

TESIS.

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

Departament de Física Teòrica

Nº 189

ANÁLISIS DE LA POLARIZACIÓN DEL  $\tau$   
Y CORRELACIONES DE ESPÍN  
A LAS ENERGÍAS DE LEP

Memoria presentada por  
**Nuria Rius Dionis**  
para optar al grado de  
**Doctor en Física.**

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA BIBLIOTECA CIÈNCIES
Nº Registre ...24.834.....
DATA .....13-03-06.....
SIGNATURA TD-F 189
Nº LIBIS: i19383800

Septiembre 1991

516980529 26 cm.



UMI Number: U607721

All rights reserved

INFORMATION TO ALL USERS

The quality of this reproduction is dependent upon the quality of the copy submitted.

In the unlikely event that the author did not send a complete manuscript and there are missing pages, these will be noted. Also, if material had to be removed, a note will indicate the deletion.



UMI U607721

Published by ProQuest LLC 2014. Copyright in the Dissertation held by the Author.  
Microform Edition © ProQuest LLC.

All rights reserved. This work is protected against  
unauthorized copying under Title 17, United States Code.



ProQuest LLC  
789 East Eisenhower Parkway  
P.O. Box 1346  
Ann Arbor, MI 48106-1346



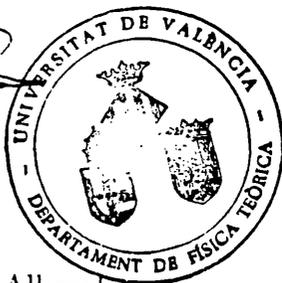
**José Bernabéu Alberola**, Catedrático del Departament de Física Teòrica de la Universitat de València y

**Antonio Pich Zardoya**, Investigador del CSIC adscrito al Institut de Física Corpuscular (IFIC), Centre Mixt Universitat de València - CSIC,

**CERTIFICAN:** Que la presente Memoria “Análisis de la polarización del  $\tau$  y correlaciones de espín a las energías de LEP” ha sido realizada bajo su dirección en el Departament de Física Teòrica de la Universitat de València por **Nuria Rius Dionis** y constituye su Tesis para optar al grado de Doctor en Física.

Y para que así conste, en cumplimiento de la legislación vigente, presentan ante la Facultat de Física de la Universitat de València la referida Tesis, firmando el presente certificado en

Burjassot, a 26 de Junio de 1991



Fdo. José Bernabéu Alberola

Fdo. Antonio Pich Zardoya



## Agradecimientos

Durante el tiempo que he necesitado para llevar a cabo este trabajo han sido muchas las personas que me han prestado su ayuda, tanto en la resolución de las cuestiones de física que han ido surgiendo como con su contribución a que el trabajo haya resultado más llevadero. Es fácil olvidar algún nombre a la hora de escribir la última página de una tesis, por lo que espero que si alguien se siente en esa situación podrá disculparme . . .

Sin lugar a dudas, este trabajo ha sido posible gracias a José Bernabéu, al que debo haber aprendido un poco de toda la física que él sabe, y a Toni Pich, al que quiero agradecer su valiosa colaboración, su disponibilidad para resolver cualquier tipo de problemas y especialmente su paciencia y su ánimo en los momentos difíciles.

También agradezco a José Valle la interesante posibilidad de haber trabajado con él más allá del Modelo Estándar.

El trabajo de estos años ha sido muy agradable gracias a mis compañeros del Departamento de Física Teórica. A Albert tengo que agradecerle discusiones divertidas y fructíferas, y almuerzos que difícilmente podrán superarse. Las integrales del apéndice B me han causado innumerables quebraderos de cabeza, que Rafa, Pedro, Juan y José Ángel han contribuido a resolver felizmente. Quiero agradecer a Arcadi muchas sugerencias y consejos útiles, así como su hospitalidad y la de Matilde durante mi visita al Max-Planck Institut en Munich. Para realizar las gráficas y dibujos he tenido la suerte de contar con Ximo, Concha y Jesús, y, finalmente, no puedo olvidar la ayuda de Enrique para cualquier “cosilla” del ordenador.

La última parte de este trabajo ha sido llevada a cabo en el CERN, por lo que quiero agradecer la hospitalidad de la División de Teoría, y la del grupo experimental de Altas Energías de Valencia. Gracias a Juanjo, Manolo, Javier, Pilar y José Luis las visitas al CERN han resultado siempre interesantes y he aprendido a disfrutar haciendo física.



# Índice

<b>1</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>RESULTADOS A NIVEL ÁRBOL</b>	<b>4</b>
2.1	Reglas de Feynman . . . . .	4
2.2	Desintegración del $\mu$ y masas de los bosones de gauge .	6
2.3	Sección eficaz de $e^+ + e^- \rightarrow f + \bar{f}$ . . . . .	8
2.4	Observables de polarización . . . . .	14
<b>3</b>	<b>CORRECCIONES RADIATIVAS</b>	<b>18</b>
3.1	Renormalización . . . . .	18
3.2	Masas de los bosones de gauge y $\Delta r$ . . . . .	26
3.3	Correcciones radiativas en $e^+ + e^- \rightarrow f\bar{f}$ . . . . .	31
3.4	Aproximación de Born mejorada . . . . .	38
3.5	Sección eficaz y observables de polarización . . . . .	39
<b>4</b>	<b>DISTRIBUCIONES CORRELACIONADAS</b>	<b>43</b>
4.1	Introducción . . . . .	43
4.2	Distribuciones en el sistema en reposo del $\tau$ . . . . .	45
4.3	Distribución correlacionada . . . . .	49

4.4	Distribución correlacionada en el LAB . . . . .	51
4.5	Correlaciones energía-energía . . . . .	56
4.5.1	Distribución de energías correlacionada . . . . .	56
4.5.2	Sensibilidad de los distintos canales . . . . .	58
4.5.3	Espectro de una partícula . . . . .	60
4.6	Correlaciones angulares . . . . .	60
4.6.1	Observables . . . . .	60
4.6.2	Sensibilidad de los distintos canales . . . . .	72
4.7	Conclusiones . . . . .	73
<b>5</b>	<b>ASIMETRÍAS AZIMUTALES</b>	<b>75</b>
5.1	Distribuciones angulares en el sistema en reposo del $\tau$ .	75
5.2	Distribución angular correlacionada en el LAB . . . . .	77
5.3	Asimetrías Azimutales . . . . .	83
5.4	Conclusiones . . . . .	85
<b>6</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>87</b>
<b>A</b>	<b>PRODUCCIÓN Y DESINTEGRACIÓN DE PARTÍCULAS DE ESPÍN 1/2 EN EL LÍMITE <math>\Gamma \ll M</math>.</b>	<b>91</b>
A.1	Producción y desintegración de una partícula de espín 1/2 . . . . .	91
A.2	Producción y desintegración de un par de partículas de espín 1/2 . . . . .	96
<b>B</b>	<b>INTEGRALES DE ESPACIO FÁSICO</b>	<b>99</b>

B.1	Correlaciones leptón-leptón y leptón-mesón . . . . .	99
B.2	Correlaciones mesón-mesón . . . . .	104
B.3	Límite de masas nulas . . . . .	107
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>		<b>111</b>



## Capítulo 1

### INTRODUCCIÓN

Uno de los objetivos fundamentales de los experimentos de colisión de  $e^+e^-$  alrededor de la resonancia del bosón neutro  $Z$  es realizar tests precisos de la teoría de las interacciones electrodébiles. La actual teoría, el Modelo Estándar [1], es una teoría cuántica de campos basada en la invariancia gauge local bajo el grupo de simetría  $SU(2) \otimes U(1)$ , roto espontáneamente a  $U(1)_{em}$  mediante el mecanismo de Higgs. Este modelo proporciona una descripción completa de los fenómenos electrodébiles, es teóricamente consistente y está en concordancia con los resultados experimentales conocidos.

Además de las masas de los fermiones, los ángulos de mezcla de los quarks y la masa del bosón de Higgs, el Modelo Estándar contiene tres parámetros libres: las constantes de acoplamiento de  $SU(2)$  y  $U(1)$ ,  $g_2$  y  $g_1$ , respectivamente, y el valor esperado en el vacío del campo de Higgs,  $v$ . El modelo no predice el valor de estos parámetros, que por tanto tienen que determinarse en tres experimentos independientes. En este sentido, resulta más conveniente considerar combinaciones de los parámetros que sean cantidades bien medidas y estén relacionadas directamente con un experimento determinado. En el caso de la física del LEP, la elección más natural consiste en considerar la constante de estructura fina,  $\alpha$ , determinada en la dispersión Thomson, la constante de Fermi,  $G_\mu$ , medida en la desintegración del muón y la masa del  $Z$ , conocida ya con gran precisión tras el primer año de funcionamiento del LEP [2].

En términos de estos tres parámetros, el modelo predice otros observables que pueden medirse en experimentos de precisión, proporcionando un test de la teoría a nivel de correcciones cuánticas. Mientras las amplitudes a nivel árbol pueden obtenerse también en la correspondiente teoría clásica de campos, las contribuciones a un ciclo son propias de la versión cuantizada. La renormalizabilidad del Modelo Estándar [3] garantiza su poder predictivo a órdenes más altos en teoría de perturbaciones, de modo que los experimentos de precisión pueden o bien confirmar la validez del modelo, análogamente a QED, o bien demostrar la necesidad de modificaciones significativas.

Por otro lado, las correcciones radiativas en el Modelo Estándar juegan un papel adicional muy importante, debido a que en teorías rotas de forma espontánea no se cumple automáticamente el teorema de desacoplamiento [4] (i.e., la existencia de partículas muy pesadas no afecta a los fenómenos a bajas energías). De acuerdo con la teoría cuántica de campos, en los cálculos a orden más alto en teoría de perturbaciones aparecen virtualmente todos los estados físicos del espectro. Así, partículas que no se han observado directamente hasta ahora, tales como el bosón de Higgs o el quark  $t$  top, modifican las predicciones teóricas de los observables. En principio, esto se aplica también a cualquier objeto relacionado con extensiones del Modelo Estándar mínimo (campos de Higgs adicionales, partículas supersimétricas, nuevos bosones de gauge, etc.). En algunos casos, pueden incluso aparecer efectos observables a nivel árbol. Nosotros nos restringiremos al Modelo Estándar mínimo en la mayor parte de este trabajo.

En primer lugar, en el capítulo 2 vamos a deducir algunos resultados interesantes a nivel árbol, en particular la relación entre las masas y los acoplamientos a fermiones de los bosones de gauge, así como los observables del proceso  $e^+ + e^- \rightarrow f + \bar{f}$ , cuando los haces iniciales no están polarizados.

En el tercer capítulo estudiaremos cómo se modifican estos resultados al tener en cuenta las correcciones radiativas a primer orden. Sobre la resonancia del  $Z$ , la estructura de la amplitud es la misma que en la aproximación de Born, de forma que podremos obtener las

correspondientes expresiones fácilmente a partir de las que hemos calculado en el capítulo 2 a nivel árbol.

Seguidamente, en el capítulo 4 estudiaremos la forma de observar experimentalmente los efectos de la polarización de los fermiones finales, restringiéndonos a partir de este momento al canal  $\tau^+\tau^-$ . Veremos que es posible detectar dichos efectos a través de las distribuciones correlacionadas, tanto energéticas como angulares, de los productos de la desintegración de los dos taus en los procesos

$$e^- + e^+ \rightarrow \tau^- + \tau^+ \rightarrow x_1^- + x_2^+ + \dots$$

En la sección 4.5 nos vamos a centrar en las correlaciones de energía, que contienen información tanto sobre el espín de los taus como sobre los parámetros de Michel. Como caso particular, obtendremos la distribución de los productos de un solo  $\tau$ . En la sección 4.6 analizaremos la medida de la polarización longitudinal del  $\tau$  por medio de las correlaciones angulares. Como veremos, dicha polarización está directamente relacionada con un parámetro de gran relevancia del Modelo Estándar, el ángulo de mezcla electrodébil o ángulo de Weinberg,  $\theta_W$ .

A continuación, en el capítulo 5 emplearemos la misma técnica en el límite de masas nulas de las partículas finales para analizar los efectos debidos a las correlaciones de espín entre los dos taus. Si suponemos que el proceso  $e^- + e^+ \rightarrow \tau^- + \tau^+$  está mediado por bosones vectoriales cuyos acoplamientos con los fermiones son de tipo vectorial y axial, en el límite quirral la correlación de espín longitudinal es igual a uno y sólo hay dos correlaciones de espín transversales no nulas, una de ellas de especial interés por tratarse de un observable impar bajo inversión temporal. Dichas correlaciones darán lugar a sendas asimetrías azimutales en la distribución angular de los productos de la desintegración de los taus.

Finalmente, en el capítulo 6 expondremos las conclusiones del trabajo y en los apéndices daremos los detalles de algunos cálculos necesarios para la obtención de los resultados expuestos.

## Capítulo 2

### RESULTADOS A NIVEL ÁRBOL

#### 2.1 Reglas de Feynman

La interacción entre los bosones de gauge y el campo de Higgs da lugar a la matriz de masas de los bosones vectoriales, cuando el valor esperado en el vacío del doblete escalar ( $v$ ) es no nulo. Esta matriz es no diagonal en la base de los campos generadores de SU(2) y U(1):

$$\frac{1}{2} \left( \frac{g_2}{2} v \right)^2 [(W^1)^2 + (W^2)^2] + \frac{v^2}{4} (W_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} g_2^2 & g_1 g_2 \\ g_1 g_2 & g_1^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

El contenido físico es más evidente al diagonalizar (2.1) y hacer el cambio de base de los campos  $W_\mu^a, B_\mu$  (en términos de los cuales la simetría es manifiesta) a los autoestados de masa:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \pm iW_\mu^2) \quad (2.2)$$

y

$$Z_\mu = \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu \quad (2.3)$$

$$A_\mu = \sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu \quad (2.4)$$

con

$$M_W = \frac{1}{2} g_2 v \quad (2.5)$$

$$M_Z = \frac{1}{2} \sqrt{g_1^2 + g_2^2} v \quad (2.6)$$

y

$$\cos \theta_W = \frac{M_W}{M_Z} = \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \quad (2.7)$$

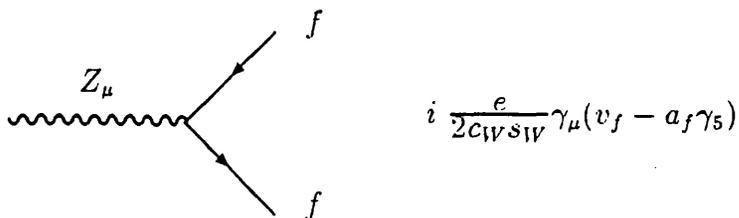
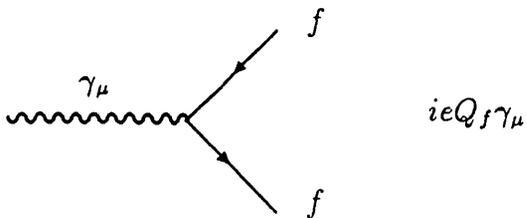
Si identificamos el campo sin masa  $A_\mu$  con el fotón, que se acopla al electrón vía la carga eléctrica  $e = \sqrt{4\pi\alpha}$ ,  $e$  se puede expresar en función de las constantes de acoplamiento gauge  $g_1$  y  $g_2$  como:

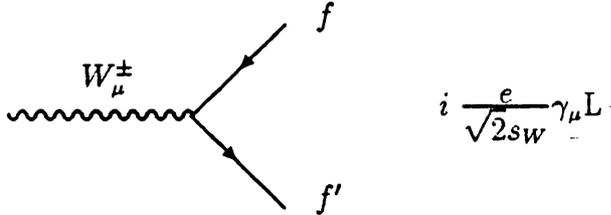
$$e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \quad (2.8)$$

de donde

$$g_2 = \frac{e}{\sin \theta_W}, \quad g_1 = \frac{e}{\cos \theta_W} \quad (2.9)$$

De forma que es posible escribir los acoplamientos vectoriales y axiales entre los bosones de gauge y los fermiones en términos de los parámetros  $e$ ,  $M_Z$  y  $M_W$ :





Hemos introducido la notación  $s_W \equiv \sin \theta_W$ ,  $c_W \equiv \cos \theta_W$  y

$$L \equiv \frac{1 - \gamma_5}{2}$$

Las constantes de acoplamiento de las corrientes neutras vienen dadas por:

$$v_f = I_3^f - 2 Q_f s_W^2 \quad (2.10)$$

$$a_f = I_3^f \quad (2.11)$$

donde  $I_3^f$  es la tercera componente de isospín débil y  $Q_f$  la carga del fermión  $f$ .

Todos los cálculos de este trabajo han sido realizados en el gauge de Feynman-'t Hooft.

## 2.2 Desintegración del $\mu$ y masas de los bosones de gauge

En el modelo de Fermi, con una constante de acoplamiento efectiva  $G_\mu$  para la interacción de contacto entre cuatro fermiones, se obtiene una expresión de la vida media del muón,  $\tau_\mu$ , a partir de la cual es posible determinar el valor de la constante  $G_\mu$ .

En el Modelo Estándar la amplitud de desintegración del  $\mu$  a nivel árbol (Fig. (2.1)) es:

$$M_0 = i \left( \frac{e}{\sqrt{2} \sin \theta_W} \right)^2 \frac{J_{cc}^{(\mu)} \cdot J_{cc}^{(e)}}{q^2 - M_W^2} \quad (2.12)$$

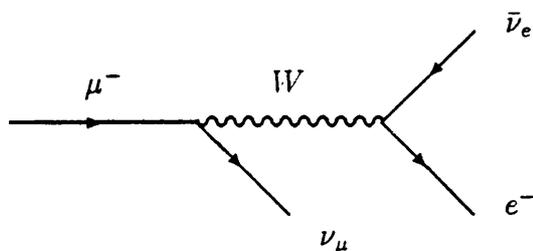


Figura 2.1: Desintegración del  $\mu$  a nivel árbol

con

$$J_{cc}^{(\mu)} = \bar{u}_{\nu_\mu} \gamma^\mu L u_\mu$$

$$J_{cc}^{(e)} = \bar{u}_e \gamma^\mu L v_{\nu_e}$$

mientras que en el modelo de Fermi resulta:

$$M_0^F = i 2\sqrt{2} G_\mu J_{cc}^{(\mu)} \cdot J_{cc}^{(e)} \quad (2.13)$$

Comparando ambas amplitudes, la consistencia entre los dos modelos para  $q^2 \ll M_W^2$  requiere la identificación:

$$\frac{G_\mu}{\sqrt{2}} = \frac{e^2}{8 \sin^2 \theta_W M_W^2} \quad (2.14)$$

que nos permite, junto con la ec. (2.7) predecir las masas de los bosones de gauge a partir de los parámetros  $\alpha$ ,  $G_\mu$  y  $\sin^2 \theta_W$ :

$$M_W^2 = \frac{\pi \alpha}{\sqrt{2} G_\mu} \frac{1}{\sin^2 \theta_W} \quad (2.15)$$

$$M_Z^2 = \frac{\pi \alpha}{\sqrt{2} G_\mu} \frac{1}{\sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W} \quad (2.16)$$

Con  $\alpha = 1/137.035985(61)$ ,  $G_\mu = 1.16637(2)10^{-5} \text{GeV}^2$  y  $\sin^2 \theta_W = 0.231 \pm 0.006$  a partir de la dispersión de neutrinos [5] tenemos que:

$$M_W = 77.6 \pm 1.0 \text{ GeV}$$

$$M_Z = 88.5 \pm 0.8 \text{ GeV}$$

Por otro lado, las masas medidas experimentalmente en colisiones  $p\bar{p}$  [6] y  $e^+e^-$  [2] son:

$$M_W^{exp} = 80.13 \pm 0.30 \text{ GeV}$$

$$M_Z^{exp} = 91.177 \pm 0.031 \text{ GeV}$$

La diferencia de más de dos desviaciones estándar entre la predicción teórica y los resultados experimentales es una fuerte indicación de la importancia de las correcciones radiativas sobre las relaciones deducidas a nivel árbol.

### 2.3 Sección eficaz de $e^+ + e^- \rightarrow f + \bar{f}$

Al orden más bajo en teoría de perturbaciones, la amplitud del proceso  $e^+ + e^- \rightarrow f + \bar{f}$  en el Modelo Estándar viene dada por la suma de las amplitudes correspondientes a los diagramas de intercambio de un  $\gamma$  y un  $Z$  (Fig. (2.2)) (la contribución del diagrama con un Higgs intermedio es despreciable, debido a que el acoplamiento de Yukawa del electrón es muy pequeño), *i.e.*,  $M_0 = M_0^\gamma + M_0^Z$  donde:

$$M_0^\gamma = i e^2 \frac{Q_e Q_f}{s} \bar{v}(k_2) \gamma_\mu u(k_1) \bar{u}(p_1) \gamma^\mu v(p_2) \quad (2.17)$$

$$M_0^Z = i \frac{e^2}{4s_W^2 c_W^2} \chi_0(s) \times \bar{v}(k_2) \gamma_\mu (v_e - a_e \gamma_5) u(k_1) \bar{u}(p_1) \gamma^\mu (v_f - a_f \gamma_5) v(p_2) \quad (2.18)$$

Las constantes de acoplamiento vectorial y axial están definidas en las ecs. (2.10) y (2.11), y  $\chi_0(s)$  es el propagador del  $Z$ , que en la aproximación de Breit-Wigner tiene la siguiente expresión:

$$\chi_0(s) = \frac{1}{s - M_Z^2 + i M_Z \Gamma_Z^0} \quad (2.19)$$

con la anchura del  $Z$

$$\Gamma_Z^0 = \sum_f N_C^f \frac{\alpha}{3} \frac{M_Z}{4s_W^2 c_W^2} (v_f^2 + a_f^2) \quad (2.20)$$

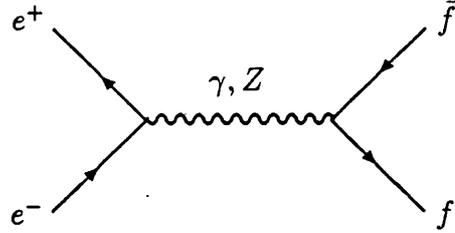


Figura 2.2: Diagramas que contribuyen al proceso  $e^+ + e^- \rightarrow f + \bar{f}$  a nivel árbol.

El factor de color es  $N_C^f = 1$  para los leptones y  $N_C^f = 3$  para los quarks. En la ec. (2.20) hemos despreciado los términos de masa de los fermiones finales, que son correcciones de orden  $m_f^2/s$  y por tanto de marginal importancia para los fermiones conocidos. En la producción de  $t\bar{t}$  habría que considerar dichas contribuciones, pero los recientes resultados experimentales [7], [2] dan lugar a cotas sobre la masa del top que excluyen este proceso sobre la resonancia del  $Z$  y en consecuencia la ec. (2.20) es una buena aproximación.

A partir de las amplitudes (2.17) y (2.18), vamos a calcular la sección eficaz del proceso

$$e^-(k_1) + e^+(k_2) \rightarrow f(p_1, s_1) + \bar{f}(p_2, s_2) \quad (2.21)$$

Suponemos que los haces no están polarizados y por tanto hay que promediar sobre las helicidades iniciales. Nos interesa el resultado para  $s \equiv (k_1 + k_2)^2 \sim M_Z^2$ , por lo que hemos tomado la masa del electrón igual a cero, pero hemos mantenido las masas de los fermiones finales cuando podía haber efectos a orden dominante debidos a la polarización longitudinal.

Para tener en cuenta los efectos debidos al espín de los fermiones finales, calcularemos la probabilidad de la reacción  $e^- + e^+ \rightarrow f + \bar{f}$  con el espín de  $f$  en la dirección  $\vec{s}_1^*$  y el espín de  $\bar{f}$  en la dirección  $\vec{s}_2^*$ .  $\vec{s}_1^*$  y  $\vec{s}_2^*$  son vectores unitarios definidos en el sistema de referencia de  $f$  y de  $\bar{f}$ , respectivamente. Con objeto de realizar el cálculo de forma

covariante, definimos los tetra vectores de tipo espacial  $s_1$  y  $s_2$ , que se reducen a los trivectores  $\vec{s}_1^*$  y  $\vec{s}_2^*$ , respectivamente, en los sistemas de referencia en reposo de  $f$  y de  $\bar{f}$ .

En el sistema del laboratorio (que coincide con el del centro de masas de  $e^+$  y  $e^-$ ), tomamos el eje  $z$  en la dirección del momento del  $\tau^-$  mientras que el eje  $y$  está definido por  $\vec{p} \times \vec{k}$ , como se muestra en la Fig. (2.3). (Dado que la única dirección privilegiada es la que definen los haces iniciales y por consiguiente el problema tiene simetría cilíndrica, podemos tomar el ángulo azimutal  $\psi = 0$  sin pérdida de generalidad.)

Con esta elección de los ejes, los tetramomentos de las partículas involucradas en el proceso 2.21 vienen dados por:

$$k_1^\mu = k (1, \hat{k}) \quad k_2^\mu = k (1, -\hat{k}) \quad (2.22)$$

con

$$\hat{k} = (\sin \theta, 0, \cos \theta)$$

y

$$p_1^\mu = (E, 0, 0, p) \quad p_2^\mu = (E, 0, 0, -p) \quad (2.23)$$

En este sistema de referencia, los tetra vectores covariantes  $s_i$  se pueden escribir en términos de las componentes de los vectores  $s_1^*$  y  $s_2^*$  definidos en el sistema de referencia en reposo del  $\tau^-$  y del  $\tau^+$ , respectivamente, de la siguiente forma:

$$s_1 = (\beta \gamma s_{1z}^*, s_{1x}^*, s_{1y}^*, \gamma s_{1z}^*) \quad (2.24)$$

$$s_2 = (-\beta \gamma s_{2z}^*, s_{2x}^*, s_{2y}^*, \gamma s_{2z}^*) \quad (2.25)$$

Teniendo en cuenta que el proyector del estado  $f$  con momento  $p_1$  y espín en la dirección  $\vec{s}_1^*$  es

$$\frac{1 + \gamma_5 \not{k}_1}{2} (p_1 + m) \quad (2.26)$$

y para el estado  $\bar{f}$  con momento  $p_2$  y espín en la dirección  $\vec{s}_2^*$

$$\frac{1 + \gamma_5 \not{k}_2}{2} (-p_2 + m) \quad (2.27)$$

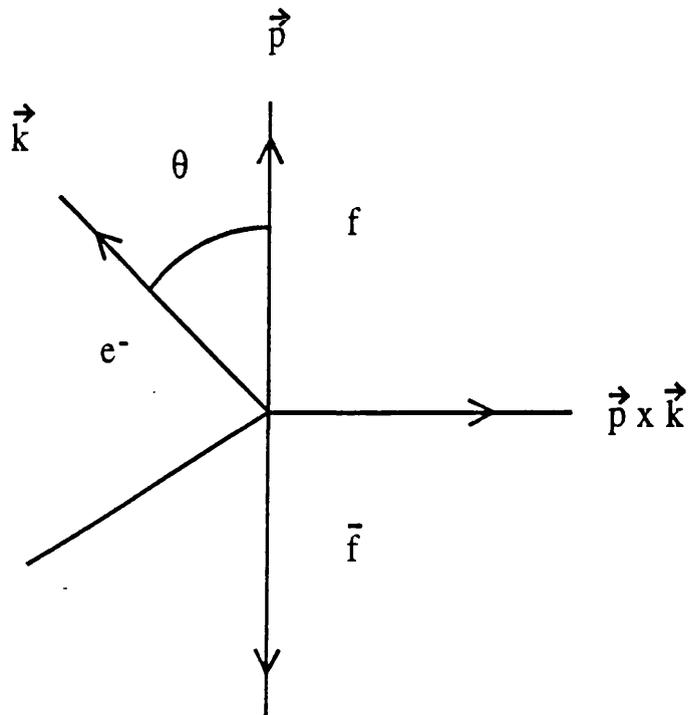


Figura 2.3: Sistema de coordenadas en el LAB y notación utilizados en el cálculo de la sección eficaz del proceso  $e^- + e^+ \rightarrow f + \bar{f}$ .

y utilizando las técnicas estándar de cálculo de trazas de las matrices de Dirac [8], la sección eficaz diferencial del proceso (2.21) resulta ser:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(s_1^*, s_2^*) &= \frac{1}{16s} \{ (1 + s_{1z}^* s_{2z}^*) [F_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + F_1(s)2 \cos \theta] \\ &- (s_{1z}^* + s_{2z}^*) [G_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + G_1(s)2 \cos \theta] \\ &+ [(s_{1y}^* s_{2y}^* - s_{1x}^* s_{2x}^*) F_2(s) + (s_{1y}^* s_{2x}^* + s_{1x}^* s_{2y}^*) G_2(s)] \sin^2 \theta \} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Los factores de forma  $F_i(s)$  y  $G_i(s)$ , que son pares e impares bajo paridad, respectivamente, contienen toda la información dinámica de la teoría y sólo dependen de las constantes de acoplamiento de los fermiones con el bosón neutro  $Z$  y del propagador de éste. En la tabla 2.3 mostramos las distintas contribuciones a los factores de forma que provienen de la amplitud de intercambio de un fotón, de un  $Z$  y de la interferencia entre ambas. Por simplicidad hemos definido

$$P_0(s) = \frac{\alpha}{4s_{fV}^2 c_{fV}^2} s \chi_0(s) \quad (2.29)$$

Las constantes  $C_i$  y  $D_i$  que aparecen en la tabla 2.3 vienen dadas por las siguientes combinaciones de los acoplamientos de los fermiones con el bosón  $Z$ :

$$\begin{aligned} C_0 &= (|v_e|^2 + |a_e|^2)(|v_f|^2 + |a_f|^2) \\ C_1 &= 4 \operatorname{Re}(v_e a_e^*) \operatorname{Re}(v_f a_f^*) \\ C_2 &= (|v_e|^2 + |a_e|^2)(|a_f|^2 - |v_f|^2) \\ D_0 &= (|v_e|^2 + |a_e|^2) 2 \operatorname{Re}(v_f a_f^*) \\ D_1 &= 2 \operatorname{Re}(v_e a_e^*) (|v_f|^2 + |a_f|^2) \end{aligned} \quad (2.30)$$

En general, las contribuciones a  $d\sigma(s_1^*, s_2^*)$  procedentes de la interferencia entre los diagramas de intercambio de un fotón y de un  $Z$  (ver tabla 2.3) son proporcionales a la parte real del propagador del último, que se anula para  $s = M_Z^2$ , por lo que el valor de los distintos observables sobre la resonancia viene dado fundamentalmente en términos

	$\gamma$	$\gamma Z$	$Z$
$F_0(s)$	$Q_f^2 \alpha^2$	$-2Q_f \alpha \operatorname{Re}(v_e v_f) \operatorname{Re} P_0(s)$	$C_0  P_0(s) ^2$
$F_1(s)$		$-2Q_f \alpha \operatorname{Re}(a_e a_f) \operatorname{Re} P_0(s)$	$C_1  P_0(s) ^2$
$F_2(s)$	$-Q_f^2 \alpha^2$	$2Q_f \alpha \operatorname{Re}(v_e v_f) \operatorname{Re} P_0(s)$	$C_2  P_0(s) ^2$
$G_0(s)$		$-2Q_f \alpha \operatorname{Re}(v_e a_f) \operatorname{Re} P_0(s)$	$D_0  P_0(s) ^2$
$G_1(s)$		$-2Q_f \alpha \operatorname{Re}(a_e v_f) \operatorname{Re} P_0(s)$	$D_1  P_0(s) ^2$
$G_2(s)$		$-2Q_f \alpha \operatorname{Re}(v_e a_f) \operatorname{Im} P_0(s)$	

Tabla 2.1: Contribuciones a la sección eficaz del proceso  $e^- + e^+ \rightarrow f + \bar{f}$  de las amplitudes de intercambio de un fotón, de un  $Z$  y de la interferencia entre ambas.

de las constantes  $C_i$  y  $D_i$  definidas en la ec. (2.30), salvo correcciones muy pequeñas debidas al intercambio de un fotón en  $F_0$  y  $F_2$ . La única excepción es el factor de forma  $G_2$ , ya que, como veremos con más detalle cuando estudiemos los observables de polarización, está asociado con un término impar bajo inversión temporal y como consecuencia la única contribución a nivel árbol procede precisamente de la interferencia entre las amplitudes de intercambio de un fotón y de un  $Z$ , que en este caso es proporcional a la parte imaginaria del propagador de éste.

La sección eficaz integrada del proceso  $e^- + e^+ \rightarrow f + \bar{f}$  está directamente relacionada con el factor de forma  $F_0(s)$ ,

$$\sigma = \frac{4\pi}{3s} F_0(s) \simeq \frac{4\pi}{3s} |P_0(s)|^2 C_0 \quad (2.31)$$

sobre el pico del  $Z$ . Seguidamente, analizaremos los observables de polarización no nulos a las energías de LEP, que están relacionados con el resto de los factores de forma que aparecen en la ec. (2.28).

## 2.4 Observables de polarización

Si los haces iniciales no están polarizados, la conservación de helicidad (que es consecuencia de los acoplamientos de tipo V y A) reduce los observables de polarización a altas energías a los siguientes: asimetría *forward-backward*, polarización longitudinal del fermión final, asimetría *forward-backward* de polarización, (que sobre la resonancia es proporcional a la polarización longitudinal del  $Z$ ), correlación de espín longitudinal y correlaciones de espín trasversales. Vamos a ver cómo se expresan estos observables en términos de los factores de forma de la ec. (2.28), así como su valor aproximado sobre la resonancia del bosón neutro  $Z$ .

La asimetría *forward-backward* para los distintos estados finales se define como

$$A_{FB}^f = \frac{\sigma(\cos \theta > 0) - \sigma(\cos \theta < 0)}{\sigma} \quad (2.32)$$

y por tanto, sustituyendo  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  de la ec. (2.28), viene dada por

$$A_{FB}^f = \frac{3 F_1(s)}{4 F_0(s)} \simeq \frac{3 C_1}{4 C_0} \quad (2.33)$$

En cuanto a los observables relacionados con el espín de *uno* de los fermiones finales, a orden dominante en  $(m_f/M_Z)^2$  sólo sobreviven los términos proporcionales a la componente longitudinal, como se observa en la ec. (2.28). La polarización longitudinal del fermión final es un observable impar bajo paridad, que depende del ángulo de emisión,  $\theta$ , de la siguiente forma:

$$P_f(\cos \theta) = -\frac{G_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + G_1(s) 2 \cos \theta}{F_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + F_1(s) 2 \cos \theta} \quad (2.34)$$

La asimetría angular de la polarización depende por tanto de  $G_1(s)/F_0(s)$ , y contiene la misma información que la asimetría izquierda-derecha cuando los haces iniciales están polarizados longitudinalmente. Sobre la resonancia, la asimetría *forward-backward* de la polarización coincide con la polarización del  $Z$ ,

$$P_Z = -\frac{D_1}{C_0} = -\frac{2 \operatorname{Re}(v_e a_e^*)}{(|v_e|^2 + |a_e|^2)} \quad (2.35)$$

si despreciamos el término de intercambio de un fotón. En este caso, la distribución (2.34) se puede escribir como

$$P_f(\cos \theta) \simeq \frac{P_f + P_Z \frac{2 \cos \theta}{(1 + \cos^2 \theta)}}{1 + P_f P_Z \frac{2 \cos \theta}{(1 + \cos^2 \theta)}} \quad (2.36)$$

donde  $P_f$  es el valor de la polarización promediado sobre el ángulo de emisión,  $\theta$ ,

$$P_f = -\frac{D_0}{C_0} = -\frac{2 \operatorname{Re}(v_f a_f^*)}{(|v_f|^2 + |a_f|^2)} \quad (2.37)$$

Si suponemos universalidad,  $P_Z$  coincide con  $P_\mu$  y  $P_\tau$ .

Debido a la factorización inducida al despreciar el intercambio de un fotón, sobre la resonancia  $A_{FB} = \frac{3}{4} P_Z P_f$ .

De la ec. (2.28) se deduce que cualquier efecto relacionado con las componentes transversal y normal del espín de un solo fermión está suprimido en el límite de masas nulas, si se consideran acoplamientos estándar entre los bosones de gauge y los fermiones que conservan quiralidad, como es nuestro caso. Cuando se introducen acoplamientos que cambian la quiralidad, del tipo de momentos dipolares eléctricos o débiles [9], en principio puede haber nuevos observables relacionados con la componente normal del espín, que son de gran interés para el estudio de violación de CP en el sector leptónico. Sin embargo, si se impone que el lagrangiano efectivo que da lugar a los momentos dipolares sea invariante bajo el grupo  $SU(2) \otimes U(1)$  [10], el número de estos observables que podrían ser medidos en el LEP se reduce considerablemente [11].

Finalmente, los términos cuadráticos en  $s_1^*$  y  $s_2^*$  de la ec. (2.28) son responsables de las distintas correlaciones entre los espines del  $f$  y el  $\bar{f}$ . La correlación de espín longitudinal es igual a uno, como consecuencia de la conservación de helicidad.

Las correlaciones de espín restantes involucran las componentes transversal y normal de la polarización de los fermiones finales. El valor esperado de las componentes transversales de la polarización de  $f$  y  $\bar{f}$  coincide en el Modelo Estándar con el valor esperado de las

componentes normales (salvo un signo global):

$$\langle P_T \bar{P}_T \rangle = - \langle P_N \bar{P}_N \rangle = \frac{F_2(s) \sin^2 \theta}{F_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + F_1(s) 2 \cos \theta} \quad (2.38)$$

que, sobre la resonancia del  $Z$ , se reduce a

$$\langle P_T \bar{P}_T \rangle \simeq \frac{C_{TT} \sin^2 \theta / (1 + \cos^2 \theta)}{1 + P_f P_Z 2 \cos \theta / (1 + \cos^2 \theta)} \quad (2.39)$$

donde  $C_{TT} = \frac{C_2}{C_0}$ .

La correlación entre la componente normal de la polarización de  $f$  y la componente transversal de la polarización de  $\bar{f}$ ,  $\langle P_N \bar{P}_T \rangle$  ( $= \langle P_T \bar{P}_N \rangle$ ), resulta de especial interés, por tratarse del único observable impar bajo inversión temporal que es distinto de cero en el límite de masas nulas dentro del Modelo Estándar [12].

El momento y el espín cambian de signo bajo inversión temporal, de modo que cualquier observable que contenga un número impar de momentos y/o espines es también impar bajo inversión temporal. En particular, la componente normal del espín de un fermión

$$s_{iy} = \vec{s}_i \cdot (\vec{p} \times \vec{k})$$

es un observable de este tipo, al igual que  $\langle P_N \bar{P}_T \rangle$  y  $\langle P_T \bar{P}_N \rangle$ . Sin embargo, a diferencia de las correlaciones de espín,  $s_{iy}$  se anula en el límite quiral, como hemos discutido antes.

Estas correlaciones impares bajo inversión temporal dependen del ángulo de emisión,  $\theta$ , de la misma forma que las correlaciones  $\langle P_T \bar{P}_T \rangle$  y  $\langle P_N \bar{P}_N \rangle$ :

$$\langle P_N \bar{P}_T \rangle = \langle P_T \bar{P}_N \rangle = \frac{-G_2(s) \sin^2 \theta}{F_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + F_1(s) 2 \cos \theta} \quad (2.40)$$

y, sobre la resonancia del  $Z$ , vienen dadas en buena aproximación por

$$\langle P_N \bar{P}_T \rangle = \frac{-C_{TN} \sin^2 \theta / (1 + \cos^2 \theta)}{1 + P_f P_Z 2 \cos \theta / (1 + \cos^2 \theta)} \quad (2.41)$$

con

$$C_{TN} = \frac{2Q_f s_W^2 c_W^2 4v_e a_f \Gamma_Z / M_Z}{C_0}$$

Los efectos impares bajo inversión temporal están relacionados con la existencia de fases no triviales en las amplitudes, que pueden provenir tanto de términos que violan CP como de las partes absorbivas generadas al considerar correcciones radiativas [13]. En el Modelo Estándar nos encontramos en el segundo caso; en efecto,  $\langle P_N \bar{P}_T \rangle$  a nivel árbol es proporcional a la parte imaginaria del propagador del Z, en la cual están incluidas las correcciones radiativas a primer orden. Por otro lado, la única contribución procede de la interferencia de las amplitudes de intercambio de un fotón y de un Z, ya que a nivel árbol los acoplamientos  $v_f$  y  $a_f$  son reales.

La medida de la anchura total del Z en el LEP, así como de las anchuras parciales de desintegración, la asimetría *forward-backward*, la polarización del  $\tau$  y del Z, *etc.*, permiten realizar tests muy precisos del Modelo Estándar, comparando los resultados experimentales con las predicciones teóricas.

Hemos visto que, a nivel árbol, estos observables están completamente determinados en términos de  $\alpha$ ,  $G_\mu$  y  $M_Z$ . Las correcciones radiativas a un ciclo son de orden  $\frac{\alpha}{\pi}$ , con un factor amplificador que es típicamente  $\sim \ln(M_Z/m_f)^2$  para las correcciones debidas a fermiones ligeros y  $\sim (m_t/M_Z)^2$  en el caso del top. Teniendo en cuenta que la precisión experimental es aproximadamente  $10^{-3}$  y  $\frac{\alpha}{\pi} = 0.0023$ , resulta clara la necesidad de incluir las correcciones de primer orden en el cálculo teórico de los observables.

## Capítulo 3

# CORRECCIONES RADIATIVAS

### 3.1 Renormalización

En los resultados de los diagramas de primer orden aparecen divergencias, que se tienen que eliminar de forma consistente con la interpretación física de los parámetros. Esta operación da lugar a una redefinición de los parámetros del lagrangiano a través de una cantidad infinita (renormalización). Hay que abandonar los parámetros “desnudos” y expresar todas las cantidades en términos de los parámetros “renormalizados”, que son finitos y pueden medirse, y los contratérminos, que absorben las divergencias de las contribuciones a primer orden.

La forma más simple de obtener una función de Green finita consiste en el esquema de sustracción mínima, donde (en regularización dimensional) la parte singular de cada diagrama divergente se sustrae y se definen los parámetros a una cierta escala de renormalización,  $\mu$ . Este esquema es ampliamente utilizado en QCD, donde la ausencia de partículas fundamentales libres hace que no haya una escala de renormalización privilegiada.

Sin embargo, la situación es muy diferente en QED y en la teoría electrodébil, ya que la dispersión de Thomson clásica y las masas de las partículas representan una escala natural para la definición de los parámetros, favoreciendo el esquema de renormalización sobre la capa másica [14]. En principio, hay un problema conceptual al introducir las

masas de los quarks ligeros como parámetros de la teoría, dado que no se conoce su valor preciso ni se entiende completamente su significado físico. Sin embargo, en las correcciones radiativas que necesitamos las masas de los quarks ligeros aparecen sólo en las autoenergías de los bosones de gauge, donde la contribución de aquéllos puede obtenerse a partir de la sección eficaz experimental del proceso  $e^+e^- \rightarrow \text{hadrones}$  por medio de una relación de dispersión. Los restantes términos de masa son de orden  $m_f^2/M_Z^2$  y por tanto se anulan en el límite de quarks ligeros.

A partir de las reglas de Feynman del Modelo Estándar podemos calcular las amplitudes de procesos con cuatro fermiones, en las cuales los parámetros que aparecen son  $e$ ,  $M_W$ ,  $M_Z$  y  $\sin \theta_W$ , siempre que sea posible despreciar la contribución del intercambio del bosón de Higgs. En el Modelo Estándar mínimo, con un solo doblete de Higgs, el ángulo de mezcla  $\theta_W$  no es una cantidad independiente. La definición de  $\theta_W$  que vamos a utilizar en este trabajo es la propuesta por Sirlin [15], en términos de las masas físicas de los bosones  $W$  y  $Z$ :

$$\sin^2 \theta_W = 1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2} \equiv s_W^2 \quad (3.1)$$

Esta definición es independiente de un proceso concreto y válida a todos los órdenes de teoría de perturbaciones.

Tenemos por tanto tres parámetros libres y hay que especificar cómo está relacionado cada uno de estos parámetros con un experimento determinado en el esquema de renormalización sobre la capa másica.

Dado que las masas de los bosones de gauge aparecen en los correspondientes propagadores, vamos a estudiar en primer lugar los efectos de las autoenergías del  $W$  y el  $Z$ . Restringiremos la discusión a la parte transversal de las autoenergías,  $\sim g_{\mu\nu}$ . A diferencia de lo que ocurre en QED, donde la componente longitudinal del tensor de la autoenergía del fotón no contribuye a los elementos de matriz físicos, debido a la conservación de la corriente electromagnética, en la teoría electrodébil las componentes longitudinales no se anulan. Sin embargo, para fermiones externos ligeros estas contribuciones están suprimidas

por un factor  $(m_f/M_Z)^2$  y por tanto podemos despreciarlas. Las autoenergías serán pues de la forma:

$$\Sigma_{\mu\nu}^{W,Z} = g_{\mu\nu}\Sigma^{W,Z} + \dots \quad (3.2)$$

de modo que los propagadores de los bosones  $W$  y  $Z$  a primer orden vienen dados por ( $V = W, Z$ ):

$$\frac{-ig^{\mu\sigma}}{q^2 - M_V^2} (-i\Sigma_{\rho\sigma}^V) \frac{-ig^{\rho\nu}}{q^2 - M_V^2} = \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2 - M_V^2} \left( \frac{-\Sigma^V}{q^2 - M_V^2} \right) \quad (3.3)$$

Además de los ciclos de fermiones (que aparecen también en QED), en la teoría electrodébil contribuyen a las autoenergías del  $W$  y  $Z$  los ciclos no abelianos de bosones de gauge, los que contienen el bosón de Higgs y los escalares no físicos (en un gauge no unitario) y los ciclos de fantasmas, como se muestra en las figs. (3.1) y (3.2).

Sumando todas las inserciones de autoenergía obtenemos los propagadores “vestidos”:

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2 - M_V^2} \left[ 1 + \left( \frac{-\Sigma^V}{q^2 - M_V^2} \right) + \left( \frac{-\Sigma^V}{q^2 - M_V^2} \right)^2 + \dots \right] = \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2 - M_V^2 + \Sigma^V(q^2)} \quad (3.4)$$

Las autoenergías tienen las siguientes propiedades:

- $\text{Im } \Sigma^V(M_V^2) \neq 0$ . La parte imaginaria es finita en cuatro dimensiones e independiente de parámetros no físicos como la escala de renormalización,  $\mu$ .
- $\text{Re } \Sigma^V(M_V^2) \neq 0$ . La parte real depende de parámetros no físicos y es divergente en dimensión cuatro.

En Teoría Cuántica de Campos, la masa de una partícula está determinada por la posición del polo del correspondiente propagador; en el caso de una partícula inestable, la masa se puede definir como la parte real del polo. En consecuencia, las masas  $M_{W,Z}$  no pueden identificarse con las masas físicas (medidas experimentalmente a partir de la distribución Breit-Wigner de las secciones eficaces), puesto que no coinciden con los polos de los propagadores “vestidos” (ec. (3.4)).

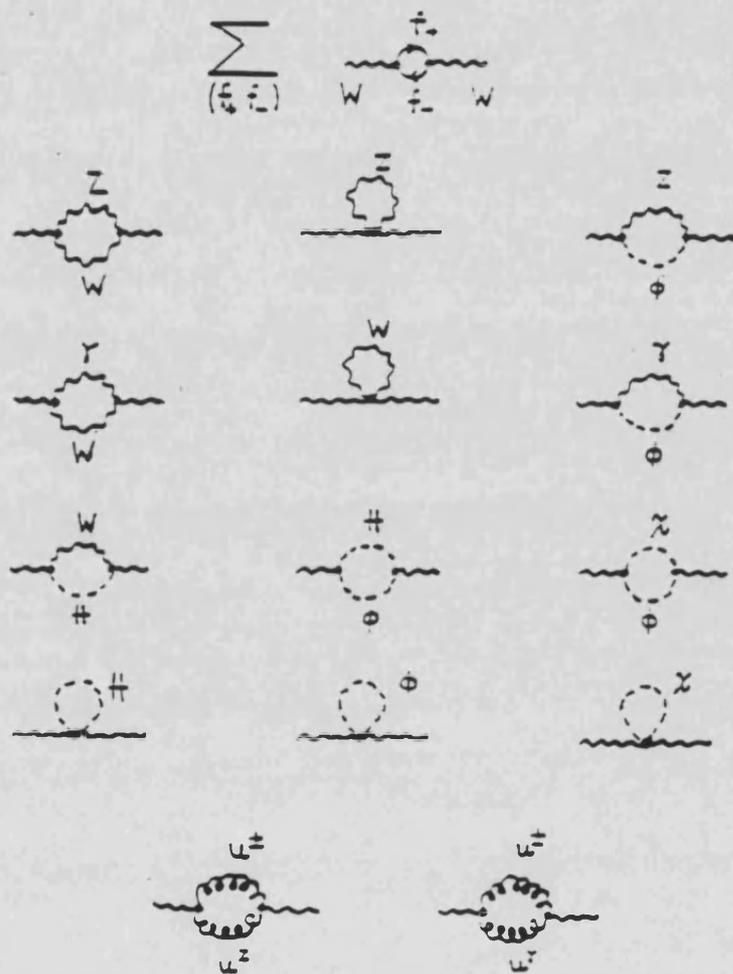


Figura 3.1: Diagramas que contribuyen a la autoenergía del bosón  $W$ .  $\phi, \chi$  son las componentes no físicas cargadas y neutra del campo de Higgs y las  $u$ 's denotan los fantasmas relacionados con los estados de polarización no físicos de los bosones de gauge.

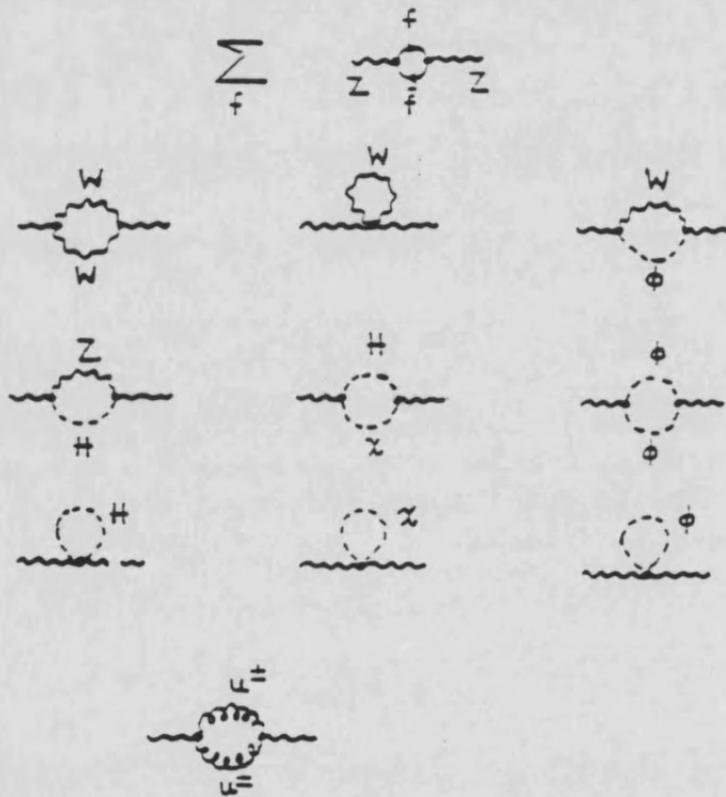


Figura 3.2: Diagramas que contribuyen a la autoenergía del bosón  $Z$ . La notación es la misma que en la figura anterior.

La renormalización de las masas nos dice que las cantidades  $M_W$ ,  $M_Z$  que aparecen en el Lagrangiano, y por tanto en las reglas de Feynman, no son las masas físicas sino las masas "desnudas"  $M_W^0$ ,  $M_Z^0$ , que no son medibles y se relacionan con las masas físicas  $M_W$ ,  $M_Z$  de la siguiente forma:

$$M_W^{02} = M_W^2 + \delta M_W^2 \quad (3.5)$$

$$M_Z^{02} = M_Z^2 + \delta M_Z^2 \quad (3.6)$$

a través de contraterminos de primer orden.

Siguiendo esta prescripción, la expresión correcta de los propagadores es:

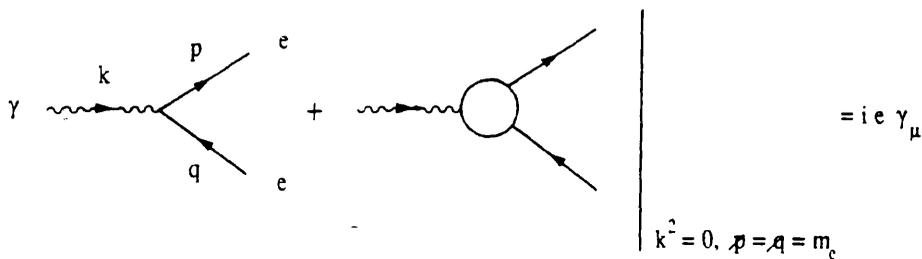
$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2 - M_V^{02} + \Sigma^V(q^2)} = \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2 - M_V^2 - \delta M_V^2 + \Sigma^V(q^2)} \quad (3.7)$$

Las condiciones de renormalización, que identifican  $M_{W,Z}$  con las masas físicas, determinan los contraterminos de masa:

$$\delta M_W^2 = \text{Re} \Sigma^W(M_W^2) \quad (3.8)$$

$$\delta M_Z^2 = \text{Re} \Sigma^Z(M_Z^2) \quad (3.9)$$

El tercer parámetro es la carga electromagnética,  $e = \sqrt{4\pi\alpha}$ . La condición que define  $e$  en el esquema de renormalización sobre la capa másica es:



$$= ie \gamma_\mu$$

$k^2 = 0, p = q = m_e$

(3.10)

La burbuja incluye todas las correcciones a primer orden al vértice electromagnético del electrón (Fig. (3.3)). En el límite clásico

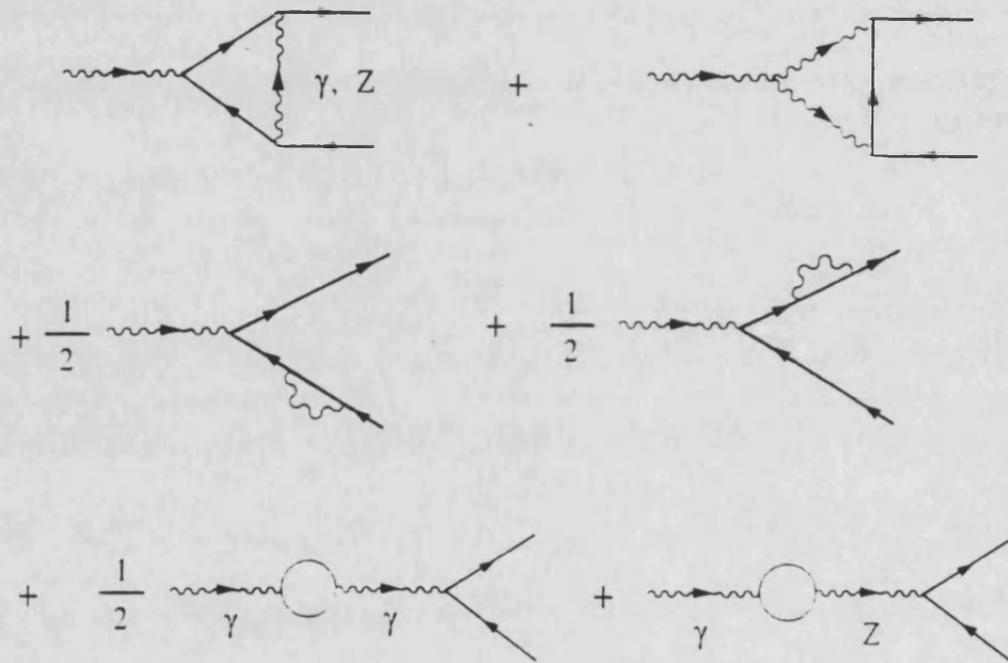


Figura 3.3: Correcciones de primer orden al vértice electromagnético del electrón.

( $k^2 = 0, k^0 \rightarrow 0$ ), las correcciones de vértice se cancelan con las autoenergías de los electrones externos, como consecuencia de la generalización de la identidad de Ward de QED, y sólo quedan las contribuciones universales correspondientes a los dos últimos diagramas de la Fig. (3.3), que dan lugar al vértice a primer orden

$$i\left[e - \frac{1}{2}e \Pi^\gamma(0) + e \frac{s_W}{c_W} \frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2}\right]\gamma_\mu \quad (3.11)$$

El primer término procede de la autoenergía diagonal del fotón

$$\Sigma^\gamma(q^2) = q^2 \Pi^\gamma(q^2) \rightarrow 0 \quad (3.12)$$

cuando  $q^2 \rightarrow 0$ , manteniendo el polo del propagador del fotón en  $q^2 = 0$ . La ausencia de términos de masa para el fotón a todos los órdenes en teoría de perturbaciones es consecuencia de que la simetría de gauge electromagnética no está rota.

El segundo término de la ec. (3.11) contiene la mezcla entre el fotón y el  $Z$ , descrita mediante un propagador no diagonal de la forma:

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \left( \frac{-\Sigma^{\gamma Z}}{q^2 - M_Z^2} \right)$$

Las contribuciones fermiónicas a  $\Sigma^{\gamma Z}$  también se anulan cuando  $q^2 \rightarrow 0$ , ya que, salvo que las constantes de acoplamiento son diferentes, el resultado es idéntico a la integral del ciclo de fermiones en  $\Sigma^\gamma(q^2)$ . Solamente los ciclos no abelianos de bosones dan lugar a  $\Sigma^{\gamma Z}(0) \neq 0$ .

No podemos interpretar  $e$  de la ec. (3.11) como la carga eléctrica clásica, puesto que la cantidad que aparecerá en la sección eficaz de la dispersión de Thomson a primer orden es la que está entre corchetes. Tenemos que redefinir el parámetro  $e$  del lagrangiano como la carga "desnuda"  $e_0$ , que no es observable y está relacionada con la carga física  $e$  (observable) por medio del contratérmino de primer orden

$$e_0 = e + \delta e \quad (3.13)$$

La condición de renormalización (3.10) fija el valor del contratérmino  $\delta e$ , que viene dado por:

$$\frac{\delta e}{e} = \frac{1}{2} \Pi^\gamma(0) - \frac{s_W}{c_W} \frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} \quad (3.14)$$



En resumen, el lagrangiano clásico  $L(e, M_W, M_Z, \dots)$  es suficiente para los cálculos a nivel árbol y podemos identificar los parámetros que aparecen en  $L$  con los parámetros físicos. Sin embargo, para los cálculos a órdenes más altos, tenemos que considerar  $L$  como el lagrangiano “desnudo” de la teoría,  $L(e_0, M_W^0, M_Z^0, \dots)$ , con parámetros “desnudos” que están relacionados con los parámetros físicos a través de contratérminos fijados por las condiciones de renormalización. Para calcular el elemento de matriz a primer orden de cualquier proceso con cuatro fermiones, hay que escribir todos los diagramas a primer orden que contribuyen al proceso en términos de los parámetros desnudos. Cuando éstos se expresan en función de los parámetros físicos y los contratérminos, las divergencias desaparecen y el elemento de matriz es finito.

### 3.2 Masas de los bosones de gauge y $\Delta r$

La vida media del muón en el modelo de Fermi de la interacción efectiva de cuatro fermiones, cuando se incluyen las correcciones de QED (Fig. (3.4)), viene dada por:

$$\frac{1}{\tau_\mu} = \frac{G_\mu^2 m_\mu^5}{192\pi^3} \left(1 - \frac{8m_e^2}{m_\mu^2}\right) \left[1 + \frac{\alpha}{2\pi} \left(\frac{25}{4} - \pi^2\right)\right] \quad (3.15)$$

Esta fórmula se utiliza para obtener la constante de Fermi  $G_\mu$  a partir de la medida experimental de  $\tau_\mu$ .

En la sección 2.2 obtuvimos la expresión de  $G_\mu$  en el Modelo Estándar a nivel árbol, ec. (2.14). Incluyendo las correcciones a primer orden que se muestran en la Fig. (3.5), se puede deducir la siguiente relación:

$$\frac{G_\mu}{\sqrt{2}} = \frac{e_0^2}{8s_W^2 M_W^2} \left[1 + \frac{\Sigma^W(0)}{M_W^2} + (\text{vértice, caja})\right] \quad (3.16)$$

Esta ecuación contiene los parámetros desnudos, con el ángulo de mezcla  $s_W^2$  definido como

$$s_W^2 = 1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2} \quad (3.17)$$

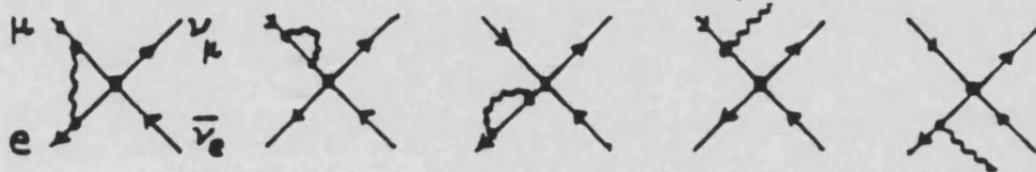


Figura 3.4: Correcciones de QED a la desintegración del  $\mu$  en el modelo de Fermi.

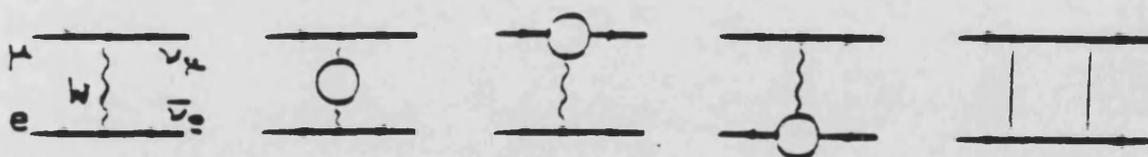


Figura 3.5: Correcciones débiles a la desintegración del  $\mu$  a primer orden.

El paréntesis (*vértice, caja*) representa las correcciones de vértice y las contribuciones de los diagramas de caja, que se muestran explícitamente en la Fig. (3.6). El conjunto de diagramas divergentes infrarrojos correspondientes a las correcciones de QED no se ha considerado, puesto que, junto con los diagramas de emisión de fotones reales, reproducen exactamente el factor de corrección de QED que se obtiene en el modelo de Fermi (ec. (3.15)) y por tanto no influyen en la relación entre  $G_\mu$  y los parámetros del Modelo Estándar.

A continuación, escribimos los parámetros desnudos de la ec. (3.16) en términos de los parámetros físicos y los contratérminos:

$$\begin{aligned} e_0^2 &= e^2 \left(1 + 2 \frac{\delta e}{e}\right) \\ M_W^{02} &= M_W^2 \left(1 + \frac{\delta M_W^2}{M_W^2}\right) \\ s_W^{02} &= s_W^2 + c_W^2 \left(\frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} - \frac{\delta M_W^2}{M_W^2}\right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde  $c_W^2 = 1 - s_W^2$ . Sustituyendo estas expresiones en la ec. (3.16) y manteniendo sólo términos de primer orden obtenemos la versión a un ciclo de la relación (2.14) [16]:

$$\begin{aligned} \frac{G_\mu}{\sqrt{2}} &= \frac{e^2}{8s_W^2 M_W^2} \\ &\times \left[ 1 + 2 \frac{\delta e}{e} - \frac{c_W^2}{s_W^2} \left(\frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2}\right) - \frac{\delta M_W^2}{M_W^2} \right] + \frac{\Sigma^W(0) - \delta M_W^2}{M_W^2} + (\textit{vértice, caja}) \\ &\equiv \frac{e^2}{8s_W^2 M_W^2} (1 + \Delta r) \end{aligned} \quad (3.19)$$

La cantidad  $\Delta r(e, M_W, M_Z, M_H, m_t)$  es una combinación finita de los diagramas a primer orden y los contratérminos. A orden dominante  $\Delta r$  viene dado por:

$$\Delta r = \Delta \alpha - \frac{c_W^2}{s_W^2} \Delta \rho + (\Delta r)_{\textit{resto}} \quad (3.20)$$

donde

$$\Delta \alpha = -\text{Re} \hat{\Pi}^\gamma(M_Z^2) = 0.0602 \pm 0.0009 \quad (3.21)$$

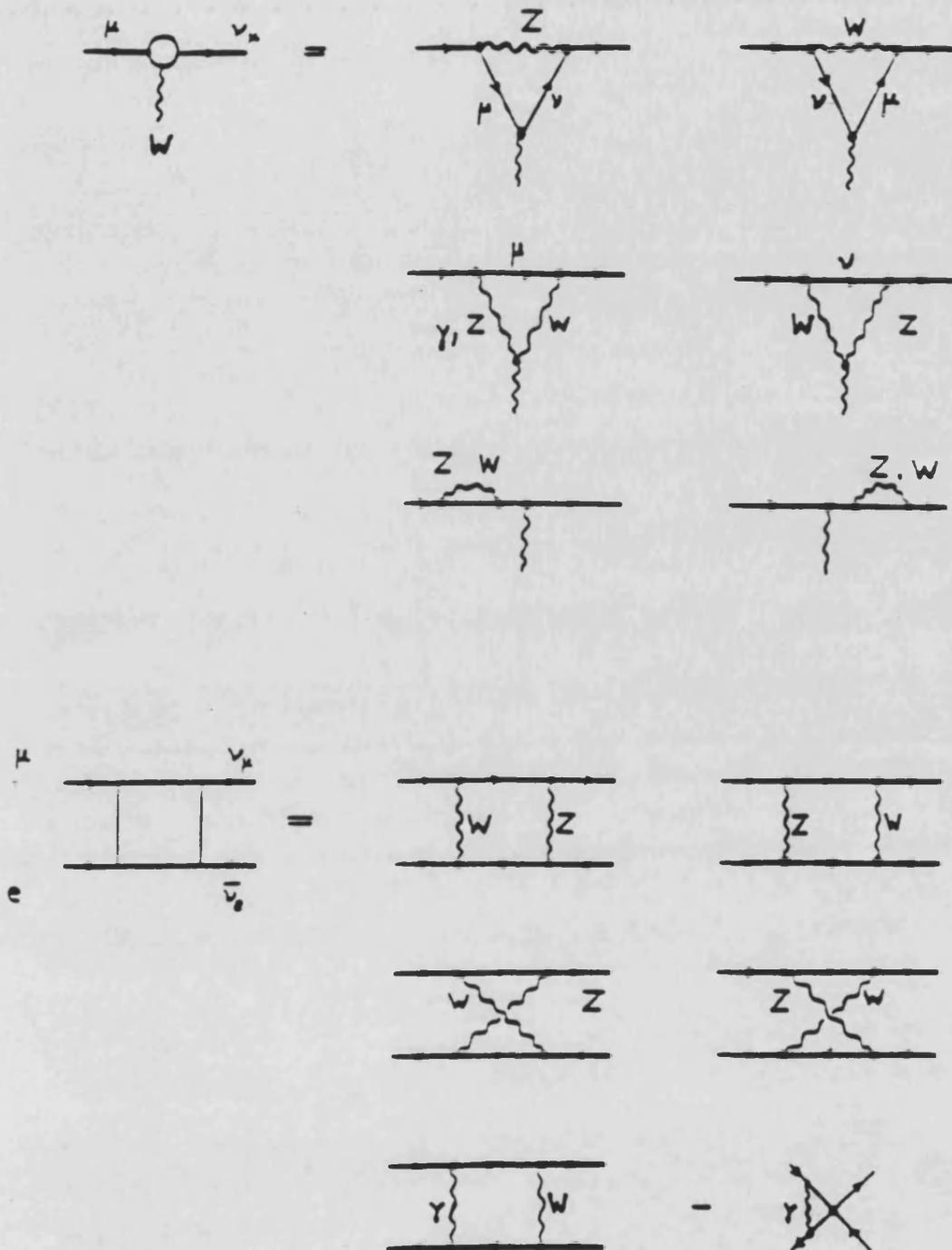


Figura 3.6: Correcciones de vértice, incluyendo las autoenergías de los fermiones externos, y diagramas de caja que contribuyen a la desintegración del  $\mu$  a primer orden. Para el vértice  $W e \nu_e$  hay un conjunto análogo de correcciones de vértice. Como se indica, hay que sustraer la corrección de vértice de QED a la amplitud de Fermi del diagrama de caja con un fotón.

contiene las grandes correcciones logarítmicas debidas a los fermiones ligeros,

$$\Delta \rho = N_C \frac{\alpha}{16\pi s_W^2 c_W^2} \frac{m_t^2}{M_Z^2}, \quad (3.22)$$

y las demás contribuciones están agrupadas en  $(\Delta r)_{resto}$ , que incluye términos logarítmicos en la masa del top y la masa del Higgs:

$$(\Delta r)_{resto} = \frac{\alpha}{4\pi s_W^2} \left( \frac{c_W^2}{s_W^2} - \frac{1}{3} \right) \ln \frac{m_t}{M_Z} + \frac{\alpha}{16\pi s_W^2} \frac{11}{3} \left( \ln \frac{M_H^2}{M_W^2} - \frac{5}{6} \right) + \dots \quad (3.23)$$

$(\Delta r)_{resto}$  es típicamente de orden  $\sim 0.01$ . Un estudio detallado se encuentra en la referencia [17].

La sustitución del resultado a primer orden

$$1 + \Delta r \rightarrow \frac{1}{1 - \Delta r} \quad (3.24)$$

en la ec. (3.19) incorpora correctamente las correcciones logarítmicas dominantes  $(\Delta\alpha)^n$ , como puede demostrarse mediante argumentos del grupo de renormalización [18], y corresponde a resumar la polarización del vacío a todos los órdenes. Los términos no dominantes a órdenes más altos son numéricamente insignificantes, de forma que la ec. (3.24) da cuenta de la corrección grande asociada con la evolución de la carga eléctrica de 0 a  $M_Z^2$ . Dado que  $(\Delta r)_{resto}$  es también pequeño, si el top no fuera muy pesado la expresión:

$$G_\mu = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}s_W^2 M_W^2} \frac{1}{1 - \Delta r} \quad (3.25)$$

con  $\Delta r$  de la ec. (3.20) sería una aproximación muy buena del resultado exacto.

Sin embargo, si el top es muy pesado, y en consecuencia  $\Delta\rho$  es grande, las potencias  $(\Delta\rho)^n$  no están sumadas adecuadamente en la ec. (3.24). En este caso, el resultado correcto para los términos dominantes hasta segundo orden es [19]:

$$\frac{1}{1 - \Delta r} \rightarrow \frac{1}{1 - \Delta\alpha} \frac{1}{1 + \frac{c_W^2}{s_W^2} \Delta\bar{\rho}} + (\Delta r)_{resto} \quad (3.26)$$

donde

$$\Delta \bar{\rho} = N_C \frac{G_\mu m_t^2}{8\pi^2 \sqrt{2}} \left[ 1 + \frac{G_\mu m_t^2}{8\pi^2 \sqrt{2}} (19 - 2\pi^2) \right] \quad (3.27)$$

incluye el resultado de diagramas irreducibles de segundo orden [20].

La ec. (3.26) da lugar a la siguiente relación entre las masas de los bosones de gauge:

$$G_\mu = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{1}{M_W^2 \left( 1 - \frac{M_W^2}{\rho M_Z^2} \right)} \frac{\alpha}{1 - \Delta\alpha} [1 + (\Delta r)_{resto}] \quad (3.28)$$

con

$$\rho = \frac{1}{1 - \Delta\bar{\rho}} \quad (3.29)$$

Sirlin [21] ha investigado también los términos no dominantes a órdenes más altos que contienen singularidades del tipo  $\alpha^2 \ln(M_Z/m_f)$ . La influencia de estos resultados en la relación entre  $M_W$  y  $M_Z$  es muy pequeña [22].

### 3.3 Correcciones radiativas en $e^+ + e^- \rightarrow f\bar{f}$

Las correcciones radiativas al proceso  $e^+ + e^- \rightarrow f\bar{f}$  se pueden dividir naturalmente en dos grupos:

- Las correcciones de QED, que comprenden todos aquellos diagramas obtenidos añadiendo un fotón, tanto virtual como real, a los diagramas a nivel árbol de la Fig. (2.2) [23]. Este conjunto de diagramas (Fig. (3.7)) es invariante gauge. La suma de todos los diagramas a primer orden es finita ultravioleta, pero divergente infrarroja debido a que el fotón tiene masa nula. Las divergencias infrarrojas se cancelan al considerar la sección eficaz con emisión de fotones reales, que siempre acompaña cualquier proceso de colisión realista, e integrar sobre el espacio fásico de los fotones invisibles experimentalmente o fotones suaves. La integración sobre el espacio fásico de los fotones suaves depende del detector, y por tanto en general no pueden separarse del dispositivo experimental. Estas correcciones han sido convenientemente estudiadas por medio de simulaciones con Monte Carlo [24].

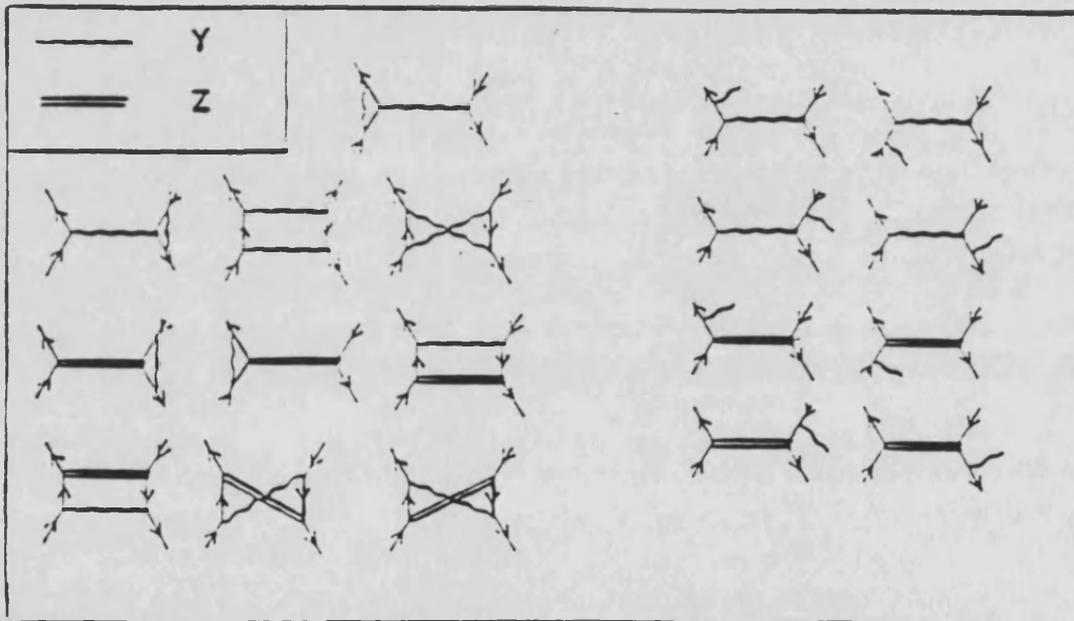


Figura 3.7: Correcciones radiativas de QED al proceso  $e^+ + e^- \rightarrow f \bar{f}$ .

- Las correcciones débiles [25], [26], que comprenden todos los diagramas a primer orden restantes: correcciones a los propagadores del  $Z$  y el fotón, autoenergías de los fermiones externos, correcciones de vértice y diagramas caja con intercambio de dos bosones de gauge masivos (Figs. (3.8) y (3.9)). Las divergencias ultravioleta asociadas con los diagramas a primer orden se cancelan al introducir los contratérminos adecuados, como consecuencia de la renormalizabilidad de la teoría.

Ya habíamos señalado que el diagrama con un Higgs intermedio a nivel árbol puede despreciarse, debido que la masa del electrón es muy pequeña. Por la misma razón, los diagramas de mezcla Higgs-bosones de gauge y los diagramas caja en los que uno o ambos de los bosones vectoriales en las líneas internas se sustituye por un escalar también son despreciables, ya que están suprimidos al menos por un factor  $\frac{\alpha}{\pi} \frac{m_e}{M_W}$ . Sin embargo, las correcciones a los propagadores involucran a todas las partículas del modelo, en particular al quark top y al bosón de Higgs, y por tanto dependen de  $m_t$  y  $M_H$ . En cuanto a las correcciones de vértice de la Fig. (3.9), para fermiones finales ligeros, *i.e.*,  $f \neq b$ , sólo son relevantes las componentes longitudinales de los bosones de gauge, que en el gauge de Feynman corresponden a los diagramas con  $W$  y  $Z$  virtuales, mientras que en el caso del quark  $b$  también contribuyen las componentes transversales y en consecuencia hay que considerar además los bosones de Higgs no físicos.

Para obtener una amplitud finita, los pasos esenciales son los siguientes: escribir las amplitudes a nivel árbol en términos de los parámetros desnudos, expresar éstos en función de los parámetros renormalizados y sustituir los contratérminos según las ecs. (3.8), (3.9) y (3.14).

La amplitud total a primer orden es la suma de las amplitudes de intercambio de un fotón y de un  $Z$  "vestidas", más la contribución de los diagramas de caja que no es significativa numéricamente alrededor de la resonancia del  $Z$  (la contribución relativa es  $< 10^{-4}$ ). Para ser teóricamente consistentes hay que tener en cuenta estos diagramas, puesto que en caso contrario el resultado no es invariante gauge, pero a efectos prácticos pueden despreciarse. La resumación de las inser-

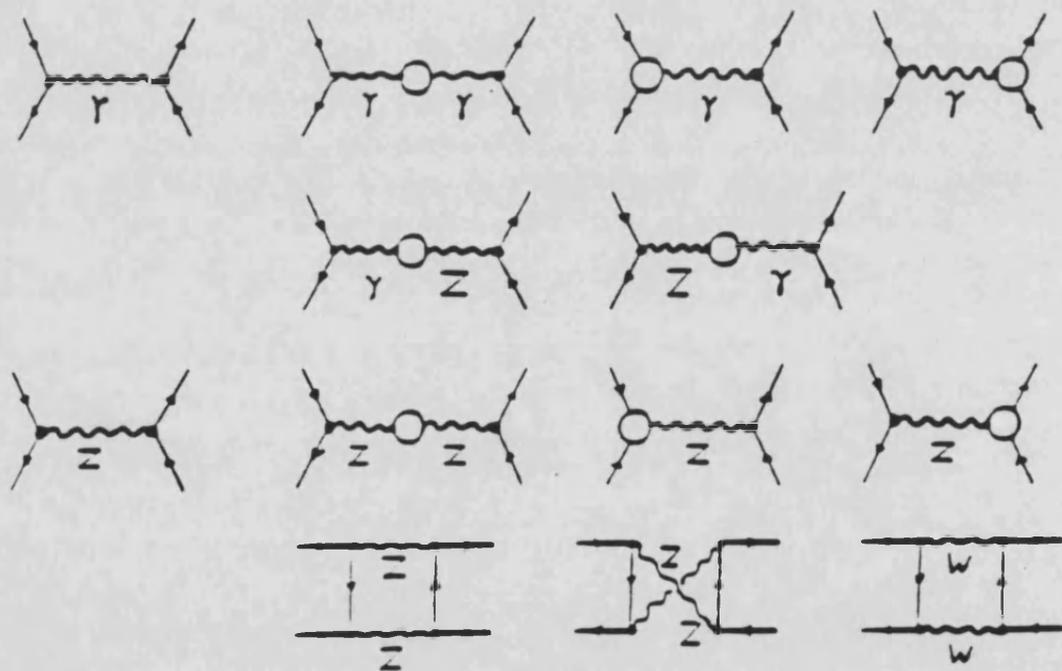


Figura 3.8: Correcciones débiles al proceso  $e^+ + e^- \rightarrow f\bar{f}$ . Las correcciones de vértice se muestran con más detalle en la figura siguiente.

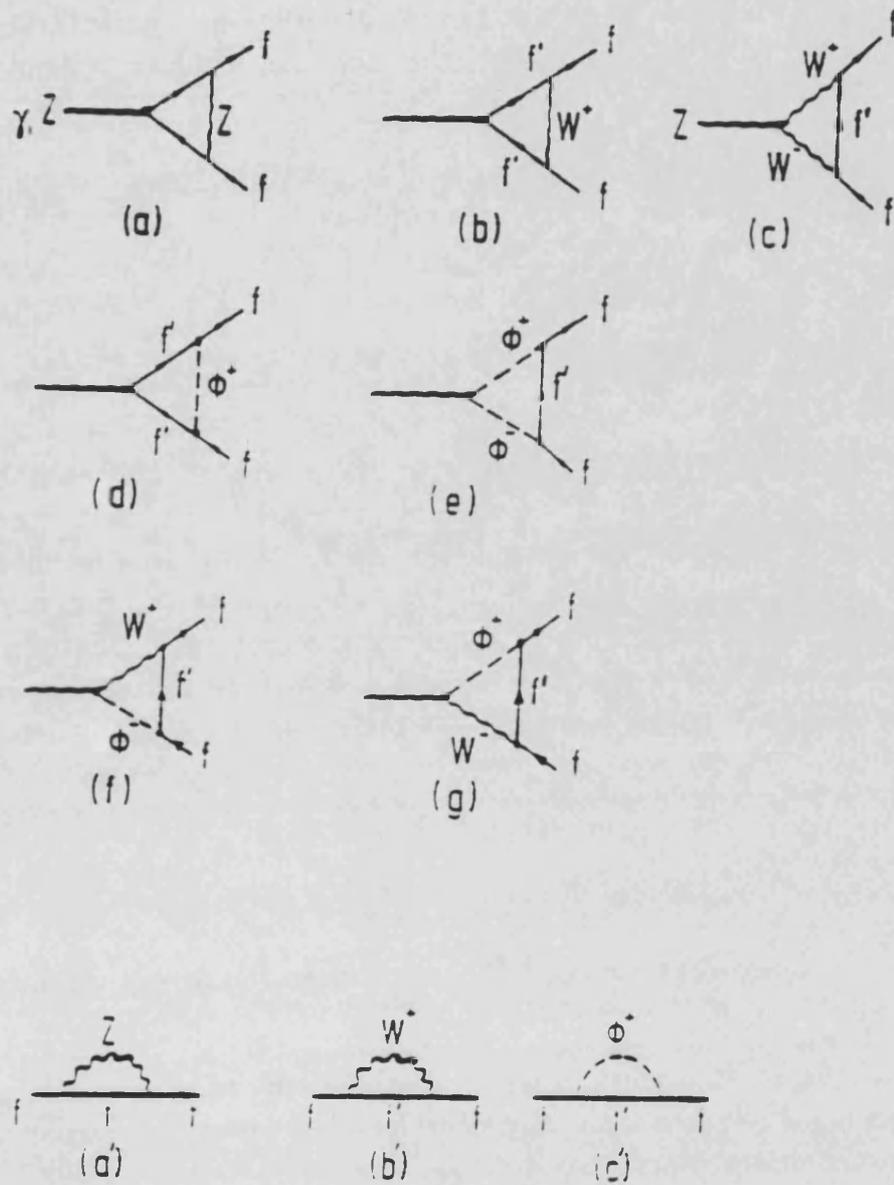


Figura 3.9: Correcciones de vértice débiles para  $\gamma, Z - ff$  y autoenergías de los fermiones externos. Despreciamos las contribuciones del bosón de Higgs físico. Los diagramas (d-g) y (c') sólo son relevantes para  $f = b$ . Las autoenergías deben entenderse con un factor  $1/2$  adicional y  $f'$  se refiere a la otra componente del doblete de  $SU(2)$  correspondiente a  $f$ .

ciones de autoenergía en los propagadores del fotón y el  $Z$  incorpora los términos dominantes adecuadamente, y dado que éstos proceden únicamente de los ciclos de fermiones no hay problemas de invariancia gauge. Las contribuciones de los ciclos de bosones deben entenderse como expresiones válidas a primer orden.

La amplitud de intercambio de un fotón “vestida” puede escribirse de la siguiente forma \*:

$$M^\gamma = i \frac{e^2}{1 + \hat{\Pi}^\gamma(s)} \frac{Q_e Q_f}{s} \quad (3.30)$$

$$\times [(1 + F_V^{\gamma e})\gamma_\mu - F_A^{\gamma e}\gamma_\mu\gamma_5] \otimes [(1 + F_V^{\gamma f})\gamma^\mu - F_A^{\gamma f}\gamma^\mu\gamma_5]$$

$\hat{\Pi}^\gamma(s)$  es la autoenergía del fotón sustraída a  $s = 0$ . Al escribirla en el denominador, se tienen en cuenta correctamente los términos logarítmicos dominantes que provienen de los ciclos con fermiones ligeros. Los factores de forma  $F_{V,A}^{\gamma e,f}(s)$  proceden de los diagramas de vértice y las autoenergías de los fermiones externos. Estos son los únicos factores de forma inducidos en el límite de masas nulas de los fermiones y se anulan para fotones reales ( $s = 0$ ). El orden de magnitud típico de estas correcciones es (sólo partes reales):

$$\hat{\Pi}^\gamma(M_Z^2) = -0.06$$

$$F_V^{\gamma e}(M_Z^2) \simeq F_A^{\gamma e}(M_Z^2) \simeq 10^{-3}$$

Por tanto en la región del pico del  $Z$  los factores de forma del fotón son despreciables.

La amplitud de intercambio de un  $Z$  a primer orden se puede escribir de forma análoga a la amplitud de Born, si no consideramos las contribuciones de los diagramas de caja:

$$M^Z = i \sqrt{2} G_\mu M_Z^2 \rho_{ef} \quad (3.31)$$

$$\times \frac{[(I_3^e - 2Q_e s_W^2 \kappa_e)\gamma_\mu - I_3^e \gamma_\mu \gamma_5] \otimes [(I_3^f - 2Q_f s_W^2 \kappa_f)\gamma^\mu - I_3^f \gamma^\mu \gamma_5]}{s - M_Z^2 + i \frac{s}{M_Z^2} M_Z \Gamma_Z}$$

---

\*Por simplicidad, utilizamos la notación  $\otimes$  para indicar la contracción de las corrientes inicial y final con los espinores externos, análogamente a las expresiones de las amplitudes a nivel árbol de las ecs. (2.17) y (2.18).

Las correcciones débiles aparecen en términos de la anchura del  $Z$  en el propagador y los factores de forma  $\rho_{ef}$  y  $\kappa_{e,f}$ , que dependen de los fermiones externos.

La dependencia en  $s$  de la parte imaginaria del propagador del  $Z$  es consecuencia de que  $\text{Im } \Sigma^Z$  depende de  $s$ . La aproximación lineal que hemos utilizado es suficiente en los alrededores de la resonancia. Esta dependencia da lugar a una traslación del máximo de la resonancia de  $\simeq -35$  MeV [27]. La anchura  $\Gamma_Z$  incluye las correcciones radiativas.

Los factores de forma  $\rho_{ef}$  y  $\kappa_{e,f}$  de la ec. (3.31) se pueden separar en una parte universal (*i.e.*, independiente de los fermiones externos) y una parte no universal que depende explícitamente del tipo de fermiones externos de que se trate:

$$\rho_{ef} = 1 + (\Delta\rho)_{univ} + \Delta\rho_e + \Delta\rho_f \quad (3.32)$$

$$\kappa_{e,f} = 1 + (\Delta\kappa)_{univ} + \Delta\kappa_{e,f} \quad (3.33)$$

La parte universal procede de los contratérminos y las autoenergías de los bosones de gauge, mientras que la parte no universal se debe a las correcciones de vértice y las autoenergías de las líneas externas.

Los términos dominantes de la parte universal de  $\rho_{ef}$  y  $\kappa_{e,f}$  son los siguientes:

$$(\Delta\rho)_{univ} = \Delta\rho + \dots \quad (3.34)$$

$$(\Delta\kappa)_{univ} = \frac{c_W^2}{s_W^2} \Delta\rho + \dots \quad (3.35)$$

con  $\Delta\rho$  dada por ec. (3.22). Si se sustituye  $\Delta\rho$  por la cantidad a segundo orden  $\Delta\bar{\rho}$  (ec. (3.27)), también el término dominante a orden siguiente está correctamente incorporado.

Se define el ángulo de mezcla universal

$$\bar{s}_W^2 = s_W^2 [1 + \text{Re}(\Delta\kappa)_{univ}] , \quad (3.36)$$

que está relacionado con  $s_W^2$  a través de la expresión

$$\bar{s}_W^2 = s_W^2 + c_W^2 \Delta\rho + \dots \quad (3.37)$$

y es equivalente a  $s_W^2$  de la referencia [28] y, a orden dominante, también coincide con  $\sin^2 \theta_{MS}(M_Z^2)$  de [29]. El interés de  $\bar{s}_W^2$  radica en el hecho de que su dependencia en la masa del top es mucho más suave que la de  $s_W^2$ .

La separación de los acoplamientos efectivos en una parte universal y otra no universal es razonable ya que, para los fermiones ligeros ( $f \neq b$ ), la contribución no universal es pequeña y prácticamente independiente de los parámetros desconocidos  $m_t$  y  $M_H$ , que aparecen sólo en la parte universal. Sin embargo en el caso del quark  $b$  también la parte no universal tiene una fuerte dependencia en  $m_t$  [30], debido a la presencia virtual del top en las correcciones de vértice:

$$\begin{aligned}\Delta \rho_b &= -\frac{4}{3} \Delta \rho - \frac{\alpha}{4\pi s_W^2} \left( \frac{8}{3} + \frac{1}{6c_W^2} \right) \ln \frac{m_t^2}{M_W^2} + \dots \\ \Delta \kappa_b &= -\frac{1}{2} \Delta \rho_b + \dots\end{aligned}\quad (3.38)$$

### 3.4 Aproximación de Born mejorada

En muchos casos es suficiente utilizar la llamada aproximación de Born mejorada, que contiene los efectos dominantes de los fermiones ligeros y la contribución de un posible quark top muy pesado. Esta aproximación consiste en quedarse sólo con los términos dominantes de las amplitudes “vestidas” (ecs. (3.30) y (3.31)) [31]. Alrededor de la resonancia del  $Z$ , la amplitud del proceso  $e^+ + e^- \rightarrow f\bar{f}$  en la aproximación de Born mejorada viene dada por:

$$\begin{aligned}M_{Born} &= i Q_e Q_f \frac{4\pi\alpha(M_Z^2)}{s} J_{em}^{(e)} \cdot J_{em}^{(f)} \\ &+ i \sqrt{2} G_\mu M_Z^2 \rho \frac{\bar{J}^{(e)} \cdot \bar{J}^{(f)}}{s - M_Z^2 + i \frac{s}{M_Z^2} M_Z \Gamma_Z},\end{aligned}\quad (3.39)$$

con los elementos de matriz de la corriente electromagnética

$$J_{em}^{(e)} = \bar{v}(k_2) \gamma_\mu u(k_1), \quad J_{em}^{(f)} = \bar{u}(p_1) \gamma_\mu v(p_2)$$

y de la corriente débil neutra

$$\bar{J}^{(e,f)} = (I_3^{e,f} - 2Q_{e,f} \bar{s}_W^2) \gamma_\mu - I_3^{e,f} \gamma_\mu \gamma_5$$

(entre los espinores externos). La ec. (3.39) contiene la constante de estructura fina efectiva

$$\alpha(M_Z^2) = \frac{\alpha}{1 - \Delta\alpha} = 1.064\alpha, \quad (3.40)$$

la normalización de la amplitud de intercambio de un  $Z$  mediante el factor

$$\rho = \frac{1}{1 - \Delta\bar{\rho}} \quad (3.41)$$

donde

$$\Delta\bar{\rho} = 3 \frac{G_\mu m_t^2}{8\pi^2 \sqrt{2}} \quad (3.42)$$

y el ángulo de mezcla efectivo,  $\bar{s}_W^2$ , que se puede calcular aproximadamente a partir de la relación:

$$\bar{s}_W^2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4A}{\rho M_Z^2 (1 - \Delta\alpha)}} \right) \quad (3.43)$$

con

$$A = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_\mu}$$

Para procesos que involucran al quark  $b$  esta aproximación es insuficiente, debido a la dependencia en la masa del top de las correcciones de vértice. Los términos dominantes pueden incorporarse fácilmente multiplicando las cantidades universales  $\rho$  y  $\bar{s}_W^2$  de las ecs. (3.41) y (3.43) por las contribuciones no universales

$$1 + \Delta\rho_b, \quad 1 + \Delta\kappa_b$$

en la aproximación de la ec. (3.38).

### 3.5 Sección eficaz y observables de polarización

Hemos visto que, en el límite de masas nulas, la estructura de la amplitud a primer orden del proceso  $e^+ + e^- \rightarrow f\bar{f}$  es la misma que a nivel árbol, por lo que la expresión de la sección eficaz diferencial que obtuvimos en el capítulo 2 es también válida cuando tenemos en cuenta las correcciones radiativas, con ligeras modificaciones.

Para la amplitud de intercambio de un fotón es suficiente con la aproximación de Born mejorada, es decir, sustituir  $\alpha$  por  $\alpha(M_Z^2)$  en la amplitud a nivel árbol, despreciando los factores de forma  $F_{V,A}^{\gamma e, f}$ , que como vimos son muy pequeños para  $s \sim M_Z^2$ . En cuanto a los diagramas con un  $Z$  intermedio, hemos utilizado la amplitud “vestida” de la ec. (3.31), tomando los factores de forma  $\rho_f$  y  $\kappa_f$  reales salvo cuando los efectos dominantes son proporcionales a la parte imaginaria.

Así,  $d\sigma(s_1^*, s_2^*)$  a primer orden tiene la misma estructura que a nivel árbol (ec. (2.28)), sustituyendo las funciones  $F_i(s)$  y  $G_i(s)$  (definidas en el capítulo 2) por las correspondientes expresiones a un ciclo, que se obtienen haciendo los siguientes cambios:

$$\alpha \rightarrow \alpha(M_Z^2)$$

$$P_0(s) \rightarrow P(s) = \frac{\sqrt{2}G_\mu M_Z^2 \rho_{ef}}{4\pi} \frac{s}{s - M_Z^2 + i\frac{s}{M_Z^2} M_Z \Gamma_Z}$$

y las constantes de acoplamiento a nivel árbol por los factores de forma efectivos:

$$v_f = I_3^f - 2Q_f s_W^2 \kappa_f \quad (3.44)$$

$$a_f = I_3^f \quad (3.45)$$

En general, es una buena aproximación considerar estos factores de forma reales, salvo para el cálculo de la función  $G_2$ , asociada con observables impares bajo inversión temporal, en la cual la contribución que proviene de la amplitud de intercambio de un  $Z$  incluyendo las correcciones radiativas a un ciclo resulta ser del mismo orden de magnitud que el término procedente de la interferencia entre el fotón y el  $Z$  a nivel árbol [12], de modo que a primer orden hay que modificar la expresión de  $G_2$  que aparece en la tabla 2.3 de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} G_2(s) &= -2Q_f \alpha(M_Z^2) \operatorname{Re}(v_e a_f) \operatorname{Im} P(s) \\ &\quad - 2(|a_e|^2 + |v_e|^2) \operatorname{Im}(v_f a_f^*) |P(s)|^2 \end{aligned} \quad (3.46)$$

En lo que se refiere a los observables de polarización, tanto la asimetría *forward-backward*,  $A_{FB}^f$ , como la polarización longitudinal del  $Z$ ,  $P_Z$ , y la del fermión final,  $P_f$ , sobre la resonancia se pueden

escribir de forma simple en términos de las constantes de acoplamiento efectivas:

$$A_{FB}^f = \frac{3}{4} A_e A_f + \dots \quad (3.47)$$

$$P_f = -A_f + \dots \quad (3.48)$$

$$P_Z = -A_e + \dots \quad (3.49)$$

donde las combinaciones básicas  $A_f$  vienen dadas por:

$$A_f = \frac{2(I_3^f - 2Q_f s_W^2 k_f)/I_3^f}{1 + (2I_3^f - 4Q_f s_W^2 k_f)^2} \quad (3.50)$$

y los puntos suspensivos representan las contribuciones adicionales que provienen de la amplitud de intercambio de un fotón (que pueden despreciarse).

Estas cantidades  $A_f$  dependen sólo del producto  $s_W^2 k_f$ , por lo que se puede definir el ángulo efectivo

$$\sin^2 \theta_{eff}^f := s_W^2 \text{Re } k_f = \bar{s}_W^2 + s_W^2 \text{Re}(\Delta \kappa_f) \quad (3.51)$$

aunque conviene no buscar un significado especial a (3.51), pues depende de  $f$  y es específico de las correcciones de vértice.

Finalmente, vamos a analizar las correlaciones de espín transversales a primer orden. La constante  $C_{TT}$ , que controla el valor esperado  $\langle P_T \bar{P}_T \rangle$  sobre la resonancia, depende sólo del ángulo efectivo:

$$C_{TT} = \frac{1 - (2I_3^f - 4Q_f \sin^2 \theta_{eff}^f)^2}{1 + (2I_3^f - 4Q_f \sin^2 \theta_{eff}^f)^2} \quad (3.52)$$

En cuanto a  $C_{TN}$ , a primer orden obtenemos que:

$$C_{TN} = \frac{2Q_f s_W^2 c_W^2 4 \text{Re}(v_e a_f)}{(|a_e|^2 + |v_e|^2)(|a_f|^2 + |v_f|^2)} \frac{\Gamma_Z}{M_Z} + \frac{4Q_f s_W^2 \text{Im } \kappa_f / I_3^f}{1 + (2I_3^f - 4Q_f \sin^2 \theta_{eff}^f)^2} \quad (3.53)$$

En resumen, si escribimos los observables de polarización del proceso  $e^+ + e^- \rightarrow f \bar{f}$  en función de los parámetros básicos del Modelo

Estándar ( $\alpha$ ,  $G_\mu$  y  $M_Z$ ), al tener en cuenta las correcciones radiativas a primer orden dichos observables dependen poco de  $M_H$  y  $m_t$  (salvo para  $f = b$ ) [26]. Por otro lado, las ecs. (3.47)-(3.52) muestran el gran poder predictivo de la teoría estándar, en la que todos los observables de polarización de un canal  $f$  determinado (salvo la correlación de espín impar bajo T) se pueden obtener a partir de  $\sin^2 \theta_{eff}^f$ . Seguidamente vamos a analizar cómo medir experimentalmente estos observables de polarización.

## Capítulo 4

### DISTRIBUCIONES CORRELACIONADAS

#### 4.1 Introducción

Los observables que hemos estudiado en este trabajo, asociados con la polarización de los fermiones finales en  $e^+ + e^- \rightarrow f + \bar{f}$ , son comunes a todos los canales, tanto hadrónicos como leptónicos, pero el estado final  $\tau^+\tau^-$  es el más adecuado para analizarlos.

En efecto, a las energías de LEP los muones atraviesan los detectores antes de desintegrarse, haciendo imposible la medida de su polarización; en cuanto a los quarks, el confinamiento de QCD nos impide ver los quarks libres y en consecuencia no es factible observar en los estados hadrónicos finales los efectos debidos al espín de un quark determinado.

Sin embargo, los taus producidos en el LEP se desintegran antes de alcanzar los detectores, de manera que los fenómenos relacionados con la polarización pueden estudiarse ampliamente a través de los productos de desintegración, siguiendo la técnica inicialmente propuesta por Tsai [32]. La dificultad de este método radica en que con los detectores de que disponemos no se puede reconstruir experimentalmente la dirección del tau, por lo que es necesario utilizar distribuciones que no dependan de las variables angulares de éste.

Hasta el momento, el interés se ha centrado fundamentalmente en la medida de la polarización longitudinal del  $\tau$  en el LEP a través del

espectro de energía de una de las partículas cargadas procedente de la desintegración de cualquiera de los dos taus [33]. La importancia de determinar  $P_\tau$  de forma precisa se debe a que es un observable muy sensible al valor del ángulo de mezcla universal,  $\bar{s}_W^2$  (junto con la asimetría *left-right* cuando los haces iniciales están polarizados longitudinalmente).

El canal de desintegración más favorable para realizar esta medida es  $\tau \rightarrow \pi + \nu_\tau$  ya que la distribución de energía del pión depende linealmente de  $P_\tau$  [34]. En los canales de desintegración a mesones vectoriales, *i.e.*,  $\rho$  y  $a_1$ , la sensibilidad es mucho menor si se analiza sólo el espectro de energía del pión cargado en las secuencias  $\rho^\mp \rightarrow \pi^\mp + \pi^0$  y  $a_1^\mp \rightarrow \pi^\mp + 2\pi^0$ , respectivamente. Cuando además se determina la helicidad de  $\rho$  y  $a_1$ , a través de distribuciones que involucran a todos los piones finales, el resultado mejora notablemente [35]. Por último, la precisión de la medida utilizando los canales leptónicos es bastante peor, debido a que se trata de procesos a tres cuerpos.

Sin embargo, el análisis del espectro de energía de *uno* de los estados finales no permite determinar independientemente los parámetros que intervienen en la producción del  $\tau$  y en su desintegración, en otras palabras, la estructura de las corrientes neutras y de las corrientes cargadas de los leptones de la tercera familia. Este problema puede resolverse cuando uno mide las distribuciones angulares y/o de energía de los productos de desintegración de *ambos* taus.

Las distribuciones correlacionadas fueron estudiadas en primer lugar en el proceso  $e^+ + e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \tau^+ \tau^-$ , incluyendo todos los canales de desintegración dominantes del tau y suponiendo los acoplamientos más generales posibles en los elementos de matriz de las corrientes cargadas [36]. Más recientemente se ha vuelto a poner de manifiesto el interés de medir los parámetros de Michel del tau por medio de dichas distribuciones [37], [38]. Teniendo en cuenta también el intercambio de un  $Z$ , se han propuesto varios métodos para determinar de forma independiente los acoplamientos electrodébiles asociados con la producción y con la desintegración del tau, por medio de las distribuciones correlacionadas de energía y/o angulares [39], [48] o bien definiendo ciertos “momentos” sobre ángulos entre la dirección del haz

Canal	B.R.
$e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$	0.18
$\mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$	0.18
$\pi^- \nu_\tau$	0.11
$\rho^- \nu_\tau$	0.23

Tabla 4.1: Canales de desintegración dominantes del tau.

y las direcciones de las partículas cargadas finales [40].

En este capítulo vamos a analizar las distribuciones correlacionadas, energéticas y angulares, de los productos de desintegración de los taus. En consecuencia, primero estudiaremos la forma explícita de las distribuciones de desintegración en el sistema en reposo del  $\tau$  para los canales dominantes. Seguidamente, obtendremos la distribución correlacionada y la expresaremos en el sistema del laboratorio, en términos de cantidades observables. Por último, analizaremos la sensibilidad de los distintos canales para determinar la polarización del  $\tau$ , por medio de las correlaciones de energía (estudiando como caso particular el espectro de los productos de la desintegración de un solo tau) y de las correlaciones angulares.

## 4.2 Distribuciones en el sistema en reposo del $\tau$

Consideremos la desintegración de un  $\tau$  con polarización arbitraria  $s$ :

$$\tau^\mp(s) \rightarrow \nu_\tau + x^\mp(q) + \dots \quad (4.1)$$

Los canales de desintegración que vamos a considerar para medir la polarización del  $\tau$  son los que se muestran en la tabla 4.1, que suman un 70% de la anchura total del  $\tau$  [41]. En el sistema en reposo del  $\tau$ ,

la anchura diferencial de desintegración a cualquiera de estos canales puede escribirse de la forma general:

$$d\Gamma_{(s^*)}^{\pm} = \Gamma(\tau \rightarrow \nu_{\tau} + x_i + \dots) \left[ V_1^{(i)} \mp \alpha_i \vec{q}_i^* \cdot \vec{s}^* V_2^{(i)} \right] d^3 q_i^* \quad (4.2)$$

donde el \* significa que las correspondientes cantidades se refieren al sistema en reposo del tau.

Vamos a analizar con más detalle cuáles son las funciones  $V_1^{(i)}$  y  $V_2^{(i)}$  y los parámetros de polarización  $\alpha_i$  para los canales de desintegración del  $\tau$  dominantes.

### 1. Canales leptónicos.

La desintegración del tau a leptones puede describirse por medio del hamiltoniano de interacción de cuatro fermiones más general posible que sea local, no contenga acoplamientos derivativos y conserve el número leptónico, de forma completamente análoga a la desintegración del muón [42]. En este hamiltoniano aparecen 10 constantes de acoplamiento complejas, que corresponden a 19 parámetros independientes a determinar experimentalmente. El elemento de matriz de la desintegración del tau viene dado por:

$$M = \frac{G_{\mu}}{\sqrt{2}} \sum_n (\bar{\tau} \Gamma^n \nu_{\tau}) [g_n (\bar{\nu}_l \Gamma_n l) + g_n^5 (\bar{\nu}_l \Gamma_n \gamma_5 l)], \quad (4.3)$$

donde  $G_{\mu}$  es la constante de Fermi, el índice  $n = s, p, v, a, t$  indica el tipo de interacción (escalar, pseudoescalar, vectorial, axial y tensorial) y  $l = e, \mu$  hace referencia al canal de desintegración correspondiente. En el Modelo Estándar,  $g_v = -g_a = -g_v^5 = g_a^5 = 1$  y las demás constantes son nulas.

A partir de la amplitud (4.3) obtenemos:

$$V_1^{(i)} = \frac{1}{4\pi \lambda_i E_i^*} \{a_0^{(i)} + a_1^{(i)} E_i^* + a_2^{(i)} E_i^{*2}\} \equiv \frac{v_1^{(i)}}{4\pi \lambda_i E_i^*} \quad (4.4)$$

$$V_2^{(i)} = \frac{1}{4\pi \lambda_i E_i^*} \{b_0^{(i)} + b_1^{(i)} E_i^*\} \equiv \frac{v_2^{(i)}}{4\pi \lambda_i E_i^*} \quad (4.5)$$

con

$$\begin{aligned}
 a_0^{(i)} &= -\frac{2}{9}\rho_i m_i^2 + \eta_i m_i W_i & b_0^{(i)} &= \frac{1}{3}(3 - 8\delta_i)W_i + \frac{2}{3}\delta_i P_i \\
 a_1^{(i)} &= (1 - \frac{2}{3}\rho_i)W_i - \eta_i m_i & b_1^{(i)} &= \frac{1}{3}(8\delta_i - 3) \\
 a_2^{(i)} &= (\frac{8}{9}\rho_i - 1)
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

y

$$\alpha_i = -\frac{\xi_i}{3} \tag{4.7}$$

$\rho_i$ ,  $\eta_i$ ,  $\xi_i$  y  $\delta_i$ , ( $i = e, \mu$ ) son los parámetros de Michel del tau, que se definen a partir de las constantes  $g_n$  y  $g_n^5$  introducidas en la ec. (4.3). Si nos restringimos al Modelo Estándar, dichos parámetros son iguales para el  $e$  y el  $\mu$  y toman los siguientes valores:

$$\rho = \delta = \frac{3}{4} \quad \eta = 0 \quad \xi = 1 \tag{4.8}$$

$W_i$  es la energía máxima de los leptones en el sistema de referencia en reposo del tau,

$$W_i = \frac{m_\tau^2 + m_i^2}{2m_\tau},$$

el correspondiente momento es

$$P_i = \frac{m_\tau^2 - m_i^2}{2m_\tau},$$

yy  $\lambda_i$  es una constante de normalización:

$$\begin{aligned}
 \lambda_i &= \int_0^{P_i} \frac{a_0^{(i)} + a_1^{(i)} E_i^* + a_2^{(i)} E_i^{*2}}{E_i^*} q_i^{*2} dq_i^* \\
 &= \frac{1}{12} P_i^3 W_i - \frac{1}{8} m_i^2 P_i W_i + \frac{1}{8} m_i^4 \ln \frac{m_\tau}{m_i} \\
 &+ \eta_i m_i \left( -\frac{1}{3} P_i^3 + \frac{1}{2} P_i W_i^2 - \frac{1}{2} m_i^2 W_i \ln \frac{m_\tau}{m_i} \right)
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

## 2. Camales hadrónicos.

Para analizar las desintegraciones hadrónicas, introducimos las amplitudes covariantes

$$M(\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau) = \frac{G_\mu}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_\tau \gamma_\mu (g_v - g_a \gamma_5) \tau \times \langle \pi(q) | J_h^\mu | 0 \rangle \quad (4.10)$$

$$M(\tau^- \rightarrow \rho^- \nu_\tau) = \frac{G_\mu}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_\tau \gamma_\mu (g_v - g_a \gamma_5) \tau \times \langle \rho(q, \epsilon) | J_h^\mu | 0 \rangle \quad (4.11)$$

Los elementos de matriz de la corriente hadrónica electrodébil se pueden parametrizar de la forma:

$$\langle \pi(q) | J_h^\mu | 0 \rangle = f_\pi q^\mu \quad (4.12)$$

$$\langle \rho(q, \epsilon) | J_h^\mu | 0 \rangle = f_\rho \epsilon^\mu \quad (4.13)$$

El parámetro de polarización  $\xi$  se define como:

$$\xi = \frac{2\text{Re}(g_v g_a^*)}{|g_v|^2 + |g_a|^2} \quad (4.14)$$

Utilizando las amplitudes (4.10) y (4.11), las funciones  $V_1^{(i)}$  y  $V_2^{(i)}$  para los mesones resultan ser:

$$V_1^{(i)} = P_i \quad V_2^{(i)} = \frac{1}{4\pi} \frac{\delta(q_i^* - P_i)}{P_i^2} \quad (4.15)$$

Para el pión

$$\alpha_\pi = \xi, \quad (4.16)$$

mientras que para el mesón  $\rho$ , por ser una partícula vectorial,

$$\alpha_\rho = \frac{m_\tau^2 - 2m_\rho^2}{m_\tau^2 + 2m_\rho^2} \xi \sim 0.46 \xi \quad (4.17)$$

En el Modelo Estándar,  $\xi = 1$ .

### 4.3 Distribución correlacionada

A partir de la sección eficaz diferencial del proceso de producción de  $\tau^- \tau^+$  con polarizaciones  $s_1^*$  y  $s_2^*$ , respectivamente (ec. (2.28))

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma, Z \rightarrow \tau^-(s_1^*) + \tau^+(s_2^*) \quad (4.18)$$

y de las distribuciones angulares de la desintegración de los taus con espín  $\vec{s}_i^*$  en el correspondiente sistema de referencia en reposo que hemos analizado en el apartado anterior (ec. (4.2)), la distribución angular del proceso combinado de producción y desintegración del par  $\tau^- \tau^+$

$$e^- + e^+ \rightarrow \tau^- + \tau^+ \rightarrow x_1^- + x_2^+ + \dots \quad (4.19)$$

viene dada por (ver Apéndice A)

$$d\sigma(e^- e^+ \rightarrow x_1 x_2) = 4 d\sigma(\vec{n}_1^*, \vec{n}_2^*) \times \frac{d\Gamma_{x_1}}{\Gamma} \times \frac{d\Gamma_{x_2}}{\Gamma}, \quad (4.20)$$

donde  $d\sigma(\vec{n}_1^*, \vec{n}_2^*)$  se obtiene a partir de  $d\sigma(\vec{s}_1^*, \vec{s}_2^*)$  sustituyendo

$$\vec{s}_1^* \rightarrow \vec{n}_1^* = \alpha_1 \frac{V_2^{(1)}}{V_1^{(1)}} \vec{q}_1^* \quad (4.21)$$

$$\vec{s}_2^* \rightarrow \vec{n}_2^* = -\alpha_2 \frac{V_2^{(2)}}{V_1^{(2)}} \vec{q}_2^* \quad (4.22)$$

$d\Gamma_{x_i}$  es la anchura diferencial de desintegración del  $\tau$  no polarizado

$$d\Gamma_{x_i} = \frac{1}{2} \sum_{s_i} d\Gamma_{x_i}^{(s_i)} = \Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau + x_i + \dots) V_1^{(i)} d^3 q_i^* \quad (4.23)$$

y  $\Gamma$  es la anchura total del  $\tau$ .

La ec. (4.20) fue deducida de forma intuitiva en el primer trabajo de Tsai [32]; pruebas formales de esta relación pueden encontrarse en las referencias [43] y [44] (en el límite  $\Gamma_\tau \ll m_\tau$ ) y en [45].

Utilizando este resultado, la sección eficaz del proceso que nos interesa es:

$$\frac{d^3 \sigma}{d\Omega d^3 q_1^* d^3 q_2^*} = K(s) \left\{ [V_1^{(1)} V_1^{(2)} + \alpha_1 \alpha_2 V_2^{(1)} V_2^{(2)} q_1^* q_2^* \cos \theta_1^* \cos \theta_2^*] \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times [F_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + F_1(s)2 \cos \theta] \\
- & [\alpha_1 V_2^{(1)} V_1^{(2)} q_1^* \cos \theta_1^* + \alpha_2 V_1^{(1)} V_2^{(2)} q_2^* \cos \theta_2^*] \\
& \times [G_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + G_1(s)2 \cos \theta] \\
+ & \alpha_1 \alpha_2 V_2^{(1)} V_2^{(2)} q_1^* q_2^* \sin \theta_1^* \sin \theta_2^* \sin^2 \theta \\
& \times [F_2(s) \cos(\phi_2^* - \phi_1^*) + G_2(s) \sin(\phi_2^* - \phi_1^*)] \} \quad (4.24)
\end{aligned}$$

con

$$K(s) = \frac{1}{4s} Br(\tau \rightarrow x_1) Br(\tau \rightarrow x_2) \quad (4.25)$$

A partir de esta expresión vemos que las distribuciones correlacionadas de los productos de desintegración del par  $\tau^+ \tau^-$  contienen información sobre la polarización del  $\tau$  y las correlaciones de espín entre  $\tau^+$  y  $\tau^-$ , así como sobre los parámetros de Michel, a través de las funciones  $V_\rho^{(i)}$  ( $\rho = 1, 2$ ).

Como ya habíamos señalado antes, si se analiza sólo la distribución de una partícula no es posible medir independientemente los parámetros asociados con la producción y la desintegración del  $\tau$ , puesto que aparecen sólo las combinaciones  $\alpha_i G_0(s)$  y  $\alpha_i G_1(s)$ .

Sin embargo, en la distribución correlacionada de  $x_1$  y  $x_2$  hay otras dependencias que nos permiten obtener información sobre estos parámetros. En particular, la medida de la correlación de espín longitudinal (igual a uno en el Modelo Estándar) es una forma de calibrar los analizadores de polarización  $\alpha_i$ , asociados con la desintegración del tau.

Finalmente, las correlaciones de espín transversales dan lugar a términos que dependen de los ángulos azimutales  $\phi_i^*$ ; la correlación de espín transversal-transversal,  $F_2(s)$ , es el coeficiente de  $\cos(\phi_2^* - \phi_1^*)$  mientras que la correlación transversal-normal,  $G_2(s)$ , aparece multiplicando a  $\sin(\phi_2^* - \phi_1^*)$ .

La sección eficaz de la ec. (4.24) depende de la dirección del tau en el laboratorio ( $\theta$ ), así como de los momentos de  $x_1$  y  $x_2$  en los sistemas de referencia en reposo del  $\tau^-$  y del  $\tau^+$  ( $q_1^*$  y  $q_2^*$ , respectivamente). Sin embargo, con los detectores de que se dispone actualmente no es posible reconstruir la dirección del tau de forma suficientemente precisa y en consecuencia el correspondiente sistema de referencia en

reposito no es accesible. Por tanto hay que escribir la sección eficaz en el sistema de referencia del laboratorio y en términos de variables que puedan determinarse sin necesidad de conocer la dirección del  $\tau$ .

#### 4.4 Distribución correlacionada en el LAB

En el sistema de referencia del laboratorio vamos a utilizar tres sistemas de ejes diferentes: El primero describe la producción del par  $\tau^-\tau^+$ , con el eje  $z$  en la dirección del haz de  $e^-$ . El  $\tau^-$  se emite con ángulo polar  $\theta$  y no es necesario especificar el ángulo azimutal  $\psi$  porque, como ya hemos comentado anteriormente, si los haces iniciales no están polarizados el proceso tiene simetría cilíndrica.

El eje  $z$  del segundo y tercer sistema de coordenadas viene dado por la dirección del  $\tau^-$  y  $\tau^+$ , respectivamente. Las variables que determinan el momento de  $x_1, q_1, \theta_1, \phi_1$  ( $d^3q_1 = q_1^2 dq_1 d\cos\theta_1 d\phi_1$ ) se definen con relación a  $\vec{p}_1$ , mientras que las variables correspondientes a  $x_2, q_2, \theta_2, \phi_2$  ( $d^3q_2 = q_2^2 dq_2 d\cos\theta_2 d\phi_2$ ) se refieren a  $\vec{p}_2 = -\vec{p}_1$  (Véase Fig. 4.1). De nuevo no hay necesidad de especificar el eje  $x$ ; simplemente exigimos que los ejes  $\hat{x}_1$  y  $\hat{x}_2$  coincidan y en consecuencia  $\hat{y}_1 = -\hat{y}_2$ , ya que  $\hat{z}_1 = -\hat{z}_2$ .

En primer lugar, para pasar del sistema de referencia en reposo del  $\tau^-$  o del  $\tau^+$  al laboratorio, hay que hacer una transformación de Lorentz de parámetros

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{M_Z}{2m_\tau} \quad (4.26)$$

de modo que las variables en los dos sistemas están relacionadas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} E_i^* &= \gamma(E_i - \beta q_i \cos\theta_i) \\ q_i^* \cos\theta_i^* &= \gamma(q_i \cos\theta_i - \beta E_i) \\ q_i^* \sin\theta_i^* &= q_i \sin\theta_i \\ \phi_i^* &= \phi_i \end{aligned} \quad (4.27)$$

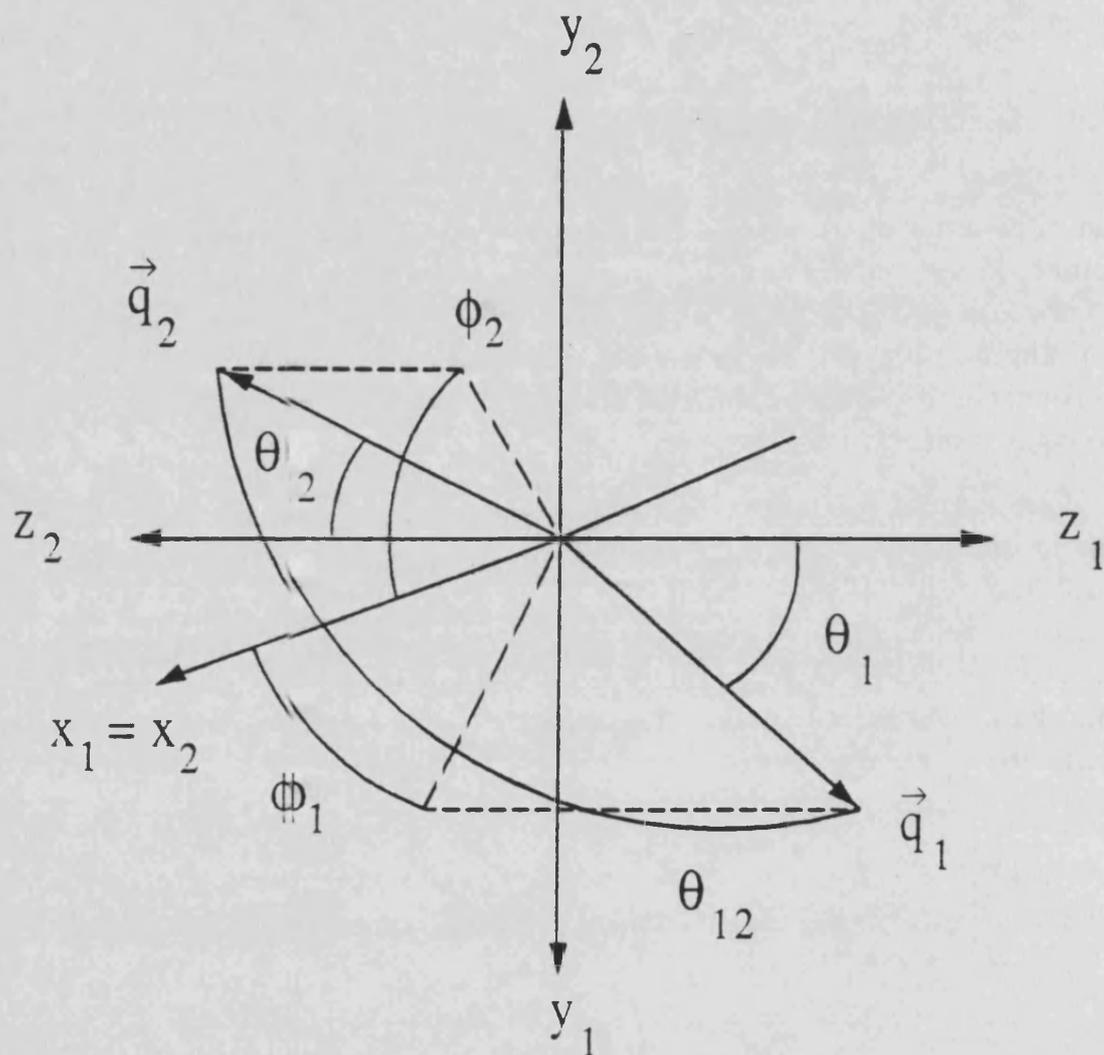


Figura 4.1: Notación y sistema de coordenadas en el LAB utilizados para el cálculo de la distribución correlacionada.

y el Jacobiano viene dado por

$$\frac{\partial(q_i^*, \cos \theta_i^*)}{\partial(q_i, \cos \theta_i)} = \frac{E_i^*}{q_i^{*2}} \frac{q_i^2}{E_i} \quad (4.28)$$

El rango de variación angular depende del canal de desintegración. En el caso de los mesones, dado que se trata de una desintegración a dos cuerpos, la energía y el ángulo de emisión en el LAB no son variables independientes, sino que para una energía dada

$$\cos \theta_i = \cos \zeta_i = \frac{\gamma E_i - W_i}{\beta \gamma q_i} \quad (4.29)$$

Para los leptones, que proceden de una desintegración a tres cuerpos, el ángulo de emisión de una partícula con momento  $q_i$  está comprendido en el rango  $0 \leq \theta_i \leq \zeta_i$ .

Dada la dependencia de la sección eficaz en los ángulos azimutales (véase ec. (4.24)), que es la misma en el laboratorio, (ya que dichos ángulos están definidos en un plano perpendicular a la dirección del *boost*) resulta conveniente hacer el siguiente cambio de variables:

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_2 + \phi_1 \\ \phi' &= \phi_2 - \phi_1 \end{aligned} \quad (4.30)$$

Recordemos que estos ángulos están referidos a la dirección del  $\tau$  en el sistema del laboratorio y por tanto no son directamente observables. En el capítulo 5 analizaremos con detalle los efectos debidos a las correlaciones de espín transversales por medio de la distribución angular azimutal, en el límite de masas nulas de los productos de la desintegración de los taus. Sin embargo, nuestro objetivo ahora es determinar la polarización longitudinal del  $\tau$ , de modo que integramos sobre  $\phi'$  y como consecuencia los términos proporcionales a  $F_2(s)$  y  $G_2(s)$  desaparecen. En cuanto a  $\phi$ , se puede expresar en función de los ángulos polares  $\theta_i$  ( $i = 1, 2$ ) y del ángulo entre las dos partículas finales en el LAB,  $\theta_{12}$ , que sí es observable, utilizando la relación

$$\cos \epsilon = \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \phi, \quad (4.31)$$

donde  $\epsilon = \pi - \theta_{12}$  caracteriza la no colinealidad de las partículas finales  $x_1$  y  $x_2$ . El Jacobiano correspondiente es

$$\frac{\partial \phi}{\partial \cos \epsilon} = \frac{1}{Q} \quad (4.32)$$

con

$$Q = \sqrt{\sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 - (\cos \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \epsilon)^2}, \quad (4.33)$$

La sección eficaz en términos de las nuevas variables viene dada por \*:

$$\frac{d^5 \sigma}{d\Omega dq_1 dq_2 d \cos \epsilon} = 2 \int \left( \frac{q_1^{*2} q_2^{*2} d^8 \sigma}{d\Omega d^3 q_1^* d^3 q_2^*} \right) d \cos \theta_1 d \cos \theta_2 d \phi' \left| \frac{\partial(q_1^*, \cos \theta_1^*)}{\partial(q_1, \cos \theta_1)} \right| \left| \frac{\partial(q_2^*, \cos \theta_2^*)}{\partial(q_2, \cos \theta_2)} \right| \left| \frac{\partial \phi}{\partial \cos \epsilon} \right| \quad (4.34)$$

Nos interesa la distribución respecto de las energías de las partículas finales, que se obtiene utilizando la relación:

$$dq_i = \frac{E_i}{q_i} dE_i$$

Si sustituimos en la ec. (4.34)  $\frac{d^8 \sigma}{d\Omega d^3 q_1^* d^3 q_2^*}$  dada por la ec. (4.24) e integramos sobre  $\phi'$ , llegamos al siguiente resultado:

$$\begin{aligned} \frac{d^5 \sigma}{d\Omega dE_1 dE_2 d \cos \epsilon} &= 4\pi K(s) q_1 q_2 \int \frac{E_1^* E_2^*}{Q} d \cos \theta_1 d \cos \theta_2 \\ &\quad \left\{ [V_1^{(1)} V_1^{(2)} + \alpha_1 \alpha_2 V_2^{(1)} V_2^{(2)} q_1^* \cos \theta_1^* q_2^* \cos \theta_2^*] \right. \\ &\quad \times [F_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + F_1(s)2 \cos \theta] \\ &\quad - [\alpha_1 V_2^{(1)} V_1^{(2)} q_1^* \cos \theta_1^* + \alpha_2 V_1^{(1)} V_2^{(2)} q_2^* \cos \theta_2^*] \\ &\quad \left. \times [G_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + G_1(s)2 \cos \theta] \right\} \quad (4.35) \end{aligned}$$

Para leptones,  $V_\rho^{(i)} = \frac{v_\rho^{(i)}}{4\pi\lambda_i E_i^*}$  ( $\rho = 1, 2$ ). Escribiendo  $E_i^*$  y  $q_i^* \cos \theta_i^*$ , definidos en el sistema en reposo del correspondiente  $\tau$ , en términos de las variables del laboratorio (ec. (4.27)), obtenemos

$$v_1^{(i)} = A_0^{(i)} + A_1^{(i)} \cos \theta_i + A_2^{(i)} \cos^2 \theta_i \quad (4.36)$$

$$v_2^{(i)} q_i^* \cos \theta_i^* = B_0^{(i)} + B_1^{(i)} \cos \theta_i + B_2^{(i)} \cos^2 \theta_i \quad (4.37)$$

---

\*El factor 2 se debe a que para cada valor de  $\cos \epsilon$  hay dos soluciones posibles de la ec. (4.31) con  $\phi$  comprendido entre 0 y  $2\pi$ .

$A_\mu^{(i)}(E_i)$  y  $B_\mu^{(i)}(E_i)$  dependen explícitamente de los parámetros de Michel del tau  $\rho_l$ ,  $\eta_l$  y  $\delta_l$ , a través de las siguientes combinaciones de los coeficientes  $a_\mu^{(i)}$  ( $\mu = 1, 2, 3$ ) y  $b_\nu^{(i)}$  ( $\nu = 1, 2$ ) que aparecían en las distribuciones en el sistema en reposo del  $\tau$  (ec. (4.6)):

$$\begin{aligned}
 A_0^{(i)} &= a_0^{(i)} + a_1^{(i)}\gamma E_i + a_2^{(i)}(\gamma E_i)^2 \\
 A_1^{(i)} &= -\beta\gamma q_i(a_1^{(i)} + 2a_2^{(i)}\gamma E_i) \\
 A_2^{(i)} &= (\beta\gamma q_i)^2 a_2^{(i)} \\
 &\hspace{15em} (4.38) \\
 B_0^{(i)} &= -\beta\gamma E_i(b_0^{(i)} + b_1^{(i)}\gamma E_i) \\
 B_1^{(i)} &= \gamma q_i[b_0^{(i)} + b_1^{(i)}\gamma E_i(1 + \beta^2)] \\
 B_2^{(i)} &= -\beta(\gamma q_i)^2 b_1^{(i)}
 \end{aligned}$$

En cuanto a los mesones, las funciones  $V_1^{(i)}$  y  $V_2^{(i)}$  se pueden escribir de la siguiente forma, en términos de las variables del laboratorio:

$$V_1^{(i)} = P_i \quad V_2^{(i)} = \frac{1}{4\pi\gamma\beta} \frac{\delta(\cos\theta_i - \cos\zeta_i)}{q_i P_i W_i} \quad (4.39)$$

con  $\cos\zeta_i = \frac{\gamma E_i - W_i}{\beta\gamma q_i}$  (ec. (4.29)).

La distribución (4.35) todavía depende del ángulo de emisión del  $\tau$  con respecto al haz de electrones ( $\theta$ ), que como hemos dicho no es observable. Sin embargo, es posible desarrollar la ec. (4.35) a orden dominante en  $\gamma$ , teniendo en cuenta que  $\theta_1, \theta_2, \epsilon \sim \gamma^{-1}$  y

$$\cos\theta_- = \cos\theta \cos\theta_1 - \sin\theta \sin\theta_1 \cos\phi_1 \quad (4.40)$$

donde  $\theta_-$  es el ángulo (observable) entre la dirección de la partícula  $x_1^-$  y el haz. Dado que la distribución correlacionada depende explícitamente de  $\cos\theta$ , identificar

$$\cos\theta = \cos\theta_- + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\gamma^2}\right) \quad (4.41)$$

es una buena aproximación.

## 4.5 Correlaciones energía-energía

### 4.5.1 Distribución de energías correlacionada

En esta sección vamos a estudiar las distribuciones energéticas correlacionadas de los productos de la desintegración de los dos taus. Estas distribuciones, así como las distribuciones correlacionadas respecto de las energías de las partículas finales y el ángulo entre ambas en el LAB, han sido extensamente estudiadas por A. Nelson sobre la resonancia del  $Z$ , en el límite de masas nulas de los leptones [39], y por W. Fetscher a las energías de una fábrica de taus [38], con objeto de determinar los parámetros de Michel del tau y los parámetros de polarización de las desintegraciones mesónicas ( $\xi$ ), definidos en la ec. (4.14). Nosotros hemos realizado un estudio sobre la información que contienen las distribuciones de energía correlacionadas sobre la polarización longitudinal del tau,  $P_\tau$ .

Las correlaciones energía-energía se obtienen integrando sobre  $\epsilon$  la ec. (4.35)

$$\begin{aligned}
\frac{d^4\sigma}{d\Omega dE_1 dE_2} &= \int_{\cos(\theta_1-\theta_2)}^{\cos(\theta_1+\theta_2)} \left( \frac{d^5\sigma}{d\Omega dE_1 dE_2 d\cos\epsilon} \right) d\cos\epsilon \\
&= 4\pi^2 K(s) q_1 q_2 \int E_1^* E_2^* d\cos\theta_1 d\cos\theta_2 \\
&\quad \left\{ [V_1^{(1)} V_1^{(2)} + \alpha_1 \alpha_2 V_2^{(1)} V_2^{(2)} q_1^* \cos\theta_1^* q_2^* \cos\theta_2^*] \right. \\
&\quad \times [F_0(s)(1 + \cos^2\theta) + F_1(s)2\cos\theta] \\
&\quad - [\alpha_1 V_2^{(1)} V_1^{(2)} q_1^* \cos\theta_1^* + \alpha_2 V_1^{(1)} V_2^{(2)} q_2^* \cos\theta_2^*] \\
&\quad \left. \times [G_0(s)(1 + \cos^2\theta) + G_1(s)2\cos\theta] \right\} \quad (4.42)
\end{aligned}$$

La distribución de energías correlacionada es mucho más sencilla que la distribución angular que analizaremos posteriormente, ya que, una vez integrado  $\epsilon$ , la integración sobre  $\cos\theta_1$  es independiente de  $\cos\theta_2$ , de modo que para leptones

$$\cos\zeta_i \leq \cos\theta_i \leq 1$$

y para mesones

$$\cos\theta_i = \cos\zeta_i$$

Después de integrar sobre dichos ángulos, y sobre el ángulo azimutal del  $\tau$ , la distribución de energías para cualquier combinación de leptones y mesones en el estado final tiene la siguiente estructura:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma} \frac{d^3\sigma}{d \cos \theta dE_1 dE_2} &= \frac{3}{8} \left\{ [H_0^{(1)}(E_1)H_0^{(2)}(E_2) + \alpha_1\alpha_2 H_1^{(1)}(E_1)H_1^{(2)}(E_2)] \right. \\ &\quad \times [F_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + F_1(s)2 \cos \theta] \\ &\quad - [\alpha_1 H_1^{(1)}(E_1)H_0^{(2)}(E_2) + \alpha_2 H_0^{(1)}(E_1)H_1^{(2)}(E_2)] \\ &\quad \left. \times [G_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + G_1(s)2 \cos \theta] \right\} \quad (4.43) \end{aligned}$$

Sustituyendo las funciones  $V_1^{(i)}$  y  $V_2^{(i)}$  para los leptones (ecs. (4.36) y (4.37)) se tiene que

$$\begin{aligned} H_0^{(i)}(E_i) &= \frac{q_i}{2\lambda_i} \int_{\cos \zeta_i}^1 v_1^{(i)} d \cos \theta_i \\ &= \frac{q_i}{2\lambda_i} \sum_{\mu=0}^2 A_\mu^{(i)}(E_i) \frac{1}{\mu+1} (1 - \cos^{\mu+1} \zeta_i) \quad (4.44) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_1^{(i)}(E_i) &= \frac{q_i}{2\lambda_i} \int_{\cos \zeta_i}^1 v_2^{(i)} q_i^* \cos \theta_i^* d \cos \theta_i \\ &= \frac{q_i}{2\lambda_i} \sum_{\mu=0}^2 B_\mu^{(i)}(E_i) \frac{1}{\mu+1} (1 - \cos^{\mu+1} \zeta_i) \quad (4.45) \end{aligned}$$

Mientras que para los mesones (ec. (4.39)) la integral angular es inmediata y obtenemos

$$H_0^{(i)}(E_i) = \frac{1}{2\gamma\beta P_i} \quad (4.46)$$

$$H_1^{(i)}(E_i) = \frac{1}{2\gamma\beta P_i} \frac{E_i - \gamma W_i}{\gamma\beta P_i} \quad (4.47)$$

Conviene destacar que, debido a que en las correlaciones energía-energía las integraciones sobre las variables correspondientes a cada una de las partículas finales son independientes, las funciones  $H_0^{(i)}(E_i)$  y  $H_1^{(i)}(E_i)$  son las mismas que se obtienen al analizar el espectro de una sola partícula [34], como comprobaremos explícitamente en la sección 4.5.3.

### 4.5.2 Sensibilidad de los distintos canales

Seguidamente, hemos realizado una estimación de la sensibilidad de la medida de la polarización longitudinal del tau,  $P_\tau$ , a través de las distribuciones de energía correlacionadas, suponiendo que la desintegración de los taus está exactamente descrita por el Modelo Estándar, es decir, que el acoplamiento del tau al bosón  $W$  es de la forma V-A. Sobre la resonancia del  $Z$ , la distribución de energías después de integrar sobre  $\cos\theta$  tiene la siguiente forma:

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d^2\sigma}{dE_1 dE_2} = H_0^{(1)}(E_1)H_0^{(2)}(E_2) + \alpha_1\alpha_2 H_1^{(1)}(E_1)H_1^{(2)}(E_2) \quad (4.48)$$

$$+ P_\tau \{ \alpha_1 H_1^{(1)}(E_1)H_0^{(2)}(E_2) + \alpha_2 H_0^{(1)}(E_1)H_1^{(2)}(E_2) \}$$

Al ajustar una distribución del tipo

$$W = f + Pg \quad (4.49)$$

donde  $\int f = 1$  e  $\int g = 0$ , el error con que se determina  $P$  es asintóticamente

$$\Delta P = \frac{1}{\sqrt{N}} \left[ \int \frac{g^2}{f + Pg} \right]^{-1/2} \quad (4.50)$$

siendo  $N$  el número de sucesos. Utilizando la distribución de la ec. (4.48), hemos calculado dicho error para los modos de desintegración del tau dominantes (ver tabla 4.2), suponiendo  $10^5$  sucesos  $\tau^+\tau^-$  y las probabilidades de desintegración dadas en la tabla 4.1. Estos resultados nos dan sólo una idea aproximada del error estadístico asociado con cada canal, ya que además hay que tener en cuenta la eficiencia de los detectores para identificar las correspondientes partículas finales.

Por otro lado, podemos calcular la sensibilidad de cada modo de desintegración

$$S = \frac{1}{\Delta P \sqrt{N}} \quad (4.51)$$

que caracteriza cuán bueno es un canal para medir  $P_\tau$ , independientemente del número de sucesos. En la tabla 4.2 se muestran también los resultados de la sensibilidad para los canales de desintegración dominantes.

Canal	$\Delta P$	Sens.
$ee$	0.06	0.30
$e\mu$	0.06	0.31
$\mu\mu$	0.06	0.31
$e\pi$	0.04	0.60
$\mu\pi$	0.04	0.60
$e\rho$	0.05	0.34
$\mu\rho$	0.05	0.34
$\pi\pi$	0.04	0.74
$\pi\rho$	0.03	0.61
$\rho\rho$	0.04	0.36

Tabla 4.2: Errores estadísticos y sensibilidad de la medida de  $P_\tau$  a partir de las correlaciones energía-energía.

### 4.5.3 Espectro de una partícula

Si integramos la ec. (4.43) respecto de la energía de la partícula  $x_2$ , recuperamos la conocida forma del espectro de los productos de desintegración de un solo  $\tau$  [34]

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d^2\sigma}{d\cos\theta dE_1} = \frac{3}{8} \left\{ [H_0^{(1)}(E_1)[F_0(s)(1 + \cos^2\theta) + F_1(s)2\cos\theta] - \alpha_1 H_1^{(1)}(E_1)[G_0(s)(1 + \cos^2\theta) + G_1(s)2\cos\theta] \right\} \quad (4.52)$$

En esta expresión se pone claramente de manifiesto que por medio de las distribuciones de una sola partícula sólo es posible determinar las combinaciones  $\alpha_1 G_0(s)$  y  $\alpha_1 G_1(s)$ , mientras que, como hemos comprobado explícitamente (ec. (4.43)), las distribuciones correlacionadas permiten separar la información sobre los parámetros asociados con la producción y con la desintegración del  $\tau$ .

Hemos realizado también un estudio (análogo al de las correlaciones energía-energía) sobre la sensibilidad de los distintos canales a la medida de  $P_\tau$ , así como de los errores estadísticos correspondientes a  $10^5$  pares  $\tau^-\tau^+$ , suponiendo que los taus se desintegran según el Modelo Estándar. Los resultados de la tabla 4.3 ponen de manifiesto que las correlaciones energía-energía son más sensibles a este observable que el espectro de una sola partícula, aunque el error estadístico asociado con cada canal es grande debido a que el número de sucesos es menor.

## 4.6 Correlaciones angulares

### 4.6.1 Observables

Seguidamente vamos a analizar la distribución de los productos de desintegración de los taus en función de los ángulos  $\epsilon$  y  $\theta$ , que se obtiene integrando la sección eficaz diferencial dada por la ec. (4.35) sobre las energías  $E_1$  y  $E_2$ . Al utilizar como observable el ángulo

Canal	$\Delta P$	Sens.
$e$	0.02	0.22
$\mu$	0.02	0.22
$\pi$	0.01	0.58
$\rho$	0.02	0.27

Tabla 4.3: Errores estadísticos y sensibilidad de la medida de  $P_\tau$  a partir del espectro de los productos de la desintegración de un solo tau.

$\epsilon$  introducimos una ligadura entre las dos cantidades no observables  $\cos \theta_1$  y  $\cos \theta_2$ , dada por la ec. (4.31). Cada valor de  $\epsilon$  determina una región permitida en el espacio  $(\theta_1, \theta_2)$ , que corresponde a un rectángulo cuyos lados son los sucesos coplanares ( $\cos \phi = \pm 1$ ). Este rectángulo define también una región permitida en el espacio  $(E_1, E_2)$  para cada  $\epsilon$ , y limita el rango de integración sobre  $\cos \theta_1$  y  $\cos \theta_2$  a su interior (ver Apéndice B). Como consecuencia, las dos integraciones no son independientes y no se pueden factorizar las funciones resultantes de forma análoga a las correlaciones energía-energía que hemos analizado en la sección 4.5.

La distribución angular correlacionada en el LAB tiene la siguiente estructura:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2\sigma}{d\cos\theta d\epsilon} &= 2\pi K(s) \{ [Q_{11}(\epsilon) + \alpha_1\alpha_2 Q_{22}(\epsilon)] \\
&\quad \times [F_0(s)(1 + \cos^2\theta) + F_1(s)2\cos\theta] \\
&\quad - [\alpha_1 Q_{21}(\epsilon) + \alpha_2 Q_{12}(\epsilon)] \\
&\quad \times [G_0(s)(1 + \cos^2\theta) + G_1(s)2\cos\theta] \} \quad (4.53)
\end{aligned}$$

donde las funciones  $Q_{ij}$  vienen dadas por

$$Q_{ij}(\epsilon) \equiv 4\pi \sin \epsilon \int \frac{E_1^* E_2^*}{Q} q_1 q_2 dE_1 dE_2 d\cos\theta_1 d\cos\theta_2$$

$$V_i^{(1)}(q_1^* \cos \theta_1^*)^{i-1} V_j^{(2)}(q_2^* \cos \theta_2^*)^{j-1} \quad (4.54)$$

y verifican las condiciones de normalización

$$\int d\epsilon Q_{11}(\epsilon) = 1 \quad \int d\epsilon Q_{ij}(\epsilon) = 0 \quad (resto) \quad (4.55)$$

Obviamente,  $Q_{12}(\epsilon) = Q_{21}(\epsilon)$  cuando los canales de desintegración del  $\tau^+$  y del  $\tau^-$  son iguales. Los resultados de las funciones  $Q_{ij}$  para los distintos canales de desintegración se muestran en las Figs. (4.2)-(4.4), en las que se observa que tienen aproximadamente la misma forma para todos los estados finales considerados, siendo el canal  $\rho - \rho$  el que más se diferencia de los restantes por tratarse de una partícula con mayor masa.

A partir de la distribución correlacionada (4.53), podemos definir dos observables independientes que, sobre la resonancia del  $Z$ , están directamente relacionados con las polarizaciones  $P_\tau$  y  $P_Z$ .

Integrando la ec. (4.53) sobre el ángulo polar  $\theta$ , los términos proporcionales a los factores de forma  $F_1(s)$  y  $G_1(s)$  se anulan y obtenemos que la distribución angular normalizada es un observable lineal con  $P_\tau$ :

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\epsilon} = Q_{11}(\epsilon) + \alpha_1 \alpha_2 Q_{22}(\epsilon) + P_\tau [\alpha_1 Q_{21}(\epsilon) + \alpha_2 Q_{12}(\epsilon)] \quad (4.56)$$

En las Figs. (4.5)-(4.7) hemos representado las distribuciones  $\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\epsilon}$  en el Modelo Estándar para  $M_Z = 91.177$  GeV,  $M_H = 100$  GeV y  $m_t = 150$  GeV, valores que corresponden a un ángulo efectivo para el  $\tau$   $\sin^2 \theta_{eff}^\tau = 0.2320$  [26].

Con objeto de recuperar la información perdida en la sección eficaz diferencial (4.56), resulta conveniente definir la asimetría *forward-backward* de la distribución angular correlacionada:

$$A_{FB}(\epsilon) = \frac{\int_{\cos \theta > 0} d\sigma - \int_{\cos \theta < 0} d\sigma}{\int_{\cos \theta > 0} d\sigma + \int_{\cos \theta < 0} d\sigma} \quad (4.57)$$

que, sobre la resonancia del  $Z$ , viene dada por

$$A_{FB}(\epsilon) = \frac{3 P_Z \{ P_\tau [Q_{11}(\epsilon) + \alpha_1 \alpha_2 Q_{22}(\epsilon)] + \alpha_1 Q_{21}(\epsilon) + \alpha_2 Q_{12}(\epsilon) \}}{4 [Q_{11}(\epsilon) + \alpha_1 \alpha_2 Q_{22}(\epsilon) + P_\tau [\alpha_1 Q_{21}(\epsilon) + \alpha_2 Q_{12}(\epsilon)]]} \quad (4.58)$$

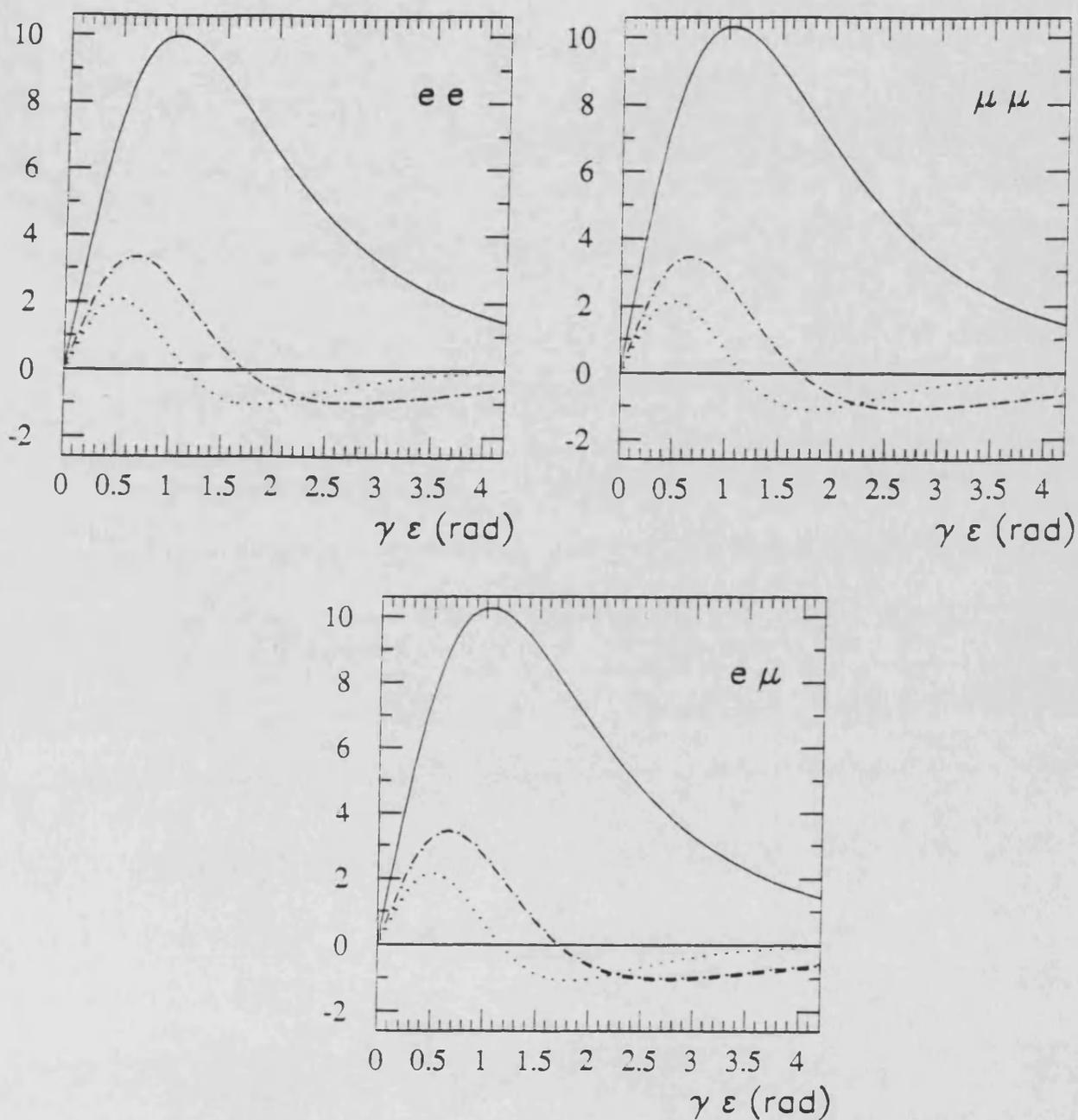


Figura 4.2: Funciones  $Q_{ij}(\epsilon)$  para los canales de desintegración leptónicos de los taus. La línea continua corresponde a  $Q_{11}$ , la punteada a  $Q_{22}$ , la línea de puntos y rayas a  $Q_{21}$  y la de rayas a  $Q_{12}$  (sólo cuando los canales de desintegración del  $\tau^+$  y del  $\tau^-$  son distintos).

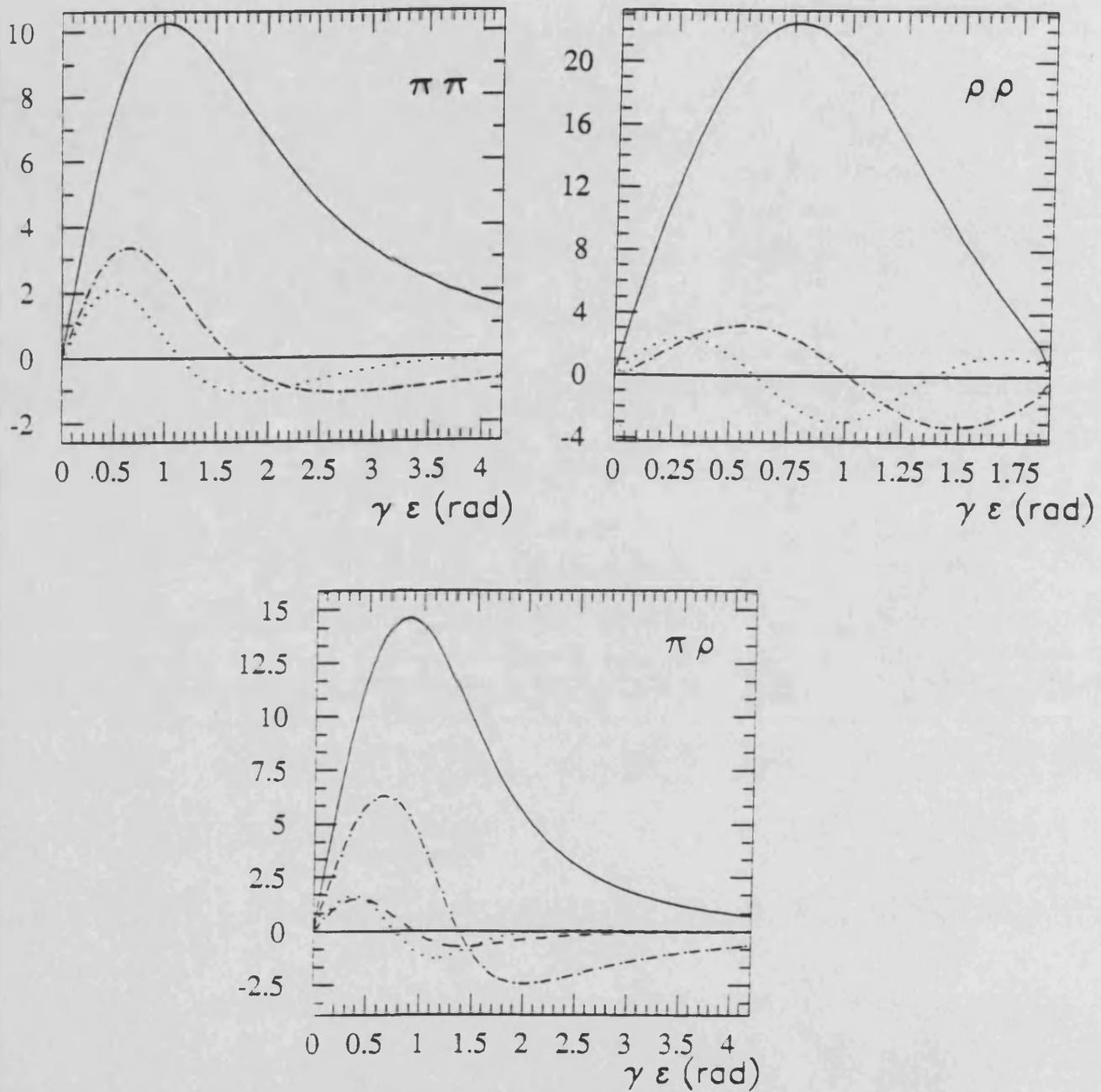


Figura 4.3: Funciones  $Q_{ij}(\epsilon)$  para los canales de desintegración mesónicos de los taus. La línea continua corresponde a  $Q_{11}$ , la punteada a  $Q_{22}$ , la línea de puntos y rayas a  $Q_{21}$  y la de rayas a  $Q_{12}$  (sólo cuando los canales de desintegración del  $\tau^+$  y del  $\tau^-$  son distintos).

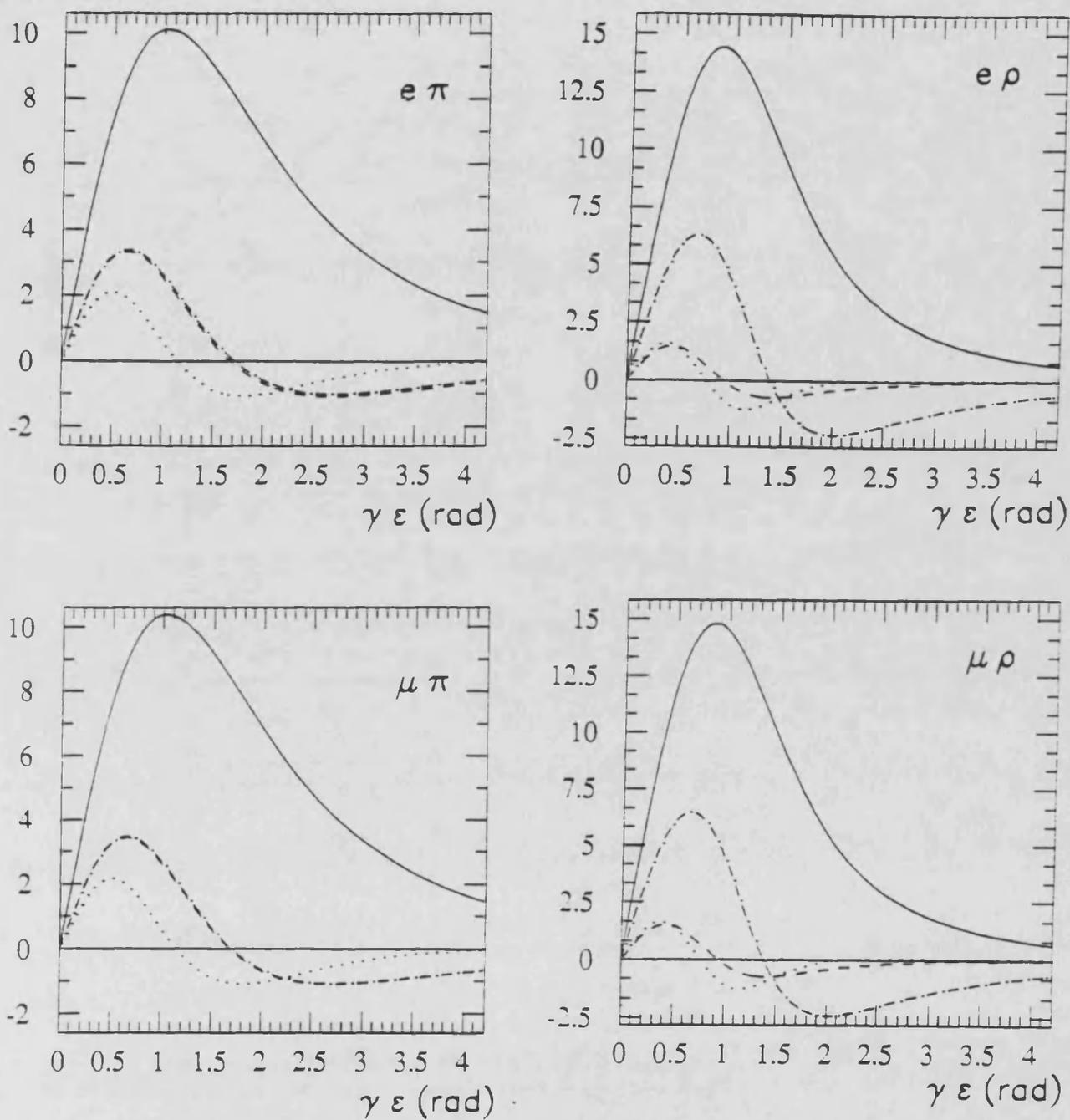


Figura 4.4: Funciones  $Q_{ij}(\epsilon)$  correspondientes a los canales de desintegración leptón-mesón de los taus. La línea continua corresponde a  $Q_{11}$ , la punteada a  $Q_{22}$ , la línea de puntos y rayas a  $Q_{21}$  y la de rayas a  $Q_{12}$ .

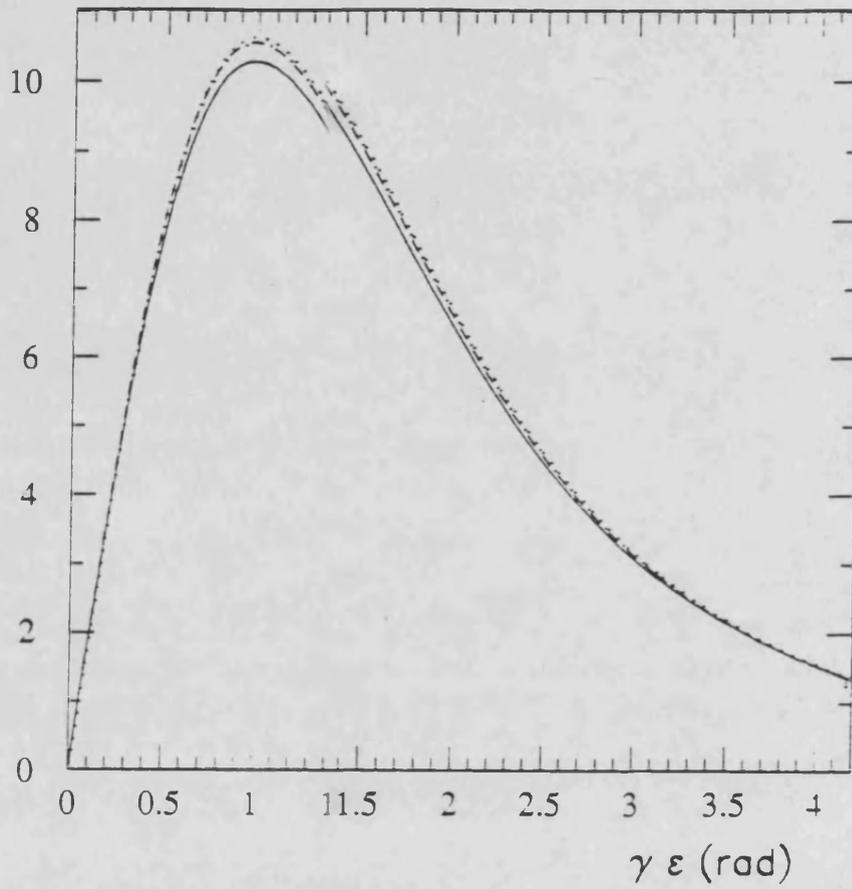
$1/\sigma \, d\sigma/d\varepsilon$ 


Figura 4.5:  $\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$  para los canales de desintegración leptónicos de los taus. La línea continua corresponde al canal  $ee$ , la punteada a  $\mu\mu$  y la de puntos y rayas a  $e\mu$ .

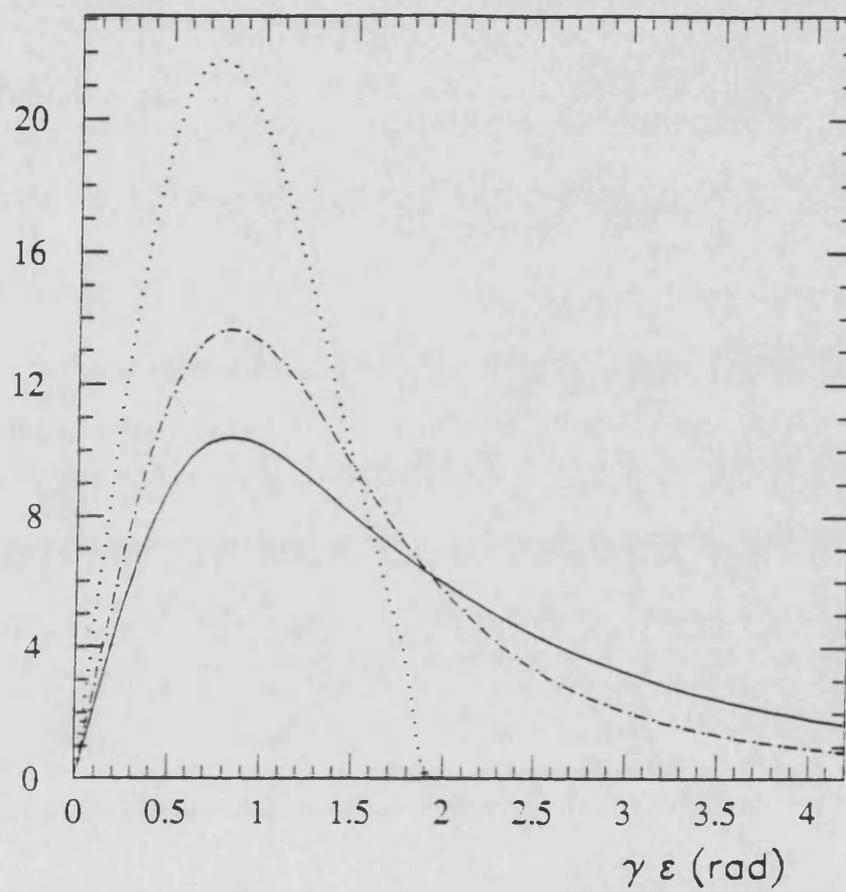
$$1/\sigma \, d\sigma/d\varepsilon$$


Figura 4.6:  $\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$  para los canales de desintegración mesónicos de los taus. La línea continua corresponde al canal  $\pi\pi$ , la punteada a  $\rho\rho$  y la de puntos y rayas a  $\pi\rho$ .

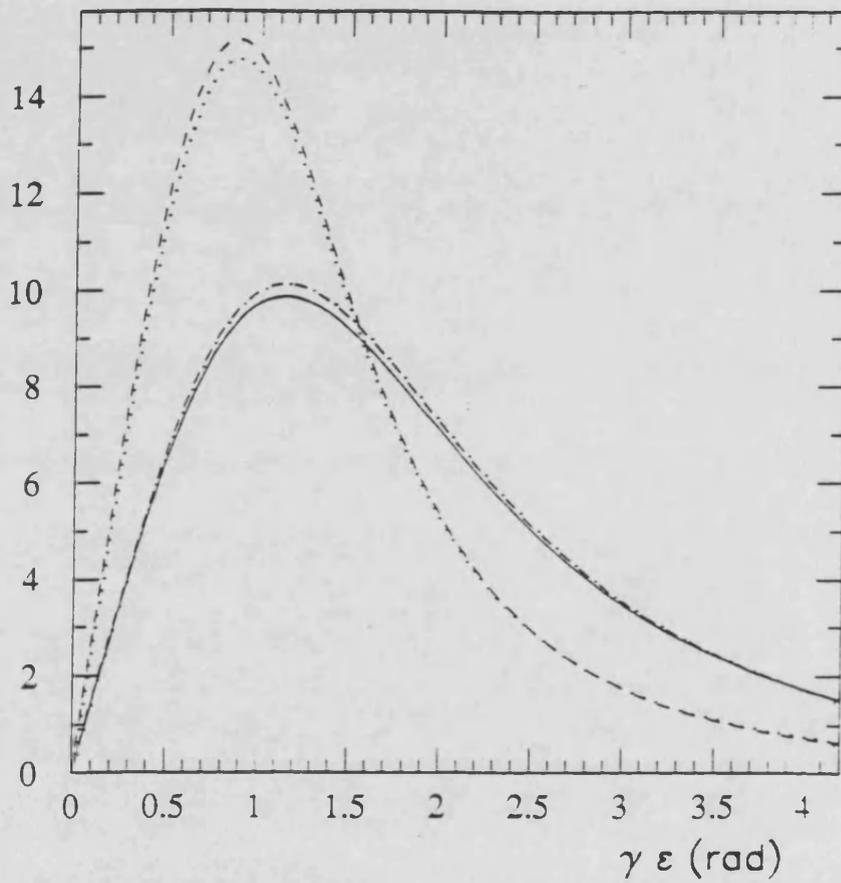
$1/\sigma \, d\sigma/d\varepsilon$ 


Figura 4.7:  $\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$  correspondientes a los canales de desintegración leptón-mesón de los taus. La línea continua corresponde al canal  $\varepsilon\pi$ , la punteada a  $e\rho$ , la de puntos y rayas a  $\mu\pi$  y la de rayas a  $\mu\rho$ .

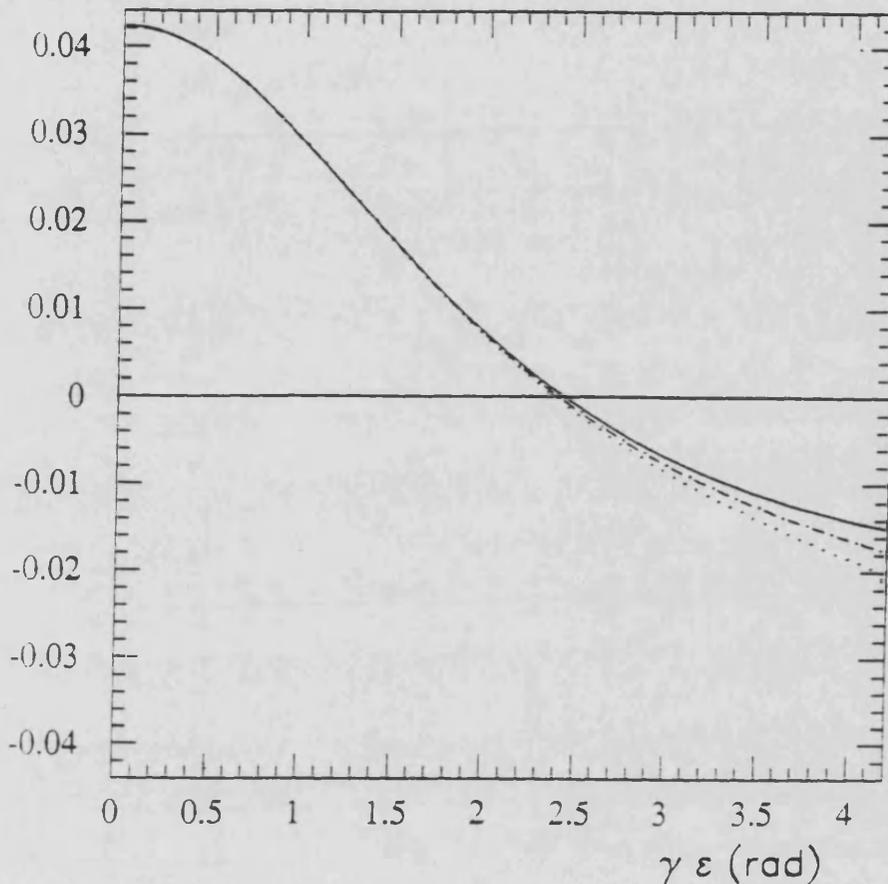


Figura 4.8:  $A_{FB}(\epsilon)$  para los canales de desintegración leptónicos de los taus. La línea continua corresponde al canal  $e\bar{e}$ , la punteada a  $\mu\mu$  y la de puntos y rayas a  $e\mu$ .

Combinando este resultado con la ec. (4.56) es posible obtener separadamente los observables  $P_Z$  y  $P_\tau$ . Por otro lado, si suponemos universalidad ( $P_\tau = P_Z = P$ ), las distribuciones (4.56) y (4.58) nos proporcionan dos métodos independientes para determinar  $P$ .

En las Figs. (4.8)-(4.10) hemos representado  $A_{FB}(\epsilon)$  (suponiendo universalidad) para los canales de desintegración del  $\tau$  dominantes, con el mismo valor del ángulo efectivo para los leptones que hemos utilizado en  $\frac{d\sigma}{d\epsilon}$  ( $\sin^2 \theta_{eff}^l = 0.2320$ ).

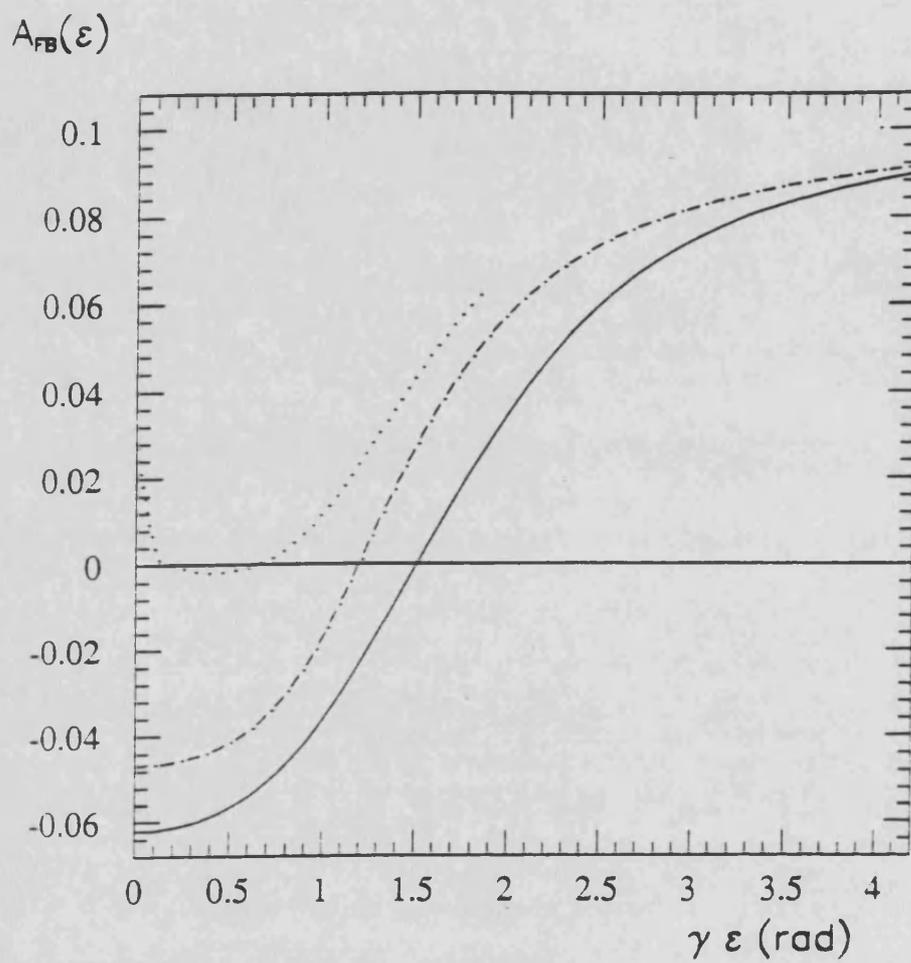


Figura 4.9:  $A_{FB}(\epsilon)$  para los canales de desintegración mesónicos de los taus. La línea continua corresponde al canal  $\pi\pi$ , la punteada a  $\rho\rho$  y la de puntos y rayas a  $\pi\rho$ .

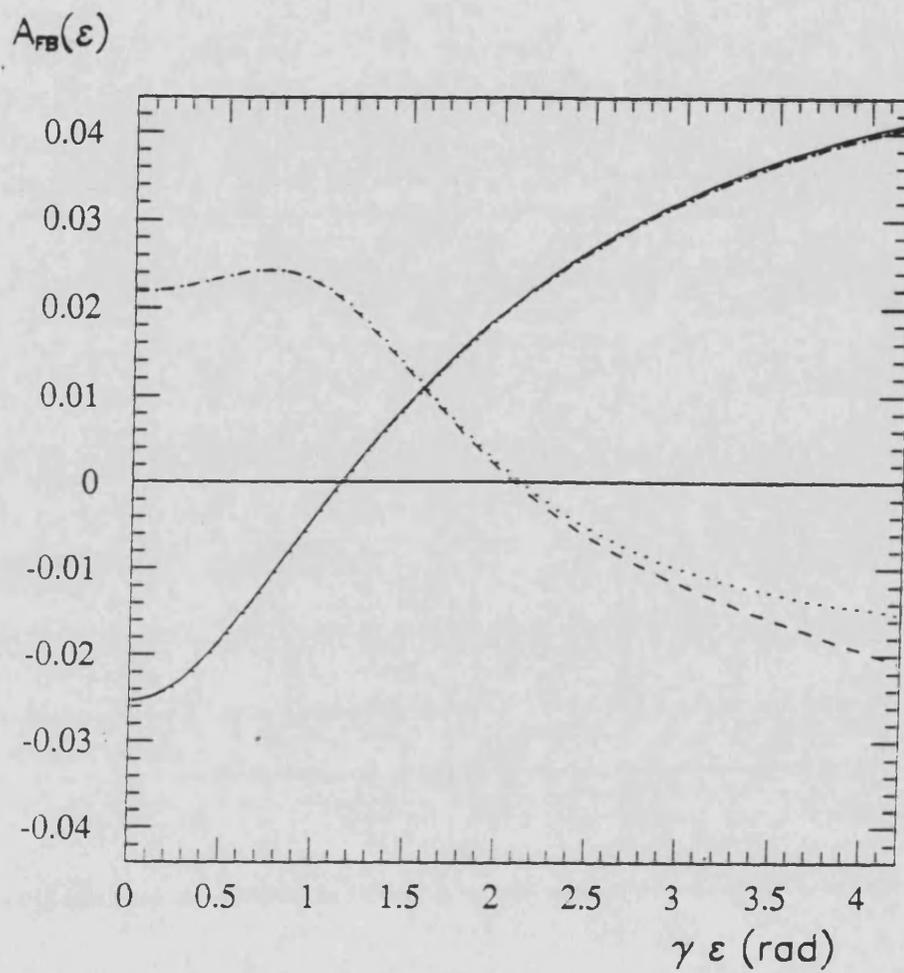


Figura 4.10:  $A_{FB}(\epsilon)$  correspondientes a los canales de desintegración leptón-mesón de los taus. La línea continua corresponde al canal  $e\pi$ , la punteada a  $e\rho$ , la de puntos y rayas a  $\mu\pi$  y la de rayas a  $\mu\rho$ .

Canal	$\Delta P$	Sens.
$ee$	0.08	0.21
$e\mu$	0.08	0.21
$\mu\mu$	0.08	0.22
$e\pi$	0.1	0.21
$\mu\pi$	0.1	0.21
$e\rho$	0.1	0.14
$\mu\rho$	0.1	0.15
$\pi\pi$	0.05	0.58
$\pi\rho$	0.04	0.49
$\rho\rho$	0.08	0.17

Tabla 4.4: Errores estadísticos y sensibilidad de la medida de  $P_\tau$  por medio de las correlaciones angulares.

#### 4.6.2 Sensibilidad de los distintos canales

Análogamente al caso de las correlaciones energía-energía (4.48), hemos hecho una estimación de la sensibilidad (definida en la ec. (4.51)) con la que la distribución angular correlacionada (4.56) nos permite determinar  $P_\tau$ , así como de los errores estadísticos correspondientes a  $10^5$  pares  $\tau^-\tau^+$ . Los resultados del análisis se muestran en la tabla 4.4 y ponen de manifiesto que la sensibilidad de la medida de  $P_\tau$  por medio de correlaciones angulares es comparable a la del espectro de una sola partícula; en consecuencia, los errores asociados con cada canal para el mismo número de taus son más grandes, ya que, al igual que en el caso de las correlaciones energía-energía, hay menos sucesos.

Si suponemos universalidad, la asimetría *forward-backward* de la

distribución angular (ec. (4.58)) no es un observable lineal en  $P_\tau$ , por lo que no es posible aplicar la ec. (4.50). Sin embargo, se puede hacer una estimación del error estadístico por medio de simulaciones con Monte Carlo [46], y resulta ser más sensible que la correlación angular (4.56), en el caso de que alguna de las partículas finales sea un leptón. Esto es debido a que en  $\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\epsilon}$  el término que depende de  $P_\tau$  es  $[\alpha_1 Q_{21}(\epsilon) + \alpha_2 Q_{12}(\epsilon)]$  que, como se observa en las Figs. (4.2)-(4.4), es siempre mucho más pequeño que  $Q_{11}(\epsilon) + \alpha_1 \alpha_2 Q_{22}(\epsilon)$  (especialmente para los canales leptónicos, con  $\alpha_i = -1/3$ ). Por el contrario, en  $A_{FB}(\epsilon)$  el término que depende de  $P_\tau$  en el numerador es precisamente el dominante,  $Q_{11}(\epsilon) + \alpha_1 \alpha_2 Q_{22}(\epsilon)$  lo cual explica la mayor sensibilidad de este observable a la polarización.

## 4.7 Conclusiones

Hemos obtenido las distribuciones correlacionadas de las partículas cargadas finales en la secuencia

$$e^- + e^+ \rightarrow \tau^- + \tau^+ \rightarrow x_1^- + x_2^+ + \dots$$

en términos de observables en el laboratorio, para los canales de desintegración dominantes de los taus. Estas distribuciones dependen de las energías de  $x_1$  y  $x_2$ , del ángulo de acolinealidad entre ambas partículas ( $\epsilon$ ) y del ángulo de emisión de  $x_1$  respecto al haz de electrones.

Las distribuciones correlacionadas contienen información no sólo sobre la polarización de cada uno de los taus y las correlaciones de espín entre  $\tau^+$  y  $\tau^-$ , sino también acerca de los parámetros de Michel (que caracterizan las desintegraciones puramente leptónicas) y del parámetro de quiralidad  $\xi$  (definido para los canales de desintegración a mesones). Las primeras dependen de los acoplamientos del tau al bosón neutro  $Z$ , mientras que los segundos están asociados con los acoplamientos al  $W$ . Las distribuciones correlacionadas, contrariamente a lo que ocurre con el espectro de una sola partícula final, permiten determinar los distintos observables de forma independiente y no sólo ciertas combinaciones de ellos.

Hemos estudiado la sensibilidad de la medida de la polarización

longitudinal del  $\tau$  por medio de las correlaciones energía-energía y de la correlación angular, suponiendo que la interacción responsable de la desintegración de los taus es del tipo V-A. Comparando con el método clásico de medida de  $P_\tau$  (a través del espectro de los productos de la desintegración de *uno* de los dos taus) encontramos que la sensibilidad de las correlaciones angulares es aproximadamente la misma, mientras que las correlaciones de energía son más sensibles.

Así mismo, hemos hecho una estimación de los errores estadísticos asociados con estas sensibilidades, suponiendo  $10^5$  pares  $\tau^-\tau^+$  y teniendo en cuenta las probabilidades de desintegración de los taus a los canales correspondientes, a lo cual hay que añadir la eficiencia de los detectores para identificar las partículas finales. Esto supone que el error en la determinación de  $P_\tau$  por medio de las distribuciones correlacionadas es en general más grande que si utilizamos el espectro de una sola partícula, debido a que el número de sucesos es menor. Sin embargo, este problema se puede evitar considerando distribuciones correlacionadas inclusivas [46], en las que sólo hay que identificar una de las partículas  $x_i$ .

La distribución angular resulta de especial interés, ya que por un lado la resolución de los detectores de LEP es mejor para direcciones que para energías y por otro los errores sistemáticos del análisis son muy diferentes de los correspondientes a las distribuciones energéticas tanto de una como de ambas partículas finales.

Finalmente, hemos calculado la asimetría *forward-backward* de la distribución angular correlacionada,  $A_{FB}(\epsilon)$ , que depende también de la polarización longitudinal del bosón  $Z$ . Combinando este observable con las distribuciones correlacionadas es posible determinar  $P_Z$ , cuya comparación con  $P_\tau$  constituye un buen test de la universalidad en el sector leptónico del Modelo Estándar. Alternativamente, si suponemos universalidad,  $A_{FB}(\epsilon)$  proporciona una medida independiente de  $P_Z = P_\tau$ .

## Capítulo 5

### ASIMETRÍAS AZIMUTALES

#### 5.1 Distribuciones angulares en el sistema en reposo del $\tau$

En este capítulo vamos a estudiar la distribución angular correlacionada en el límite de masas nulas de los productos de la desintegración de los taus ( $x_i$ ). En este límite es posible analizar de una forma sencilla los efectos debidos a las correlaciones de espín transversal-trasversal y transversal-normal, que son observables a través de la parte azimutal de la distribución angular correlacionada [47], [48].

La aproximación de masa cero es bastante buena para todos los canales dominantes de desintegración del  $\tau$ , excepto en el caso  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau + \rho^-$ , debido a que la partícula  $\rho$  es bastante más pesada que los leptones ( $e, \mu$ ) y el pión. Sin embargo, dado que se desintegra antes de ser detectada, podemos sustituir la distribución angular de la  $\rho$  por la del  $\pi$  cargado en la cadena:

$$\tau^- \rightarrow \rho^- + \nu_\tau \rightarrow \pi^- + \pi^0 + \nu_\tau$$

de modo que seguiremos considerando este canal haciendo el cálculo en el límite de masa del pión nula.

Si despreciamos las masas de las partículas  $x_i$ , la relación entre los ángulos polares en el LAB y en los sistemas en reposo de los taus es independiente de la energía. Esto nos permite trabajar directamente con las distribuciones angulares en ambos sistemas, integrando respecto de la energía la anchura diferencial de desintegración en el



sistema en reposo del tau, dada por la ec. (4.2).

Para el canal  $\tau^- \rightarrow \pi^- + \nu_\tau$  la integración sobre la energía es trivial porque las funciones  $V_1^{(i)}$  y  $V_2^{(i)}$  contienen una delta de Dirac (ver ec. (4.15)), debido a que se trata de un proceso a dos cuerpos y por tanto sólo hay una variable independiente (el ángulo de emisión), ya que la energía viene determinada por las masas del  $\tau$  y del  $\pi$ .

En el canal  $\tau^- \rightarrow \rho^- + \nu_\tau \rightarrow \pi^- + \pi^0 + \nu_\tau$  el cálculo es algo más complicado y lo hemos llevado a cabo en el límite  $\Gamma_\rho \ll m_\rho$ .

En cuanto a los canales leptónicos (ecs. (4.4), (4.6) y (4.8)), en el límite de masas nulas la correspondiente anchura diferencial es independiente del parámetro  $\eta$  y al integrar sobre la energía los términos proporcionales a los parámetros de Michel  $\rho$  y  $\delta$  se anulan. En consecuencia, la distribución angular resultante sólo depende de  $\xi$ .

Así pues, si despreciamos la masa de la partícula  $x_i$ , obtenemos que la distribución angular en el sistema de referencia en reposo del  $\tau$ , tras integrar sobre la energía de  $x_i$ , se puede escribir de la forma general:

$$d\Gamma_{(s^*)}^\pm = \Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau + x_i + \dots) (1 \mp \alpha_i \hat{q}_i^* \cdot \vec{s}^*) \frac{d\Omega_i^*}{4\pi} \quad (5.1)$$

donde  $\hat{q}_i^* = \vec{q}_i^* / |\vec{q}_i^*|$ .

Los analizadores de la polarización,  $\alpha_i$ , son los mismos que calculamos en la sección 4.2 del capítulo anterior para  $i = e, \mu, \pi$ . Sin embargo, en el caso  $\tau^- \rightarrow \rho^- + \nu_\tau \rightarrow \pi^- + \pi^0 + \nu_\tau$  obtenemos

$$\alpha_{\rho \rightarrow \pi} = f(m_\rho) \xi \quad (5.2)$$

con  $f(m_\rho) \sim 6 \times 10^{-2}$ . En consecuencia, a pesar de que en principio este proceso es tan sensible como los otros a las correlaciones de espín de los taus, el valor tan pequeño de  $\alpha_{\rho \rightarrow \pi}$  indica que se ha perdido mucha información al considerar dos desintegraciones sucesivas, de modo que no vamos a incluir este canal en el análisis de las asimetrías azimutales.

## 5.2 Distribución angular correlacionada en el LAB

Con objeto de calcular la distribución angular correlacionada del proceso

$$e^- + e^+ \rightarrow \tau^- + \tau^+ \rightarrow x_1^- + x_2^+ + \dots \quad (5.3)$$

aplicamos de nuevo la ec. (4.20):

$$d\sigma(e^-e^+ \rightarrow x_1x_2) = 4 d\sigma(\vec{n}_1^*, \vec{n}_2^*) \times \frac{d\Gamma_{x_1}}{\Gamma} \times \frac{d\Gamma_{x_2}}{\Gamma},$$

En este caso los vectores  $\vec{n}_i^*$  ( $i = 1, 2$ ) vienen dados por:

$$\vec{n}_1^* = \alpha_1 \hat{q}_1^* \quad (5.4)$$

$$\vec{n}_2^* = -\alpha_2 \hat{q}_2^* \quad (5.5)$$

Y es inmediato llegar al siguiente resultado para la distribución angular correlacionada:

$$\begin{aligned} \frac{d^6\sigma}{d\Omega d\Omega_1^* d\Omega_2^*} &= \frac{K(s)}{(4\pi)^2} \{ [1 + \alpha_1 \alpha_2 \cos \theta_1^* \cos \theta_2^*] \\ &\times [F_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + F_1(s)2 \cos \theta] \\ &- [\alpha_1 \cos \theta_1^* + \alpha_2 \cos \theta_2^*] \\ &\times [G_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + G_1(s)2 \cos \theta] \\ &+ \alpha_1 \alpha_2 \sin^2 \theta \sin \theta_1^* \sin \theta_2^* \\ &\times [F_2(s) \cos(\phi_2^* - \phi_1^*) + G_2(s) \sin(\phi_2^* - \phi_1^*)] \} \end{aligned} \quad (5.6)$$

con la definición de  $K(s)$  que hemos introducido en el capítulo 4.

De forma completamente análoga al caso con masas, el próximo paso es calcular la sección eficaz correlacionada en el laboratorio. Utilizando la misma notación que en el capítulo 4, en el límite de masas nulas sólo necesitamos las siguientes relaciones entre los ángulos en el sistema del laboratorio y en los sistemas de referencia en reposo de los dos taus, que son independientes de la energía:

$$\begin{aligned} \cos \theta_i^* &= \frac{\cos \theta_i - \beta}{1 - \beta \cos \theta_i} \\ \sin \theta_i^* &= \frac{\sin \theta_i}{\gamma(1 - \beta \cos \theta_i)} \\ \phi_i^* &= \phi_i \end{aligned} \quad (5.7)$$

El Jacobiano correspondiente a esta transformación viene dado por:

$$\left| \frac{d\Omega_i^*}{d\Omega_i} \right| = \frac{1}{\gamma^2(1 - \beta \cos \theta_i)^2} \quad (5.8)$$

De modo que podemos obtener la distribución angular correlacionada en el LAB a partir de la ec. (5.6) aplicando la relación:

$$\frac{d^6\sigma}{d\Omega d\Omega_1 d\Omega_2} = \left( \frac{d^6\sigma}{d\Omega d\Omega_1^* d\Omega_2^*} \right) \left| \frac{d\Omega_1^*}{d\Omega_1} \right| \left| \frac{d\Omega_2^*}{d\Omega_2} \right| \quad (5.9)$$

A pesar de que la ec. (5.9) nos permite calcular la sección eficaz en función de ángulos definidos en el LAB, continuamos con el problema de que no es posible reconstruir la dirección del  $\tau$  y por tanto en general dichos ángulos no son observables. Resulta entonces conveniente definir un nuevo sistema de coordenadas en el laboratorio, en el cual el eje  $z'$  coincide con la dirección de  $x_1$ , mientras que el semi-plano positivo  $(x', z')$  está determinado por los momentos de las dos partículas finales, como se muestra en la Fig. 5.1 \*.

Con este sistema de ejes, los momentos de las partículas que intervienen en el proceso 5.3 están definidos por los siguientes vectores unitarios:

$$\begin{aligned} \hat{q}_1 &= (0, 0, 1) \\ \hat{q}_2 &= (\sin \theta_{12}, 0, \cos \theta_{12}) \\ \hat{k} &= (\sin \theta_- \cos \phi_-, \sin \theta_- \sin \phi_-, \cos \theta_-) \\ \hat{p} &= (\sin \theta_1 \cos \psi, \sin \theta_1 \sin \psi, \cos \theta_1) \end{aligned} \quad (5.10)$$

Donde recordemos que  $\vec{p}$  es el momento del  $\tau^-$ ,  $\vec{k}$  el del  $e^-$  y  $\vec{q}_i$  el correspondiente a  $x_i$  ( $i = 1, 2$ ).

En términos de los ángulos definidos en la ec. (5.10), el resto de variables que vamos a necesitar (*i.e.*, el ángulo  $\theta$  entre el  $e^-$  y el  $\tau^-$ ,

---

\*También es posible trabajar en este sistema de coordenadas para obtener la distribución angular correlacionada en el caso de partículas con masa. Sin embargo, cuando no se está interesado en la parte azimutal de la distribución es más simple realizar el cálculo siguiendo el esquema que hemos explicado en el capítulo 4.

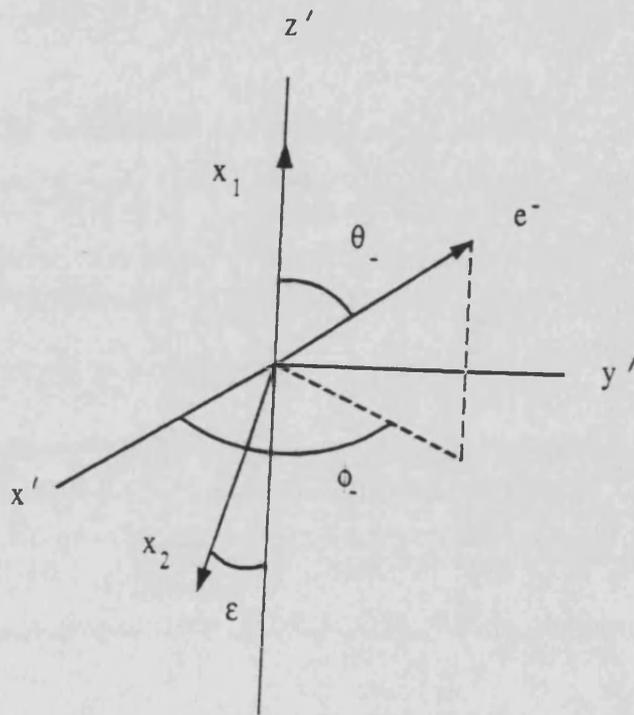


Figura 5.1: Sistema de coordenadas en el LAB utilizado para el cálculo de la distribución angular correlacionada en el límite de masas nulas.

el ángulo  $\theta_2$  entre el  $\tau^+$  y  $x_2^+$  y el ángulo  $\theta_+$  entre el  $e^-$  y el  $x_2^+$ ) vienen dadas por:

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \cos \theta_1 \cos \theta_- + \sin \theta_1 \sin \theta_- \cos(\psi - \phi_-) \\ \cos \theta_2 &= \cos \theta_1 \cos \epsilon - \sin \theta_1 \sin \epsilon \cos \psi \\ \cos \theta_+ &= -\cos \theta_- \cos \epsilon + \sin \theta_- \sin \epsilon \cos \phi_- \end{aligned} \quad (5.11)$$

donde  $\epsilon = \pi - \theta_{12}$ .

La ventaja de elegir este sistema de coordenadas es que, una vez hayamos integrado sobre la dirección del  $\tau$  ( $d\Omega = d\cos\theta_1 d\psi$ ), la sección eficaz depende sólo de ángulos que son directamente observables en el laboratorio. Por otro lado, los efectos debidos a las correlaciones de espín transversal-transversal y transversal-normal dan lugar a asimetrías que tienen una expresión sencilla en función del ángulo azimutal  $\phi_-$ .

Seguidamente, desarrollamos la sección eficaz a orden dominante en  $\frac{1}{\gamma}$ , teniendo en cuenta que como consecuencia del *boost* que conecta el sistema del laboratorio con el sistema de referencia en reposo de cualquiera de los taus el rango de los ángulos  $\theta_i$  ( $i = 1, 2$ ), y por tanto de  $\epsilon$ , está controlado por el parámetro  $\gamma$ , de modo que

$$\theta_1 \sim \theta_2 \sim \epsilon \sim \gamma^{-1} \quad (5.12)$$

Así pues, a orden dominante en  $\theta_1$  y  $\epsilon$ , la distribución angular correlacionada resulta ser:

$$\begin{aligned} \frac{d^6\sigma}{d\Omega d\Omega_1 d\Omega_2} &= \frac{K(s)}{[4\pi\gamma^2(1 - \beta \cos \theta_1)(1 - \beta \cos \theta_2)]^2} \\ &\quad \{[1 + \alpha_1 \alpha_2 \cos \theta_1^* \cos \theta_2^*] \\ &\quad \times [F_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + F_1(s)2 \cos \theta] \\ &\quad - [\alpha_1 \cos \theta_1^* + \alpha_2 \cos \theta_2^*] \\ &\quad \times [G_0(s)(1 + \cos^2 \theta) + G_1(s)2 \cos \theta] \\ &\quad - \alpha_1 \alpha_2 \frac{\sin^2 \theta_- \sin \theta_1}{\gamma^2(1 - \beta \cos \theta_1)(1 - \beta \cos \theta_2)} \\ &\quad \times [\sin \theta_1 \{F_2(s) \cos[2(\phi_- - \psi)] + G_2(s) \sin[2(\phi_- - \psi)]\} \\ &\quad + \sin \epsilon \{F_2(s) \cos(2\phi_- - \psi) + G_2(s) \sin(2\phi_- - \psi)\}] \} \end{aligned} \quad (5.13)$$

donde  $\cos \theta_i^*$  viene dado en términos de  $\cos \theta_i$  en el LAB por la ec. (5.7).

Una vez hemos integrado sobre la dirección del  $\tau$  (ver Apéndice B) y sobre el ángulo azimutal de  $x_2$ , la sección eficaz en el LAB tiene la siguiente estructura en términos de los ángulos observables  $\epsilon$ ,  $\theta_-$  y  $\phi_-$ :

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_- d\epsilon} = K(s) [R_0(\epsilon)(1 + \cos^2 \theta_-) + R_1(\epsilon)2 \cos \theta_- + R_2(\epsilon, \phi_-) \sin^2 \theta_-] \quad (5.14)$$

Las funciones  $R_i(\epsilon)$  ( $i = 0, 1$ ) se pueden separar en varios sumandos con distinta dependencia en los analizadores de la polarización:

$$R_i(\epsilon) = F_i(s)[Q_1(\epsilon) + \alpha_1\alpha_2 Q_2(\epsilon)] - G_i(s)(\alpha_1 + \alpha_2)Q_3(\epsilon) \quad (5.15)$$

y  $R_2(\epsilon, \phi_-)$  contiene la información sobre las correlaciones de espín transversales:

$$R_2(\epsilon, \phi_-) = \alpha_1\alpha_2[F_2(s) \cos 2\phi_- + \bar{G}_2(s) \sin 2\phi_-]Q_4(\epsilon) \quad (5.16)$$

Las cuatro funciones  $Q_i(\epsilon)$  se muestran en la Fig. 5.2. La expresión (5.14) de la distribución angular correlacionada pone de manifiesto los siguientes puntos importantes:

- A orden dominante la dependencia en  $\cos \theta_-$  de la distribución angular correlacionada reproduce la que tenía la sección eficaz de producción de los taus en  $\cos \theta$  (véase ec. (2.28)). Este resultado lo hemos obtenido también el caso con masas, ya que es consecuencia de la transformación de Lorentz que conecta los sistemas de referencia en reposo de los taus y el sistema del laboratorio, y por tanto es independiente de la aproximación de masas nulas.
- En el límite de masas nulas la distribución angular correlacionada sólo depende del modo de desintegración de los taus a través de los analizadores de la polarización,  $\alpha_i$ , ya que las funciones  $Q_i(\epsilon)$  son universales. Estas funciones para  $i = 1, 2, 3$  son equivalentes a las  $Q_{ij}$  definidas en el capítulo (que dependen del canal de desintegración de cada  $\tau$ ), de forma que si hacemos la aproximación de masas nulas  $Q_{ii} \rightarrow Q_i$  ( $i = 1, 2$ ), mientras que  $Q_{12}, Q_{21} \rightarrow Q_3$ .

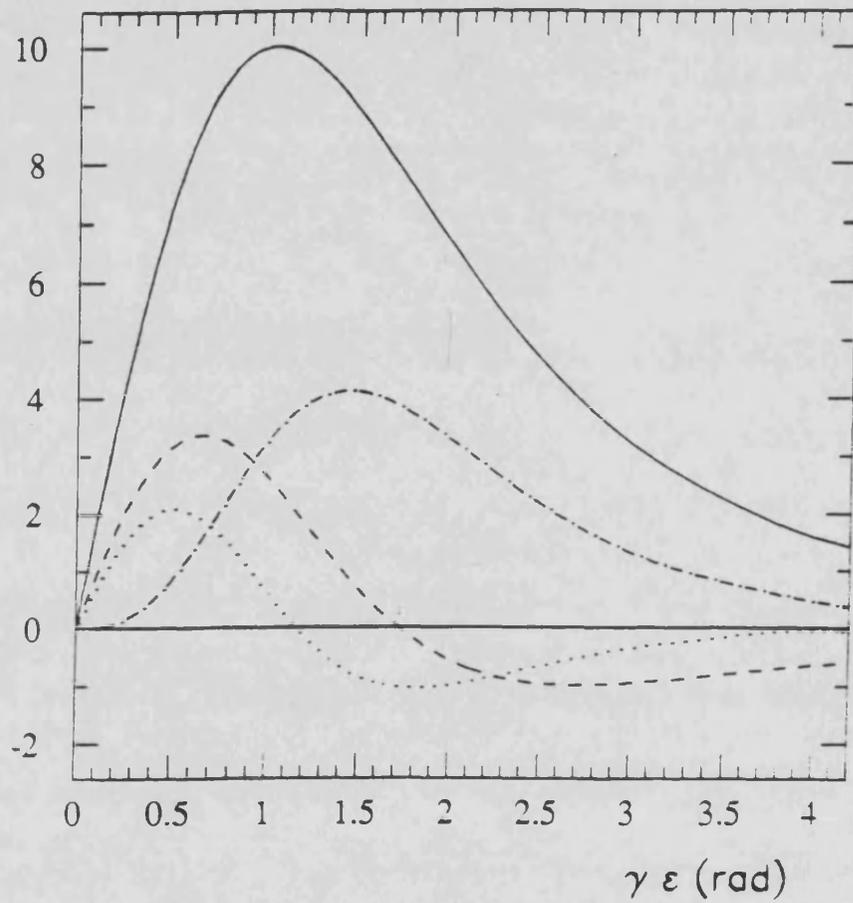


Figura 5.2: Funciones  $Q_i(\epsilon)$ . La línea continua corresponde a  $Q_1$ , la punteada a  $Q_2$ , la línea de rayas a  $Q_3$  y la de puntos y rayas a  $Q_4$ .

- Las correlaciones de espín trasversales dan lugar a términos que dependen del ángulo azimutal  $\phi_-$ , que determina la dirección del haz de electrones con respecto al plano definido por los productos de desintegración de los taus. A orden dominante en  $\frac{1}{\gamma^2}$ , la correlación de espín trasversal-trasversal es proporcional a  $\cos 2\phi_-$ , mientras que la correlación trasversal-normal está asociada con  $\sin 2\phi_-$ . La dependencia en  $\epsilon$  de ambos términos es la misma y viene dada por la función  $Q_4(\epsilon)$ .

Finalmente, integrando sobre  $\cos \theta_-$  es inmediato obtener:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\phi_- d\epsilon} &= K(s) \frac{8}{3} \left\{ F_0(s)[Q_1(\epsilon) + \alpha_1\alpha_2 Q_2(\epsilon)] \right. \\ &\quad - G_0(s)(\alpha_1 + \alpha_2)Q_3(\epsilon) \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \alpha_1\alpha_2[F_2(s) \cos 2\phi_- + G_2(s) \sin 2\phi_-]Q_4(\epsilon) \right\} \end{aligned} \quad (5.17)$$

### 5.3 Asimetrías Azimutales

Con objeto de aislar los efectos de las correlaciones de espín trasversal-trasversal y trasversal-normal, proporcionales a  $F_2(s)$  y  $G_2(s)$  respectivamente, definimos las siguientes asimetrías en función de  $\epsilon$ :

$$A_c(\epsilon) = \frac{\int_{\cos 2\phi_- > 0} d\sigma - \int_{\cos 2\phi_- < 0} d\sigma}{\int_{\cos 2\phi_- > 0} d\sigma + \int_{\cos 2\phi_- < 0} d\sigma} \quad (5.18)$$

$$A_s(\epsilon) = \frac{\int_{\sin 2\phi_- > 0} d\sigma - \int_{\sin 2\phi_- < 0} d\sigma}{\int_{\sin 2\phi_- > 0} d\sigma + \int_{\sin 2\phi_- < 0} d\sigma} \quad (5.19)$$

Sustituyendo la sección eficaz de la ec. (5.17), las asimetrías azimutales vienen dadas por:

$$\begin{pmatrix} A_c(\epsilon) \\ A_s(\epsilon) \end{pmatrix} = \alpha_1\alpha_2 \begin{pmatrix} F_2(s) \\ G_2(s) \end{pmatrix} \frac{1}{\pi} \frac{Q_4(\epsilon)}{R_0(\epsilon)} \quad (5.20)$$

En la Fig. 5.3 hemos representado  $A_c(\epsilon)$ , tomando para los factores de forma  $F_0(s)$ ,  $G_0(s)$  y  $F_2(s)$  sólo las contribuciones que proceden

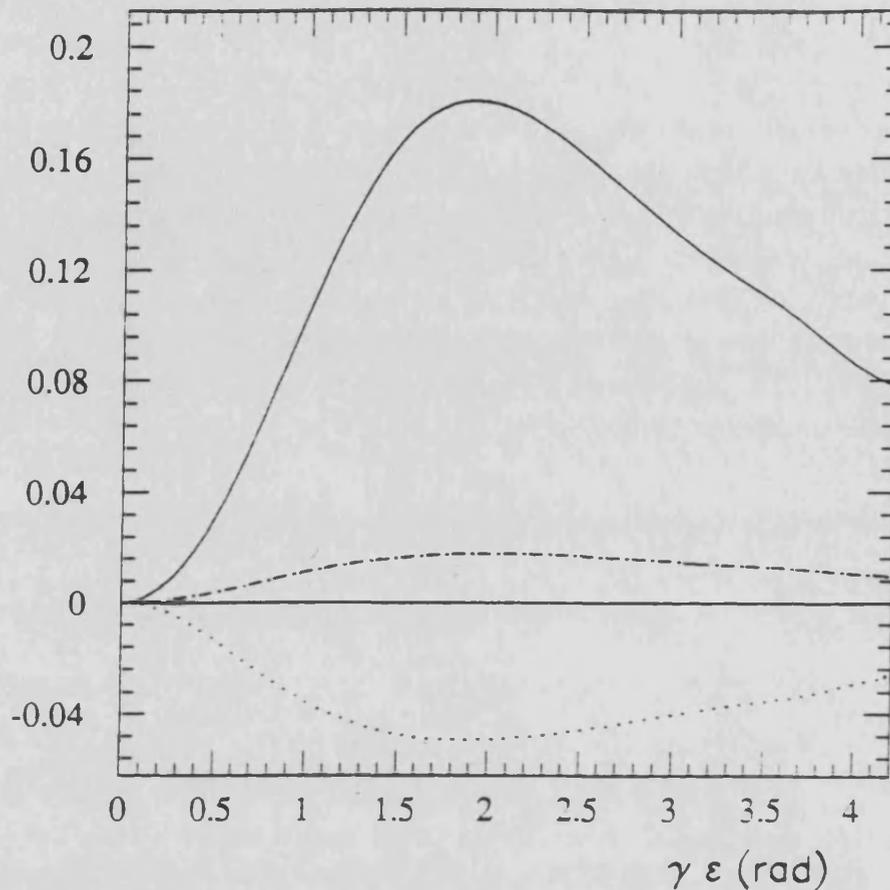


Figura 5.3:  $A_c(\epsilon)$  para los canales dominantes de desintegración del  $\tau$ . La línea continua corresponde al canal  $\pi\pi$ , la de puntos a  $\pi l$  y la de puntos y rayas a  $ll$ , con  $l = e, \mu$ .

del intercambio de un  $Z$  (tabla 2.3) y para los analizadores de la polarización  $\alpha_i$  los valores del Modelo Estándar que calculamos en el capítulo 4. Los resultados para  $A_s(\epsilon)$  se obtienen análogamente, haciendo el cambio  $F_2(s) \rightarrow G_2(s)$ .

Así mismo, pueden considerarse asimetrías integradas sobre  $\epsilon$

$$\begin{pmatrix} A_c \\ A_s \end{pmatrix} = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{3\pi} \begin{pmatrix} C_{TT} \\ C_{TN} \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

donde  $C_{TT}$  y  $C_{TN}$  a primer orden vienen dados por las ecs. (3.52) y (3.53), respectivamente. En la Tabla 5.3 se muestran los resultados de

canal	$A_c$	$A_s$
$\pi^+\pi^-$	$1.1 \times 10^{-1}$	$1.3 \times 10^{-3}$
$l^+l^-$	$1.2 \times 10^{-2}$	$1.5 \times 10^{-4}$
$\pi^\pm l^\mp$	$-3.5 \times 10^{-2}$	$-4.3 \times 10^{-4}$

Tabla 5.1: Asimetrías azimutales integradas para los canales dominantes de desintegración del  $\tau$ .

ambas asimetrías, que son algo más pequeños que los que obtenemos para las distribuciones  $A_c(\epsilon)$  y  $A_s(\epsilon)$ .

#### 5.4 Conclusiones

En este capítulo hemos estudiado los efectos debidos a las correlaciones de espín trasversales de los taus, en el límite de masas nulas de los correspondientes productos de desintegración y a orden dominante en  $\gamma^{-1}$  ( $\gamma = \frac{M_x}{2m_\tau}$ ).

Dichas correlaciones dan lugar a asimetrías azimutales en la distribución angular del proceso

$$e^- + e^+ \rightarrow \tau^- + \tau^+ \rightarrow x_1^- + x_2^+ + \dots$$

Hemos comprobado que estas asimetrías tienen una expresión sencilla en función del ángulo azimutal  $\phi_-$  que especifica la dirección del haz inicial de electrones con respecto al plano definido por las partículas finales  $x_1$  y  $x_2$ .

La correlación de espín transversal-transversal conduce a una asimetría que depende de  $\cos 2\phi_-$ , mientras que la asimetría derivada de la correlación de espín transversal-normal es proporcional a  $\sin 2\phi_-$ . Ya habíamos señalado que esta última correlación es un observable impar bajo inversión temporal y en consecuencia también lo es la asimetría correspondiente. Como la dirección del  $\tau$  no es observable,

los únicos trimomentos de que disponemos son el del electrón y los de las partículas finales. Por tanto, cualquier observable impar bajo inversión temporal debe contener al menos el producto triple  $\vec{k} \cdot (\vec{q}_1 \times \vec{q}_2)$ , que es proporcional a  $\sin \phi_-$ . Este producto triple, que es el observable más sencillo impar bajo inversión temporal, se anula a orden dominante debido a la conservación de quiralidad. La asimetría que hemos encontrado depende de  $\phi_-$  de una forma más complicada, pero efectivamente comprobamos que contiene el factor  $\sin \phi_-$  característico de un observable impar bajo inversión temporal.

Finalmente, hemos calculado los valores de las dos asimetrías azimutales en el Modelo Estándar. Los resultados para la asimetría  $A_c$  son observables en el LEP, y su medida sobre la resonancia del  $Z$  supone un nuevo test de los acoplamientos de los leptones a las corrientes neutras, a través de  $C_{TT} = (|a_\tau|^2 - |v_\tau|^2) / (|a_\tau|^2 + |v_\tau|^2)$ . Por el contrario, el Modelo Estándar predice valores muy pequeños para la asimetría impar bajo inversión temporal,  $A_s$ , que no son observables experimentalmente. Sin embargo, esto no resta interés a la posibilidad de medir esta asimetría en el LEP, ya que en caso de obtener un resultado experimental no nulo tendríamos un claro indicio de física diferente del Modelo Estándar.

Hemos calculado las asimetrías azimutales como función de  $\epsilon = \pi - \theta_{12}$ , donde  $\theta_{12}$  es el ángulo entre las dos partículas finales, así como asimetrías integradas sobre  $\epsilon$ , obteniendo que el segundo tipo de asimetrías es algo menos sensible a las correlaciones de espín que las primeras.

## Capítulo 6

### CONCLUSIONES

En este trabajo hemos estudiado los efectos debidos a la polarización y a las correlaciones de espín de los fermiones finales en procesos del tipo

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma, Z \rightarrow f + \bar{f}$$

sobre la resonancia del bosón neutro  $Z$ , suponiendo que los haces iniciales no están polarizados.

En primer lugar, hemos analizado la sección eficaz del proceso y los observables de polarización no nulos en el Modelo Estándar a nivel árbol. En el límite de masas nulas de los fermiones, dichos observables se reducen a la asimetría *forward-backward*, la polarización longitudinal del fermión final, la asimetría *forward-backward* de polarización, que sobre la resonancia es proporcional a la polarización longitudinal del  $Z$ , y las correlaciones de espín longitudinal y transversales.

En el capítulo 3 hemos comprobado que, en el límite de masas de los fermiones externos nulas, la inclusión de las correcciones radiativas a un ciclo no modifica la estructura de la amplitud del proceso que nos ocupa, y hemos obtenido las correspondientes expresiones a primer orden de la sección eficaz y de los observables de polarización que habíamos estudiado a nivel árbol.

En general, alrededor de la masa del  $Z$  la contribución dominante, tanto a la sección eficaz como a los observables de polarización, proviene de los diagramas con un  $Z$  intermedio, ya que la interferencia

con los diagramas mediados por un fotón se anula sobre la resonancia y la posible contribución de estos últimos es despreciable.

Sin embargo, hay que diferenciar el caso de la correlación de espín transversal-normal, en el cual la interferencia de las amplitudes de intercambio de un fotón y de un  $Z$  a nivel árbol es del mismo orden que la contribución de los diagramas mediados por el bosón  $Z$ . Esto se debe a que dicha correlación es un observable impar bajo inversión temporal y en el Modelo Estándar aparece como consecuencia de que las amplitudes tengan una parte absorptiva, lo cual sólo ocurre cuando se consideran las correcciones radiativas. Por otro lado, y también a causa del carácter impar bajo  $T$  de este observable, la interferencia entre el fotón y el  $Z$  es proporcional a la parte imaginaria del propagador de éste (mientras que en todos los demás casos es proporcional a la parte real) y por tanto no se anula sobre la resonancia.

Seguidamente, hemos pasado a analizar cómo medir experimentalmente los observables de polarización cuando el estado final es  $\tau^+\tau^-$ , a través de las distribuciones correlacionadas de los productos de la desintegración de ambos taus en la secuencia

$$e^- + e^+ \rightarrow \tau^- + \tau^+ \rightarrow x_1^- + x_2^+ + \dots$$

Las distribuciones correlacionadas contienen información sobre la polarización de cada uno de los taus y las correlaciones de espín entre  $\tau^+$  y  $\tau^-$  (que dependen de los acoplamientos del tau al bosón neutro  $Z$ ), y acerca de los parámetros de Michel de los canales leptónicos y del parámetro de quiralidad  $\xi$  en el caso de desintegración a mesones (asociados con los acoplamientos del tau al  $W$ ). Las distribuciones correlacionadas, contrariamente a lo que ocurre con el espectro de una sola partícula final, permiten obtener los distintos observables de forma independiente y no sólo ciertas combinaciones de ellos.

Dado que es muy difícil determinar la dirección del  $\tau$  con los detectores de los que se dispone actualmente, hay que expresar los observables en términos de magnitudes en el LAB que no precisen de la reconstrucción del vértice de desintegración.

En el capítulo 4 hemos obtenido las distribuciones correlacionadas en términos de las energías de  $x_1$  y  $x_2$ , del ángulo de acolinealidad en-

tre ambas partículas ( $\epsilon$ ) y del ángulo de emisión de  $x_1$  respecto al haz de electrones. Suponiendo que la interacción responsable de la desintegración de los taus es del tipo V-A, hemos estudiado la sensibilidad de la medida de la polarización longitudinal del  $\tau$  por medio de las correlaciones energía-energía y de las correlaciones angulares. Comparando con el método clásico de medida de  $P_\tau$  (a través del espectro de los productos de la desintegración de *uno* de los dos taus) encontramos que la sensibilidad de las correlaciones angulares es aproximadamente la misma, mientras que las correlaciones de energía son más sensibles.

Un cálculo de los errores estadísticos asociados con estas sensibilidades debe incluir las probabilidades de desintegración de los taus a los canales correspondientes y la eficiencia de los detectores para identificar las partículas finales. Como consecuencia, el error en la determinación de  $P_\tau$  por medio de las distribuciones correlacionadas es en general más grande que si utilizamos el espectro de una sola partícula, debido a que el número de sucesos es menor. Sin embargo, este problema se puede evitar considerando distribuciones correlacionadas inclusivas, en las que sólo hay que identificar una de las partículas  $x_i$ .

Las correlaciones angulares resultan de especial interés, ya que por un lado la resolución de los detectores de LEP es mejor para direcciones que para energías y por otro los errores sistemáticos del análisis son muy diferentes de los correspondientes a las distribuciones energéticas. La asimetría *forward-backward* de la distribución angular correlacionada,  $A_{FB}(\epsilon)$ , contiene también información sobre la polarización longitudinal del bosón  $Z$ . Es posible combinar este observable con las distribuciones correlacionadas para determinar  $P_Z$  o bien, si suponemos universalidad, utilizar  $A_{FB}(\epsilon)$  como una medida independiente de  $P_Z = P_\tau$ .

Finalmente, en el capítulo 5 hemos analizado las correlaciones de espín trasversales, en la aproximación de masas nulas para las partículas  $x_1$  y  $x_2$  y a orden dominante en  $\gamma^{-1}$ , siendo  $\gamma$  el parámetro de la transformación de Lorentz que conecta el sistema de referencia del laboratorio con los sistemas de referencia en reposo de los taus ( $\gamma \simeq \frac{M_Z}{2m_\tau}$  a las energías de LEP). Como consecuencia de estas correlaciones, aparecen sendas asimetrías azimutales en la distribución

angular correlacionada de los productos de la desintegración de los taus, que dependen de forma sencilla del ángulo azimutal  $\phi_-$  que especifica la dirección del haz inicial de electrones con respecto al plano definido por las dos partículas finales  $x_1$  y  $x_2$ .

Hemos calculado los valores de estas asimetrías en el Modelo Estándar, tanto en función del ángulo  $\epsilon$  (Fig. (5.3)) como en su versión integrada (tabla 5.3). Los resultados obtenidos para la asimetría  $A_c$ , asociada con la correlación de espín transversal-transversal, pueden ser corroborados por un análisis de los datos experimentales de LEP. En cuanto a la asimetría  $A_s$ , que está relacionada con la correlación de espín transversal-normal y es por tanto un observable impar bajo inversión temporal, en el Modelo Estándar resulta ser muy pequeña y por consiguiente una señal experimental no nula de esta asimetría sería de gran interés y podría significar nueva física no estándar.

## Apéndice A

### PRODUCCIÓN Y DESINTEGRACIÓN DE PARTÍCULAS DE ESPÍN 1/2 EN EL LÍMITE $\Gamma \ll M$ .

#### A.1 Producción y desintegración de una partícula de espín 1/2

Supongamos un proceso de colisión de dos partículas, 1 y 2, en el cual se produce una partícula inestable  $X$ , que se desintegra a un estado  $n$ , y un sistema de partículas  $m$  (ver Fig. (A.1)):

$$1 + 2 \rightarrow X + m \quad (\text{A.1})$$

$$X \rightarrow n \quad (\text{A.2})$$

La sección eficaz diferencial del proceso de producción (A.1) viene dada por:

$$\begin{aligned} d\sigma(s) &= \frac{1}{4F} |\langle X(s), m | T | 1, 2 \rangle|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p - p_m) \\ &\times \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3p}{2E} dLips(m) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

mientras que, en el sistema de referencia en reposo de  $X$ , la anchura diferencial de la desintegración (A.2) es:

$$d\Gamma_n^{(s)} = \frac{1}{2M} |\langle n | T | X(s) \rangle|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - p_n) dLips(n) \quad (\text{A.4})$$

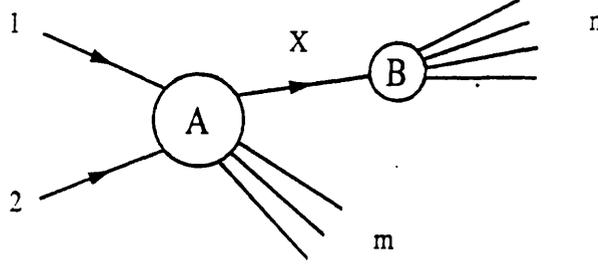


Figura A.1: Producción de una partícula de vida corta  $X$  y subsiguiente desintegración a un canal específico  $n$  en un proceso de colisión entre dos partículas 1 y 2.

Por otro lado, la sección eficaz diferencial del proceso (A.1) seguido de (A.2) resulta

$$d\sigma_{X \rightarrow n} = \frac{1}{4F} |\langle m, n | T | 1, 2 \rangle|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p_m - p_n) \times dLips(m) dLips(n). \quad (\text{A.5})$$

En las ecuaciones anteriores,  $M$ ,  $p = (E, \vec{p})$  y  $s$  especifican la masa, el tetramomento y la polarización de  $X$ .  $k_1$  y  $k_2$  son los tetramomentos de las partículas iniciales.  $F$  es el factor de flujo invariante.

$$F^2 = (k_1 \cdot k_2)^2 - k_1^2 k_2^2$$

y, para  $|m\rangle = |p_1, p_2, \dots, p_k\rangle$  con  $p_a = (E_a, \vec{p}_a)$

$$p_m = \sum_{a=1}^k p_a$$

y

$$dLips(m) = \prod_{a=1}^k \frac{d^3 p_a}{(2\pi)^3 2E_a}$$

es el elemento de espacio fásico invariante de  $k$  partículas. Se sobreentiende que si las partículas iniciales no están polarizadas y no se mide la polarización de los estados en  $m$  y  $n$  hay que aplicar las reglas apropiadas de suma y promedio sobre espines en las ecs. (A.3), (A.4) y (A.5).

Queremos establecer una relación entre las ecs. (A.3) y (A.4) y la ec. (A.5), en el supuesto de que  $X$  es una partícula de espín  $\frac{1}{2}$  y su anchura total  $\Gamma$  es mucho menor que su masa  $M$ ,  $\Gamma \ll M$ .

Para una partícula de espín  $\frac{1}{2}$ , los elementos de matriz  $\langle X(s), m | T | 1, 2 \rangle$  y  $\langle n | T | X(s) \rangle$  son de la forma:

$$\langle X(s), m | T | 1, 2 \rangle = \bar{u}_\alpha(p, s) A_\alpha \quad (\text{A.6})$$

$$\langle n | T | X(s) \rangle = \bar{B}_\alpha u_\alpha(p, s) \quad (\text{A.7})$$

donde  $u_\alpha(p, s)$  es el espinor de Dirac que describe la partícula  $X$ , normalizado a  $\bar{u}u = 2M$ . Entonces,

$$|\langle X(s), m | T | 1, 2 \rangle|^2 = \bar{A} \Lambda_+(p) \left( \frac{1 + \gamma_5 \hat{p}}{2} \right) A \quad (\text{A.8})$$

$$|\langle n | T | X(s) \rangle|^2 = \bar{B} \Lambda_+(p) \left( \frac{1 + \gamma_5 \hat{p}}{2} \right) B \quad (\text{A.9})$$

$\Lambda_+(p)$  es el proyector sobre los estados de energía positiva,

$$\Lambda_+(p) = \hat{p} + M$$

y  $s_\mu$  es el vector de polarización covariante de  $X$ , que satisface:

$$p \cdot s = 0, \quad s^2 = -1$$

En términos de los espinores  $A$  y  $B$  que acabamos de introducir, el elemento de matriz  $\langle m, n | T | 1, 2 \rangle$  se escribe de la forma:

$$\langle m, n | T | 1, 2 \rangle = \bar{B} \frac{\hat{p} + M}{p^2 - M^2 + iM\Gamma} A \quad (\text{A.10})$$

Para calcular el módulo al cuadrado de la ec. (A.10), teniendo en cuenta la hipótesis de que  $\Gamma \ll M$ , podemos hacer la aproximación

$$\left| \frac{1}{p^2 - M^2 + iM\Gamma} \right|^2 \rightarrow \frac{\pi}{M\Gamma} \delta(p^2 - M^2) \quad (\text{A.11})$$

y utilizar la siguiente identidad, que es válida cuando  $X$  está sobre la capa másica ( $p^2 = M^2$ ) y probaremos más adelante:

$$2|\bar{B}\Lambda_+(p)A|^2 = (\bar{A}\Lambda_+(p)A)(\bar{B}\Lambda_+(p)B) + \eta_{\mu\nu}(\bar{A}\Lambda_+(p)\gamma_5\gamma^\mu A)(\bar{B}\Lambda_+(p)\gamma_5\gamma^\nu B) \quad (\text{A.12})$$

Así obtenemos:

$$|\langle m, n | T | 1, 2 \rangle|^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{M\Gamma} \right) \delta(p^2 - M^2) [(\bar{A}\Lambda_+(p)A)(\bar{B}\Lambda_+(p)B) + \eta_{\mu\nu}(\bar{A}\Lambda_+(p)\gamma_5\gamma^\mu A)(\bar{B}\Lambda_+(p)\gamma_5\gamma^\nu B)] \quad (\text{A.13})$$

Si definimos el “vector de polarización”

$$n_\mu = \eta_{\mu\nu} \frac{\bar{B}\Lambda_+(p)\gamma_5\gamma^\nu B}{\bar{B}\Lambda_+(p)B}, \quad \eta_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M^2}, \quad (\text{A.14})$$

que satisface

$$p \cdot n = 0, \quad n^2 = -1,$$

la ec. (A.13) es equivalente a

$$|\langle m, n | T | 1, 2 \rangle|^2 = \frac{\pi}{M\Gamma} \delta(p^2 - M^2) (\bar{B}\Lambda_+(p)B) \bar{A}\Lambda_+(p) \left( \frac{1 + \gamma_5 \not{h}}{2} \right) A \quad (\text{A.15})$$

Comparando la ec. (A.15) con las ecs. (A.8) y (A.9), resulta evidente que

$$|\langle m, n | T | 1, 2 \rangle|^2 = \frac{\pi}{M\Gamma} \delta(p^2 - M^2) |\langle X(n), m | T | 1, 2 \rangle|^2 \times \sum_s |\langle n | T | X(s) \rangle|^2 \quad (\text{A.16})$$

y sustituyendo esta expresión en la ec. (A.5) obtenemos la relación que buscábamos:

$$d\sigma_{X \rightarrow n} = \frac{1}{4F} \frac{\pi}{M\Gamma} \delta(p^2 - M^2) |\langle X(n), m | T | 1, 2 \rangle|^2 \times \sum_s |\langle n | T | X(s) \rangle|^2 \times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p_m - p_n) dLips(m) dLips(n)$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \frac{1}{4F} |\langle X(n), m | T | 1, 2 \rangle|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p - p_m) \\
&\times \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p}{2E} dLips(m) \\
&\times \frac{1}{\Gamma} \frac{1}{2M} \frac{1}{2} \sum_s |\langle n | T | X(s) \rangle|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - p_n) dLips(n)
\end{aligned} \tag{A.17}$$

que se puede escribir simbólicamente

$$d\sigma_{X \rightarrow n} = 2d\sigma(n) \times \frac{d\Gamma_n}{\Gamma}, \tag{A.18}$$

donde  $d\Gamma_n = \frac{1}{2} \sum_s d\Gamma_n^{(s)}$  es la anchura parcial diferencial de la desintegración  $X \rightarrow n$  con  $X$  no polarizado.

### Prueba de la identidad (A.12)

Para demostrar la identidad (A.12) vamos a utilizar la siguiente representación de las matrices  $\gamma$ :

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{A.19}$$

donde  $\sigma^i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) son las matrices de Pauli. En el sistema en reposo de  $X$  ( $\vec{p} = 0$ ):

$$\Lambda_+(p) \rightarrow M(1 + \gamma^0) = 2M \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{A.20}$$

$$\eta_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M^2} \rightarrow \begin{cases} \delta_{ij} & (\mu, \nu = i, j) \\ 0 & (\mu, \nu = 0) \end{cases} \tag{A.21}$$

Por tanto, en este sistema de referencia el segundo miembro de la ec. (A.12) se reduce a:

$$\begin{aligned}
& (\bar{A}\Lambda_+(p)A)(\bar{B}\Lambda_+(p)B) + (\bar{A}\Lambda_+(p)\gamma_5\gamma^iA)(\bar{B}\Lambda_+(p)\gamma_5\gamma^iB) = (2M)^2 \\
& \times \left\{ \bar{A} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} A \bar{B} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} B + \bar{A} \begin{pmatrix} \sigma^i & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} A \bar{B} \begin{pmatrix} \sigma^i & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} B \right\} \\
& = (2M)^2 \left[ (A_1^\dagger A_1 + A_2^\dagger A_2)(B_1^\dagger B_1 + B_2^\dagger B_2) \right. \\
& \quad + (A_1^\dagger A_2 + A_2^\dagger A_1)(B_1^\dagger B_2 + B_2^\dagger B_1) \\
& \quad - (A_1^\dagger A_2 - A_2^\dagger A_1)(B_1^\dagger B_2 - B_2^\dagger B_1) \\
& \quad \left. + (A_1^\dagger A_1 - A_2^\dagger A_2)(B_1^\dagger B_1 - B_2^\dagger B_2) \right] \\
& = 2(2M)^2 \left[ A_1^\dagger A_1 B_1^\dagger B_1 + A_2^\dagger A_2 B_2^\dagger B_2 + A_1^\dagger A_2 B_2^\dagger B_1 + A_2^\dagger A_1 B_1^\dagger B_2 \right] \\
& = 2(2M)^2 \bar{A} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} B \bar{B} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} A \tag{A.22}
\end{aligned}$$

que es precisamente el primer miembro de la ec. (A.12) en el mismo sistema de referencia.

## A.2 Producción y desintegración de un par de partículas de espín 1/2

Consideremos ahora los siguientes procesos (ver Fig. (A.2)):

$$1 + 2 \rightarrow X_1 + X_2 \tag{A.23}$$

$$X_1 \rightarrow n_1 \tag{A.24}$$

$$X_2 \rightarrow n_2 \tag{A.25}$$

siendo  $X_1$  una partícula de espín  $\frac{1}{2}$  y  $X_2 = \bar{X}_1$  su antipartícula. Las partículas 1, 2,  $X_1$  y  $X_2$  tienen tetramomentos  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $p_1$  y  $p_2$ , respectivamente, y  $s_1$ ,  $s_2$  son los vectores de polarización covariantes

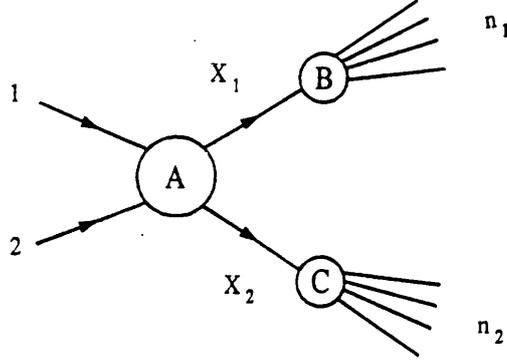


Figura A.2: Producción y subsiguiente desintegración de un par de partículas de vida corta  $X_1$  y  $X_2$  en un proceso de colisión entre dos partículas 1 y 2.

de  $X_1$ ,  $X_2$ . Los elementos de matriz responsables de los procesos de desintegración (A.24) y (A.25) vienen dados por:

$$\langle n_1 | T | X_1(s_1) \rangle = \bar{B}_\alpha u_\alpha(p_1, s_1) \quad (\text{A.26})$$

$$\langle n_2 | T | X_2(s_2) \rangle = \bar{C}_\alpha u_\alpha(p_2, s_2) \quad (\text{A.27})$$

Sea  $d\sigma(s_1, s_2)$  la sección eficaz diferencial de (A.23), y  $d\Gamma_{n_1}^{(s_1)}$ ,  $d\Gamma_{n_2}^{(s_2)}$  las anchuras diferenciales de (A.24) y (A.25). Aplicando repetidamente las fórmulas que hemos deducido en el apartado anterior, es inmediato comprobar que la sección eficaz diferencial del proceso de producción seguido de la desintegración de ambas partículas se puede escribir como

$$d\sigma_{X_1 X_2 \rightarrow n_1 n_2} = 4d\sigma(n_1, n_2) \times \frac{d\Gamma_{n_1}}{\Gamma} \times \frac{d\Gamma_{n_2}}{\Gamma}, \quad (\text{A.28})$$

donde

$$d\Gamma_{n_i} = \frac{1}{2} \sum_{s_i} d\Gamma_{n_i}^{(s_i)}, \quad i = 1, 2$$

y  $d\sigma(n_1, n_2)$  se obtiene a partir de  $d\sigma(s_1, s_2)$  haciendo los siguientes cambios:

$$s_1^\mu \rightarrow n_1^\mu = \eta_1^{\mu\nu} \frac{\bar{B} \cdot \lambda_+(p) \gamma_5 \gamma^\nu B}{\bar{B} \cdot \lambda_+(p) B} \quad (\text{A.29})$$

$$s_2^\mu \rightarrow n_2^\mu = \eta_2^{\mu\nu} \frac{\bar{C}\Lambda_-(p)\gamma_5\gamma^\nu C}{\bar{C}\Lambda_-(p)C} \quad (\text{A.30})$$

donde

$$\eta_i^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu} + \frac{p_i^\mu p_i^\nu}{M^2}, \quad i = 1, 2$$

y  $\Lambda_-(p)$  es el proyector de energía negativa

$$\Lambda_-(p) = -\not{p} + M.$$

## Apéndice B

### INTEGRALES DE ESPACIO FÁSICO

#### B.1 Correlaciones leptón-leptón y leptón-mesón

Las funciones  $Q_{jk}(\epsilon)$  ( $j, k = 1, 2$ ) introducidas en el capítulo 4 se pueden escribir de la siguiente forma:

$$Q_{jk}(\epsilon) = \frac{\sin \epsilon}{4\pi} \int F_k(E_2, \cos \theta_2) dE_2 d \cos \theta_2 \int \frac{F_j(E_1, \cos \theta_1)}{Q} dE_1 d \cos \theta_1 \quad (\text{B.1})$$

donde

$$F_k(E_2, \cos \theta_2) = 4\pi E_2^* q_2 V_k^{(2)} (q_2^* \cos \theta_2^*)^{k-1} \quad (\text{B.2})$$

$$F_j(E_1, \cos \theta_1) = 4\pi E_1^* q_1 V_j^{(1)} (q_1^* \cos \theta_1^*)^{j-1} \quad (\text{B.3})$$

Sustituyendo las funciones  $V_\rho^{(i)}$  ( $\rho = 1, 2$ ) en términos de las variables en el LAB (ec. (4.39)), las funciones  $F_j^{(m)}$  para mesones son las siguientes:

$$F_1^{(m)} = \frac{1}{\beta \gamma P_i} \quad (\text{B.4})$$

$$F_2^{(m)}(E_i) = \frac{E_i - \gamma W_i}{(\beta \gamma P_i)^2} \quad (\text{B.5})$$

mientras que para leptones (ecs. (4.36) y (4.37))

$$F_1^{(l)}(E_i, \cos \theta_i) = \frac{1}{\lambda_i} \sum_{\mu=0}^2 A_\mu^{(i)} \cos^\mu \theta_i \quad (\text{B.6})$$

$$F_2^{(i)}(E_i, \cos \theta_i) = \frac{1}{\lambda_i} \sum_{\mu=0}^2 B_\mu^{(i)} \cos^\mu \theta_i \quad (\text{B.7})$$

Las integrales de estas funciones sobre  $E_i$  y  $\cos \theta_i$  ( $i = 1, 2$ ) las hemos realizado en parte analítica y en parte numéricamente.

En primer lugar, hay que tener en cuenta que al utilizar como observable el ángulo  $\epsilon = \pi - \theta_{12}$  ( $\theta_{12}$  es el ángulo entre las dos partículas finales), introducimos una ligadura entre las dos cantidades no observables,  $\cos \theta_1$  y  $\cos \theta_2$ , y el ángulo azimutal relativo  $\phi = \phi_1 + \phi_2$ :

$$\cos \epsilon = \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \phi \quad (\text{B.8})$$

Cada valor de  $\epsilon$  define una región permitida en el espacio  $(\theta_1, \theta_2)$ . Esta región es un rectángulo y su interior (ver Fig. (B.1)). Los lados del rectángulo son paralelos a las diagonales del diagrama  $(\theta_1, \theta_2)$ , y corresponden a los sucesos coplanares ( $\cos \phi = \pm 1$ ), mientras que todos los demás sucesos están representados por los puntos del interior del rectángulo. Este rectángulo es importante por dos razones: en primer lugar, define una región permitida en el espacio  $(E_1, E_2)$  para cada  $\epsilon$ , y en segundo lugar confina a su interior el rango de integración sobre  $\cos \theta_1$  y  $\cos \theta_2$ . La forma de la región permitida en el espacio  $(E_1, E_2)$  depende de los canales que se consideren: los mesones con un cierto momento  $E_i$  son emitidos con un ángulo fijo,  $\zeta_i$ , ya que se trata de una desintegración a dos cuerpos, mientras que para los leptones, que proceden de una desintegración a tres cuerpos, el ángulo de emisión de una partícula con energía  $E_i$  está comprendido en el rango  $0 \leq \theta_i \leq \zeta_i$  (ver Fig. (B.2)). En consecuencia, para las correlaciones mesón-mesón un punto  $(E_1, E_2)$  corresponde a un punto  $(\zeta_1, \zeta_2)$  en el espacio  $(\theta_1, \theta_2)$ , para el caso leptón-mesón dicho punto se transformará en una línea paralela al eje correspondiente al ángulo del leptón y, finalmente, para las correlaciones leptón-leptón se transforma en un rectángulo de lados paralelos a los ejes.

Así pues, para las correlaciones leptón-mesón, hay que integrar sobre el trozo de línea que está dentro del rectángulo definido por  $\epsilon$ , mientras que en las correlaciones leptón-leptón la integración angular se extiende sobre el área común a los dos rectángulos, como se

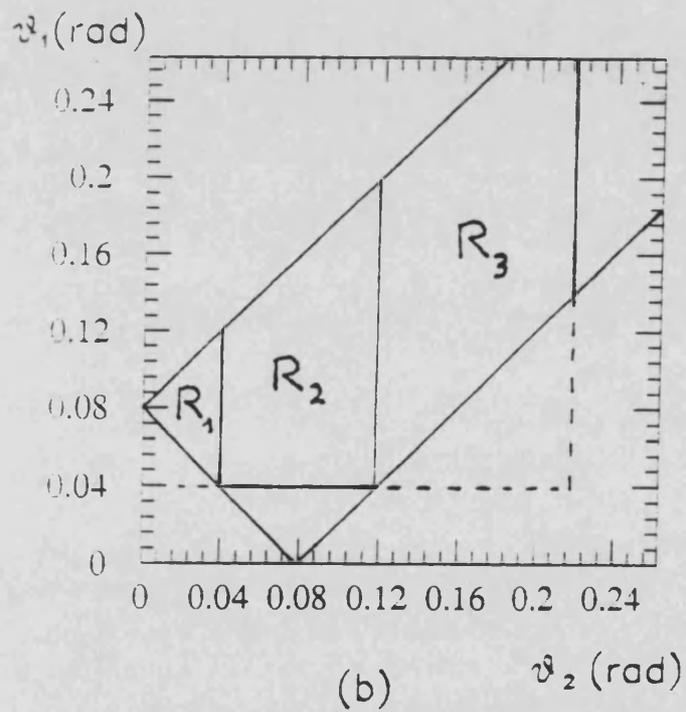
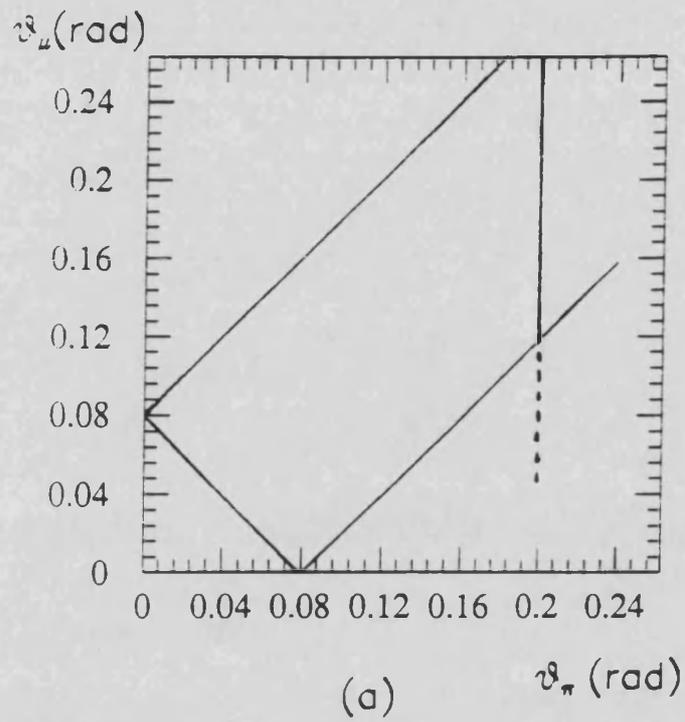


Figura B.1: Rango de integración angular para  $\epsilon = 0.08$  rad y dos valores fijados de  $E_1$  y  $E_2$ . (a) Canal  $\mu\pi$ . (b) Canal  $\mu^+\mu^-$ .

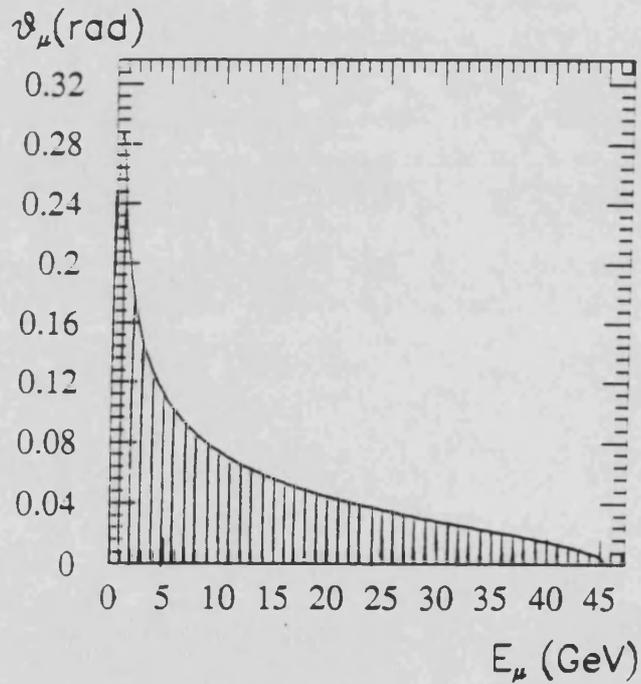
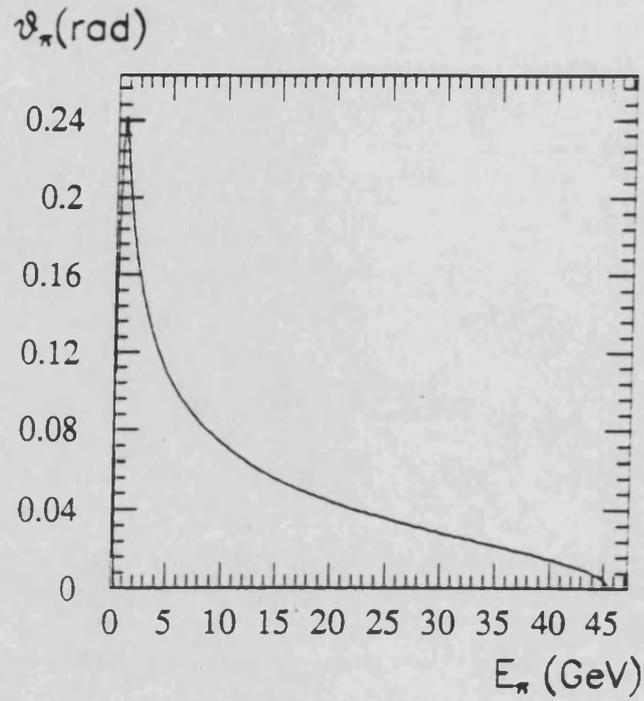


Figura B.2: Relación entre la energía y el ángulo de emisión en el LAB. Para el  $\pi$ , el ángulo de emisión está determinado por la energía,  $\theta_\pi = \zeta_\pi$ . En el caso del  $\mu$ , el ángulo de emisión para una energía dada está comprendido en el rango  $0 \leq \cos \theta_\mu \leq \cos \zeta_\mu$ .

i	Región para $\cos \theta_2$	$\Gamma_1(\theta_2)$	$\Gamma_2(\theta_2)$
3	$-1 \leq \cos \theta_2 \leq \cos(\epsilon + \zeta_1)$	$\cos(\epsilon + \theta_2)$	$\cos(\epsilon - \theta_2)$
2	$\cos(\epsilon + \zeta_1) \leq \cos \theta_2 \leq \cos(\epsilon - \zeta_1)$	$\cos \zeta_1$	$\cos(\epsilon - \theta_2)$
1	$\cos(\epsilon - \zeta_1) \leq \cos \theta_2 \leq 1$	$\cos(\epsilon + \theta_2)$	$\cos(\epsilon - \theta_2)$

muestra en la Fig. (B.1). En cuanto a las correlaciones mesón-mesón, sólo aparecen integrales sobre las energías, que analizaremos posteriormente.

Con objeto de llevar a cabo la integral sobre  $\cos \theta_1$ , recordemos que para cada punto  $(E_1, E_2)$  están permitidos todos los ángulos tales que  $0 \leq \cos \theta_1 \leq \cos \zeta_1$  y  $0 \leq \cos \theta_2 \leq \cos \zeta_2$  (correlaciones leptón-leptón) o  $\cos \theta_2 = \cos \zeta_2$  (correlaciones leptón-mesón). La intersección de este rectángulo o línea en el espacio  $(\theta_1, \theta_2)$  con el rectángulo definido por cada valor de  $\epsilon$  fijo da lugar a tres regiones diferentes para  $\cos \theta_2$ , donde los límites de la integral sobre  $\cos \theta_1$  ( $\Gamma_1(\theta_2)$  y  $\Gamma_2(\theta_2)$ ) son distintos, como se puede ver en la tabla B.1.

Si definimos

$$K_\mu(\theta_2) = \int_{\Gamma_1(\theta_2)}^{\Gamma_2(\theta_2)} \frac{\cos^\mu \theta_1}{Q} \quad \mu = 0, 1, 2 \quad (\text{B.9})$$

En las regiones  $R_1$  y  $R_2$  obtenemos las siguientes integrales:

$$K_0(\theta_2) = \pi \quad (\text{B.10})$$

$$K_1(\theta_2) = \pi \cos \theta_2 \cos \epsilon \quad (\text{B.11})$$

$$K_2(\theta_2) = \frac{\pi}{2} [(3 \cos^2 \epsilon - 1) \cos^2 \theta_2 + \sin^2 \epsilon] \quad (\text{B.12})$$

Mientras que en  $R_2$  los resultados son:

$$K_0(\theta_2) = \frac{\pi}{2} - X(\theta_2) \quad (\text{B.13})$$

$$K_1(\theta_2) = W(\theta_2) + \cos \theta_2 \cos \epsilon \left[ \frac{\pi}{2} - X(\theta_2) \right] \quad (\text{B.14})$$

$$K_2(\theta_2) = \frac{1}{2}(\cos \zeta_1 + 3 \cos \theta_2 \cos \epsilon)W(\theta_2) + \frac{1}{2}[(3 \cos^2 \epsilon - 1) \cos^2 \theta_2 + \sin^2 \epsilon] \left[ \frac{\pi}{2} - X(\theta_2) \right] \quad (\text{B.15})$$

donde

$$X(\theta_2) = \arcsin \frac{\cos \zeta_1 - \cos \theta_2 \cos \epsilon}{\sin \theta_2 \sin \epsilon} \quad (\text{B.16})$$

$$W(\theta_2) = \sqrt{\sin^2 \zeta_1 \sin^2 \theta_2 - (\cos \epsilon - \cos \theta_2 \cos \zeta_1)^2} \quad (\text{B.17})$$

En el caso de correlaciones leptón-mesón, hay que tomar las funciones  $K_\mu(\theta_2 = \zeta_2)$ . La integración de estas funciones sobre las energías de las dos partículas, en el caso leptón-mesón, y sobre las energías y el ángulo de emisión del segundo leptón, para las correlaciones leptón-leptón, la hemos realizado numéricamente, obteniendo los resultados del capítulo 4.

## B.2 Correlaciones mesón-mesón

En este caso sólo hay que realizar la integral sobre las energías  $E_1$  y  $E_2$ , ya que los correspondientes ángulos de emisión están determinados por:

$$\cos \theta_i = \cos \zeta_i = \frac{\gamma E_i - W_i}{\gamma \beta q_i} \quad (\text{B.18})$$

Esta relación se puede invertir, con objeto de obtener la energía en función del ángulo de emisión  $\theta_i$ . En el caso de los taus producidos en el LEP tenemos que

$$\beta_i^* < \beta \quad (\text{B.19})$$

donde

$$\beta_i^* = \frac{P_i}{W_i} \quad (\text{B.20})$$

depende de la energía y momento del correspondiente mesón en el sistema en reposo de cada uno de los taus y

$$\beta = \frac{p}{E} \quad (\text{B.21})$$

está determinada por la energía y momento del tau en el sistema de referencia del laboratorio. Como consecuencia de que a las energías de LEP se verifica la desigualdad (B.19), la ec. (B.18) tiene dos soluciones posibles de la energía en el LAB para cada ángulo de emisión  $\theta_i$ , que se muestran en la Fig. (B.3) y vienen dadas por:

$$E_i^\pm = \frac{m_i}{\gamma[1 - (\beta \cos \theta_i)^2]} \left\{ \gamma_i^* \pm \gamma \beta^2 \cos \theta_i \sqrt{\cos^2 \theta_i - \cos^2 \chi_i} \right\} \quad (\text{B.22})$$

donde

$$\gamma_i^* = \frac{W_i}{m_i} \quad (\text{B.23})$$

y  $\chi_i$  es el ángulo límite de la partícula  $x_i$  en el sistema de referencia del laboratorio, que se obtiene cuando las dos soluciones del ec. (B.22) coinciden y resulta ser:

$$\chi_i = \arcsin \frac{\gamma_i^* \beta_i^*}{\gamma \beta} \quad (\text{B.24})$$

Debido al *boost* para pasar del sistema en reposo de cualquiera de los dos taus al sistema de referencia del laboratorio, los ángulos  $\theta_i$  (y en consecuencia también  $\epsilon$ ) son de orden  $\gamma^{-1}$ , de forma que podemos hacer la aproximación:

$$\cos \theta_i = 1 - \frac{\theta_i^2}{2} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\gamma^4}\right) \quad (\text{B.25})$$

En esta aproximación es inmediato obtener el siguiente resultado:

$$Q = \frac{\sqrt{[1 + (\gamma\theta_a)^2][1 + (\gamma\theta_b)^2]}}{2(\gamma q_1)^2} R + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\gamma^4}\right) \quad (\text{B.26})$$

donde

$$R = \sqrt{(E_a^+ - E_1)(E_1 - E_a^-)(E_1 - E_b^+)(E_1 - E_b^-)} \quad (\text{B.27})$$

Las energías  $E_a^\pm$  y  $E_b^\pm$  son las correspondientes a que la partícula  $x_1$  salga con ángulo de emisión  $\theta_a = |\theta_2 - \epsilon|$  y  $\theta_b = (\theta_2 + \epsilon)$ , y a orden dominante vienen dadas por:

$$E_\alpha^\pm \simeq \frac{\gamma m_1}{[1 + (\gamma\theta_\alpha)^2]} \left\{ \gamma_1^* \pm \gamma \sqrt{\chi_1^2 - \theta_\alpha^2} \right\} \quad (\text{B.28})$$

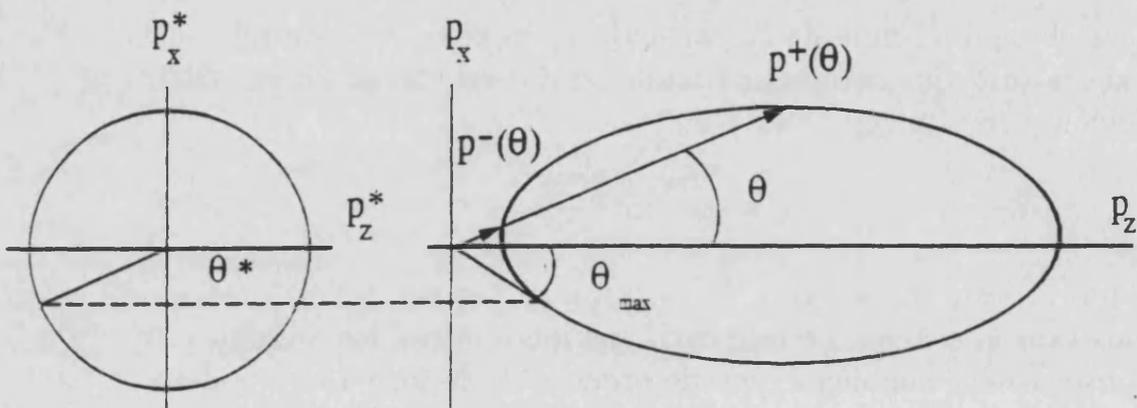


Figura B.3: Relación entre el momento y el ángulo de emisión de una partícula en el sistema en reposo del  $\tau$  y en el LAB cuando  $\beta_i^* < \beta$ .

Al igual que sucedía en las correlaciones leptón- leptón y leptón- mesón, los límites de integración de  $E_1$  dependen del valor de  $E_2$ , de la siguiente forma:

- Para  $E_2$  tal que  $\cos \theta_2 \in R_1, R_3$  (las regiones  $R_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  se definen igual que en los casos anteriores), todas las raíces  $E_a^\pm$  y  $E_b^\pm$  son reales y la integral sobre  $E_1$  es la suma de dos contribuciones:

$$I_\mu(E_2) = \int_{E_a^-}^{E_b^-} \frac{E_1^\mu}{R} dE_1 + \int_{E_b^+}^{E_a^+} \frac{E_1^\mu}{R} dE_1 \quad (\text{B.29})$$

- Cuando  $E_2$  corresponde a  $\cos \theta_2 \in R_2$ , las raíces  $E_b^\pm$  son complejas

$$E_b^\pm = r \pm is \quad (\text{B.30})$$

con

$$r = \frac{\gamma W_1}{[1 + (\gamma \theta_b)^2]} \quad s = \frac{\gamma^2 m_1}{[1 + (\gamma \theta_b)^2]} \sqrt{\theta_b^2 - \chi_1^2} \quad (\text{B.31})$$

y la integral sobre  $E_1$  en este caso resulta:

$$I_\mu(E_2) = \int_{E_a^-}^{E_a^+} \frac{E_1^\mu}{R} dE_1 \quad (\text{B.32})$$

En el caso de las correlaciones mesón-mesón hemos realizado las integraciones sobre las energías de las dos partículas numéricamente, obteniendo los resultados del capítulo 4.

### B.3 Límite de masas nulas

En el límite de masas nulas se verifica la siguiente relación entre el ángulo polar de la partícula  $x_i$  en el sistema de referencia en reposo del correspondiente  $\tau$  y el ángulo polar en el LAB:

$$\cos \theta_i^* = -\frac{1}{\beta} \left[ 1 - \frac{1}{\gamma^2(1 - \beta \cos \theta_i)} \right] \quad (\text{B.33})$$

Sustituyendo esta igualdad en la ec. (5.13) obtenemos que la sección eficaz a orden dominante tiene la estructura:

$$\frac{d^6\sigma}{d\Omega d\Omega_1 d\Omega_2} = \frac{K(s)}{(4\pi)^2} \frac{W_0(1 + \cos^2 \theta_-) + W_1 2 \cos \theta_- + W_2(\phi_-) \sin^2 \theta_-}{[\gamma^2(1 - \beta \cos \theta_1)(1 - \beta \cos \theta_2)]^2} \quad (\text{B.34})$$

donde las funciones  $W_i$  ( $i = 0, 1$ ) y  $W_2(\phi_-)$  vienen dadas por:

$$\begin{aligned} W_i &= F_i(s) \left\{ 1 + \alpha_1 \alpha_2 \left[ 1 - \frac{1}{\gamma^2(1 - \beta \cos \theta_1)} \right] \left[ 1 - \frac{1}{\gamma^2(1 - \beta \cos \theta_2)} \right] \right\} \\ &- G_i(s) \left\{ \alpha_1 \left[ 1 - \frac{1}{\gamma^2(1 - \beta \cos \theta_1)} \right] + \alpha_2 \left[ 1 - \frac{1}{\gamma^2(1 - \beta \cos \theta_2)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.35})$$

$$\begin{aligned} W_2(\phi_-) &= -\alpha_1 \alpha_2 \frac{\sin \theta_1}{\gamma^2(1 - \beta \cos \theta_1)(1 - \beta \cos \theta_2)} \\ &\times [\sin \theta_1 \{F_2(s) \cos[2(\phi_- - \psi)] + D_2 \sin[2(\phi_- - \psi)]\}] \\ &+ \sin \epsilon \{F_2(s) \cos(2\phi_- - \psi) + D_2 \sin(2\phi_- - \psi)\} \end{aligned} \quad (\text{B.36})$$

Tenemos que integrar sobre el ángulo sólido del  $\tau$ ,  $d\Omega = d \cos \theta_1 d\psi$ . En el límite de masas nulas de las partículas  $x_i$  el rango de variación de estos ángulos es  $[0, \pi]$  y  $[0, 2\pi]$ , respectivamente. En primer lugar realizamos la integración sobre el ángulo azimutal. Además de la dependencia explícita en  $\psi$  de  $W_2$ , hay que tener en cuenta que

$$\cos \theta_2 = \cos \theta_1 \cos \epsilon - \sin \theta_1 \sin \epsilon \cos \psi \quad (\text{B.37})$$

Por tanto las integrales que necesitamos son:

$$\hat{I}_0 = \int_0^{2\pi} \frac{d\psi}{(1 - \beta \cos \theta_2)^2} = 2\pi \frac{A}{(A^2 - B^2)^{3/2}} \quad (\text{B.38})$$

$$I_0 = \int_0^{2\pi} \frac{d\psi}{(1 - \beta \cos \theta_2)^3} = \pi \frac{2A^2 + B^2}{(A^2 - B^2)^{5/2}} \quad (\text{B.39})$$

$$I_1 = \int_0^{2\pi} \frac{\cos \psi d\psi}{(1 - \beta \cos \theta_2)^3} = -3\pi \frac{AB}{(A^2 - B^2)^{5/2}} \quad (\text{B.40})$$

$$I_2 = \int_0^{2\pi} \frac{\cos 2\psi d\psi}{(1 - \beta \cos \theta_2)^3} = 3\pi \frac{B^2}{(A^2 - B^2)^{5/2}} \quad (\text{B.41})$$

donde los coeficientes  $A$  y  $B$  vienen dados por:

$$A = 1 - \beta \cos \theta_1 \cos \epsilon = \frac{1}{2\gamma^2} [1 + \gamma^2 \theta_1^2 + \gamma^2 \epsilon^2] + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\gamma^4}\right) \quad (\text{B.42})$$

$$B = \beta \sin \theta_1 \sin \epsilon = \theta_1 \epsilon + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\gamma^4}\right) \quad (\text{B.43})$$

Si definimos  $x \equiv (\gamma\theta_1)^2$  y hacemos uso de la aproximación

$$1 - \beta \cos \theta_1 = \frac{1+x}{2\gamma^2} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\gamma^4}\right) \quad (\text{B.44})$$

la sección eficaz diferencial después de integrar sobre  $\psi$  tiene la siguiente forma en función de  $x$ :

$$\begin{aligned} \frac{d^5\sigma}{dx d\Omega_1 d\Omega_2} &= \frac{K(s)}{(4\pi\gamma)^2} \frac{2}{(1+x)^2} \\ &\times \{w_0(1 + \cos^2 \theta_-) + w_1 2 \cos \theta_- + w_2(\phi_-) \sin^2 \theta_-\} \end{aligned} \quad (\text{B.45})$$

donde las funciones  $w_i$  se definen como

$$w_i = \int_0^{2\pi} d\psi \frac{W_i}{(1 - \beta \cos \theta_2)^2} \quad (\text{B.46})$$

y vienen dadas por

$$\begin{aligned} w_i &= \frac{8\pi\gamma^4}{R^{3/2}} \left\{ F_i(s) \left[ (1+x + \gamma^2\epsilon^2) \left[ 1 + \alpha_1\alpha_2 \left( 1 - \frac{2}{1+x} \right) \right] \right. \right. \\ &- \frac{2\alpha_1\alpha_2}{R} \left( 1 - \frac{2}{1+x} \right) \left. \left. \{ (1+x + \gamma^2\epsilon^2)^2 + 2\gamma^2\epsilon^2 x \} \right] \right. \\ &- G_i(s) \left[ (\alpha_1 + \alpha_2)(1+x + \gamma^2\epsilon^2) - \alpha_1 \frac{2(1+x + \gamma^2\epsilon^2)}{1+x} \right. \\ &\left. \left. - \alpha_2 \frac{2}{R} \{ (1+x + \gamma^2\epsilon^2)^2 + 2\gamma^2\epsilon^2 x \} \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.47})$$

$$\begin{aligned} w_2(\phi_-) &= -8\pi\gamma^4 \alpha_1 \alpha_2 [F_2(s) \cos 2\phi_- + G_2(s) \sin 2\phi_-] \\ &\times 12\gamma^2 \epsilon^2 \frac{x(x-1-\gamma^2\epsilon^2)}{(1+x)R^{5/2}} \end{aligned} \quad (\text{B.48})$$

con  $R \equiv x^2 + 2(1 - \gamma^2 \epsilon^2)x + (1 + \gamma^2 \epsilon^2)^2$ .

Las funciones  $R_i(\epsilon)$  que aparecen en la ec. (5.14) resultan de integrar sobre  $x$  la ec. (B.45), con un factor global  $2\pi$  que procede de integrar el ángulo azimutal de la partícula  $x_2$ :

$$R_i(\epsilon) = \frac{\epsilon}{4\pi\gamma^2} \int dx \frac{w_i}{(1+x)^2} \quad (i = 0, 1, 2) \quad (\text{B.49})$$

Esta última integración la hemos llevado a cabo numéricamente, obteniendo los resultados que se muestran en el capítulo 5.

## Bibliografia

- [1] S.L. Glashow, *Nucl. Phys.* **22** (1961) 579;  
S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264;  
A. Salam en “Proc. of the 8th Nobel Symp.”, p. 367, ed.  
Svartholm, Almqvist and Wiksell, Stockholm, 1968.
- [2] F.Dydak, “Results from LEP and SLC”, XXV International Conference on High Energy Physics, Singapur, Agosto 1990.  
J. Steinberger, H. Burkhardt, CERN-PPE/91-50.
- [3] G. 't Hooft, *Nucl. Phys.* **33** (1971) 173; *Nucl. Phys.* **35** (1971) 167.
- [4] T. Appelquist, J. Carazzone, *Phys. Rev.* **11** (1975) 2856.
- [5] G.L. Fogli y D. Haidt, *Z. Physik C* **40** (1988) 379.
- [6] J. Alitti *et al.*, UA2 Collaboration, CERN-EP/90-22 (1990);  
L. Pondrom, Results from  $p\bar{p}$  colliders, XXV International Conference on High Energy Physics, Singapur, Agosto 1990.
- [7] CDF Collaboration, Fermilab CONF 90/93-E (1990) Presentado en XXV Rencontres de Moriond, Les Arcs, Francia, Marzo 4-18 (1990).
- [8] J.D. Bjorken, S.D. Drell, “Relativistic Quantum Mechanic”. McGraw-Hill, New York 1964.
- [9] F. Hoogeveen and L. Stodolsky, *Phys. Lett.* **B212** (1988) 505;  
W. Bernreuther, U. Löw, J.P. Ma and O. Nachtmann, *Zeit. fur Physik C* **43** (1989) 117;

W. Bernreuther, and O. Nachtmann, *Phys. Rev. Lett.* **63** (1989) 2787;

W. Bernreuther, G.W. Botz, O. Nachtmann and P. Overmann, HD-THP-91-7

- [10] A. De Rújula *et al.*, CERN preprint CERN-TH.5932/90, to be published in *Nucl. Phys. B*.
- [11] M. Traseira y F.J. Vegas, CERN preprint CERN-TH.6029/91, to be published in *Phys. Lett. B*.
- [12] J. Bernabéu and N. Rius, *Phys. Lett.* **B232** (1989) 127.
- [13] A. De Rújula, J. Kaplan and E. de Rafael *Nucl. Phys.* **B35** (1971) 365.
- [14] D.A. Ross, J.C. Taylor, *Nucl. Phys.* **51** (1973) 25.
- [15] A. Sirlin, *Phys. Rev.* **22** (1980) 971.
- [16] A. Sirlin *Phys. Rev.* **22** (1980) 2695.
- [17] G. Burgers, F. Jegerlehner en “Z Physics at LEP 1”, CERN 89-08, Vol. 1, p. 55, eds. G. Altarelli, R. Kleiss y C. Verzengassi.
- [18] W.J. Marciano, *Phys. Rev.* **20** (1979) 274;  
A. Sirlin, *Phys. Rev.* **29** (1984) 89.
- [19] M. Consoli, W. Hollik, F. Jegerlehner, *Phys. Lett.* **227** (1989) 167.
- [20] J.J. van der Bij, F. Hoogeveen, *Nucl. Phys.* **283** (1987) 477.
- [21] A. Sirlin, *Phys. Rev.* **29** (1984) 89.
- [22] G. Degrassi, S. Franchiotti y A. Sirlin, preprint New York University, Mayo 1990.
- [23] D.Yu. Bardin, M.S. Bilenky, O.M. Fedorenko y T. Riemann, Dubna Preprint E2-88-324 (1988).
- [24] “Z Physics at LEP 1”, CERN 89-08, eds. G. Altarelli, R. Kleiss y C. Verzengassi.

- [25] W. Hollik, *Fortschr. Phys.* **38** (1990) 165;  
M. Consoli, W. Hollik, F. Jegerlehner. en [24], Vol. 1, p. 7.
- [26] W. Hollik, en "Electroweak radiative corrections", XVIII Meeting on Fundamental Physics and XXI G.I.F.T. International Seminar on Theoretical Physics, Santander, España. Junio 1990.
- [27] F.A. Berends, G. Burgers, W. Hollik y W.L. van Neerven. *Phys. Lett.* **203** (1988) 177.
- [28] D.C. Kennedy, B.W. Lynn, *Nucl. Phys.* **322** (1989) 1.
- [29] W.J. Marciano, y A. Sirlin, *Phys. Rev. Lett.* **46** (1981) 163;  
A. Sirlin, *Phys. Lett.* **232** (1989) 123.
- [30] A.A. Akhundov, D.Yu. Bardin y T. Riemann, *Nucl. Phys.* **276** (1986) 1;  
J. Bernabéu, A. Pich y A. Santamaría. *Phys. Lett.* **200** (1988) 569;  
W. Beenakker, W. Hollik *Z. Physik* **40** (1988) 141.
- [31] G. Gounaris, D. Schildknecht. *Z. Physik* **42** (1989) 107.
- [32] Y.S. Tsai. *Phys. Rev.* **D4** (1971) 2821.
- [33] ALEPH Collaboration, CERN-PPE/91-94 (1991).  
DELPHI Collaboration, CERN-PPE (1991).  
OPAL Collaboration, CERN-PPE/91-103 (1991).
- [34] S. Jadach et al., in "Z Physics at LEP 1". CERN 89-08, eds. G. Altarelli, R. Kleiss and C. Verzegnassi. Vol. 1. p. 235.
- [35] A. Rougé, *Z. Physik* **C48** (1990) 75;  
K. Hagiwara, A.D. Martin y D. Zeppenfeld. *Phys. Lett.* **B235** (1990) 198;  
A. Rougé. Invited talk given at the Workshop on Tau Lepton Physics. Orsay, France. September 24-27. 1990.
- [36] T. Hagiwara, S.Y. Pi, A.I. Sanda. *Ann. Phys. (NY)* **106** (1977) 134; ver también [32], [43] y [44].

- [37] J.J. Gómez-Cadenas, Proceedings of the Tau-Charm Factory Workshop, SLAC-Report 343 (1989).
- [38] W. Fetscher, *Phys. Rev.* **D42** (1990) 1544.
- [39] C.A. Nelson, *Phys. Rev.* **D40** (1989) 123.
- [40] H. Kühn y F. Wagner, *Nucl. Phys.* **B236** (1984) 16.
- [41] "Review of Particle Properties", *Phys. Lett.* **B239** (1990) 1.
- [42] F. Scheck, *Phys. Rev.* **44** (1978) 187.
- [43] S. Kawasaki, T. Shirafuji and Y.S. Tsai, *Prog. Theor. Phys.* **49** (1973) 1656.
- [44] S.Y. Pi, A.I. Sanda, *Ann. Phys. (NY)* **106** (1977) 171.
- [45] S. Jadach, Z. Was, *Acta Phys. Polon.* **B15** (1984) 1151 y errata **B16** (1985) 483.
- [46] R. Alemany, N. Rius, J. Bernabéu, J.J. Gómez-Cadenas and A. Pich, CERN preprint CERN-TH.6191/91.
- [47] J. Bernabéu, A. Pich y N. Rius, *Phys. Lett.* **B257** (1991) 219.
- [48] C.A. Nelson, *Phys. Rev.* **D43** (1991) 1465.

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

Reunit el Tribunal que subscriu, en el dia de la data,  
 acordà d'atorgar, per unanimitat, a aquesta Tesi Doctoral  
 d'En/ Na/N' Nuria Rius Diow  
 la qualificació d' APTE CUM LAUDE

València a 6 de setembre de 1991

El Secretari,

El President,

