

ESTIMACIÓN DE MOVIMIENTO EN SECUENCIAS DE
IMÁGENES MEDIANTE LA DETECCIÓN Y ENCAJE DE
PUNTOS RELEVANTES. APLICACIÓN AL
SEGUIMIENTO DE VEHÍCULOS PARA EL ANÁLISIS DE
TRAYECTORIAS.

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
PRESENTADA AL DPTO. DE INFORMÁTICA Y ELECTRÓNICA
FACULTAD DE FÍSICA
UNIVERSIDAD DE VALENCIA

Directores:

Dr. Juan de Mata Domingo Esteve

Dr. Alfredo García García

María Elena Díaz Fernández
22 de Diciembre de 1996

UMI Number: U607734

All rights reserved

INFORMATION TO ALL USERS

The quality of this reproduction is dependent upon the quality of the copy submitted.

In the unlikely event that the author did not send a complete manuscript and there are missing pages, these will be noted. Also, if material had to be removed, a note will indicate the deletion.



UMI U607734

Published by ProQuest LLC 2014. Copyright in the Dissertation held by the Author.
Microform Edition © ProQuest LLC.

All rights reserved. This work is protected against
unauthorized copying under Title 17, United States Code.



ProQuest LLC
789 East Eisenhower Parkway
P.O. Box 1346
Ann Arbor, MI 48106-1346

N: 288 TESIS DOCTORAL

20-2-1997

Estimación de Movimiento en Secuencias de Imágenes mediante la Detección y Encaje de Puntos Relevantes. Aplicación al Seguimiento de Vehículos para el Análisis de Trayectorias.

María Elena Díaz Fernández

22 de Diciembre de 1996

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
BIBLIOTECA CIÈNCIES

física

Nº REGISTRE 10184

DATA 28-4-97

SIGNATURE T.D. 288

Nº LIBRE:

19798817



UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

Dpto. de Informàtica y Electrònica
Dr. Moliner, 50. 46100 Burjassot

El Dr. JUAN DE MATA DOMINGO ESTEVE, Profesor Ayudante de Facultad del Departamento de Informàtica y Electrònica de la Facultad de Física de la Universidad de Valencia y el Dr. ALFREDO GARCÍA GARCÍA, Profesor Titular de Universidad del Departamento de Ingeniería e Infraestructura de los Transportes de la Universidad Politécnica de Valencia,

CERTIFICAN: Que la Tesis Doctoral que presenta Doña MARÍA ELENA DÍAZ FERNÁNDEZ , titulada "ESTIMACIÓN DE MOVIMIENTO EN SECUENCIAS DE IMÁGENES MEDIANTE LA DETECCIÓN Y ENCAJE DE PUNTOS RELEVANTES. APLICACIÓN AL SEGUIMIENTO DE VEHÍCULOS PARA EL ANÁLISIS DE TRAYECTORIAS", para optar al grado de Doctor en Ingeniería Informática, ha sido realizada bajo su dirección.

Y para que así conste a efectos legales, firman el presente certificado en Burjassot, dos de diciembre del mil novecientos noventa y seis.

Fdo: Dr. Juan de Mata Domingo Esteve

Fdo: Dr. Alfredo García García.

Agradecimientos

A mis directores de tesis, el Profesor Juan de Mata Domingo Esteve y el Profesor Alfredo García García, por su constante apoyo y consejo en la realización de este trabajo, y sobre todo, por la amistad y afecto que me han demostrado.

Al Profesor Gregorio Martín Quetglás, catedrático de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial, por su apoyo y confianza en mí, primero como alumna, después como becaria de investigación y ahora como profesora ayudante. A él, por su iniciativa, capacidad de trabajo y esfuerzo para que la creación de los estudios de Ingeniería Informática en la Universidad de Valencia sea una realidad. Al Laboratorio Integrado de Sistemas Inteligentes y Tecnologías de la Información en Tráfico (LISITT), del cual es director, y en el que se han creado las condiciones de infraestructura y conocimiento apropiadas para que este tipo de trabajos se desarrollen.

Al Profesor Marcelino Conesa Lucerga, catedrático de Ingeniería e Infraestructura de los Transportes, y a toda la Unidad de Caminos del Departamento de Transportes de la Universidad Politécnica de Valencia, por recibirme con los brazos abiertos y hacerme sentir como uno más entre ellos. En especial, a D. Elías Medel y Doña Alicia Rocafull por su ayuda desinteresada y las palabras de ánimo que me han dado en todo momento.

Al jefe del Servicio de Transportes y Circulación del Ayuntamiento de Valencia, D. Victoriano Sánchez-Barcaiztegui Moltó y al grupo de operadores de la Sala de Control de Tráfico, por su amabilidad, disponibilidad y ayuda en las grabaciones de vídeo.

Al Profesor Guillermo Ayala Gallego, por guiarme en el tratamiento estadístico de los datos, y sobre todo, por la ilusión y optimismo que siempre me ha transmitido.

Al director del Departamento de Informática y Electrónica de la Facultad de Física, el Profesor José Espí López, y a todos los miembros del departamento por el compañerismo y amistad, que me muestran día tras día. En especial, a los Profesores Francisco Ferri y Jesús Albert por sus consejos en los problemas de visión por computador y por su calidad docente e investigadora, que he tenido la suerte de disfrutar y compartir. A los Profesores Vicente Cerverón y Vicente Arnau por su amistad sincera y desmedida.

A todos mis compañeros del LISITT. En especial, a Ricardo Ferris, Vicente Cavero, Salvador Moreno, Salvador Bayarri, Fernando Pardo, Enrique Bonet y José Pino por sus ideas y ayuda, que sinceramente espero algún día tener la posibilidad de devolver.

A todos aquellos que en cualquier momento me han dado su apoyo, afecto y aliento.

A las dos personas que más me han apoyado, más me han enseñado y a las que más debo en este mundo, mis padres.

El autor quiere agradecer también su apoyo:

Al Ministerio de Educación y Ciencia por la concesión de una beca de formación de profesorado universitario en el departamento de Ingeniería e Infraestructura de los Transportes de la Universidad Politécnica de Valencia, desde Abril de 1993 hasta Octubre de 1994.

A la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología por el proyecto TIC95-076-C02-10 titulado "Estimación de Movimiento e Interpretación de Secuencias de Imágenes. Aplicaciones al Control de Tráfico".

A mis Padres y Hermanos

Ellos son mi Norte, mi guía y mi aliento

Resumen

Las técnicas de análisis del movimiento en imágenes digitales presentan algunas limitaciones al ser aplicadas al seguimiento de vehículos en imágenes de tráfico, si se requiere una descripción detallada e individualizada de la trayectoria y velocidad de cada objeto móvil. Desde el punto de vista de la ingeniería de carreteras, obtener esta descripción para los vehículos en puntos críticos del trazado es interesante, especialmente si puede darse en términos de aquellas variables dinámicas directamente relacionadas con los parámetros de diseño geométrico de carreteras, pues su conocimiento permitiría contrastar las hipótesis usualmente asumidas y ayudaría al diagnóstico y mejora del diseño de dichos puntos críticos.

En este trabajo de investigación se ha desarrollado un método genérico para la estimación de movimiento en secuencias de imágenes que, al aplicarlo al seguimiento de vehículos, permite un análisis y caracterización de las trayectorias individualizadas de los vehículos. El método consiste en dos pasos: en primer lugar, para cada imagen de la secuencia se detecta un conjunto de puntos relevantes; y en segundo lugar, se realiza una correspondencia entre agrupamientos de estos puntos, cada uno de los cuales se identifica como un objeto.

Para la detección de puntos relevantes, i.e. esquinas y centros de aspectos circularmente simétricos, se desarrolla un nuevo método que se engloba dentro de las técnicas que operan directamente sobre los niveles de gris de la imagen, sin ninguna segmentación previa. La base del método consiste en la aplicación de un análisis estadístico a las orientaciones del gradiente en un entorno circular del punto, supuesto esquina o aspecto circularmente simétrico. El método es comparado con otros detectores encontrados en la literatura en términos de calidad de la salida. Los resultados muestran que este algoritmo es más eficaz e inmune al ruido. Además, el uso de las orientaciones como fuente principal de información hace al algoritmo efectivo en áreas tanto de bajo como de alto contraste. Las principales novedades del algoritmo son: su baja sensibilidad frente al ruido, la posibilidad de discriminar entre tipos de uniones y la detección de aspectos circularmente simétricos.

Una vez detectado el conjunto de puntos relevantes, el algoritmo de encaje desarrollado realiza una correspondencia entre los puntos detectados en cada imagen de la secuencia y los de la imagen consecutiva, basándose en: los valores de las intensidades espaciales de los puntos detectados, la geometría del agrupamiento y las similitud de movimiento del conjunto de puntos. El método ha sido evaluado usando secuencias de imágenes controladas generadas en el laboratorio y escenas naturales de tráfico con imágenes de menor calidad. Para el primer caso, los resultados mostraron que no se

generan falsas correspondencias y el 96% de las posibles correspondencias correctas son detectadas. En secuencias de tráfico la relación entre las correspondencias correctamente establecidas y el número potencial de ellas decrece debido a la menor calidad de las imágenes. Aun así, siempre se establecen más de tres correspondencias por cada objeto, lo cual es suficiente para separar los vehículos y estimar su movimiento. Las principales novedades del método consisten en el uso de características locales para la correspondencia que son invariantes bajo movimientos rígidos y cambios afines en la intensidad y también la introducción de la comprobación de la consistencia de movimiento dentro del proceso de agrupamiento.

Este método de estimación de movimiento se puede aplicar a una amplia variedad de casos ya que se asumen pocas restricciones, además no muy severas. En primer lugar, se usa una única cámara no calibrada, se supone que no hay oclusión total entre los objetos, que éstos son cuerpos rígidos y que se mueven independientemente unos de otros. El número de objetos en la escena no tiene porqué ser constante, y las trayectorias y tipo de movimiento de cada objeto no se restringen.

Se ha diseñado y llevado a cabo una prueba de campo para la toma de datos. El dispositivo experimental consiste en una cámara colocada a pie de la vía, tratándose de un ramal de enlace. Las imágenes son transmitidas a la sala del Centro de Control de Tráfico, donde son grabadas en cintas de vídeo para proceder en el laboratorio a su reproducción, digitalización y análisis de las imágenes. La base de datos contiene 200 trayectorias de vehículos. Las variables que han sido estudiadas en relación a la evolución del vehículo han sido: los desplazamientos laterales respecto al eje central, curvatura, velocidad y coeficiente de rozamiento movilizado. Puesto que para la evaluación de estas variables es necesario conocer la trayectoria del vehículo respecto un sistema de referencia del mundo real, se ha realizado una calibración de la cámara que permite transformar las coordenadas de las posiciones de los vehículos (en *pixels*) en el plano imagen en 2 dimensiones a coordenadas del mundo real en 3 dimensiones (en metros), habiendo realizado previamente el levantamiento topográfico del tramo.

Los resultados de este trabajo de investigación se podrían resumir en la definición de una metodología para la estimación de movimiento en secuencias de imágenes de tráfico y su puesta en práctica en un tramo experimental. Esta metodología engloba las tres fases del proceso de percepción, desde el nivel más bajo que es la sensorización, pasando por un nivel intermedio de computación con la extracción y agrupación de puntos relevantes que definen el movimiento del objeto, para acabar, en el nivel más alto de procesado con el análisis e interpretación de las trayectorias y velocidades de los vehículos. Es interesante resaltar el hecho de que la aplicación de técnicas de visión por computador permita el contraste de las hipótesis asumidas en el diseño geométrico de carreteras, que hasta ahora no podía realizarse debido a limitaciones tecnológicas, lo cual podría propiciar a medio plazo cambios en la metodología de diseño.

Abstract

The techniques of movement analysis in digital images exhibit some limitations when applied to vehicle tracking in traffic images, if an individual detailed description of the trajectory and velocity of each mobile object is needed. From the point of view of road design obtaining such a description for the vehicles in black spots is interesting, especially if it can be done in terms of those dynamic variables closely related with the parameters of road geometric design. Their knowledge would allow the usually assumed hypothesis to be contrasted and would help to diagnose and improve the design of such black spots.

In this research work a generic method has been developed for movement estimation in image sequences, that when applied to vehicle tracking allows the analysis and characterisation of individual trajectories. The method consists of two steps: firstly, a set of relevant points is detected for each image in the sequence; secondly, a correspondence is performed between clusters of these points and each of them is identified as an object.

A new method is developed for the detection of relevant points, i.e. corners and centres of circularity symmetric features, which belongs to those which operate directly on the gray-levels of the image, without previous segmentation. The key point of the method consists of the application of a statistical analysis to the gradient orientations in a circular neighbourhood of the prospective relevant point. The method is compared with other detectors found in the literature in terms of the quality of the output. Results show that this method is more efficient and robust against noise than the others. Furthermore, the use of orientations as the main source of information makes the algorithm effective in both, low and high contrast areas. The main novelties of the algorithm are its stability to noise and the possibility of discriminating between kinds of junctions and detecting circularly symmetric features.

Once the set of relevant points has been detected, the matching algorithm developed performs a correspondence between points based on: the spatial intensities of the image, the geometry of the cluster and restrictions on the movement of the cluster of points. The method has been evaluated using controlled laboratory sequences and also natural traffic scenes with low quality. In the first case, results showed that no false correspondences are generated and that 96% of the possible right correspondences are detected. In the case of traffic sequences, the relationship between correct correspondences and the potential number of them decreases due to the low quality of the images. Nevertheless, results showed that the algorithm may be likewise useful in this type of large and not controlled scenes, since more than 50%

of the right correspondences are detected, which is enough to detect the vehicles and estimate their movement. The main novelties of the method consist of the use of local characteristics for correspondence which are invariant to rigid movement and affine changes of intensity and also the introduction of the consistent movement check into the clustering process.

The estimation method can be applied to a wide range of cases, since very few and not very severe constraints are assumed. Firstly, a unique non-calibrated camera is used; no total occlusion between objects is assumed; objects are supposed rigid and they move independently, the number of objects in the scene does not have to be constant; and finally, the trajectories and type of movement of each object are unrestricted.

A field trial has been designed and performed for data acquisition. The experimental device consists of a camera located on the road, which is a ramp road. Images are transmitted to the Traffic Control Centre, where they are recorded in video tapes, which are posteriorly reproduced, digitalized and analysed in the laboratory. The data base contains 200 vehicle trajectories. The variables studied with respect to the evolution of the vehicles have been the lateral placement with respect to central axis, curvature, velocity and required sideways force coefficient. Since knowledge of the trajectory of the vehicles with respect to a real world reference system is needed for the evaluation of these variables, a camera calibration has been performed which allows the transformation of vehicle position co-ordinates in pixels (2-D) in the image plane into co-ordinates in the real world (3-D) in metres, having previously performed a topographic description of the scenery.

The results of this research work can be summarised as the establishing and implementation of a methodology for movement estimation in traffic image sequences which subsumes the three phases of the perception process: from the lowest level, that is sensorization, going through an intermediate computation level, that is, the extraction and clustering of relevant points which define the object movement; to end, in our particular application, in the highest processing level with the analysis and interpretation of the vehicle trajectories and velocities. We consider an important achievement the fact that computational vision techniques allow the test of the hypothesis assumed in geometric road design. It was not possible to do this until now due to technological limitations from which changes in design methodology should arise in a medium term.

Indice General

I	Introducción y objetivos	3
1	Introducción: Descripción del problema y objetivos.	5
1.1	Descripción del problema y objetivos	5
1.2	Estructura del sistema	8
II	Extracción y encaje de puntos relevantes	11
2	Extracción de puntos relevantes	13
2.1	Introducción	13
2.2	Revisión de los detectores de puntos relevantes	16
2.3	Un método estadístico de detección de puntos relevantes: descripción preliminar	19
2.4	Introducción a los datos circulares	21
2.4.1	La dirección media	21
2.4.2	La varianza circular	22
2.5	Distribuciones circulares	22
2.5.1	La distribución circular uniforme	23
2.5.2	La distribución de von Mises	23
2.6	Estimación de las distribuciones y contraste de hipótesis	26
2.6.1	Aspecto circular	27
2.6.2	Arista	28
2.6.3	Esquina	30
2.7	Descripción detallada del algoritmo	32
2.8	Resultados experimentales	33
2.9	Conclusiones	39

3	Encaje de puntos relevantes	41
3.1	Introducción	41
3.2	Correspondencia entre imágenes	42
3.3	Descripción del método	44
3.4	Justificación del método	46
3.5	Implantación del método	48
3.6	Resultados	50
3.7	Conclusiones	55
 III Seguimiento de vehículos		57
4	Seguimiento de vehículos	59
4.1	Introducción	59
4.2	Factores que influyen en la evolución de los vehículos	61
4.3	Comportamiento esperado de los vehículos en curvas	65
4.4	Estudios sobre el comportamiento de los conductores en curvas	66
4.5	Tecnologías existentes para la detección de vehículos	75
5	Dispositivo y metodología para la toma de datos	77
5.1	Dispositivo experimental	77
5.2	Metodología para la toma de datos	78
6	La calibración de la cámara. Transformación de 2-D a 3-D	83
6.1	El modelo de proyección perspectiva para una cámara	84
6.2	Revisión de los métodos actuales de calibración	86
6.3	Principios del método	87
6.4	Detalles de los cálculos	89
6.5	Resultados experimentales	90
6.6	Conclusiones	95
7	Análisis de las trayectorias y resultados	97
7.1	Perfil de desplazamientos laterales	99
7.1.1	Análisis por secciones del desplazamiento lateral	103
7.2	Perfil de velocidades	108
7.3	Perfil de curvaturas	112

7.4	Perfil de coeficientes de rozamiento movilizados	116
7.5	Resultados	119
IV	Conclusiones globales	121
8	Conclusiones	123
8.1	Resultados y aportaciones	123
8.2	Discusión	126
8.3	Posibles extensiones	127
8.3.1	En el campo de la ingeniería de carreteras	127
8.3.2	En el campo de la visión por computador	128
V	Bibliografía	129
	Bibliografía	131
	Publicaciones relacionadas con el presente trabajo	139
VI	Apéndices	141
A	Tests de uniformidad	145
B	Levantamiento topográfico del tramo experimental	149

Indice de Figuras

1.1	Las tres capas del sistema propuesto para el análisis de secuencias de imágenes	9
2.1	Cálculo de la dirección media	22
2.2	Variación de la distribución de von Mises en función del parámetro de dispersión κ	24
2.3	Mixtura de dos distribuciones de von Mises	26
2.4	Aspecto circular en imagen de laboratorio	28
2.5	Histograma de orientaciones correspondiente a un aspecto circular . . .	28
2.6	Arista en imagen de laboratorio	29
2.7	Histograma de orientaciones correspondiente a una arista y la distribución de von Mises asociada	29
2.8	Esquina en imagen de laboratorio	30
2.9	Histograma de orientaciones correspondiente a una esquina y la mixtura de dos distribuciones de von Mises asociada	31
2.10	Resultado de la detección de esquinas en imágenes con ruido	34
2.11	Resultado de la detección de circularidades en imágenes con ruido . . .	35
2.12	Detección de aspectos circulares y esquinas en imágenes de laboratorio	36
2.13	(a) Conjunto de puntos relevantes detectados al aplicar el detector a imágenes de vehículos	37
2.14	(b) Conjunto de puntos relevantes detectados al aplicar el detector a imágenes de vehículos	38
3.1	Proceso de correspondencia de puntos entre imágenes	43
3.2	Correspondencias establecidas en la secuencia de laboratorio	51
3.3	Correspondencias establecidas entre las imágenes 1/2 y 2/3	52
3.4	Correspondencias establecidas entre las imágenes 3/4 y 4/5	53
3.5	Correspondencias establecidas entre las imágenes 5/6 y 6/7	54

4.1	Factores que influyen en la evolución del vehículo	63
4.2	Relaciones entre la curvatura y la velocidad según los estudios de Tarangin, DMR y Emmerson.	71
5.1	Disposición de los puntos de medida	81
5.2	Peralte en función de la distancia a lo largo del eje central	82
5.3	Anchura de la calzada en función de la distancia a lo largo del eje central	82
6.1	Modelo de la proyección perspectiva	85
6.2	Relación entre las coordenadas del plano imagen y las del mundo real .	88
6.3	Imagen de la calzada con las marcas en forma de T	90
6.4	(a)Estimación del error en el eje x (b)Estimación del error en el eje y .	93
6.5	(c)Error a lo largo del eje x , (d)Error a lo largo del eje y	93
6.6	Error medio en función de la cardinalidad del conjunto de puntos . . .	94
6.7	Error a lo largo del eje x y del eje y en función de la cardinalidad del conjunto de puntos	95
7.1	Ejemplo de desplazamientos laterales observados (+) e interpolados para un vehículo	100
7.2	Densidad de probabilidad de los desplazamientos laterales medios . . .	102
7.3	Bandas de confianza al 85% y 99% para el desplazamiento lateral . . .	102
7.4	Secciones de entrada, central y de salida del tramo experimental	103
7.5	Distribución de las posiciones y trayectorias de los vehículos en el espacio.	104
7.6	Diagrama de cajas por secciones para el desplazamiento lateral medio .	105
7.7	Densidad de probabilidad de la distribución de velocidades medias . . .	110
7.8	Diagrama de cajas por secciones para las velocidades	110
7.9	Bandas de confianza al 85% y 99% para la velocidad	111
7.10	Cálculo del radio de curvatura	112
7.11	Densidad de probabilidad de las curvaturas medias	114
7.12	Diagrama de cajas por secciones para las curvaturas	114
7.13	Bandas de confianza al 85% y 99% para la curvatura: (-) valor medio, (-) valor esperado según el diseño	115
7.14	Coefficiente de rozamiento asumido en función de la distancia a lo largo del eje central	117
7.15	Densidad de probabilidad de los coeficientes de rozamiento movilizados medios	118

7.16	Diagrama de cajas para cada sección para el coeficiente de rozamiento movilizado	118
7.17	Bandas de confianza al 85% y 99% para el coeficiente de rozamiento movilizado	119
B.1	Numeración de las marcas de referencia	150

Indice de Tablas

2.1	Tests de uniformidad	27
2.2	Error en términos de Falsos Positivos (FP) y Falsos Negativos (FN) . . .	34
4.1	Relaciones entre el 85% percentil de la velocidad deseada y el tipo de terreno	64
4.2	Relaciones entre la velocidad y la curvatura obtenidas de forma empírica	70
5.1	Número de imágenes en función de la velocidad del vehículo	79
5.2	Parámetros geométricos del tramo experimental	80
6.1	Valores para la matriz de incógnitas X	91
6.2	Errores medios	92
6.3	Errores medios en el eje x , en el eje y y en el módulo en función del número de puntos	94
7.1	Comprobación de normalidad para los desplazamientos laterales medios: valor del estadístico y nivel de significación alcanzado	101
7.2	Estadística sobre los desplazamientos laterales medios	101
7.3	t-test aplicado al desplazamiento lateral medio entre secciones	104
7.4	t-test aplicado a la diferencia entre valor máximo y mínimo del desplazamiento lateral por secciones	106
7.5	Análisis de las variabilidades de las trayectorias individuales entre las secciones	107
7.6	Comprobación de normalidad para la distribución de velocidades medias	109
7.7	Estadística sobre la distribución de velocidades medias	109
7.8	Porcentajes de velocidades	111
7.9	Velocidades para los percentiles 50, 85 y 99%	111
7.10	Comprobación de normalidad para las curvaturas medias: valor del estadístico y nivel de significación alcanzado	113

7.11	Estadística sobre las curvaturas medias	113
7.12	t-test aplicado a la curvatura entre secciones	115
7.13	Estadística sobre los coeficientes de rozamiento movilizados medios . .	117
7.14	t-test aplicado al coeficiente de rozamiento movilizado entre secciones .	119
A.1	Valores críticos para el estadístico H de Hermans-Rasson	145
A.2	Valores críticos para el estadístico K^* de Kuiper-Stephens	147
B.1	Coordenadas de las marcas de referencia en el borde interior	151
B.2	Coordenadas de las marcas de referencia en el borde exterior	152

Parte I

Introducción y objetivos

Capítulo 1

Introducción: Descripción del problema y objetivos.

1.1 Descripción del problema y objetivos

El problema de la segmentación y la estimación de movimiento en una secuencia de imágenes ha sido analizado ampliamente durante los últimos años. La segmentación de una imagen consiste en la separación de sus componentes en subconjuntos que corresponden a los objetos físicos que aparecen en la escena. Por otro lado, la estimación de movimiento implica la obtención de las posiciones y las velocidades en las tres dimensiones del espacio de los objetos que aparecen en la imagen.

Nuestro interés en el análisis de este problema está motivado por el interés que surge en el entorno de la ingeniería de carreteras de poder contrastar las hipótesis de diseño asumidas hasta el momento, que implican admitir ciertas evoluciones teóricas de los vehículos que no corresponden necesariamente con sus evoluciones operacionales. Esto requiere la descripción individualizada del movimiento de cada vehículo, lo cual no puede obtenerse mediante las tecnologías clásicas basadas en lazos electromagnéticos, radares, etc. El uso de técnicas de visión por computador aplicadas a secuencias de imágenes puede ser capaz de proporcionar los datos necesarios de modo continuo.

Las secuencias de imágenes proporcionan una información de gran valor sobre el entorno, ya que el mundo está constantemente en movimiento. Por otro lado, existe información que no es posible extraer de una única imagen y sí de una secuencia de

Capítulo 1. Introducción: Descripción del problema y objetivos.

imágenes (por ejemplo, las velocidades de los objetos que se mueven en la escena). Por esta razón, el análisis de secuencias de imágenes para estimar movimiento en 3 dimensiones (3-D) y la estructura de una escena ha sido centro de interés de la investigación en visión por computador durante la última década ¹. La aplicación del análisis de secuencias de imágenes cubre un amplio rango de campos que incluyen la medicina, la navegación autónoma, la meteorología, la robótica y otras muchas que impliquen localizar y seguir objetos móviles, como es la vigilancia y monitorización del tráfico.

Una de las dificultades que el análisis dinámico de escenas conlleva es que la información contenida en una secuencia de imágenes está intrínsecamente codificada e implícita en un volumen enorme de datos. El hacer esta información explícita conlleva una significativa reducción de datos que permita decodificar las relaciones espacio-temporales.

Aunque la detección de líneas y bordes es vital para el análisis de escenas en la visión por computador, la intersección de líneas, esquinas o aspectos circulares, comúnmente llamadas características 2-D, proporcionan también una información crucial. Son especialmente útiles en la resolución del problema de correspondencias entre puntos en la detección de movimiento. En particular, puntos como esquinas y circularidades proporcionan una gran cantidad de información local, imponiendo incluso más restricciones en los parámetros de movimiento que los puntos en los bordes del objeto. La detección de características 2-D reduce la enorme cantidad de datos presentes en una imagen, sin eliminar información sobresaliente. Por tanto, en aplicaciones que implican examinar desplazamientos de objetos en secuencias de imágenes, un punto de partida apropiado es identificar este tipo de características.

Podemos resumir el objetivo de este trabajo como el desarrollo e implantación de un nuevo método para la estimación de movimiento en secuencias de imágenes basado en la detección y correspondencia de características 2-D que al ser aplicado al problema de seguimiento de vehículos en imágenes de tráfico permita obtener y analizar sus trayectorias y velocidades. El conocimiento de éstas permitirá contrastar las hipótesis usualmente asumidas en el diseño geométrico de carreteras y podría ayudar al diagnóstico y mejora del diseño de los puntos críticos.

La investigación que se realice en visión por computador va a aportar una con-

¹Debido al amplio rango de temas relacionados directamente con el presente trabajo (segmentación, correspondencia, agrupamiento, seguimiento, reconstrucción de coordenadas 2-D a 3-D) no se cita aquí bibliografía, porque de ello se dará cuenta más adelante en el estado de la investigación en los capítulos destinados a describir los métodos usados

Capítulo 1. Introducción: Descripción del problema y objetivos.

tribución concreta a este campo en forma de una metodología y nuevos algoritmos para ayudar a entender un poco más el proceso de la percepción visual en sus tres fases: la fase de adquisición encomendada a los sensores que captan la información sobre el exterior, en nuestro caso, una cámara; la fase de tratamiento en la que se reduce el volumen de información con la segmentación de la imagen, extracción y agrupación de características 2-D; y por último la fase de interpretación, cuyo resultado es una descripción precisa y completa del objeto de interés, las trayectorias y velocidades los vehículos.

El problema planteado surgió del interés por parte de los ingenieros de caminos, durante los últimos años, de identificar las relaciones entre la geometría de la carretera y los accidentes. Este problema ha sido estudiado ampliamente teniendo en cuenta tanto las características de la vía como las del entorno, reconociéndose la estrecha relación que existe entre una geometría adversa de la carretera y la aparición de accidentes. Por otro lado, el análisis en profundidad de la seguridad de las carreteras requiere el estudio del comportamiento de los conductores reales. Es un hecho que el comportamiento de los conductores difiere sustancialmente de los modelos simplificados que se adoptan en el diseño de carreteras. El análisis de las trayectorias y velocidades reales de los vehículos representa un elemento clave en la evaluación de la seguridad en las carreteras de hoy día. La necesidad de reexaminar y actualizar el concepto de velocidad de diseño y promover la consistencia en el diseño de carreteras aparece en las investigaciones actuales y en las normativas de diseño geométrico.

La mayoría de los estudios sobre el comportamiento de los conductores sufren de diferentes tipos de problemas: (1) problemas metodológicos; (2) problemas estadísticos, el número de accidentes es muy reducido y no suficientemente representativo para obtener conclusiones válidas generales; (3) problemas tecnológicos, las tecnologías disponibles no permiten obtener algunos datos de una forma exhaustiva y suficientemente precisa sobre la evolución individual de los vehículos; y finalmente (4) problemas de evaluación, con un análisis *a posteriori* es imposible conocer exactamente las circunstancias, respecto a la evolución del vehículo, en las que el accidente ocurrió. Además, la inspección personal *in situ* no permite obtener conclusiones sobre el verdadero comportamiento de los conductores, ya que esto supone un elemento extraño respecto a las condiciones normales de tráfico que afecta a los conductores.

Con tales y diversos problemas no es sorprendente que no se conozca de forma precisa todavía la relación entre el comportamiento de los conductores y la geometría de la carretera. Además, es necesario a menudo para algunos países adoptar los estándares de diseño geométrico desarrollados en otros países. Como consecuencia, la cuestión

Capítulo 1. Introducción: Descripción del problema y objetivos.

que inmediatamente aparece es si éstos estándares son o no capaces de predecir el comportamiento de los conductores locales.

El objetivo concreto de esta aplicación es desarrollar una metodología para describir y analizar el comportamiento de los vehículos en puntos críticos, mediante la aplicación de técnicas de visión por computador, que permita el contraste de las hipótesis asumidas y la mejora del diseño geométrico de estos puntos. Este objetivo implica dos tareas previas: diseñar y llevar a cabo una prueba de campo y analizar y caracterizar el comportamiento de los vehículos a partir de los datos obtenidos en ella. A continuación pasamos a describir la estructura del sistema propuesto que nos llevará a una organización lógica por capítulos de la memoria.

1.2 Estructura del sistema

Las imágenes son procesadas de forma secuencial en tres niveles de computación a medida que entran al sistema. La estructura del sistema propuesto se muestra en la figura 1.1. Cada uno de estos tres niveles se analiza en detalle en los capítulos siguientes que constituyen el núcleo de la tesis. A continuación se describe brevemente el sistema.

1. *Nivel bajo:* En este nivel se extrae el conjunto de puntos que van a identificar al objeto. El conjunto de puntos incluye los puntos asociados a partes relevantes del objeto, concretamente esquinas o centros de aspectos circularmente simétricos. Para el caso de un vehículo, estos puntos van a ser puntos de su contorno, especialmente esquinas de la parte frontal o trasera, y también algunos interiores, por ejemplo del parabrisas. El proceso de detección de puntos relevantes se detalla en el capítulo 2.
2. *Nivel medio:* Posteriormente, sobre el conjunto de puntos detectados se aplica un procedimiento de correspondencia con los puntos extraídos en la imagen anterior, generando así la trayectoria de cada uno de los puntos relevantes a lo largo de la secuencia. La correspondencia de los puntos relevantes y agrupamiento se realiza completamente en el plano imagen. Cada agrupamiento representa el movimiento de cada uno de los cuerpos rígidos que se desplazan en la escena del mundo real independientemente uno de otro. Seguidamente se estiman las velocidades de los vehículos, que junto con las trayectorias definen por completo su evolución. Este nivel medio proporciona como información de salida la trayectoria y velocidad, ya en coordenadas del mundo real, de cada uno de los objetos

Capítulo 1. Introducción: Descripción del problema y objetivos.

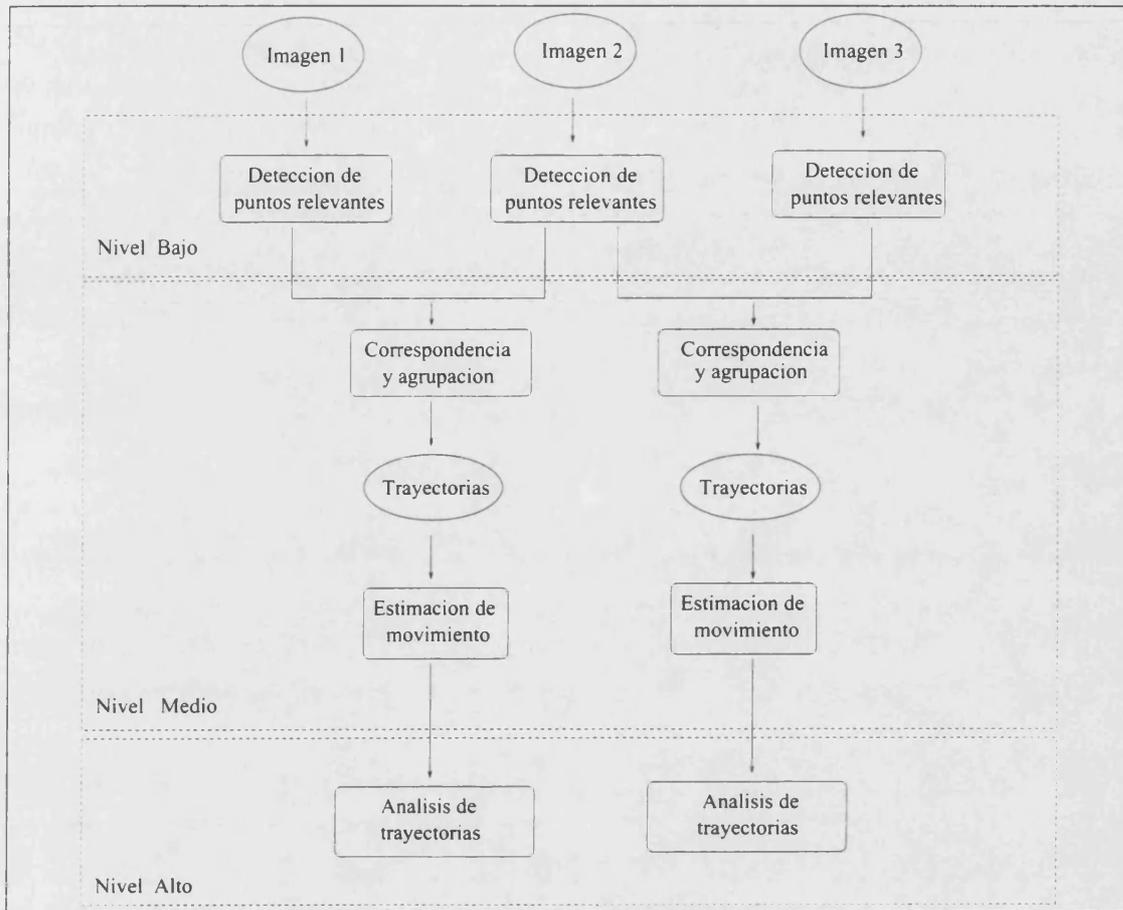


Figura 1.1: Las tres capas del sistema propuesto para el análisis de secuencias de imágenes

de la imagen. El procedimiento de correspondencia y de agrupamiento de puntos relevantes están íntimamente ligados y se describen en el capítulo 3. Para poder disponer de esta información en el sistema de referencia del mundo real, se ha tenido que realizar previamente una calibración de la cámara, que nos permite convertir coordenadas en el plano imagen (en *pixels*) a coordenadas en el mundo real (en metros) y viceversa. El método de calibración de la cámara se detalla en el capítulo 5.

3. *Nivel superior:* En este nivel se analiza e interpreta la evolución de los vehículos, en términos de desplazamientos laterales respecto al eje, velocidades, curvaturas y coeficientes de rozamiento movilizados.

La estructura propuesta es análoga a la sugerida por Ullman [Ull84] para la percepción humana. Las trayectorias en el nivel bajo forman la representación base

Capítulo 1. Introducción: Descripción del problema y objetivos.

para usar en procesos visuales. El nivel medio es un nivel estándar que puede ser aplicable a cualquier proceso de análisis de escenas, mientras que el nivel alto es un nivel que está ligado a cada aplicación en particular, pues es más específico y depende del objetivo final del sistema de análisis de imágenes.

En el capítulo 4 se realiza la revisión bibliográfica de los modelos de comportamiento de los vehículos hasta la fecha encontrados en la literatura, así como los factores que influyen en la evolución de los vehículos y cual es el comportamiento esperado según las hipótesis de diseño.

En el capítulo 5 se describe el dispositivo experimental, la metodología para la toma de datos y el escenario donde se han realizado las pruebas.

En el capítulo 6 se describe la base del método para la calibración de la cámara y se realiza un estudio de los errores cometidos en el proceso de conversión de coordenadas en el plano imagen a coordenadas en mundo real en 3 dimensiones.

El análisis estadístico y las conclusiones sobre las trayectorias, velocidades, curvaturas y coeficientes de rozamiento movilizados se detallan en el capítulo 7.

Para acabar, en el capítulo 8 se recopilan las conclusiones y se presentan las aportaciones del trabajo. También se subrayan los inconvenientes y limitaciones de los métodos desarrollados y además se comentan ciertas mejoras que bien, por exceder el alcance de lo previsto para esta tesis, o bien por no disponer del material adecuado, no han podido programarse pero que son una línea de trabajo abierta para el futuro.

Parte II

Extracción y encaje de puntos relevantes

Capítulo 2

Extracción de puntos relevantes

2.1 Introducción

Ya se ha comentado en la introducción del capítulo anterior que la detección de características 2-D (intersecciones de líneas, esquinas o aspectos circulares) proporciona una información crucial, siendo especialmente útil en la resolución del problema de correspondencia entre puntos en la detección de movimiento [DN81] [SJ84]. En particular, puntos como esquinas y circularidades proporcionan una gran cantidad de información local, imponiendo incluso más restricciones en los parámetros de movimiento que los puntos en los bordes, ya que un borde puede moverse en su propia dirección sin que localmente se observe diferencia alguna en los niveles de gris de la imagen, o moverse perpendicularmente a la imagen (hacia el observador). En una esquina, sólo esto último es posible. Por otro lado, la detección de características 2-D reduce la enorme cantidad de datos presentes en una imagen, sin eliminar información sobresaliente.

Es en este capítulo donde se describe como se lleva a cabo la extracción de las características 2-D en la imagen, que es la tarea encomendada al primer nivel de procesado en el sistema de análisis de imágenes propuesto (figura 1.1). La extracción implica la obtención de las posiciones en *pixels* de los puntos detectados en la imagen. Posteriormente, en el nivel intermedio se construirá la trayectoria de cada uno de estos puntos aplicando un algoritmo de correspondencia entre imágenes consecutivas en la secuencia.

En esta sección se introduce el concepto de punto relevante o de interés. En la sección 2.2 se revisan los métodos de detección de puntos relevantes encontrados en la literatura. En la sección 2.3 se propone un nuevo algoritmo para la detección

Capítulo 2. Extracción de puntos relevantes

de esquinas y centros de simetría circular basado en un análisis estadístico de las orientaciones del gradiente en un entorno del punto, supuesto esquina o centro de simetría circular.

El trabajar con datos de carácter cíclico (orientaciones) hace que las técnicas y distribuciones usadas en la estadística habitual deban ser ligeramente modificadas, por lo que creemos conveniente hacer una breve revisión en las secciones 2.4 y 2.5 de los métodos de manipulación de datos circulares, de la estimación de los parámetros de las distribuciones circulares con las que vamos a trabajar y de los tests de bondad de un ajuste para este tipo de distribuciones. En la sección 2.6 se demuestra que la distribución de las orientaciones del gradiente observadas en una arista se puede modelizar como una distribución de von Mises, en una esquina como una mixtura de dos distribuciones de von Mises y en un centro de un aspecto circular como una distribución uniforme. En la sección 2.7 se describe de forma detallada el algoritmo. En la sección 2.8 se realiza un estudio comparativo, respecto a la calidad de la salida, con otros detectores encontrados en la literatura. Las conclusiones se comentan en la sección 2.9.

Haralick [HL92] define las propiedades que debe cumplir un punto para que sea considerado como punto de interés o relevante:

1. *Distinguibilidad*: Los puntos deben ser claramente distintos, en el sentido de ser distinguibles de sus vecinos inmediatos. Esta condición requiere por lo tanto tener definida una medida o función de distinguibilidad entre puntos. Una forma de medir distinguibilidad es comparar la función de intensidad, dentro de una ventana centrada en el punto, con la función de intensidad de las ventanas centradas en puntos adyacentes. Se puede usar el coeficiente de correlación, de manera que, si el máximo de los coeficientes de correlación del punto con todos sus vecinos es pequeño, entonces el punto no es similar a todos sus vecinos y por lo tanto es un punto distinto.
2. *Invarianza*: La posición y la selección de puntos de interés debe ser invariante respecto a distorsiones geométricas. La invarianza y distinguibilidad son las propiedades más importantes, ya que influyen en los pasos siguientes del análisis.
3. *Estabilidad*: El punto debe continuar siendo detectado como relevante pese a pequeñas variaciones en el punto de vista, luminosidad de la escena, ruido o degradación de la imagen, etc.
4. *Unicidad*: La propiedad de unicidad es similar a la distinguibilidad, pero a nivel

Capítulo 2. Extracción de puntos relevantes

global, es decir, cada punto relevante debe ser distinguible de cualquier otro.

5. *Interpretabilidad*: Los puntos extraídos deben tener un significado respecto a la interpretación de la imagen, la estructura del objeto y de la escena en sí. Tales puntos deben estar asociados a esquinas, intersecciones de líneas, centros de círculos, anillos, etc.

Convencionalmente, una *esquina* se define como el punto de intersección o punto de unión entre dos o más líneas rectas correspondientes a bordes (i.e. bordes que tienen una discontinuidad a lo largo de una línea recta). Dos aspectos importantes están implícitos en esta definición: una esquina es también un punto del borde y una esquina aparece cuando hay un cambio en la dirección del borde.

Un *centro de un aspecto circularmente simétrico* se define como el punto tal, que para un cierto entorno suyo, existe una simetría radial en los niveles de gris de la imagen.

Según Mehrotra (1990) [MS90] un detector de puntos relevantes ideal debería poseer las siguientes características:

1. Todos los puntos de interés deben ser detectados.
2. Los puntos de interés deben estar bien localizados.
3. El detector no debe ser sensible al ruido.
4. No se deben detectar falsas esquinas.
5. En el caso de detectar esquinas, el detector debe proporcionar el ángulo que forman los bordes que convergen en ella.

La mayoría de los detectores de bordes no funcionan de forma eficiente en las esquinas (recuérdese que una esquina es también un punto del borde), ya que, o bien su respuesta es baja, o bien la precisión en la localización no es suficiente. Esto es debido a que las hipótesis o restricciones que se asumen en los detectores de bordes no se cumplen en el caso de esquinas. Estas hipótesis son [Can87]: primero, la intensidad varía linealmente en la dirección perpendicular al borde; segundo, la intensidad se puede describir como una función analítica y tercero, los bordes tienen extensión infinita. Como ejemplo, considérese el problema de detectar una esquina en la que convergen un borde horizontal y un borde vertical. Si usamos la derivada direccional de la gaussiana que detecta bordes horizontales, tenemos que la respuesta será el 50% en

Capítulo 2. Extracción de puntos relevantes

el punto esquina con respecto a un punto ideal en el borde. No se cumple la hipótesis de que el borde se extiende hasta el infinito, y la mitad de la máscara deja de tener aplicabilidad.

A causa de esta pobre respuesta de los detectores de bordes en esquinas, recientemente parte de la investigación se ha dirigido hacia la detección de esquinas aisladas o puntos de unión: uniones T, Y, X, L y $+$. A continuación se revisan los detectores de esquinas y aspectos circulares encontrados en la literatura.

2.2 Revisión de los detectores de puntos relevantes

Las técnicas de detección de esquinas se pueden agrupar en dos tipos: las técnicas que operan sobre imágenes binarias basadas en el análisis de arcos o curvas extraídos previamente mediante un preprocesado, y las técnicas que operan directamente sobre los niveles de gris de la imagen.

Los métodos del primer grupo implican una segmentación previa de la imagen en regiones, seguida de un análisis del contorno del objeto, que ha sido representado como un código de cadena. Rutkowski y Rosenfeld [RR78] proporcionan una buena comparación de estas técnicas de detección. Las esquinas son identificadas como aquellos puntos donde la dirección del contorno cambia bruscamente. Los inconvenientes que presentan estos métodos son: por un lado, el éxito o fallo en la detección de una esquina depende de la calidad del proceso de segmentación del paso anterior, y por otro lado, el factor tiempo. El coste computacional es excesivo, pues es un enfoque inherentemente secuencial.

Los métodos del segundo grupo intentan superar estas limitaciones trabajando directamente sobre la imagen en niveles de gris sin ninguna segmentación previa. A continuación, hacemos una breve revisión de los métodos más citados en la literatura, algunos de los cuales han sido a menudo tomados como referencia para comparar la eficiencia de un nuevo algoritmo.

Beaudet [Bea78] encontraba esquinas considerando la imagen en grises como una función bidimensional y calculando la curvatura gaussiana, el producto de las dos curvaturas principales. Las esquinas vienen definidas como puntos de máxima curvatura.

Dreschler y Nagel [DN81] detectaban esquinas calculando para cada *pixel* en la imagen la curvatura gaussiana. Esto implica hacer un ajuste polinomial cuadrático de los niveles de gris en una superficie y calcular la matriz hesiana (la curvatura gaussiana está definida como el producto de las curvaturas principales, valores propios de la

Capítulo 2. Extracción de puntos relevantes

matriz hesiana). Después, se determina en qué puntos hay un máximo o un mínimo de la curvatura. Un punto se etiqueta como esquina si se cumple: en primer lugar, que la máxima pendiente en el *pixel* se produce a lo largo de la línea que conecta un punto máximo y un mínimo de la curvatura gaussiana, y en segundo lugar que el nivel de gris en el punto de máxima curvatura es mayor que el nivel de gris en el punto de curvatura mínima.

Kitchen y Rosenfeld [KR82] investigaron también varias técnicas para la detección de esquinas en niveles de gris. Para cada *pixel* en la imagen se calcula una medida de oblicuidad y se aplica un umbral para obtener los puntos esquina. Sus mejores resultados fueron obtenidos para el caso en el que la medida de oblicuidad era definida como el producto de la magnitud del gradiente por el cambio de la dirección del gradiente, evaluado a partir de un ajuste polinómico cuadrático de los niveles de gris en una superficie.

Förstner [FG87] propone un modelo para dos tipos de puntos relevantes: esquinas y centros de aspectos circularmente simétricos, siendo el único autor que considera la detección de aspectos circularmente simétricos. El modelo supone que un número de segmentos rectos terminan en la misma área de la imagen y se intersectan en un punto desconocido, cuya posición es la esquina. Para detectar los puntos relevantes, se detectan los bordes que pasan a través de cada punto dentro de una ventana dada; por regresión, se encuentra el punto que minimiza el cuadrado de las distancias entre los bordes y dicho punto. La función a minimizar es la suma del cuadrado de las distancias, sopesada con el gradiente de módulos, lo que da cuenta del hecho de que los bordes más marcados deberían ser considerados más importantes. El algoritmo hace uso de dos parámetros: uno que da idea de la precisión promedio en el punto y es uno de los puntos más críticos del algoritmo, ya que cambios en la iluminación no sólo afectan la luminosidad (imagen original), sino también el contraste (imagen gradiente) ocultando de esta forma puntos relevantes perfectamente visibles en imágenes claras. El otro parámetro mide la circularidad de la elipse de error centrada en el punto en cuestión; valores pequeños indican un borde pronunciado que cruza la ventana, por tanto puntos con tales valores deben ser despreciados pues no son ni esquinas ni aspectos circulares. De acuerdo a estas consideraciones, sólo puntos con parámetros más altos que ciertos umbrales serán seleccionados. El tipo del punto, esquina o circular, se puede determinar por medio de un F-test sobre los valores de la función que se ha minimizado.

Haralick [HL92] propone tres métodos diferentes para la detección de esquinas:

1. Cambio incremental a lo largo de la línea tangente. Se consideran dos puntos P_1

Capítulo 2. Extracción de puntos relevantes

y P_2 muy próximos al punto P , que es posible esquina, a lo largo de la dirección perpendicular al gradiente, o lo que es igual, a lo largo de la línea tangente al borde. El punto es aceptado como esquina si los tres puntos son puntos del borde y el cambio en la dirección del gradiente entre los dos puntos P_1 y P_2 es mayor que un cierto umbral.

2. Cambio incremental a lo largo de la línea del contorno. En este caso los dos puntos próximos al punto en cuestión pertenecen al contorno. Un punto es aceptado como esquina si se cumplen las mismas condiciones que en el caso anterior.
3. La tasa de cambio instantáneo. La tasa de cambio instantáneo se calcula como la derivada direccional de la orientación del gradiente a lo largo de la dirección del borde. Si la derivada es mayor que un cierto umbral y el punto pertenece al borde, entonces el punto es un punto esquina.

De los tres procedimientos, el primero es el más simple de calcular, y el segundo el más complejo y es el que mejor calidad de la salida tiene, seguido del primero, a pesar de ser más sencillo que el tercero. Haralick compara su método con el de Kitchen-Rosenfeld y Dreschler-Nagel y muestra que funciona mejor que ambos, seguido del método de Kitchen-Rosenfeld. El de Dreschler-Nagel es el peor, por ser el más sensible al ruido.

Wang y Brady [WB92] consideran una imagen en grises como una superficie cuya curvatura es proporcional a la segunda derivada a lo largo de la tangente al borde y es inversamente proporcional a la magnitud de la imagen gradiente en el borde. Las esquinas están definidas como puntos en los que la curvatura es mayor que un cierto umbral y alcanza un máximo local. Sin embargo, en presencia de ruido elevado, la supresión de falsas esquinas no es suficiente para evitar las falsas respuestas en bordes diagonales marcados.

Cooper [CV93] usa similaridad entre regiones a lo largo de la dirección del borde. Una esquina viene definida como un punto donde la similaridad entre regiones es baja. Como función de similaridad usa la suma acumulativa de los valores absolutos de la diferencia de los niveles de gris de los puntos en dos ventanas centradas en dos puntos consecutivos del contorno. Cooper muestra que el método propuesto es más robusto al ruido que el método de Kitchen y Rosenfeld.

Lee [LZ96] formula el problema de detección de esquinas como un problema de clasificación de patrones. La medida de oblicuidad de un punto viene definida en términos de la magnitud y de la orientación del gradiente. El vector de características

tiene por tanto dos componentes: la primera, la magnitud del gradiente y la segunda, la orientación del borde. El espacio de características es dividido en dos regiones: la clase esquinas y la clase no-esquinas. A partir de un conjunto de entrenamiento estima la función de densidad de probabilidad condicionada y diseña un clasificador de Bayes que minimiza el error medio total en la clasificación. Los resultados de la simulación sobre imágenes sintéticas muestran que el método propuesto proporciona los mismos resultados que el de Cooper para el caso en que se introduzca un ruido gaussiano, y es más robusto para el caso de ruido puntual. El inconveniente de este método es que requiere información a priori, el conjunto de entrenamiento, lo que conlleva que su funcionamiento sea mejor, en detrimento de que su aplicación sea limitada, pues no en todos los casos se dispone de información a priori de las muestras.

En la sección 2.3 se presenta un nuevo método para la detección de esquinas y centros de aspectos circularmente simétricos. Este método se engloba dentro del segundo grupo de técnicas, las que operan directamente sobre los niveles de gris de la imagen, sin ninguna segmentación previa. El método es comparado con otros métodos encontrados en la literatura, en términos de calidad de la salida: el de Cooper, Förstner, Kitchen-Rosenfeld y Beaudet, usando las imágenes sintéticas introducidas por Cooper.

Pasamos pues a describir las bases de este nuevo método de detección de puntos relevantes, que constituye una de las aportaciones, a nuestro juicio, más significativas de este trabajo.

2.3 Un método estadístico de detección de puntos relevantes: descripción preliminar

La base del método consiste en la aplicación de un análisis estadístico a las orientaciones del gradiente en un entorno circular del punto, supuesto esquina o aspecto circularmente simétrico.

Antes de pasar a describir el método en detalle conviene definir y recordar algunos conceptos que utilizaremos en adelante.

Consideremos un punto (x, y) de la imagen y un entorno circular $N_M(x, y)$ de radio M centrado en el punto. $N_M(x, y)$ está definido como el conjunto de puntos (x', y') tales que $\|(x, y) - (x', y')\| < M$.

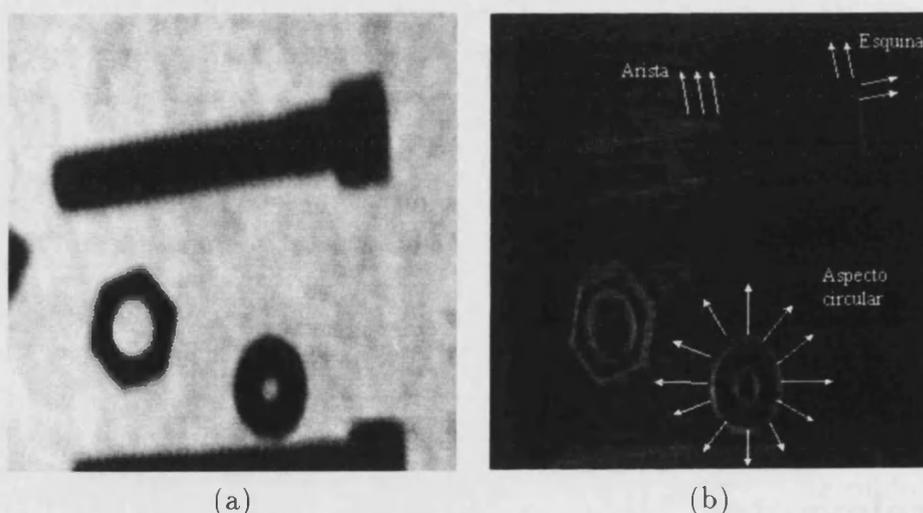
Las *aristas* están definidas como el lugar geométrico de los puntos (x, y) de la

Capítulo 2. Extracción de puntos relevantes

imagen cuyo gradiente es no nulo y tiene una orientación constante, θ , en el entorno $N_M(x, y)$.

Las *esquinas* están definidas como el lugar geométrico de los puntos (x, y) de la imagen cuyo gradiente es no nulo y en el entorno circular $N_M(x, y)$ aparecen dos orientaciones fijas del mismo, θ_1 y θ_2 , correspondientes a los dos bordes que convergen en esa esquina. Esta definición se puede generalizar para el caso en que converjan n aristas, en el que tendremos las n orientaciones $\theta_1, \dots, \theta_n$ asociadas a los n bordes. En el límite de que $n \rightarrow \infty$ se trata de un *aspecto circularmente simétrico* y tendríamos infinitas orientaciones. Notesé que en este caso el gradiente en el propio punto sería nulo.

La figura 2.3 muestra el resultado de aplicar el gradiente a una imagen y la distribución de orientaciones en un entorno circular de un punto de una arista, de una esquina y de un centro de un aspecto circularmente simétrico.



Según lo anterior, el paso lógico a seguir es calcular y analizar la distribución de orientaciones del gradiente en un entorno del punto. Si se trata de una arista la distribución estará claramente acumulada en torno a una única orientación dada, que será perpendicular a la arista ¹. Si se trata de una esquina, en la que convergen dos aristas, la distribución de orientaciones será una distribución bimodal, cada modo corresponderá a una arista. En general, aparece un nuevo modo en la distribución por cada arista que converge en la esquina. Además, en la situación ideal, y si el

¹Recuérdese que la orientación del gradiente es siempre perpendicular al borde, por lo que es equivalente hablar de la orientación del gradiente o de la arista, excepto por un desfase de 90 grados entre ellas

entorno del punto es circular, los valores para los máximos de las distribuciones son iguales, pues tenemos el mismo número de *pixels* de la arista en la máscara para cada orientación. En el caso de que se trate de un aspecto circular la distribución de orientaciones será uniforme.

Las orientaciones del gradiente son valores estadísticos un tanto especiales. su carácter cíclico hace que las técnicas y distribuciones usadas en la estadística habitual deban ser ligeramente modificadas, por lo que creemos conveniente hacer una pequeña revisión. En la siguiente sección se describen los métodos de manipulación de datos circulares, estimación de los parámetros de las distribuciones circulares con las que vamos a trabajar y los tests de bondad de un ajuste para este tipo de distribuciones.

Se demuestra que los datos de las orientaciones del gradiente para el caso de un aspecto circular siguen la distribución circular uniforme. Para el caso de una arista, se estiman los parámetros de la distribución: media y dispersión; y se contrasta que se trata de una distribución de von Mises. Finalmente, para el caso de una esquina se muestra que se trata de una mixtura de dos distribuciones de von Mises, obteniéndose la media y dispersión de cada una de las distribuciones.

El proceso de contraste de hipótesis es realizado a partir de datos de orientaciones obtenidos sobre imágenes de laboratorio.

2.4 Introducción a los datos circulares

2.4.1 La dirección media

Para determinar la dirección media de un conjunto de n datos circulares se toma cada una de las observaciones como si fuera equivalente a un vector unitario en la dirección dada. Si disponemos los n vectores unitarios extremo con extremo, obtenemos un único indicador de la dirección media de los vectores.

La figura 2.1 muestra dos vectores unitarios correspondientes a las direcciones θ_1 y θ_2 . El vector asociado a θ_i produce un desplazamiento en y_i igual a $\cos(\theta_i)$ y un desplazamiento en x_i igual a $\sin(\theta_i)$, por tanto el efecto resultante en el eje y es un incremento de $Y = y_1 + y_2 = \sum_i \cos(\theta_i)$ y en eje x de $X = x_1 + x_2 = \sum_i \sin(\theta_i)$.

El vector resultante equivalente tiene longitud R y dirección $\bar{\theta}$, que vienen dadas por las expresiones:

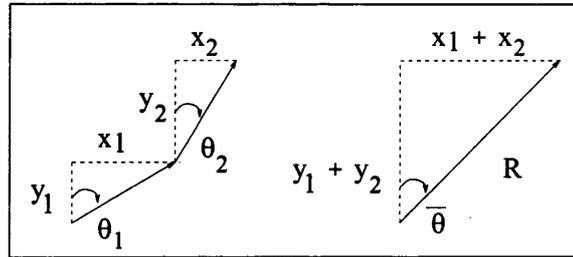


Figura 2.1: Cálculo de la dirección media

$$R^2 = X^2 + Y^2 = \left(\sum_i \cos(\theta_i)\right)^2 + \left(\sum_i \sin(\theta_i)\right)^2 \quad (2.1)$$

$$\bar{\theta} = \arctan\left(\frac{\sum_i \sin \theta_i}{\sum_i \cos \theta_i}\right) = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right) \quad (2.2)$$

con $i = 1, \dots, n$. Naturalmente, el caso de $R = 0$ corresponde a la situación en la que no tenemos una dirección preferente porque los datos se cancelan unos a otros y $\bar{\theta}$ no está definida.

2.4.2 La varianza circular

Si las n observaciones tienen todas la misma dirección, entonces los n vectores serán colineales y por tanto en este caso, $R = n$. Por el contrario, si no existe una dirección preferente los vectores se cancelan unos a otros y entonces $R = 0$. De manera que, para distribuciones unimodales, el tamaño de R da una indicación del grado de concentración de las observaciones individuales en torno a una dirección preferente: cuánto mayor es el valor de R , mayor es la concentración.

El valor de R depende del número de observaciones n , por tanto es natural estandarizar este valor dividiendo por n . Se define $\bar{R} = R/n$ como una medida de la concentración. Mardia [Mar72] define la varianza circular como $Var = 1 - \bar{R}$.

2.5 Distribuciones circulares

En esta sección se introducen las distribuciones circulares que vamos a utilizar, en concreto, la distribución circular uniforme y la distribución de von Mises.

2.5.1 La distribución circular uniforme

La situación más sencilla para describir datos circulares se da cuando no existe una dirección preferente y todas las direcciones son equiprobables. Si tenemos 360 orientaciones posibles la función de densidad de probabilidad es:

$$f_U(\theta) = \frac{1}{360} \quad (2.3)$$

es decir, constante $\forall \theta$.

Veamos cual es el valor esperado de R para esta distribución. Sea $x_i = \sin(\theta_i)$ y $y_i = \cos(\theta_i)$, siendo θ_i observaciones independientes de una distribución uniforme. Entonces $E(X_i) = E(Y_i) = 0$, y como $x_i^2 = (1 - \cos(2\theta_i))/2$ y $y_i^2 = (1 + \cos(2\theta_i))/2$, tenemos que $E(X_i^2) = E(Y_i^2) = 1/2$. Podemos por tanto escribir:

$$X^2 = \left(\sum_i X_i\right)^2 = \sum_i X_i^2 + \sum_j \sum_k X_j X_k$$

y puesto que todos los pares (X_j, X_k) son independientes uno de otro:

$$E(X^2) = n \frac{1}{2} + 0 = \frac{n}{2}$$

De igual forma se cumple para Y^2 . De manera que:

$$E(R^2) = E(X^2 + Y^2) = \frac{n}{2} + \frac{n}{2} = n$$

Como el valor medio de R^2 es n , el valor medio de R debe ser próximo a \sqrt{n} . Se puede demostrar que:

$$E(R) \simeq \frac{1}{2} \sqrt{n\pi}$$

2.5.2 La distribución de von Mises

La alternativa más obvia a la uniformidad es el caso en el que la distribución sólo tiene una dirección preferente, la distribución de von Mises. Fue propuesta por el matemático del mismo nombre en 1918. La función de densidad de la distribución de von Mises es:

$$f_{vm}(\theta) = c_{vm} e^{\kappa \cos(\theta - \mu)} \quad (2.4)$$

Capítulo 2. Extracción de puntos relevantes

con $c_{vm} = \frac{1}{360I_0(\kappa)}$, una constante de normalización. $I_0(\cdot)$ es la función de Bessel modificada de primer tipo de orden 0. La función de densidad es simétrica respecto de μ que es a la vez la media y la moda. El parámetro κ es una medida de la concentración de la distribución en torno a la dirección media μ . El mínimo valor de κ es 0 en cuyo caso $c_{vm} = \frac{1}{360}$, y la distribución degenera en la uniforme.

En la figura 2.2 se puede apreciar la forma que tiene una distribución de von Mises. Conforme se incrementa el valor de κ , la distribución se compacta alrededor de la dirección preferente μ .

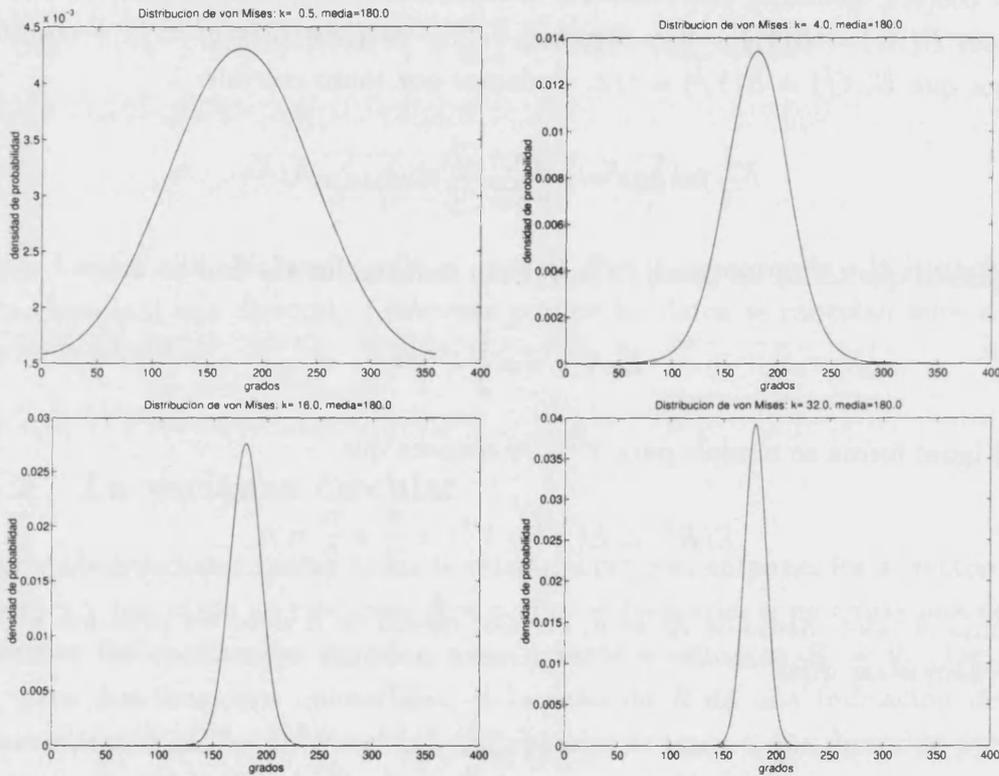


Figura 2.2: Variación de la distribución de von Mises en función del parámetro de dispersión κ

Para valores grandes de κ la forma de la función de densidad se asemeja a una distribución normal, de hecho algunos autores la llaman distribución circular normal. Se puede demostrar que para $\kappa > 3$, la variable z_3 definida como:

$$z_3 = \sqrt{\kappa}(\theta - \mu)$$

sigue aproximadamente una distribución normal de media 0 y varianza 1.

Estimación de los parámetros de la distribución de von Mises

La distribución de von Mises tiene dos parámetros: μ y κ . El parámetro μ es fácil de estimar a partir de las muestras, calculando la dirección preferente $\bar{\theta}$ (usando la ecuación 2.2) y tomando $\bar{\theta}$ como el mejor estimador de μ . De hecho, éste es el estimador de máxima verosimilitud para μ .

La determinación de κ no es tan directa, ya que el método de máxima verosimilitud proporciona un valor que está sesgado considerablemente. Se puede demostrar [Sch78] que un buen estimador es la solución a la ecuación

$$nA(\kappa) = RA(R\kappa) \quad (2.5)$$

siendo $A(\cdot) = \frac{I_1(\cdot)}{I_0(\cdot)}$. En donde $I_0(\cdot)$ y $I_1(\cdot)$ son las funciones de Bessel modificadas de orden 0 y 1, respectivamente.

Mixturas de distribuciones de von Mises

El caso más general de una mixtura de n distribuciones de von Mises viene dado por la expresión:

$$f(\theta) = \sum_{i=1}^n \frac{p_i}{2\pi I_0(\kappa_i)} e^{\kappa_i \cos(\theta - \mu_i)} \quad \text{con } n \geq 2 \quad (2.6)$$

donde μ_i representa el vector de medias; κ_i mide la concentración alrededor de μ_i y $I_0(\kappa_i)$ es la función de Bessel de primer tipo de argumento imaginario (un factor de normalización). Los valores p_i son las proporciones de las mixturas ([EH81]).

La figura 2.3 muestra el caso más sencillo de una mixtura de dos distribuciones de von Mises con $\kappa = 4$, $p=0.5$, y medias $\mu_1 = 90$ y $\mu_2 = 250$.

Estimación de los parámetros de una mixtura de distribuciones de von Mises

Definimos el vector de parámetros $\Phi = (\mu_1, \kappa_1; \dots; \mu_n, \kappa_n)$. Nuestro problema es estimar estos parámetros a partir del conjunto de orientaciones observadas. Notesé que, si la vecindad $N_M(x, y)$ considerada es circular, podemos asumir que $p_i = 1/n \quad \forall i = 1 \dots n$ satisfaciendo la restricción $\sum_{i=1}^n p_i = 1$. El vector de parámetros a estimar es $\Phi = (\mu_1, \dots, \mu_n, \kappa_1, \dots, \kappa_n)$. El método de máxima verosimilitud proporciona como estimador de estos parámetros aquellos que son los más probables dado el conjunto

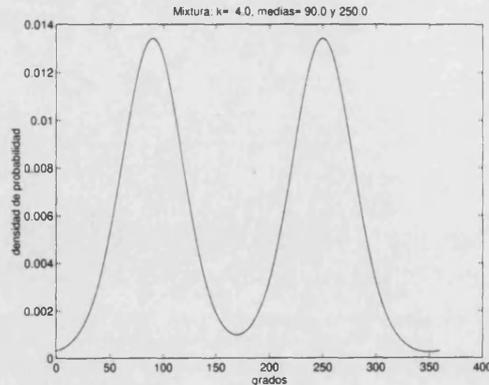


Figura 2.3: Mezcla de dos distribuciones de von Mises

de muestras observado. El logaritmo de la función de verosimilitud se puede expresar como:

$$\lambda(\phi) = \log L(\Phi) = \sum_{i=1}^n \log f(\theta_i, \phi) \quad (2.7)$$

donde $(\theta_1, \dots, \theta_n)$ son las orientaciones del gradiente observadas.

La estimación de estos parámetros pasa por obtener las primeras derivadas de la función de verosimilitud; debido a su naturaleza no lineal no se pueden obtener de forma analítica, pero sí mediante métodos numéricos. Se ha elegido el método de Newton-Raphson [PFTV86] para la resolución. Como valores iniciales se ha tomado los valores de los máximos por inspección directa del histograma de las distribuciones de orientaciones observadas.

La estimación del vector de medias (μ_1, \dots, μ_n) proporciona las direcciones de los bordes que convergen en esa unión; ninguno de los métodos descritos en la literatura para la detección de esquinas proporciona esta estimación. Además, los valores de κ también proporcionan una estimación del error en las medias.

2.6 Estimación de las distribuciones y contraste de hipótesis

En esta sección se demuestra que la distribución de las orientaciones del gradiente observadas en una arista se puede modelizar como una distribución de von Mises, en una esquina como una mezcla de dos distribuciones de von Mises y en un aspecto

circular como una distribución uniforme. En cada caso se estiman los parámetros que definen las distribuciones: las medias y las dispersiones.

Para contrastar estas hipótesis se han utilizado tres tests, que se describen en el apéndice A. Estos tests pueden ser aplicados para evaluar la bondad de un ajuste de una distribución, cuando la hipótesis alternativa a la uniformidad puede ser cualquier otra.

La tabla 2.1 resume las características de estos tests en términos de dificultad de cálculo y de potencia ² :

Test	Dificultad de cálculo	Potencia
Chi-squared	Moderada	Bastante alta
Kuiper	Bastante Difícil	Alta
Hermans-Rasson	Bastante fácil	Alta

Tabla 2.1: Tests de uniformidad

Veamos ahora como se aplican estas ideas a nuestro problema. En particular, cuáles son los datos que van a ser objeto de tratamiento estadístico y qué hipótesis se van a contrastar.

2.6.1 Aspecto circular

Sean (x, y) las coordenadas de un punto de la imagen. Como ya dijimos en el caso de que se trate de un aspecto circular, la distribución de orientaciones del gradiente en un entorno circular $N_M(x, y)$ del punto debe seguir una distribución uniforme. Por tanto, definimos la hipótesis nula H_0 que queremos contrastar como:

H_0 : La distribución de orientaciones en un entorno circular $N_M(x, y)$ del punto (x, y) es uniforme.

La hipótesis se contrastó sobre una imagen real de laboratorio en la que aparecen fichas de dominó que presentan aspectos circulares. La imagen y el histograma de las orientaciones observadas se muestran en la figura 2.4 y 2.5, respectivamente.

Se aplicó el test de Hermans-Rasson [HR85] y el test Chi-cuadrado [Mor85] para contrastar la uniformidad. El valor obtenido para el estadístico del test de Hermans-Rasson fue $H = 0.11$. Según la tabla A.1 del apéndice A, el valor del estadístico no

²La potencia de un test viene definida como la probabilidad de que la hipótesis sea rechazada cuando ésta es falsa

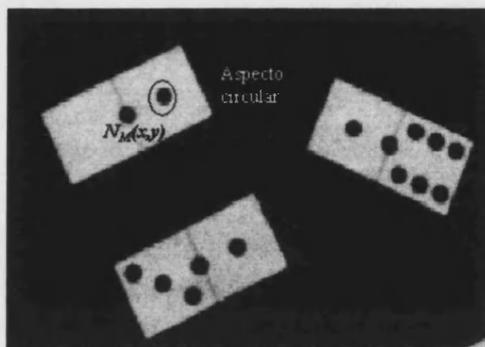


Figura 2.4: Aspecto circular en imagen de laboratorio

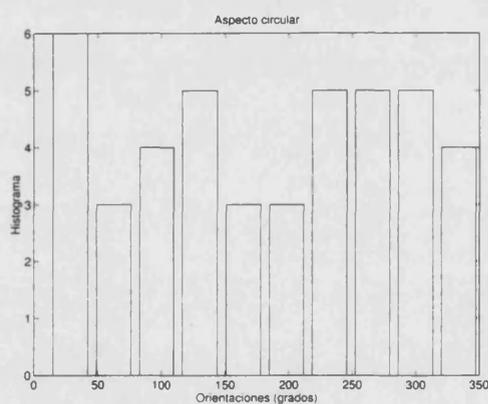


Figura 2.5: Histograma de orientaciones correspondiente a un aspecto circular

llega a superar el valor crítico para el 10% de nivel de significación con lo cual no podemos rechazar la hipótesis de uniformidad. Para el test Chi-Cuadrado se obtuvo un valor del estadístico $Q = 1.46$, alcanzándose un nivel de significación mayor del 95%. Por tanto, según el resultado de ambos tests, se puede aceptar que la hipótesis nula es verdadera, es decir, la distribución de orientaciones en un aspecto circular es una distribución uniforme.

Se calculó el valor de R normalizado al número de datos según la expresión 2.1, el valor que se obtuvo fue de 0.02, un valor muy bajo lo que confirma que no existe ninguna dirección preferente en los datos de las orientaciones.

2.6.2 Arista

Sean (x, y) las coordenadas de un punto de la imagen. Como ya dijimos, en el caso de que se trate de una arista, la distribución de orientaciones en un entorno circular

Capítulo 2. Extracción de puntos relevantes

del punto debe estar claramente acumulada en torno a una única orientación dada, la perpendicular a la orientación de la arista. Con lo cual, definimos la hipótesis nula H_0 que queremos validar como:

H_0 : La distribución de orientaciones en un entorno circular $N_M(x, y)$ del punto (x, y) es una distribución de von Mises.

Para contrastar esta hipótesis se siguió el mismo proceso que para el caso anterior. Se obtuvieron los valores de las orientaciones en un entorno circular de un punto arista en la imagen de laboratorio. La imagen 2.6 y la figura 2.7 muestran un punto arista y su histograma correspondiente.

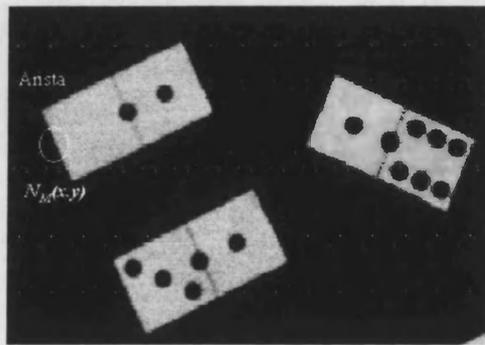


Figura 2.6: Arista en imagen de laboratorio

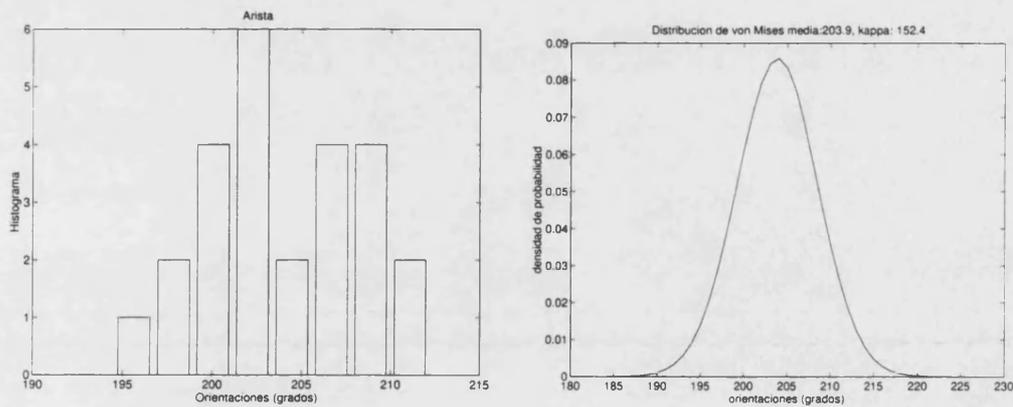


Figura 2.7: Histograma de orientaciones correspondiente a una arista y la distribución de von Mises asociada

Se aplicó el test de Kuiper [Kui60] para contrastar la hipótesis nula. El valor del estadístico que se obtuvo fue $K = 0.90$ que no supera el valor crítico para el 10% del nivel de significación, según la tabla A.2 del apéndice A, con lo que no se puede

Capítulo 2. Extracción de puntos relevantes

rechazar la hipótesis nula. Por tanto, la distribución de orientaciones en una arista es una distribución de von Mises.

Se aplicaron las ecuaciones 2.2 y 2.5 para obtener los parámetros κ y θ . Los valores que obtuvimos fueron $\kappa = 152$ y $\theta = 204$. El valor para fue $R = 0.99$, lo cual ratifica, junto con el alto valor de κ , que la distribución está muy compactada alrededor de la media.

2.6.3 Esquina

Sean (x, y) las coordenadas de un punto de la imagen. En el caso de que se trate de una esquina la distribución de orientaciones en un entorno circular del punto debe estar claramente acumulada en torno a dos orientaciones dadas, i.e., las perpendiculares a los bordes que convergen en la esquina. Definimos la hipótesis nula H_0 que queremos contrastar como:

H_0 : La distribución de orientaciones en un entorno circular $N_M(x, y)$ del punto (x, y) es una mixtura de dos distribuciones de von Mises.

Para contrastar esta hipótesis se siguió el mismo proceso que para los dos casos anteriores. Se tomó un punto esquina y se aplicó el test para validar la hipótesis nula. Los valores de las orientaciones en un entorno circular de una esquina y su histograma se muestran en las figuras 2.8 y 2.9, respectivamente.

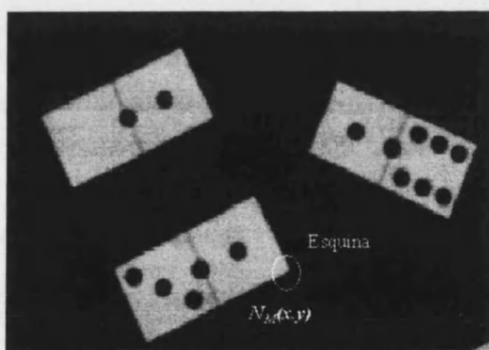


Figura 2.8: Esquina en imagen de laboratorio

Se aplicó el test de Kuiper para contrastar la hipótesis nula. El valor del estadístico que se obtuvo fue $K = 1.12$, que no supera el valor crítico para el 10% del nivel de significación, según la tabla A.2 del apéndice A, con lo que no se puede rechazar la hipótesis nula. De manera que, la distribución de orientaciones en una esquina es una mixtura de dos distribuciones de von Mises.

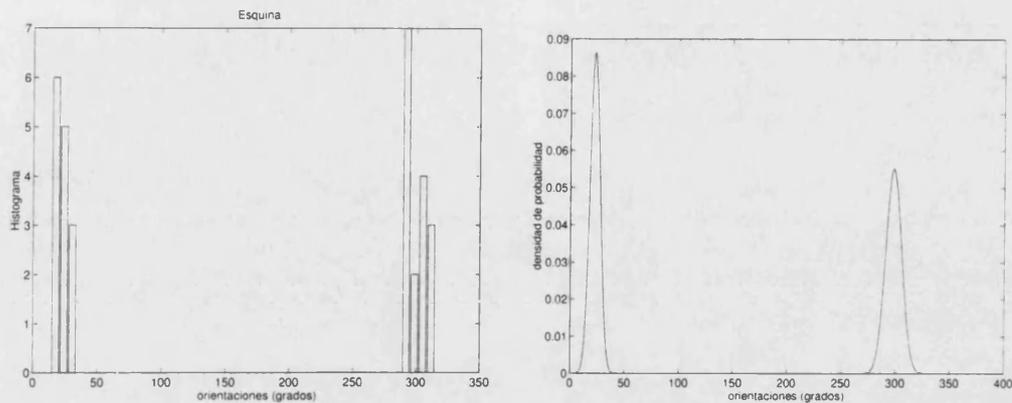


Figura 2.9: Histograma de orientaciones correspondiente a una esquina y la mixtura de dos distribuciones de von Mises asociada

Se aplicó el método de Newton-Raphson para estimar los parámetros de la mixtura de distribuciones como se explica en la sección 2.5.2. Los valores que se obtuvieron para los parámetros de las dos distribuciones, para el caso particular de la figura 2.8, fueron: para la primera distribución $\mu_1 = 298.5$ y $\kappa_1 = 63.5$; y para la segunda distribución $\mu_2 = 22.7$ y $\kappa_2 = 155.2$. Se puede obtener un valor para el ángulo formado por las aristas que convergen en el punto, este es de $360 - 275.8 = 83.2$ grados aproximadamente. Si la ficha fuera perfecta su valor real debería ser de 90 grados; parte del error se debe a la distorsión sufrida en la captura y en la corrección de aspecto, por lo que el método proporciona una buena estimación para los ángulos entre aristas.

2.7 Descripción detallada del algoritmo

Sea (x, y) un punto en la imagen y $N_M(x, y)$ una vecindad circular de radio M centrada en (x, y) , cuyos elementos denotaremos por (x', y') . Entonces, el razonamiento en secciones anteriores sugiere el siguiente algoritmo para detectar aristas, esquinas o centros de aspectos circularmente simétricos:

Fijar un nivel de significación, α

para cada punto en la imagen (x, y)

Calcular la orientación del gradiente $\forall (x', y') \in N_M(x, y)$

si la magnitud del gradiente $|\nabla f(x, y)| > E$ **entonces**

Estimar el número de máximos n de la distribución de orientaciones

si $n = 1$ **entonces**

Estimar los parámetros κ y μ

Contrastar la hipótesis nula "La distribución de orientaciones es una distribución de von Mises"

si esta hipótesis no puede ser rechazada con un nivel α **entonces**

(x, y) es un punto de una arista

fin **si**

sino

Estimar el vector de parámetros $\phi = (\kappa_1, \kappa_2, \mu_1, \mu_2)$

Contrastar la hipótesis nula "La distribución de orientaciones es una mezcla de dos distribuciones de von Mises con parámetros ϕ "

si esta hipótesis no puede ser rechazada con un nivel α **entonces**

(x, y) es un punto de unión donde convergen dos aristas

sino

(x, y) es un punto de unión donde convergen $n > 2$ aristas

fin **si**

fin **si**

sino

si $\{(x', y') \in N_M(x, y); |\nabla f(x', y')| > E\} \neq \emptyset$ **entonces**

Contrastar la hipótesis nula "La distribución de orientaciones es uniforme"

si esta hipótesis no puede ser rechazada con un nivel α **entonces**

(x, y) es el centro de un aspecto circularmente simétrico

fin **si**

fin **si**

fin **para**

fin **para**

El test estadístico de Hermans-Rasson [HR85] se usa para contrastar la hipótesis de uniformidad y el test de Kuiper [Kui60] se usa para verificar si la mixtura ha sido correctamente especificada. Estos tests son bastante potentes desde el punto de vista estadístico y su coste computacional es respectivamente lineal y cuadrático con el número de observaciones. La estimación empírica del número de modas se ha realizado por inspección del histograma de orientaciones suavizado. Everett [EH81] sugiere métodos más sofisticados, pero como muestran los resultados experimentales, el método usado es suficiente. La estimación del vector de parámetros $\phi = (\kappa_1, \dots, \kappa_n, \mu_1, \dots, \mu_n)$ con $n > 2$ se puede hacer usando técnicas más sofisticadas.

2.8 Resultados experimentales

Para comprobar la eficiencia del algoritmo desarrollado se ha aplicado sobre la imagen sintética introducida por Cooper [CV93]. El contraste de la imagen ha sido reducido de forma progresiva desde la parte de arriba hasta la parte de abajo de la imagen. La imagen ha sido suavizada convolucionándose con un kernel gaussiano ($\sigma = 0.5$), para simular el proceso de suavizado introducido por el sistema de captura; después se ha añadido ruido para contrastar la robustez del algoritmo. Para comparar el error de detección del detector se ha seguido el criterio de Cooper. Según este criterio asociamos un área de detección de 5×5 *pixels* centrada en la esquina verdadera, de manera que, si la esquina detectada está dentro de este área, admitiremos que está correctamente detectada. Cualquier esquina detectada fuera de esta región es etiquetada como una detección falsa positiva (FP), si la esquina no es detectada se la etiqueta como una detección falsa negativa (FN). También se ha utilizado un criterio más restrictivo usando una ventana de tamaño 3×3 *pixels*, obteniéndose casi los mismos resultados.

La tabla 2.2 muestra las esquinas falsas negativas y falsas positivas para los métodos de Förstner, Cooper, Kitchen y Rosenfeld, Beaudet y el detector estadístico, para la imagen sintética usada por Cooper. Como se puede observar el algoritmo propuesto proporciona mejores resultados que cualquier otro y es más robusto al ruido gaussiano. El símbolo (-) representa datos no dados en la bibliografía.

Capítulo 2. Extracción de puntos relevantes

Imagen con ruido	Cooper esquinas		Förstner esquinas		Kit-Ros esquinas		Beaudet esquinas		Det. Estad. esquinas		Det. Estad. circularidades	
	FP	FN	FP	FN	FP	FN	FP	FN	FP	FN	FP	FN
$\sigma = 6$	17	18	18	44	17	33	18	14	0	0	0	0
$\sigma = 10$	-	-	-	-	-	-	-	-	3	1	0	0
$\sigma = 15$	43	15	45	56	43	52	41	42	22	9	0	3

Tabla 2.2: Error en términos de Falsos Positivos (FP) y Falsos Negativos (FN)

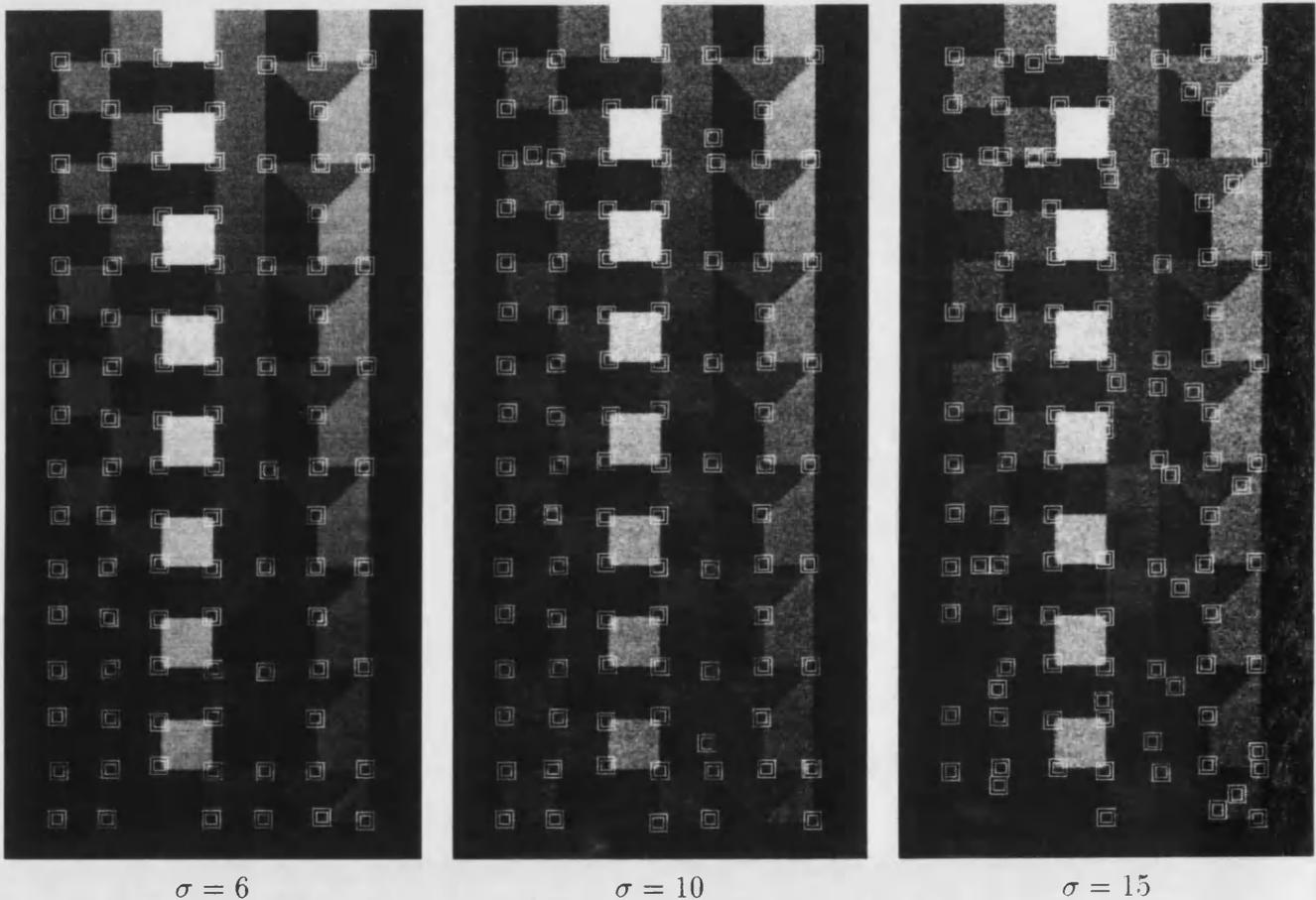


Figura 2.10: Resultado de la detección de esquinas en imágenes con ruido

Como último paso del algoritmo, sobre las imágenes construidas situando en cada *pixel* el valor del estadístico usado para su test, se ha realizado una supresión de no-máximos locales. Los máximos locales son definidos como los puntos que cumplen las tres características siguientes: su valor del estadístico es mayor que un umbral predeterminado, los máximos locales tienen un valor mayor o igual que los de los puntos vecinos que se encuentran en un cierto entorno, y finalmente no deben estar

Capítulo 2. Extracción de puntos relevantes

conectados en el sentido de 8-conectividad.

Para evaluar la eficiencia del algoritmo en la detección de aspectos circulares, se llevó a cabo un segundo test. Al no encontrar referencias en la literatura de imágenes estándares para la detección de aspectos circulares, se construyó una imagen sintética con circularidades siguiendo el mismo método que Cooper. La imagen se suavizó convolucionándose con un kernel gaussiano ($\sigma = 0.5$), para simular el proceso de suavizado introducido por el sistema de captura; después se añadió el mismo ruido que en el caso anterior. El contraste de la imagen también se redujo de forma progresiva desde la parte de arriba hasta la parte de abajo de la imagen.

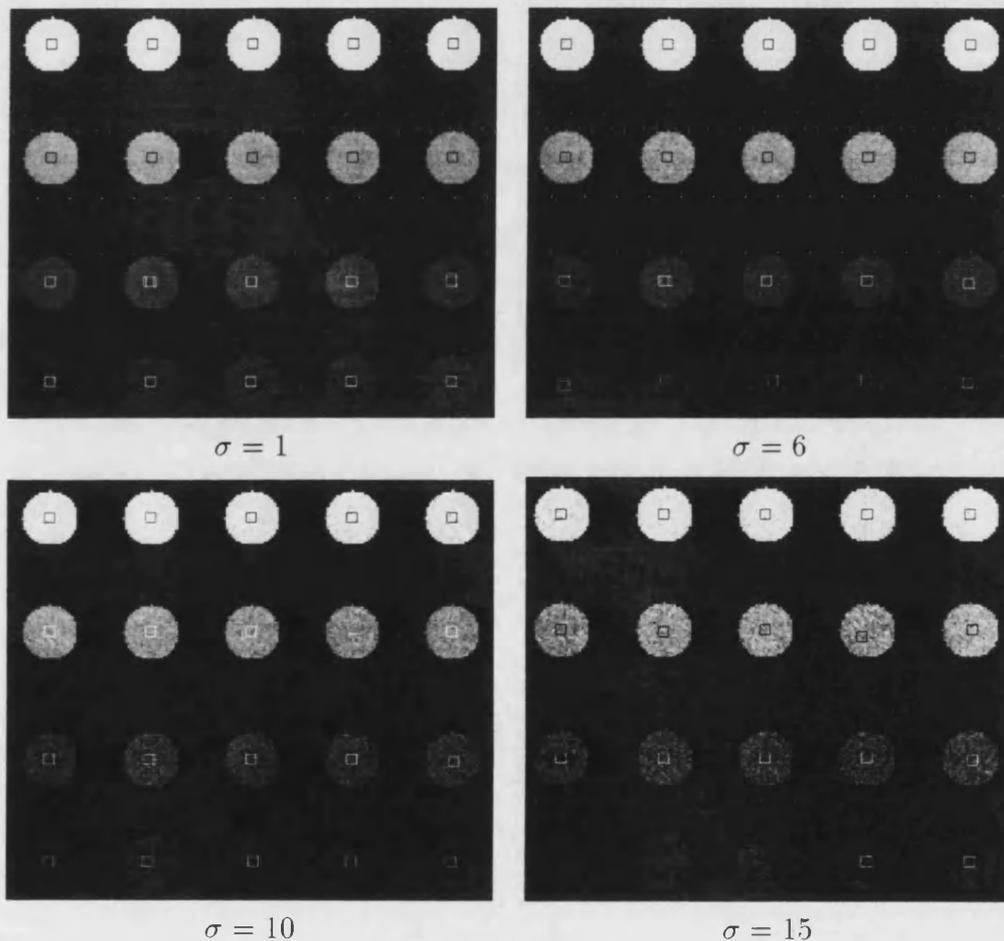


Figura 2.11: Resultado de la detección de circularidades en imágenes con ruido

Capítulo 2. Extracción de puntos relevantes

Una imagen real tomada en el laboratorio conteniendo fichas del juego del dominó se usó como test, con resultados casi perfectos. Los cuadrados menores y mayores dibujados alrededor de cada punto detectado tienen un lado de longitud de 3 y 5 *pixels*, respectivamente.

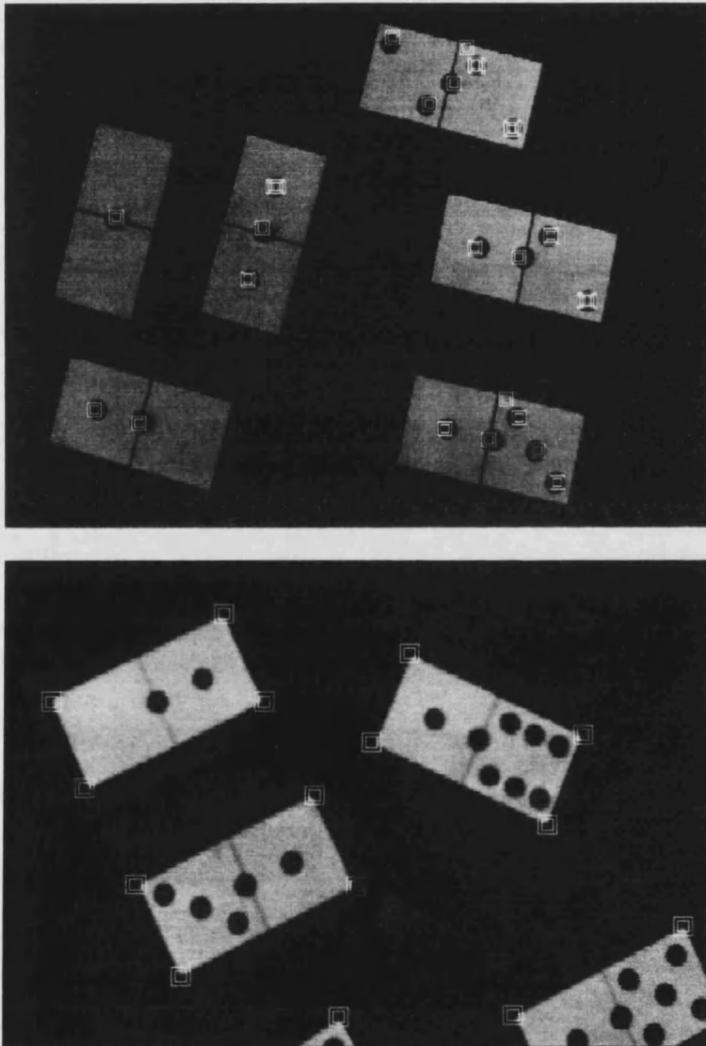


Figura 2.12: Detección de aspectos circulares y esquinas en imágenes de laboratorio

El conjunto de puntos relevantes obtenidos al aplicar el algoritmo a una secuencia natural de imágenes de vehículos se muestra en la figura 2.14. El método detecta los puntos asociados a los vértices de las aristas que limitan el vehículo y los puntos de corte del parabrisas con el capó. Se ha utilizado una imagen máscara para ignorar las zonas que no son de interés analizar y agilizar el algoritmo.

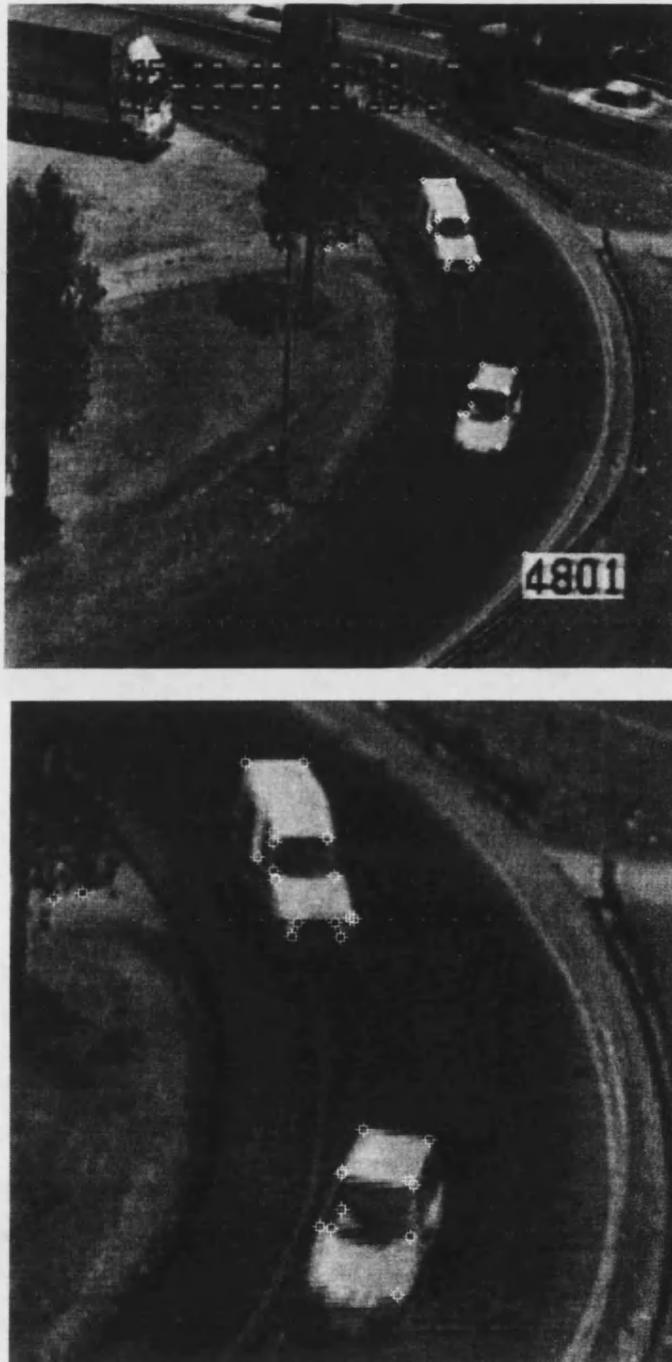


Figura 2.13: (a) Conjunto de puntos relevantes detectados al aplicar el detector a imágenes de vehículos

Capítulo 2. Extracción de puntos relevantes



Figura 2.14: (b) Conjunto de puntos relevantes detectados al aplicar el detector a imágenes de vehículos

2.9 Conclusiones

Se ha desarrollado e implantado un nuevo método para la detección de características 2-D, i.e., intersección de líneas, esquinas y centros de aspectos circularmente simétricos, basado en el análisis estadístico de las orientaciones del gradiente en un entorno circular del punto, supuesto esquina o centro de un aspecto circular.

El alto nivel de confianza generado por los tests valida nuestra suposición inicial de que la distribución de orientaciones en una arista puede ser modelada como una distribución de von Mises, una esquina como una mixtura de dos distribuciones de von Mises y un centro de un aspecto circularmente simétrico como una distribución uniforme.

La influencia de cualquier ruido que no se manifieste como microbordes (como es el caso de ruido aditivo gaussiano) no altera la uniformidad de la distribución uniforme, y tampoco es suficiente para destruir la tendencia al agrupamiento de una distribución de von Mises unimodal o multimodal. Esto hace al algoritmo particularmente insensible a este tipo de ruido, y por tanto los parámetros de entrada del algoritmo (umbral del modulo del gradiente y nivel de confianza) han sido tomados iguales para todos los ejemplos, no dependiendo del ruido. Además, el uso de las orientaciones como fuente principal de información hace al algoritmo efectivo en áreas tanto de bajo como de alto contraste, según se comprueba en la imagen de test (figura 2.11).

Las principales novedades del algoritmo son su estabilidad para discriminar entre tipos de uniones (dobles, triples,...) y la posibilidad de detección de características circulares.

Capítulo 2. Extracción de puntos relevantes

Capítulo 3

Encaje de puntos relevantes

3.1 Introducción

Una vez detectados los puntos relevantes en cada imagen, nos preguntamos cuales son los puntos que pertenecen a cada uno de los objetos. La información de que disponemos es: por un lado, los valores de la intensidad de la imagen en los puntos detectados; y por otro lado, sabemos que el conjunto de puntos que pertenecen a un mismo objeto se tienen que mover de forma consistente, pues asumimos que se trata de objetos rígidos. Esto nos lleva al problema de encaje de puntos en imágenes consecutivas. El proceso de encaje engloba los procesos de correspondencia y de agrupamiento. Es en este capítulo donde se presenta y se implanta un nuevo método en el que el proceso de correspondencia y el de agrupamiento de puntos relevantes se realiza de forma simultánea. Cada agrupamiento está asociado a un objeto en la escena, que se mueve independientemente de otro.

El método de encaje de puntos relevantes se basa en: la similaridad de los valores de las intensidades espaciales, la geometría del agrupamiento y la similitud de movimiento en el plano imagen. El método proporciona como resultado el número de objetos en la escena y las posiciones de los puntos, a lo largo de la secuencia de imágenes, que forman cada agrupamiento.

El método se puede aplicar a un amplio rango de casos ya que se asumen un pequeño número de restricciones, además no muy severas. En primer lugar, se usa una única cámara no calibrada. Se supone que no hay oclusión total de los objetos. Los objetos son rígidos y se mueven independientemente unos de otros. El número de objetos en la escena no tiene por que ser constante, es decir, los objetos pueden

Capítulo 3. Encaje de puntos relevantes

entrar y salir de la escena. Finalmente, las trayectorias y el tipo de movimiento de cada objeto no se restringen.

En la sección 3.2 se introducen brevemente las bases del proceso de correspondencia entre imágenes. A continuación, en la sección 3.3 se describe el método que se ha desarrollado y en la sección 3.4 se justifica frente a otros enfoques encontrados en la literatura para la estimación de movimiento. El algoritmo y su implantación se detallan en la sección 3.5. Los resultados y conclusiones se presentan en las secciones 3.6 y 3.7, respectivamente.

3.2 Correspondencia entre imágenes

Muchas aplicaciones de la visión por computador requieren el análisis de dos o más imágenes. Por ejemplo, la inspección visual de objetos manufacturados, el análisis médico de tomografías, la construcción de mapas topográficos a partir de imágenes aéreas o de satélites. El objetivo común inherente es la reconstrucción de objetos, es decir, la determinación de la posición y forma del objeto.

El problema de la correspondencia se representa de forma simbólica en la figura 3.1. El objeto, en este ejemplo una caja, se proyecta en dos imágenes I^1 y I^2 , y posiblemente en imágenes posteriores I^k , mediante las transformaciones T_0^1 y T_0^2 , y las transformaciones adicionales T_0^k . Estas transformaciones engloban todos los aspectos del proceso de formación de la imagen: iluminación de la escena, reflectancia y sensorización. Estos aspectos dependen esencialmente de la geometría del objeto (forma y posición), del dispositivo de sensorización (orientación) y de las fuentes de iluminación (puntual, lineal, etc).

La proyección del objeto en la imagen I^k puede modelizarse como la transformación:

$$I^k = T_0^k(p_G, p_R, p_P, \dots) \quad (3.1)$$

donde p_G, p_R, p_P, \dots representan generalmente parámetros desconocidos asociados a: la geometría y las propiedades de reflectancia del objeto, la posición de la cámara, ... La correspondencia entre puntos se puede establecer siempre que tomando un número suficiente de imágenes, se puedan recuperar estos parámetros a partir de las intensidades observadas en ellas.

Sean I^1 y I^2 dos imágenes. Sean P^1 y P^2 puntos de I^1 y I^2 respectivamente cuyas coordenadas son (r_1, c_1) y (r_2, c_2) y sean g^1 y g^2 las intensidades de las imágenes en

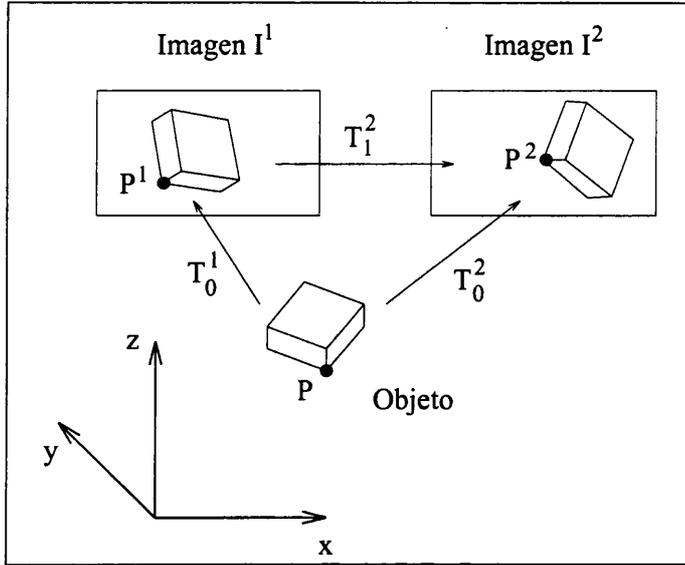


Figura 3.1: Proceso de correspondencia de puntos entre imágenes

esos puntos. Suponiendo que P^1 y P^2 son puntos que se corresponden entre sí, es decir, son el mismo punto del objeto pero en imágenes distintas, se cumple que:

$$(r_1, c_1) = T_G(r_2, c_2; p_g) \quad (3.2)$$

donde T_G es una transformación que define las relaciones geométricas entre las dos imágenes y p_g es un vector de parámetros desconocidos. Por otro lado, las intensidades de la imagen se pueden relacionar con las de la otra imagen mediante la expresión:

$$g^1(r_1, c_1) = T_I(g^2; p_I) \quad (3.3)$$

donde T_I es una transformación que contiene la información sobre las relaciones de intensidades entre las imágenes, y p_I un vector de parámetros desconocidos. Esto deriva en el modelo completo de correspondencia más general:

$$g^1(r_1, c_1) = T_I\{g^2(T_G(r_2, c_2; p_G); p_I)\} \quad (3.4)$$

De manera que, conocidos p_G , p_I , T_G y T_I , la imagen I^1 podría ser predicha a partir de la imagen I^2 .

Para un par arbitrario de puntos (P^1, P^2) pueden ocurrir dos situaciones: que P^1 y P^2 se correspondan o que no. El problema de correspondencia se define como: dadas dos imágenes encontrar todos los pares de puntos que se corresponden entre sí y determinar las transformaciones T_G y T_I .

Capítulo 3. Encaje de puntos relevantes

La mayoría de las aproximaciones usan sólo un número limitado de puntos. La solución está siempre basada en las funciones de intensidad g^1 y g^2 o en atributos de los puntos, que han sido derivados de las funciones de intensidad en una vecindad alrededor de (r_1, c_1) y (r_2, c_2) . La solución viene dada por un procedimiento de dos pasos:

1. Seleccionar las características 2-D apropiadas de la imagen usando un operador para obtener una lista de puntos o bordes de interés en la primera imagen y otra lista análoga en la segunda imagen.
2. Encontrar pares de puntos (P_i^1, P_j^2) con P_i^1 en la lista de la primera imagen y P_j^2 en la lista de la segunda imagen, que cumplan los criterios de similaridad y de consistencia. La similaridad se basa en los valores de la intensidad, mientras que la consistencia se basa en el grado en el que las transformaciones geométricas se satisfacen.

Prácticamente todos los métodos para la correspondencia de imágenes siguen estos dos pasos pero usan diferentes características de la imagen, diferentes medidas de similaridad y consistencia y diferentes tipos de algoritmos (iterativo, relajación, programación dinámica, etc.)

3.3 Descripción del método

Para cada imagen en la secuencia, se detecta el conjunto de puntos relevantes. Posteriormente, se establece la correspondencia entre los puntos relevantes en dos imágenes consecutivas, a partir de: la intensidad de los niveles de gris en la vecindad de cada punto, la geometría del agrupamiento y el movimiento necesario para transformar el agrupamiento de la primera imagen en el agrupamiento de la segunda. Describamos los pasos más detalladamente:

En primer lugar, se extrae el conjunto de puntos relevantes para cada imagen en la secuencia aplicando el algoritmo de detección descrito en el capítulo 2. El número de puntos detectados debe ser suficiente para caracterizar el movimiento del objeto. Si suponemos que se trata de un movimiento rígido, es decir, una rotación y una traslación, necesitamos conocer al menos la posición de tres puntos. Por otro lado, debe ser pequeño para permitir un ajuste rápido entre cada punto y su correspondiente en la imagen siguiente, si es que existe. Por ello, es necesario aplicar una supresión de

no máximos y considerar sólo los más significativos, como se detalló en la sección 2.8 del capítulo 2.

Nótese que los agrupamientos de puntos relevantes corresponderán con objetos móviles, luego los puntos relevantes aislados (aquellos que no tienen vecinos a una cierta distancia) no tienen interés para nosotros y por consiguiente son eliminados. La distancia máxima al vecino más próximo está relacionada con el tamaño del objeto en la imagen, que puede ser conocido de antemano; en nuestro caso se trata de vehículos que tienen unas dimensiones aproximadas conocidas. De ahora en adelante consideramos sólo los puntos que han quedado.

En segundo lugar, asociamos a cada objeto móvil un agrupamiento de puntos relevantes en cada imagen de la secuencia. Para dos imágenes consecutivas, el método construye al mismo tiempo los dos agrupamientos (uno en cada imagen) estableciendo la correspondencia entre sus elementos.

Para establecer tales correspondencias entre puntos se necesita una descripción robusta de la vecindad de cada punto relevante (invariante a rotaciones, traslaciones y cambios afines de intensidad ¹). La vecindad de un punto se describe por medio de la función de autocorrelación, $C(t)$, la cual, para un proceso estocástico con distribución invariante ante traslaciones y rotaciones, se define como el coeficiente de correlación de Pearson entre variables aleatorias (considerando como tal el nivel de gris en cada punto de la imagen) [Cre93]. Esta función y el estimador usado (ecuación 3.5) resulta ser invariante a movimientos rígidos en el plano imagen y cambios afines en la intensidad.

$C(t)$ ha sido estimada en t , a partir de un estimador kernel K , para valores de t desde una a cinco veces la distancia entre *pixels* mediante la expresión

$$\hat{C}(t) = \sum_{h \in T} L(h)K(t - \|h\|) \quad (3.5)$$

donde

$$L(h) = \frac{\sum_{x: x, x+h \in W \cap T} I(x+h)I(x)}{\#\{x : x, x+h \in W \cap T\}}$$

siendo W una ventana circular centrada en cada punto relevante, T la rejilla digital de puntos e I el nivel de gris estandarizado, o sea, el nivel de gris original menos la media local (la intensidad media dentro de la ventana) dividido por la desviación estándar. Se ha usado el kernel de Epanchenikov como función K , el cual se define como:

¹Se define un cambio afín de intensidad como aquel en el que la intensidad del punto en la segunda imagen, que denotamos por g^2 , se puede escribir en función de la intensidad del punto en la primera imagen, que denotamos por g^1 , como $g^2 = ag^1 + b$, con a y b constantes

$$K(d) = \begin{cases} \frac{3}{4\sqrt{5}}(1 - \frac{1}{5}d^2) & \text{si } -\sqrt{5} \leq d \leq \sqrt{5} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Otras funciones kernel podrían haber sido usadas, como se describe en [Sil86]. El resultado final de este paso es un vector \vec{c} de n (en nuestro caso, $n = 5$) componentes asociadas a cada punto relevante, conteniendo las estimaciones de la función de autocorrelación a distancias 1 hasta 5 *pixels* del punto.

Como medida de similaridad entre puntos de imágenes diferentes, se ha usado la distancia Euclídea entre sus vectores \vec{c} asociados. Para cada par de puntos relevantes se calcula el valor de esta función de similaridad. Una vez hecho esto, comienza el algoritmo de construcción de los agrupamientos. Para que dos puntos puedan ser incluidos en sus respectivos agrupamientos, la correspondencia entre ellos debe ser consistente. Esto significa que:

- Los vectores de características locales de ambos puntos deben ser similares.
- En el caso de que cada punto fuese añadido al agrupamiento de su imagen respectiva, los dos nuevos agrupamientos (uno en cada imagen) deben tener una geometría similar.
- Finalmente, la transformación geométrica que define el movimiento y que llevaría el nuevo agrupamiento de la primera imagen al de la segunda debe ser similar a la que llevaba del primer agrupamiento al segundo con las correspondencias antiguas.

En la sección 3.4 se describen los principales enfoques encontrados en la literatura para la estimación de movimiento y se justifica este método frente a los otros. En la sección 3.5 se describe una implantación posible (pero no única) de las ideas aquí expuestas.

3.4 Justificación del método

El problema del movimiento independiente de varios objetos ha sido tratado de formas muy diferentes. Pasamos a justificar este método frente a otros.

Respecto a los métodos basados en la diferencia de imágenes [Gon87] [MB93] [MSB95], han demostrado ser eficientes para la detección y conteo de vehículos, sin

embargo al ser aplicados al seguimiento individualizado de vehículos presentan algunas limitaciones: no pueden ser aplicados si algún objeto en la siguiente imagen ocupa toda o parte del área ocupada por un objeto diferente en el fotograma actual. el movimiento de los vehículos es lento o la iluminación no es constante. Esto es común en secuencias de imágenes de tráfico [Hoo91]. En el caso en el que no se cumpla que la iluminación es constante, la imagen diferencia es una imagen con mucho ruido. El ruido se podría eliminar teniendo en cuenta las regiones que están 4 u 8 conectadas o mediante la aplicación de operadores morfológicos, pero se tiene el riesgo de eliminar objetos pequeños o vehículos que se mueven lentamente.

Respecto a los métodos basados en flujo óptico, en general tienen un coste computacional muy alto [HS81] [Adi85] y algunas veces es necesario aplicar posteriormente algoritmos de *partición/fusión* para agrupar todos los puntos con dirección similar de movimiento (puntos del mismo objeto). Otro problema es que en áreas donde el flujo óptico contiene información abundante, -por ejemplo, bordes provocados por oclusión, puntos especulares (puntos donde el plano tangente es normal a la línea de visión), o cerca de los focos de expansión o contracción- es difícil calcular el flujo óptico con suficiente precisión con los métodos existentes. Otra razón por la que apenas se emplean, es que asumen una secuencia continua de imágenes con pequeños cambios entre ellas [HL92].

Respecto a los métodos que usan modelos 3-D de los objetos y tratan de ajustar características 2-D extraídas de la imagen a los modelos conocidos [Bak92][Sul92] [DD95], son más robustos ante cambios de iluminación y ante oclusiones parciales del objeto, sin embargo necesitamos conocer información a priori sobre la forma y dimensiones del objeto, que no siempre está disponible.

Respecto a otros enfoques basados en el mismo principio de detección y correspondencia de puntos relevantes, uno de los más significativos en este campo es el de Shapiro [Sha95] en el cual:

- La función de similaridad para establecer correspondencias iniciales se basa en correlaciones entre intensidades estandarizadas alrededor del punto, así que resulta ser invariante a cambios afines de intensidad y a traslaciones, pero no a rotaciones.
- Las trayectorias de cada punto en imágenes sucesivas se asignan a un mismo objeto después de haber sido construidas, para lo cual se definen medidas de afinidad entre trayectorias que suponen un modelo para el movimiento del objeto en el mundo real, el cual no siempre es conocido.

3.5. Implantación del método

El siguiente algoritmo es una descripción completa de la implantación de las ideas propuestas en la sección 3.3.

Paso 0 Sea (p_1, q_1) el par de puntos (p_1 en la primera imagen y q_1 en la segunda imagen) a distancia mínima, es decir, éstos son los puntos cuyas vecindades son más similares usando la distancia Euclídea (otras distancias podrían ser propuestas) entre funciones de autocorrelación. Denotemos por C_1 y C_2 los respectivos conjuntos de puntos que forman los agrupamientos en la primera y en la segunda imagen. Inicializamos $C_1 = \{p_1\}$ y $C_2 = \{q_1\}$. Sea n el número actual de correspondencias establecidas entre los dos agrupamientos. En este paso $n = 1$, ya que comenzamos suponiendo que p_1 y q_1 se corresponden.

Paso 1 Asumamos que:

(1) $C_1 = \{p_1, \dots, p_{n-1}\}$ y $C_2 = \{q_1, \dots, q_{n-1}\}$ son el actual par de agrupamientos para establecer la correspondencia (uno por imagen), siendo (p_i, q_i) con $i = 1, \dots, n - 1$ las correspondencias previamente establecidas.

(2) Supongamos que p_i se puede escribir como

$$q_i = A_{n-1}p_i + B_{n-1} + \epsilon \quad (3.6)$$

es decir, una transformación lineal, donde A_{n-1} , B_{n-1} son matrices 2×2 y 2×1 , respectivamente; ϵ es un vector aleatorio 2×1 , normalmente distribuido con media nula. Sea $\hat{A}_{n-1} = [a_{kl}^{(n-1)}]$ y $\hat{B}_{n-1} = [b_k^{(n-1)}]$ el estimador de mínimos cuadrados de A_{n-1} y B_{n-1} obtenido de las correspondencias $\{(p_1, q_1), \dots, (p_{n-1}, q_{n-1})\}$.

Si el número de correspondencias actuales ($n - 1$) es mayor que un cierto valor, el algoritmo acaba ²; de lo contrario, elige un par de puntos como correspondencia candidata para ser añadida (p_n, q_n) (esto equivaldría a añadir p_n al agrupamiento C_1 y q_n al agrupamiento C_2). Para que estos puntos puedan ser añadidos se tienen que cumplir tres condiciones:

Vecindad similar La similaridad entre p_n y q_n debe ser el máximo entre las correspondencias posibles en el nivel presente, es decir, entre pares de puntos no encajados anteriormente.

²Este máximo número de puntos ha sido fijado a 8 puntos por agrupamiento. Esto implica que a veces sea necesario fundir posteriormente agrupamientos que realmente pertenecen al mismo objeto, pero resulta más eficiente hacer esto, considerando el pequeño número de agrupamientos en nuestro caso, que permitir búsquedas más profundas

Geometría similar Las distancias Euclídeas respectivas, medidas en el plano imagen, a partir del candidato p_n a cada p_i con $i = 1, \dots, n - 1$, tienen que ser similares a las distancias correspondientes de q_n a cada q_i . Un nivel de tolerancia para esta similaridad se fija previamente.

Movimiento consistente Las transformaciones geométricas que llevan, incluyendo o no a la pareja candidata, del agrupamiento en la primera imagen al agrupamiento en la segunda imagen no deben ser demasiado diferentes. Esto es equivalente a decir que el nuevo par de puntos no debe ser una observación influyente. Como medida de la influencia de una nueva correspondencia, se ha escogido la distancia de Cook ([Coo77, Coo79]). Cook (1977) propone que la influencia para la i -ésima componente ($i = 1, 2$) de la n -ésima correspondencia puede ser medida por la distancia

$$D_i = (c_i^{(n)} - c_i^{(n-1)})^t X^t X (c_i^{(n)} - c_i^{(n-1)})$$

donde X es la matriz $n \times 3$ cuya k -ésima fila es $(s_k^t, 1)$, X^t es la traspuesta de X y $(c_i^{(n-1)})^t = (a_{1i}^{(n-1)}, a_{2i}^{(n-1)}, b_i^{(n-1)})$, es decir, $c_i^{(n-1)}$ es el estimador de mínimos cuadrados de la columna i -ésima de A_{n-1} y la fila i -ésima de B_{n-1} cuando se consideran $n - 1$ correspondencias. $c_i^{(n)}$ tiene una definición similar cuando se consideran n correspondencias. D_i es comparada con $F(3, n - 3, 1 - \alpha/2)$ (el percentil $1 - \alpha/2$ de una distribución F con 3 y $n - 3$ grados de libertad) para un valor de α seleccionado (se ha usado un valor de 0.05). La última correspondencia es considerada influyente si $\max\{D_1, D_2\} > F(3, n - 3, 1 - \alpha/2)$. Notesé que se han aplicado dos F-tests (uno para cada componente), por lo que es necesario usar la corrección de Bonferroni [Seb84], o sea, el percentil $1 - \alpha/2$ en lugar del $1 - \alpha$.

Si la correspondencia (p_n, q_n) satisface las tres condiciones descritas es añadida y los nuevos agrupamientos son actualizados a $C_1 = \{p_1, \dots, p_{n-1}\} \cup \{p_n\}$ y $C_2 = \{q_1, \dots, q_{n-1}\} \cup \{q_n\}$.

Si ninguna correspondencia puede ser añadida al agrupamiento que está siendo actualmente construido, la última correspondencia (p_{n-1}, q_{n-1}) es anulada y marcada como no permitida; el algoritmo retrocede al nivel anterior $n - 1$ para encontrar una nueva correspondencia consistente, hasta que el número deseado de correspondencias ha sido encontrado, o hasta que no haya correspondencias consistentes a incorporar. Mantenemos el mejor encaje encontrado, i. e., agrupamientos para los cuales la cardinalidad común de las correspondencias es un máximo y mayor que un mínimo (tres puntos).

Capítulo 3. Encaje de puntos relevantes

Paso 2 Los puntos relevantes que forman los agrupamientos detectados en el paso previo son eliminados. Si no quedan puntos relevantes, bien en la primera o en la segunda imagen, el algoritmo acaba. En otro caso, se comienza de nuevo en el paso 0, para encontrar otro nuevo par de conjuntos consistentes.

Notesé que si el movimiento proyectado del objeto real es tal que no puede ser modelizado como una transformación geométrica lineal, como se especifica en la hipótesis 2 del paso 1 (ecuación 5.2), se puede adoptar un modelo más complicado sin cambiar la esencia del algoritmo, ya que esta hipótesis es sólo utilizada en el test de consistencia entre correspondencias, y en el peor de los casos, al ser un modelo de movimiento en el plano imagen, puede ser determinado mediante técnicas estándares a partir de un número suficiente de muestras etiquetadas.

3.6 Resultados

El método ha sido aplicado a dos tipos de secuencias diferentes: una secuencia de imágenes generada en el laboratorio y secuencias naturales de imágenes de tráfico. Varios fotogramas se muestran en las figuras 3.2 y 3.3. En el primer caso, el 96% de las posibles correspondencias son detectadas. En el segundo caso el número de puntos relevantes detectados y la relación entre las correspondencias correctamente establecidas y el número potencial de ellas decrece debido a la menor calidad de las imágenes. Aun así, siempre se establecen más de tres correspondencias por cada objeto, que es un número suficiente para separar los vehículos y estimar su movimiento, pues éste ha sido modelizado mediante una transformación lineal en el plano imagen.

La eliminación previa de puntos relevantes aislados no altera los resultados del algoritmo, pero mejora su eficiencia, ya que entre el 10% y 20% de las correspondencias candidatas iniciales son eliminadas. También se han aplicado otras restricciones adaptadas a este caso particular, ya que se dispone de información a priori sobre el flujo del movimiento (dirección y velocidad): los objetos se mueven hacia la parte inferior de la imagen y además sabemos que entre dos fotogramas consecutivos no se han desplazado más de una cierta distancia máxima prefijada, lo que limita la búsqueda en la tabla de posibles candidatos.

El imponer cardinalidades mínimas y máximas para los agrupamientos también reduce el tiempo de cómputo. El tamaño mínimo es obligatorio, y tiene que ser elegido al menos como el mínimo número de puntos necesarios para estimar la transformación bajo el modelo de movimiento escogido. El tamaño máximo es una opción, y se ha

Capítulo 3. Encaje de puntos relevantes

escogido para evitar la búsqueda con una profundidad excesiva en el árbol de posibles correspondencias.



Figura 3.2: Correspondencias establecidas en la secuencia de laboratorio

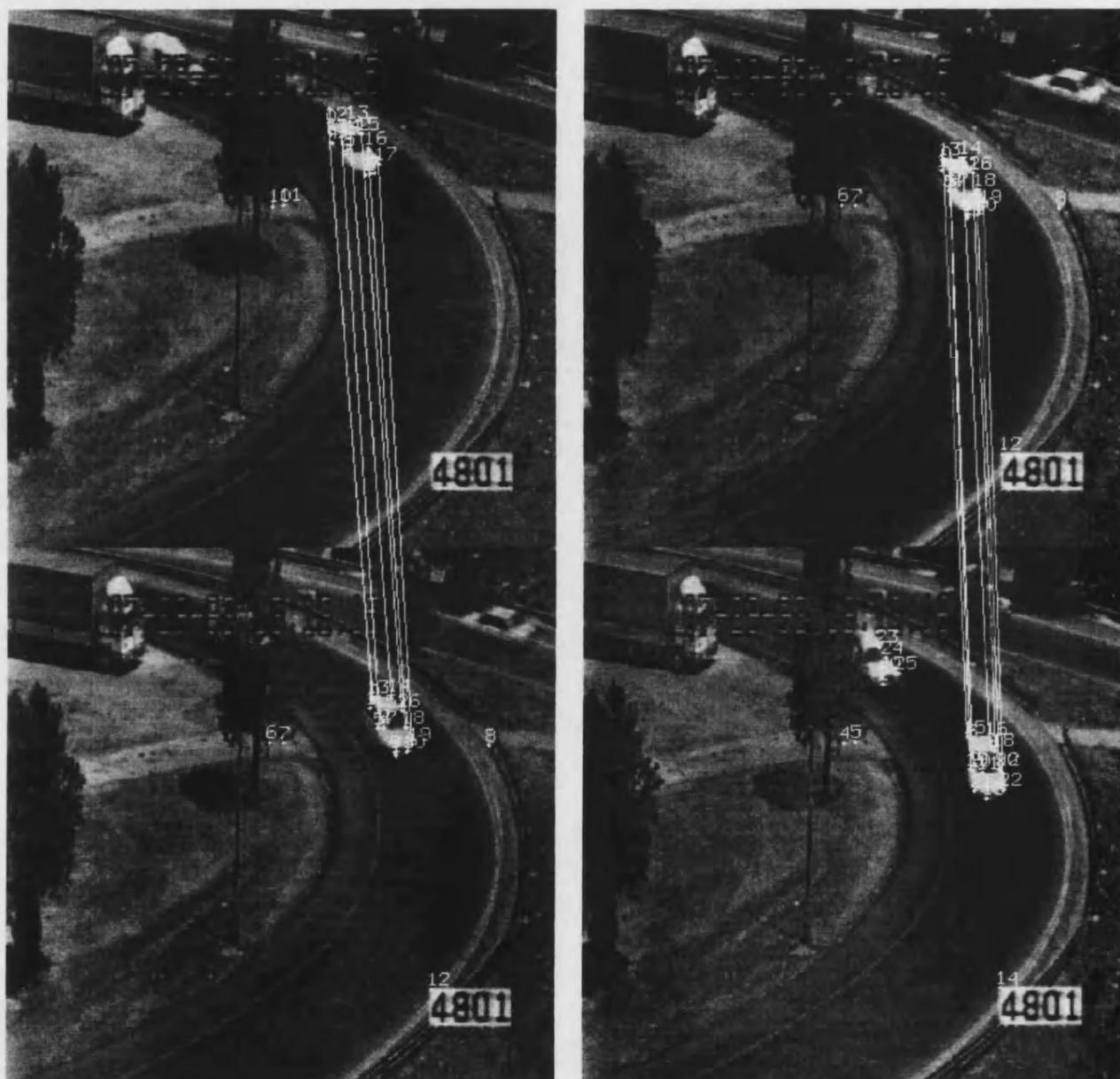


Figura 3.3: Correspondencias establecidas entre las imágenes 1/2 y 2/3

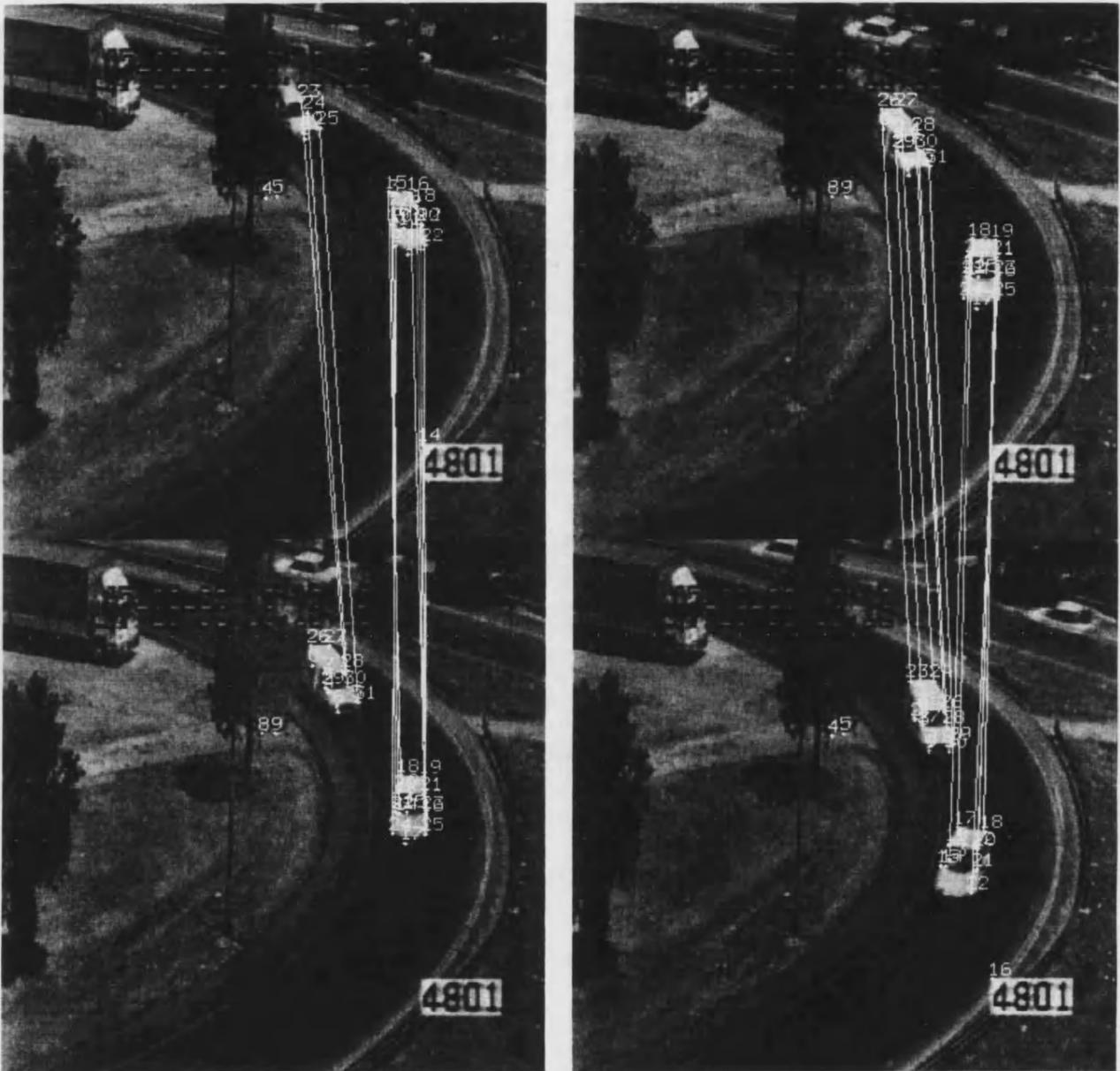


Figura 3.4: Correspondencias establecidas entre las imágenes 3/4 y 4/5

Capítulo 3. Encaje de puntos relevantes

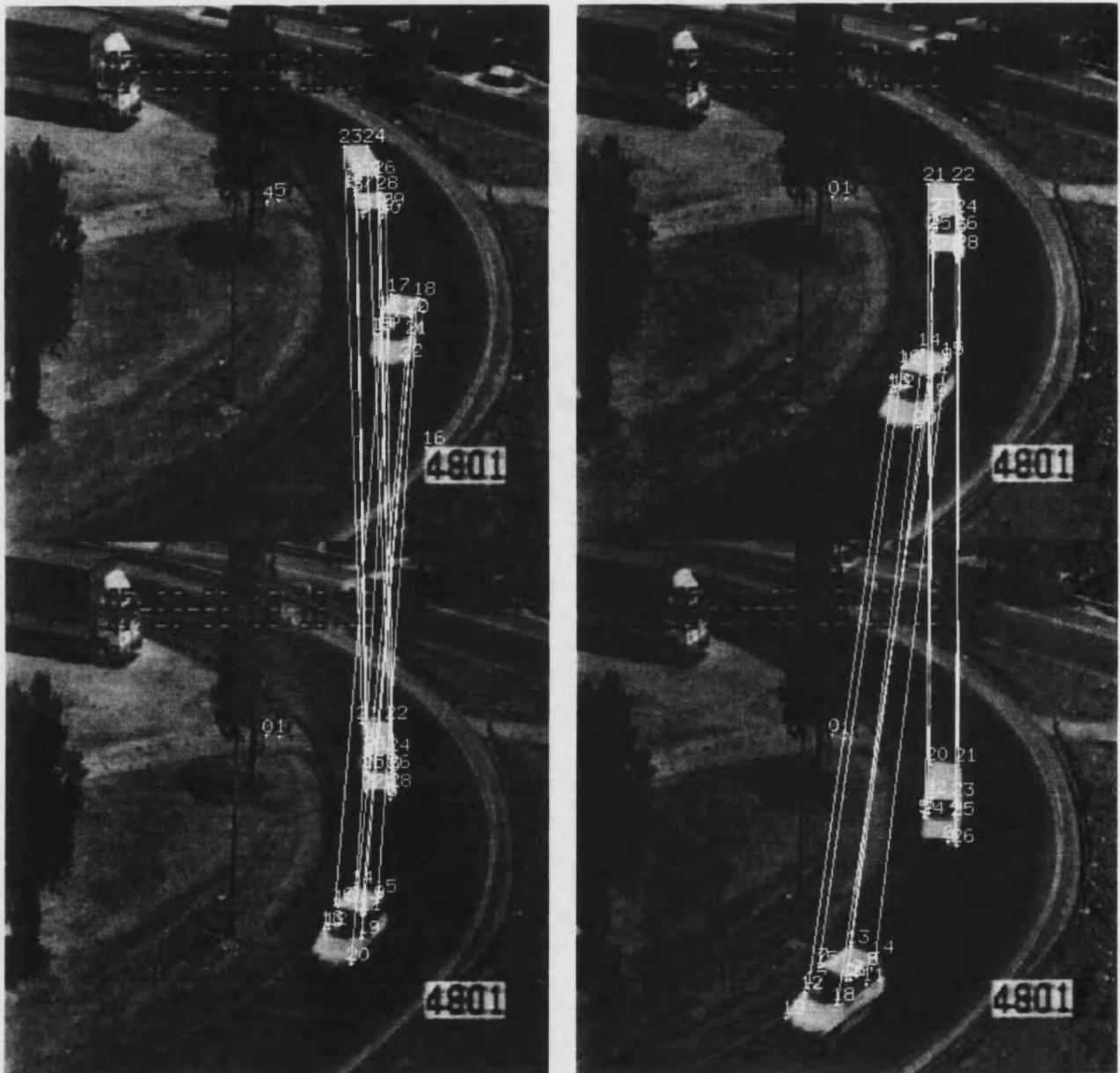


Figura 3.5: Correspondencias establecidas entre las imágenes 5/6 y 6/7

3.7 Conclusiones

Se ha diseñado y probado un método para la segmentación y estimación de movimiento rígido de múltiples objetos, el cual está basado en la detección y correspondencia de puntos relevantes en una secuencia de imágenes. Las principales novedades consisten en el uso de características locales para la correspondencia que son invariantes bajo movimientos rígidos y cambios afines en la intensidad (la función de autocorrelación) y también la introducción de la comprobación de la consistencia de movimiento dentro del proceso de agrupamiento. Los resultados muestran la aplicabilidad del procedimiento cuando se usa con imágenes controladas, o naturales de menor calidad.

Formalmente hablando, tenemos dos conjuntos de puntos en espacios diferentes (imágenes en este caso) y dos problemas diferentes: primero distinguir agrupamientos de puntos (correspondientes en nuestro caso a objetos diferentes) y segundo, establecer la correspondencia entre los agrupamientos detectados en espacios diferentes (o imágenes en nuestra aplicación), es decir, un problema de agrupamiento y un problema de correspondencia considerados conjuntamente. El método propuesto resuelve ambas cuestiones simultáneamente. Pero una cuestión queda abierta: ¿ puede este método ser reformulado como un único problema de agrupamiento con una matriz de similaridad particular relacionada con la transformación geométrica que define el movimiento del objeto? Tal reformulación tratará de ser abordada en trabajos posteriores.

Capítulo 3. Encaje de puntos relevantes

Parte III

Seguimiento de vehículos

Capítulo 4

Seguimiento de vehículos

4.1 Introducción

La seguridad en las carreteras ha sido un tema de interés para los ingenieros de tráfico durante los últimos años, y se ha establecido desde hace tiempo que, junto con las consideraciones de movilidad y economía de operación, la seguridad es un tema de principal prioridad [Off54]. Recientemente, el reconocimiento por la sociedad del coste material y humano de los accidentes ha dado un ímpetu al tema de diseño de carreteras más seguras.

El problema de identificar las relaciones entre la geometría de la carretera y los accidentes ha sido estudiado ampliamente teniendo en cuenta tanto las características de la vía como las del entorno, reconociéndose la estrecha relación que existe entre una geometría adversa de la carretera, especialmente curvas horizontales con radios pequeños, y la aparición de accidentes [Aut80].

Por otro lado, el análisis en profundidad de la seguridad de las carreteras requiere el estudio del comportamiento de los conductores reales. Es un hecho que el comportamiento de los conductores difiere sustancialmente de los modelos simplificados que se adoptan en el diseño de carreteras. El análisis de las trayectorias y velocidades reales de los vehículos representa un elemento clave en la evaluación de la seguridad en las carreteras de hoy día.

La necesidad de reexaminar y actualizar el concepto de velocidad de diseño y promover la consistencia en el diseño de carreteras aparece en las investigaciones actuales y en las normativas de diseño geométrico [Adm84].

Capítulo 4. Seguimiento de vehículos

La mayoría de los estudios sobre el comportamiento de los conductores sufren de diferentes tipos de problemas que se enumeran a continuación:

1. Problemas metodológicos: una gran parte de estos estudios usan modelos de regresión lineal, a pesar de que la correlación entre las variables explicatorias, debida al proceso de diseño, hace difícil la estimación de los efectos de las variables por separado.
2. Problemas estadísticos: el número de accidentes es muy reducido y no suficientemente representativo para obtener conclusiones válidas generales.
3. Problemas tecnológicos: las tecnologías disponibles no permiten obtener algunos datos de una forma exhaustiva y suficientemente precisa sobre la evolución de los vehículos.
4. Problemas de evaluación: el análisis a posteriori de los accidentes presenta importantes limitaciones, ya que es imposible conocer exactamente las circunstancias, respecto a la evolución del vehículo, en las que el accidente ocurrió. Además, la inspección personal "in situ" de puntos críticos no permite obtener conclusiones sobre el verdadero comportamiento de los conductores, pues esto supone un elemento extraño respecto a las condiciones normales de tráfico que afecta a los conductores.

Con tales y tan diversos problemas no es sorprendente que no se conozca de forma precisa todavía la relación entre el comportamiento de los conductores y la geometría de la carretera. Además, es necesario a menudo para algunos países adoptar los estándares de diseño geométrico desarrollados en otros países. Como consecuencia, la cuestión que inmediatamente aparece es si estos estándares son o no capaces de predecir el comportamiento de los conductores locales.

El objetivo marcado en esta aplicación es desarrollar una metodología para analizar y describir el comportamiento de los vehículos en puntos críticos, mediante la aplicación de técnicas de visión por computador, que permita, desde el punto de vista de la ingeniería civil, la evaluación y mejora del diseño geométrico de dichos puntos. Este objetivo implica las siguientes tareas parciales:

1. Diseñar y llevar a cabo pruebas de campo específicas.
2. Analizar y caracterizar el comportamiento de los vehículos en puntos críticos a partir de los datos obtenidos en las pruebas de campo.

3. Desarrollar y validar una nueva herramienta para el diagnóstico asistido de puntos críticos.
4. Determinar los márgenes de seguridad de los actuales estándares de diseño.

A continuación en la sección 4.2 se realiza una revisión bibliográfica de los factores que influyen en la evolución de los vehículos. En la sección 4.3 se describe cual es el comportamiento esperado de los conductores en curvas según las hipótesis de diseño. En la sección 4.4 se detallan los modelos de comportamiento de los conductores hasta la fecha encontrados en la literatura. En la sección 4.5 se apuntan las limitaciones de las tecnologías actuales de detección en tráfico cuando se requiere una descripción precisa e individualizada de los vehículos.

4.2 Factores que influyen en la evolución de los vehículos

Antes de empezar la revisión de la investigación llevada a cabo hasta ahora, es conveniente definir algunos términos que serán utilizados en el resto del trabajo, pues a veces existe una cierta ambigüedad en la literatura, ya que algunos autores usan los mismos términos para referirse a conceptos diferentes.

- *Velocidad (individual) puntual*: velocidad de un vehículo en el instante que atraviesa una determinada sección transversal de una carretera.
- *Velocidad (individual) de trayecto*: cociente entre la longitud de un tramo de vía o carretera y el tiempo requerido por un vehículo para recorrerla.
- *Velocidad deseada*: velocidad a la cual el conductor elige viajar bajo condiciones libres de flujo, buenas condiciones del pavimento y cuando no encuentra restricciones meteorológicas.
- *Velocidad libre*: es la velocidad adoptada por el conductor de un vehículo medio cuando no hay ninguna restricción a la circulación.
- *Velocidad de operación*: se expresa normalmente como el 85% percentil de velocidades de vehículos (turismos) en condiciones de flujo libre, para un elemento dado del trazado.

Capítulo 4. Seguimiento de vehículos

- *Velocidad de diseño o de proyecto*: es la máxima velocidad constante a la que se puede recorrer con seguridad y comodidad una carretera, cuando estos factores no dependen más que de la geometría de la carretera. Esta velocidad fija por consiguiente los valores límites mínimos de los elementos del trazado.
- *Velocidad específica*: es la máxima velocidad que puede mantenerse en condiciones de seguridad y comodidad en un elemento geométrico de la carretera. Determina las características geométricas de los elementos del trazado, no siendo nunca inferior a la velocidad de proyecto del tramo.
- *Vehículo libre*: vehículo cuyo viaje no es afectado por el resto del tráfico.
- *Vehículo seguidor*: vehículo que va a una mayor velocidad respecto el resto y que ha alcanzado a un vehículo más lento. Un vehículo seguidor está forzado a viajar a la velocidad del vehículo precedente hasta que se presente una oportunidad de adelantamiento, momento en el cual el vehículo pasa a ser un vehículo libre.
- *Intervalo crítico*: diferencia en tiempo (s) entre dos vehículos consecutivos en el flujo de tráfico, medida a partir del mismo punto. Se toma como criterio para diferenciar entre vehículos libres y seguidores.
- *Acortamiento de una curva*: es la optimización de la trayectoria (curvatura), por parte del conductor, en la zona de transición y en el radio mínimo a efectos de incrementar la velocidad y el confort en su recorrido.

El concepto de velocidad de diseño ha sido usado durante muchos años en Estados Unidos y en la mayoría del resto de los países. Dada una velocidad de diseño se determinaba el radio mínimo de la curva, el peralte y la distancia de visibilidad de parada. Durante la última década la mayoría de los países europeos han adoptado la idea de que, cuando existen diferencias entre la velocidad de operación y la velocidad de diseño, el peralte y las distancias de visibilidad se deberían basar en las velocidades de operación, pues son normalmente mayores que las de diseño [LC87].

Con el fin de alcanzar consistencia en el trazado en planta se deberían seguir los principios de armonización de las velocidades de operación y mantener suaves cambios en las velocidades entre elementos sucesivos de diseño. Existe un consenso en el que se permite una diferencia de 20 km/h entre la velocidad de operación y la de diseño, para alcanzar consistencia operacional y mejorar la seguridad y el confort en la conducción. También existe un consenso que permite una diferencia máxima de 20 km/h entre las velocidades de operación de dos elementos consecutivos.

Capítulo 4. Seguimiento de vehículos

Se han llevado a cabo investigaciones para determinar las relaciones que permitan predecir las velocidades de operación en función de varios parámetros, principalmente de la curvatura (perfiles de velocidad). En los últimos años ha habido un esfuerzo enfocado a predecir los comportamientos de los conductores en curvas.

Con el fin de establecer el marco de este trabajo se ha llevado a cabo una revisión detallada de la literatura.

Existe un amplio conjunto de factores que influyen en la evolución de los vehículos en la carretera. Wahlgren (1967) [Wah67] resumió estos grupos de factores como se indica en la figura 4.1:

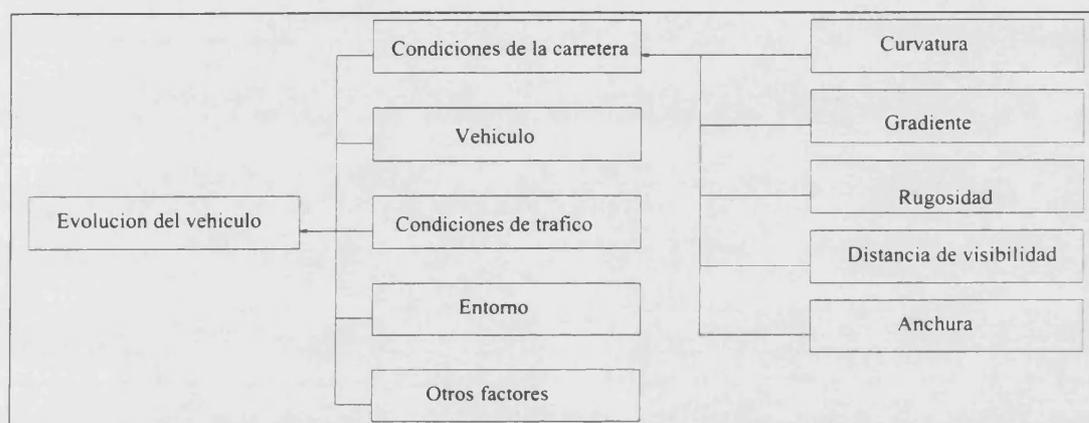


Figura 4.1: Factores que influyen en la evolución del vehículo

Los factores que se engloban dentro de las condiciones de la carretera son: la curvatura horizontal, el gradiente vertical, la rugosidad del pavimento, la anchura de la vía y la distancia de visibilidad. La influencia de estos factores se discute con más detalle en esta misma sección.

Las características del vehículo dictan los límites de rendimiento de los mismos, y por tanto su velocidad bajo ciertas condiciones. La posibilidad de aceleración depende de la relación potencia/peso. Por otro lado, el nivel de confort en la conducción del vehículo es otro factor que influye. En los últimos años se ha producido una mejora continua en la tecnología del vehículo: reducción de los coeficientes aerodinámicos y masa del vehículo, mejora de la suspensión y de la tracción de los neumáticos. Como consecuencia de estos cambios, la eficiencia de los turismos es tal que no hay razones físicas por las que la velocidad de un vehículo se vea influenciada por inclinaciones moderadas. De forma similar, la mejora de la tracción de los neumáticos modernos hace posible tomar curvas de forma confortable excediendo la velocidad de diseño sin perder el control. A causa de estos cambios, no es prudente aplicar predicciones de

Capítulo 4. Seguimiento de vehículos

velocidad que fueron derivadas hace años para flotas con otras características. Por tanto, es importante hacer notar que, en este trabajo el parque actual de vehículos ha sido considerada.

Por otro lado, la velocidad del vehículo depende del volumen de tráfico y de los huecos en el flujo del tráfico del sentido contrario [Ben94].

Las condiciones del entorno influyen sobre la velocidad deseada. Carreteras donde hay buenos alineamientos inducen una alta velocidad deseada. McLean (1981) [McL81] dio valores para el 85% percentil de la velocidad deseada como una función del terreno. La tabla 4.2 muestra la velocidad deseada en función del tipo de terreno.

Velocidad de diseño (km/h)	Velocidad deseada(km/h)			
	Plano	Ondulado	Accidentado	Muy accidentado
40 – 50	-	-	75	70
50 – 70	-	90	85	-
70 – 90	-	100	95	-
90 – 120	115	110	-	-
> 120	120	-	-	-

Tabla 4.1: Relaciones entre el 85% percentil de la velocidad deseada y el tipo de terreno

Otros factores que afectan en la evolución de los vehículos son la visibilidad, las restricciones de velocidad, las condiciones meteorológicas y el conductor.

Bernes y Edger (1984) [BE84] demostraron que la velocidad de los vehículos se ve afectada en un 5% en condiciones de baja visibilidad. Sin embargo, Wahlgren [Wah67] no encontró una diferencia estadísticamente significativa entre velocidades en condiciones de buena o mala visibilidad. Por otro lado, en 1987 Bernes y Edger [BE87] también demostraron que cuando un límite de velocidad se reduce aparece una correspondiente disminución en la velocidad. Sin embargo, un incremento en el límite de velocidad tiene un impacto pequeño en la velocidad. Esta tendencia apoya la hipótesis de que los vehículos seleccionan habitualmente su velocidad según sus percepciones de la capacidad del vehículo y del entorno.

En cuanto a las condiciones meteorológicas, Kolsrud (1985) [Kol85] mostró que el promedio de la reducción en la velocidad en invierno respecto a verano era de 8 *km/h*, y en caso de nieve hasta 30 *km/h*.

Respecto a la influencia del conductor en la velocidad, se han realizado estudios que aplican un análisis multivariante, abarcando un amplio rango de características del conductor desde la edad hasta la familiaridad con la carretera, pasando por el sexo, capacidad del motor y edad del vehículo, distancia recorrida e incluso el propósito del

viaje. Una buena recopilación de los resultados de estos estudios se puede encontrar en [Ben94].

4.3 Comportamiento esperado de los vehículos en curvas

Antes de hacer una revisión de los estudios sobre el comportamiento de los conductores encontrados en la literatura, parece conveniente que se recuerde cual es la evolución del vehículo esperada, desde el punto de vista del modelo teórico que se asume en el diseño.

De todos los factores que influyen en la evolución del vehículo las condiciones de la carretera son aquellas sobre las que el ingeniero tiene mayor control. Por lo tanto, es natural que éstos factores sean los que determinan el diseño.

Existe una relación biunívoca entre la velocidad específica y el radio de curvatura, de manera que, fijada una velocidad específica se calcula su radio de curvatura asociado considerando el peralte como una función de la curvatura o de la velocidad y el coeficiente de rozamiento transversal como una función de la velocidad.

En el diseño se incorporan: por un lado criterios de seguridad, fijando un coeficiente adecuado de rozamiento transversal que evite el deslizamiento con suficiente margen; y por otro lado, criterios de comodidad fijando un peralte, ya que la fuerza centrífuga que no es compensada por el peralte se traduce en una disminución del confort en la conducción. Las hipótesis de diseño son:

1. Se asume que todos los vehículos circulan a la misma velocidad uniforme, la velocidad específica v_e , a lo largo de todo el recorrido de la curva.
2. La trayectoria del vehículo es a lo largo del eje de la calzada o carril.
3. El equilibrio dinámico del vehículo viene dado por la expresión:

$$v^2 = 127R(p + f_t) \quad (4.1)$$

donde v es la velocidad, R es el radio de curvatura, p es el peralte y f_t el coeficiente de rozamiento transversal movilizado.

La expresión 4.1 es indicativa de que cuando un vehículo viaja a velocidades distintas de la velocidad de equilibrio (velocidad en la que toda la fuerza centrífuga es

compensada por el peralte) la posibilidad de circular con seguridad por una curva depende del coeficiente de rozamiento que se desarrolla entre los neumáticos y el pavimento. Se considera que el vehículo circula en condiciones de seguridad si la diferencia entre el coeficiente de rozamiento movilizado y el asumido es menor que 0.02, entendiendo el primero como el provocado por la velocidad de operación que realmente se produce y el segundo el considerado en el diseño, relacionado con la velocidad específica.

4.4 Estudios sobre el comportamiento de los conductores en curvas

La investigación sobre el comportamiento de los conductores se define como la investigación para describir, clasificar, comprender y predecir el comportamiento de los conductores en la red de carreteras [JP80]. Un aspecto importante de esta investigación es por tanto, el estudio de lo que consideramos el comportamiento normal de los conductores. La mayoría de estudios hasta ahora han prestado tradicionalmente un énfasis especial al comportamiento accidentable del conductor con el correspondiente detrimento en el análisis del comportamiento normal [WN93]. Por otro lado, es difícil decidir qué medidas son las más apropiadas para establecer un marco útil de trabajo. La elección de las medidas es muy dependiente del objetivo inmediato de la investigación. Por tanto, es necesario decir que el estado actual de la investigación del comportamiento normal del conductor está todavía dentro de la parte de descripción y clasificación y contribuye al objetivo a largo plazo de comprender y predecir el comportamiento del conductor en la carretera.

Es conveniente enfatizar que el estudio que aquí se realiza se hace desde una perspectiva ingenieril centrada en la eficiencia del sistema vehículo/conductor en relación a la geometría de la carretera. La medida del comportamiento del conductor es expresada en términos de índices de la eficiencia del sistema vehículo/conductor. Los índices de eficiencia comúnmente usados son: el desplazamiento lateral, la velocidad y sus derivadas (aceleración transversal y longitudinal) y el coeficiente de rozamiento transversal.

Hay que decir que los datos de eficiencia obtenidos a partir de la observación no obstrusiva son indicadores de cómo el sistema vehículo/conductor usa la carretera, y esta información es útil para el ingeniero de tráfico. Sin embargo, estos datos de eficiencia no son capaces de darnos las razones de ese comportamiento, no pueden

explicar por qué los conductores eligen actuar de una forma en particular.

A continuación se hace una revisión bibliográfica de los estudios hasta la fecha sobre el comportamiento de los conductores en curvas horizontales, desde el punto de vista de la ingeniería civil.

El estudio de Taragin (1954)

Uno de los primeros estudios sobre el comportamiento de los conductores en curvas horizontales es el de Taragin en 1954 [Tar54]. El estudio consistió en medir las velocidades en 35 curvas horizontales, con un gradiente menor del 3%, en carreteras de dos sentidos. Las curvas tenían una distancia mínima de visibilidad variable entre 60 – 200 metros y un radio de curvatura de 60 – 580 metros. Se determinaron los perfiles de velocidad obtenidos a intervalos de 30 m a lo largo de 150 m a partir del punto medio de la curva. Se analizaron alrededor de 8400 vehículos en total (unos 240 vehículos en cada curva).

Los perfiles de velocidad encontrados muestran que no se produce un cambio de velocidad apreciable después de que el vehículo entra en la curva y que además no se produce ningún reajuste en la velocidad a causa de la curvatura o de la distancia de visibilidad cuando el vehículo se aproxima a la curva. El resultado del análisis fue:

- La velocidad en el carril interior y la del exterior es la misma, a pesar de que la distancia de visibilidad es mayor (un 20%) en el carril exterior.
- El peralte no tiene efecto en las velocidades de operación.
- La velocidad de operación está relacionada linealmente con el grado de curvatura. Velocidades que exceden la velocidad de diseño se dan en curvas con una curvatura mayor de 6 grados (radio menor que 290 m). La curvatura tiene un efecto tres veces superior al efecto de la distancia de visibilidad en la velocidad de operación. La expresión que relaciona la velocidad media V (en *millas/h*) y la curvatura D (en *grados*) que se encontró fue:

$$V = 46.26 - 0.746D \quad (4.2)$$

con un coeficiente de correlación $r=0.8$.

Capítulo 4. Seguimiento de vehículos

El estudio de Emmerson (1969)

En 1969 Emmerson [Emm69] realizó un estudio sobre la velocidad de los vehículos en 6 curvas horizontales a lo largo de carreteras rurales de dos direcciones. Los lugares fueron elegidos de tal forma que el único factor que afectaba a la velocidad era la curvatura. La distancia de visibilidad era siempre mayor que 120 *m* y el gradiente menor del 3%. El radio de curvatura variaba entre 21 – 350 *m*. La velocidad de los vehículos se midió en el punto central. El volumen de tráfico era de 400 *veh/h*.

Sólo se analizaron vehículos que no acertaban la curva (el 10% lo hacían) y con un mínimo de 7 *s* respecto al vehículo precedente, resultando una muestra total de 650 vehículos para 6 escenarios, o sea, 108 vehículos por escenario. También se midió la velocidad en las alineaciones rectas de entrada y salida.

Los resultados fueron:

- El acortamiento de curvas era mayor en curvas con un radio menor que 152 *m*. Se encontró que en muchos coches aparecía una variación en el desplazamiento lateral entre 0.5 *m* y 1 *m*, entre su posición al principio de la curva y en el punto medio.
- Se encontró que, según las distribuciones de velocidades para curvas con un radio de 270–350 *m*, no había cambio prácticamente en las velocidades; para las curvas con radio de 20 – 200 *m* había una reducción considerable de la velocidad.
- Se obtuvo la distribución para el coeficiente de rozamiento *f* (calculado a partir del radio geométrico), encontrándose que para curvas con un radio mayor que 200 *m*, los valores medios de *f* eran menores que 0.12, un 20% de los valores excedían 0.15; para curvas con radios entre 100 – 20 *m*, el 90% de los vehículos tenían valores de *f* mayores que 0.15.
- La expresión que se encontró que relacionaba la curvatura y la velocidad fue:

$$V = 74(1 - e^{-0.017R}) \quad (4.3)$$

donde *V* es la velocidad media en *km/h* y *R* es el radio de curvatura en *m*. El coeficiente de correlación era de 0.98.

Esta expresión difiere bastante de la obtenida por Tarangin (1954). Esto se debe a que las distancias de visibilidad en las curvas estudiadas por Tarangin variaban entre 60 y 200 metros mientras que Emmerson consideraba curvas cuya distancia de visibilidad era de 150 o mayor.

El estudio del Departamento de Obras Públicas de Gales (1969)

El ministerio de obras públicas de Gales (Department of Main Roads)[Roa69] llevó a cabo en 1969 un estudio sobre 21 curvas horizontales en el sur de Gales. Éstas tenían un radio de 75 – 450 *m* y fueron elegidas de tal forma que no existían restricciones sobre la distancia de visibilidad, no había gradientes pronunciados y donde los coches no podían en general acortar esquinas.

La velocidad se midió para 40 – 70 turismos en cada dirección con un radar en el punto medio de la curva.

Los resultados mostraron que:

- El 85 percentil de la velocidad en el punto medio de la curva estaba linealmente relacionado con el radio de la curva; y que el 85 percentil de la velocidad era considerablemente mayor que el límite de velocidad en curvas de radios pequeños 75 – 120 *m*.
- Para curvas de radio mayores que 300 *m* el coeficiente medio de fricción era de 0.12 o menor, para radios menores que 120 *m*, el coeficiente medio de fricción era de 0.21 o mayor.

El estudio de Glennon y Weaver (1971)

En 1971 Glenon y Weaver [GW71] observaron la velocidad y el desplazamiento lateral de las trayectorias de los vehículos por medio de las técnicas de "cine-camera photography" y de "car-following".

Las 5 curvas analizadas tenían un radio entre 870 – 250 *m*. El desplazamiento lateral de las trayectorias fue utilizado para calcular el radio de la trayectoria de cada vehículo.

Se encontró que:

- El radio en cada punto de la trayectoria y la velocidad con que cada vehículo tomaba la curva no estaban correlacionadas.
- En algunos puntos en el interior de la curva la mayoría de los vehículos tenían un radio menor que el radio geométrico.
- Las regiones con una demanda de fricción mayor eran el primer y último cuarto de la curva. Esto se debe a las dificultades encontradas, debido a que eran curvas

Capítulo 4. Seguimiento de vehículos

sin elementos de transición. El radio de la trayectoria en el punto de máxima demanda de fricción era más pequeño que el radio del eje.

- La discrepancia entre el radio de la trayectoria mínimo y el radio de la curva se incrementaba conforme al radio de la curva.

El estudio de McLean (1974)

McLean (1974) [McL74] reanalizó los datos de los estudios de Tarangin (1954), Emmerson (1969) y los del DMR (1969). La tabla 4.4 a continuación resume las relaciones encontradas entre la velocidad y la curvatura:

Variable independiente	Variable dependiente (km/h)		
	Tarangin 90% veloc. percentil	DMR 85% veloc. percentil	Emmerson veloc. media
Radio curvatura $R(m)$	$59.1 + 0.065R$ $r^2 = 0.59$	$52.3 + 0.098R$ $r^2 = 0.91$	$40.8 + 0.097R$ $r^2 = 0.77$
\sqrt{R}	$43.2 + 2.10\sqrt{R}$ $r^2 = 0.67$	$31.7 + 2.95\sqrt{R}$ $r^2 = 0.90$	$25.9 + 2.62\sqrt{R}$ $r^2 = 0.88$
Curvatura C (grad/100ft)	$89.4 - 0.45C$ $r^2 = 0.74$	$93.1 - 0.55C$ $r^2 = 0.73$	$73.7 - 0.19C$ $r^2 = 0.87$
Exponencial $V_0(1 - e^{-BR})$	$83(1 - e^{-0.014R})$ $r^2 = 0.73$	$89(1 - e^{-0.01R})$ $r^2 = 0.71$	$74(1 - e^{-0.017R})$ $r^2 = 0.95$

Tabla 4.2: Relaciones entre la velocidad y la curvatura obtenidas de forma empírica

A partir del valor del coeficiente de correlación r se ve que, el método que mejor se ajusta es diferente para cada uno de los tres conjuntos de datos. En el estudio de Tarangin la mejor expresión es la que relaciona la velocidad linealmente con la curvatura, sin embargo para el estudio del DMR es la expresión que relaciona la velocidad linealmente con el radio de curvatura y para el de Emmerson la exponencial. Hay que hacer notar que en el estudio de Tarangin los datos cubrían un rango de variación de la distancia de visibilidad bastante amplio respecto al cubierto por los otros dos.

La regresión de los datos de velocidad de Tarangin en función de las variables: curvatura, distancia de visibilidad, anchura de la calzada y peralte, muestran que para velocidades medias sólo la curvatura y la anchura de la calzada tienen estadísticamente un efecto significativo ($p < 0.05$), de forma que la velocidad decrece conforme decrece el radio y la anchura de la calzada.

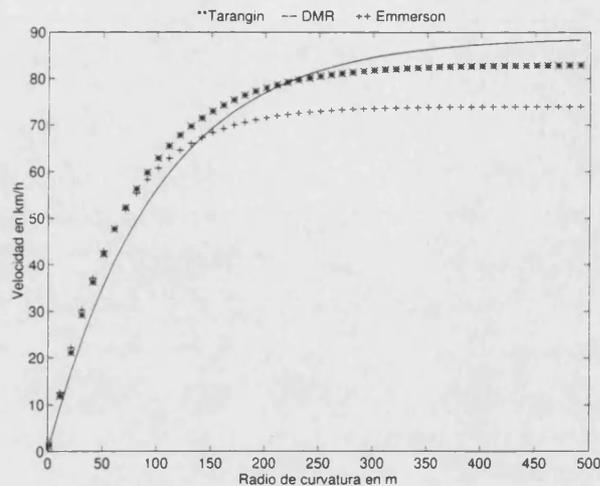


Figura 4.2: Relaciones entre la curvatura y la velocidad según los estudios de Tarangin, DMR y Emmerson.

También se representó el coeficiente de fricción frente a la velocidad encontrándose una gran dispersión, de manera que la velocidad de operación dependía más del radio de la curva que del coeficiente de fricción lateral.

El estudio se realizó sobre 31 curvas con estándares de velocidades entre 80 – 120 km/h y sobre 41 curvas con un valor de velocidad en el rango de 40–80 km/h , midiendo la velocidad de operación tanto en la curva como en la zona de aproximación. En cada uno de los escenarios analizados el número de vehículos era menor que 100.

Los resultados fueron:

- Las distribución normal es la que mejor se ajusta a las velocidades observadas.
- Para curvas con velocidades de diseño mayores que 90 km/h , el 85% percentil de las velocidades son menores que la velocidad de diseño, mientras que para curvas con velocidades menores, el 85% percentil tienden a exceder la de diseño.
- Los análisis de regresión de los datos de las 31 curvas, con radios entre 300 – 800 m y con velocidades en el rango de 80 – 120 km/h , muestran que el 71% de la variabilidad en el 85% percentil de la velocidad de la curva se puede explicar en términos de la curvatura.
- Respecto a los valores calculados para el coeficiente de rozamiento f , a partir del radio geométrico, muestran que muy pocos valores están por encima del valor de diseño. El valor medio era 0.06, por lo que su valor para la mayoría de los vehículos era menor que el de diseño.

Capítulo 4. Seguimiento de vehículos

El estudio de Lee (1985)

En 1985 Lee [Lee85] estudió la velocidad de los conductores tanto acercándose como a lo largo de una curva. La curva estudiada tenía un radio de 125 *m* con una peralte del 6%, una velocidad de diseño de 60 *km/h* y sin transiciones. Los vehículos fueron monitorizados a partir de 30 *m* antes de la curva de entrada y 60 *m* en el interior de ella, mediante una grabación de vídeo. Es en este estudio donde aparece por primera vez el uso de un vídeo o cámara. Los valores de la velocidad se calcularon a partir del tiempo empleado en recorrer secciones de 10 *m*, que fueron graduadas usando marcas a ambos lados de la calzada a intervalos de 10 *m*. Los datos se recogieron para un total de 400 turismos.

Se observó un amplio rango de velocidades (50 – 90 *km/h*), siendo la velocidad medida al principio unos 30 *m* antes de la entrada a la curva, en la propia entrada y en el punto medio de 79, 69 y 76 *km/h* respectivamente. La menor velocidad se produce a 20 *m* en el interior de la curva.

Diferentes comportamientos de velocidad fueron observados entre diferentes conductores, de forma que los conductores más rápidos mostraban unas variaciones de velocidad más pronunciadas. El promedio de los conductores tendía a reducir la velocidad en mayor medida antes de la entrada de la curva que después de la entrada.

El coeficiente de rozamiento f se calculó a partir del radio geométrico en cada sección de 10 *m*. El valor medio de f era de 0.31 y el 85% percentil de f en el punto medio de la curva era de 0.35. Se encontró que para el 52% de los conductores el radio era mayor que el radio geométrico.

Debe hacerse notar que en el punto medio de la curva había una intersección en T , de manera que no queda claro como influía esta intersección en el comportamiento del conductor.

El estudio de Kanellaidis (1990)

En 1990 Kanellaidis [KGE90] analiza el comportamiento de los conductores en carreteras rurales griegas. En él se investiga la relación entre la velocidad de operación y varios parámetros de diseño: radio de curvatura, peralte, anchura del carril y anchura del arcén. Los resultados muestran que la velocidad de operación está estrechamente ligada a la curvatura y a la velocidad deseada.

Se recogieron datos de velocidades en 58 curvas de Grecia. También se midió la velocidad en las secciones tangentes a éstas. Se tomaron 200 medidas de velocidad

para cada lugar. Los resultados que se encontraron fueron:

- La distribución normal era la que mejor describía las medidas de velocidades.
- Aparte del grado de curvatura se observó que el 85% percentil de la velocidad se ve predominantemente influenciada por la velocidad deseada correspondiente a esa sección de la vía. El resto de parámetros geométricos no mostraban un efecto estadísticamente significativo ($p > 0.05$). La ecuación de regresión que explicaba satisfactoriamente los datos era:

$$V_{85} = 32.2 + 2226.9 \frac{1}{R} - 553.6 \frac{1}{\sqrt{R}} + 0.839V_F \quad (4.4)$$

siendo V_F el 85% percentil de velocidad deseada (km/h). El coeficiente de correlación era de $r = 0.925$.

El hecho de que la inclusión de la velocidad deseada mejorara la correlación se explica porque la velocidad deseada está ligada al entorno y a la topografía de la sección de la carretera, que influyen directamente en la velocidad de operación elegida por el conductor a lo largo de varias curvas de esa sección de carretera.

El estudio de Wong y Nicholson (1993)

Wong y Nicholson [WN93] examinaron el comportamiento de los vehículos en dos curvas horizontales. Para la toma de datos se usaron grabaciones de vídeo. Se colocaron regularmente puntos de control sobre la calzada a intervalos de 10 m y los datos sobre los desplazamientos laterales y velocidades se obtuvieron de forma manual proyectando las cintas de videos sobre una rejilla que representaba la curva. Los resultados que obtuvieron referente a la velocidad fueron: por un lado que la reducción de la velocidad comienza antes de la entrada a la curva y por otro lado que las reducciones no eran igual para el carril interior y exterior de la curva. La velocidad de aproximación era mayor para el carril interior. Respecto al desplazamiento lateral se observó que existía una fuerte tendencia de los vehículos al acortamiento de curvas.

Los resultados de los estudios que se han revisado en los apartados previos se resumen a continuación:

1. Existen relativamente pocos estudios que implican la observación no obstrusiva del comportamiento de los conductores en curvas horizontales. El principal énfasis de estos estudios ha sido cómo las velocidades puntuales en los puntos

Capítulo 4. Seguimiento de vehículos

medios de la curva se relacionan con el radio de diseño de la curva. Los vehículos muestreados eran principalmente vehículos libres.

2. Hasta la fecha ha habido una escasa investigación respecto a la identificación de las trayectorias de los vehículos y a las variaciones en los radios a lo largo de la trayectoria. Por lo tanto, todos los cálculos sobre la fuerza de rozamiento transversal se han realizado usando el radio geométrico en vez del verdadero radio de la trayectoria del vehículo.

3. El estudio de la velocidad ha mostrado los siguientes resultados:

- La curvatura tiene un efecto dominante en la velocidad de operación; la velocidad en el punto medio está estrechamente relacionada con el radio geométrico de la curva (Taragin, Emmerson, DMR, McLean). Una relación lineal fue propuesta por Taragin, DMR y McLean, y una relación curvilínea por Emmerson.
- La velocidad en el interior de la curva se ve influenciada por la mínima distancia de visibilidad (Taragin, McLean). La tendencia es que para altas velocidades tenemos mayores mínimos de distancia de visibilidad.
- La velocidad en el interior de la curva no se ve significativamente afectada por el peralte (Taragin, McLean).
- La velocidad puede (McLean 1974) verse afectada por la anchura del carril. Tenemos una velocidad media menor para un carril más estrecho. Sin embargo, los estudios de McLean en 1976 mostraron que la anchura del carril no tenía efectos estadísticamente significativos.
- La velocidad en el punto medio de la curva se puede representar por una distribución normal (McLean, 78).
- La velocidad en el interior de la curva se ve influenciada por la velocidad de aproximación (McLean 78, Lee 86). Los ajustes en la velocidad parecen comenzar antes a medida que disminuye el radio.
- La proporción de los vehículos que exceden la velocidad de diseño era significativa para curvas de radios menores que 120 m (Emmerson, DMR, Lee).
- Taragin (1954) muestra que los perfiles de velocidad son constantes dentro de la curva, mientras que DMR, Thar y Harr y Lee contradicen estos perfiles. Según éstos últimos, los turismos empiezan a acelerar una vez que se ha

alcanzado la velocidad mínima, mientras que vehículos pesados mantienen la velocidad mínima. La velocidad media mínima fue observada en la parte de salida según el estudio DMR, mientras que según el estudio de Lee se produce en el primer cuarto.

4. El acortamiento de curvas es significativo, especialmente en curvas con radios pequeños (Emmerson, Glennon y Weaver). Emmerson estimó que el 10% de los vehículos acortan esquinas y que muchos vehículos tienen variaciones entre sus desplazamientos laterales entre 0.5 *m* y 1 *m*, entre su posición al principio de la curva y en el punto medio. Lee informó que el 52% de los vehículos muestreados tenían radios de la trayectorias mayores que el radio geométrico para la curva de estudio, que tenía un radio de 125 *m*. Glennon y Weaver mostraron que la mayor parte de las trayectorias de los vehículos tenían un radio menor que el radio geométrico en algunos puntos de la curva y que la discrepancia entre el radio de la trayectoria mínimo y el radio de la curva se incrementa cuando aumenta el radio.
5. El radio mínimo de la trayectoria no está correlacionado con la velocidad (Glennon y Weaver).
6. Los valores para el coeficiente de fricción lateral se incrementan conforme el radio aumenta (Tarangin, Emmerson, DMR, McLean). Para curvas con el radio menor que 100 *m*, una proporción significativa de conductores tenían valores de *f* mayores que 0.15 y para curvas con radios mayores que 300 *m*, la mayoría de los conductores tenían valores de $f < 0.15$.

4.5 Tecnologías existentes para la detección de vehículos

Como se mencionó en la sección 4.1, uno de los problemas que encontraron los estudios sobre el comportamiento de los conductores fue la falta de una tecnología disponible para adquirir algunos datos de una forma exhaustiva y precisa.

Dependiendo del área de medida se distinguen dos tipos de técnicas de detección en tráfico. Por un lado, los detectores de banda ancha, que tienen una distancia efectiva sobre la carretera mayor de 50 metros y son especialmente útiles para medidas de densidades espaciales (por ejemplo: los sistemas de procesamiento de imágenes); y

Capítulo 4. Seguimiento de vehículos

por otro lado, los detectores puntuales o de área pequeña, que toman medidas sobre una pequeña área de la carretera, entre ellos se encuentran los detectores de lazo, microondas, detectores de infrarrojos y balizas. Estas técnicas proporcionan medidas globales sobre el flujo de tráfico, pero no individuales sobre la evolución de los vehículos.

La visión por computador implica la digitalización automática, procesado e interpretación de las imágenes de cámaras instaladas en la carretera. La clave del sensor vídeo es que proporciona información espacial y temporal. Una cámara puede monitorizar simultáneamente varios carriles, abarcando además una zona continua de carretera. Esto permite una descripción más detallada que la que se puede obtener de las tecnologías clásicas basadas en lazos electromagnéticas, radares, fotografía, etc. Las cámaras de TV y el procesamiento de imágenes permiten medir de una forma automática desplazamientos laterales, velocidades y aceleraciones. Estas tres medidas permiten una descripción completa de la cinemática del vehículo. Otra ventaja del uso de cámaras de TV y del procesamiento de imágenes es que permiten acceder a nuevas medidas relacionadas con el comportamiento del vehículo: intervalo entre vehículos, movimientos direccionales e interferencias en intersecciones, así como localizar y cuantificar cambios de carriles. Por tanto, es posible obtener medidas absolutas y relativas referentes a la evolución del vehículo y medidas globales sobre el flujo de tráfico.

Aunque existen en el mercado algunos sistemas basados en procesamiento de imágenes [Hoo91] [BLM89] [Mar95] que son capaces de identificar el vehículo y seguir su trayectoria a lo largo del área monitorizada, éstos presentan algunas limitaciones: proporcionan la posición del vehículo en función de la distancia recorrida a lo largo del carril y además referida al plano imagen. Para analizar la evolución del vehículo estamos interesados en los desplazamientos laterales respecto al eje central de la calzada. Esta variable, junto con la velocidad, el peralte y el coeficiente de rozamiento transversal, es crucial para determinar el equilibrio dinámico de los vehículos en curvas horizontales. Por otro lado, esta información debe estar referida a un sistema de referencia del mundo real en 3-D, lo que nos llevará a la necesidad de realizar un calibrado de la cámara que se describe en el capítulo 6.

Capítulo 5

Dispositivo y metodología para la toma de datos

En este capítulo se describen los elementos que forman el dispositivo experimental, así como la metodología para la toma de datos, tanto de las grabaciones de vídeo como del levantamiento topográfico del tramo experimental.

5.1 Dispositivo experimental

Como dispositivos físicos del montaje experimental se han utilizado los siguientes elementos:

- Cámara color CCD LDH 0647/00 de Philips con una resolución horizontal de 400 líneas de TV basada en el estándar PAL y con 625 líneas (2:1 entrelazado) a una frecuencia de 15.625 kHz (H) y 50 Hz (V). El número de puntos efectivos es $681(H) \times 582(V)$ y un área del plano imagen de $6.4(H) \times 4.8(V)$ mm. La lente utilizada es de focal variable 12 – 100 mm. La iluminación mínima necesaria y recomendada es de 7 y 2000 lux, respectivamente. El rango de temperatura de trabajo es de -10 a $+50C$ y una humedad menor del 90%.
- Vídeo SuperVHS con una resolución de 240 líneas y cintas de vídeo de alta calidad.
- Monitor blanco y negro.

Capítulo 5. Dispositivo y metodología para la toma de datos

- PC Pentium, 16 Mbytes de RAM, 133 MHz.
- Tarjeta digitalizadora PCVISION de Imaging Technology Inc.
- Estación de trabajo HP Apollo 735.
- Taquímetro electrónico THH2.

Para la elaboración de los programas de análisis de imágenes, tratamiento estadístico de los datos y herramientas de cálculo se han utilizado los siguientes programas:

- Programas de tratamiento de imágenes: Visilog (Vers. 4.0), VISTA (Vers. 2.1).
- Herramientas de cálculo y análisis estadístico: *S* (Versión 3.0 para SUN), Matlab (Versión 4.2a para HP) y SPSS (Versión 6.1.2 para windows).
- Lenguaje C.

5.2 Metodología para la toma de datos

Se utilizó una cámara CDD móvil, con una focal de 12 *mm* y de 512 × 512 *pixels*, colocada en un poste de altura de 18 *m* que permitía cubrir un tamaño aproximadamente de 40 × 50 *m* en la escena. Esto supone una resolución de 9 *cm/pixel*.

La relación entre el área de visión y la focal de la lente es

$$\text{Altura del área de visión (m)} = \frac{4.8 \times \text{Distancia desde la cámara al objeto (m)}}{\text{Focal de la lente (mm)}}$$

$$\text{Anchura del área de visión (m)} = \frac{6.4 \times \text{Distancia desde la cámara al objeto (m)}}{\text{Focal de la lente (mm)}}$$

La distancia de la cámara al centro de la escena era aproximadamente de 90 metros.

La cámara está colocada de tal forma que pasaba inadvertida para el conductor, pues uno de los objetivos es que no se alteren los patrones de comportamiento de los conductores bajo observación.

Las imágenes son transmitidas a la sala del Centro de Control de Tráfico del Ayuntamiento de Valencia, mediante un cable coaxial, donde son grabadas en cintas

Capítulo 5. Dispositivo y metodología para la toma de datos

S-VHS de alta calidad con un vídeo SuperVHS. Debido a la gran precisión que se requiere en todo el proceso, se ha intentado siempre aumentar la calidad lo máximo posible para disminuir los ruidos o errores externos que se pudieran introducir.

Seguidamente en una segunda fase en el laboratorio, se procede a la reproducción de las cintas y se realiza la digitalización y almacenamiento de las imágenes, para su posterior análisis. Para ello, se utiliza una tarjeta digitalizadora PC-VISION insertada en un PC-Pentium con 8 Mb de RAM, lo que nos permite capturar y almacenar secuencias de hasta 28 imágenes con una frecuencia de 2 imágenes/segundo. Es importante hacer notar que el número de imágenes en la secuencia es suficiente para monitorizar toda la evolución de un vehículo. En efecto, teniendo en cuenta que la longitud del tramo experimental que se pretende monitorizar (ver figura 5.1) es de 80 m y que la frecuencia de adquisición es de 2 imágenes/segundo, se puede construir la tabla 5.1 que da el número de imágenes necesarias en función de la velocidad del vehículo.

Velocidad (km/h)	Velocidad (m/s)	tiempo (s)	núm. imágenes
60	16.6	4.8	8
40	11.1	7.2	15
30	8.3	9.6	20
25	6.9	11.5	23
20	5.5	14.5	29

Tabla 5.1: Número de imágenes en función de la velocidad del vehículo

La velocidad de diseño de esta curva es de 30km/h , por lo que no vamos a encontrar velocidades inferiores a 20km/h , salvo que se trate de una avería o una congestión. El caso de congestiones sale fuera del estudio de este trabajo pues consideramos condiciones de tráfico fluido.

Grabaciones de vídeo

Las grabaciones de vídeo han sido realizadas en condiciones de tiempo seco y a las primeras horas del día para que la luminosidad fuera óptima, puesto que las cámaras requieren una iluminación de 2000 lux y una humedad ambiente menor del 90%. También es necesario que no exista viento para evitar vibraciones de la cámara que pueden influir en el proceso de calibración. Las grabaciones fueron realizadas durante días laborables y en condiciones de tráfico fluido.

Capítulo 5. Dispositivo y metodología para la toma de datos

Adquisición de datos geométricos del escenario y su representación en 3-D

Para la posterior calibración de la cámara y transformación de coordenadas en el plano imagen a coordenadas en el mundo real, es necesario tener una descripción minuciosa del escenario en 3-D . Para ello se realizaron 80 mediciones a lo largo del desarrollo de la curva: 40 puntos en su borde interior y 40 puntos en su borde exterior a intervalos de 2 m, usando un taquímetro electrónico con una precisión de 1 mm y 0.01 grados.

En cada uno de los puntos se midió la distancia geométrica (d_g), el azimut (V) y el ángulo horizontal reducido (H_R). Estos valores están relacionados con las coordenadas cartesianas (X, Y, Z) mediante las expresiones:

$$\begin{aligned} X &= d_g \sin(V) \sin(H_R) \\ Y &= d_g \cos(H_R) \sin(V) \\ Z &= d_g \sin(V) \frac{1}{\tan(V)} = d_g \cos(V) \end{aligned}$$

Para la posterior identificación de estos puntos en la imagen se hizo una marca en la calzada en forma de T de 30 cm de ancha y 30 cm de larga, como se muestra en la figura 5.1. Las tablas B.1 y B.2 del apéndice B muestran los valores de las coordenadas en el mundo real de las 80 marcas y sus correspondientes coordenadas en *pixels* de la imagen para el radio interior y exterior, respectivamente.

Los datos geométricos del tramo experimental se resumen en la tabla 5.2:

Parámetro	Valor
Radio	31.5 (m)
Ángulo	88 (grados)
Velocidad de diseño	30 (km/h)
Desarrollo	80 (m)
Desnivel	+3 (m)
Anchura de la calzada	4.7 (m)
Peralte	0.047

Tabla 5.2: Parámetros geométricos del tramo experimental

El peralte, el radio y la anchura de la calzada que se dan en la tabla 5.2 son el



Figura 5.1: Disposición de los puntos de medida

valor medio, pues se observó, a partir de los datos del levantamiento topográfico, que variaban ligeramente a lo largo del tramo experimental.

Las figuras 5.2 y 5.3 nos dan la variación del peralte y de la anchura de la calzada en función de la distancia recorrida a lo largo del eje central.

Capítulo 5. Dispositivo y metodología para la toma de datos

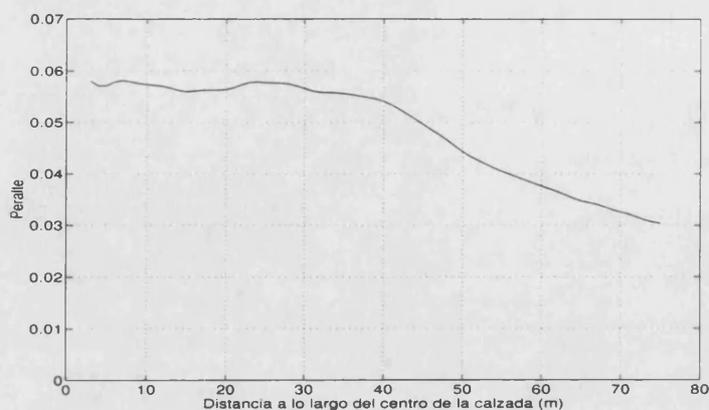


Figura 5.2: Peralte en función de la distancia a lo largo del eje central

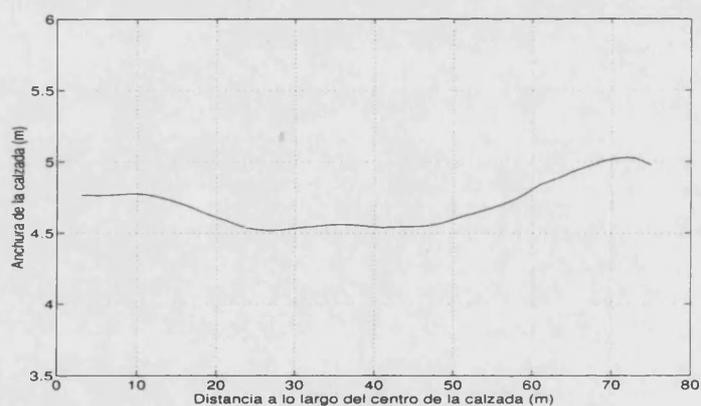


Figura 5.3: Anchura de la calzada en función de la distancia a lo largo del eje central

Una vez que las secuencias de imágenes están almacenadas se procede a su análisis, aplicando el método de extracción y correspondencia de puntos relevantes descritos en los capítulos 2 y 3, identificándose así las trayectorias individuales en el plano imagen de cada vehículo que aparece en la escena y que se mueve independientemente uno de otro. Para poder disponer de esta información en coordenadas 3-D, es necesario obtener los parámetros de la cámara que nos permitan transformar de coordenadas del plano imagen a coordenadas del mundo real. Este proceso es lo que se conoce como calibración de una cámara y el método que se ha desarrollado y utilizado es descrito en el capítulo siguiente.

Capítulo 6

La calibración de la cámara.

Transformación de 2-D a 3-D

En este capítulo se aborda el problema de la calibración de la cámara, necesaria para establecer una transformación entre la geometría real de la carretera y su proyección en el plano imagen y viceversa, que permita obtener la posición y velocidad de los objetos respecto a un sistema de referencia en el mundo real en 3-D.

Los métodos actuales de calibración de cámaras presentan importantes limitaciones para ser aplicados en escenas naturales extensas, como es nuestro caso, ya que consideran que el campo de visión es pequeño y la variación en profundidad de la escena a lo largo de la línea de visión es pequeña comparada con la distancia media de los puntos de la escena a la cámara. Estas consideraciones permiten asumir una alta precisión en los datos de calibración utilizados, que es difícil de alcanzar cuando se trabaja con este tipo de escenas, como son las imágenes de tráfico. Estos métodos habitualmente usan bien una rejilla de marcas cuya posición relativa en el plano imagen y en el mundo real es conocida con una gran precisión; o bien usan un objeto de calibración aplicando el concepto de puntos evanescentes, obtenidos por las proyecciones en perspectiva de tal objeto, para calcular los parámetros intrínsecos y extrínsecos de la cámara.

En este capítulo se presenta un nuevo método robusto para la calibración de una cámara en escenas grandes, en las que los métodos anteriores no son aplicables y que evita los problemas de convergencia generados por éstos, a cambio de suponer conocida la posición de la cámara. El modelo se basa en transformaciones geométricas sencillas entre el sistema de referencia del mundo real y el de la cámara. El método ha sido evaluado con imágenes reales y los resultados muestran un error en la reconstrucción

Capítulo 6. La calibración de la cámara. Transformación de 2-D a 3-D

de coordenadas en 3-D menor que el 0.8%.

En la sección 6.1 se introduce brevemente el modelo de proyección en perspectiva y el proceso de calibración de una cámara. En la sección 6.2 se revisan los métodos actuales de calibración y se comentan las limitaciones e inconvenientes que presentan al ser aplicados en escenas extensas. En la sección 6.3 y 6.4 se presentan los principios en los que se basa el método desarrollado y los detalles del cálculo de los parámetros que definen la transformación de coordenadas entre el sistema de referencia de la cámara y el del mundo real. En la sección 6.5 se presentan los resultados experimentales y se realiza un análisis detallado de los errores cometidos en la reconstrucción de coordenadas 2-D a 3-D. Finalmente, en la sección 6.6 se resumen las conclusiones.

6.1 El modelo de proyección perspectiva para una cámara

Calibrar una cámara supone obtener las coordenadas de la posición de su centro óptico respecto a un origen de referencia en el mundo real, en principio arbitrario, así como su orientación, es decir, los tres ángulos formados por cada eje del sistema de referencia de la cámara con el sistema de referencia del mundo real. Dentro de los parámetros a calcular se incluye también la focal efectiva del sistema óptico, así como las constantes de conversión de distancias (en *mm*) en el plano imagen a puntos (*pixels*) de la tarjeta digitalizadora. Los modelos de proyección perspectiva de una cámara realizan una correspondencia entre las coordenadas de los puntos del objeto en 3-D y las coordenadas 2-D de la imagen y viceversa.

El modelo de cámara más general, si se considera proyección de pinhole ¹, consta de once parámetros: seis parámetros extrínsecos, $(T_x, T_y, T_z, R_x, R_y, R_z)$, que describen la posición y orientación del sistema de coordenadas de la cámara con respecto al sistema de coordenadas del mundo real, y cinco parámetros intrínsecos, (f, C_x, C_y, n_x, n_y) que describen el proceso de formación de la imagen en la cámara. Los 11 parámetros son constantes estimadas a partir de un conjunto de datos tomados de una única cámara. Cuando la cámara se mueve en el sistema de coordenadas del mundo real sus parámetros extrínsecos deben ser recalculados, sin embargo sus parámetros intrínsecos no cambian.

¹El modelo de pinhole asume que el sistema de coordenadas de la cámara y el del mundo real están relacionados mediante una transformación rígida de 6 grados de libertad: la rotación y traslación en los tres ejes del espacio

Capítulo 6. La calibración de la cámara. Transformación de 2-D a 3-D

En este modelo de proyección, mostrado en la figura 6.1, el origen del sistema de coordenadas de la cámara (x_c, y_c, z_c) coincide con el centro óptico de la misma. Se toma el eje z_c coincidente con el eje óptico de la cámara. Se asume que el plano imagen es paralelo al plano (x_c, y_c) y se encuentra a una distancia f del origen, donde f es la distancia focal.

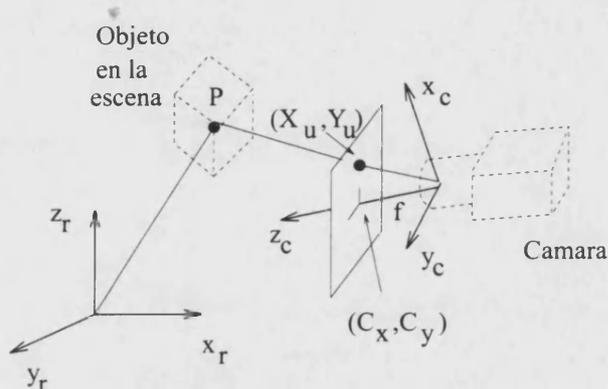


Figura 6.1: Modelo de la proyección perspectiva

La relación entre la posición de un punto P del objeto en el sistema de coordenadas del mundo real (x_r, y_r, z_r) y el punto de la imagen en coordenadas de la tarjeta digitalizadora (X_f, Y_f) se define mediante una secuencia de transformaciones de coordenadas. La primera transformación es una rotación y una traslación desde el sistema de coordenadas del mundo real (x_r, y_r, z_r) al sistema de referencia de la cámara (x_c, y_c, z_c) , centrado en su eje óptico. Esta transformación viene dada por:

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

donde

$$R = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

es la matriz de rotación 3×3 que describe la orientación de la cámara en el sistema de coordenadas del mundo real. R se puede expresar también como:

$$R = Rot(R_x)Rot(R_y)Rot(R_z) \quad (6.3)$$

Capítulo 6. La calibración de la cámara. Transformación de 2-D a 3-D

es decir, el producto de tres rotaciones alrededor de los ejes x , y , y z del sistema de referencia del mundo real.

La segunda transformación es una proyección perspectiva (usando el modelo ideal de pinhole para la cámara) de un punto en las coordenadas de la cámara a la posición en el plano imagen, (X_u, Y_u) . Esta transformación se describe como:

$$X_u = f \frac{x_c}{z_c} \quad y \quad Y_u = f \frac{y_c}{z_c} \quad (6.4)$$

La transformación final entre la posición real del punto en la imagen, medida en mm en el plano imagen, y sus coordenadas en la tarjeta digitalizadora, en $pixels$, (X_f, Y_f) , viene descrita por:

$$X_f = X_u n_x + C_x \quad y \quad Y_f = Y_u n_y + C_y \quad (6.5)$$

donde C_x y C_y son las coordenadas (en $pixels$) del punto de corte del eje z_c con el plano del sensor de la cámara; n_x y n_y son el número de $pixels$ por unidad de longitud en la tarjeta digitalizadora en las direcciones x e y , respectivamente.

6.2 Revisión de los métodos actuales de calibración

La mayoría de los métodos que se encuentran en la literatura usan el modelo de proyección central o de pinhole para la cámara, descrito en la sección anterior. Esta calibración consiste en determinar los seis parámetros extrínsecos (la posición y orientación de la cámara en coordenadas de mundo real) y los 5 parámetros intrínsecos (el punto principal en la imagen C_x, C_y), donde el rayo a través del foco es ortogonal a la imagen; la longitud focal f , y los factores de conversión n_x y n_y .

En la bibliografía se encuentran principalmente dos enfoques para obtener estos parámetros. Por un lado, los métodos que usan una serie de puntos uniformemente distribuidos sobre una rejilla cuyas posiciones relativas son conocidas con una alta precisión [Tsa87] [Fau86] [Cum93]. Las posiciones de estos puntos se obtienen extrayendo los contornos de los mismos mediante un algoritmo de detección de bordes y calculando después el centroide del contorno. Por otro lado, se encuentran los métodos que usan un objeto de calibración -rectángulo, hexágono o cubo- y expresan las ecuaciones de una línea y las ecuaciones de un plano en 3-D en términos de las coordenadas en 2-D del punto evanescente ² obtenido de las proyecciones en perspectiva del objeto

²Punto en el plano imagen donde convergen líneas paralelas con pendiente no nula respecto al eje

[CT89] [TT91] [Har89].

La precisión de este método, aparte del ruido inevitablemente asociado a las medidas, depende de la precisión con la que se conocen las posiciones de los puntos de calibración respecto al sistema de referencia al mundo real. El tamaño del volumen calibrado es realmente limitado y la aplicabilidad de estos métodos fuera del laboratorio es mínima.

Recientemente han aparecido algunos trabajos sobre calibración de cámaras en escenas naturales, que adoptan un punto de vista completamente diferente. Estos métodos confían en un operador que interactivamente ajusta los parámetros para alcanzar visualmente un acuerdo entre el modelo de calibración rectilínea y su propia perspectiva de la escena [WS94]. Desafortunadamente, este método sólo se puede aplicar en escenas donde se pueden encontrar líneas largas y paralelas.

En la sección 6.3 se desarrolla un nuevo método de calibración apropiado para escenas grandes naturales donde los métodos anteriores no se puedan aplicar, bien debido a la alta precisión que necesitan, imposible de alcanzar en este tipo de escenas, o bien debido a la configuración específica que requieren para el área de trabajo.

6.3 Principios del método

El problema de la calibración de la cámara se puede formular como sigue: *encontrar una función que transforme coordenadas 2-D en el plano imagen en coordenadas 3-D en el mundo real conociendo las coordenadas en el mundo real y en el plano imagen de un conjunto de suficientes puntos*. El método que proponemos asume conocida la posición de la cámara (x_o, y_o, z_o) en el sistema de coordenadas del mundo real, que se calcularon usando un taquímetro electrónico.

Sea (x, y, z) las coordenadas de un punto P en la escena respecto al sistema de referencia en el mundo real y (x_p, y_p) las coordenadas de la proyección, P' , en *pixels* en el plano imagen. Ver figura 6.2.

Las coordenadas de la proyección de este punto en el plano imagen con respecto al sistema de coordenadas del mundo real, se pueden expresar en función de la línea que une el punto P con el centro óptico de la lente C , que viene dada por

$$(x_o, y_o, z_o) - \lambda_p(x - x_o, y - y_o, z - z_o)$$

óptico de la cámara

Capítulo 6. La calibración de la cámara. Transformación de 2-D a 3-D

y por otro lado, tenemos que las coordenadas de la proyección del punto en el plano imagen deben cumplir la ecuación paramétrica del plano:

$$(x_1, y_1, z_1) = x_p(a, b, c) + y_p(d, e, f)$$

donde $\vec{e}_1 = (a, b, c)$ y $\vec{e}_2 = (d, e, f)$ constituyen dos vectores base de un sistema de referencia ortonormal, con origen en el punto O_p de coordenadas (x_p, y_p, z_p) . Tomamos el punto O_p como sistema de referencia del plano imagen. Por tanto,

$$(x_1, y_1, z_1) = x_p(a, b, c) + y_p(d, e, f) = (x_o, y_o, z_o) - \lambda_p(x - x_o, y - y_o, z - z_o) \quad (6.6)$$

El parámetro λ_p depende de la posición del punto y representa la distancia entre el centro de la lente y la proyección del punto en el plano imagen, P' .

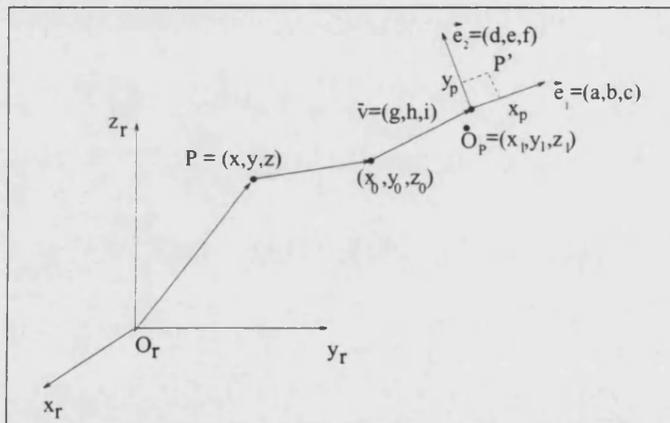


Figura 6.2: Relación entre las coordenadas del plano imagen y las del mundo real

Si expresamos el punto (x_1, y_1, z_1) en función de la posición de la cámara, tenemos que $(x_1, y_1, z_1) = (x_o + g, y_o + h, z_o + i)$, donde el vector (g, h, i) es el desplazamiento entre el centro de la lente C y el origen de coordenadas en el plano imagen O_p . De la ecuación 6.6 tenemos que:

$$g + ax_p + dy_p = -\lambda_p(x - x_o) \quad (6.7)$$

$$h + bx_p + ey_p = -\lambda_p(y - y_o) \quad (6.8)$$

$$i + cx_p + fy_p = -\lambda_p(z - z_o) \quad (6.9)$$

Capítulo 6. La calibración de la cámara. Transformación de 2-D a 3-D

De la ecuación 6.7 despejamos el valor de λ_p

$$\lambda_p = \frac{g + ax_p + dy_p}{x - x_o}$$

Sustituyendo en la ecuación 6.8 y 6.9, llegamos a las dos expresiones siguientes:

$$h + bx_p + ey_p = \frac{y - y_o}{x - x_o}(g + ax_p + dy_p) \quad (6.10)$$

$$i + cx_p + fy_p = \frac{z - z_o}{x - x_o}(g + ax_p + dy_p) \quad (6.11)$$

De manera que tenemos 9 incógnitas ($a, b, c, d, e, f, g, h, i$) y dos ecuaciones lineales para cada punto. Consecuentemente, para resolver el sistema necesitamos conocer la posición en el plano imagen y en el mundo real de al menos 5 puntos.

6.4 Detalles de los cálculos

Para simplificar la notación, definimos $k_1 = \frac{y-y_o}{x-x_o}$ y $k_2 = \frac{z-z_o}{x-x_o}$. Entonces,

$$h + bx_p + ey_p = k_1(g + ax_p + dy_p) \quad (6.12)$$

$$i + cx_p + fy_p = k_2(g + ax_p + dy_p) \quad (6.13)$$

Agrupando estas dos ecuaciones y reorganizando llegamos a:

$$bx_p - k_1y_p d + ey_p - k_1g + h = k_1ax_p \quad (6.14)$$

$$cx_p - k_2y_p d + fy_p - k_2g + i = k_2ax_p \quad (6.15)$$

Dividendo por la incógnita a obtenemos la siguiente relación entre matrices:

$$QX = P \quad (6.16)$$

donde

$$Q = \begin{pmatrix} x_{p1} & 0 & -k_1y_{p1} & y_{p1} & 0 & -k_1 & 1 & 0 \\ 0 & x_{p1} & -k_2y_{p1} & 0 & y_{p1} & -k_2 & 0 & 1 \\ \dots & \dots \\ x_{pn} & 0 & -k_1y_{pn} & y_{pn} & 0 & -k_1 & 1 & 0 \\ 0 & x_{pn} & -k_2y_{pn} & 0 & y_{pn} & -k_2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.17)$$

$$X = \frac{1}{a} \begin{pmatrix} b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \end{pmatrix} \quad y \quad P = \begin{pmatrix} k_1 x_{p1} \\ k_2 x_{p1} \\ \vdots \\ k_1 x_{pn} \\ k_2 x_{pn} \end{pmatrix} \quad (6.18)$$

Este sistema de ecuaciones se resuelve mediante una regresión por mínimos cuadrados, a partir de los datos de más de 5 puntos.

6.5 Resultados experimentales

Se dispusieron 72 marcas en forma de T sobre la calzada, 35 sobre el radio interior y 37 sobre el exterior, como se muestra en la figura 6.3. El tamaño de las marcas era de 30×30 cm y estaban separadas una distancia de 2 m una de otra. La posición de cada marca, respecto a un sistema de referencia en el mundo real, se midió con un taquímetro electrónico con una precisión de ± 1 mm y ± 0.01 grados, como se describe en la sección 5.2 del capítulo 5.



Figura 6.3: Imagen de la calzada con las marcas en forma de T

Capítulo 6. La calibración de la cámara. Transformación de 2-D a 3-D

El valor de la incógnita a queda indeterminado, ya que existe un factor de escala implícito en el proceso de calibración de la cámara y ha sido tomada como 1³. Los valores obtenidos para la matriz X son:

Parámetro	Valor
a	1
b	5.33
c	-0.30
d	4.13
e	-0.92
f	3.34
g	-4399
h	-439
i	795

Tabla 6.1: Valores para la matriz de incógnitas X

Para verificar la consistencia de los valores obtenidos, se puede comprobar que la condición de ortogonalidad entre los vectores $\vec{e}_1 = (a, b, c)$ y $\vec{e}_2 = (d, e, f)$ queda satisfecha:

$$\widehat{\vec{e}_1, \vec{e}_2} = \frac{\arccos(\vec{e}_1, \vec{e}_2)}{\|\vec{e}_1\| \cdot \|\vec{e}_2\|} = 93^\circ \sim 90^\circ$$

Una vez que se ha resuelto el sistema para obtener la matriz X , calculamos los valores para k_1 y k_2 .

$$k_1 = \frac{h + bx_p + ey_p}{g + ax_p + dy_p} \quad (6.19)$$

$$k_2 = \frac{i + cx_p + fy_p}{g + ax_p + dy_p} \quad (6.20)$$

Estas dos ecuaciones permiten convertir coordenadas del mundo real a coordenadas del plano imagen, pues habíamos definido previamente $k_1 = \frac{y-y_o}{x-x_o}$ y $k_2 = \frac{z-z_o}{x-x_o}$.

³Esto no afecta a los resultados posteriores, puesto que la escala real es conocida, a partir de restricciones de coplanariedad

Capítulo 6. La calibración de la cámara. Transformación de 2-D a 3-D

Sin embargo, si queremos hacer la transformación inversa, es decir, transformar de coordenadas del plano imagen a coordenadas del mundo real, necesitamos conocer una de las tres coordenadas del punto en el mundo real y las dos ecuaciones (6.19 y 6.20) nos darían el valor de las otras dos. Recuérdese la indeterminación en la profundidad debida al hecho de usar una sola cámara. Este problema no es difícil de resolver, ya que tenemos una restricción de coplanariedad en los datos. Sabemos que los puntos de calibración están sobre una superficie aproximadamente plana, de manera que tenemos una tercera ecuación que deben cumplir las coordenadas de los puntos en el mundo real (x, y, z) ,

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (6.21)$$

Los coeficientes (A, B, C, D) fueron calculados mediante una regresión lineal de los 75 puntos. Los residuos encontrados fueron muy pequeños del orden de 121 mm, que es un 0.2% de la distancia media de los puntos al centro óptico de la cámara, validando de esta forma la hipótesis de puntos coplanarios.

Se calcularon, para las dos direcciones x e y , los errores medios entre las posiciones reales de las marcas y las posiciones predichas por el modelo de la cámara obtenido.

$$Error = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (p_{predicho} - p_{real})^2} \quad (6.22)$$

Los resultados se presentan en la tabla 6.2.

Eje	error medio (mm)	desv. estándar (mm)	error (%)
Eje x	163.4	226.5	0.8
Eje y	88.6	107.6	0.2

Tabla 6.2: Errores medios

El error relativo ha sido calculado dividiendo la media de los valores absolutos del error entre la media de los valores absolutos de las coordenadas. En términos reales, esto es equivalente aproximadamente a 17.5 cm en 40 m.

Capítulo 6. La calibración de la cámara. Transformación de 2-D a 3-D

Las gráficas de la figura 6.4 muestran el valor del error en función de la posición de los puntos a lo largo de la curva, para el eje x y el eje y .

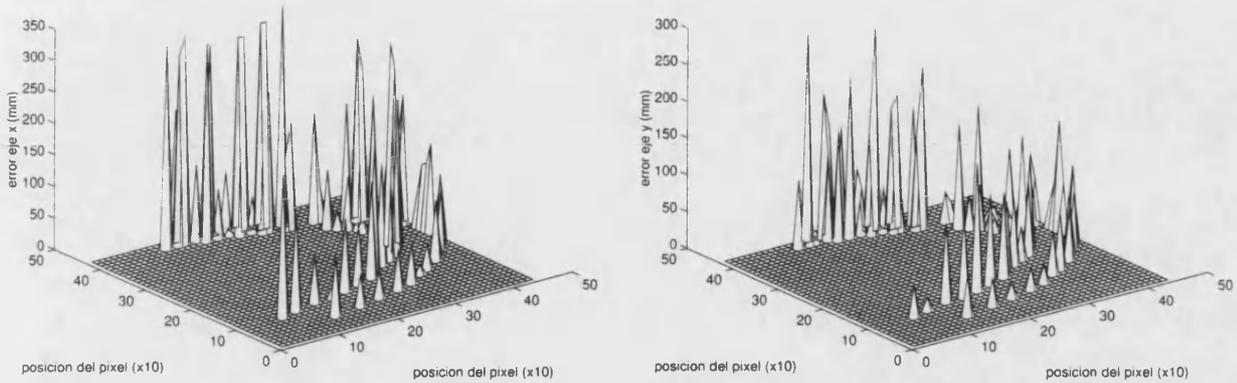


Figura 6.4: (a) Estimación del error en el eje x (b) Estimación del error en el eje y

Para analizar en detalle la variación del error en el espacio del mundo real, se representó el error medio en función de la posición del punto (figura 6.5). Los puntos están numerados en orden creciente, comenzando desde la parte de abajo de la imagen como se indica en la figura B.1 del apéndice B, de manera que puntos con un orden mayor son puntos más alejados de la cámara. Las líneas sólidas corresponden al radio exterior y las punteadas al interior. Se puede comprobar que, para ambas direcciones, x e y , el error es más alto cuanto más alejado está el punto de la cámara, como era de esperar.

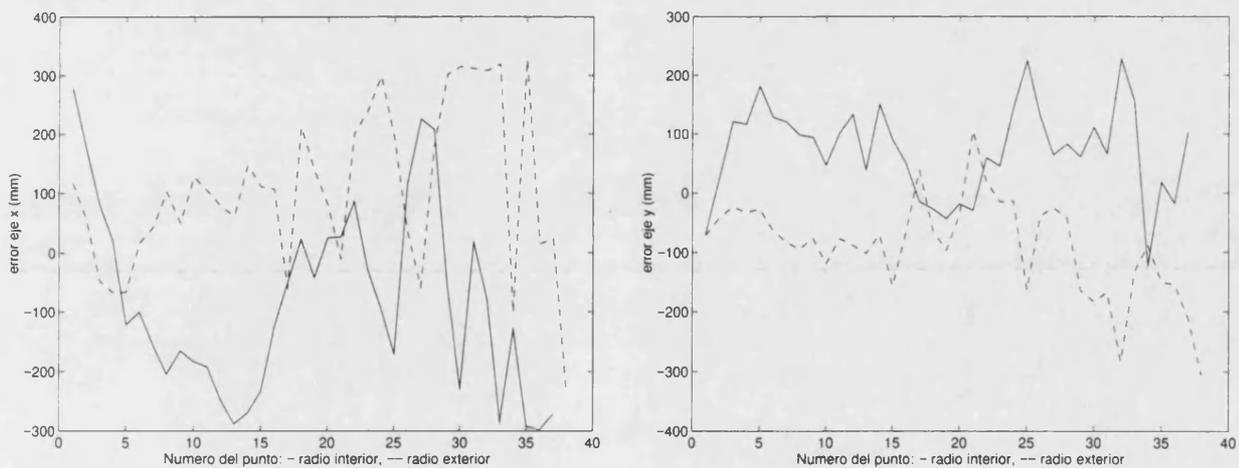


Figura 6.5: (c) Error a lo largo del eje x , (d) Error a lo largo del eje y

Capítulo 6. La calibración de la cámara. Transformación de 2-D a 3-D

Otro aspecto interesante a estudiar es cómo varía el error medio según la cardinalidad del conjunto de puntos utilizados para la calibración. Para ello, se dividió el conjunto original de 75 puntos en 8 subconjuntos con diferentes cardinalidades: 75, 38, 25, 19, 15, 13, 11 y 9. El resultado del error medio en el eje x y en el eje y se presentan en la tabla 6.3 y en la figura 6.6.

Num. puntos	Eje x (mm)	Eje y (mm)	Modulo (mm)
75	163.4	88.6	100.0
38	175.3	88.7	107.0
25	177.8	91.4	113.3
19	178.7	93.7	118.5
15	181.2	95.5	120.0
13	181.3	96.5	121.6
11	182.7	98.6	125.0
9	187.4	98.7	126.8

Tabla 6.3: Errores medios en el eje x , en el eje y y en el módulo en función del número de puntos

El error medio aumenta al disminuir el número de puntos utilizado en el proceso de calibración y nunca llega a ser superior a 190 mm, incluso utilizando solo 9 puntos. Notesé que reducir el número de puntos en un factor de 10, produce un incremento del error en aproximadamente un 10%. Este hecho, garantiza la aplicabilidad del método aún en aquellos casos en los que, por alguna limitación en particular, sólo dispongamos de un número pequeño de puntos de referencia.

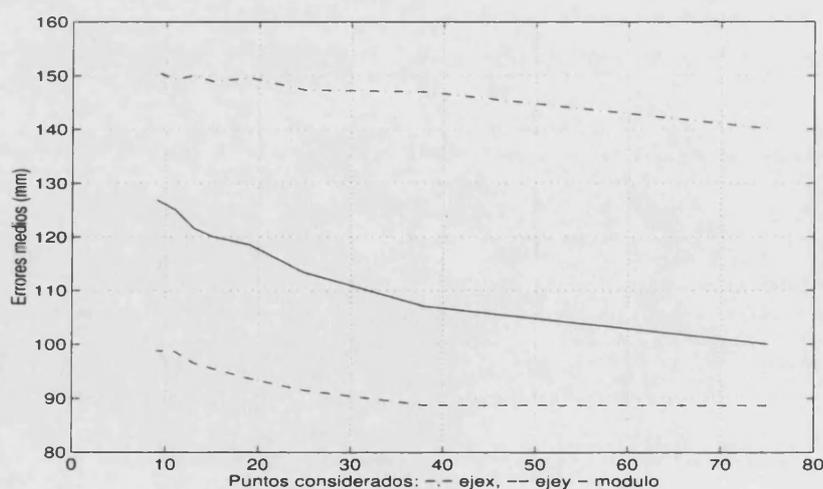


Figura 6.6: Error medio en función de la cardinalidad del conjunto de puntos

El error en el eje x (línea continua) es considerablemente mayor que en el eje y (línea

Capítulo 6. La calibración de la cámara. Transformación de 2-D a 3-D

punteada), esto se debe a que la disposición de puntos utilizados en la calibración no es uniforme en todo el volumen. La longitud de la escena en el eje y que se está calibrando es del orden de 25 m, mientras que en el eje x es del orden de 60 m, por tanto tenemos una mayor densidad de puntos de calibración en el eje y que en el eje x . Además, el eje x del mundo real está más alineado con el eje óptico que el eje y .

La figura 6.7 muestra como varían los errores en el eje x y en el eje y , para diferentes cardinalidades del conjunto de puntos utilizados en la calibración, en función de la posición del punto en el espacio de coordenadas del mundo real. Los errores aumentan al disminuir el número de puntos usados para la calibración y al aumentar la distancia del punto a la cámara.

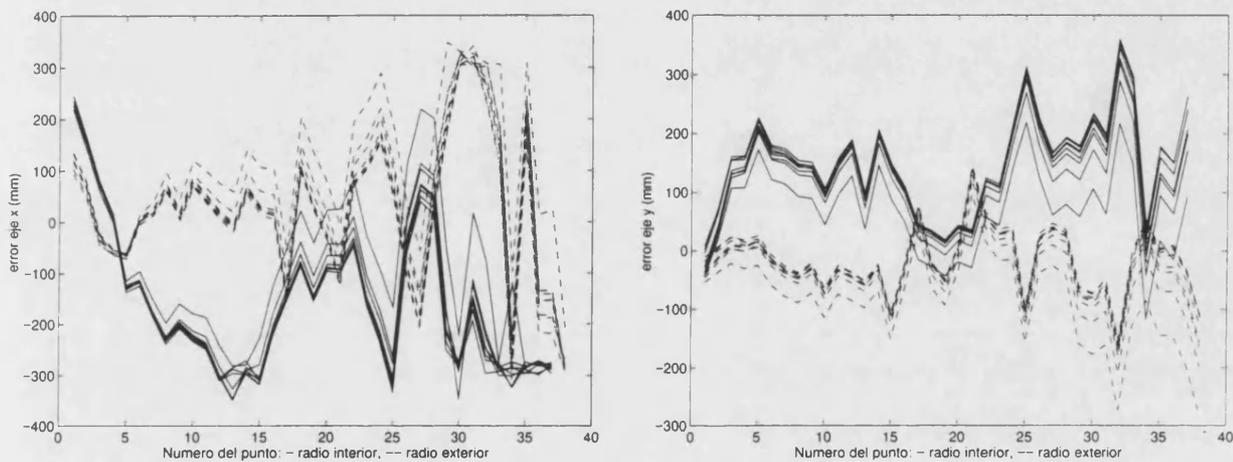


Figura 6.7: Error a lo largo del eje x y del eje y en función de la cardinalidad del conjunto de puntos

6.6 Conclusiones

Se ha desarrollado e implantado un método simple para la calibración de cámaras y la reconstrucción de las coordenadas en 3 dimensiones en el mundo real. El método es especialmente adecuado en grandes escenas, donde la baja precisión y ruido inherente en la localización de las marcas de referencia hace inadecuado la utilización de los métodos actuales de calibración. El método se presenta como alternativa a los mismos, cuando sea posible conocer las coordenadas de la cámara.

La formulación matemática del método se basa en simples transformaciones entre el sistema de referencia del mundo real y el de la cámara, con el fin de evitar la resolución

Capítulo 6. La calibración de la cámara. Transformación de 2-D a 3-D

de sistemas de ecuaciones no lineales, pero con el coste de asumir conocida la posición de la cámara.

El error medio en la reconstrucción de las coordenadas 3-D en el mundo real es menor del 0.8% en promedio para el eje x y menor del 0.2% para el eje y . Los errores medios aumentan al disminuir el número de puntos utilizados en la calibración, pero siguen siendo menores que el 1%, aún considerando sólo 9 puntos en la calibración.

Capítulo 7

Análisis de las trayectorias y resultados

Según se vio en la sección 4.3 del capítulo 4, en la que se describían las hipótesis básicas en el diseño geométrico de carreteras, las variables que intervienen en el equilibrio dinámico del vehículo y en consecuencia en circular o no con seguridad, son: la curvatura de la trayectoria real del vehículo, la velocidad, el peralte y el coeficiente de rozamiento movilizado. Por ello, desde el punto de vista de la ingeniería, las variables que resulta interesante estudiar con relación a la evolución del vehículo son: los desplazamientos laterales respecto al eje central o cualquier línea directriz de referencia, curvaturas, velocidades y coeficientes de rozamiento movilizados. Estas variables, junto con sus derivadas, describen completamente la cinemática del vehículo.

La base de datos contiene 200 trayectorias de vehículos libres. Recordemos que un vehículo libre es aquel cuya evolución no se ve afectada por el vehículo precedente y por tanto viaja a la velocidad deseada. Un vehículo seguidor está forzado a viajar a la velocidad del vehículo precedente. Para nuestro tramo experimental tomamos un valor para el intervalo crítico de 5 segundos, por debajo del cual se puede considerar circulación en pelotón [Man94]. De cada vehículo se conocen las posiciones discretas en el mundo real a lo largo de la curva y el instante de tiempo. Denotaremos el vector de posición del j -ésimo vehículo en el instante de tiempo t_i como $\vec{r}_i^j = (x_i^j, y_i^j, z_i^j)$, correspondiente a la imagen i -ésima en la secuencia de imágenes. Por tanto, la trayectoria del vehículo j -ésimo viene definida por el conjunto de valores (\vec{r}_i^j, t_i) con $i = 1, \dots, n_j$, siendo n_j el número total de fotogramas en los que aparece .

Hemos visto en la sección 4.3 que la trayectoria esperada de los vehículos, según

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

las hipótesis de diseño, es la trayectoria a lo largo del centro de la calzada y recorrida a velocidad constante, la velocidad de diseño. Sin embargo, no observamos ese comportamiento ideal. Varias son las posibles razones. En términos probabilísticos hablamos de diferentes fuentes de aleatoriedad. Básicamente distinguimos dos fuentes: por un lado, una inherente al propio comportamiento del conductor que no es predecible, pues depende de su propia experiencia anterior, tipo de vehículo, edad, etc., y otra inherente al método de obtención de las posiciones del vehículo, que engloba el error en el proceso de detección de puntos relevantes, calibración de la cámara, etc.

En este capítulo se hace un estudio estadístico de las variables que definen la evolución de los vehículos, es decir, el desplazamiento lateral, curvatura, velocidad y coeficiente de rozamiento movilizado. Las cuestiones que se plantean son:

1. ¿Son la trayectoria y velocidad media observadas iguales a las esperadas según las hipótesis de diseño? ¿Cuales son los valores máximos, mínimos, desviación estándar, etc? ¿Cuál es la naturaleza de estas distribuciones?
2. ¿Cómo varían los desplazamientos laterales, curvaturas, velocidades y coeficientes de rozamiento movilizados en función de la distancia recorrida a lo largo de la curva? ¿Cuales son las bandas de confianza? ¿Cuál es el porcentaje de vehículos que superan la velocidad de diseño?
3. En un análisis por secciones: entrada, central y salida, nos interesa la respuesta a preguntas del tipo: ¿Dónde son mayores los desplazamientos laterales medios, a la entrada, en la zona central o en la salida? ¿En qué sección es mayor la variabilidad de las trayectorias?
4. ¿Cómo son los coeficientes de rozamiento movilizados respecto al asumido en el diseño? ¿Son las trayectorias seguras desde el punto de vista dinámico del vehículo?

Responder algunas de estas preguntas supone asumir un modelo estocástico para los desplazamientos respecto a la posición ideal. Básicamente dos son las hipótesis que vamos a asumir:

i) Para una distancia recorrida s fija, la función que da los desplazamientos laterales respecto al centro de la calzada, que denotaremos por $d(s)$, ha de tener una distribución normal, además por las características del problema podemos asumir que la media es nula, es decir, $d(s) \sim N(0, \sigma^2)$;

ii) Para s_1, \dots, s_n fijos, el vector $(d(s_1), \dots, d(s_n))$ seguirá una distribución normal multivariante.

En resumen, el modelo estocástico que estamos asumiendo para la trayectoria global $d(s)$ para $s \in [0, s_e]$ es un proceso estocástico gaussiano.

Para responder las preguntas planteadas se han obtenido los perfiles de desplazamientos laterales, velocidades, curvaturas y coeficientes de rozamiento movilizados a lo largo del tramo experimental con bandas de confianza del 85% y 99%. La estadística descriptiva presentada para cada variable es: valor medio, mínimo, máximo, mediana y desviación típica. Se han aplicado tests de normalidad para contrastar las hipótesis asumidas.

También se ha hecho un análisis por secciones. El tramo experimental ha sido dividido en tres partes de igual longitud (80/3 aproximadamente): sección de entrada, sección central y sección de salida, y se ha analizado la variabilidad y diferencia de valores medios entre las tres secciones, para las variables consideradas.

El análisis de datos ha sido realizado usando los paquetes estadísticos: *S - plus* (Versión 3.0 para SUN), Matlab (Versión 4.2a para HP) y SPSS (Versión 6.1.2 para Windows).

7.1 Perfil de desplazamientos laterales

En este apartado nos ocupamos de estudiar los desplazamientos laterales observados respecto a la trayectoria ideal. Para una longitud de arco recorrida s , la función $d(s)$ denota el desplazamiento lateral en función de s . Si el vehículo sigue una trayectoria perfecta tendríamos $d(s) = 0$ para todo $s \in [0, s_e]$, siendo s_e la longitud total de arco en el eje (desarrollo total del tramo, 80 m en nuestro caso).

Para cada trayectoria el desplazamiento lateral medio respecto al eje central viene definido como:

$$\theta = \frac{1}{s_e} \int_0^{s_e} d(s) ds \quad (7.1)$$

siendo s_e la longitud total de arco en el eje (desarrollo total del tramo) y $d(s)$ la función que nos da el desplazamiento lateral respecto del eje en función de la distancia recorrida sobre el eje central.

La obtención de un estimador de este parámetro lleva consigo el cálculo de la integral. Para este cálculo no se puede utilizar directamente un método común de

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

integración numérica porque presenta la peculiaridad de que los intervalos de integración no están igualmente espaciados (la velocidad del vehículo puede variar a lo largo del recorrido, por lo tanto la distancia o arco recorrido entre dos fotogramas consecutivos no tiene por qué ser igual). Para realizar la integración se hizo primero un ajuste de los desplazamientos laterales para cada vehículo en los puntos conocidos $\vec{r}_i^j = (x_i^j, y_i^j, z_i^j)$ mediante una curva spline [BG92] y se interpolaron los valores de los desplazamientos para toda la longitud del tramo a intervalos regulares de un metro. Un ejemplo de una trayectoria típica observada y el resultado de la interpolación se muestra en la figura 7.1:

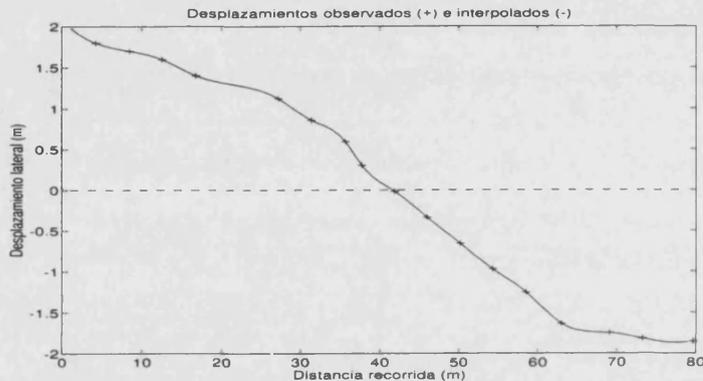


Figura 7.1: Ejemplo de desplazamientos laterales observados (+) e interpolados (línea continua) para un vehículo

Una vez que conocemos el valor de la función a intervalos regulares se calculó la integral usando el método de los trapecios [PFTV86]. Aproximadamente el estimador para el valor medio que estamos asumiendo es el siguiente:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n d(s_i)(s_i - s_{i-1}) \quad (7.2)$$

Bajo el modelo estocástico asumido, $\hat{\theta}$ sigue una distribución normal.

Para ver la naturaleza de esta distribución se han aplicado los tests de bondad de un ajuste ¹ de Shapiro-Wilks y el de Kolmogorov-Smirnov.

¹Los tests de bondad analizan el ajuste de una distribución observada respecto a una distribución teórica. La hipótesis que queremos validar se llama hipótesis nula y se denota por H_0 . Cualquier otra hipótesis se llama hipótesis alternativa y se denota por H_1 . Una vez que se han definido ambas hipótesis, el siguiente paso es calcular una cantidad, llamada estadístico, que muestre si la hipótesis nula es compatible con los datos o no. El estadístico tiene un *nivel de significación* que

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

En este caso estamos interesados en ver si los desplazamientos laterales medios observados siguen una distribución normal. Definimos la hipótesis nula que queremos contrastar como:

H_0 : La distribución de los desplazamientos laterales medios respecto al eje central es una distribución normal

Se aplicaron los tests y se obtuvieron los valores del estadístico y los niveles de significación alcanzados que se presentan en la tabla 7.1:

Test	Desplazamientos laterales medios	
	estadístico	nivel significación
Shapiro-Wilks	0.9650	62%
Kolmogorov-Smirnov	0.1193	20%

Tabla 7.1: Comprobación de normalidad para los desplazamientos laterales medios: valor del estadístico y nivel de significación alcanzado

Los valores de significación para el test de Shapiro-Wilks y de Kolmogorov-Smirnov son respectivamente 62% y 20%, ambos confortablemente mayores que el 5%. Por tanto tenemos clara evidencia de que la hipótesis nula H_0 no puede ser rechazada: la distribución de los desplazamientos laterales medios respecto al eje central puede ser considerada una distribución normal.

La tabla 7.2 presenta los descriptores estadísticos para la distribución de los desplazamientos laterales medios:

Descriptores estadísticos	Desplazamientos laterales medios (m)
media	-0.11
mínimo	-1.30
máximo	0.98
mediana	-0.15
desv. estándar	0.50

Tabla 7.2: Estadística sobre los desplazamientos laterales medios

La figura 7.2 muestra la densidad de probabilidad de los desplazamientos medios que, como hemos contrastado, es una distribución normal.

es la probabilidad de que se de un resultado igual o menos probable que el obtenido. Si el nivel de significación del estadístico es bajo, tenemos que rechazar la hipótesis nula. En particular, si el nivel de significación del estadístico es menor que el 5%, decimos que el resultado es significativo al 5%, y es razonable tomar H_0 falsa, si el resultado es significativo al 1%, entonces se tiene clara evidencia de que H_0 es falsa. Si el nivel de significación es mayor que el 5% entonces los datos son bastantes consistentes con la hipótesis nula que se toma como verdadera.

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

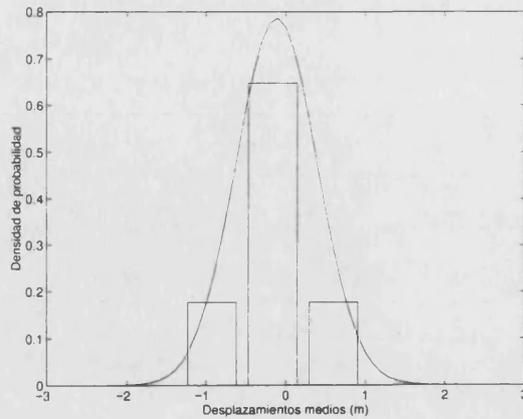


Figura 7.2: Densidad de probabilidad de los desplazamientos laterales medios

Pasemos ahora a construir las bandas de confianza al 85% y 99% ².

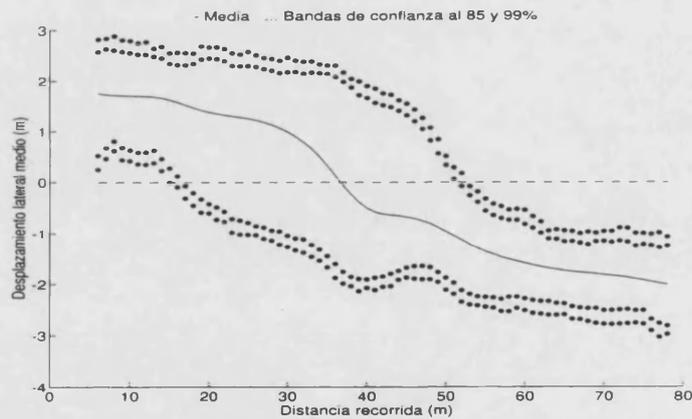


Figura 7.3: Bandas de confianza al 85% y 99% para el desplazamiento lateral

Observamos que aparecen diferentes comportamientos en las zonas de entrada, central y de salida. Hacer un estudio más detallado por secciones parece pues conveniente.

²La banda de confianza al nivel $1 - \alpha$ se construye de la siguiente forma: en cada valor de s consideramos el intervalo que tiene por extremo inferior el cuantil de orden $\alpha/2$ y por extremo superior el cuantil de orden $1 - \alpha/2$. El $100(1 - \alpha)\%$ de los desplazamientos laterales medios observados en s están dentro del intervalo. Repetimos el mismo procedimiento para los diferentes valores de s (regularmente espaciados en $s \in [0, s_e]$) y se obtienen lo que se conoce como las bandas de confianza al nivel $1 - \alpha$. Observemos que esperamos que para cada s el desplazamiento lateral medio esté en el correspondiente intervalo en un $100(1 - \alpha)\%$ de ocasiones. Sin embargo, esto no significa que toda la trayectoria en el tramo esté dentro de las bandas de confianza en un $100(1 - \alpha)\%$ de las ocasiones. Nosotros hemos tomado $\alpha = 0.15$ y $\alpha = 0.01$

7.1.1 Análisis por secciones del desplazamiento lateral

En este apartado se hace un análisis por secciones de los desplazamientos laterales. El tramo experimental ha sido dividido en tres partes iguales con una longitud de 80/3 m., con el propósito de analizar con mayor detalle si existen o no diferencias entre las trayectorias observadas en las diferentes secciones. En particular, se han analizado diferencias entre: la sección de entrada y la sección central, la sección central y la sección de salida; y finalmente entre la sección de entrada y la sección de salida. La imagen en la figura 7.4 muestra esta división:



Figura 7.4: Secciones de entrada, central y de salida del tramo experimental

La figura 7.5 muestra la posición y trayectoria de los vehículos en el espacio: ³

Como estamos interesados en analizar diferencias entre medias, concretamente entre los desplazamientos medios entre dos secciones, se ha elegido el test de la t (t-test) apareado para hacer la comparación. La hipótesis nula a contrastar es:

H_0 : Cada par de medias de los desplazamientos son iguales para todos los vehículos.

La hipótesis alternativa H_1 es que bien sean mayores o menores. Los resultados del test se presentan en la tabla 7.3.

³Existe una discontinuidad en las trayectorias debido a la oclusión de parte de la calzada por el árbol

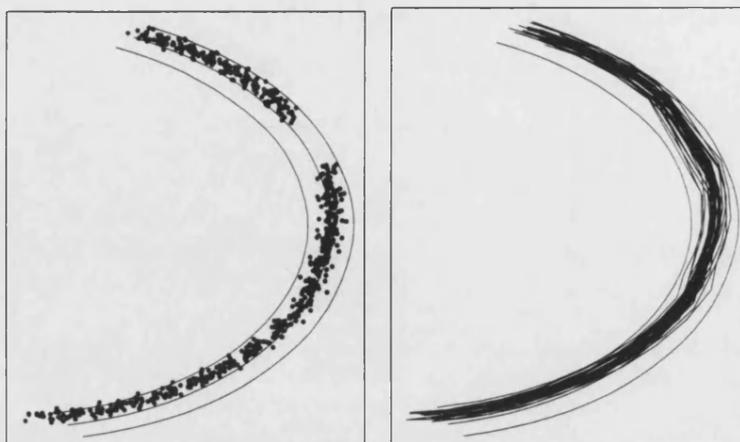


Figura 7.5: Distribución de las posiciones y trayectorias de los vehículos en el espacio.

Secciones	Desplazamiento lateral medio		
	difer. entre medias	intervalo confianza 95%	nivel signif.
Entrada-Central	1.79	[1.43, 2.14]	0%
Central-Salida	1.37	[1.07, 1.68]	0%
Entrada-Salida	3.16	[2.91, 3.41]	0%

Tabla 7.3: t-test aplicado al desplazamiento lateral medio entre secciones

El nivel de significación alcanzado es en todos los casos del 0%, menor que el 1%⁴. Podemos rechazar la hipótesis nula y en todos los casos decir que las medias de los desplazamientos entre secciones son diferentes. La mayor diferencia se da entre las secciones de entrada y salida como era de esperar según la figura 7.3, y la menor entre la central y la salida. La diferencia entre la entrada y central es mayor que la diferencia entre la central y la salida.

Otra forma de mostrar los resultados fácil de interpretar son los diagramas de cajas⁵. En la figura 7.6 se observa que el desplazamiento medio en la sección

⁴Las diferencias son significativas aún aplicando la corrección de Bonferroni por estar haciendo tres tests relacionados entre sí, según la cual para rechazar la hipótesis nula tendremos que alcanzar un nivel de significación menor del $5/3 = 1.16\%$

⁵Los diagramas de cajas son una representación gráfica simple de un conjunto de datos numéricos que muestran tanto su localización como su dispersión. La línea horizontal en el interior de la caja es la *mediana* de los datos. La altura de la caja indica la dispersión o anchura de la distribución de los datos. Los extremos superior e inferior corresponden a los cuantiles de orden 0.75 y 0.25. La longitud de la caja indica la distancia entre sus cuantiles e indica la dispersión de los datos centrales. Las líneas se prolongan hasta el máximo y el mínimo de los datos entre el cuantil 0.25 menos 1.5 veces la longitud de la caja y el cuantil 0.75 más 1.5 veces la longitud de la caja. Datos mayores o menores son considerados observaciones aberrantes y se indican como una cruz (+)

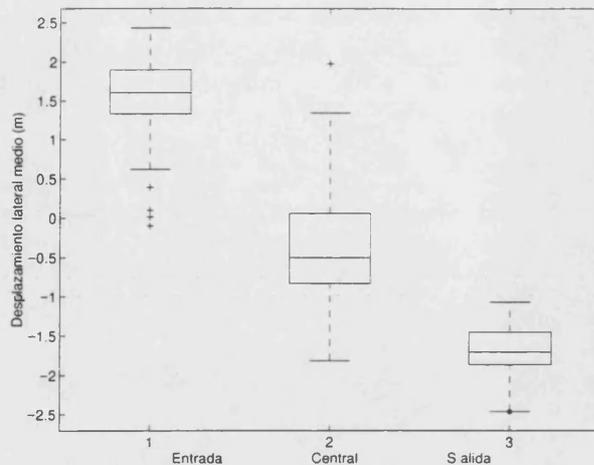


Figura 7.6: Diagrama de cajas por secciones para el desplazamiento lateral medio

de entrada es positivo y que el 50% de los datos se encuentran comprendidos en el intervalo $[1.4, 1.9]$, en la sección central el desplazamiento medio está próximo a cero y existe una variabilidad mayor que en las otras secciones. En la sección de salida el desplazamiento medio es negativo y el 50% de los valores se encuentran en el intervalo $[-1.4, -1.8]$, siendo esta sección donde aparece una menor variabilidad. Este resultado se interpreta como que los conductores entran desplazados hacia el borde exterior y salen desplazados hacia el borde interior. Por otro lado, la variabilidad de desplazamientos laterales es mayor a la entrada que a la salida, pues en la entrada el comportamiento del conductor es función de la percepción del ángulo de giro, del peralte, de las condiciones del entorno, etc, mientras que en la salida ya han acomodado su trayectoria hacia el borde interior. Es en la zona central donde se produce una mayor variabilidad.

Otro aspecto interesante a analizar es cómo cambia el desplazamiento lateral a lo largo de la distancia recorrida en el tramo experimental, ya que está relacionado con la aceleración radial con la que se ve afectado un vehículo e influye directamente en el confort y en la seguridad. Para analizar el cambio del desplazamiento lateral de cada vehículo por secciones, se han usado dos métodos: uno consiste en aplicar un t-test apareado a la diferencia entre el valor máximo y mínimo de los desplazamientos encontrados para cada vehículo en cada sección; y el otro consiste en comparar las varianzas de los desplazamientos mediante un test de la F .

Los resultados del primer método se presentan en la tabla 7.4.

Vemos que existe una mayor diferencia (en valor absoluto) entre las secciones de entrada y central por un lado; y por el otro entre la sección de central y de salida.

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

Secciones	Diferencia entre max. y min. del desplazamiento lateral		
	difer. entre medias	intervalo de confianza	significación
Entrada-Central	-1.24	[-1.59, -0.90]	0%
Central-Salida	1.40	[1.06, 1.75]	0%
Entrada-Salida	0.16	[-0.12, 0.44]	20%

Tabla 7.4: t-test aplicado a la diferencia entre valor máximo y mínimo del desplazamiento lateral por secciones

La menor diferencia se produce entre las secciones de entrada y de salida. Como resultado podemos decir que es en la sección central donde el conductor modifica más su desplazamiento desde la parte exterior hacia la parte interior de la calzada, mientras que en la salida, al tratarse de un ramal de incorporación, la mayoría de los conductores ya han acomodado su trayectoria hacia el borde interior.

Otro procedimiento para comparar la variabilidad en la trayectoria individual de cada vehículo en términos del desplazamiento lateral es el siguiente: el i -ésimo vehículo tendrá n_1^i y n_2^i desplazamientos medidos en la primera y segunda sección que pretendemos comparar, (n_1^i y n_2^i son diferentes pues dependen de la velocidad del vehículo en cada sección). Sea $s_1^2(i) = \sum_{j=1}^{n_1^i} (d(s_j) - I)^2$ con $I = \frac{1}{n_1^i} \sum_{j=1}^{n_1^i} d(s_j)$, esto es, el error cuadrático correspondiente a la primera sección considerada. Análogamente definimos $s_2^2(i)$ para la segunda sección considerada. Asumiendo que los desplazamientos laterales son independientes y con distribución normal y bajo la hipótesis de que las varianzas de los desplazamientos laterales son las mismas se tendría que, el estadístico T definido a continuación sigue una distribución F :

$$T = \frac{s_1^2(i)/(n_1^i - 1)}{s_2^2(i)/(n_2^i - 1)} \sim F(n_1^i - 1, n_2^i - 1) \quad (7.3)$$

Para cada vehículo calculamos T . Denotaremos por T_i el valor del estadístico para el vehículo i -ésimo, con $i = 1, \dots, n$, siendo n el número total de vehículos. Sea G_i la función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria T_i y consideremos $I_i = G_i(T_i)$. Si la hipótesis distribucional 7.3 es cierta entonces:

$$I_i = G_i(T_i) \sim U(0, 1) \quad (7.4)$$

Esto es lo que se conoce como la transformación integral de la probabilidad. Por consiguiente, el valor de I_i puede ser considerado como un indicador (entre 0 y 1) que compara la variabilidad de un vehículo entre secciones. Valores pequeños de I_i (próximos a 0) significan que la trayectoria del i -ésimo vehículo es menos variable en la

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

primera sección que en la segunda, mientras que valores grandes de I_i (próximos a 1) tienen la interpretación contraria. Un valor próximo a 0.5 se interpreta como valores parecidos. Los valores de I_i son independientes y tienen la misma distribución dada en 7.4. Bajo esta hipótesis

$$\bar{I} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n I_i \sim N(0.5, 1/12n) \quad (7.5)$$

entonces, el valor R definido como

$$R = \frac{\bar{I} - 0.5}{\sqrt{1/12n}} = (\bar{I} - 0.5)\sqrt{12n} \sim N(0, 1) \quad (7.6)$$

La tabla 7.5 muestra los resultados de R :

Secciones	Estadístico	Nivel signif.
Entrada/Central	0.00	0%
Central/Salida	0.99	0%
Entrada/Salida	0.65	0%

Tabla 7.5: Análisis de las variabilidades de las trayectorias individuales entre secciones

El valor del estadístico para la sección de entrada en relación a la central es muy pequeño lo que indica que la trayectoria de los vehículos es mas variable en la zona central que en la entrada. La situación contraria ocurre entre la zona central y la salida en la que el estadístico es 0.99, lo que indica que hay una mayor variabilidad en los desplazamientos en la zona central que a la salida. Respecto a la relación entre la entrada y la salida, el estadístico vale 0.65, lo que indica que existe una variabilidad mayor en la entrada que en la salida. Estos resultados están en concordancia con los obtenidos en el primer método.

De los resultados anteriores se pueden extraer las siguientes conclusiones:

1. La distribución de desplazamientos laterales medios es una distribución normal.
2. El desplazamiento medio (línea continua en la figura 7.3) es positivo en el primer tercio del tramo experimental y negativo en el último tercio, es decir, los vehículos tienden a entrar desplazados hacia el borde exterior y a salir desplazados hacia el borde interior. Este comportamiento difiere considerablemente del comportamiento esperado según la hipótesis de diseño que asume que los vehículos circulan por la parte central (línea discontinua), es decir, con desplazamiento lateral nulo.

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

3. El cambio en el desplazamiento lateral, que está directamente relacionado con la aceleración radial del vehículo, es mayor en la zona central que en las de entrada y salida; en la salida es menor que en la entrada.
4. La variabilidad de comportamientos es mayor en la zona central que en la entrada y que en la salida. La variabilidad en la entrada es mayor que en la salida. En la entrada el comportamiento del conductor es función de la percepción de la curvatura, del ángulo de giro, del peralte, de las condiciones del entorno, etc, mientras que en la salida ya han acomodado su trayectoria hacia el borde interior.
5. La bandas de confianza se ensanchan en la zona central debido a una mayor variabilidad en los comportamientos. También se observa que en la sección de entrada es más ancha que en la salida.
6. En ninguna sección el desplazamiento es constante ni nulo, con lo que no se cumple en ningún tramo la hipótesis de diseño de que los vehículos circulan por la parte central, ni siquiera de que su trayectoria es paralela al eje.

7.2 Perfil de velocidades

En esta sección nos ocupamos de estudiar las velocidades observadas respecto a la velocidad esperada, la velocidad de diseño. Para una longitud dada de arco recorrida s , la función $v(s)$ denota la velocidad en función de s . Si la evolución del vehículo fuera la esperada tendríamos $v(s) = constante = 40 \text{ km/h}$ para todo $s \in [0, s_e]$, siendo s_e la longitud total de arco en el eje.

Para cada trayectoria la velocidad media viene definida como:

$$\theta = \frac{1}{s_e} \int_0^{s_e} v(s) ds \quad (7.7)$$

Disponemos del valor de la velocidad en puntos conocidos del arco recorrido s_i a lo largo del eje de la calzada, calculada como el desplazamiento entre dos imágenes consecutivas dividida por el intervalo de tiempo transcurrido. Necesitamos encontrar un estimador de la función velocidad $v(s)$ que nos de la velocidad para todo $s \in [0, s_e]$. Se ha seguido el mismo método que para la estimación de los desplazamientos laterales en la sección anterior. Aproximadamente el estimador para el valor medio que estamos asumiendo es el siguiente:

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

$$\hat{\theta} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n v(s_i)(s_i - s_{i-1}) \quad (7.8)$$

Se han aplicado los tests de Shapiro-Wilks y el de Kolmogorov-Smirnov para contrastar la normalidad de la distribución de velocidades medias. Definimos la hipótesis nula que queremos contrastar como:

H_0 : La distribución de las velocidades medias es una distribución normal

Se obtuvieron los valores del estadístico y los niveles de significación alcanzados que se presentan en la tabla 7.6:

Test	velocidades medias
	nivel significación
Shapiro-Wilks	70%
Kolmogorov-Smirnov	20%

Tabla 7.6: Comprobación de normalidad para la distribución de velocidades medias

Los valores de significación para el test de Shapiro-Wilks y de Kolmogorov-Smirnov son respectivamente 70% y 20%, ambos mayores que el 5%. Por tanto tenemos clara evidencia de que la hipótesis nula H_0 no puede ser rechazada: la distribución de las velocidades medias puede ser considerada una distribución normal.

La tabla 7.7 presenta los descriptores estadísticos para la distribución de velocidades medias:

Descriptores estadísticos	Velocidad media (m) (km/h)
media	29.31
mínimo	22.79
máximo	45.12
mediana	29.48
desv. estándar	5.21

Tabla 7.7: Estadística sobre la distribución de velocidades medias

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

La figura 7.7 muestra la densidad de probabilidad de las velocidades medias, que como hemos contrastado es una distribución normal de media 29.13 y desviación estándar 5.21.

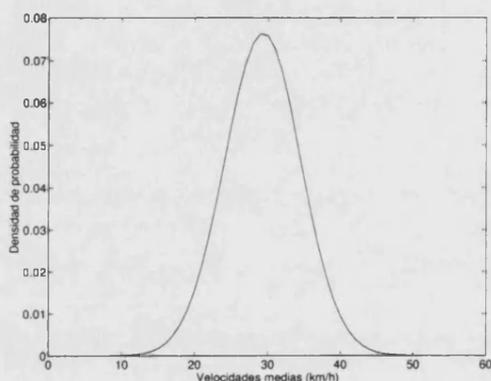


Figura 7.7: Densidad de probabilidad de la distribución de velocidades medias

La figura 7.8 presenta el diagrama por cajas de las velocidades medias por secciones.

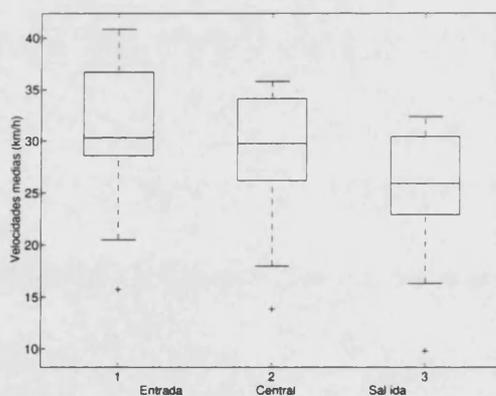


Figura 7.8: Diagrama de cajas por secciones para las velocidades

La variabilidad en las velocidades es mayor en la entrada que en la zona central y que en la salida, por las mismas razones que para el desplazamiento lateral.

Pasemos ahora a construir las bandas de confianza al 85% y 99% para las velocidades.

Se calculó el porcentaje de vehículos que superaban la velocidad de diseño, es decir, que recorrían el tramo experimental a una velocidad superior a los 30 *km/h*. También se calcularon los porcentajes de vehículos cuya velocidad estaba comprendida entre

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

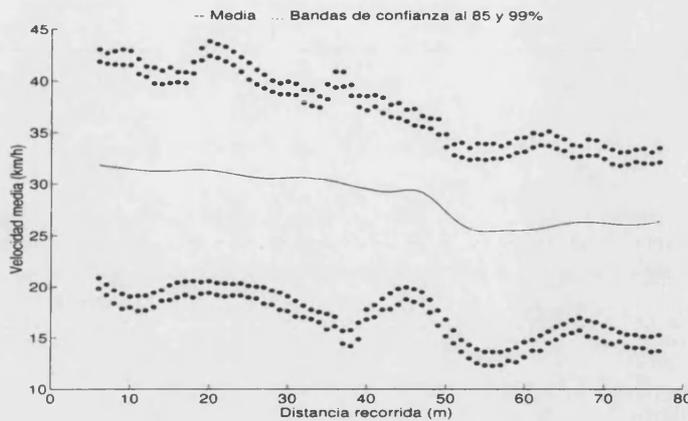


Figura 7.9: Bandas de confianza al 85% y 99% para la velocidad

10 – 20, 20 – 30, 30 – 40 y 40 – 50 km/h . Los porcentajes obtenidos se presentan en la tabla 7.8.

Rango velocidades (km/h)	Num. vehículos (%)
< 30	55%
> 30	45%
10 – 20	3.6%
20 – 30	51.6%
30 – 40	42.8%
40 – 50	2.0%

Tabla 7.8: Porcentajes de velocidades

También se calculó la v_{85} , es decir, la velocidad respecto a la cual el 85% de los vehículos circulan a velocidades menores o iguales. Esta velocidad se corresponde con la velocidad de operación. El valor fue 34.7 km/h . La tabla 7.9 a continuación muestra además los valores para la v_{50} y v_{99} .

Percentil (%)	Velocidad (km/h)
50	29.31
85	34.7
99	41.6

Tabla 7.9: Velocidades para los percentiles 50, 85 y 99%

De los resultados anteriores se pueden extraer las siguientes conclusiones:

1. La distribución de velocidades es una distribución normal.

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

2. La velocidad media no es constante en todo el recorrido contradiciéndose la hipótesis de diseño.
3. El 45 % de vehículos circulan con una velocidad mayor que la de diseño.
4. La variabilidad en las velocidades es mayor en la entrada que en la zona central y que en la salida. La velocidad a la entrada depende de la percepción del entorno, del grado de curvatura, etc, mientras que en el tramo central y salida, ya han adaptado la velocidad impuesta por las condiciones geométricas.

7.3 Perfil de curvaturas

Sean (x_i, y_i, z_i) las coordenadas del vehículo en el instante t_i , la curvatura en ese punto viene definida como la inversa del radio de la trayectoria. Para calcular el radio de la trayectoria se ha seguido el mismo método que Wong [Won90]. Se calculó la circunferencia definida por la posición del vehículo en el instante t_i y las posiciones en el instante anterior t_{i-1} y posterior t_{i+1} .

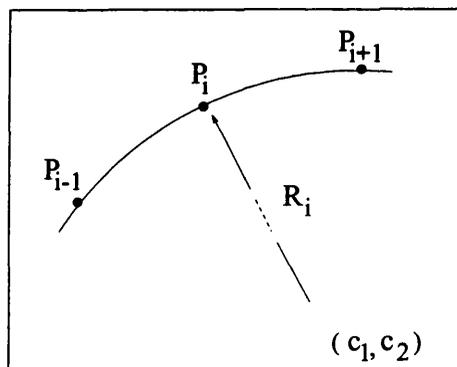


Figura 7.10: Cálculo del radio de curvatura

Sean $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$ y $(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$ las coordenadas en el instante de tiempo anterior t_{i-1} y posterior t_{i+1} , respectivamente. Entonces, las coordenadas del centro (c_1, c_2) de la circunferencia definida por los tres puntos vienen dadas por

$$c_1 = \frac{\frac{y_{i+1}+y_i}{2} - \frac{x_{i+1}-x_i}{y_i-y_{i+1}} \frac{x_{i+1}+x_i}{2} - \frac{y_{i-1}+y_i}{2} + \frac{x_i-x_{i-1}}{y_{i-1}-y_i} \frac{x_{i-1}+x_i}{2}}{\frac{x_i-x_{i-1}}{y_{i-1}-y_i} - \frac{x_{i+1}-x_i}{y_i-y_{i+1}}} \quad (7.9)$$

$$c_2 = \frac{x_{i+1} - x_i}{y_i - y_{i+1}} c_1 + \frac{y_{i+1} + y_i}{2} - \frac{x_{i+1} - x_i}{y_i - y_{i+1}} \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \quad (7.10)$$

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

El radio R_i se calcula ahora como la distancia del centro (c_{i_1}, c_{i_2}) a P_i .

En esta sección se analizan las curvaturas medias y se sigue el mismo procedimiento de estimación que para los desplazamientos laterales medios, descrito en la sección 7.1.

Pasamos a analizar si las curvaturas medias observadas siguen una distribución normal. Definimos la hipótesis nula que queremos contrastar como:

H_0 : la distribución de las curvaturas medias es una distribución normal

Se aplicaron los tests de normalidad y se obtuvieron los valores que se presentan en la tabla 7.10:

Test	Curvaturas medias
	nivel significación
Shapiro-Wilks	65%
Kolmogorov-Smirnov	20%

Tabla 7.10: Comprobación de normalidad para las curvaturas medias: valor del estadístico y nivel de significación alcanzado

Los valores de significación para el test de Shapiro-Wilks y de Kolmogorov-Smirnov son respectivamente 65% y 20%, ambos mayores que el 5%. Por tanto tenemos clara evidencia de que la hipótesis nula H_0 es cierta: la distribución de las curvaturas medias puede ser considerada una distribución normal.

Los valores de los descriptores estadísticos para las curvaturas medias se dan en la tabla 7.11:

Descriptores estadísticos	Curvaturas medias (1/m)
media	0.0315
mínimo	0.0305
máximo	0.0328
mediana	0.0316
desv. estándar	0.00005

Tabla 7.11: Estadística sobre las curvaturas medias

La distribución de curvaturas medias, que se ha contrastado que es una distribución normal, se muestra en la figura 7.11.

La figura 7.12 muestra el diagrama por cajas de las curvaturas medias por secciones: Se construyeron las bandas de confianza al 85% y 99% para la curvatura.

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

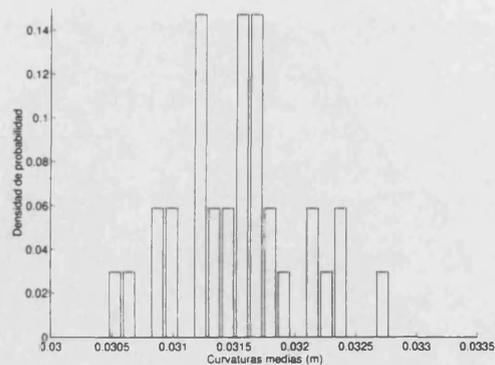


Figura 7.11: Densidad de probabilidad de las curvaturas medias

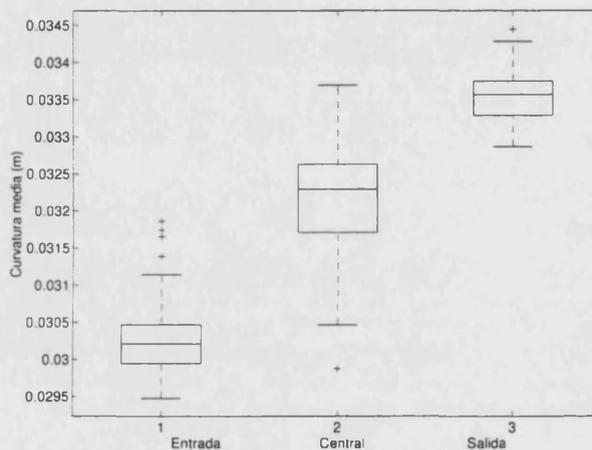


Figura 7.12: Diagrama de cajas por secciones para las curvaturas

La curvatura del centro de la calzada fue calculada a partir de los datos del levantamiento topográfico del tramo experimental y se obtuvo un valor aproximadamente constante e igual a 0.0315 m^{-1} . Se observa que las curvaturas medias difieren de la esperada según el diseño en las tres secciones. En la sección de entrada es menor, pues como se analizó en la sección dedicada al estudio de los desplazamientos laterales los vehículos entran al tramo experimental desplazados hacia el borde exterior con lo que la curvatura es menor. Lo contrario ocurre en la sección de salida, en la que al salir los vehículos desplazados hacia el borde interior la curvatura crece y es mayor que el valor esperado. En la sección central se observa una mayor variabilidad debido a que es en esta zona donde los vehículos modifican más su trayectoria, seguida de la zona de entrada y de la de salida, donde existe una variabilidad menor, por las mismas razones que apuntábamos para los desplazamientos.

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

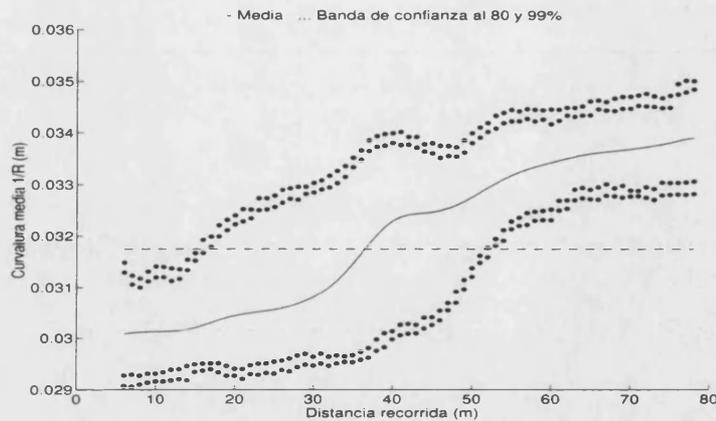


Figura 7.13: Bandas de confianza al 85% y 99% para la curvatura: (-) valor medio, (---) valor esperado según el diseño

Se analizaron las diferencias entre en las curvaturas medias entre dos secciones aplicando el test de la t (t-test) apareado para hacer la comparación. La hipótesis nula H_0 a contrastar es:

H_0 : Cada par de medias de las curvaturas son iguales para todos los vehículos

La hipótesis alternativa H_1 es que bien sean mayores o menores. Los resultados del test se presentan en la tabla 7.12.

Secciones	Curvaturas		
	difer. entre medias	intervalo confianza 5%	nivel signif.
Entrada-Central	-0.0018	[-0.0021,-0.0014]	0%
Central-Salida	-0.0015	[-0.0018,-0.0011]	0%
Entrada-Salida	0.0032	[-0.0035,-0.0030]	0%

Tabla 7.12: t-test aplicado a la curvatura entre secciones

Los resultados muestran que son significativamente diferentes. La mayor diferencia se da entre las secciones de entrada y salida como era de esperar según la figura 7.13, y la menor entre la central y la salida. La diferencia entre la entrada y central es mayor que la diferencia entre la central y la salida.

De los resultados anteriores se pueden extraer las siguientes conclusiones sobre la curvatura:

1. La distribución de curvaturas medias es una distribución normal.

2. La curvatura media (línea continua en la figura 7.13) es menor que el valor de diseño en el primer tercio del tramo experimental y mayor en el último tercio, es decir, los vehículos tienden a entrar desplazados hacia el borde exterior y a salir desplazados hacia el borde interior. Este comportamiento difiere considerablemente del comportamiento esperado según la hipótesis de diseño que asume que la curvatura es constante e igual a la del centro de la calzada (línea discontinua).
3. La variabilidad en la curvatura es mayor en la zona central que en la entrada y que en la salida. La variabilidad en la entrada es mayor que en la salida.
4. En ninguna sección la curvatura es constante, con lo que no se cumple en ningún tramo la hipótesis de diseño.

7.4 Perfil de coeficientes de rozamiento movilizados

En la sección 4.3 del capítulo 4 vimos que la fórmula que da el coeficiente de rozamiento transversal movilizado en función de la velocidad del vehículo (v), la curvatura ($1/R$) de la trayectoria y el peralte (p) es:

$$f_t = \frac{v^2}{127R} - p \quad (7.11)$$

El coeficiente de rozamiento asumido en las hipótesis de diseño se calcula a partir de la velocidad de diseño que es 30 km/h , el radio R y el peralte en cada punto que es conocido, a partir de los datos del levantamiento topográfico, y que se presentó en la figura 5.2 del capítulo 5.

La figura 7.14 muestra el valor del coeficiente de rozamiento asumido a lo largo del desarrollo de la curva.

Se ha calculado el coeficiente de rozamiento movilizado en cada punto a partir de los valores de las velocidades de operación, curvaturas reales y peralte en cada punto.

La tabla 7.13 presenta los descriptores de la distribución de coeficientes de rozamientos movilizados medios:

La figura 7.15 muestra la distribución de los coeficientes de rozamientos movilizados medios:

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

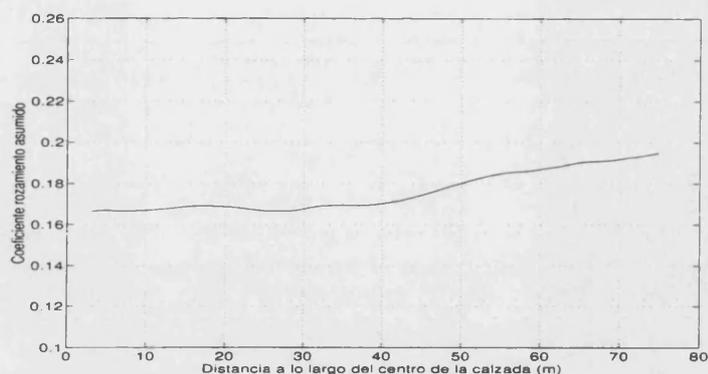


Figura 7.14: Coeficiente de rozamiento asumido en función de la distancia a lo largo del eje central

Descriptorios estadísticos	Coefficientes de rozamiento movilizados medios
media	0.17
mínimo	0.03
máximo	0.26
mediana	0.16
desv. estándar	0.06

Tabla 7.13: Estadística sobre los coeficientes de rozamiento movilizados medios

La figura 7.16 muestra el diagrama de cajas por secciones de los coeficientes de rozamiento movilizados.

La figura 7.17 muestra los coeficientes de rozamiento en función de la distancia recorrida con una banda de confianza al 85% y 99%.

Se analizaron las diferencias entre en los coeficientes de rozamiento movilizados entre dos secciones aplicando el test de la t (t-test) apareado para hacer la comparación. La hipótesis nula H_0 a contrastar es:

H_0 : Cada par de medias de los coeficientes de rozamiento movilizados son iguales para todos los vehículos

La hipótesis alternativa H_1 es que bien sean mayores o menores. Los resultados del test se presentan en la tabla 7.14.

Los resultados muestran que son significativamente diferentes entre la zona central y salida y entre la zona de salida y entrada.

Existe una mayor variabilidad en los coeficientes de rozamiento en la zona de entrada que en el resto, como consecuencia evidente de que también existe una mayor

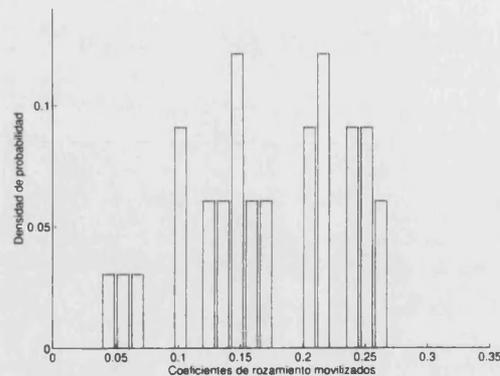


Figura 7.15: Densidad de probabilidad de los coeficientes de rozamiento movilizados medios

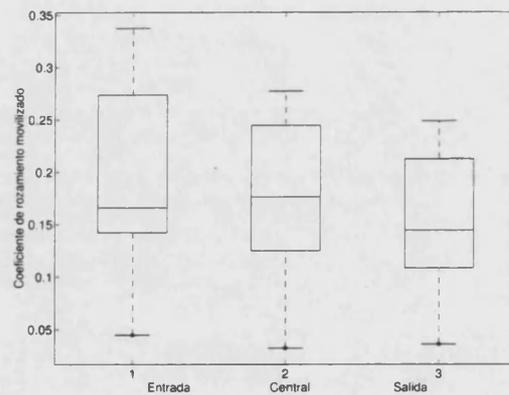


Figura 7.16: Diagrama de cajas para cada sección para el coeficiente de rozamiento movilizado

variabilidad en la entrada para las curvaturas y velocidades. El conductor adapta ambos parámetros conforme se avanza en el desarrollo, reduciéndose así los excesos de rozamiento movilizado.

Al tratarse de una muestra de circulación que ha sido tomada con pavimento seco y velocidades de operación reducidas, los niveles que se alcanzan para el rozamiento transversal movilizado son habituales, a pesar de suponer una apreciable incomodidad, pero no inseguridad, para los conductores.

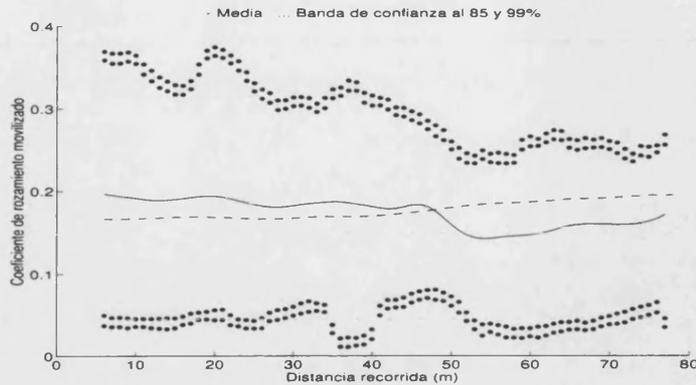


Figura 7.17: Bandas de confianza al 85% y 99% para el coeficiente de rozamiento movilizado

Secciones	Coeficiente de rozamiento movilizado		
	difer. entre medias	intervalo confianza 5%	nivel signif.
Entrada-Central	-0.02	[-0.06,-0.02]	30%
Central-Salida	-0.05	[-0.10,-0.01]	1%
Entrada-Salida	-0.07	[-0.12,-0.03]	0%

Tabla 7.14: t-test aplicado al coeficiente de rozamiento movilizado entre secciones

7.5 Resultados

1. Las distribuciones de desplazamientos laterales medios, curvaturas medias y velocidades medias son distribuciones normales.
2. Los vehículos tienden a entrar desplazados hacia el borde exterior y a salir desplazados hacia el borde interior. Este comportamiento difiere considerablemente del comportamiento esperado según la hipótesis de diseño que asume que los vehículos circulan por la parte central.
3. El cambio en el desplazamiento lateral, que está directamente relacionado con la aceleración radial del vehículo, es mayor en la zona central que en las de entrada y salida; en la salida es menor que en la entrada. Es verdaderamente en la zona central donde los conductores cambian su trayectoria.
4. La variabilidad de los comportamientos, tanto en desplazamientos como en velocidades es mayor en la entrada que en la salida, pues en la entrada el comportamiento del conductor es función de la percepción de la curvatura, del ángulo de giro, de las condiciones del entorno, etc, mientras que en la salida ya han

Capítulo 7. Análisis de las trayectorias y resultados

acomodado su trayectoria hacia el borde interior.

5. En ninguna sección la curvatura es constante, con lo que no se cumple en ningún tramo la hipótesis de diseño.
6. El 45 % de vehículos circulan con una velocidad mayor que la de diseño. La velocidad v_{85} es de 34.7 km/h, y la v_{99} de 41.6 km/h.
7. Los niveles que se alcanzan para el rozamiento transversal movilizado son habituales para un ramal de incorporación, a pesar de suponer una apreciable incomodidad, pero no inseguridad, para los conductores.

Parte IV

Conclusiones globales

Capítulo 8

Conclusiones

En este capítulo se recopilan las conclusiones y se presentan las aportaciones del trabajo. También se subrayan los inconvenientes y limitaciones de los métodos desarrollados y además se comentan futuras aplicaciones que bien, por exceder el alcance de lo previsto para esta tesis, o bien por no disponer del material adecuado, no han podido llevarse a cabo pero que son una línea de trabajo abierta para un futuro próximo.

8.1 Resultados y aportaciones

Desde el punto de vista de la visión por computador los resultados y aportaciones que se pueden extraer del trabajo realizado son:

- Se ha desarrollado, implantado y evaluado un nuevo método para la detección de características 2-D, i.e., intersección de líneas, esquinas y centros de aspectos circularmente simétricos, basado en el análisis estadístico de las orientaciones del gradiente en un entorno circular del punto, supuesto esquina o centro de un aspecto circular. El alto nivel de confianza generado por los tests valida nuestra suposición inicial de que la distribución de orientaciones en una arista puede ser modelada como una distribución de von Mises, una esquina como una mixtura de dos distribuciones de von Mises y un centro de aspecto circularmente simétrico como una distribución uniforme. La influencia de cualquier ruido que no se manifieste como microbordes (como es el caso de ruido aditivo gaussiano) no altera la uniformidad de la distribución uniforme, y tampoco es suficiente para destruir la tendencia al agrupamiento de una distribución de von Mises unimodal

Capítulo 8. Conclusiones

o multimodal. Esto hace al algoritmo particularmente insensible a este tipo de ruido. Además, el uso de las orientaciones como fuente principal de información hace al algoritmo efectivo en áreas tanto de bajo como de alto contraste. Las principales novedades del algoritmo son la posibilidad de discriminar entre tipos de uniones (dobles, triples,...) y la detección de características circulares.

- Se ha diseñado y probado un método para la segmentación y estimación de movimiento rígido de múltiples objetos en secuencias de imágenes, mediante la detección y encaje de puntos relevantes. El método de encaje engloba a los procesos de correspondencia y de agrupamiento de puntos relevantes y está basado en: la similaridad de los valores de las intensidades espaciales, la geometría del agrupamiento y la similitud de movimiento en el plano imagen. El método se puede aplicar a un amplio rango de casos ya que se asumen un pequeño número de restricciones: se usa una única cámara no calibrada, se supone que no hay oclusión total de los objetos, los objetos son rígidos y se mueven independientemente unos de otros, el número de objetos en la escena no tiene por qué ser constante y finalmente, las trayectorias y el tipo de movimiento de cada objeto no se restringen. El algoritmo para escenas controladas de laboratorio no genera falsas correspondencias y el 96% de las posibles correspondencias correctas son detectadas. Respecto a escenas naturales, el número de puntos relevantes detectados y la relación entre las correspondencias correctamente establecidas y el número potencial de ellas decrece debido a la menor calidad de las imágenes; aun así, siempre se establecen más de tres correspondencias por cada objeto, que es un número suficiente para separar los vehículos y estimar su movimiento. Las principales novedades consisten en el uso de características locales para la correspondencia que son invariantes bajo movimientos rígidos y cambios afines en la intensidad y también la introducción de la comprobación de la consistencia de movimiento dentro del proceso de agrupamiento. Los resultados muestran la aplicabilidad del método cuando se usa con imágenes controladas o naturales de menor calidad.
- Se ha desarrollado e implantado un método simple para la calibración de cámaras y la reconstrucción de las coordenadas en 3-D en el mundo real. El método es especialmente adecuado en grandes escenas, donde la baja precisión y ruido inherente en la localización de las marcas de referencia hace inadecuada la utilización de los métodos actuales de calibración. El método se presenta como alternativa a los mismos, cuando sea posible conocer las coordenadas de la cámara. La formulación matemática del método se basa en simples transformaciones entre

el sistema de referencia del mundo real y el de la cámara, con el fin de evitar la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales, pero con el coste de asumir conocida la posición de la cámara. Los errores medios en la reconstrucción de las coordenadas 3-D en el mundo real aumentan al disminuir el número de puntos utilizados en la calibración, pero siguen siendo menores que el 1%, aún considerando sólo 9 puntos en la calibración.

Desde el punto de vista de la ingeniería de carreteras los resultados y aportaciones que se pueden extraer del trabajo realizado son:

- Se ha definido una metodología para describir y analizar el comportamiento individualizado de los vehículos en curvas, basada en la aplicación de técnicas de visión por computador.
- Se ha caracterizado el comportamiento de los vehículos en términos de los desplazamientos laterales, velocidades, curvaturas y coeficientes de rozamiento movilizados y se han determinado y valorado las desviaciones entre sus evoluciones operacionales y las evoluciones asumidas teóricamente en el diseño.
- Se ha parametrizado el movimiento individualizado del vehículo en sí y no el flujo global de tráfico (velocidades medias, densidades medias, etc), frente a los estudios clásicos, ya que se trata de evaluar los efectos operacionales de los diseños geométricos. El trabajo se presenta como un método factible de realizar esto.

Finalmente apuntaremos algunas conclusiones más generales que se han extraído de este trabajo:

- El interés por parte de los ingenieros civiles de conocer una descripción detallada de las trayectorias y velocidades de los vehículos en puntos críticos del trazado de carreteras ha llevado a abordar problemas que aún no están completamente resueltos en el campo de la visión por computador. Temas desarrollados en este trabajo son un ejemplo más de como problemas prácticos que nacen en el campo de las ingenierías llevan al desarrollo de modelos teóricos en otras ramas que resuelvan los anteriores y que no se hubieran planteado en otro caso. Pienso que en beneficio de ambas partes, esta dualidad debería ser potenciada, así como los grupos de investigación multidisciplinarios.

- La metodología que se ha seguido, desde la grabación de las imágenes hasta la interpretación de las trayectorias de los vehículos, ha hecho que se abordaran problemas de muy diversa índole: segmentación de imágenes, agrupamiento y correspondencia entre imágenes, calibrado de cámaras, análisis estadístico, etc, que al final se han resuelto de forma más o menos eficiente y se ha llegado a conclusiones válidas.

Los resultados de este trabajo de investigación se podrían resumir en la definición de una metodología para la estimación de movimiento en secuencias de imágenes de tráfico y su puesta en práctica en un tramo experimental. Esta metodología engloba las tres fases del proceso de percepción, desde el nivel más bajo que es la sensorización, pasando por un nivel intermedio de computación con la extracción y agrupación de puntos relevantes que definen el movimiento del objeto, para acabar, en el nivel más alto de procesado con el análisis e interpretación de las trayectorias y velocidades de los vehículos.

8.2 Discusión

Existen algunos aspectos concretos de este trabajo sobre los que quisiéramos introducir breves reflexiones.

Los métodos actuales de calibración de cámaras dejan de tener aplicabilidad fuera de escenas pequeñas controladas de laboratorio (por ejemplo: el entorno de trabajo de un robot), debido a la gran precisión que requieren en los datos de calibración. A primera vista, parece sorprendente que los problemas de calibrado de cámaras empezaran a ser abordados a finales de los años 80, sin embargo este hecho queda justificado si tenemos en cuenta que en la mayoría de las aplicaciones de la visión, es suficiente con disponer de la información de la posición de los objetos en el plano imagen. Existe un hueco aun por rellenar en lo referente a los algoritmos de calibrado para escenas naturales extensas donde el ruido inherente al proceso de medida es una limitación. El método que se propone es válido y proporciona una reconstrucción precisa de coordenadas del plano imagen al mundo real, pero necesitamos conocer la posición de la cámara. Queda por tanto abierta una línea de investigación que mediante una optimización no lineal permita resolver el sistema de ecuaciones de los once parámetros que definen el modelo de una cámara, sin ninguna información de entrada.

Respecto a la detección de características 2-D, decir que si bien en la detección

de bordes o líneas existen métodos espaciales sencillos y eficientes, no es el caso de la detección de esquinas y menos aún para el caso de uniones múltiples X , T y Y . El método que se propone en este trabajo detecta esquinas y además es más inmune al ruido que los otros métodos encontrados en la literatura. Sin embargo, pensamos que la característica más importante a resaltar es la filosofía del método que hace posible que se pueda discriminar entre tipos de uniones, proporcionando la orientación (con una estimación del error) de cada una de los bordes que convergen en la unión.

Sobre la utilidad de los resultados obtenidos del análisis de trayectorias con vistas a su aplicación en el diseño de carreteras, es interesante hacer notar que, en nuestro conocimiento, por primera vez se ha automatizado, al menos parcialmente un procedimiento que permite obtener una descripción detallada e individualizada de la evolución de los vehículos. El método desarrollado es a nuestro entender potencialmente interesante ya que podría utilizarse como una nueva herramienta para el diagnóstico asistido de puntos críticos, que permita la mejora del diseño geométrico de dichos puntos. Con la observación in situ, o incluso con las técnicas actualmente usadas basadas en otras tecnologías, este objetivo resulta inalcanzable. Por ello, sería deseable que esta técnica en concreto, y en general técnicas informáticas avanzadas, sean ampliamente difundidas y eventualmente explotadas por los agentes implicados.

8.3 Posibles extensiones

Las posibles extensiones del trabajo desarrollado aparecen tanto en el campo de la ingeniería de carreteras como en el de la visión por computador. A continuación se apuntan las líneas de trabajo que quedan abiertas y que serán objeto de desarrollo en un futuro próximo.

8.3.1 En el campo de la ingeniería de carreteras

En el campo de la ingeniería, la metodología definida puede, en principio extenderse para caracterizar el comportamiento de los conductores en otros puntos críticos del trazado: intersecciones, carriles de aceleración o de deceleración, e incluso a entornos urbanos, aunque el número de factores que habría que considerar sería más alto, su utilidad sería igualmente evidente.

Finalmente, la aplicación de la metodología a un número suficiente de escenarios podría permitir la clasificación de las trayectorias con objeto de obtener una tipología

de comportamientos, parametrizando y evaluando más adecuadamente los efectos operacionales de los diseños geométricos.

8.3.2 En el campo de la visión por computador

En el campo de la visión por computador tres son las extensiones inmediatas: la primera, referente a la detección de puntos de unión múltiples; la segunda, referente al encaje de puntos relevantes y la tercera, respecto a la calibración de la cámara.

Ya se ha apuntado anteriormente que no se han encontrado en la literatura detectores que permitan discriminar entre tipos de uniones, el método que aquí se ha desarrollado lo permite y proporciona además la orientación de cada una de las líneas que convergen en la unión. Como continuación de este trabajo se pretende hacer una evaluación del método sobre imágenes sintéticas y reales donde aparezcan uniones múltiples y se analizará el error en la clasificación.

Respecto al problema de encaje, tenemos dos conjuntos de puntos en espacios diferentes y dos problemas diferentes: primero distinguir agrupamientos de puntos y segundo, establecer la correspondencia entre los agrupamientos detectados en espacios diferentes, es decir, un problema de agrupamiento y un problema de correspondencia considerados conjuntamente. El método propuesto resuelve ambas cuestiones simultáneamente. Pero una cuestión queda abierta: ¿ puede este método ser reformulado como un único problema de agrupamiento con una matriz de similaridad particular relacionada con la transformación geométrica que define el movimiento del objeto?

Y finalmente, respecto al problema de calibración de la cámara, queda abierta una línea de investigación, que mediante una optimización no lineal, permita obtener los parámetros que definen el modelo en perspectiva de una cámara, sin ninguna información de entrada.

Parte V

Bibliografía

Bibliografía

- [Adi85] G. Adiv. Determining 3d motion and structure from optical flow generated by several moving objects. *IEEE Trans. on Pattern Anal. and Machine Intelligence*, PAMI-7:384–401, July 1985.
- [Adm84] Federal Highway Administration. Highway geometric design consistency related to driver expectancy. Technical Report RD-81/036, FHWA, 1984.
- [Aut80] National Association Of Australean State Road Authorities. *Interim guide to the geometric design of rural roads*. 6th ed., 1980.
- [Bak92] K. D. Baker. Performance assessment of model-based tracking. In *Proc. of IEEE Workshop on Applications of Computer Vision.*, pages 28–35, 1992.
- [BDM95] P. Barrachina, M. E. Díaz, and G. Martín. Innovación y nuevas tecnologías en el control de tráfico. *Revista Rutas*, Julio-Agosto 1995.
- [BE84] J. Barnes and J. Edgar. Vehicle speeds on rural roads. In *Proceedings 1984 IPENZ Conference*, number 10(1), 1984.
- [BE87] J. Barnes and J. Edgar. Vehicle speeds on rural roads. In *Proceedings 1987 Roding Symposium*, Transit N.Z., Wellington, 1987.
- [Bea78] P. R. Beaudet. Rotational invariant image operators. volume 17, pages 579–583, 1978.
- [Ben94] C. R. Bennet. A speed prediction model for rural two-lane highways. Technical Report 541, Department of civil engineering. University of Auckland, Auckland, 1994.
- [BG92] P. Burger and D. Gillies. *Interactive Computer Graphics*. Addison Wesley Publishing Company, 1992.

BIBLIOGRAFÍA

- [BLM89] J. M. Blossville, F. Lenoir, and V. Motyka. *TITAN: A traffic measurement system using image processing techniques*, volume 299. IEE 2cd. International Conference on road traffic monitoring, February 1989.
- [Can87] J. Canny. A computational approach to edge detection. *Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(6):679–697, 1987.
- [Coo77] R.D. Cook. Detection of influential observations in linear regression. *Technometrics*, 19:15–18, 1977.
- [Coo79] R.D. Cook. Influential observations in linear regression. *Journal of the American Statistical Association*, 74:169–174, 1979.
- [Cre93] Noel Cressie. *Statistics for Spatial Data. Second Edition*. John Wiley & Sons, 1993.
- [CT89] Z. Chen and D. Tseng. A simple vision algorithm for 3-d position determination using a single calibration object. *Pattern Recognition*, 22(2):173–187, 1989.
- [Cum93] A. Cumani. A new calibration method for high accuracy non-contact metrology. *Pattern Recognition Letters*, 14:415–419, 1993.
- [CV93] J. Cooper and S. Venkatesh. Early jump-out corner detectors. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(8):823–828, 1993.
- [DAD97] J. Domingo, G. Ayala, and M. E. Díaz. A method for multiple rigid-object motion segmentation based on detection and consistent matching of relevant points in image sequences. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP*, Munich, April 1997.
- [DD95] M. E. Díaz and J. Domingo. Detection and model fitting of moving vehicles in planar curves using morphological techniques. In *Proceedings of the VI Spanish Symposium on Pattern Recognition and Image Analysis*, Córdoba, April 1995.
- [DDA97a] M. E. Díaz, J. Domingo, and G. Ayala. A gray-level 2d feature detector using circular statistics. In *Proceedings of the Pattern Recognition in Practice V*, Vlieland, June 1997.

- [DDA97b] M. E. Díaz, J. Domingo, and G. Ayala. A statistical corner detector. In *Proceedings of the VII Spanish Symposium on Pattern Recognition and Image Analysis*, Barcelona, April 1997.
- [DDG96] M. E. Díaz, J. Domingo, and A. García. Automatic data extraction of vehicle positioning by digital image processing for modelling its dynamic behaviour. In *Proceedings of the IEE International Conference on Road Traffic Monitoring and Control*, London, April 1996.
- [DDMC97] M. E. Díaz, J. Domingo, S. Moreno, and V. Cavero. Un método robusto para la calibración de cámaras y la reconstrucción de coordenadas en 3d en escenas naturales extensas. *Informática y Automática*, 1997.
- [DDMG97] M. E. Díaz, J. Domingo, J.J. Martínez, and A. García. Vehicle tracking in black spots using computer vision techniques. In *Proceedings of the 8th IFAC Symposium on Transportation Systems*, Chania, June 1997.
- [DFCM94] M. E. Díaz, R. Ferris, C. Cavero, and J. J. Martínez. Evaluation of a computer vision based automatic incident and congestion detection system in an urban context. In *Proceedings of 7th Symposium on Transportation Systems: Theory and Applications of Advanced Technology*, 1994.
- [DN81] L. Dreschler and H.Ñagel. Volumetric model and 3-d trajectory of a moving car derived from monocular tv-frame sequence of a street scene. In *Proc. IJCAI Conf.*, pages 692–697, 1981.
- [EH81] B.S. Everitt and D. J. Hand. *Finite Mixture Distributions*. Chapman and Hall., 1981.
- [Emm69] J. Emmerson. Speeds of cars on horizontal curves. *Traffic engineering and control*, 12(7):135–137, 1969.
- [Fau86] O. D. Faugeras. The calibration problem for stereo. *Proc. IEEE Internat. Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 15–20, June 1986.
- [FG87] W. Förstner and E. Gülch. A fast operator for detection and precise location of distinct points, corners and centres of circular features. In *Proceeding of the Intercommission Conference on Fast Processing of Photogrammetric Data.*, pages 281–305, 1987.

BIBLIOGRAFÍA

- [FMDF95] R. Ferris, J. J. Martínez, M. E. Díaz, and A. Fuertes. Sistema central de un sistema de detección automática de incidentes en entornos urbanos. *Aplicaciones de computación y telemática avanzada*, 2, Abril 1995.
- [GD95] A. García and M. E. Díaz. Vehicle tracking in black spots using artificial vision techniques in order to improve road geometric design standards. In *Proceedings of the I International Symposium on Highway Geometric Design Practices*, Boston, October 1995.
- [Gon87] R.C. González. *Digital Image Processing*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1987.
- [GW71] J.C. Glennon and G.D. Weaver. The relationship of vehicle paths to highway curve design. Technical Report 134-5, Texas Transportation Institute Research, 1971.
- [Har89] R. Haralick. Determining camera parameters from the perspective projection of a rectangle. *Pattern Recognition*, 22(3):225–230, 1989.
- [HL92] R.M. Haralick and J.S. Lee. *Computer and Robot Vision*, volume 1. Addison-Wesley, 1992.
- [Hoo91] N. Hoose. *Computer Image Processing in Traffic Engineering*. John Wiley & Sons, 1991.
- [HR85] M. Hermans and J.P. Rasson. A new sobolev test for uniformity on the circle. *Biometrika*, 72:698–702, 1985.
- [HS81] B. K. Horn and B. G. Schunck. Determining optic flow. *Artificial Intell.*, 17(8):185–203, 1981.
- [JP80] I. R. Jhonston and D. R. Perry. Driver behaviour research: needs and priorities. Technical Report 108, Australean Road Research Board Proc., 1980.
- [KGE90] G. Kanellaidis, J. Golias, and S. Efstathiadis. Drivers' speed behaviour on rural road curves. *Traffic engineering and control*, pages 414–415, August 1990.
- [Kol85] B. Kolsrud. Speed in rural traffic. the influence of various factors on cars speeds on straight, level roads. Technical Report 4(1), VTI Research report, Linkoping, 1985.

- [KR82] L. Kitchen and A. Rosenfeld. Gray level corner detection. *Pattern Recognition Letters*, 1:95–102, 1982.
- [Kui60] N.H. Kuiper. Tests concerning random points on a circle. In *Proceeding Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen*, pages 38–47, 1960.
- [LC87] R. Lamm and M. E. Choueiri. Recommendations for evaluating horizontal design consistency based on investigation in the state of new york. *Transportation Research Board*, pages 68–78, 1987.
- [Lee85] C. H. Lee. A study into driver-speed behaviour on a curve by using continous speed measurement method. Technical Report 14(4), Australean Road Research Board Proc., 1985.
- [LZ96] K. Lee and B. Zeungnam. A gray-level corner detector using fuzzy logic. *Pattern Recognition Letters*, 17:939–950, 1996.
- [Man94] Highway Capacity Manual. *Transportation Research Board. National Research Council*. Special Report 209, third edition. Washington, D.C., 1994.
- [Mar72] K.V. Mardia. *Statistics of directional data*. Academic Press. London, 1972.
- [Mar95] J. J. Martinez. *Aplicaciones de técnicas de visión artificial a la sensorización cualitativa de tráfico y la detección de incidentes en tiempo real*. 1995.
- [MB93] D. Maravall and L. Baumela. Adaptative control of a videocamera for the automatic detection and tracking of mobiles. In *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, volume 2, pages 53–58, 1993.
- [McL74] J.R. McLean. Driver behaviour on curves- a review. *Australean Road Research Board Proc.*, 7(5):129–147, 1974.
- [McL81] J. R. McLean. Driver speed behaviour and rural road alignment design. *Traffic Engineering and Control*, 22(4):208–211, 1981.

BIBLIOGRAFÍA

- [MD95] G. Martín and M. E. Díaz. *Seguridad Vial: del factor humano a las nuevas tecnologías. Cap. 14: Control y nuevas tecnologías en tráfico y transporte*. Editorial Síntesis, 1995.
- [MFC⁺93] J. J. Martínez, R. Ferris, V. Caveró, M. E. Díaz, and J. Martínez-Plumé. Sistemas de detección automática de incidentes. *Aplicaciones de computación y telemática avanzada*, 1, Septiembre 1993.
- [Mor85] D.F. Morrison. *Multivariate Statistical Methods*. McGraw-Hill Kogakusha. Ltd., 1985.
- [MPFM⁺95] J. Martínez-Plumé, R. Ferris, J. J. Martínez, A. Fuertes, M. E. Díaz, and C. Caveró. Innovación y nuevas tecnologías en el control de tráfico. *Ingeniería Municipal*, Septiembre 1995.
- [MS90] S. Mehrotra and N. Sanjay. Corner detection. *Pattern Recognition*, 23(11):1223–1233, 1990.
- [MSB95] D. Maravall, J.A. Sanandrés, and L. Baumela. Detección y conteo de vehículos en peaje dinámico mediante diferencia de histogramas. In *XVI Jornadas de Automática. Universidad del País Vasco*, 1995.
- [Off54] American Association Of State Highway Officials. *A policy on geometric design of rural highways*. 1954.
- [PFTV86] W.H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling. *Numerical Recipes*. Cambridge University Press., 1986.
- [Roa69] Department Main Roads. The behaviour of drivers on horizontal curves. *Main Roads*, 34(4):127–187, 1969.
- [RR78] W.S. Rutkowski and A. Rosenfeld. A comparison of corner detection techniques for chain-coded curves. Technical Report Technical report 623, Computer Science Department. Maryland University, 1978.
- [Sch78] G. Schou. Estimation of the concentration parameter in von mises-fisher distributions. *Biometrika*, 65:369–378, 1978.
- [Seb84] G.A.F. Seber. *Multivariate Observations*. John Wiley & Sons, 1984.
- [Sha95] L.S. Shapiro. *Affine Analysis of Image Sequence*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1995.

- [Sil86] B.W. Silverman. *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. Chapman and Hall, 1986.
- [SJ84] M. Shah and R. Jain. Time-varying corner detector. In *Proc. Int. Conf. Pattern Recognition*, pages 2–5, 1984.
- [Sul92] G. D. Sullivan. Visual interpretation of known objects in constrained scenes. In *Phil. Trans. Royal Soc. London. Series B: Bio.SCi.*, 1992.
- [Tar54] A. Tarangin. Driver performance on horizontal curves. In *Proceedings of the 33rd Annual Meeting*, pages 446–466, 1954.
- [Tsa87] R. Y. Tsai. A versatile camera calibration technique for high accuracy 3d machine vision metrology using off-the-shelf tv cameras and lenses. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 3:323–344, 1987.
- [TT91] L. Tsai and W. Tsai. Camera calibration by vanishing lines for 3-d computer vision. *IEE Transactions on Patternn Analysis and Machine Intelligence*, 13(4):370–376, 1991.
- [Ull84] S. Ullman. Visual routines. *Cognition*, 18:97–159, 1984.
- [Wah67] O. Wahlgren. The dependence of vehicle speeds on different factors - particularly roads geometry - on two-lane highways in finland. Technical Report 22, Finland's Institute of Technology. Scientific Researches, Helsinki, 1967.
- [WB92] H. Wang and J.M. Brady. Corner detection: some new results. In *IEE Colloquium Digest on Systems Aspects of Machine Perception and Vision*, pages 1.1–1.4, 1992.
- [WN93] Y. D. Wong and A. Nicholson. A speed and lateral placement on horizontal curves. *Road and Transport Research*, pages 74–87, March 1993.
- [Won90] Y. D. Wong. *Driver behaviour at horizontal curves*. University of Canterbury, September 1990.
- [WS94] A. D. Worrall and G.D. Sullivan. A simple, intuitive camera calibration tool for natural images. In *Proceedings of the British Machine Vision Conference*, 1994.

BIBLIOGRAFÍA

Publicaciones relacionadas con el presente trabajo

- [BDM95] P. Barrachina, M. E. Díaz, and G. Martín. Innovación y nuevas tecnologías en el control de tráfico. *Revista Rutas*, Julio-Agosto 1995.
- [DAD97] J. Domingo, G. Ayala, and M. E. Díaz. A method for multiple rigid-object motion segmentation based on detection and consistent matching of relevant points in image sequences. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP*, Munich, April 1997.
- [DD95] M. E. Díaz and J. Domingo. Detection and model fitting of moving vehicles in planar curves using morphological techniques. In *Proceedings of the VI Spanish Symposium on Pattern Recognition and Image Analysis*, Córdoba, April 1995.
- [DDA97a] M. E. Díaz, J. Domingo, and G. Ayala. A gray-level 2d feature detector using circular statistics. In *Proceedings of the Pattern Recognition in Practice V*, Vlieland, June 1997.
- [DDA97b] M. E. Díaz, J. Domingo, and G. Ayala. A statistical corner detector. In *Proceedings of the VII Spanish Symposium on Pattern Recognition and Image Analysis*, Barcelona, April 1997.
- [DDG96] M. E. Díaz, J. Domingo, and A. García. Automatic data extraction of vehicle positioning by digital image processing for modelling its dynamic behaviour. In *Proceedings of the IEE International Conference on Road Traffic Monitoring and Control*, London, April 1996.

PUBLICACIONES RELACIONADAS CON EL PRESENTE TRABAJO

- [DDMC97] M. E. Díaz, J. Domingo, S. Moreno, and V. Cavero. Un método robusto para la calibración de cámaras y la reconstrucción de coordenadas en 3d en escenas naturales extensas. *Informática y Automática*, 1997.
- [DDMG97] M. E. Díaz, J. Domingo, J.J. Martínez, and A. García. Vehicle tracking in black spots using computer vision techniques. In *Proceedings of the 8th IFAC Symposium on Transportation Systems*, Chania, June 1997.
- [DFCM94] M. E. Díaz, R. Ferris, C. Cavero, and J. J. Martínez. Evaluation of a computer vision based automatic incident and congestion detection system in an urban context. In *Proceedings of 7th Symposium on Transportation Systems: Theory and Applications of Advanced Technology*, 1994.
- [GD95] A. García and M. E. Díaz. Vehicle tracking in black spots using artificial vision techniques in order to improve road geometric design standards. In *Proceedings of the I International Symposium on Highway Geometric Design Practices*, Boston, October 1995.
- [MD95] G. Martín and M. E. Díaz. *Seguridad Vial: del factor humano a las nuevas tecnologías. Cap. 14: Control y nuevas tecnologías en tráfico y transporte*. Editorial Síntesis, 1995.

Parte VI

Apéndices

Apéndices

Suele ser usual incluir en los apéndices el código del programa usado. Hemos preferido no hacerlo por dos motivos: una, su enorme extensión, y otra, la dudosa utilidad que el código de un programador suele tener para cualquier otro. El número de modificaciones que hay que hacer suele ser tan grande, además de la molestia de redigitarlo, que la inmensa mayoría de la gente prefiere programar sus propias aplicaciones, especialmente en campos tan específicos como este.

Se incluye un apéndice referente a los tests de contraste usados para distribuciones circulares y otro referente a los datos del levantamiento topográfico, pues puede ser útil para quien quisiera utilizar las secuencias de imágenes y necesitase las coordenadas en el mundo real de algunos puntos de referencia y que intercalados en el texto principal hubieran roto su continuidad.



Apéndice A

Tests de uniformidad

Es necesario dar un criterio estadísticamente correcto que valide las hipótesis que formulamos. En este apéndice se describen los tests que vamos a utilizar para contrastar la hipótesis de uniformidad. Estos tests son aplicables al caso más general en que la hipótesis alternativa a la uniformidad sea una distribución multimodal.

El test de Hermans-Rasson

Hermans y Rasson (1985) [HR85] proponen el siguiente estadístico:

$$H = n\pi^{-1} - n^{-1} \sum_{j < i} \sum |\sin(\theta_i - \theta_j)|$$

Los valores críticos para este estadístico se pueden considerar aproximadamente independientes del número de observaciones n . En la siguiente tabla aparecen los valores límite:

Nivel de significación	10%	5%	1%
Valor crítico aproximado	0.60	0.75	1.09

Tabla A.1: Valores críticos para el estadístico H de Hermans-Rasson

El test Chi-cuadrado

Supongamos que hemos dividido el intervalo de posibles orientaciones $[-\pi, \pi]$ en k subintervalos o clases. Sean p_1, p_2, \dots, p_k las probabilidades de cada una de las k clases respectivamente. Sea m el número total de orientaciones observadas en un entorno circular de radio M del punto $N_M(x, y)$. Si la distribución es uniforme las frecuencias esperadas $f\epsilon_i$ en cada subintervalo deben ser todas iguales y su valor es

Apéndice A. Tests de uniformidad

$fe_i = mp_i = m\frac{1}{k}$. Sean fo_i las frecuencias observadas en cada intervalo, entonces la distribución de la cantidad definida como:

$$Q = \sum_{i=1}^m \frac{(fo_i - fe_i)^2}{fe_i} = \sum_{i=1}^m \frac{(fo_i - \frac{m}{k})^2}{\frac{m}{k}}$$

sigue aproximadamente una distribución χ^2 de $(k - 1)$ grados de libertad, para m suficientemente grande [Mor85]. Si el valor de Q es menor que el valor de $\chi_{0.5, k-1}^2$ aceptamos que la hipótesis nula H_0 es cierta con un nivel de significación del 5%.

Hay que hacer notar que la aproximación de que la distribución del estadístico Q así definido es una χ^2 sólo es cierta si $fe_i \geq 5$ para todo i , en nuestro caso $\frac{m}{k} \geq 5$. Esta restricción no supone un problema pues o bien se aumenta el valor de m aumentando el tamaño del entorno del punto o bien se disminuye en número de subintervalos k en $[-\pi, \pi]$. Para nuestro caso un valor de $k = 10$ y de $M = 14$ ha sido adecuado, esto implicaba un rango de valores de m de 50 para el caso de un borde, 60 para el caso de una esquina y 100 para el caso de un aspecto circular, con lo cual la condición queda sobradamente cumplida.

El test Kuiper-Stephens K^*

Se basa en propiedades de la función de distribución acumulativa. La base del test de Kuiper es que las funciones de distribución observada $\hat{F}(\theta)$ y teórica $F(\theta)$ se deben parecer una a otra, sí la distribución teórica ha sido especificada correctamente.

Kuiper [Kui60] define las desviaciones máximas entre $F(\theta)$ y $\hat{F}(\theta)$:

$$D^+ = \max_{\theta} \{0, \hat{F}(\theta) - F(\theta)\}$$

$$D^- = \max_{\theta} \{0, F(\theta) - \hat{F}(\theta)\}$$

y el estadístico K^* como:

$$K^* = (D^+ + D^-) \sqrt{n} (1 + 0.155/\sqrt{n} + 0.24/n)$$

La tabla a continuación muestra los valores críticos para el estadístico de Kuiper.

Apéndice A. Tests de uniformidad

Nivel de significación			
n	10%	5%	1%
5	1.63	1.75	1.97
10	1.62	1.74	1.99
20	1.61	1.74	2.00
100	1.62	1.75	2.00
∞	1.62	1.75	2.00

Tabla A.2: Valores críticos para el estadístico K^* de Kuiper-Stephens

Apéndice A. Tests de uniformidad

Apéndice B

Levantamiento topográfico del tramo experimental

Las dos tablas a continuación, B.1 y B.2, contienen los valores de las tres coordenadas espaciales en el mundo real, (X, Y, Z) , de los 40 puntos considerados en el radio interior y de los 40 del radio exterior, respectivamente. Estos valores han sido obtenidos, a partir de las medidas con el taquímetro electrónico del ángulo vertical V , del ángulo horizontal H_R y de la distancia geométrica d_g , mediante la aplicación de las ecuaciones siguientes:

$$X = d_g \sin(V) \sin(H_R)$$

$$Y = d_g \cos(H_R) \sin(V)$$

$$Z = d_g \cos(V)$$

Las dos últimas columnas contienen las posiciones en *pixels* en la imagen de los puntos tomados como referencia. Existen varios puntos en los que no es posible obtener los valores de las coordenadas debido a oclusiones en la imagen (ver puntos en la parte central que quedan ocluidos por el árbol). Esta circunstancia queda señalada con el signo (-).

Los puntos están numerados en orden creciente empezando por la parte inferior de la imagen como indica la figura B.1

Apéndice B. Levantamiento topográfico del tramo experimental



Figura B.1: Numeración de las marcas de referencia

Apéndice B. Levantamiento topográfico del tramo experimental

Punto	V (grados)	H_R (grados)	d_g (m)	X (m)	Y (m)	Z (m)	X_p (pixels)	Y_p (pixels)
1	94.74	252.71	39.51	-29.00	-26.63	3.26	77	410
2	94.96	250.04	40.56	-28.61	-28.58	3.21	114	404
3	95.19	247.37	41.60	-28.10	-30.52	3.14	149	397
4	95.38	244.83	42.63	-27.52	-32.40	3.09	183	389
5	95.59	242.15	43.57	-26.72	-34.28	3.02	214	380
6	95.77	239.60	44.47	-25.85	-36.06	2.95	243	369
7	95.95	237.01	45.33	-24.84	-37.81	2.88	269	358
8	96.14	234.50	46.14	-23.75	-39.45	2.79	292	347
9	96.31	232.03	46.94	-22.59	-41.05	2.72	312	335
10	96.48	229.66	47.69	-21.39	-42.54	2.63	330	324
11	96.66	226.97	48.44	-19.88	-44.09	2.54	345	311
12	96.81	224.44	49.02	-18.34	-45.40	2.45	356	299
13	96.95	221.96	49.55	-16.73	-46.58	2.37	366	287
14	97.10	219.31	50.09	-14.94	-47.75	2.28	372	275
15	97.23	216.99	50.49	-13.30	-48.65	2.20	376	263
16	97.37	214.50	50.84	-11.47	-49.49	2.10	378	251
17	97.50	212.11	51.17	-9.67	-50.20	2.01	379	240
18	97.63	209.63	51.47	-7.75	-50.85	1.92	378	229
19	97.74	207.14	51.72	-5.78	-51.36	1.84	376	219
20	97.86	204.69	51.85	-3.81	-51.68	1.75	371	209
21	97.98	202.28	51.97	-1.86	-51.91	1.65	366	200
22	98.08	199.86	51.99	0.11	-51.96	1.57	358	191
23	98.18	197.41	51.99	2.12	-51.93	1.49	351	183
24	98.28	194.86	51.90	4.18	-51.71	1.40	341	175
25	98.38	192.46	51.73	6.11	-51.36	1.32	-	-
26	98.47	189.98	51.60	8.09	-50.95	1.24	-	-
27	98.56	187.54	51.36	9.98	-50.36	1.17	-	-
28	98.62	185.01	51.12	11.92	-49.70	1.11	298	147
29	98.69	182.59	50.78	13.72	-48.88	1.04	286	140
30	98.75	180.13	50.32	15.45	-47.88	0.99	273	134
31	98.81	177.69	49.79	17.09	-46.76	0.93	259	129
32	98.87	175.18	49.20	18.70	-45.50	0.87	245	125
33	98.92	172.67	48.58	20.22	-44.17	0.82	230	121
34	98.99	170.11	47.97	21.70	-42.77	0.76	215	116
35	99.03	167.88	47.33	22.87	-41.43	0.72	200	113
36	99.09	165.09	46.57	24.28	-39.73	0.67	184	110
37	99.13	162.49	45.82	25.46	-38.09	0.62	170	106
38	99.18	159.92	45.02	26.51	-36.39	0.58	153	104
39	99.23	157.30	44.21	27.48	-34.63	0.53	137	102
40	99.28	154.71	43.38	28.32	-32.86	0.49	120	101

Tabla B.1: Coordenadas de las marcas de referencia en el radio interior

Apéndice B. Levantamiento topográfico del tramo experimental

Punto	V (grados)	H_R (grados)	d_g (m)	X (m)	Y (m)	Z (m)	X_p (pixels)	Y_p (pixels)
1	95.09	253.22	44.29	-32.76	-29.60	3.41	143	456
2	95.32	250.22	45.48	-32.18	-31.96	3.34	190	445
3	95.51	247.44	46.56	-31.50	-34.14	3.28	231	434
4	95.68	244.70	47.64	-30.70	-36.28	3.23	269	421
5	95.83	242.22	48.57	-29.83	-38.19	3.18	300	408
6	95.99	239.61	49.53	-28.81	-40.17	3.12	330	393
7	96.15	237.17	50.35	-27.70	-41.93	3.04	354	379
8	96.32	234.32	51.26	-26.27	-43.92	2.96	378	362
9	96.46	232.00	51.92	-24.97	-45.43	2.88	394	349
10	96.59	229.75	52.51	-23.62	-46.81	2.81	407	335
11	96.74	226.96	53.17	-21.82	-48.41	2.72	419	319
12	96.88	224.30	53.74	-20.00	-49.81	2.63	428	304
13	97.01	221.76	54.30	-18.18	-51.10	2.55	435	290
14	97.13	219.29	54.76	-16.33	-52.21	2.47	438	276
15	97.24	216.99	55.09	-14.51	-53.09	2.39	440	264
16	97.36	214.41	55.48	-12.44	-54.02	2.30	439	251
17	97.46	211.98	55.73	-10.42	-54.70	2.22	435	238
18	97.56	209.37	55.98	-8.20	-55.34	2.15	432	226
19	97.66	207.04	56.17	-6.20	-55.79	2.06	426	216
20	97.75	204.66	56.36	-4.12	-56.17	1.99	420	205
21	97.85	202.11	56.52	-1.87	-56.46	1.91	414	196
22	97.95	199.77	56.58	0.21	-56.55	1.82	406	186
23	98.05	197.35	56.58	2.35	-56.50	1.73	397	177
24	98.14	194.85	56.48	4.56	-56.27	1.65	386	168
25	98.22	192.31	56.33	6.79	-55.90	1.58	375	160
26	98.28	189.87	56.08	8.88	-55.36	1.51	363	153
27	98.37	187.34	55.82	11.03	-54.70	1.43	350	146
28	98.44	185.13	55.59	12.87	-54.06	1.37	338	139
29	98.50	182.73	55.28	14.81	-53.25	1.31	-	-
30	98.57	179.96	54.82	16.97	-52.12	1.23	-	-
31	98.62	177.59	54.42	18.76	-51.07	1.18	296	120
32	98.66	175.09	53.95	20.57	-49.87	1.14	280	114
33	98.70	172.49	53.38	22.35	-48.47	1.09	264	109
34	98.75	170.03	52.69	23.89	-46.95	1.04	249	105
35	98.78	167.99	52.16	25.13	-45.69	1.00	236	102
36	98.83	165.18	51.35	26.70	-43.86	0.95	218	99
37	98.87	162.47	50.54	28.09	-42.01	0.90	199	94
38	98.91	159.94	49.78	29.30	-40.24	0.85	183	92
39	98.94	157.27	48.98	30.46	-38.34	0.81	167	89
40	98.99	154.51	48.13	31.54	-36.35	0.77	148	86

Tabla B.2: Coordenadas de las marcas de referencia en el radio exterior

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

FACULTAT DE CIÈNCIES FÍSQUES

Reunió del tribunal que subscriu, en el dia de la data,
acorda, unànime i per unanimitat, a aquesta Tesi Doctoral
d'En/ Na/ N MARIA ELENA DIAZ FERNÁNDEZ
la qualificació d' APTE CUM LAUDE

València a 20 de febrer de 19 97

El Secretari,

El President,



A handwritten signature in blue ink, appearing to be 'J. Martínez', written over the 'El Secretari,' text.