

218 TESIS DOCTORAL
(28-09-1993)

UNIVERSITAT DE VALENCIA

Facultat de Física

Departament d'Informàtica i Electrònica

Físicas

218

TD



UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

**ANÁLISIS DE TÉCNICAS
MODERNAS DE ESTIMACIÓN ESPECTRAL E
IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS EN EL
ESTUDIO DE ECG DE SUPERFICIE**



TESIS DOCTORAL

Javier Calpe Maravilla

Valencia, Septiembre 1993

UMI Number: U607745

All rights reserved

INFORMATION TO ALL USERS

The quality of this reproduction is dependent upon the quality of the copy submitted.

In the unlikely event that the author did not send a complete manuscript and there are missing pages, these will be noted. Also, if material had to be removed, a note will indicate the deletion.



UMI U607745

Published by ProQuest LLC 2014. Copyright in the Dissertation held by the Author.
Microform Edition © ProQuest LLC.

All rights reserved. This work is protected against
unauthorized copying under Title 17, United States Code.



ProQuest LLC
789 East Eisenhower Parkway
P.O. Box 1346
Ann Arbor, MI 48106-1346

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
BIBLIOTECA CIÈNCIES

↳ Físicas

Nº Registre 6033

DATA 22.XI.93

SIGNATURA

218.T.D

Nº LIBRIS: i1955087x

30 cms



UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

D. JOSÉ ESPÍ LÓPEZ, Doctor en Física, Catedrático de Electrónica del Departamento de Informática y Electrónica de la Facultad de Física de la Universidad de Valencia, y D. JUAN GUERRERO MARTÍNEZ, Doctor en Física, Profesor Titular de Electrónica del Departamento de Informática y Electrónica de la Facultad de Física de la Universidad de Valencia,

HACEMOS CONSTAR: Que el Licenciado en Física Javier Calpe Maravilla ha realizado bajo nuestra dirección, en los laboratorios del Departamento de Informática y Electrónica, el trabajo titulado " ANÁLISIS DE TÉCNICAS MODERNAS DE ESTIMACIÓN ESPECTRAL E IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS EN EL ESTUDIO DE ECG DE SUPERFICIE ", que se presenta en esta memoria para optar al grado de Doctor en Física.

Y para que conste, firmamos el presente certificado en Valencia a veinte de Junio de mil novecientos noventa y tres.

Juan Guerrero Martínez

José Espí López

Enrique J. Dedé García-Santamaría
Director del Departamento

AGRADECIMIENTOS

Quiero dar las gracias a todos los que han contribuido a este trabajo.

En primer lugar a mis directores de tesis, el Dr. José Espí López y el Dr. Juan Francisco Guerrero Martínez por su paciencia y dedicación.

Al Grupo de Procesado Digital de Señales que gracias al empuje de Juan Guerrero es ya una naciente realidad.

Al Dr. Javier Chorro del Departamento de Cardiología y al Dr. Francisco Valls del Hospital Peset Aleixandre por su desinteresada ayuda en los aspectos médicos, su concienzuda revisión del borrador y por proporcionarme los registros que han sido empleados en este trabajo.

A todos mis compañeros del Departament d'Informàtica i Electrònica, desde el Dr. Enrique Dedé, jefe del departamento, a Lola Sánchez, nuestra secretaria, pasando por Manolo, Diego, Edith, Paco, Jesús, Vicent ..., lo mejor que puedo decir de ellos es que son amigos.

A mis amigos a quienes tanto debo y con quienes he compartido tantos momentos gratos, Luis Palafox, Germán Fabregat, Pablo Rueda y sobre todo a Enrique Maset. Es maravilloso que gente así se cruce en el camino de uno; además, la vida no sería igual sin esas conversaciones que hemos mantenido tantas veces.

A mi familia, por todos los sacrificios que ha hecho para que llegara este momento.

A María Teresa, por endulzar mis días. Gracias a Dios por ponerte en mi vida.

A María Teresa

ÍNDICE

INDICE

Parte I.- Presentación.

Capítulo 1.- Objetivos y resumen de la tesis.

Capítulo 2.- Introducción a la ECG de alta resolución.

2.1.- Introducción	2-1
2.2.- Propiedades de las señales cardíacas	2-1
2.2.1.- Génesis del electrocardiograma	2-1
2.2.2.- El ECG de superficie	2-3
2.2.3.- El ECG de alta resolución	2-5

Parte II. Revisión de técnicas de estimación espectral.

Capítulo 3.- Técnicas de procesado de señales biológicas.

3.1.- Introducción a la terminología	3-1
3.2.- Estimación de parámetros	3-4
3.3.- Métodos en el dominio del tiempo	3-5
3.4.- Métodos en el dominio de la frecuencia	3-8
3.5.- Filtrado digital de bioseñales	3-11
3.6.- Técnicas de identificación de sistemas	3-17

Capítulo 4.- Técnicas de estimacion espectral.

4.1.- Métodos clásicos	4-1
4.1.1.- La Transformada Discreta de Fourier	4-2
4.1.1.1.- La FFT	4-3
4.1.1.2.- Discusión del significado de la FFT	4-6
4.1.1.2.1.- Ancho de banda	4-7
4.1.1.2.2.- Resolución espectral	4-9
4.1.1.2.3.- Técnicas de enventanado	4-12
4.1.1.2.4.- Efectos del "zero-padding"	4-15
4.1.1.3.- Otros algoritmos	4-19
4.1.2.- Estimación espectral de procesos estocásticos	4-22
4.1.2.1.- Densidad espectral de energía	4-22
4.1.2.2.- Métodos directo e indirecto de estimación espectral .	4-23
4.1.2.3.- El Periodograma	4-24
4.1.3.- Métodos no paramétricos	4-26
4.1.3.1.- El método de Bartlett	4-26
4.1.3.2.- El método de Welch	4-27
4.1.3.3.- El método de Blackman-Tukey	4-29
4.1.4.- Crítica de los métodos clásicos	4-30
4.2.- Métodos paramétricos	4-32
4.2.1.- Métodos AR	4-36
4.2.2.- Selección del orden del modelo	4-39
4.2.3.- Métodos ARMA	4-41
4.2.4.- Estimación de parámetros sinusoidales	4-42
4.3.- Otras técnicas de estimación espectral	4-43
4.3.1.- Estimación espectral a través de cruces de nivel	4-43
4.3.2.- Métodos recursivos no paramétricos	4-46
4.3.3.- Estadísticas de alto orden	4-48
4.3.4.- Wavelets	4-51
4.3.5.- Redes neuronales	4-52
4.3.6.- Inteligencia artificial	4-53

Parte III. Aplicación de técnicas de estimación espectral

Capítulo 5.- Sistemas de captación y preprocesado del ECG.

5.1.- Captación del ECG de alta resolución	5-1
5.2.- Sistema de medida del intervalo RR	5-8

Capítulo 6.- Análisis de los potenciales tardíos.

6.1.- Descripción del problema	6-1
6.2.- Técnicas de preprocesado de la señal ECG de alta resolución	6-4
6.2.1.- Reducción de ruido	6-4
6.2.2.- Promediado temporal	6-4
6.2.3.- Promediado espacial	6-6
6.3.- Análisis en el dominio del tiempo	6-7
6.3.1.- Filtrado	6-7
6.3.2.- Marcadores de potenciales tardíos en el dominio del tiempo	6-9
6.4.- Análisis latido a latido	6-10
6.5.- Análisis en el dominio de la frecuencia	6-11
6.5.1.- Limitaciones de la FFT	6-15
6.5.2.- Análisis con métodos paramétricos de estimación espectral	6-17
6.6.- Análisis de registros ECG reales de alta resolución	6-18
6.6.1.- Análisis en el dominio del tiempo	6-21
6.6.2.- Análisis en el dominio de la frecuencia	6-26
6.6.2.1.- Aplicación de la Transformada de Fourier	6-27
6.6.2.2.- Aplicación de los métodos paramétricos	6-35
6.7.- Análisis con métodos no paramétricos alternativos	6-43
6.8.- Análisis espectrotemporal	6-45

Capítulo 7.- Estudio de la variación del intervalo RR.

7.1.- Descripción del problema	7-1
7.2.- Análisis de la variabilidad del RR	7-3
7.3.- Análisis de tramos de 5 minutos	7-4
7.3.1.- Análisis de la aplicación de la FFT al estudio de la HRV . . .	7-6
7.3.1.1.- Influencia de la frecuencia de muestreo	7-9
7.3.1.2.- Técnicas de inventanado	7-11
7.3.1.3.- Promediado de la serie temporal	7-16
7.3.2.- Estudio con métodos paramétricos	7-18
7.4.- Estudio del intervalo RR de 24 horas	7-26
7.4.1.- Análisis de las bandas HF, LF y VLF	7-27
7.4.1.1.- Promediado de los parámetros característicos	7-27
7.4.1.2.- Análisis espectral del RR	7-29
7.4.2.- Análisis de la banda ULF	7-34
7.4.2.1.- Eliminación del ritmo circadiano	7-37
7.4.2.2.- Análisis mediante técnicas de modelización	7-44

Capítulo 8.- Aportaciones del trabajo. Proyección futura de la investigación.

Apéndice 1.- Efecto del fenómeno Gibbs.

Apéndice 2.- Análisis espectral de un vector de registros.

Apéndice 3.- Estimación de la aleatoriedad de las series temporales.

Cambios de sentido	A3-2
Longitud de fase	A3-3
Análisis de la serie LF/HF	A3-4

Apéndice 4.- Herramientas de computación empleadas.

Bibliografía.

PARTE I

PRESENTACIÓN

CAPÍTULO 1

OBJETIVOS Y RESUMEN DE LA TESIS

El presente trabajo analiza la aplicación de ciertas técnicas de procesado de la señal al estudio de registros de electrocardiografía (ECG) de superficie.

Se incide sobre todo en técnicas de estimación espectral, desde las más clásicas basadas en el Periodograma hasta las más actuales como las referentes a los espectros de alto orden. En un segundo plano, se tratan las técnicas de identificación de sistemas, ya que por una parte resultan convenientes para entender los métodos espectrales paramétricos y por otra permiten modelizar la señal para la compresión y restauración de datos.

Para la ilustración de los métodos descritos se han seleccionado dos temas de actualidad en el estudio del ECG. Primeramente, la detección de los potenciales tardíos ventriculares presenta el caso de una señal de corta duración y con gran contenido de ruido, condicionantes que limitan la efectividad de las técnicas espectrales más simples basadas en la FFT. Finalmente, el estudio de la variabilidad del ritmo cardíaco es un nuevo campo en el que las técnicas en el dominio de la frecuencia resultan especialmente indicadas y que presenta una falta de metodología sistemática que dificulta tanto la interpretación de los resultados como la comparación de los mismos.

En la redacción de la presente tesis se ha pretendido mantener un equilibrio entre la visión rigurosa de unas técnicas y la práctica de unas aplicaciones concretas, con sus particularidades y condicionamientos. No se pretende emplear el arsenal más novedoso en cuanto a técnicas de estimación espectral a un problema escogido al azar, sino en aportar unas ideas para dar un marco válido que permita el análisis de problemas concretos de gran interés en bioingeniería, desde el rigor de la ortodoxia de la Teoría de la Señal. Como prueba de ello, se ha omitido el estudio del "bispectrum" por considerarlo todavía poco maduro para



figurar en este trabajo y, por tanto, un simple ejercicio de exhibición efectista y poco práctica.

Se ha dividido el trabajo en tres partes. La primera realiza una presentación del trabajo (*Capítulo 1*) seguida de una breve introducción a la electrocardiografía (*Capítulo 2*) para familiarizarnos con los problemas y la terminología médica.

La segunda parte conforma una revisión, con cierto grado de exhaustividad, de las técnicas de procesado de la señal utilizadas a lo largo del trabajo. Esta exposición pretende hacer hincapié en aspectos cualitativos e intuitivos, aún cuando ello pueda ser entendido como una falta de rigor; para evitarlo se ha procurado referenciar abundantemente las fuentes bibliográficas más importantes.

En el *Capítulo 3* se describen conceptos generales, empezando por una introducción a la terminología con una especial incidencia en el concepto de aleatoriedad en las señales, para pasar a los métodos en los dominios del tiempo y la frecuencia y el filtrado digital de bioseñales. Para terminar se expone la teoría básica de la identificación de sistemas.

El *Capítulo 4* es un compendio de técnicas de estimación espectral. Más que en discusiones teóricas, se ha tendido a dar una visión crítica de los mismos, resaltando ventajas e inconvenientes. El propio calificativo de estimador resalta su carácter de aproximación, a menudo incompleta, a la solución real. El trayecto comienza con los métodos basados en la Transformada Discreta de Fourier (DFT), los más extensamente empleados, mostrando la Transformada Rápida (FFT) como una herramienta con unas limitaciones inherentes y presentando algoritmos alternativos que superan sus prestaciones en aplicaciones particulares. Posteriormente se describen las llamadas técnicas paramétricas para pasar a una descripción somera de métodos alternativos, unos intuitivos como son los basados

en los cruces por cero, otros complejos pero de actualidad como los espectros de alto orden y algunos todavía en germinación como los "wavelets" y las redes neuronales.

La tercera parte incluye los resultados del estudio objeto de la presente tesis. Para empezar, el *Capítulo 5* describe superficialmente los sistemas de captación y preprocesado de la señal, diseñados en el Departament d'Informàtica i Electrònica de la Universitat de València por el Grupo de Procesado de la Señal, al cual pertenece el autor y que han servido para obtener los registros sin los cuales no hubiera sido posible el trabajo.

En el *Capítulo 6* se analiza el problema de la detección de los potenciales tardíos ventriculares, marcadores de riesgo de cardiopatía. Se parte de una visión general del procesado del ECG de alta resolución, para pasar al problema concreto de la detección a través de la señal promediada y latido a latido tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia.

En el *Capítulo 7* se revisa el estudio de la variación del intervalo RR, el ritmo cardíaco, aportando una imagen rigurosa de la aplicación de ciertos métodos del procesado de la señal a este problema todavía pendiente de sistematización. Además, se aportan nuevos enfoques que pueden abrir campos en la investigación de este importante marcador cardíaco.

El *Capítulo 8* resume las conclusiones obtenidas a lo largo del trabajo y se apuntan nuevos proyectos abiertos a raíz de lo observado.

La revisión bibliográfica ha sido fundamental, este trabajo es incompleto sin la consulta de las fuentes mencionadas, unas por su brillantez, casi belleza, otras como ilustrativas de ciertas técnicas, otras por su originalidad y algunas para

1.- OBJETIVOS Y RESUMEN DE LA TESIS

resaltar aspectos y métodos oscuros que merecían ser aclarados en la pretensión de crear un marco riguroso para el estudio del ECG en el dominio de la frecuencia.

CAPÍTULO 2

INTRODUCCIÓN A LA ECG DE ALTA RESOLUCIÓN

2.1.- Introducción.

Las señales eléctricas procedentes del corazón no son formas de onda constantes o predecibles, sino bastante arbitrarias y muy influenciadas por fenómenos ajenos a la electrofisiología cardíaca como, posición corporal, respiración, habla, etc. Los registros varían de latido a latido y según el paciente, pudiendo además verse afectados por enfermedades, medicamentos y estados fisiológicos alterados. Por todo esto, la identificación de marcadores fidedignos del ciclo cardíaco se convierte en una tarea de fuerte contenido empírico cuya exactitud dependerá del grado de variación de la señal.

2.2.- Propiedades de las señales cardíacas.

En las secciones siguientes revisaremos el fenómeno de la conducción cardíaca, así como las características del registro de esta actividad eléctrica sobre la superficie del cuerpo, el electrocardiograma (ECG).

2.2.1.- Génesis del electrocardiograma.

El corazón puede ser considerado como una agrupación de dipolos eléctricos móviles. Las corrientes iónicas, debidas a los potenciales de acción asociados a la actividad cardíaca, circulan por el tórax produciendo una distribución de potenciales en superficie que, en primera aproximación, es similar a la generada por un dipolo de corriente resultante situado en un hipotético centro eléctrico del corazón (Figura 2.1) y cuyo momento dipolar, el denominado vector cardíaco instantáneo, varía su magnitud y dirección a lo largo del ciclo [Pallás-88].



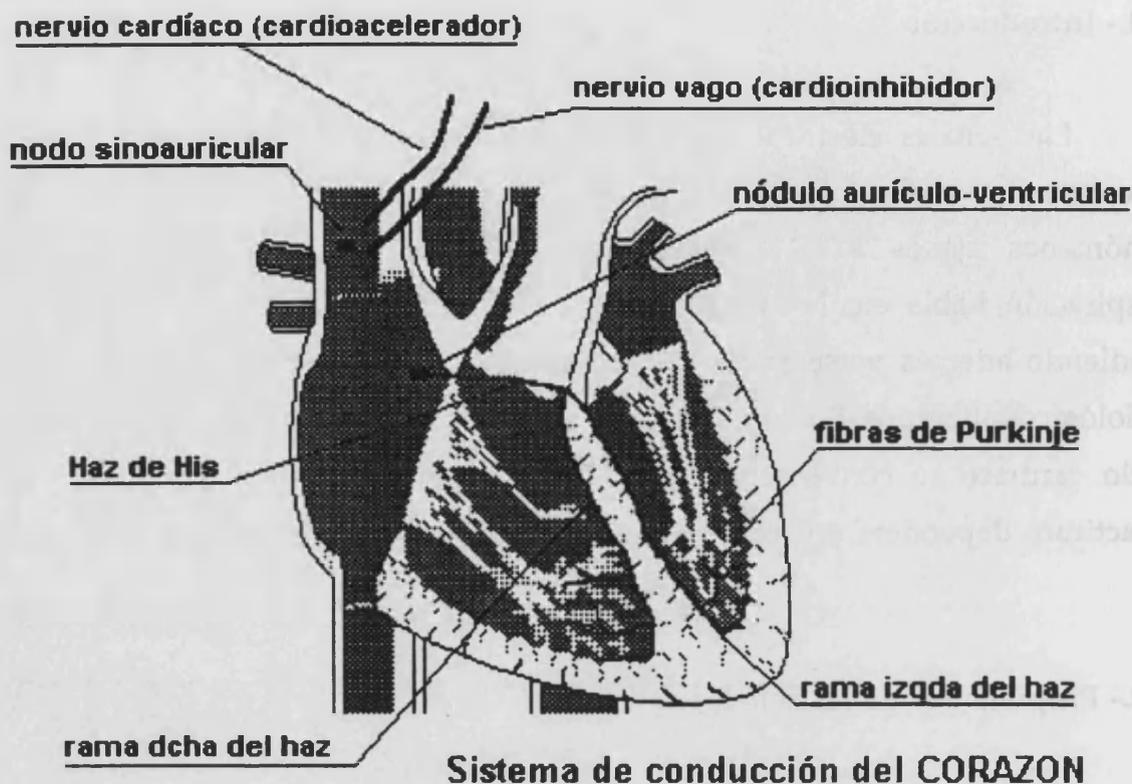


Figura 2.1.- Sistema de conducción interno del corazón.

En el pulso cardíaco pueden distinguirse una serie de etapas o segmentos que lo caracterizan y que vamos a describir [Farreras-78].

Despolarización y repolarización auricular. Onda P. El impulso eléctrico se origina en el nodo sinusal (el llamado marcapasos) y transcurre a lo largo de las aurículas. La repolarización auricular se hace en la misma dirección, produciéndose una onda T_p , que habitualmente queda enmascarada por el complejo QRS.

Retardo auriculoventricular. Segmento PR. El impulso, antes de alcanzar los ventrículos, sufre un retardo en el nódulo auriculoventricular (NAV). Esto se

manifiesta en el segmento que va del final de la onda P hasta el principio del QRS.

Despolarización ventricular. Complejo QRS. Tras superar el NAV, el impulso continúa por el Haz de His, y sigue después por las ramas derecha e izquierda del mismo. La activación ventricular comienza por la porción media e izquierda del tabique y termina con la activación de la base de ambos ventrículos. Todo este proceso es muy rápido porque la red de Purkinje, muy ramificada, transmite el estímulo, a gran velocidad, a toda la región casi simultáneamente. La onda Q es la deflexión ascendente inicial del complejo ventricular; la R, la deflexión ascendente horizontal, esté o no precedida por una onda Q; la onda S corresponde a la deflexión ascendente que sigue a la onda R.

Repolarización ventricular. Segmento ST y onda T. El segmento ST que sigue al QRS corresponde a una primera fase de la repolarización ventricular, que es débil y lenta, y la onda T corresponde a una segunda fase más activa y rápida.

Onda U. Se trata de una pequeña deflexión que se observa siguiendo la onda T, que puede pasar inadvertida si no se examina el ECG con cuidado y cuyo significado es incierto. Coincide con la fase de máxima excitabilidad.

2.2.2.- El ECG de superficie.

La técnica más habitual de captación del ECG es la obtenida a partir de 3 derivaciones mediante electrodos situados en puntos de la superficie. Se denomina derivación a cada conjunto de localizaciones de electrodos a partir del cual se mide el ECG. Las tres derivaciones básicas de las extremidades, son las siguientes (Figura 2.2):

- 1ª derivación ⇒ Brazo izquierdo (LA) (+) y Brazo derecho (RA) (-).
- 2ª derivación ⇒ Pierna izquierda (LL) (+) y Brazo derecho (RA) (-).
- 3ª derivación ⇒ Pierna izquierda (LL) (+) y Brazo izquierdo (LA) (-).

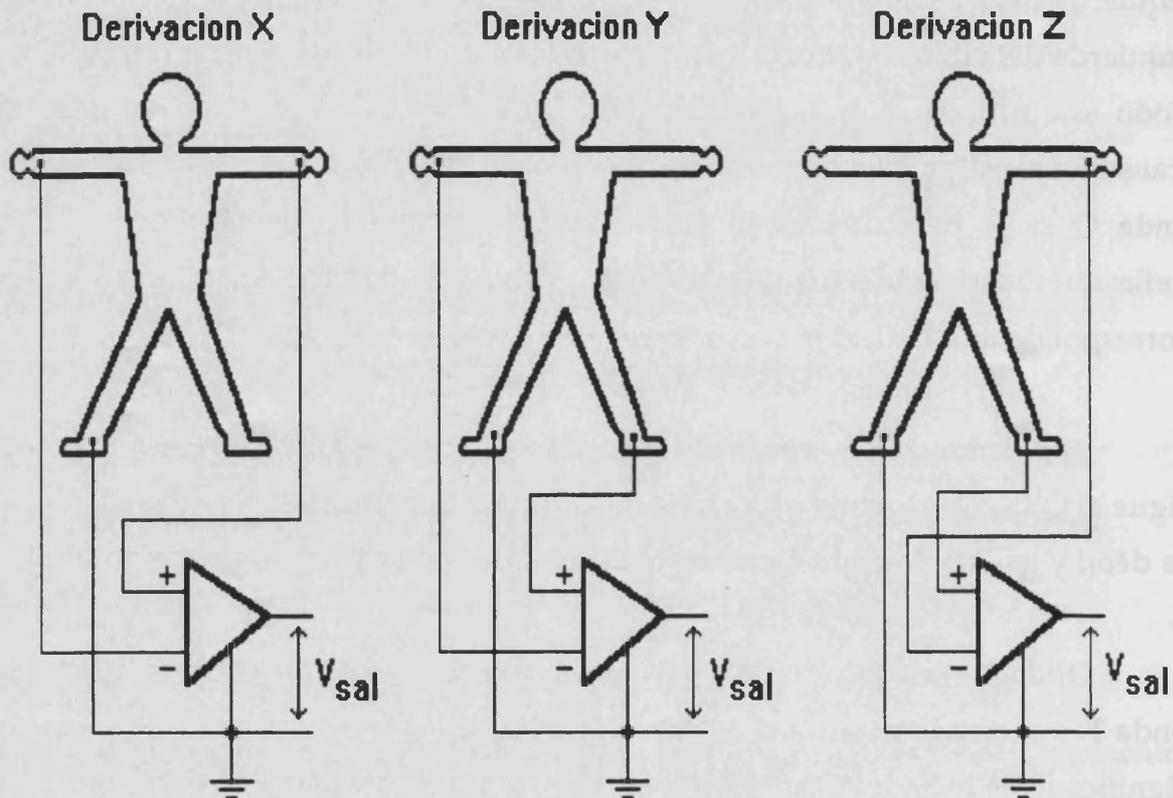


Figura 2.2.- Derivaciones bipolares de las extremidades.

En cada una de estas disposiciones de las derivaciones, el QRS de un corazón normal es tal que la onda R es positiva.

Un prototipo de ECG registrado mediante este método no invasivo con derivaciones Frank se representa en la figura 2.3, donde se aprecian las distintas fases del pulso cardíaco.

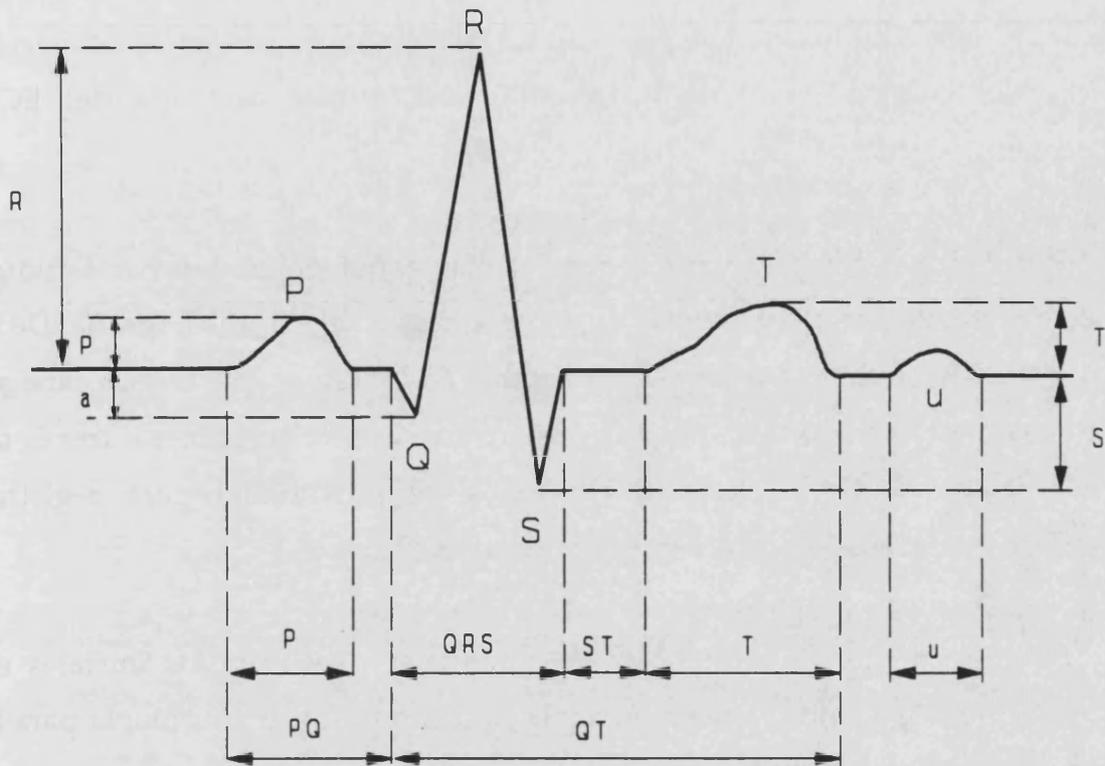


Figura 2.3.- Ondas características en el ECG

El problema del registro en superficie es la presencia de distorsiones. La primera fuente de ruido es la actividad muscular cuya manifestación eléctrica constituye el electromiograma (EMG). Además se dan fenómenos de alteración de los pulsos entre los que destaca la respiración que no sólo modifica la línea base, sino que altera la propagación de la señal a través del cuerpo.

2.2.3.- El ECG de alta resolución.

En un editorial del *Journal of Electrocardiology* de 1968 se ponía de manifiesto que "el electrocardiograma, por sí mismo, ofrece muy poca información acerca de

la actividad eléctrica del corazón" y expresaban la necesidad de desarrollar técnicas de más alta resolución para captar "eventos cruciales en la activación eléctrica del corazón", que no aparecen en las formas de onda del ECG convencional [Cranefield-68].

Esta llamada abrió el campo para el planteamiento de nuevos estudios básicos que permitieran verificar las vigentes teorías en electrocardiografía. De la misma forma se pretendía desarrollar métodos no invasivos que fueran capaces de detectar, con fiabilidad, fenómenos, hasta entonces sólo accesibles a través de procedimientos invasivos (usando electrodos de proximidad para registrar mecanismos concretos de conducción del corazón).

El promediado de la señal, piedra angular en los estudios iniciales en electrocardiografía de alta resolución, había sido empleado en neurología para la extracción de señales de EEG contaminadas de ruido. Esta técnica se basa en que una promediación reduce las componentes aleatorias (ruido) de la señal, potenciando, en consecuencia, las repetitivas..

A principios de los '70 distintos grupos publicaron los primeros artículos acerca de la aplicación de estas técnicas para el registro en superficie de los potenciales de His-Purkinje y del nodo atrio-ventricular. El primer registro de la actividad de His-Purkinje en un ECG de superficie se debe a A. Varenne en 1977.

Por otro lado, registrando la actividad eléctrica en la superficie del corazón de perros afectados de cardiopatía isquémica aguda, Han había observado, en 1969, que la presencia de vías ventriculares inducía una activación retardada más allá del complejo QRS. Posteriores estudios respaldaron la utilización de esta actividad (los potenciales tardíos) como marcadores de la presencia de arritmias de reentrada. En 1978, Berberi et al., consiguieron, por primera vez, registrar estos

potenciales mediante un ECG de superficie.

Posteriormente, ha habido multitud de contribuciones al desarrollo del estudio de los potenciales tardíos ventriculares entre las que cabría destacar los trabajos de Simson [Simson-81], y la redacción de un conjunto de normas para la captación, procesado y análisis del ECG promediado de alta resolución, por parte de un comité designado por la *European Society of Cardiology*, la *American Heart Association* y el *American College of Cardiology* [Breithardt-91].

PARTE III

**REVISIÓN DE TÉCNICAS
DE ESTIMACIÓN
ESPECTRAL**

CAPÍTULO 3

TÉCNICAS DE PROCESADO DE SEÑALES BIOLÓGICAS

Una de las ramas más importante de la bioingeniería es la monitorización de sistemas biológicos, bien como parte de programas de investigación, bien como aplicación de técnicas rutinarias de diagnóstico clínico. En este segundo caso, la tipología de los datos es bien conocida y los registros tomados sobre cada individuo se emplean para determinar el estado del paciente en relación con una serie de parámetros definidos como "normales". En la actualidad, el ámbito de las magnitudes monitorizadas en un ambiente hospitalario es realmente amplio, abarcando el estudio de señales eléctricas del corazón, cerebro o sistema muscular, medida de presión sanguínea y fluido en arterias, control de respiración, y tratamiento de imágenes en tiempo real a través de ultrasonidos o resonancia magnética nuclear.

La investigación de nuevas técnicas de monitorización y diagnóstico conlleva el procesamiento de datos cuyas propiedades son poco conocidas y que han de ser cuidadosamente evaluadas por especialistas médicos y bioingenieros que valoren la fiabilidad de sus resultados.

El *procesamiento o procesado de señales biomédicas* se refiere a la manipulación de datos biológicos, normalmente a través de un ordenador. En este capítulo realizaremos una recopilación de los conocimientos mínimos necesarios para una adecuada comprensión de los temas objeto de estudio en el presente trabajo.

3.1.- Introducción a la terminología.

La mayor parte de las bioseñales se presentan como contínuas en su estado original. Si se recogen y almacenan de forma contínua, como en el caso de un electrocardiógrafo, el resultado es una señal contínua, copia de la real.



Sin embargo, en la mayor parte de los casos, el análisis de los registros obliga a realizar una digitalización de la señal que permita el empleo de un computador digital. Este proceso suele realizarse muestreando la señal a intervalos de tiempo regulares y a través de un convertidor analógico-digital (ADC), de forma que resulta una *serie temporal*. La discretización de la señal es doble, por una lado, solo se dispone de información de la señal en unos instantes predeterminados y por otra la digitalización conlleva una cuantización de la señal pues existe una resolución mínima que equivale a:

$$\Delta = \text{Fondo de escala} \cdot \frac{1}{2^b} ; \quad b = n^\circ \text{ de bits}$$

Estas limitaciones se reflejan en la reducción del *ancho de banda* que puede ser estudiado ya que, no pueden percibirse variaciones muy rápidas de la señal (punto 4.1.1.3.1), y en la introducción de unos *errores de cuantización*.

El término *proceso* tiene una doble afección en el procesado de la señal, por una parte, se refiere a la estructura de un sistema (p.e. biológico) que genera una serie de registros de interés, y por otro lado, en un sentido más estadístico, a las propiedades de esas mismas señales, hablándose así de procesos gaussianos, sinusoidales, etc.

La distinción fundamental que se puede realizar entre los procesos es su grado de determinismo. Así, una señal es *determinista* cuando se puede predecir con exactitud absoluta la evolución de la misma. Por otro lado, es *no determinista* cuando eso no es posible. En realidad, la mayor parte de los sistemas reales están constituidos por una serie de componentes, algunas de las cuales son deterministas y otras no. Estos procesos mixtos, reciben el nombre de *estocásticos*, y en ellos, el comportamiento del sistema es solo parcialmente predecible.

Las componentes no deterministas pueden serlo bien por naturaleza o bien por ser el resultado de un modelo, en el fondo determinista pero complejo que resulta difícil de identificar. Las componentes puramente no deterministas reciben el nombre de aleatorias. Una serie se dice *aleatoria* cuando se asume que cada dato individual pudiera haberse dado en cualquier orden (Apéndice 3).

Un ejemplo de esta clasificación sería un sistema de localización a distancia mediante emisores. La señal transmitida es conocida y por tanto predeterminada, sin embargo la recibida por el detector se ve afectada por componentes tales como la distorsión del canal (aire), que son procesos a menudo no lineales y no gaussianos, que resultan difíciles de caracterizar y por ruido blanco puramente aleatorio (no determinista).

Estrictamente, para el análisis de procesos estocásticos deberíamos repetir el experimento un número de veces para disponer de muestras suficientes. Sin embargo, lo habitual es disponer de un único registro y trabajar con tramos de la señal tomados en tiempos distintos.

Consecuentemente, una hipótesis esencial en la mayor parte de los análisis de las señales digitales es la de suponer el proceso como *estacionario*. Un proceso estocástico es estacionario cuando el sistema que representa está en equilibrio estadístico, es decir, la distribución de probabilidad no cambia con el tiempo. Así, decimos que es estacionario de orden k si los momentos de orden $\leq k$ son iguales cualquiera que sea el tramo de señal escogido para su análisis. La estacionariedad estricta resulta ser una condición difícil de cumplir, de forma que en la práctica se suele considerar suficiente el que el proceso sea estacionario de orden 2 (*cuasi-estacionario* o estacionario débil), es decir que la media y la autocorrelación (y por tanto la varianza) sean constantes a lo largo del tiempo. Más relajada aún es la condición de *ergodicidad*, que solo precisa que la media sea constante:

$$m_x(t_i) = m_x(t_j) = m_x, \quad \forall i, j;$$

3.2.- Estimación de parámetros.

Una señal discreta digitalizada consiste en un conjunto de N muestras que representan adecuadamente al proceso analógico original. Posteriormente, realizamos una serie de medidas sobre esos puntos que pueden ser tan simples como calcular la media o complejas como la obtención del espectro. Evidentemente, se desea que los resultados obtenidos sean representativos del proceso subyacente y no sólo de nuestros N datos. Estas medidas se consideran como estimadores y por tanto susceptibles de introducir una serie de errores.

La bondad de un estimador se valora en términos de su desviación (bias) y varianza respecto del valor verdadero. Si tomamos subseries suficientemente largas de un proceso estocástico y aplicamos una técnica nueva para obtener la media, es evidente que el valor obtenido no será igual a la esperanza del proceso, sino que se van a obtener valores aleatorios cuya función de probabilidad será una gaussiana. Si esta gaussiana es estrecha y centrada próxima al valor real, diremos que el estimador es bueno. Normalmente se emplea una relación para medir la bondad de un estimador que combina ambas magnitudes y que se ha de tratar de minimizar:

$$\text{error} \equiv (\text{desviación})^2 + \text{varianza}$$

Es lógico pensar que, en el caso anterior, cuanto mayor sea la longitud de la subserie escogida, menor error tendrá nuestra estimación, y en el límite, lo que se llama valor esperado (cuando se considera la serie original infinita), el error será cero.

El estudio del comportamiento asintótico de los estimadores nos da una idea de su consistencia. Decimos que un estimador es consistente si la tendencia de la desviación y la varianza es anularse cuando el número de muestras disponibles tiende a infinito, degenerando la distribución gaussiana en una delta de Dirac sobre el valor real.

3.3.- Métodos en el dominio del tiempo.

Existen muchas medidas para caracterizar una señal en el dominio del tiempo. Las más importantes para el caso de señales muestreadas a una frecuencia constante son:

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N x(n)$$

$$\text{Varianza: } s_x^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{n=1}^N [x(n) - \bar{x}]^2$$

$$\text{Desviación media: } \sigma_x = s_x = \sqrt{s_x^2}$$

$$\text{Valor RMS: } x_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N [x(n)]^2}$$

Obsérvese cómo se calcula la varianza con el factor $1/(N-1)$, en lugar del habitual $1/N$, porque éste último da lugar a un estimador con una desviación, mientras el primero es consistente [Stark-86].



Una técnica importante es el promediado coherente. Cuando se estudian señales que tienen una gran amplitud en relación con el ruido presente y además no presentan una tendencia a lo largo del tramo analizado, la observación y clasificación de la respuesta es inmediata. Sin embargo, existe gran cantidad de casos (por ejemplo la detección de los potenciales tardíos ventriculares) en los cuales la amplitud de la señal es comparable al ruido inducido por señales no deseadas, los electrodos o los propios dispositivos electrónicos.

Para medir la cantidad de ruido que compone una determinada señal se define la razón señal-ruido (SNR) como el cociente entre la señal pura, $x(t)$, y la desviación media de la componente de ruido:

$$SNR = \frac{|x(t)|}{\sigma_N}$$

En el caso de que el experimento se repita, y que el ruido sea estacionario y no esté correlacionado con la señal, podemos mejorar la razón señal-ruido a través del promediado de los registros alineando temporalmente las subseries de forma que coincidan.

Suponiendo que las subseries sucesivas contienen una componente de señal constante $x(t)$ contaminada por ruido blanco $n(t)$, no correlacionado correspondiente a un proceso gaussiano de media cero y varianza σ^2 . Las series tienen pues la forma:

$$y_k(t) = x(t) + n_k(t) , \quad k = 1, 2, \dots, N;$$

con lo que el promediado de las N subseries resulta:

$$y(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_k(t) = x(t) + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N n_k(t)$$

El ruido de la serie promediada resulta ser pues una gaussiana de media cero y varianza σ^2/N , con lo que la relación señal-ruido mejora en un factor \sqrt{N} .

Se define la función de autocorrelación de un proceso estocástico $x(n)$ como:

$$\Phi_{xx}(m) = E [x(n) x^*(n+m)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x(n) x^*(n+m)$$

La correlación entre dos procesos $x(n)$ e $y(n)$ se define como:

$$\Phi_{xy}(m) = E [x(n) y^*(n+m)]$$

De la misma forma, se define la covarianza como:

$$\gamma_{xx}(m) = E \{ [(x(n) - m_x) (x(n+m) - m_x)^*] \} = \Phi_{xx}(m) - m_x^2$$

Mención especial requiere el coeficiente de correlación que mide la intensidad y el sentido con el que dos procesos están ligados linealmente:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{n=1}^N [x(n) - \bar{x}] \cdot [y(n) - \bar{y}]^*}{\sqrt{\sum_{n=1}^N [x(n) - \bar{x}]^2 \cdot \sum_{n=1}^N [y(n) - \bar{y}]^2}} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y}$$

3.4.- Métodos en el dominio de la frecuencia.

Existe una variedad de transformaciones matemáticas de uso habitual en Teoría de la Señal (Laplace, Fourier, Hilbert, Hartley, Walsh ...). La idea básica que hay detrás de las mismas es conseguir que una función de una o más variables independientes pueda ser reescrita de forma distinta pero equivalente, en función de un nuevo conjunto de variables independientes. Existe un grupo de transformaciones que nos permiten pasar de una definición de la señal en función del tiempo a otra en función de la frecuencia. Esta representación espectral presenta la energía de la señal distribuida en bandas de frecuencia. El análisis espectral de las señales temporales se realiza principalmente a través de la Transformada Discreta de Fourier (DFT) y Chirp-Z (CZT), que se enmarcan dentro de la base conceptual de las clásicas series de Fourier y las transformadas de Fourier, Laplace y Z.

El origen de las series de Fourier es la suposición de que una función temporal continua puede ser representada como una suma de ondas sinusoidales de frecuencias que son iguales o armónicas de la frecuencia que constituye el período de repetición de la señal original [Challis-91a]:

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^K \{a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t)\}$$

donde $\omega_0=2\pi/T$ y T es el período de la señal original.

Bajo ciertas condiciones, la serie converge cuando $K \rightarrow \infty$. Para $K < \infty$ la serie suele ser una aproximación de $f(t)$ donde los coeficientes a_k y b_k se calculan de forma que presenten el mejor ajuste desde el punto del error por mínimos cuadrados.

El sumatorio puede convertirse en integral dando lugar a la Transformada de Fourier (TF):

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

la cual no es más que una correlación entre $f(t)$ y la exponencial compleja $e^{-j\omega t}$, donde el signo menos se justifica porque la correlación es el producto de una señal por el complejo conjugado de la otra.

La DFT es el cálculo de los coeficientes de las series de Fourier para el caso de una señal periódica discreta. La operación es similar al cálculo de los coeficientes de las series de Fourier para una señal periódica continua, con algunas diferencias esenciales. La primera es que las integrales pasan a ser sumatorios. La segunda, relacionada con la anterior, es que esta transformada evalúa sólo un número finito de coeficientes complejos, el mismo que puntos hay en un período de la señal original. Por esta razón cada línea espectral se interpreta como el k -ésimo armónico del período básico de la señal más que como una frecuencia particular expresada en herzios. Las expresiones de las transformadas discretas directa e inversa de Fourier son:

$$DFT: \quad X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-jkn2\pi/N}$$

$$IDFT: \quad x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot e^{jkn2\pi/N}$$

La Transformada Z se basa en que una señal muestreada con una frecuencia constante $f_s=1/T$ puede ser representada en el dominio del tiempo por una

secuencia de pulsos con un peso:

$$f(t) = x(0)\delta(t) + x(1)\delta(t-T) + \dots + x(n)\delta(t-nT)$$

o bien

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\delta(t-nT)$$

sobre la cual puede aplicarse la transformada de Laplace, y definiendo la variable $z=e^{sT}$, obtenemos:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)z^{-n}$$

que es conocida como transformada Z de $x(n)$, y que equivale a la DFT haciendo $z=e^{j\omega}$, con $0 \leq \omega \leq \omega_s = 2\pi/T$, en intervalos de $\Delta\omega = 2\pi/NT$.

Las transformadas descritas permiten analizar las señales a partir de distintas variables independientes, el tiempo y la frecuencia. Sin embargo no ha de olvidarse que la información contenida en ambas representaciones es la misma. El punto fundamental lo constituye el principio de conservación de la energía, expresado a través del teorema de Parseval:

$$\sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2$$

que demuestra que la energía contenida en un período en el dominio del tiempo es igual a la contenida en un período en el dominio de la frecuencia.

Otra relación importante es la equivalencia entre la multiplicación de dos funciones en un dominio con la convolución en el otro dominio:

$$y(n) = x(t) * h(t) \doteq \sum_{k=0}^{N-1} x(n-k) h(k) \quad \longleftrightarrow \quad Y(\omega) = X(\omega) \cdot Y(\omega)$$

3.5.- Filtrado digital de bioseñales.

El término filtro se aplica al sistema o dispositivo que discrimina aquello que le entra atendiendo a alguno de sus atributos. Los sistemas lineales invariantes temporales [Oppenheim-72] realizan una discriminación o filtrado de algunas componentes frecuenciales de la señal de entrada. La naturaleza de este filtrado viene determinada por la respuesta en frecuencia de $H(\omega)$, que depende a su vez de los parámetros $\{a_k\}$ y $\{b_k\}$ de la ecuación diferencial que caracteriza el sistema:

$$y(n) = - \sum_{k=1}^N a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^M b_k x(n-k)$$

Así, una elección adecuada de los coeficientes, permite diseñar filtros selectivos que dejen pasar las componentes frecuenciales en ciertas bandas y atenúen las componentes de otras bandas no deseadas.

En general, un sistema lineal invariante temporal modifica el espectro de la señal de entrada $X(\omega)$ de acuerdo con su respuesta en frecuencia $H(\omega)$ para obtener una señal de salida con espectro $Y(\omega)=H(\omega)X(\omega)$. Intuitivamente, $H(\omega)$ actúa como una función de peso o modeladora del espectro, variando las diversas componentes espectrales de la señal de entrada.

Muchas aplicaciones requieren de la separación de señales que presentan espectros no solapados con la condición adicional de que el procesado no distorsione las componentes seleccionadas. Así pues un filtro ideal sería aquél que

permitiera discriminar las frecuencias sin producir variaciones apreciables en la banda pasante, para ello, el filtro debe estar caracterizado por una función de transferencia con amplitud constante:

$$|H(\omega)| = C, \quad \omega_1 < \omega < \omega_2$$

y una fase que sea una función lineal de la frecuencia:

$$\Theta(\omega) = -\omega k$$

como se presenta en la figura 3.1.

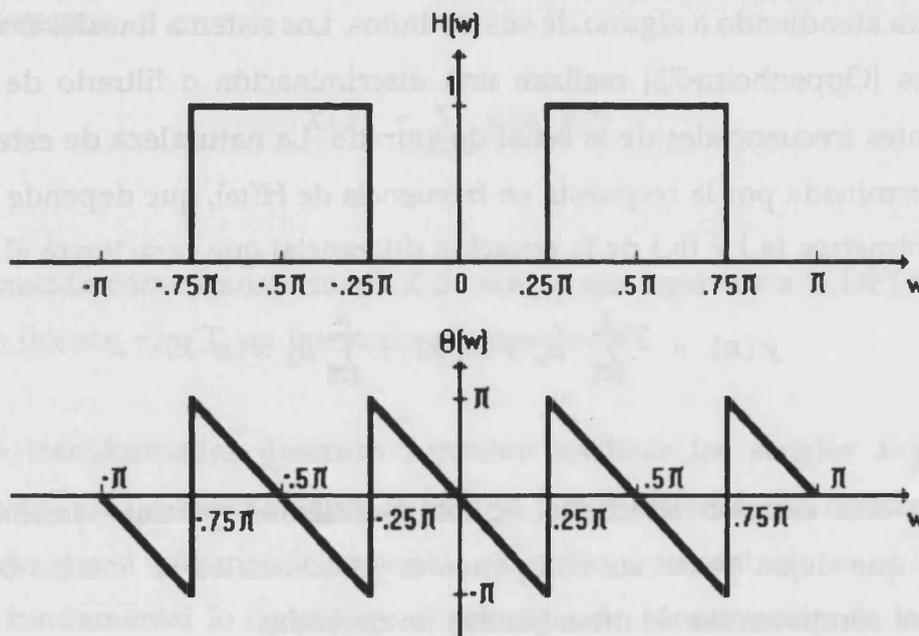


Figura 3.1- Magnitud y fase de un filtro pasa-banda ideal.

El problema se plantea al intentar implementar el filtro ya que da lugar a un sistema lineal no causal de orden infinito y por tanto no realizable [Ludeman-87].

Evitando entrar en el detalle de la realización de filtros eficientes, nos limitaremos a definir alguno de los parámetros importantes en el diseño de los

filtros reales y la revisión de los principales tipos con sus características más trascendentes.

Se llama *banda pasante* al rango de frecuencias que no se altera apreciablemente y *banda no pasante* a la que se desea atenuar. La condición de causalidad impide las transiciones abruptas por lo que aparece una *banda de transición* y por tanto el desdoblamiento de la *frecuencia de corte* en una frecuencia que limita la banda pasante y otra que limita la no pasante. Se define el *ancho de banda* como la anchura de la banda pasante. En cuanto a las características de amplitud, la *atenuación* es la diferencia de nivel entre las bandas pasante y no pasante y puede aparecer un *rizado* en ambas bandas que puede ser conveniente controlar (Figura 3.2). Una última característica es el *orden* que se refiere al orden del sistema lineal resultante de la aplicación de la técnica de diseño empleada.

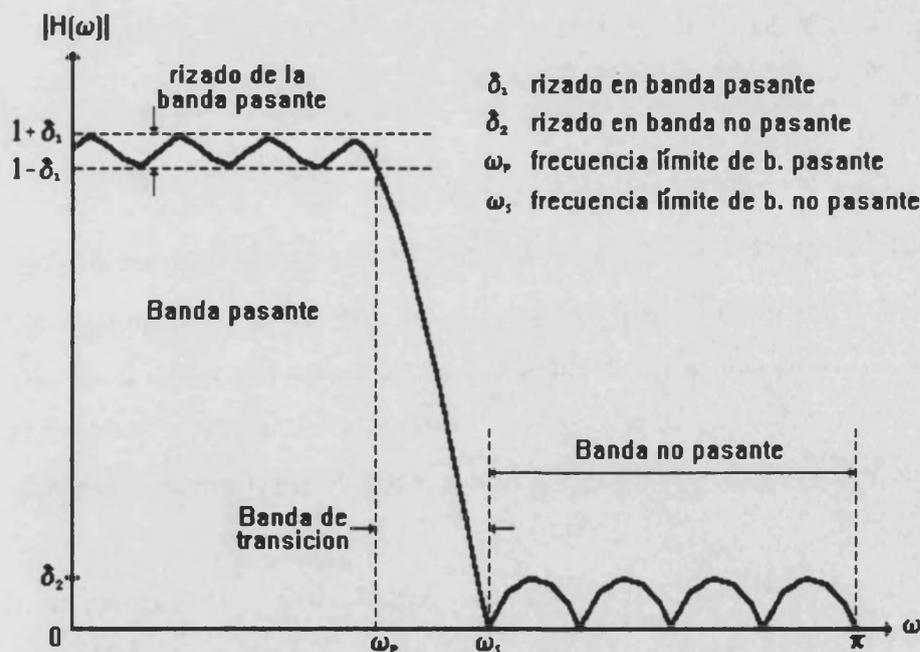


Figura 3.2- Características de los filtros físicamente realizables.

Una vez asumida la imposibilidad del filtro ideal, han aparecido un rosario de métodos de diseño, algunos generales, y otros que pretenden incidir en la mejora de algún aspecto particular como la reducción de la región de transición, eliminación de bandas muy estrechas, rapidez de cálculo, etc.

En el presente trabajo se ha hecho uso del filtrado más clásico, por lo cual nos centraremos en él, dejando de lado los filtros novedosos (adaptativos, polifásicos, ...) y los muy específicos (comb filters, ...). Por otro lado, el uso que se ha hecho de los mismos es instrumental, es decir, dadas las características del problema se ha escogido el filtro más adecuado con el algoritmo de diseño recomendado por la bibliografía.

Podemos clasificar los filtros de acuerdo con tres características:

- funcionalidad,
- método de diseño, y
- método de implementación.

En cuanto a la funcionalidad se habla de:

Filtro Pasa-Baja: Deja pasar las frecuencias bajas, atenuando las altas.

Filtro Pasa-Alta: Deja pasar las frecuencias altas, atenuando las bajas.

Filtro Pasa-Todo: Deja pasar toda la banda de frecuencias.

Filtro Pasa-Banda: Deja pasar frecuencias medias, atenuando altas y bajas.

Filtro Elimina-Banda: Atenúa una banda de frecuencias medias.

Un caso particular del anterior es el "Notch-Filter" que elimina bandas muy estrechas (frecuencias puntuales), muy útil para separar fuentes de ruido muy concretas como los 50 Hz de red.

En cuanto al método de diseño, el abanico es muy amplio. La primera

distinción sería la de separar los filtros FIR y los IIR. La ecuación en diferencias de un sistema lineal, y por tanto, de un filtro es:

$$y(n) = - \sum_{k=1}^N a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^N b_k x(n-k)$$

Los filtros FIR (Finite Impulse Response) realizan los cálculos teniendo en cuenta únicamente las entradas y por tanto $\{a_k\}=0$ en la ecuación anterior. Los IIR (Infinite Impulse Response) calculan las salidas teniendo en cuenta las entradas y salidas anteriores según la ecuación anterior, dando lugar a órdenes menores del filtro para respuestas en frecuencia semejantes.

Las propiedades diferenciales de los filtros FIR y los IIR son:

Los filtros FIR son siempre estables mientras que los IIR pueden presentar inestabilidades en aritmética de coma fija, así como un mayor error de cuantización, en función del número de bits de los coeficientes y las variables intermedias.

Los filtros FIR pueden diseñarse para que presenten fase lineal de forma que no distorsionen las características de fase y retraso de grupo.

Los filtros IIR son más apropiados que los FIR cuando se pretende obtener regiones de transición estrechas entre las bandas pasantes y no pasantes.

Los filtros FIR requieren un mayor orden para conseguir un filtrado equivalente a los IIR, lo cual se traduce en una mayor necesidad de memoria y retardo de la respuesta.

Dentro de los FIR, los tres métodos principales son el empleo de ventanas,

el muestreo en frecuencia y el Parks-McClellan. El primero se basa en truncar la respuesta impulsional de un filtro ideal y aplicarle una ventana (4.1.1.3.4). El segundo, parte de la definición de unos puntos que forman el esqueleto de la respuesta espectral del filtro deseado y la aplicación de un algoritmo que permita definir los coeficientes $\{b_k\}$ del filtro. El último parte del algoritmo de Remez y de la teoría de aproximaciones de Chebyshev para diseñar filtros con un ajuste óptimo entre la respuesta real y la deseada. Los filtros son óptimos en el sentido de que se minimiza el máximo error entre las dos respuestas espectrales. Los filtros diseñados con este método tiene una respuesta en frecuencia con rizado constante por lo que a veces se les conoce como "equiripple".

Históricamente, el primer método fue el primero propuesto para el diseño de filtros de fase lineal. Su mayor desventaja es la falta de control sobre la posición real de las frecuencias críticas tales como las de corte. Los otros dos aparecieron y se desarrollaron en los '70 y desde entonces han sido ampliamente utilizados. El de muestreo en frecuencia permite controlar la magnitud de la respuesta en frecuencia para ciertos valores críticos, sin embargo es la aproximación de Chebyshev la que permite un control de todos los parámetros del filtro tales como frecuencias de corte, rizados y ancho de banda. La mecánica es fijar todos los parámetros excepto uno de los rizados y optimizar el filtro variando ese parámetro (rizado de la banda pasante o de la no pasante).

Los filtros IIR pueden obtenerse como la traslación de los filtros analógicos, bien conocidos desde hace decenios, al campo digital. Por ello, las primeras técnicas de diseño se basaban en proponer transformaciones que pasaran las relaciones bien estudiadas en el dominio analógico al digital, surgiendo así los métodos por aproximación de derivadas, impulso invariante y transformación bilineal [Espí-87] y las transformaciones en frecuencia [Constantinides-70][Espí-88]. Las propiedades de los filtros IIR obtenidos dependen de su originario analógico,

disponiéndose de filtros Butterworth (de espectro plano, caída de ganancia constante en banda no pasante, pero transición muy suave), Chebyshev (rizado en una de las bandas pero transición más abrupta), Elípticos (rizado en ambas bandas pero transición muy abrupta) y de Bessel (que a costa de tener transiciones muy suaves, consiguen mantener fase lineal en la banda pasante). Además de estas aproximaciones "analógicas" al diseño de filtros IIR, existen métodos directos entre los que cabe destacar el método de aproximación de Padé y el de diseño por mínimos cuadrados cuyos algoritmos más representativos son el de Prony (como no recursivo) y el de Yule-Walker (como recursivo).

En cuanto a la implementación hardware o software de los filtros obtenidos, las formas más simples de materializar ambos tipos de filtros son la directa, que reproduce la ecuación en diferencias, y la de cascada que se basa en expresar el filtro como una agrupación de filtros simples de 2º orden dispuestos en cascada. Los FIR pueden también implementarse con una topología de muestreo en frecuencia, mientras que los IIR pueden adoptar una disposición en paralelo. Para aplicaciones complejas, tales como predictores lineales, filtraje adaptativo o procesamiento del habla, puede recurrirse a estructuras de Lattice que, a través de una mayor interconexión entre los nodos mediante coeficientes de reflexión, permite plasmar filtros de orden elevado en estructuras muy óptimas en velocidad y recursos de memoria.

3.6.- Técnicas de identificación de sistemas.

La identificación de sistemas trata de encontrar modelos matemáticos adecuados de sistemas dinámicos basándose en los datos obtenidos de su observación, definiendo sistema como un objeto en el cual diversas variables interaccionan para generar señales observables.

Las señales externas que pueden ser manipuladas por el observador reciben el nombre de entradas. Por otro lado, aparecen las perturbaciones, alguna de las cuales pueden ser medidas directamente y otras sólo son observables a través de su influencia sobre la salida.

La construcción de un modelo a partir de una serie de datos incluye tres entidades principales:

- a) los datos,
- b) el conjunto de modelos presumiblemente adecuados,
- c) unos criterios que permitan clasificar la idoneidad de los modelos propuestos a partir de los datos de que se dispone.

El modelo seleccionado debe ser posteriormente validado, entendiéndose este concepto como una medida de la bondad del mismo, es decir, su capacidad para reproducir el sistema real. Un modelo puede resultar deficiente por una serie de causas:

- a) el procedimiento numérico no es capaz de proporcionar el mejor modelo de acuerdo con nuestro criterio,
- b) el criterio empleado no es adecuado,
- c) el conjunto de modelos propuesto no es correcto pues no contiene ninguna descripción suficientemente buena del sistema,
- d) los datos disponibles no conforman un grupo suficientemente representativo del proceso.

Nos limitaremos a los sistemas basados en considerar un modelo con una sola señal de entrada una de salida y una fuente de perturbación, cuya configuración básica aparece en la Figura 3.1,

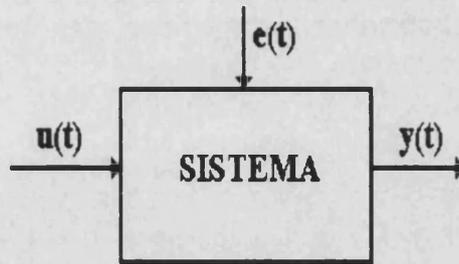


Figura 3.3- Sistema básico de entrada y salida.

en el cual, la señal de entrada es $u(t)$, la de salida $y(t)$ y $e(t)$ la perturbación.

Si suponemos que las señales están ligadas por un sistema lineal, la relación básica que describe el modelo es:

$$y(t) = G(q) u(t) + v(t)$$

donde el q es el operador retardo y $G(q)u(t)$ es la representación de:

$$G(q) u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k) u(t-k)$$

y:

$$G(q) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k) q^{-k}; \quad q^{-1}u(t) = u(t-1)$$

El modelo paramétrico general es [Ljung-87]:

$$A(q) y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t-nk) + \frac{C(q)}{D(q)} e(t)$$

Las estructuras más habituales, simplificaciones de la anterior, son:

$$\text{ARX: } A(q) y(t) = B(q) u(t-nk) + e(t)$$

$$\text{ARMAX: } A(q) y(t) = B(q) u(t-nk) + C(q) e(t)$$

$$\text{Output Error: } y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t-nk) + e(t)$$

$$\text{Box-Jenkins: } y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t-nk) + \frac{C(q)}{D(q)} e(t)$$

En el caso de tratar series temporales en las que no se dispone de información de la entrada, como es el caso de las aplicaciones estudiadas en este trabajo, el modelo general se reduce a:

$$\text{ARMA: } A(q) y(t) = C(q) e(t)$$

donde, si $C(q)=1$, tenemos una estructura tipo AR.

Una vez adoptado un modelo, se aplican sobre los datos unos algoritmos generalmente recursivos (métodos de mínimos cuadrados, métodos de errores de predicción, regresiones pseudolineales, ...), que trabajan orientados a bloques de datos o bien a datos individuales de forma que se pueda mejorar la eficacia del modelo al disponer de nuevas entradas. Los métodos recursivos son detenidos bien por haber alcanzado las cotas de precisión fijadas, bien porque no se detecte

ninguna mejora en la capacidad de predicción.

Un algoritmo típico de indentificación recursiva [Ljung-91] es:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t) [y(t) - \hat{y}(t)]$$

donde $\hat{\theta}(t)$ es el parámetro estimado en un tiempo t , e $y(t)$ es la salida observada en t . Además, $\hat{y}(t)$ es la predicción del valor $y(t)$ basadas en las observaciones hasta el tiempo $t-1$ y en los modelos estimados para $t-1$. La ganancia $K(t)$ determina la forma (y velocidad) en la que el error de predicción $y(t) - \hat{y}(t)$ afecta a la actualización del parámetro estimado, que suele ser de la forma:

$$K(t) = Q(t) \Psi(t)$$

donde $\Psi(t)$ es una aproximación del gradiente de θ respecto a $\hat{y}(t | t-\theta)$.

Estos modelos pueden aplicarse para simular procesos o bien para predecir salidas futuras. La simulación calcula la salida del sistema a partir de la señal de entrada mientras que el valor de predicción de orden k , $\hat{y}(t_0 | t_0-k)$, se calcula a partir de la entrada $u(s)$ para $s < t_0$ y la salida $y(s)$ hasta $s = t_0 - k$ [Makhoul-75].

El análisis de los datos suele derivar en una colección de modelos con diferentes órdenes y estructuras, por lo que la decisión de cuál es el mejor, y si éste es adecuado para nuestros objetivos es el punto realmente importante del problema, ya que además, no existe una sistematización de este proceso de validación de modelos.

Otro aspecto importante para la evaluación del modelo es la extracción de los residuos asociados a la estructura, que deben constituir la señal $e(t)$ que en

principio no es directamente medible. El modelo será más válido cuanto más identificables sean estos residuos con $e(t)$, para ello, ha de tratarse de una señal blanca (espectro plano) e independiente respecto a $u(t)$.

CAPÍTULO 4

TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN ESPECTRAL

En este capítulo nos vamos a centrar en un aspecto más concreto de la Teoría de la Señal, como es la estimación espectral. Revisaremos algunos de los estimadores más habituales del espectro de potencia de señales muestreadas reseñando los algoritmos más importantes y destacando las ventajas e inconvenientes de las distintas aproximaciones a este importante problema, que ha conocido un desarrollo en los últimos años por sus innumerables aplicaciones en radar, compresión de datos, teledetección y telecomunicaciones.

Existe un artículo delicioso [Robinson-82] en el que se hace una descripción histórica de evolución de la estimación espectral. Aunque haya importantes antecedentes como los trabajos de Fourier (1807) y otros en el siglo XIX, a principios del siglo XX se aplicaron este tipo de técnicas de forma empírica por parte de Schuster (1906) para estudiar la periodicidad de las manchas lunares, y más teóricamente por Schrödinger (1926), cuando demostró cómo podían describirse las líneas espectrales del átomo a partir de la teoría de expansión de funciones de Sturm-Liouville, y por Wiener (1930), que estableció las bases del análisis generalizado de armónicos. Sin embargo, el arranque de la historia de la estimación es el trabajo de J.W. Tukey en 1949, que puede calificarse como la versión estadística del hito de Fourier 142 años antes. De cualquier forma, el empuje final que catapultó el uso de estas herramientas fue la publicación en 1965 del algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT) por J.S. Cooley y J.W. Tukey.

4.1.- Métodos clásicos.

A pesar de la relativa juventud de la disciplina de la estimación espectral de las señales digitales, ciertas aproximaciones han merecido ya el calificativo de



clásicas, son las basadas en la Transformada de Fourier. Parten del cálculo directo de la DFT a partir del registro de la señal, proponen algoritmos para acelerar ese cálculo y por último se proponen métodos para reducir la desviación y varianza de los estimadores.

4.1.1.- La Transformada Discreta de Fourier.

La DFT (ver punto 3.4) permite transformar la secuencia $\{x(n)\}$ de longitud $L \leq N$ en una secuencia muestreada en frecuencia $\{X(k)\}$ de longitud N , y con frecuencias equidistantes.

Si tenemos una serie real de longitud N , la DFT responde a:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn} \quad 0 \leq k \leq N-1$$

donde $W_N = e^{-j2\pi/N}$. Por tanto podemos deducir que este cálculo requiere:

N^2 evaluaciones de funciones trigonométricas.

$2N^2$ multiplicaciones reales.

$2N(N-1)$ sumas reales.

Operaciones de indexación y direccionamiento.

Sin embargo, el cálculo directo de la DFT es computacionalmente poco eficiente, ya que no explota las propiedades de simetría y periodicidad del factor W_N , que pueden expresarse como:

$$\begin{aligned} \text{Simetría:} \quad & W_N^{k+N/2} = -W_N^k \\ \text{Periodicidad:} \quad & W_N^{k+N} = -W_N^k \end{aligned}$$

4.1.1.1.- La FFT.

Para aprovechar estas propiedades en el cálculo de la DFT, surgieron una serie de algoritmos genéricamente conocidos como Transformadas Rápidas de Fourier (FFT).

Partiendo de estrategias de "Divide-y-Vencerás", se consiguió dividir por un factor de 2 el número de sumas y productos necesarios. Estos algoritmos se basaban en disponer de series cuya longitud (N) no fuera un número primo. Además, se conseguía una mayor eficiencia cuando N podía ser factorizado como $N=r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot \dots \cdot r_v$, donde $\{r_i\}$ son primos. En particular, cuando $r_1=r_2=\dots=r_v=r$, es decir $N=r^v$, se consigue un patrón regular que permite simplificar y acelerar el cálculo. El factor r recibe el nombre de raíz. Los métodos más difundidos son, sin duda, los de raíz-2 a través del algoritmo de decimación en el tiempo.

Si disponemos de una serie temporal con longitud $N=2^v$, podremos optimizar el cálculo, y trabajar una estructura muy regular fácilmente implantable incluso en hardware, además el número de operaciones se reduce hasta:

- N evaluaciones de funciones trigonométricas.
- $N/2 \cdot \log_2 N$ multiplicaciones complejas.
- $N \cdot \log_2 N$ sumas complejas.
- Operaciones de indexación y direccionamiento.

Como ejemplo, en la figura 4.1 presentamos el cálculo de la DFT de $N=8$

puntos. Obsérvese como éste se realiza a través de 3 niveles, en primer lugar, se calculan 4 DFT de 2 puntos, posteriormente se combinan en 2 DFT de 4 puntos, para acabar con una de 8 puntos [Burrus-84].

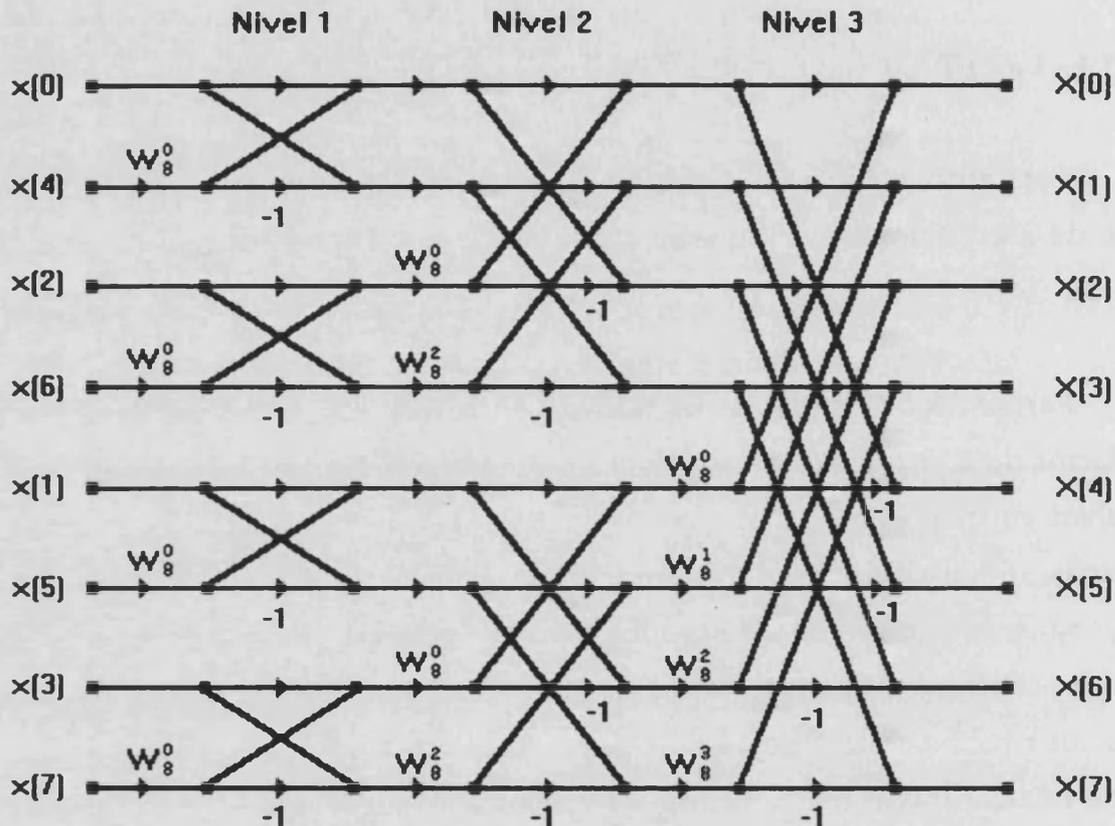


Figura 4.1- Algoritmo de decimación en el tiempo para la FFT de 8 puntos.

Gracias a este algoritmo, se consigue reducir la complejidad computacional del proceso en un factor de 200 para series de 1024 puntos.

La celda básica de cálculo de este algoritmo recibe el nombre de "butterfly" (mariposa) y parte de dos números (en principio complejos), por ejemplo (a,b) , multiplicando b por W_N^r , y posteriormente sumando y restando el producto de a

para obtener dos nuevos números complejos (A, B) (Figura 4.2).

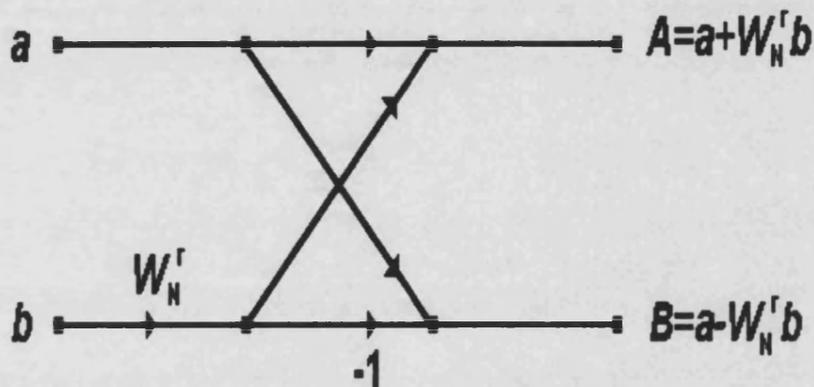


Figura 4.2.- Célula butterfly para el cálculo de la FFT.

Para los procesadores convencionales la carga computacional está básicamente ligada con el número de multiplicaciones ya que se trata de una operación muy costosa, desdeñándose las sumas y gestión de punteros. En la década de los '80, proliferaron unos microprocesadores específicamente diseñados para el procesamiento de la señal, los DSP (Digital Signal Processors) que han implementado arquitecturas internas que aceleran los cálculos de manera tal que han revolucionado los campos que requieren una mayor potencia de cálculo como son comunicaciones y procesamiento de radar, imágenes y voz. Estos procesadores disponen de microinstrucciones que permiten realizar productos, sumas y actualización e punteros en un solo ciclo de reloj, además de trabajar con punteros circulares y estructuras de "bit-reversal" para acelerar el cálculo de la FFT (Tabla 4.I). Paralelamente, el hecho de igualar los costos computacionales de sumas y

productos y el abaratamiento del hardware han incitado al uso de otros algoritmos que pueden superar la eficacia de la FFT en determinados casos.

<i>Familia TMS320</i>	'C1X	'C2X	'C3X	'C4X
Tiempo (ms)	42.0	5.6	3.0	2.45

Tabla 4.I.- Tiempo de cálculo de la FFT de 1024 puntos en DSP de Texas Instruments [TI-89].

4.1.1.2.- Discusión del significado de la FFT.

En este apartado se va a dar una visión intuitiva y cualitativa de la FFT (y más generalmente de la DFT), describiendo los conceptos implicados en la misma. Esto nos permitirá entender qué es lo que se obtiene al aplicar la FFT sobre una serie real finita y por tanto sus limitaciones.

Dado un registro $\{x(n)\}$ de longitud N y frecuencia de muestreo f_s , la FFT realiza una transformación de los N valores en el dominio del tiempo a N valores equidistantes en el dominio de la frecuencia. Intuitivamente, lo que hace esta operación es definir N sinusoides de frecuencias $0, \Delta f, 2\Delta f, 3\Delta f, \dots, f_s - \Delta f$, donde Δf es la resolución espectral, y fijar las amplitudes de esas sinusoides de forma que se aproximen lo más posible al espectro real de la señal.

La posición de estas componentes espectrales no depende del contenido frecuencial de la señal, sino de la frecuencia de muestreo y la duración del mismo. Por tanto, si la señal contiene componentes de frecuencias que no sean múltiplos enteros de Δf , la FFT será incapaz de obtener el espectro real sino una

aproximación del mismo.

Veamos unos conceptos relacionados con la FFT de señales finitas para entender mejor el problema.

4.1.1.2.1.- Ancho de Banda.

La expresión algebraica normalizada de la DFT realiza la suma sobre los N puntos que constituyen el período fundamental de la señal original.

$$DFT: \quad X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jkn2\pi/N}$$

La primera línea espectral ($k=0$) da la amplitud de la componente de continua (DC) de la señal. La componente $k=N$ corresponde a la frecuencia de muestreo ($f=1$) y se observa que $X(N)=X(0)$. En realidad, la simetría de la expresión hace que $X(k)=X(k\pm mN)$, donde m es cualquier entero y además $X(k)=X(N-k)$. Por tanto, sólo son distintos los $N/2$ primeros valores de la serie transformada, valores que corresponden a la amplitud de las componentes espectrales desde 0 Hz hasta la mitad de la frecuencia de muestreo, la llamada *frecuencia de Nyquist*, f_N . Todos los demás constituyen información redundante.

De la discusión anterior podemos concluir que la frecuencia de muestreo determina la máxima frecuencia que puede ser estudiada en el registro muestreado, de manera que cuando se proceda a muestrear una señal analógica, lo primero que ha de tenerse en cuenta es la componente de interés de mayor frecuencia de forma que la frecuencia de muestreo será mayor que el doble de la misma.

La existencia de la frecuencia de Nyquist lleva a que el muestreo de una señal analógica, origen habitual de muchas señales discretas, deba realizarse con precauciones ya que la presencia de componentes frecuenciales mayores que la misma produce errores en la estimación del espectro. En la figura 4.3 se observa como el muestreo de dos componentes sinusoidales analógicas de frecuencias $f_1=f_s$ y $f_2=2f_s$, dan origen al mismo registro discreto, que además coincide con el de un nivel constante de continúa, siendo imposible distinguirlos. De esta forma, si no nos aseguramos de eliminar todas las componentes frecuenciales de frecuencia mayor a la de Nyquist, no tendremos una relación biyectiva entre frecuencias analógicas y digitales ya que infinitas componentes analógicas contribuyen a cada uno de los valores digitales.

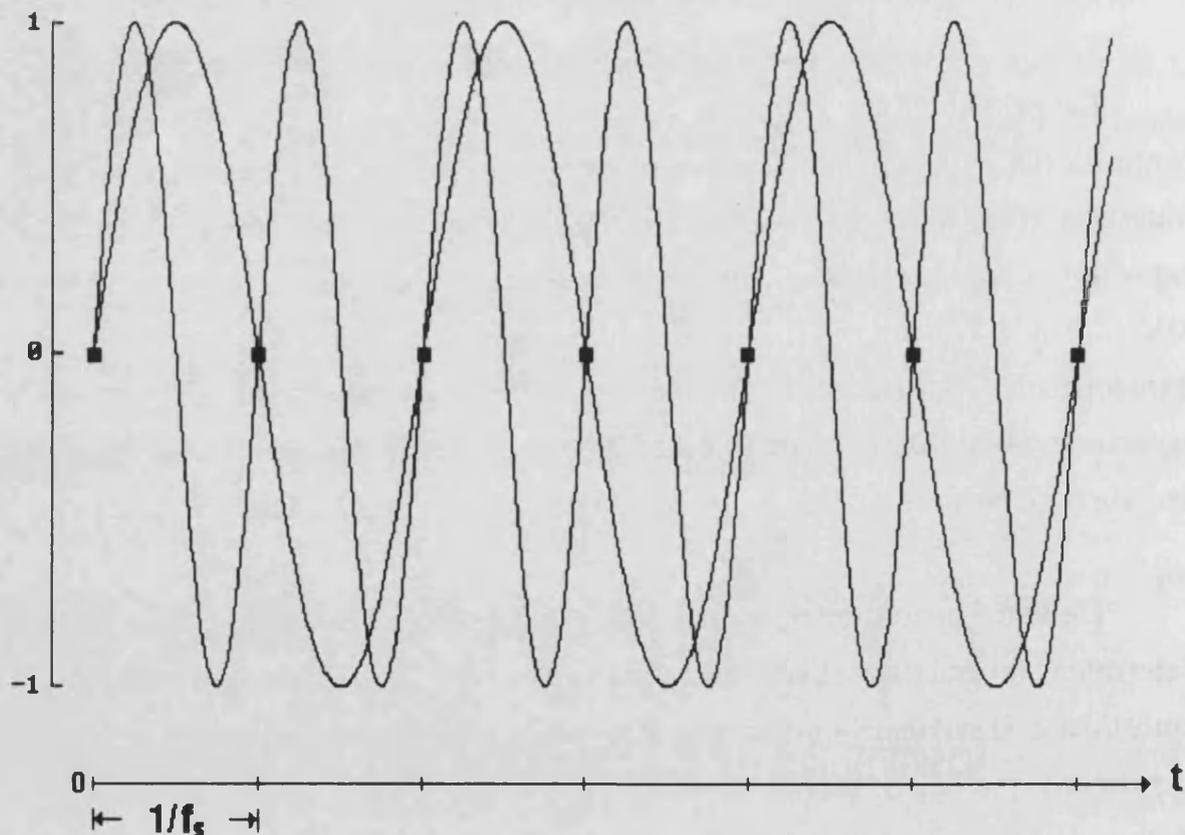


Figura 4.3- Problemas de aliasing.

Este fenómeno se conoce como *aliasing* y se resuelve procesando señales analógicas de *banda limitada*. En la práctica esto se consigue filtrando la señal analógica con un pasa bajo (filtro antialiasing) de frecuencia de corte menor a la de Nyquist antes de muestrear.

4.1.1.2.2.- Resolución espectral.

Desde un punto de vista matemático, la DFT es una particularización del cálculo de la Transformada Z de la serie $\{x(n)\}$ para N puntos equidistantes sobre el círculo de radio unidad. Como discutimos en el punto anterior, $X(0)$ corresponde a la frecuencia de 0 Hz y $X(N)$ a la de muestreo f_s .

Así pues tenemos $N/2$ puntos para cubrir el espectro desde DC hasta f_N , repartidos de forma homogénea, por tanto con una separación constante entre ellos de $\Delta f = f_s / N$, la llamada *resolución espectral*. Esta expresión se puede escribir como $\Delta f = 1/T$, donde T es el tiempo total de muestreo de la señal, lo que evidencia que la resolución espectral es función exclusivamente de la duración del registro.

La rigidez en las componentes espectrales sobre las que se calcula el espectro, tiene dos implicaciones muy directas que pueden constituir limitaciones determinantes para el uso de la FFT en la estimación del espectro de una señal.

En primer lugar, si una señal está formada a partir de componentes con frecuencias muy próximas, no seremos capaces de distinguir y separar esas líneas espectrales.

Para ilustrar este problema generamos una señal discreta con las siguientes

características:

1ª Componente	⇒	Sinusoide	Amplitud: 1	Frecuencia: 0.011 Hz
2ª Componente	⇒	Sinusoide	Amplitud: 2	Frecuencia: 0.012 Hz
3ª Componente	⇒	Ruido Gaussiano Blanco	Amplitud: 0.1	

muestreando $N=512$ puntos con una $f_s=1\text{Hz}$.

La duración del registro es de 512 segundos con lo que la resolución es de $\Delta f = 1/512 = 1.95 \text{ mHz}$, y como la diferencia entre la frecuencia de ambas componentes es de 1 mHz, no pueden distinguirse, apareciendo una sola como se aprecia en la figura 4.4.

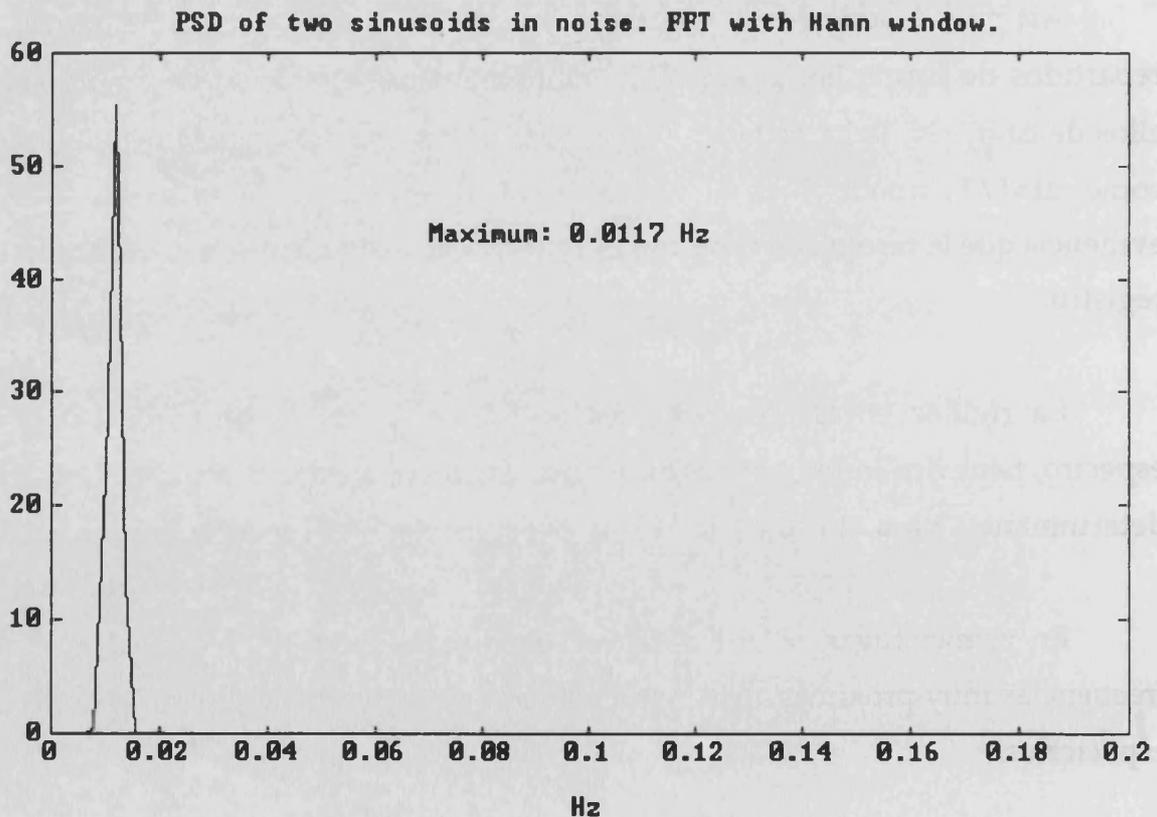


Figura 4.4- Resolución espectral limitada de la FFT.

Un segundo aspecto de este problema es el "*spectral leakage*", que puede traducirse como fuga o goteo espectral. Hemos visto como las componentes de frecuencia sobre las que se estima el espectro vienen fijadas por la duración del registro, sin tener en cuenta las características de la señal. Si todos los armónicos presentes en la señal son múltiplos enteros de la resolución espectral, la FFT presentará el valor de la amplitud de esas componentes en las posiciones pertinentes del espectro, anulándose en el resto. El estimador será una fiel reproducción del real. Por el contrario, si uno de los armónicos no coincide con un múltiplo de Δf , el algoritmo de la FFT da unos valores a las amplitudes de cada uno de los $N/2$ valores de $\{X(k)\}$ para minimizar el error de mínimos cuadrados respecto al espectro real. El efecto de esta "fuga" del espectro es doble, por un lado nos impide distinguir si un valor reducido corresponde a la existencia de un armónico de poca amplitud o bien, se debe a la contaminación de armónicos más o menos próximos, y por otro, la presencia de un armónico de gran amplitud, enmascara armónicos menores situados en un entorno del mismo.

Para ilustrar este fenómeno hallamos la FFT de dos sinusoides puras muestreadas a una frecuencia de 1 Hz, generando registros de 128 puntos con lo que la resolución es de $\Delta f=7.81$ mHz. La primera senoide tiene una amplitud de 1 y una frecuencia de 0.125 Hz, que resulta ser un múltiplo entero de Δf , la FFT (Gráfica superior de la figura 4.5) presenta un sólo valor distinto de cero entre 0 Hz y f_N , el correspondiente al valor $X(16)$ como corresponde. La segunda senoide tiene la misma amplitud pero su frecuencia es de 0.121 Hz, caso muy desfavorable pues corresponde a un valor situado entre dos de las componentes consideradas en la FFT, lo que provoca que todas las líneas espectrales se vean afectadas (Gráfica inferior de la figura 4.5).

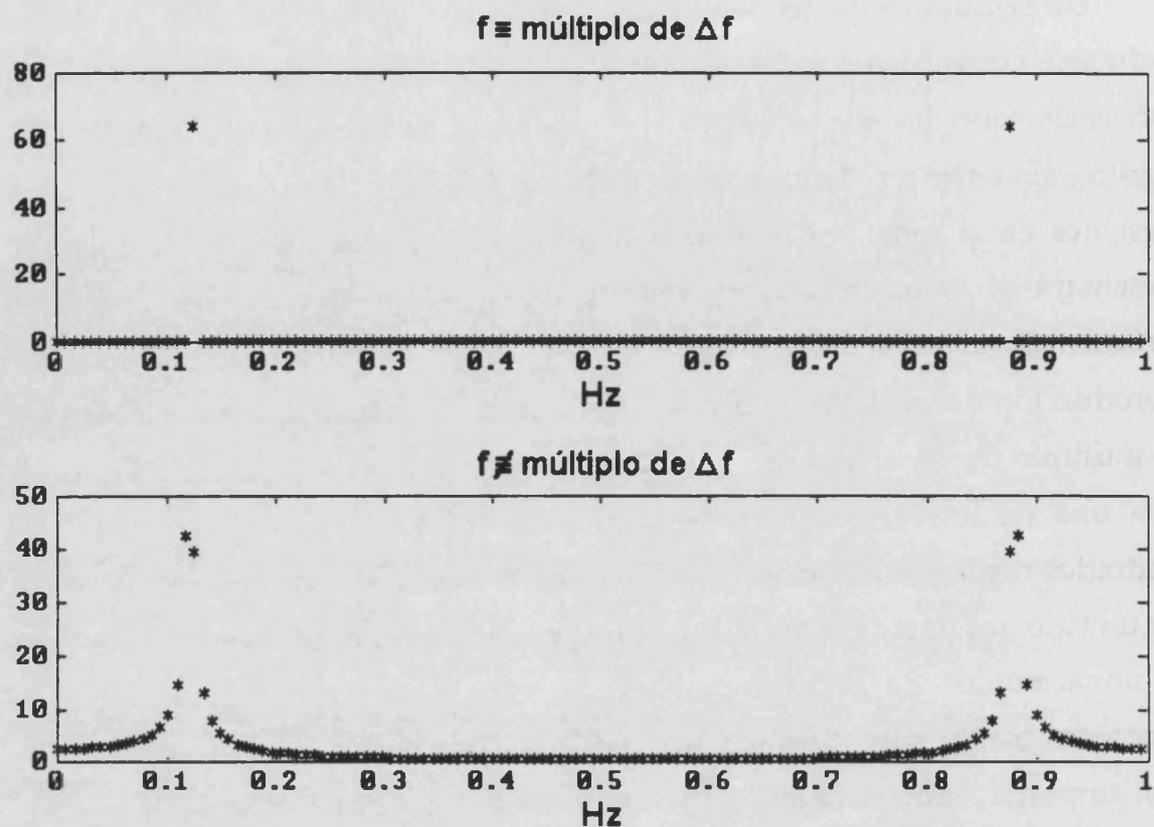


Figura 4.5- Efectos del spectral leakage en la FFT.

Los efectos del "spectral leakage" sólo pueden ser suavizados a través de aumentar la duración del registro. Esto no siempre es posible, por ejemplo en el caso de los transitorios y señales de corta duración (como el caso de los potenciales tardíos ventriculares analizados en el capítulo 6).

4.1.1.2.3.- Técnicas de enventanado.

La razón por la que se produce el "spectral leakage" es el truncamiento de la señal. A efectos prácticos una señal que puede ser de duración infinita se trunca para poder ser analizada. En caso de que la señal contenga componentes

armónicas que no sean periódicas dentro de la ventana de observación, se producen unas discontinuidades en los extremos (Figura 4.6) que son responsables de unas contribuciones a la totalidad del espectro.

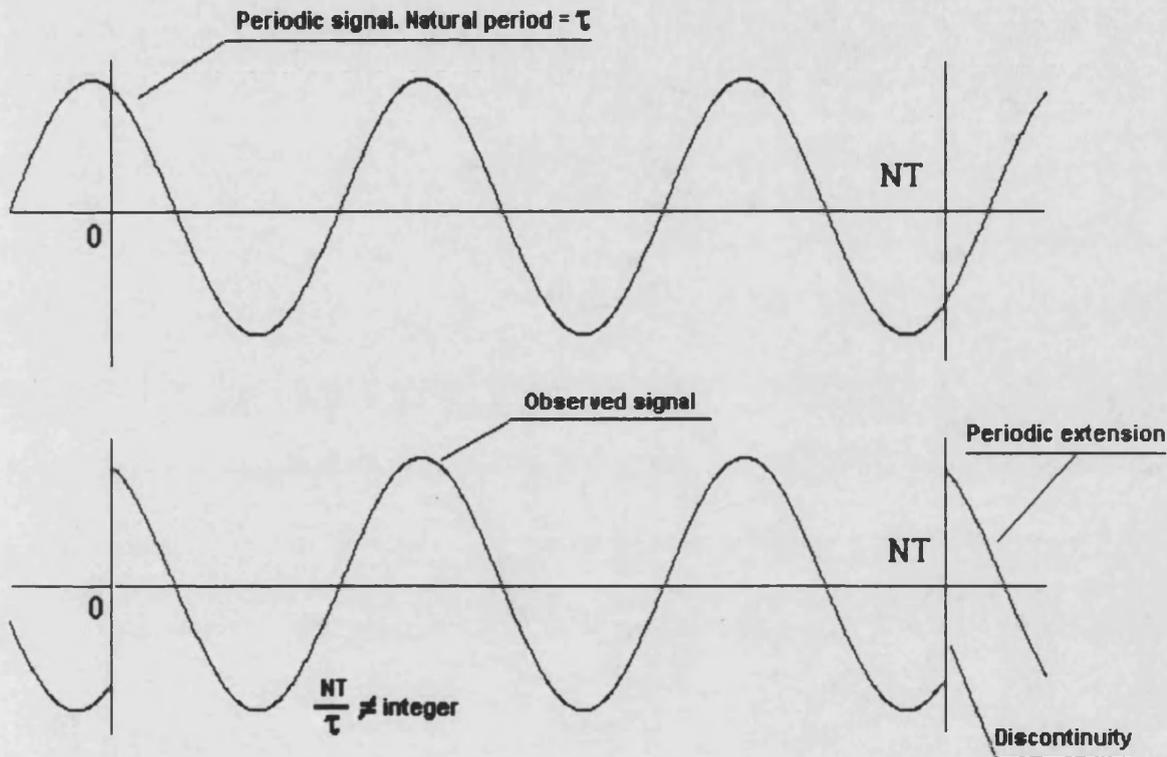


Figura 4.6- Discontinuidad en la extensión periódica de un armónico.

Una forma de analizar el problema es afirmar que el truncamiento de una señal discreta es equivalente a multiplicar la serie original infinita por una serie de la forma $\{\dots, 0, 0, 1, 1, \dots, 1, 1, 0, 0, \dots\}$. A ésta se la llama ventana rectangular ya que su efecto es análogo a observar la serie original a través de una especie de ventana que no modifica los valores incluidos en ella pero impide ver (anula) el resto. Esta ventana puede alterar el espectro de la señal original pues, $x(n) = x_o(n)w_r(n)$, donde $x_o(n)$ es la señal original, $w_r(n)$ la ventana rectangular y $x(n)$ la serie resultante,

con lo que al aplicar la DFT, el resultado es la convolución de la serie real por la DFT de la ventana $X(k)=X_o(k)*W_r(k)$.

Esta función $W_r(k)$ tiene la forma de una función sinc⁽¹⁾ (Figura 4.7) lo que justifica el "desparramamiento" observado del espectro.

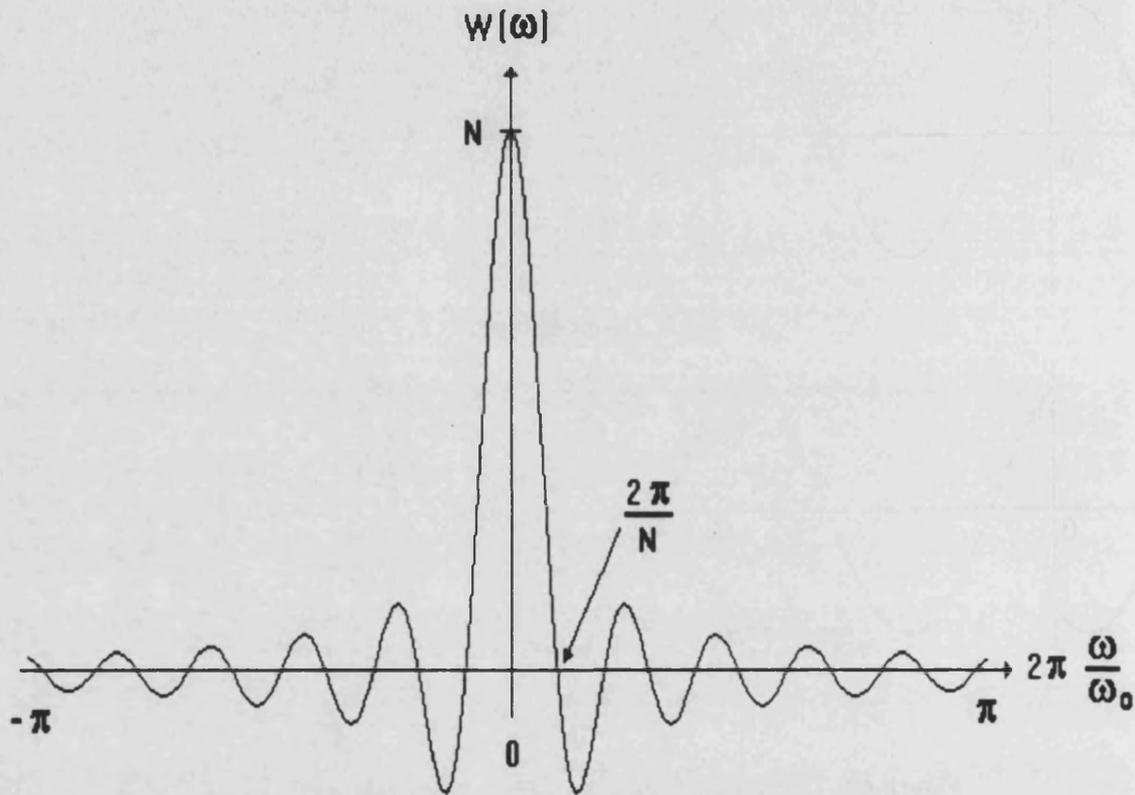


Figura 4.7- Gráfica de la DFT de una ventana rectangular.

Así pues la ventana no es más que una función de pesos que multiplica a la señal original. Basándose en esto, se plantea la pregunta de qué ocurre si

(1)

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$$

empleamos una función distinta para "enventanar" el tramo muestreado; especialmente una con los extremos más suavizados, de forma que reduzca el orden de la discontinuidad en los extremos (esto se consigue haciendo que tanto la ventana como sus derivadas sucesivas sean cero o casi cero en los extremos). Esta inocente intención dio lugar, durante las décadas de los '50 y '60 a la proliferación de aproximaciones al problema que adornaron de artículos las revistas especializadas, lo que se llamó la "window carpentry", hasta la publicación del estudio clásico de Harris [Harris-77]. La razón de ello es que el alivio del "spectral leakage" (lo que equivale a la reducción de los lóbulos laterales de la DFT de la ventana) se hace a costa de perjudicar la resolución espectral (un ensanchamiento del lóbulo principal), de forma que toda solución representa un compromiso.

Las ventanas descritas en la bibliografía son abundantes por lo que optaremos por presentar las empleadas en el momento de su utilización.

4.1.1.2.4.- Efectos del "zero-padding".

La única forma de incrementar la resolución básica de la FFT es a través de aumentar la longitud del registro. El popular método del "zero-padding" se encarga de hacerlo artificialmente a base de añadir ceros a la señal. Se habla de un incremento de la resolución en el sentido de que aparecen más líneas espectrales, sin embargo, nuestra capacidad para resolver las componentes frecuenciales próximas no aumenta.

Esto se ilustra a través de un ejemplo muy simple. Dada una señal analógica compuesta por dos componentes sinusoidales puras de igual amplitud y frecuencias 0.28125 y 0.21875 Hz respectivamente, muestreamos a una frecuencia

de 1 Hz, generando un registro, $x(n)$, de longitud $N=16$. Hallaremos la FFT del registro y presentaremos su módulo. Posteriormente, duplicaremos la longitud del registro añadiendo ceros y volveremos a hallar el módulo de su FFT (Figura 4.8).

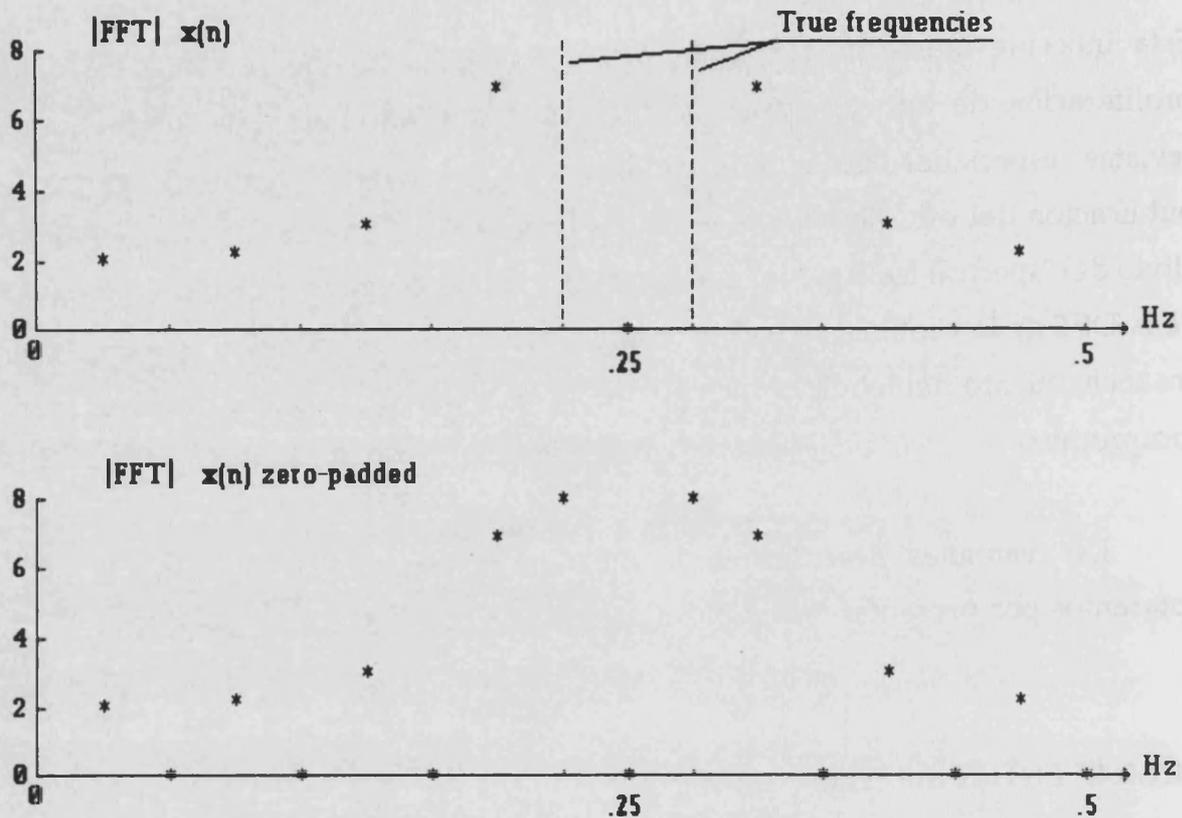


Figura 4.8- FFT de un registro al aplicar el zero-padding para convertirlo en periódico.

La resolución espectral de la FFT de $x(n)$ es, $\Delta f=1/16=0.0625$ Hz, eso supone que las líneas espectrales más cercanas son $X(3) \rightarrow 0.1875$ Hz, $X(4) \rightarrow 0.25$ Hz, y $X(5) \rightarrow 0.3125$ Hz, al no coincidir ninguna de ellas con las frecuencias reales, el efecto del "spectral leakage" es evidente. Si rellenamos con ceros el registro para duplicar su longitud, duplicamos la densidad de las líneas espectrales disponibles de forma que, $\Delta f=0.03125$ Hz. Ello supone que $X(7) \rightarrow 0.21875$ Hz, $X(8) \rightarrow 0.25$ Hz, y $X(9) \rightarrow 0.28125$ Hz, de forma que, al coincidir $X(7)$ y $X(9)$ con las frecuencias

reales, no debería manifestarse el "spectral leakage", cosa que, evidentemente no ocurre.

Lo que realmente conlleva este proceso puede ser entendido desde dos puntos de vista a partir del análisis de un registro $\{x(n)\}$ de longitud N obtenido por el muestreo de una componente frecuencial pura y el del registro $\{y(n)\}$, resultado de aplicar "zero-padding" para duplicar su longitud.

En la figura 4.9, se aprecia como $Y(2k)=X(k)$, es decir, las componentes pares de la FFT del registro $y(n)$ corresponden a la FFT de $x(n)$, mientras que las impares (presentadas en la figura 4.9 rodeadas de una circunferencia) son resultado de una interpolación no lineal de $\{X(k)\}$. Desde el punto de vista del dominio temporal, $\{y(n)\}$ proviene de aplicar sobre $\{x(n)\}$ una ventana determinada que responde a la función:

$$w(n) = e^{-j\pi \frac{n}{N}} \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

donde N es el número de ceros añadidos al registro. De forma que el espectro obtenido $\{Y(k)\}$ es el resultado de convolucionar $\{X(k)\}$ con la Transformada Z de $\{w(n)\}$, que responde a:

$$W(k) = \frac{2}{1 - e^{-j\pi \frac{1+2k}{N}}}$$

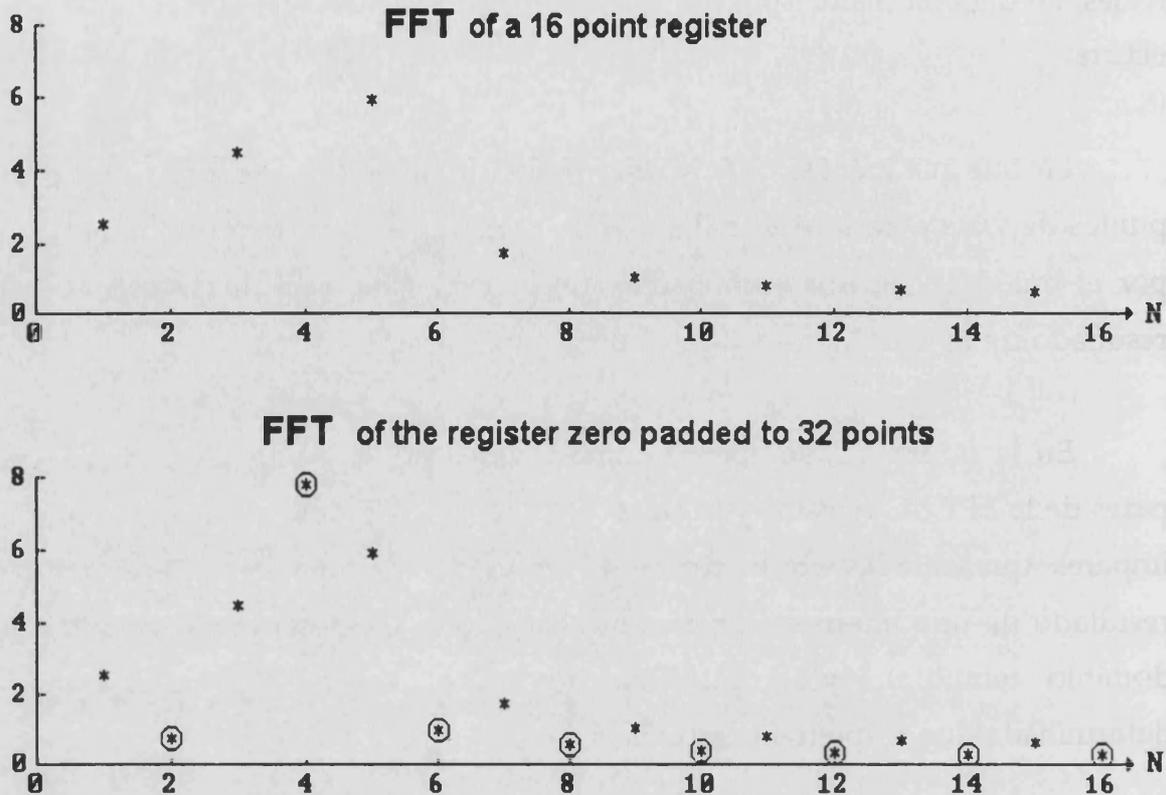


Figura 4.9- Efectos del zero-padding para duplicar la longitud de una señal discreta.

Todo lo visto anteriormente demuestra que, aunque pueda mejorar la apariencia del espectro, el "zero-padding" no aporta información adicional al mismo. En adelante, sólo haremos uso de esta técnica para comparar datos con autores que lo utilizan con asiduidad, o bien, para completar los registros de forma que su longitud sea una potencia de 2 y podamos aplicar los algoritmos más eficientes en el cálculo de la FFT. En cualquiera de los casos, especificaremos la longitud real del registro original para conocer perfectamente la resolución espectral real de la FFT.

4.1.1.3.- Otros algoritmos.

Existe un número considerable de algoritmos alternativos a la FFT, que pretenden adaptarse mejor a ciertas necesidades que se plantean en la práctica, sobre todo para aplicaciones en tiempo real o de bajo costo, para paralelizar el proceso, para adoptar métodos iterativos que modifiquen la estimación a medida de que se disponga de nuevos datos sin tener que recalcular completamente la FFT, para trabajar con series de tamaño variable ($N \neq 2^n$), etc.

En este trabajo nos limitaremos a comentar dos de ellos que han sido utilizados en la investigación posterior, el algoritmo de Goertzel y la transformada Chirp-Z. Ambos tienen la ventaja sobre la FFT convencional de que la longitud del registro no ha de ser potencia de dos y que no es necesario calcular todo el espectro en caso de estar solamente interesados en una zona muy concreta del mismo.

El algoritmo de Goertzel (1968) explota la periodicidad de los factores de fase $\{W_N^k\}$ y nos permite expresar la DFT como una operación de filtraje lineal:

$$X(k) = x(0) + W^k[x(1) + W^k[x(2) + W^k[\dots]]]$$

que constituye una estructura anidada con una única y simple célula fundamental (condición importantísima para una implementación hardware):

$$Y \leftarrow AX+B$$

constituida por un producto y suma que pueden realizarse en un mismo ciclo de reloj en un DSP, según el esquema de la figura 4.10.

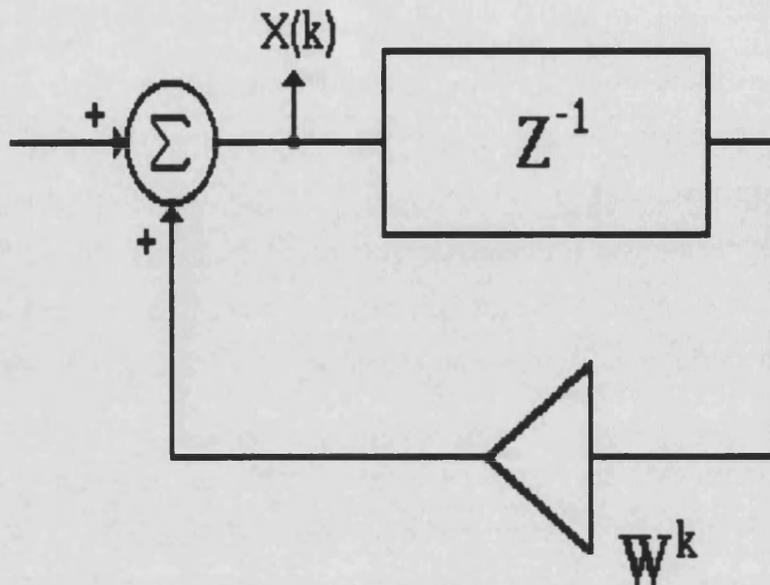


Figura 4.10- Célula fundamental del algoritmo de Goertzel.

La función de transferencia de esta célula es por tanto:

$$T(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}W^k}$$

Este algoritmo es especialmente atractivo cuando se desea computar un número reducido de componentes espectrales, M , de la DFT, concretamente, supera las prestaciones de la FFT para $M \leq \log_2 N$.

Como cabía esperar existen algoritmos que, basándose en la misma observación, consiguen mayor eficiencia en algunas condiciones determinadas, como en el caso del algoritmo de Curtis para series cuya longitud es un número primo que reduce la carga computacional hasta un ridículo factor del orden de 2^*M , a través de una reordenación de la serie y diversas aproximaciones.

El algoritmo basado en la Transformada Chirp-Z resulta más complicado. Fue propuesto por Rabiner en 1969, y parte de la idea de que la DFT es una particularización del cálculo de la Transformada Z de la serie $\{x(n)\}$ para N puntos equidistantes sobre el circunferencia de radio unidad. Generalizando esta idea, se propone calcular los valores de la TZ sobre otros contornos del plano Z (en concreto, espirales). De esta forma se obtiene una relación de convolución que nos permite hallar cada una de las L componentes espectrales que nos interesan. Esta convolución se calcula a través de la FFT y la carga computacional del proceso es del orden de $M \cdot \log_2 M$ multiplicaciones complejas, donde $M=N+L-1$. La ventaja de este algoritmo es que nos libera de las ligaduras de la FFT de raíz-2 ya que se puede escoger un contorno específico que permita estimar el contenido frecuencial de la secuencia en un conjunto denso de L valores de frecuencia (Figura 4.11).

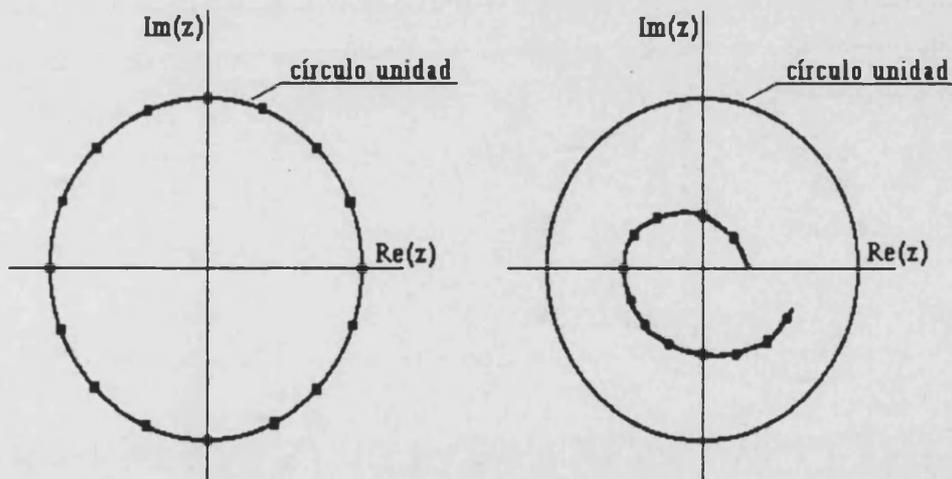


Figura 4.11- Algunos contornos sobre los que se puede evaluar la TZ.

4.1.2.- Estimación espectral de procesos estocásticos.

El análisis espectral permite caracterizar las señales en el dominio de la frecuencia. Para señales deterministas este análisis está basado en las series de Fourier en el caso de componentes periódicas, y en la Transformada de Fourier para señales de energía finita.

Ahora nos ocuparemos de la estimación de las características espectrales de señales generadas por procesos estocásticos. Estos fenómenos se caracterizan mejor cuando el estudio se enfoca desde el punto de vista estadístico en forma de valores esperados, etc. Debido al carácter aleatorio de las fluctuaciones de este tipo de señales, las más habituales en la práctica, la aplicación directa de la DFT para obtener el espectro deja de ser una técnica consistente. En vez de esto, la función de autocorrelación se revela como la mejor forma de caracterizar los procesos estocásticos en el dominio del tiempo cuando se dispone de un número elevado de muestras, mientras que la DFT de la autocorrelación, la llamada *densidad espectral de potencia* (PSD), permite el análisis en el dominio de la frecuencia.

4.1.2.1.- Densidad espectral de energía.

Veamos el cálculo del espectro de una señal determinista analógica $x_a(t)$ a partir de una secuencia finita de datos $\{x(n)\}$.

Si la señal original es de energía finita:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x_a(t)|^2 dt < \infty$$

existe la Transformada de Fourier de la forma:

$$X_a(F) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_a(t) e^{-j2\pi Ft} dt$$

La magnitud $|X_a(F)|^2$ representa la distribución de energía de la señal en función de la frecuencia, y por tanto, recibe el nombre de *densidad espectral de energía* (PSE) de la señal.

En el caso habitual de tener un proceso estocástico estacionario, la señal no tiene energía finita y por tanto, no existe la TF. Dichas señales tienen una potencia media finita y se caracterizan por una *densidad espectral de potencia* (PSD).

4.1.2.2.- Métodos directo e indirecto de estimación espectral.

Dada una señal determinista, hemos dicho que podemos calcular su (PSD) a partir de la FFT de $x(n)$:

$$S_{xx}(f) = |X(f)|^2 = \left| \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-j2\pi fn} \right|^2$$

A esto se le llama *método directo*.

El *método indirecto* trabaja a partir de la función de autocorrelación:

$$r_{xx}(k) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^*(n) x(n+k)$$

ya que al aplicar sobre ella la TF, obtenemos:

$$S_{xx}(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} r_{xx}(k) e^{-j2\pi kf}$$

donde, el Teorema de Wiener-Khintchine [Davenport-87] demuestra la equivalencia de ambas aproximaciones a la $S_{xx}(f)$.

En adelante trabajaremos y describiremos fórmulas basadas en los datos reales, es decir, con métodos directos. Sin embargo, alguno de los resultados teóricos se referirán a los métodos indirectos ya que son los realmente adecuados para estimar el PSD de los procesos estocásticos.

4.1.2.3.- El Periodograma.

Este método fue presentado por Schuster en 1898 para detectar y medir "periodicidades escondidas", que él aplicó al estudio de las manchas solares.

Partiendo de la expresión de la distribución de potencia espectral, en el caso de disponer de una señal ergódica podemos definir el PSD como:

$$P_{xx}(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{2N+1} \left| \sum_{n=-N}^{+N} x(n) e^{-j2\pi fn} \right|^2 \right\}$$

normalmente el operador "esperanza matemática" es ignorado y si disponemos de

N datos, $n=0,1,\dots,N-1$, escribimos que:

$$\tilde{P}_{xx}(f) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi fn} \right|^2$$

El problema, es que la aplicación a registros finitos conlleva una inconsistencia del estimador, de forma que aunque no presenta desviación:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E[P_{xx}(f)] = \Gamma_{xx}(f)$$

su varianza no se anula al crecer el tamaño de la muestra. En particular, en el caso de un ruido Gaussiano coloreado:

$$\text{var}[P_{xx}(f)] = \Gamma_{xx}^2(f) \left[1 + \left(\frac{\sin 2\pi fN}{N \sin 2\pi f} \right)^2 \right]$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \text{var}[P_{xx}(f)] = \Gamma_{xx}^2$$

Esto supone que un periodograma puro tiende a generar curvas dentadas con oscilaciones muy abruptas sobre el valor real del espectro. Por tanto, resulta difícil de interpretar e incluso carente de sentido, siendo esto más cierto cuanto mayor sea la proporción de componentes aleatorias frente a las deterministas dentro del proceso estocástico.

El enventanado (implícito o posterior) de la señal real supone un "spectral leakage" que se interpreta como la desviación del estimador. La desviación del estimador indica que se puede obtener un resultado distinto del real aún cuando se reduzca mucho la varianza. La magnitud de la desviación es función de la anchura de la ventana temporal de forma que un aumento de la misma contribuirá a su disminución. Sin embargo, los registros largos dan lugar a



varianzas "incontroladas" de manera que se requiere una solución de compromiso para reducir la desviación sin incrementar la varianza.

En resumen, $P_{xx}(f)$ es un estimador no consistente y asintóticamente no desviado de $\Gamma_{xx}(f)$, pero para un registro de longitud finita, el valor medio de $P_{xx}(f)$ contiene una desviación que produce una distorsión del PSD real.

4.1.3.- Métodos no paramétricos.

Los problemas de "leakage" y resolución espectral del periodograma, junto con la inconsistencia de este estimador motivaron la aparición de los métodos clásicos no paramétricos, así llamados porque no hacen hipótesis sobre la secuencia de datos.

4.1.3.1.- El Método de Bartlett.

El método de Bartlett [Bartlett-48] para reducir la varianza del periodograma se realiza en tres pasos.

En primer lugar, el registro de N puntos se divide en K segmentos no solapados, donde cada subserie tiene una longitud M . Las K series resultantes son:

$$x_i(n) = x(n + iM) \quad i = 0, 1, \dots, K-1 \quad n = 0, 1, \dots, M-1$$

Luego calculamos el periodograma para cada segmento:

Finalmente, promediamos los periodogramas para obtener el estimador de

$$P_{xx}^{(i)}(f) = \frac{1}{M} \left| \sum_{n=0}^{M-1} x_i(n) e^{-j2\pi fn} \right|^2 \quad i = 0, 1, \dots, K-1$$

Bartlett del PSD:

$$P_{xx}^B(f) = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} P_{xx}^{(i)}(f)$$

Se puede demostrar que, al aplicar este método, el espectro real se convoluciona con la respuesta en frecuencia de la ventana triangular o de Bartlett, $W_B(f)$, donde la expresión de esta ventana es:

$$w_B(m) = \begin{cases} 1 - \frac{|m|}{M} & |m| \leq M-1 \\ 0 & |m| > M-1 \end{cases}$$

El efecto de reducir la longitud de los datos desde N hasta $M=N/K$ es que la anchura espectral de la ventana rectangular (la implícita en el caso del periodograma puro sin inventanar) se ha multiplicado por un factor K . A cambio de esta pérdida de resolución, la varianza se ha reducido en el mismo factor K .

4.1.3.2.- El Método de Welch.

En 1967, Welch propuso dos modificaciones básicas al método de Bartlett [Welch-67].

La primera era permitir que los segmentos de datos se solaparan, así, las subseries pueden representarse como:

$$x_i(n) = x(n + iD) \quad n = 0, 1, \dots, M-1 \quad i = 0, 1, \dots, L-1$$

donde iD es el punto inicial de la i -ésima secuencia, con lo que si $D=M$, los segmentos no se solapan y si $D=M/2$, el solapamiento es del 50%.

La segunda variación era enventanar la señal antes de calcular el periodograma. El resultado es un "periodograma modificado":

$$\tilde{P}_{xx}^{(i)}(f) = \frac{1}{M U} \left| \sum_{n=0}^{M-1} x_i(n) w(n) e^{-j2\pi fn} \right|^2 \quad i = 0, 1, \dots, L-1$$

donde U es un factor de normalización para eliminar la contribución de la ventana $\{w(n)\}$ a la potencia y su expresión es:

$$U = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} w^2(n)$$

El estimador de Welch del PSD es el promediado de estos periodogramas modificados:

$$P_{xx}^W(f) = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} \tilde{P}_{xx}^{(i)}(f)$$

Las propiedades de estimador son similares al anterior con la ventaja de que al permitir el solapamiento, podemos disponer de un mayor número de subseries sin sacrificar tanto la resolución espectral. Su estudio teórico no puede ser riguroso, por el hecho de que tanto la ventana como el grado de solapamiento pueden variarse, de forma que hay mucho de "arte" en la selección de estos parámetros.

A modo de ejemplo, para una ventana triangular y con un solapamiento del 50%, la varianza es de:

$$\text{var}[P_{xx}^N(f)] = \frac{9}{8L} \Gamma_{xx}^2(f)$$

4.1.3.3.- El Método de Blackman-Tukey.

Blackman y Tukey, en uno de los textos clásicos de la Teoría de la Señal [Blackman-58], propusieron y analizaron el método indirecto consistente en aplicar la transformada de Fourier sobre la autocorrelación. Como no se dispone de un número infinito de muestras, el sumatorio necesariamente queda truncado.

Para tramos no muy largos, proponían enventanar previamente la función de correlación estimada, $r_{xx}(m)$, la razón es que, para valores grandes de m ("lag"), los estimadores son menos fiables pues el número de puntos $(N-m)$ empleado en la estimación es menor, y la varianza crece de forma que deben tener menos peso en el cálculo del PSD.

Por tanto, el estimador de Blackman-Tukey es:

$$P_{xx}^{BT}(f) = \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} r_{xx}(m) w(m) e^{-j2\pi fm}$$

donde la ventana $w(n)$ tiene una longitud $2M-1$.

En cualquier caso, y particularmente en el de no aplicar ventanas, se recomienda que la longitud de la correlación sea pequeña comparada con el número de muestras. Típicamente se recomienda: $M \leq N/10$.

Se demuestra que este estimador es consistente aunque presenta los problemas típicos de "leakage" a causa del inventariado.

4.1.4.- Crítica de los métodos clásicos.

Conviene analizar comparativa y conjuntamente los métodos de estimación espectral descritos hasta el momento para entender mejor sus ventajas e inconvenientes.

Para medir la calidad de un estimador se ha propuesto [Proakis-88] emplear el cociente entre el cuadrado del valor medio del estimador espectral y su varianza, es decir:

$$Q_A = \frac{\{E[P_{xx}^A(f)]\}^2}{VAR [P_{xx}^A(f)]}$$

de forma que el estimador será tanto mejor cuanto mayor sea el cociente.

Las otras dos magnitudes que se han considerado importantes son la resolución espectral y la carga computacional.

En la tabla 4.II se muestra un análisis comparativo de los métodos descritos en función de estos parámetros.

4.- REVISIÓN DE LAS TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN ESPECTRAL

	Q	Δf	Carga computacional
Periodograma	1	1/NT	$N/2 \log_2 N$
Bartlett	N/M	0.9/MT	$N/2 \log_2 M$
Welch (solapamiento 50%)	16N/9M	1.28/MT	$2N + N \log_2 M$
Blackman-Tukey (vent. triangular)	1.5N/M	0.64/MT	$N \log_2 2M$

Tabla 4.II.- Tabla comparativa de los métodos no paramétricos de estimación espectral.

Muchos de los problemas de la estimación espectral tal y como se ha enfocado hasta ahora, residen en la suposición implícita que se hace de los datos fuera del intervalo. Adoptar una secuencia finita equivale a asumir que los estimadores de la autocorrelación son cero para valores del "lag" elevados, cosa que habitualmente no es cierta.

El "spectral leakage" es consecuencia del enventanado, tácito o implícito, inherente al cálculo del periodograma. Esto tiene un impacto negativo sobre la estimación de la potencia y la detección de las componentes sinusoidales.

Estos métodos clásicos no paramétricos, presentan una serie de ventajas:

- 1) Al no asumir ninguna hipótesis sobre los datos, los métodos son muy robustos.
- 2) El método de Blackman-Tukey con pocas correlaciones y los métodos basados en la FFT son computacionalmente eficientes.
- 3) Las estimaciones de la potencia son proporcionales a la amplitud de las componentes frecuenciales en el caso de procesos sinusoidales.

A la vez que unos inconvenientes:

- 1) Los lóbulos principales generados por las señales débiles pueden quedar enmascarados por lóbulos laterales de componentes más importantes.
- 2) La resolución espectral viene limitada por el tramo de datos disponible, independientemente de las características de los datos o la relación señal ruido (SNR).
- 3) Hay una distorsión espectral habitualmente insalvable a causa del "spectral leakage".
- 4) Es necesario recurrir a una especie de promediación para conseguir disponer de PSD consistentes desde el punto de vista estadístico.
- 5) Algunos métodos pueden dar lugar a valores negativos del PSD en determinadas condiciones.
- 6) Los resultados son realmente pobres cuando se debe trabajar con registros de poca longitud.

4.2.- Métodos paramétricos.

Los métodos paramétricos pretenden salvar las limitaciones inherentes a los métodos clásicos, basándose en una extrapolación de los valores de la autocorrelación. Esta extrapolación será posible si se tiene algún conocimiento sobre el sistema que ha generado los datos. En tal caso, se puede construir un modelo del sistema cuyos parámetros son estimados a partir de los datos observados. Por supuesto, a partir del modelo estimado se puede calcular la densidad espectral de potencia con gran precisión.

La base teórica de esta aproximación ha sido discutida previamente (ver apartado 3.5). En el caso de la estimación espectral a través de modelos paramétricos, consideramos un sistema lineal caracterizado por una función racional de la forma:

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\sum_{k=0}^q b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}}$$

En la estimación espectral la señal de entrada, $w(n)$, no es observable. Si los datos observados corresponden a un proceso ergódico de fuerte contenido aleatorio, la señal de entrada puede asumirse aleatoria y estacionaria, así:

$$\Gamma_{xx}(f) = |H(f)|^2 \Gamma_{ww}(f)$$

Habitualmente, se toma la entrada como ruido blanco de media cero, de forma que:

$$\Gamma_{xx}(f) = \sigma_w^2 |H(f)|^2 = \sigma_w^2 \frac{|B(f)|^2}{|A(f)|^2}$$

Esta aproximación sigue tres pasos:

- 1) Seleccionar el modelo y el orden adecuados.
- 2) Estimar los parámetros del modelo utilizando las muestras de datos disponibles.
- 3) Obtener el PSD estimado sustituyendo los parámetros en la ecuación del modelo.

Si el proceso estocástico $x(n)$ ha sido generado con modelo con "q" ceros y "p" polos, recibe el nombre de proceso ARMA de orden (p,q). Si $q=0$ y $b_0=1$, hablamos de procesos autorregresivos (AR) de orden p y si $A(z)=1$, tenemos procesos "moving-average" (MA) de orden q:

$$\begin{aligned}
 \text{ARMA } (p, q) : \quad H(z) &= \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\sum_{k=0}^q b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}} \\
 \text{AR } (p) : \quad H(z) &= \frac{1}{A(z)} = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}} \\
 \text{MA } (q) : \quad H(z) &= B(z) = \sum_{k=0}^q b_k z^{-k}
 \end{aligned}$$

De estos tres modelos, el AR es, con diferencia, el más empleado. La razón es doble, en primer lugar por su adecuación para representar espectros con picos estrechos (resonancias) y en segundo, porque da lugar a sistemas muy simples de ecuaciones lineales. Por otro lado, los modelos MA suelen requerir un orden muy elevado.

Para ilustrar la mejora que puede obtenerse al aplicar estas técnicas paramétricas en cuanto a la resolución espectral, recurriremos a la señal discreta comentada en el punto 4.1.1.2.2, que tenía las siguientes características:

1ª Componente	⇒ Sinusoide	Amplitud: 1	Frecuencia: 0.011 Hz
2ª Componente	⇒ Sinusoide	Amplitud: 2	Frecuencia: 0.012 Hz
3ª Componente	⇒ Ruido Gaussiano Blanco	Amplitud: 0.1	

muestreando $N=512$ puntos con una $f_s=1\text{Hz}$.

Con el periodograma la resolución era de $\Delta f = 1.95$ mHz, insuficiente para distinguirlas como se vió en la figura 4.4.

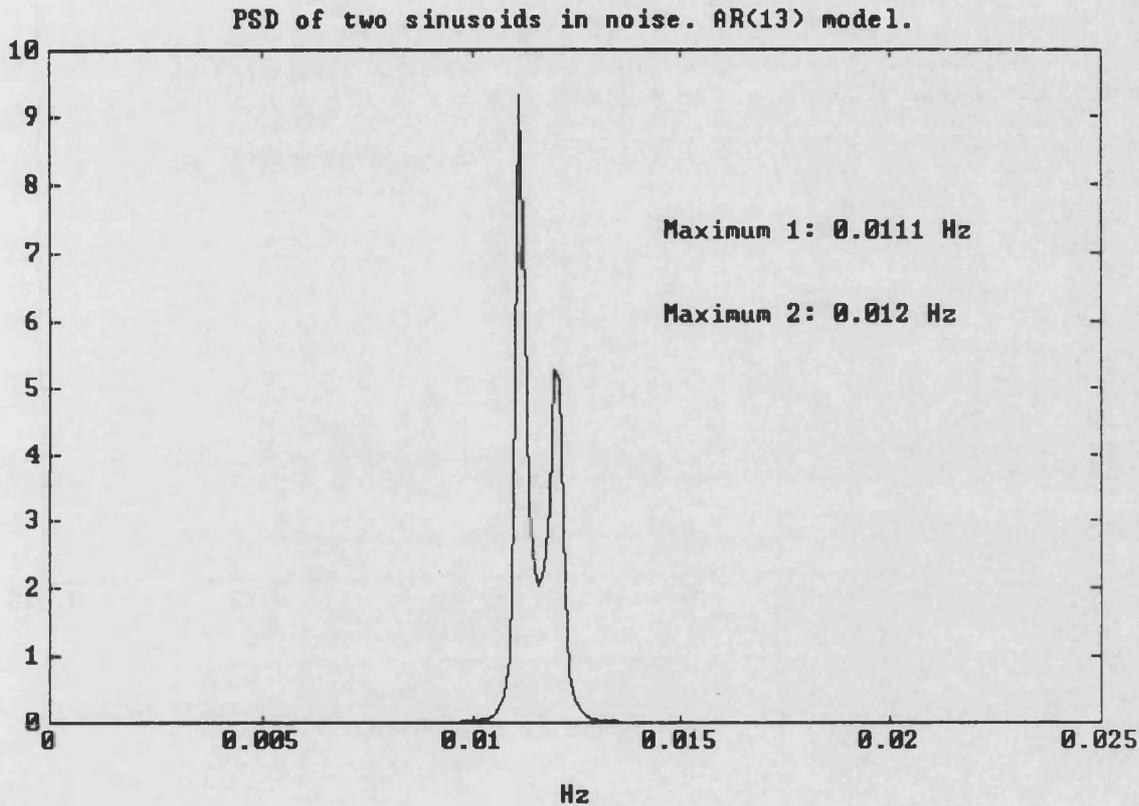


Figura 4.12- PSD del registro de prueba modelizado con un AR de orden 13.

La figura 4.12 nos muestra el PSD de la señal, obtenido a partir de una modelización AR de orden 13, apareciendo las dos componentes sinusoidales que realmente constituyen la señal. En cuanto a la amplitud, aparece una ligera diferencia entre ambas componentes, lo cual se debe a que esta parametrización no da resultados demasiado buenos en lo referente a la potencia de las líneas espectrales. Este problema mejora con la aplicación de modelos ARMA como se ve en la figura 4.13.

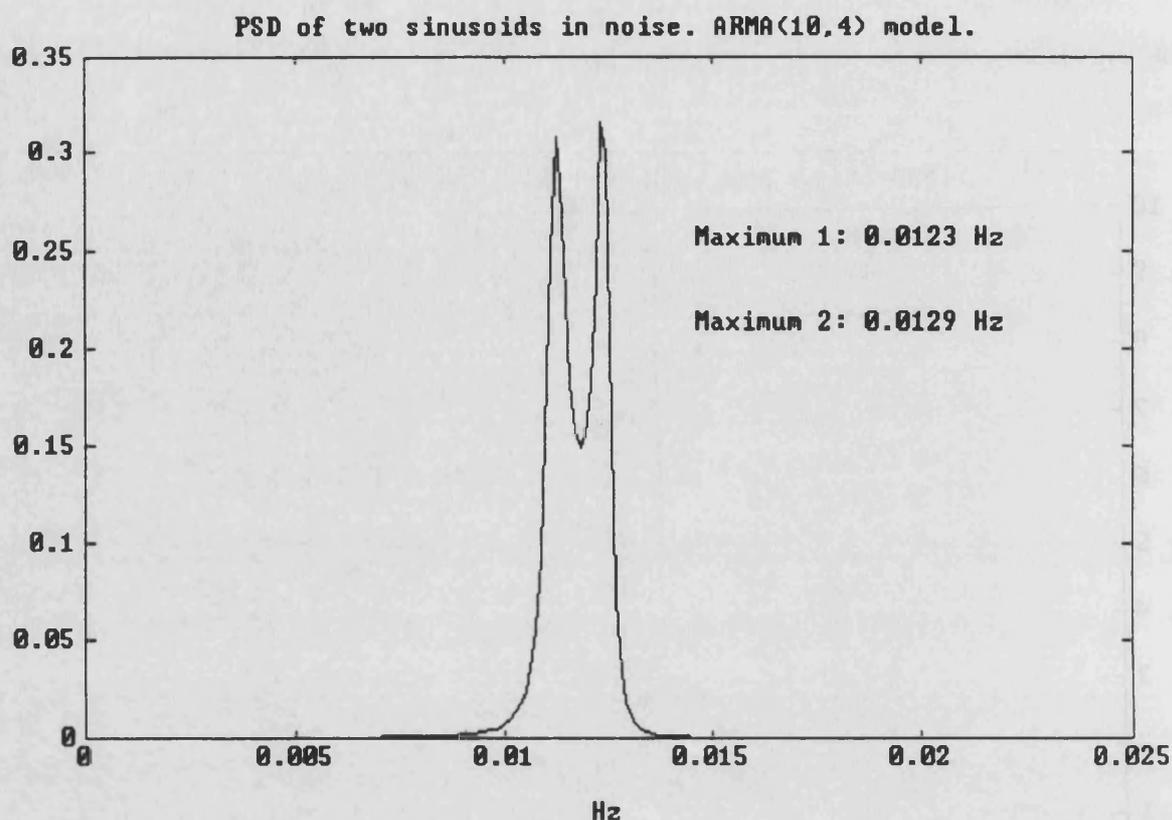


Figura 4.13- PSD del registro de prueba con un modelo ARMA(10,3).

4.2.1.- Métodos AR.

El problema de la estimación espectral a través de los métodos AR está íntimamente ligado al de la predicción lineal [Makhoul-75] que pretende determinar una serie de coeficientes que permitan predecir las salidas futuras de un sistema a partir de las entradas (si las hubiera) y salidas anteriores.

La estimación del PSD autorregresivo fue interpretado por Burg como el Método de Entropía Mínima (MEM). Si la secuencia de autocorrelación finita $r_{xx}(0), \dots, r_{xx}(p)$ es conocida, la pregunta es cómo definir los coeficientes

desconocidos $r_{xx}(p+1), r_{xx}(p+2), \dots$ para garantizar que la secuencia es semidefinida positiva. Burg planteó que la extrapolación debe ser hecha de forma que maximice la entropía de la serie temporal caracterizada por la secuencia de autocorrelación extrapolada. Esta serie temporal debe ser lo más aleatoria posible, en el sentido de la entropía. La solución del PSD obtenida a través de la técnica de los multiplicadores de Lagrange es:

$$P_{MEM}(f) = \frac{T \rho_w}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p a_p(k) e^{-j2\pi f k T} \right|^2}$$

Desde un punto intuitivo, aunque no muy práctico, la función de autocorrelación se extrapola a través de la relación:

$$r_{xx}(n) = - \sum_{k=1}^p a(k) r_{xx}(n-k)$$

para $n > p$, en contraste con los métodos basados en el periodograma que asumen que la función se anula en estos valores. Esta es la base para conseguir la elevada resolución que se le atribuye a los métodos AR. No hay inventanado de la secuencia de autocorrelación como en los métodos clásicos, con lo que no se produce el fenómeno de los lóbulos laterales.

El grado de mejora de la resolución espectral de los estimadores AR del PSD para los procesos consistentes en sinusoides puras contaminadas de ruido blanco es función de la relación señal-ruido (SNR) [Kay-79]. Marple [Marple-82] determinó analíticamente una medida de la resolución espectral entre sinusoides de igual amplitud en el caso de una autocorrelación conocida:

$$F = \frac{1.03}{T p [SNR (p+1)]^{0.31}}$$

donde F es la resolución en hercios, T el intervalo de muestreo en segundos, p el orden (lag) del coeficiente más alto conocido de la secuencia de correlación, y SNR es la relación señal-ruido de una senoide en unidades lineales.

Existe una gran variedad de algoritmos para la predicción de los coeficientes $a(k)$, que pueden clasificarse [Marple-87] en dos grandes grupos, los enfocados al tratamiento de bloques de datos completos y los secuenciales, dirigidos al procesado de los datos secuencialmente, a medida que éstos estén disponibles.

Los tres algoritmos principales del primer grupo son las versiones de Yule-Walker, Burg y Mínimos Cuadrados. Las dos primeras, presentan un problema característico de los métodos paramétricos, el "spectral line splitting" [Herring-80], que consiste en que, en caso de sobreestimar el orden del modelo, el espectro presenta una serie de picos que no responden a componentes reales.

El tercer método es, quizás, el más utilizado por no presentar picos arbitrarios y reducir la desviación en las estimaciones. Se basa en una aproximación alternativa a la relación recursiva de Levinson [Burg-67] a través de una minimización por mínimos cuadrados con respecto a todos los coeficientes de predicción lineal. Existen dos tipos de estimadores, el primero utiliza por separado la predicción lineal tipo "forward" y "backward", mientras que el segundo, el empleado en este trabajo, combina ambas predicciones. Este algoritmo fue desarrollado independientemente, por tres autores de ahí que reciba, indistintamente, las denominaciones de "Autoregressive Least Squares", "Forward-Backward Linear Predictor" y "Modified Covariance Method" [Nuttall-83].

Los métodos secuenciales son adecuados para el procesado en tiempo real, o bien cuando los datos van apareciendo constantemente. En el presente trabajo,

no han sido utilizados aunque citaremos los dos más importantes, el método del gradiente adaptativo y el recursivo de mínimos cuadrados.

4.2.3.- Selección del orden del modelo.

Debido a que el orden del modelo no es conocido a priori, es necesario verificar el comportamiento del mismo para varios órdenes, y seleccionar algún parámetro o criterio de error que nos permita elegir el orden adecuado.

Una aproximación intuitiva sería construir modelos AR de orden creciente hasta detectar el mínimo de la varianza del error de predicción. Sin embargo, en la mayor parte de los procedimientos de estimación, este parámetro ρ se reduce al crecer el orden p . Otro análisis simple es realizar un estudio espectral del error de predicción o secuencia residual. Los residuos deben ser aproximadamente blancos con lo que el periodograma debe ser plano.

Los principales criterios son cuatro. Akaike propuso dos criterios, el primero (1969) es el "Final Prediction Error" (FPE) que se basa en minimizar la varianza del error medio de la predicción de orden 1, ya que considera que esta varianza es la suma de la potencia de la parte no predecible del proceso y una cantidad que representa las inexactitudes del cálculo de los parámetros AR, de forma que:

$$FPE(p) = \hat{\rho}_p \left[\frac{N + (p+1)}{N - (p+1)} \right]$$

donde N es el número de muestras, p el orden y $\hat{\rho}_p$ la estimación de la varianza del ruido blanco (aunque normalmente se emplee la varianza del error del

predictor lineal). Este método resulta adecuado para procesos AR puros pero tiende a subestimar el orden en procesos reales.

Akaike sugirió en 1974 otro método basado en una aproximación de máxima similitud, el "Akaike Information Criterion" (AIC), que minimiza una función teórica de información:

$$AIC(p) = N \text{LN}(\hat{\rho}_p) + 2p$$

donde el término $2p$ representa una penalización por el empleo de coeficientes AR extra que no den lugar a una reducción sustancial de la varianza del error de predicción. Cuando $N \rightarrow \infty$, ambos criterios son asintóticamente equivalentes.

Tras demostrarse la inconsistencia del AIC como estimador, Rissanen, en 1983, desarrolló una variante denominada "Minimum Descriptor Length":

$$MDL(p) = N \text{LN}(\hat{\rho}_p) + p \ln(N)$$

que es estadísticamente consistente y suele generar los órdenes más bajos.

El cuarto método fué propuesto por Parzen (1974), y se basa en minimizar la estimación de la diferencia entre los errores de mínimos cuadrados del filtro real del error de predicción (que podría ser de orden infinito) y el filtro estimado. Parzen demostró que esto puede hacerse minimizando la función:

$$CAT(p) = \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^p \bar{\rho}_j^{-1} \right) - \bar{\rho}_p^{-1} \quad \text{donde} \quad \bar{\rho}_j = \frac{N}{N-j} \hat{\rho}_j$$

Si el orden seleccionado es demasiado bajo, el espectro obtenido está muy

suavizado, mientras que si es demasiado alto pueden darse estimaciones erróneas al aparecer picos espúreos.

4.2.1.- Métodos ARMA.

Los modelos ARMA tienen más grados de libertad que los AR. Al contrario que en el caso de los AR, existen pocos algoritmos estimadores de los parámetros de un ARMA. Esto deriva de la naturaleza no lineal de los mismos pues deben, simultáneamente, estimar los parámetros AR y MA. Las técnicas de optimización iterativa basadas en la estimación de máxima similitud son las más habituales en la solución de técnicas no lineales. Estas técnicas acarrearán una gran carga computacional y no aseguran su convergencia hacia el valor real. Existen técnicas subóptimas que reducen la complejidad computacional y que estiman los parámetros AR y MA de manera separada, basándose en criterios de mínimos cuadrados. Lo habitual es definir los parámetros AR y a partir de ellos, hallar los MA, repitiendo el proceso de forma recursiva hasta que no se observe una mejora en la capacidad de predicción del modelo. Los métodos ARMA son adecuados para los casos en los que los datos están afectados por ruido.

Hay muy pocos estudios estadísticos teóricos sobre la estimación espectral ARMA de registros reales finitos. Como prueba de ello, diremos que sólo existe un criterio de selección del orden del modelo bastante aceptado, el propuesto por Cadzow en 1982:

$$AIC(p, q) = \ln \hat{\sigma}_{\omega pq}^2 + \frac{2(p+q)}{N}$$

4.2.4.- Estimación de parámetros sinusoidales.

En caso de que un proceso estocástico esté constituido solamente por sinusoides con ruido blanco, es posible aplicar unas técnicas específicas basadas en los modelos ARMA, que al contrario que en el caso del periodograma, no supone que las componentes sinusoidales estén armónicamente relacionadas. Como éste no suele ser el caso de los registros biomédicos, estos métodos no han dado buen resultado en los problemas tratados en el presente trabajo, sin embargo, por su importancia conviene resaltar:

La descomposición armónica de Pisarenko [Pisarenko-73] basada en la descomposición en valores principales del proceso ARMA.

El método de Capon ("Maximum Likelihood Spectral Estimation") que se basa en la idea de pasar la señal a través de un sistema de filtros FIR cuyos coeficientes son seleccionados para dar lugar a filtros pasa banda muy estrechos.

El método de Prony, que es una técnica para la modelización de datos a través de una combinación lineal de exponenciales lo que no corresponde a una estimación espectral como es habitualmente entendida.

La descomposición en líneas espectrales de Prony, que es una modificación del anterior adaptada a la detección de sinusoides no atenuadas.

El algoritmo MUSIC ("Multiple Signal Classification"), que es la versión de mínimos cuadrados del método de Pisarenko y que produce estimadores frecuenciales muy abruptos.

El ESPRIT ("Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques"), que tiene aplicaciones en "array processing".

4.3.- Otras técnicas de estimación espectral.

Vamos a describir una serie de técnicas de estimación espectral, algunas de las cuales han sido utilizadas en el presente estudio y otras que representan enfoques muy novedosos y que se basan en fundamentos teóricos diversos por lo cual se incluyen en forma de miscelánea.

4.3.1.- Estimación espectral a través de cruces de nivel.

Una aproximación alternativa al problema de la estimación espectral es el tener en cuenta los cruces de la señal por cero, o más generalmente, por un cierto nivel. Este enfoque, desarrollado por investigadores próximos a la bioingeniería ofrece una visión intuitiva del problema de la determinación del contenido frecuencial de una señal.

Tras algunos trabajos básicos iniciados en la década de los '40, algunos autores [Lindgren-74] demostraron la relación entre los momentos espectrales y los cruces por cero, otros autores generalizaron esta técnica para aplicarla incluso al problema de la modelización de series temporales [Kedem-81], asentándose con trabajos publicados en la década de los '80 [Kedem-86].

Esta técnica es particularmente adecuada en caso de disponer de registros largos, sólo se requiera conocer las componentes espectrales más altas y la rapidez de cálculo sea fundamental.

Veamos la base del algoritmo que resulta muy intuitiva. Sea Z_1, \dots, Z_N una serie temporal estacionaria Gaussiana de media cero. Para definir lo que se entiende por un cruce por cero en una serie discreta consideremos la serie binaria

asociada, definida por:

$$X_t = \begin{cases} 1, & Z_t \leq 0 \\ 0, & Z_t > 0 \end{cases} \quad t = 1, \dots, N$$

y sea d_t la función indicador en el instante t :

$$d_t = (X_t - X_{t-1})^2$$

De forma que d_t es bien 0, bien 1. Decimos que hay un cruce por cero en el instante t cuando $d_t=1$. D_1 representa el número de cruces por cero en Z_1, \dots, Z_N y se define como:

$$D_1 = d_2 + \dots + d_N$$

Como $\{Z_t\}$ es Gaussiana de media cero, $E[X_t]=1/2$, y:

$$\rho_1 = \cos \left(\frac{\pi E[D_1]}{N-1} \right)$$

donde:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, \quad k = 0, \pm 1, \dots$$

en el caso de que la señal contenga componentes sinusoidales contaminadas con ruido σ_r :

$$\cos \left(\frac{\pi E[D_1]}{N-1} \right) = \frac{\sigma_1^2 \cos \omega_1 + \dots + \sigma_p^2 \cos \omega_p}{\sigma_1^2 + \dots + \sigma_p^2 + \sigma_r^2}$$

por otro lado, se demuestra que:

$$\frac{\pi E[D_1]}{N-1} \rightarrow \omega_i, \quad \sigma_i \rightarrow \infty$$

y además:

$$\omega_1 \leq \frac{\pi E[D_1]}{N-1} \leq \frac{\pi E[D_2]}{N-1} \leq \dots \leq \omega_p$$

con lo que podemos construir un algoritmo iterativo que determine ω_p a partir de:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \frac{\pi D_j}{N-1}$$

Si $\omega_p \neq 0$, se filtra ω_p con un filtro pasa baja de frecuencia de corte cercana a ω_p , reiniciando el proceso.

Si $\omega_p = 0$, acaba la iteración.

Se trata de una técnica que, en caso de que las señales estén compuestas de pocas componentes sinusoidales, ofrece una mayor rapidez de cálculo que la FFT, puede procesar los datos secuencialmente a medida que estén disponibles; además, la combinación de la cuenta de los cruces por cero y el filtrado lineal es adecuada para la detección de sinusoides débiles inmersas en ruido. El grave problema que presenta es que la aplicación de filtros afecta irremisiblemente la amplitud real del contenido armónico del resto del espectro.

4.3.2.- Métodos recursivos no paramétricos.

Partiendo de las técnicas tradicionales de estimación espectral, se propuso [Konvalinka-84] un nuevo algoritmo iterativo no paramétrico. En cada iteración, las componentes representadas por el anterior estimador espectral son eliminadas de la señal original a través de un filtrado inverso con una respuesta impulsional de fase mínima para obtener una señal residual cuyas características espectrales vuelven a ser estimadas para mejorar la estimación anterior.

La razón que lleva a plantearse la conveniencia de una modificación del enfoque a través de los métodos no paramétricos y no recursivos, es el constante compromiso entre desviación y varianza. Por ejemplo, hemos visto (ver punto 4.1.1.2.3) como el enventanado del registro reduce la varianza del estimador, sin embargo, a medida el ancho de banda de la ventana en frecuencias aumenta (decrementando la varianza), también lo hace la desviación. Por tanto, mantener la varianza y la desviación pequeñas requiere una solución de compromiso que a menudo puede resultar insatisfactoria, especialmente para registros de corta duración. Para una ventana $w(n)$ de longitud $2M-1$, el valor esperado del estimador espectral viene dado por:

$$E[P_x(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} P_x(\theta) W(\omega-\theta) d\theta$$

y la varianza por:

$$\text{var}[P_x(\omega)] \approx \frac{E_w}{N} P_x^2(\omega) \quad \omega \neq 0$$

donde:

$$E_w = \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} w^2(m) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} W^2(\omega) d\omega$$

El algoritmo reduce la desviación del estimador espectral con cada iteración, sin afectar a la varianza final. El hecho de que el sistema cuyo espectro se desea estimar sea de fase mínima y respuesta impulsional finita es crucial en el problema, ya que en este caso podemos asegurar que existe una relación biunívoca entre $P_h(\omega)$ y $\{h(n)\}$:

$$|H(e^{j\omega})|^2 = P_h(\omega)$$

El procesado homomórfico proporciona un eficiente procedimiento de cálculo, a través del operador Ξ :

$$h(n) = \Xi \{P_h(\omega)\}$$

La iteración se detiene cuando la diferencia entre la respuesta impulsional residual y la función delta de Dirac es menor que una cierta tolerancia ϵ , de forma que el nuevo valor de la esperanza del estimador es:

$$E[P_x^{(k)}(\omega)] = P_x(\omega)$$

mientras que la varianza se mantiene:

$$\text{var}[P_x^{(k)}(\omega)] \approx \frac{E_w}{N} P_x^2(\omega) \quad \omega \neq 0$$

El proceso tiene la estabilidad de la FFT y puede llevarse a cabo sin resolver ningún tipo de ecuaciones simultáneas. El algoritmo no es adecuado para estimar

espectros con bandas muy estrechas a partir de registros cortos. Por otro lado, se demuestra que el algoritmo converge tras un pequeño número de iteraciones y que proporciona estimadores espectrales bastante exactos comparados con modelos ARMA. El problema, por supuesto, es el tiempo de cálculo, que aunque semejante al de la modelización ARMA, es muchísimo mayor al de los métodos clásicos no paramétricos.

4.3.3.- Estadísticas de alto orden.

En la estimación espectral, el proceso estudiado es analizado como una composición de componentes armónicas no correlacionadas, estimándose la distribución de potencia entre estas componentes frecuenciales. De esta forma, solamente se investigan los mecanismos lineales que gobierna el proceso ya que se suprime la relación de fase entre las componentes. Hay situaciones en las que se desea ir más allá que las técnicas basadas en la autocorrelación para obtener información acerca de las desviaciones de la gaussianidad y la presencia de no linealidades.

Los espectros de alto orden, también llamados "polyspectra" [Brillinger-65], definidos a partir de los "cumulants" de alto orden del proceso, sí contienen esa información. En particular los espectros de tercer orden, el "bispectrum", Transformada de Fourier de la secuencia de "cumulants" de tercer orden es el más estudiado [Nikias-87].

Dado un conjunto de n variables aleatorias reales $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, se definen los cumulantes conjuntos de orden $r=k_1+k_2+\dots+k_n$ como:

donde:

$$c_{k_1 \dots k_n} \doteq (-j)^r \left| \frac{\delta^r \ln \Phi(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)}{\delta \omega_1^{k_1} \delta \omega_2^{k_2} \dots \delta \omega_n^{k_n}} \right|_{\omega_1 = \dots = \omega_n = 0}$$

$$\Phi(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) \doteq E\{\exp j(\omega_1 x_1 + \dots + \omega_n x_n)\}$$

es la función característica conjunta. Recordemos que los momentos cruzados de orden r del mismo conjunto de variables viene dado por:

$$m_{k_1, \dots, k_n} \doteq E\{x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}\} = (-j)^r \left| \frac{\delta^r \Phi(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)}{\delta \omega_1^{k_1} \dots \delta \omega_n^{k_n}} \right|_{\omega_1 = \dots = \omega_n = 0}$$

por lo que es evidente que existe una relación entre los momentos y los cumulantes, en particular:

$$\begin{aligned} m_2(\tau_1) &= c_2(\tau_1) \\ m_3(\tau_1, \tau_2) &= c_3(\tau_1, \tau_2) \\ m_4(\tau_1, \tau_2, \tau_3) &= c_4(\tau_1, \tau_2, \tau_3) + c_2(\tau_1)c_2(\tau_3 - \tau_2) + \\ &+ c_2(\tau_2)c_2(\tau_3 - \tau_1) + c_2(\tau_3)c_2(\tau_2 - \tau_1) \end{aligned}$$

El espectro de orden N del proceso $\{X(k)\}$ se define como la transformada de Fourier de su secuencia de cumulantes de orden N. En particular, para N=2 obtenemos el espectro tradicional:

$$C(\omega_1) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} c_2(\tau_1) e^{-j(\omega_1 \tau_1)}$$

y para N=3 el llamado "Bispectrum":

$$C(\omega_1, \omega_2) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} \sum_{\tau_2=-\infty}^{+\infty} c_3(\tau_1, \tau_2) e^{-j(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)}$$

La cuestión inmediata es por qué se definen los espectros de orden N en función de los cumulantes y no de los momentos ordinarios. La razón es doble, por una parte, si $\{X(k)\}$ es un proceso aleatorio estacionario y gaussiano, entonces todos sus momentos de orden $N \geq 3$ no aportan información adicional sobre el proceso, sin embargo, los cumulantes sí lo hacen pues, en caso de que el proceso sea Gaussiano, para un orden $N \geq 3$ éstos se anulan. Por otro lado, el espectro de los cumulantes es una forma de medir la dependencia estadística de las variables aleatorias ya para las variables independientes los cumulantes de orden N son idénticamente cero.

La motivación para usar los espectros de alto orden en el procesado de la señal es triple:

- * Permite extraer aquella información que se desvía de la normalidad (Gaussianidad). De esta forma, en los procesos donde la señal sea un proceso estacionario no Gaussiano y el proceso de ruido aditivo sea Gaussiano estacionario, el poliespectro permite separar ambas contribuciones.

- * Permite estimar la fase de las señales paramétricas no Gaussianas. Recordemos que la autocorrelación elimina la información de fase y por tanto es incapaz de representar procesos paramétricos de fase no mínima.

- * Permite detectar y caracterizar las propiedades no lineales de los mecanismos que generan series temporales a través de relaciones de fase entre sus componentes armónicas. La presencia de no

linealidades como las cuadráticas o cúbicas en el canal, provoca la generación de ondas acopladas cuyas contribuciones espectrales no pueden ser distinguidas de las originadas en la fuente con las técnicas de estimación espectral clásica.

De todo esto se deduce la utilidad de esta aplicación especialmente para separar el ruido Gaussiano de la señal no Gaussiana, para detectar acoplos cuadráticos de fase, en problemas de deconvolución y en "array processing". El problema es la carga computacional que conllevan y la dificultad en desarrollar una intuición que permita entender los resultados y aprovechar al máximo estas técnicas [Mendel-91].

4.3.4.- Wavelets.

La descomposición de señales en resolución múltiple es una técnica nacida dentro del proceso digital de imágenes [Mallat-89] que empieza a introducirse entre las técnicas de estimación espectral. Se basa en descomponer la señal en una base ortonormal de "wavelets" de $L^2(\mathbf{R}^n)$. En $L^2(\mathbf{R})$, una base ortonormal de wavelets es una familia de funciones:

$$\left[\sqrt{2^j} \Psi(2^j x - n) \right]_{(j,n) \in \mathbb{Z}^2}$$

que se construye dilatando y trasladando una única función $\Psi(x)$. Esta descomposición define una representación ortogonal con resolución múltiple llamada representación "wavelet".

No se trata de un método de estimación espectral en el sentido clásico. La descomposición que se realiza es una especie de aproximación sucesiva a la señal

real, de forma que en función de la precisión con la que se quiera estudiar una señal se recuperan más o menos componentes (que no son armónicas) para su reconstrucción. Esto es especialmente útil cuando se trabaja con gran cantidad de datos y puede ser conveniente realizar estudios no demasiado precisos. Esta técnica tiene mucho de heurístico ya que se necesita mucha experiencia para elegir una base ortonormal adecuada que resulte realmente práctica [Morlet-91].

4.3.5.- Redes neuronales.

Las redes neuronales son habitualmente empleadas en problemas de control y reconocimiento de patrones, en especial para resolver problemas complejos que no pueden ser modelizados por los expertos. Su utilidad deriva de varias de sus propiedades:

- * Son adaptativas, pueden recibir nuevos datos y aprender de ellos, infiriendo soluciones a partir de la detección de relaciones a menudo muy sutiles. Su capacidad para resolver problemas es mayor que la de las técnicas tradicionales pues no se precisa conocer previamente su solución.

- * Las redes neuronales son generalizables de forma que pueden ser aplicadas a datos imperfectos o incompletos, o bien a registros distintos a los que han servido para su entrenamiento.

- * Son procedimientos no lineales de forma que pueden reflejar mejor interacciones complejas entre las variables.

- * Las redes neuronales son altamente paralelizables ya que las muchas operaciones de idéntica estructura que conllevan pueden realizarse simultáneamente, de forma que resulta posible alcanzar el tiempo real en muchas aplicaciones.

Esta técnica ha sido aplicada a problemas complejos de reconocimiento de patrones (lectura de caracteres), predicción (previsiones económicas y meteorológicas), control (plantas petroquímicas) y en biomedicina, para la clasificación y compresión de datos [Habboush-91]. Muy recientemente se realizan intentos para su empleo como estimadores espectrales puros como por ejemplo para la estimación del biespectro por parte de Mendel [Kosko-92].

4.3.6.- Inteligencia artificial.

Grupos activos dentro del estudio de la Inteligencia Artificial han propuesto la aplicación de esta disciplina a la mejora de las técnicas de estimación espectral. La mayor parte de estas aproximaciones se basan en los métodos previamente descritos.

La aproximación más relevante fue la impulsada por el grupo de Cowan [Daku-88] en Edimburgo, cuna del Prolog. Su idea es usar un sistema experto basados en reglas Prolog para determinar el orden correcto del modelo AR. Esto se consigue buscando una región de estabilidad de los estimadores AR mediante una comparación con los obtenidos a partir del periodograma clásico. De esta forma, se puede compensar la aparición de frecuencias espúreas verificando la ubicación de las componentes y asignando un grado de confianza a su amplitud mediante el sistema experto. Esta técnica, se ha aplicado a la estimación y seguimiento de la frecuencia fundamental del ritmo cardíaco de un ECG fetal.

PARTE III

APLICACIÓN
DE TÉCNICAS
DE ESTIMACIÓN
ESPECTRAL

CAPÍTULO 5

SISTEMAS DE CAPTACIÓN Y PREPROCESADO DEL ECG

El presente capítulo se dedica a describir el hardware empleado para la obtención de los datos objeto de un estudio posterior mediante técnicas de procesado digital de la señal. Los sistemas han sido desarrollados por el Grupo de Procesado de la Señal del Departament d'Informàtica i Electrònica de la Universitat de València, y se trata de un equipo para la obtención de ECG de alta resolución y otro para el preprocesado y la medida de la duración del ritmo cardíaco en registros Holter convencionales.

5.1 Captación del ECG de alta resolución.

Se ha desarrollado un sistema portátil de captación de ECG de bajo ruido con una unidad de almacenamiento temporal en RAM, controlados por microprocesador, con un canal de transmisión serie para el almacenamiento definitivo y posterior tratamiento de los registros en un ordenador PC compatible [Guerrero-93].

El diagrama general del sistema se presenta en la figura 5.1. Los dos primeros bloques, el amplificador de ECG y el módulo μP , constituyen la unidad externa, que puede ser alimentada por baterías y/o red. Dicha unidad permite la captación del ECG y el almacenamiento temporal, así como la visualización de referencia del registro sobre un osciloscopio o un electrocardiógrafo. Permite también la programación de las distintas opciones de funcionamiento y adquisición de datos.



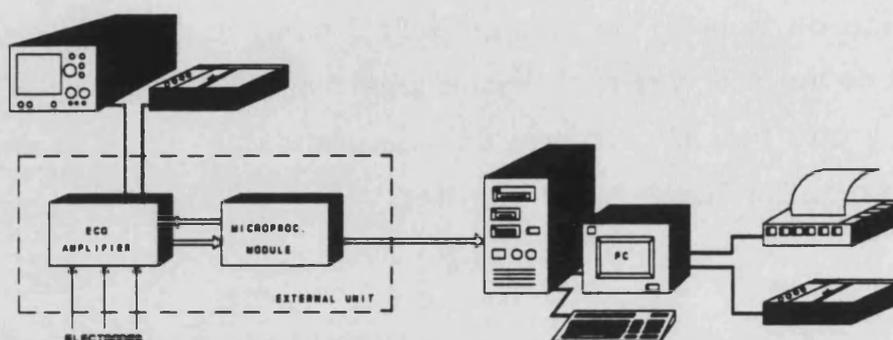


Figura 5.1- Sistema completo de captación del ECG de alta resolución.

El último bloque está constituido por el ordenador, que puede conectarse vía RS232 con la unidad externa, y que permite el procesado, visualización y almacenamiento definitivo de los datos.

El amplificador de ECG (Figura 5.2) está constituido por tres amplificadores de instrumentación (Burr-Brown INA104) (canales X, Y y Z) con sus correspondientes amplificadores de aislamiento (Burr-Brown 3656), que proveen una ganancia por canal para esta etapa de 1000, utilizando realimentación activa de la señal en modo común. El amplificador de aislamiento proporciona también la alimentación de los circuitos correspondientes a la parte aislada de entrada.

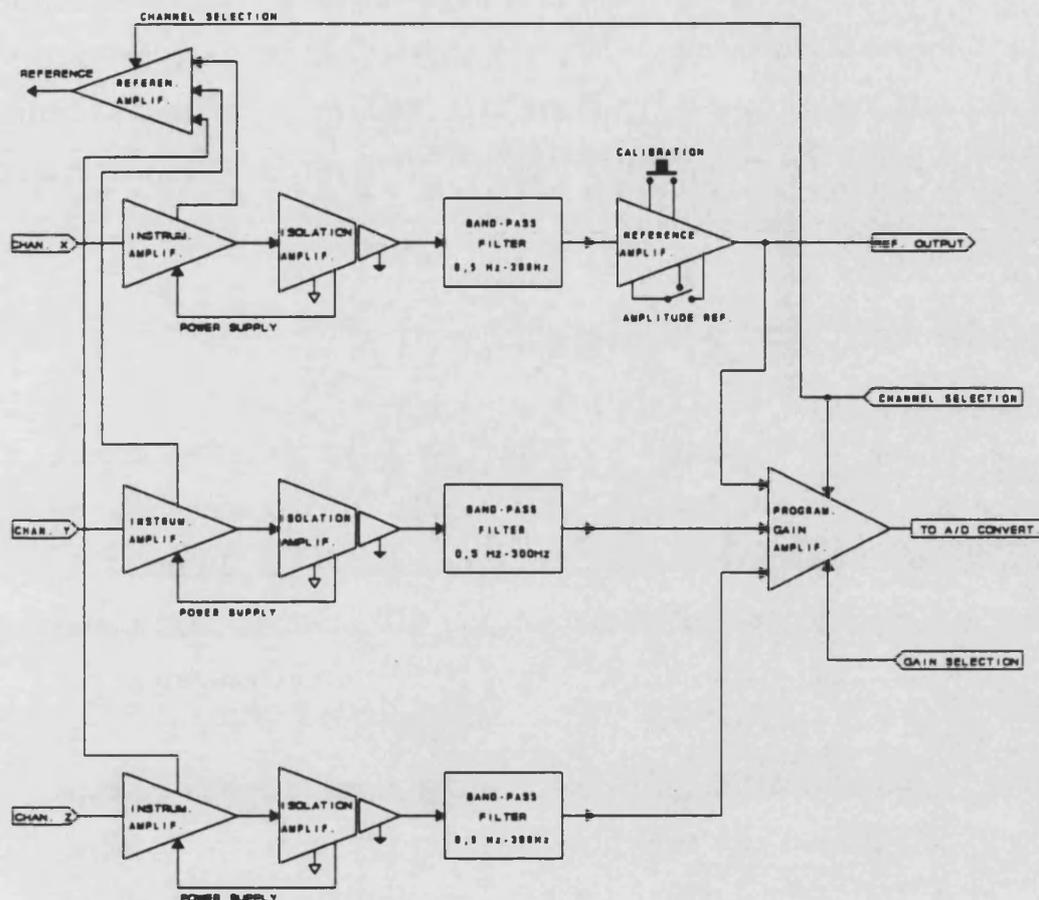


Figura 5.2- Diagrama de bloques del módulo amplificador de ECG.

Posteriormente la señal es filtrada por un pasa-banda constituido por un pasa-bajo de cuarto orden, con frecuencia de corte $f_c=300$ Hz, que determina la componente más alta que va a ser muestreada (la mínima frecuencia de muestreo es de 1000Hz), y por un pasa-alto de 0.5 Hz.

La señal obtenida por cada canal se introduce en una de las entradas del multiplexor contenido en el amplificador de ganancia programable, que permite amplificaciones desde 1000 (para la obtención del ECG de referencia) hasta 128000.

La salida del amplificador de ECG es digitalizada con un convertidor analógico/digital de 12 bits, cuyo reloj de muestreo activa la señal de interrupción de la CPU para la lectura del dato. Las frecuencias de muestreo son programables dependiendo de la resolución seleccionada (1000/2000 muestras/seg) y el número de canales (de uno a tres más el canal del ECG de referencia). Los valores de esta frecuencia van desde 2 KHz hasta 8 KHz.

La programación del módulo permite:

Seleccionar canales de entrada (X-Y-Z). Pueden seleccionarse desde uno hasta tres (X, X-Y, X-Y-Z). En cualquier caso, se obtiene siempre un registro de referencia referido al canal X.

Seleccionar la resolución (Media/Alta). Corresponde a unas frecuencias de muestreo de 1000 y 2000 muestras/segundo por canal.

Seleccionar filtrado. Por defecto se toma la banda máxima (0.5Hz-300Hz). Las frecuencias superiores posibles son: 20, 40, 60, 80 y 100 Hz. Las frecuencias inferiores posibles son 25 y 40 Hz.

Seleccionar ganancia. Inicialmente el sistema realiza un test de ganancia, modificándola de manera que el QRS (segmento de mayor amplitud del ECG) se ajuste al rango completo de entrada del conversor. Este valor es visualizado y puede ser modificado por el usuario.

El filtrado analógico pasa-bajo y pasa-alto utilizado generalmente en amplificadores de ECG se ha implementado por un pasa-banda formado por el filtro analógico antialiasing como pasa-bajo de 20 a 100 Hz y un filtrado digital "off-line" pasa-alto de 25 ó 40 Hz.

El filtro implementado es un tipo FIR diseñado mediante el método de muestreo de frecuencia, con simetría de la respuesta al impulso $\{h(n)\}$, de forma que se garantice la linealidad de la fase. El orden del filtro se fija de acuerdo con un compromiso entre la zona de transición deseada y la carga computacional que implica, teniendo en cuenta la señal a tratar y aplicando la heurística de que se dispone. Todo esto nos lleva a adoptar un orden 60, haciendo coincidir así una de las muestras en los 50 Hz para eliminar la influencia del ruido de red. La respuesta del filtro en frecuencia se muestra en la figura 5.3.

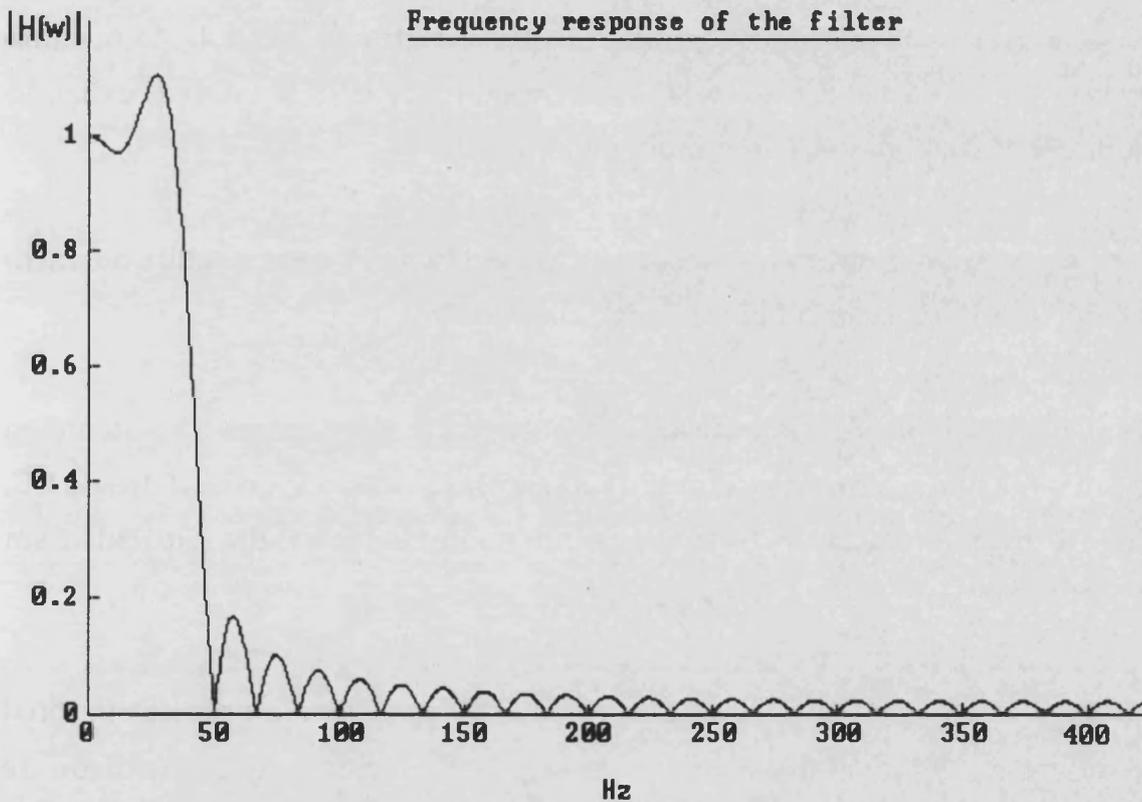


Figura 5.3- Respuesta en frecuencia del filtro digital FIR.

El formato de representación es de coma fija y complemento a dos, de 16

bits para los coeficientes del filtro, ajustando los datos de entrada también a 16 bits, y 32 bits para los cálculos intermedios de la variable de salida.

Para evitar el desbordamiento, se calcula la norma L_1 , escalando los coeficientes de acuerdo a la misma. Dicha norma viene definida, para el caso en que tanto los coeficientes del filtro como los datos de entrada son menores o iguales a la unidad, por la expresión:

$$L_1 = \|h\|_1 = \sum_{k=0}^m |h(k)|$$

Si la respuesta al impulso es dividida por el factor de escala L_1 , la máxima magnitud de salida del filtro escalado será menor o igual a la unidad, evitando así el desbordamiento del número de bits utilizado.

La figura 5.4 muestra una señal cardíaca típica de entrada y salida del filtro diseñado donde se aprecia la efectividad del mismo.

Existe una versión simplificada, no portátil, de este sistema consistente en sustituir el bloque microprocesador por una tarjeta de adquisición de datos de PC, de esta forma, se realiza un almacenamiento en unidades de alta capacidad sin aplicar ningún preprocesado sobre la señal digital.

Para el estudio del ECG de alta resolución, se recurre a procesar la señal para desechar los pulsos defectuosos y aplicar posteriormente el promediado de pulsos, que permitan reducir el ruido. Para la aplicación de esta técnica resulta fundamental trabajar con pulsos muy similares y alinearlos perfectamente.

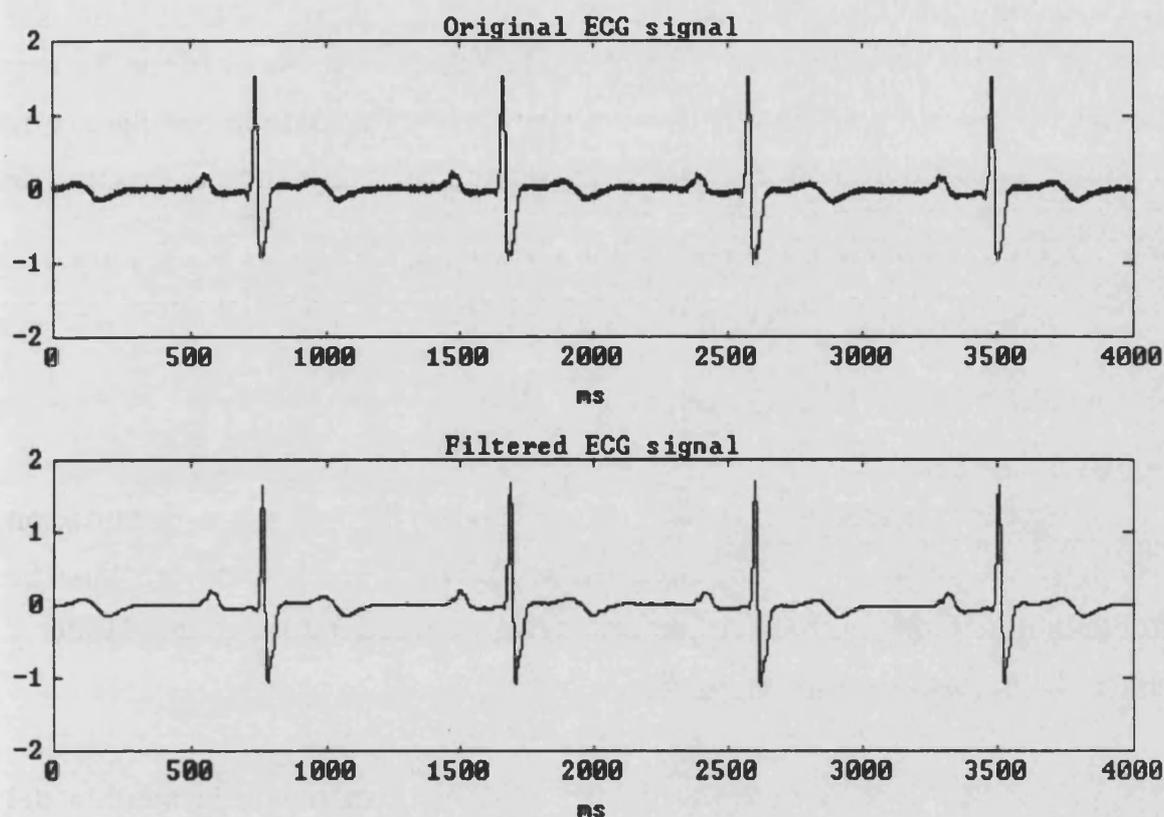


Figura 5.4.- Señal de ECG ruidoso típico y resultado del filtrado.

Ambos requisitos se consiguen a partir del cálculo de la correlación. La validez de los pulsos se establece a través de la correlación cruzada de 60 puntos con un pulso patrón. En primer lugar debe fijarse este ciclo patrón que resulta ser el primero de la serie que presenta un coeficiente de correlación elevado con el pulso inmediatamente posterior. Aunque algunos autores establecen índices muy altos (>0.98 [Breithardt-91]), en la práctica, el sistema descrito acepta pulsos con índices de correlación mayores que 0.9.

Para proceder al promediado se estima el nivel de ruido existente de forma que se pueda establecer una valoración del número de pulsos a promediar para conseguir reducirlo hasta niveles adecuados (ver punto 6.2.1). La alineación de los

tramos es fundamental para conseguir que los componentes fundamentales del latido no se distorsionen ni atenúen con el promediado. Esto se consigue a partir de la determinación del punto R de cada latido y el cálculo de la correlación de los pulsos consecutivos con una anchura de ± 5 puntos, adoptando el máximo de esa función.

5.2.- Sistema de medida del intervalo RR.

Este sistema permite el procesado de la señal de ECG para la determinación de la duración del intervalo RR, que suele asimilarse a la del ritmo cardíaco. Se permite dos métodos de trabajo, por una parte, el análisis de registros Holter y por otro la adquisición directa del ECG.

Los dispositivos comerciales de Holter dan directamente la medida del intervalo RR. El sistema desarrollado permite crear subseries de intervalos normales y aberrantes y preprocesar la señal a través de filtros antialiasing, y opcionalmente, muestreo y generación del promediado del RR cada cierto tiempo.

La adquisición directa permite la obtención del intervalo en tiempo real o bien su almacenamiento en una cinta DAT para un análisis posterior. Para el procesado "on-line" se toman muestras de dos canales, el ECG y su derivada analógica sobre los que se aplican algoritmos de determinación del punto R.

Estos algoritmos se basan en la altura y corta duración del pico R y requieren la selección previa de unos umbrales de R y derivada de R. En caso de detectar que el registro ECG sobrepasa el umbral de R, se abre una ventana temporal alrededor de ese punto en la señal derivada, determinándose el número de veces que cruza el umbral de derivada de R (Figura 5.5). Como el complejo

QRS es muy rápido, se exige que la derivada pase al menos dos veces por el umbral en la ventana temporal prefijada, en otro caso, el punto es desestimado como marcador de punto R. La detección de un R controla un temporizador que marca la duración del pulso cardíaco.

La adquisición para procesado "off-line" almacena el ECG en ficheros intermedios, que son posteriormente procesados mediante técnicas de autocorrelación para la validación de los pulsos. La ventaja de este método es la posibilidad de aplicar distintos algoritmos que permitan la generación de series con otros datos de interés como la duración de los intervalos ST y QT.

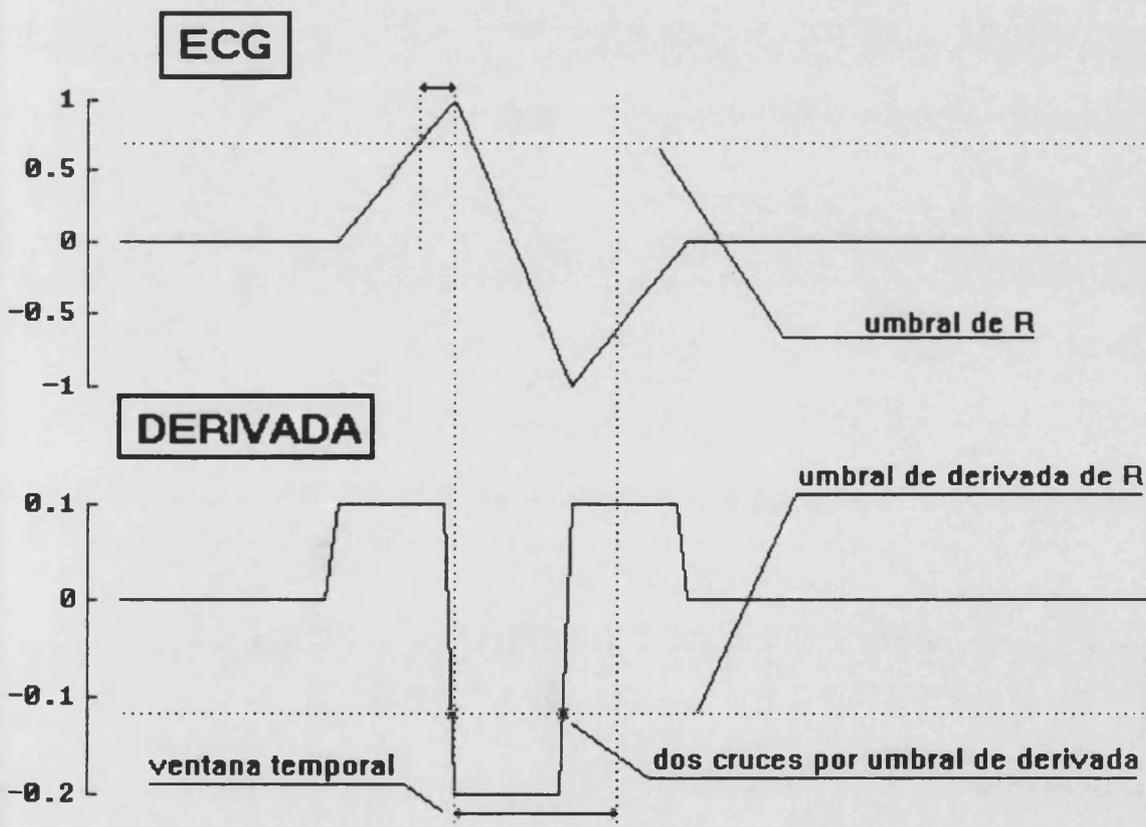


Figura 5.5- Esquema del ECG y su derivada para la determinación del RR.

CAPÍTULO 6

ANÁLISIS DE LOS POTENCIALES TARDÍOS

6.1.- Descripción del problema.

El desarrollo y mejora de métodos para el control de pacientes afectados de infarto de miocardio con un alto riesgo de muerte súbita son esenciales para reducir la mortalidad debida a arritmias ventriculares.

Desde 1978, muchos investigadores han registrado la aparición de señales débiles, de alta frecuencia, en el tramo terminal del complejo QRS en pacientes con taquicardia ventricular que habían sufrido un infarto de miocardio. El registro mediante ECG de superficie de estos potenciales retardados de despolarización, conocidos como potenciales tardíos ventriculares o postpotenciales, es una técnica no invasiva que promete ser útil para la identificación de pacientes con el substrato anatómico y electrofisiológico de taquicardias ventriculares debidas a mecanismos de reentrada. El origen de los potenciales tardíos parece encontrarse en zonas del miocardio con patrones de activación lentos o no homogéneos que constituyen el substrato de la excitación reentrante [El-Sherif 1985].

Los potenciales tardíos son señales eléctricas del orden de microvoltios que aparecen al final del complejo QRS y permanecen decenas de milisegundos en el segmento ST. Debido a que se originan en focos muy puntuales del miocardio, su amplitud está por debajo del milivoltio cuando se mide directamente sobre el músculo. Por tanto, resultan enmascarados por el ruido y las técnicas convencionales de ECG de superficie son incapaces de detectarlos.

La figura 6.1 presenta ejemplos de electrocardiogramas obtenidos de pacientes sin potenciales tardíos. El complejo QRS filtrado muestra una rápida subida, un pico de tensión de alta frecuencia entre 40 y 50 milisegundos después del inicio del QRS y una caída abrupta al nivel del ruido al final del complejo. En



el segmento ST no hay señales por encima del nivel de ruido ($<1 \mu\text{V}$). El pico de la onda T contiene una pequeña proporción de señal de alta frecuencia.

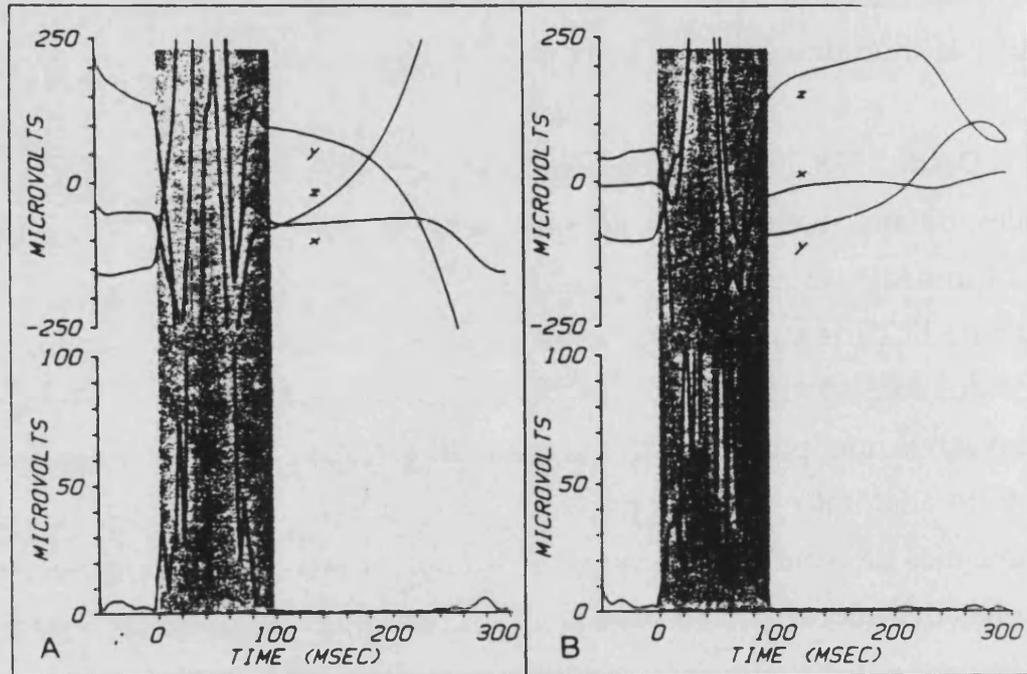


Figura 6.1.- ECG promediado de dos pacientes sin taquicardia ventricular.

La figura 6.2, muestra el complejo QRS registrado en pacientes con TV después de un infarto de miocardio. Al final del QRS, se observa una forma de onda de pequeña amplitud, los potenciales tardíos, que no se presenta en los pacientes sin taquicardia ventricular. La amplitud de estos potenciales varía entre 1 y $25 \mu\text{V}$ con un filtrado pasa alta de 25 Hz.

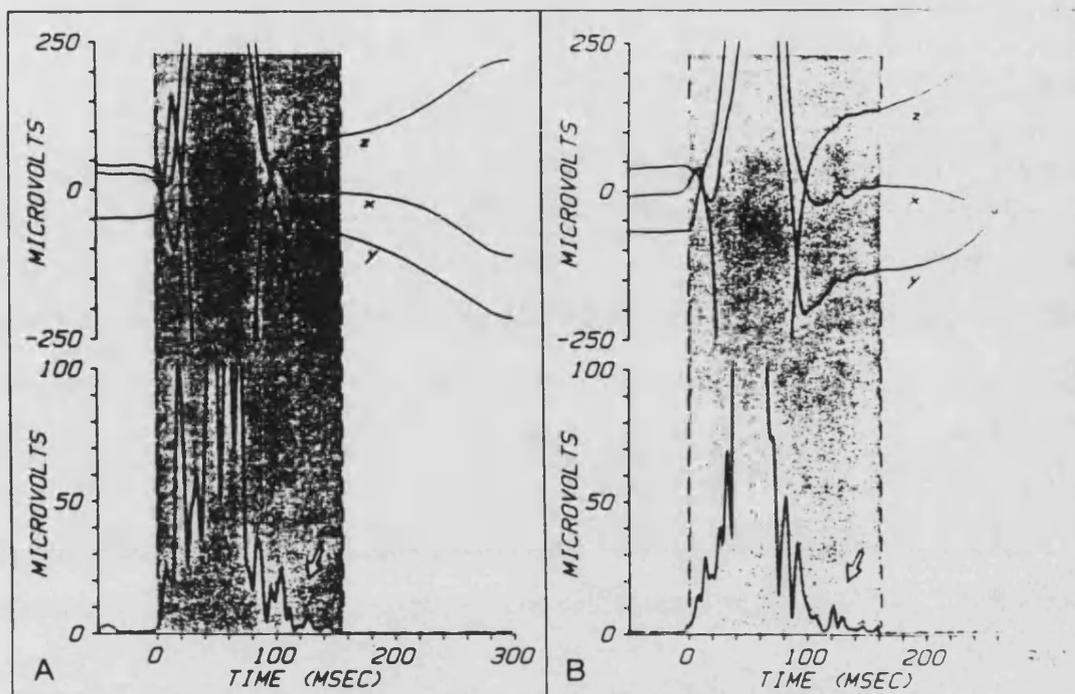


Figura 6.2.- ECG promediado de dos pacientes con taquicardia ventricular.

La técnica más habitual empleada para registrar estas señales anormales es la electrocardiografía de alta resolución, cuyo empleo se ha visto impulsado con el establecimiento de unas normas para la adquisición de datos y su análisis posterior [Breithardt-91]. Estas normas incluyen consideraciones acerca de los electrodos, amplificadores, conversión analógico/digital y técnicas de preprocesado de señal, incidiendo en promediado de la señal, reducción de ruido y características y banda pasante de los filtros.

6.2.- Técnicas de preprocesado de la señal ECG de alta resolución.

6.2.1.- Reducción de ruido.

La escasa amplitud de los potenciales tardíos hace difícil su estudio a causa de la superposición de señales no deseadas. Las cuatro fuentes fundamentales de enmascaramiento de los registros ECG de alta resolución son: 1) ruido electrónico (generado por los propios componentes del sistema de adquisición de señales), 2) el ruido de 50 Hz (60 Hz en USA) debidos a la frecuencia de la red, 3) distorsión provocada por el canal de transmisión (aplicable a ECG de superficie) y 4) señales fisiológicas no deseadas (EMG). Las dos primeras están impuestas por la tecnología y son por tanto mejorables, sin embargo es la cuarta la que impone la limitación actual para el estudio de señales muy débiles en registros electrofisiológicos.

Para que un estudio de potenciales tardíos sea completo ha de aplicarse alguna técnica de reducción de ruido y hacer constar su nivel así como el método de determinación.

6.2.2.- Promediado temporal.

La manera más habitual de reducir el ruido es el promediado temporal de la señal. Esta técnica consiste en promediar un número de muestras del tramo de interés tomadas en distintos instantes temporales [Hombach-81].

El ruido aleatorio puede reducirse proporcionalmente a la raíz cuadrada del número de ciclos procesados [Hombach-86], sin embargo, para que éste método

sea eficaz han de cumplirse una serie de condiciones:

- 1) El fenómeno a analizar es repetitivo de forma que pueda disponerse de un número suficiente de ciclos.
- 2) La señal es ergódica en todo el tramo de estudio. La hipótesis de ergodicidad supone en la práctica una aproximación que es tanto peor cuanto mayor sea la duración del registro analizado. Sus efectos pueden paliarse mediante técnicas de procesado digital como filtros pasa-alta o "trend removal" [Kendall-76].
- 3) Para que el promediado no distorsione el segmento de interés, se ha de conseguir una perfecta alineación de los distintos tramos para lo cual se ha de disponer de un punto de referencia claro o un criterio robusto.
- 4) El ruido que se consigue atenuar mediante esta técnica es del tipo no correlacionado, con lo cual ciertas distorsiones como son la influencia de la respiración, incluidas en el concepto amplio de ruido, no se reducen eficazmente con el promediado.
- 5) La señal que se pretende procesar ha de ser correlacionada.

En el campo de la electrocardiografía, los dos primeros puntos pueden tener poca influencia siempre que se estudien pulsos muy repetitivos (los postpotenciales no siempre lo son).

Habría que tomar precauciones para el análisis de pulsos aberrantes poco comunes que obligaran a tratar con grandes extensiones temporales ya que ciertas fluctuaciones lentas afectarían a la señal. Una aproximación a este problema sería realizar un filtraje que eliminara frecuencias bajas, aprovechando que el espectro de los potenciales tardíos presenta un peso mayor para las frecuencias elevadas. El "trend-removal" adecuado para este tipo de estudios sería la determinación de la línea base del ECG de cada pulso. Esta línea se define como el nivel de la traza



en el período isoelectrico del músculo cardíaco y que se postuló que correspondía al tramo previo al QRS [Barnes-43]. Sin embargo, esta definición presenta problemas [Peper-90] que conducen a la aplicación de algoritmos sofisticados [Peper-82] que ralentizan el procesado y no siempre garantizan el resultado.

El tercer punto obliga a rechazar los pulsos ectópicos (aberrantes) y emplear procedimientos de alineación de los válidos basados en la detección del R y el análisis de la correlación en un entorno del mismo (ver punto 5.2), rechazando los que no alcancen un cierto índice de correlación cruzada [Breithardt-91].

En cuanto a la falta de correlación de la señal considerada como ruido, es discutible que componentes como el EMG o la distorsión del canal, puedan ser consideradas como completamente no correlacionadas, es decir, artefactos que no se repiten con un patrón relacionado con el de la señal.

6.2.3.- Promediado espacial.

Otra posibilidad de reducir el ruido en la captación del ECG es la promediación de las señales recogidas mediante una matriz de electrodos. Al paciente se le aplica un conjunto de electrodos independientes cuya respuesta se promedia. La ventaja es que el procesado se hace latido a latido, pudiendo detectar fenómenos que no sean repetitivos. La limitación práctica estriba en la necesidad de que los electrodos tengan que concentrarse en una pequeña superficie, lo que por una parte limita su número y por otra provoca que la captación de una misma fuente de ruido evite su cancelación. La mayor parte de los estudios, incluido el presente, emplean la técnica del promediado temporal pues permite reducir sustancialmente el ruido de forma simple [Romberg-91] [Hosoya-92].

6.3.- Análisis en el dominio del tiempo.

6.3.1.- Filtrado.

Una vez obtenido el ECG promediado se recomienda aplicar un filtro pasa-alta para reducir el contenido de baja frecuencia. La razón para este procesado es que la despolarización de las células y el movimiento de los frentes de onda de activación generan altas frecuencias en la superficie del cuerpo [El-Sherif-92]. Además, el segmento ST puede contener señales de baja frecuencia con una amplitud de decenas de microvoltios que enmascararían completamente a los potenciales tardíos [Underwood-91] [Lander-91a].

La aplicación de las técnicas habituales de filtrado basadas en filtros de respuesta impulsional infinita (IIR) (Ver punto 3.5) presenta problemas debido al efecto Gibbs [Proakis-88]. Éste se manifiesta en la aparición de una oscilación a la salida del filtro cuando se produce una variación abrupta en la señal de entrada, como es el caso del final del QRS (Figura 4.2). Para resolver esta dificultad se propuso [Simson-81] una técnica de filtrado Butterworth bidireccional que consiste en filtrar la señal hasta la mitad del QRS para luego filtrar el resto en sentido temporal inverso, es decir, partiendo del final del registro (en el tramo ST) y siguiendo hacia el QRS. De esta forma se consigue concentrar toda la distorsión en el tramo central del QRS, no afectando la zona donde aparecen los potenciales tardíos (a expensas de alterar gravemente la morfología del QRS).

Una solución alternativa a este procesado ad-hoc, sería el empleo de otros tipos de filtros como los FIR (que al no ser realimentados no presentan tan grandes oscilaciones) o los ajustados por mínimos cuadrados [Little-88] (Ver Apéndice A1). Sin embargo, la mayor parte de los estudios utilizan este método

ya que la morfología del QRS se ve afectada de forma distinta según el procedimiento empleado (Figura 4.3) lo que obliga a una redefinición de ciertos marcadores de presencia de potenciales tardíos habitualmente utilizados y a una evaluación mucho más compleja de la bondad de los métodos.

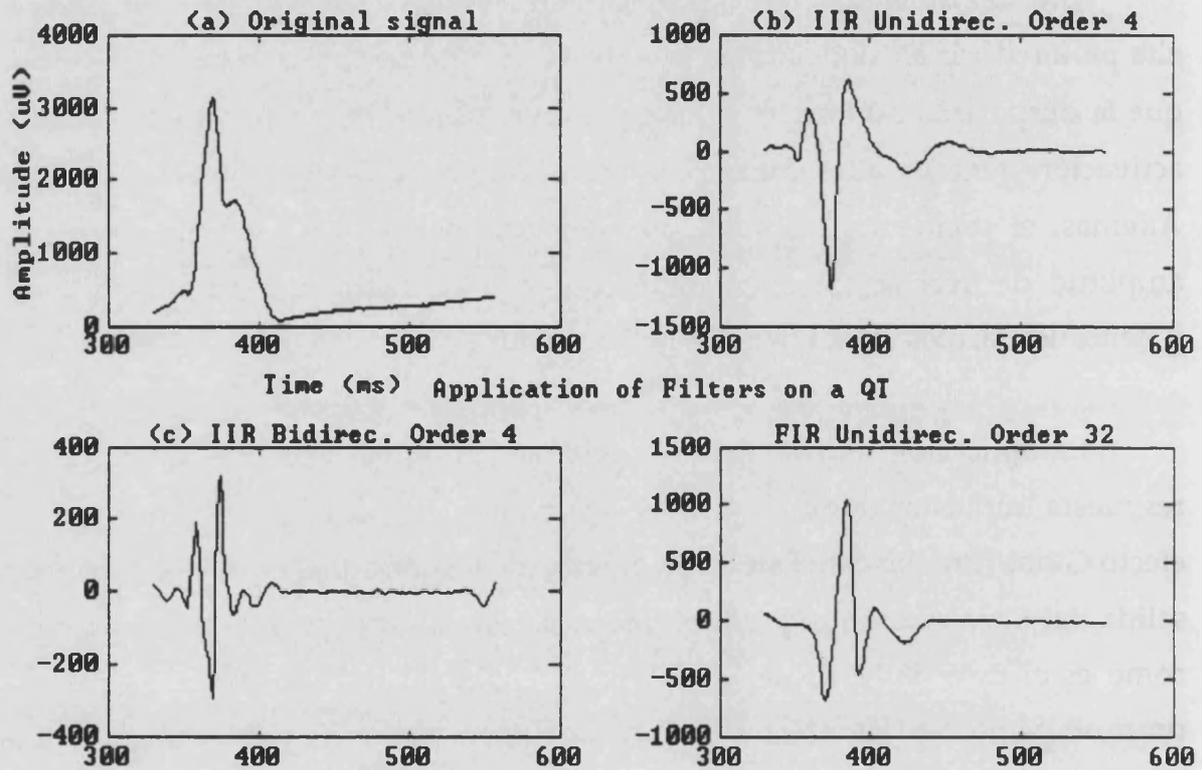


Figura 6.3.- Resultado del ECG de alta resolución promediado al aplicar diversas técnicas de filtrado.

- a) Segmento QT sin filtrar.
- b) Aplicación de un filtro IIR Butterworth de orden 4 unidireccional.
- c) Aplicación de un filtro IIR Butterworth de orden 4 bidireccional.
- d) Resultado de aplicar un filtro FIR de orden 32 unidireccional.

6.3.2.- Marcadores de potenciales tardíos en el dominio del tiempo.

La mayor parte de los estudios se basan en el análisis del módulo de las derivaciones XYZ, el llamado complejo QRS filtrado [Simson-81]. El comité encargado de elaborar normas para el análisis de los potenciales tardíos ventriculares adoptó una serie de recomendaciones para su procesado en el dominio del tiempo [Breithardt-91].

La norma más común trabaja con el complejo QRS filtrado mediante un filtro pasa-banda limitado por frecuencia de corte de 40 y 250Hz. La frecuencia superior de corte suele fijarla el propio filtro anti-aliasing de la entrada y la inferior se implementa mediante un filtro pasa-alta Butterworth de orden 4 bidireccional con ventana Blackman-Harris. Se define el fin del mismo como el punto medio de un segmento de 5 ms en el cual el voltaje medio esté por encima del nivel medio de ruido [El-Sheriff-92] más tres veces la desviación standard de la muestra de ruido. Los puntos inicial y final del complejo deberán poder ser examinados y corregidos manualmente. Los criterios para reconocer la presencia de los potenciales son:

- 1) La duración del complejo QRS filtrado es mayor de 114 ms.
- 2) La porción terminal del QRS filtrado se mantiene por debajo de los 40 μV durante más de 28 ms.
- 3) El valor RMS de la señal es menor de 20 μV en los últimos 40 ms del complejo QRS [Gomes-87a].

De cualquier forma el mismo comité reconoce que, aunque el mayor volumen de las publicaciones trabaja sobre estas bases, los sistemas de ECG de alta resolución deben ser lo suficientemente flexibles como para posibilitar otras técnicas que aumenten la fiabilidad de los marcadores (aplicación de otros tipos

de filtros, análisis de las terminaciones individuales, definiciones alternativas del fin del QRS, ...).

Los problemas principales de los métodos temporales aplicados sobre señal promediada son tres:

- 1) La relativamente baja exactitud de la predicción positiva en pacientes postinfarto de miocardio, que se traduce en una sensibilidad del método respecto al tiempo transcurrido desde el infarto. Algunos estudios centran en la segunda semana el máximo de capacidad de predicción.
- 2) La incapacidad de detectar vulnerabilidad a arritmias ventriculares sostenidas en pacientes con un bloqueo de rama en el Haz de His durante el ritmo sinusal, lo cual lleva a excluir estos casos en estudios sobre la bondad de los detectores de postpotenciales [Rozanski-81] o bien modificar el criterio [Buckingham-88]. Los métodos en el dominio de la frecuencia parecen más adecuados para este tipo de estudios.
- 3) La incapacidad de detectar potenciales tardíos que varían en configuración y sincronismo de latido a latido. Estos se explican por la presencia de patrones de conducción dinámicos tipo Wenckebach [El-Sheriff-83]. La detección en estos casos sólo es posible con un análisis pulso a pulso.

6.4.- Análisis latido a latido.

Las señales cardiovasculares fluctúan de un latido a otro. Estas fluctuaciones reflejan la interacción dinámica de distintos procesos fisiológicos. Aunque, estas variaciones han escapado a menudo del estudio de los cardiólogos, las técnicas modernas de captación y análisis pueden abrir un nuevo campo que muestre la delicada dinámica envuelta en el control de cada latido individual [Appel-89].

Uno de los campos que más claramente pueden beneficiarse de este procesado es el estudio de las señales de baja amplitud como el Haz de His y los potenciales tardíos ventriculares.

La reducción de ruido a base de promediar temporalmente el ECG de alta resolución sólo es capaz de detectar potenciales tardíos que son absolutamente constantes en duración, morfología y ubicación temporal dentro del complejo QRS. Por tanto, esta técnica no permite localizar y estudiar las variaciones dinámicas en los postpotenciales, que pueden darse bien espontáneamente [El-Sherif-77], bien durante intervenciones diagnósticas o terapéuticas.

Por todo ello, diversos grupos han realizado aproximaciones al problema del registro de señales ECG con una baja SNR. Algunos lo hicieron a través del promediado espacial [El-Sheriff-83], otros a través del empleo de jaulas de Faraday y unos pocos, dedicando una atención especial a la interfase entre la piel y el electrodo así como al electrodo mismo [Zimmermann-92].

El éxito obtenido en la detección de postpotenciales a través del análisis latido a latido puede calificarse de discreto. Sin embargo, un detalle relativiza esta aparente falta de eficacia, y es que todos los estudios se basan en los criterios de detección desarrollados para el ECG promediado. Así, puede ocurrir que, en un intento de comparar directamente los resultados, se esté dejando a la técnica emergente en inferioridad de condiciones.

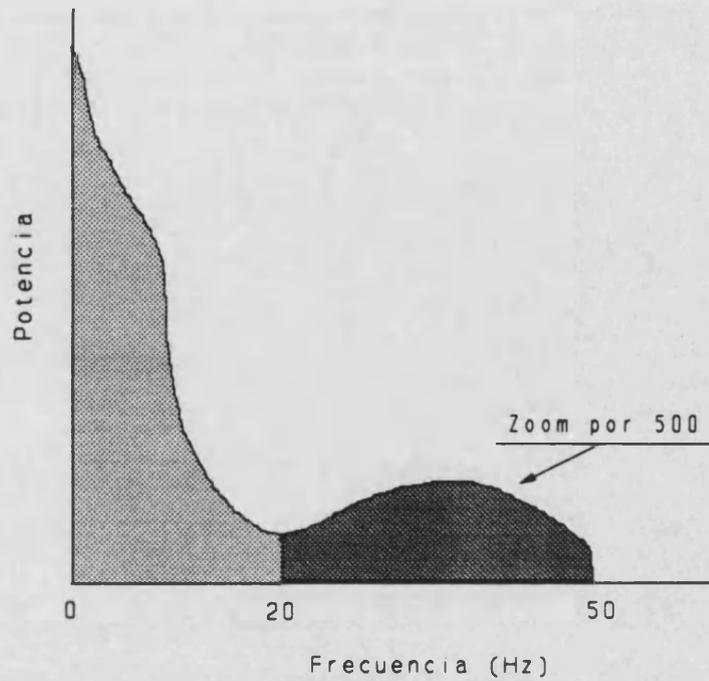
6.5.- Análisis en el dominio de la frecuencia.

Aunque hemos demostrado que la información en los dominios del tiempo y la frecuencia contienen la misma información, ciertas características son más

evidentes en un dominio que en otro. Con objeto de superar las limitaciones de los métodos temporales se ha empezado a estudiar los registros de ECG de alta resolución en el dominio de la frecuencia.

El método más comúnmente empleado por los investigadores se basa en la aplicación de la FFT al registro promediado del módulo del vector obtenido con los terminales de Frank, previamente inventanado para aliviar los efectos de las discontinuidades en los extremos [Ambos-84]. Este método ha sido contestado en función de su poca robustez ya que resulta muy sensible a la duración de la señal y la fase [Kelen-87]. Aunque otros estudios comparativos han tratado de contemporizar argumentando una complementariedad entre las aproximaciones temporal y espectral [Buckingham-89]. Se encuentran contadísimas referencias de métodos alternativos como pueden ser el procesado del latido a latido [Flowers-81] y la aplicación de métodos alternativos de estimación espectral [Haberl-87],[Lander-91] y modelización [Berenfeld-91].

El proceso concreto que siguen la mayor parte de los estudios es fijar una ventana temporal en el ECG de alta resolución promediado sin filtrar, que comprende los últimos 40 ms del QRS y el segmento ST con lo que la duración del registro será de unos 130 ms. A estos datos se les aplica una ventana de 4 términos Blackman-Harris con una caída del lóbulo lateral de 92 dB (en el artículo pionero [Ambos-84] se habla de una anchura de banda de 3 dB lo cual no tiene ningún sentido). Posteriormente, se añaden ceros al registro hasta alcanzar 512 ó 1024 puntos que permitan la aplicación de la FFT. Los datos que se suelen analizar son la relación entre las áreas subtendidas por el espectro de frecuencia definidas por los tramos [0-20 Hz] y [20-50 Hz] (Figura 6.4) y entre sus máximos valores puntuales.



$$\frac{\text{Area } [20, 50] \text{ Hz} \star 500}{\text{Area } [0, 20] \text{ Hz}} = \text{Razon de areas}$$

Figura 6.4.- Cálculo de la razón entre áreas del espectro de frecuencias.

La ventana de Blackman-Harris (eq 6.1) (Figura 6.5) es una modificación de la ventana de Blackman pura [Blackman-58], desarrollada por Harris [Harris-78] a partir de la aplicación de técnicas de búsqueda por gradiente que permitieron definir qué ventana asemejable a las Blackman conseguía la máxima atenuación de los lóbulos laterales con sólo 4 términos (Tabla 6.I).

$$w(n) = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right) + a_2 \cos\left(\frac{2\pi}{N}2n\right) - a_3 \cos\left(\frac{2\pi}{N}3n\right) \quad (6.1)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, N-1.$$

a_0	a_1	a_2	a_3
0.35875	0.48829	0.14128	0.01168

TABLA 6.I.- Coeficientes de la ventana de Blackman-Harris (-92dB).

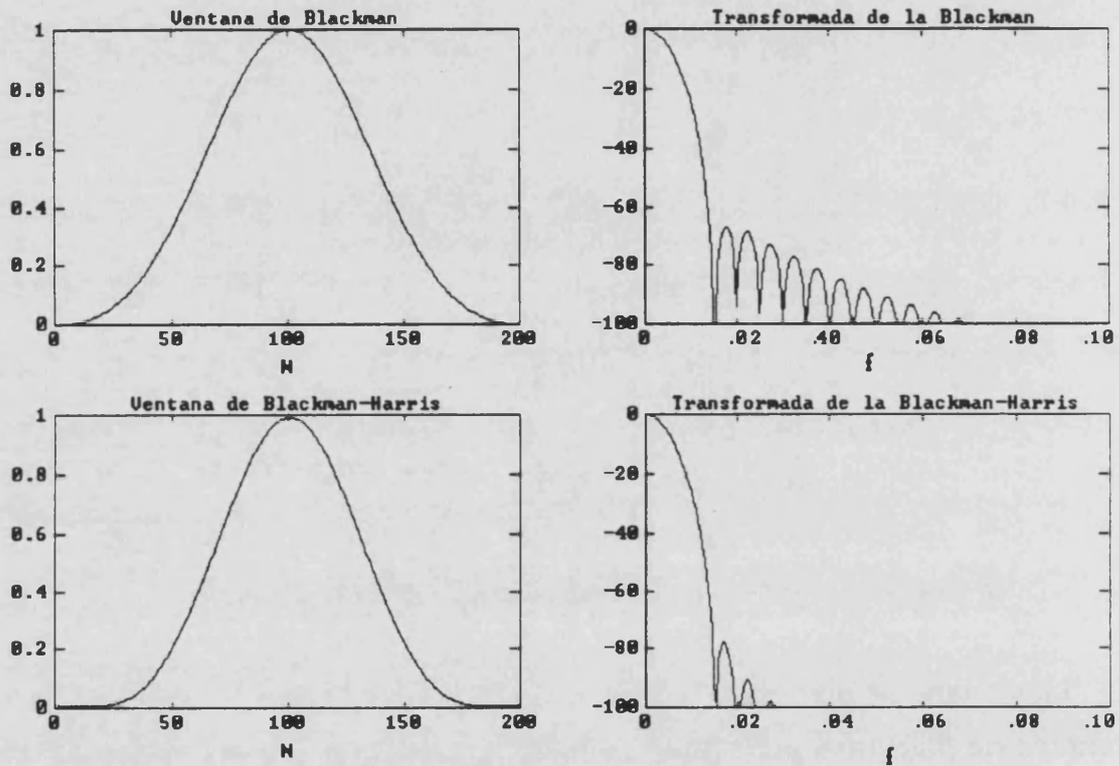


Figura 6.5.- Ventanas de Blackman y Blackman-Harris de 4° orden con su respuesta en frecuencia.

La potencia de esta ventana es considerable, sobre todo teniendo en cuenta su longitud, por lo cual parece una buena elección; sin embargo, no hay que olvidar los problemas intrínsecos con el enventanado, en especial la resolución espectral. Así, por ejemplo, el ancho de banda para la detección de 2 máximos de igual magnitud es de 2.72 unidades fundamentales de resolución espectral (f_s/N).

6.5.1.- Limitaciones de la FFT.

En este punto realizaremos una crítica del análisis frecuencial habitualmente realizado, tanto en aspectos formales como de fondo y, en el punto posterior, presentaremos técnicas alternativas ya que la Transformada Rápida de Fourier es sólo uno de los métodos de estimación espectral y presenta una serie de limitaciones que han sido discutidas (ver punto 4.1.3) y de las que vamos a destacar aquéllas que afectan a la detección de los postpotenciales, derivadas en su mayor parte de la escasa duración de los mismos.

En primer lugar, la ventana que se aplica penaliza considerablemente los valores del principio y final del registro. En la Tabla 6.II, se presenta la contribución porcentual de distintas áreas de la ventana centradas en el máximo; observándose que el segmento compuesto por el 10% de los valores a cada extremo del registro sólo contribuyen en un 0.42% al total de la energía.

% de puntos	10	20	40	60	80
% del área	27.43	51.62	84.97	97.55	99.58

TABLA 6.II.- Peso de distintos tramos del registro en la PSE.

Este inconveniente puede ser aliviado tomando un registro aproximadamente un 20% más largo de lo que sería estrictamente necesario, aunque ello parezca reducir la contribución de los postpotenciales al PSD.

En los primeros estudios [Ambos-84], se analizaban registros de distinta longitud que se completaban con ceros hasta alcanzar los 512 puntos, con objeto de facilitar la comparación entre sus respuestas en frecuencia. Sin embargo, se observa que, en estudios posteriores, algunos autores aplican estas técnicas del "zero-padding" (ver punto 4.1.3.3) de manera un tanto artificiosa ya que

convierten registros de menos de 140 puntos en otros de 512 [Ambos-84], [Worley-88], [Buckingham-90] o incluso de 1024 [Kelen-87]. Esto sólo sería justificable en el caso improbable de que calculasen la FFT con alguna herramienta que impidiese tratar longitudes menores de registro, ya que como se demostró, rellenar con ceros no aumenta la resolución espectral sino que equivale a una interpolación. Aunque los estudios iniciales distinguen entre resolución real y aparente, estimamos que algunos autores incurrir en un error conceptual al no distinguir entre ambos conceptos.

Con la duración de registro habitualmente empleada (140 ms) la resolución espectral es mayor que 7.2 Hz. Esto supone que, para el cálculo de la razón entre áreas de la figura 6.4, sólo se dispone de 8 puntos, de los cuales uno es el valor medio (0 Hz), que debe eliminarse por ser sensible al método de captación y procesado y el último punto ronda los 50 Hz, que puede ser problemático por la contribución del ruido de red; con el problema añadido de establecer la frontera entre ambas regiones. Si tenemos en cuenta que el enventanado aún disminuye más la resolución espectral, el problema se hace más patente. De la misma manera sucede si se analizan registros más cortos del ECG como recomiendan algunos.

En la Tabla 6.III se presentan los puntos que se obtienen en el dominio de la frecuencia al aplicar la FFT a registros de 140 ms y 100 ms sin enventanar. La resolución equivalente tras la aplicación de la ventana de Blackman-Harris se reduce a la mitad, aumentando así el problema en la fijación de la frontera entre las áreas estudiadas.

T=140 ms	0	7.14	14.29	21.42	28.57	35.71	42.86	50
T = 100 ms	0	10	20	30	40	50	-	-

TABLA 6.III.- Resolución espectral en Hz del segmento de postpotenciales.

El problema es más acusado en lo referente al segundo marcador habitualmente empleado en este tipo de estudios, la relación entre los valores máximos del valor absoluto de la frecuencia en cada una de las áreas mencionadas. Esta relación es sensible a la longitud del registro analizado ya que con una resolución baja podemos conseguir que varios máximos locales se agrupen superando a un máximo situado en otra zona del espectro (ver punto 4.2.5), además de aportar poca información por el reducido número de valores de que se dispone en cada banda.

Los efectos de la sensibilidad de este método fueron observados por el grupo de El-Sheriff [Kelen-87] que planteaba la necesidad de normalizar la longitud del espectro a analizar (lo cual no parece una buena idea ya que la duración de las distintas fases del ciclo cardíaco no es un invariante) o bien la modificación de la técnica para aumentar su robustez.

6.5.2.- Análisis con métodos paramétricos de estimación espectral.

Existen técnicas de análisis espectral más adecuadas que la Transformada de Fourier cuando se estudian registros de corta duración. Entre ellas, los métodos paramétricos (ver punto 4.2) se perfilan como una especialidad consolidada en el procesado de la señal. Dentro de la electromedicina, el primer campo en el que se aplicaron los métodos paramétricos fue la EEG para el análisis de transitorios [Isaakson-81], extendiéndose paulatinamente a otras series biológicas [Linkens-82].

El problema fundamental que presentan los métodos paramétricos es su mayor sofisticación y carga computacional. La FFT es una herramienta rápida, computacionalmente eficiente y relativamente aséptica, es decir, robusta y de fácil interpretación (aunque se emplee a menudo como fórmula magistral sin tomar en

consideración sus limitaciones). Los métodos paramétricos involucran más al investigador; por una parte, solo una heurística del problema permite llevar sus prestaciones a las máximas cotas (p.e. en lo que se refiere a resolución espectral), y por otro, la elección adecuada del algoritmo y orden del modelo es difícil, a priori, pues se basa en criterios todavía poco contrastados.

Como primera aproximación al problema emplearemos un modelo autorregresivo (AR) ya que es más potente que los "moving-average" (MA) y más fácil de analizar que los ARMA. El algoritmo a emplear se basa en la técnica del "forward-backward linear predictor", por tres razones fundamentales:

- i) No presenta lóbulos laterales.
- ii) No hay distorsión del espectro como consecuencia de enventanados implícitos como en el caso del algoritmo de Yule-Walker.
- iii) Presenta una respuesta menos suavizada que otros estimadores autorregresivos.
- iv) No aparecen efectos de "line-splitting" como en el algoritmo de Burg.

Para la selección del orden del modelo se aplican los cuatro criterios fundamentales (ver punto 4.2.2) con una comprobación experimental posterior.

6.6.- Análisis de registros ECG reales de alta resolución.

Vamos a realizar el análisis completo de tres registros de alta resolución, promediando un número de ciclos mediante el procedimiento descrito. Los ficheros se identifican por el nombre de "ALPUCH.ECG" (Figura 6.6), "AMART3.ECG" (Figura 6.8) y "PEREZ.ECG" (Figura 6.9) a los que se aplicarán los métodos descritos en anteriores apartados.

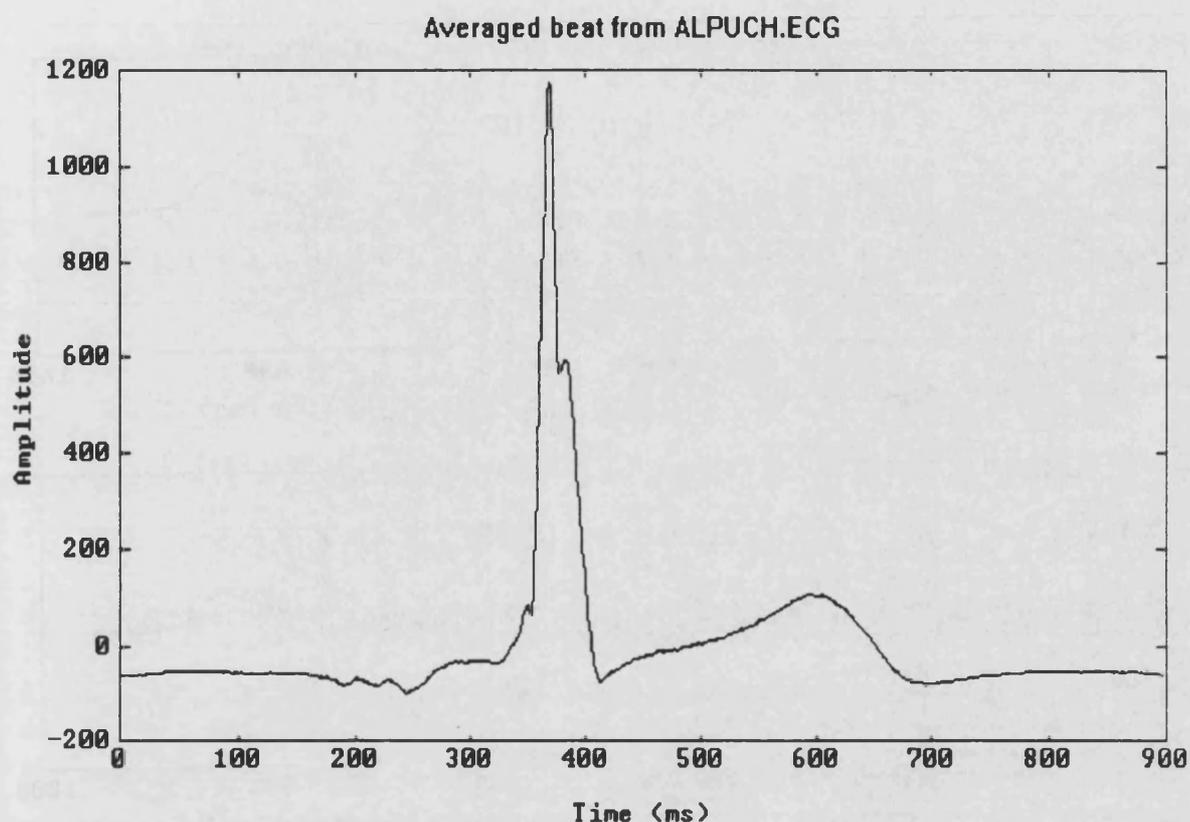


Figura 6.6.- Pulso cardíaco promediado del registro "ALPUCH".

En el registro "ALPUCH", la reducción del ruido se puede comprobar comparando el pulso promediado, con alguno de los 143 pulsos empleados en ese promedio (Figura 6.7). El nivel RMS de ruido que se mide en el tramo ST de los pulsos sin promediar está alrededor de los 30 μV , mientras que el de la señal promediada es de $2.61 \pm 0.93 \mu\text{V}$. Esto coincide con lo previsto puesto que:

$$\text{Ruido Promediado} = \frac{\text{Ruido Pulso}}{\sqrt{\text{Num Pulsos}}} = \frac{30}{\sqrt{147}} = 2.47 - 2.61$$

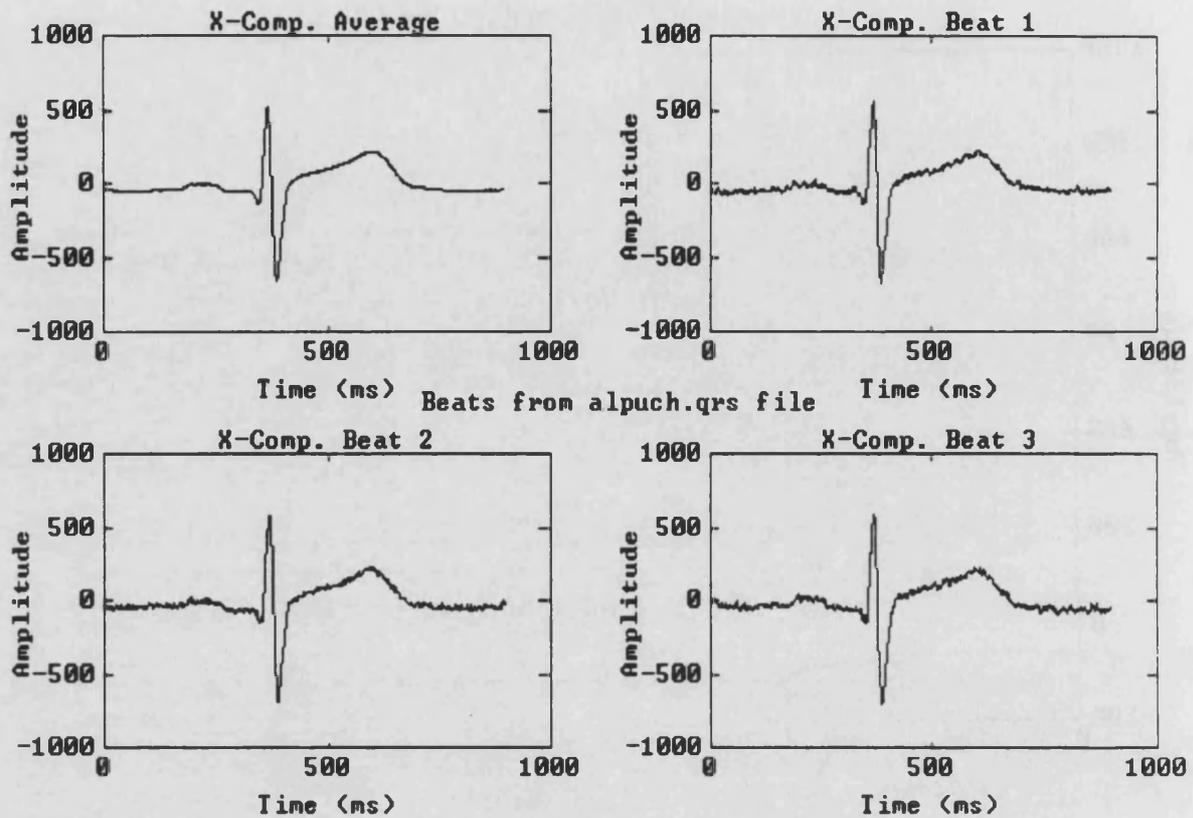


Figura 6.7.- Latidos tomados de la componente X del fichero "ALPUCH.ECG".

El fichero "AMART3.ECG", que comprende 154 pulsos, es otro de los registros ECG que son sometidos a estudio. En la figura 6.8 presentamos el módulo de las derivaciones habituales promediadas.

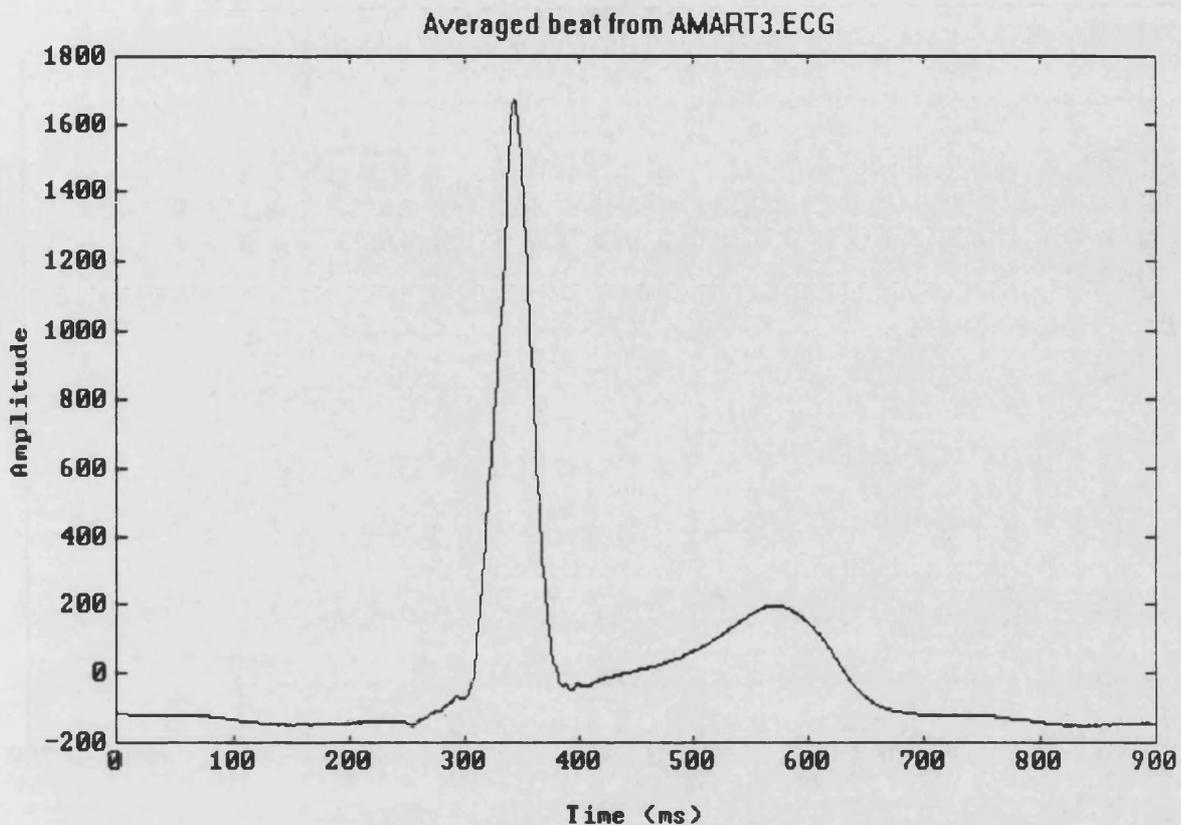


Figura 6.8.- Pulso cardíaco promediado del registro "AMART3".

El fichero "PEREZ.ECG" se obtiene a partir del procesamiento de 29 pulsos con lo cual su nivel de ruido no se reduce en igual medida que los anteriores. Pretende ilustrar el problema que representa la reducción del ruido a través del promediado, ya que se exige una alta correlación para que un latido sea aceptado como correcto, con lo cual si el registro no es muy extenso aparecen problemas con el nivel del ruido. Lo más característico de este registro es la forma de la onda ST, que aparece atenuada y con oscilaciones.

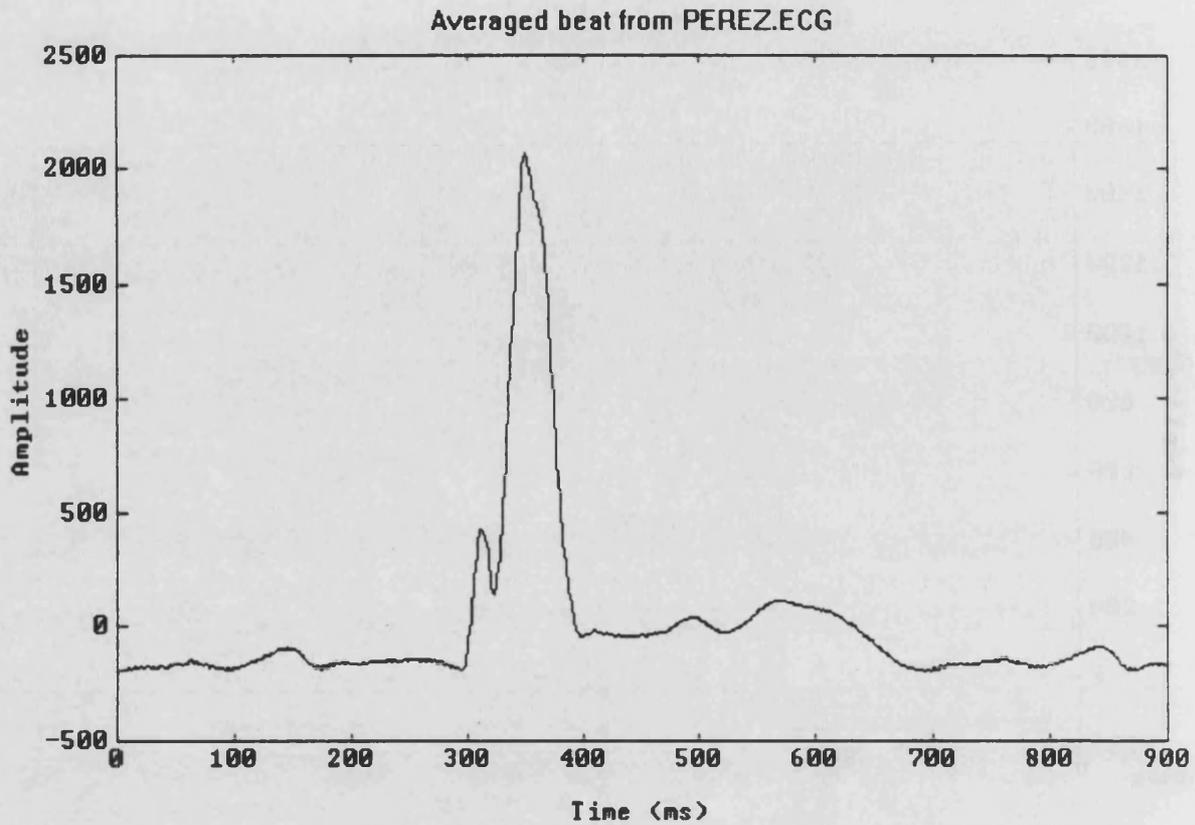


Figura 6.9.- Pulso cardíaco promediado del registro "PEREZ".

6.6.1.- Análisis en el dominio del tiempo.

En primer lugar se aplican las técnicas habituales en el dominio del tiempo sobre estos registros promediados, sospechosos de presentar potenciales ventriculares tardíos (VLP), obteniéndose los datos recogidos en la Tabla 6.IV, donde se observa que "ALPUCH" (Figura 6.10) cumple dos de los tres criterios, "AMART3" (Figura 6.11) los tres y "PEREZ" (Figura 6.12) resulta difícil de clasificar de acuerdo a los mismos por el elevado nivel de ruido que presenta a causa del reducido número de pulsos promediado.

	Ruido (μV)	Duración del QRS (ms)	Tiempo por debajo de $40 \mu\text{V}$ (ms)	μV RMS en 40ms terminales
Criterios	-	> 114	> 28	< 20
ALPUCH	2.61	96	37	18.6
AMART3	3.02	117	38	19.4
PEREZ	17.47	109	10	125.3

TABLA 6.IV.- Detección de VLP mediante técnicas en el dominio del tiempo.

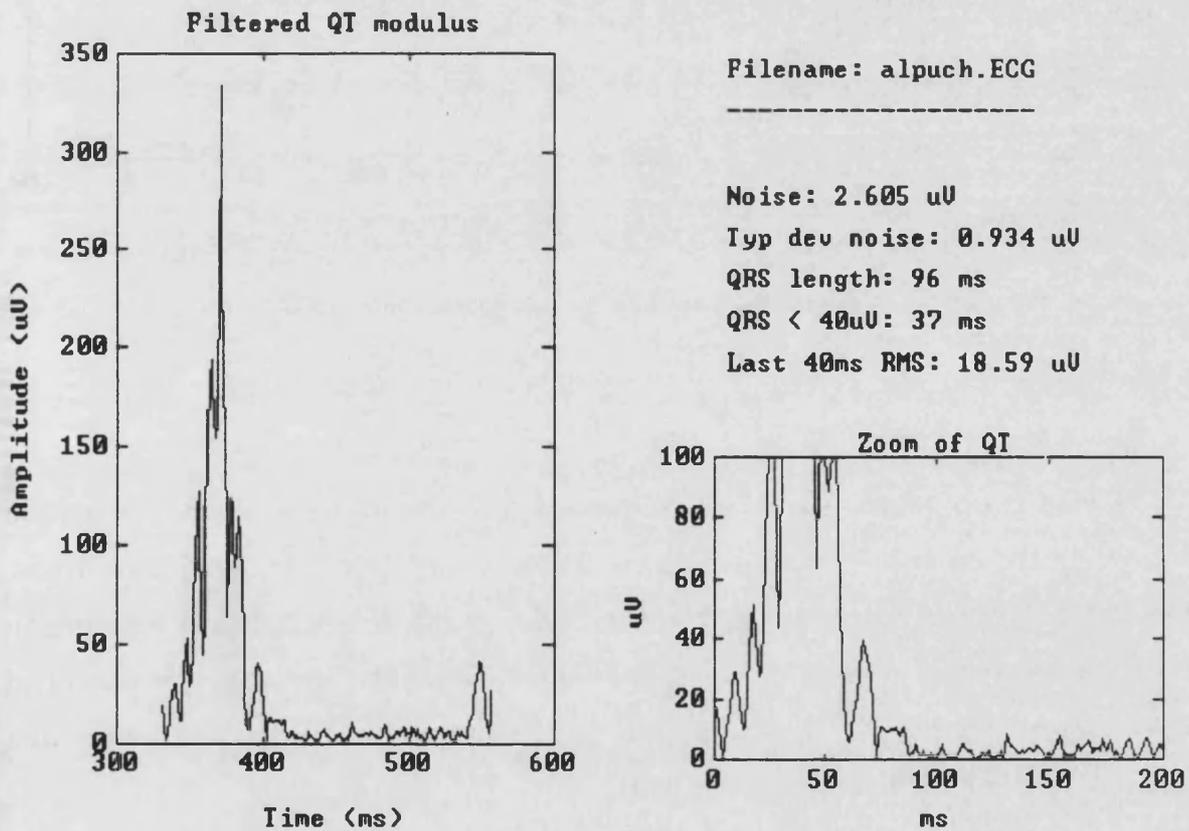


Figura 6.10.- Resultado de aplicar las técnicas temporales al registro "ALPUCH".

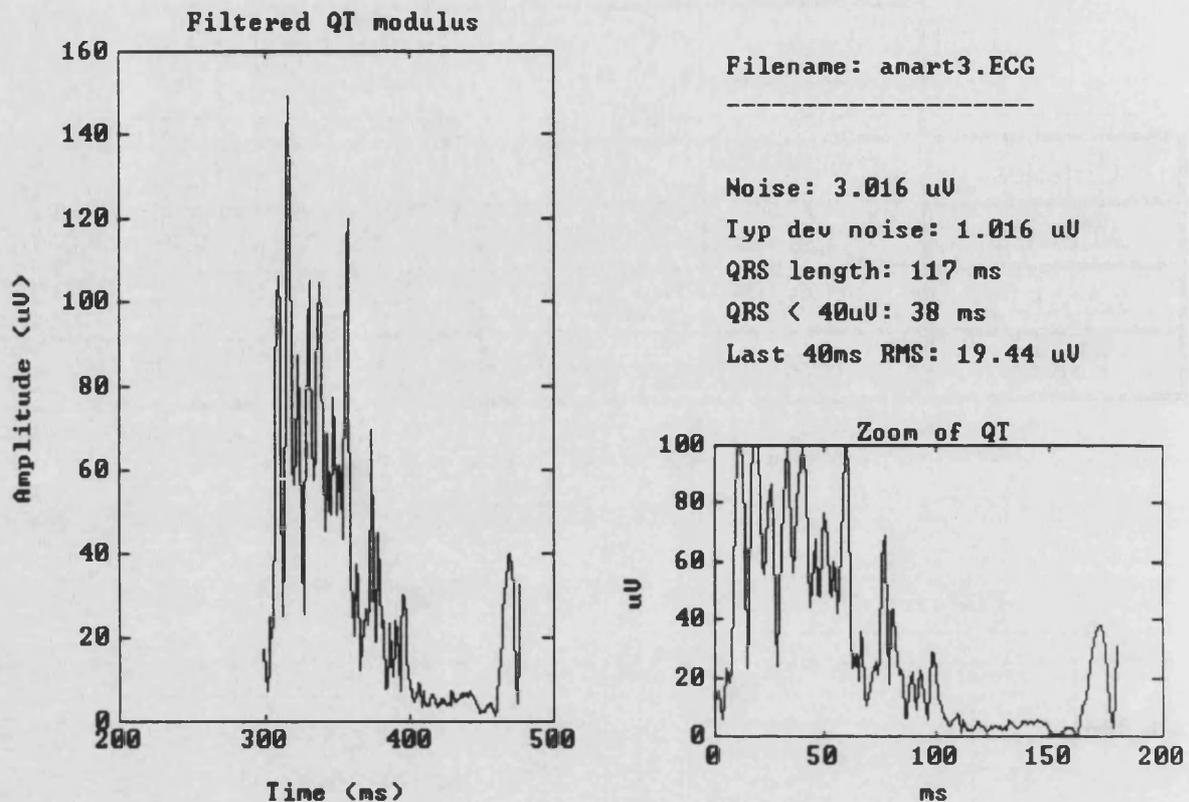


Figura 6.11.- Resultado de aplicar las técnicas temporales al registro "AMART3".

El estudio del registro "PEREZ" pone de manifiesto las limitaciones para la aplicación de los criterios habituales en el análisis temporal de señales ruidosas, ya que, mientras la duración del complejo QRS se fija dinámicamente en función del ruido presente, el resto de condiciones se basa en fijar umbrales de potencial absolutos que requieren la eliminación casi completa del ruido para evitar una sensibilidad respecto al nivel del mismo.

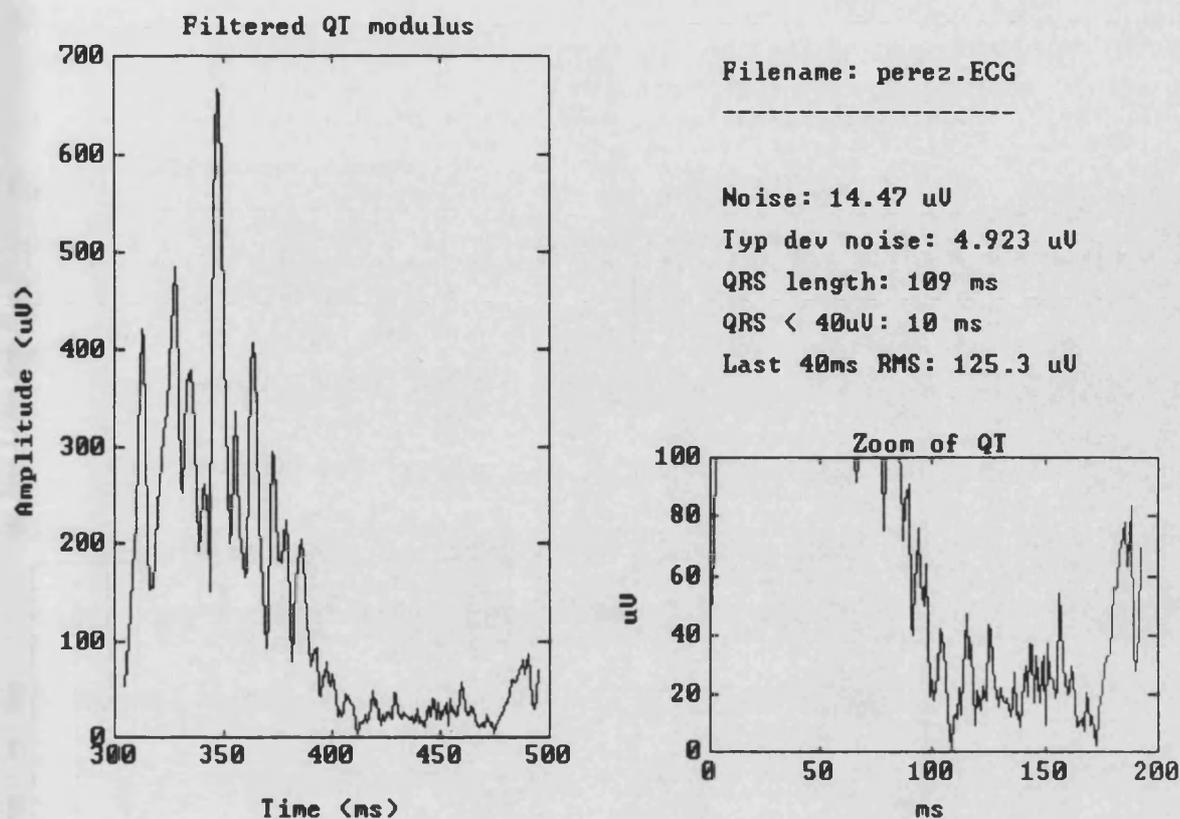


Figura 6.12.- Resultado de aplicar las técnicas temporales al registro "PEREZ".

Estas limitaciones son más acusadas si se pretende realizar un análisis pulso a pulso ya que los niveles de ruido son muy elevados, enmascarando completamente los posibles postpotenciales e invalidando los criterios aceptados para el análisis del ECG promediado. En la figura 6.13, se muestra el estudio de un latido individual del registro "AMART3" en el que se observa que el dato de la duración del intervalo terminal del QRS, con menos de $40 \mu\text{V RMS}$, no tiene sentido. Además se aprecia que la caracterización del nivel de ruido deja de ser adecuada ya que se obtiene una dispersión muy grande en este parámetro y por extensión, en todos los demás. Por tanto, mientras no se reduzca el nivel de ruido por debajo de $5 \mu\text{V RMS}$, bien mediante un promediado temporal o espacial suficientemente eficaz, bien mediante técnicas de filtraje adaptativo, los criterios

expuestos resultan inadecuados.

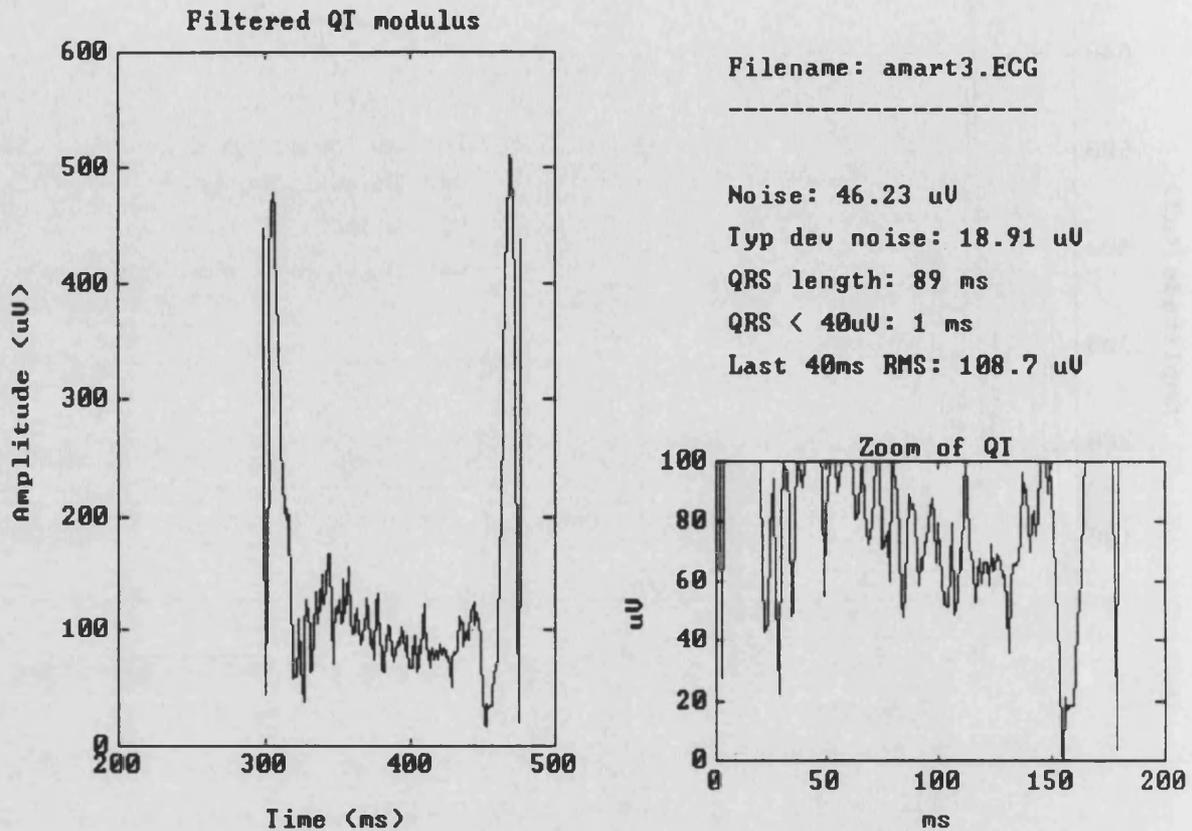


Figura 6.13.- Resultado de aplicar las técnicas temporales a un pulso individual de "AMART3".

6.6.2.- Análisis en el dominio de la frecuencia.

Vamos a proceder a analizar los mismos registros de ECG en el dominio de la frecuencia, lo que nos permitirá prescindir del filtrado bidireccional. Se planteará el problema de la estimación espectral mediante la Transformada de Fourier y la modelización paramétrica autoregresiva (AR), se señalarán ventajas e inconvenientes, se comprobará la posible sensibilidad de los métodos frente a la posición del tramo analizado y se tratará de justificar la consistencia de un

análisis latido a latido.

Se trabajará con tramos de 140 ms de la señal promediada; para ello, se fijará el fin del QRS y se tomarán los 40 ms del tramo terminal del complejo y los 100 ms iniciales del tramo ST. Este procedimiento, que atiende a criterios absolutos, se justifica si el resultado del análisis en el dominio frecuencial es poco sensible frente a variaciones en la duración del ST y a la elección del fin del QRS.

6.6.2.1.- Aplicación de la Transformada de Fourier.

En primer lugar, se muestra la variación que se obtiene al aplicar distintos procedimientos de cálculo de la Transformada de Fourier sobre un mismo registro. Sobre "ALPUCH" sin enventanar se aplica la FFT y sobre la señal preprocesada con una ventana Blackman-Harris (ver apartado 6.5) se ejecutan la FFT y la DFT (Figura 6.14). Para hallar la FFT, la señal se rellena de ceros hasta alcanzar la longitud correspondiente a la potencia de dos más cercana (256 puntos). De esta forma se obtiene una resolución espectral aparente de 3.9 Hz. La DFT se aplica sobre la señal con la longitud real (140 ms), lo que corresponde a una resolución de 7.14 Hz. Estas resoluciones son todavía demasiado optimistas ya que no hemos tenido en cuenta el efecto de la ventana, que equivale a una reducción efectiva de la longitud del intervalo analizado.

El único parámetro empleado será el de la relación de áreas (ver apartado 6.5), ya que, debido a la pobre resolución espectral que se consigue, la posición del máximo es prácticamente constante y el número de armónicos que componen cada banda es tan reducido que la distinción entre la aportación global y las debidas a los máximos de cada banda parecen irrelevantes.

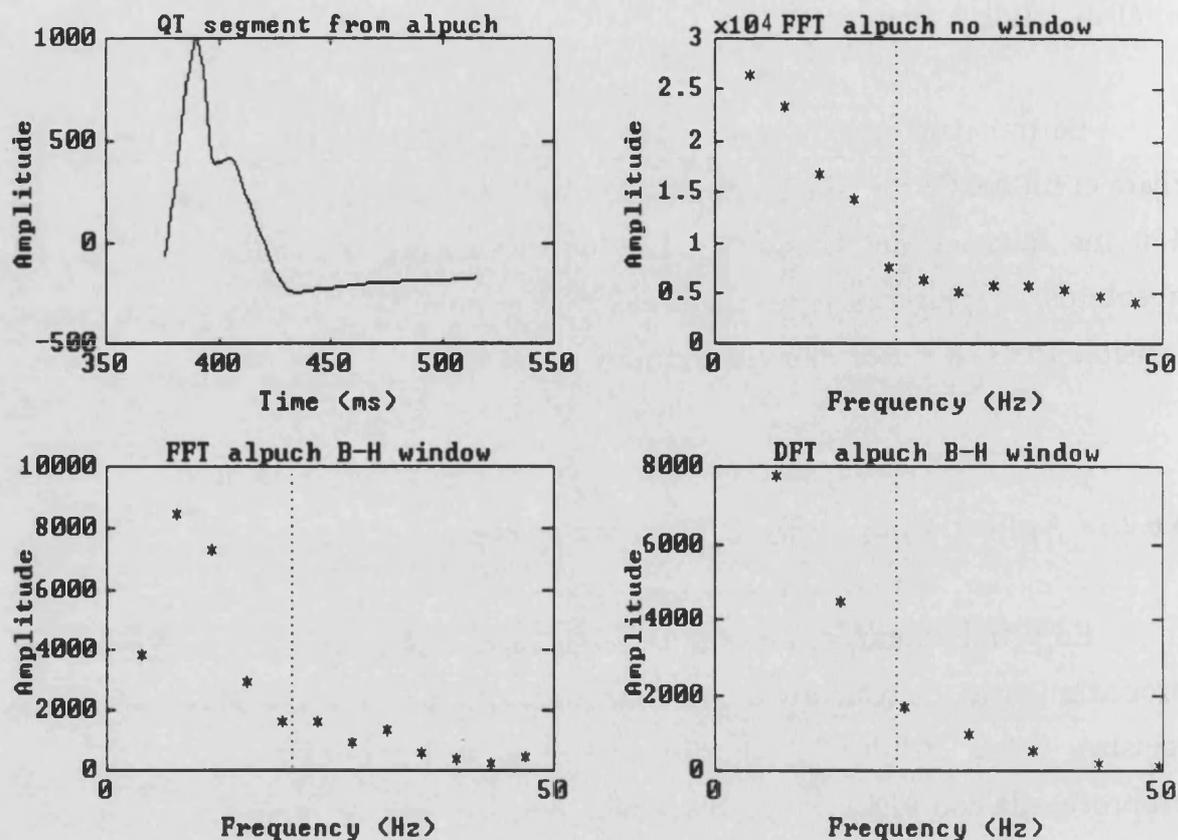


Figura 6.14.- Transformada de Fourier del módulo del registro "ALPUCH".

Los resultados del análisis de los tres registros (Tabla 6.V) muestran la dependencia de la relación entre áreas del método empleado para calcular la Transformada de Fourier. De la misma forma, se aprecia de manera palpable el reducido número de armónicos de que se dispone en esta zona del espectro.

	FFT sin ventana	FFT ventana B-H	DFT ventana B-H
ALPUCH	226.8	116	138
AMART3	210.8	79.6	43.4
PEREZ	127.4	95.1	92.3

TABLA 6.V.- Relación entre áreas para distintos métodos de cálculo de la TF.

A partir de este momento aplicaremos a los registros la ventana de Blackman-Harris, añadiremos ceros hasta completar 256 puntos y ejecutaremos la FFT por ser el algoritmo más rápido para un microprocesador convencional.

Como sólo se define un posible marcador de la presencia de postpotenciales, se suele recurrir a aplicar también la técnica sobre cada una de las tres componentes obtenidas a partir de las derivaciones de Frank (Figura 6.15).

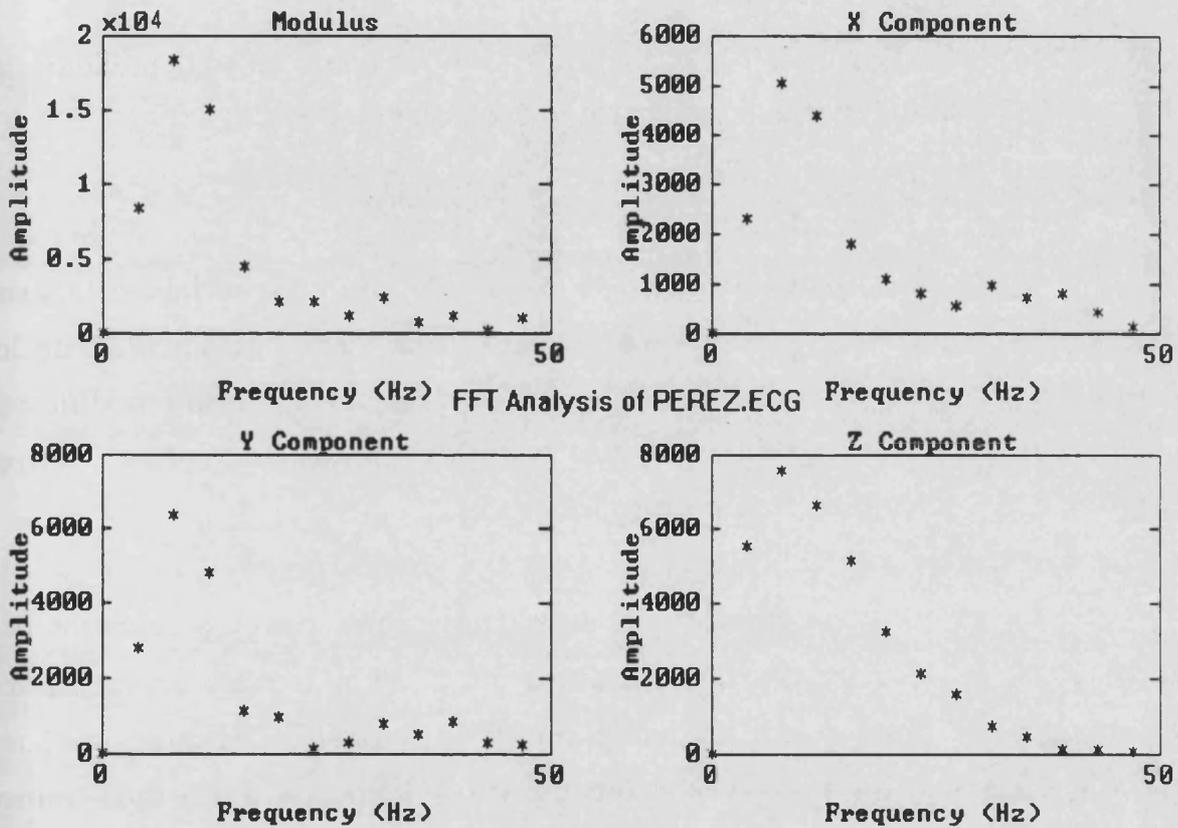


Figura 6.15.- Análisis de la FFT de las componentes del registro "PEREZ".

Los resultados que se obtienen para cada uno de los tres registros aparecen en la Tabla 6.VI, donde se observa que, efectivamente, las componentes sí parecen aportar información adicional.

	Módulo	Componente X	Componente Y	Componente Z
ALPUCH	116	138.8	61.4	112
AMART3	86.7	91.6	94.5	93.4
PEREZ	95.1	164.5	110.6	96.3

TABLA 6.VI.- Relación entre áreas para el módulo y las componentes de registros ECG.

Los valores obtenidos son asemejables a los que aparecen en la bibliografía [Cain-85] para individuos con taquicardia ventricular.

Diversos investigadores, han realizado estudios sobre la sensibilidad del método respecto a la longitud del registro [Kelen-87] y al punto inicial del análisis [Worley-88]. Los resultados de Kelen indicaban una mayor variabilidad de lo previsible, afirmaba que una variación de 3 ms en el registro analizado modificaba sustancialmente los resultados, por otro lado, los análisis de Worley y otros grupos de investigadores eran poco concluyentes.

Se ha tratado de reproducir análisis equivalentes para los registros de trabajo. Para estudiar la influencia del punto inicial, se ha tomado un segmento que va desde 60 ms antes del fin del QRS hasta el fin del ST. Del mismo se han extraído tramos de 100 ms con un solapamiento de 90 ms (es decir, cada tramo se inicia 10 ms más tarde que el anterior). En la figura 6.16 se reproduce el valor absoluto de la FFT del módulo promediado de "ALPUCH" para los tramos generados, se ha optado por una representación tridimensional vista desde 4 puntos para que se aprecie perfectamente la escasa variación de la PSD excepto en los tramos finales, y sólo si la duración del ST es grande.

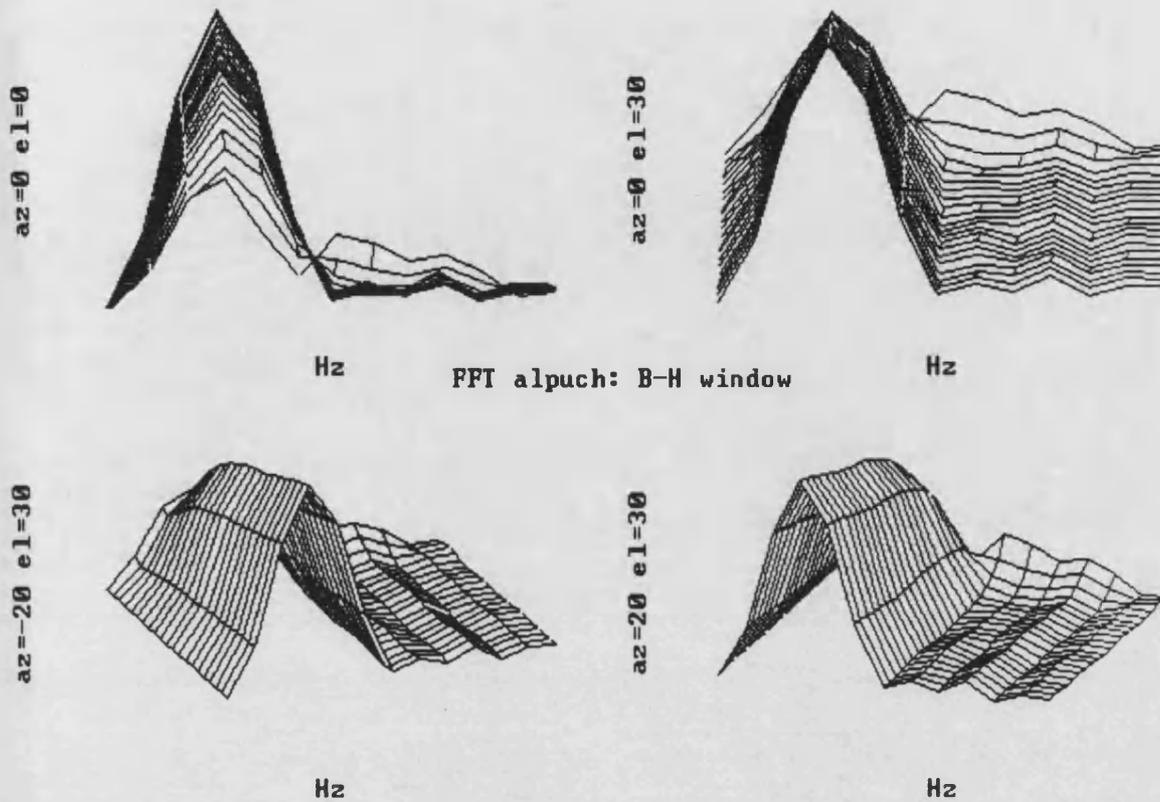


Figura 6.16.- FFT de "ALPUCH" con tramos de 100ms con origen distinto.

Se observa una escasa variación de la relación de áreas a partir de los primeros tramos, es decir, cuando el segmento ST tiene mayor peso que el complejo QRS (Figura 6.17). Teniendo en cuenta que la longitud de los registros habitual es de 140 ms, no existe una excesiva sensibilidad respecto al origen, en todo caso, se conseguiría una mayor robustez analizando exclusivamente el tramo ST. En la Tabla 6.VII aparecen las variables estadísticas fundamentales de las series generadas a partir de los valores de la relación de áreas.

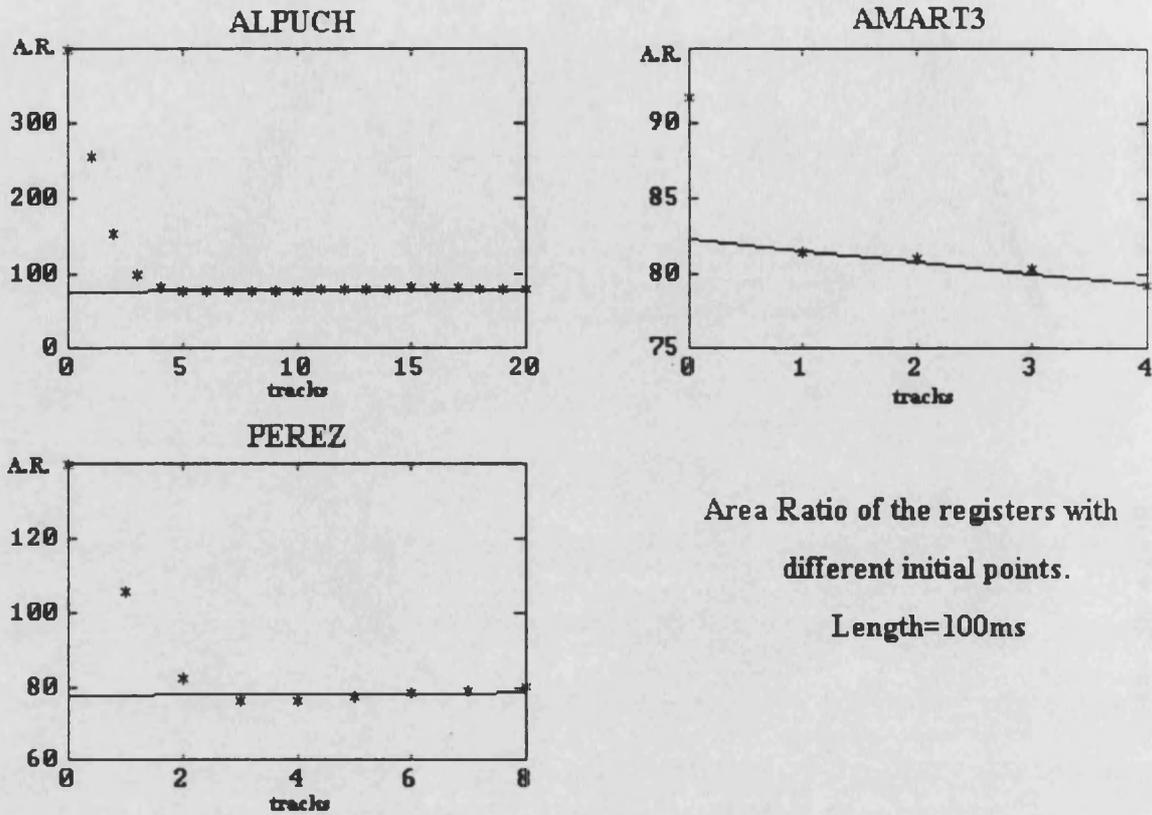


Figura 6.17.- Relación de áreas de los registro ECG de 100 ms con distinto origen.

	Núm pto	Máximo	Mínimo	Media	Desv std
ALPUCH	21	398.3	75.1	105.0	78.5
AMART3	5	91.7	79.1	82.6	51.2
PEREZ	9	139.6	75.8	88.0	21.4

TABLA 6.VII.- Parámetros estadísticos de las series de A.R. de los registros ECG con origen variable.

Respecto a la duración del registro se ha realizado la FFT de tramos de longitud variable, que van desde 60 puntos hasta abarcar todo el intervalo ST, con

saltos de 5 ms. El origen se fija 40 ms antes del fin del QRS. En la figura 6.18. se presenta el resultado de la aplicación del estudio al registro ALPUCH.

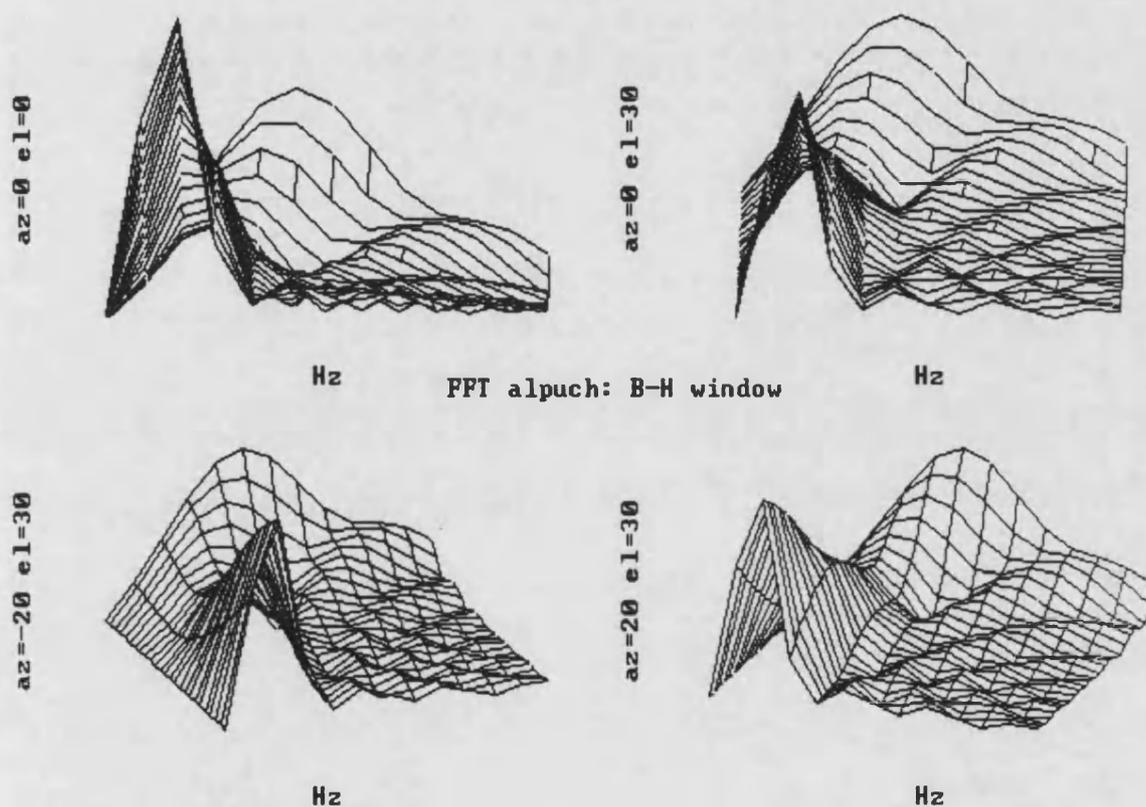


Figura 6.18.- FFT de "ALPUCH" con tramos de longitud variable.

Como cabía esperar, hay variaciones considerables de la relación de áreas, (Figura 6.19) sin embargo, la tendencia se parece mucho a lo previsible puesto que se reduce a medida que el segmento ST gana peso frente al complejo QRS. De los casos analizados parece desprenderse que una mayor longitud del tramo haría ganar en robustez al método. Sin embargo, el estudio ha de realizarse con precauciones puesto que la variación en la resolución redistribuye el PSD haciéndolo difícilmente comparable. En la Tabla 6.VIII aparecen las variables

estadísticas fundamentales de las series generadas a partir de los valores de la relación de áreas.

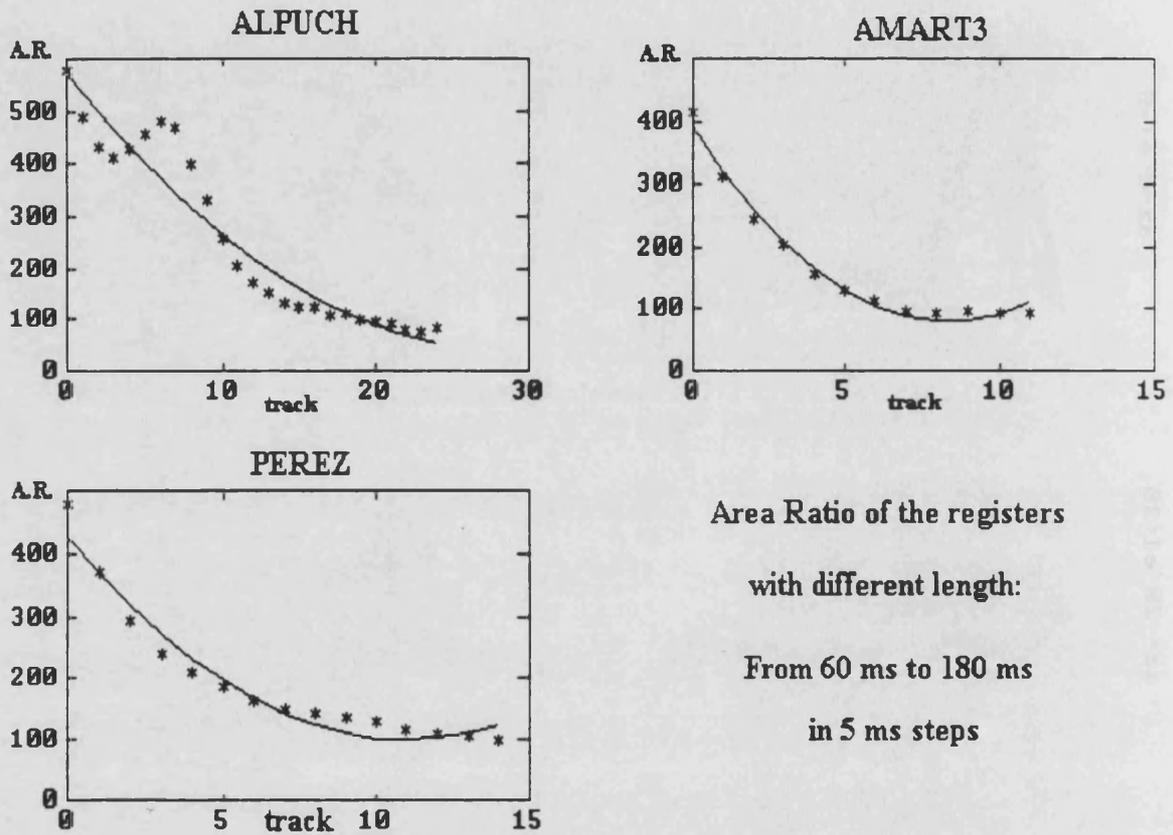


Figura 6.19- Relación de áreas de los registros ECG con duración variable.

	Núm ptos	Máximo	Mínimo	Media	Desv std
ALPUCH	25	575.5	74.4	252.9	169.5
AMART3	12	413.2	91.7	169.0	104.8
PEREZ	15	478.9	95.7	192.9	110.6

TABLA 6.VIII.- Parámetros estadísticos de las series de A.R. de los registros ECG con longitud variable.

6.6.2.2.- Aplicación de métodos paramétricos.

Para analizar los registros con técnicas paramétricas podemos tomar tramos de menor longitud sin sacrificar la resolución espectral, de esta forma, reducimos tiempo de cálculo y nos centramos en el tramo en el que más probabilidad hay de encontrar postpotenciales.

Para seleccionar la longitud de los segmentos sobre los que se va a trabajar, realizamos un estudio previo del orden del modelo más conveniente en distintos tramos del intervalo QT que podrían ser considerados como adecuados para la detección de los VLP. Estos van desde los 140 ms del segmento que se empleaba en los estudios anteriores hasta tramos de 40 ms ubicados alrededor del fin del QRS.

En la Tabla 6.IX, se muestran los tramos analizados y el orden del modelo seleccionado para cada tramo. Los puntos inicial y final se referencian respecto al final del complejo QRS y el orden se fija a partir del estudio de las gráficas de selección de orden. Los segmentos que se escogen para análisis posteriores son dos. El primero es el que se inicia 40 ms antes del fin del QRS con una duración de 140 ms para poder comparar resultados con los métodos anteriores, y el segundo, de 40 ms, se inicia 20 ms antes del fin de QRS, con objeto de tener un registro corto que reduzca el tiempo de proceso del PSD.

Las gráficas de selección de orden muestran la evolución de los distintos criterios en función del orden del modelo. El parámetro representado es una adaptación de la varianza del error de predicción, cuyo mínimo indica el orden del modelo AR óptimo.

6.- ESTUDIO DE LOS POTENCIALES TARDIOS

	Punto Inicial	Punto Final	Longitud (ms)	Orden modelo
ALPUCH	-40	+100	140	30
	-20	+80	100	41
	-20	+40	60	13
	-10	+50	60	30
	-10	+40	50	12
	-20	+20	40	10
	0	+40	40	20
AMART3	-40	+100	140	51
	-20	+80	100	50
	-20	+40	60	30
	-10	+50	60	22
	-10	+40	50	19
	-20	+20	40	15
	0	+40	40	20
PEREZ	-40	+100	140	44
	-20	+80	100	24
	-20	+40	60	30
	-10	+50	60	11
	-10	+40	50	18
	-20	+20	40	20
	0	+40	40	16

TABLA 6.IX.- Selección del orden del modelo AR para distintos tramos de los registros ECG.

La figura 6.20 muestra la aplicación de este análisis al registro ALPUCH en el tramo de 140 ms; del mismo se deduce que el mínimo se obtiene para un orden 30 según los criterios de FPE, MDL y AIC, y de orden 40 para el AIC. Sin embargo adoptamos el orden 30 pues se observa que la diferencia entre ambos no es significativa.

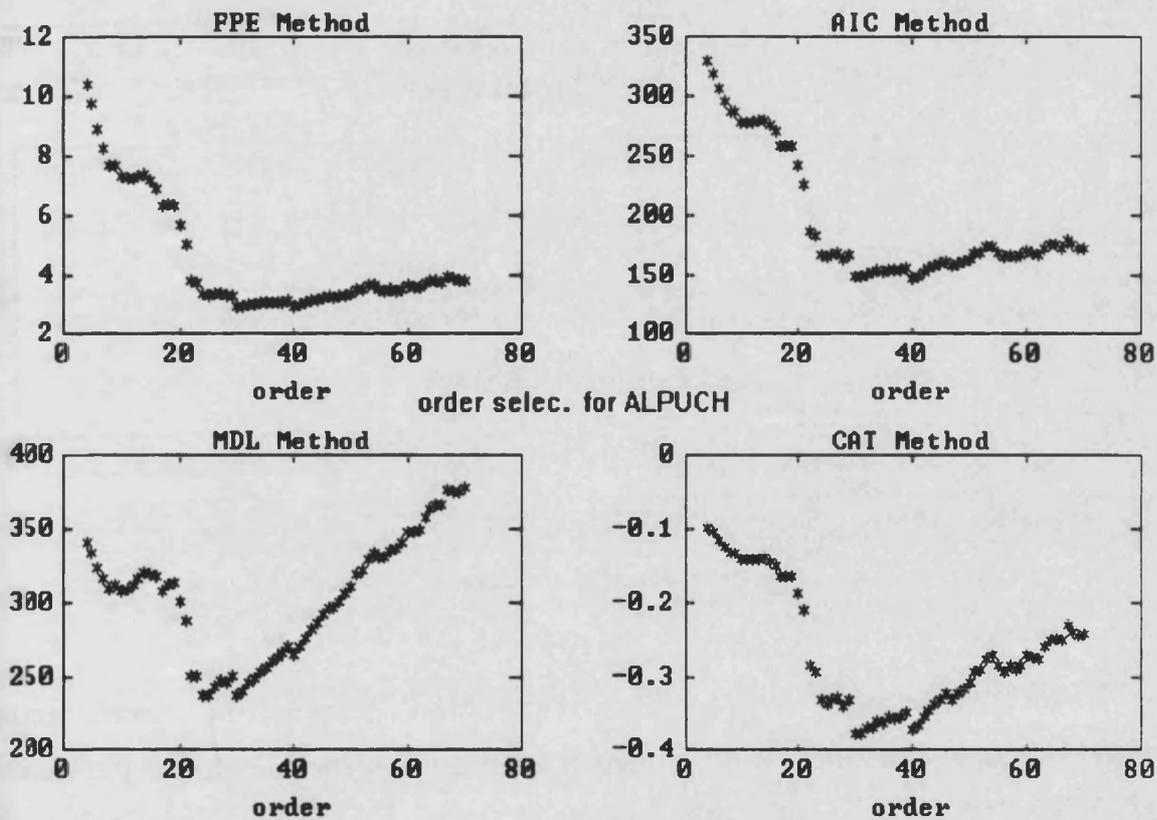


Figura 6.20.- Aplicación de los criterios de selección de orden al tramo de 140 ms de ALPUCH.

La figura 6.21 muestra el mismo análisis para el registro AMART3 en el tramo de 40 ms que se inicia 20 ms antes del fin del QRS. Se observa una coincidencia total de los cuatro criterios en la elección de un orden 15.

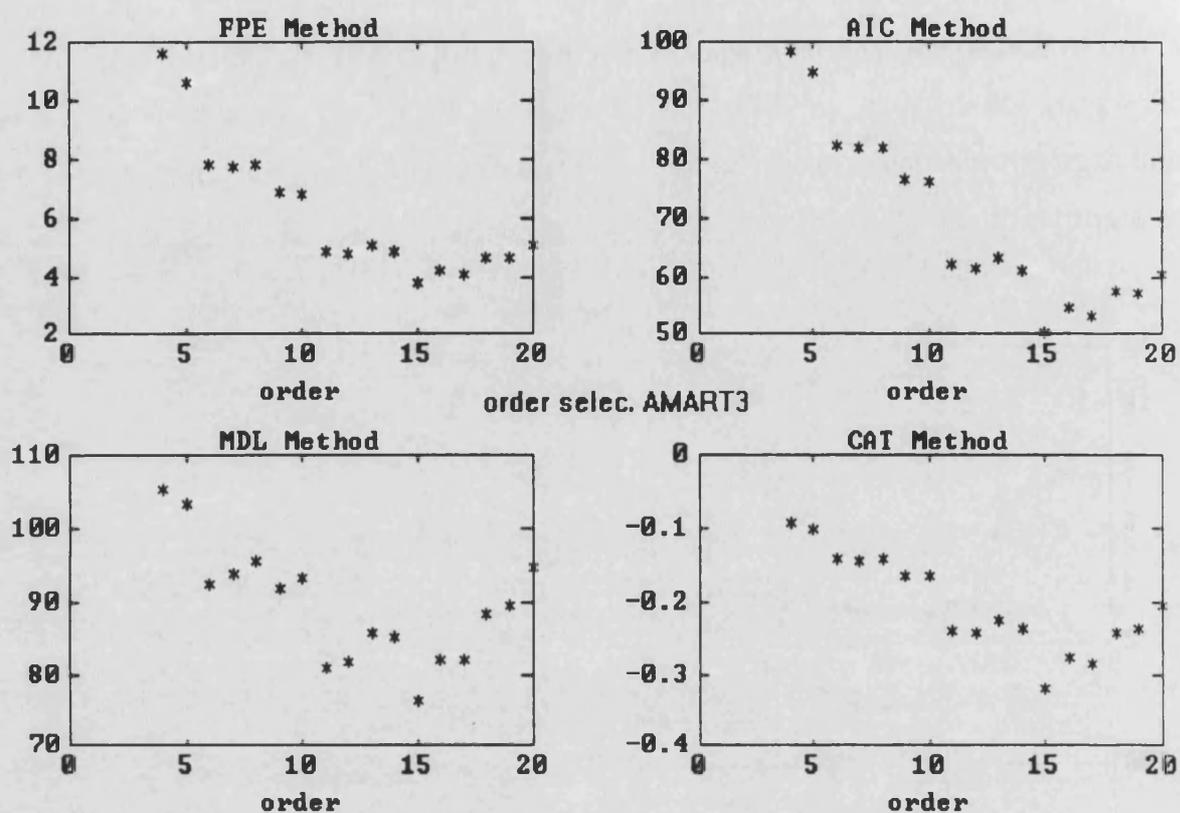


Figura 6.21.- Aplicación de los criterios de selección de orden al tramo de 40 ms de AMART3.

Los parámetros que se estudian al analizar el PSD son la relación entre áreas, la posición del máximo y su valor, tanto para el módulo como para cada una de las tres componentes ortogonales. En primer lugar, se trabaja sobre los registros promediados y para los dos tramos definidos con anterioridad. La resolución adoptada en la escala de frecuencias es de 1 Hz.

La figura 6.22 nos muestra el PSD en escala logarítmica, del segmento de 140 ms de ALPUCH, modelizado con un AR de orden 30 a partir del algoritmo "forward-backward".

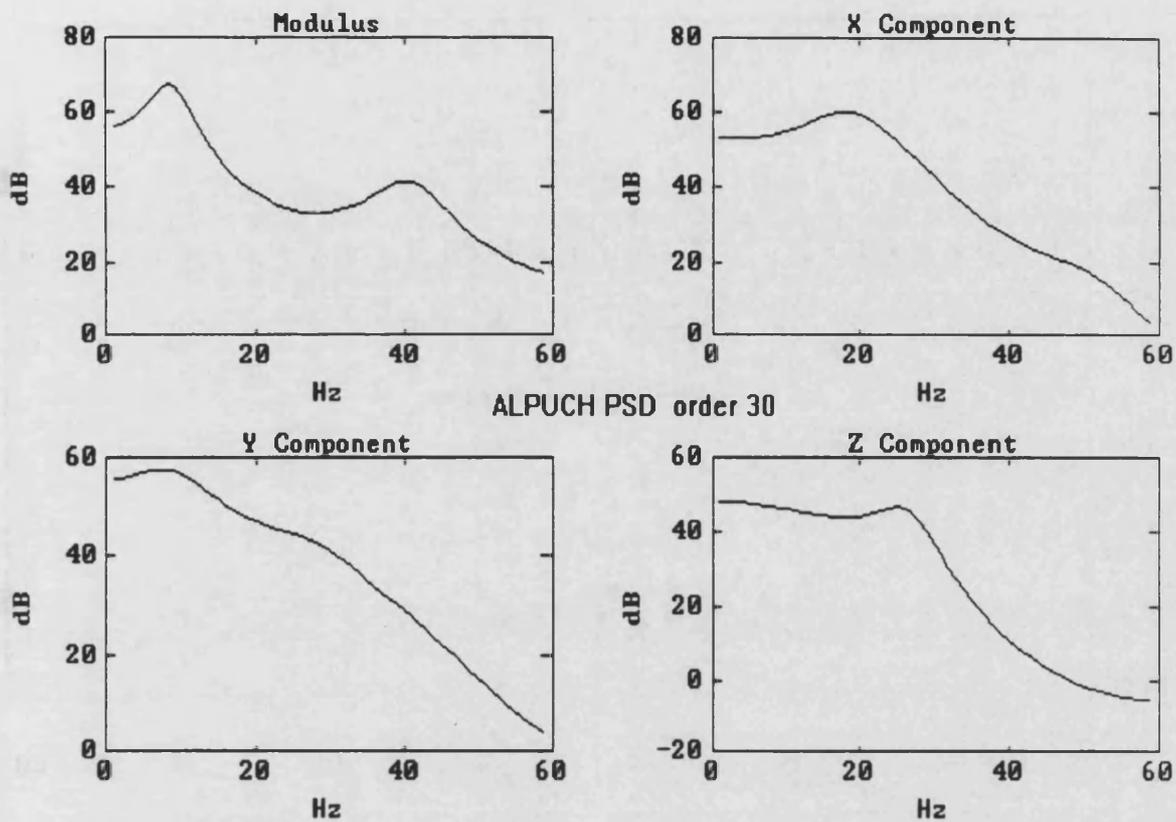


Figura 6.22.- PSD en escala dB del registro de 140 ms de ALPUCH. Modelo AR, orden 30.

La figura 6.23 nos muestra el PSD en escala logarítmica, del segmento de 40 ms de ALPUCH, modelizado con un AR de orden 10 a partir del mismo algoritmo "forward-backward", donde se distingue una variación apreciable respecto a la figura 6.22, pues el máximo estrecho que aparece a los 25 Hz en el registro de 40 ms, se ve enmascarado por los dos máximos de 10 y 45 Hz que predominan en el PSD del tramo de 140 ms.

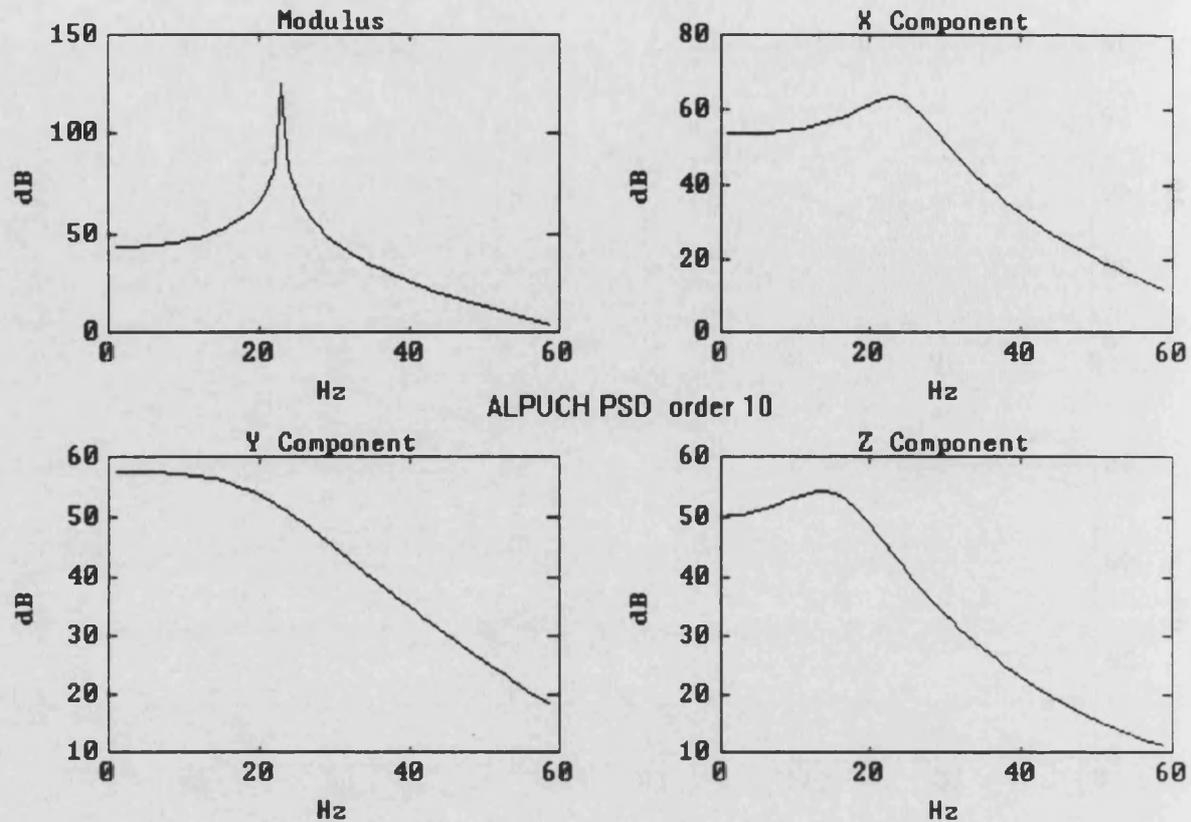


Figura 6.23.- PSD en escala dB del registro de 40 ms de ALPUCH. Modelo AR, orden 10.

Los parámetros obtenidos a partir del análisis de los tramos de interés de los tres registros se muestran en la Tabla 6.X para el tramo de 140 ms y en la Tabla 6.XI para el tramo de 40 ms. En ellas se aprecia que la frecuencia máxima es distinta para cada componente aportando información adicional al sistema (Ver Apéndice A2). Se observa una dispersión muy grande en los valores de la relación de áreas (A.R.) de los tres registros; esto puede estar relacionado con el hecho de que el orden del modelo sea distinto para cada señal. Aprovechando que el algoritmo empleado no produce espúreos en el PSD estimado, volveremos a analizar los registros escogiendo un orden común que no aumente el error de predicción de manera apreciable ni distorsione el espectro, pero nos permita comparar los parámetros con garantías.

6.- ESTUDIO DE LOS POTENCIALES TARDIOS

	Parámetro	Módulo	Compon. X	Compon. Y	Compon. Z
ALPUCH orden= 30	A.R.	38.8	270.1	125.5	277.3
	Fr Máx	8	18	7	2
	Ampl.	2298	1004	754.3	251.8
AMART3 orden= 51	A.R.	2.86	2.33	2.89	1.62
	Fr Máx	1	1	3	1
	Ampl.	1473	477.5	2428	3987
PEREZ orden= 44	A.R.	2.52	3.97	0.18	1.08
	Fr Máx	6	1	9	8
	Ampl.	32660	21770	2443000	76910

TABLA 6.X.- Parámetros obtenidos a partir del PSD de los tramos de 140 ms de los registros ECG.

	Parámetro	Módulo	Compon. X	Compon. Y	Compon. Z
ALPUCH orden=10	A.R.	138300	576.2	188	126.6
	Fr Máx	23	23	1	15
	Ampl.	1735000	1439	749.9	514.4
AMART3 orden= 15	A.R.	5.56	8.59	1.17	6.16
	Fr Máx	5	15	13	2
	Ampl.	822.4	23070	341900	1023
PEREZ orden= 20	A.R.	15.47	7.70	27.46	1.69
	Fr Máx	14	5	11	12
	Ampl.	128800	11830	3796	39950

TABLA 6.XI.- Parámetros obtenidos a partir del PSD de los tramos de 40 ms de los registros ECG.

La tabla 6.XII presenta la relación de áreas del tramo de 40 ms que se inicia 20 ms antes del fin del QRS, con el orden descrito como óptimo (10 para ALPUCH y 15 para AMART3) y con el orden 20, máximo recomendable. Los resultados nos muestran que, efectivamente, los parámetros analizados, y en particular la A.R. son muy sensibles respecto al orden del modelo escogido.

	Orden	Módulo	Compon. X	Compon. Y	Compon. Z
ALPUCH	10	138300	576.2	188	126.6
	20	4.91	223.2	74.2	94.8
AMART3	15	5.56	8.59	1.17	6.16
	20	27.7	20.7	2.65	7.53

TABLA 6.XII.- Relación entre áreas a partir del PSD con modelos AR de tramos de 40 ms.

Esto representa un contratiempo importante para la aplicación de estas técnicas puesto que el algoritmo ya de por sí exhaustivo, ha de completarse con un preprocesamiento y análisis de cada registro (incluyendo cada una de las componentes) para determinar el orden del modelo adecuado en cada caso.

Lo mismo ocurre en el caso del procesado latido a latido donde se ha conseguido paliar algo el enmascaramiento de la señal debida al ruido a base de realizar procesamientos ad-hoc computacionalmente costosos sobre cada registro individual.

En resumen, concluimos que estas técnicas, en el estado actual de comprensión del problema, y dadas las características del mismo, resultan demasiado complejas y elaboradas para su aplicación rutinaria en la detección de los potenciales tardíos ventriculares.

6.7.- Análisis con métodos no paramétricos alternativos.

En el capítulo 4 se describieron métodos de estimación espectral distintos a los aplicados hasta el momento para el estudio de los potenciales tardíos.

En primer lugar, observamos que la banda de interés dentro del espectro es muy pequeña, en concreto un 10%. Esto nos lleva a pensar en la posibilidad de sustituir la DFT por alguno de los algoritmos alternativos descritos en el punto 4.1.1.3. Como hemos comentado en 6.6.2.1, empleando tramos reales de 140 ms, la resolución espectral es de 7.14 Hz lo que supone 2 puntos en la banda [0-20 Hz] y 5 puntos en la [20-50Hz], esto supone que solo 7 puntos bastan para definir la zona de interés del espectro.

El algoritmo de Goertzel supera en rapidez al de la FFT cuando lo que nos interesa en una parte de la transformada en frecuencia. Del análisis de la carga computacional de ambos algoritmos se deduce que la FFT es más rápida cuando el número de muestras en frecuencia que se requiere es:

$$M > \log_2 N$$

donde N es la longitud del registro. Como la FFT se aplica sobre un registro de longitud $256=2^8$ (por el "zero-padding"), ello supone que la frontera está en 8 puntos.

En la Tabla 6.XIII, presentamos una comparativa de la relación entre áreas calculada con la Transformada de Fourier del módulo de la señal de 140 puntos con ventana Blackman-Harris, calculadas a partir del algoritmo de la FFT ("zero padding" hasta 256) y a partir del algoritmo de Goertzel. Se aprecia como en algunos casos la variación es realmente importante, debido a que se trabaja con muy pocos puntos y hay una gran sensibilidad respecto a la ubicación de los

valores en el dominio de la frecuencia.

A.R.	FFT	Goertzel	% Diferencia
ALPUCH	116	138	17
AMART3	79.6	43.4	59
PEREZ	95.1	92.3	3.0

TABLA 6.XIII.- Relación entre áreas a partir del PSD obtenido con los algoritmos de la FFT y de Goertzel.

La aplicación del algoritmo de Goertzel para el cálculo del PSD de 0 a 50 Hz, permite aumentar la rapidez del mismo, cuestión importante en aplicaciones de tiempo real.

Por otro lado, recordemos que la Transformada Chirp-Z nos permitía aumentar el número de muestras en una banda del espectro. Con este sistema se ha conseguido hasta triplicar este número en la banda de interés, manteniendo la coherencia del método.

Una aproximación distinta es la recursiva propuesta por Konvalinka (ver punto 4.3.2). Recordemos que la FFT, como estimador, tiene una varianza que no se anula al aumentar el número de muestras. El inventanado permite reducir la varianza a costa de aumentar la desviación. Con la aplicación del algoritmo recursivo conseguimos obtener un estimador consistente pues, en el límite, el estimador no tiene desviación y su varianza tiende a cero según la relación:

$$\text{var} [P_x(\omega)] = \frac{E_w}{N} P_x^2(\omega)$$

como ejemplo, dado un registro de 256 puntos con ventana de Blackman-Harris, la varianza es de: $0.3048 \cdot P_x^2(\omega)$

La aplicación práctica de este método ha dado resultados similares a la aplicación de los algoritmos de Goertzel o bien al cálculo directo de la DFT en bastantes de los casos. La convergencia se ha conseguido con un número bajo de iteraciones (entre 4 y 6), pero eso supone un incremento grande de la carga computacional, mayor que en los AR y menor que en los ARMA, por lo que su aplicación como técnica rutinaria requeriría un estudio exhaustivo que pudiera demostrar una mejora en la función de marcador de presencia de postpotenciales. Recordemos que el objetivo final no es disponer de un estimador sumamente preciso del espectro de potencias de la señal sino un eficaz marcador de potenciales tardíos.

6.8.- Análisis espectrotemporal.

El dominio del tiempo es el marco de representación habitual de una señal: se dibujándose la amplitud de la misma frente al tiempo como ocurre en el electrocardiograma convencional. El dominio de la frecuencia supone otra perspectiva de análisis de la señal: se muestra la amplitud de las componentes sinusoidales frente a su frecuencia en hercios. Ambas aproximaciones son intercambiables y contienen la misma información.

La activación ventricular retardada al inicio del segmento ST del electrocardiograma puede ser recogida en la superficie del cuerpo con una amplitud muy baja (entre 1 y 10 μV). La detección de estas señales está en el límite de las prestaciones de la tecnología y la separación de la interferencia que supone el ruido es un problema muy complejo. Los métodos actualmente aplicados en estudio en el dominio del tiempo, basados en una alta amplificación y promediado posterior tienen limitaciones muy concretas:

1) Las señales deben ser filtradas con un pasa-alta y los resultados dependen del tipo de filtro y su frecuencia de corte.

2) Los tramos de señal analizados abarcan desde el inicio hasta el final del complejo QRS filtrado, puntos que se definen en función del nivel de ruido, por lo cual, éste resulta ser un factor primordial en la clasificación de los pacientes.

3) Los sujetos con un bloqueo total de rama deben ser excluidos de este tipo de análisis.

4) La relación señal-ruido, habitualmente baja, impide un análisis latido a latido para la detección de potenciales tardíos ventriculares.

Estos problemas, inherentes a la metodología en el dominio del tiempo, son la causa de los resultados discrepantes que diversos autores y dispositivos comerciales obtienen al estudiar el mismo tipo de pacientes. La aproximación desde el espectro de potencias se propuso como una manera nueva de abordar el problema, basándose en la idea de que una activación retardada del ventrículo debería estar caracterizada por un contenido importante de altas frecuencias en el segmento ST, normalmente de frecuencia mucho más baja.

Asumiendo que la Transformada de Fourier es el medio más común y fácil de calcular el espectro de potencia de una señal, esta técnica presenta una serie de limitaciones que deben ser tenidas en cuenta en todo momento. Se obtienen resultados excelentes para señales periódicas de longitud infinita y el ECG es un buen ejemplo de lo contrario. La activación tardía del ventrículo podrá ser detectada a través de un análisis espectral siempre que, la resolución espectral del algoritmo aplicado sea suficiente para distinguir las componentes de alta frecuencia en el intervalo ST y el rango dinámico permita la evaluación de las pequeñas deflexiones (unos pocos microvoltios) del segmento. Las señales finitas aperiódicas como el ECG pueden ser estudiadas a través de la FFT teniendo en

cuenta que:

1) La longitud del segmento es el principal determinante de la resolución espectral. Los tramos largos ofrecen una buena resolución pero son inadecuadas para el análisis de señales que, como los postpotenciales, tienen una duración breve, ya que la contribución relativa al espectro será menor cuanto mayor sea su duración. Por otro lado, la inclusión de partes del complejo QRS en el estudio aumentan el contenido espectral en altas frecuencias, en función del tramo incluido, luego ¿cuál es el segmento a tomar?.

2) Resulta necesario convertir las señales aperiódicas en otras "pseudoperiódicas", eliminando las frecuencias artificiales generadas por las discontinuidades en los extremos del segmento. Para ello, se recurre al enventanado de la señal, pero ¿cuál es la ventana más adecuada?. Como se justificó (ver punto 6.5.1), la ventana de Blackman-Harris ofrece los mejores resultados gracias a su mayor rango dinámico, aunque se deteriore la resolución espectral.

3) Ha de eliminarse la componente de continua presente en las señales reales. La FFT sólo ofrece buenas estimaciones de la amplitud de las frecuencias bajas si se trabaja con señales con media cero. Esto no es tenido en cuenta por algunos autores.

4) La normalización del espectro es práctica habitual en este tipo de estudios, sin embargo, el valor de la componente fundamental depende de la longitud del segmento y de una serie de factores que no tienen relación con la activación ventricular retardada.

Una forma de aplicar las técnicas espectrales sin perder de vista el dominio temporal y resolviendo además el problema de la definición del tramo de interés es la aplicación de técnicas espectro-temporales. Se basan en aplicar la FFT sobre

tramos del registro, de la misma longitud, ligeramente desplazados entre sí y su representación en un gráfico tridimensional que muestre la evolución del FFT durante este tiempo.

Para ilustrar este análisis dibujamos la representación espectro-temporal del registro PEREZ, teniendo en cuenta que la zona de estudio abarca desde 40 ms antes del fin del QRS hasta el fin del ST, tomando tramos de 80 ms con una separación de 4 ms entre ellos, y aplicando la FFT de 256 puntos (aplicando la técnica del "zero-padding" con objeto de mejorar la apariencia tridimensional de las curvas en el ancho de banda que interesa estudiar) con ventana de Blackman-Harris (Figura 6.24).

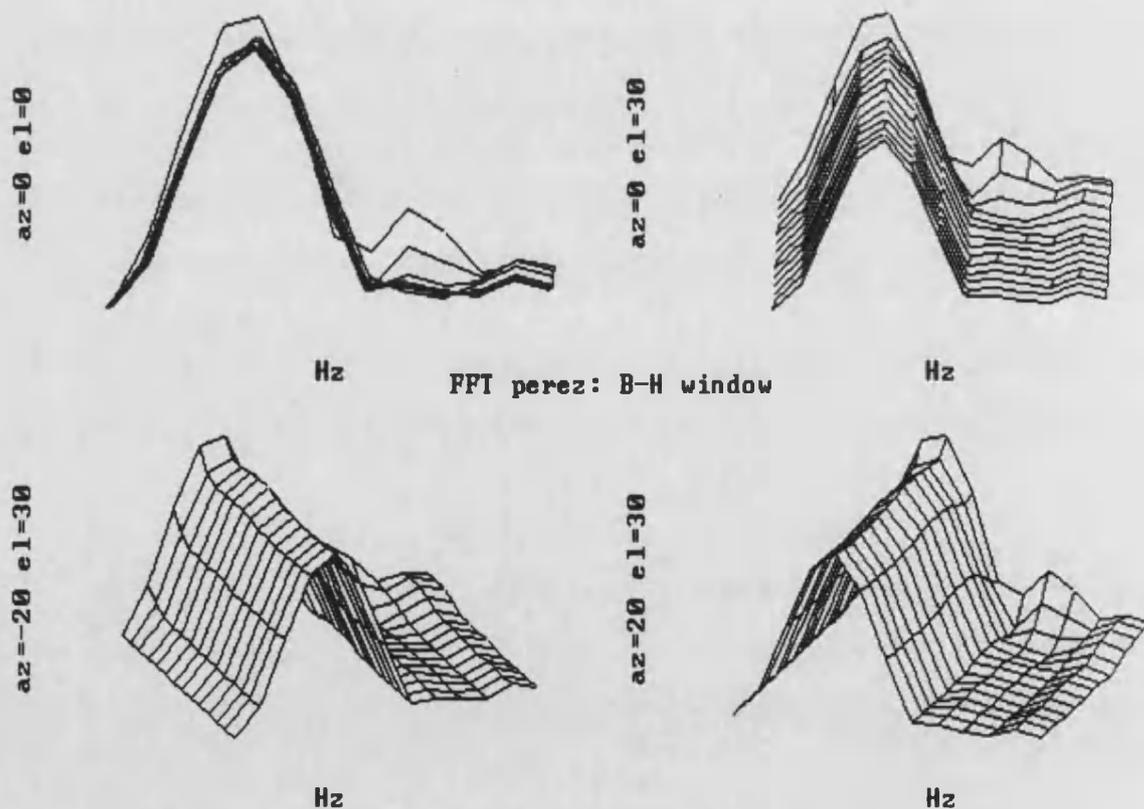


Figura 6.24.- Evolución temporal del PSD de PEREZ. FFT con ventana Hanning.

Sin embargo, esta técnica comporta un acortamiento de los tramos de estudio que se traduce en una pérdida de la resolución espectral. Ello nos lleva a sugerir la aplicación de otras técnicas que permitan la obtención de mejores estimadores del PSD para tramos cortos como es el caso de la parametrización con modelos AR (Figura 6.25).

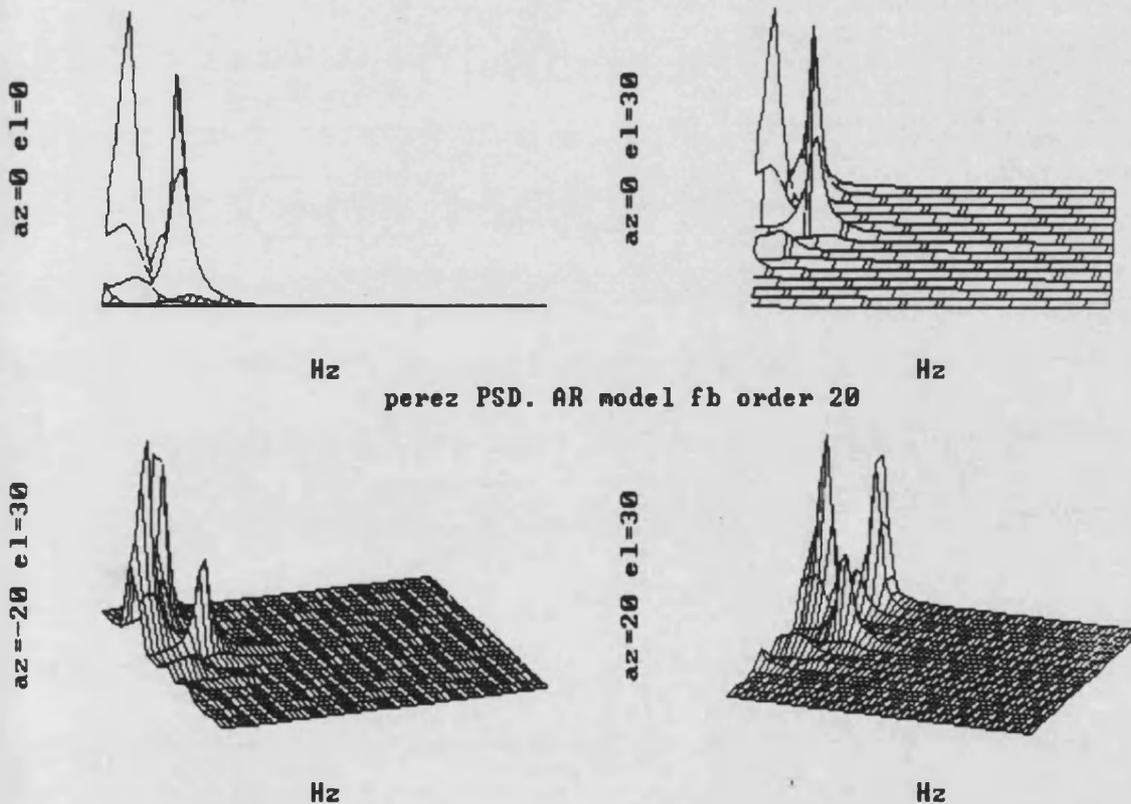


Figura 6.25.- Evolución temporal del PSD de PEREZ. Modelo AR, orden 20.

Igual que en el punto anterior, la modelización AR no parece dar estimadores espectrales adecuados ya que se aprecia una marcada sensibilidad respecto al orden seleccionado, lo que ralentiza el proceso de manera poco justificable.

Si analizamos la evolución del parámetro A.R. (Figura 6.26), puede apreciarse como las componentes de alta frecuencia tienen un mayor peso en los primeros segmentos, ya que en estos el complejo QRS es preponderante, mientras que en los últimos, las bajas frecuencias dominan en el espectro. Los resultados de la modelización AR son contradictorios y parecen señalar la evolución contraria, si bien, no deben ser considerados más que como prueba de la complejidad y falta de robustez de este enfoque.

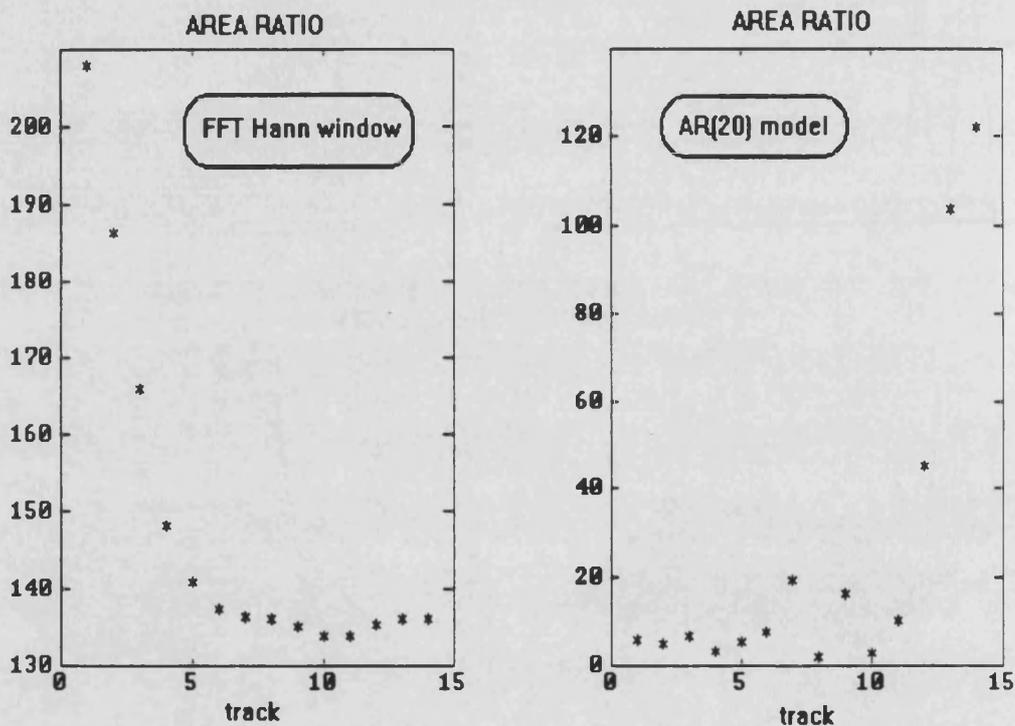


Figura 6.26.- Evolución del parámetro A.R. en el PSD de PEREZ. Métodos FFT y AR(20).

Haberl et al. [El-Sherif-92] proponen analizar estos registros desde una perspectiva distinta. En primer lugar, se considera el espectro en toda su banda (hasta 300 Hz) y en segundo, no se estudia el PSD de cada tramo aisladamente sino la similitud que existe entre ellos. Para ello toman 60 tramos, y, basándose en la correlación, definen un "factor de normalidad" que es la media de los

coeficientes de correlación de los tramos 40 a 55 dividido por la media de los coeficientes de los primeros 15 tramos, multiplicado por 100. Los valores del factor de normalidad van del 0 al 100 %, considerándose como anormales los que están por debajo del 30%.

Los tres registros comentados en el capítulo dan un resultado muy similar al aplicar esta técnica. En la figura 6.27 se presenta la representación espectro-temporal del registro ALPUCH en las mismas condiciones que antes pero trabajando con FFT de 128 puntos y representando todo el ancho de banda (desde 0 hasta los 300 Hz fijados por el filtro antialiasing).

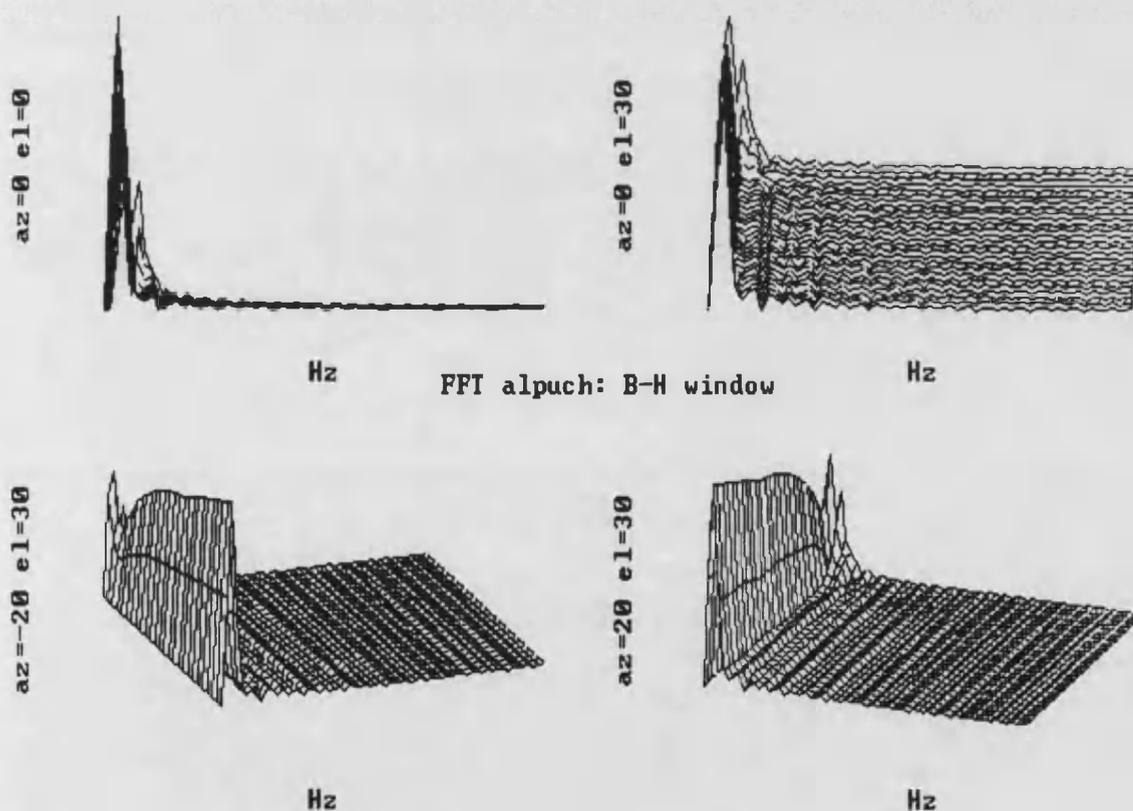


Figura 6.27.- Representación espectro-temporal del registro ALPUCH a través de la FFT.

CAPÍTULO 7

ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DEL INTERVALO RR

Una de las líneas de investigación actual más activa dentro del procesado de señal en electrocardiografía es el análisis de la variabilidad del pulso cardíaco (HRV) y su relación con cardiopatías, en particular con la mortalidad post-infarto de miocardio. En el presente capítulo se pretende describir el problema, revisar de una forma crítica los procedimientos descritos en la bibliografía bajo el ámbito del procesado de la señal, y plantear posibles métodos de análisis alternativos dentro del dominio de la frecuencia y la modelización de sistemas.

7.1.- Descripción del problema.

El ritmo cardíaco (HR) queda definido por la sucesión de ciclos cardíacos consecutivos. Un ciclo cardíaco es el tiempo que transcurre entre dos ondas P consecutivas, que indican el momento en el que se origina el impulso eléctrico en el nodo sinusal, sin embargo, a efectos prácticos suele emplearse el intervalo R-R como estimador del HR ya que se ha ilustrado abundantemente la igualdad de ambos marcadores y el punto R en el ECG resulta mucho más fácil de determinar por tratarse, en casos normales, de un pico abrupto y de gran amplitud. El análisis se realiza sobre pulsos normales, de forma que los aberrantes se excluyen del tratamiento.

Las fluctuaciones pulso a pulso en los parámetros hemodinámicos reflejan la presencia de una serie de perturbaciones fisiológicas al sistema cardiovascular y la respuesta dinámica de sus mecanismos de control a estas alteraciones. Por ejemplo, las variaciones en la resistencia vascular periférica debidas a la regulación del flujo sanguíneo para adecuar el riego local a la demanda, pueden perturbar la presión sanguínea y, a través del reflejo barorreceptor, desencadenar mecanismos compensatorios variando el HR [Cromwell-80].



Mediante el análisis de las componentes frecuenciales del HR y otros parámetros hemodinámicos, se ha demostrado que el estudio de la regulación autónoma de la función cardiovascular, puede resultar un marcador de riesgo en pacientes con cardiopatía [Myers-86], por ejemplo, la cuantificación de la actividad del sistema nervioso simpático y parasimpático puede jugar un importante papel en la comprensión de las bases fisiopatológicas del fallo cardíaco congestivo crónico [Saul-88].

Las oscilaciones del HR debidas al efecto de la respiración (normalmente por encima de 0.15 Hz) son transmitidas principalmente a través del nervio vago. Por tanto, la cuantificación de estas variaciones caracteriza la respuesta del nodo sinusal a las fluctuaciones en la actividad vagal a la frecuencia respiratoria y por tanto pueden estar correlacionadas con el nivel medio de esta actividad. Las oscilaciones del HR por debajo de los 0.15 Hz pueden ser debidas a influencias simpáticas y parasimpáticas, con lo cual pueden reflejar las interacciones de ambos tipos estímulos en la respuesta del nodo sinusal.

Diversos autores [Akselrod-85] han demostrado que las oscilaciones del HR en tramos cortos (hasta 5 minutos) se concentran en tres picos del espectro (Figura 7.1). Un pico está centrado en la frecuencia respiratoria, por tanto, se desplaza si hay cambios en la misma; esta relación era conocida desde hace siglos. El segundo pico, descrito hace un siglo, aparece entre 0.1 y 0.15 Hz y ha sido relacionado con la respuesta frecuencial del reflejo barorreceptor. Del tercer pico, entre 0.04 y 0.08 Hz, se postula su relación con las fluctuaciones termorreguladoras del tono vasomotor.

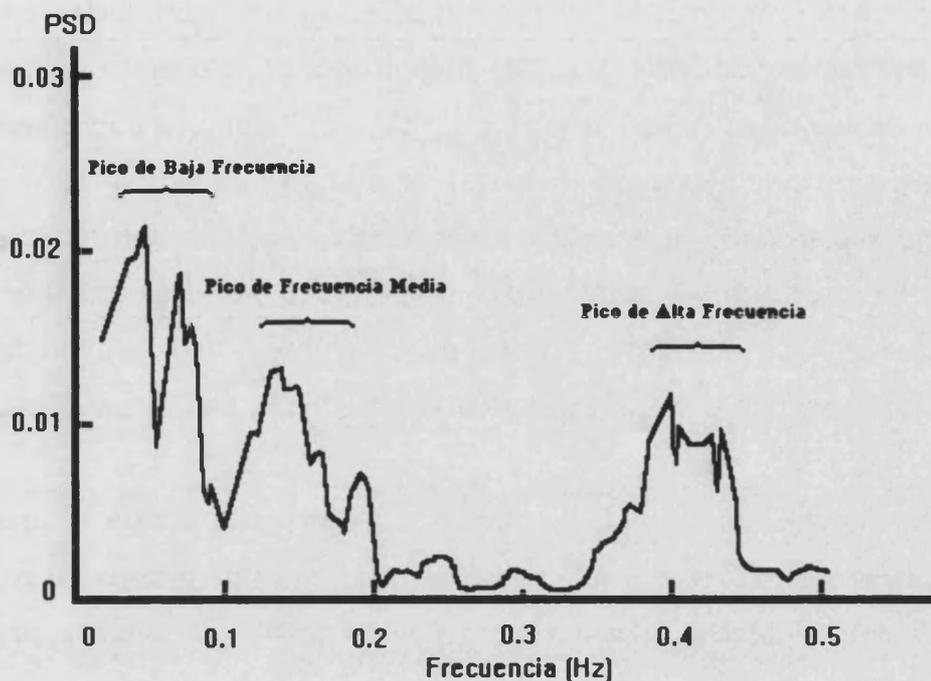


Figura 7.1.- Densidad espectral de potencia (PSD) del intervalo RR.

7.2.- Análisis de la variabilidad del RR.

La determinación del intervalo RR se realiza a partir de registros Holter como se describe en el apartado 5.2, generando series temporales a las que pueden aplicarse las técnicas de tratamiento de la señal. El análisis puede basarse en técnicas en el dominio de tiempo [Bigger-89], (medias, desviaciones, percentiles etc.) o en el dominio de la frecuencia (potencia, picos de frecuencia etc.), tanto a través de la FFT [Bekheit-90] como de modelización AR [Cerutti-88]. Las técnicas espectrales son las analizadas en el presente trabajo.

Para el análisis espectral del RR se generan funciones cuya abscisa es el tiempo acumulado y cuya ordenada es la longitud del intervalo RR actual.

Posteriormente se muestrea la función temporal con una frecuencia determinada para formar series de 1024 puntos. El período de muestreo suele tomarse alrededor de los 250 ms con lo que el intervalo de tiempo que cubren estas series ronda los 5 minutos. La serie temporal se examina en busca de transiciones abruptas que puedan indicar latidos detectados defectuosamente o presencia de ectópicos. Estos tramos son eliminados o modificados mediante una interpolación lineal. Sobre estas bases, algunos autores estudian el registro completo de 24 horas a través de diversas aproximaciones que se expondrán en el punto 7.4.2.

Dentro del dominio de la frecuencia, el espectro se divide en una serie de bandas que se relacionan con una actividad fisiológica determinada. Aunque no existe una uniformidad absoluta a este respecto, podemos tomar la clasificación de [Bigger-92]:

- [<0.0033] ULF. Frecuencias ultra bajas. Esta banda no puede analizarse con el método de los 5 minutos.
- [0.0033-0.04] VLF. Frecuencias muy bajas. Presenta un relativo incremento en pacientes con fallo cardíaco congestivo.
- [0.04-0.15] LF. Frecuencias bajas. Reflejan la modulación de los tonos simpático y parasimpático a través de la actividad barorreceptora.
- [0.15-0.4] HF. Frecuencias altas. Representa la modulación del tono vagal, debida principalmente a la respiración.

7.3.- Análisis de tramos de 5 minutos.

El primer procesado que se realiza sobre la serie es quitarle su valor medio, a partir de ahí existen diferencias metodológicas que, aunque poco acusadas,

pueden llegar a impedir la comparación consistente de los resultados. El proceso habitual consiste en la aplicación de una ventana, normalmente la de Hanning [Kwakernaak-91], a la serie con objeto de minimizar la distorsión del espectro (punto 4.1.1.2.3), y la realización de la FFT sobre el registro resultante [Rottman-90]. Algunos autores emplean distintos tipos de ventana o incluso las suprimen [Bigger-92], otros recurren a técnicas de estimación espectral alternativas como el método de Welch (punto 4.1.3.2) [Kienzle-92], el de Blackman-Tukey (punto 4.1.3.3) [Saul-88], o incluso modelos autorregresivos (punto 4.2.1) [Hayano-91].

Algunos autores [Chorro-93] han hecho un esfuerzo en analizar los aspectos metodológicos del análisis espectral de la variabilidad de la frecuencia cardíaca a través de la FFT, en aspectos tales como la influencia de la ventana seleccionada o bien el efecto del promediado temporal sobre los registros RR. En los siguientes puntos trataremos de abordar el problema desde el punto de la Teoría de la Señal.

El estudio de los tramos de 5 minutos se realiza sobre 6 registros que se han considerado suficientemente representativos que son "CANOVES", "CORTINA", "MAINAR", "MARISA", "MORANT" y "ZARAGOZA", cuyas características en el dominio del tiempo aparecen en la tabla 7.I.

	N Puntos	Máx	Mín	Media	σ^2
CANOVES	440	1228	725	888.8	82.6
CORTINA	461	908	781	841.4	23.3
MAINAR	418	1426	780	1085	159
MARISA	499	1003	671	790	56.5
MORANT	460	997	862	928.7	42.4
ZARAGOZA	473	953	804	894.9	35.4

Tabla 7.I.- Parámetros temporales de las series temporales RR analizadas.



7.3.1.- Análisis de la aplicación de la FFT al estudio de la HRV.

El procedimiento que se ha seguido para la obtención de las series temporales es el descrito en la bibliografía habitual. La frecuencia de muestreo es de 4 Hz ($T=250$ ms). El filtro "anti-aliasing" previo se ha implementado, simplemente, mediante la eliminación de los latidos con una duración inferior a los 500 ms (correspondiente a la frecuencia de Nyquist). En el caso de los pulsos anómalos (bien por problemas de detección o por ectópicos), se ha optado por la eliminación del mismo y de su consecutivo, ya que en el caso de ectópicos, la duración del pulso posterior se ve muy afectada por mecanismos de compensación desencadenados por el pulso anterior. Los registros son de 1024 puntos con lo que el tiempo que abarcan es de 4 minutos 16 segundos en el caso de que no se deseche ningún pulso (Figura 7.2).

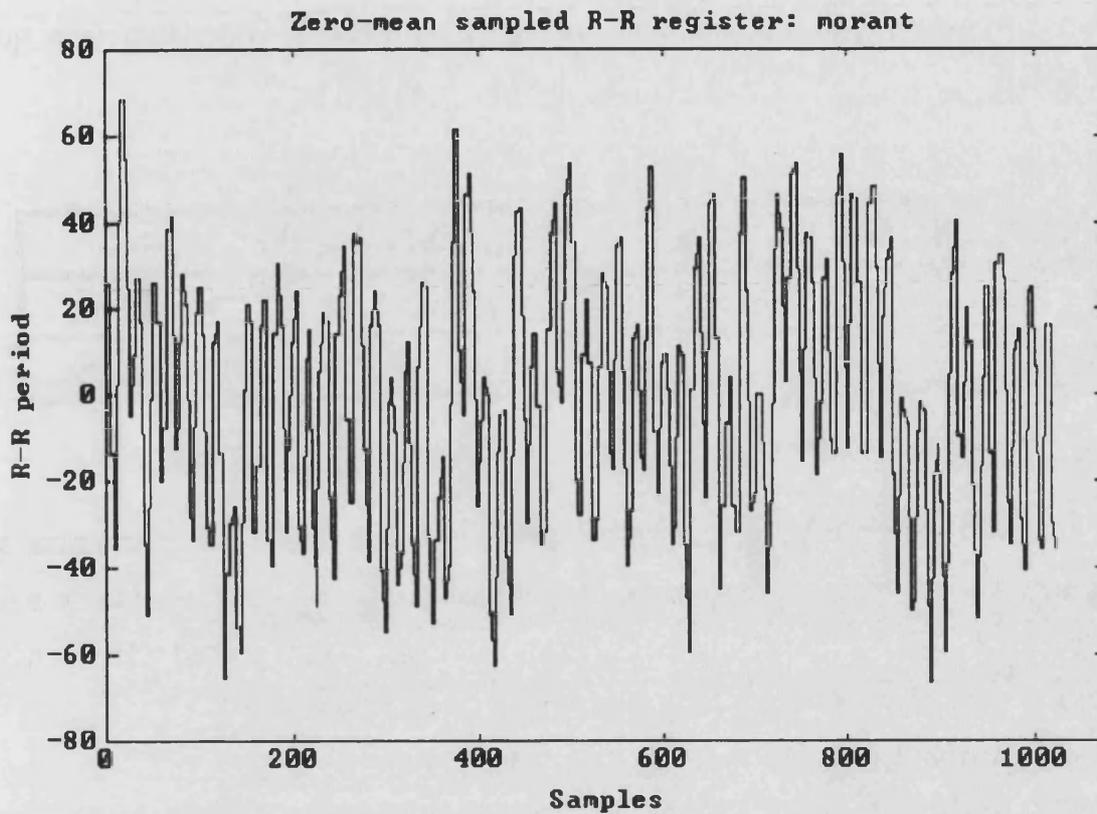


Figura 7.2.- Registro muestreado de la serie temporal R-R de "MORANT".

Este método experimental tiene dos implicaciones inmediatas:

Por una parte, las taquicardias que lleven a la frecuencia cardíaca a valores por encima de las 120 pulsaciones por minuto, son eliminadas por el filtro anti-aliasing.

Por otra, la resolución espectral resultante, inversa del tiempo analizado (256 segundos), es de 0.0039 Hz. Por tanto, la banda de ultra bajas frecuencias no puede ser estudiada con este procedimiento, y la VLF presenta problemas, por el escaso número de puntos (Tabla 7.II).

La aplicación de la FFT sobre la serie, genera otra serie de 1024 puntos

equidistantes que ocupan todo el ancho de banda (ver 4.1.1.2), en la Tabla 7.II, se muestra la correspondencia entre el ordinal de la serie y la frecuencia a que corresponde.

	DC	VLF		LF		HF	
Ordinal	0	1	10	11	38	39	102
Frec (Hz)	0	0.004	0.039	0.043	0.148	0.152	0.398

Tabla 7.II.- Correspondencia de la serie de la FFT con los valores de la frecuencia.

En todo este punto, y para el análisis en el dominio de la frecuencia se consideran exclusivamente las zonas de alta frecuencia (HF) [0.15-0.4Hz] y baja frecuencia (LF) [0.04-0.15Hz]. Los parámetros relativos a la magnitud y frecuencia de los distintos componentes del espectro que se estudian son:

- (1) Amplitud absoluta de la banda LF (ABLF).
- (2) Amplitud absoluta de la banda HF (ABHF).
- (3) Amplitud normalizada de la banda LF, es decir, el cociente entre la amplitud de todos los componentes del espectro comprendidos en la banda de frecuencias bajas y la amplitud de los componentes de todo el espectro (ANLF).
- (4) Amplitud normalizada de la banda HF (ANHF).
- (5) Amplitud máxima de la banda LF (MXABLF).
- (6) Amplitud máxima de la banda HF (MXABHF).
- (7) Amplitud máxima normalizada de la banda LF, es decir, el cociente entre la amplitud máxima de la banda de frecuencias bajas y la amplitud máxima de cualquier componentes del espectro (MXNLF).
- (8) Amplitud máxima normalizada de la banda HF (MXNHF).
- (9) Frecuencia a la que corresponde el valor máximo de la banda de frecuencias bajas (FRLF).

- (10) Frecuencia a la que corresponde el valor máximo de la banda de frecuencias altas (FRHF).
- (11) Cociente entre la amplitud de la energía de la banda de frecuencias bajas y la amplitud de la energía de la banda de frecuencias altas (LF/HF).

7.3.1.1.- Influencia de la frecuencia de muestreo.

La figura 7.3 ilustra el procedimiento de muestreo de la serie temporal RR descrito en el punto 7.2, en este proceso se plantean dos problemas:

- a) Elegir una frecuencia de muestreo adecuada,
- b) Decidir el tratamiento de los pulsos anormales.

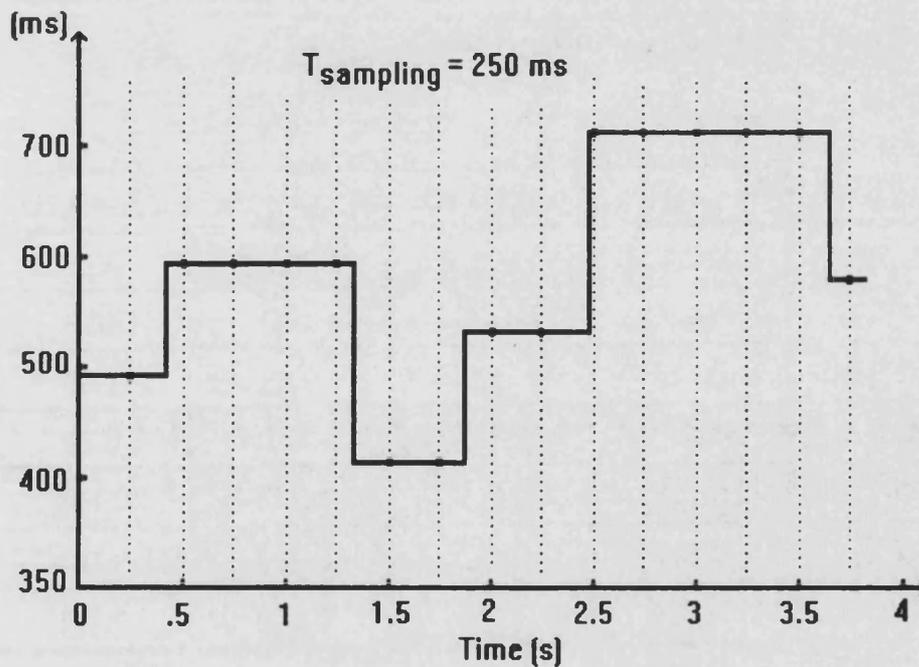


Figura 7.3.- Muestreo de la serie temporal R-R.

7.- ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DEL INTERVALO RR

En el caso de la digitalización de señales analógicas ordinarias, la frecuencia de muestreo se toma ligeramente mayor al doble de la frecuencia de Nyquist, como la banda de HF se extiende hasta los 0.4 H, esto nos llevaría a proponer una frecuencia de, por ejemplo, 1 Hz. Sin embargo, esto no es aplicable para el muestreo de series temporales pues nos impediría disponer de la duración de intervalos representativos ya que su valor suele estar por debajo de los 100 ms. Los autores emplean varias frecuencias de muestreo, desde 2 Hz [Lipsitz-90], hasta los 4 Hz [Chorro-92], pasando por los 3 Hz de [Bigger-92]. Esta diversidad de períodos de muestreo lleva a diferentes señales muestreadas y por tanto con PSD distintos. Esta variación en el espectro de potencia depende de las características de la serie temporal. Veamos la sensibilidad de los principales parámetros mencionados en la sección anterior respecto a la frecuencia de muestreo sobre series RR reales, para ello se trabaja con 4 frecuencias de muestreo que dan lugar a registros de distinta longitud. La Tabla 7.III presenta un caso en el que se observa una cierta dispersión de los resultados, aunque es habitual encontrar una robustez frente a la frecuencia de muestreo (Tabla 7.IV).

CANOVES	$f_{\text{samp}} = 2 \text{ Hz}$	$f_{\text{samp}} = 3 \text{ Hz}$	$f_{\text{samp}} = 4 \text{ Hz}$	$f_{\text{samp}} = 8 \text{ Hz}$
ANLF %	37.0	41.5	35.7	35.8
ANHF %	49.0	43.1	48.7	48.3
MXNLF	1.00	1.00	0.06	1.00
MXNHF	0.76	0.68	0.77	0.74
FRLF	0.148	0.147	0.148	0.148
FRHF	0.164	0.162	0.164	0.164
LF/HF	0.755	0.962	0.733	0.741

Tabla 7.III.- Parámetros del PS para varias frecuencias de muestreo sobre la serie temporal RR "Canoves".

7.- ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DEL INTERVALO RR

<i>MAINAR</i>	$f_{\text{samp}} = 2 \text{ Hz}$	$f_{\text{samp}} = 3 \text{ Hz}$	$f_{\text{samp}} = 4 \text{ Hz}$	$f_{\text{samp}} = 8 \text{ Hz}$
ANLF %	8.2	8.5	7.5	7.9
ANHF %	72.6	73.8	71.3	71.2
MXNLF	1.00	1.00	1.00	1.00
MXNHF	0.06	0.06	0.05	0.06
FRLF	0.113	0.104	0.106	0.106
FRHF	0.199	0.197	0.199	0.199
LF/HF	0.112	0.115	0.106	0.112

Tabla 7.IV.- Parámetros del PS para varias frecuencias de muestreo sobre la serie temporal RR "Mainar".

En el presente estudio se trabajará con frecuencias de muestreo de 4 Hz y registros de 1024 puntos, pero sobre todo, con 5 Hz y 2048 puntos, ya que deseamos poder tratar series que presenten taquicardias, imposibles de analizar con frecuencias menores, y aumentar la resolución espectral.

El problema del tratamiento de los pulsos anormales no ha sido resuelto, los autores aplican distintas aproximaciones al problema que tienen en común el desestimar el pulso definido como aberrante, junto con el pulso siguiente. Posteriormente puede recurrirse a acoplar directamente las sub-series, o bien realizar una interpolación entre las mismas, bien linealmente, bien mediante splines. Como todos los métodos nos han parecido igualmente arbitrarios, aplicamos el primero por su simplicidad, desestimando además los pulsos con una duración por debajo de los 250 ms.

7.3.1.2.- Técnicas de enventanado.

En primer lugar examinaremos los efectos de la aplicación de diversas técnicas de enventanado, analizando la sensibilidad de los parámetros descritos frente a la ventana seleccionada. Las ventanas aplicadas son 5:

- (a) la de Hanning,
- (b) la de Hamming,
- (c) la de Blackman-Harris,
- (d) la de Bartlett o triangular, y
- (e) la rectangular.

Para estas ventanas, Chorro et al. encontraron diferencias significativas en las amplitudes de los componentes del espectro de frecuencias bajas, expresadas en términos absolutos, en concreto, con la ventana rectangular se obtienen los valores máximos, mientras que con la de Blackman-Harris los mínimos.

El resultado cualitativo era predecible desde el punto de vista de la Teoría de la Señal ya que, la aplicación de una ventana supone una atenuación de los valores en los extremos del registro. Como se observa en la figura 7.4, la ventana rectangular deja pasar toda la señal mientras que la de Blackman-Harris es la que produce una mayor atenuación en el dominio del tiempo (ver Tabla 7.V).

7.- ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DEL INTERVALO RR

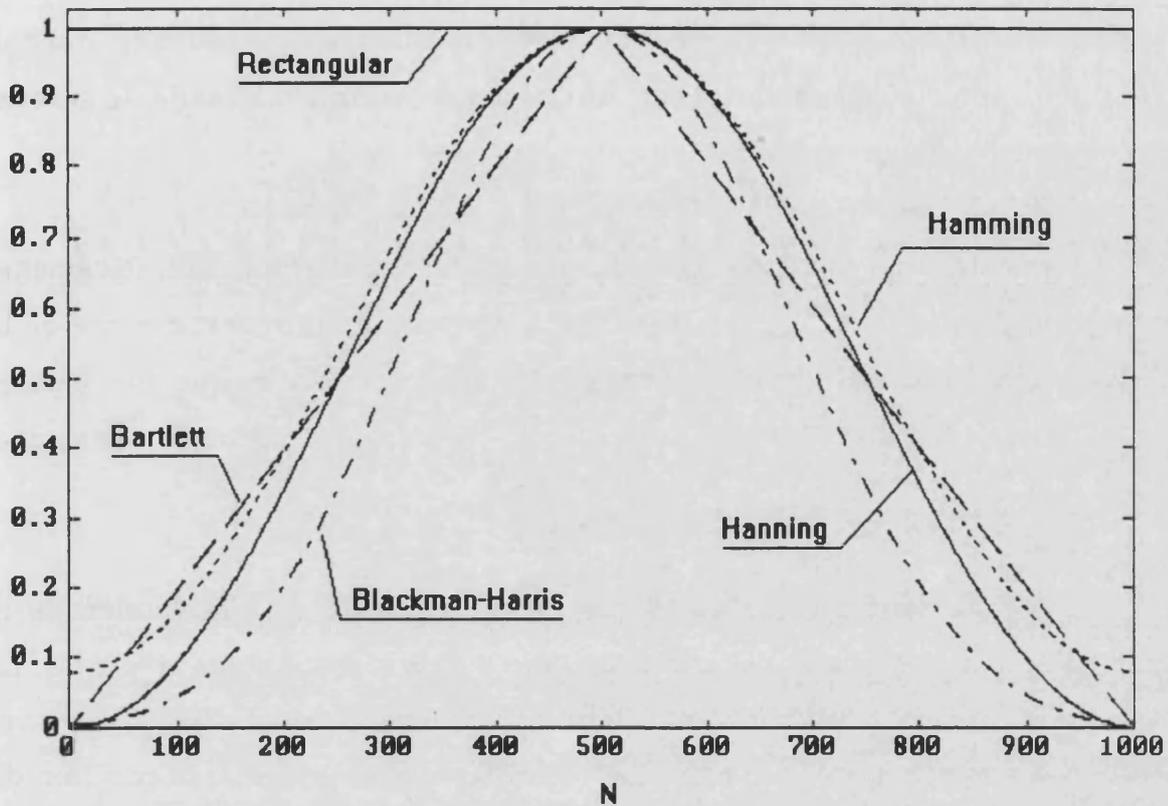


Figura 7.4.- Representación en el dominio del tiempo de las ventanas analizadas.

	Rectang	Bartlett	Hamming	Hanning	Bla-Harris
Atenuación %	0	50.0	46.0	50.0	57.7
ABHF	590	353	234	221	179
ABLF	306	207	112	105	85
ANHF	26.2	26.4	26.8	26.8	26.9
ANLF	27.0	26.9	28.0	28.0	28.2
LF/HF	1.55	1.52	1.62	1.63	1.65

Tabla 7.V.- Efecto de la aplicación de ventanas sobre una serie de registros RR⁽¹⁾.

¹ Reproducción de la Tabla 2 del artículo [Chorro-93]

La Tabla 7.V muestra el área subtendida por las ventanas estudiadas en el dominio del tiempo, este área representa la atenuación que se produce en la señal, y por tanto altera su energía. ABHF y ABLF no son más que la energía de la señal en ciertos tramos del espectro.

En caso de que el contenido espectral de la señal no varíe significativamente en todo el tiempo de análisis, la atenuación repercutirá aproximadamente de la misma manera en las distintas bandas del espectro con lo que los valores normalizados (ANLF, ANHF) y relativos (LF/HF) sí pueden mantenerse constantes.

Otros parámetros analizados que se ven afectados por la elección de la ventana son la posición de los máximos, así como sus amplitudes absolutas. La variabilidad de MAXABLF y MAXABHF está justificada por la discusión previa sobre la disminución de la energía de los registros, mientras que la posición de los máximos se debe a que la aplicación de las ventanas supone un acortamiento efectivo de la longitud de los registros y por tanto, la modificación del espectro a frecuencias bajas. Es habitual que el pico en la región HF sea bastante grande, pero en la LF, el máximo suele estar rodeado de una serie de máximos locales que, al alterarse el estimador del PSD podrían convertirse en los máximos de la banda de LF, como de hecho ocurre.

En la figura 7.5 se presenta espectro de un registro RR sin enventanar, o lo que es lo mismo, con una ventana rectangular de 1024 puntos, y en la figura 7.6, se muestra el mismo registro aplicando la ventana de Hanning. En ellas se señalan los máximos de ambas bandas, y se observa que el máximo de la HF, muy abrupto se mantiene, mientras que, en la banda LF, los máximos son más suaves y la distorsión del espectro, afecta a la estimación del máximo (Tabla 7.VI).

7.- ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DEL INTERVALO RR

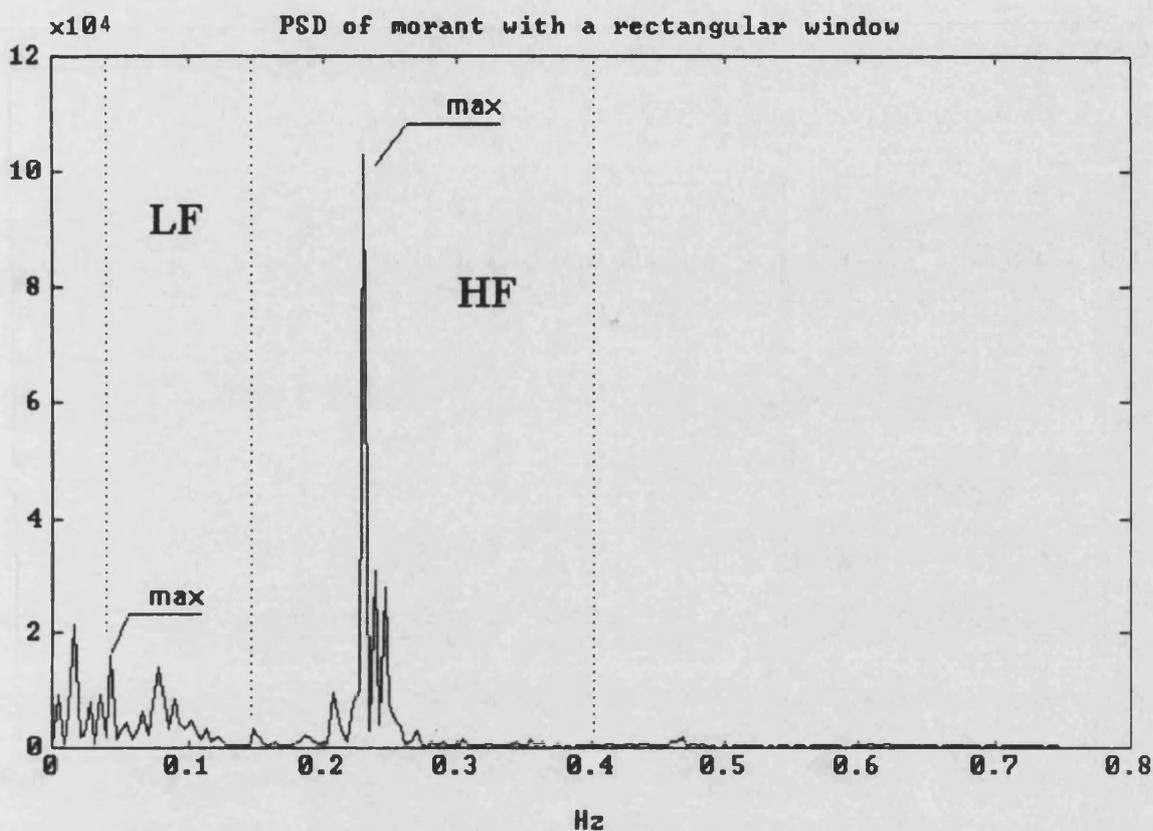


Figura 7.5.- Representación del PSD de un registro RR con ventana rectangular.

	Máximo en LF		Máximo en HF	
	Frecuencia	Amplitud	Frecuencia	Amplitud
Ventana Rectangular	0043	15960	0.2305	103000
Ventana Hanning	0.0781	10020	0.2305	309100

Tabla 7.VI.- Valor y amplitud de las frecuencias máximas de un registro RR en las bandas LF y HF.

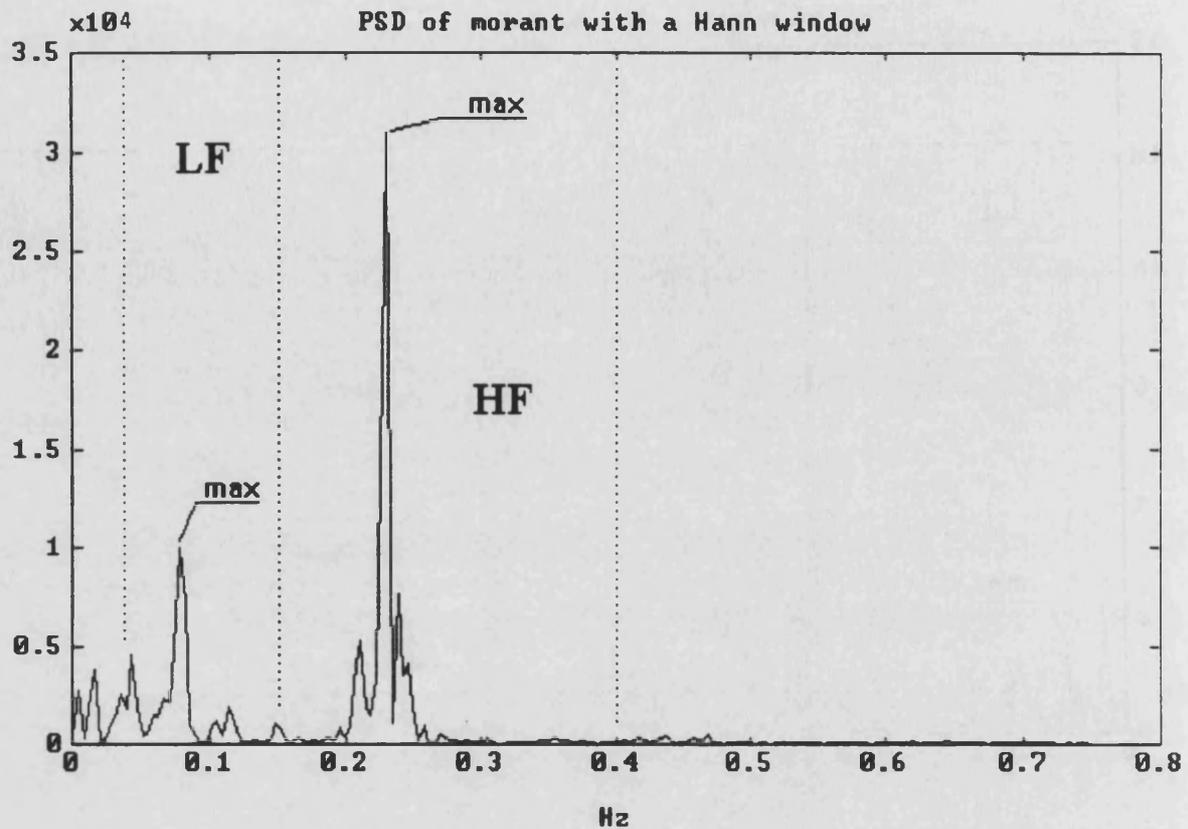


Figura 7.6.- Representación del PSD de un registro RR con ventana tipo Hanning.

La conclusión que se debe extraer de este análisis es que el inventariado es una técnica ventajosa que, sin embargo, debe ser aplicada con conocimiento de causa, realizando con precaución las comparaciones entre valores numéricos obtenidos a partir de la aplicación de distintas ventanas.

7.3.1.3.- Promediado de la serie temporal.

Otro de los parámetros estudiados es la conveniencia de aplicar la técnica del "Moving-Average" de 5 puntos (ver punto 3.3) sobre la serie RR original. Se trata de un promediado de la señal en una región alrededor del punto, y por

tanto, su efecto es el de un filtro pasa-baja (Figura 7.7).

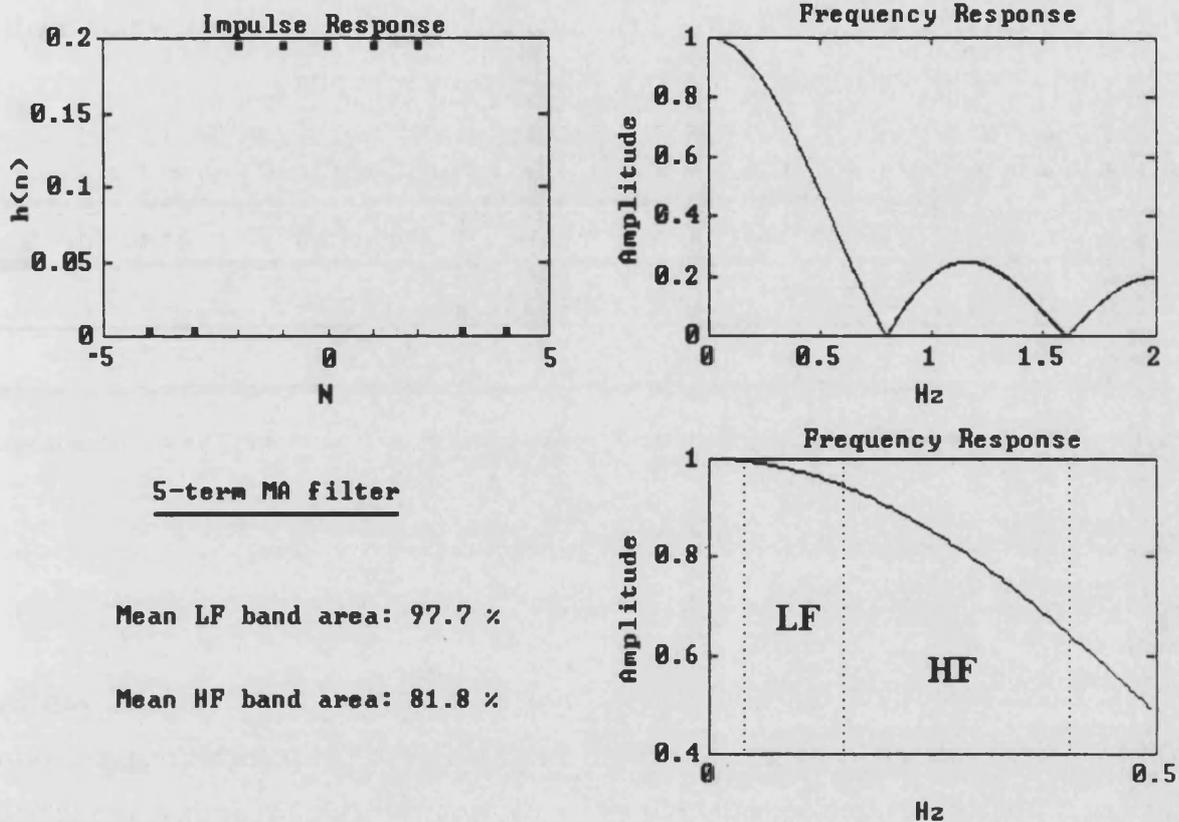


Figura 7.7.- Respuesta impulsión y características del filtro MA de 5 términos.

El estudio teórico del efecto de este MA no permite un análisis cuantitativo por dos razones, en primer lugar, la atenuación depende del espectro concreto de cada señal, ya que el MA no afecta de la misma forma a todas las componentes frecuenciales de las bandas del espectro, y en segundo, que el muestreo de la señal continua (en realidad, la función escalón RR), se realiza con posterioridad al filtrado y ello modifica el espectro de tal manera que lo hace imposible de predecir con precisión, sin embargo, podemos realizar una aproximación cualitativa, aplicando el filtro a la señal ya muestreada y estudiando sus efectos sobre las magnitudes relacionadas con la energía absoluta contenida en las dos

zonas. Los resultados de la Tabla 7.VII muestran los parámetros de interés para el registro "Morant" con ventana tipo Hanning, se observa que la energía en la banda HF se atenúa más que en la LF, y que este valor se asemeja al valor medio de la atenuación media del MA sobre cada una de las zonas.

	RR original	RR con MA	Atenuación %	Aten. MA %
ABLF	47800	46320	96.9	97.7
ABHF	94160	71920	76.4	81.8

Tabla 7.VII.- Efecto del MA sobre la energía de las bandas LF y HF del registro RR "Morant" muestreado.

7.3.2.- Estudio con métodos paramétricos.

De la misma forma que en el punto 6.6.2.2 para los potenciales tardíos ventriculares, vamos a analizar la aplicación de los métodos autorregresivos sobre los registros RR. Lo que se pretende es verificar su funcionamiento y analizar el PSD sin las limitaciones reseñadas de la FFT.

El primer paso consiste en considerar los modelos AR, y en particular, la robustez de los mismos en la obtención de los parámetros característicos del estudio en el dominio de la frecuencia. Se ha optado por el empleo de popular algoritmo "forward-backward predictor" por las razones comentadas en el caso de los potenciales tardíos, comprobándose además que se trata del método menos sensible respecto al orden del modelo seleccionado.

El análisis se ha realizado sobre una serie amplia de registros aunque en la presente discusión nos referiremos al MORANT para realizar comparaciones consistentes. El punto inicial en la modelización AR es la selección del orden

adecuado, esto lleva a obtener modelos muy precisos a costa de adaptarlos a cada registro particular dificultando los estudios comparativos y ralentizando el proceso. Como la determinación del orden óptimo es un problema abierto a discusión, conviene verificar la robustez de la modelización. Para ello, se determinará en primer lugar el orden óptimo según los métodos habituales (Figura 7.8) para posteriormente estudiar la variación de algunos de los parámetros de interés en el estudio espectral del RR respecto al orden del modelo.

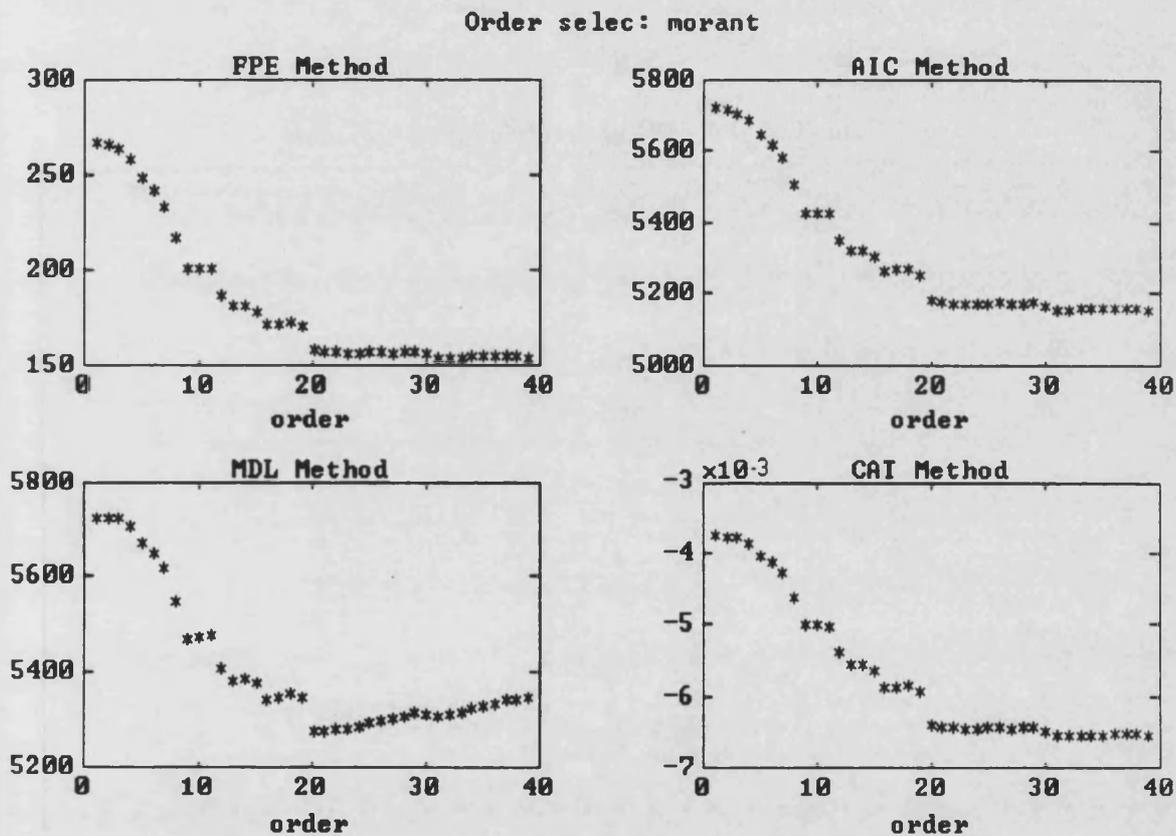


Figura 7.8.- Resultado de aplicar los métodos de selección de orden al registro MORANT.

El orden aconsejado por los distintos criterios es de:

$$\text{FPE} = 33 \quad \text{AIC} = 39 \quad \text{MDL} = 21 \quad \text{CAT} = 34$$

donde se observa como la mejora de los modelos es muy pequeña cuando el

orden del modelo supera el indicado por el Minimum Description Length Criterion, que como habitualmente, da un mínimo muy razonable.

Si analizamos el problema de la selección del modelo a partir del dato de interés puro, es decir, de la varianza estimada del ruido blanco necesario para modelizar la señal, o su estimador habitual, que es la varianza del error de predicción lineal (Figura 7.9), observamos que no cabe esperar una mejora considerable en la error de estimación a partir del orden 20 aproximadamente.

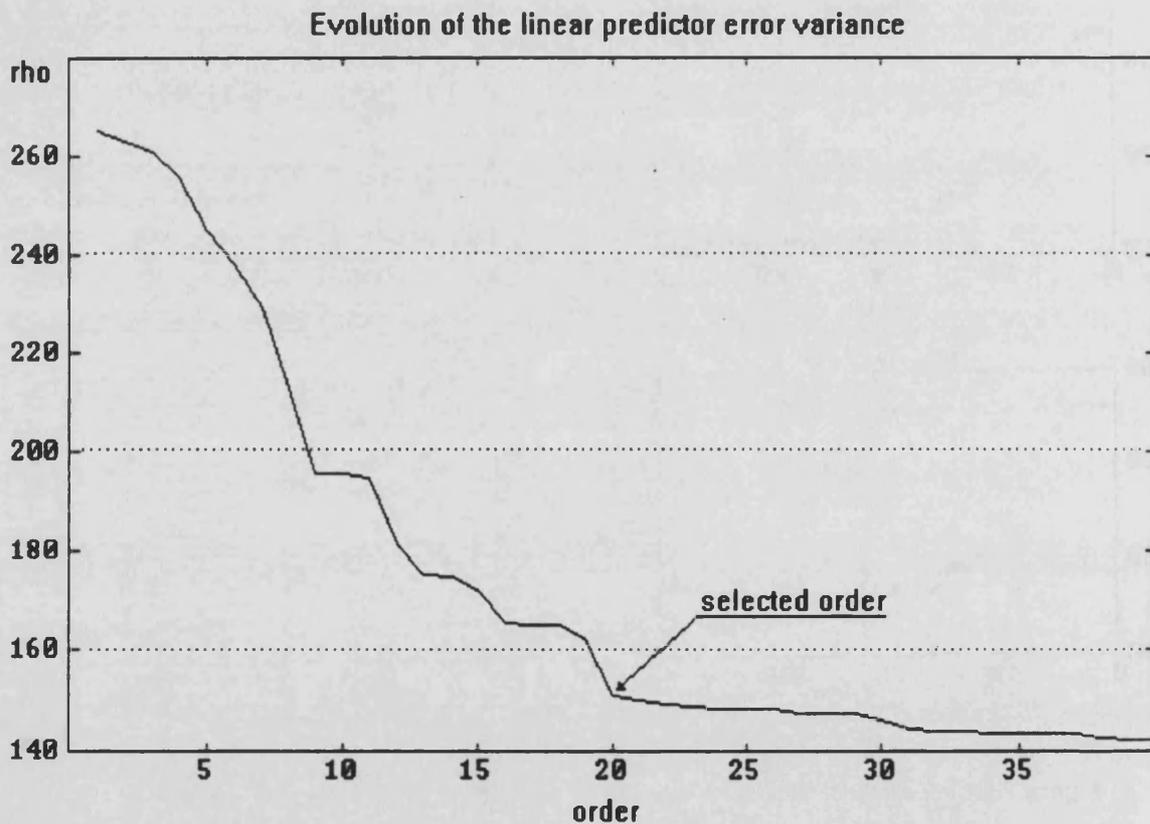


Figura 7.9.- Evolución de la varianza del error de predicción en función del orden del modelo AR del registro MORANT.

El estudio de la sensibilidad de los parámetros respecto al orden del modelo

lo ilustramos presentando la evolución de la ubicación de los máximos de las bandas LF y HF así como el cociente LF/HF, desde orden 5 hasta 40 con saltos de 5 (Figura 7.10).

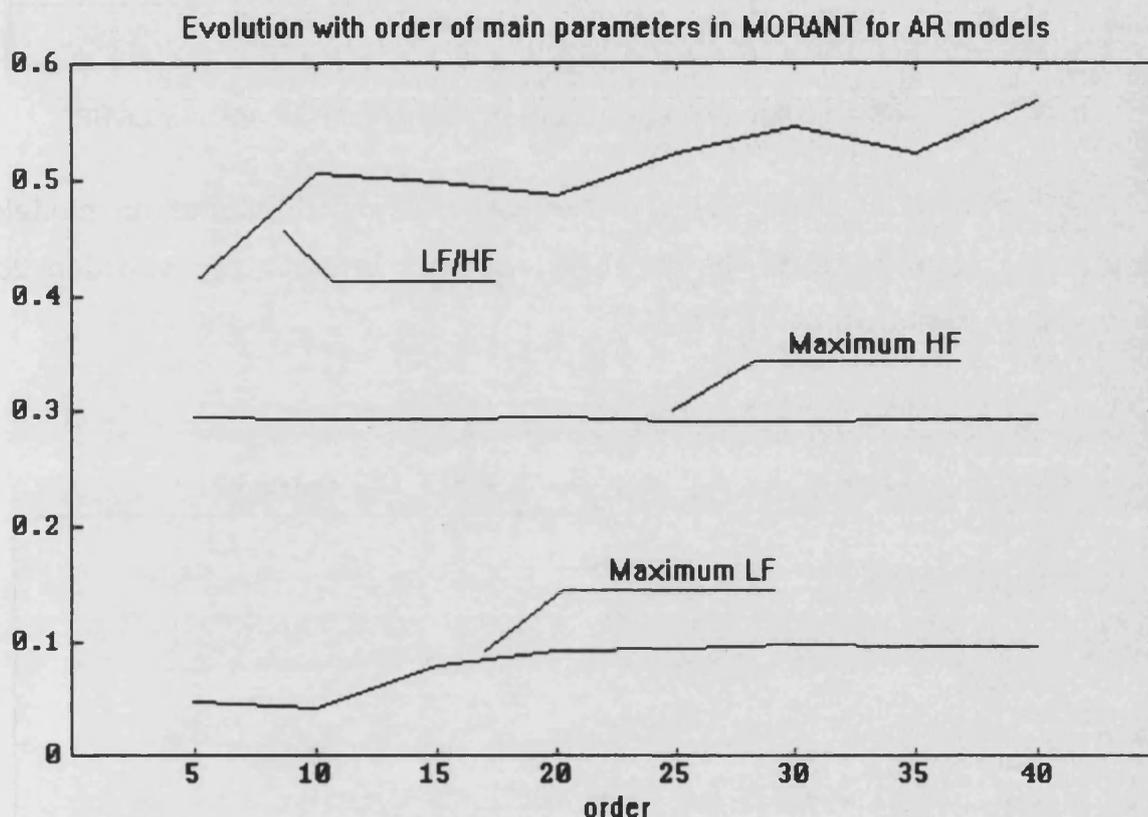


Figura 7.10.- Variación de MXLF, MXHF y LF/HF con el orden del modelo AR del registro MORANT.

El análisis estadístico de la variación de estos parámetros desde orden 10 hasta 40 (Tabla 7.VIII) indica que solo se obtiene una varianza considerable para la ubicación del máximo por tratarse de un máximo local muy débil. Sin embargo, si restringimos el estudio a órdenes desde 18 hasta 40, la estimación de la ubicación de este máximo tiene una varianza mucho menor ($\approx 2.3\%$), y por tanto más consistente:

$$\text{MXLF} = 95 \pm 2 \text{ mHz}$$

7.- ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DEL INTERVALO RR

	Media	Desv. stnd	Var (%)	Máximo	Mínimo
MXLF	0.080	0.0233	30	0.0977	0.0403
MXHF	0.2904	0.0018	0.6	0.2930	0.2881
LF/HF	0.5206	0.0285	5	0.5680	0.4860

Tabla 7.VIII.- Análisis estadístico de la evolución de los parámetros MXLF, MXHF y LF/HF.

A partir de las conclusiones del estudio anterior adoptamos un modelo paramétrico autorregresivo basado en el algoritmo mencionado y orden 20, obteniéndose el PSD de la figura 7.11.

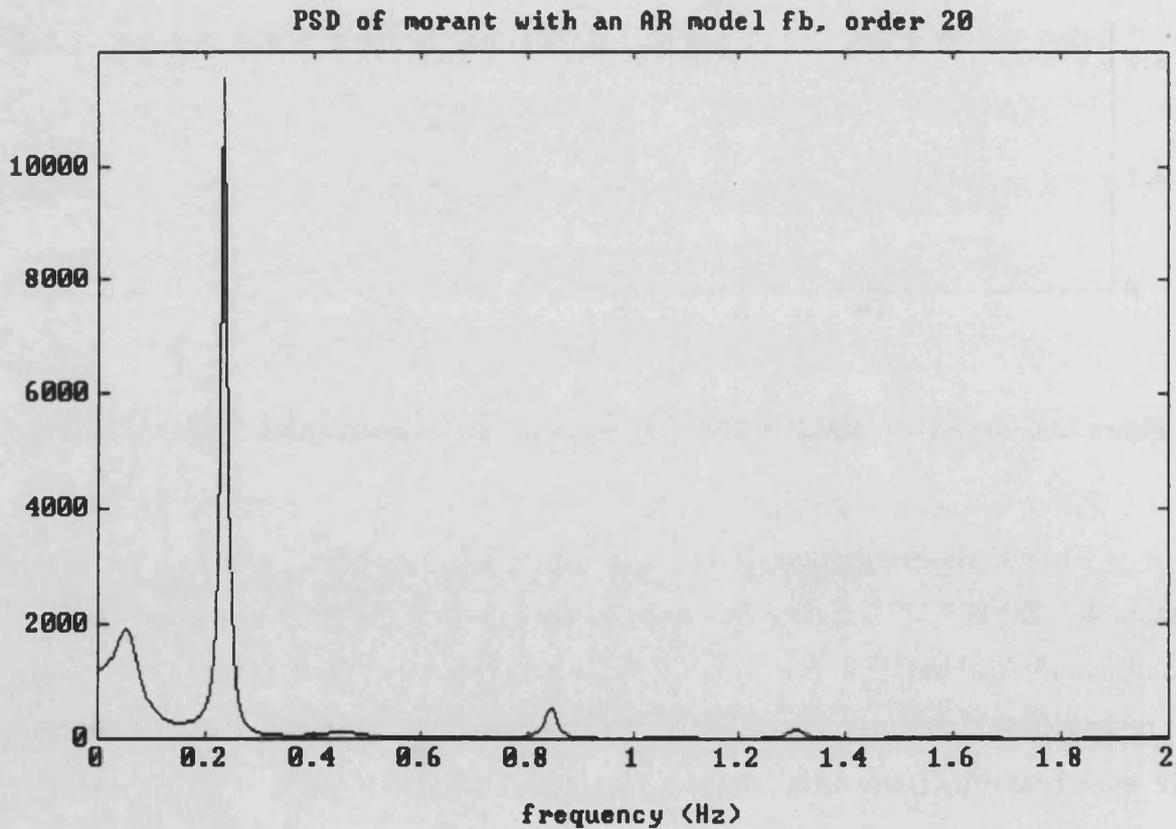


Figura 7.11.- PSD del registro MORANT a partir del modelo AR de orden 20.

Si realmente, solo nos interesa estudiar la banda desde 0 Hz hasta los 0.5 Hz, podemos recurrir al estudio descrito anteriormente a partir de hacer una ampliación de la zona de interés (Figura 7.12). Sin embargo, da mucho mejor resultado y acelera el proceso realizar una manipulación previa del registro.

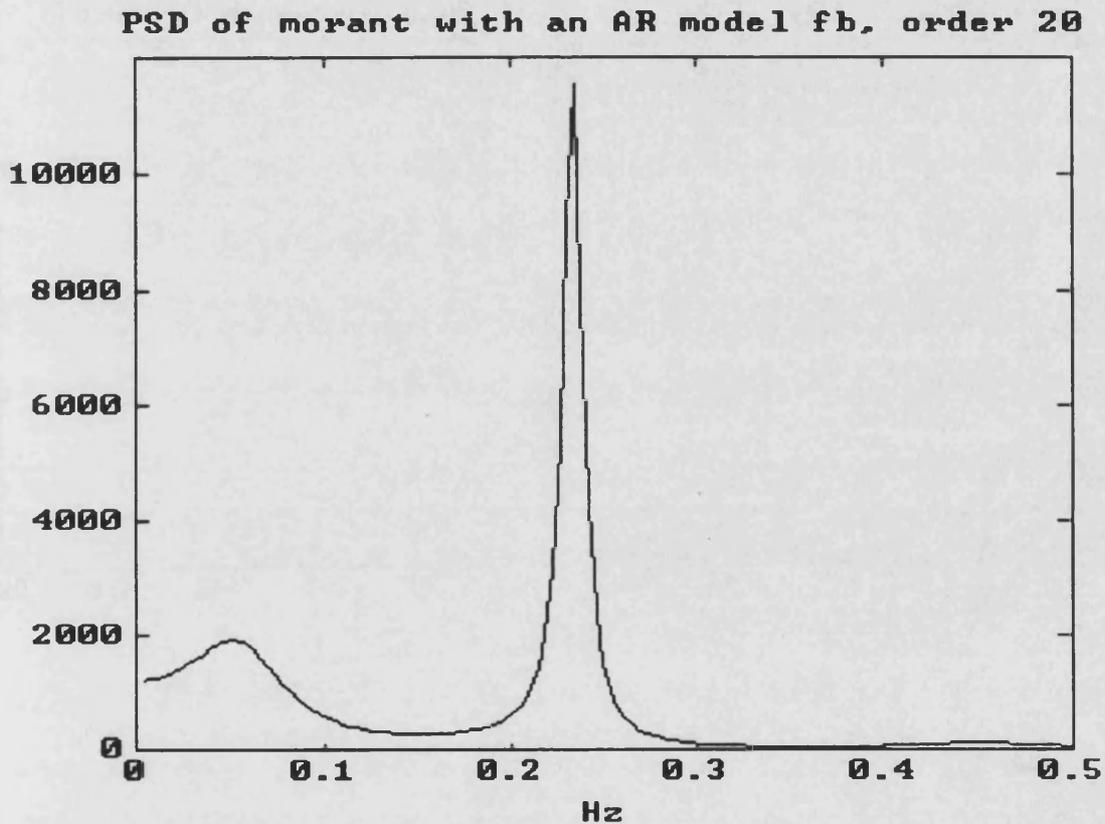


Figura 7.12.- Ampliación del PSD del registro MORANT a partir del modelo AR de orden 20.

Esta manipulación consiste en aprovechar al máximo el ancho de banda de estudio, ello se consigue aplicando algoritmos de decimación por un factor 4 a la serie. Con ello reducimos la longitud de la serie hasta 256 y la resolución espectral apenas se ve afectada (esto no ocurre en el caso de la FFT). Este acortamiento del registro permite trabajar con órdenes de modelo aún menores y conseguir tiempos

de cálculo sensiblemente menores (Figura 7.13).

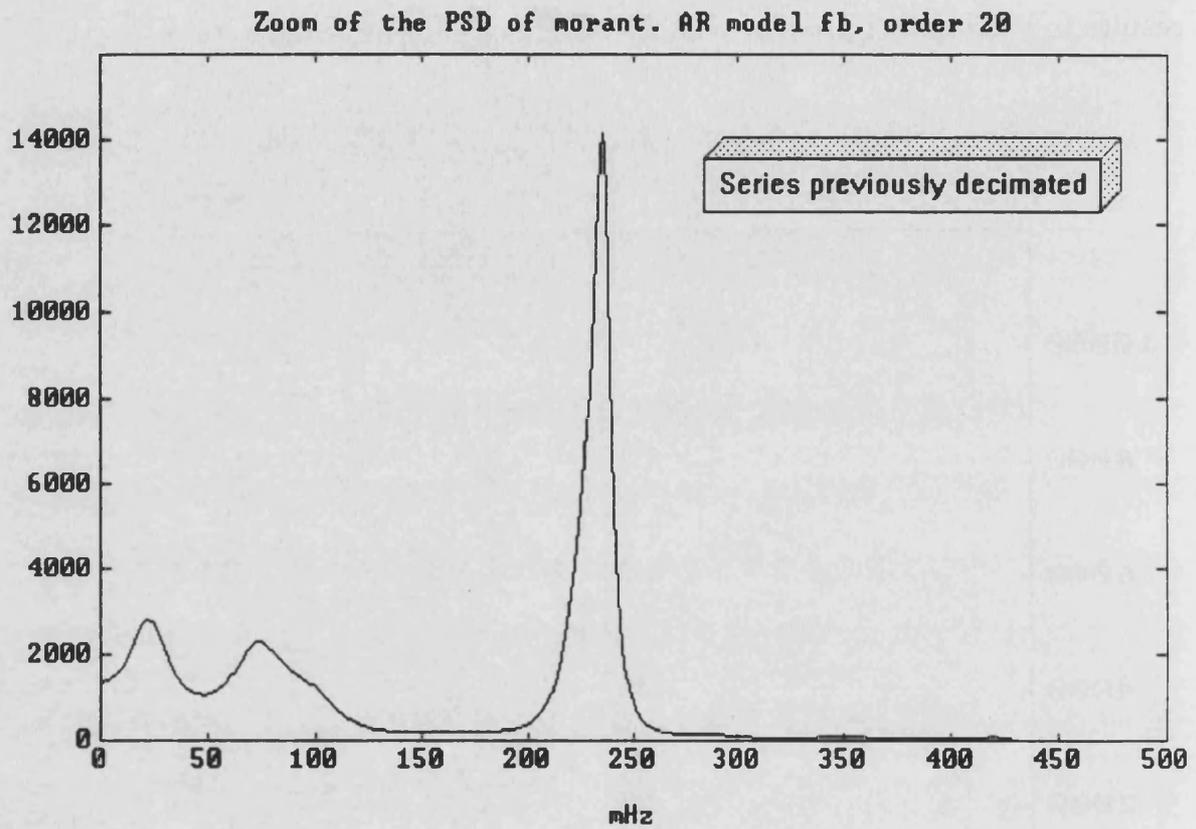


Figura 7.13.- PSD del registro MORANT preprocesado a partir del modelo AR de orden 20.

En la tabla 7.IX, se muestra un resumen del estudio comparativo de la aplicación de distintos métodos de estimación espectral para los parámetros de interés en el dominio de la frecuencia del registro MORANT.

Resultados sobre el registro real de R-R: MORANT		Métodos no paramétricos		Métodos paramétricos	
		Rectangular	Hanning	Mod. AR(20)	ARMA(20,8)
LF [0.04-0.15] Hz	Máximo (Hz)	0.043	0.0781	0.0732	0.1055
	Amplitud	15960	10020	2304	29490
	Amp. Norm.	0.155	0.324	0.162	1.000
	Area	106400	47800	121800	170600
	% del área	22.58	27.23	26.43	30.58
HF [0.15-0.40] Hz	Máximo (Hz)	0.2305	0.2305	0.2354	0.2344
	Amplitud	103000	30910	14180	17370
	Amp. Norm.	1.000	1.000	1.000	0.589
	Area	250000	94160	258300	299200
	% del área	53.06	53.63	56.06	53.63
LF/HF		0.426	0.508	0.472	0.570

Tabla 7.IX.- Análisis de las bandas LF y HF del registro RR "Morant" mediante diversas técnicas de estimación espectral.



Por tanto, se puede argumentar que estos métodos ofrecen una solución bastante robusta al problema de la estimación espectral, e indirectamente, a la determinación de los parámetro en el dominio de la frecuencia, en algunos casos con menor varianza que la FFT, pero añadiendo una complejidad de cálculo que puede resultar difícil de justificar en la mayoría de los casos, con excepción quizás del problema de la determinación de la ubicación del mínimo en la banda de bajas frecuencias, a menudo problemático.

Paralelamente se ha realizado un estudio de la aplicación de los métodos paramétricos ARMA, sin embargo, éstos se han revelado como poco justificables ya que resultan mucho más complicados de analizar y, en este caso, no aportan ninguna información adicional, son más sensibles respecto a los órdenes del subsistema AR y MA, no permiten reducir significativamente el orden del modelo y ralentizan los cálculos. Sin embargo en la tabla 7.IX aparecen recogidos para su comparación.

7.4.- Estudio del intervalo RR de 24 horas.

Una técnica complementaria al estudio de los tramos de 5 minutos, es el análisis del registro Holter de 24 horas para observar las variaciones de los parámetros a lo largo del día, así como el estudio de las frecuencias más bajas, entre ellas, el llamado ritmo circadiano. Para este estudio trabajaremos con cuatro registros holter "ESPER", "IAM", "MADRIGAL" y "SIMON", muestreando la señal a una frecuencia de 5 Hz.

Se realizarán dos tipos de estudios. Por un lado, el de las bandas HF, LF y VLF a partir del análisis de las series generadas por algunos parámetros resultantes del procesado de tramos de unos 5 minutos y por otro, el de la banda

ULF, a través de diversas aproximaciones con una discusión de los resultados.

7.4.1.- Análisis de las bandas HF, LF y VLF.

Para el estudio de las tres bandas de mayor frecuencia de un registro Holter, a partir de tramos de unos 7 minutos (número de puntos \times período de muestreo, $2048 \times 0.2s = 409.6$ segundos $\equiv 6$ min 49.6 seg), podemos partir de dos aproximaciones distintas, la primera se basa en un estudio estadístico simple, básicamente, promediando las características obtenidas en el dominio de la frecuencia para cada tramo y una segunda, a partir de un estudio de la evolución temporal de estos mismos parámetros, realizando así una nueva transformación al dominio de la frecuencia para el análisis de los resultados.

7.4.1.1.- Promediado de los parámetros característicos.

Para la obtención de los valores promedio de las características del PSD podríamos plantearnos tres modos de operación, que en absoluto son equivalentes. Estos métodos de trabajo aparecen esquematizados en la figura 7.14 y difieren en el momento en el que se aplica el promediado:

Opción A.- Se obtiene el PS de la señal en tramos de 7 minutos, promediándose los parámetros obtenidos.

Opción B.- Se obtiene el PS de la señal en tramos de 7 minutos, los parámetros se extraen del PSD promediado.

Opción C.- Se promedian los tramos de 7 minutos, calculando el PS de la serie temporal promediada y hallando

los parámetros.

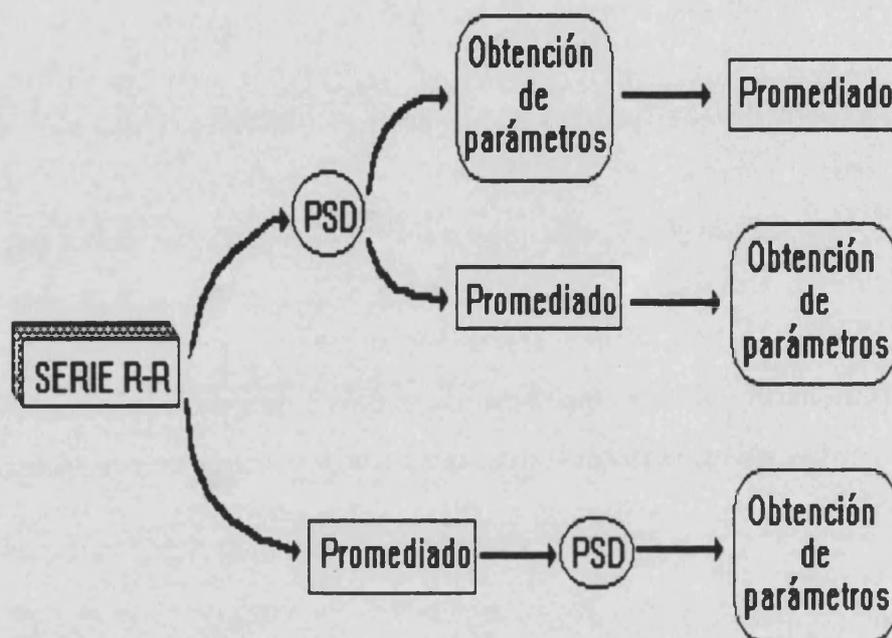


Figura 7.14.- Esquema de posibles métodos de obtener parámetros del RR de 24 horas.

Para la comparación de estos tres métodos emplearemos un conjunto de 9 series temporales del registro IAM que cubren, aproximadamente, 1 hora del registro holter. Los parámetros relativos a la posición y valor de los máximos de ambas bandas suelen presentar poca dispersión cualquiera que sea el método empleado, sin embargo la opción A) nos permitiría observar cómo hay tramos en los cuales el máximo en la banda HF tiene una amplitud mayor al de LF. En cuanto a los parámetros relacionados con la energía de las bandas, se observa cómo la opción C) presenta una reducción de valores a causa del filtraje paso bajo que supone el promediado de las series previo a la obtención del PS (Tabla 7.X).

La opción C) debe ser evitada pues afecta al espectro de manera definitiva,

7.- ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DEL INTERVALO RR

las restantes dan resultados semejantes, aunque la opción A) permite el análisis de la evolución temporal de los parámetros, requiere menos memoria que la B), pero un tiempo de cálculo ligeramente superior.

<i>IAM</i>	Opción A	Opción B	Opción C
FRLF	0.049	0.050	0.050
MXNLF	0.960	1.000	1.000
FRHF	0.2370	0.238	0.214
MXNHF	0.778	0.774	0.580
ANLF %	9.55	10.02	3.11
ANHF %	13.87	14.11	4.11
LF/HF	0.686	0.710	0.756

Tabla 7.X.- Resultado de las distintas aproximaciones al estudio de las bandas VLF, LF y HF.

7.4.1.2.- Análisis espectral temporal del RR.

El análisis espectral temporal del RR nos permite estudiar la evolución del PSD a lo largo del día. Para ello se extraen tramos de unos 7 minutos de los que se calcula su espectro de potencia previo inventanado de Hanning, que puede representarse en un gráfico tridimensional. Presentaremos dos tipos de gráficos, el primero incluye episodios de 1 hora a través de estudio de 7 minutos, mientras que el segundo agrupa los PSE resultantes del promediado de los anteriores mostrando su evolución a lo largo de aproximadamente 24 horas.

La figura 7.15 presenta la evolución del PSD del registro "IAM", durante

una hora, en la zona del espectro que comprende las tres bandas de frecuencias más altas, entre 0.0033 y 0.4 Hz.

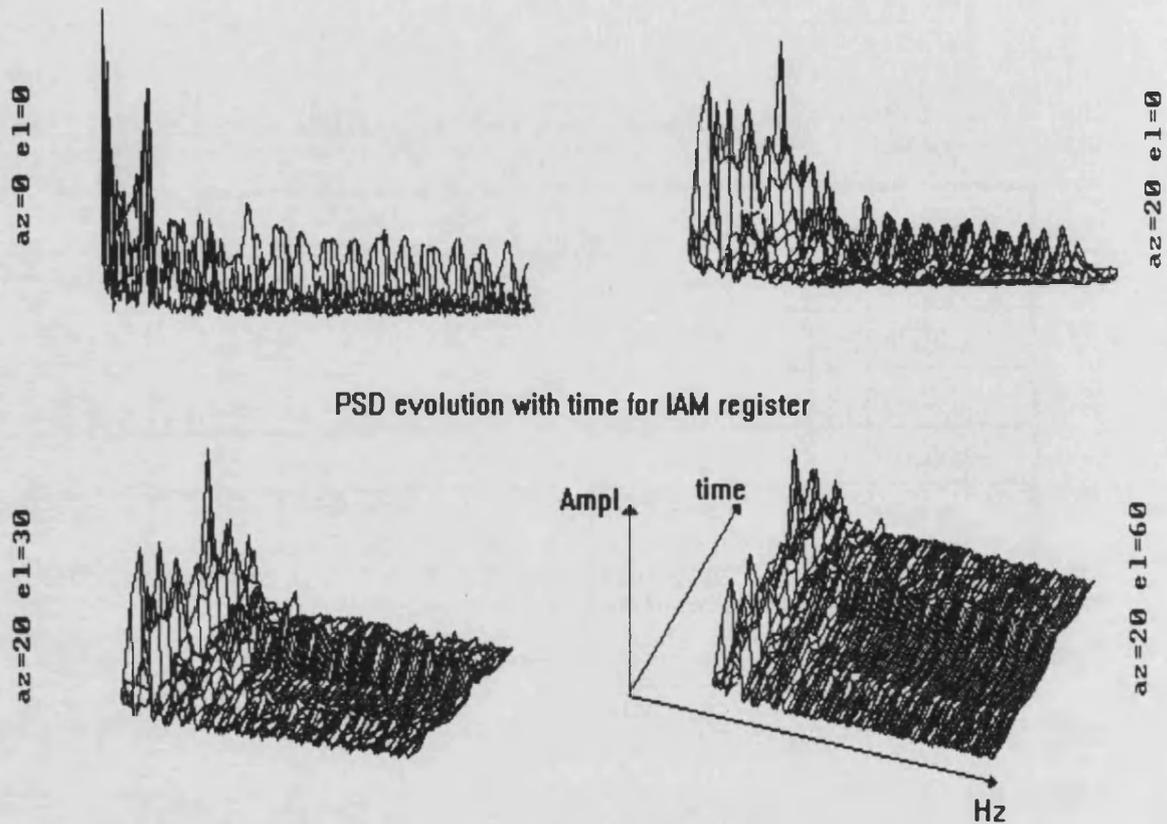
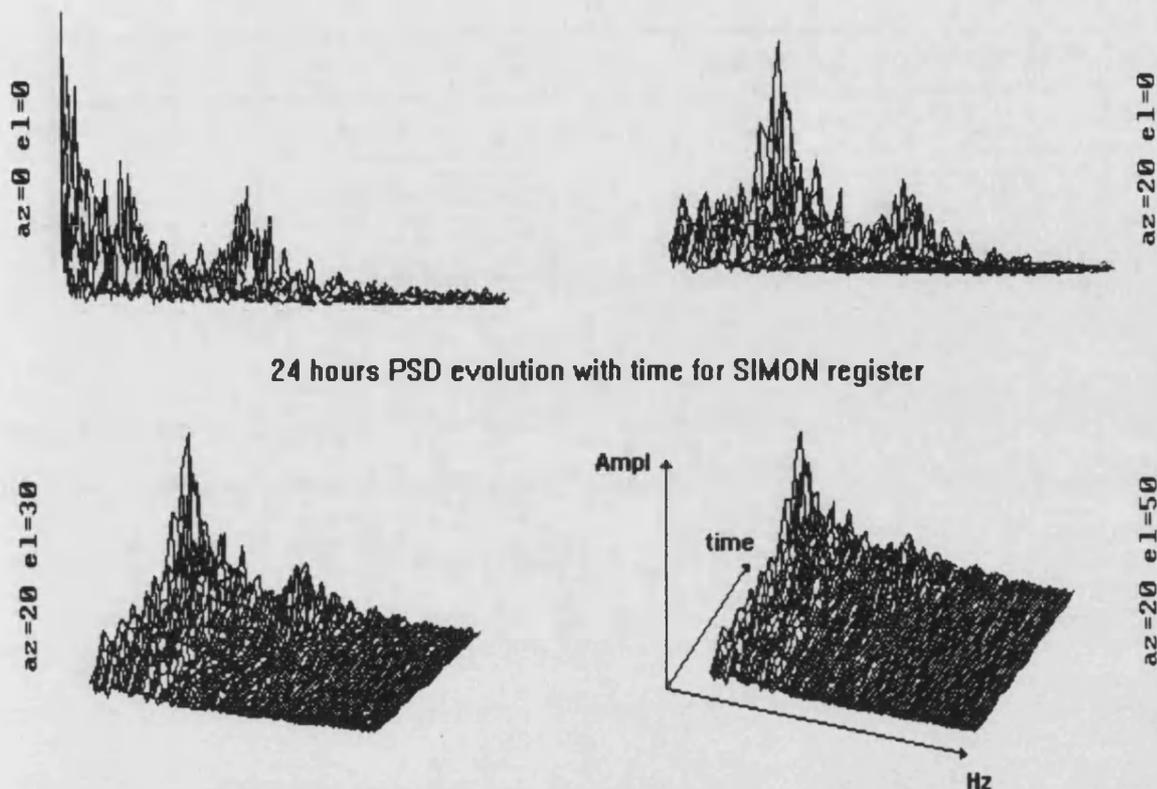


Figura 7.15.- Evolución temporal del PS de IAM en 1 hora.

En la figura 7.16 presentamos la evolución del PSD del registro "SIMON" durante toda la duración del registro holter (casi 22 horas) en tramos de una hora, obtenidos como el promedio de los PSD de tramos de 7 minutos. La zona del espectro representada comprende las tres bandas de frecuencias más altas, entre 0.0033 y 0.4 Hz.



24 hours PSD evolution with time for SIMON register

Figura 7.16.- Evolución temporal del PS del registro holter de SIMON.

Ilustraremos el uso de estas técnicas presentando el estudio de la evolución de algunos parámetros del registro holter SIMON a lo largo del día. Los rasgos estudiados son la posición de los máximos en las bandas HF y LF, así como el cociente de la energía contenida en estas zonas del espectro. Para ello se generan series temporales, que en este caso tienen una longitud de 198 puntos, conteniendo los parámetros resultantes de analizar los tramos de 7 minutos. Posteriormente, determinamos las variables estadísticas clásicas (Tabla 7.XI), donde se observa que los valores tienen una notable dispersión, concretamente, la posición de los máximos abarcan la totalidad de cada banda y su desviación típica es mayor del 40 %.

7.- ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DEL INTERVALO RR

<i>SIMON</i>	Media	Desviación	Máximo	Mínimo
FRLF	0.0643	0.0268	0.1367	0.0403
FRHF	0.2125	0.0859	0.3992	0.1501
LF/HF	1.76	0.40	2.79	0.66

Tabla 7.XI.- Análisis estadísticos de la evolución temporal de los parámetros FRLF, FRHF y LF/HF.

En la figura 7.17 representamos la serie temporal resultante del parámetro LF/HF, ya que se trata del factor considerado como más importante en el estudio de la variabilidad del RR.

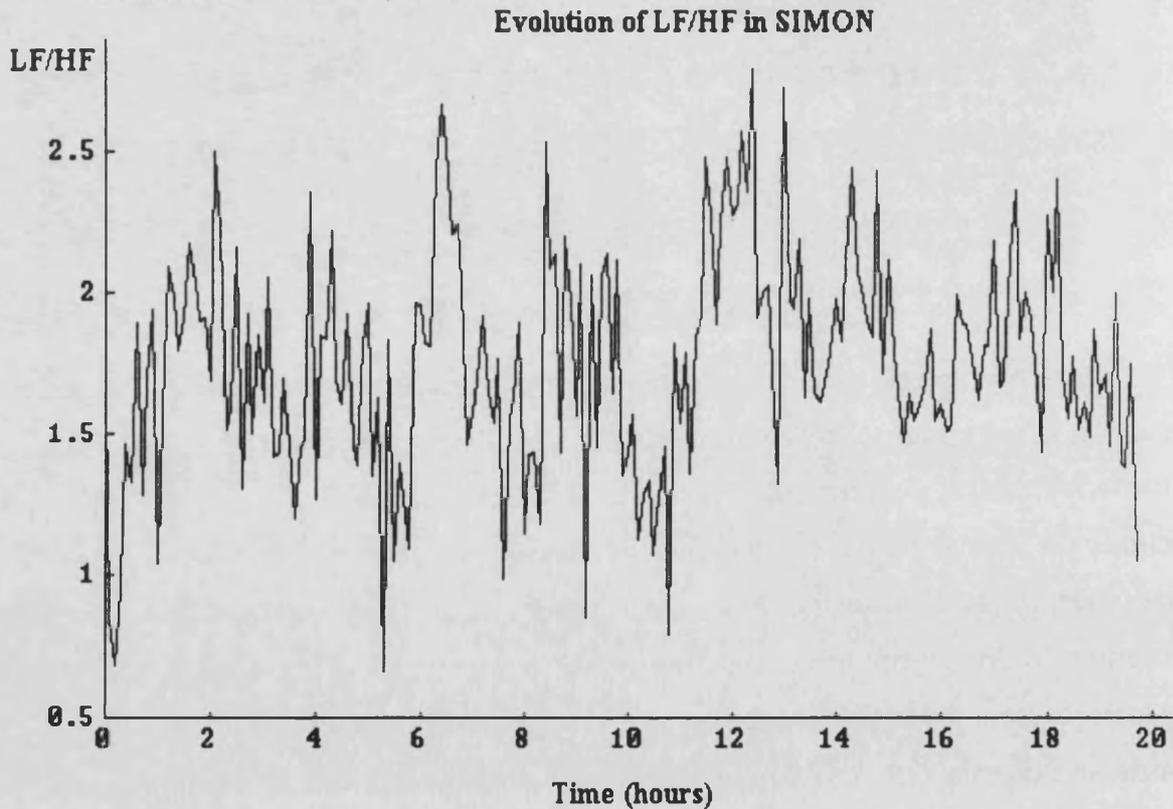


Figura 7.17.- Evolución temporal del parámetro LF/HF en el registro holter de SIMON.

Ilustraremos un análisis del parámetro LF/HF en el dominio de la frecuencia, a partir de realizar la FFT de la serie con 256 puntos rellenada con ceros (Figura 7.18).

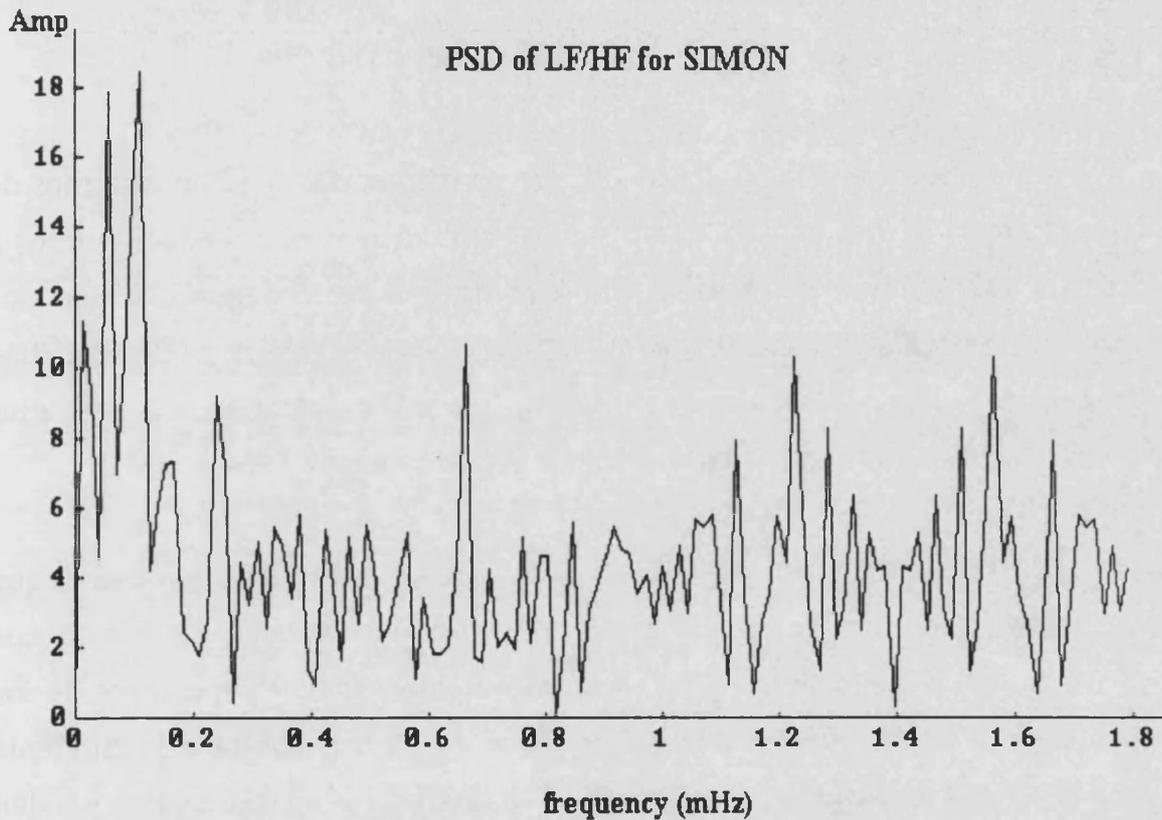


Figura 7.18.- PSD del parámetro LF/HF en el registro holer de SIMON.

El PS de LF/HF parece señalar un ligero predominio de las frecuencias bajas sin embargo resulta un espectro bastante plano, que podría hacernos pensar en un ruido blanco. Esto, junto con la inspección visual de la serie, nos hace pensar en un proceso aleatorio, en cuyo caso el tratamiento debería ser distinto.

En el Apéndice A3 se demuestra que, efectivamente, el proceso es altamente

aleatorio generada por una distribución normal, con una función de densidad de probabilidad aproximable a una gaussiana de $\mu=1.7559$ y $\sigma=0.3902$, que da lugar a una serie cuasi-estacionaria asemejable a un valor constante perturbado por ruido blanco.

7.4.2.- Análisis de la banda ULF.

Para el estudio de la banda de ultra bajas frecuencias (ULF) partiremos de una aproximación diferente que consiste en generar una serie de 2048 puntos a partir del promediado de la señal RR para tramos de 35 segundos. Ello nos permite cubrir casi 20 horas de registro Holter evitando la influencia de episodios anómalos puntuales de muy corta duración. Ilustraremos las técnicas aplicadas con dos series que son los obtenidos de los registros holter IAM y SIMON.

A diferencia del parámetro HF/LF analizado anteriormente, se observa que no se trata de un fenómeno puramente aleatorio (Ver apéndice A2) sino que incluye procesos que pueden resultar significativos. El más importante de los cuales es una componente de baja frecuencia que corresponde a la diferente duración del RR en períodos de vigilia y sueño (Figura 7.19) y que a veces pueden manifestarse como una especie de tendencia lineal (Figura 7.20). Esta componente, relacionada con el ritmo circadiano, es tan grande que en el estudio espectral a través de la FFT, enmascara las componentes más próximas a la misma. Otro punto importante, es que, quizás no sea adecuado el asimilar esta componente a una senoide como ocurre con el análisis de Fourier, ya que la diferencia de actividad a lo largo del día podría describirse mejor a partir de análisis no lineales con un esqueleto de onda cuadrada.

7.- ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DEL INTERVALO RR

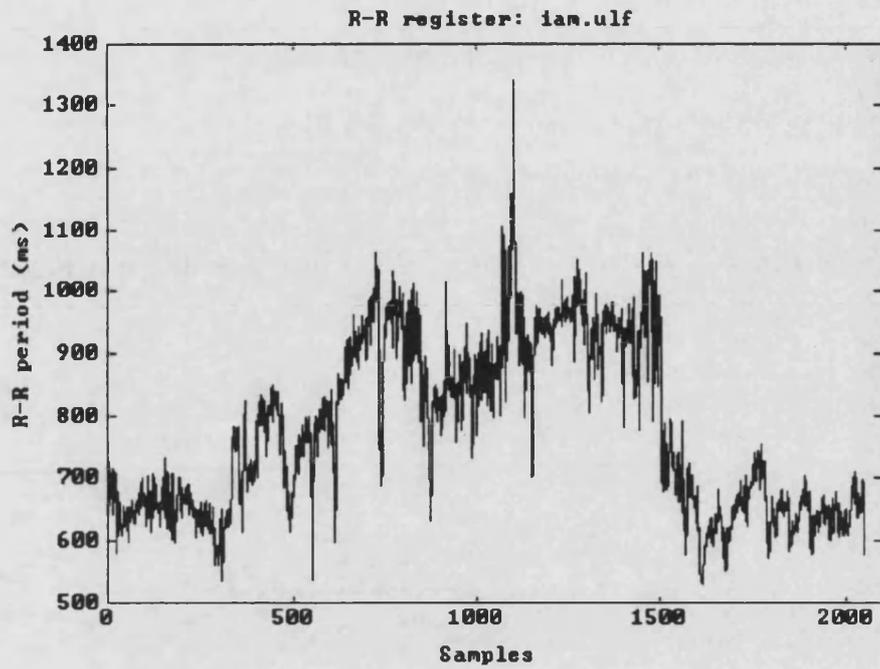


Figura 7.19.- RR promediado del registro holter IAM.

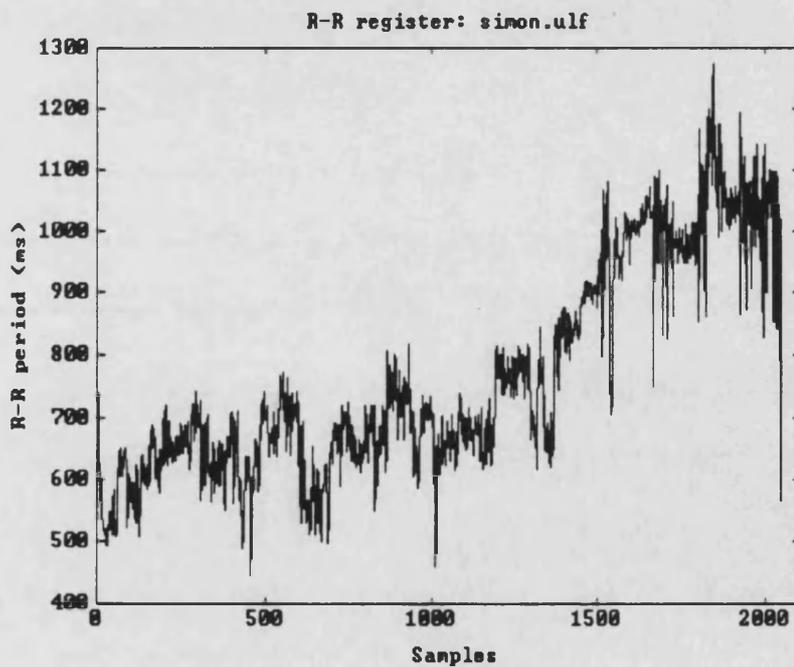


Figura 7.20.- RR promediado del registro holter SIMON.

Para analizar estas series en el dominio de la frecuencia hay que conocer la frecuencia de Nyquist y la resolución espectral de la FFT:

$$N = 2048 \text{ puntos} \quad \rightarrow \text{Res} = 27.9 \mu\text{s}$$

$$T_s = 35 \text{ s} \rightarrow f_N = 14.3 \text{ ms}$$

lo cual nos permite calcular el PSD de SIMON a partir de la FFT (Figura 7.21).

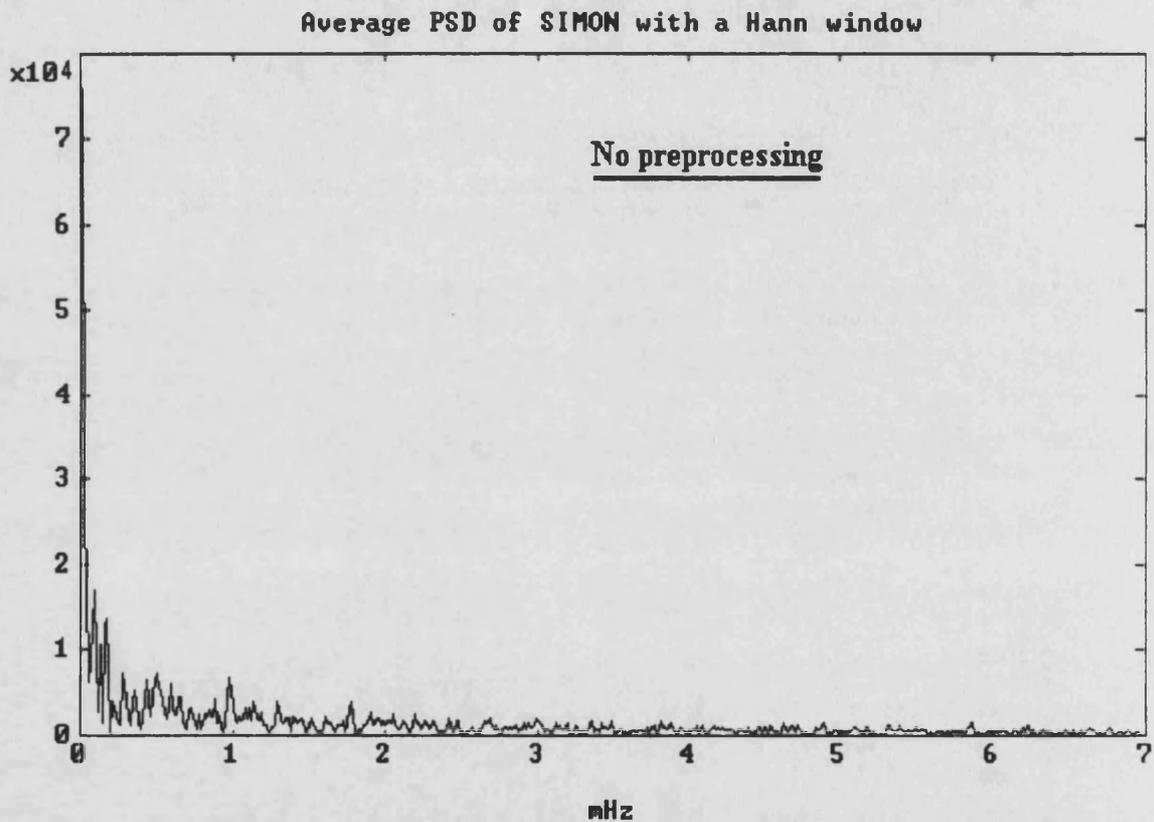


Figura 7.21.- PSD del RR en la banda de ULF del registro holter SIMON.

Se observa cómo el PSD tiene una componente muy importante en el primer término de la FFT, que corresponde al segundo armónico de $13.95 \mu\text{s}$ (el primer armónico, correspondiente al nivel de continua, es cero pues trabajamos con series de media cero), es decir, componentes de período largo del mismo

orden que el tiempo total de muestreo. Las componentes cercanas al segundo armónico pueden ser importantes pero difíciles de valorar por el fenómeno del "spectral leakage" (punto 4.1.1.2.2). Para tratar de evaluar su efecto simulamos un ritmo circadiano ideal constituido por una senoide de período 24 horas y amplitud adecuada y realizamos su PSD. Idealmente, deberíamos obtener un espectro nulo excepto la componente correspondiente a la frecuencia de la senoide, sin embargo, en la tabla 7.XII se muestra el efecto de la limitación en la resolución espectral.

compo- nente	período	Ritmo simulado		PSD real de SIMON	
		Val absoluto	Val relativo	Val absoluto	Val relativo
2	19 h 56 m	184020	1	187950	1
3	9 h 57 m	31997	.17	100430	.53
4	6 h 38 m	18816	.10	42740	.23
5	4 h 58 m	13540	.07	43890	.23

Tabla 7.XII.- Primeras componentes del PSD del ritmo circadiano simulado y del registro holter SIMON.

Con lo cual podemos suponer que sí que hay una presencia de componentes reales de frecuencia baja, si bien la estimación de su amplitud se ve fuertemente afectada por la componente de frecuencia más baja.

7.4.2.1.- Eliminación del ritmo circadiano.

Para poder estudiar el espectro sin que el ritmo circadiano lo distorsione excesivamente podríamos plantearnos el aplicar algún preprocesamiento a la señal original. La primera opción sería el filtraje de la señal a través de un pasa-alta de baja frecuencia de corte y fuerte atenuación.

Debido a que se quiere conseguir una banda de transición estrecha y gran atenuación, optamos por un filtro Chebyshev tipo II con frecuencias de corte de 23 y 92 μHz , rizado máximo en la banda pasante de .1 dB y atenuación de 100 dB, lo que corresponde a un orden 6. En la figura 7.22 podemos observar el PSD de la señal resultante de este filtrado, apreciándose una ligera distorsión de las componentes correspondientes a períodos mayores que 60 minutos, lo cual puede ser incompatible con el objetivo de nuestro estudio.

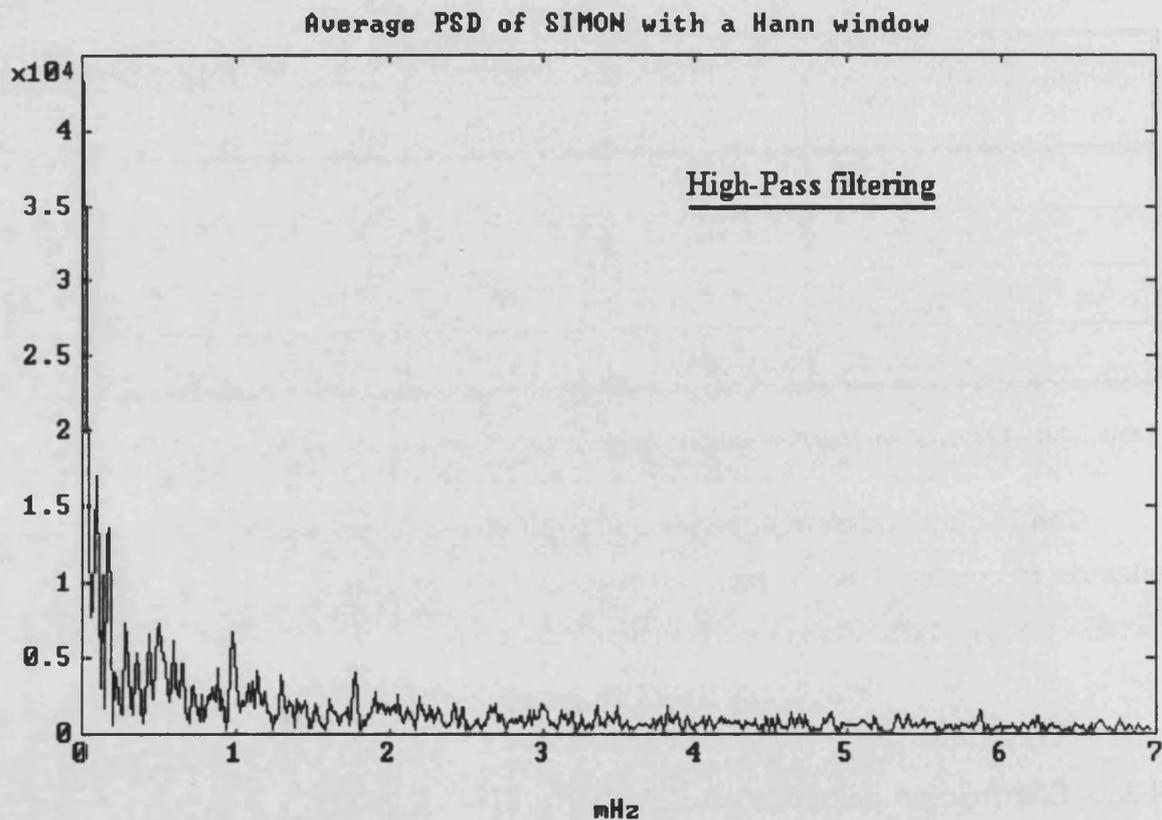


Figura 7.22.- PSD del RR en la banda de ULF del registro holter SIMON filtrado.

Existe otra aproximación basada en el postulado de la existencia de variaciones aperiódicas en el ritmo cardíaco debidas a variaciones posturales o actividades físicas y emocionales [Sapoznikov-89]. Algunos autores descartan el rango de frecuencias

ultrabajas por esta razón, ya que la mayor parte del espectro observado puede deberse a componentes aperiódicas y por tanto no adecuadas para el tratamiento a través de la FFT. Sin embargo, las variaciones periódicas lentas no deben ser ignoradas ya que pueden estar relacionadas con patologías tales como la insuficiencia cardíaca congestiva [Saul-88], así que vamos a tratar de separar las componentes periódicas de las que no lo son.

La primera aproximación al problema es la división de la serie en tramos de una longitud dada y eliminando la tendencia lineal de cada uno de estos segmentos (Figura 7.23), reconstruyendo posteriormente la señal.

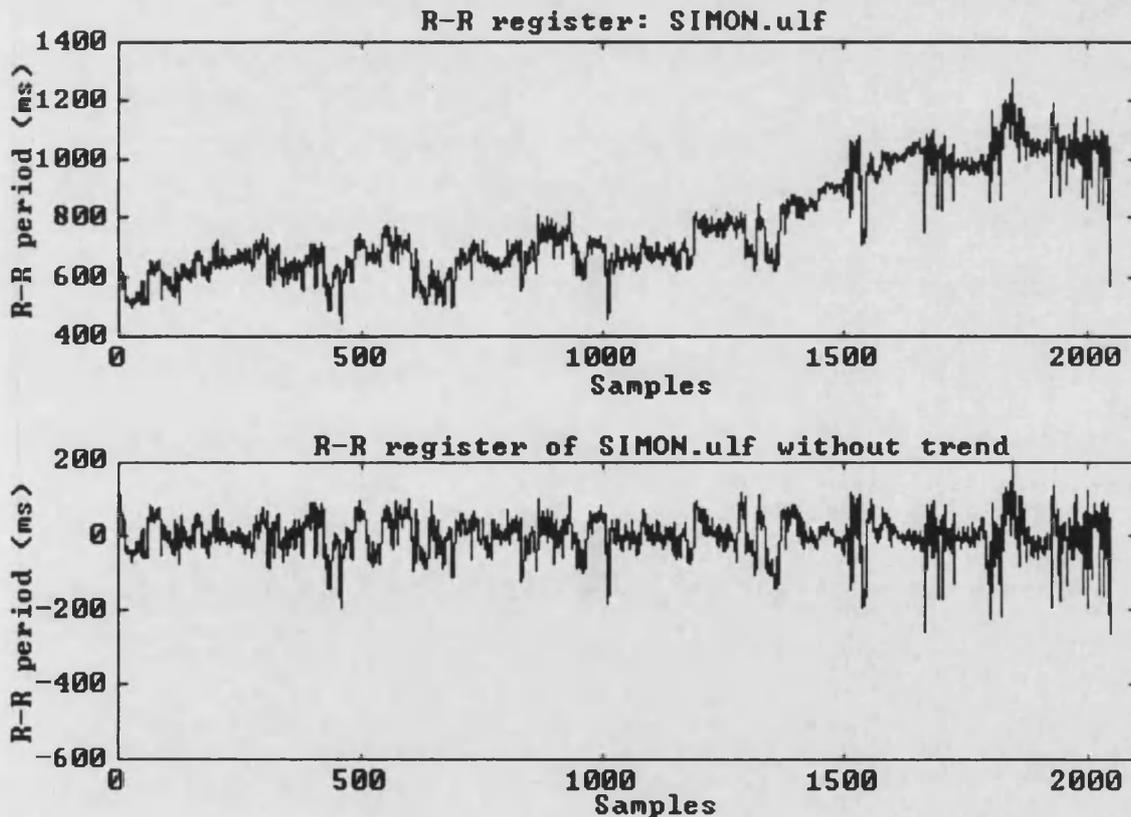


Figura 7.23.- Efecto de la eliminación de la tendencia lineal a tramos del registro SIMON.

La FFT de la serie resultante del tratamiento con intervalos de 128 puntos de longitud (Figura 7.24) muestra una atenuación muy considerable de las frecuencias más bajas, sin embargo este tratamiento puede introducir componentes altas ficticias generadas en los puntos frontera entre los distintos tramos. Por otro lado, el PSD depende fuertemente de la anchura de los segmentos, de forma que el efecto de atenuación de las bajas frecuencias se suaviza con el aumento en la longitud de los mismos. Además con este tratamiento, eliminamos las frecuencias bajas perdiendo la información que las mismas puedan contener.

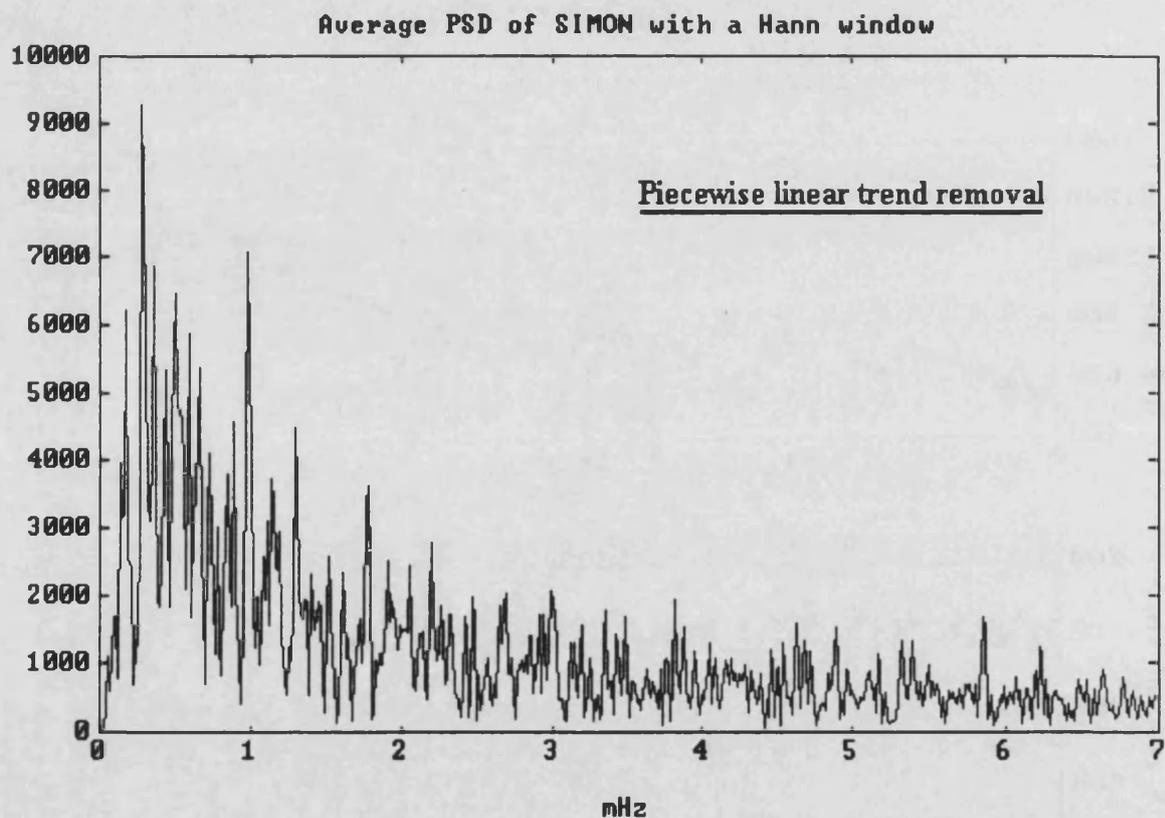


Figura 7.24.- PSD del RR en la banda de ULF del registro holter SIMON eliminando la tendencia lineal.

Una técnica distinta que puede aportar soluciones robustas es la de eliminar la tendencia polinómica de la serie. Para ello se calcula el polinomio de un orden

dado que mejor se ajusta a la señal, adaptándose así al carácter presuntamente no lineal de las componentes distorsionadoras. Heurísticamente se ha determinado que un polinomio de cuarto orden es suficiente para representar la tendencia de la señal de forma adecuada como se ve en la figura 7.25 para el registro SIMON.

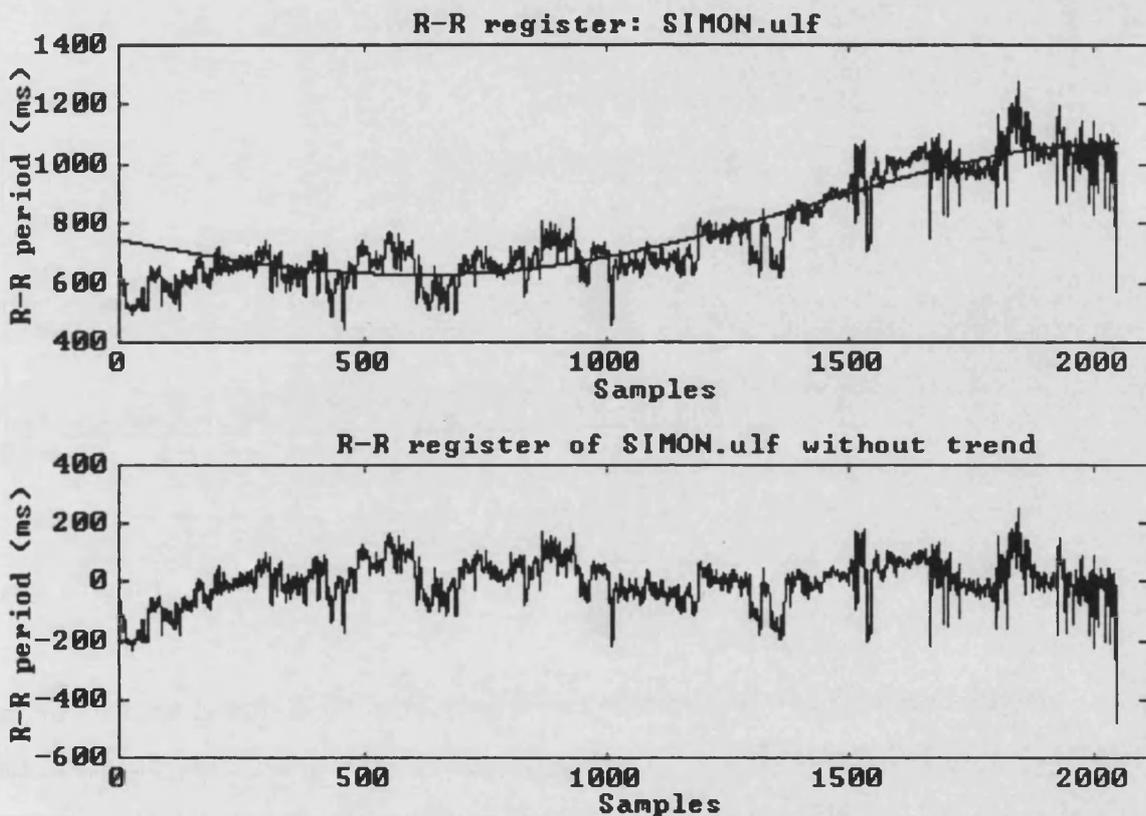


Figura 7.25.- Efecto de la eliminación de la tendencia polinómica de orden 4 del registro SIMON.

La FFT de la serie resultante de esta eliminación de la componente no lineal (Figura 7.26) muestra una atenuación de las frecuencias más bajas, que las llevan a niveles comparables al resto del espectro, abriendo además la posibilidad de analizar la componente eliminada.

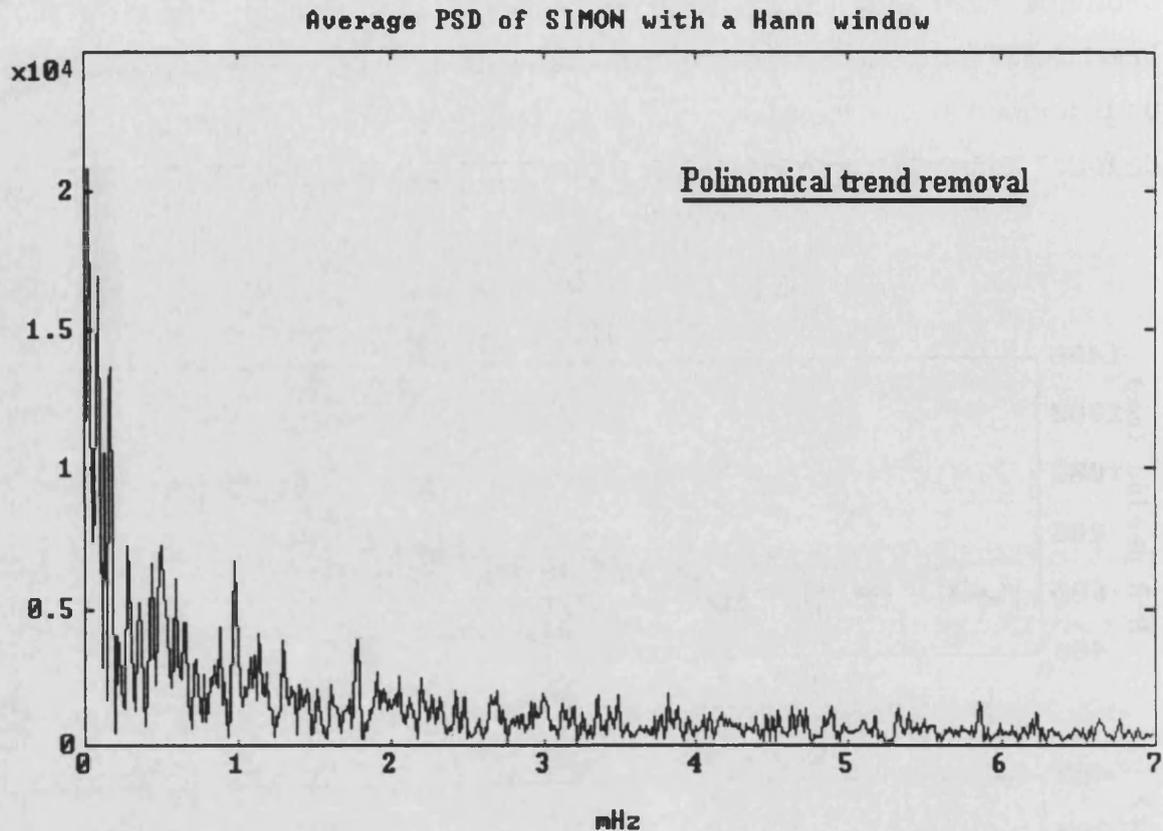


Figura 7.26.- PSD del RR en la banda de ULF del registro holter SIMON eliminando la tendencia no lineal.

Para comprobar mejor el efecto de este tratamiento mediante el análisis de las componentes no lineales, vamos a ver el efecto que, sobre la serie de la duración del intervalo RR del registro holter IAM, tiene la eliminación de las mismas (Figura 7.27), donde observamos el efecto del ajuste de forma visualmente más atractiva.

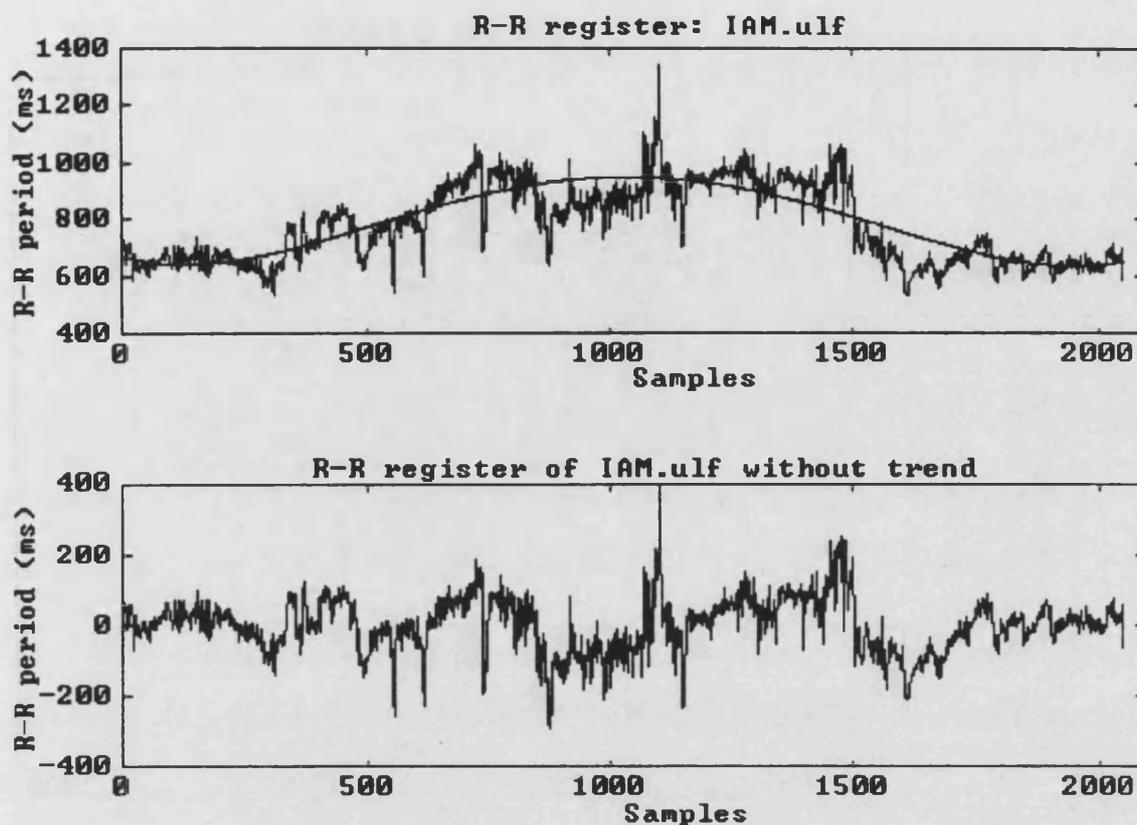


Figura 7.27.- Efecto de la eliminación de la tendencia polinómica de orden 4 del registro IAM.

A continuación podemos plantearnos el estudio de estos polinomios que constituyen una especie de portadora de la señal y que responden a las ecuaciones:

$$SIMON \rightarrow y = -1.26E-10 x^4 + 3.56E-7 x^3 + 3.18E-5 x^2 - 0.32 x + 738$$

$$IAM \rightarrow y = 4.55E-10 x^4 - 1.88E-6 x^3 + 2.21E-5 x^2 - 0.46 x + 659$$

que son asemejables a componentes sinusoidales como puede apreciarse de forma visual y numérica. En la figura 7.28, se muestran las dos funciones polinómicas comparadas con sendas componentes sinusoidales puras con indicación del coeficiente de correlación encontrado, el cual demuestra que se trata básicamente del efecto del ritmo circadiano que puede así eliminarse de la señal original mejorando su espectro a la vez que permitiendo el estudio del citado ritmo a partir de estas funciones.

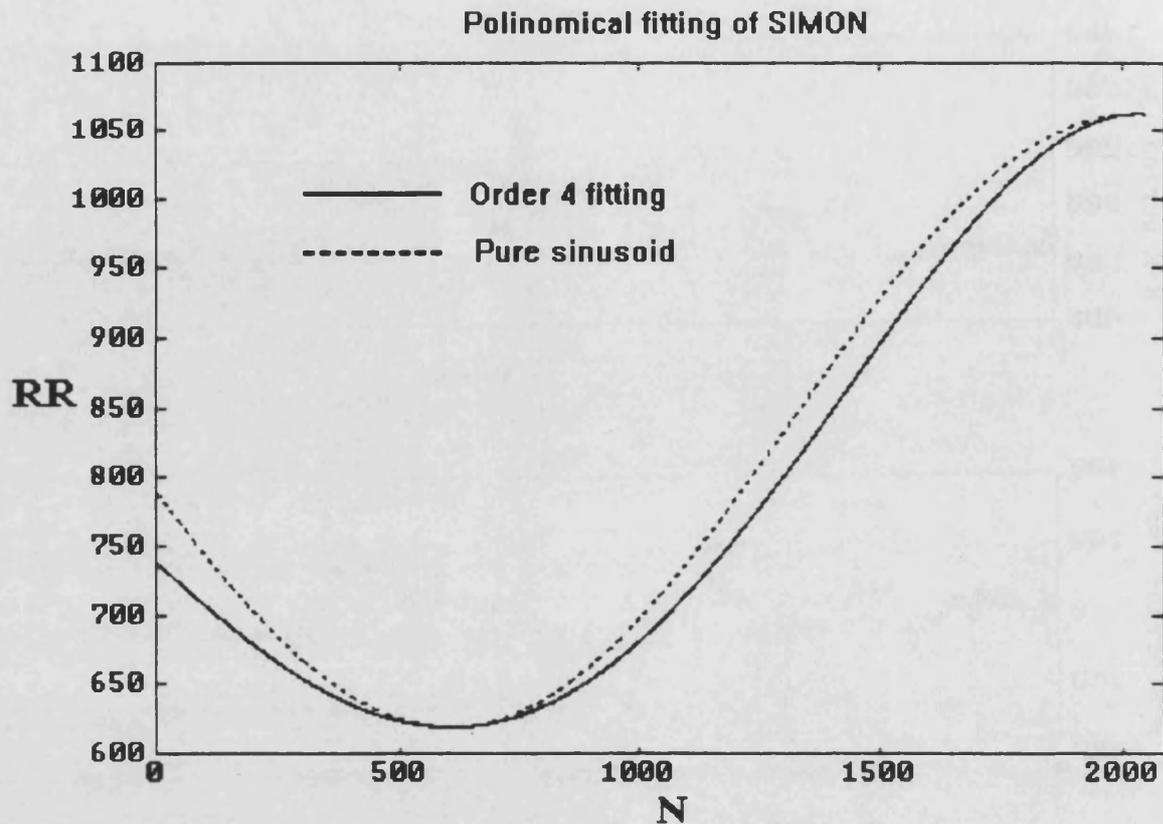


Figura 7.28.- Comparación de las tendencias polinómicas de orden 4 con sinusoides puras.

7.4.2.2.- Análisis mediante técnicas de modelización.

Una técnica radicalmente distinta de abordar el problema del estudio de la duración del intervalo RR a partir del promediado de registros holter de 24 horas es la búsqueda de un modelo cuya respuesta se ajuste a la del sistema (ver punto 3.6).

Las ventajas que puede aportar esta aproximación son varias:

- a) la obtención de un modelo simple que resulte adecuado, puede aprovecharse como una técnica de compresión de información

que permita reducir el tamaño de los ficheros sin pérdida apreciable de información.

- b) puede conseguirse la recuperación de tramos perdidos, o defectuosamente recogidos.
- c) los parámetros del modelo pueden emplearse como datos de entrada de clasificadores (p.e. redes neuronales) para la detección de patologías.

Como se trata de una serie temporal, para abordar el problema hemos considerado que el sistema analizado (generación de pulsos cardíacos) no recibe entradas de forma que restringimos las perturbaciones exteriores a las producidas por un ruido gaussiano de entrada y la realimentación de las salidas anteriores.

El método de trabajo consiste en dividir la serie temporal en dos tramos de igual longitud, el primer subconjunto se emplea para calcular el modelo adecuado mientras que el segundo permite la evaluación de la bondad del mismo, a partir de la simulación de la evolución del modelo. Se ha optado por el empleo de modelos AR y ARMA, aunque no desde el punto de vista de la estimación espectral sino de la identificación de sistemas, analizando la calidad de los modelos a partir del coeficiente de correlación obtenido entre la respuesta simulada y la señal real en la subserie de verificación, valorando el orden del modelo. Se presenta el estudio detallado del registro SIMON aunque se mostrarán los resultados obtenidos para las cuatro series analizadas.

En primer lugar adoptamos un modelo autorregresivo (AR) que responde a la ecuación:

$$A(q) \cdot y(t) = e(t)$$

para construir un predictor lineal que nos permita reconstruir tramos de la señal de 16 puntos con fidelidad y analizando la respuesta para órdenes del modelo desde 1

hasta 16 (Tabla 7.XIII), y adoptando el orden dos como el más adecuado por obtener un coeficiente de correlación muy cercano a 1 y ser de orden muy bajo.

orden	1	2	4	8	16
γ	0.9926	0.9987	0.9991	0.9992	0.9991

Tabla 7.XIII.- Coeficiente de correlación de distintos modelos AR del registro holter SIMON.

Los coeficientes del modelo de orden 2 son:

$$a(1) = -0.8090 \pm 0.0387 \quad a(2) = -0.1902 \pm 0.0307$$

dando lugar a una ecuación de entrada-salida:

$$y(t) = 0.8090 \cdot y(t-1) + 0.1902 \cdot y(t-2) + e(t)$$

que corresponde a un sistema estable pues sus dos polos están situados dentro del círculo unidad del plano Z (Figura 7.29).

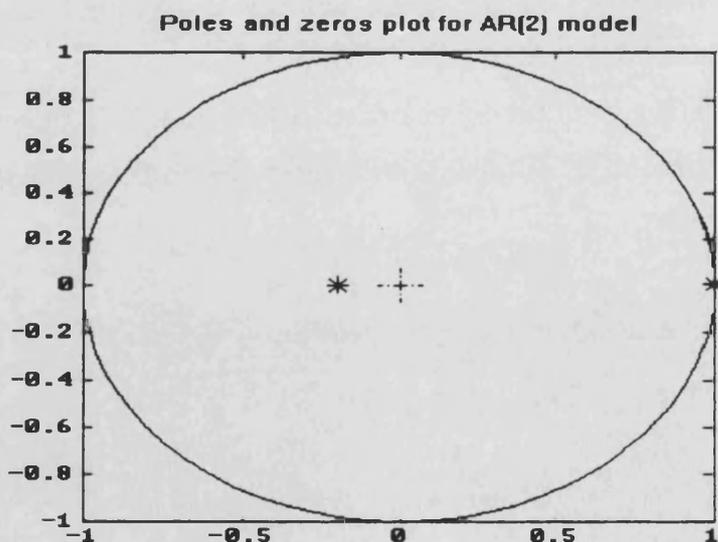


Figura 7.29.- Situación de los polos y ceros del modelo AR.

El error de predicción (residuos) que ofrece el modelo se presenta en la figura 7.30, donde se aprecia como se pierde calidad para valores relativamente grandes y permite postular que el empleo de técnicas de predicción lineal puede permitir reconstruir tramos apreciablemente largos de la serie con mejores resultados que mediante interpolación, incluso con splines.

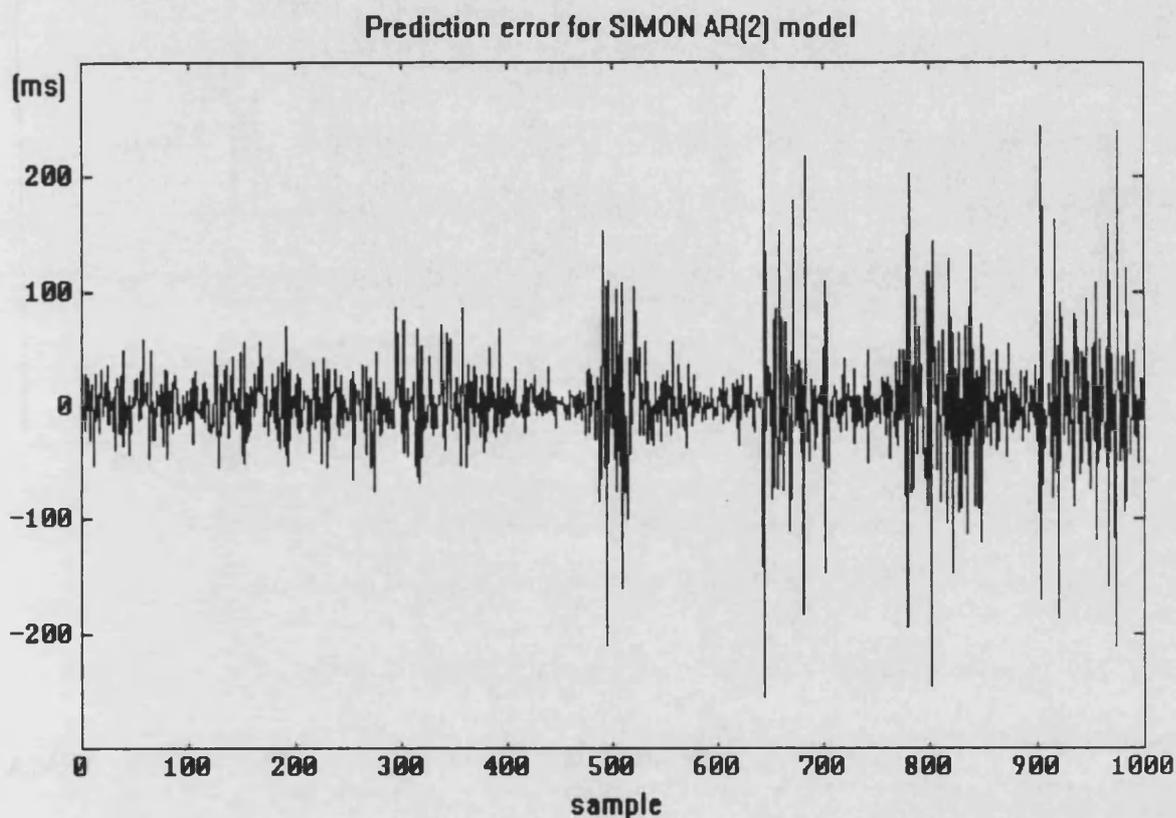


Figura 7.30.- Error de predicción del model AR(2) de la serie SIMON.

En la figura 7.31 se presenta la señal original junto con una serie reconstruida formada a partir de los valores obtenidos por un predictor lineal aplicado sobre la subserie de verificación del modelo y del que se van obteniendo tramos de 16 puntos de longitud que concatenados reproducen la señal real con un coeficiente de correlación de 0.9987, muy cercana a la unidad.

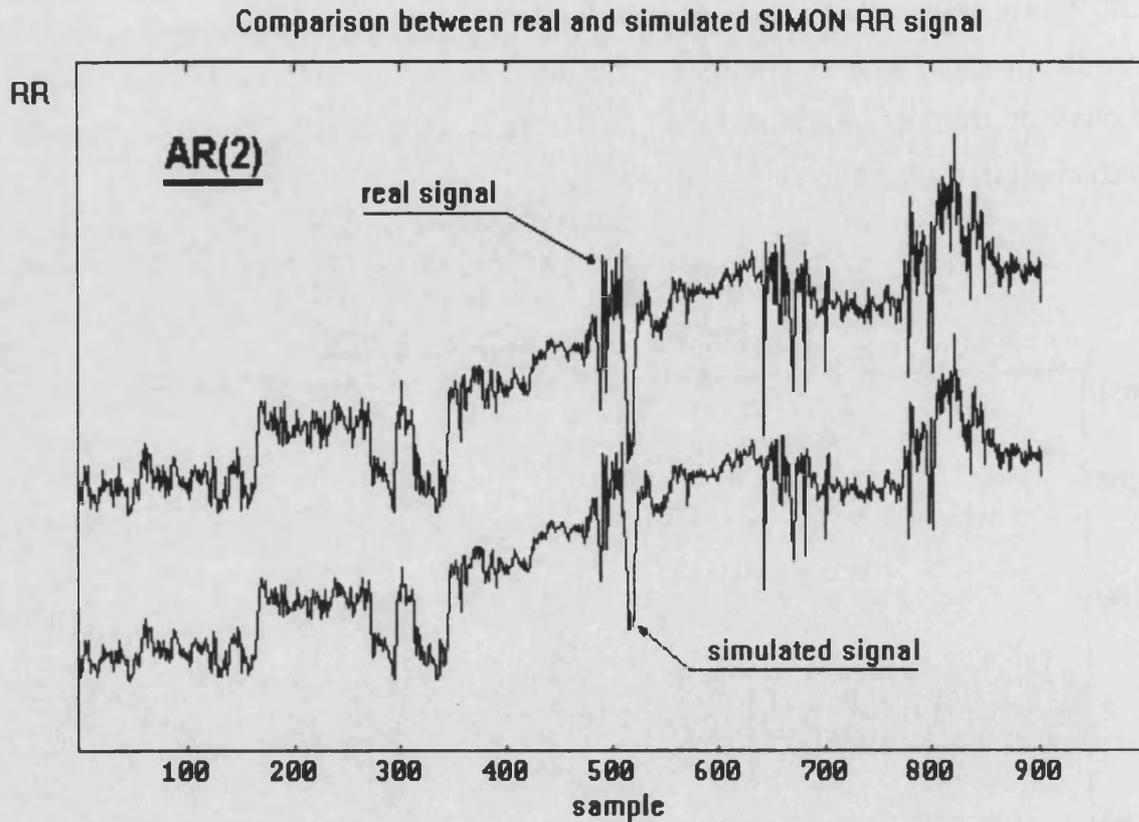


Figura 7.31.- Reconstrucción de la señal partir del modelo AR.

De la misma forma podríamos plantearnos trabajar sobre un modelo ARMA, de acuerdo con la ecuación:

$$A(q) \cdot y(t) = C(q) \cdot e(t)$$

para construir un predictor lineal de las mismas características que el anterior y analizando la respuesta para órdenes del modelo desde [1,1] hasta [3,3] (Tabla 7.XIV), y adoptando el orden [1,2] como el más adecuado por obtener un coeficiente de correlación muy cercano a 1 y ser de orden muy bajo.

orden	[0 1]	[1 0]	[1 1]	[1 2]	[2 1]	[2 2]	[1 3]	[3 1]
γ	0.9556	0.9556	0.9556	0.9969	0.9966	0.9902	0.9945	0.9556

Tabla 7.XIV.- Coeficiente de correlación de distintos modelos ARMA del registro holter SIMON.

Los coeficientes del modelo de orden [1 2] son:

$$a(1) = -0.9996 \pm 0.001 \quad c(1) = -0.8090 \pm 0.0313 \quad c(2) = -0.1902 \pm 0.0313$$

dando lugar a una ecuación de entrada-salida:

$$y(t) = 0.9996 \cdot y(t-1) + e(t) - 0.2136 \cdot e(t-1) - 0.0504 \cdot e(t-2)$$

que corresponde a un sistema estable pues sus dos polos están situados dentro del círculo unidad del plano Z (Figura 7.32).

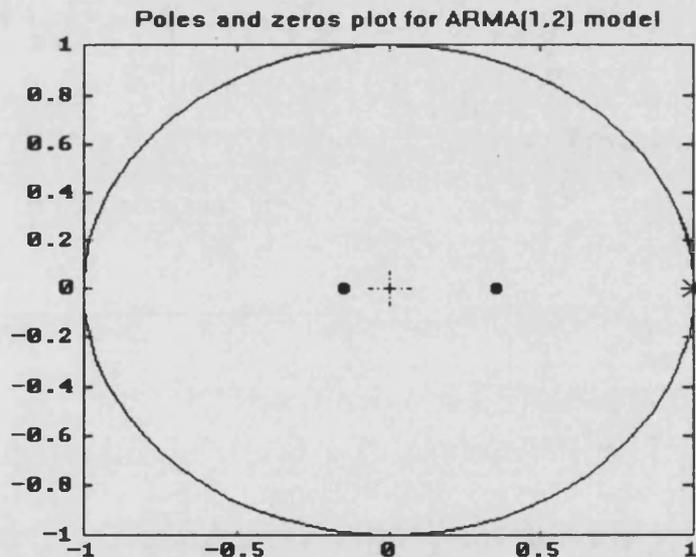


Figura 7.32.- Situación de los polos y ceros del modelo ARMA.

El error de predicción es similar al caso anterior. En la figura 7.33 se presenta la señal original junto con una serie reconstruida formada a partir de los valores obtenidos por un predictor lineal aplicado sobre la subserie de verificación del

modelo y del que se van obteniendo tramos de 16 puntos de longitud que concatenados reproducen la señal real con un coeficiente de correlación de 0.9969, muy cercana a la unidad.

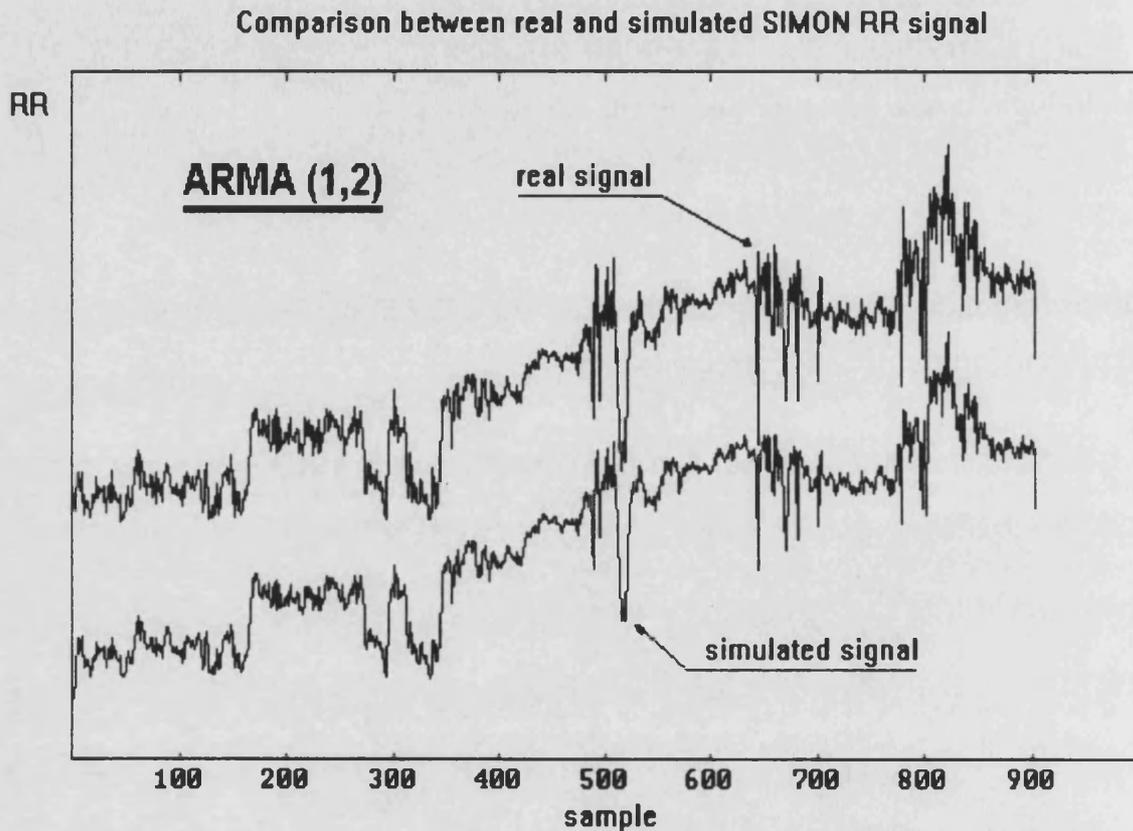


Figura 7.33.- Reconstrucción de la señal partir del modelo ARMA.

Por tanto se puede concluir que la modelización de la señal RR promediada para el estudio de la banda ULF resulta una técnica muy válida para las aplicaciones anteriormente señaladas. Así por ejemplo seríamos capaces de reconstruir tramos deteriorados de 16 puntos con fiabilidad e incluso se podría plantear para el almacenamiento de las series el guardar tramos alternativos junto con el modelo, de forma que para ser estudiada se procediera a su reconstrucción.

CAPÍTULO 8

CONCLUSIONES.

PROYECCIÓN FUTURA

DE LA INVESTIGACIÓN

Aportaciones del trabajo.

- 1) Se presenta un estudio de la teoría moderna de estimación espectral, con un enfoque eminentemente intuitivo y práctico, incidiendo particularmente en las ventajas y limitaciones de las distintas aproximaciones.
- 2) Se describen los sistemas de captación de registros desarrollados por el grupo de Procesado Digital de Señales del Departament d' Informàtica y Electrònica de la Universitat de València que ha permitido el desarrollo del presente trabajo, así como la proyección del mismo en futuras ampliaciones que posibiliten alcanzar posiciones punteras en la investigación de las técnicas presentadas.
- 3) Se ha realizado un estudio de la aplicación de técnicas de estimación espectral al análisis de señales de electrocardiografía, enfocado a dos problemas concretos, el ECG de alta resolución y el estudio de la variabilidad del intervalo R-R. En estos campos se ha desarrollado un estudio sistemático de la estimación espectral frente al escaso rigor metodológico que se observa en buena parte de la bibliografía.
- 4) El problema de la detección de los potenciales tardíos ventriculares se ha analizado con profundidad con una revisión bibliográfica, un estudio crítico de los procedimientos empleados por los principales investigadores y una exposición razonada de nuevas técnicas para mejorar la fiabilidad de los estimadores (caso del algoritmo de la Transformada Chirp-Z o el método recursivo no paramétrico) y la velocidad de cálculo (algoritmo de Goertzel).



8.- APORTACIONES DEL TRABAJO. PROYECCIÓN FUTURA DE LA INVESTIGACIÓN

- 5) En este tema se ha comprobado la sensibilidad respecto al orden de los métodos AR, así como la conveniencia del estudio latido a latido, a través de una reducción del nivel de ruido (con filtrado adaptativo o espectros de alto orden) y la definición de unos criterios adecuados para la detección de los VLP (la complejidad del problema sugiere emplear redes neuronales como clasificadores).
- 6) Hay un análisis del estudio de la variabilidad del intervalo R-R, con una revisión crítica de las técnicas habitualmente empleadas y la propuesta de soluciones para el procesado de registros Holter.
- 7) En este punto se han propuesto nuevos parámetros de estudio, entre otros la evolución del cociente LF/HF, analizado en tramos de 5 minutos, durante 24 horas. Para este parámetro, se ha postulado un comportamiento casi Gaussiano lo que supone que su distribución queda definida con los momentos de orden más bajo, su media y desviación típica.
- 8) Hay un estudio de la banda ULF, dentro del cual se ha planteado una alternativa al análisis del ritmo circadiano, con una aproximación polinómica frente a la función cosinor habitual. Esto resulta más general pues supone no asumir un comportamiento periódico.
- 9) Se ha observado que la modelización AR o ARMA es adecuada para representar la evolución del RR promediado en el estudio de la banda ULF. Esto tiene aplicaciones en campos tales como clasificación de patrones, reconstrucción de la señal o compresión de los datos.

- 10) El estudio que conforma la presente tesis, presenta un marco para la aplicación rigurosa de las técnicas en el dominio de la frecuencia al análisis del ECG, analizando procedimientos ya existentes y planteando alternativas interesantes tanto desde el punto de vista médico, por la mejora de la capacidad de diagnóstico, como desde el de procesado de la señal por aplicar sus técnicas al análisis de problemas reales de elevada complejidad.

Proyección futura de la investigación.

La propia concepción de esta tesis ha conducido a la aparición de nuevas ideas y enfoques que merecen ser analizados en próximos trabajos:

En cuanto a la detección de los potenciales tardíos ventriculares:

- 1) Estudio estadístico para determinar qué método no paramétrico da lugar a un mejor marcador.
- 2) Comprobación de la eficiencia del estudio espectro-temporal como marcador.
- 3) Aplicación de técnicas poliespectrales para la deconvolución de la señal original, eliminando tanto el ruido gaussiano presente como las distorsiones cuadráticas del canal de transmisión (el propio cuerpo).
- 4) Captación de un canal de ruido para aplicar un filtrado adaptativo al ECG que favorezca el estudio latido a latido.

- 5) Aplicación de clasificadores basados en redes neuronales para la detección de los post-potenciales latido a latido. Estos clasificadores pueden resultar adecuados pues se dispone de poca heurística del problema. Además, resultaría interesante seleccionar un número de variables cuya contribución a la mejora del clasificador se verificaría a través de un proceso selectivo de poda.

En cuanto a las series RR:

- 1) Verificar el comportamiento de las técnicas descritas para el estudio de la banda de ultra bajas frecuencias (ULF) en un número de población elevado.
- 3) Comprobar los métodos propuestos para estudiar la evolución del RR durante las 24 horas (promediado de la señal, del PSD o de los parámetros obtenidos).
- 4) Analizar el intervalo QT en paralelo con el RR para mejorar sus prestaciones como marcador.
- 3) Aplicar la modelización al problema de la compresión de datos. En el caso de las series RR, donde se ha demostrado que un orden bajo es capaz de reconstruir tramos importantes de la serie temporal, los ficheros holter resultantes son del orden de 352 KB. En el caso de la compresión del ECG, esto resulta particularmente interesante para el estudio del intervalo QT, ya que, a causa de la complejidad de los algoritmos empleados, este procesado se realiza "off-line" lo que implica la generación de archivos de 1 MB para tramos de 5 minutos.

APÉNDICES



APÉNDICE 1

EFEECTO DEL FENÓMENO GIBBS

Efecto de fenómeno de Gibbs en señales con variaciones abruptas.

Para ilustrar el efecto que el fenómeno de Gibbs tiene sobre la aplicación de filtros a señales con variaciones abruptas como es el caso del tramo terminal del QRS, generamos una señal de continua con dos saltos que introducen componentes de muy alta frecuencia.

Esta señal se pretende filtrar para eliminar frecuencias normalizadas superiores a 0.1. Para ello, se aplican tres tipos distintos de filtros, IIR, FIR y ajustados por mínimos cuadrados (LSE), con un orden equivalente (Fig A1.1) y se estudia la señal filtrada (Fig A1.2).

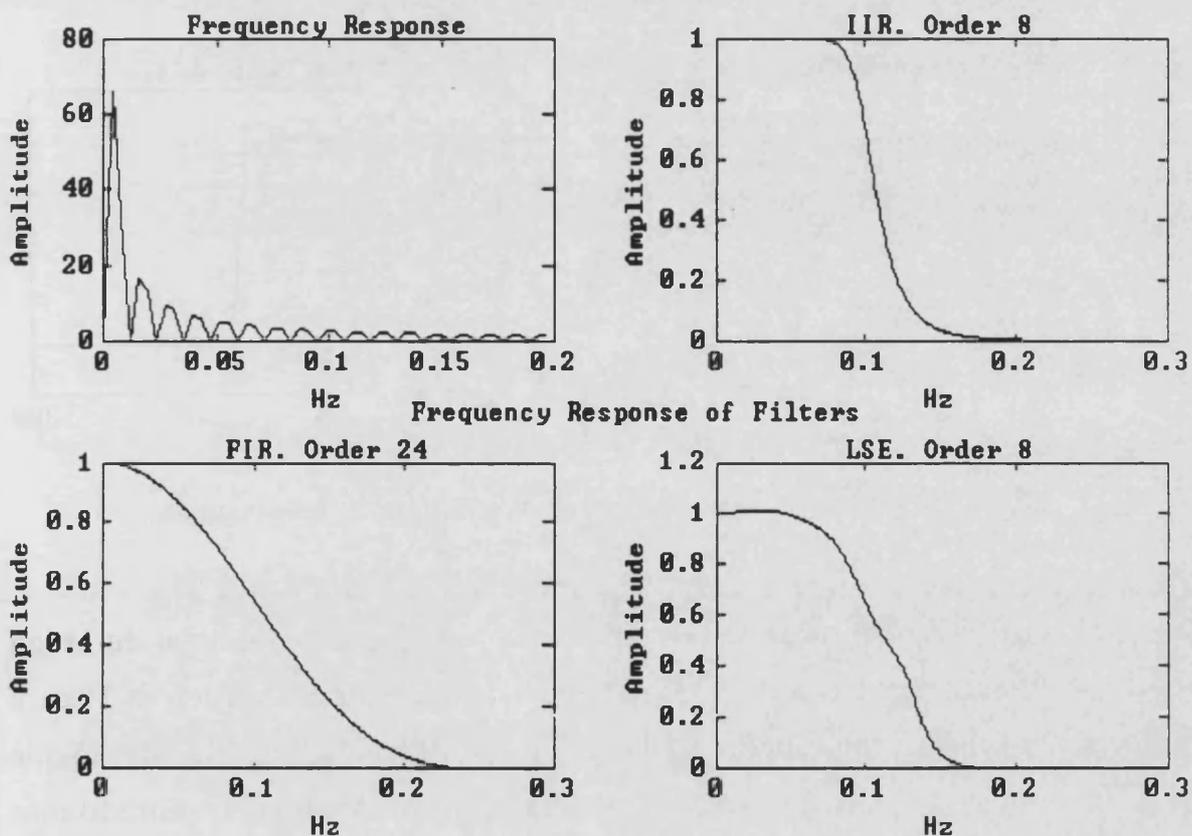


Figura A1.1.- Representación de la señal en el dominio de frecuencias y respuesta frecuencial de los filtros.

El filtro IIR implementado es un Butterworth de orden 8. La salida presenta unas oscilaciones en los saltos de la señal de entrada, que modifican la morfología de la misma durante un tiempo importante.

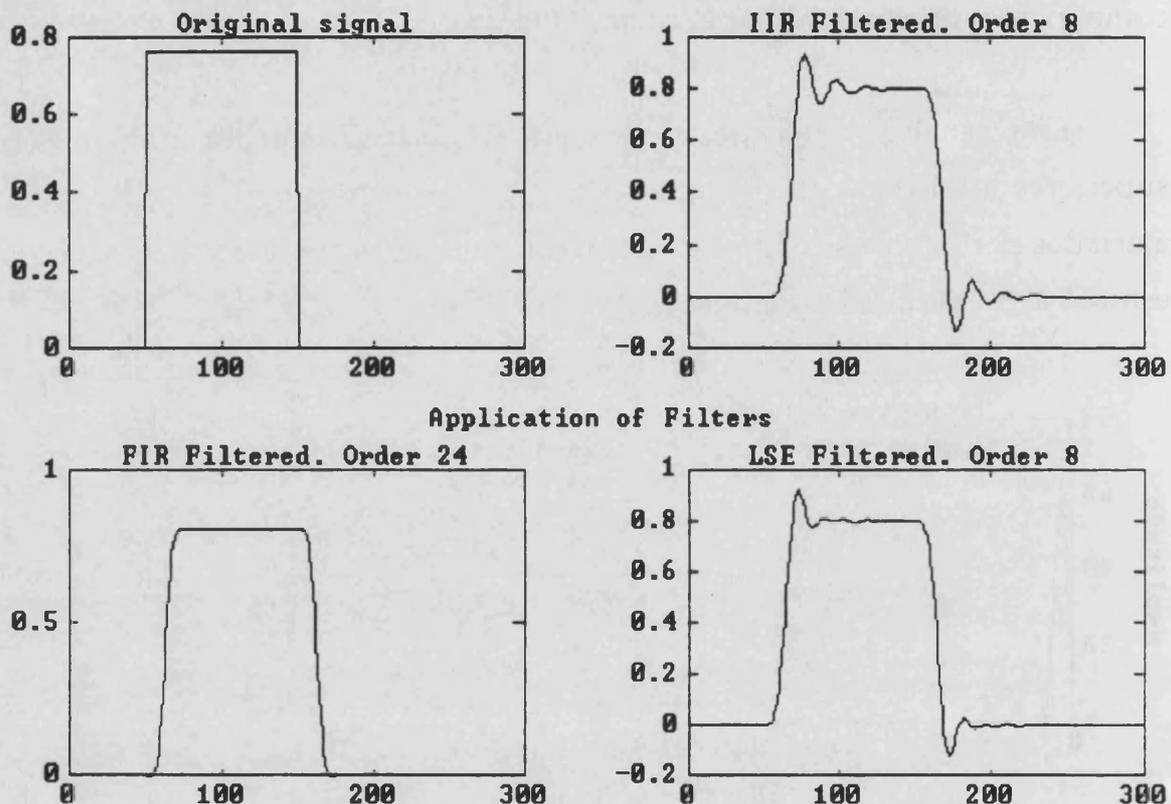


Figura A1.2.- Señal original y filtrada con tres tipos distintos de filtros pasa baja.

El filtro FIR es un clásico fase lineal obtenido a partir del ideal de orden infinito mediante truncamiento y enventanado de Hamming. El orden es 24 para compensar su menor capacidad de generar bandas de transición reducidas lo que se observa en su respuesta en frecuencia. Su aplicación produce un filtrado más suavizado, menos distorsión de la señal, pero presenta un retardo mayor que los IIR ya que su orden ha de incrementarse.

El filtro LSE, es un filtro IIR de orden 8, cuyos coeficientes se obtienen a partir del algoritmo recursivo de Yule-Walker, que equivale a un ajuste del filtro ideal en el dominio del tiempo por mínimos cuadrados [Friedlander-84a]. Con este filtro se consigue amortiguar la resonancia que presenta el Butterworth al procesar variaciones grandes de la señal de entrada.

APÉNDICE 2

ANÁLISIS ESPECTRAL DE UN VECTOR DE REGISTROS

Análisis espectral de un vector de registros.

Dentro del problema de la detección de los potenciales ventriculares tardíos, se ha mencionado que los estudios basados en el dominio del tiempo trabajan sobre el módulo del vector cardíaco, mientras que en el estudio espectral se suele recurrir al análisis independiente de las diversas componentes.

Esto se debe a la necesidad de disponer de varios parámetros para clasificar los pulsos. En este apéndice vamos a comprobar cómo el análisis independiente de cada componente aporta información adicional al estudio del módulo.

Generamos una señal a base de tres componentes que consisten en sinusoides puras contaminadas con ruido blanco gaussiano.

<u>Componente X</u>	Componente 1:	Frecuencia: 0.1	Amplitud: 1
	Componente 2:	Frecuencia: 0.06	Amplitud: 0.6
<u>Componente Y</u>	Componente 1:	Frecuencia: 0.06	Amplitud: 1
<u>Componente Z</u>	Componente 1:	Frecuencia: 0.04	Amplitud: 0.4
	Componente 2:	Frecuencia: 0.06	Amplitud: 0.6

Se genera el módulo de la señal a partir de la relación habitual:

$$Módulo = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

La señal se muestrea a 1 Hz hasta completar registros de 1024 puntos. En la figura A2.1 se observa como el contenido espectral del módulo no presenta las mismas frecuencias predominantes que las componentes X, Y, Z. Paralelamente, se aprecia el efecto de la limitación en la resolución espectral en la FFT de la derivación Z, ya que, aunque la amplitud de la componente de frecuencia 0.04 Hz

es menor que la correspondiente a la de frecuencia 0.06 Hz, en el PSD, la impresión es la contraria.

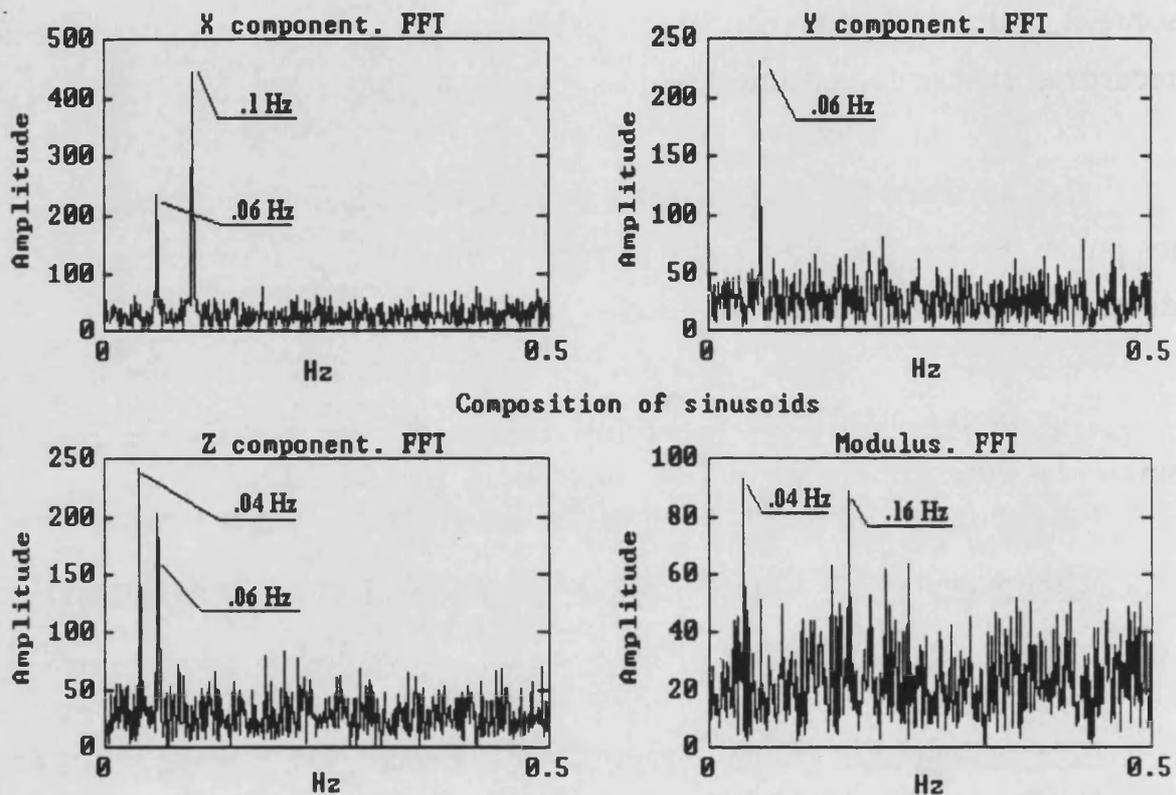


Figura A2.1.- FFT de las componentes y el módulo de la señal generada.

Ello se debe a que la frecuencia de 0.04 Hz está mucho cerca de las componentes consideradas por la FFT para representar la señal, con lo que el efecto del "spectral leakage" es menor. En la tabla A2.I se muestran los valores de frecuencias de las componentes de la FFT cercanas a las que conforman las señales (40, 60 y 100 mHz), especificando además la distancia que hay entre este valor y el de la frecuencia real a la que representa, observándose como la más cercana es la correspondiente al valor real de frecuencia de 0.04 Hz, mientras que la de 0.06

Hz cae en la peor posición (prácticamente equidistante entre dos de valores generados por la FFT).

	40		60		100	
Ordinal	40	41	61	62	102	103
Frec (mHz)	39.06	40.04	59.57	60.55	99.61	100.59
ΔFr (mHz)	-0.94	+0.04	-0.43	+0.55	-0.49	+0.59

Tabla A2.I.- Valores de frecuencia generados por la FFT cercanos a los valores de frecuencia reales.

La razón de que aparezcan otras componentes en el espectro del módulo se evidencia al analizar matemáticamente el problema. Al realizar una operación no lineal, aparecen componentes sinusoidales que son combinación lineal de las presentes en la señal original.

Así, las frecuencias más importantes del módulo del registro corresponden a combinaciones lineales de las tres frecuencias básicas de las componentes ortogonales, con coeficientes .5, 1 ó 2:

$$f_1 = 0.1 \text{ Hz} \qquad f_2 = 0.06 \text{ Hz} \qquad f_3 = 0.04 \text{ Hz}$$

Las frecuencias de mayor amplitud dentro del espectro del módulo resultan ser:

$$\begin{aligned} \text{Amp} = 90.82 & \Rightarrow 160.2 \text{ mHz} = f_1 + f_2 \\ \text{Amp} = 83.73 & \Rightarrow 40.01 \text{ mHz} = f_3 \\ \text{Amp} = 59.36 & \Rightarrow 82.03 \text{ mHz} = f_1 - \frac{1}{2}f_3 = f_3 + \frac{1}{2}f_2 \\ \text{Amp} = 59.06 & \Rightarrow 99.64 \text{ mHz} = f_1 = f_3 + f_2 \end{aligned}$$

APÉNDICE 3

ESTIMACIÓN DE LA ALEATORIEDAD DE LAS SERIES TEMPORALES

Estimación de la aleatoriedad de las series temporales.

La hipótesis más inmediata que puede establecerse en una serie que muestra fluctuaciones aparentemente casuales es la aleatoriedad de la misma. En la práctica puede ser complicado distinguir visualmente los procesos puramente aleatorios de los generados por elementos sistemáticos pero fuertemente contaminados por ruido.

Por hipótesis, las observaciones en las series aleatorias, son independientes y podrían haber ocurrido en cualquier orden. No hay límite al número de pruebas que podríamos diseñar para cuantificar la aleatoriedad de un proceso, sin embargo, una serie de criterios sirve para establecer la calidad de las mismas [Kendall-76]:

- (a) La prueba no debe hacer suposiciones restrictivas acerca de la distribución que, presuntamente, origina la serie temporal.
- (b) La carga computacional debe mantenerse mínima.
- (c) Los cálculos deben ser fáciles de actualizar de forma que, una vez analizada una serie, en caso de disponer de nuevos datos, no se deban repetir los cálculos *ab initio*.
- (d) La elección de una prueba depende, en cierto grado, de la hipótesis alternativa que se considere. Es decir, se trabaja más a través de la comparación entre hipótesis que de forma absoluta. El tratamiento puede ser distinto si los datos muestran una tendencia o bien se sospecha una periodicidad.

En este apartado vamos a aplicar las dos técnicas más simples a dos series temporales. La primera, sospechosa de ser aleatoria, es la evolución del parámetro LF/HF durante 24 horas calculado a partir de tramos de 7 minutos y la segunda,

la duración del tramo RR obtenido como promedio de tramos de 25 segundos durante 24 horas.

Cambios de sentido.

La forma más fácil de analizar una serie es contar el número de máximos y mínimos locales (cambios de sentido) que presenta.

Dada una serie finita de n valores, u_1, u_2, \dots, u_n . Puede generarse una serie auxiliar con $n-2$ valores, de la forma:

$$X_i = 1, \quad \text{si } u_i < u_{i+1} > u_{i+2} \\ \text{o bien } u_i > u_{i+1} < u_{i+2} \\ = 0, \quad \text{en otro caso.}$$

A partir de ella podemos obtener el valor esperado y la desviación típica del número de cambios de sentido de un proceso aleatorio:

$$E(p) = \frac{2}{3} (n-2)$$

$$var(p) = \frac{16n - 29}{90}$$

El estudio de los momentos de orden más alto, nos muestra una relativamente rápida tendencia de la distribución hacia la normalidad. Esto supone que con un número de observaciones suficientemente elevado, obtendríamos una distribución de probabilidad, de media $E(x)$ y como desviación típica la raíz cuadrada de la varianza.

En la tabla A3.I presentamos los resultados del análisis de este método para las series mencionadas, observándose que el comportamiento de la LF/HF se ajusta a lo estimado para una serie aleatoria.

	No ptos	ESTIMACION			REAL
		Media	Varianza	σ	Valor
LF/HF	198	130.7	34.9	5.9	134
RR Holter	2048	1364	363.8	19.1	1223

Tabla A3.I.- Estudio de los cambios de sentido de las series LF/HF y RR.

Longitud de fase.

Es interesante el considerar no solamente el número de cambios de sentido sino la distribución de los intervalos que hay entre ellos. El intervalo entre dos cambios de sentido consecutivos recibe el nombre de fase.

Para una serie de longitud n , el valor esperado del número de fases de longitud d en la serie completa es de:

$$\frac{2 (n-d-2) (d^2+3d+1)}{(d+3)!}$$

y el número total de fases desde la longitud 1 hasta $n-3$ es de:

$$N = 2 \left[\frac{2n-7}{6} + \frac{1}{nl} \right]$$

En la tabla A3.II se presenta el análisis de la longitud de fase para las

mismas series mencionadas, obteniéndose las mismas conclusiones que en el caso anterior respecto a la aleatoriedad de las series, que hacen superfluo un análisis de la significancia de los mismos.

Longitud de fase	LF/HF		RR Holter	
	Observado	Teórico	Observado	Teórico
1	85	81.3	716	852.1
2	37	35.6	317	374.7
3	11	10.2	117	107.8
4	1	2.2	45	23.5
5	0	0.4	16	4.2
6	0	0.06	6	0.6
7	0	-	3	0.08
8	0	-	2	-
Total	134	129.7	1222	1363

Tabla A3.II.- Estudio de las longitudes de fase de las series LF/HF y RR.

Análisis de la serie LF/HF.

Visto el carácter aleatorio de la serie temporal LF/HF vamos a analizar con detenimiento las características de la misma. En primer lugar, trataremos de establecer cualitativamente si se trata de ruido blanco como parecía mostrar la FFT de la serie (Figura 7.12).

Un proceso $\{X_k\}$ se clasifica como ruido blanco en sentido amplio si y solo si [Papoulis-65]:

- (a) Se trata de un proceso cuasi-estacionario.
- (b) Tiene media cero.
- (c) Las variables estadísticas $\{X_t\}$, en este caso podemos considerar subseries de la original, son mutuamente no correlacionadas.

La serie no tiene media cero, sin embargo sí puede considerarse cuasi-estacionaria y no correlacionada, como parece apuntar el estudio hecho a partir de dividir la serie original en dos subseries de igual longitud (Tabla A3.3), lo cual sugiere a que este valor LF/HF permanece constante a lo largo del día con oscilaciones que corresponden a un proceso puramente aleatorio del tipo ruido blanco.

	Serie LF/HF	Subserie 1	Subserie 2
Media	1.756	1.704	1.808
Desv Typ	0.397	0.418	0.370
Correlación	-	0.1198	

Tabla A3.I.- Estudio de la estacionaridad de la series LF/HF.

Ahora podríamos tratar de identificar qué tipo de distribución estadística origina la serie temporal LF/HF. El histograma que se presenta en la figura A3.1 parece reforzar la hipótesis de una distribución normal, ya que se ajusta satisfactoriamente a una gaussiana, según la relación:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2 \right]$$

obteniendo un coeficiente de correlación de $\gamma=0.8965$ para valores de los parámetros $\mu=1.75086$ y $\sigma=0.3272$, los cuales coinciden con los encontrados a partir

del análisis de la función de densidad de probabilidad real de la serie, que son $\mu=1.7559$ y $\sigma=0.3902$.

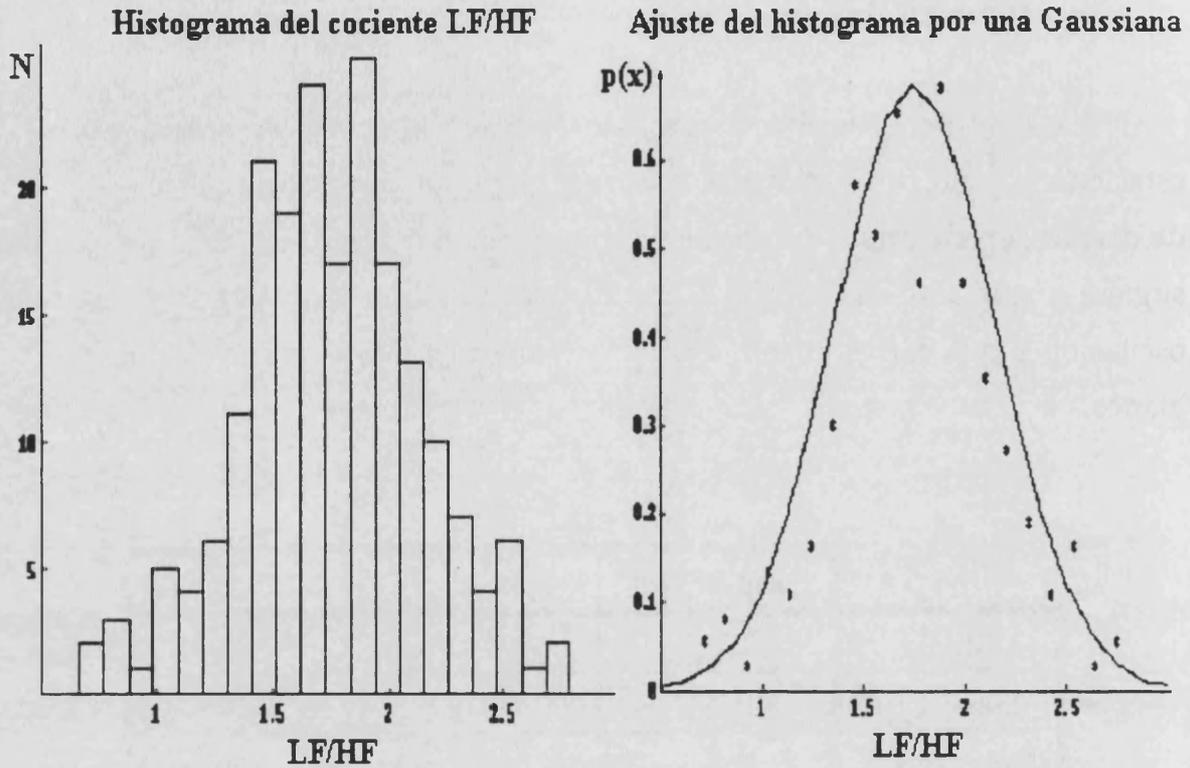


Figura A3.1.- Histograma de los valores de LF/HF en el registro holter de SIMON.

Como contraste, la figura A3.2 muestra el histograma de la serie RR apreciándose la presencia de dos máximos, que podrían proceder de la combinación de dos procesos pseudo-gaussianos.

Histograma del RR promediado de las 24 horas

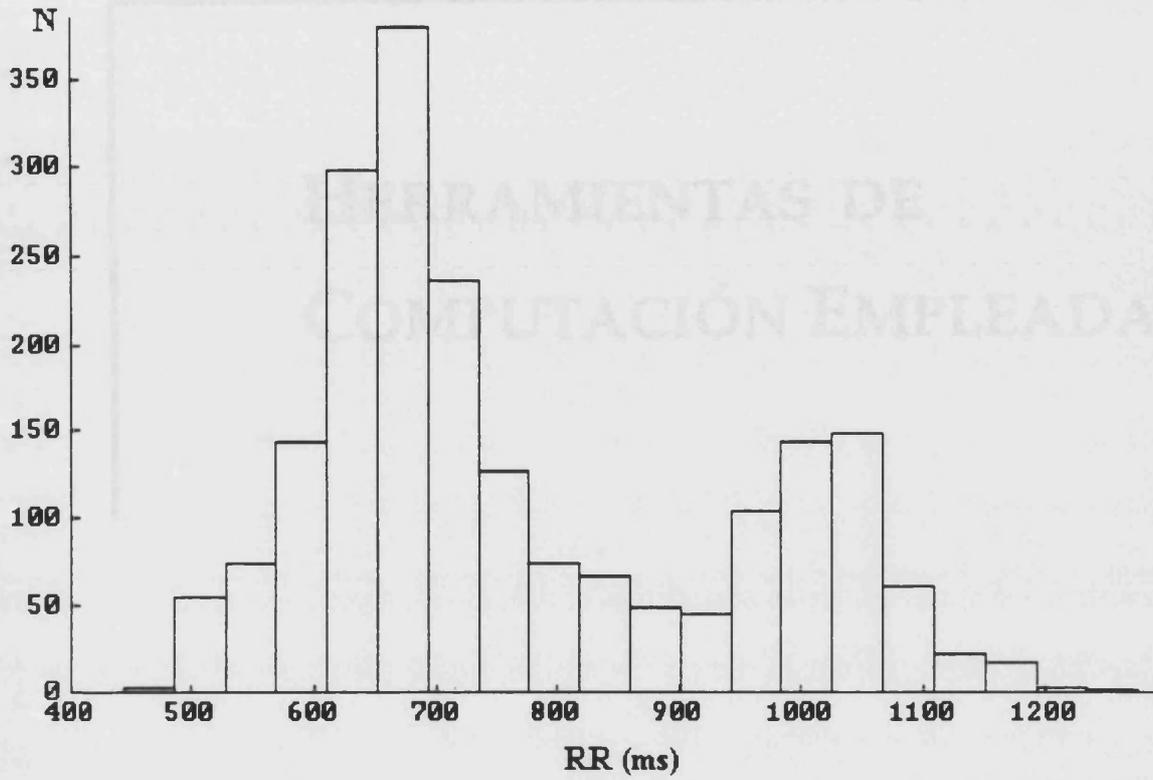


Figura A3.2.- Histograma de la duración del RR en el registro holter de SIMON.

Herramientas de computación empleadas.

La investigación que constituye la presente tesis se ha apoyado en el empleo de las siguientes herramientas de programación:

MATLAB MATLAB™ for Windows. © COPYRIGHT 1991 by The MathWorks, Inc.

SIGNAL PROCESSING TOOLBOX for use with MATLAB™.
© COPYRIGHT 1988 by The MathWorks, Inc.

SYSTEM IDENTIFICATION TOOLBOX for use with
MATLAB™. © COPYRIGHT 1986-1991 by The MathWorks,
Inc.

DERIVE Derive. Version 2. A Mathematical Assistant for your Personal
Computer. © COPYRIGHT 1988-1990 by Soft Warehouse, Inc.

HYPERSIGNAL Hypersignal-Workstation Real-Time DSP SOFTWARE. ©
COPYRIGHT 1990 by Hyperception, Inc.

Hypersignal-Windows PRO-AUDIO ©.

Incluyendo:

Hypersignal-Windows Graph Analysis.

Hypersignal-Windows DSP Algorithm Development.

Hypersignal-Windows Filter Design.

Hypersignal-Windows Code Generation.

Hypersignal-Windows Acquisition and Data Logging.

Hypersignal-Windows Instrumentation & Measurement.

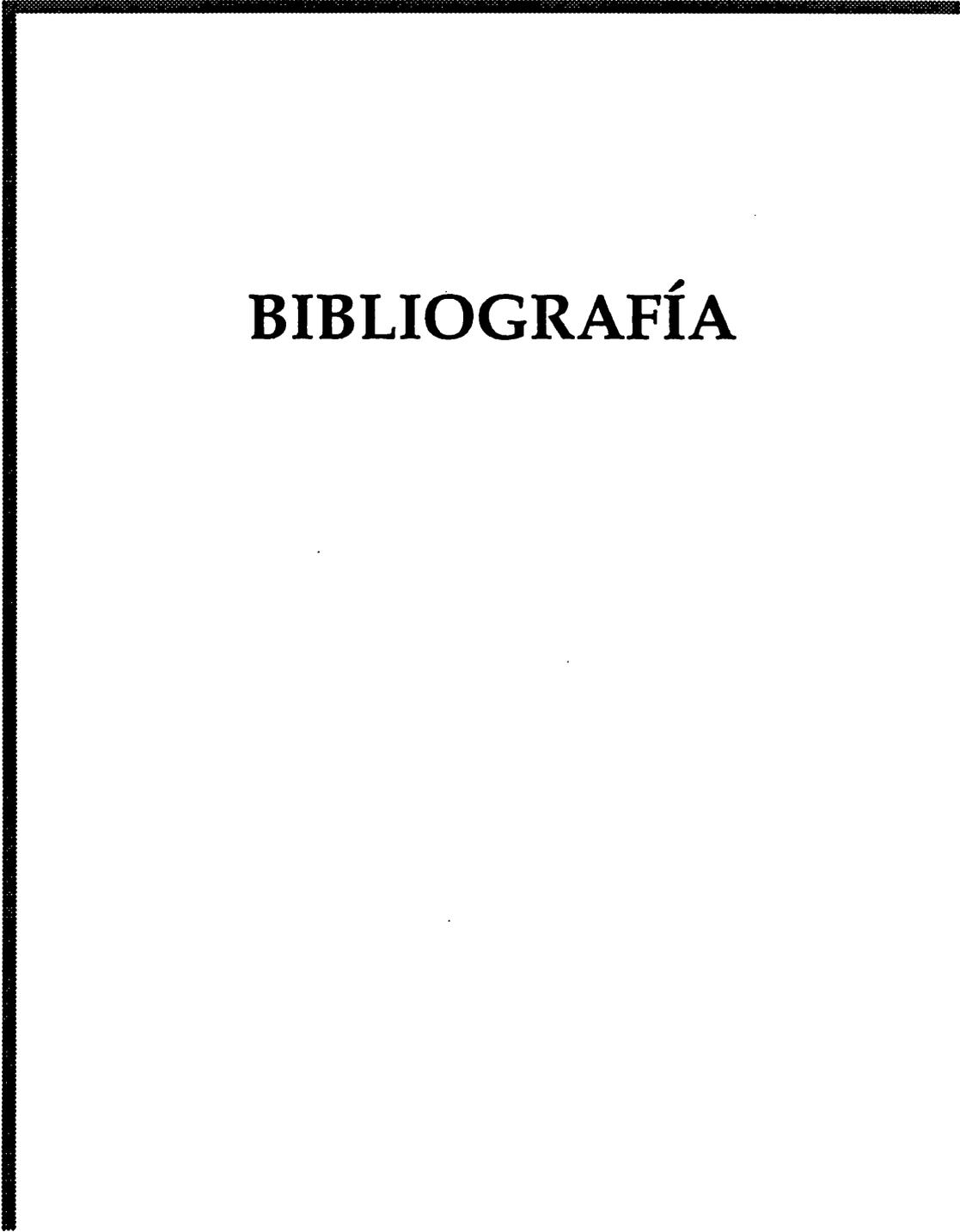
Hypersignal-Windows Utilities.

Hypersignal-Windows Block Diagram.

SIGSYS	Sigsys. R.C.W. Strijbos. © COPYRIGHT 1990 by Prentice-Hall, Inc.
TABLECURVE	Tablecurve™. Curve Fitting Software. © COPYRIGHT 1990 by Jandel Scientific.
TURBO-C	TURBO C. Versión 2. © COPYRIGHT 1990 by Borland, Inc.
OTROS	Digital Spectral Analysis with Applications. (C and Fortran Routines) © COPYRIGHT 1987 by S. Lawrence Marple, Jr.

El hardware empleado ha sido ordenadores personales 386 y 486, con placa de Procesado de Señal EVM-30, basada en el procesador TMS320C30 [TI-92] en coma flotante de Texas Instruments.

Además se ha recurrido a una estación de trabajo SUN 2, para ejecutar los algoritmos computacionalmente más intensivos.



BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFIA.

- [ABBOUD-91] Abboud, S.; Strasberg, B. "Filtering the Electrocardiogram for Late Potential Recordings". IV Simposium Internacional de Ingeniería Biomédica, Septiembre 1991, Peñíscola. España.
- [AKSELROD-85] Akselrod, S.; Gordon, D.; Madwed, J.B.; Snidman, N.C.; Shannon, D.C.; Cohen, R.J. "Hemodynamic Regulation: Investigation by Spectral Analysis". Am J Physiol, vol 248, pp H867-H874, 1985.
- [ALI-90] Ali, A.A. "Theory and Assessment of an Improved Power Spectral Density Estimator", PhD Thesis. Cranfield Institute of Technology, 1990.
- [AMBOS-84] Ambos, H.D.; Markham, J.; Cain, M.E. "Use of Fast Fourier Transform Analysis to Detect Patients Prone to Sustained Ventricular Arrhythmias". Computers in Cardiology, pp 181- 184, 1984.
- [APPEL-89] Appel, M.L.; Berger, R.D.; Saul, J.P.; Smith, J.M.; Cohen, R.J. "Beat to Beat Variability in Cardiovascular Variables: Noise or Music". J Am Coll Cardiol, Vol 14, Num 5, pp 1139-48, 1989.
- [ATTARINEJAD-91] Attarinejad, R.; Sörnmo, L.; Ljungström, E. "Delineation

of Cardiac Late Potentials Using Ensemble Correlation".
Computers in Cardiology, pp 401-404, 1991.

- [BARNES-43] Barnes, A.R.; Katz, L.N.; Levine, S.A.; Pardee, H.E.B.; White, P.D.; Wilson, F.N. "The Standarization of Electrocardiographic Nomenclature". Report of the Committee of the American Heart Association + Second Supplementary Report by the Committee of the American Heart Association for the Standarization of Precordial Leads. J.A.M.A, 121, pp 1347-1351, 1943.
- [BARTLETT-48] Bartlett, M.S. "Smoothing Periodograms from Time-Series with Continuous Spectra". Nature, vol 161, num 4096, pp 686-687. 1948.
- [BATAILLOU-91] Bataillou, E.; Thierry, E.; Rix, H. "Weighted Averaging with Adaptive Weight Estimation". Computers in Cardiology, pp 37-40, 1991.
- [BATALLER-91a] Bataller, M.; Espí, J.; Guerrero, J.; Calpe, J. "Filtrado Digital y Análisis de Fourier. Programa para PC". Mundo Electrónico. Num 217. pp - , 1991.
- [BATALLER-91b] Bataller, M.; Espí, J.; Guerrero, J.; López-Merino, V.; Calpe, J.; Hernández, C. "Sistema para la automatización del análisis de resultados en electrofisiología cardíaca". VIII Reunión de la Sociedad Valenciana de Cardiología, Mayo, 1991.

- [BATALLER-93] Bataller, M.; Guerrero, J.; Chorro, J.; Calpe, J.; Espí, J.; López-Merino, V. "Sistema para la Adquisición y Procesado Automático de Series Temporales R-R". X Reunión de la Sociedad Valenciana de Cardiología, Mayo, 1993.
- [BEKHEIT-90] Bekheit, S.; Tangella, M.; El-Sakr, A.; Rasheed, Q.; Craelius, W.; El-Sherif, N. "Use of Heart Rate Spectral Analysis to Study the Effects of Calcium Channel Blockers on Sympathetic Activity After Myocardial Infarction". *Am Heart J*, vol 119, pp 79-84, 1990.
- [BERBARI-78] Berbari, E.J.; Scherlag, B.J. Hope, R.; Lazzara, R. "Recordings from the Body Surface of Arrhythmogenic Ventricular Activity during the ST Segment". *Am J Cardiol*, vol 41, pp 697, 1978.
- [BERBARI-84] Berbari, E.J.; DeCarlo, L.; Scherlag, B.J.; Lazzara, R. "Optimizing the Signal Averaging Method for Ventricular Late Potentials". *Computers in Cardiology*, pp 45-49, 1984.
- [BERENFELD-91] Berenfeld, O.; Sadeh, D.; Abboud, S. "Modelling of the Heart's Ventricular Conduction System Using Fractal Geometry: Spectral Analysis of the QRS Complex". IV Simposium Internacional de Ingeniería Biomédica, Septiembre 1991, Peñíscola. España.
- [BIANCHI-91] Bianchi, A.; Mainardi, L.; Signorini, M.G.; Cerutti, S.;

-
- Lombardi, F.; Montefusco, A.; Malliani, A. "Time-Variant Spectral Estimation of Heart Rate Variability Signal". *Computers in Cardiology*, pp 265-268, 1991.
- [BIGGER-92] Bigger, J.T.; Fleiss, J.L.; Steinman, R.C.; Rolnitzky, L.M.; Kleiger, R.E.; Rottman, J.N. "Frequency Domain Measures of Heart Period Variability and Mortality After Myocardial Infarction". *Circulation*, vol 85, pp 164-171, 1992.
- [BLACKMAN-58] Blackman, R.B.; Tukey, F.W. "The Measurement of Power Spectra". Dover 1958.
- [BONATO-91] Bonato, P.; Nollo, G.; Speranza, G.; Antolini, R. "High Resolution QRS Alignment and Late Potentials Analysis". *Computers in Cardiology*, pp 409-412, 1991.
- [BONDON-91] Bondon, P.; Benidir, M.; Picinbono, B. "On the Bispectrum Modelling Problem". *International Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics*. Chamrousse, Francia, julio 1991.
- [BREITHARDT-86] Breithardt, G.; Borggreffe, M. "Pathophysiological Mechanisms and Clinical Significance of Ventricular Late Potentials". *European Heart Journal*, vol 7, pp 364-385, 1986.
- [BREITHARDT-88] Breithardt, G.; Borggreffe, M.; Martínez, A.; Podczeck, A. "Signal Averaging". *Progress in Cardiology*, vol 1, pp

257-288, 1988.

- [BREITHARDT-91] Breithardt, G.; Cain, M.E.; El-Sherif, N.; Flowers, N.C.; Hombach, V.; Janse, M.; Simson, M.B.; Steinbeck, G. "Standards for Analysis of Ventricular Late Potentials Using High-Resolution or Signal-Averaged Electrocardiography: A Statement by a Task Force Committee of the European Society of Cardiology, the American Heart Association, and the American College of Cardiology". J Am Coll Cardiol, Vol 17, num 5. pp 999-1006, 1991.
- [BRILLINGER-65] Brillinger, D.R. "An Introduction to Polyspectra". Ann Math Statist, vol 36, pp 1351-1374, 1965.
- [BRILLINGER-91] Brillinger, D.R. "Basic Aspects of Higher-Order Spectra and Some of Their Uses". International Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics. Chamrousse Francia, julio 1991.
- [BUCKINGHAM-88] Buckingham, T.A.; Thessen, C.M.; Stevens, L.L.; Redd, R.M.; Kennedy, H.L. "The Effect of Conduction Defects on the Signal-Averaged Electrocardiographic Determination of Late Potentials". Am J Cardiol, vol 61, pp 1265-1271, 1988.
- [BUCKINGHAM-89] Buckingham, T.A.; Thessen, C.M.; Hertweck, D.; Janosik, D.L.; Kennedy, H.L. "Signal-Averaged Electrocardiography in the Time and Frequency

- Domains". Am J Cardiol, vol 63, pp 820-825, 1989.
- [BURRUS-84] Burrus, C.S.; Parks, T.W. "DFT/FFT and Convolution Algorithms". John Wiley and Sons, 1984.
- [CAIN-85] Cain, M.E.; Ambos, H.D.; Markham, J.; Fischer, A.E.; Sobel, B.E. "Quantification of Differences in Frequency Content of Signal-Averaged Electrocardiograms in Patients With Compared Those Without Sustained Ventricular Tachycardia". Am J Cardiol, vol 55, pp 1500-1505, 1985.
- [CALPE-93] Calpe, J.; Guerrero, J.; Bataller, M.; Chorro, J.; Espí, J.; López-Merino, V. "Aplicación de Técnicas Modernas de Análisis Espectral al Estudio de Series Temporales R-R". X Reunión de la Sociedad Valenciana de Cardiología, Mayo, 1993.
- [CARTER-83] Carter, G.C.; Nuttall, A.H. "Analysis of a Generalised Framework for Spectral Estimation. Part 1: The Technique and its Mean Value". Proc IEE, vol 130, part F, pp 239-241, 1983.
- [CERUTTI-88] Cerutti, S.; Fortis, G.; Liberati, D.; Baselli, G.; Civardi, S. "Power Spectrum Analysis of Heart Rate Variability During a Mental Arithmetic Task". Journal of Ambulatory Monitoring, vol 1, num 3, pp 241-250, 1988.
- [CHALLIS-82] Challis, R.E.; Kitney, R.I. "The Design of Digital Filters

for Biomedical Signal Processing. Part 1: Basic Concepts". J Biomed Eng, vol 4, pp 267-278, 1982.

- [CHALLIS-83a] Challis, R.E.; Kitney, R.I. "The Design of Digital Filters for Biomedical Signal Processing. Part 2: Design Techniques Using the Z-Plane". J Biomed Eng, vol 5, pp 19-30, 1983.
- [CHALLIS-83b] Challis, R.E.; Kitney, R.I. "The Design of Digital Filters for Biomedical Signal Processing. Part 3: The Design of Butterworth and Chebychev Filters". J Biomed Eng, vol 5, pp 91-102, 1983.
- [CHALLIS-90] Challis, R.E.; Kitney, R.I. "Biomedical Signal Processing. Part 1: Time-Domain Methods". Medical & Biological Engineering & Computing, num 28, pp 509-524, 1990.
- [CHALLIS-91a] Challis, R.E.; Kitney, R.I. "Biomedical Signal Processing. Part 2: The Frequency Transforms and Their Interrelationships". Medical & Biological Engineering & Computing, num 29, pp 1-17, 1991.
- [CHALLIS-91b] Challis, R.E.; Kitney, R.I. "Biomedical Signal Processing. Part 3: The Power Spectrum and Coherence Function". Medical & Biological Engineering & Computing, num 29, pp 225-241, 1991.
- [CHANG-88] Chang, W.H.; Lin, K.; Tseng, S. "ECG Analysis Based on

Hilbert Transform Descriptor". IEEE Engineering in Medicine & Biology Society 10th Annual International Conference, 1988.

- [CHI-91] Chi, Z.; Habri, M.A. "Identification of Supraventricular and Ventricular Arrhythmias Using a Combination of Three Neural Networks". Computers in Cardiology, pp 169-172, 1991.
- [CHORRO-93] Chorro, F.J.; Guerrero, J.; Bataller, M.; Sanchis, J.; Burguera, M.; Calpe, J.; Espí, J.; López-Merino, V. "Análisis Espectral de la Variabilidad de la Frecuencia Cardíaca. Aspectos Metodológicos". Pendiente de publicación. 1993.
- [CONSTANTINIDES-70] Constantinides, A.G. "Spectral Transformations for Digital Filters". Proc. IEE, Vol 117, Num 8, pp 1585-1590. 1970.
- [CONSTANTINIDES-91] Constantinides, A.G.; Nandi, A.; Chambers, J. "Spectral Estimation Workshop". London 1991.
- [COUMEL-93] Coumel, P. "Cardiac Arrhythmias and the Autonomic Nervous System". J Cardiovasc Electrophysiol, vol 4, Num 3, pp 338- 355. 1993.
- [CRANEFIELD-68] Cranefield, P.F.; Hoffman, B.F. "The Electrical Activity of the Heart and the Electrocardiogram". J. Electrocardiol, vol 1, pp 2, 1968.

- [CROMWELL-80] Cromwell, L.; Weibell, F.J.; Pfeiffer, E.A.; Usselman, L.B. "Instrumentación y Medidas Biomédicas". Marcombo, 1980.
- [CSEWP-85] CSE Working Party (Willems, J.L. et alt). "Recommendations for Measurement Standards in Quantitative Electrocardiography". European Heart Journal, vol 6, pp 815-25, 1985.
- [DAKU-88] Daku, B.L.F.; Grant, P.M.; Cowan, C.F.N.; Hallam, J. "Intelligent Techniques for Spectral Estimation". Journal of the Institution of Electronic and Radio Engineers, vol 58, num 6, pp 275-283, 1988.
- [DAVENPORT-87] Davenport, W.B.; Root, W.L. "An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise". The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1987.
- [DeFATTA-88] DeFatta, D.J.; Lucas, J.G.; Hodgkiss, W.S. "Digital Signal Processing: A System Design Approach". John Wiley & Sons, 1988.
- [DENNISS-86] Denniss, A.R.; Ross, D.L.; Richards, D.A.; Cody, D.V.; Russell, P.A.; Young, A.A.; Uther, J.B. "Effect of Antiarrhythmic Therapy on Delayed Potentials Detected by the Signal-Averaged Electrocardiogram in Patients with Ventricular Tachycardia after Acute Myocardial Infarction". Am J Cardiol, vol 58, pp 261-265, 1986.

- [DILorenzo-91] DiLorenzo, D.R.; Mose, P.J.; Sellers, T.D. "Spectro-Temporal Mapping: Improving Frequency Resolution with Prony Spectral Line Estimation". *Computers in Cardiology*, pp 25-28, 1991.
- [EBERHART-89] Eberhart, R.C. "Chaos Theory for the Biomedical Engineer". *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 1989.
- [EL-SHERIF-77] El-Sherif, N.; Scherlag, B.J.; Lazzara, R.; Hope, R.R. "Reentrant Ventricular Arrhythmias in the Late Myocardial Infarction Period : 1. Conduction Characteristics in the Infarction Zone". *Circulation* 55, pp 686, 1977.
- [EL-SHERIF-85] El-Sherif, N.; Gomes, J.A.C.; Restivo, M.; Mehra, R. "Late Potentials and Arrhythmogenesis". *PACE* 8:440. 1985.
- [EL-SHERIF-92] El-Sherif, N.; Turitto, G. "High-Resolution Electrocardiography". Futura Publishing Co., 1992.
- [ESPI-87] Espí, J.; Bataller, M.; Guerrero, J. "Diseño de Filtros Digitales por Analogía". *Mundo Electrónico*. Núm 179, pp 91-93, 1987.
- [ESPI-88] Espí, J.; Guerrero, J.; Bataller, M. "Transformaciones de Frecuencia para Filtros Digitales". *Mundo Electrónico*. Núm 183, pp 145-150. 1988.

- [ESPI-90] Espí, J.; Guerrero, J.; Bataller, M.; Hernández, C. "Síntesis de Filtros Digitales Tipo IIR". Mundo Electrónico. Núm 210, pp 118-121. 1990.
- [FARRERAS-78] Farreras, P.; Rozman, C. et al. "Medicina Interna: Tomo I". Editorial Marín, 1978.
- [FERNANDEZ-91] Fernández, M.; Pallás, R.; Riu, P.J.; Lozano, A. "Electrode Noise in High Resolution ECG". IV Symposium Internacional de Ingeniería Biomédica, Septiembre 1991, Peñíscola. España.
- [FLOWERS-81] Flowers, N.C.; Shvartsman, V.; Kennelly, B.M.; Sohi, G.S.; Horan, L.G. "Surface Recording of His-Purkinje Activity on an Every-Beat Basis Without Digital Averaging". Circulation, vol 63, num 4, pp 948-952, 1981.
- [FRANKEL-91] Frankel, R.A.; Pottala, E.W.; Bowser, R.W. Bailey, J.J. "A Filter to Suppress ECG Baseline Wander and Preserve ST-Segment Accuracy in Realtime Environment". J Electrocardiol, vol 24, num 4, pp 315-324, 1991.
- [FRIEDLANDER-84a] Friedlander, B.; Porat, B. "The Modified Yule-Walker Method on ARMA Spectral Estimation". IEEE Trans. Aerospace Electronic Systems, vol AES-20, Num 2, pp 158-173, 1984.
- [FRIEDLANDER-84b] Friedlander, B.; Porat, B. "A General Lower Bound for

Parametric Spectrum Estimation". IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol 32, pp 728-733, 1984.

- [GEDDES-89] Geddes, L.A.; Baker, L.E. "Principles of Applied Biomedical Instrumentation". John Wiley & Sons, 1989.
- [GOMES-85] Gomes, J.A.; Mehra, R.; Barreca, P.; El-Sherif, N.; Hariman, R.; Holtzman, R. "Quantitative Analysis of the High-Frequency Components of the Signal-Averaged QRS Complex in Patients with Acute Myocardial Infarction: A Prospective Study". Circulation, vol 72, num 1, pp 105-111, 1985.
- [GOMES-87a] Gomes, J.A.; Winters, S.L.; Stewart, D.; Horowitz, S.; Milner, M.; Barreca, P. "A New Noninvasive Index to Predict Sustained Ventricular Tachycardia and Sudden Death in the First Year after Myocardial Infarction: Based on Signal Averaged Electrocardiogram, Radionuclide Ejection Fraction and Holter Monitoring". J Am Coll Cardiol, vol 10, pp 349-357, 1987.
- [GOMES-87b] Gomes, J.A.; Winters, S.L.; Stewart, D.; Targonski, A.; Barreca, P. "Optimal Bandpass Filters for Time-Domain Analysis of the Signal-Averaged Electrocardiogram". Am J Cardiol, vol 60, pp 1290-1298, 1987.
- [GUERRERO-90] Guerrero, J.; Espí, J.; Martínez, J.J.; Bataller, M.; López-Merino, V.; Calpe, J.; Hernández, C. "Métodos de Optimización del Análisis de Resultados de un Sistema

Holter". VII Reunión de la Sociedad Valenciana de Cardiología, Mayo, 1990.

- [GUERRERO-92] Guerrero, J.; Bataller, M.; Espí, J.; Calpe, J.; Valls, F.; López-Merino, V. "Desarrollo de un Sistema de Adquisición y Procesamiento de Electrocardiogramas de Alta Resolución". IX Reunión de la Sociedad Valenciana de Cardiología, Mayo, 1992.
- [GUERRERO-93] Guerrero, J.; Espí, J.; Bataller, M.; Cavero, V.; Bayarri, S. "Sistema Para la Obtención de ECG de Alta Resolución". Mundo Electrónico, num 237, pp 43-48, 1993.
- [HABBOUSH-91] Habboush, I.; Moody, G.B.; Mark, R.G. "Neural Networks for ECG Compression and Classification". Computers in Cardiology, pp 185-188, 1991.
- [HABERL-90] Haberl, R.; Schels, H.F.; Steinbigler, P.; Jilge, G.; Steinbeck, G. "Top-Resolution Frequency Analysis of Electrocardiogram With Adaptive Frequency Determination, Identification of Late Potentials in Patients with Coronary Artery Disease". Circulation, vol 82, num 4, 1990.
- [HARRIS-78] Harris, F.J. "On the Use of Windows for Harmonic Analysis With the Discrete Fourier Transform". Proc IEEE, vol, 66, num 1, pp 51-85, 1978.
- [HAYANO-91] Hayano, J.; Sakakibara, Y.; Yamada, A.; Yamada, M.;

- Mukai, S.; Fujinami, T.; Yokoyama, K.; Watanabe, Y.; Takata, K. "Accuracy of Assessment of Cardiac Vagal Tone by Heart Rate Variability in Normal Subjects". *An J Cardiol*, vol 67, pp 199-204, 1991.
- [HERRING-80] Herring, R.W. "The Cause of Line Splitting in Burg Maximum-Entropy Spectral Analysis". *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol ASSP-28, num 6, pp 692-701, 1980.
- [HOMBACH-81] Hombach, V.; Hilger, H.H., editors. "Signal Averaging Technique in Clinical Cardiology". International Symposium. Köln, Alemania, 1981.
- [HOMBACH-86] Hombach, V.; Höpp, H.W.; Keibel, U.; Treis, I.; Osterspey, A.; Eggeling, T.; Winter, U.; Hirche, H.; Hilger, H.H. "Recovery of Ventricular Late Potentials from Body Surface Using the Signal Averaging and High Resolution ECG Techniques". *Clin. Cardiol*, vol 9, pp 361-368, 1986.
- [HOSOYA-92] Hosoya, Y.; Kubota, I.; Shibata, T.; Yamaki, M.; Ikeda, K.; Tomoike, H. "Spectral Analysis of 87-Lead Body Surface Signal-Averaged ECGs in Patients with Previous Anterior Myocardial Infarction as a Marker of Ventricular Tachycardia". *Circulation*, vol 85, num 6, pp 2060-2064, 1992.
- [HUAT-90] Huat, L.G. "Higher Order Spectral Estimation with

Applications". Diploma-Thesis. Imperial College of Science, Technology and Medicine, London 1990.

- [HUNG-88] Hung, B.; Young, F. "Spectrum Analysis for Ventricular Tachyarrhythmias". IEEE Engineering in Medicine & Biology Society 10th Annual International Conference, 1988.
- [ISAKSSON-81] Isaksson, A.; Wennberg, A.; Zetterberg, L.H. "Computer Analysis of EEG Signals with Parametric Models". Proc IEEE, vol 69, num 4, pp 451-461, 1981.
- [JACKSON-78] Jackson, L.B.; Tufts, D.W.; Soong, F.K.; Rao, R.M. "Frequency Estimation by Linear Prediction". Proc IEEE, vol 66, pp 352-356. 1978.
- [JANE-93] Jané, R.; Laguna, P., Caminal, P. "Técnicas de Filtrado para Análisis de Potenciales Ventriculares Tardíos". Actas de la XII Reunión Anual de la Agrupación Española de Bioingeniería. pp 119-122, Jaca, Abril, 1993.
- [KARBENN-85] Karbenn, U.; Breithardt, G.; Borggreffe, M.; Simpson, M. "Automatic Identification of Late Potentials". J. Electrocardiol , vol 18, num 2, pp 123-134, 1985.
- [KAVEH-81] Kaveh, M.; Bruzzone, S.P. "A Comparative Overview of ARMA Spectral Estimation". Proceedings of the 1st ASSP Workshop on Spectral Estimation, 1981.

- [KAY-79] Kay, S.M. "The Effects of Noise on the Autoregressive Spectral Estimator". IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol 27, num 5, pp 478-485, 1979.
- [KAY-81] Kay, S.M.; Marple Jr, S.L. "Spectrum Analysis - A Modern Perspective". Proc IEEE, vol, 69, num 11, pp 1380-1419, 1981.
- [KAY-83a] Kay, S.M. "Recursive Maximum Likelihood Estimation of Autoregressive Processes". IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol 31, pp 56-65, 1983.
- [KAY-83b] Kay, S.M.; Makhoul, J. "On the Statistics of the Estimated Reflection Coefficients of an Autoregressive Process". IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol 31, pp 1447-1455, 1983.
- [KEDEM-81] Kedem, B.; Slud, E. "On Goodness of Fit of Time Series Models: An Application of Higher Order Crossings". Biometrika, vol 68, num 2, pp 551-556, 1981.
- [KEDEM-86] Kedem, B. "Spectral Analysis and Discrimination by Zero-Crossings". Proc IEEE, vol 74, num 11, pp 1477-1493, 1986.
- [KELEN-87] Kelen, G.J.; Henkin, R.; Fontaine, J.M.; El-Sheriff, N. "Effects of Analyzed Signal Duration and Phase on the Results of Fast Fourier Transform Analysis of the Surface Electrocardiogram in Subjects With and Without

Late Potentials". Am J Cardiol, vol 60, pp 1282-1289, 1987.

- [KELEN-91] Kelen, G.J.; Henkin, R.; Starr, A.M.; Caref, E.B.; Bloomfield, D.; El-Sherif, N. "Spectral Turbulence Analysis of the Signal-Averaged Electrocardiogram and its Predictive Accuracy for Inducible Sustained Monomorphic Ventricular Tachycardia". Am J Cardiol, vol 67, pp 965-975, 1991.
- [KENDALL-76] Kendall, M. "Time-Series". Charles Griffin and Company Ltd., 1976.
- [KERNIGHAN-88] Kernighan, B.W.; Ritchie, D.M. "The C Programming Language". Prentice-Hall, 1988.
- [KIENZLE-92] Kienzle, M.G.; Ferguson, D.W.; Birkett, C.L.; Myers, G. A; Berg, W.J.; Mariano, J. "Clinical, Hemodynamic and Sympathetic Neural Correlates of Heart Rate Variability in Congestive Heart Failure". Am J Cardiol, vol 69, pp 761-767, 1992.
- [KONVALINKA-84] Konvalinka, I.S. "Iterative Nonparametric Spectrum Estimation". IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol 32, num 1, pp 59-69, 1984.
- [KOSKO-92] Kosko, B. "Neural Networks for Signal Processing". Prentice-Hall. 1992.

- [KUMARESAN-82] Kumaresan, R.; Tufts, D.W. "Singular Value the Decomposition and Improved Frequency Estimation Using Linear Prediction". IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol 30, pp 671-675, 1982.
- [KWAKERNAAK-91] Kwakernaak, H.; Sivan, R. "Modern Signals and Systems". Prentice Hall, 1991.
- [LAGUNAS-80] Lagunas, M.A.; Mariño, J.B.; Figueiras, A.R.; Carol, A. "Transformaciones Lineales en Estimación Espectral y sus Aplicaciones en Hidrografía y Medicina". Simposium Nacional sobre Modelado y Simulación en la Industria y Servicios Públicos, pp 419-425, Mayo, 1980.
- [LAGUNAS-81] Lagunas, M.A.; Figueiras, A.R.; Mariño, J.B.; Carol, A. "A Linear Transform for Spectral Estimation" .IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol 29, num 5, pp 989-993, 1981.
- [LANDER-91a] Lander, P.; Berbari, E.J. "Spectral Analysis of the High-Resolution ECG as an Equivalent Filter Problem". J Electrocardiol, vol 24 Supplement, pp 21-23, 1991.
- [LANDER-91b] Lander, P.; Berbari, E.J. "Wiener Filtering of the High Resolution ECG Using Time-Frequency Representations". IV Simposium Internacional de Ingeniería Biomédica, Septiembre 1991, Peñíscola. España.

- [LEE-91] Lee, F.A; Nehorai, A. "Adaptive Power Spectrum Estimation Algorithm for Heart Rate Variability Analysis". Computers in Cardiology, pp 273-276, 1991.
- [LINDGREN-74] Lindgren, G. "Spectral Moment Estimation by Means of Level Crossings". Biometrika, vol 61, num 4, pp 401-418, 1974.
- [LINKENS-82] Linkens, D.A."Short-Time Series Spectral Analysis of Biomedical Data". IEEE Proc, vol 129, Pt. A, num 9, pp 663-672, 1982.
- [LITTLE-88] Little, J.; Shure, L. "Signal Processing Toolbox User's Guide". The MathWorks, Inc. Agosto 1988.
- [LJUNG-87] Ljung, L. "System Identification: Theory for the User". Prentice-Hall, 1987.
- [LJUNG-91] Ljung, L. "System Identification Toolbox User's Guide". The MathWorks, Inc. Julio 1991.
- [LOMBARDI-92] Lombardi, F.; Sandrome, G.; Mortara, A.; La Rovere, M.T.; Colombo, E.; Guzzetti, S.; Malliani, A. "Circadian Variation of Spectral of Heart Rate Variability After Myocardial Infarction". Am. Heart J., vol 123, num 6, pp 1521-29, 1992.
- [LUDEMAN-87] Ludeman, L.C. "Fundamentals of Digital Signal Processing". John Wiley & Sons, 1987.

- [MAKHOUL-75] Makhoul, J. "Linear Prediction: A Tutorial Review". Proc IEEE, vol 63, num 4, pp 561-580, 1975.
- [MALLAT-89] Mallat, S.G. "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation". IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol 11, num 7, pp 674-693, 1989.
- [MARPLE-80] Marple, L. "A New Autoregressive Spectrum Analysis Algorithm". IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol 28, pp 441-454, 1980.
- [MARPLE-82] Marple, S.L. "Corrections to Spectrum Analysis - A Modern Perspective". Proc IEEE, vol 70, pp 1238, 1982.
- [MARPLE-87] Marple. S.L. "Digital Spectral Analysis with Applications". Prentice Hall. 1987.
- [MARTINEZ-93] Martínez Rubio, A.; Shenasa, M.; Borggreffe, M.; Chen, X.; Benning, F.; Breithardt, G. "Electrophysiologic Variables Characterizing the Induction of Ventricular Tachycardia Versus Ventricular Fibrillation After Myocardial Infarction: Relation Between Ventricular Late Potentials and Coupling Intervals for the Induction of Sustained Ventricular Tachyarrhythmias". J. Am. Coll. Cardiol, Vol 21, pp1624-1631, 1993.
- [MATLAB-91] "Matlab for Windows User's Guide". The MathWorks, Inc. Diciembre 1991.

- [MEHLAN-90] Mehlan, R. "Investigation of Higher Order Statistics". Diploma-Thesis. Imperial College of Science, Technology and Medicine, London 1990.
- [MENDEL-91] Mendel, J.M. "Tutorial on Higher-Order Statistics (Spectra) in Signal Processing and System Theory: Theoretical Results and Some Applications". Proc IEEE, vol 79, num 3, pp 277-305, 1991.
- [MOCHOLI-91a] Mocholí, A.; Batalla, E.; Pérez, C.; Ferrero, J.M.; Guillen, S.; Arnau, A.; Guijarro, E. "Settlement of the Criteria for the Valuation of Different Data Compression Techniques of ECG Signal". IV Simposium Internacional de Ingeniería Biomédica, Septiembre 1991, Peñíscola. España.
- [MOCHOLI-91b] Mocholí, A.; Batalla, E.; Pérez, C.; Ferrero, J.M.; Guillen, S.; Arnau, A.; Vandevoorde, M. "Compared Study on the Fidelity in the Reproduction of ECG Signals Through Different Compression Methods". IV Simposium Internacional de Ingeniería Biomédica, Septiembre 1991, Peñíscola. España.
- [MOCHOLI-91c] Mocholí, A.; Batalla, E.; Pérez, C.; Ferrero, J.M.; Guillen, S.; Guijarro, E; Arnau, A.. "Criterion for the Selection of the Harmonics Numbers to Store of the ECG Signal in the Fourier Series Development Technique". IV Simposium Internacional de Ingeniería Biomédica, Septiembre 1991, Peñíscola. España.

- [MORLET-91] Morlet, D.; Peyrin, F.; Desseigne, P.; Touboul, P.; Ruberl, P. "Time-Scale Analysis of High-Resolution Signal-Averaged Surface ECG Using Wavelet Transformation". *Computers in Cardiology*, pp 393-396, 1991.
- [MURTHY-89] Murthy I.S.N.; Reddy, M.R.S. "ECG Synthesis Via Discrete Cosine Transform". *Proc. of the Annual International Conference of the IEEE Eng. in Medicine and Biology Soc. Seattle USA, Vol 11, 1989.*
- [MYERS-86] Myers, G.A.; Martin, G.J.; Magid, N.M.; Barnett, P.S.; Schaad, J.W.; Weiss, J.S.; Lessh, M.; Singer, D.H. "Power Spectral Analysis of Heart Rate Variability in Sudden Cardiac Death: Comparison to Other Methods". *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol BME-33, num 12, 1986.
- [NIKIAS-83] Nikias, C.L.; Scott, P.D. "The Covariance Least-Squares Algorithm for Spectral Estimation of Processes of Short Data Length". *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol 21, pp 180-190, 1983.
- [NIKIAS-87] Nikias, C.L.; Raghuveer, M.R. "Bispectrum Estimation: A Digital Signal Processing Framework". *Proc IEEE*, vol 75, num 7, pp 869-891, 1987.
- [NING-90] Ning, T.; Bronzio, J.D. "Autoregressive and Bispectral Analysis Techniques: EEG Applications". *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, pp 47-50, 1990.

- [NOLLO-92] Nollo, G.; Speranza, G.; Grasso, R.; Bonamini, R.; Mangiardi, L.; Antolini, R. "Spontaneous Beat-to-Beat Variability of the Ventricular Repolarization Duration". J Electrocardiol, vol 25, num 1, pp 9-17, 1992.
- [NUTTALL-83] Nuttall, A.H. "Analysis of a Generalised Framework for Spectral Estimation. Part 2: Reshaping and Variance Results". Proc IEE, vol 130, part F, pp 208-211, 1983.
- [NYGÄRDS-83] Nygårds, M.E. "Computer-Based Detection of Cardiac Arrhythmias". PhD Thesis. Linköping University Medical Dissertations, Num. 151. 1983.
- [OPPENHEIM-72] Oppenheim, A.V.; Johnson, D.H. "Discrete Representation of Signals". Proc IEEE, vol 60, num 6, pp 681-91, 1972.
- [OPPENHEIM-75] Oppenheim, A.V.; Schaffer, R.W. "Digital Signal Processing". Prentice-Hall, 1975.
- [OPPENHEIM-78] Oppenheim, A.V. (Editor) "Applications of Digital Signal Processing". Prentice-Hall, 1978.
- [PAGANI-86] Pagani, M.; Lombardi, F.; Guzzetti, S.; Rimoldi, O.; Furlan, R.; Pizzinelli, P.; Sandrone, G.; Malfatto, G.; Dell Orto, S.; Piccaluga, E.; Turiel, M.; Baselli, G.; Ceruti, S.; Malliani, A. "Power Spectral Analysis of Heart Rate and Arterial Pressure Variabilities as a Marker of Sympatho-Vagal Interaction in Man and Conscious Dog".

Circulation Research, Vol 59, Num 2, pp 178-193, 1986.

- [PALLAS-88] Pallas, R. et al. coordinados por J. Mompín. "Introducción a la Bioingeniería". Serie Mundo Electrónico, Marcombo, 1988.
- [PAPOULIS-65] Papoulis, A. "Probability, Random Variables, and Stochastic Processes". McGraw-Hill, 1965.
- [PAPOULIS-78] Papoulis, A. "Sistemas Digitales y Analógicos, Transformadas de Fourier, Estimación Espectral". Marcombo, 1978.
- [PARKS-87] Parks, T.W.; Burrus, C.S. "Digital Filter Design". John Wiley and Sons, 1987.
- [PEPER-90] Peper, A.; Jonges, R.; Grimbergen, C.A.; Losekoot, T.G.; Strackee, J. "Method for the Computation of an Accurate Zero Reference for ECG Signals". Medical & Biological Engineering & Computing, num 28, pp 105-112, 1990.
- [PERELLIN-92] Perellin, D. "Étude Comparée de la Durée de la Repolarisation Ventriculaire sur l'Electrocardiogramme Ambulatoire de Sujets Normaux et de Patients avec Hypertrophie Ventriculaire Gauche et/ou Insuffisance Cardiaque". Departament de Physiologie, Physiopathologie des Appareils Respiratoire et Circulatoire. Universites Paris V, Paris XI, Paris XII, 1992.

- [PINNA-91] Pinna, G.; Orsi, G.; Corsico, G. "Effect of Record Length on Power Spectral Estimation of the Heart Rate Variability Signal". *Computers in Cardiology*, pp 261-264, 1991.
- [PISARENKO-73] Pisarenko, V.F. "The Retrieval of Harmonics from a Covariance Function". *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, vol 33, pp 347-366, 1973.
- [PROAKIS-88] Proakis, J.G.; Manolakis, D.G. "Introduction to Digital Processing". Maxwell MacMillan International Editions 1988.
- [RABINER-75] Rabiner, L.R.; Gold, B. "Theory and Application of Digital Signal Processing". Prentice-Hall, 1975.
- [REISMAN-87] Reisman, S.S.; Yang, S. "An Algorithm for Beat Detection and Classification in Exercise ECGs". *Computers in Cardiology*, pp 663-666, 1987.
- [ROBERTS-87] Roberts, R.A.; Mullis, C.T. "Digital Signal Processing". Addison Wesley, 1987.
- [ROBINSON-82] Robinson, E.A. "A Historical Perspective of Spectrum Estimation". *Proc IEEE*, vol 70, num 9, pp 885-907, 1982.
- [ROMBERG-91] Romberg, D. "An ECG Lead System for Reducing Artefacts in the Temporal Averaging of Cardiac Signals". *Computers in Cardiology*, pp 397-400, 1991.

- [ROMPELMAN-82] Rompelman, O.; Janssen, R.J. "Use of Phase Spectral Information in Assessment of Frequency Contents of ECG Waveforms". Proc IEEE, vol 129, Pt. A, num 9, pp 679-683, 1982.
- [ROSS-70] Ross, S.M. "Applied Probability Models With Optimization Applications". Holden-Day, 1970.
- [ROTTMAN-90] Rottman, J.N.; Steinman, R.C.; Albrecht, P.; Bigger, J.T.; Rolnitzky, L.M.; Fleiss, J. "Efficient Estimation of the Heart Period Power Spectrum Suitable for Physiologic or Pharmacologic Studies". Am J Cardiol, vol 66, pp 1522-1524, 1990.
- [ROZANSKI-81] Rozanski, J.J.; Mortara, D.; Myerburg, R.J.; Castellanos, A. "Body Surface Detection of Delayed Depolarizations in Patients with Recurrent Ventricular Tachycardia and Left Ventricular Aneurysm". Circulation, vol 63, num 5, pp 1172-1178, 1981.
- [SAKAI-79] Sakai, H. "Statistical Properties of AR Spectral Analysis". IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol 27, pp 402-409, 1979.
- [SAPOZNIKOV-89] Sapoznikov, D.; Luria, M.H.; Mahler, Y.; Gotsman, M.S. "Methods of Spectral Analysis of 24 Hour Monitoring of Heart Rate Variations". Proc. of the Annual International Conference of the IEEE Eng. in Medicine and Biology Soc. Seattle USA, Vol 11, 1989.

- [SAUL-88] Saul, J.P.; Arai, Y.; Berger, R.D.; Lilly, L.S.; Colucci, W.S.; Cohen, R.J. "Assessment of Autonomic Regulation in Chronic Congestive Heart Failure by Heart Rate Spectral Analysis". *Am J Cardiol*, vol 61, pp 1292-1299, 1988.
- [SIMSON-81] Simson, M.B. "Use of Signals in the Terminal QRS Complex to Identify Patients with Ventricular Tachycardia After Myocardial Infarction". *Circulation*, vol 64, num 2, 1981.
- [SIMSON- 90] Simson, M.B.; "Signal-Averaged Electrocardiography: Methods and Clinical Applications". *Heart Disease*, update 7. Edited by E. Braunwald, pp 145-56, 1990.
- [SHEFFIELD-85] Sheffield, L.T.; Berson. A.; Bragg-Renschel, D.; Gillette, P.C.; Hermes, R.E.; Hinkle, L.; Kennedy, H.; Mirvis, D.M.; Oliver, C. "Recommendations for Standards of Instrumentation and Practise in the Use of Ambulatory Electrocardiography". *Circulation*, vol 75, pp 626A-636A, 1985.
- [SHELTON-90] Shelton, L.Y.; Cano, G.G.; Coast, D.A.; Briller, S.A. "Detection of Late Potentials by Adaptive Filtering". *IEEE*, pp 91-92, 1990.
- [SÖDERSTRÖM-89] Söderström, T.; Stoica, P. "System Identification". Prentice-Hall International, 1989.

-
- [SOLARZ-91] Solarz, P.F.; Martínez, F. "Registro Incruento del P-R Cardíaco". Mundo Electrónico, num 219, pp 31-40, 1991.
- [STARK-86] Stark, H.; Woods, J.W. "Probability, Random Processes and Estimation Theory for Engineers". Prentice-Hall, 1986.
- [THOMSON-82] Thomson, D.J. "Spectrum Estimation and Harmonic Analysis". Proc IEEE, vol 70, num 9, pp 1055-1097, 1982.
- [TI-88] Texas Instruments Digital Signal Processing Semiconductor Group. "Digital Signal Processing Applications with the TMS320 Family". Texas Instruments, 1988.
- [TI-89] Texas Instruments. "Texas Instruments TMS320 Digital Signal Product Bulletin". Texas Instruments, 1989.
- [TI-92] Texas Instruments Digital Signal Processing Semiconductor Group. "TMS320C3x User's Guide". Texas Instruments, 1992.
- [TOOMEY-80] Toomey, J.P. "High-Resolution Frequency Measurement by Linear Prediction". IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, vol AES-16, num 4, pp 517-525, 1980.
- [UNDERWOOD-91] Underwood, D.; Jaeger, F.; Simmons, T. "The Effect of Varying Filter Techniques on Late Potential Parameters

of Signal Averaged Electrocardiographic Records".
Computers in Cardiology, pp 389-392, 1991.

- [VALLS-93] Valls, F.; Guerrero, J.; Bataller, M.; Espí, J.; Calpe, J.; Valentín, V.; Miralles, L.; Olivares, D. "Electrocardiografía de Alta Resolución. Validación de Metodologías y Resultados Preliminares". X Reunión de la Sociedad Valenciana de Cardiología, Mayo, 1993.
- [WANG-91] Wang, W.; English, M.J. "A Technique for Real-Time Beat-by-Beat Recovery of Microvolt Range Cardiac Signals". Computers in Cardiology, pp 413-416, 1991.
- [WEISE-89] Weise, F.; Baltrusch, K.; Heydenreich, F. "Effect of Low-Dose Atropine on Heart Rate Fluctuations During Orthostatic Load: A Spectral Analysis". Journal of the Autonomic Nervous System, vol 26, pp 223-230, 1989.
- [WEISS-91] Weiss, R. "32-Bit Floating-Point DSP Processors". Electronic Design, vol 39, num 21, pp 127-146, 1991.
- [WELCH-67] Welch, P.D. "The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms". IEEE Trans. Audio and Electroacoust, vol AU-15, pp 70-73, 1967.
- [WORLEY-88] Worley, S.J.; Mark, D.B.; Smith, W.M.; Wolf, D.; Califf, R.M.; Strauss, H.C.; Manwaring, M.G.; Ideker, R.E.

"Comparison of Time Domain and Frequency Domain Variables from the Signal-Averaged Electrocardiogram: A Multivariable Analysis". J Am Coll Cardiol, vol 11, num 5, pp 1041-51, 1988.

- [YAMAMOTO-91] Yamamoto, Y.; Hughson, R.L.; Peterson, J.C. "Autonomic Control of Heart Rate During Exercise Studied by Heart Rate Variability Spectral Analysis". Am Physiol Soc, pp 1137-1142, 1991.
- [YANA-93] Yana, K.; Saul, J.P.; Berger, R.D.; Perrot, M.H.; Cohen, R.J. "A Time Domain Approach for the Fluctuation Analysis of Heart Rate Related to Instantaneous Lung Volume". IEEE Trans on Biomed Eng, vol 40, num 1, pp 74-81, 1993.
- [ZIMMERMANN-91] Zimmermann, M.; Adamec, R.; Ciaroni, S.; Tièche, R. "Reduction in the Frequency of Ventricular Late Potentials After Acute Myocardial Infarction by Early Thrombolytic Therapy". Am J Cardiol, vol 67, pp 697-303, 1991.
- [ZIMMERMANN-92] Zimmermann, M.; Adamec, R.; Richez, J. "Detection of Ventricular Late Potentials on a Beat-to-Beat Basis: Methodological Aspects and Clinical Application". De El-Sherif, N; Turitto, G. (eds): High Resolution Electrocardiography. Futura Publishing Co. 1992.
- [ZIVOJNOVIC-91] Zivojnovic, V.E. "An Approach to ARMA Model

Identification of Non-Gaussian Processes Using Higher Order Statistics". International Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics. Chamrousse Francia, julio 1991.

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

FACULTAD DE CIÈNCIES FÍSQUES

Reunint el Tribunal que subscriu, en el dia de la data,
acordà d'atorgar, per unanimitat, a aquesta Tesi Doctoral
d'En/ Na/ N' Javier Lalpe Maravilla
la qualificació d' Apto Cum Laude por unanimidad

València a 28 d' Septiembre de 19 93

El Secretari,

El President,

