUIRAL

Memoria Presentada por  
Pedro González Marhuenda  
para optar al grado de  
Doctor en Física

UMI Number: U603001

All rights reserved

INFORMATION TO ALL USERS

The quality of this reproduction is dependent upon the quality of the copy submitted.

In the unlikely event that the author did not send a complete manuscript and there are missing pages, these will be noted. Also, if material had to be removed, a note will indicate the deletion.



UMI U603001

Published by ProQuest LLC 2014. Copyright in the Dissertation held by the Author.  
Microform Edition © ProQuest LLC.

All rights reserved. This work is protected against  
unauthorized copying under Title 17, United States Code.



ProQuest LLC  
789 East Eisenhower Parkway  
P.O. Box 1346  
Ann Arbor, MI 48106-1346

58143 EGB. 58 530 60N

D 742507

L 742510



D. 742507  
L. 742510

DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS  
UNIVERSIDAD DE VALENCIA  
BURJASOT (VALENCIA)  
SPAIN  
TEL (96) 363 00 11 \*



VICENTE VENTO TORRES, Adjunto Numerario de Física Matemática de la Facultad de Física de la Universidad de Valencia,

CERTIFICA: Que la presente Memoria "CALCULOS PERTURBATIVOS EN MODELOS DE BARIONES CON INVARIANCIA QUIRAL" , ha sido realizada bajo mi dirección en el Departamento de Física Teórica de la Facultad de Física de la Universidad de Valencia, por D. PEDRO GONZALEZ MARHUENDA, y constituye su Tesis para optar al grado de Doctor en Física.

Y para que así conste, en cumplimiento de la legislación vigente, presenta ante la Facultad de Física de la Universidad de Valencia la referida Tesis, firmando el presente Certificado en

Valencia 17 de Enero de 1984

DPTO. DE FÍSICA TEÓRICA  
FACULTAD DE CIENCIAS  
FÍSICAS  
Dr. Moliner s/n  
BURJASOT (Valencia)

Fdo: Vicente Vento Torres



Deseo hacer constar en primer lugar y de manera muy especial mi agradecimiento al Profesor Vicente Vento, director de esta memoria, por su continua orientación, es tımulo y ayuda sin los cuales no hubiera sido posible la realizaci3n de la misma. Asimismo deseo agradecer a todos mis compa˜eros del Departamento su inter3s, preocupaci3n y sugerencias aportadas en todo momento.

Finalmente quiero agradecer a Amparo Mart3nez - su magn3fica labor mecanogr3fica.

## I N D I C E

I. Introducción .....	1
II. La Cromodinámica Cuántica (QCD) como teoría de las interacciones fuertes .....	4
II.1. El modelo quark: la prehistoria de QCD .....	4
II.2. Un nuevo grado de libertad: el color .....	5
II.3. Hacia una teoría gauge del color .....	6
II.4. QCD. Conceptos básicos .....	8
II.5. Sobre la posible relación entre confinamiento y rotura de la simetría quiral .....	11
II.6. Necesidad de los modelos fenomenológicos ...	13
III. El modelo del saco ("The bag model") .....	15
III.1. El modelo del saco: QCD en una cavidad ....	15
III.2. Formulación del modelo .....	16
III.3. Aproximación de la cavidad esférica .....	19
III.4. Filosofía del cálculo y resultados .....	23
III.5. Formación del saco .....	24
IV. Simetría quiral .....	26
IV.1. Formalismo lagrangiano y corrientes .....	26
IV.2. La hipótesis PCAC .....	33
IV.3. Realizaciones de la simetría .....	35

IV.4. Realizaciones lineales y no lineales de la - simetría quiral .....	37
IV.5. Realizaciones no lineales de $SU(3) \times SU(3)$ - quiral .....	40
V. Incorporación de la simetría quiral al modelo del saco del MIT .....	45
V.1. El saco pequeño .....	45
V.2. Formulación del modelo .....	46
V.3. Ecuaciones de movimiento .....	48
VI. Contribuciones piónicas perturbativas a observa- - bles nucleónicos .....	52
VI.1. Introducción .....	52
VI.2. Formalismo .....	54
VI.3. Cálculo de contribuciones a observables ....	61
VI.4. Corrección de tipo quark .....	61
VI.4a. Momentos magnéticos .....	66
VI.4b. Radio de carga .....	67
VI.4c. Constante de acoplamiento vector-axial ....	69
VI.5. Contribución puramente piónica .....	69
VI.5a. Momento magnético .....	70
VI.5b. Radio de carga .....	71
VI.5c. Constante de acoplamiento vector-axial ....	71
VI.6. Conclusiones .....	75
Apéndice A. Desarrollo del formalismo (1) .....	78

Apéndice B. Desarrollo del formalismo (2) .....	84
Apéndice C. Contribución puramente piónica al momento magnético .....	89
VII. Modelo de saco con simetría quiral $SU(3) \times SU(3)$ .	98
VII.1. Incorporación de la extrañeza .....	98
VII.2. El modelo .....	99
VII.3. Desarrollo .....	101
VII.4. Relaciones entre masas .....	103
VII.5. Otras aplicaciones del modelo .....	110
a) Correcciones a los momentos magnéticos del octete de bariones debidas a la nube kaónica .....	110
b) Cálculo de constantes de acoplamiento mesón-barión .....	125
c) Constante de acoplamiento vector-axial ...	133
d) La relación de Goldberger-Treiman .....	134
VII.6. Conclusiones .....	139
Apéndice A. Ecuaciones de movimiento .....	143
Apéndice B. Desarrollo de la contribución mesónica al momento magnético .....	147
Apéndice C. Cálculo de constantes de acoplamiento.	150
VIII. Desintegraciones no leptónicas de hiperones .....	154
VIII.1. Introducción .....	154
VIII.2. El modelo. Dobletes mesónicos .....	158

VIII.3. Construcción del lagrangiano .....	162
VIII.4. Ecuaciones de movimiento .....	166
VIII.5. Formalismo de cálculo .....	168
VIII.6. Cálculo de la amplitud .....	169
VIII.6a. Caso $\Lambda \rightarrow pn^-$ .....	171
VIII.6b. Caso $\Lambda \rightarrow nn^0$ .....	177
VIII.7. Cálculo de asimetrías y ritmos de desinte- gración .....	178
VIII.8. Resultados .....	179
VIII.9. Conclusiones .....	185
 Apéndice. Cálculo de un diagrama .....	 189
 Epílogo .....	 202
 Referencias .....	 207

## CAPITULO I. INTRODUCCION.

Durante estos últimos años, la Cromodinámica Cuántica (QCD) se ha confirmado como la más firme candidata a teoría de las interacciones fuertes. Esta confirmación proviene fundamentalmente de las experiencias a altas energías. QCD es una teoría de campos basada en un principio de gauge, cuyos constituyentes básicos son los quarks y los bosones de gauge llamados gluones. La formulación de QCD, que resulta sencilla en la región asintótica, es, sin embargo, compleja para la descripción de los estados ligados, es decir de los hadrones. Ello ha llevado a la consideración de modelos fenomenológicos de baja energía que incorporen las características presentes en QCD. Esta es la filosofía subyacente en el modelo del saco del MIT (CJ 74, JO 75). Un requerimiento experimental es que los estados físicos son singletes de color, lo que conduce al confinamiento. Así, un hadrón viene descrito por una región del espacio-tiempo (el saco) donde se encuentran confinados quarks y gluones. En el interior de la misma es aplicable QCD perturbativa, realizándose así la libertad asintótica. Sin embargo, una gran cantidad de datos fenomenológicos a bajas energías se ha explicado tradicionalmente a través de PCAC más los teoremas de piones suaves, íntimamente relacionados con la simetría quiral. QCD es invariante (para quarks sin masa) bajo simetría quiral  $SU(N) \times SU(N)$  siendo  $N$  el número de sabores. Sin embargo, el modelo del MIT no lo es. El grupo de Stony Brook hizo énfasis en este punto, definiendo un nuevo modelo de saco (BR 79, BR+79) que incorpora toda la fenomenolo-

gía de bajas energías dominada en su opinión por la simetría quiral. Este modelo de saco contiene dos fases bien diferenciadas. La fase interior, llamada fase confinada, corresponde a QCD perturbativa. La fase exterior, llamada fase quiral, está gobernada por grados colectivos descritos mediante campos bosónicos. Debido a la rotura espontánea de la simetría quiral en la naturaleza, alguno de estos grados bosónicos han de ser bosones de Goldstone. El modelo de dos fases es el punto de partida del trabajo desarrollado en esta tesis.

El objetivo fundamental de nuestro trabajo ha consistido en completar y extender este modelo, teniendo siempre presentes sus limitaciones, para el estudio de observables hadrónicos que sean directamente comparables con la experiencia. Dentro de este marco, nuestro interés se ha centrado en el nuevo ingrediente incorporado por el modelo, es decir, en la nube piónica. Hemos procedido en tres direcciones. En primer lugar, la consideración de grados mesónicos con propiedades bien determinadas frente a las interacciones electromagnéticas y débiles, que aportan contribuciones importantes a los observables nucleónicos. Hemos desarrollado un formalismo perturbativo para tener en cuenta estos efectos, análogos a los denominados convencionalmente efectos de corrientes de intercambio. En segundo lugar, hemos analizado las contribuciones de nuevos grados mesónicos en sistemas con extrañeza. Hemos formulado una teoría invariante quiral  $SU(3) \times SU(3)$ , haciéndose necesaria la introducción de rotura explícita de la simetría, lo que permite completar y mejorar nuestras predicciones. Por último, hemos desarrollado un modelo de desintegración

nes no leptónicas de hiperones, basado en el principio de acoplamiento mínimo y en la similitud entre los grupos de transformaciones débil y quiral. El teorema de Pati-Woo -- permite conectar la simetría quiral con la regla  $\Delta I = \frac{1}{2}$ , - para este tipo de procesos.

A lo largo de esta memoria se desarrollan estos problemas. En el capítulo II se revisan brevemente los conceptos fundamentales de QCD como teoría base en la que se apoya el modelo de las dos fases. En el capítulo III se -- describe el modelo del MIT, precursor de nuestro modelo. - El capítulo IV recoge de forma somera las ideas fundamentales sobre simetría quiral mientras que en el capítulo V se describe el modelo del saco con simetría quiral, fundamento teórico imprescindible para el desarrollo ulterior. Los siguientes capítulos incorporan la parte original de esta memoria centrada en el estudio perturbativo del sector piónico en los modelos de saco quirales. Los resultados y conclusiones obtenidos han sido publicados parcialmente en -- las referencias (GV 84, GV 83, GV+83; GN 84). En el capítulo VI se estudian las correcciones a observables nucleónicos (GV 84). En el capítulo VII se describe la generalización de la simetría a  $SU(3) \times SU(3)$  quiral (GV 83, GV+83). - Por último, en el capítulo VIII se ha abordado el estudio de las desintegraciones no leptónicas de hiperones (GN 84).

Un comentario final, de tipo técnico, se refiere a la métrica utilizada que es la denominada métrica de la costa Oeste, y que viene reflejada en los libros de Bjorken y Drell (BD 65).

## CAPITULO II. LA CROMODINAMICA CUANTICA (QCD) COMO TEORIA DE LAS INTERACCIONES FUERTES.

### II.1 El modelo quark: la prehistoria de QCD.

En la década de los 60, todas las partículas conocidas se podían clasificar según las representaciones 1, 8 y 10 del grupo SU(3). Sin embargo, las representaciones fundamentales 3 y  $\bar{3}$  no parecían ser usadas por la naturaleza, aún cuando las ocupadas podían ser generadas a partir de ellas. Ello llevó a Gell-Mann (GM 64) e independientemente a Zweig (ZW 64) a proponer que los mesones y bariones están compuestos por entidades básicas que ocupan las representaciones fundamentales. Gell-Mann denominó -- quarks a estos constituyentes elementales mientras que -- Zweig los llamó aces. Así, un mesón es un estado ligado de quark y antiquark ( $q\bar{q}$ ) y un barión un estado ligado de tres quarks ( $qqq$ ). El conjunto de números cuánticos que posee un quark (isospín, extrañeza, ...) se denomina su sabor. En SU(3) se tienen tres sabores de quarks, usualmente denominados u ("up"), d ("down") y s ("strange").

En una experiencia realizada en SLAC ("Stanford Linear Accelerator Center") a finales de los años 60, consistente en bombardear protones con haces de electrones de energía muy alta, se descubrió que había una probabilidad significativa de que los electrones fueran dispersados con grandes transferencias de energía y momento, lo --

que sugiere, que la carga del protón está localizada en unos pocos centros dispersores. Además, las distribuciones angular y de energía de los electrones sugieren que los centros dispersores sean partículas de Dirac de spin  $\frac{1}{2}$  y sin estructura. Estos constituyentes del protón fueron denominados partones. Más tarde, en el ISR del CERN mediante colisiones de protones se volvía a poner de manifiesto la existencia de centros dispersores dentro del protón.

Estos resultados, combinados con los datos obtenidos con haces de neutrinos, indicaron que estos partones poseen los mismos números cuánticos que los quarks. Esto llevó a la asociación de los quarks, introducidos primeramente como un genial artificio, con los partones (modelo quark-partón) (CL 79).

## II.2 Un nuevo grado de libertad: el color.

El modelo quark presenta una serie de problemas. En primer lugar no se han observado nunca quarks aislados. En segundo, los quarks son fermiones y como tales obedecen la estadística de Fermi; sin embargo, el estado fundamental de  $\Delta^{++}$  ( $l=0$ ), consistente de tres quarks u (spin  $\frac{3}{2}$ ) es completamente simétrico bajo el intercambio de dos de sus constituyentes y no antisimétrico como debe ser. Una posible solución es contruir una función de onda espacial antisimétrica para el estado fundamental pero la dinámica sería compleja y no usual. Greenberg (GR 64) su-

girió que los quarks son parafermiones de orden tres obedeciendo una paraestadística, con lo cual tres quarks pueden estar ligados en un estado simétrico. Una explicación equivalente se obtiene mediante la introducción de un nuevo grado de libertad, el color, que puede tomar tres valores (rojo, verde y azul) tal que la función de onda de color de los tres quarks sea antisimétrica (FG 73).

De esta forma, los hadrones están formados por quarks coloreados, combinados de manera que el hadrón no tiene color (al igual que rojo, verde y azul se mezclan para dar blanco). A pesar de ello, el color parece evidenciarse en experimentos de aniquilación  $e^-e^+$  y en la desintegración del  $\pi^0$  en dos fotones, pudiendo también manifestarse en procesos de producción hadrónica de pares leptónicos, etc. (CL 79). La característica común en estos procesos es la necesidad de tener tres colores para poder reproducir los datos experimentales.

### II.3 Hacia una teoría gauge del color.

Poco después de que Gell-Mann y Zweig introdujeran el modelo quark, Bjorken y Glashow (BG 64), basándose en una simetría quark-leptón, introdujeron un cuarto sabor de quark que denominaron encanto. Más tarde, Glashow et al (GI 70) mostraron que la introducción del encanto mejora el acuerdo con la experiencia de la teoría electrodébil de Weinberg-Salam (WE 67, SA 68) donde los quarks y los leptones interactúan a través del intercambio de

campos gauge vectoriales, recientemente descubiertos experimentalmente (AR 83, BA 83, AR+83). Antes del descubrimiento de las partículas encantadas, éste era el argumento más fuerte para la existencia de quarks encantados. La teoría electro-débil, modificada por Glashow et al, predijo la existencia de corrientes neutras conservando extrañeza que fueron posteriormente descubiertas en el CERN.

Dada la descripción de las interacciones débiles y electromagnéticas por una teoría gauge, se pensó en seguida en la posible descripción mediante este tipo de teorías, de las interacciones fuertes. Pero surge inmediatamente el problema de que si los mediadores de la interacción fuerte se acoplan a sabor, entonces las reglas de selección débiles se van al traste. Se sugiere entonces, que la fuerza fuerte no está acoplada a sabor sino a color, tal que la conmutación del grupo débil de sabor y del grupo fuerte de color mantiene la validez de las reglas de selección débiles.

Además, hay que exigirle a la teoría fuerte que sea capaz de reproducir la fenomenología. En particular, a pequeñas distancias (o equivalentemente grandes energías), la física hadrónica es una teoría casi libre. Por tanto, se ha de exigir a la teoría que sea asintóticamente libre (PO 73, GW 73). Sólo una teoría con campos de gauge no abelianos puede ser asintóticamente libre. Todas estas ideas condujeron hacia QCD como la teoría de las interacciones fuertes.

## II.4 QCD: conceptos básicos.

La Cromodinámica Cuántica (QCD) (MP 78) es una teoría lagrangiana de campos basada en el principio de simetría gauge local sobre el grupo  $SU(3)_c$  de color y por tanto renormalizable.  $SU(3)_c$  es el grupo mínimo que puede satisfacer la estadística de bariones y contener un número suficiente de sabores (hasta 16) sin que la teoría pierda la propiedad de libertad asintótica. Los quarks de color ocupan las representaciones fundamentales del grupo. Denotaremos los campos quarks fermiónicos por  $q_\alpha^A(x)$ , donde el índice A especifica el sabor y el índice  $\alpha$  el color.

Aparte de los quarks con carga fraccionaria, la realización de la simetría requiere la introducción de campos de gauge vectoriales  $A_\mu^a$  ( $a=1, \dots, 8$ ,  $\mu$  es el índice Lorentz) denominados gluones, que se transforman como en la representación adjunta de  $SU(3)_c$ .

La densidad lagrangiana mínima invariante bajo  $SU(3)_c$  es

$$\mathcal{L}_{QCD} = i \bar{q}_\alpha^A \not{\partial}_{\alpha\beta} q_\beta^A - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a,\mu\nu} \quad (2.1)$$

$$\alpha, \beta = 1, 2, 3$$

$$a = 1, 2, \dots, 8$$

$$A = 1, 2, \dots, N \text{ (N sabores)}$$

donde

$$D_{\alpha\beta} q_{\beta}^A \equiv \left( \delta_{\alpha\beta} \partial_{\mu} - ig \frac{\lambda_{\alpha\beta}^a}{2} A_{\mu}^a \right) \gamma^{\mu} q_{\beta}^A \quad (2.1a)$$

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_{\mu} A_{\nu}^a - \partial_{\nu} A_{\mu}^a + g f^{abc} A_{\mu}^b A_{\nu}^c \quad (2.1b)$$

$\lambda^a$  son las matrices de Gell-Mann y  $f^{abc}$  las constantes de estructura de SU(3) (LT 78).  $g$  es la constante de acoplamiento.

A diferencia de la simetría de color que es local, la simetría de sabor es global, manifestándose en el lagrangiano de QCD a través de invariancia bajo SU(N) x SU(N) quirral siendo N el número de sabores. La simetría quirral de sabor no es una simetría exacta en la naturaleza. Puede ser rota en QCD, añadiendo al lagrangiano un término de masa para los quarks de la forma

$$\Delta \mathcal{L} = q_{\alpha}^A M_{\alpha}^{AB} q_{\alpha}^B \quad (2.2)$$

con  $M_{\alpha}^{AB} = \delta^{AB} m_{\alpha}^A$

que mantiene la renormalizabilidad de la teoría.

Una vez se ha escrito el lagrangiano, se puede

hacer teoría de perturbaciones al igual que se hace en -- QED (Electrodinámica Cuántica). Entonces, QCD describe un mundo con quarks y gluones coloreados interactuantes en -- donde quarks y gluones pueden existir asintóticamente li- bres. Sin embargo, en la naturaleza no se observan quarks y gluones libres. Por otra parte, gran cantidad de fenóme- nos hadrónicos a bajas energías se ha entendido mediante PCAC (hipótesis de corriente axial parcialmente conserva- da) y cualquier teoría de las interacciones fuertes debe incorporar esta característica.

El paso de una teoría de quarks y gluones al -- mundo hadrónico real se describe usualmente, diciendo que QCD realiza dos transiciones de fase (sin que ello quiera decir que sean diferentes en cuanto a su realización), la transición de fase de confinamiento y la transición de fa- se de PCAC.

En QCD, confinamiento significa que todos los - estados físicos son singletes de color. Como quarks y - - gluones no son singletes de color, no corresponden a esta- dos físicos. Además de bariones y mesones, pueden existir los llamados glueballs, estados ligados de gluones sola- mente, que sean singletes de color. Confinamiento implica que los grados de libertad de color, que median la inter- acción fuerte, no son observables. Una posibilidad alter- nativa es que el confinamiento sea sólo parcial y apropia- do para la zona de bajas energías, mientras que para al- tas energías los grados de libertad de color se manifies-

ten. Aún no se ha podido probar el confinamiento en QCD.- El grupo de renormalización define una constante de acoplamiento efectiva que en la región infrarroja ( $q^2 \rightarrow 0$ ) - podría crecer hasta infinito, correspondiendo a fuerzas infinitas que impiden la fragmentación de singletes de color en no singletes. Esta propiedad se denomina esclavitud infrarroja. La región infrarroja es pues, la región de interés para el confinamiento.

Por otra parte, como ya se ha indicado,  $\mathcal{L}_{QCD}$  (sin masas de quarks) presenta la simetría  $SU(N) \times SU(N)$  quiral de sabor. Las representaciones de  $SU(N) \times SU(N)$  presentan dobletes de paridad. Sin embargo, no existe por ej. un nucleón con paridad opuesta a la usual. Por ello, hemos de aceptar que  $SU(N) \times SU(N)$  se rompe espontáneamente de tal modo que el vacío no es invariante  $\gamma_5$  y que tenemos un  $(N^2 - 1)$ -plete de bosones pseudoescalares sin masa (ver capítulo IV). Todos los estados hadrónicos son representaciones de la simetría del vacío  $SU(N)$  correspondientes a los supermultipletes usuales. Esta fase es denominada fase PCAC y lleva a resultados acordes con la experiencia como la relación de Goldberger-Treiman, las reglas de suma de Adler-Weisberger, etc..

## II.5 Sobre la posible relación entre confinamiento y rotura de la simetría quiral.

Se han hecho consideraciones, más cualitativas que cuantitativas acerca de la posible relación entre con

finamiento y rotura de la simetría quiral, habiéndose pro-  
puesto diversos mecanismos que podrían conducir a esta re-  
lación. Para el grupo de Princeton (CD 78, CD 79), las --  
fuentes de color (los quarks) repelen a los instantones -  
(soluciones de las ecuaciones clásicas de Yang-Mills en -  
el espacio-tiempo euclídeo), generando una burbuja de va-  
cío perturbativo separada por una transición de fase del  
vacío no perturbativo (el verdadero vacío) exterior. Los  
instantones son responsables de la rotura de la simetría  
quiral en el exterior, pasando de  $SU(N) \times SU(N)$  a  $SU(N)$ .  
La fase exterior contiene bosones de Goldstone. En el in-  
terior, la simetría se realiza en el modo de Wigner.

Otro mecanismo (FM 82) que puede dar lugar a --  
una conexión entre confinamiento y rotura de la simetría  
quiral, está basado en la consideración de que el verdade-  
ro vacío contiene un condensado  $q\bar{q}$  singlete de color, que  
conduce a la rotura espontánea de la simetría quiral en -  
la forma discutida por Nambú y Jona-Lasinio (NJ 61).

A pesar de los diferentes mecanismos, sería di-  
fícil decir si la rotura proviene fundamentalmente del --  
confinamiento. Hay dos posturas claramente diferenciadas.  
La primera considera que en la teoría, las fuerzas respon-  
sables del confinamiento son necesarias para romper la si-  
metría quiral. La segunda considera que la escala de lon-  
gitudes correspondiente a la rotura de la simetría quiral  
es tal que el confinamiento es irrelevante. Para distin-  
guir entre estas dos posturas, Kogut et al (KS 82) han --

realizado cálculos numéricos de tipo Monte-Carlo con una teoría gauge SU(2) en una red ("lattice"). La comparación de los resultados obtenidos para  $T_F$  (temperatura de restauración de la simetría quiral) y para  $T_C$  (temperatura de --desconfinamiento), parecen indicar que la rotura de la simetría quiral es un fenómeno de mayor energía que el con--finamiento.

Digamos por último, que aún aceptando que el --confinamiento produzca rotura de la simetría quiral, ésta también puede romperse en teorías sin confinamiento.

## II.6 Necesidad de los modelos fenomenológicos.

Podemos decir que QCD es el más firme candidato a ser la teoría de las interacciones fuertes. A nivel experimental, QCD no entra en conflicto con la fenomenolo--gía existente, habiendo tenido éxitos considerables al --ser contrastada con experiencias a altas energías. Sin em--bargo, no se dispone en el esquema teórico de campos, de métodos adecuados que permitan la construcción de estados ligados, los hadrones. QCD es una teoría muy complicada a bajas energías. Es una teoría altamente no perturbativa - en la zona de energías correspondiente a la física nuclear convencional. Ello ha conducido a la necesidad de desarro--llar para estas energías, modelos fenomenológicos que incorporen las características presentes en QCD. Entre es--tos modelos, cabe citar los modelos de potencial, los mo--delos de cadenas y los modelos de saco, éstos últimos muy

desarrollados en los últimos años y que constituirán el -  
punto de partida en esta tesis.

## CAPITULO III. EL MODELO DEL SACO ("THE BAG MODEL").

### III.1 El modelo del saco: QCD en una cavidad.

El modelo del saco surge en el año 1974 en el MIT (CJ 74). La filosofía subyacente en el modelo es que el único nuevo ingrediente que se tiene al pasar de la zona de altas energías donde la constante de acoplamiento es pequeña (QCD perturbativa) a la zona de bajas energías hadrónicas, es una superficie confinante y una densidad de energía constante  $B$  en la región de confinamiento. Dentro de esta región (el saco), es válida QCD perturbativa teniéndose libertad asintótica. Así pues, un hadrón es una región del espacio-tiempo donde están confinados los quarks y los gluones. Fuera, el vacío normal, repele a los quarks y a los gluones.  $B$  representa energía liberada si parte del hadrón pasa a ser vacío. Ya que los hadrones tienen energía finita, ocupan un volumen finito. Las condiciones en la superficie confinante para los campos aseguran que no hay flujo de color a través de la superficie (confinamiento).  $B$  representa -- pues, la escala de energía para el confinamiento.

La descripción que hace el modelo del saco de un hadrón es similar a la aproximación del modelo de capas de la Física Nuclear, de tal forma que el potencial medio es descrito a través de condiciones en la superficie que deben satisfacer las funciones de onda de una partícula.

### III.2 Formulación del modelo.

Para hacer explícitas estas ideas mediante ecs., escribamos la acción y las ecs. de movimiento. Ya que la acción asociada a B es proporcional al volumen del hipertubo espacio-temporal considerado, el modelo es invariante relativista. La acción es

$$W = \int d^4x (\alpha_{\text{qed}} - B) \Theta_{\text{in}} = \int d^4x \left[ \left( \frac{i}{2} \bar{q} \not{\partial} q + \right. \right. \\ \left. \left. + g \bar{q} \not{A} \frac{\lambda}{2} q - B - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a,\mu\nu} \right) \Theta_{\text{in}} + \frac{1}{2} \bar{q} q \delta_V \right] \quad (3.1)$$

donde  $\not{A} = A_\mu \gamma^\mu$  y  $\Theta_{\text{in}}$  es la función paso  $\Theta_{\text{in}} = \begin{cases} \text{dentro del} \\ \text{saco} & = 1 \\ \text{fuera} & = 0 \end{cases}$ .

y las ecs. de movimiento deducidas exigiendo que la acción sea estacionaria bajo variaciones de los campos y la superficie son (CJ 74)

$$i \not{\partial} q^A + g \left( \not{A} \frac{\lambda}{2} \right)_{\alpha\beta} q^A_{\beta} = 0 \quad (3.2a)$$

$$\left( \delta^{ab} \partial^\mu - g f^{abc} A^{c,\mu} \right) F_{\mu\nu}^b = g \frac{\lambda^a}{2} \gamma_\nu q \quad (3.2b)$$

en el interior (son las ecuaciones standard de Yang-Mills) y

$$n_\mu F^{a,\mu\nu} = 0 \quad n_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_V}{\partial (\partial_\mu A^a)} = 0 \quad (3.2c)$$

$$i \not{x} q_\alpha^A = q_\alpha^A \quad \left\{ \begin{array}{l} n_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_V}{\partial (\partial_\mu \phi)} + \frac{\partial \mathcal{L}_S}{\partial \phi} = 0 \end{array} \right. \quad (3.2d)$$

$$i \bar{q}_\alpha^A \not{x} = -\bar{q}_\alpha^A \quad (3.2d')$$

$$\underbrace{\partial_\nu + n_\mu \partial^\mu}_{\partial_V} \mathcal{L}_S = 0 \quad n_\mu \partial^\mu \mathcal{L}_S$$

$$\rightarrow -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a,\mu\nu} + \frac{1}{2} n_\mu \partial^\mu \bar{q} q - B = 0 \quad (3.2e)$$

donde  $n_\mu$  es la normal a la superficie apuntando hacia fuera del saco, sobre la superficie.

A partir de (3.2d) y (3.2d') se tiene  $\bar{q}q=0$  sobre la superficie. La ecuación (3.2d) nos dice que  $q$  es discontinuo a través de la superficie ya que  $q=0$  en el exterior.- La ecuación (3.2e) o de balance de presiones expresa que no hay flujo de energía-momento a través de la superficie del hadrón (equivalentemente  $n_\mu T^{\mu\nu} = 0$ , donde  $T^{\mu\nu}$  es el tensor energía-momento).  $B$  tiene dimensiones de presión; hace el papel de una presión exterior que compensa el flujo de energía-momento a través de la superficie. De hecho, la forma inicial de proceder (JO 75) fue el cálculo del flujo de energía-momento a través de la superficie, teniendo sólo los campos quarks y gluónicos, haciéndose necesaria la in-

roducción del término B para asegurar la no existencia de tal flujo.

El saco produce de forma automática confinamiento de color. En efecto, la corriente de color es la suma de -- las contribuciones de quarks y gluones

$$j^{a,\mu} = g \left( \bar{q} \frac{\lambda^a}{2} \gamma^\mu q + f^{abc} F^{b,\mu\nu} A_\nu^c \right) = \partial_\nu F^{a,\nu\mu} \quad (3.2f)$$

A partir de ella podemos calcular la carga de color

$$Q^a = \int_{\text{saco}} d^3x j^{a,0}(x) = \int_S dS n_\nu F^{a,\nu 0} \quad (3.2g)$$

donde l es índice espacial. Ya que  $F^{a,\mu\nu}$  es antisimétrico en  $\mu$  y  $\nu$ , y  $n_\mu F^{a,\mu 0} = 0$  según (3.2c), concluimos que  $Q^a = 0$ . -- Por tanto, el saco es un singlete de color. Además, como en el exterior del saco no hay quarks ni gluones, no hay flujo de color a través de la superficie.

Las ecs. de movimiento anteriores determinan no -- sólo los campos sino también la evolución espacio-temporal de la superficie a nivel clásico. Este conjunto de ecuaciones es prácticamente irresoluble salvo en casos muy simplificados (1+1 dimensiones) (CJ 74) por lo que hay que recu--

rrir a aproximaciones. En el siguiente apartado se comenta la aproximación de la cavidad esférica que es la más comúnmente usada.

### III.3 Aproximación de la cavidad esférica.

En esta aproximación, la superficie es considerada como una esfera de radio  $R$ , independiente del tiempo. Como es bien conocido en cálculos con potenciales medios en Física Nuclear, la fijación del sistema al centro de la esfera rompe la invariancia traslacional del hamiltoniano y da lugar al problema asociado con el movimiento espurio del centro de masas. El uso de ecuaciones de movimiento relativistas hace el problema aún de mayor envergadura, no habiendo sido resuelto por el momento sino aproximadamente.

Un hadrón es una esfera estática cuya superficie actúa como una barrera para los objetos coloreados, siendo transparente a los objetos no coloreados.

Omitiendo gluones en lo que sigue, pues las correcciones gluónicas son de tipo perturbativo, las ecs. de movimiento quedan (incluyendo términos de masa para los quarks en el lagrangiano)

$$(i \not{\partial} - m) \psi = 0 \quad \text{en el interior} \quad (3.2h)$$

$$-i \hat{r} \cdot \vec{\nabla} \psi = \psi \quad \text{en la superficie} \quad (3.2i)$$

ya que  $n^\mu = (0, \hat{r})$ .

Los números cuánticos que caracterizan las soluciones de estas ecuaciones son  $n$ , el número cuántico radial,  $J$ , el momento angular total y  $\lambda = \pm 1$  que distingue entre los dos estados de momento angular orbital asociados con un  $J$  dado. Para un conjunto de números cuánticos  $(n, J, \lambda)$  hay dos soluciones degeneradas (ME 69)

$$u_\alpha(\vec{x}, t) = -N_\alpha \begin{pmatrix} i\lambda j_{l_\alpha}(p_\alpha r) \\ \Omega_\alpha j_{l'_\alpha}(p_\alpha r) \vec{\sigma} \cdot \hat{r} \end{pmatrix} y_{eJ}^M(\hat{r}) e^{-i\omega_\alpha t} \quad (3.2j)$$

y

$$v_\alpha(\vec{x}, t) = -N_\alpha \begin{pmatrix} i\Omega_\alpha j_{l'_\alpha}(p_\alpha r) \vec{\sigma} \cdot \hat{r} \\ \lambda j_{l_\alpha}(p_\alpha r) \end{pmatrix} y_{eJ}^M(\hat{r}) e^{i\omega_\alpha t} \quad (3.2j')$$

correspondientes respectivamente a modos de partícula y antipartícula de energía  $\omega_\alpha$  y momento  $p_\alpha = (\omega_\alpha^2 - m_\alpha^2)^{1/2}$  con  $l_\alpha \equiv J_\alpha + \frac{1}{2}\lambda$ ,  $l'_\alpha \equiv J_\alpha - \frac{1}{2}\lambda$ .  $N_\alpha$  es una constante de normalización, obtenida al exigir que

$$\int d^3x u_\alpha^\dagger(\vec{x}) u_\alpha(\vec{x}) = \int d^3x v_\alpha^\dagger(\vec{x}) v_\alpha(\vec{x}) = 1 \quad (3.2k)$$

y cuyo valor es

$$N_{\alpha}^2 = \frac{\omega_{\alpha} R}{R^3 j_{\ell_{\alpha}}^2(p_{\alpha} R)} \frac{p_{\alpha}^2 R^2}{\{2 \omega_{\alpha}^3 R^3 + \lambda \omega_{\alpha} R [(2J_{\alpha} + 1) \omega_{\alpha} R + \lambda m_{\alpha} R]\}} \quad (3.21)$$

$j_{\ell_{\alpha}}(p_{\alpha} r)$  es la función esférica de Bessel,  $\Omega_{\alpha} = \frac{\omega_{\alpha} - m_{\alpha}}{p_{\alpha}}$  e  $y_{\ell m}^M$  es el armónico esférico sólido

$$y_{\ell m}^M = \sum_{\mu, \mu'} (\ell m \frac{1}{2} \mu | J M) Y_{\ell m}(\hat{r}) \chi_{\mu} \quad (3.2m)$$

siendo  $\chi_{\mu}$  el spinor de Pauli de dos componentes.

Sustituyendo cualquier solución en la condición - sobre la superficie (3.2i), se obtiene la ecuación de valores propios

$$j_{\ell_{\alpha}}'(p_{\alpha} R) = - \frac{\lambda}{\Omega_{\alpha}} j_{\ell_{\alpha}}(p_{\alpha} R) \quad \text{para solución!} \quad (3.2n)$$

En términos de estos modos, el campo quark puede ser cuantizado en la forma

$$q(x) = \sum_{\alpha} [u_{\alpha}(x) b_{\alpha} + v_{\alpha}(x) d_{\alpha}^{\dagger}] \quad (3.2p)$$



donde  $b_\alpha$  y  $d_\alpha^+$  son los operadores de destrucción de partículas y creación de antipartícula respectivamente, que obedecen las relaciones de anticonmutación

$$\{b_\alpha, b_\beta^+\} = \{d_\alpha, d_\beta^+\} = \delta_{\alpha\beta} \quad (3.2q)$$

También se tiene sobre la superficie la ecuación de balance de presiones (3.2e), que queda expresada como

$$\frac{\partial}{\partial r} \bar{q} q = 2B \quad r=R \quad (3.2e')$$

Debido al carácter local de esta ecuación, podemos razonar del siguiente modo. La parte derecha de la ecuación es una constante  $2B$ . La parte izquierda, por lo tanto, no puede tener dependencia angular por lo que las únicas soluciones -- compatibles corresponden a  $J=1/2$ . La introducción ad hoc de la superficie nos da automáticamente una relación entre la energía  $E$  y el radio  $R$  de la cavidad. De hecho, la ecuación (3.2e') proporciona una condición de mínimo  $\frac{dE}{dR} = 0$  (CT 75), quedando determinado el tamaño del sistema. Por lo que acabamos de decir, esto es solamente cierto para el estado fundamental y el primer estado excitado (correspondientes a  $J=1/2$ ). Sin embargo, debido a la rotura de la invariancia traslacional, consideraremos que la ecuación  $n_\mu T^{\mu\nu} = 0$  no necesita ser satisfecha localmente e impondremos la condición -

de mínimo, lo que es equivalente a suponer que la ecuación de balance de presiones se satisface globalmente (i.e., la dependencia angular de la parte izquierda de (3.2e') es eliminada, tomando la integral en ángulos y promediando).

#### III.4 Filosofía del cálculo y resultados.

Los cálculos se realizan siguiendo un esquema similar al del modelo de capas. Se determinan las funciones de onda y energía de una partícula (quark) resolviendo la ecuación de Dirac y las condiciones de contorno. A partir de la función de onda de un cuerpo se construyen las funciones de onda de muchos cuerpos mediante los adecuados requerimientos de simetría (determinantes de Slater). Una vez tenidas estas funciones de onda de muchos cuerpos se calculan los valores esperados de operadores efectivos. La interacción residual, es decir la interacción quark-gluón (que no será tratada en esta memoria) es incorporada perturbativamente.

En cuanto a los resultados del modelo, que serán comentados a lo largo de esta tesis, digamos que con un valor de  $B^{1/4} \sim 120$  Mev, el modelo determina bien el espectro hadrónico en su zona más baja (octete y decuplete bariónicos y octete mesónico), excepción hecha del pion (CH 74) dando también resultados aceptables en el cálculo de parámetros estáticos bariónicos (DJ 75). Sin embargo, el modelo no permite el estudio de fenómenos tales como procesos de disper-

sión y desintegración donde la superficie juega un papel di  
námico esencial.

### III.5 Formación del saco.

Una vez introducido el modelo del saco, de tipo -  
fenomenológico, cabe plantearse su posible derivación. Se -  
ha propuesto que la formación del saco estaría asociada con  
una transición de fase que llevaría del vacío normal al va-  
cío perturbativo; los quarks y gluones que componen el ha--  
drón transforman una región finita de vacío normal en el sa-  
co, en cuyo interior el vacío es perturbativo. La situación  
puede ser caracterizada mediante la constante dieléctrica -  
de color,  $\epsilon$  ( $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ , donde  $\vec{D}$  es el campo de color producido  
por las fuentes y  $\vec{E}$  el campo de color eléctrico total inclu-  
yendo el producido por las cargas inducidas), diciendo que  
en el vacío normal la constante dieléctrica se anula y que  
en el interior del saco vale 1 (CD 79, LE 81). La anulación  
de la constante dieléctrica en el vacío normal produce con-  
finamiento de los quarks y gluones. El campo  $\vec{D}$  es repelido  
por el vacío normal análogamente a como un superconductor -  
perfectamente diamagnético repele el flujo magnético de su  
interior cuando se coloca en un campo magnético (efecto - -  
Meissner).

Callan, Dashen y Gross (CD 79) han intentado deri-  
var en forma microscópica que  $\epsilon \ll 1$  en el vacío normal uti-  
lizando instantones en sus consideraciones.

Otra manera mediante la cual las dos fases podrían ser caracterizadas es considerando la forma en que los estados del vacío realizan la simetría quiral. En el vacío normal, la simetría quiral está espontáneamente rota, realizándose en el modo de Goldstone y apareciendo por tanto bosones de Goldstone. En el interior del saco, libertad asintótica sugiere que la simetría quiral está restaurada, realizándose en el modo de Wigner. Las dos fases están caracterizadas por un parámetro relacionado con  $\langle \bar{q}\gamma_5 q \rangle$  (de la misma forma que  $\epsilon$  puede ser relacionado con  $\langle \bar{q}q \rangle$ ), que se anula en el interior del saco pero es distinto de ce ro fuera.

La conexión entre estas dos caracterizaciones no está todavía solucionada, a pesar de las consideraciones cualitativas hechas en el capítulo II. En esta memoria se adoptará la segunda caracterización como punto de partida del modelo del saco con simetría quiral.

## CAPITULO IV. SIMETRIA QUIRAL.

### IV.1 Formalismo lagrangiano y corrientes.

Ya hemos dicho, que el lagrangiano de QCD es invariante bajo simetría quiral  $SU(N) \times SU(N)$ , donde  $N$  es el número de sabores. Consideremos el caso  $N=3$  y el lagrangiano libre para los quarks (DF 73) (recordemos que la interacción con gluones es tratada perturbativamente)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left[ \bar{q} (i \not{\partial} - M) q + h. c. \right] \quad (4.1)$$

con  $q = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$  y  $M$  siendo la matriz de masa ( $M_{ik} = m_i \delta_{ik}$ ).

Si todos los quarks tienen igual masa, esta densidad lagrangiana es invariante bajo la transformación de gauge global

$$q_i \rightarrow q'_i = \left( 1 - i \epsilon_a^+ \left( \frac{\lambda_a}{2} \right)_{ik} \right) q_k \quad (4.2)$$

$\lambda_a$  son las ocho matrices de Gell-Mann.

Tendremos ocho corrientes

$$V_\mu^a = \frac{\partial (\delta \mathcal{L})}{\partial (\partial^\mu \epsilon_a)} = -i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu \phi_r)} \left( \frac{\lambda^a}{2} \right)_{ik} (\phi_r)_k \quad (4.3)$$

( $\phi_r$  son los campos), que en virtud de la invariancia de la densidad lagrangiana, serán conservadas. En efecto

$$V_\mu^a(x) = \bar{q} \gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2} q(x) \quad (4.3a)$$

$$\overset{235}{\partial}_\mu V^{\alpha,\mu} = i \bar{q} \left[ M, \frac{\lambda^a}{2} \right] q(x) \quad (4.3b)$$

como puede ser inmediatamente comprobado a partir de las ecs. de movimiento. La ecuación (4.3b) puede ser desarrollada,

$$\partial_\mu V^{\alpha,\mu} = i \bar{q}_i (m_i - m_\kappa) \left( \frac{\lambda^a}{2} \right)_{ik} q_\kappa \quad (4.3b')$$

Por tanto, la conservación de la corriente vectorial es -- consecuencia directa de considerar todos los quarks con la misma masa.

Los generadores de la transformación son las cargas escalares

$$Q^a(t) = \int d^3x V^{\alpha,0}(x) = \int d^3x q^\dagger \frac{\lambda^a}{2} q(x) \quad (4.4)$$

que verifican

$$[Q^a, q_k(x)] = -\left(\frac{\lambda^a}{2}\right)_{ke} q_e(x)$$

(4.5)

teniendo en cuenta las reglas de anticonmutación fermiónicas. Las relaciones de conmutación de las  $Q^a$ 's, pueden ser deducidas a partir de su expresión y de las relaciones de conmutación de las  $\lambda$ 's

$$[\lambda^a, \lambda^b] = 2i f^{abc} \lambda^c$$

(4.6)

$$[Q^a, Q^b] = i f^{abc} Q^c$$

(4.7)

es decir, el álgebra de las cargas es el álgebra de SU(3).

Si las masas de los quarks son diferentes, la corriente no es conservada, por lo que las cargas ya no serán constantes de movimiento. Sin embargo, las relaciones de conmutación a tiempos iguales

$$[Q^a(t), Q^b(t)] = i f^{abc} Q^c(t)$$

(4.7a)

son independientes de la presencia del término de rotura -

de simetría en la densidad lagrangiana, es decir, el álgebra SU(3) generada por las cargas  $Q^a(t)$  se mantiene independientemente de la conservación de las cargas y de la validez de la ecuación de continuidad para las corrientes.

La corriente obtenida es de tipo vectorial. Consideremos ahora las transformaciones axiales de gauge globales

$$q_i(x) \longrightarrow q'_i(x) = \left( 1 - i \varepsilon_a \frac{\lambda^a}{2} \gamma_5 \right)_{ik} q_k(x) \quad (4.8)$$

La corriente asociada es

$$A^{\mu,a}(x) = \bar{q} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\lambda^a}{2} q(x) \quad (4.9a)$$

verificándose que

$$\begin{aligned} \partial^\mu A_{\mu}^a(x) &= i \bar{q} \left\{ M, \frac{\lambda^a}{2} \right\} \gamma_5 q(x) = \\ &= i \bar{q}_l (m_l + m_k) \left( \frac{\lambda^a}{2} \right)_{lk} \gamma_5 q_k(x). \end{aligned} \quad (4.9b)$$

luego, las corrientes axiales sólo serán conservadas en el límite de quarks sin masa.

Las cargas vienen dadas por

$$\bar{Q}^a(t) = \int d^3x A^{a,0}(x) = \int d^3x \psi^\dagger \gamma_5 \frac{\lambda^a}{2} \psi(x)$$

(4.10)

verificando

$$[\bar{Q}^a, \psi_k(x)] = - \left( \frac{\lambda^a}{2} \right)_{ke} \gamma_5 \psi_e(x)$$

(4.11)

Las cargas axiales no generan un álgebra cerrada

$$[\bar{Q}^a(t), \bar{Q}^b(t)] = i f^{abc} Q^c(t)$$

(4.12)

Sin embargo, si consideramos conjuntamente las cargas vectoriales y axiales, generan un álgebra cerrada

$$[Q^a(t), Q^b(t)] = i f^{abc} Q^c(t)$$

(4.13a)

$$[Q^a(t), \bar{Q}^b(t)] = i f^{abc} \bar{Q}^c(t)$$

(4.13b)

$$[\bar{Q}^a(t), \bar{Q}^b(t)] = i f^{abc} Q^c(t)$$

(4.13c)

Este álgebra es isomorfa a  $SU(3) \times SU(3)$ . De hecho, podemos definir los generadores quirales a izquierda (L) y de recha (R)

$$Q_L^a(t) = \frac{1}{2} (Q^a(t) - \bar{Q}^a(t)) = \int d^3x \, q^\dagger \frac{\lambda^a}{2} \frac{(1-\gamma_5)}{2} q(x) \quad (4.14a)$$

$$Q_R^a(t) = \frac{1}{2} (Q^a(t) + \bar{Q}^a(t)) = \int d^3x \, q^\dagger \frac{\lambda^a}{2} \frac{(1+\gamma_5)}{2} q(x) \quad (4.14b)$$

correspondientes a transformaciones

$$q_i \longrightarrow q'_i = \left( 1 - i \varepsilon_a \frac{(1-\gamma_5)}{2} \left( \frac{\lambda^a}{2} \right)_{ik} \right) q_k \quad (4.15a)$$

$$q_i \longrightarrow q'_i = \left( 1 - i \varepsilon_a \frac{(1+\gamma_5)}{2} \left( \frac{\lambda^a}{2} \right)_{ik} \right) q_k \quad (4.15b)$$

Estos generadores quirales cumplen

$$[Q_L^a, Q_L^b] = i f^{abc} Q_L^c \quad (4.16a)$$

$$[Q_R^a, Q_R^b] = i f^{abc} Q_R^c \quad (4.16b)$$

$$[Q_L^a, Q_R^b] = 0 \quad (4.16c)$$

es decir, el álgebra de las cargas quirales es un álgebra SU(3) x SU(3).

Las corrientes quirales asociadas son

$$J_{L,\mu}^a = \bar{q} \gamma_\mu \frac{(1-\gamma_5)}{2} \frac{\lambda^a}{2} q(x) \quad (4.17a)$$

$$J_{R,\mu}^a = \bar{q} \gamma_\mu \frac{(1+\gamma_5)}{2} \frac{\lambda^a}{2} q(x) \quad (4.17b)$$

(con la misma estructura  $(1 \pm \gamma_5)$  que las corrientes débiles leptónicas). Las ocho corrientes vectoriales y las ocho axiales, se transforman bajo SU(3) como las componentes de un operador tensorial perteneciente a la representación 8

$$[Q^a(t), V_\mu^b(\vec{x}, t)] = i f^{abc} V_\mu^c(\vec{x}, t) \quad (4.18a)$$

$$[Q^a(t), A_\mu^b(\vec{x}, t)] = i f^{abc} A_\mu^c(\vec{x}, t) \quad (4.18b)$$

Si consideramos el grupo total SU(3) x SU(3), el conjunto

de las 16 corrientes, vectoriales y axiales, se transforma de acuerdo con la representación  $(8, 1) + (1, 8)$  de  $SU(3) \times SU(3)$ . Las relaciones de conmutación con las cargas -- axiales son

$$[ \bar{Q}^a(t), V_\mu^b(\vec{x}, t) ] = i f^{abc} A_\mu^c(\vec{x}, t) \quad (4.18a')$$

$$[ \bar{Q}^a(t), A_\mu^b(\vec{x}, t) ] = i f^{abc} V_\mu^c(\vec{x}, t) \quad (4.18b')$$

Una densidad lagrangiana invariante bajo las -- transformaciones vectoriales y axiales dadas se dice que es invariante bajo  $SU(3) \times SU(3)$  quiral. Las corrientes -- axial y vectorial son, en este caso, conservadas, estando la conservación de las corrientes directamente relacionada con quarks de la misma masa (vectoriales) y de masa nu la (axiales).

Las propiedades de conservación de las corrientes tienen importantes implicaciones cuando se identifican las corrientes de quarks con las que aparecen en las interacciones débiles y electromagnéticas. Dos hipótesis han jugado un papel fundamental en la comprensión de la -- fenomenología, la hipótesis de corriente vectorial conservada (C.V.C.), i.e.,  $\partial^\mu V_\mu^a = 0$  y la hipótesis de corriente axial parcialmente conservada (P.C.A.C.).

#### IV.2 La hipótesis PCAC

Fundamentalmente, lo que nos dice PCAC, es que el mundo real no está muy lejos del límite en el que las corrientes axiales son conservadas a expensas de tener bosones de masa nula. Las corrientes axiales de isospín no son conservadas, pero muestran una "conservación parcial" en el sentido de que se supone que su divergencia es proporcional a alguna potencia positiva de la masa del pion. La forma más simple y usual de tener esta proporcionalidad, propuesta por Gell-Mann y Levy (GL 58) es que la divergencia de la corriente axial sea un buen campo interpolador para el pion

$$\partial^\mu A_\mu^i = f_\pi m_\pi^2 \pi^i \quad (4.19a)$$

$$i = 1, 2, 3$$

donde  $f_\pi$  es la constante de desintegración del pion, cuyo valor experimental es  $f_\pi \approx 95$  Mev.

Exactamente la misma filosofía se aplica a corrrientes axiales con extrañeza. El papel del pion será en este caso jugado por el kaón, teniéndose

$$\partial^\mu A_\mu^j = f_K m_K^2 K^j \quad (4.19b)$$

$$j = 4, 5, 6, 7$$

donde  $f_K$  es la constante de desintegración del kaón con valor  $f_K = 1.28 f_\pi$ .

En el límite de SU(3) exacta,  $k$  y  $\pi$  tienen la --

misma masa. Sin embargo, en el mundo real, la masa del kaón es aproximadamente tres veces la del pion. Ya que en (4.19a) y (4.19b) aparecen las masas al cuadrado, la aproximación  $m_\pi \rightarrow 0$  será mucho mejor que  $m_K \rightarrow 0$ .

Históricamente, PCAC, fue introducida para explicar la relación de Goldberger-Treiman. Se trata de una predicción definida relacionando la constante de desintegración del pion  $f_\pi$ , con  $g_A$ , relación entre las constantes de acoplamiento débiles vector y axial, y la constante de acoplamiento pion-nucleón  $g_{\pi N}$ .

$$f_\pi(0) = \frac{m_N g_A}{g_{\pi N}} \quad (4.20)$$

Esta relación es exacta en el límite de piones de masa cero.

La conservación de la corriente axial, en el límite de piones sin masa, junto con la validez de las reglas de conmutación fundamentales de cargas y corrientes han dado lugar a los teoremas de piones suaves, íntimamente relacionados con la física de partículas de bajas energías (DW 69).

#### IV.3 Realizaciones de la simetría.

Hay dos formas a través de las cuales la conservación local de las corrientes (invariancia del lagrangiau)

no bajo el grupo de transformaciones), se manifiesta en la naturaleza.

a) Realización de Wigner-Weyl.

Los estados físicos forman una base para la representación del grupo. Esta realización de la simetría se hace explícita en el teorema de Coleman (CO 66): "Una simetría del vacío es una simetría del mundo". Si un generador de una simetría continua aniquila al vacío (es decir, se tiene simetría del vacío), entonces la carga es conservada (simetría del hamiltoniano)

$$Q^a |0\rangle = 0 \implies [Q^a, H] = 0$$

En este caso, los estados físicos correspondientes al espectro de H pueden ser clasificados según las representaciones irreducibles del grupo G generado por  $Q^a$ .

El teorema de Coleman sólo se aplica a cargas que son integrales espaciales de densidades de corriente locales (no es válido para simetrías discretas como paridad).

b) Realización de Goldstone.

Los estados físicos forman una base para la representación de un subgrupo del grupo de invariancia del lagrangiano. El teorema de Goldstone dice que si

se tiene una simetría del hamiltoniano tal que las car  
gas sean conservadas

$$[Q^a, H] = 0$$

entonces ó  $Q^a |0\rangle = 0$  ó  $Q^a |0\rangle \neq 0$  (alternativa de --  
Goldstone). En este último caso, la simetría del vacío  
es rota y existen bosones de Goldstone sin masa que --  
son creados a partir del vacío por la acción de las co  
rrrientes cuyas cargas asociadas no son generadores del  
subgrupo (hay un bosón por cada corriente). El vacío -  
es invariante bajo el subgrupo, pero no bajo el grupo.

#### IV.4 Realizaciones lineales y no lineales de la simetría quiral.

##### a) Realización lineal de la simetría quirale. El modelo $\sigma$ .

El modelo  $\sigma$  (GL 58) es el más simple y mejor co  
nocido de los modelos invariantes quirales. Correspon-  
de a una realización lineal de la simetría quirale  $SU(2)$   
 $\times SU(2)$ . El triplete de isospín piónico  $\vec{\pi}$ , junto con  
un campo escalar extra  $\sigma$ , se transforman como pertene--  
cientes a la representación  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  de  $SU(2) \times SU(2)$  --  
(LE 72). El campo  $\sigma$  corresponde a una partícula con -  
 $I=0$ ,  $J=0$  y paridad y G-paridad positivas, pudiendo aco  
plarse a dos, cuatro, seis... piones, a bariones y tam  
bién al vacío, es decir, el campo  $\sigma$  puede tener un va-  
lor esperado en el vacío diferente de cero, mediante -  
el mecanismo de rotura espontánea de simetría (realizaa

ción de Goldstone). Una bella y clara descripción de - estas ideas puede encontrarse en (DA 69). El modelo constituye una buena ilustración de la física que hay detrás de la rotura espontánea de la simetría, conduciendo a resultados bien conocidos como la relación de Goldberger-Treiman, resultados para piones sin masa, - etc.

Pero el campo  $\sigma$  no corresponde a una partícula física conocida, por lo que parece mucho más conveniente reformular la teoría tal que el campo  $\sigma$  no aparezca. Entonces, el campo piónico se transformará quiralmemente en una función de sí mismo, dando lugar a una realización no lineal de la simetría quiral.

b) Realización no lineal de la simetría quiral.

Partiendo del modelo  $\sigma$  y usando la transformación quiral dependiente del campo, consistente en una rotación tetradimensional de ángulo

$$\theta = \text{arc tg } \frac{|\vec{n}|}{\sigma} \quad (4.21)$$

("boost" quiral) se obtiene una realización no lineal de la simetría (DF 73) en términos de un nuevo campo piónico  $\vec{\Phi}$ , relacionado con los campos  $\sigma$  y  $\vec{n}$  mediante

$$\vec{n} = \frac{\vec{\Phi}}{\left(1 + \frac{\vec{\Phi}^2}{4f_n^2}\right)} \quad (4.22a)$$

$$\sigma = f_n \frac{\left( \frac{\vec{\Phi}^2}{4f_n^2} - 1 \right)}{\left( \frac{\vec{\Phi}^2}{4f_n^2} + 1 \right)}$$

(4.22b)

y que se transforma quiralmente

$$\left[ Q^\alpha, \Phi^\beta \right] = i \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \Phi^\gamma$$

(4.23a)

$$\left[ \bar{Q}^\alpha, \Phi^\beta \right] = i f_n \left[ \delta^{\alpha\beta} \left( 1 - \frac{\vec{\Phi}^2}{4f_n^2} \right) + \frac{\Phi^\alpha \Phi^\beta}{2f_n^2} \right]$$

$$\alpha, \beta = 1, 2, 3$$

(4.23b)

donde se ve claramente el carácter no lineal.

Los campos fermiónicos se transforman

$$\left[ \bar{Q}^\alpha, \Psi \right] = \frac{1}{2f_n} \left( \vec{T} \times \vec{\Phi} \right)^\alpha \Psi$$

(4.24)

donde  $\vec{T}$  son las matrices de isospín asociadas a la representación particular de que se trate.

Una vez conocidas las propiedades de transformación de los campos, los lagrangianos se construirán a partir de cantidades invariantes quirales obtenidas mediante combinaciones adecuadas de los campos. Ejemplos de lagrangianos invariantes quirales aparecerán en los capítulos siguientes.

Todo lo dicho, refleja el carácter peculiar de la simetría quiral. Aparte de las diferentes formas (lineal y no lineal) de realización de la simetría, nos proporciona información dinámica, dándonos teoremas de baja energía relacionando procesos con un número diferente de piones suaves.

Todas las expresiones anteriores pueden ser obtenidas de forma general usando álgebra de corrientes y considerando desde el principio que la simetría quiral se realiza en forma no lineal a través de un campo piónico sin masa (WE 68).

#### IV.5 Realizaciones no lineales de SU(3) x SU(3) quiral.

Bardeen y Lee (BL 69) han estudiado realizaciones no lineales de la simetría quiral SU(3) x SU(3), mostrando que las realizaciones no lineales de la simetría constituyen el límite de un modelo en el cual los campos se transforman linealmente bajo el grupo de transformaciones que dejan el lagrangiano invariante. Su punto de partida es el modelo  $\sigma$  en SU(3) x SU(3) (LV 67). En este mo-

delo se asocian a la representación  $(3, \bar{3}) + (\bar{3}, 3)$  de  $SU(3) \times SU(3)$ , nonetes de partículas escalares y pseudoescalares. Más explícitamente, la combinación

$$M_{\beta}^{\alpha} = (\Sigma + i\Pi)_{\alpha\beta} \equiv (M)_{\alpha\beta} \quad (4.25a)$$

se transforma como  $(3, \bar{3})$  y

$$M_{\beta}^{\alpha} = (\Sigma - i\Pi)_{\alpha\beta} \equiv (M^+)_{\alpha\beta} \quad (4.25b)$$

como  $(\bar{3}, 3)$ .

$\Sigma$  y  $\Pi$  son las usuales representaciones matriciales  $3 \times 3$  de los nonetes escalares y pseudoescalares (LE 72)

$$\Sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_a \sigma_a \lambda_a \quad (4.26a)$$

$$\Pi = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_a \pi_a \lambda_a \quad (4.26b)$$

con

$$\lambda_a = \begin{cases} \sqrt{2/3} \text{ I} & a=0 \\ \lambda'_s \text{ de Gell-Mann} & a=1, \dots, 8. \end{cases}$$

Bajo transformaciones quirales,  $M$  y  $M^+$  se transforman

$$[Q_R^a, M_{\beta}^{\alpha}] = \left(-\frac{\lambda^a}{2}\right)_{\gamma}^{\alpha} M_{\beta}^{\gamma} \quad (4.27a)$$

$$[Q_L^a, M_{\beta}^{\alpha}] = M_{\beta}^{\gamma} \left(\frac{\lambda^a}{2}\right)_{\gamma}^{\alpha} \quad (4.27b)$$

$$[Q_R^a, M^{\alpha}_{\beta}] = M^{\alpha}_{\gamma} \left(\frac{\lambda^a}{2}\right)_{\beta}^{\gamma} \quad (4.27c)$$

$$[Q_L^a, M^{\alpha}_{\beta}] = \left(-\frac{\lambda^a}{2}\right)_{\beta}^{\alpha} M^{\gamma}_{\beta} \quad (4.27d)$$

Cuando la simetría se rompe espontáneamente (de forma análoga a como se hace en el modelo  $\sigma$  de  $SU(2) \times SU(2)$ ), resulta un modelo no lineal adquiriendo las  $\sigma_a$  masas infinitas. Bardeen y Lee consideraron las distintas posibilidades de rotura en las cuales al menos  $U(2)$ , simetría de isospín e hipercarga, se preservaba. Nosotros estaremos interesados en el caso en el cual  $SU(3) \times SU(3)$  se rompe espontáneamente a  $SU(3)$  y en el límite en que -- los miembros del nonete escalar adquieren masas infinitas (CR 67). Entonces, los bosones de Goldstone  $\pi_a$  se transforman de forma no lineal bajo el grupo total. En este caso, el término cinético mesónico en el lagrangiano es

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \text{Tr} \left[ (\partial^\mu M) (\partial_\mu M^\dagger) \right]$$

(4.28)

donde

$$M = \frac{f_n}{\sqrt{2}} e^{i \sum \frac{n_a \lambda_a}{f_n}}$$

(4.29)

$a=0, 1, \dots, 8.$

y satisface

$$M M^\dagger = M^\dagger M = \frac{1}{2} f_n^2$$

generalización de la denominada "condición del círculo mágico" en  $SU(2) \times SU(2)$  (BW 79).  $f_n$  es la denominada constante de desintegración del nonete. Sabemos que  $f_k / f_n = 1.28 \pm 0.04$ , pero ignoraremos esta diferencia y tomaremos  $f_k = f_n$ .

Digamos por último, que análogamente al caso  $SU(2) \times SU(2)$ , los modelos no lineales pueden ser estudiados sin recurrir a modelos lineales. Nosotros hemos preferido partir de modelos lineales por razones cronológicas

(el modelo  $\sigma$  es anterior a la deducción del modelo no lineal por álgebra de corrientes) y porque permiten ver de forma muy clara la física existente detrás del mecanismo de rotura espontánea de la simetría.

CAPITULO V. INCORPORACION DE LA SIMETRIA QUIRAL AL MODE-  
LO DEL SACO DEL MIT.

V.1 El saco pequeño.

Los teoremas de piones suaves han jugado un papel fundamental en la comprensión de la fenomenología de baja energía. Desde nuestro punto de vista fenomenológico, estos teoremas, que tal vez en un futuro puedan deducirse de QCD, deben incorporarse al modelo como una propiedad fundamental al igual que libertad asintótica y confinamiento. Estos teoremas están directamente relacionados con la invariancia bajo simetría quiral. Si los quarks tienen masa nula, QCD es invariante bajo simetría quiral; sin embargo, el modelo del MIT que es una descripción fenomenológica de la teoría a baja energía, no lo es. La introducción del confinamiento en el modelo del MIT hace que la corriente axial no se conserve en la superficie

$$\vec{A}_\mu(x) = \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} q(x) \quad , \quad m^a \vec{A}_\mu \neq 0 \quad r=R$$

Para restablecer la simetría quiral en un modelo que explique la fenomenología de baja energía, Brown, Rho y Vento (BR 79, BR+ 79) proponen que la simetría quiral está espontáneamente rota fuera del saco y que se deben incorporar bosones de Goldstone en cualquier descripción de baja energía de QCD, caracterizando así las fases del saco por la forma en la cual los estados del vacío realizan la simetría quiral.

En el caso de  $SU(2) \times SU(2)$ , espontáneamente rota a  $SU(2)$  fuera del saco, nuevos grados de libertad correspondientes a piones sin masa, se incorporan al modelo. Aunque el pion tiene una subestructura  $q\bar{q}$ , es tratado como un campo fundamental (será una buena aproximación si se trabaja con longitudes de onda mayores que la dimensión del pion). Ya que el interior del saco debe representar a QCD perturbativa (libertad asintótica), los modos colectivos (i.e., los bosones de Goldstone) no penetran en la región de confinamiento. En el interior, la simetría no está espontáneamente rota, realizándose en el modo de Wigner. Por supuesto que dentro del saco puede haber excitaciones  $q\bar{q}$  con los números cuánticos del pion, pero por hipótesis del modelo, la constante de acoplamiento será demasiado pequeña para producir el estado ligado (pion), de tal forma que las excitaciones  $q\bar{q}$  no pueden ser descritas como modos piónicos. El acoplamiento de quarks y piones tiene lugar sólo en la superficie de manera que se conserva la corriente axial. También en la superficie y como consecuencia de la existencia de modos mesónicos en el exterior, se altera la condición de estabilidad (ecuación de balance de presiones), incrementándose la presión exterior ejercida sobre el saco y reduciendo su tamaño (saco pequeño).

## V.2 Formulación del modelo.

Para hacer explícitas estas ideas, consideremos una realización no lineal de la simetría quiral  $SU(2) \times$

SU(2) (WE 68, VE 80, RH 81). El lagrangiano en el interior del saco es el del modelo del MIT

$$\mathcal{L}_{int} = (\mathcal{L}_{qcd} - \mathcal{B}) \Theta_{in} \quad (5.1)$$

admitiendo un desarrollo perturbativo en la constante de acoplamiento quark-gluon.

En el exterior, el lagrangiano más sencillo posible, invariante quiral, es

$$\mathcal{L}_{ext} = \frac{1}{2} \left\{ \left( 1 + \frac{\vec{\Phi}^2}{f_n^2} \right) (\mathcal{D}_\mu \vec{\phi})^2 - \frac{1}{4 f_n^2} (\mathcal{D}_\mu \vec{\Phi}^2)^2 \right\} \Theta_{ext}. \quad (5.2)$$

donde

$$\mathcal{D}_\mu = \left( 1 + \frac{\vec{\Phi}^2}{f_n^2} \right)^{-1} \partial_\mu \quad (5.2b)$$

es la derivada generalizada (VE 80). El campo  $\vec{\phi}$  está relacionado con  $\vec{\Phi}$  (capítulo IV) por

$$\vec{\phi} = \frac{\vec{\Phi}}{1 - \frac{\vec{\Phi}^2}{4 f_n^2}} \quad (5.3)$$

La ventaja de introducir este  $\vec{\phi}$  es que las ecs. de movi--

miento quedan escritas en forma muy simple. Teniendo en cuenta las expresiones de  $\theta$ ,  $\vec{n}$  y  $\sigma$  en términos de  $\vec{\phi}$ , se deduce fácilmente

$$|\vec{\phi}| = f_n \operatorname{tg} \theta \quad (5.4)$$

El acoplamiento de quarks y piones se produce en la superficie a través del término

$$\mathcal{L}_S = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\vec{\phi}^2}{f_n^2} \right)^{-1/2} \bar{q} \left( 1 + i \frac{\vec{z} \cdot \vec{\phi}}{f_n} \gamma_5 \right) q \delta_S \quad (5.5)$$

La delta de Dirac  $\delta_S$  indica explícitamente que sólo hay acoplamiento en la superficie.

### V.3 Ecuaciones de movimiento.

Las ecuaciones de movimiento son inmediatamente derivables exigiendo que la acción sea estacionaria bajo variaciones de los campos y la superficie. En general, éstas son (VE 80)

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\text{ext int}}}{\partial \varphi_{\text{ext int}}} = \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{ext int}}}{\partial (\partial_\mu \varphi_{\text{ext int}})} \quad (5.6a)$$

$$n_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{ext}}^{\text{int.}}}{\partial (\partial_\mu \varphi_{\text{ext}}^{\text{int.}})} = \pm \frac{\partial \mathcal{L}_S}{\partial \varphi_{\text{ext}}^{\text{int.}}}$$

(5.6b)

indicando  $\varphi_{\text{ext}}^{\text{int.}}$  los campos en la zona exterior e interior del saco y el signo +, - corresponde respectivamente a -- subíndices ext, int. Con el lagrangiano anterior, se obtiene inmediatamente

$$i \not{\partial} q = 0$$

en el interior (5.7a)

$$i n \not{\partial} q = \left(1 + \frac{\vec{\phi}^2}{f_n^2}\right)^{-1/2} \left(1 + i \frac{\vec{z} \cdot \vec{\phi}}{f_n} \not{\partial}_S\right) q$$

en la superficie (5.7b)

$$i \bar{q} n \not{\partial} = -\bar{q} \left(1 + \frac{\vec{\phi}^2}{f_n^2}\right)^{-1/2} \left(1 + i \frac{\vec{z} \cdot \vec{\phi}}{f_n} \not{\partial}_S\right)$$

en la superficie (5.7b')

$$n^\mu \not{\partial}_\mu \vec{\phi} = -\frac{1}{2f_n} \bar{q} \not{\partial}_S \vec{z} n \not{\partial} q$$

en la superficie (5.7c)

$$\not{\partial}_\mu^2 \vec{\phi} = 0$$

en el exterior (5.7d)

Las ecuaciones (5.7b) y (5.7b') expresan que no hay flujo local de quarks desde el interior. A partir de ellas, se deduce la condición

$$\bar{q} \left( 1 + \frac{i}{f_n} \vec{z} \cdot \vec{\phi} \gamma_5 \right) q = 0 \quad (5.7b'')$$

sobre la superficie.

La ecuación (5.7c) es la ecuación de conservación de la corriente axial en la superficie. En efecto, la corriente axial contiene una parte proveniente de los quarks y otra que viene de los piones. La parte piónica es calculada teniendo en cuenta (4.23a) y (4.23b), que son las propiedades de transformación del campo, y el formalismo lagrangiano y de corrientes desarrollado en el capítulo IV. De esta forma, la corriente axial es (VE 80)

$$\vec{A}_\mu = \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\vec{z}}{2} q \Theta_{in} + f_n \partial_\mu \vec{\phi} \Theta_{ext} \quad (5.8)$$

verificándose, mediante (5.7c), la conservación en la superficie.

Sobre la superficie, se tiene aún otra ecuación, la de balance de presiones, que asegura la conservación del tensor energía-momento ( $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ ,  $\eta_\mu T_{int}^{\mu\nu} = \eta_\mu T_{ext}^{\mu\nu}$ )

realizando así la invariancia bajo traslaciones espacio--  
-temporales

$$-B + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\vec{\phi}^2}{f_n^2} \right)^{-1/2} n^\mu \partial_\mu \left[ \bar{q} \left( 1 + \frac{i}{f_n} \vec{z} \cdot \vec{\phi} \gamma_5 \right) q \right] - \mathcal{L}_{\text{ext}} = 0$$

(5.9)

y donde se pone de manifiesto la introducción de términos de presión como consecuencia de los nuevos grados de libertad mesónicos.

Escritas las ecs. de movimiento, el siguiente paso es su resolución, para lo cual, al igual que en el modelo del MIT se considerará la aproximación de la cavidad esférica. La superficie de la esfera, que actúa como una barrera para los objetos coloreados, es transparente a las interacciones débiles y electromagnéticas que se acoplan a nivel de corrientes, independientemente a los quarks en el interior y a los piones en el exterior. Los cálculos se realizan de forma análoga que con el modelo del MIT. Los observables tendrán una contribución de la zona interior y otra de la exterior. Subrayemos, que a diferencia de la interior, la densidad lagrangiana exterior no corresponde a una teoría renormalizable por lo que debe ser entendida como una densidad lagrangiana efectiva. Las fluctuaciones cuánticas en el campo piónico interactuante no serán consideradas.

## CAPITULO VI. CONTRIBUCIONES PIONICAS PERTURBATIVAS A OBSERVABLES NUCLEONICOS.

### VI.1 Introducción.

El modelo del MIT permite el cálculo de valores de observables en términos del radio del saco (CH 74, DJ 75) Para radio de carga y momentos magnéticos, los resultados obtenidos no son suficientemente satisfactorios. En particular, para el nucleón, el radio de carga para el protón es proporcional a  $R^2$  siendo el valor predicho  $2/3$  de su valor experimental (para  $R=1\text{fm}$ ) mientras que para el neutrón el modelo da 0 como valor, independientemente del radio. Este último resultado es debido a que se supone que cada quark ocupa el mismo estado espacial y a que la suma de cargas, es decir, la carga correspondiente al neutrón, es 0.

En cuanto a los momentos magnéticos, el valor predicho para el protón está por debajo del experimental (para  $R=1\text{fm}$ ). Sin embargo, hay que reseñar, que si se normalizan los demás momentos magnéticos al del protón, el modelo del saco da resultados aceptables.

Uno de los mayores logros del modelo del MIT, con secuencia directa del tratamiento relativista de los quarks, fue reducir el valor predicho de  $5/3$  por el modelo quark no relativista para  $g_A$  al valor 1.09 próximo al experimental

1.24.

La incorporación de la simetría quiral, i.e., de los piones al modelo modificará obviamente las predicciones anteriores. Hemos desarrollado un esquema de cálculo de estas correcciones siguiendo un procedimiento perturbativo y con la aproximación de la cavidad esférica. Se ha comentado en el capítulo anterior que en el exterior del saco, el sector mesónico corresponde a una teoría no lineal y no renormalizable debiendo entenderse como una teoría efectiva, por lo que en principio, el tratamiento perturbativo no parece estar justificado. Jaffe (JA 79) planteó un desarrollo sistemático de las correcciones piónicas en términos de un parámetro efectivo proporcional a  $\frac{1}{4\pi f_\pi^2 R^2}$ , siendo R el radio del saco, que mide la intensidad del campo piónico en la superficie. El desarrollo obtenido parece ser convergente para radios  $R \gg 0.8\text{fm}$ . Este esquema está caracterizado por -- campos piónicos débiles y se desarrolla alrededor de la solución de campo medio trivial  $\vec{\phi} = 0$ . Actualmente, la cuantización alrededor de soluciones clásicas de campo medio diferentes de la trivial, que dan lugar a una estructura de solitón en los bariones (VR 80, RB 83, VR 83) es una alternativa interesante. Por otra parte, la solución exacta de tipo erizo ("hedgehog") a las ecuaciones de movimiento muestra que algunas propiedades del sistema son de tipo perturbativo en el régimen de acoplamiento débil, por lo que esperamos que una teoría de perturbaciones similar a la desarrollada aquí siga siendo válida; además, cálculos realizados con la solución erizo muestran que los valores de ciertos -

observables (por ej. momentos magnéticos) son prácticamente independientes del tamaño del sistema (radio del saco) (LR 80), por lo que se puede abordar el cálculo para el nucleón como si de un saco grande se tratara (en el esquema del saco pequeño, el radio del nucleón es  $\leq 0.5\text{fm}$ , zona donde la teoría de perturbaciones carece de sentido) (BR 80). Aparte de esto, quizás la justificación fundamental de la teoría de perturbaciones es, que independientemente de un coeficiente que dependerá de la forma radial del campo medio considerado, se obtiene la estructura adecuada de los operadores (por eso, también se presentarán resultados para  $R=0.5\text{ fm}$ ).

Ciertamente, otros autores han calculado correcciones piónicas perturbativas (HM 81, CI 82) pero con esquemas diferentes al que aquí se presenta. Algunos de sus resultados son reproducidos, como se comenta más adelante.

## VI.2 Formalismo.

Escribiendo el campo piónico

$$\vec{\phi} = f_n \text{tg } \theta \hat{\phi}$$

donde  $\theta$  sólo depende de  $r$  y  $\hat{\phi}$  es un vector unitario ( $\hat{\phi} \cdot \hat{\phi} = 1$ ) que especifica la dirección en el espacio de isospín, las ecuaciones de movimiento son a partir de (5.7a)-(5.7d)

$$i \not{\partial} \psi = 0$$

en el interior (6.1a)

$$i n^\mu \gamma_\mu \not{q} = \left( \cos \theta + i \sin \theta \vec{\tau} \cdot \hat{\phi} \gamma_5 \right) \not{q}$$

en la superficie (6.1b)

$$n^\mu \cos^2 \theta \partial_\mu (f_n \operatorname{tg} \theta \hat{\phi}) = - \frac{1}{2f_n} \bar{q} \gamma_5 \vec{\tau} \cdot n \not{q}$$

en la superficie (6.1c)

$$\cos^2 \theta \partial_\mu \left[ (\cos^2 \theta \partial_\mu) (f_n \operatorname{tg} \theta \hat{\phi}) \right] = 0$$

en el exterior (6.1d)

$n_\mu$  es la normal apuntando hacia fuera del saco,  $n_\mu = (0, \hat{r})$ .

Buscaremos soluciones tales que el vector  $\hat{\phi}$  es -- constante como función del espacio-tiempo, i.e.,  $\partial_\mu \hat{\phi} = 0$ . Esta hipótesis es consistente a primer orden, ( $\vec{\phi} = f_n \theta \hat{\phi}$ ). En efecto, a partir de (6.1c) se tiene (usando  $\partial_\mu \hat{\phi} = 0$ )

$$\hat{\phi} n^\mu \partial_\mu \theta = - \frac{1}{2f_n} \bar{q} \gamma_5 \vec{\tau} \cdot n \not{q}$$

Por otra parte, podemos escribir directamente a partir de (6.1c) y en primer orden

$$n^\mu \partial_\mu \theta \hat{\phi} = - \frac{1}{2f_n} \bar{q} \gamma_5 \vec{\tau} \cdot n \not{q}$$

expresión idéntica a la anterior si  $\partial_\mu \hat{\phi} = 0$ .

La hipótesis  $\partial_\mu \hat{\phi} = 0$ , simplifica considerablemente las ecs. de movimiento, quedando en la forma

$$i \not{\partial} q = 0 \quad (6.1a')$$

$$i n \not{\gamma} q = (\cos \theta + i \text{sen } \theta \hat{\phi} \vec{z} \not{\gamma}_5) q \quad (6.1b')$$

$$\hat{\phi} n^\mu \partial_\mu \theta = - \frac{1}{2f_n^2} \bar{q} \not{\gamma}_5 \vec{z} n \not{\gamma} q \quad (6.1c')$$

$$\partial^\mu \partial_\mu \theta = 0 \quad (6.1d')$$

El paso siguiente es escribir estas ecuaciones como ecuaciones integrales en términos de las cuales el desarrollo perturbativo será simple.

A partir de estas ecuaciones, el campo quark puede ser escrito

$$q(x) = q_0(x) + \int dt' ds' S_F(x, x') i n \not{\gamma} q(x') \quad (6.2)$$

donde  $q_0$  es el campo del MIT (podría pensarse que la separación de  $q_0$  implica un doble conteo, pero para los diagramas

mas que consideramos, esto será tenido en cuenta al supri--  
 mir partes imaginarias en el cálculo de los denominadores -  
 de energía (MV 81) ).

$S_F(x, x')$  es el propagador fermiónico que satisfa-  
 ce

$$\gamma^\mu \partial_\mu S_F(x, x') = -i \delta^{(4)}(x - x') \quad (6.3)$$

y cuyo desarrollo en modos es

$$S_F(x, x') = i \sum_\alpha \left[ u_\alpha(\vec{x}) \bar{u}_\alpha(\vec{x}') e^{-i\omega_\alpha(t-t')} \Theta(t-t') - \right. \\ \left. - v_\alpha(\vec{x}) \bar{v}_\alpha(\vec{x}') e^{i\omega_\alpha(t-t')} \Theta(t'-t) \right] \quad (6.4)$$

siendo  $u_\alpha$  y  $v_\alpha$  las funciones de onda del MIT descritas en  
 el capítulo III.

El campo piónico es

$$\hat{\phi} \theta(x) = \hat{\phi} \theta_0(x) - \hat{\phi} \int d^4x' \Delta_F(x, x') m^\mu \partial_\mu \theta(x')$$

(6.5)

$\theta_0$  corresponde a la solución homogénea (pion libre). En nues-  
 tros cálculos, los piones actúan como propagadores y por --

tanto prescindiremos de este término. El signo - delante de la integral corresponde a que se ha tomado  $n_\mu$  dirigida hacia fuera del saco.

$\Delta_F(x, x')$  es el propagador de Feynman piónico -- que satisface

$$\partial^\mu \partial_\mu \Delta_F(x, x') = -\delta^{(4)}(x-x') \quad \text{en el exterior} \quad (6.6a)$$

$$n^\mu \partial_\mu \Delta_F(x, x') = 0 \quad \text{en la superficie} \quad (6.6b)$$

$\Delta_F$  puede ser escrito en términos del campo piónico libre - en el saco, i.e., del campo que satisface  $(\psi_n(\vec{r}, t) = \psi_n(\vec{r}) e^{-i\omega t})$

$$(\omega^2 + \vec{\nabla}^2) \psi_n(\vec{r}) = 0 \quad r > R \quad (6.7a)$$

$$\hat{r} \cdot \vec{\nabla} \psi_n(\vec{r}) = 0 \quad r = R \quad (6.7b)$$

Escribiendo

$$\psi_n(\vec{r}) = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{+l} i^l \psi_l(kr) Y_{lm}^*(\hat{k}) Y_{lm}(\hat{r}) \quad (6.8)$$

(pion "libre"), donde  $k$  es el módulo del trimomento del --

pion,  $w$  su energía y  $\psi_e(kr)$  es la función de onda radial -  
dada por

$$\psi_e(kr) = \frac{(j'_e(kR) n_2(kr) - n'_e(kR) j_e(kr))}{[n_e'^2(kR) + j_e'^2(kR)]^{1/2}} \quad (6.8a)$$

( $j_1$  y  $n_1$  son las funciones esféricas de Bessel y Newman res-  
pectivamente y la prima indica derivación respecto al argu-  
mento),  $\Delta_F$  puede ser escrito

$$\Delta_F(x, x') = -\frac{i}{\pi} \int_0^\infty dk k \sum_{l,m} \psi_e(kr) \psi_e(kr') Y_{lm}(\hat{r}) Y_{lm}^*(\hat{r}') \cdot [e^{-i\omega(x^0-x'^0)} \theta(x^0-x'^0) + e^{i\omega(x^0-x'^0)} \theta(x'^0-x^0)] \quad (6.9)$$

Se puede ya proceder al desarrollo perturbativo. -  
Considerando el campo piónico a primer orden, tenemos

$$\begin{aligned} q(x) &= q_0(x) + \int dt' dS' S_F(x, x') (\cos \Theta + i \sin \Theta \hat{\phi} \vec{\gamma}_5 \vec{z}) q(x') = \\ &= q_0(x) + \int dt' dS' S_F(x, x') (1 + i \Theta \hat{\phi} \vec{\gamma}_5 \vec{z}) q(x') \end{aligned} \quad (6.10)$$

Mediante iteración, obtendremos los campos a los diferentes - órdenes. Como resultado de la 1ª iteración tenemos

$$q_{(1)}(x) = q_0(x) \quad (6.11a)$$

$$\hat{\phi}_{(1)}(x') = - \int dt'' dS'' \Delta_F(x', x'') \frac{i}{2f_n^2} \bar{q}_0 \gamma_5 \vec{z} q_0(x'') \quad (6.11b)$$

soluciones que serán empleadas en la 2ª iteración (usaremos la condición  $\bar{q}_n \cdot q_m = 0$  sobre la superficie, que verifican las soluciones del MIT (DT 81) )

$$\begin{aligned} q_{(2)}(x) &= q_0(x) + \int dt' dS' S_F(x, x') \underbrace{i \hat{\phi}_{(1)}} \vec{z} \gamma_5 q_0(x') = \\ &= q_0(x) + \frac{1}{2f_n^2} \int dt' dS' S_F(x, x') \left[ \int dt'' dS'' \Delta_F(x', x'') \cdot \right. \\ &\quad \left. \bar{q}_0 \gamma_5 \vec{z} q_0(x'') \right] \vec{z} \gamma_5 q_0(x') \equiv q_0(x) + q_2(x) \end{aligned} \quad (6.12a)$$

$$\hat{\phi}_{(2)}(x') = \int dt'' dS'' \Delta_F(x', x'') \frac{1}{2f_n^2} (\bar{q}_0 + \bar{q}_2) \gamma_5 \vec{z} n \gamma (q_0 + q_2)(x'') \quad (6.12b)$$

### VI.3 Cálculo de contribuciones a observables.

Una vez tenidos los campos, se puede abordar el cálculo de observables. La consideración de grados piónicos da lugar a dos tipos de contribuciones. Por una parte, las debidas a la modificación que sufre la función de onda de los quarks por el intercambio piónico, correcciones que denominaremos de tipo quark y por otra las contribuciones puramente piónicas donde los operadores externos se insertan directamente sobre la línea piónica. La técnica empleada en el cálculo es la desarrollada por Maxwell y Vento (MV 81) que en este caso debido a que tenemos una teoría efectiva para el sector mesónico, no tiene problemas de renormalizabilidad. Todos los cálculos se harán a orden árbol. Además, tampoco tenemos divergencias adicionales que aparecen en un desarrollo perturbativo como el propuesto cuando el propagador fermiónico está restringido a estar sobre la superficie (CI+82, OS 82, NO 82) (divergencias debidas a la mala definición del desarrollo en modos en esta situación), pues en nuestros cálculos el propagador nunca está restringido a estar totalmente sobre la superficie.

### VI.4 Corrección de tipo quark.

Los observables bariónicos de interés pueden ser expresados como valores esperados de operadores de un cuerpo integrados

$$\Gamma = \int d^3x \bar{q} \hat{\Gamma} q(x) \quad (6.13)$$

$\hat{\Gamma}$  es un operador campo independiente, es decir, una colección de matrices de Dirac y de sabor y funciones espacio-temporales apropiadas al observable en cuestión.

Hasta orden  $\frac{1}{f_n^2}$

$$\Gamma \equiv \Gamma_0 + \Gamma_2 \quad (6.14)$$

donde

$$\Gamma_0 \equiv \int d^3x \bar{q}_0 \hat{\Gamma} q_0(x) \quad (6.14a)$$

corresponde a los resultados del MIT y

$$\Gamma_2 \equiv \int d^3x \bar{q}_0 \hat{\Gamma} q_2(x) + \int d^3x \bar{q}_2 \hat{\Gamma} q_0(x) \quad (6.14b)$$

es la corrección de tipo quark.

Para los operadores que usaremos, se verifica

$$\begin{aligned} \int d^3x \bar{q}_2 \hat{\Gamma} q_0(x) &= \int d^3x \bar{q}_2 \gamma^0 \hat{\Gamma}^+ \gamma^0 q_0(x) = \\ &= \int d^3x (\bar{q}_0 \hat{\Gamma} q_2)^+ (x) \end{aligned} \quad (6.14b')$$

teniéndose

$$\Gamma_2 = 2 \operatorname{Re} \int d^3x \bar{q}_0 \hat{\Gamma} q_2(x)$$

(6.15)

Sustituyendo las expresiones anteriores y escribiendo el campo quark en forma cuantizada (ecuación (3.2p)) se obtiene

$$\Gamma_2 = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{f_n^2} \int d^3x \sum_{\alpha} [\bar{u}_{\alpha}(\vec{x}) e^{i\omega_{\alpha}t} b_{\alpha}^+ + \bar{v}_{\alpha}(\vec{x}) e^{-i\omega_{\alpha}t} d_{\alpha}] \right.$$

$$\cdot \hat{\Gamma} \int dt' ds' i \sum_f [u_f(\vec{x}) \bar{u}_f(\vec{x}') e^{-i\omega_f(t-t')} \Theta(t-t') - v_f(\vec{x}) \bar{v}_f(\vec{x}')$$

$$e^{i\omega_f(t-t')} \Theta(t'-t)] \left( \int dt'' ds'' \left( -\frac{i}{\pi} \right) \int_0^{\infty} d\omega \frac{1}{\omega^3 R^4} \sum_{l,m} \right.$$

$$\left. \left[ \frac{Y_{lm}(\hat{x}') Y_{lm}^*(\hat{x}'')}{n_l^2(\omega R) + j_l^2(\omega R)} \right] [e^{-i\omega(t'-t'')} \Theta(t'-t'') + e^{i\omega(t'-t'')} \Theta(t''-t')] \right.$$

$$\sum_{\gamma} [\bar{u}_{\gamma}(\vec{x}'') e^{i\omega_{\gamma}t''} b_{\gamma}^+ + \bar{v}_{\gamma}(\vec{x}'') e^{-i\omega_{\gamma}t''} d_{\gamma}] \vec{c} \gamma_5 \sum_{\delta}$$

$$[u_{\delta}(\vec{x}'') e^{-i\omega_{\delta}t''} b_{\delta} + v_{\delta}(\vec{x}'') e^{i\omega_{\delta}t''} d_{\delta}^+] \vec{c} \gamma_5 \sum_{\beta}$$

$$[u_{\beta}(\vec{x}') e^{-i\omega_{\beta}t'} b_{\beta} + v_{\beta}(\vec{x}') e^{i\omega_{\beta}t'} d_{\beta}^+] \left. \right\}$$

( $\omega=k$  para piones sin masa)

OK.

(6.16)

El desarrollo matemático a partir de  $\Gamma_2$ , para generar las distintas contribuciones, se muestra en el apéndice A. A partir de (A6a) y (A6b), se pueden sustituir las funciones de onda para los quarks (ecs. (3.2j) y (3.2j')) y realizar fácilmente las integrales de superficie usando las técnicas usuales de momento angular así como la integración en  $w$  (esta integral puede realizarse en el campo complejo viniendo la contribución del polo  $w=0$ ). La contribución de los diagramas de tipo A es

$$\begin{aligned}
 (\Gamma_2)_A = & - \frac{R^3}{8\pi f_n^2} \sum_{\substack{\alpha, \beta, \delta \\ s, f, j}} \int d^3x \bar{u}_\alpha(\vec{x}) \hat{\Gamma} u_f(\vec{x}) \frac{1}{(w_{1s} - w_f)} \\
 & [ N_{1s}^2 N_{1s} N_f ] \\
 & [ N_{1s}^3 N_f f_{\alpha s}^+(R) (1/2 \ 1 \ 1/2 | \mu_s, \mu_s - \mu_s) ] \cdot [ f_{f\beta}^+(R) ] \\
 & \text{OK número también} \\
 & (1 \ 1/2 \ 1/2 | \mu_s - \mu_s, \mu_\beta - \mu_s + \mu_s) \delta_{\alpha s, 0} \delta_{f, 1/2} - \sqrt{2} f_{f\beta}^+(R) \\
 & (1 \ 3/2 \ 1/2 | \mu_s - \mu_s, \mu_\beta - \mu_s + \mu_s) \delta_{\alpha s, 2} \delta_{f, 3/2} ] \delta_{M_f, \mu_\beta - \mu_s + \mu_s} \text{OK} \\
 & \tau_{f\beta}^j \tau_{\alpha s}^j b_\alpha^+ b_\beta^+ b_\gamma^+ b_\delta^+ \text{ usando B.59 OK} \quad (6.17)
 \end{aligned}$$

Los operadores de creación y destrucción se contraen con los del barión inicial y final que corresponden a estados  $1s$ .

La contribución de los diagramas B puede ser obtenida a partir de (6.17) cambiando  $w_f$  por  $-w_f$ , las funciones  $f^+$  por  $t^+$  y el signo de  $\lambda_f$ . Las funciones  $f$  y  $t$  están definidas por

$$f_{\alpha\beta}^{\pm} = \lambda_{\alpha} \Omega_{\beta} J_{e\alpha} J_{e'\beta} \pm \lambda_{\beta} \Omega_{\alpha} J_{e\alpha} J_{e'\beta} \quad (6.18a)$$

$$t_{\alpha\beta}^{\pm} = \lambda_{\alpha} \lambda_{\beta} J_{e\alpha} J_{e'\beta} \pm \Omega_{\alpha} \Omega_{\beta} J_{e\alpha} J_{e'\beta} \quad (6.18b)$$

El siguiente paso es la introducción de los diferentes operadores. Los que se considerarán a continuación -- son

momento magnético  $\hat{\mu} = \frac{1}{2} (\vec{r} \wedge \vec{\gamma})_3 Q \quad (6.19a)$

radio de carga  $r^2 \gamma^0 Q \quad (6.19b)$

constante de acoplamiento vector-axial  $\gamma^3 \gamma_5 \tau_3 \quad (6.19c)$

donde Q es la matriz de carga para los quarks dada por

$$Q = \frac{1}{6} (1 + 3 \tau_3) \quad (6.20)$$

Una vez se han sustituido los operadores, quedan -- por calcular los elementos de matriz asociados con los números cuánticos de sabor, que restringirán la suma sobre spins. En el apéndice B se escribe el elemento de matriz más -- general de sabor y los correspondientes al caso particular --

del momento magnético completando para este caso el proceso de cálculo.

#### VI.4a Momentos magnéticos.

La corrección de tipo quark a los momentos magnéticos tiene dos partes, una parte isoscalar y una isovectorial. Utilizando los resultados del apéndice B, las contribuciones son

$$\begin{aligned}
 (\mu_z)_A; \text{isoscalar} &= \frac{R^3 N_{15}^4}{216 \pi f_\pi^2} f_{00}^+(R) \sum_{w_f} \frac{f_{f0}^+(R) N_f^2}{(w_{15} - w_f)} \int_0^R dr r^3 f_{of}^+(r) \\
 &\cdot [ \delta_{ef,0} \delta_{J_f, 1/2} - \delta_{ef,2} \delta_{J_f, 3/2} ] \quad (6.21a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\mu_z)_B; \text{isoscalar} &= \frac{R^3 N_{15}^4}{216 \pi f_\pi^2} \bar{f}_{00}^+(R) \sum_{w_f} \frac{t_{f0}^+(R) N_f^2}{w_{15} + w_f} \int_0^R dr r^3 t_{of}^+(r) \\
 &\cdot [ \delta_{ef,1} \delta_{J_f, 1/2} - \delta_{ef,1} \delta_{J_f, 3/2} ] \quad (6.21b)
 \end{aligned}$$

donde  $f_{00}$  significa que los subíndices  $\alpha$  y  $\beta$  corresponden al modo 1s.

La contribución total es (para el protón)

$$\begin{aligned}
 (\Gamma_{2A})_{\text{Total}} &= \frac{R^3 N_{1s}^4}{12\pi f_n^2} f_{00}^+(R) \sum_{w_F} \frac{f_{f_0}^+(R) N_F^2}{(w_{1s} - w_F)} \int_0^R dr r^3 f_{0f}^+(r). \\
 &\cdot \delta_{l_f, 0} \delta_{j_f, 1/2}
 \end{aligned}
 \tag{6.22a}$$

$$\begin{aligned}
 (\Gamma_{2B})_{\text{Total}} &= \frac{R^3 N_{1s}^4}{12\pi f_n^2} f_{00}^+(R) \sum_{w_F} \frac{t_{f_0}^+(R) N_F^2}{(w_{1s} + w_F)} \int_0^R dr r^3 t_{0f}^+(r). \\
 &\cdot \delta_{l_f, 1} \delta_{j_f, 1/2}
 \end{aligned}
 \tag{6.22b}$$

Las integrales radiales han sido resueltas numéricamente. Los resultados, en función del radio del saco, se muestran en la tabla I (pg. 93) y en la figura 2 (pg. 95, "two body"). Los resultados para el neutrón son inmediatamente deducibles usando

$$(\Gamma_{2, \text{isoscalar}})_{\text{neutrón}} = (\Gamma_{2, \text{isoscalar}})_{\text{protón}} \tag{6.23a}$$

$$(\Gamma_{2, \text{isovector}})_{\text{neutrón}} = - (\Gamma_{2, \text{isovector}})_{\text{protón}} \tag{6.23b}$$

#### VI.4b Radio de carga.

El cálculo se realiza de forma completamente -- análoga al caso del momento magnético, obteniéndose para el protón

$$\begin{aligned}
 (\Gamma_A)_{\text{total}} &= - \frac{1}{4\pi f_n^2} N_{15}^4 R^3 f_{00}^+(R) \sum_{w_f} \frac{N_f^2 f_{f0}^+(R)}{(w_{15} - w_f)} \\
 &\cdot \int dr r^4 t_{of}^+(r) \delta_{\ell f, 0} \delta_{J_f, 1/2}
 \end{aligned}
 \tag{6.24a}$$

$$\begin{aligned}
 (\Gamma_{28})_{\text{total}} &= - \frac{1}{4\pi f_n^2} N_{15}^4 R^3 f_{00}^+(R) \sum_{w_f} \frac{N_f^2 t_{f0}^+(R)}{(w_{15} + w_f)} \\
 &\cdot \int dr r^4 f_{of}^+(r) \delta_{\ell f, 1} \delta_{J_f, 1/2}
 \end{aligned}
 \tag{6.24b}$$

La contribución total puede ser separada en parte isoscalar y parte isovectorial usando

$$\Gamma_{\text{isoscalar}} = \frac{5}{6} \Gamma_{\text{total}}
 \tag{6.25}$$

(5/6 resulta del cociente de los factores provenientes de - spin y sabor para la contribución isoscalar y la total).

separación que permite relacionar de forma inmediata los casos de protón y neutrón

$$\Gamma_{\text{neutrón}} = \frac{2}{3} \Gamma_{\text{protón}}
 \tag{6.26}$$

La contribución obtenida es independiente del radio del saco siendo su valor

$$\Gamma_{\text{protón}} = 4.7 \times 10^{-2} \text{ fm}^2
 \tag{6.27}$$

#### VI.4c Constante de acoplamiento vector-axial.

Análogamente a los casos anteriores, se obtiene

$$\begin{aligned}
 (\Gamma_2)_A = & - \frac{R^3 N_{15}^4 f_{00}^+(R)}{108 \pi f_n^2} \sum_{w_f} \frac{N_f^2 f_{f,0}^+(R)}{(w_{15} - w_f)} \left( 17 \int_0^R dr r^2 [t_{of}^+(r) + 2 t_{of}^-(r)] \right. \\
 & \left. \cdot \delta_{\ell f, 0} \delta_{J_f, 1/2} - 2 \int_0^R dr r^2 [t_{of}^+(r) - t_{of}^-(r)] \delta_{\ell f, 2} \delta_{J_f, 3/2} \right) \quad (6.28a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\Gamma_2)_B = & - \frac{R^3 N_{15}^4 f_{00}^+(R)}{108 \pi f_n^2} \sum_{w_f} \frac{N_f^2 t_{f,0}^+(R)}{(w_{15} + w_f)} \left( 17 \int_0^R dr r^2 [f_{of}^+(r) + 2 f_{of}^-(r)] \right. \\
 & \left. \cdot \delta_{\ell f, 1} \delta_{J_f, 1/2} - 2 \int_0^R dr r^2 [f_{of}^+(r) - f_{of}^-(r)] \delta_{\ell f, 1} \delta_{J_f, 3/2} \right) \quad (6.28b)
 \end{aligned}$$

Los resultados numéricos aparecen en la tabla I y en la figura 3 (pg. 96).

#### VI.5 Contribución puramente piónica.

Las contribuciones puramente piónicas han de ser calculadas para cada observable por separado ya que corresponden a expresiones diferentes. Estas expresiones son derivables de las corrientes vectorial y axial dadas por

$$\vec{V}_\mu = - (\vec{\pi} \times \partial_\mu \vec{\pi}) \quad (6.29a)$$

donde  $\vec{\pi}$  corresponde al triplete de isospín piónico y

$$\vec{A}_\mu = f_n \partial_\mu \vec{n}$$

(6.29b)

$\vec{n}$  está directamente relacionado con  $\vec{\phi}$  a través de (4.22a) y (5.3). En términos del ángulo  $\theta$ , las expresiones son

$$\vec{\phi} = f_n \operatorname{tg} \theta \hat{\phi}$$

(6.30a)

$$\vec{F} = 2 f_n \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \hat{\phi}$$

(6.30b)

$$\vec{n} = f_n \operatorname{sen} \theta \hat{\phi}$$

(6.30c)

y a primer orden (versión lineal)  $n^i = \theta \hat{\phi}^i f_n$ , con  $\theta$  dado por la ecuación (6.11b).

### VI.5a Momento magnético.

El operador momento magnético se obtiene a partir de la corriente electromagnética en la forma usual

$$\mu^3 = \frac{1}{2} \int d^3 r (\vec{r} \wedge \vec{V}^3)^3$$

(6.31)

La corriente  $V^3$  tiene una parte proveniente de quarks que da

la corrección de tipo quark calculada y otra parte proveniente de piones que ahora consideramos. El desarrollo del cálculo está en el apéndice C. Reseñemos solamente que la contribución de las integrales en la energía piónica viene de los polos  $w=0$ ,  $w'=0$  (piones estáticos) y que las integrales angulares indican que el pion está en onda p ( $l=1$ ). Es obvio, -- que la corrección obtenida es puramente isovectorial y por tanto, para los casos de neutrón y protón, la única diferencia es un signo global. Los resultados obtenidos aparecen en la tabla I y en la figura 2 ("pion").

#### VI.5b Radio de carga.

El operador correspondiente es

$$\int d^3r \ r^2 \ V_0^3 \tag{6.32}$$

Como anteriormente, el pion efectivo es estático, -- por lo que no hay contribución puramente piónica al radio de carga.

#### VI.5c Constante de acoplamiento vector-axial.

La expresión para  $g_A$  se obtiene (JA 79) comparando la descripción del elemento de matriz de la corriente axial en la aproximación no relativista

$$u_N^+ \left( g_A^{(0)} \vec{\sigma} + \frac{d_A^{(0)}}{2m} (\vec{\sigma} \cdot \hat{q}) \hat{q} \right) \frac{\vec{\tau}}{2} u_N \tag{6.33}$$

donde  $u_N$  representa el spinor del nucleón, y la descripción del modelo del saco

$$\lim_{q \rightarrow 0} \int d^3r e^{i\vec{q}\vec{r}} \langle N | \vec{A}^i(\vec{r}) | N \rangle_{A_{acc}} \quad (6.34)$$

donde  $\vec{q}$  es el momento transferido y

$$\vec{A}^i(\vec{r}) = \bar{q} \vec{\gamma} \gamma_5 \frac{\tau^i}{2} q \theta_{in} - f_n \vec{\nabla} \pi^i \theta_{ext} \quad (6.35)$$

es la corriente axial.

La contribución de la parte interior ha sido ya -- calculada ( MIT+(6.28a-b) ). En cuanto a la contribución exterior puramente piónica, se tiene

$$A_k^i(\vec{r}) = \partial_k \int dt' ds' \Delta_F(x, x') \left( \frac{-i}{2} \right) \bar{q}_0 \gamma_5 \tau^i q_0(x') + \partial_k \text{Im} \int dt' ds' \Delta_F(x, x') \bar{q}_0 \gamma_5 \tau^i q_2(x') \quad (6.36)$$

Por otra parte, la conservación de la corriente -- axial (en el caso de pion sin masa) nos da la relación

$$g_A = - \frac{d_A}{2m}$$

(6.37)

Recordemos también que sólo los piones dan contribución a  $d_A$ .

Estudiemos uno de los términos de la corriente - axial (de forma completamente análoga se puede proceder con el otro ya que la dependencia angular y radial del pion que resulta es idéntica en ambos casos)

$$\partial_\kappa \int dt' ds' \Delta_F(x, x') \left(\frac{-i}{2}\right) \bar{q}_0 \gamma_5 \tau^i q_0(x') \stackrel{? \quad \gamma_5!}{=} \sum_{l,m} \frac{iR}{2}$$

$$\int ds' \gamma_{em}^*(\hat{r}') \bar{q}_0 \gamma_5 \tau^i q_0(x') \partial_\kappa \left( \frac{Y_{em}(\hat{r})}{r^2} \right)$$

(6.38)

donde se ha usado que

*(1° se hace  $\int dt'$  y luego  $\partial_\kappa$ )*

$$\int_0^\infty dw \frac{\ominus 1}{w^2 R^2} \frac{(j_1'(wR) n_1(wR) - j_1(wR) n_1'(wR))}{(j_1'^2(wR) + n_1'^2(wR))} \stackrel{\uparrow}{=} \frac{\pi R}{4R^2}$$

OK

$$\frac{1}{R^2 + w^2} = \frac{z^6}{z^4 + 4}$$

*hacer residuos (Resid)*

(6.39)

tomando  $l=1$  que es la única contribución que sobrevive de la integral angular. En efecto,

$$\int d\Omega' \gamma_{em}^*(\hat{r}') \bar{q}_0 \gamma_5 q_0(x') = \frac{i N_{13}^2}{2\pi} j_0^2(w_0 R) \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \chi_\alpha^+ \sigma_m^* \chi_\beta S_{e1} \quad (6.40)$$

donde  $w_0 R = 2.043$  es la energía del modo más bajo y  $\chi_\alpha^+, \chi_\beta$  son spinores de dos componentes asociados con  $\bar{q}_0$  y  $q_0$  respectivamente (de hecho, se ha utilizado el que habrá que calcular -- después elementos de matriz entre estados de nucleón para -- restringir energías y spines y eliminar los sumatorios).

Reagrupando en la forma

$$\sum_k \sum_m \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \sigma_m^* \gamma_{em} S_{e1} = \vec{\sigma} \cdot \hat{r} \quad (6.41)$$

nos queda

$$\partial_k \left[ \frac{\vec{\sigma} \cdot \hat{r}}{r^2} \right] = \frac{1}{r^3} \left[ \sigma_k - 3 (\vec{\sigma} \cdot \hat{r}) \hat{r}_k \right] \quad (6.42)$$

que es onda puramente d. Es obvio, si consideramos (6.42) y (6.33) que

$$g_A^n = - \frac{1}{3} \frac{d_A}{2m} \quad (6.43)$$

Por tanto, ya que

$$g_A = g_A^q + g_A^n \quad (6.44)$$

si usamos (6.37), obtenemos

$$g_A^q = 2 g_A^n$$

(6.45)

es decir, la contribución puramente piónica es justo la mitad de la contribución quark ya calculada (MIT+corrección de tipo quark).

### VI.6 Conclusiones.

Se ha desarrollado un cálculo sistemático de correcciones a observables bariónicos usando un esquema perturbativo alrededor de la solución trivial de campo medio piónico. El parámetro del desarrollo es proporcional a  $\frac{1}{f_\pi^2 R^2}$  y mide la intensidad del campo piónico en la superficie del saco. Las correcciones calculadas son de dos tipos, las que hemos denominado correcciones de tipo quark ("two body" en las figuras) que provienen de la modificación de la función de onda del quark debida al acoplamiento quark-pion y las contribuciones puramente piónicas en las cuales las inserciones de operadores tienen lugar directamente sobre la línea piónica intermedia, i.e., contribuciones de nube piónica a observables ("pion" en las figuras).

Con este esquema, se han calculado correcciones a observables nucleónicos, en particular a momentos magnéticos, radio de carga y constante de acoplamiento vector-axial. En general, las correcciones obtenidas son muy importantes por lo que deben ser tenidas en cuenta en cualquier cálculo adecuado de observables bariónicos. Más explícitamente, las co-

correcciones a los momentos magnéticos hacen crecer el valor predicho por el modelo del MIT (DJ 75) (orden 0 en nuestro esquema) en aproximadamente un 40%, dando un valor total - - muy próximo al experimental. Hemos de tener en cuenta - no obstante, que correcciones de orden superior a las calculadas así como correcciones debidas al movimiento espurio del centro de masas (CC 81, WO 81, HW 83) podrían cambiar significativamente estos valores. Considerando las -- distintas contribuciones por separado (Tabla I) hay que -- subrayar que la corrección es fundamentalmente debida a la contribución puramente piónica, que se debe a piones estáticos. A pesar de ello, la corrección de tipo quark es sumamente interesante pues contiene explícitamente una parte isoscalar sin necesidad de incluir una contribución adicional proveniente del mesón  $w$  y que hasta ahora había sido - parametrizada para ajustar los datos experimentales (BR 80)

En cuanto al radio de carga, la corrección es exclusivamente de tipo quark ya que las contribuciones piónicas son puramente estáticas y la densidad de carga se anula para ellas. La corrección para el neutrón (el modelo -- del MIT predice 0 como valor) tiene el signo incorrecto -- siendo su valor absoluto pequeño comparado con el experi-- mental. Por el contrario, la corrección protónica tiene -- signo correcto pero su valor absoluto es muy pequeño comparado con la predicción del modelo del MIT. Hemos pues de - concluir, que las correcciones perturbativas son totalmente insuficientes para explicar los valores experimentales. dentro de nuestro esquema, aún cuando el mecanismo intermedio ( $n \rightarrow p\pi$ ) es el utilizado clásicamente para explicarlo.

Por último, con respecto a  $g_A$ , la primera corrección piónica es de orden  $\left(\frac{1}{f_\pi}\right)^0$  y tiende a incrementar el valor dado por el modelo del MIT en un 50%. Este resultado había sido obtenido previamente (VB 81). La corrección a orden  $\left(\frac{1}{f_\pi}\right)^2$  va en el mal sentido, tendiendo a aumentar la discrepancia con los valores experimentales, como ya había sido apuntado por otros autores (HM 81). Como una consecuencia de la conservación de la corriente axial (piones sin masa) y del hecho de que el pion está en onda p ( $l=1$ ), se tiene  $g_A^n = \frac{1}{2} g_A^q$ , tanto a orden  $\left(\frac{1}{f_\pi}\right)^0$  como a orden  $\left(\frac{1}{f_\pi}\right)^2$ . Parece pues claro, que habrá que incluir nuevas correcciones si se pretende obtener un buen valor para  $g_A$ . Otros autores (VE 83, CM 83) han encontrado solución al problema dentro de un esquema perturbativo considerando un modelo de saco con piel.

Digamos por último, que las correcciones gluónicas no han sido consideradas. Estas han sido objeto de estudio (MV 81) no teniéndose todavía una prescripción clara de renormalización dentro de la cavidad.

El formalismo es igualmente aplicable en otros casos. Previo a ello, y por los resultados comentados, es quizás necesario considerar nuevos ingredientes, en particular la introducción de correcciones piónicas que den cuenta del radio de carga y el cálculo a orden superior de  $g_A$  (pues a orden  $\left(\frac{1}{f_\pi}\right)^4$  la mezcla de estado D puede reducir el valor hacia el experimental).

Apéndice A. Desarrollo del formalismo (1).

i) Diagramas.-Para generar todos los diagramas ordenados - en el tiempo que contribuyen a  $\Gamma_2$ , basta construir todas las posibles combinaciones ordenadas en el tiempo - de operadores de partícula y antipartícula asociadas -- con los campos quarks y después ordenar normalmente las secuencias de operadores resultantes. Sin embargo, nosotros no estaremos interesados en todos los diagramas si no sólo en los diagramas árbol correspondientes a la -- teoría clásica (recordar que en nuestra teoría, el campo piónico no está cuantizado). Procediendo en esta forma

$$\begin{aligned}
 T(b_\alpha^+ b_\beta b_\gamma^+ b_\delta) &= b_\alpha^+ b_\beta b_\gamma^+ b_\delta \theta(t-t') \theta(t'-t'') + b_\alpha^+ b_\gamma^+ b_\delta b_\beta \\
 &\theta(t-t'') \theta(t''-t') - b_\beta b_\alpha^+ b_\gamma^+ b_\delta \theta(t'-t) \theta(t-t'') - b_\beta b_\gamma^+ \\
 &b_\delta b_\alpha^+ \theta(t'-t'') \theta(t''-t) + b_\gamma^+ b_\delta b_\alpha^+ b_\beta \theta(t''-t) \theta(t-t') - \\
 &- b_\gamma^+ b_\delta b_\beta b_\alpha^+ \theta(t''-t') \theta(t'-t).
 \end{aligned}$$

(A1)

Después de ordenar normalmente y seleccionar los diagramas árbol tenemos

$$\begin{aligned}
 &b_\alpha^+ b_\gamma^+ b_\beta b_\delta (-\theta(t-t') \theta(t'-t'') - \theta(t-t'') \theta(t''-t') - \\
 &- \theta(t'-t) \theta(t-t'') - \theta(t'-t'') \theta(t''-t) - \theta(t''-t) \theta(t-t') - \\
 &- \theta(t''-t') \theta(t'-t))
 \end{aligned}$$

(A2)

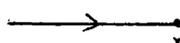
Diagramáticamente, podemos expresar

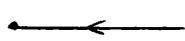
$\theta(t - t')$  línea fermiónica dirigida hacia adelante.

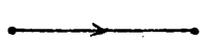
$\theta(t' - t)$  línea fermiónica dirigida hacia atrás.

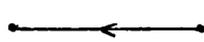
$\theta(t' - t'')$  línea bosónica dirigida hacia adelante.

$\theta(t'' - t')$  línea bosónica dirigida hacia atrás.

 línea de quark  $u_\alpha(x)$ .

 línea de antiquark  $v_\alpha(x)$ .

 propagador de quark  $u_\alpha(x) \bar{u}_\alpha(y)$ .

 propagador de antiquark  $v_\alpha(x) \bar{v}_\alpha(y)$ .

 propagador piónico hacia adelante en el tiempo.

 propagador piónico hacia atrás en el tiempo.



inserción del operador externo.

Los diagramas obtenidos aparecen en la figura 1 (pg.94).

- ii) Dependencia temporal.- Ya que la dependencia temporal aparece en el formalismo sólo a través de exponenciales y funciones paso, las integrales en el tiempo pueden ser realizadas inmediatamente con ayuda de

$$\int_t^{\infty} dt' e^{i\omega t'} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_t^{\infty} dt' e^{i(\omega+i\epsilon)t'} = i \left( \frac{e^{i\omega t}}{\omega} - i\pi \delta(\omega) \right) \quad (A3)$$

Hemos de eliminar la contribución imaginaria en  $\delta$ , ya que nos daría valores imaginarios para los observables sin sentido físico. Por ello, imponemos la condición  $\omega \neq 0$ .

Con cada diagrama irá asociado un denominador de energía. Así por ej., con A1

$$d(A1) = e^{i(\omega_\alpha - \omega_f)t} \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \theta(t-t') e^{i(\omega_f - \omega_\beta - \omega)t'} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dt'' \theta(t'-t'') e^{i(\omega_\gamma - \omega_\delta + \omega)t''} = \frac{1}{(\omega_\alpha - \omega_f)(\omega_\gamma - \omega_\delta + \omega)} \quad (A4)$$

(En el cálculo se usa el hecho de que la energía inicial es la misma que la final). En la siguiente tabla,

recogemos los diferentes denominadores de energía asociados con los distintos diagramas

Denominador de energía

A1	$\frac{-1}{(\omega_\gamma - \omega_\delta + \omega) (\omega_f - \omega_\alpha)}$
A2	$\frac{1}{(\omega_\gamma - \omega_\delta - \omega)} \left[ \frac{1}{(\omega_\beta - \omega - \omega_f)} - \frac{1}{(\omega_\alpha - \omega_f)} \right]$
A3	$\frac{1}{(\omega_\delta - \omega_\delta - \omega) (\omega_f + \omega - \omega_{\beta\delta})}$
B1	$\frac{-1}{(\omega_\alpha + \omega_f) (\omega - \omega_\gamma + \omega_\delta)}$
B2	$\frac{1}{(\omega_\delta - \omega_\gamma - \omega)} \left[ \frac{1}{(\omega_\alpha + \omega_f)} - \frac{1}{(\omega_f + \omega_{\beta\delta} + \omega)} \right]$
B3	$\frac{-1}{(\omega_f + \omega_{\beta\delta} + \omega) (\omega + \omega_\gamma - \omega_\delta)}$

Los diagramas A (idem. B) difieren entre sí sólo en la parte temporal, siendo idéntica su estructura espacial. Por ello, pueden ser considerados conjuntamente sin --

más que utilizar un denominador global de energía

$$d(A) = d(A1) + d(A2) + d(A3) = \frac{2\omega}{(\omega_f - \omega_a) [( \omega_r - \omega_s )^2 - \omega^2]} \quad (A5a)$$

$$d(B) = d(B1) + d(B2) + d(B3) = \frac{2\omega}{(\omega_f + \omega_a) [( \omega_s - \omega_r )^2 - \omega^2]} \quad (A5b)$$

iii) Contribuciones. - Podemos separar las contribuciones de

A y B

$$(\Gamma_2)_A = \text{Re} \left\{ \frac{1}{n f_n^2} \sum_{\substack{\alpha \neq \beta \\ s \neq f}} \int d^3x \bar{u}_\alpha(\vec{x}) \hat{\Gamma} u_f(\vec{x}) \int dS' \bar{u}_f(\vec{x}') \vec{\epsilon} \cdot \vec{x}_s \right.$$

$$u_\beta(\vec{x}') \int dS'' \int d\omega \sum_{\ell, m} \frac{2\omega}{(\omega_a - \omega_f) [( \omega_r - \omega_s )^2 - \omega^2]} \frac{Y_{\ell m}^*(\hat{x}') Y_{\ell m}(\hat{x}'')}{\omega^3 R^4}$$

$$\left. \frac{1}{[n_e^2(\omega_R) + j\epsilon^2(\omega_R)]} \bar{u}_\gamma(\vec{x}'') \vec{\epsilon} \cdot \vec{x}_s u_\delta(\vec{x}'') b_\alpha^+ b_\gamma^+ b_\beta b_\delta \right\}$$

(A6a)

$$(\Gamma_2)_B = \text{Re} \left\{ \frac{1}{n f_n^2} \sum_{\substack{\alpha \neq \beta \\ s \neq f}} \int d^3x \bar{u}_\alpha(\vec{x}) \hat{\Gamma} u_f(\vec{x}) \int dS' \bar{u}_f(\vec{x}') \vec{\epsilon} \cdot \vec{x}_s \right.$$

$$u_\beta(\vec{x}') \int dS'' \int d\omega \sum_{\ell, m} \frac{2\omega}{(\omega_a + \omega_f) [( \omega_s - \omega_r )^2 - \omega^2]} \frac{Y_{\ell m}^*(\hat{x}') Y_{\ell m}(\hat{x}'')}{\omega^3 R^4}$$

$$\left. \frac{1}{[n_e^2(\omega_R) + j\epsilon^2(\omega_R)]} \bar{u}_\gamma(\vec{x}'') \vec{\epsilon} \cdot \vec{x}_s u_\delta(\vec{x}'') b_\alpha^+ b_\gamma^+ b_\beta b_\delta \right\} \quad (A6b)$$

La contribución total será

$$\Gamma_2 = (\Gamma_2)_A + (\Gamma_2)_B$$

(A7)

Apéndice B. Desarrollo del formalismo (2).

i) Funciones de onda para el nucleón.- Incluyendo sabor, - spin y color, la función de onda para el protón se escribe

$$|p\rangle = \frac{\epsilon^{abc}}{\sqrt{18}} \left[ b_{1s}^+(u\uparrow a) b_{1s}^+(d\uparrow b) - b_{1s}^+(u\uparrow a) b_{1s}^+(d\uparrow c) \right] b_{1s}^+(u\uparrow c) |0\rangle$$

$$\langle p| = \langle 0| b_{1s}(u\uparrow c) b_{1s}(d\uparrow b) b_{1s}(u\uparrow a) - b_{1s}(d\uparrow b) b_{1s}(u\uparrow a) \rangle \frac{\epsilon^{abc}}{\sqrt{18}} \quad (B1)$$

y análogamente para el neutrón con el cambio  $u \leftrightarrow d$  y - un signo global de diferencia.  $\epsilon^{abc}$  es el tensor de orden tres antisimétrico. En nuestros cálculos, el color no juega ningún papel, por lo que se puede manejar indistintamente (B1) o la restricción a spin-sabor usual, dada por ej. en (KK 69). El subíndice 1s indica que se considera que los tres quarks en el barión están en el estado fundamental.

ii) Elemento de matriz general.- Designamos así al elemento de matriz  $\langle N | b_\alpha^\dagger b_\beta^\dagger b_\gamma b_\delta | N \rangle$  algunos de cuyos términos serán después eliminados por los operadores de sabor asociados con cada observable

$$\langle p | b_\alpha^\dagger b_\beta^\dagger b_\gamma b_\delta | p \rangle = \frac{1}{3} \left[ -4 \delta_{S(\alpha\uparrow), \beta(d\downarrow), \gamma(u\uparrow), \delta(d\downarrow)} \right]$$

Creo que utiliza que el color de  $\alpha$  y  $\beta$  es el mismo,  $\uparrow, \downarrow$  que el color de  $\gamma$  y  $\delta$  también. ( $\uparrow, \downarrow$ ) y ahí, elimina las anti-simetrías del tipo  $\delta_{abab}$  que corresponden a cambio de color y no tienen sentido aquí.

$$- 4 \delta_{S(u\uparrow), \beta(d\downarrow), \alpha(d\downarrow), \gamma(u\uparrow)} + 2 \delta_{S(u\uparrow), \beta(d\downarrow), \alpha(u\downarrow), \gamma(d\uparrow)} + 2 \delta_{S(u\uparrow), \beta(d\downarrow), \alpha(d\uparrow), \gamma(u\downarrow)}$$

$$- 4 \delta_{S(d\downarrow), \beta(u\uparrow), \alpha(u\uparrow), \gamma(d\downarrow)} - 4 \delta_{S(d\downarrow), \beta(u\uparrow), \alpha(d\downarrow), \gamma(u\uparrow)} + 2 \delta_{S(d\downarrow), \beta(u\uparrow), \alpha(u\downarrow), \gamma(d\uparrow)}$$

$$+ 2 \delta_{S(d\downarrow), \beta(u\uparrow), \alpha(d\uparrow), \gamma(u\downarrow)} + 2 \delta_{S(u\downarrow), \beta(d\uparrow), \alpha(u\uparrow), \gamma(d\downarrow)} + 2 \delta_{S(u\downarrow), \beta(d\uparrow), \alpha(d\downarrow), \gamma(u\uparrow)}$$

$$- \delta_{S(u\downarrow), \beta(d\uparrow), \alpha(u\downarrow), \gamma(d\uparrow)} - \delta_{S(u\downarrow), \beta(d\uparrow), \alpha(d\uparrow), \gamma(u\downarrow)} + 2 \delta_{S(d\uparrow), \beta(u\downarrow), \alpha(u\uparrow), \gamma(d\downarrow)}$$

$$+ 2 \delta_{S(d\uparrow), \beta(u\downarrow), \alpha(d\downarrow), \gamma(u\uparrow)} - \delta_{S(d\uparrow), \beta(u\downarrow), \alpha(u\downarrow), \gamma(d\uparrow)} - \delta_{S(d\uparrow), \beta(u\downarrow), \alpha(d\uparrow), \gamma(u\downarrow)}$$

$$- 4 \delta_{S(u\uparrow), \beta(u\uparrow), \alpha(u\uparrow), \gamma(u\uparrow)} - \delta_{S(u\downarrow), \beta(u\uparrow), \alpha(u\downarrow), \gamma(u\uparrow)} - \delta_{S(u\downarrow), \beta(u\uparrow), \alpha(u\uparrow), \gamma(u\downarrow)}$$

$$- \delta_{S(u\uparrow), \beta(u\uparrow), \alpha(u\downarrow), \gamma(u\uparrow)} - \delta_{S(u\uparrow), \beta(u\downarrow), \alpha(u\uparrow), \gamma(u\downarrow)} - \delta_{S(d\uparrow), \beta(u\uparrow), \alpha(d\uparrow), \gamma(u\uparrow)}$$

$$- \delta_{S(d\uparrow), \beta(u\uparrow), \alpha(u\uparrow), \gamma(d\uparrow)} - \delta_{S(u\uparrow), \beta(d\uparrow), \alpha(d\uparrow), \gamma(u\uparrow)} = \delta_{S(u\uparrow), \beta(d\uparrow), \alpha(u\uparrow), \gamma(d\uparrow)} \Big]$$

$$\cdot \delta_{\alpha\beta\gamma\delta, \gamma\delta}$$

(B2a)

$$\langle n | b_u^\dagger b_s^\dagger b_p b_s | n \rangle = \text{idem. } (u \leftrightarrow d)$$

(B2b)

iii) Corrección de tipo quark al momento magnético. - A par-

tir de (6.17) y (6.19a), se tiene para la parte de sa  
bor

$$(\mathcal{Q})_{\alpha f}(\vec{z})_{f\beta}(\vec{z})_{\gamma\delta} = (\mathcal{Q})_{\alpha f} \left[ (z^+)_{f\beta} (z^-)_{\gamma\delta} + (z^-)_{f\beta} (z^+)_{\gamma\delta} + (z^+)_{f\beta} (z^+)_{\gamma\delta} \right] \quad (B3)$$

con 
$$z^{\pm} = \frac{z_1 \pm i z_2}{\sqrt{2}}$$

Teniendo en cuenta la expresión para el operador carga (6.20), tendremos

$$(\mathcal{Q})_{\alpha f}(\vec{z})_{f\beta}(\vec{z})_{\gamma\delta} = \frac{(\mathbb{1})_{\alpha f}}{6} (\vec{z})_{f\beta}(\vec{z})_{\gamma\delta} + \frac{1}{2} (z_3)_{\alpha f} (\vec{z})_{f\beta}(\vec{z})_{\gamma\delta} \quad (B4)$$

El primer término de la derecha es una contribución de tipo isoscalar mientras que el segundo es de tipo isovectorial.

La parte isoscalar es

$$\begin{aligned} \frac{(\mathbb{1})_{\alpha f}}{6} (\vec{z})_{f\beta}(\vec{z})_{\gamma\delta} &= \frac{1}{6} \left[ 2 \delta_{\alpha(u), \beta(d)} \gamma(d) \delta(u) + \delta_{\alpha(u) \beta(u)} \gamma(u) \delta(u) \right. \\ &- \delta_{\alpha(u) \beta(u)} \gamma(d) \delta(d) + 2 \delta_{\alpha(d) \beta(u)} \gamma(u) \delta(d) - \delta_{\alpha(d) \beta(d)} \gamma(u) \delta(u) + \\ &\left. + \delta_{\alpha(d) \beta(d)} \gamma(d) \delta(d) \right] \quad (B5) \end{aligned}$$

Operada con (B2a), se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \left[ -5 \delta_{\alpha \uparrow, \beta \gamma \downarrow} + 4 \delta_{\beta \downarrow \uparrow, \beta \alpha \downarrow} + 4 \delta_{\beta \gamma \downarrow, \beta \alpha \uparrow} - \right. \\ \left. - 5 \delta_{\beta \alpha \downarrow, \beta \gamma \uparrow} - 2 \delta_{\beta \beta \alpha \gamma, \uparrow} \right] \quad (B6) \end{aligned}$$

La parte isovectorial es

$$\frac{1}{2} (\vec{z}_3)_{\alpha\beta} (\vec{z})_{\beta\gamma} (\vec{z})_{\gamma\delta} = \frac{1}{2} \left[ 2 \delta_{\alpha(\mu), \beta(d), \gamma(u), \delta(u)} S(u) + \delta_{\alpha(u), \beta(u), \gamma(u), \delta(u)} \right. \\ \left. - \delta_{\alpha(u), \beta(u), \gamma(d), \delta(d)} - 2 \delta_{\alpha(d), \beta(u), \gamma(u), \delta(d)} + \delta_{\alpha(d), \beta(d), \gamma(u), \delta(u)} - \delta_{\alpha(d), \beta(d), \gamma(d), \delta(d)} S(d) \right] \quad (B7)$$

que operada con (B2a) da

$$\frac{1}{6} \left[ -7 \delta_{S\alpha(\uparrow), \beta\gamma(\downarrow)} - 4 \delta_{S\gamma(\uparrow), \beta\alpha(\downarrow)} + 2 \delta_{S\gamma(\downarrow), \beta\alpha(\uparrow)} + 5 \delta_{S\alpha(\downarrow), \beta\gamma(\uparrow)} - 4 \delta_{S\beta\alpha\gamma, \uparrow} \right] \quad (B8)$$

Por tanto la contribución total, i.e., suma de las contribuciones isoscalar e isovectorial es

$$\left[ -2 \delta_{S\alpha(\uparrow), \beta\gamma(\downarrow)} + \delta_{S\gamma(\downarrow), \beta\alpha(\uparrow)} - \delta_{S\beta\alpha\gamma, \uparrow} \right]_{JK} \quad (B9)$$

A continuación, calcularemos la integral en x. Los resultados que se obtienen son

$$\int d^3x \bar{u}_\alpha(\vec{x}) \frac{1}{2} (\vec{r} \wedge \vec{\gamma})_3 u_\beta(\vec{x}) = N_{1S} N_F \left[ -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \right. \\ \left. \left( \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \mid \mu_\alpha \ 0 \right) \delta_{\chi_{F,0}} \delta_{J_{F,1/2}} \delta_{M_{F,\mu_\alpha}} - \frac{1}{3} (-)^{\frac{1}{2} - \mu_\alpha} \cdot \right. \\ \left. \cdot \left( \frac{1}{2} \ \frac{3}{2} \ 1 \mid \mu_\alpha, -\mu_\alpha \right) \delta_{\chi_{F,2}} \delta_{J_{F,3/2}} \delta_{M_{F,\mu_\alpha}} \right] \int_0^R dr r^3 f_{0,F}^+(r) \quad (B10a)$$

$$\int d^3x \bar{u}_\alpha(\vec{x}) \frac{1}{2} (\vec{r}_1 \vec{r})_3 v_f(\vec{x}) = N_{15} N_f \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} \delta_{\ell_f, 1} \delta_{J_f, 1/2} \right. \\
\left. \left( \frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \ \mu_\alpha \ 0 \right) + \frac{1}{3} (-)^{1/2 - \mu_\alpha} \delta_{\ell_f, 1} \delta_{J_f, 3/2} \left( \frac{1}{2} \ 3/2 \ 1 \ \mu_\alpha \ -\mu_\alpha \right) \right] \\
\delta_{M_f, \mu_\alpha} \int_0^R dr r^3 t_{of}^+(r) \tag{B10b}$$

Efectuando ahora la suma sobre las terceras componentes de spin, se obtienen las diferentes contribuciones que aparecen en el texto (i.e., sustituyendo las expresiones anteriores (B9) y (B10a), que restringen los sumatorios en (6.17) ).

Apéndice C. Contribución puramente piónica al momento magnético.

La corriente electromagnética piónica es

$$\vec{V}_3 = (\vec{\nabla} n_1) n_2 - (\vec{\nabla} n_2) n_1 = - (\vec{n} \wedge \vec{\nabla} n)_3 \quad (C1)$$

Partiendo del campo piónico

$$\begin{aligned} n^i &= f_n \theta \hat{\phi}^i = f_n \left( - \int dt' ds' \Delta_F(x, x') m^{\mu} \partial_{\mu} \theta^i(x') \right) = \\ &= f_n \left( \int dt' ds' \Delta_F(x, x') \frac{1}{2f_n} \bar{q} \gamma_5 z^i n \gamma q \right) \end{aligned} \quad (C2)$$

podemos escribir

$$\begin{aligned} \vec{\mu} &= \frac{1}{2} \int d^3 r \left\{ \vec{r} \wedge \epsilon_{ijk} \left[ \vec{\nabla} \left( \int dt' ds' \frac{1}{2f_n} \Delta_F(x, x') \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \bar{q} \gamma_5 z^j n \gamma q \right) \right] \left[ \int dt'' ds'' \frac{1}{2f_n} \Delta_F(x, x'') \bar{q} \gamma_5 z^k n \gamma q \right] \right\} \end{aligned} \quad (C3)$$

Usando

$$\vec{r} \wedge [(\vec{\nabla} n_1) n_2] = (\vec{r} \wedge \vec{\nabla} n_1) n_2 \quad (C4)$$

$$\vec{\nabla} n_1 = \vec{u}_r \frac{\partial n_1}{\partial r} + \vec{u}_{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial n_1}{\partial \theta} + \vec{u}_{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial n_1}{\partial \phi} \quad (C5)$$

obtenemos

$$\vec{r} \wedge \vec{\nabla} \pi_1 = \frac{\partial \pi_1}{\partial \theta} \vec{u}_\phi - \frac{1}{\text{sen } \theta} \frac{\partial \pi_1}{\partial \phi} \vec{u}_\theta \quad (C6)$$

y teniendo en cuenta

$$\vec{u}_\phi = (-\text{sen } \phi, \cos \phi, 0)$$

$$\vec{u}_\theta = (\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \text{sen } \phi, -\text{sen } \theta)$$

llegamos a

$$(\vec{r} \wedge \vec{\nabla} \pi_1)_3 = \frac{\partial \pi_1}{\partial \phi} \quad (C7)$$

con lo que

$$\begin{aligned} (\vec{\mu})_3 = \frac{1}{8f_n^2} \int d^3r \left[ \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \int dt' ds' \Delta_F(x, x') \epsilon_{3jk} \bar{q} \gamma_5 z^j n \gamma q \right) \right. \\ \left. \left( \int dt'' ds'' \Delta_F(x, x'') \bar{q} \gamma_5 z^k n \gamma q \right) \right] \quad (C8) \end{aligned}$$

Utilizando

$$n \gamma q_0 = -i q_0 \quad (C9)$$

y

$$\Delta_F(x, x') \Big|_{|\vec{x}'|=R} = -\frac{i}{\pi} \int d\omega \frac{1}{\omega R^2} \sum_{l, m} \frac{Y_l(\omega r) Y_{lm}^*(\hat{r}') Y_{lm}(\hat{r})}{[n_l'^2(\omega R) + j_l'^2(\omega R)]^{1/2}}$$

$$\left[ e^{-i\omega(t'-t)} \theta(t'-t) + e^{i\omega(t'-t)} \theta(t-t') \right]$$

(C10)

así como

$$\frac{\partial}{\partial \phi} Y_{lm}(\hat{r}) = i m Y_{lm}(\hat{r}) \quad (C11a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \phi} Y_{lm}^*(\hat{r}) = -i m Y_{lm}^*(\hat{r}) \quad (C11b)$$

y las expresiones para los campos, podemos escribir

$$(\vec{u})_3 = \frac{i \epsilon_{3jk}}{8\pi^2 f_n^2} \int d^3r \int dt' ds' \int d\omega \frac{1}{\omega R^2} \sum_{l, m} (-m)$$

$$\frac{(j_l'^2(\omega R) n_l(\omega r) - j_l(\omega r) n_l'^2(\omega R))}{[n_l'^2(\omega R) + j_l'^2(\omega R)]} Y_{lm}(\hat{r}') Y_{lm}^*(\hat{r})$$

$$\left[ e^{-i\omega(t'-t)} \theta(t'-t) + e^{i\omega(t'-t)} \theta(t-t') \right] \sum_{\alpha\beta} \left[ \bar{u}_\alpha(\vec{x}') e^{i\omega_\alpha t'} b_\alpha^+ + \bar{v}_\alpha(\vec{x}') e^{-i\omega_\alpha t'} d_\alpha \right] \gamma_5 \tau^j \left[ u_\beta(\vec{x}') e^{-i\omega_\beta t'} b_\beta + v_\beta(\vec{x}') \right]$$

$$e^{i\omega_p t} d_\beta^+ \int dt'' ds'' \int d\omega' \frac{1}{\omega' R^2} \sum_{\ell' m'} Y_{\ell' m'}^*(\hat{r}'') Y_{\ell' m'}(\hat{r})$$

$$\frac{[j_{\ell'}^1(\omega' R) n_{\ell'}^1(\omega' R) - j_{\ell'}^1(\omega' R) m_{\ell'}^1(\omega' R)]}{[n_{\ell'}^1(\omega' R) + j_{\ell'}^1(\omega' R)]} \left[ e^{-i\omega'(t''-t)} \theta(t''-t) + \right.$$

$$\left. + e^{i\omega'(t''-t)} \theta(t-t'') \right] \sum_{\delta\delta} [\bar{u}_\delta(\vec{x}'') e^{i\omega_\delta t''} b_\delta^+ + \bar{v}_\delta(\vec{x}'')$$

$$\cdot e^{-i\omega_\delta t''} d_\delta] \gamma_5 \tau^k [u_\delta(\vec{x}'') e^{-i\omega_\delta t''} + v_\delta(\vec{x}'') e^{i\omega_\delta t''} d_\delta^T]$$

(C12)

Siguiendo exactamente el mismo proceso que en el caso de la corrección de tipo quark, generamos los diagramas (Fig.4 pg. 97) y las contribuciones a partir de ellos. La contribución piónica al momento magnético resulta ser

$$\langle p | \mu | p \rangle = \frac{\omega_0^2 R^2}{48 \pi f_\pi^2 R (\omega_0 R - 1)^2}$$

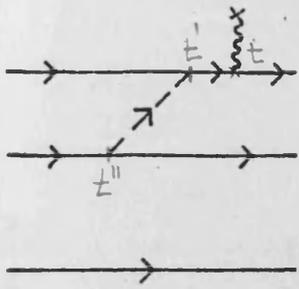
(C13)

T A B L A I

(Sustituyendo R por su valor en fm, los momentos magnéticos están dados en magnetones nucleares y el radio de carga en fm).

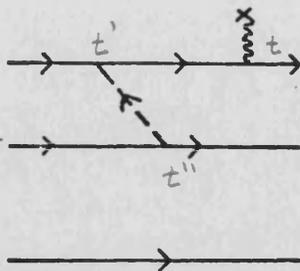
	Valor del MIT	Corrección isoscalar ( $\Gamma_2$ ) <sub>isoscalar</sub>	Corrección total ( $\Gamma_2$ ) <sub>total</sub>	Contribución piónica	Valor total	Valor experimental
$\mu_p$	1.926 R	$\frac{1}{R}(2.704 \times 10^{-2})$	$-\frac{1}{R}(1.676 \times 10^{-1})$	$\frac{1}{R}(1.047)$	$1.926R + \frac{1}{R}(0.879)$	2.793
$\mu_n$	-1.284 R	$\frac{1}{R}(2.704 \times 10^{-2})$	$\frac{1}{R}(2.217 \times 10^{-1})$	$-\frac{1}{R}(1.047)$	$-1.284R - \frac{1}{R}(0.825)$	-1.913
$\langle r_{em}^2 \rangle_p$	0.531 R <sup>2</sup>	$3.915 \times 10^{-2}$	$4.698 \times 10^{-2}$	0	$4.698 \times 10^{-2}$	0.81
$\langle r_{em}^2 \rangle_n$	0	$2.610 \times 10^{-2}$	$3.132 \times 10^{-2}$	0	$3.132 \times 10^{-2}$	-0.12
$g_A$	1.088	0	$\frac{1}{R^2}(3.830 \times 10^{-1})$	$.544 + \frac{1}{R^2}(0.192)$	$1.632 + \frac{1}{R^2}(0.573)$	1.254

$$\theta(t-t') \wedge \theta(t'-t'')$$



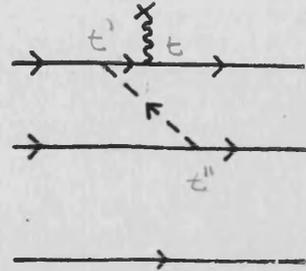
A.1

$$\theta(t-t'') \theta(t''-t')$$



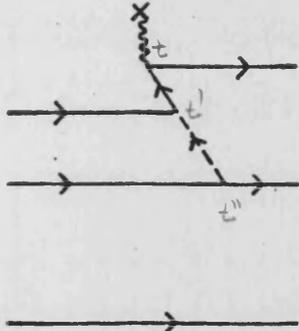
A.2

$$\theta(t'-t) \theta(t-t')$$



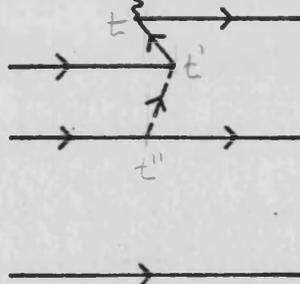
A.3

$$\theta(t''-t) \theta(t'-t)$$



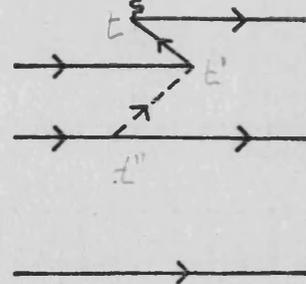
B.1

$$\theta(t''-t) \theta(t'-t'')$$



B.2

$$\theta(t-t'') \theta(t'-t)$$



B.3

Fig. 1

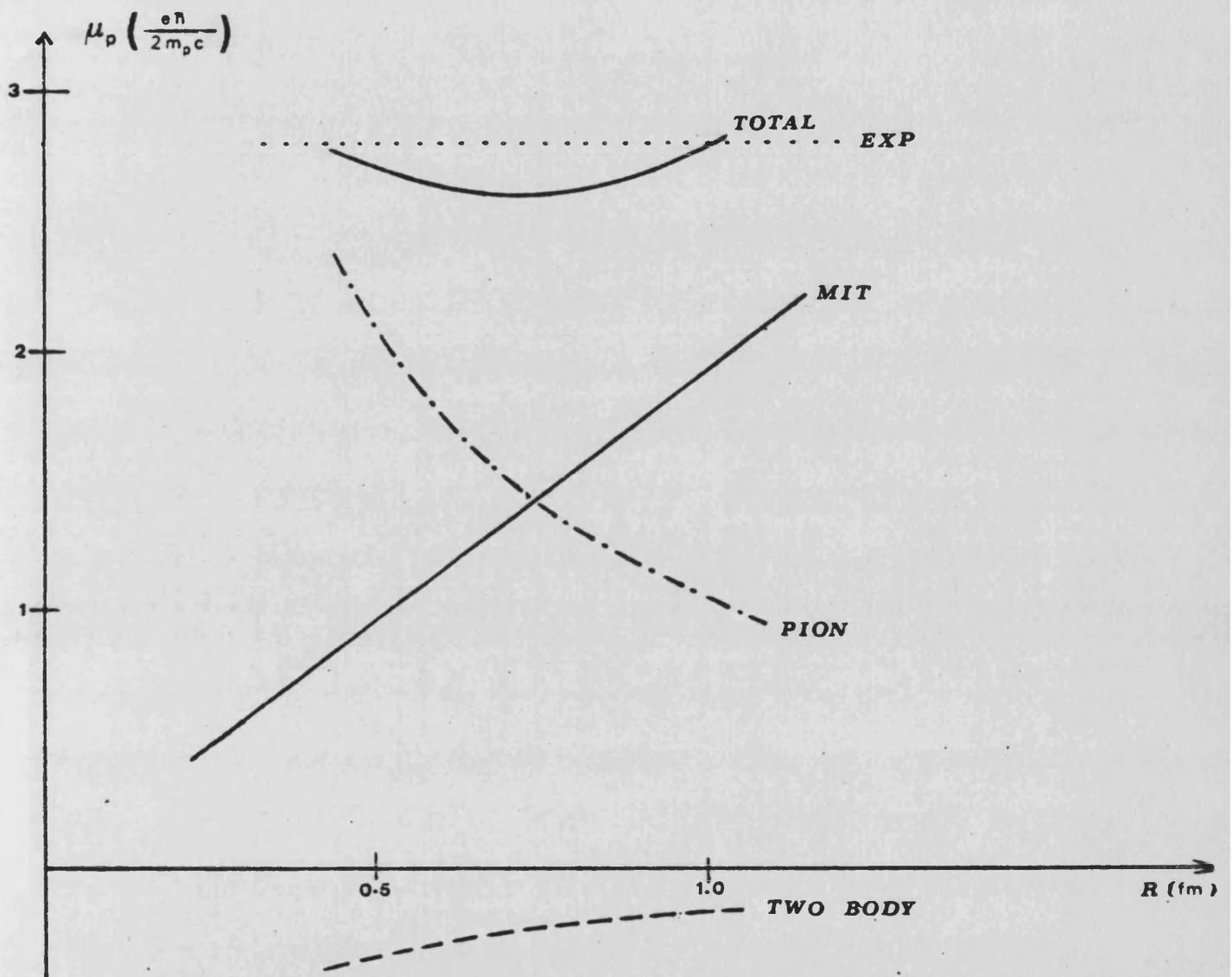


Fig. 2

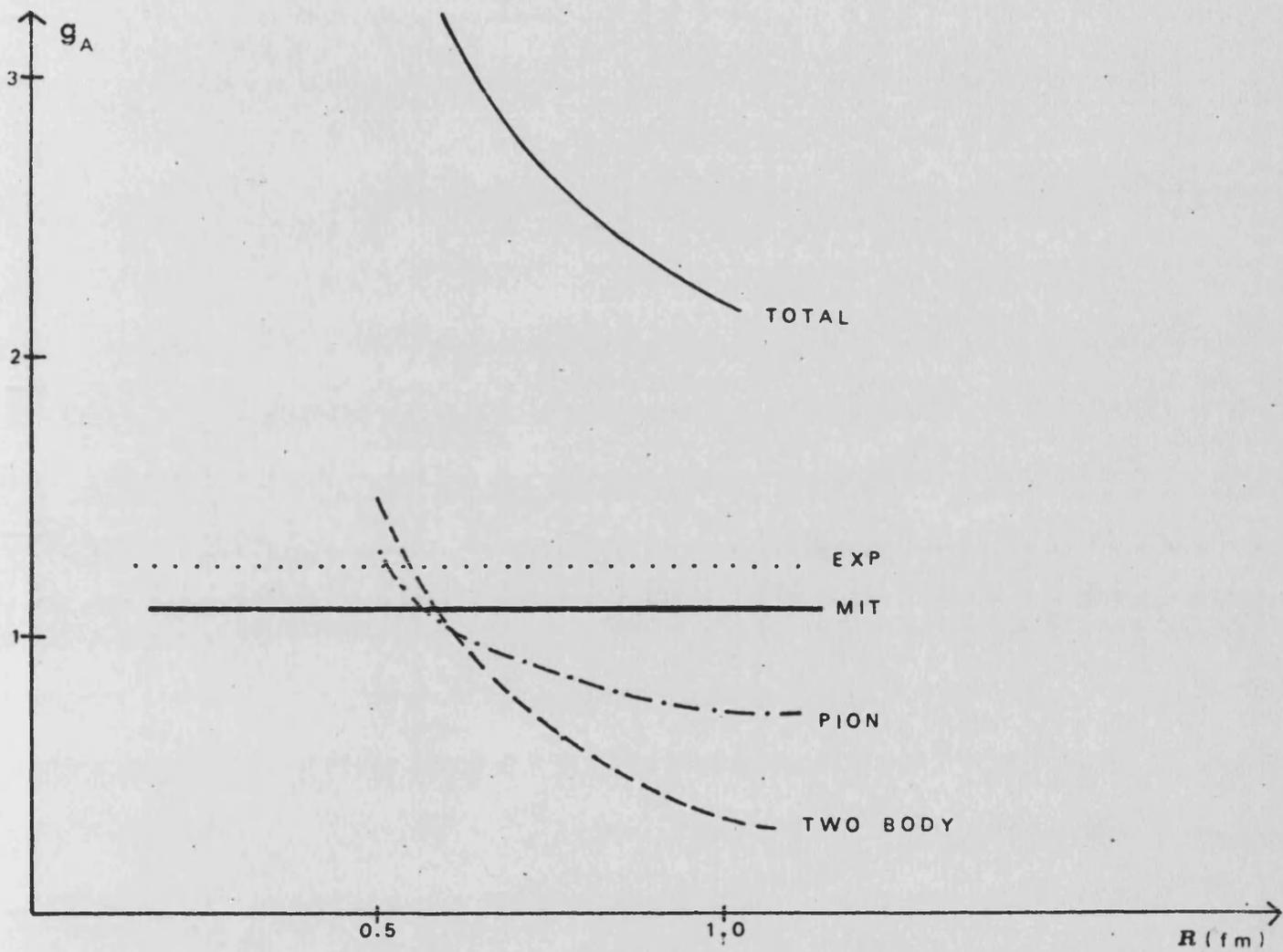


Fig.3

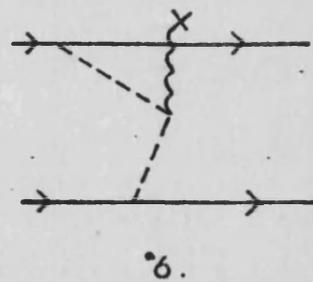
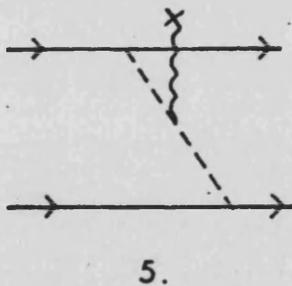
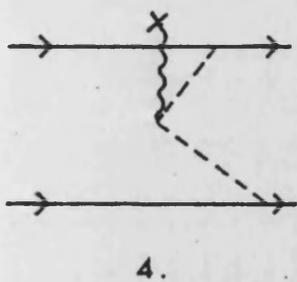
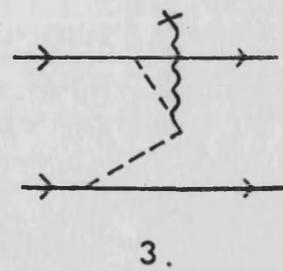
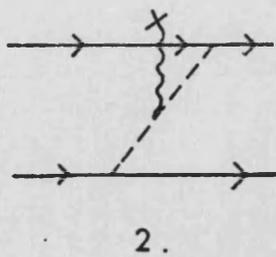
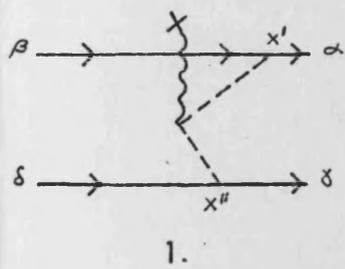


Fig.4

CAPITULO VII. MODELO DE SACO CON SIMETRIA QUIRAL SU(3) X  
SU(3).

VII.1 Incorporación de la extrañeza.

El modelo del saco con simetría quiral  $SU(2) \times SU(2)$  ha sido extensamente estudiado en los últimos años (ver por ej. (JA 79), (RH 81) ). En este caso y debido a que el pion es el mesón más ligero, la simetría exacta (masa nula para el pion) corresponde a una buena aproximación a la realidad. De hecho,  $SU(2) \times SU(2)$  es la más exacta simetría hadrónica después de la simetría de isospín (PA 75).

No es este el caso cuando se considera la simetría quiral asociada con un número de sabores mayor que dos. En particular, la inclusión del quark extraño con masa mucho mayor que las de los quarks u y d (recordemos -- que la conservación de las corrientes está asociada a las masas de los quarks) y de mesones con masas superiores a la piónica, hace que la simetría quiral  $SU(3) \times SU(3)$  no sea una buena simetría de la naturaleza. A pesar de ello, hemos de considerar la simetría  $SU(3) \times SU(3)$  si deseamos incorporar en nuestro modelo los fenómenos relacionados con extrañeza.

Para tratar de conciliar estos dos factores, de finimos primeramente un modelo invariante quiral  $SU(3) \times$

SU(3) (incorporación de extrañeza) y a continuación rompemos la simetría mediante la introducción de términos de masa en el lagrangiano. Los parámetros de masa considerados para los quarks son las masas de quarks del álgebra de corrientes. El modelo ha sido utilizado para obtener relaciones entre masas de quarks y mesones, momentos magnéticos y constantes de acoplamiento.

## VII.2 El modelo.

Nuestro punto de partida es una realización no lineal de la simetría quiral SU(3) x SU(3) (capítulo IV) - en la cual el sector mesónico contiene un nonete de mesones pseudoescalares (bosones de Goldstone). En la zona exterior al saco la densidad lagrangiana es

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \text{Tr} \left[ \partial_\mu M \partial^\mu M^\dagger \right] \quad (7.1)$$

con

$$M = \frac{f_\pi}{\sqrt{2}} \exp \left( i \sum_j \frac{\pi_j \lambda_j}{f_\pi} \right) \quad (7.2)$$

$j=0, \dots, 8.$

cumpliendo

$$M M^\dagger = M^\dagger M = \frac{1}{2} f_\pi^2 \quad (7.3)$$

En la zona interior, la densidad lagrangiana es la del modelo del MIT. No consideraremos la interacción quark-gluon (todos nuestros comentarios serán por tanto aplicables a orden 0 en la constante de acoplamiento de color).

El acoplamiento entre los sectores quark y mesónico tiene lugar en la superficie y es tal que se tiene conservación de la corriente axial en ella. El más simple acoplamiento de este tipo es

$$\frac{1}{\sqrt{2} f_n} (\bar{q}_L M q_R + \bar{q}_R M^+ q_L) \quad (7.4)$$

donde

$$q_{R,L} = \frac{1}{2} (1 \mp \gamma_5) q \quad (7.5)$$

A continuación introducimos términos de masa para los quarks en el interior y los mesones en el exterior, en la forma usual.

Las ecuaciones de movimiento (apéndice A) pueden entonces ser escritas en la aproximación de la cavidad esférica, siendo

$$(i \gamma^\mu \partial_\mu - m) q = 0 \quad r < R \quad (7.6a)$$

$$-i \hat{r} \vec{\gamma} q = \left( 1 + \frac{(\sum_i \pi_i \lambda_i)}{f_n} i \gamma_5 - \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{\pi_i \pi_j \lambda_i \lambda_j}{f_n^2} + \dots \right) q$$

r=R (7.6b)

$$\hat{r} \left( \vec{\nabla} \pi_i + \frac{\pi_i}{f_n^2} \left[ \frac{2}{3} \sum_j \pi_j \vec{\nabla} \pi_j + \sum_{\substack{m,n \\ \kappa,\ell}} d^{mni} d^{mk\ell} \pi_n \pi_\kappa \vec{\nabla} \pi_\ell + \dots \right] + \dots \right) = \frac{1}{2f_n} \bar{q} \left( i \lambda_i \gamma_5 + \sum_j \frac{\pi_j \lambda_j}{2} \lambda_i + \dots \right) q$$

r=R (7.6c)

$$-\vec{\nabla}^2 \pi_i + m_{\pi_i}^2 \pi_i + \frac{1}{f_n^2} \left[ \pi_i \left( -\sum_j \frac{2}{3} \vec{\nabla} \pi_j \vec{\nabla} \pi_j - \sum_j \frac{2}{3} \pi_j \vec{\nabla}^2 \pi_j \right) + \sum_{\substack{m,j \\ \ell}} d^{ijm} d^{k\ell m} \pi_j \left( (-\vec{\nabla}_k) (\vec{\nabla} \pi_\ell) + \pi_\kappa (-\vec{\nabla}^2) \pi_\ell \right) + \dots \right] = 0$$

r > R (7.6d)

### VII.3 Desarrollo.

Procederemos ahora a la búsqueda de soluciones a las ecs. de movimiento. Análogamente a lo hecho en el capítulo anterior, buscamos soluciones dentro del esquema de campos piónicos débiles (en el límite de acoplamiento débil, i.e.,  $f_\pi \rightarrow \infty$  se produce el desacoplamiento de quarks y piones), haciendo un desarrollo perturbativo alrededor de la solución trivial de campo medio. El espacio de Fock para los quarks está determinado por los modos del MIT que son las soluciones al orden más bajo. Para el pion, la contribución de orden más bajo que incluye el acoplamiento corresponde a la solución de

$$(-\vec{\nabla}^2 + \omega^2 + m_n^2) \pi_\omega^i(\vec{r}, t) = 0 \quad r > R \quad (7.6e)$$

$$\hat{r} \vec{\nabla} \pi_\omega^i(\vec{r}, t) = \frac{i}{2f_n} (\bar{q}_0)_2 \gamma_5 \lambda^i (q_0)_1 \quad (7.6f)$$

Escribiendo el campo piónico como

$$\pi_\omega^i(\vec{r}, t) = \pi_\omega^i(\vec{r}) e^{i\omega t} \quad (7.6g)$$

y utilizando las funciones de onda para los quarks dadas en el capítulo III, es inmediato obtener la solución

$$\pi_\omega^i(\vec{r}, t) = \frac{-1}{4\pi f_n R^3} \frac{[(\omega_1^2 - m_1^2 R^2)(\omega_2^2 - m_2^2 R^2)]^{1/2}}{[2\omega_1(\omega_1 - 1) + m_1 R]^{1/2} [2\omega_2(\omega_2 - 1) + m_2 R]^{1/2}} \cdot \frac{e^{m_n R} h_1^{(+)}(i m_n r) e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t}}{\left(\frac{2}{m_n^2 R^3} + \frac{2}{m_n R^2} + \frac{1}{R}\right)} \sum_\alpha \vec{\sigma}(\alpha) \cdot \hat{r} \lambda^i(\alpha) \quad (7.6h)$$

donde  $h_1^{(+)}$  es la función esférica de Hankel,  $\omega_{1,2} = w_{1,2} \cdot R$ ,  $\alpha$  suma sobre quarks y  $m_n$  es la masa del mesón. Notemos que las masas físicas están dadas por

$m_n = m_{nj}$   $j=1, 2, 3$  ó cualquier combinación de ellas.

$m_k = m_{kj}$   $j=4, 5, 6, 7$  ó cualquier combinación de ellas.

Debe quedar claro que nuestros cálculos son -- esencialmente cálculos de campo medio. No se trata pues, de una genuína teoría cuántica. Nuestra filosofía difiere de la mantenida por los autores del denominado "cloudy -- bag model" (TM 80, TM 81, TM+81) donde el campo medio corresponde al del saco del MIT y toda la corrección proviene de las fluctuaciones cuánticas del campo piónico.

#### VII.4 Relaciones entre masas.

La introducción de parámetros de masa para los quarks en el interior y los mesones en el exterior rompe la simetría quiral independientemente en ambas zonas. Esto es fácilmente visto si consideramos la divergencia de la corriente axial (usando las ecs. de movimiento)

$$\partial^\mu A_\mu^j = \frac{i}{2} (m_1 + m_2) \bar{q}_2 \gamma_5 \lambda^j q_1 \quad r < R \quad (7.6i)$$

$$\partial^\mu A_\mu^j = -f_\pi m_\pi^2 \pi^j \quad r > R \quad (7.6i')$$

Si creemos en una teoría fundamental de las interacciones

fuertes con sólo quarks y gluones, desearíamos relacionar las masas mesónicas con las de los quarks. Por otra parte, las ecuaciones (7.6i) y (7.6i'), junto con (4.19a) y - - - (4.19b) muestran claramente al orden en que trabajamos -- que PCAC puede ser incorporada de forma natural a nuestro modelo sin más que imponer la continuidad de la divergencia de la corriente axial a través de la superficie con - la ventaja adicional de que conocemos a este orden una solución explícita de la ecuación de movimiento piónica lo que nos permitirá obtener relaciones entre las masas de - los quarks y de los mesones. De este modo

$$-f_n m_{\pi^j}^2 \pi^j = \frac{i}{2} (m_1 + m_2) \bar{q}_2 \gamma_5 \lambda^j q_1 \quad r=R$$

(7.6j)

Si ahora sustituímos nuestra solución (7.6h) para el campo piónico en  $r=R$  (nótese además que  $\bar{q}_2 \gamma_5 \frac{\lambda^j}{2} q_1 = -if_n \hat{r} \vec{\nabla} \pi_j$ , según (7.6f) ), obtenemos

$$m_1 + m_2 = m_{\pi^j}^2 R \frac{(1 + m_{\pi^j} R)}{\left[1 + (1 + m_{\pi^j} R)^2\right]}$$

(7.6k)

Así para el pion físico (suponiendo  $m_u = m_d$ ) tenemos

$$m_u + m_u = m_{\pi}^2 R \frac{(1 + m_{\pi} R)}{\left[1 + (1 + m_{\pi} R)^2\right]}$$

(7.6k')

y para el kaón

$$m_u + m_s = m_k^2 R \frac{(1 + m_k R)}{[1 + (1 + m_k R)^2]}$$

(7.6k'')

tal que

$$\frac{2m_u}{m_u + m_s} = \left(\frac{m_n}{m_k}\right)^2 \left(\frac{1 + m_n R}{1 + m_k R}\right) \frac{[1 + (1 + m_k R)^2]}{[1 + (1 + m_n R)^2]}$$

(7.6k''')

- Esta ecuación tiene dos límites interesantes, uno para ra  
dios pequeños

$$\frac{2m_u}{m_u + m_s} \approx \left(\frac{m_n}{m_k}\right)^2$$

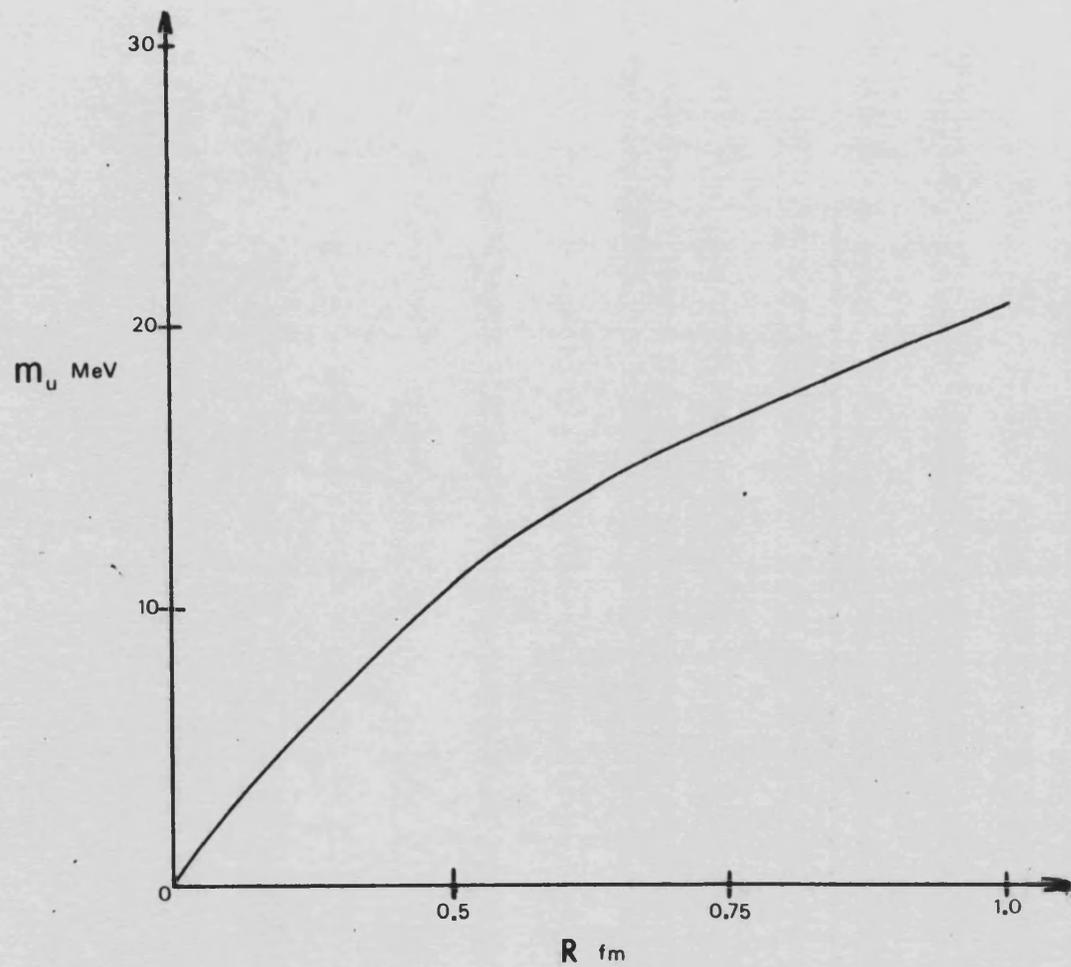
(7.6k'')

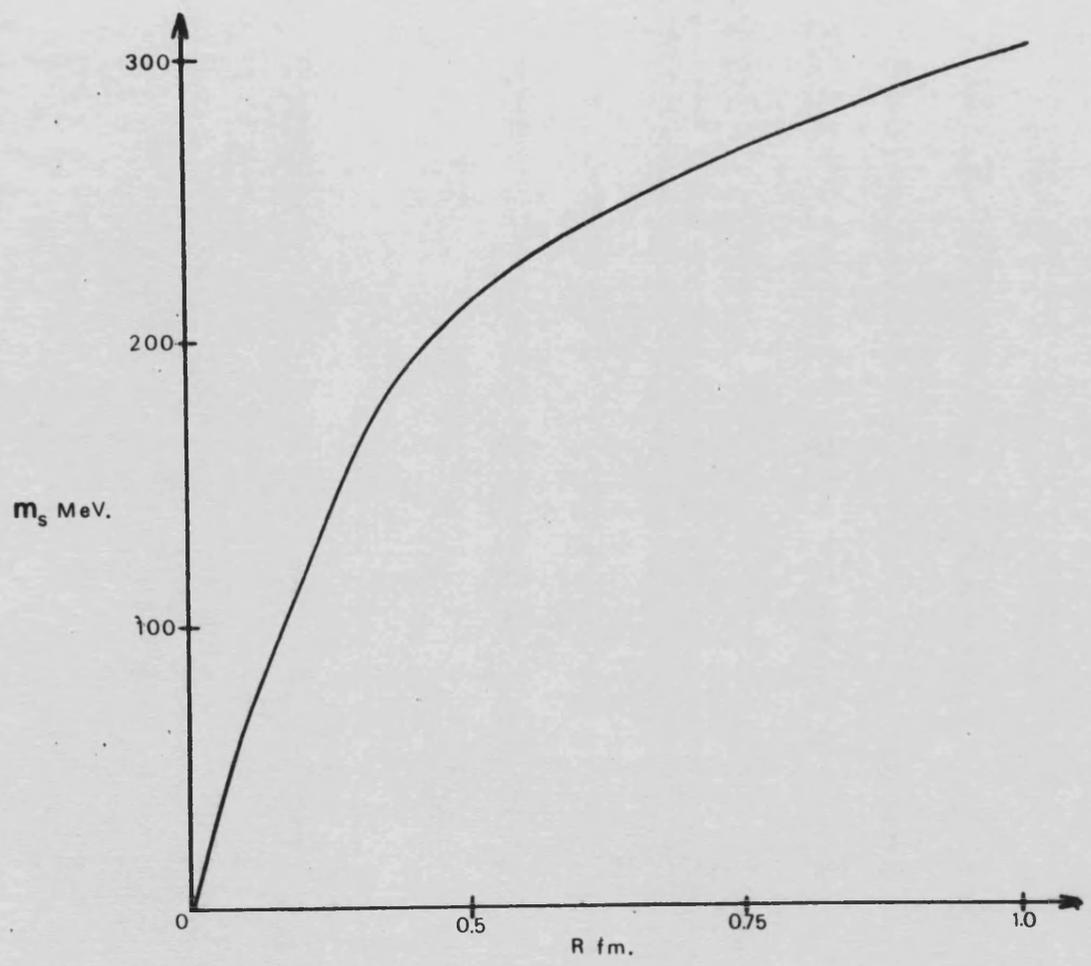
que es la relación usual que da PCAC (LE+81) y otro para  
radios grandes

$$\frac{2m_u}{m_u + m_s} \approx \frac{m_n}{m_k}$$

(7.6k''')

En las gráficas (pg.106-7), se han representado  $m_u$  y  $m_s$  como  
funciones del radio, utilizando los valores experimenta--  
les para  $m_n$  y  $m_k$ . Recordemos que las masas de los quarks





son las del álgebra de corrientes, reproduciendo nuestros resultados los valores predichos (WE 77, FN 79) para radios entre 0.5 y 1.0fm. Concretamente, las masas de los quarks u y d varían desde 0 a  $m_n/2$  cuando R va desde 0 hasta  $\infty$ . Entre 0.5 y 1.0fm, la masa del quark u está comprendida entre 10 y 20 Mev, mientras que utilizando estos valores, la masa del quark extraño, que varía entre 0 y  $m_n - m_n/2$  cuando R varía de 0 a  $\infty$ , está entre 200 y 300 Mev.

Consideremos ahora el caso de los mesones  $\eta, \eta'$  correspondientes a  $\eta^0$  y  $\eta^8$ . En nuestro esquema, no es adecuado trabajar con tales mesones. Basta darse cuenta de que tales mesones tienen un contenido quark combinación de términos de la forma  $\bar{u}u$  ( $\bar{d}d$ ) y  $\bar{s}s$  (KK 69) (por tanto no sabríamos qué masas tomar como  $m_1$  y  $m_2$ ). Es conveniente definir dos nuevos mesones

$$\eta_I = \sqrt{\frac{2}{3}} \eta^0 + \sqrt{\frac{1}{3}} \eta^8 \quad (7.7a)$$

combinación de  $\bar{u}u$  y  $\bar{d}d$  y

$$\eta_S = \sqrt{\frac{1}{3}} \eta^0 - \sqrt{\frac{2}{3}} \eta^8 \quad (7.7b)$$

de tipo  $\bar{s}s$ , que admiten el mismo tratamiento que el realizado con piones y kaones, obteniéndose (usando (7.6k))

$$m_{\pi_{\pm}} = m_{\pi}$$

(7.7c)

$$2 m_s = m_{\pi_s}^2 R \frac{(1 + m_{\pi_s} R)}{[1 + (1 + m_{\pi_s} R)^2]}$$

(7.7d)

Despejando  $m_s$  de esta ecuación y sustituyendo en (7.6k''), se obtiene

$$\frac{m_{\pi}^2 (1 + m_{\pi} R)}{2 [1 + (1 + m_{\pi} R)^2]} + \frac{m_{\pi_s}^2 (1 + m_{\pi_s} R)}{2 [1 + (1 + m_{\pi_s} R)^2]} = \frac{m_K^2 (1 + m_K R)}{[1 + (1 + m_K R)^2]}$$

(7.7e)

Hemos establecido a partir de esta ecuación, una cota numérica inferior para  $m_{\pi_s}$

$$m_{\pi_s} > \sqrt{2 m_K^2 - m_{\pi}^2} \simeq 675 \text{ MeV}$$

(7.7f)

Naturalmente que los mesones  $\eta$  físicos no se corresponden con  $m_{\pi_{\pm}}$  y  $m_{\pi_s}$  sino que son generados por un hamiltoniano de mezcla adecuado (KK 69). Sin embargo, si consideramos las masas reales de  $\eta$  (549 MeV) y  $\eta'$  (958 MeV), vemos que la cota parece efectivamente apuntar hacia los valores experimentales.

VII.5 Otras aplicaciones del modelo.

a) Correcciones a los momentos magnéticos del octete de bariones debidas a la nube kaónica.

Brown, Rho y Vento (BR 80) estudiaron con un modelo de saco quiral SU(2) x SU(2) la corrección que la nube piónica produce en los momentos magnéticos del octete de bariones. Una consecuencia interesante de su descripción es que la respuesta al fotón de los quarks u y d es diferente en el nucleón de la que se produce en los bariones extraños. Esto es fácilmente observado (pg 120, Tabla II) si nos fijamos que sólo el nucleón, compuesto por quarks u y d, tiene corrección piónica de valor  $2 \epsilon_n$ ; podemos decir entonces, que los momentos magnéticos de los quarks u y d son distintos en los bariones extraños y en el nucleón. Esta diferencia de comportamiento mejora en general el acuerdo con la experiencia de los valores predichos; esto es claro por ej., si se consideran las expresiones (LI 81)

$$\bar{R}(p, \Sigma^+, \Xi) \equiv -3 \frac{\mu_p - \mu_{\Sigma^+}}{\mu_{\Xi^0} - \mu_{\Xi^-}} \quad (7.8a)$$

$$\bar{R}'(\Xi, \Lambda) \equiv \frac{\mu_{\Xi^0} + \mu_{\Xi^-}}{3\mu_\Lambda} \quad (7.8b)$$

cuyos valores experimentales son

$$\bar{R} = 2.7 \pm 0.8 \quad (7.8a')$$

$$\overline{R}' = 1.05 \pm 0.04 \quad (7.8b')$$

y se comparan con las dadas por el modelo (BW 82)

$$\overline{R} = \frac{0.35 + 3.27\delta}{1 - 0.55\delta} \quad (7.9a)$$

$$\overline{R}' = 1.06 \quad (7.9b)$$

donde  $\delta$  es la fracción del momento magnético del protón proveniente de la nube piónica. Para  $\delta = 0.4-0.5$ ,  $\overline{R} = 2.1-2.7$ , mejorando enormemente la predicción del modelo del MIT en el cual  $\overline{R} \lesssim 0.35$ .

Nuestro objetivo es la extensión de la simetría quiral a  $SU(3) \times SU(3)$  y la consiguiente consideración de la corrección a los momentos magnéticos debida a la nube kaónica asociada a la presencia del quark  $s$ . Si se tiene en mente la expresión del momento magnético (del modelo quark no relativista por ej.) en términos de masas efectivas de quarks, es de esperar a priori que el efecto kaónico esté suprimido respecto al piónico por la relación  $m_d/m_s$  o bien por  $m_n/m_k$ .

Digamos también, que en los hiperones, el campo piónico medio es más débil que en el caso del nucleón (BR 79) y por tanto ejerce menor presión sobre la su--

perficie, de tal manera que el radio del saco vendría a ser mayor o igual que 1fm.

i) Formalismo.- El operador momento magnético está dado por (6.31)

$$\mu^{(3)} = \frac{1}{2} \int d^3r (\vec{r} \wedge \vec{J}_{e.m.})^{(3)}$$

donde  $\vec{J}_{e.m.} \equiv \vec{V}^3$  es la corriente electromagnética que contiene dos piezas, una que da la contribución del saco de quarks, que al orden más bajo es (no calculamos en este caso correcciones de tipo quark que son pequeñas comparadas con las que se consideran)

$$\vec{J}_q = q_0^+ \vec{\alpha} q_0 \quad (7.10a)$$

donde  $q_0$  es la solución del MIT y  $\vec{\alpha} = \gamma^0 \vec{\gamma}$ , y otra, - la contribución mesónica pura

$$\vec{J}_M = (\vec{\nabla} \pi^1) \pi^2 - (\vec{\nabla} \pi^2) \pi^1 + (\vec{\nabla} \pi^4) \pi^5 - (\vec{\nabla} \pi^5) \pi^4 \quad (7.10b)$$

donde se ha tenido en cuenta que sólo los mesones - cargados  $\pi^\pm$  y  $k^\pm$  contribuyen y que

$$\pi^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (\pi^1 \mp i\pi^2) \quad (7.11a)$$

$$k^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (\pi^4 \mp i\pi^5) \quad (7.11b)$$

El campo  $\pi^j$  está dado por (7.6h). Hay sin embargo un comentario que hacer respecto a la dependencia temporal. Cuando las masas del quark y antiquark en el mesón son degeneradas, el campo mesónico es estático. Así ocurre para el pion ya que  $m_u = m_d (\approx 0)$ . El campo kaónico, por el contrario, no puede ser estático debido al factor  $e^{i(w_s - w_{u,d})t}$ , con  $w_s \neq w_u$  ya que  $m_s \neq m_u$ . Para aliviar esta dificultad, haremos la siguiente aproximación. Consideremos en primer lugar  $w_u = w_d = w_s$

$$K_A^i(\vec{r}) = \frac{-1}{4\pi f_\pi R^3} \frac{(w_s^2 R^2 - m_s^2 R^2) e^{m_K R} h_1^{(+)}(i m_K r)}{[2w_s R(w_s R - 1) + m_s R] \left( \frac{2}{m_K^2 R^3} + \frac{2}{m_K R^2} + \frac{1}{R} \right)}$$

$$\cdot \sum_\alpha \vec{\sigma}(\alpha) \cdot \hat{r} \chi^i(\alpha)$$

(7.12a)

y en segundo lugar el campo estático correspondiente a  $w_u = w_d \neq w_s$

$$K_B^i(\vec{r}) = \frac{-1}{4\pi f_\pi R^3} \frac{[(w_s^2 R^2 - m_s^2 R^2)(w_u^2 R^2 - m_u^2 R^2)]^{1/2} e^{m_K R} h_1^{(+)}(i m_K r)}{[2w_s R(w_s R - 1) + m_s R]^{1/2} [2w_u R(w_u R - 1) + m_u R]^{1/2}}$$

$$\frac{\sum_\alpha \vec{\sigma}(\alpha) \cdot \hat{r} \chi^i(\alpha)}{\left( \frac{2}{m_K^2 R^3} + \frac{2}{m_K R^2} + \frac{1}{R} \right)}$$

(7.12b)

y calcularemos con ambos, esperando que la diferen-

cia obtenida represente aproximadamente la incertidumbre existente en el cálculo. La relación  $k_A / k_B$  se presenta en la siguiente tabla (Tabla I)

$m_S R$	$\omega_S$	$K_A / K_B$
0.5	2.30	0.891
0.6	2.35	0.871
0.7	2.42	0.851
0.8	2.47	0.832
0.9	2.54	0.813
1.0	2.60	0.794

$$(\omega_S \equiv w_S R), (m_u = 0, \omega_u \equiv w_u R = 2.043)$$

Para simplificar el cálculo y eliminar dependencia con el modelo, seguiremos la misma estrategia - que en la referencia (BR 80). La parte mesónica del operador momento magnético puede ser escrita como

$$\begin{aligned}
 (\mu_3)_{\text{mesónica}} = \frac{1}{2} \int d^3r \left( \vec{r} \wedge \left[ (\vec{\nabla} n^1) n^2 - (\vec{\nabla} n^2) n^1 + \right. \right. \\
 \left. \left. + (\vec{\nabla} n^4) n^5 - (\vec{\nabla} n^5) n^4 \right] \right)_3
 \end{aligned}
 \tag{7.13}$$

El desarrollo está hecho en el apéndice B resultan-

do

$$\begin{aligned}
 (\mu_3)_{\text{mesónica}} = & -\frac{1}{4} \sum_{\alpha, \beta} [\vec{\sigma}(\alpha) \wedge \vec{\sigma}(\beta)]_3 \left\{ \epsilon_n [\lambda_1(\alpha) \lambda_2(\beta) - \right. \\
 & \left. - \lambda_2(\alpha) \lambda_1(\beta)] + \epsilon_k [\lambda_4(\alpha) \lambda_5(\beta) - \lambda_5(\alpha) \lambda_4(\beta)] \right\}
 \end{aligned}
 \tag{7.13a}$$

donde

$$\epsilon_n = \frac{8\pi}{3} \int_R^\infty dr r^2 |\pi(r)|^2
 \tag{7.14a}$$

$$\epsilon_k = \frac{8\pi}{3} \int_R^\infty dr r^2 |k(r)|^2
 \tag{7.14b}$$

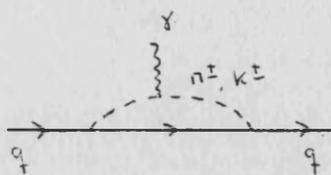
siendo  $\pi(r)$  y  $k(r)$  las partes radiales de  $\pi(\vec{r})$  y  $k(\vec{r})$  respectivamente, definidas por

$$\pi^j(\vec{r}) \equiv \pi(r) \sum_{\alpha} \vec{\sigma}(\alpha) \cdot \hat{r} \lambda^j(\alpha)
 \tag{7.15a}$$

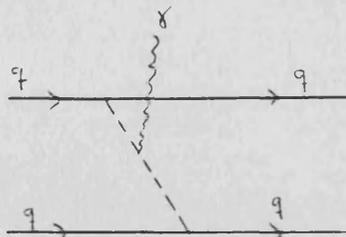
$$k^j(\vec{r}) \equiv k(r) \sum_{\alpha} \vec{\sigma}(\alpha) \cdot \hat{r} \lambda^j(\alpha)
 \tag{7.15b}$$

En  $(\mu_3)_{\text{mesónica}}$  podemos distinguir dos tipos de contribuciones, las correspondientes a  $\alpha = \beta$  (contribuciones de un cuerpo) y las que provienen de  $\alpha \neq \beta$  (contribuciones de dos cuerpos). Diagramáticamente,

estos dos tipos de contribuciones son



un cuerpo



dos cuerpos

Las contribuciones de un cuerpo, junto con contribuciones isoscalares introducidas ad.hoc para ajustar los datos experimentales del nucleón (BR 80) (subrayemos que un formalismo perturbativo como el del capítulo anterior sería capaz de generarlas), se combinan con las provenientes del saco de quarks para dar lugar a los denominados momentos efectivos  $\mu_q^{\text{eff}}$ . Explícitamente, esta contribución al momento magnético del barión es

$$\mu_{(1 \text{ cuerpo})} = \langle B | \hat{\mu}_{(1)} | B \rangle = \sum_{\alpha \in B} f_{\alpha}(R) \langle B | e_{\alpha} \sigma_{\alpha}^{(3)} | B \rangle \quad (7.16)$$

(démonos cuenta que al hacer  $\alpha = \beta$  para obtener las contribuciones de un cuerpo, la dependencia del operador en spin es  $\sigma_{\alpha}^{(3)}$ ), donde  $e_{\alpha}$  es la carga del quark  $\alpha$  y  $f_{\alpha}(R)$  una cantidad dependiente del radio del saco.  $f_{\alpha}(R)$  puede ser expresada en términos de una masa efectiva  $m_{\alpha}^{\text{eff}}$  (en unidades de magnetón nuclear)

$$f_{\alpha}(R) = \frac{\hbar}{2 m_{\alpha}^{\text{eff}}} \left( \frac{2 m_N}{e \hbar} \right)$$

(7.17)

La dependencia radial está ahora en  $m_{\alpha}^{\text{eff}}$ . Definiendo el momento efectivo

$$\mu_q^{\text{eff}} = \frac{e_q}{e} \frac{m_N}{m_q^{\text{eff}}}$$

(7.18)

tenemos

$$f_{\alpha}(R) = \frac{\mu_{\alpha}^{\text{eff}}}{e_{\alpha}}$$

La contribución de la nube mesónica, que no puede ser incorporada en un momento efectivo, viene dada por el término de dos cuerpos

$$\hat{\mu}_{(2)} = - \frac{1}{4} \sum_{\alpha \neq \beta} [\vec{\sigma}(\alpha) \wedge \vec{\sigma}(\beta)]^{(3)} \left\{ \epsilon_n [\lambda_1(\alpha) \lambda_2(\beta) - \lambda_2(\alpha) \lambda_1(\beta)] + \epsilon_{\kappa} [\lambda_4(\alpha) \lambda_5(\beta) - \lambda_5(\alpha) \lambda_4(\beta)] \right\}$$

(7.19)

tal que  $\mu_{(2 \text{ cuerpos})} = \langle B | \hat{\mu}_{(2)} | B \rangle$

Las integraciones que representan  $\epsilon_n$  y  $\epsilon_{\kappa}$  pueden ser resueltas analíticamente; por ej. con  $k_A$

$$\epsilon_{k_A} = \frac{1}{12 n f_n^2 R} \frac{(w_s^2 R^2 - m_s^2 R^2)^2 (2 + m_k R)}{[2 w_s R (w_s R - 1) + m_s R]^2 [2 + 2 m_k R + m_k^2 R^2]^2}$$

(7.19a)

y con  $k_B$

$$\epsilon_{k_B} = \frac{1}{12 n f_n^2 R} \frac{(w_s^2 R^2 - m_s^2 R^2)^2 (2 + m_k R)}{[2 w_s R (w_s R - 1) + m_s R]^2 [2 + 2 m_k R + m_k^2 R^2]^2}$$

(7.19b)

El momento total es la suma de  $\mu_{(1)}$  y  $\mu_{(2)}$ . Los resultados del cálculo (en el apéndice B se ha escrito el elemento de matriz  $\langle B | \hat{\mu}_{(2)} | B \rangle$  para  $B \equiv \Lambda$ ) -- aparecen en la Tabla II, donde por una parte se han escrito los resultados en términos de los momentos efectivos y por otra en términos de los momentos de quarks constituyentes  $\mu_q^c$ , definidos en función de las masas constituyentes  $m_q^c$  (LI 78)

$$\mu_q^c \equiv e_q \frac{m_N}{m_q^c} \quad (7.20)$$

Los valores numéricos tomados para estas masas son  $m_u^c = m_d^c \simeq 336$  Mev,  $m_s^c \simeq 514$  Mev, que ajustan los da--

tos experimentales para protón (p), neutrón (n) y  $\Lambda$ . Exigiendo que nuestras expresiones en términos de momentos efectivos ajusten también estos datos, obtenemos las relaciones

$$\mu_u^{\text{eff}} = \mu_u^c - \frac{6}{5} \epsilon_n \quad (7.21a)$$

$$\mu_d^{\text{eff}} = \mu_d^c + \frac{6}{5} \epsilon_n \quad (7.21b)$$

$$\mu_s^{\text{eff}} = \mu_s^c + \epsilon_\kappa \quad (7.21c)$$

con lo cual, podemos escribir los momentos magnéticos de las  $\Sigma$ 's y las  $\Xi$ 's en términos de  $\mu_q^c$ .

Como ya hemos mencionado, esperamos que  $\epsilon_\kappa$ , calculado mediante teoría de perturbaciones, tenga pleno sentido para  $R \gtrsim 1\text{fm}$ . No es este el caso para  $\epsilon_n$  que aparece sólo para el protón y el neutrón. Por ello, y siguiendo la referencia (BR 80) escribimos

$$\epsilon_n \approx \frac{6}{11} \frac{1}{2} 2.35 \delta$$

con  $\delta \approx 0.4-0.5$ , que indica que 6/11 de la contribución total de la nube piónica es de tipo contribución de dos cuerpos. Fijémonos que esta contribución es prácticamente independiente del radio, por lo que la utilización de las relaciones anteriores entre  $\mu_q^{\text{eff}}$  y  $\mu_q^c$  es igualmente válida para el nucleón y para los bariones extraños, cosa que no ocurriría

si utilizásemos la expresión integral de  $\epsilon_n$ , rápidamente variable con R. Podemos justificar la expresión utilizada para  $\epsilon_n$  si recordamos los resultados de nuestro cálculo en  $SU(2) \times SU(2)$  que corroboran los obtenidos mediante la solución erizo y que muestran que el momento magnético varía poco en un amplio intervalo de R. Esto sugiere que los momentos efectivos deberían ser casi independientes de R. En la Tabla II aparece también y separadamente  $\delta\mu$ , la corrección proveniente de la nube kaónica.

T A B L A I I.

Notación:  $q^e \equiv \mu_q^{eff}$ ,  $q^c \equiv \mu_q^c$

Bariones	Momentos magnéticos en $\mu_q^{eff}$	Momentos magnéticos en $\mu_q^c$	$\delta\mu$
P	$\frac{4}{3}u^e - \frac{1}{3}d^e + 2\epsilon_n$	$\frac{4}{3}u^c - \frac{1}{3}d^c$	-
n	$\frac{4}{3}d^e - \frac{1}{3}u^e - 2\epsilon_n$	$\frac{4}{3}d^c - \frac{1}{3}u^c$	-
$\Lambda$	$s^e - \epsilon_\kappa$	$s^c$	-
$\Sigma^+$	$\frac{4}{3}u^e - \frac{1}{3}s^e + 2\epsilon_\kappa$	$\frac{4}{3}u^c - \frac{1}{3}s^c - \frac{8}{5}\epsilon_n + \frac{5}{3}\epsilon_\kappa$	$\frac{5}{3}\epsilon_\kappa$
$\Sigma^0$	$-\frac{1}{3}s^e + \frac{2}{3}(u^e + d^e) + \epsilon_\kappa$	$-\frac{1}{3}s^c + \frac{2}{3}(u^c + d^c) + \frac{2}{3}\epsilon_\kappa$	$\frac{2}{3}\epsilon_\kappa$
$\Sigma^-$	$\frac{4}{3}d^e - \frac{1}{3}s^e$	$\frac{4}{3}d^c - \frac{1}{3}s^c + \frac{8}{5}\epsilon_n - \frac{1}{3}\epsilon_\kappa$	$-\frac{1}{3}\epsilon_\kappa$
$\Xi^0$	$\frac{4}{3}s^e - \frac{1}{3}u^e - 2\epsilon_\kappa$	$\frac{4}{3}s^c - \frac{1}{3}u^c + \frac{2}{5}\epsilon_n - \frac{2}{3}\epsilon_\kappa$	$-\frac{2}{3}\epsilon_\kappa$
$\Xi^-$	$\frac{4}{3}s^e - \frac{1}{3}d^e$	$\frac{4}{3}s^c - \frac{1}{3}d^c - \frac{2}{5}\epsilon_n + \frac{4}{3}\epsilon_\kappa$	$\frac{4}{3}\epsilon_\kappa$

ii) Resultados numéricos. - Tomando

$$m_u = 0$$

$$m_s = 200 \text{ Mev}$$

$$m_k = 490 \text{ Mev}$$

$$f_\pi = 90 \text{ Mev}$$

(la interdependencia de masas dada por (7.6k) apenas modifica los resultados), obtenemos

$$\begin{array}{lll} \epsilon_{\kappa_B} = 0.020 & R=1\text{fm} & \\ & 0.065 & R=0.7\text{fm} & (7.22a) \\ & 0.171 & R=0.5\text{fm} \end{array}$$

y

$$\begin{array}{lll} \epsilon_{\kappa_A} = 0.016 & R=1\text{fm} & \\ & 0.047 & R=0.7\text{fm} & (7.22b) \\ & 0.108 & R=0.5\text{fm} \end{array}$$

Los resultados numéricos obtenidos aparecen en la tabla III (pg.122). Las correcciones debidas a la nube kaónica son comparadas con las del modelo quark simple, el modelo con nube piónica (BR 80) y con los datos experimentales. Vemos que para  $R \gtrsim 1\text{fm}$ , las correcciones kaónicas son pequeñas, prácticamente despreciables, creciendo rápidamente cuando el radio disminuye.

Es interesante ver cómo la nube kaónica modifica las cantidades  $\bar{R}$  y  $\bar{R}'$ . Para ello, basta tener en -

T A B L A I I I

(Momentos magnéticos en unidades de magnetones nucleares)

Barión	Modelo quark simple	Modelo con nube piónica		Corrección debida a la nube kaónica $\delta\mu$			Valor experimental
		$\xi = 0.4$	$\xi = 0.5$	R=1fm	R=0.7fm	R=0.5fm	
$\Sigma^+$	2.70	$\xi = 0.4$	$\xi = 0.5$	R=1fm	R=0.7fm	R=0.5fm	$2.30 \pm 0.14$
		2.28	2.18	0.033	0.108	0.285	
$\Sigma^0$	0.82	0.82	0.82	0.013	0.043	0.114	-----
$\Sigma^-$	-1.05	-0.64	-0.54	-0.007	-0.022	-0.057	$-1.41 \pm 0.25^*$ $-0.89 \pm 0.14$
$\Xi^0$	-1.44	-1.33	-1.31	-0.013	-0.043	-0.114	$-1.253 \pm 0.014$
$\Xi^-$	-0.50	-0.60	-0.63	0.027	0.087	0.228	$-0.75 \pm 0.07^*$ $-0.72 \pm 0.04$

\* Resultados no publicados de Ramieka (RA 81).

cuenta las definiciones dadas anteriormente y los resultados de la Tabla II, que expresan los momentos magnéticos en términos de quarks constituyentes. Lo que podemos inmediatamente decir a la vista de la tabla es que el quark  $s$  responde de forma diferente al fotón en los distintos bariones extraños. Así por ej. en  $\Sigma^+$ , la contribución del quark extraño difiere de la usual del modelo quark constituyente  $s^c$ , teniéndose

$$(\mu_s)_{\Sigma^+} = s^c - 5 \epsilon_k$$

mientras que en  $\Xi^-$  se tiene

$$(\mu_s)_{\Xi^-} = s^c + \epsilon_k$$

Para hacer el cálculo explícito, seguiremos la referencia (BW 82), donde debido a la nube piónica se tiene

$$\mu_u = u^c - \frac{3}{5} \frac{6}{11} \approx 2.35 \delta \quad (7.23a)$$

$$\mu_d = d^c + \frac{3}{5} \frac{6}{11} \approx 2.35 \delta \quad (7.23b)$$

La expresión para  $\bar{R}$  es

$$\bar{R} = \frac{3(\mu_p - \mu_{\Sigma^+})}{\mu_{\Xi^-} - \mu_{\Xi^0}} = \frac{3\left(\frac{4}{3}u^c - \frac{1}{3}d^c - \frac{4}{3}\mu_u - \frac{1}{3}(\mu_s)_{\Sigma^+}\right)}{\left(\frac{4}{3}(\mu_s)_{\Xi^-} - \frac{1}{3}\mu_d - \frac{4}{3}(\mu_s)_{\Xi^0} + \frac{1}{3}\mu_u\right)} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-d^c + s^c + (72/55) 2.35\delta + 5\epsilon_k}{-\frac{d^c}{3} + \frac{u^c}{3} + \frac{2}{5} \frac{6}{11} 2.35\delta + 2\epsilon_k} = \left( \frac{-d^c + s^c}{-\frac{d^c}{3} + \frac{u^c}{3}} \right) \\
&\frac{\left( 1 + \frac{(72/55) 2.35\delta + 5\epsilon_k}{(-d^c + s^c)} \right)}{\left( 1 + \frac{(-2/5)(6/11) 2.35\delta + 2\epsilon_k}{-\frac{d^c}{3} + \frac{u^c}{3}} \right)} = \frac{0.35 + 3.27\delta - 5.32\epsilon_k}{1 - 0.55\delta + 2.13\epsilon_k}
\end{aligned}
\tag{7.24a}$$

donde se ha usado  $d^c = -0.94$ ,  $s^c = -0.61$ ,  $u^c = -2d^c$ .

Procediendo análogamente para calcular  $\bar{R}'$ , se obtiene

$$\bar{R}' = 1.06 - 0.36\epsilon_k \tag{7.24b}$$

Con  $\delta \approx 0.4-0.5$ , el valor experimental de  $\bar{R}$  impone una fuerte restricción sobre los posibles valores de  $\epsilon_k$ .

$$\epsilon_k \lesssim 0.019 \tag{7.25a}$$

mientras que la ligadura impuesta por  $\bar{R}'$  es mucho más débil

$$\epsilon_k \lesssim 0.14 \tag{7.25b}$$

Por tanto, nuestro valor teórico para  $R \gtrsim 1\text{fm}$  es consistente con las condiciones anteriores. Sin olvidarnos de las aproximaciones del modelo, podemos también

concluir que el radio del saco para los bariones extraños no puede ser significativamente menor que 1fm. Estos resultados confirman a posteriori nuestras consideraciones iniciales.

b) Cálculo de constantes de acoplamiento mesón-barión.

Para obtener en nuestro formalismo el vértice barión-barión-mesón, generalizaremos el formalismo LSZ para incluir superficies finitas. Procediendo exactamente igual que en (BD 65) llegamos a la expresión

$$\langle (Bn^i)_{out} | B'_{in} \rangle = -\frac{i}{\sqrt{2}} \left( \lim_{y_0 \rightarrow +\infty} - \lim_{y_0 \rightarrow -\infty} \right) \int d^3 y \langle B_{out} | \pi^i(y) | B'_{in} \rangle \cdot \overleftrightarrow{\partial}_{y_0} \psi_n^*(y) \quad (7.26)$$

donde  $\psi_n^*(y)$  corresponde a la función de onda del pion dada por (6.8) (con un factor de normalización  $\frac{1}{(2n)^{3/2}}$  adicional para comparación posterior). Pasando de los límites a integración cuadridimensional, se tiene

$$\begin{aligned} \left( \lim_{y_0 \rightarrow +\infty} - \lim_{y_0 \rightarrow -\infty} \right) \int d^3 y \pi^i(y) \overleftrightarrow{\partial}_{y_0} \psi_n^*(y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} d^4 y \left[ \pi^i(y) \cdot \right. \\ &\cdot \left. \frac{\partial^2}{\partial y_0^2} \psi_n^*(y) - \frac{\partial^2 \pi^i(y)}{\partial y_0^2} \psi_n^*(y) \right] = \int_{-\infty}^{+\infty} d^4 y \left[ \pi^i(y) \overleftrightarrow{\partial}^2 \psi_n^*(y) - \right. \\ &\left. - \left( \left( \frac{\partial^2}{\partial y_0^2} + m^2 \right) \pi^i(y) \right) \psi_n^*(y) \right] \quad (7.27) \end{aligned}$$

La primera integral puede ser escrita

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d^4 y \, n^i(\gamma) \vec{\nabla}^2 \psi_n^*(\gamma) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^4 y \left( \vec{\nabla} \left[ n^i(\gamma) \vec{\nabla} \psi_n^*(\gamma) \right] - \vec{\nabla} n^i(\gamma) \cdot \vec{\nabla} \psi_n^*(\gamma) \right) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\gamma_0 \, dS \, n^i(\gamma) \left( \hat{r} \cdot \vec{\nabla} \psi_n^*(\gamma) \right) - \int_{-\infty}^{+\infty} d^4 y \left[ \vec{\nabla} \left( \vec{\nabla} n^i(\gamma) \cdot \psi_n^*(\gamma) \right) - \left( \vec{\nabla}^2 n^i(\gamma) \right) \psi_n^*(\gamma) \right] \quad (7.27a)$$

con lo cual

$$\langle (Bn^i)_{out} | B'^i_{in} \rangle = \frac{i}{\sqrt{Z}} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} d\gamma_0 \, dS \, \langle B_{out} | \hat{r} \cdot \vec{\nabla} n^i(\gamma) | B'^i_{in} \rangle \cdot \psi_n^*(\gamma) + \int_{-\infty}^{+\infty} d^4 y \, \langle B_{out} | n^i(\gamma) | B'^i_{in} \rangle \left( \overleftarrow{\square}_y + m^2 \right) \psi_n^*(\gamma) \right\} \quad (7.28)$$

Z es la constante de renormalización que tomaremos - - igual a 1, ya que trabajamos al orden más bajo de teoría de perturbaciones.

Haciendo ahora uso de las ecs. de movimiento, podemos escribir el vértice barión-barión-mesón como

$$\langle (B_n^i)_{out} | B'_{in} \rangle = i \int dt dS \langle B_{out} | \frac{i}{2f_n} \bar{q} \gamma_5 \lambda^i q(\vec{r}, t) | B'_{in} \rangle \cdot \psi_n^*(\vec{r}, t)$$

(7.29)

Por otra parte, la definición tradicional de -- las constantes de acoplamiento es vía la densidad la-- grangiana fenomenológica (GA 66)

$$\mathcal{L}_I = g \left( \alpha \text{Tr} \{ \bar{\beta}, i \gamma_5 \beta \} M_{\beta} - (1-\alpha) \text{Tr} [ \bar{\beta}, i \gamma_5 \beta ] M_{\beta} \right)$$

(7.30)

donde  $\beta$  representa el octete bariónico y  $M_{\beta}$  el octete mesónico. Utilizando el formalismo LSZ tradicional, el vértice viene dado por

$$\langle (B_n^i)_{out} | B'_{in} \rangle = i \int dt d^3r \langle B_{out} | J_n^i | B'_{in} \rangle f_q^*(\vec{r}, t)$$

(7.31)

donde  $J_n^i$  es la corriente obtenida a partir de  $\mathcal{L}_I$ . El desarrollo de (7.31) y su comparación con (7.29) están hechos en el apéndice C. Reescribiendo (C6)

$$\frac{g(k)_{BB'ni}}{2m_{B'}} u_B^+ \sigma_3 u_{B'} = \frac{R^3}{2f_\pi} \sum_{\alpha, a, b} N_a N_b j_0(P_a R) j_0(P_b R) \cdot \langle B | \sigma_3(\alpha) \chi_{ab}^i(\alpha) | B' \rangle$$

y definiendo

$$g_{BB'ni} \equiv g(k)_{BB'ni} \quad (7.32)$$

se obtiene por ej., para el caso  $B=N=B'$

$$\frac{g_{NNn}}{2M_N} = \frac{5}{6f_\pi} \frac{(P_u R)^2}{(2w_u^2 R^2 - 2w_u R + m_u R)} \quad (7.33)$$

Otros resultados obtenidos se presentan en la Tabla IV (pg. 130).

Como puede ser comprobado de forma inmediata, si tomamos masa nula para los quarks y consideramos todos los bariones con la misma masa, nuestro modelo reproduce los resultados de SU(6), i.e.,  $\alpha = 3/5$ ,  $a=0$ . Digamos también, que el cálculo no depende explícitamente de las masas de los mesones (ello es debido a que la introducción de las masas mesónicas no modifica la ecuación en la superficie para el pion que da la corriente piónica en términos de quarks); sin embargo, si cree--

mos en la expresión (7.6k) entonces sí que existe dependencia a través de las masas de los quarks.

La expresión (7.33) determina la dependencia de  $g_{NN\pi}$  con el radio; así  $g_{NN\pi}^2/4\pi$  varía entre 19.8 y 20.3 cuando R varía entre 0.5 y 1.0fm (Tabla VI). Este valor es aproximadamente un factor 3/2 mayor que el experimental ( $\approx 14.3$ ), factor que podemos entender ya que debido a que el pion no ocupa todo el espacio por no poder penetrar en el interior del saco, la corriente piónica efectiva es 3/2 de la usual. Vemos pues, -- que (igual que ocurre con la constante de acoplamiento vector-axial) los valores predichos por el modelo están lejanos de los experimentales. La solución a este problema quizás requiera nuevos ingredientes, como ya comentamos en el capítulo anterior. Las tentativas hechas mediante la introducción de grandes deformaciones o en el esquema del saco con piel parecen apuntar a una mejora importante de los resultados. Nosotros no nos preocuparemos de los valores absolutos de las constantes de acoplamiento sino de las relaciones entre ellas. Supondremos, que cualquier mecanismo necesario para corregir esos valores absolutos, dará los mismos resultados para constantes de acoplamiento en cuanto a relaciones, que los dados por nuestro modelo (Tabla V). Como se observa en esta tabla nuestros resultados mejoran las predicciones de SU(6), acercándose más a los valores experimentales.

T A B L A I V

Relación entre constantes de acoplamiento

Notación:

$$p_s^2(u) + m_s^2(u) = w_s^2(u)$$

$$f(m_u, m_s, R) = \frac{p_s R (2(w_u R)^2 - 2w_u R + m_u R)^{\frac{1}{2}}}{p_u R (2(w_s R)^2 - 2w_s R + m_s R)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{g_{\Sigma\Sigma\pi}}{g_{N\pi\pi}} = 2(1 - \alpha_{\Sigma\Sigma\pi}) = \frac{4}{5} \frac{M_\Sigma}{M_N}$$

$$\frac{g_{\Lambda\Sigma\pi}}{g_{N\pi\pi}} = \frac{2\alpha_{\Lambda\Sigma\pi}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{5} \frac{(M_\Lambda M_\Sigma)^{\frac{1}{2}}}{M_N}$$

$$\frac{g_{\Lambda N\kappa}}{g_{N\pi\pi}} = -\left(\frac{3 - 2\alpha_{\Lambda N\kappa}}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{5} \sqrt{\frac{M_\Lambda}{M_N}} f(m_u, m_s, R)$$

$$\frac{g_{\Sigma N\kappa}}{g_{N\pi\pi}} = -(1 - 2\alpha_{\Sigma N\kappa}) = -\frac{1}{5} \sqrt{\frac{M_\Sigma}{M_N}} f(m_u, m_s, R)$$

$$\frac{g_{\Xi\Xi\pi}}{g_{N\pi\pi}} = (1 - 2\alpha_{\Xi\Xi\pi}) = -\frac{1}{5} \frac{M_\Xi}{M_N}$$

$$\frac{g_{\Xi\Sigma\kappa}}{g_{N\pi\pi}} = -1 + a = -\frac{(M_\Xi M_\Sigma)^{\frac{1}{2}}}{M_N} f(m_u, m_s, R)$$

$$\frac{g_{\Xi\Lambda\kappa}}{g_{N\pi\pi}} = \frac{3 - 4\alpha_{\Xi\Lambda\kappa}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{5} \frac{(M_\Xi M_\Lambda)^{\frac{1}{2}}}{M_N} f(m_u, m_s, R)$$

$$\frac{g_{N\pi\eta}}{g_{N\pi\pi}} = \frac{3 - 4\alpha_{N\pi\eta}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$\frac{g_{\Xi\Xi\eta}}{g_{N\pi\pi}} = \frac{-3 + 2\alpha_{\Xi\Xi\eta}}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{15} \frac{M_\Xi}{M_N} (1 + 8f^2(m_u, m_s, R))$$

$$\frac{g_{\Lambda\Lambda\eta}}{g_{N\pi\pi}} = \frac{-2\alpha_{\Lambda\Lambda\eta}}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{5} \frac{M_\Lambda}{M_N} f^2(m_u, m_s, R)$$

T A B L A V

Relación entre constantes en función del radio del saco

	R(fm)		
	.50	.75	1.00
$\alpha_{\Sigma\Sigma\pi}$	.494	.494	.494
$\alpha_{\Lambda\Sigma\pi}$	.735	.735	.735
$\alpha_{\Lambda N\kappa}$	.634	.717	.801
$\alpha_{\Sigma N\kappa}$	.404	.413	.422
$\alpha_{\Xi\Xi\pi}$	.640	.640	.640
$a$	-.181	-.069	.036
$\alpha_{\Xi\Lambda\kappa}$	.581	.597	.612
$\alpha_{NN\eta}$	.600	.600	.600
$\alpha_{\Xi\Xi\eta}$	.476	.636	.772
$\alpha_{\Lambda\Lambda\eta}$	.562	.461	.374

T A B L A VI

Los valores para las constantes de acoplamiento han sido calculadas a partir de  $g_{NN\pi}^2/4\pi=14.3$  y de las relaciones dadas por el modelo (Tabla V).

R (fm)

	.50	.75	1.00	SU(6)	EXP
$\frac{g_{\Sigma\Sigma\pi}^2}{4\pi}$	14.7	14.7	14.7	9.2	12.5 ± 2.0 13.4 ± 2.1
$\frac{g_{\Lambda\Sigma\pi}^2}{4\pi}$	10.3	10.3	10.3	6.9	11.5 ± 1.9 11.0 ± 1.0 12.9 ± 0.8
$\frac{g_{\Lambda N\kappa}^2}{4\pi}$	14.3	11.7	9.3	15.4	17.0 ± 5.0 10.0 ± 2.8
$\frac{g_{\Sigma N\kappa}^2}{4\pi}$	0.5	0.4	0.3	0.6	1.6 ± 0.3 0.15 ± 0.13
$\frac{g_{\Xi\Sigma\pi}^2}{4\pi}$	1.1	1.1	1.1	0.6	
$\frac{g_{\Xi\Sigma\kappa}^2}{4\pi}$	20.0	16.3	13.3	14.3	
$\frac{g_{\Sigma\Lambda\kappa}^2}{4\pi}$	2.2	1.8	1.5	1.7	
$\frac{g_{\Sigma NN\eta}^2}{4\pi}$	1.7	1.7	1.7	1.7	
$\frac{g_{\Xi\Sigma\eta}^2}{4\pi}$	20.0	14.2	10.1	15.4	
$\frac{g_{\Lambda\Lambda\eta}^2}{4\pi}$	6.0	4.0	2.7	6.9	
$\frac{g_{NN\pi}^2}{4\pi}$	19.8	20.0	20.3	---	14.3*

\* Valor promedio experimental.

c) Constante de acoplamiento vector-axial

Teniendo en cuenta lo hecho en el apartado anterior, la generalización inmediata de las expresiones -- (6.33) y (6.34) es

$$\begin{aligned}
 & (K)_{B' B M i} u_B^+ \left( g_A(0) \vec{c} + \frac{d_A(0)}{2 \sqrt{m_{B'} m_B}} (\vec{\sigma} \cdot \hat{q}) \hat{q} \right) \frac{\lambda^i}{2} u_{B'} = \\
 & = \lim_{q \rightarrow 0} \int d^3 r e^{i \vec{q} \cdot \vec{r}} \langle B | \vec{A}^i(\vec{r}) | B' \rangle_{\text{vac}}
 \end{aligned}
 \tag{7.34}$$

donde  $\vec{A}^i$  es la corriente axial

$$\vec{A}^i = \bar{q} \vec{\gamma} \gamma_5 \frac{\lambda^i}{2} q \Theta_{\text{in}} - f_{\pi} \vec{\nabla} n^i \Theta_{\text{ext}}
 \tag{7.35}$$

en términos de campos quarks y mesónicos dados por -- nuestro modelo.

En el cálculo del segundo miembro de (7.34), hemos de subrayar que debido a que la masa del pion es diferente de cero, el límite es intercambiable por la integral, pues la posible contribución a la integral -- proveniente del polo  $q^2 = 0$  en el caso sin masa (que no se tendría en cuenta si pusiéramos  $q=0$  desde el princi

pio) no se tiene ahora.

Los resultados del cálculo aparecen en la Tabla VII (pg.137), habiéndose usado la notación

$$g_A^{B'BM^i} \equiv g_A(k)_{B'BM^i}$$

y la relación (7.6k), con las masas mesónicas usuales. También se presenta la variación con el tamaño del saco de la constante de acoplamiento vector-axial para el nucleón. Esta variación es muy pequeña, siendo casi independiente del radio del saco. Subrayemos por último que  $g_A$  depende explícitamente sobre las masas mesónicas (debido a que dichas masas aparecen en la expresión del campo mesónico). Más concretamente, la expresión para  $g_A^{NN\pi}$  es

$$\begin{aligned}
 g_A^{NN\pi} &= \left( g_A^{NN\pi} \right)_q + \left( g_A^{NN\pi} \right)_n = \sum_{\alpha} N_{\alpha}^2 \int_0^R dr r^2 \left[ j_0^2(p_{\alpha} r) - \right. \\
 &\left. - \frac{1}{3} \Omega_{\alpha}^2 j_1^2(p_{\alpha} r) \right] \langle N | \sigma_3(\alpha) \lambda_3(\alpha) | N \rangle + \frac{2(1+m_n R)}{3R \left( \frac{2}{R} + 2m_n + m_n^2 R \right)} \\
 &\frac{(w_u^2 R^2 - m_u^2 R^2)}{[2w_u R(w_u R - 1) + m_u R]} \langle N | \sum_{\alpha} \sigma_3(\alpha) \lambda_3(\alpha) | N \rangle = \\
 &= \frac{5(2w_u^2 R^2 + 2(w_u R)(m_u R) - 3m_u R)}{9(2w_u^2 R^2 - 2w_u R + m_u R)} + \frac{10(p_u^2 R^2)(1+m_n R)}{9[2w_u R(w_u R - 1) + m_u R][2 + 2m_n R + m_n^2 R]} \\
 &\left( j_1 = \frac{p_{\alpha}}{w_{\alpha} + m} \right) \tag{7.36}
 \end{aligned}$$

d) La relación de Goldberger-Treiman.

Para quarks y mesones sin masa, nuestro modelo

da lugar a relaciones entre las constantes de acoplamiento débil y fuerte. Si en (7.36), tomamos  $m_u = 0$ , --  $m_n = 0$ , obtenemos (usando también (7.33) )

$$\frac{g_A^{NN\pi}}{f_\pi} = \frac{5}{6} \frac{w_u R}{f_\pi (w_u R - 1)} = \frac{g_{NN\pi}}{M_N} \quad (7.37)$$

que es la relación de Goldberger-Treiman.  $M_N = M_B$  representa la masa de los bariones del octete antes de la rotura. En forma más general, podemos escribir

$$\frac{g_{B'BM^i}}{M_B} = \frac{g_A^{B'BM^i}}{f_\pi} \quad (7.38)$$

Una vez se rompe la simetría mediante la introducción de las masas, podemos estudiar las desviaciones de la relación de Goldberger-Treiman exacta. En el caso del nucleón y utilizando (7.33) y (7.36) se tiene

$$\frac{g_A^{NN\pi} M_N}{g_{NN\pi} f_\pi} = \frac{2 w_u^2 R^2 + 2(w_u R)(m_u R) - 3 m_u R}{3 p_u^2 R^2} + \frac{2(1 + m_n R)}{3 [1 + (1 + m_n R)^2]} \quad (7.39)$$

En la Tabla VIII (pg.138) se presentan resultados de dos tipos, unos fijando la masa de los mesones y tomando como masa para los quarks la dada por (7.6k) y otros fijando las masas independientemente. Se observa que -

el segundo tipo se acerca más a los resultados experimentales, es decir, la relación existente entre las masas, hace que las masas de los quarks sean tales que -- tiendan a compensar la desviación introducida por el -- término piónico. A pesar de esto y aunque por el momento no se sabe bien cómo QCD podría generar estas relaciones de masas, creemos que dichas relaciones entre -- los constituyentes fundamentales y los mesones deben -- existir. No olvidemos por otra parte, que se han utilizado aproximaciones en el cálculo, como la fijación de la forma del hadrón independientemente de la emisión -- del mesón, y que quizás un tratamiento adecuado de la dinámica de la superficie, modificaría significativa-- mente los resultados.

T A B L A V I I

Relaciones entre constantes de acoplamiento vector-axial

	$\frac{g_A^{BB'M}}{g_A^{NN\pi}}$				
	R (fm)				
BB' M	.50	.75	1.00	SU(6)	
$\Sigma\Sigma\pi$	.800	.800	.800	.800	
$\Sigma\Lambda\pi$	.693	.693	.693	.693	
$\Xi\Xi\pi$	-.200	-.200	-.200	-.200	
$N\Sigma K$	.185	.181	.180	.200	
$\Xi\Sigma K$	-.927	-.905	-.898	-1.000	
$\Lambda NK$	-.963	-.941	-.933	-1.039	
$\Xi\Lambda K$	.321	.313	.311	.436	
					EXP
$g_A^{NN\pi}$	1.607	1.583	1.559	---	1.260 0.012

T A B L A V I I I

Relación de Goldberger-Treiman

Utilizando la relación de masas entre quarks y mesones

R (fm)

	.50	.75	1.00	EXP
$\frac{g_{NN\pi} f_{\pi}^*}{M_N g_A^{NN\pi}}$	1.002	1.001	0.996	1.075
$\frac{g_{\Lambda NK} f_{\pi}^{**}}{\sqrt{M_{\Lambda} M_N} g_A^{\Lambda NK}}$	0.965	0.892	0.807	----

\* Idénticos resultados para  $\Sigma\Sigma\pi$ ,  $\Lambda\Sigma\pi$  y  $\Xi\Sigma\pi$ .

\*\* Idéntico resultado para  $\Sigma NK$ .

$\frac{g_{NN\pi} f_{\pi}^{***}}{M_N g_A^{NN\pi}}$	1.014	1.028	1.042	1.075
---	-------	-------	-------	-------

\*\*\* No se ha utilizado relación entre las masas,  $m_u = m_d = 5 \text{ Mev}$ .

## VII.6 Conclusiones.

Se ha definido un modelo de saco invariante bajo simetría quiral  $SU(3) \times SU(3)$ , tal que la simetría está espontáneamente rota a  $SU(3)$ . A continuación, se ha roto explícitamente la simetría mediante la introducción en el lagrangiano de términos de masa de quarks y mesones, pasando de la simetría  $SU(3)$  a la simetría  $SU(2)$  más aproximada a la realidad. En principio, los parámetros de rotura  $m_u$ ,  $m_s$ ,  $m_n$ ,  $m_k$ , etc. son independientes. Sin embargo, si creemos en una teoría fundamental de las interacciones fuertes con sólo quarks y gluones, debería existir una relación entre las masas mesónicas y las de los quarks. Por otra parte, nuestro modelo permite incorporar de forma natural la hipótesis PCAC exigiendo en la superficie la igualdad de las divergencias de la corriente axial en el exterior y en el interior. Dado que conocemos a primer orden en  $\frac{1}{f_\pi}$  una solución de campo medio para el campo piónico, las relaciones entre masas buscadas surgen de forma inmediata. Así, las masas de pion y kaón son escritas en términos de  $m_u$  y  $m_s$ ; un poco más complicada es la relación para los mesones  $\eta$  y  $\eta'$  debido a la mezcla existente entre el octete y el singlete. La fórmula que relaciona las masas de los quarks con las de los mesones interpola entre  $m_{\text{mesón}}^2 \propto m_{\text{quark}}$ , para  $R \rightarrow 0$  y la relación lineal  $m_{\text{mesón}} \propto m_{\text{quark}}$ , para  $R \rightarrow \infty$ . La masa del quark u (d) varía entre 0 y  $m_n/2$  cuando  $R$  varía desde 0 hasta  $\infty$ . En la región de interés,  $0.5\text{fm} < R < 1.0\text{fm}$ ,  $m_u$  toma valores entre 10 y 20 Mev. En cuanto al quark extra-

ño, su masa varía entre 0 y  $m_k - m_n / 2$  y en la región de interés su valor varía entre 200 y 300 Mev. Los valores predichos reproducen pues los resultados tenidos mediante álgebra de corrientes.

El modelo ha sido aplicado al cálculo de correcciones a los momentos magnéticos del octete de bariones provenientes de la nube kaónica. Un resultado obtenido interesante, a nivel cualitativo, es que el radio del saco para los bariones  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ ,  $\Xi$  no puede ser mucho menor que el tamaño comúnmente aceptado de la escala hadrónica de 1fm. Esto contrasta con el nucleón, cuyo tamaño, en el esquema del saco pequeño, es 1/2 ó 1/3 del tamaño de la escala hadrónica. Por otra parte, este resultado justifica a posteriori el desarrollo perturbativo en potencias de  $\frac{1}{f_\pi}$  para el campo kaónico. En cuanto al campo piónico, aunque el mismo esquema de trabajo nos proporciona una contribución de la nube dependiente del radio del saco, hemos de ir con cuidado, pues para radios pequeños como el del nucleón donde se produce la corrección debida a la nube piónica, el desarrollo perturbativo carece de sentido. Sin embargo, podemos utilizar lo aprendido en el capítulo VI de que en el cálculo de momentos magnéticos se puede manejar un nucleón de radio grande. Esta idea es la utilizada por Brown, Rho y Vento para obtener la corrección producida por la nube piónica. Haciendo buenos sus resultados, hemos calculado la corrección a éstos producida por la nube kaónica. Cuantitativamente, esta corrección es, como esperábamos, prácticamente despreciable. Comentemos tam--

bién que esta corrección no modifica la discrepancia existente en el PCM ("pion cloud model" o modelo con nube piónica) entre el momento predicho para la  $\Sigma^-$  y el valor experimental.

Un último comentario sobre este punto hace referencia a la introducción ad hoc de contribuciones isoscales para ajustar los datos experimentales, que podrían ser generadas con un formalismo perturbativo como el desarrollado en el capítulo anterior.

También se ha desarrollado un formalismo para calcular constantes de acoplamiento mesón-barión y vector-axial. Al orden en que trabajamos, los valores absolutos obtenidos para las constantes son demasiado grandes. Sin embargo, en el límite de masas nulas, nuestro modelo reproduce los resultados dados por SU(6) para las relaciones entre las constantes de acoplamiento y una vez que se incorporan las masas, el modelo da básicamente las relaciones de SU(3) con rotura incluida, cuyos valores están próximos a los experimentales. La dependencia de estas relaciones con el tamaño hadrónico es muy pequeña para el intervalo de radios de interés. En cuanto al cálculo de las relaciones, hemos tomado el mismo radio para los diferentes bariones (si se tomaran radios diferentes, la modificación sería mínima).

Obtener buenos resultados para las relaciones entre constantes pero no para los valores absolutos de  $\epsilon_s$

tas, sugiere que cualquier mecanismo que corrija los valores absolutos no debe afectar significativamente a dichas relaciones.

En el límite de masas nulas, el modelo proporciona relaciones entre las constantes de acoplamiento mesón-barión y vector-axial que son una generalización inmediata de la relación de Goldberger-Treiman. Estas relaciones, son consecuencia de la simetría quiral de la teoría en el caso sin masa. Es más, nuestro cálculo explícito indica por qué se tienen estas relaciones. Basta recordar que  $g_A$  tiene una contribución de la superficie del infinito (proveniente de la integración de la contribución mesónica); que está relacionada con la intensidad del acoplamiento mesónico a los bariones (VE 80). Cuando se introducen masas, estas relaciones se modifican. A pesar de ello, no reproducimos los resultados experimentales. Más aún, son las relaciones entre las masas de los mesones y de los quarks las que alejan nuestros resultados de los experimentales, i.e., el mejor ajuste se obtiene fijando independientemente las masas de quarks y mesones. Las relaciones de masa tienden pues a restaurar el límite quiral.

Apéndice A. Ecuaciones de movimiento.

Las ecuaciones de movimiento están dadas en el capítulo VI en términos del lagrangiano. En el interior, - la densidad lagrangiana es la del modelo del MIT (sin - - gluones). En la superficie, se tiene la interacción dada por (7.4)

$$\mathcal{L}_s = \frac{1}{\sqrt{2} f_n} \left( \bar{q}_L M q_R + \bar{q}_R M^+ q_L \right) \delta_s$$

Desarrollemos esta expresión. Usando

$$q_R = \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) q$$

se tiene

$$\mathcal{L}_s = \frac{1}{\sqrt{2} f_n} \frac{1}{2} \bar{q} \left[ (M + M^+) + \gamma_5 (M - M^+) \right] q \delta_s$$

(7.4a)

A partir de (7.2)

$$M = \frac{f_n}{\sqrt{2}} \exp \left( i \sum_j \frac{\pi_j \lambda_j}{f_n} \right) = \frac{f_n}{\sqrt{2}} \left( 1 + \sum_j \frac{i \pi_j \lambda_j}{f_n} + \sum_{i,j} \frac{(-)(\pi_i \lambda_i)(\pi_j \lambda_j)}{2 f_n^2} + \dots \right)$$

con lo que

$$\mathcal{L}_S = \frac{1}{2} \bar{\eta} \left[ 1 + \sum_j \frac{i \pi_j \lambda_j}{f_n} \gamma_5 - \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{\pi_i \lambda_i \pi_j \lambda_j}{f_n^2} + \dots \right] \quad (7.4b)$$

En el exterior, la densidad lagrangiana está dada por (7.1)

$$\mathcal{L}_{ext} = \frac{1}{2} \text{Tr} [\partial_\mu M \partial^\mu M^+]$$

Desarrollemos esta expresión. Usando (7.2)

$$\begin{aligned} (\partial_\mu M)(\partial^\mu M^+) &= \frac{f_n^2}{2} \left( \partial_\mu e^{i \sum_k \frac{\pi_k \lambda_k}{f_n}} \right) \left( \partial^\mu e^{-i \sum_j \frac{\pi_j \lambda_j}{f_n}} \right) = \\ &= \frac{f_n^2}{2} \left[ \partial_\mu \left( 1 + i \sum_k \frac{\pi_k \lambda_k}{f_n} - \sum_{k,\ell} \frac{\pi_k \lambda_k \pi_\ell \lambda_\ell}{2 f_n^2} + \dots \right) \partial^\mu \left( 1 - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - i \sum_j \frac{\pi_j \lambda_j}{f_n} - \sum_{m,j} \frac{\pi_m \lambda_m \pi_j \lambda_j}{2 f_n^2} \right) \right] = \frac{1}{2} \sum_{k,j} (\partial_\mu \pi_k)(\partial^\mu \pi_j) \lambda_k \lambda_j - \\ &\quad - \frac{i}{4n} \sum_{k,j,m} \left[ (\partial_\mu \pi_k) \pi_m \partial^\mu \pi_j + (\partial_\mu \pi_k)(\partial^\mu \pi_m) \pi_j - \pi_k (\partial_\mu \pi_m) \right. \\ &\quad \left. (\partial^\mu \pi_j) - (\partial_\mu \pi_k) \pi_m (\partial^\mu \pi_j) \right] \lambda_k \lambda_m \lambda_j + \frac{1}{8 f_n^2} \sum_{k,\ell,m,j} \left[ \pi_k (\partial_\mu \pi_\ell) \right. \\ &\quad \left. \pi_m \partial^\mu \pi_j + (\partial_\mu \pi_k) \pi_\ell \pi_m \partial^\mu \pi_j + \pi_k (\partial_\mu \pi_\ell)(\partial^\mu \pi_m) \pi_j + (\partial_\mu \pi_k) \pi_\ell (\partial^\mu \pi_m) \pi_j \right] \\ &\quad \cdot \lambda_k \lambda_\ell \lambda_m \lambda_j \end{aligned}$$

Utilizando ahora

$$\text{Tr}(\lambda_k \lambda_j) = 2 \delta_{kj}$$

$$\text{Tr}(\lambda_k \lambda_m \lambda_j) = 2 (\delta^{kmj} + i f^{kmj})$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\lambda_k \lambda_l \lambda_m \lambda_j) &= \frac{4}{3} \delta^{kle} \delta^{mjl} + \sum_n 2 d^{ken} d^{mjn} + \\ &+ \sum_n 2 i f^{ken} d^{mjn} + \sum_n 2 i d^{ken} f^{mjn} - \sum_n f^{ken} f^{mjn} \end{aligned}$$

se obtiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{ext}} &= \frac{1}{2} \sum_k (\partial_\mu \pi_k)(\partial^\mu \pi_k) + \frac{1}{3 f_n^2} \sum_{k,j} \pi_k (\partial_\mu \pi^k) \pi_j (\partial^\mu \pi_j) + \\ &+ \frac{1}{2 f_n^2} \sum_{\substack{nkl \\ j^m}} d^{nkl} d^{n^m j} \pi_k (\partial_\mu \pi_l) \pi_m \partial^\mu \pi_j + \dots \end{aligned} \quad (7.1a)$$

con lo que las ecs. de movimiento son

$$i \gamma^\mu \partial_\mu \varphi = 0 \quad \text{en el interior (A1a)}$$

$$i n \gamma \varphi = \left( 1 + i \sum_j \frac{\pi_j \lambda_j}{f_n} \gamma_5 - \frac{1}{2} \sum_{k,j} \frac{\pi_k \lambda_k \pi_j \lambda_j}{f_n^2} + \dots \right) \varphi$$

$$\text{en la superficie} \quad (\text{A1b})$$

$$n_\mu \left( \partial^\mu n_i + \frac{n_i}{f_n^2} \left[ \frac{2}{3} \sum_j n_j \partial^\mu n_j + \sum_{\substack{n_k \\ m_j}} d^{nki} d^{nmj} n_k n_m \partial^\mu n_j + \dots \right] + \dots \right) = \frac{1}{2f_n} \bar{q} \left( i \lambda_i \gamma_5 + \sum_j \frac{n_j \lambda_i \lambda_j}{2} + \dots \right) q$$

en la superficie (A1c)

$$\partial_\mu \partial^\mu n_i + \frac{1}{f_n^2} \left[ n_i \sum_j \left( \frac{2}{3} \partial_\mu n_j \right) (\partial^\mu n_j) + \frac{2}{3} n_j \partial_\mu \partial^\mu n_j \right] + \sum_{\substack{n_k \\ m_j}} d^{nki} d^{nmj} n_k \left( \partial_\mu n_m \partial^\mu n_j + n_m \partial_\mu \partial^\mu n_j \right) + \dots = 0$$

en el exterior (A1d)

Apéndice B. Desarrollo de la contribución mesónica al momento magnético.

A partir de (7.13), se tiene

$$\begin{aligned}
 (\mu_K)_{\text{mesónica}} = \frac{1}{2} \int d^3r \epsilon_{kij} r^i [ & (\partial^j n^1) n^2 - (\partial^j n^2) n^1 + \\
 & + (\partial^j n^4) n^5 - (\partial^j n^5) n^4 ] \quad (B1)
 \end{aligned}$$

Usando

$$\partial^j n(r) = \frac{\partial n(r)}{\partial r} \frac{r^j}{r}$$

$$\partial^j (\vec{\sigma} \cdot \hat{r}) = \frac{1}{r} \sigma^l [ \delta^{lj} - \hat{r}^l \hat{r}^j ]$$

y sustituyendo en (B1), calculemos por ej., la contribución piónica que es

$$(\mu_K)_{\text{piónica}} = \frac{1}{2} \int d^3r \epsilon_{kij} r^i \sum_{\alpha, \beta} \left\{ \frac{\partial n(r)}{\partial r} \frac{r^j}{r} (\vec{\sigma}(\alpha) \cdot \hat{r}) \cdot n(r) \right.$$

$$(\vec{\sigma}(\beta) \cdot \hat{r}) (\lambda_1(\alpha) \lambda_2(\beta) - \lambda_2(\alpha) \lambda_1(\beta)) + n^2(r) \frac{1}{r} [ \delta^{lj} - \hat{r}^l \hat{r}^j ]$$

$$\left. \sigma^l(\alpha) (\vec{\sigma}(\beta) \cdot \hat{r}) (\lambda_1(\alpha) \lambda_2(\beta) - \lambda_2(\alpha) \lambda_1(\beta)) \right\}$$

(B1a)

Teniendo en cuenta que  $\epsilon_{kij} r^i r^j = 0$ , por ser la contracción de un tensor antisimétrico con uno simétrico, nos queda

$$(\mu_k)_{\text{piónico}} = \frac{1}{2} \int d^3r \epsilon_{kij} \frac{n^2(r)}{r} \sum_{\alpha\beta} r^i c^j(\alpha) (\vec{c}(\beta) \cdot \hat{r}) \cdot [\lambda_1(\alpha) \lambda_2(\beta) - \lambda_2(\alpha) \lambda_1(\beta)] \quad (\text{B1b})$$

Usando

$$\int d\Omega \hat{r}^i \hat{r}^m = \frac{4\pi}{3} \delta^{im}$$

podemos escribir

$$(\mu_k)_{\text{piónico}} = -\frac{2\pi}{3} \int d^3r r^2 n^2(r) \sum_{\alpha\beta} (\vec{c}(\alpha) \wedge \vec{c}(\beta))_k [\lambda_1(\alpha) \lambda_2(\beta) - \lambda_2(\alpha) \lambda_1(\beta)] \quad (\text{B1c})$$

Análogamente para la contribución kaónica.

Teniendo en cuenta las expresiones anteriores y la función de onda simetrizada para  $\Lambda$  en términos de quarks (KK 69), dada por

$$|\Lambda\rangle = \frac{1}{\sqrt{12}} \left[ |u\uparrow d\downarrow s\uparrow\rangle + |d\downarrow u\uparrow s\uparrow\rangle + |s\uparrow d\downarrow u\uparrow\rangle + |d\downarrow s\uparrow u\uparrow\rangle + |u\uparrow s\uparrow d\downarrow\rangle + |s\uparrow u\uparrow d\downarrow\rangle - |u\downarrow d\uparrow s\uparrow\rangle - |d\uparrow u\downarrow s\uparrow\rangle - |s\uparrow d\uparrow u\downarrow\rangle - |d\uparrow s\uparrow u\downarrow\rangle - |u\downarrow s\uparrow d\uparrow\rangle - |s\uparrow u\downarrow d\uparrow\rangle \right] \quad (\text{B2})$$

completamente simétrica bajo el intercambio de sabor y --  
 spín, podemos escribir el elemento de matriz  $\langle \Lambda | \hat{\mu}_{(2)} | \Lambda \rangle$ .  
 Usando (B1c),  $\hat{\mu}_{(2)}$  queda escrito

$$-\frac{1}{4} \sum_{\alpha \neq \beta} [\vec{\sigma}(\alpha) \wedge \vec{\sigma}(\beta)]^{(3)} \left\{ \epsilon_n [\lambda_1(\alpha) \lambda_2(\beta) - \lambda_2(\alpha) \lambda_1(\beta)] + \epsilon_\kappa \right. \\ \left. [\lambda_4(\alpha) \lambda_5(\beta) - \lambda_5(\alpha) \lambda_4(\beta)] \right\} \quad (B3)$$

Utilizando

$$[\vec{\sigma}(\alpha) \wedge \vec{\sigma}(\beta)]^{(3)} = \sigma_1(\alpha) \sigma_2(\beta) - \sigma_2(\alpha) \sigma_1(\beta)$$

vemos que  $\hat{\mu}_{(2)}$  es completamente simétrico bajo el intercam-  
 bio de  $\alpha$  y  $\beta$  por lo cual podemos escribir

$$\langle \Lambda | \hat{\mu}_{(2)} | \Lambda \rangle = -\frac{1}{4} \langle \Lambda | 6 [\sigma_1(1) \sigma_2(2) - \sigma_2(1) \sigma_1(2)] (\epsilon_n [\lambda_1(1) \lambda_2(2) - \\ - \lambda_2(1) \lambda_1(2)] + \epsilon_\kappa [\lambda_4(1) \lambda_5(2) - \lambda_5(1) \lambda_4(2)]) | \Lambda \rangle \quad (B3a)$$

1 y 2 como argumentos de las  $\sigma$ 's y  $\lambda$ 's designan una pa-  
 reja de quarks (igual podría haberse tomado 1 y 3 por ej.)  
 El cálculo del elemento de matriz es ahora inmediato dan-  
 do

$$\langle \Lambda | \hat{\mu}_{(2)} | \Lambda \rangle = -\epsilon_\kappa$$

(B4)

Apéndice C. Cálculo de constantes de acoplamiento.

El punto de partida es (7.31)

$$\langle (B_{n^i})_{out} | B'_{in} \rangle = i \int dt d^3r \langle B_{out} | J_{n^i} | B'_{in} \rangle f_q^*(\vec{r}, t)$$

No nos preocuparemos de la parte temporal, pues hemos de comparar (7.31) con (7.29) y en ambos casos la integral temporal nos da la  $\delta$  de conservación de la energía. Notemos, sin embargo, que aunque en (7.31) obtendremos también la  $\delta$  de conservación de trimomento, en (7.29) y debido a que consideramos las funciones de onda bariónicas en la aproximación de no retroceso (fijación del sistema al centro del saco), no tenemos invariancia bajo traslaciones espaciales, ni por tanto, conservación del trimomento.

$J_{n^i}$  es una combinación de términos de la forma  $\bar{\Psi}_A i\gamma_5 \Psi_B$ , donde A y B denotan dos bariones; más concretamente

$$J_{n^i} = g(k)_{ABn^i} \bar{\Psi}_A i\gamma_5 \Psi_B$$

(C1)

donde  $(k)_{ABn^i} = \alpha d_{iAB} - (1-\alpha) f_{iAB}$  siendo  $d_{iAB}$  y  $f_{iAB}$  las constantes de SU(3) (GA 66).

Las funciones de onda  $\Psi_A, \Psi_B$  (naturalmente

estas funciones van acompañadas de sus correspondientes - operadores de creación y destrucción, que omitimos aunque de hecho los utilizamos) son

$$\Psi = \sqrt{\frac{m+E}{2E}} \begin{pmatrix} u \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} u \end{pmatrix} \frac{e^{i\vec{p} \cdot \vec{r}}}{(2\pi)^{3/2}}$$

(C2)

Esta función de onda difiere de la usual en la normalización, donde se ha introducido el factor extra  $\frac{1}{\sqrt{2E}}$  debido a la diferente normalización de las funciones de onda usuales y las del saco (JA 75).

Con esto, podemos ya calcular la parte espacial resultando

$$\int d^3 r \frac{e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}}}{(2\pi)^{3/2}} \langle B_{out} | J_{ni} | B'_{in} \rangle = g(k)_{BB'ni} \int d^3 r \frac{e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}}}{(2\pi)^{3/2}} \sqrt{\frac{m_B + E_B}{2E_B}} \sqrt{\frac{m_{B'} + E_{B'}}{2E_{B'}}} \frac{e^{-i\vec{p}_B \cdot \vec{r}} e^{i\vec{p}_{B'} \cdot \vec{r}}}{(2\pi)^3} u_B^+ \left( \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_{B'}}{E_{B'} + m_{B'}} - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_B}{E_B + m_B} \right) u_{B'} \quad (C3)$$

Como ya hemos dicho, obtenemos la  $\delta$  de conservación del - trimomento

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3r e^{-i(\vec{q} + \vec{p}_B - \vec{p}_{B'}) \cdot \vec{r}} = \delta(\vec{q} + \vec{p}_B - \vec{p}_{B'})$$

Para poder comparar (7.31) con (7.29) consideraremos el caso  $\vec{q} \rightarrow 0$ ; en este caso, evidentemente  $\vec{p}_B \rightarrow \vec{p}_{B'}$  y no hay retroceso bariónico. Supondremos además que  $|p_B| \ll m_B$  ( $E_B \simeq m_B$ ), i.e., el trimomento bariónico es despreciable frente a la masa. En estas condiciones, (C3) se escribe

$$\begin{aligned} & \frac{g(k)_{B'B'n_i}}{(2\pi)^{3/2}} i \left\{ u_B^+ \vec{\sigma} \cdot \vec{p}_B \left[ \frac{1}{E_{B'} + m_{B'}} - \frac{1}{E_B + m_B} \right] u_{B'} + u_B^+ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}}{E_{B'} + m_{B'}} u_{B'} \right\} \simeq \\ & \simeq \frac{g(k)_{B'B'n_i}}{(2\pi)^{3/2}} i \left( u_B^+ \vec{\sigma} \cdot \vec{p}_B \frac{(m_B - m_{B'})}{2m_B m_{B'}} u_{B'} + u_B^+ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}}{2m_{B'}} u_{B'} \right) = \\ & = \frac{g(k)_{B'B'n_i}}{(2\pi)^{3/2}} i u_B^+ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{t}}{2m_B m_{B'}} u_{B'} \quad (C3A) \end{aligned}$$

siendo  $\vec{t} \equiv \vec{p}_B (m_B - m_{B'}) + \vec{q} \cdot m_B$ . Si  $m_B = m_{B'}$ , entonces  $\vec{t} = \vec{q} \cdot m_B$  y tomando el eje z paralelo a  $\vec{q}$  nos queda

$$\frac{g(k)_{B'B'n_i}}{(2\pi)^{3/2}} i u_B^+ \frac{\sigma_3 q}{2m_{B'}} u_{B'} \quad (C4)$$

(Si  $m_B \neq m_{B'}$  y nos encontramos en el sistema en el cual  $\vec{p}_B = 0$  llegamos exactamente a la misma expresión).

Esta expresión ha de ser comparada con la correspondiente a (7.29) que es

$$\lim_{q \rightarrow 0} \int dS \langle B_{out} | \sum_{a,b} \frac{i}{2f_n} \bar{q}_a \gamma_5 (\lambda^i)_{ab} q_b | B'_{in} \rangle$$

con

$$\psi_n(\vec{r}) = \left( 4\pi \sum_{\lambda=0}^{\infty} \sum_{m=-\lambda}^{+\lambda} i^{\ell} Y_{\ell}(\hat{q}r) Y_{\ell m}^*(\hat{q}) Y_{\ell m}(\hat{r}) \right) \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}$$

Para  $q_{a,b}$  utilizamos las funciones de onda del MIT dadas en el capítulo III. Con esto, la integración es inmediata y quedándonos al orden más bajo en  $q$  (puesto que tenemos  $\lim_{q \rightarrow 0}$ ) obtenemos

$$\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{a,b,\alpha} \frac{i}{2f_n} R^3 N_a N_b j_0(p_a R) j_0(p_b R) q \langle B | \sigma^3(\alpha) \lambda_{ab}^i(\alpha) | B' \rangle \quad (C5)$$

donde  $\langle B | \sigma^3 \lambda^i | B' \rangle$  indica el elemento de matriz de spin-sabor y  $\alpha$  suma para los diferentes quarks.

Comparando (C4) con (C5) obtenemos

$$\frac{g(k)_{B B' n i}}{2 m_{B'}} u_B^+ \sigma_3 u_{B'} = \frac{R^3}{2f_n} \sum_{\alpha a b} N_a N_b j_0(p_a R) j_0(p_b R) \cdot \langle B | \sigma^3(\alpha) \lambda_{ab}^i(\alpha) | B' \rangle \quad (C6)$$

(En el caso  $m_B \neq m_{B'}$ , la misma expresión con  $\sqrt{m_B m_{B'}}$  en lugar de  $m_{B'}$  será utilizada).

CAPITULO VIII. DESINTEGRACIONES NO LEPTONICAS  
DE HIPERONES.

VIII.1 Introducción.

Los éxitos obtenidos en los últimos años por la teoría electrodébil de Weinberg-Salam (GL 61, WE 67, SA - 68) y por la Cromodinámica Cuántica como teoría fuerte, - han reavivado el interés por el estudio de los procesos - débiles no leptónicos en los cuales intervienen ambos tipos de interacciones. Los datos experimentales existentes conducen a reglas de selección fenomenológicas (GA 77), - que podemos resumir en la ausencia de procesos con cambio de extrañeza mayor o igual que dos ( $|\Delta S| \leq 2$ ) y en la regla de isospín  $\Delta I = \frac{1}{2}$ . Estas reglas no son entendidas -- completamente desde el punto de vista teórico. La descripción de este tipo de procesos se hace a partir de la matriz de transición M. Para el proceso de desintegración - de hiperones ( $\Delta S = 1$ ) que nos ocupará más adelante,  $B' \rightarrow B\pi$  ( $B'$ :hiperón, B:barión), la matriz de transición es (GA 77)

$$M = S + P (\vec{\sigma} \cdot \hat{q}) \quad (8,1)$$

donde S y P son las amplitudes violando paridad y conservando paridad respectivamente.  $\hat{q}$  es un vector unitario a lo largo de la dirección del barión en el sistema en reposo del hiperón. Los observables de interés son los parámetros de asimetría, definidos en función de las amplitudes

S y P por

$$\alpha = \frac{2 \operatorname{Re}(S^* P)}{|S|^2 + |P|^2} \quad (8.2a)$$

$$\beta = \frac{2 \operatorname{Im}(S^* P)}{|S|^2 + |P|^2} \quad (8.2b)$$

$$\gamma = \frac{|S|^2 - |P|^2}{|S|^2 + |P|^2} \quad (8.2c)$$

y la distribución angular del barión dada por

$$I = 1 + \alpha \vec{P}_{B'} \cdot \hat{q} \quad (8.2d)$$

siendo  $\vec{P}_{B'} = \langle B' | \vec{\sigma} | B' \rangle$  la polarización del hiperón.

Invariancia bajo inversión temporal implica que si no hay interacción de estados finales, las amplitudes S y P son reales. Este es el caso para las desintegraciones de la  $\Lambda$ , donde los datos experimentales muestran que apenas hay interacción de estados finales.

Otro observable interesante para este tipo de procesos es el ritmo de desintegración definido por

$$\Gamma_{B' B \pi} = \frac{(2\pi)^4}{2E_{B'}} \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 2E_B} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2E_\pi} \delta^{(4)}(P_{B'} - P_B - K) \cdot \left| (\chi_{B'}^+)_{\alpha} (\vec{S} + \vec{P} \cdot \vec{\sigma} \cdot \hat{q}) (\chi_{B'}^-)_{\beta} \right|^2 \quad (8.3)$$

$\sum_{\alpha, \beta}$  indica suma sobre polarizaciones iniciales y finales.

$k$  designa el momento del pion.  $\tilde{S}$  y  $\tilde{P}$  son los operadores -  
cuyos elementos de matriz son las amplitudes  $S$  y  $P$ .

El tratamiento teórico común de estos procesos ha tenido como punto de partida el lagrangiano de la teoría standard electrodébil de Weinberg-Salam. A partir de él, se obtiene el lagrangiano efectivo calculando correcciones en QCD mediante métodos del grupo de renormalización, usando la técnica de desarrollo en producto de operadores ("Operator Product Expansion"). La suma de estas correcciones da lugar a un realce de la parte  $\Delta I=1/2$  y de la parte octete de  $SU(3)$ , con la consiguiente supresión de la parte  $\Delta I=3/2$  y de la parte 27-plete de  $SU(3)$  (GL 74, AM 74). Una vez obtenido el lagrangiano efectivo se calculan las amplitudes utilizando álgebra de corrientes y PCAC, en particular teoremas de piones suaves que relacionan procesos que difieren en un pion. La estructura hadrónica es tenida en cuenta utilizando modelos de quarks entre ellos el modelo del saco (DP 80). Como consecuencia de que los hadrones son singletes de color, los elementos de matriz barión-barión de la parte  $\Delta I=3/2$  de hamiltonia no débil construido a partir de corrientes levóginas se anulan. Este es precisamente el enunciado del teorema de Pati-Woo (PW 71).

Mediante este esquema de trabajo, Donoghue et al (DH 75, DP 80) han calculado las amplitudes y asimetrías para varios procesos. Sus resultados pueden resumirse diciendo que las amplitudes violando paridad obedecen la regla  $\Delta I = \frac{1}{2}$  y poseen la estructura adecuada de SU(3). Las amplitudes conservando paridad son calculadas usando un modelo de polos bariónicos y kaónicos. La regla  $\Delta I = \frac{1}{2}$  también se satisface. Sin embargo, la estructura de SU(3) no es la adecuada. Estos autores consideran que la dominancia de la parte  $\Delta I = \frac{1}{2}$  sobre la parte  $\Delta I = \frac{3}{2}$ , podría venir de un efecto combinado de correcciones radiativas en QCD y de la evaluación de elementos de matriz con un modelo quark.

Otros autores han obtenido resultados similares (GT 79, TT 81, TT+81).

Desarrollamos a continuación un modelo para desintegraciones no leptónicas de hiperones basado en consideraciones diferentes a las anteriores. Partiendo de que la interacción débil de los hadrones difiere de la interacción básica de los quarks por el comportamiento a grandes

distancias de la interacción fuerte, necesitamos una descripción de QCD a baja energía. Tal descripción nos viene proporcionada por el modelo del saco quirál. A este esquema fuerte incorporamos la interacción débil. Esto es fácilmente realizado si tenemos en cuenta que dentro de la teoría electro-débil de Weinberg-Salam tenemos una descripción clara para acoplar los constituyentes a los bosones de gauge a través del requerimiento de invariancia -- gauge local. De esta manera, incorporamos automáticamente, no sólo el comportamiento a grandes distancias de la función de onda sino también la dinámica débil inducida por las interacciones fuertes.

Antes de desarrollar formalmente estas ideas, hagamos un último comentario. Este refiere al hecho de -- que en nuestro esquema las correcciones gluónicas son tratadas perturbativamente. En principio, no serán consideradas frente a las contribuciones provenientes del acoplamiento quark-mesón. Más tarde habrá que introducir diferencias de masas bariónicas como denominadores de energía correspondientes a polos bariónicos, que darán cuenta en parte de estas correcciones.

## VII.2 El modelo. Dobletes mesónicos.

Partiendo de la densidad lagrangiana del saco - quirál  $SU(3) \times SU(3)$ , incorporamos los bosones débiles acoplándolos a quarks y mesones, de tal manera que se mantiene la invariancia gauge local. Para ello, necesitamos

conocer las propiedades de transformación de los constituyentes bajo el grupo electro-débil  $SU(2)_L \times U(1)$ . Para los quarks definimos los multipletes en la forma usual (BP 81) con el ángulo de Cabibbo como un dato ( $\sin \theta_c = 0.230 \pm 0.003$ ) Ya que consideraremos tres quarks, el doblete levógiro será

$$B_L(x) = \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \begin{pmatrix} u(x) \\ \cos \theta_c d(x) + \sin \theta_c s(x) \end{pmatrix} \quad (8.4)$$

En cuanto a los mesones, supondremos que los dobletes de  $SU(2)_L$ , débil son los mismos dobletes de  $SU(2)_L$ , fuerte. Si recordamos las expresiones de los conmutadores (4.27a) -(4.27d), observamos que las columnas de  $M^{\alpha}_{\beta} = (M^+)_{\alpha\beta}$  constituyen tripletes de  $SU(3)_L$  ( $M^+$  se transforma como la representación  $(\bar{3}, 3)$ ). Análogamente se puede razonar con las filas de  $M^{\alpha}_{\beta} = (M^-)_{\alpha\beta}$ . El paso a la forma no lineal se puede realizar considerando que de los mesones escalares, sólo  $\sigma_0$  tiene un valor esperado en el vacío diferente de cero (AD 68), tal que  $\sqrt{\frac{2}{3}} \langle \sigma_0 \rangle = f_{\pi}$ . Nosotros lo tomaremos así desde el principio, olvidándonos de los mesones escalares.

Teniendo además en cuenta la relación con los campos físicos

$$\eta^+ = \frac{\eta_1 - i\eta_2}{\sqrt{2}}, \quad \eta^- = \frac{\eta_1 + i\eta_2}{\sqrt{2}}, \quad \eta^0 = \eta_3$$

$$k^+ = \frac{\pi_4 - i\pi_5}{\sqrt{2}}, \quad k^- = \frac{\pi_4 + i\pi_5}{\sqrt{2}}, \quad k^0 = \frac{\pi_6 - i\pi_7}{\sqrt{2}}, \quad \bar{k}^0 = \frac{\pi_6 + i\pi_7}{\sqrt{2}}$$

$$\eta_2 = \pi_0, \quad \eta_1 = \pi_8$$

(8.5)

podemos escribir

$$M^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} f_n - i\pi^0 - \frac{i}{\sqrt{3}} (\eta_1 + \sqrt{2} \eta_2) & -i\sqrt{2} \pi^+ & -i\sqrt{2} k^+ \\ -i\sqrt{2} \pi^- & f_n + i\pi^0 - \frac{i}{\sqrt{3}} (\eta_1 + \sqrt{2} \eta_2) & -i\sqrt{2} k^0 \\ -i\sqrt{2} k^- & -i\bar{k}^0 \sqrt{2} & f_n - \frac{i}{\sqrt{3}} (-2\eta_1 + \sqrt{2} \eta_2) \end{pmatrix}$$

(8.6)

Cada columna es un triplete de  $SU(3)_L$  y cada triplete contiene un doblete y un singlete. Habiendo construido los dobletes, nos queda por efectuar la rotación de Cabibbo sobre ellos obteniendo nuevos dobletes que se combinan -- con los de quarks de tal manera que el acoplamiento en la superficie quark-mesón es invariante. Si escribimos en -- forma simplificada

$$M = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$$

y  $q = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$ , tenemos

$$\begin{aligned} \bar{q}_L M^+ q_R &= (\bar{u}_L, \bar{d}_L) \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} u_R + (\bar{u}_L, \bar{d}_L) \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} b_R + \\ &+ (\bar{u}_L, \bar{d}_L) \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} s_R + \bar{s}_L a_3 u_R + \bar{s}_L b_3 b_R + \bar{s}_L c_3 s_R \end{aligned} \quad (8.7)$$

Si usamos

$$d'_L = d_L \cos \theta_c + s_L \operatorname{sen} \theta_c$$

$$s'_L = -d_L \operatorname{sen} \theta_c + s_L \cos \theta_c$$

hemos de redefinir

$$a'_2 = a_2 \cos \theta_c + a_3 \operatorname{sen} \theta_c$$

$$a'_3 = a_3 \cos \theta_c - a_2 \operatorname{sen} \theta_c$$

tal que

$$(\bar{u}_L, \bar{d}'_L) \begin{pmatrix} a_1 \\ a'_2 \end{pmatrix} u_R + \bar{s}'_L a'_3 u_R = (\bar{u}_L, \bar{d}_L) \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} u_R + \bar{s}_L a_3 u_R$$

(idem. con  $b_i$  y  $c_i$ ).

Por lo tanto, incluyendo la rotación de Cabibbo los dobletes mesónicos serán

$$M_1 = \begin{pmatrix} \frac{F_0 - i\eta^0}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{3}} \left( \eta_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_1 \right) \\ -i\eta^- \cos \theta_c - iK^- \operatorname{sen} \theta_c \end{pmatrix} \quad (8.8a)$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} -i\pi^+ \\ \left[ \frac{f_0 + i\pi^0}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{3}} \left( \eta_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_1 \right) \right] \cos \Theta_c - i\bar{k}^0 \sin \Theta_c \end{pmatrix} \quad (8.8b)$$

$$M_3 = \begin{pmatrix} -ik^+ \\ -ik^0 \cos \Theta_c + \left[ \frac{f_0}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{3}} \left( -\eta_1 + \sqrt{2} \eta_2 \right) \right] \sin \Theta_c \end{pmatrix} \quad (8.8c)$$

### VIII.3 Construcción del lagrangiano.

Una vez obtenidos los dobletes procedemos a la construcción del lagrangiano acoplado quarks y mesones a los bosones de gauge. Por ej., para un doblete cualquiera mesónico  $\chi$ , realizamos el acoplamiento mínimo (BP 81)

$$\mathcal{L}_{\text{ext}} = \left[ (\partial_\mu - ig \frac{\vec{z}}{2} \vec{w}_\mu) \chi \right]^\dagger \left[ (\partial^\mu + ig \frac{\vec{z}}{2} \vec{w}^\mu) \chi \right] \quad (8.9)$$

Sumando las contribuciones de los tres dobletes, obtenemos el lagrangiano en la zona exterior

$$\mathcal{L}_{\text{ext}} = \frac{1}{2} \left\{ (\partial_\mu \pi^+) \partial^\mu \pi^- + (\partial_\mu \pi^-) (\partial^\mu \pi^+) + (\partial_\mu \pi^0) \partial^\mu \pi^0 + \right. \\ \left. + (\partial_\mu k^-) \partial^\mu k^+ + (\partial_\mu k^+) \partial^\mu k^- + (\partial_\mu \bar{k}^0) \partial^\mu k^0 + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + (\partial_\mu k^0) \partial^\mu \bar{k}^0 + (\partial_\mu \eta_2) \partial^\mu \eta_2 + (\partial_\mu \eta_1) \partial^\mu \eta_1 + \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}} [W^\mu{}^+ C_\mu + C_\mu{}^+ W^\mu] \} \Theta_{ext}
\end{aligned}
\tag{8.10}$$

donde  $C_\mu$  es la corriente dada por

$$\begin{aligned}
C_\mu = & i \cos \theta_c \left( -\sqrt{2} [(\partial_\mu n^0) n^- + i (f_n + i n^0) \partial_\mu n^-] + \right. \\
& + k^- \partial_\mu k^0 - (\partial_\mu k^-) k^0 \left. - \right) \sin \theta_c \left( \bar{k}^0 \partial_\mu n^- - \right. \\
& - (\partial_\mu \bar{k}^0) n^- + \left. \left( \partial_\mu \left[ \frac{i n^0}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{3}{2}} \eta_1 \right] \right) k^- - (\partial_\mu k^-) \right. \\
& \left. \left. \left( \sqrt{2} f_n + \frac{i n^0}{\sqrt{2}} + i \sqrt{\frac{3}{2}} \eta_1 \right) \right) \right)
\end{aligned}
\tag{8.10a}$$

Notemos que la parte en  $\cos \theta_c$  no cambia extrañeza,  $\Delta S=0$  mientras que la parte en  $\sin \theta_c$  sí que la cambia  $\Delta S=1$ .

En la zona interior, los quarks se acoplan en - análoga forma resultando

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{int} = & i \bar{q} \frac{\overleftrightarrow{\partial}_\mu}{2} q + \frac{g}{2\sqrt{2}} \left( \bar{q} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \Lambda_c^+ q W^\mu(x) + \right. \\
& \left. + h.c. \right) \Theta_{in}
\end{aligned}
\tag{8.11}$$

donde 
$$\Lambda_c = \frac{\lambda_4 + i \lambda_5}{2} \cos \theta_c + \frac{\lambda_4 + i \lambda_5}{2} \sin \theta_c$$

Estamos ahora en condiciones de escribir las --  
 ecuaciones de movimiento. En el límite de gran masa para  
 el bosón intermedio ( $W_\mu W_\nu^+ \simeq - \frac{g_{\mu\nu}}{M_W^2}$ ), éstas son las que  
 resultarían de un lagrangiano efectivo de la forma (para  
 los términos de interacción ya que los términos libres no  
 son afectados)

$$\mathcal{L}_{\text{interacción}}^{\text{int.}} = - \frac{G}{\sqrt{2}} (J_\mu^+ (x) J^\mu + h.c.)$$

(8.12)

habiéndose usado

$$\frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8 M_W^2}$$

(8.12a)

y donde

$$J_\mu^+ = \bar{q} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \Lambda_c^+ q$$

(8.12b)

y

$$\mathcal{L}_{\text{ext}}^{\text{int.}} = - \frac{G}{\sqrt{2}} [c_\mu^+ e^\mu + h.c.]$$

(8.13)

Estudiaremos procesos con  $\Delta S=1$ . Por tanto, sólo nos interesará la pieza en  $\cos \theta_c \text{ sen } \theta_c$ . Así pues, el lagrangiano de interacción es

$$\mathcal{L}^{int} = \left[ \mathcal{L}_{interior}^{int} + \mathcal{L}_s^{int} + \mathcal{L}_{ext}^{int} \right]_{\Delta S=1} \quad (8.14)$$

donde

$$\left[ \mathcal{L}_{interior}^{int} \right]_{\Delta S=1} = \mathcal{L}_{cabibbo} = -\frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta_c \text{ sen } \theta_c \left[ \bar{q} \gamma^\mu (1-\gamma_5) \right. \\ \left. \frac{(\lambda_1 + i\lambda_2)}{2} q \bar{q} \gamma_\mu (1-\gamma_5) \frac{(\lambda_4 - i\lambda_5)}{2} q + h.c. \right] \quad (8.14a)$$

$$\left[ \mathcal{L}_s^{int} \right]_{\Delta S=1} = \frac{1}{2f_n} \bar{q} (f_n + i\gamma_5 \lambda^j \pi^j) q \quad (8.14b)$$

$$\left[ \mathcal{L}_{ext}^{int} \right]_{\Delta S=1} = -\frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta_c \text{ sen } \theta_c \left\{ i \left[ -\sqrt{2} (n^+ \partial_\mu \pi^0 - i \partial_\mu n^+) \right. \right. \\ \left. \left. (f_n - i\pi^0) \right) + (\partial_\mu \bar{k}^0) k^+ - \bar{k}^0 \partial_\mu k^+ \right] \left[ \bar{k}^0 \partial^\mu n^- - (\partial^\mu \bar{k}^0) n^- + \right. \\ \left. + (\partial^\mu \left( \frac{i\pi^0}{\sqrt{2}} + i\sqrt{\frac{3}{2}} \eta_1 \right)) k^- - (\partial^\mu k^-) \left( \sqrt{2} f_n + \frac{i\pi^0}{\sqrt{2}} + i\sqrt{\frac{3}{2}} \eta_1 \right) \right] + \\ \left. + h.c. \right\} \quad (8.14c)$$

VIII.4 Ecuaciones de movimiento.

Las ecuaciones de movimiento son inmediatamente derivables, teniéndose

$$i \gamma^\mu \partial_\mu \varphi = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta_c \operatorname{sen} \theta_c \left[ \bar{\varphi} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \left( \frac{\lambda_1 + i \lambda_2}{2} \right) \varphi \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \left( \frac{\lambda_4 - i \lambda_5}{2} \right) \varphi \right] \equiv J_{\text{int}}^\varphi$$

en el interior (8.15a)

$$i n^\mu \gamma_\mu \varphi = \frac{1}{f_n} (f_n + i \gamma_5 \lambda^j \pi^j) \varphi$$

en la superficie (8.15b)

$$\left( \partial_\mu (\partial^\mu n^-) - J_{\text{ext}}^n \right) \equiv \partial_\mu \left\{ \partial^\mu n^- - \frac{G}{\sqrt{2}} \operatorname{sen} \theta_c \cos \theta_c \cdot \right.$$

$$\left. i \left( i \left[ i \sqrt{2} (f_n - i \pi^0) \right] \left[ \bar{k}^0 \partial^\mu n^- - (\partial^\mu \bar{k}^0) n^- + \left( \partial^\mu \left( \frac{i \eta^0}{\sqrt{2}} + \right. \right. \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. \left. + i \sqrt{\frac{3}{2}} \eta_1 \right) \right] k^- - (\partial^\mu k^-) \left( \sqrt{2} f_n + \frac{i \eta^0}{\sqrt{2}} + i \sqrt{\frac{3}{2}} \eta_1 \right) \right\} +$$

$$+ k^0 (-i) \left[ -\sqrt{2} (\partial^\mu \pi^0) n^- + i (f_n + i \pi^0) \partial^\mu n^- + k^- \partial^\mu k^0 - \right.$$

$$\left. - (\partial^\mu k^-) k^0 \right] \left. \right\} = -\frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta_c \operatorname{sen} \theta_c \left\{ i (-\sqrt{2}) \partial_\mu \pi^0 \left[ \bar{k}^0 \partial^\mu n^- - \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& - (\partial^\mu \bar{k}^0) \pi^- + \left( \partial^\mu \left( \frac{i\pi^0}{\sqrt{2}} + i\sqrt{\frac{3}{2}} \eta_1 \right) \right) k^- - (\partial^\mu k^-) \left( \sqrt{2} f_\pi + \frac{i\pi^0}{\sqrt{2}} + \right. \\
& \left. + i\sqrt{\frac{3}{2}} \eta_1 \right) - (\partial^\mu k^0) (-i) \left[ -\sqrt{2} \left( (\partial_\mu \pi^0) \pi^- + i(f_\pi + i\pi^0) \partial_\mu \pi^- \right) + \right. \\
& \left. + k^- \partial_\mu k^0 - (\partial_\mu k^-) k^0 \right] \Big\} \equiv J_{ext}^\mu
\end{aligned}$$

en el exterior(8.15c)

La ecuación de contorno para el pión es

$$\begin{aligned}
m_\mu \left\{ \partial^\mu \pi^- - \frac{G}{\sqrt{2}} \sin \theta_c \cos \theta_c \left( i \left[ i\sqrt{2} (f_\pi + i\pi^0) \right] \left[ \bar{k}^0 \partial^\mu \pi^- \dots \right] \right) \right\} = \\
= \frac{i}{2f_\pi} \bar{q} \gamma_5 z^- q \equiv J_s^\mu
\end{aligned}$$

sobre la superficie(8.15d)

con

$$z^- = \frac{\lambda_1 - i\lambda_2}{\sqrt{2}}$$

, luego como vemos el acoplamiento del bosón de gauge con el pión modifica no sólo la ecuación de Klein-Gordon en el exterior; sino también la condición de contorno piónica. Una vez tenido el lagrangiano y las ecs. de movimiento, podemos abordar el cálculo de la amplitud para el proceso  $B' \rightarrow B \pi$ .

### VIII.5 Formalismo de cálculo.

Nuestro punto de partida es la ecuación (7.28)

$$\begin{aligned} \langle (B\pi^i)_{out} | B'_{in} \rangle &= \frac{i}{\sqrt{E}} \int d^4x \langle B_{out} | \pi^i(x) | B'_{in} \rangle \overleftrightarrow{\partial}_x \varphi_{\pi^*}(x) + \\ &+ \frac{i}{\sqrt{E}} \int dx_0 dS_x \langle B_{out} | \hat{r} \overleftrightarrow{\nabla} \pi^i(x) | B'_{in} \rangle \varphi_{\pi^*}(x) \end{aligned}$$

que puede escribirse análogamente en términos de las corrientes anteriormente calculadas

$$\begin{aligned} \langle (B\pi^i)_{out} | B'_{in} \rangle &= \frac{i}{\sqrt{E}} \int d^4x \langle B_{out} | J_{1ext}^{\pi^i} + J_{2ext}^{\pi^i} | B'_{in} \rangle \varphi_{\pi^*}(x) + \\ &+ \frac{i}{\sqrt{E}} \int dx_0 dS_x \langle B_{out} | J_s^{\pi^i} | B'_{in} \rangle \varphi_{\pi^*}(x) \end{aligned}$$

Hemos aprendido en el capítulo VII que las contribuciones a observables debidas a las nubes kaónicas son prácticamente despreciables para los tamaños hadrónicos convencionales, debido a las masas de estos mesones. Por otra parte, si nos fijamos en el lagrangiano de interacción y en las corrientes construídas observamos que tanto  $\alpha_{ext}^{int}$  como  $J_{ext}^{\pi}$  contienen términos kaónicos, que dado que los procesos que estudiamos son  $\Lambda \rightarrow N\pi$ , entrarán como propagadores en los diagramas. Ello nos lleva a pensar que las contribuciones de estos términos van a ser despreciables. De esta manera, el primer término del lado derecho de (7.28) se anula (por las ecs. de movimiento) y el segundo término puede ser reescrito usando

$$\hat{r} \overleftrightarrow{\nabla} \pi^i \approx \frac{i}{2f_{\pi}} \bar{\psi} \gamma_5 \vec{\tau} \psi \equiv J_s^{\pi^i}$$

De esta forma tenemos

$$\langle (B_n^i)_{out} | B'_{in} \rangle = \frac{i}{\sqrt{Z}} \int dx_0 dS_x \langle B_{out} | \left( \frac{i}{2f_n} \bar{q} \gamma_5 \vec{e} q(x) S_j \right) S | B'_{out} \rangle \psi_n^*(x)$$

donde  $S$  es el operador de transición. Dado que los procesos  $\Lambda \rightarrow N\pi$  tienen lugar con cambio de extrañeza, la contribución que nos queda (a primer orden tanto en la constante de acoplamiento débil  $G$  como en la fuerte  $\frac{1}{f_n}$ ) es (tomando  $Z=1$ )

$$\begin{aligned} A_{B' B_n^i} &\equiv \langle (B_n^i)_{out} | B'_{in} \rangle = \int dx_0 dS_x d^4y \langle B_{out} | \\ &T \left( \mathcal{L}_{Cabibbo}(y) \frac{i}{2f_n} \bar{q} \gamma_5 \vec{e} q(x) S_j \right) | B'_{out} \rangle \psi_n^*(x) = \\ &= 2\pi \delta(E_{B'} - E_B - E_n) \int dx_0 dS_x d^3y \langle B_{out} | T \left( \mathcal{L}_{Cabibbo}^{(\vec{y}, 0)} \right. \\ &\left. J_S^n(x) \right) | B'_{out} \rangle \psi_n^*(x) \end{aligned} \quad (8.16)$$

De esta manera, la situación ha quedado extraordinariamente simplificada, siendo equivalente a haber tomado el lagrangiano de Cabibbo como el lagrangiano efectivo de interacción desde el principio. Consideraremos, como en el capítulo VI, sólo diagramas a orden árbol. El saco entonces, proporciona la estructura bariónica así como la forma específica de la corriente piónica.

### VIII.6 Cálculo de la amplitud.

Las amplitudes S y P son inmediatamente calculadas usando

$$\begin{aligned}
 \chi_{B_\alpha}^+ (\vec{s} - \vec{p} \vec{\sigma} \cdot \hat{k}) \chi_{B'_\mu} &= \int d^4x d^3y \langle B_\alpha | T (\mathcal{L}_{\text{Cabibbo}}(\vec{y}, 0) \\
 &\cdot \int_S^n(x) \delta_{S_x} | B'_\mu \rangle \varphi_n^*(x)
 \end{aligned}
 \tag{8.17}$$

donde se ha utilizado  $\hat{k}$ , la dirección de salida del pion, - en lugar de  $\hat{q}$ , la de salida del hiperón, por lo que ha aparecido un signo -. Para calcular las diferentes contribuciones a la amplitud, usaremos la técnica usual apoyada por -- nuestro método de cálculo aplicado al saco (capítulo VI).

Si desarrollamos  $\mathcal{L}_{\text{Cabibbo}}$ , podemos distinguir dos partes, la parte violando paridad y la parte conservando paridad

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{Cabibbo}}^{(v.p)} &= \frac{G}{\sqrt{2}} \text{sen } \theta_c \cos \theta_c \left[ \bar{q} \gamma^\mu \gamma_5 \left( \frac{\lambda_1 + i\lambda_2}{2} \right) q \bar{q} \gamma_\mu \right. \\
 &\left. \left( \frac{\lambda_4 - i\lambda_5}{2} \right) q + \bar{q} \gamma^\mu \left( \frac{\lambda_1 + i\lambda_2}{2} \right) q \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \left( \frac{\lambda_4 - i\lambda_5}{2} \right) q + \text{h.c.} \right]
 \end{aligned}
 \tag{8.18a}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{Cabibbo}}^{(c.p.)} &= -\frac{G}{\sqrt{2}} \text{sen } \theta_c \cos \theta_c \left[ \bar{q} \gamma^\mu \left( \frac{\lambda_1 + i\lambda_2}{2} \right) q \bar{q} \gamma_\mu \left( \frac{\lambda_4 - i\lambda_5}{2} \right) q + \right. \\
 &\left. + \bar{q} \gamma^\mu \gamma_5 \left( \frac{\lambda_1 + i\lambda_2}{2} \right) q \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \left( \frac{\lambda_4 - i\lambda_5}{2} \right) q + \text{h.c.} \right]
 \end{aligned}
 \tag{8.18b}$$

VIII.6a Caso  $\Lambda \rightarrow p n^-$

La corriente piónica es

$$J_S^n = \frac{i}{2f_\pi} \bar{q} \gamma_5 \tau^+ q \quad (8.19)$$

Escribiendo el campo quark en forma cuantizada, ecuación -- (3.2p), podemos escribir los diferentes términos que contribuyen a la amplitud (se han suprimido términos teniendo en cuenta la estructura de sabor del lagrangiano y la corriente). Estos son, para la parte violando paridad (el lagrangiano y la corriente se suponen normalmente ordenados)

$$\begin{aligned} \langle p | \alpha_{\text{Cabibbo}}^{v.p.} (\vec{\gamma}, 0) J_S^n(x) | \Lambda \rangle &= \langle p | \frac{iG}{2f_\pi} \sin \theta_c \cos \theta_c \sum_{\substack{\alpha \beta \gamma \\ \delta \in X}} \\ [- (\bar{u}_\delta \gamma^\mu u_\gamma \bar{u}_\beta \gamma_5 \gamma_\mu u_\alpha + \bar{u}_\delta \gamma_5 \gamma^\mu u_\gamma \bar{u}_\beta \gamma_\mu u_\alpha) (\vec{\gamma}, 0) (\bar{u}_\chi \gamma_5 u_\epsilon)(x) \\ (b_\chi^+ b_\delta^+ b_\beta^+ b_\epsilon b_\gamma b_\alpha - \delta_{\beta\epsilon} b_\chi^+ b_\delta^+ b_\gamma b_\alpha) + (\bar{u}_\delta \gamma^\mu u_\gamma \bar{u}_\beta \gamma_5 \gamma_\mu u_\alpha + \\ + \bar{u}_\delta \gamma_5 \gamma^\mu u_\gamma \bar{u}_\beta \gamma_\mu u_\alpha) (\vec{\gamma}, 0) (\bar{v}_\chi \gamma_5 u_\epsilon)(x) (-\delta_{\alpha\chi} b_\delta^+ b_\beta^+ b_\epsilon b_\gamma) \\ \left( \delta_{\alpha(\mu), \beta(d), \gamma(s), \delta(u), \epsilon(d)} \chi(u) \right) ] | \Lambda \rangle \end{aligned} \quad (8.20a)$$

que acompaña a  $\theta(-x_0)$  y

$$\begin{aligned}
\langle p | J_s^n(x) \mathcal{L}_{cubic}^{VP}(\vec{y}, 0) | \Lambda \rangle &= \langle p | \frac{iG}{2f_\pi} \pi v \theta_c \cos \theta_c \cdot \\
\sum_{\substack{\alpha \beta \gamma \\ \delta \epsilon \chi}} & \left[ - (\bar{u}_\delta \gamma_\mu u_\gamma \bar{u}_\beta \gamma_5 \gamma^\mu u_\alpha + \bar{u}_\delta \gamma_5 \gamma_\mu u_\gamma \bar{u}_\beta \gamma^\mu u_\alpha) (\vec{y}, 0) \right. \\
& (\bar{u}_\chi \gamma_5 u_\epsilon)(x) (b_s^+ b_\rho^+ b_\chi^+ b_\delta b_\alpha b_\epsilon + \delta_{\alpha\chi} b_s^+ b_\rho^+ b_\delta b_\epsilon) + (\bar{u}_\delta \gamma_\mu \\
& u_\gamma \bar{v}_\beta \gamma_5 \gamma^\mu \bar{v}_\alpha + \bar{u}_\delta \gamma_5 \gamma_\mu u_\gamma \bar{v}_\beta \gamma^\mu u_\alpha) (\vec{y}, 0) (\bar{u}_\chi \gamma_5 v_\epsilon)(x) \\
& \left. \delta_{\epsilon\beta} b_s^+ b_\chi^+ b_\delta b_\alpha \right] \delta_{\alpha(u), \beta(d), \gamma(s), \delta(u), \epsilon(d), \chi(u)} | \Lambda \rangle
\end{aligned}$$

(8.20b)

que acompaña a  $\Theta(x_0)$ .

i) Diagramas.— A cada término con operadores de creación y destrucción asociamos un diagrama haciendo uso de las reglas explicadas en el apéndice. En este mismo apéndice se hace explícitamente el cálculo de un diagrama.

Los diagramas resultantes aparecen en las Fig.1,2 (pg. 194) Se han omitido, como en el capítulo VI, los diagramas que contienen lazos ("loops"). La fig. 2 corresponde a los diagramas con tres operadores de creación y tres de destrucción. En nuestro esquema, la suma de las contribuciones de estos dos diagramas es 0. Sin embargo, más tarde habremos de considerarlos por separado al estudiar las contribuciones de los polos bariónicos a la onda p. Por ello, los mantendremos explícitamente en el

cálculo de la amplitud de onda  $p$  para el caso  $\Lambda \rightarrow p n^-$ .

Los diagramas representan simultáneamente las contribuciones a las amplitudes violando paridad y conservando paridad, ya que la única diferencia estriba en -- que en el primer caso el símbolo  $\otimes$  representa un operador impar ( $\gamma^\mu \gamma_5 - \gamma_\mu$  ó  $\gamma_\mu - \gamma^\mu \gamma_5$ ) y en el segundo un -- operador par ( $\gamma^\mu - \gamma_\mu$  ó  $\gamma^\mu \gamma_5 - \gamma_\mu \gamma_5$ ).

Calculando los diferentes diagramas, su contribución a la amplitud para  $\Lambda \rightarrow p n^-$  es la que sigue.

ii) Contribución de la parte violando paridad. -- A partir -- del apéndice y denotando (para evitar escribir el índice del quark correspondiente cada vez)  $N_{\Lambda S} \equiv N_s$ ,  $N_Y \equiv N$ ,  $p_Y \equiv p$ ,  $\Omega_Y \equiv \Omega$ ,  $w_{\Lambda S} \equiv w_0$ ,  $w_\epsilon \equiv w_n$  y  $a \equiv \frac{G \sin \theta_c \cos \theta_c}{2f_\pi}$ , tenemos como contribuciones

$$A1 \quad \frac{a}{4\pi} N_c^3 N \frac{6}{\sqrt{6}} \sum_n \frac{J(\lambda=-1, n)}{(E_n - w_0 - w_n)} \quad (8.21a)$$

$$A2 \quad \frac{a}{4\pi} N_c^3 N \frac{6}{\sqrt{6}} \sum_n \frac{J(\lambda=1, n)}{(E_n + w_n - w_0)} \quad (8.21b)$$

$$B1 \quad \frac{a}{4\pi} N_c^3 N \frac{4}{\sqrt{6}} \sum_n \frac{I(\lambda=-1, n)}{(E_n + w_n + w_0)} \quad (8.21c)$$

$$B2 \quad \frac{\alpha}{4n} N_0^3 N \frac{4}{\sqrt{6}} \sum_n \frac{I(\lambda=1, n)}{(E_n - w_n + w_0)} \quad (8.21d)$$

iii) Contribución de la parte conservando paridad.- Las distintas contribuciones son

$$A1 \quad \alpha \sqrt{\frac{3}{4n}} N_0^3 N \frac{1}{\sqrt{2n}} \sum_n \frac{F(\lambda=1, n)}{(E_n - w_n - w_0)} \quad (8.22a)$$

$$A2 \quad \alpha \sqrt{\frac{3}{4n}} N_0^3 N \frac{1}{\sqrt{2n}} \sum_n \frac{F(\lambda=-1, n)}{(E_n + w_n - w_0)} \quad (8.22b)$$

$$B1 = \alpha \sqrt{\frac{3}{4n}} N_0^3 N \frac{1}{\sqrt{2n}} \frac{2}{9} \sum_n \frac{[3F(\lambda=1, n) - G(\lambda=1, n) - 2H(\lambda=-1, n)]}{(E_n + w_n + w_0)} \quad (8.22c)$$

$$B2 = \alpha \sqrt{\frac{3}{4n}} N_0^3 N \frac{1}{\sqrt{2n}} \frac{2}{9} \sum_n \frac{[3F(\lambda=-1, n) - G(\lambda=-1, n) - 2H(\lambda=1, n)]}{(E_n - w_n + w_0)} \quad (8.22d)$$

$$A2D \quad \alpha \sqrt{\frac{3}{4n}} \frac{N_0^3 N}{\sqrt{2n}} \sum_n \frac{F(\lambda=-1, n)}{E_n} \delta_{n,0} \quad (8.22e)$$

$$B2D \quad -\alpha \sqrt{\frac{3}{4n}} \frac{N_0^3 N}{\sqrt{2n}} \sum_n \frac{F(\lambda=-1, n)}{E_n} \delta_{n,0} \quad (8.22f)$$

Notemos que pasamos del diagrama de partícula al de antipartícula sin más que cambiar la paridad y el signo de la energía que suma.

Las funciones que han aparecido tienen como expresiones

$$\begin{aligned}
 I(\lambda, n) &= R^2 \varphi_0(kR) N_{n,\lambda}^2 \Big|_{J=\frac{1}{2}} \left[ -\lambda j_0(\omega_n R) j_0(\omega_0 R) + j_1(\omega_n r) j_1(\omega_0 R) \right] \\
 &\int_0^R dr r^2 \left[ j_0(pr) j_1(\omega_0 r) - \Omega j_0(\omega_n r) j_1(pr) \right] \left[ -\lambda j_0(\omega_n r) j_1(\omega_0 r) + \right. \\
 &\left. + j_0(\omega_0 r) j_1(\omega_n r) \right] \tag{8.23a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J(\lambda, n) &= R^2 \varphi_0(kR) N_{n,\lambda}^2 \Big|_{J=\frac{1}{2}} \left[ -\lambda j_0(\omega_n R) j_0(\omega_0 R) + j_1(\omega_n R) j_1(\omega_0 R) \right] \\
 &\int_0^R dr r^2 \left[ j_0^2(\omega_0 r) + j_1^2(\omega_n r) \right] \left[ \lambda j_0(\omega_n r) j_0(pr) + \Omega j_1(\omega_n r) j_1(pr) \right] \\
 &\tag{8.23b}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F(\lambda, n) &= R^2 \varphi_1(kR) N_{n,\lambda}^2 \Big|_{J=\frac{1}{2}} \left[ \lambda j_1(\omega_0 R) j_0(\omega_n R) - j_0(\omega_0 R) j_1(\omega_n R) \right] \\
 &\int_0^R dr r^2 \left[ j_0^2(\omega_0 r) + j_1^2(\omega_0 r) \right] \left[ \lambda j_0(\omega_n r) j_0(pr) - \Omega j_1(\omega_n r) j_1(pr) \right] \\
 &\tag{8.23c}
 \end{aligned}$$

$$G(\lambda, n) = R^2 \varphi_1(kR) N_{n,\lambda}^2 \left[ \lambda j_1(\omega_0 R) j_0(\omega_n R) - j_0(\omega_0 R) j_1(\omega_n R) \right] \\ \int_0^R dr r^2 \left[ j_0(\omega_0 r) j_1(\omega_n r) + \lambda j_1(\omega_0 r) j_0(\omega_n r) \right] \left[ j_1(\omega_0 r) j_0(p r) - \lambda j_0(\omega_0 r) \right. \\ \left. j_1(p r) \right]$$

(8.23d)

$$H(\lambda, n) = R^2 \varphi_2(kR) N_{n,\lambda}^2 \left[ j_2(\omega_n R) j_1(\omega_0 R) - \lambda j_1(\omega_n R) j_0(\omega_0 R) \right] \\ \int_0^R dr r^2 \left[ \lambda j_0(\omega_0 r) j_1(\omega_n r) + j_1(\omega_0 r) j_2(\omega_n r) \right] \left[ j_1(\omega_0 r) j_0(p r) - \lambda j_0(\omega_0 r) \right. \\ \left. j_1(p r) \right]$$

(8.23e)

iv) Amplitudes S y P. - Así pues, las amplitudes S y P anteriormente definidas vienen dadas (sin dimensiones) por

$$S = \frac{G}{2f_n} \sin \theta_c \cos \theta_c N_0^3 N \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{4}{\sqrt{6}} \sum_n \frac{I(\lambda=1, n)}{E_n - \omega_n + \omega_0} + \right. \\ \left. + \frac{G}{\sqrt{6}} \sum_n \frac{J(\lambda=1, n)}{E_n - \omega_0 + \omega_n} + \frac{4}{\sqrt{6}} \sum_n \frac{I(\lambda=-1, n)}{E_n + \omega_0 + \omega_n} + \frac{G}{\sqrt{6}} \sum_n \frac{J(\lambda=-1, n)}{E_n - \omega_0 - \omega_n} \right\}$$

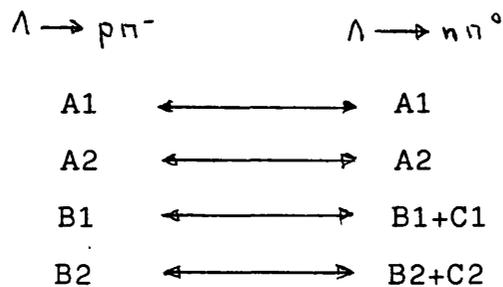
(8.24a)

$$\begin{aligned}
P = & \frac{G}{2f_n} \lambda \sin \theta_c \cos \theta_c N_0^3 N \frac{\sqrt{G}}{4\pi} \left\{ \frac{2}{9} \sum_n \left[ \frac{3F(\lambda=-1, n) - G(\lambda=-1, n)}{E_n - \omega_n + \omega_0} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{2H(\lambda=1, n)}{E_n - \omega_n + \omega_0} \right] + \frac{2}{9} \sum_n \frac{3F(\lambda=1, n) - G(\lambda=1, n) - 2H(\lambda=-1, n)}{E_n + \omega_n + \omega_0} \right. \\
& \left. - \sum_n \frac{F(\lambda=1, n)}{E_n - \omega_n - \omega_0} - \sum_n \frac{F(\lambda=-1, n)}{E_n + \omega_n - \omega_0} \right\}
\end{aligned}$$

(8.24b)

### VII.6b Caso $\Lambda \rightarrow N\pi^0$

Procediendo exactamente igual que en el caso  $\Lambda \rightarrow p\pi^-$ , se obtienen los diagramas de la fig. 3. Los diagramas han sido ordenados de tal manera que se tiene la siguiente correspondencia



De este modo, la amplitud para  $\Lambda \rightarrow n\pi^0$  está directamente relacionada con la calculada para  $\Lambda \rightarrow p\pi^-$ , a través de la relación

$$\frac{A_{\Lambda p\pi^-}}{A_{\Lambda n\pi^0}} = -\sqrt{2}$$

de tal forma que se satisface la regla  $\Delta I = \frac{1}{2}$  exactamente. Este resultado es consecuencia directa del teorema de Pati-Woo y de la forma en que los grados de libertad piónicos -- son tratados en el modelo del saco con simetría quiral (OT 83, ON 83).

### VIII.7 Cálculo de asimetrías y ritmos de desintegración.

Una vez tenidas las amplitudes, procedemos al cálculo de la asimetría (8.2a) y del ritmo de desintegración (8.3).

Utilizamos la aproximación de considerar que no hay efecto de retroceso en la función de onda del barión saliente. Además, para construir las funciones de onda bariónicas, utilizamos el modelo del saco. Ello quiere decir que los estados de momento definido de los bariones inicial y final son sustituidos por estas funciones de onda, calculadas con la aproximación de la cavidad esférica (por simplicidad, hemos considerado también que los radios de los dos bariones son iguales). Dado que los estados del modelo del saco difieren en cuanto a normalización de los estados de dispersión, incluiremos un factor  $2\sqrt{M_A \cdot M_N}$  que dará cuenta de esta diferencia (JA 75).

Considerando (8.3) y (8.17) y teniendo en cuenta que según lo que acabamos de decir, podemos sustituir  $E_A \simeq M_A$ ,  $E_p \simeq M_p$  y utilizar la  $\delta$  de Dirac para realizar las integrales se obtiene

$$\Gamma_{\Lambda p n^-} \approx \frac{|\vec{k}|}{2n} (|S|^2 + |P|^2)$$

(8.25)

### VIII.8 Resultados.

Los resultados numéricos son presentados gráficamente en las figuras 4, 5, 6 y 7. En la fig. 4 aparecen las amplitudes violando paridad (S) y conservando paridad (P) en función del radio del saco. La dependencia con el radio es aproximadamente como  $R^{-3}$ . Observamos inmediatamente que la amplitud S tiene el signo correcto reproduciendo el valor experimental para un radio del saco entre 0.5 y 0.6fm. Sin embargo, la amplitud P tiene signo incorrecto. Para entender estos resultados y tratar de reorientar el cálculo de la amplitud P, analicemos en primer lugar con detalle las diferentes contribuciones a las amplitudes.

Para la parte violando paridad, la mayor contribución viene de los diagramas A1 y A2 que contienen una función J. La función J contiene una integral de volumen de  $j_0^4$  que para valores de  $r < R$  es siempre mayor que la correspondiente a los términos  $j_0^2 \cdot j_1^2$  que aparecen en I.

Para la amplitud conservando paridad (P) y por análoga razón que en el caso anterior, las mayores contribuciones provienen de las funciones F, en particular de F ( $\lambda = -1, n$ ) siendo A2 y B2 los diagramas con mayor contribución.

Tanto en este caso como en el anterior, la mayor contribución viene dada por el modo más bajo de energía del propagador fermiónico. Hay que subrayar también que en la amplitud de onda p esta contribución dominante es de tipo polo en el sentido de que si tomamos el límite en el cual el momento del pion tiende a 0, la amplitud de onda p tiene un límite finito (distinto de 0) debido a la presencia del polo cuando  $w_n = w_0$ . Explícitamente

$$P \xrightarrow{k \rightarrow 0} - \frac{G}{2f_0} \sin \theta_c \cos \theta_c N_c^3 N \frac{\sqrt{6}}{4\pi} \frac{1}{3} \frac{F(\lambda=-1, 0)}{k} \quad (8.26)$$

donde  $F(\lambda = -1, 0)$  contiene  $\psi_1(kR)$  que tiende a 0 proporcionalmente a  $kR$  cuando  $k \rightarrow 0$ .

Esta contribución del polo es mayor que las demás y produce el signo incorrecto en la amplitud. Podemos entender el signo obtenido si comparamos nuestros resultados con los que resultan a partir de un tratamiento convencional de la amplitud de onda p en base a polos bariónicos. La expresión para la amplitud es en este caso ( $\Lambda^0 \equiv \Lambda \rightarrow p n^-$ ) (GT 79, DP 80)

$$B(\Lambda^0) = 2g(M_\Lambda + M_N) \left[ \frac{a_{p\Sigma^+}}{\sqrt{3}} \frac{d}{(M_\Sigma - M_N)(M_\Lambda + M_\Sigma)} - \frac{a_{n\Lambda}}{\sqrt{2}} \frac{1}{(M_\Lambda - M_N)2M_N} \right] \quad (8.27)$$

donde  $d$  es el coeficiente de acoplamiento de  $SU(3)$  y  $a_{p\Sigma^+}$ ,  $a_{n\Lambda}$  corresponden a las amplitudes en que el estado intermedio bariónico es  $\Sigma^+$  y  $n$  respectivamente. Estas amplitudes pueden ser expresadas como

$$a_{p\Sigma^+} = -4dC$$

$$a_{n\Lambda} = -2\sqrt{6}C$$

donde

$$C = \int_0^R dr \left[ j_0^2(w_0 r) + j_1^2(w_0 r) \right] \left[ j_0(w_0 r) j_0(p) + j_1(w_0 r) j_1(p) \right]$$

( $p$  indica que la masa del quark correspondiente es diferente de 0) está directamente relacionado con nuestro  $F(\lambda = -1, 0)$ .

Extrayendo factores comunes, podemos escribir la expresión anterior para la amplitud

$$B(\lambda = -1, 0) \propto \left[ \left( \frac{M_\Lambda + M_\Sigma}{2M_N} \right) \left( \frac{M_\Sigma - M_N}{M_\Lambda - M_N} \right) - 2d \right]$$

(8.27a)

En el límite de masas iguales ( $M_\Lambda - M_N \approx M_\Sigma - M_N \approx 0(0)$ ), la cantidad entre corchetes es negativa ya que  $d=3/5$ , mientras que si consideramos las masas reales de los bariones, resulta ser positiva.

Observamos pues, que la consideración de las diferencias de masas bariónicas, produce un cambio de signo - (la magnitud apenas varía) en la amplitud de onda p, tal - que si no se consideran tales diferencias se obtiene signo opuesto al del resultado experimental. Por tanto, el signo de la onda p no está determinado por la dinámica piónica - ni por la rotura de  $SU(3)$  que supone la consideración del quark extraño con masa diferente de 0 ( $m_u = 0 = m_d$ ) en nuestros cálculos, sino por los desdoblamientos hiperfinos. En nuestro formalismo, estos desdoblamientos hiperfinos provendrían de correcciones piónicas de orden superior y de correcciones gluónicas radiativas, que no hemos considerado. Si queremos pues, tenerlos en cuenta, dentro de nuestro formalismo simplificado, habremos de introducirlos ad hoc . Para ello, restringámonos a los términos de tipo polo dominantes, i.e., a los diagramas A2, A2D y B2, B2D en los cuales el estado intermedio es una  $\Sigma^+$  o un n respectivamente. Los denominadores de energía tenidos con nuestro formalismo ( $\frac{1}{E_\pi}$ ) serán ahora sustituidos por  $\frac{1}{M_\Sigma - M_N}$  para A2, A2D y por  $\frac{1}{M_\Lambda - M_N}$  para B2 y B2D (es claro entonces, que las -- contribuciones de A2D y B2D ya no se cancelan). Es cierto que A2D y B2D son diagramas desconexos pero la consideración de los desdoblamientos hiperfinos supone haber considerado correcciones de orden superior y gluónicas que harían estos diagramas conexos. La contribución de estos diagramas a la amplitud de onda p es

$$A_2 + A_{2D} \Big|_{\text{polo}} \longrightarrow - \frac{G}{2f_\pi} g_{\pi N} g_c \cos \theta_c N_c^2 N \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} F(\lambda = -1, \alpha).$$

$$\left[ \frac{1+1}{M_\Sigma - M_N} \right]$$

(8.28a)

$$\left. B_2 + B_2 D \right]_{\text{pola}} \longrightarrow \frac{G}{2f_n} \sin \Theta_c \cos \Theta_c N_0^3 N \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} F(\lambda = -1, 0) \cdot \left[ \frac{2/3 + 1}{M_\Sigma - M_N} \right]$$

(8.28b)

siendo la contribución total

$$- \frac{G}{2f_n} \sin \Theta_c \cos \Theta_c N_0^3 N \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} F(\lambda = -1, 0) \left[ \frac{2}{M_\Sigma - M_N} - \frac{5/3}{M_\Sigma - M_N} \right]$$

(8.29)

cuyos valores numéricos son similares en magnitud a los tenidos anteriormente (con  $E_n$  como denominador) pero con signo diferente.

Las amplitudes con el signo correcto así como correcciones de centro de masas que más tarde se comentan, - aparecen en la figura 7. Digamos que antes de la introducción de las correcciones de centro de masas, si se normaliza a la onda s, la amplitud de onda p es demasiado pequeña comparada con la experimental.

Una vez reorientado el cálculo de la onda p (subrayemos también que el efecto de los desdoblamientos hiperfinos en la onda s es pequeño), podemos abordar el cálculo de la asimetría y el ritmo de desintegración. Los resulta

dos se muestran en la figura 5 (asimetría) y en la figura 6 (ritmo de desintegración). El valor obtenido para la asimetría es  $\alpha \approx 0.4$  frente al valor experimental  $\alpha_{exp} = 0.65 \pm 0.02$  (OR 67) siendo prácticamente constante para radios comprendidos entre 0.5 y 1.0 fm (parece pues, que lo que realmente cuenta es la estructura de las corrientes más que los detalles bariónicos). En cuanto al ritmo de desintegración, -- muestra una dependencia aproximada como  $R^{-6}$  (las amplitudes van como  $R^{-3}$ ). Dado que viene fundamentalmente determinado por la amplitud violando paridad, que es la de mayor magnitud, el valor experimental corresponde a un valor del radio de 0.6 fm.

Una última corrección ha sido considerada de forma aproximada; es la corrección debida al movimiento espurio del centro de masas. Los cálculos de Breit (BT82) han probado que la eliminación del movimiento espurio del centro de masas da lugar a funciones de onda en el modelo del saco -- con energías de onda s disminuidas y energías de onda p aumentadas respecto a las que nosotros usamos. Fundamentalmente, en una visión simplificada, esto viene a decir que el modo traslacional espurio es un modo  $1p^{1/2}$ . De esta manera, su eliminación supone comenzar a contar energías de onda p a partir de  $1p^{3/2}$ . Hemos aplicado esta prescripción a nuestros cálculos. Las correcciones así obtenidas (que aparecen también en las figuras), que deben ser consideradas con las consiguientes reservas, van en el buen sentido re-

produciendo los resultados experimentales (técnicamente, lo que ocurre es que la amplitud de onda se ve reducido su valor aproximadamente a la mitad).

Digamos por último, que aunque las figuras que se presentan corresponden a haber tomado 200 Mev como masa del quark extraño, la dependencia con la masa es prácticamente insignificante siendo la física de estos procesos -- concretos poco sensible a este parámetro.

### VIII.9 Conclusiones.

En este capítulo, hemos desarrollado un modelo para el estudio de desintegraciones no leptónicas, en particular para los procesos  $\Lambda \rightarrow p n^-$  y  $\Lambda \rightarrow n n^0$ . El modelo incorpora no sólo la interacción débil de contacto entre los quarks sino también su comportamiento a grandes distancias debido al carácter no perturbativo de QCD. El punto de partida es el lagrangiano efectivo de QCD a baja energía proporcionado por el modelo del saco con simetría quiral al cual acoplamos los bosones de gauge de la teoría electrodébil. De esta forma, no sólo incorporamos los efectos de interacción fuerte en las funciones de onda sino también en la dinámica. Nuestra filosofía es diferente a la usualmente seguida que parte del comportamiento a altas energías de la teoría e incluye después relaciones de tipo fenomenológico. Los modelos de estructura bariónica son usados para establecer el comportamiento de la función de on-

da a grandes distancias pero no la dinámica.

Nuestra aproximación (considerando primer orden tanto en la constante de acoplamiento débil como en la - - fuerte) da los efectos dominantes para obtener la magnitud de las amplitudes de onda s y onda p que se calculan de -- forma completamente análoga tal que las contribuciones de polos bariónicos a la onda p y la anulación de dichos polos debida al teorema de Lee-Swift para la onda s, resultados que son usados en la aproximación convencional, son obtenidas. Sin embargo, el signo para la onda p, que viene determinado por diferencias de masas bariónicas, no puede -- ser obtenido. Estas diferencias de masas podrían ser incluidas en nuestro esquema considerando orden superior en el cálculo y correcciones radiativas. En lugar de ello hemos optado por introducir las sin más, corrigiendo así el - signo de la onda p y obteniendo resultados próximos a los experimentales para amplitudes, asimetría y ritmo de desintegración.

Quizás los radios que ajustan nuestros cálculos a los valores experimentales son demasiado pequeños si tenemos en cuenta que  $\Lambda$  es una partícula extraña y recordamos lo dicho en el capítulo VII. Pero no olvidemos que en nuestro cálculo, se han utilizado varias aproximaciones. - En primer lugar, hemos despreciado los términos que contienen kaones en el lagrangiano y en las corrientes pues esperamos que éstos sean poco importantes frente a los calculos lados. Correcciones de orden superior y gluónicas sólo se

han tenido en cuenta de forma indirecta e incompleta a través de la introducción de las diferencias de masas bariónicas. Respecto a los términos calculados, en aras de la simplicidad, se ha trabajado en la aproximación de no retroceso y se han tomado radios iguales para los bariones. Por todo lo dicho, creemos que el radio obtenido ha de ser tomado como un radio efectivo. Las correcciones de centro de masas, inherentes a la aproximación de la cavidad esférica usada, han sido estimadas de forma aproximada corrigiendo los resultados en el sentido adecuado.

Nuestro modelo predice la regla  $\Delta I = \frac{1}{2}$  exactamente, proporcionando una posible explicación de esta regla fenomenológica en base al teorema de Pati-Woo y a la forma en que son tratados los mesones en el modelo del saco con simetría quiral.

El modelo es igualmente aplicable a otras desintegraciones no leptónicas (OT 83) de los miembros del octete bariónico. Los resultados se pueden resumir brevemente diciendo que en cuanto a las amplitudes de onda se satisface la parametrización convencional

$$\langle B_i | H^{e.p.} | B_j \rangle = d_{jic} D + i f_{jic} F$$

con  $D = -F$ . También se verifica la regla de Lee-Sugawara

$$\frac{1}{\sqrt{3}} (\Lambda^0 - \sqrt{2} \Xi^-) + \Sigma^+ = 0$$

Igualmente ocurre para la amplitud de onda  $p$  si se consideran sólo los términos polo, obteniéndose las relaciones

$$\frac{P(\Lambda^0)}{P(\Sigma^0)} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{P(\Xi^-)}{P(\Sigma^0)} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

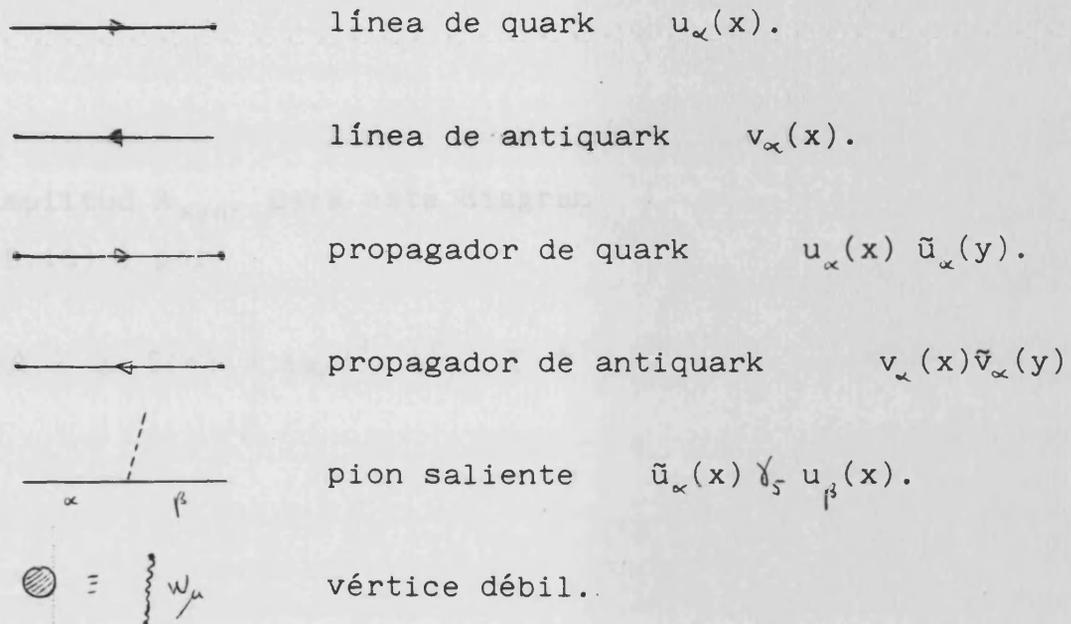
$$\frac{P(\Sigma^-)}{P(\Sigma^0)} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{P(\Sigma^+)}{P(\Sigma^0)} = 2\sqrt{2}$$

Comentemos por último, que el modelo no es aplicable por el momento al estudio de desintegraciones kaónicas para lo que se requeriría una mayor comprensión de los mesones dentro del esquema del saco quirral, en su doble -- vertiente de bosones de Goldstone y estados ligados  $q\bar{q}$ .

Apéndice. Cálculo de un diagrama.

Las reglas para dibujar los diagramas son las siguientes



Cálculo de la amplitud correspondiente a un diagrama

Consideremos el diagrama B2 (figura 8) de la parte conservando paridad. El elemento de matriz hadrónico que figura en la amplitud es. (a partir de (8.20a) )

$$\begin{aligned}
 I \equiv & \langle p | \frac{iG}{2f_\pi} \sin \theta_c \cos \theta_c \sum_{\substack{\alpha, \beta, \gamma \\ \delta, \epsilon, \chi}} \{ [\bar{u}_\delta \gamma_5 \gamma^\mu u_\gamma \bar{u}_\beta \gamma_5 \gamma_\mu u_\alpha + \\
 & + \bar{u}_\delta \gamma^\mu u_\gamma \bar{u}_\beta \gamma_\mu u_\alpha ] (\vec{\gamma} \cdot \mathbf{0}) (\bar{u}_\chi \gamma_5 u_\epsilon)(x) \delta_{\rho\epsilon} b_\chi^+ b_\delta^+ b_\gamma b_\alpha \} | \Lambda \rangle
 \end{aligned}$$

(A1)

La función de onda para el protón está dada en el apéndice B del capítulo VI. Para  $\Lambda$ , la función de onda es

$$|\Lambda\rangle = \frac{\epsilon^{abc}}{\sqrt{12}} \left[ b_{1s}^+(u\uparrow a) b_{1s}^+(d\uparrow b) - b_{1s}^+(u\uparrow a) b_{1s}^+(d\uparrow b) \right] b_{1s}^+(s\uparrow c) |0\rangle$$

(A1a)

La amplitud  $A_{\Lambda p n^-}$  para este diagrama viene dada (a partir de (8.16)) por

$$A = 2n S(0) \int d^3x_0 d^2x d^2y \int \Theta(-x_0) \delta(|\vec{x}| - R) \psi_n^*(\vec{x}, x_0)$$

(A2)

El cálculo se realiza de modo completamente análogo a los cálculos del capítulo VI, que podemos resumir en los siguientes pasos:

i) Se aísla la dependencia temporal en  $I$  (procedente de los quarks de la corriente piónica y  $\psi_n^*(\vec{x}, x_0)$ ). La integral temporal, nos da el denominador de energía asociado con el diagrama. Por ej., en este caso, el denominador es

$$\int_{-\infty}^0 dx_0 e^{-i [E_n - \omega_\pi + \omega_\chi] x_0} = - \frac{i}{E_n - \omega_\pi + \omega_\chi}$$

(A3)

ii) Se calcula el elemento de matriz de spin-sabor

$$\langle P | S_{\beta\epsilon} b_x^\dagger b_s^\dagger b_r b_\alpha | \Lambda \rangle = \frac{\delta_{\epsilon\beta}}{\sqrt{6}} \left[ e \delta_{\alpha\gamma} \delta_{s(\uparrow)} + \delta_{rs(\uparrow)} \delta_{\alpha\gamma(\downarrow)} + \delta_{\gamma\gamma(\uparrow)} \delta_{\alpha\gamma(\downarrow)} \right] \quad (A4)$$

iii) Por último, se realizan las integrales. Para ello, escribimos en forma explícita

$$\begin{aligned} & \left[ \bar{u}_s \gamma_5 \gamma^\mu u_\gamma \bar{u}_\beta \gamma_5 \gamma_\mu u_\alpha + \bar{u}_s \gamma^\mu u_\gamma \bar{u}_\beta \gamma_\mu u_\alpha \right] (\vec{\gamma}) \bar{u}_x \gamma_5 u_\epsilon (\vec{x}) = \\ & = N_\alpha N_\beta N_\gamma N_s N_\epsilon N_x \left\{ \left[ e (h_{s\alpha\gamma\beta}^+ - h_{s\gamma\beta\alpha}^+) \left( y_{\epsilon s J_s}^{M_s^+} \vec{\sigma} \cdot \vec{\gamma} y_{\gamma r J_r}^{M_r} \right) \right. \right. \\ & \left. \left( y_{\epsilon \beta J_\beta}^{M_\beta^+} \vec{\sigma} \cdot \vec{\gamma} y_{\alpha \gamma J_\alpha}^{M_\alpha} \right) + (t_{s\gamma}^+ t_{\beta\alpha}^+ + f_{s\gamma}^- f_{\beta\alpha}^-) \left( y_{\epsilon s J_s}^{M_s^+} y_{\gamma r J_r}^{M_r} \right) \right. \\ & \left. \left( y_{\epsilon \beta J_\beta}^{M_\beta^+} y_{\alpha \gamma J_\alpha}^{M_\alpha} \right) + (-t_{s\gamma}^- t_{\beta\alpha}^- - f_{s\gamma}^+ f_{\beta\alpha}^+) \left( y_{\epsilon s J_s}^{M_s^+} \vec{\sigma} \cdot y_{\gamma r J_r}^{M_r} \right) \right. \\ & \left. \left. \left( y_{\epsilon \beta J_\beta}^{M_\beta^+} \vec{\sigma} \cdot y_{\alpha \gamma J_\alpha}^{M_\alpha} \right) \right] i f_{\gamma\epsilon}^+ (R) \left( y_{\gamma x J_\gamma}^{M_\gamma^+} \vec{\sigma} \cdot \vec{x} y_{\epsilon \epsilon J_\epsilon}^{M_\epsilon} \right) \right\} \quad (A5) \end{aligned}$$

donde  $f_{\alpha\beta}$  y  $t_{\alpha\beta}$  son las funciones del capítulo VI y  $h_{s\alpha\beta\gamma}$  está dada por

$$h_{s\alpha\beta\gamma}^\pm = \left[ \lambda_s \lambda_\gamma \Omega_\beta \Omega_\alpha \int \epsilon_s \epsilon_\gamma \epsilon_\beta \epsilon_\alpha \pm \Omega_s \Omega_\gamma \lambda_\beta \lambda_\alpha \int \epsilon_s \epsilon_\gamma \epsilon_\beta \epsilon_\alpha \right] \quad (A5a)$$

Las integrales de momento angular son inmediatamente realizadas, restringiendo la suma sobre momentos angulares. Quedan entonces por realizar, las integrales radiales aparte de efectuar la suma sobre el número - - cuántico radial. Notemos, que debido a la restricción - de que los quarks en el hadrón ocupan el modo más bajo de energía, sólo sobrevive una suma sobre energías, la correspondiente al propagador fermiónico. Esta suma es rápidamente convergente. Las integrales radiales son -- efectuadas numéricamente.

En el cálculo, se consideran los quarks u y d sin masa; en cuanto al quark s se han considerado los casos de masa nula y masa 200 Mev.

De esta manera, la contribución a la amplitud de este diagrama resulta ser

$$A = 2n \delta(E_A - E_p - E_n) \frac{iG}{2f_n} \sin \theta_c \cos \theta_c \frac{1}{3\sqrt{4n}}$$

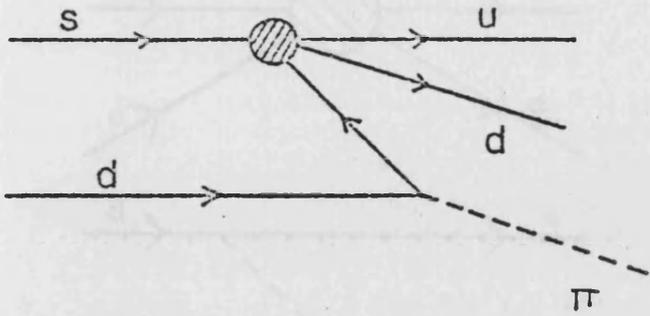
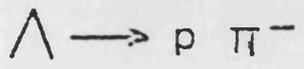
$$\int dr r^2 \sum_{\omega_E} R^2 \psi_1(kR) Y_{10}(\hat{k}) N_{13}^3 N_8 \left( \frac{-i}{E_n - \omega_E + \omega_{13}} \right)$$

$$\left\{ \left[ -\frac{4}{3} (j_0(\omega_E r) j_1(\omega_{13} r) - j_0(\omega_{13} r) j_1(\omega_E r)) (-j_0(p_8 r) j_1(\omega_{13} r) + \Omega_8 j_0(\omega_{13} r) j_1(p_8 r)) - 4 (j_0^2(\omega_{13} r) + j_1^2(\omega_{13} r)) (j_0(\omega_E r) \cdot j_0(p_8 r) + \Omega_8 j_1(\omega_E r) j_1(p_8 r)) \right] N_{\substack{\ell_E=0 \\ \lambda_E=-1}}^2 (-j_0(\omega_E R) j_1(\omega_{13} R) - \right.$$

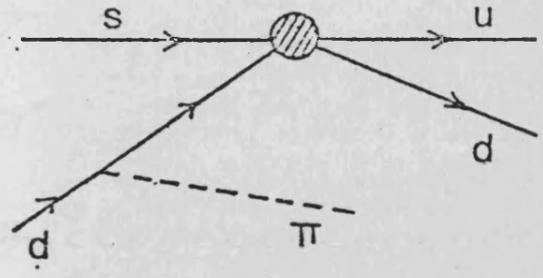
$$\begin{aligned}
& - j_1(\omega_{ER}) j_0(\omega_{1S} R) - \frac{8}{3} \left[ (j_0(p_{\gamma} r) j_1(\omega_{1S} r) - \Omega_{\gamma} j_0(\omega_{1S} r) \right. \\
& \cdot j_1(p_{\gamma} r) \left. (j_0(\omega_{1S} r) j_1(\omega_{ER}) + j_2(\omega_{ER}) j_1(\omega_{1S} r)) \right] \cdot N_{\lambda_{\gamma}=2}^2 \\
& \quad \quad \quad \lambda_{\gamma}=+1 \\
& \left. (j_2(\omega_{ER}) j_1(\omega_{1S} R) - j_1(\omega_{ER}) j_0(\omega_{1S} R)) \right\}
\end{aligned}$$

(A6)

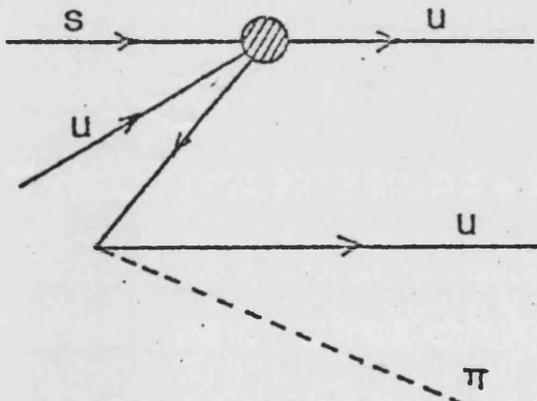
$N_{\gamma}$  es la normalización correspondiente al quark extraño y  $N_{1S}$  representa la correspondiente a los quarks u y d.  $p_{\gamma}$  es el momento del quark extraño.



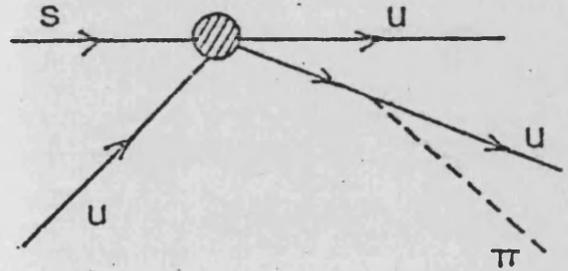
A1



A2

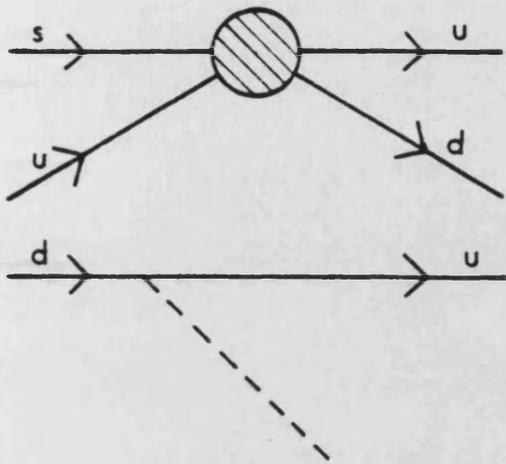


B1

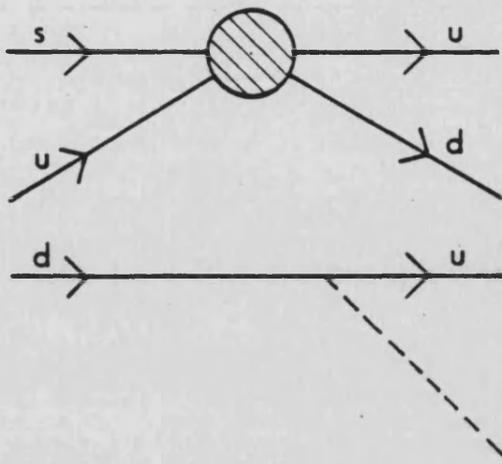


B2

Fig. 1



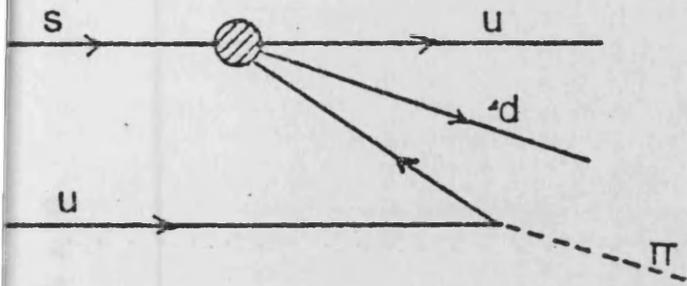
A 2 D



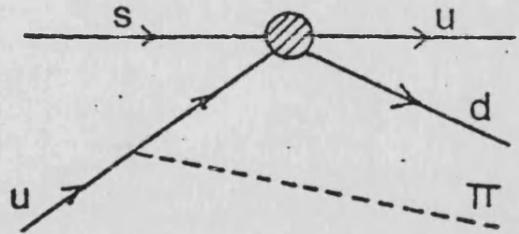
B 2 D

Fig.2

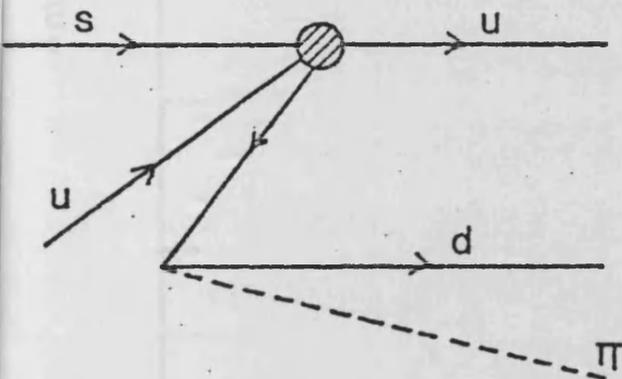
$$\Lambda \rightarrow n \pi^0$$



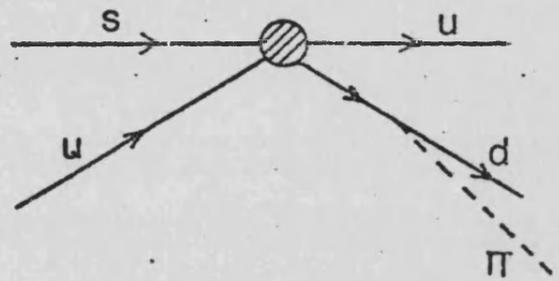
A1



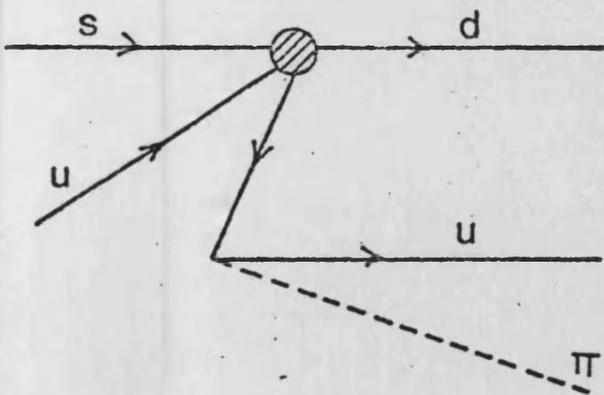
A2



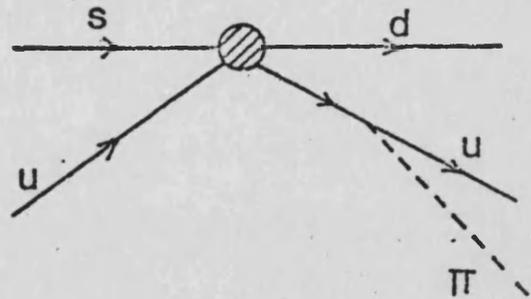
B1



B2



C1



C2

Fig.3

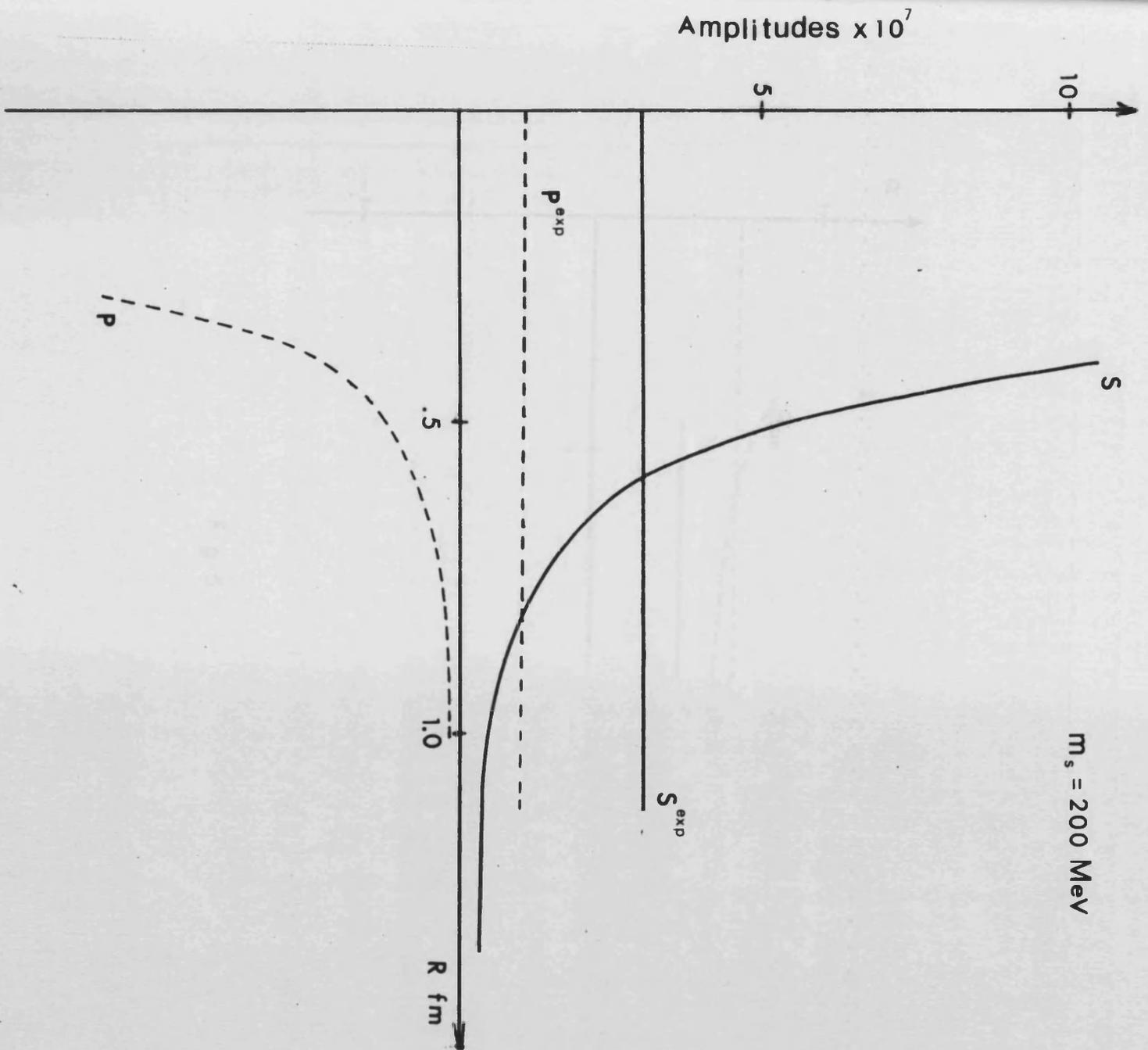


Fig. 4

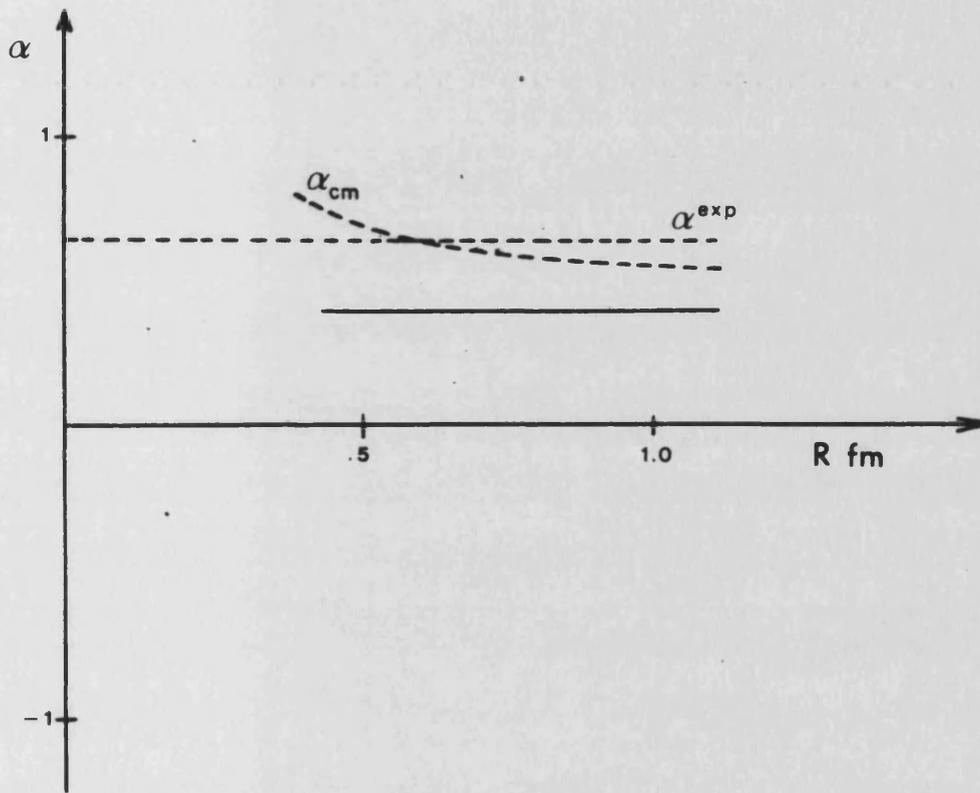


Fig.5

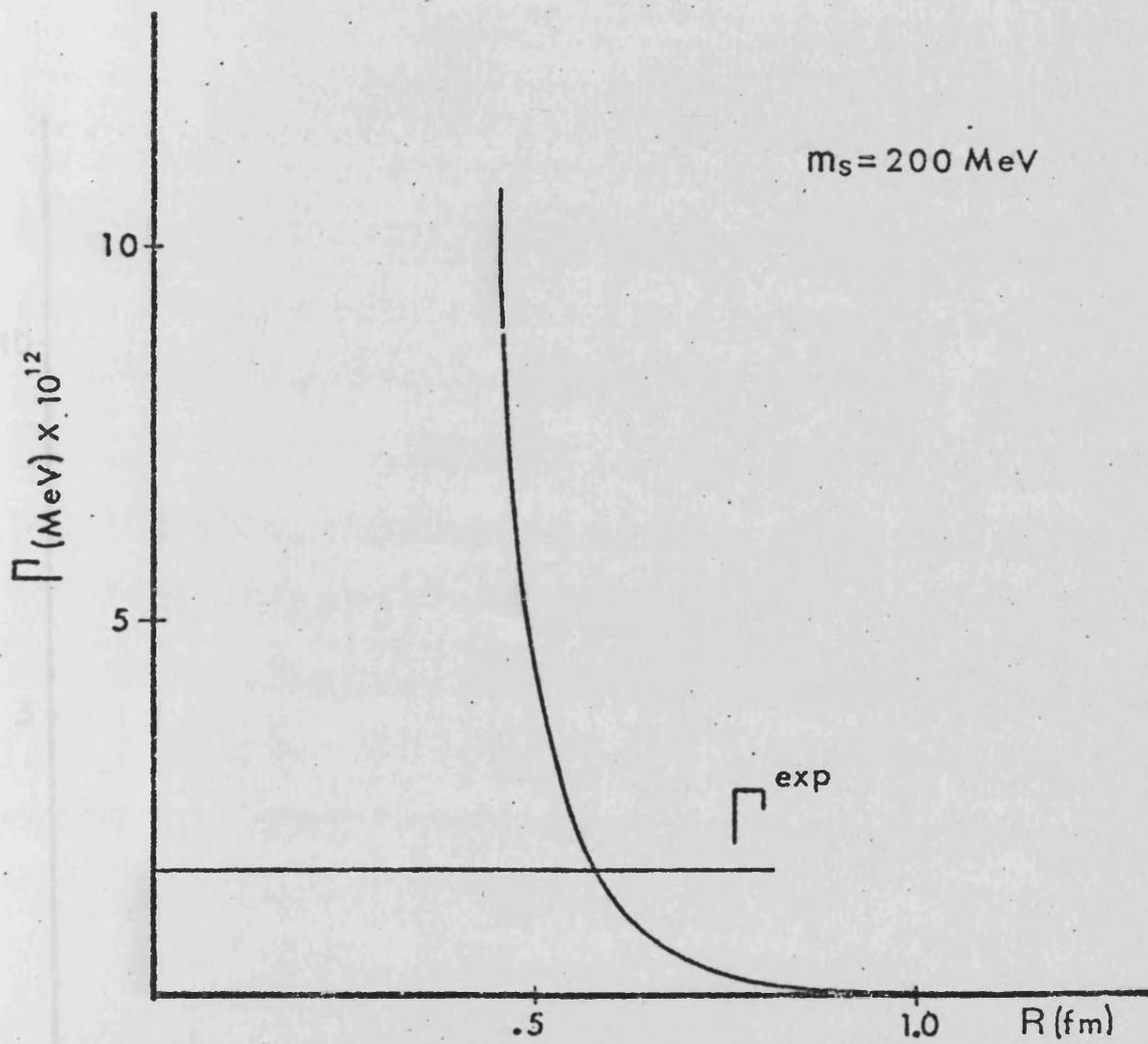


Fig.6

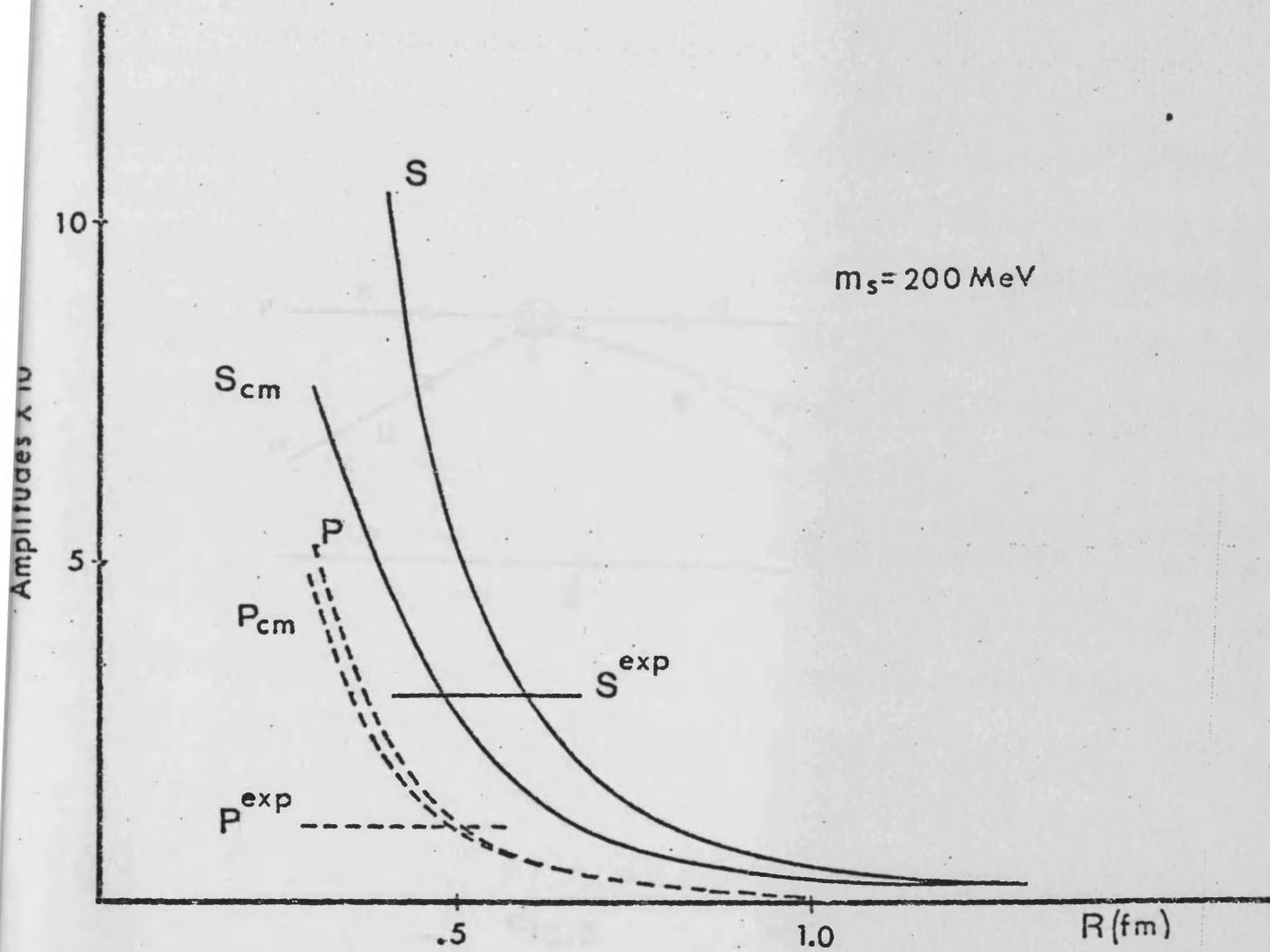


Fig. 7

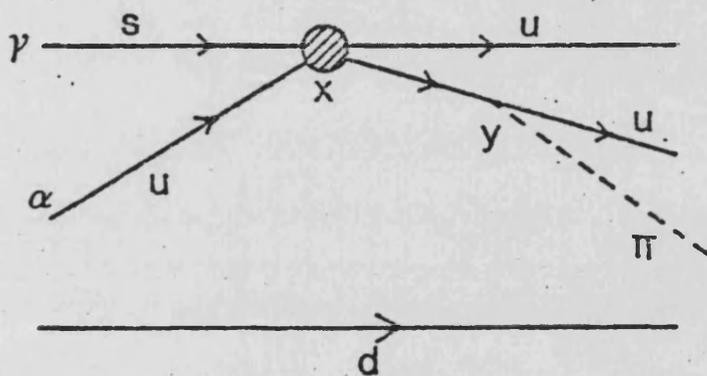


Fig.8

## EPILOGO

En esta tesis se ha abordado el estudio de diversos problemas utilizando el modelo del saco con simetría quiral como modelo de estructura bariónica. Los principales resultados y conclusiones a que hemos llegado aparecen en los capítulos precedentes. Digamos sólomente a modo de breve resumen que en primer lugar, se ha estudiado la contribución que la nube piónica (que restablece la simetría quiral ausente en el modelo del MIT) da a observables nucleónicos en particular a momentos magnéticos, radios de carga y constante de acoplamiento vector-axial. La conclusión fundamental que se puede extraer de este estudio es la necesidad de tener en cuenta (y en algunos casos de hacer un tratamiento más completo) las contribuciones piónicas si se desean reproducir los valores experimentales de los observables.

En segundo lugar, se han incorporado al modelo los fenómenos relacionados con extrañeza mediante la extensión de la simetría  $SU(2) \times SU(2)$  a  $SU(3) \times SU(3)$  y su posterior rotura explícita mediante la introducción de términos de masa. Se han podido así obtener relaciones básicas entre masas de quarks y mesones, que establecen un puente entre las relaciones dadas por PCAC y las dadas por el modelo quark no relativista. También se han obtenido correcciones kaónicas a momentos magnéticos que permiten obtener conclusiones, tanto a nivel cualitativo respecto al tamaño de los bariones extraños, como a nivel cuantitativo (poca

importancia de las correcciones debido a la masa del kaón que es unas tres veces la del pion). Por último, el cálculo de constantes de acoplamiento y de las relaciones entre ellas parece indicar que el mecanismo necesario (quizás un tratamiento más completo de la parte piónica) para corregir los valores absolutos de las constantes no debe afectar significativamente a las relaciones, cuyos resultados reproducen los de SU(3) con rotura incluida.

El último problema tratado ha sido el estudio de las desintegraciones no leptónicas de hiperones, en particular de las desintegraciones de la  $\Lambda$ . Al lagrangiano del saco quiral, que describe QCD a baja energía, se ha incorporado la interacción débil, tal que los efectos de interacción fuerte están no sólo en las funciones de onda sino también en la dinámica. La conclusión esencial de nuestro tratamiento es que supone una alternativa válida para el estudio de este tipo de procesos y que incorpora de forma natural los ingredientes de otros tratamientos más convencionales que parten de lagrangianos efectivos y hacen uso de álgebra de corrientes y PCAC, como lo prueba el hecho de reproducir resultados de estos modelos. Nuestro modelo predice también la regla  $\Delta I = \frac{1}{2}$  exactamente, como consecuencia del teorema de Pati-Woo y del tratamiento de los mesones en el modelo del saco. El modelo, sin embargo, no es aplicable a desintegraciones mesónicas.

Por todo lo dicho, podemos asegurar que el modelo del saco con simetría quiral juega un papel relevante en la comprensión de la fenomenología de baja energía. Tal

vez, lo más interesante del modelo, es que a pesar de su sencillez permite conocer de forma bastante completa, al menos a nivel cualitativo, la física subyacente en muchos procesos físicos. En esencia, el modelo une a la aproximación del lagrangiano efectivo para la dinámica quiral a baja energía, un modelo quark para los bariones. Sin embargo, los mesones no son bien entendidos en su doble vertiente de estados ligados quark-antiquark y de bosones de Goldstone. De hecho, las dos variantes fundamentales del modelo, el CBM ("Cloudy Bag Model") y el  $\chi$ BM ("Stony Brook Bag Model") usado por nosotros, difieren en el tratamiento piónico. Además, la naturaleza y origen del pion es una cuestión a resolver. Recordemos que los mesones, en particular el pion juegan un papel importante en física nuclear. El intercambio de un pion da la parte de largo alcance de la interacción nucleón-nucleón; sistemas de dos piones acoplados a spin  $s=0$  median la fuerza de medio alcance mientras que la parte de corto alcance viene del intercambio de  $w$  y  $\rho$  que pueden ser interpretadas como sistemas de tres y dos piones correlacionados. El intercambio bosónico debe ser modificado a cortas distancias ( $\sim 0.4$  fm) que sugieren una subestructura piónica en términos de quarks y gluones.

Por otra parte, la misma idea de los hadrones como sacos, lleva inmediatamente al solapamiento de los mismos dentro del núcleo, lo que hace necesaria la introducción de grados de libertad quark en física nuclear. Los nucleones comparten sus quarks de valencia durante una fracción de tiempo importante, de tal manera que la distribu-

ción de quarks de valencia en un núcleo es diferente a la de un nucleón libre, como parece ponerse de manifiesto en las experiencias de colisiones profundamente inelásticas.- Los resultados obtenidos en este tipo de experiencias por la "European Muon Collaboration" (AU 83) requieren un estudio profundo del papel jugado por los piones en la estructura nucleónica así como de la propia estructura del pion. Es pues necesario e imprescindible progresar en la comprensión de los mesones. Además, sería necesario avanzar en el estudio de los procesos de dispersión con el modelo del saco, procesos en los cuales la dinámica de la superficie -- juega un papel fundamental y donde la aproximación de la cavidad estática (con el consiguiente problema del movimiento espurio del centro de masas) quizás carezca por completo de sentido.

Desde un punto de vista más fundamental, podemos decir que la invariancia quiral juega respecto a las interacciones mesónicas un papel análogo al jugado por la invariancia gauge respecto a las interacciones electromagnéticas (construcción de lagrangianos efectivos invariantes, etc.), pero que es introducida ad hoc en el modelo cuyos parámetros aún no han sido derivados de la teoría base QCD. Actualmente, un camino muy prometedor es la obtención de lagrangianos efectivos directamente a partir de QCD, basados en el desarrollo  $1/N$ . El desarrollo a partir de estos lagrangianos es sumamente interesante. Las soluciones obtenidas para el campo piónico, de tipo solitónico, pueden -- ayudar no sólo a la comprensión de la naturaleza piónica -- sino también a entender el proceso de formación del saco.

Es decir, tal vez podamos entender cómo el modelo del saco, quizás más intuitivo, puede derivarse de QCD y los resultados a que conduce. Entre tanto se avanza en la comprensión de todos estos problemas abiertos, de intenso estudio en la actualidad, hemos tratado, al trabajar con el modelo -- del saco, de extraer del mismo aquellas características -- esenciales que deberían permanecer a posteriori en cualquier tratamiento más completo y exacto.

R E F E R E N C I A S.

- (AD 68) S.L. Adler and R.F. Dashen in "Current Algebras and Applications to Particle Physics". W.A. Benjamin Inc, New York, 1968.
- (AM 74) G.Altarelli and L.Maiani, Phys. Lett. 52B, - - (1974), 351.
- (AR 83) G.Arnison et al (UA1 Collaboration) Phys. Lett. 122B, (1983), 103.
- (AR+83) G.Arnison et al (UA1 Collaboration) Phys. Lett. 126B, (1983), 398.
- (AU 83) J.J. Aubert et al, Phys. Lett. 123B, (1983), 275
- (BA 83) G.Banner et al (UA2 Collaboration) Phys. Lett. 122B, (1983), 476.
- (BD 65) J.D.Bjorken and S.D.Drell in "Relativistic Quantum Fields", Mc Graw-Hill Book Company, 1965.
- (BG 64) J.D.Bjorken and S.L.Glashow, Phys. Lett. 25B,-- (1964) 132.
- (BL 69) W.A.Bardeen and B.W.Lee Phys. Rev. 177, (1969), 2389.

- (BP 81) J.Bernabéu y P.Pascual en "Electro-Weak Theory", Grupo Interuniversitario de Física Teórica - -- (GIFT), 1981.
- (BR 79) G.E.Brown and M.Rho, Phys. Lett. 82B, (1979), 177.
- (BR+79) G.E.Brown, M.Rho and V.Vento, Phys. Lett. 84B, (1979), 383.
- (BR 80) G.E.Brown, M.Rho and V.Vento, Phys. Lett. 97B, - (1980), 423.
- (BT 82) J.D.Breit, Nucl. Phys. B202, (1982), 147.
- (BW 79) G.E.Brown in "Mesons in Nuclei", Eds. D.Wilkinson and M.Rho, North-Holland, Amsterdam 1979.
- (BW 82) G.E.Brown, Nucl. Phys. A374, (1982) 63c.
- (CC 81) C.E.Carlson and M.Chachkhunashvili, Nordita preprint, 1981.
- (CD 78) C.G.Callan, R.F.Dashen and D.J.Gross, Phys. Rev. D17, (1978), 2717.
- (CD 79) C.G.Callan, R.F.Dashen and D.J.Gross, Phys. Rev. D19, (1979), 1826.

- (CH 74) A.Chodos, R.L.Jaffe, K.Johnson and C.B.Thorn,--  
Phys. Rev. D10, (1979), 2599.
- (CI 82) S.A.Chin, Nucl. Phys. A382, (1982), 355.
- (CI+82) S.A.Chin, Ucla preprint, 1982.
- (CJ 74) A.Chodos, R.L.Jaffe, K.Johnson, C.B.Thorn and -  
V.F.Weisskopf, Phys. Rev. D9, (1974), 3471.
- (CL 79) F.E.Close in "An Introduction to Quarks and Partons", Academic Press, London 1979.
- (CM 83) S.A.Chin and G.Miller, Phys. Lett. 121B, (1983)  
232.
- (CO 66) S.Coleman, Journal Math. Phys. 7, (1966), 787.
- (CR 67) J.A.Cronin, Phys. Rev. 161, (1967), 1483.
- (CT 75) A.Chodos and C.B.Thorn, Phys. Rev. D12, (1975),  
2733.
- (DA 69) R.Dashen, Phys. Rev. 183, (1969), 1245.
- (DF 73) V.De Alfaro, S.Fubini, G.Furlan and C.Rosse--  
tti in "Currents in Hadron Physics", North-Ho--  
lland 1973.
- (DH 75) J.F.Donoghue, E.Golowich and B.R.Holstein, Phys.  
Rev. D12, (1975) 2875.

- (DJ 75) T.De Grand, R.L.Jaffe, K.Johnson and J.Kiskis,  
Phys. Rev. D12, (1975), 2060.
- (DP 80) J.F.Donoghue, E.Golowich, W.A.Ponce and B.R. --  
Holstein, Phys. Rev. D21, (1980), 186.
- (DT 81) C.E.De Tar, Phys. Rev. D24, (1981), 752.
- (DW 69) R.Dashen and M.Weinstein, Phys. Rev. 183, - - -  
(1969), 1261.
- (FG 73) H.Fritsch, M.Gell-Mann and H.Leutwyler, Phys.  
Lett. 47B, (1973), 365.
- (FM 82) J.R.Finger and J.E.Mandula, Nucl. Phys. B199, -  
(1982), 168.
- (GA 66) S.Gasiorowicz in "Elementary Particle Physics",  
John Wiley & Sons Inc., New York 1966.
- (GA 77) M.K.Gaillard et al in "Weak Interactions" TEPP,  
Institut National de Physique Nucléaire et de -  
Physique des Particules, 1977.
- (GI 70) S.L.Glashow, J.Iliopoulos and L.Maiani, Phys. -  
Rev. D2, (1970), 1285.

- (GL 58) M. Gell-Mann and M. Levy, Nuov. Cim. 16, (1958) 705.
- (GL 61) S.L. Glashow, Nucl. Phys. 22, (1961), 579.
- (GL 74) M.K. Gaillard and B.W. Lee, Phys. Rev. Lett. 33 (1974), 108.
- (GM 64) M. Gell-Mann, Phys. Lett. 8, (1964), 214.
- (GN 84) P. González, S. Noguera, J. Bernabeu and V. Vento, pendiente de publicación en Nucl. Phys. A.
- (GR 64) O.W. Greenberg, Phys. Rev. Lett. 13, (1964), -- 598.
- (GT 79) H. Galic, D. Tadic and J. Trampetic, Nucl. Phys. B 158, (1979), 306.
- (GV 83) P. González, V. Vento and M. Rho, Nucl. Phys. - A 395, (1983), 446.
- (GV+83) P. González and V. Vento, Nucl. Phys. A 407, -- (1983), 349.

- (GV 84) P. González and V. Vento, admitido para su publicación en Nucl. Phys. A.
- (GW 73) D.J. Gross and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. 30 (1973), 1343.
- (HM 81) I. Hultage, F. Myhrer and Z. Xu, Nucl. Phys. - A 364, (1981), 322.
- (HW 83) W.Y.P. Huang, Z. Phys. C. 16, (1983), 327.
- (JA 75) R.L. Jaffe, Phys. Rev. D 11, (1975), 1953.
- (JA 79) R.L. Jaffe, Lectures at the 1979 Erice School, MIT preprint, October 1979.
- (JO 75) K. Johnson, Acta Physica Polonica B 6, (1975), 865.

- (KK 69) J.J.J.Kokkedee in "The Quark Model", W.A.Benjamin, Inc. Amsterdam 1969.
- (KS 82) J.Kogut, M.Stone, H.W.Wyld, H.Shigemitsu, S.H. Shenker and D.K. Sinclair, Phys. Rev. Lett. 48, (1982), 1140.
- (LE 72) B.W.Lee in "Chiral Dynamics", Gordon and Breach Science Publishers, N.Y. 1972.
- (LE 81) T.D.Lee in "Statistical Mechanics of Quarks and Hadrons", Ed. H.Satz, North-Holland, Amsterdam 1981.
- (LE+81) T.D.Lee in "Particle Physics and Introduction - to Field Theory" Vol.1, Harwood Academic Publisher, Amsterdam, 1981.
- (LI 78) H.J.Lipkin, Phys. Rev. Lett. 41, (1978), 1629.
- (LI 81) H.J.Lipkin, Phys. Rev. D24, (1981), 1437.
- (LR 80) J.F.Logeais, M.Rho and V.Vento, Saclay preprint 1980.

- (LT 78) D.B.Lichtemberg in "Unitary Symmetry and Elementary Particles", Academic Press 1978.
- (LV 67) M.Levy, Nuov. Cim. 52, (1967), 23.
- (ME 69) A.Messiah in "Mecanique Cuantique", Dunod, Paris 1969.
- (MP 78) W.Marciano and H.Pagels, Phys. Rep. 36C, (1978)
- (MV 81) O.V.Maxwell and V.Vento . (Submitted to Nucl. Phys. A.).
- (NJ 61) Y.Nambú and G.Jona-Lasinio, Phys. Rev. 122, - - (1961), 345.
- (NO 82) Y.Noganni, Mc. Master University, preprint 1982
- (ON 83) J.A.Oteo y S.Noguera, Universidad de Valencia, - trabajo en preparación.
- (OR 67) O.E.Overseth and R.F.Roth, Phys. Rev. Lett. 19, (1967), 196.
- (OS 82) E.Oset, Universidad de Valladolid, preprint 1982
- (OT 83) J.A.Oteo, Tesina de Licenciatura, Universidad - de Valencia, 1983.
- (PA 75) H.Pagels, Phys. Rep. 16, (1975), 219.

- (PD 82) Particle Data Group, Rev. Mod. Phys. 52, (1980).
- (PO 73) H.D.Politzer, Phys. Rev. Lett. 30, (1973), 1346
- (PW 71) J.C.Pati and C.Woo, Phys. Rev. D3, (1971), 2920
- (RA 81) R.Ramieka, Thesis Rutgers University 1981.
- (RB 83) M.Rho, G.E.Brown and A.S.Goldhaber, Stony Brook preprint 1983.
- (RH 81) M.Rho in "Lectures at the Ettore Majorana - - - School", Erice 1981.
- (SA 68) A.Salam in "Elementary Particle Theory", Ed. N. Svartholm, Stockholm 1968.
- (TM 80) S.Théberge, A.W.Thomas and G.A.Miller, Phys. -- Rev. D22, (1980), 2838.
- (TM 81) S.Théberge, A.W.Thomas and G.A.Miller, Phys. -- Rev. D23, (1981), 2106.
- (TM+81) A.W.Thomas, S.Théberge and G.A.Miller, Phys. -- Rev. D24, (1981), 216.

- (TT 81) D.Tadic and J.Trampetic, Phys. Rev. D23, (1981)  
144.
- (TT+81) D.Tadic and J.Trampetic, Nucl. Phys. B171, - -  
(1981), 471.
- (VB 81) V.Vento, G.Baym and D.Jackson, Phys. Lett. 102B  
(1981), 97.
- (VE 80) V.Vento, Thesis Stony Brook, May 1980, unpu- --  
blished.
- (VE 83) V.Vento, Phys. Lett. 121B, (1983), 370:
- (VR 80) V.Vento, M.Rho, E.M.Nyman, J.H.Jun and G.E.Brown  
Nucl. Phys. A345, (1980), 413.
- (VR 83) V.Vento and M.Rho, Stony Brook preprint 1983.
- (WE 77) S.Weinberg in "Transactions of the New York Acade-  
my of Sciences", Series II (1977), Vol.38.
- (WE 67) S.Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19, (1967), 1264.
- (WE 68) S.Weinberg, Phys. Rev. 166, (1968), 1568.
- (WO 81) C.W.Wong, Phys. Rev. D24, (1981), 1416.
- (ZW 64) G.Zweig, CERN preprint 8409/Th 412, 1964, unpu-  
blished.

