

T. D.
113

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
DEPARTAMENT DE FÍSICA TEÒRICA

INTERFERENCIA DE AMPLITUDES DE CORRIENTES
NEUTRAS DÉBILES Y ELECTROMAGNÉTICAS



OBRA DE CONSULTA

EXCLOSA DE PRÉSTEC

NO SE PRESTA

Memoria presentada por
JORGE VIDAL PERONA
para optar al grado de
DOCTOR EN CIENCIAS FÍSICAS

UMI Number: U603078

All rights reserved

INFORMATION TO ALL USERS

The quality of this reproduction is dependent upon the quality of the copy submitted.

In the unlikely event that the author did not send a complete manuscript and there are missing pages, these will be noted. Also, if material had to be removed, a note will indicate the deletion.



UMI U603078

Published by ProQuest LLC 2014. Copyright in the Dissertation held by the Author.
Microform Edition © ProQuest LLC.

All rights reserved. This work is protected against
unauthorized copying under Title 17, United States Code.



ProQuest LLC
789 East Eisenhower Parkway
P.O. Box 1346
Ann Arbor, MI 48106-1346

b 16878528

i 19181000

R: 17806

25/11/05

A mis padres
por su decidido apoyo.
A Isabel.

DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

UNIVERSIDAD DE VALENCIA

BURJASOT (VALENCIA)

SPAIN

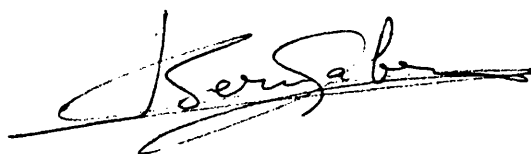
TEL (96) 363 00 11 *

JOSE BERNABEU ALBEROLA, Catedrático de Física Teórica de la
Facultad de Física de la Universitat de València,

CERTIFICA : Que la presente Memoria "INTERFERENCIA DE
AMPLITUDES DE CORRIENTES NEUTRAS DEBILES Y
ELECTROMAGNETICAS", ha sido realizada bajo su dirección
en el Departamento de Física Teórica de la Universitat
de València, por D. JORGE VIDAL PERONA, y constituye su
Tesis para optar al grado de Doctor en Física.

Y para que así conste, en cumplimiento de la
legislación vigente, presenta ante la Facultad de
Física de la Universitat de València la referida
Tesis, firmando el presente certificado en

Burjassot, 13 de Mayo de 1986

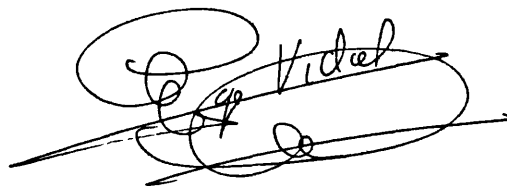


Fdo. José Bernabéu Alberola.

Deseo hacer constar, en primer lugar y de manera muy especial, mi agradecimiento al Prof. J. Bernabéu, Director de esta Memoria, por su constante orientación, estímulo y ayuda, sin los cuales no hubiera sido posible la realización de la misma.

No puedo olvidar a todos mis compañeros del Departamento de Física Teórica por sus muchas sugerencias, así como por el interés y preocupación mostrado en todo momento.

Finalmente quiero agradecer a Filo su interés en la labor mecanográfica.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Jorge Vidal Perona'. The signature is stylized with large loops and a horizontal line crossing through the middle. The name 'Vidal' is clearly legible in the upper right portion of the signature.

Fdo. Jorge Vidal Perona

INDICE

Introducción.....	I
I. Fenomenología de Corrientes Neutras.....	1
I.1 Lagrangiano de CN.....	3
I.2 Neutrino - Electrón.....	4
I.3 Neutrino - Hadrón.....	10
I.4 Electrón - Hadrón.....	13
I.5 Violación de paridad en átomos pesados.....	18
I.6 Factorización.....	21
I.7 Colisión e^+e^-	25
II. e^+e^- a energías próximas al Z^0 . Toponium.	
II.1 Colisión e^+e^-	29
II.2 e^+e^- a energías de una Resonancia Vectorial. Teoría de perturbaciones.....	32
II.3 Mezcla Toponium - Z^0 . Matriz de masas.....	37
II.4 Comparación de las descripciones por teoría de perturbaciones y matriz de masas.....	43
II.5 Masas y anchuras físicas de Z^0 y Toponium...	47
III. Observables	
III.1 Efectos de la resolución energética del haz.....	50
III.2 Observables.....	60
III.2.1 Sección eficaz.....	62
III.2.2 Asimetría.....	64
III.2.3 Polarización longitudinal.....	66

IV. Resultados	
IV.1 Dispersión energética del haz.....	68
IV.2 Sección eficaz.....	69
IV.3 Asimetría.....	78
IV.4 Polarización longitudinal.....	80
V. Fotoproducción de pares.	
V.1 Introducción.....	92
V.2 Cálculo del cuadrado de la amplitud.	
Asimetría de polarización.....	93
V.3 Espacio fásico.....	105
V.4 Expresión de la asimetría de polarización en el sistema laboratorio.....	108
VI. Aproximación núcleo puntual.....	112
VII. Resultados.....	117
IX. Conclusiones.....	128
Apéndice A. Anchura de desintegración de Toponium.....	134
Apéndice B. Algunos resultados de integrales sobre la variable X_{α}	143
Bibliografía.....	150

INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la evidencia acumulada en favor de la teoría standard de las interacciones electrodébiles es impresionante, tanto en los sectores de las corrientes cargadas como de corrientes neutras. El descubrimiento de los bosones mediadores W^\pm y Z^0 con las masas predichas ha supuesto un triunfo considerable de los ingredientes básicos de la teoría $SU(2)_L \times U(1)$. El sector de corrientes neutras, acopladas al Z^0 , contiene piezas vector y vector axial. En consecuencia, la amplitud de corrientes neutras, por sí misma o mediante interferencia con electromagnetismo, puede dar origen a efectos de violación de paridad y de asimetría de carga. En esta Memoria vamos a abordar problemas de interferencia entre las distintas corrientes neutras, acopladas al Z^0 y al fotón γ .

A energías bajas e intermedias se tienen condiciones en que el cuadrado del momento del bosón virtual es mucho menor que su masa al cuadrado, por lo que observables sensibles a interferencias entre amplitudes con acoplamiento vectorial y axial vienen dominados por los términos cruzados entre fotón y Z^0 . Ésta es la situación para los procesos estudiados de dispersión inelástica de electrones por deuterio y violación de paridad en átomos, correspondientes al sector electrón-quarks, así como la asimetría adelante-atrás en $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, $\tau^+\tau^-$, correspondientes al sector leptónico.

Es interesante el estudio de procesos que permitan determinar el acoplamiento de corrientes neutras para quarks pesados. Una sugerencia planteada en la literatura ha sido el estudio del proceso $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ en las proximidades de una resonancia vectorial, porque permite encontrar un efecto de violación de paridad por interferencia electromagnética-débil incluso en el caso $\sin^2\theta_w \approx 1/4$. Por otra parte, una de

las actividades que se contempla en LEP I es la de trabajar a energías próximas al Toponium durante un tiempo limitado. En los primeros Capítulos de esta Memoria, se aborda el estudio de los observables sección eficaz, asimetría en la distribución angular y polarización longitudinal del leptón final a energías próximas al Toponium. En este caso, y a diferencia de otras resonancias vectoriales, se debe estar preparado ante la posibilidad de masas cercanas entre el T y el Z^0 , con los consiguientes nuevos efectos introducidos por la mezcla entre estos dos estados. En función de los parámetros de la teoría, se pretende investigar las modificaciones generadas por esta mezcla en masas y anchuras de los bosones físicos y en los observables, antes citados, del proceso. Como éstos presentan una estructura energética muy acusada, con variaciones bruscas en un intervalo de energía menor que la anchura energética de los haces, surge una cuestión adicional asociada con los efectos de la resolución de energía de los haces.

El acoplamiento coherente de los quarks ligeros al Z^0 mediante corrientes neutras ha sido observado en efectos de violación de paridad en física atómica. Una extracción del valor de la carga débil Q_w necesita un control preciso del problema atómico de muchos cuerpos. Pretendemos, en la segunda parte de esta Memoria, ofrecer una posibilidad alternativa para la determinación de la carga débil Q_w . Si se dispone de haces de fotones circularmente polarizados, la asimetría de polarización en la fotoproducción coherente de pares electrón-positrón es una señal inequívoca de violación de paridad y, en consecuencia, de la presencia de una amplitud de corrientes neutras débiles interfiriendo con una amplitud electromagnética. En una región de energías intermedias, esta producción coherente de pares e^+e^- es el proceso dominante en la absorción de fotones por la materia. Imponiendo un acoplamiento vectorial del Z^0 a la materia,

por efectos coherentes, el acoplamiento del Z^0 al electrón ó positrón ha de ser axial para generar una asimetría

$$[d\sigma(R) - d\sigma(L)] / [d\sigma(R) + d\sigma(L)]$$

no nula. Para cada polarización incidente del fotón, se ha de detectar el electrón con una dirección y energía bien definidos. Aunque pequeños, los efectos podrían ser determinados en experiencias de alta precisión.

El contenido de la Memoria se detalla a continuación, con el fin de proporcionar una visión global. En el Capítulo I hemos hecho un repaso de las principales experiencias realizadas para la determinación de los diferentes parámetros del sector de CN del lagrangiano electro-débil, y su actual situación. En el Capítulo II nos centramos en el estudio del proceso de colisión e^+e^- cuando la energía, en centro de masas, es cercana a la masa de una resonancia vectorial (Toponium), y estudiamos los efectos observables de la posible degeneración entre el Toponium y el Z^0 . La influencia que la dispersión energética de los haces incidentes tiene sobre los observables, generalmente utilizados en experiencias e^+e^- , es analizada en el Capítulo III. Los resultados obtenidos, para la sección eficaz, asimetría adelante-atrás, y polarización longitudinal del leptón final, se muestran en el Capítulo IV. El Capítulo V se dedica al cálculo, en el orden más bajo de teoría de perturbaciones, de la asimetría de polarización del proceso de producción coherente de pares e^+e^- , a partir de fotones circularmente polarizados. Una forma aproximada, que permite resultados analíticos, cuando el núcleo utilizado se considera una partícula puntual, se discute en el Capítulo VI. Los resultados de la medida de la carga Q_w , a través del observable arriba citado, para el Carbono se presentan en el Capítulo VII. Por último, las conclusiones a las que se ha llegado en esta Memoria se dan

en el Capítulo VIII. Con el fin de no introducir demasiados detalles técnicos en la lectura de algunos Capítulos, que podrían haber desviado la atención de la argumentación principal, gran parte de aquellos detalles se han relegado a los Apendices A y B.

I. FENOMENOLOGÍA DE CORRIENTES NEUTRAS

Presentamos en este Capítulo una síntesis de cómo, a partir del menor número posible de hipótesis, podemos obtener las diferentes constantes de acoplamiento del Lagrangiano de Corrientes Neutras. Entre las excelentes recopilaciones sobre el tema citemos: [SA79], [SE80], [BP81], [KI81], [OK82], [AL84], [SE84], entre otras.

I.1 LAGRANGIANO DE CORRIENTES NEUTRAS.

Desde que el primer suceso ($e + \nu_\mu \rightarrow \nu_\mu + e$) debido a corrientes neutras fue detectado por la colaboración GARGAMELLE en 1973 [HA73], hasta el descubrimiento del Z^0 en los anillos $p\bar{p}$ del CERN en 1983 [UA1 y UA2], se han planteado una gran cantidad de experiencias para la determinación de las distintas constantes de acoplamiento de los sectores hadrónico y leptónico del lagrangiano de corrientes neutras, con el fin de comprobar su acuerdo con las predicciones del modelo standard de Glashow-Weinberg-Salam [GL61].

La descripción de la fenomenología de corrientes neutras a bajas energías se puede realizar a partir de un lagrangiano efectivo, independiente del modelo, construido como producto de los acoplamientos corriente x corriente de los diversos sectores de quarks y leptones. Las dos únicas hipótesis necesarias para ello son la estructura V,A de las corrientes y la conservación del sabor por las mismas. La primera de ellas viene confirmada, entre otros, por el análisis de la distribución en y (v/E , fracción de energía transferida) de la colisión ν -N, que puede ser ajustada por una combinación V+A, V-A [BA75][WO65], desechando soluciones puramente escalar o pseudo-escalar. La segunda de las

hipótesis viene avalada por la ausencia de efectos de cambio de sabor en las experiencias de corrientes neutras.

De esta forma y sin necesidad de ningún requerimiento gauge podemos construir un lagrangiano que, en función de 13 parámetros, ajusta los resultados experimentales de la interacción a bajas energías y que, siguiendo la parametrización de Hung y Sakurai [HS77][HS81][KL81], se puede escribir:

$$L_{\nu} = -\frac{G}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_{\mu}(x) \gamma_{\lambda} (1 + \gamma_5) \nu_{\mu}(x) \bar{e}(x) \gamma^{\lambda} (g_V + g_A \gamma_5) e(x) \quad (I.1)$$

$$L_{\nu} = -\frac{G}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_{\mu}(x) \gamma_{\lambda} (1 + \gamma_5) \nu_{\mu}(x) \left\{ \frac{1}{2} \alpha [\bar{u}(x) \gamma^{\lambda} u(x) - \bar{d}(x) \gamma^{\lambda} d(x)] \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \beta [\bar{u}(x) \gamma^{\lambda} \gamma_5 u(x) - \bar{d}(x) \gamma^{\lambda} \gamma_5 d(x)] + \frac{1}{2} \gamma [u(x) \gamma^{\lambda} u(x) \right. \\ \left. + \bar{d}(x) \gamma^{\lambda} d(x)] + \frac{1}{2} \delta [\bar{u}(x) \gamma^{\lambda} \gamma_5 u(x) + \bar{d}(x) \gamma^{\lambda} \gamma_5 d(x)] \right\} \quad (I.2)$$

$$L_{\nu} = -\frac{G}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{e}(x) \gamma_{\lambda} \gamma_5 e(x) \left[\frac{1}{2} \tilde{\alpha} (\bar{u}(x) \gamma^{\lambda} u(x) - \bar{d}(x) \gamma^{\lambda} d(x)) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2} \tilde{\gamma} (\bar{u}(x) \gamma^{\lambda} u(x) + \bar{d}(x) \gamma^{\lambda} d(x)) \right] \right. \\ \left. + \bar{e}(x) \gamma_{\lambda} e(x) \left[\frac{1}{2} \tilde{\beta} (\bar{u}(x) \gamma^{\lambda} \gamma_5 u(x) - \bar{d}(x) \gamma^{\lambda} \gamma_5 d(x)) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2} \tilde{\delta} (\bar{u}(x) \gamma^{\lambda} \gamma_5 u(x) + \bar{d}(x) \gamma^{\lambda} \gamma_5 d(x)) \right] \right\} \quad (I.3)$$

$$\begin{aligned}
L_{\mu} = -\frac{G}{\sqrt{2}} & \left\{ h_{VV} [\bar{e}(x) \gamma_{\lambda} e(x) + \bar{\mu}(x) \gamma_{\lambda} \mu(x)] [\bar{e}(x) \gamma^{\lambda} e(x) + \bar{\mu}(x) \gamma^{\lambda} \mu(x)] \right. \\
& + 2 h_{VA} [\bar{e}(x) \gamma_{\lambda} e(x) + \bar{\mu}(x) \gamma_{\lambda} \mu(x)] [\bar{e}(x) \gamma^{\lambda} \gamma_5 e(x) + \bar{\mu}(x) \gamma^{\lambda} \gamma_5 \mu(x)] \\
& \left. + h_{AA} [\bar{e}(x) \gamma_{\lambda} \gamma_5 e(x) + \bar{\mu}(x) \gamma_{\lambda} \gamma_5 \mu(x)] [\bar{e}(x) \gamma^{\lambda} \gamma_5 e(x) + \bar{\mu}(x) \gamma^{\lambda} \gamma_5 \mu(x)] \right\}
\end{aligned}
\tag{I.4}$$

(Admitiendo la universalidad μ -e)

para dos generaciones de leptones y una de quarks.

I.2 NEUTRINO - ELECTRÓN.

La determinación de los parámetros del sector neutrino-electrón se realiza mediante el estudio de los procesos puramente leptónicos: $(\nu_{\mu} e^{-} \rightarrow \nu_{\mu} e^{-})$, $(\bar{\nu}_{\mu} e^{-} \rightarrow \bar{\nu}_{\mu} e^{-})$ y $(\bar{\nu}_{\mu} e^{-} \rightarrow \bar{\nu}_{\mu} e^{-})$.

Las dos primeras secciones eficaces, para $E_{\nu} \gg m_e$, resultan ser:

$$\sigma_{\nu, \bar{\nu}} = \frac{2 G^2 m_e}{3 \pi} \left[g_V^2 + g_A^2 \pm g_V g_A \right]
\tag{I.4a}$$

Para la tercera, $(\nu_e e)$, admitiendo la universalidad μ -e y añadiendo los términos que provienen de corrientes cargadas se obtiene:

$$\sigma_{\nu_e} = \frac{2 G^2 m_e}{3 \pi} \left[(1+g_V)^2 + (1+g_A)^2 + (1+g_V)(1+g_A) \right]
\tag{I.4b}$$

donde no se han escrito las correcciones que se derivan de la baja energía de los neutrinos utilizados y que obliga a mantener términos de la forma m_ν/E_ν en (I.4b).

A la vista de las expresiones anteriores, se comprueba que la medida de las tres secciones eficaces determina 3 elipses en el plano $g_\nu - g_A$, cuya intersección delimita dos regiones, perfectamente separadas, que conducen a dos posibles soluciones para g_ν y g_A [KI81][KR82]:

$$\text{Vector - dominante: } g_\nu = -0.53 \pm 0.08 \quad g_A = 0.01 \pm 0.06$$

$$\text{Axial - dominante: } g_\nu = -0.03 \pm 0.08 \quad g_A = 0.51 \pm 0.06$$

(I.5)

La hipótesis de factorización, que más adelante trataremos, junto con algunos resultados de colisión ν -hadrón y e-D, fijan la solución axial-dominante como la adecuada. Por otra parte es de destacar los esfuerzos que aún ahora se siguen realizando para determinar con mayor precisión estos parámetros. En particular el error del $\text{Sen}^2\theta_w$ es dos veces superior al obtenido en experiencias ν -Nucleón, siendo necesario aumentar la estadística y reducir los errores sistemáticos si se quiere llegar a un valor competitivo [KR85]. En esta línea de trabajo los grupos BBKOPST [AH85] y CHARM [BE84] esperan tener, en un futuro, suficiente número de sucesos para dar una medida precisa de estas magnitudes.

I.3 NEUTRINO - HADRÓN.

Para el estudio de los procesos que proporcionan una determinación de los acoplamientos del sector ν -q, resulta más útil utilizar la parametrización del lagrangiano en

función de los acoplamientos quirales que acompañan a las componentes dextrógira y levógira del campo. Así:

$$L_{\nu} = -\frac{G}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_\mu(x) \gamma^\lambda (1 + \gamma_5) \nu_\mu(x) \left\{ u_L \bar{u}(x) \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) u(x) + d_L \bar{d}(x) \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) d(x) + u_R \bar{u}(x) \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) u(x) + d_R \bar{d}(x) \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) d(x) \right\} \quad (I.6)$$

siendo la relación con los parámetros isovector vector (α), isovector axial (β), isoscalar vector (γ) e isoscalar axial (δ), definidos en (I.2):

$$\begin{aligned} u_L &= 1/4 (\alpha + \beta + \gamma + \delta) & d_L &= -1/4 (\alpha + \beta - \gamma - \delta) \\ u_R &= 1/4 (\alpha - \beta + \gamma - \delta) & d_R &= -1/4 (\alpha - \beta - \gamma + \delta) \end{aligned} \quad (I.7)$$

La determinación de estos cuatro parámetros viene del estudio de 6 procesos de colisión de neutrino:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \bar{\nu} N &\longrightarrow \bar{\nu} X & \text{d)} \quad \nu N &\longrightarrow \nu \pi N' \\ \text{b)} \quad \bar{\nu} N &\longrightarrow \bar{\nu} \pi X & \text{e)} \quad \bar{\nu}_e D &\longrightarrow \bar{\nu}_e n p \\ \text{c)} \quad \bar{\nu} p &\longrightarrow \bar{\nu} X & \text{f)} \quad \nu p &\longrightarrow \nu p \end{aligned} \quad (I.8)$$

Utilizando el modelo de partones, para el primero de ellos (a), es sencillo demostrar que la relación entre secciones eficaces de procesos inclusivos de neutrinos sobre blancos isoscalares mediados por CN y CC es [HS7C]:

$$R_{\nu} = \frac{\sigma(\nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu X)}{\sigma(\nu_\mu N \rightarrow \mu^- X)} = \frac{(CN)_\nu}{(CC)_\nu} \sim (u_L^2 + d_L^2) + \frac{1}{3} (u_R^2 + d_R^2) \quad (I.9)$$

$$R_{\bar{\nu}} = \frac{\sigma(\bar{\nu}_{\mu} N \rightarrow \bar{\nu}_{\mu} X)}{\sigma(\bar{\nu}_{\mu} N \rightarrow \mu^{+} X)} = \frac{(CN)_{\bar{\nu}}}{(CC)_{\bar{\nu}}} \sim (u_L^2 + d_L^2) + 3(u_R^2 + d_R^2) \quad (I.9a)$$

donde no hemos escrito las pequeñas correcciones que provienen de la presencia de los quarks $s\bar{s}$ y $c\bar{c}$ en el blanco, ni de la dependencia en Q^2 de las densidades de quarks (violación de la invariancia de escala), ni de desviaciones de la isoscalaridad del núcleo; pero que sí han sido recogidas en los resultados. Ello, junto con las medidas de precisión obtenidas, entre otros, por la colaboración CHARM [J081], nos permiten escribir:

$$u_L^2 + d_L^2 = 0.305 \pm 0.013 \quad (I.10)$$

$$u_R^2 + d_R^2 = 0.036 \pm 0.013$$

Aunque para la obtención de estas ecuaciones hemos tenido que utilizar el modelo de partones, el acuerdo con las observaciones en CC nos hace pensar que los resultados no dependen, en forma definitiva, del modelo escogido. Además, algunos efectos, como violación de scaling, tienden a cancelarse ya que se dan por igual tanto en CN como en CC.

Para separar los acoplamientos de los quarks u y d - o lo que es igual, determinar la dependencia en isospín de las CN - debemos recurrir a procesos inclusivos de ν sobre protones (neutrones) (c), y semi-inclusivos de producción de piones (b); ya que los procesos con blancos isoscalares no son capaces de medir la fuerza del quark u frente al d

Definiendo las relaciones:

$$R_{\nu p} = \frac{\sigma(\nu p \rightarrow \nu X)}{\sigma(\nu p \rightarrow \mu^{+} X)} = \frac{(CN)_{\nu p}}{(CC)_{\nu p}} \quad (I.11)$$

$$R_{\nu p} = \frac{\sigma(\bar{\nu}p \rightarrow \bar{\nu}X)}{\sigma(\bar{\nu}p \rightarrow \mu^+X)} = \frac{(cN)\bar{\nu}p}{(cC)\bar{\nu}p} \quad (I.11a)$$

y utilizando el modelo partón para calcular su expresión en función de las densidades de quarks, $U = \int u(x) dx$ y $D = \int d(x) dx$, podemos escribir:

$$R_{\nu} = d_L^2 + u_L^2 (U/D) + 1/3 u_R^2 (U/D) + 1/3 d_R^2$$

$$R_{\nu} = u_L^2 + d_L^2 (D/U) + 3 u_R^2 + 3 d_R^2 (D/U)$$

(I.12)

Estas expresiones, corregidas teniendo en cuenta las contribuciones del mar y la existencia del quark s, pueden ser ajustadas a los valores experimentales obtenidos, entre otros grupos, por la colaboración BEBC [AL83], de forma que es posible separar los diferentes acoplamientos:

$$u_L^2 = 0.13 \pm 0.03 \quad d_L^2 = 0.19 \pm 0.03$$

$$u_R^2 = 0.02 \pm 0.02 \quad d_R^2 = 0.00 \pm 0.02$$

(I.13)

El segundo método propuesto (b) - utilizando colisiones semi-inclusivas de neutrinos sobre blancos isoscalares con producción de piones - nos permitirá conocer también la estructura en isospín de la CN, sin más que medir la relación de π^+ , π^- , producidos en la reacción.

Usando el modelo de fragmentación de quarks y teniendo en cuenta que en los procesos con neutrinos las componentes dextrógiras de quark van reducidas con un factor 1/3 respecto de las levógiras se obtiene [SE77] [HU77]:

$$\left(\frac{\pi^+}{\pi^-}\right)_{\nu \rightarrow \mu^-} = \frac{D_u^{\pi^+}}{D_u^{\pi^-}} \quad ; \quad \left(\frac{\pi^+}{\pi^-}\right)_{\bar{\nu} \rightarrow \mu^+} = \frac{D_u^{\pi^-}}{D_u^{\pi^+}}$$

$$\left(\frac{\pi^+}{\pi^-}\right)_{\nu \rightarrow \nu} = \frac{[u_L^2 + \frac{1}{3} u_R^2] D_u^{\pi^+} + [d_L^2 + \frac{1}{3} d_R^2] D_u^{\pi^-}}{[u_L^2 + \frac{1}{3} u_R^2] D_u^{\pi^-} + [d_L^2 + \frac{1}{3} d_R^2] D_u^{\pi^+}}$$

$$\left(\frac{\pi^+}{\pi^-}\right)_{\bar{\nu} \rightarrow \bar{\nu}} = \left\{ u_L \leftrightarrow u_R \quad , \quad d_L \leftrightarrow d_R \right\}$$

(I.14)

Donde $D_L^{\pi^+}$ y $D_L^{\pi^-}$ son las funciones de fragmentación.

Comparando los datos (π^+ / π^-) , en procesos mediados por CN y CC, somos capaces de desacoplar las diferentes contribuciones L y R de los quarks, obteniéndose resultados del todo compatibles con (I.13) [KM77] [SE80].

La ambigüedad en los signos de los diferentes acoplamientos (Fig. I.1), puede ser resuelta mediante el estudio de diferentes procesos exclusivos. Citemos entre otros:

$\nu p \rightarrow \nu p$ que fija la relación $u_L u_R < 0$ y, por tanto, excluye las soluciones B y C (Fig. I.1).

$\nu N \rightarrow \nu N' \pi$ que a energías de la resonancia $\Delta(1232)$ permite excluir las soluciones predominantemente isoscalares C y D, fijando $U_L d_L < 0$.

$\bar{\nu}_e D \rightarrow \bar{\nu}_e p n$ que a energías de reactor produce un estado final de neutrón-protón en onda S e Isospín $I=1$.

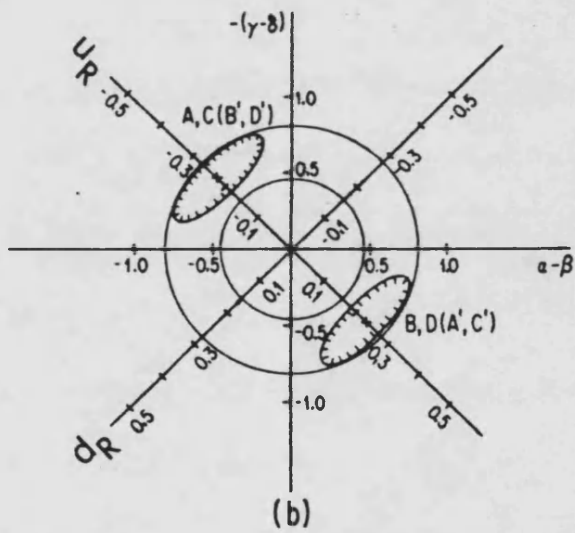
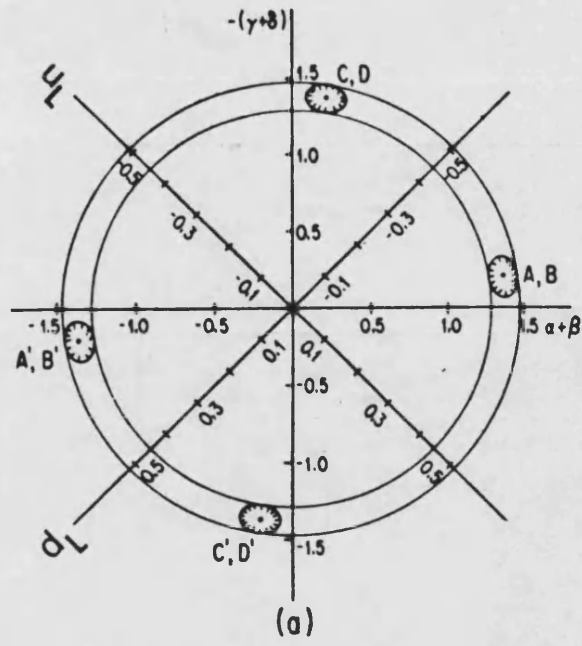


FIG. I.1

Dado que el deuterio es un núcleo isoscalar ($I=0, ^3S$) y teniendo en cuenta que la corriente vectorial contribuye en forma despreciable (de hecho es nula para $Q^2=0$), el proceso es sensible únicamente a la pieza isovector-axial, de forma que produce una medida directa de $|\beta|$ compatible con la solución A (y A', que difiere de A en un signo global).

Con todo ello y utilizando la hipótesis de factorización junto con los datos de la simetría electrón polarizado-Deuterón de SLAC, que permiten eliminar la indeterminación en el signo global de los acoplamientos ν -quark (soluciones con y sin ' de la FIG. I.1), se obtienen los siguientes resultados [VA83]:

$$\begin{array}{ll}
 u_L = 0.344 \pm 0.026 & \alpha = 0.533 \pm 0.037 \\
 u_R = 0.153 \pm 0.022 & \beta = 0.992 \pm 0.037 \\
 d_L = -0.419 \pm 0.022 & \gamma = -0.152 \pm 0.089 \\
 d_R = 0.076 \pm 0.041 & \delta = 0.002 \pm 0.049
 \end{array} \tag{I.15}$$

I.4 ELECTRÓN - HADRÓN.

El lagrangiano de interacción por CN electrón-quark puede ser separado en dos sectores: uno, producto de corrientes $V_{\text{lepton}} \times V_{\text{quark}} + A_{\text{lepton}} \times A_{\text{quark}}$, que conserva paridad; y otro, $A_{\text{lepton}} \times V_{\text{quark}} + A_{\text{quark}} \times V_{\text{lepton}}$ que la viola. En general, los efectos de la interacción por corrientes neutras en procesos electrón-hadrón, vienen completamente dominados - a bajas energías - por la interacción electromagnética, y así el sector que conserva paridad resulta difícilmente detectable. No ocurre lo mismo con la parte $V \times A$, puesto que señales de violación de

paridad, en observables que dependen de magnitudes pseudoescalares, son prueba irrefutable y test de la presencia de corrientes débiles en tales interacciones.

La determinación de los acoplamientos electrón-quark, del sector que viola paridad del lagrangiano (I.3), puede realizarse mediante el estudio de la colisión inclusiva de electrones, longitudinalmente polarizados, sobre un núcleo de Deuterio [DM79]:



Un observable especialmente adecuado para tal propósito resulta ser la asimetría $(d\sigma_R - d\sigma_L)/(d\sigma_R + d\sigma_L)$ ya que, por una parte, esperamos que se cancelen ciertas indeterminaciones entre el numerador y el denominador; por otra, al ser la asimetría proporcional a G/α , su señal es mejor que la de los observables puramente débiles, de orden G^2 ; y por último, la medida de la interferencia débil-e.m. permite una determinación del signo relativo entre estos dos sectores del lagrangiano.

Siguiendo la referencia [DM79] escribimos el lagrangiano que viola paridad:

$$L^{PV}(x) = -\frac{G}{\sqrt{2}} \sum_q \left[C_{1q} \bar{e}(x) \gamma^\mu \gamma_5 e(x) \bar{q}(x) \gamma_\mu q(x) \right. \\ \left. + C_{2q} \bar{e}(x) \gamma^\mu e(x) \bar{q}(x) \gamma_\mu \gamma_5 q(x) \right]$$

$$q = u, d, s, c \dots$$

(I.16)

Utilizando esta parametrización y el modelo quark-partón, la asimetría, en el límite de scaling de Bjorken, resulta ser:

$$\frac{A(x, y)}{\rho^2} = \frac{G}{2\sqrt{2} \pi \alpha} \cdot \frac{\sum_q Q_q \left\{ C_{1q} (f_q(x) + f_{\bar{q}}(x)) + C_{2q} (f_q(x) - f_{\bar{q}}(x)) \frac{1 - (1-\gamma)^2}{1 + (1-\gamma)^2} \right\}}{\sum_q Q_q^2 [f_q(x) + f_{\bar{q}}(x)]}$$

$$x = \rho^2 / [2M(E_i - E_f)] \quad ; \quad y = (E_i - E_f) / E_i \quad (I.17)$$

donde $f_q(x)$ es la probabilidad de encontrar un quark del tipo q con fracción de momento x en el blanco, y Q_q la carga eléctrica.

Para el caso del Deuterio se verifica la igualdad de las distribuciones f_u y $f_{\bar{u}}$, de forma que el término que acompaña a C_{2q} , para $q = s, c$, no da contribución. Teniendo en cuenta, además, el carácter isoscalar del blanco y despreciando la contribución de quarks s y c en el sector C_{1q} , la expresión de la asimetría se reduce a:

$$\frac{A^{eD}(x, y)}{\rho^2} = \frac{1G}{5\sqrt{2} \pi \alpha} \left[a_1 + a_2 \frac{\rho - \bar{\rho}}{\rho + \bar{\rho}} \frac{1 - (1-\gamma)^2}{1 + (1-\gamma)^2} \right] \quad (I.18)$$

donde

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{2} \left[\frac{2}{3} C_{1u} - \frac{1}{3} C_{1d} \right] \\ a_2 &= \frac{1}{2} \left[\frac{2}{3} C_{2u} - \frac{1}{3} C_{2d} \right] \end{aligned} \right\} \text{ independiente de } x$$

$$Q(x) = x(u+d) \quad \bar{Q}(x) = x(\bar{u} + \bar{d})$$

La consideración de todos los quarks s y \bar{s} del mar da lugar a pequeñas variaciones en la fórmula (I.18), de forma que para $x=0.2$, $C_{1s}=C_{1\bar{s}}$ y utilizando las distribuciones de Field-Feynman se obtiene:

$$A = \sigma / Q^2 \approx \frac{g G}{5\sqrt{2} \pi \alpha} (0,99) \left[a_1' + 0,90 a_2 \frac{1-(1-\gamma)^2}{1-(1-\gamma)^2} \right]$$

con

$$a_1' = \frac{1}{2} \left[\frac{2}{3} C_{1u} - 1,06 \frac{1}{3} C_{1d} \right]$$

(I.18a)

El análisis de los resultados obtenidos por la colaboración SLAC-YALE [PR79] permite determinar el valor de los parámetros a_1 y a_2 que mejor ajustan los datos experimentales. Así, en términos de los acoplamientos definidos en I.3:

$$4 a_1 = [\tilde{\alpha} + 1/3 \tilde{\gamma}] = -0.60 \pm 0.16$$

$$4 a_2 = [\tilde{\beta} + 1/3 \tilde{\delta}] = 0.31 \pm 0.51$$

(I.19)

Se puede demostrar [FR79] que, aunque se ha trabajado en el marco del modelo quark-partón, los resultados dependen débilmente del modelo utilizado.

I.5 VIOLACIÓN DE PARIDAD EN ÁTOMOS PESADOS.

Las experiencias de violación de paridad en átomos ha sido otro de los métodos usualmente utilizados para la determinación de los acoplamientos del lagrangiano electrón-quark de CN. Para el tratamiento del problema es necesaria la obtención del potencial (que viola paridad) entre el electrón y el núcleo, a partir de la expresión lagrangiana (I.3). Con vistas a ello separemos el hamiltoniano responsable de la interacción en dos partes [BP81]:

$$H^{PV} = H_1^{PV} + H_2^{PV}$$

$$H_1^{PV} = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{e}(x) \gamma_\lambda \gamma_5 e(x) \left[\frac{1}{2} (\tilde{\alpha} + \tilde{\gamma}) \bar{u}(x) \gamma^\lambda u(x) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (\tilde{\gamma} - \tilde{\alpha}) \bar{d}(x) \gamma^\lambda d(x) \right]$$

$$H_2^{PV} = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{e}(x) \gamma_\lambda e(x) \left[\frac{1}{2} (\tilde{\beta} + \tilde{\delta}) \bar{u}(x) \gamma^\lambda \gamma_5 u(x) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (\tilde{\delta} - \tilde{\beta}) \bar{d}(x) \gamma^\lambda \gamma_5 d(x) \right]$$

(I.20)

La primera (H_1^{PV}) corresponde al producto de corrientes $A_{lepton} \times V_{quark}$ y la segunda (H_2^{PV}) a $V_{lepton} \times A_{quark}$. Para el caso de nucleones lentos podemos realizar el límite no relativista de la expresión (I.20), manteniendo tan sólo las componentes "grandes" de los campos de quarks en el núcleo. Así, la parte H_1^{PV} queda dominada por las componentes temporales ($\gamma^0 \rightarrow 1, \vec{\gamma} \rightarrow 0$), mientras que en el sector H_2^{PV} , son las componentes espaciales las que prevalecen ($\gamma^0 \gamma_5 \rightarrow 0, \vec{\gamma} \gamma_5 \rightarrow \vec{\sigma}$). Ello indica que la interacción es coherente, en la pieza H_1^{PV} , de forma que tiende a ser aditiva en los diferentes quarks (al igual que cargas) y conduce a un valor esperado proporcional al número de componentes (quarks). No ocurre lo mismo con el sector H_2^{PV} , cuyo valor depende tan sólo de las partículas que se hallan con spines no apareados. Por todo ello es de esperar que, para núcleos pesados, la parte $A_{lepton} \times V_{quark}$ domine sobre la $V_{lepton} \times A_{quark}$.

El potencial electrón-núcleo que se deriva del hamiltoniano (I.20) es [HS77]:

$$V_1 = \frac{-G}{4\sqrt{2}} \frac{\vec{\sigma}_e}{m_e} \left\{ \vec{\sigma}^{(q)}(\vec{x}), \vec{p}_e \right\} \rho_w$$

(I.21)

$$V_2 = \frac{-G}{2\sqrt{2}} \frac{1}{m_e} \left[\left\{ \vec{p}_e, \delta^{(s)}(\vec{x}) \right\} - i \left[\delta^{(s)}(\vec{x}), \vec{\sigma}_e \times \vec{p}_e \right] \right] \cdot \left[\text{Términos en spin nuclear} \right] \quad (I.21a)$$

donde el factor Q_w , que proviene del sector hadrónico de H_1^{PV} , es igual a:

$$Q_w = (\tilde{\alpha} + \tilde{\gamma}) N_u + (\tilde{\gamma} - \tilde{\alpha}) N_d \quad (I.22)$$

siendo N_u y N_d el número de quarks, u y d, en el núcleo. Así, para el núcleo A_Z , obtenemos la conocida expresión:

$$Q_w = \tilde{\alpha} (Z - N) + 3 \tilde{\gamma} (Z + N) \quad (I.23)$$

Las experiencias de violación de paridad en átomos pesados - sensibles a Q_w - junto con los datos e-D (I.19) permiten fijar el valor de los acoplamientos $\tilde{\alpha}$ y $\tilde{\gamma}$.

La pieza H_1^{PV} , en la interacción, hace que los estados propios $|\psi\rangle$ del hamiltoniano total no sean los de paridad definida $|\psi^0\rangle$, sino que - utilizando teoría de perturbaciones - se verifique que:

$$|\psi_i\rangle = |\psi_i^0\rangle + \sum_{k \neq i} \eta_{ik} |\psi_k^0\rangle \quad (I.24)$$

con $|\psi_i^0, k\rangle$ propios del hamiltoniano e.m., con paridad definida. Siendo el coeficiente de mezcla:

$$\eta_{ik} = \langle \langle \psi_k^0 | H_1^{PV} | \psi_i^0 \rangle \rangle / (E_i^0 - E_k^0) \quad (I.25)$$

Dada una transición entre dos estados atómicos ($i \rightarrow f$), gobernada por un operado T, la observación de violación de paridad vendrá asociada al término:

$$\left[\sum_{j \neq f} \eta_{jf}^* T_{ji}^{\circ} + \sum_{k \neq i} \eta_{ki} T_{fk}^{\circ} \right] / T_{fi}^{\circ}$$

(I.26)

donde T_{fi}° es el elemento de matriz de T entre estados propios de $H_{e.m.}$

Para aumentar el valor del término (I.26) y mejorar por tanto la señal de violación de paridad en el observable, debemos procurar, que [BP81] : 1) η sea grande, escogiendo los estados inicial y final lo más degenerados posible en energías y de paridad opuesta. 2) La relación $T_{fk}^{\circ}/T_{fi}^{\circ}$ sea lo más favorable posible, eligiendo una transición prohibida (p.e. transiciones $M1$ en átomos) para $i \rightarrow f$ y permitida para $k \rightarrow f$.

Principalmente son dos tipos de experiencias las que se han llevado a cabo en átomos pesados:

- Medida de la sección eficaz de absorción de fotones, con helicidades positiva y negativa, a través de vapores metálicos de Cs y Tl, para determinar la asimetría [BB76]

$$A = \frac{\sigma(+)-\sigma(-)}{\sigma(+)+\sigma(-)} \approx 2 \operatorname{Im}(\epsilon^{PV}) / M^{PC}$$

(I.27)

directamente relacionada (para el Tl) con la amplitud $6p_{1/2} \rightarrow 7p_{1/2}$ (M^{PC}), $M1$ prohibida; y con la inducida por violación de paridad (ϵ^{PV}), $E1$.

- Medida de la rotación del plano de polarización cuando un haz de luz linealmente polarizada atraviesa vapor de Bi. La polarización lineal es una superposición coherente de polarizaciones dextrógira y levógira, que

tienen diferente índice de refracción en el vapor debido a violación de paridad. Diferencias en la parte imaginaria de dicho índice implican diferencias en la sección eficaz de absorción, mientras que las diferencias en la parte real - asociadas con diferentes velocidades de propagación para una y otra polarización - se muestran como una rotación del plano de polarización de la luz (linealmente polarizada), a su paso por el Bi vaporizado.

Los resultados de las experiencias llevadas a cabo por el grupo de Novosibirsk, para el Bi, dan un valor a la "carga":

$$Q_w(\text{Bi}) = 627 \tilde{\gamma} - 43 \tilde{\alpha} = 140 \pm 40 \quad (\text{I.28})$$

Para el Tl, el grupo de Berkeley, obtiene [BC81]:

$$Q_w(\text{Tl}) = 612 \tilde{\gamma} - 42 \tilde{\alpha} = 280 \pm 140 \quad (\text{I.28a})$$

Un tercer resultado obtenido por Bouchiat y colaboradores [BO84], con Cs, es:

$$Q_w(\text{Cs}) = 399 \tilde{\gamma} - 23 \tilde{\alpha} = 66.5 \pm 7.2(\text{estad.}) \pm 5.1(\text{sistem.}) \quad (\text{I.28b})$$

Vale la pena destacar el hecho de que las experiencias de violación de paridad en átomos van acompañadas de una gran incertidumbre en sus resultados (como se puede comprobar en las fórmulas I.28) debido a su dificultad y requerimiento de gran precisión. Además, la extracción de Q_w sufre de la falta de conocimiento de las funciones de onda atómicas, necesarias en los cálculos.

Observemos cómo la combinación lineal $\tilde{\alpha} + 1/3 \tilde{\gamma}$, obtenida de la asimetría en la colisión e-D (I.19), resulta

casi ortogonal a la deducida arriba, (I.28), para experiencias de violación de paridad en átomos. Ello permite que, aún teniendo en cuenta la incertidumbre en las ecuaciones, la región de $\tilde{\gamma}$ y $\tilde{\alpha}$ que ajusta todos los resultados anteriores sea suficientemente pequeña como para poder determinar el valor de los parámetros $\tilde{\alpha}$ y $\tilde{\gamma}$, por separado, con errores admisibles:

$$\tilde{\alpha} \approx -0.72 \pm 0.25 \quad \tilde{\gamma} \approx 0.36 \pm 0.28 \quad (I.29)$$

Una separación semejante de los acoplamientos isoscalar ($\tilde{\beta}$) e isovector ($\tilde{\delta}$) no es posible aún en el sector $V_{1/2} \pi \times A_{3/2} q$, puesto que, como ya hemos dicho, esta pieza apenas da contribución en átomos pesados. Experiencias, en desarrollo, del grupo Michigan-Yale-Seattle [LW75], sobre hidrógeno, podrían aportar información sobre los acoplamientos de este sector del lagrangiano.

I.6 FACTORIZACIÓN.

Si admitimos que la interacción por C.N. viene mediada por un único bosón, que podemos llamar Z, su lagrangiano total efectivo debe poder escribirse como un producto de la corriente débil neutra por sí misma. Este enunciado, conocido como hipótesis de factorización, junto con los datos presentados en este capítulo, nos va a permitir la determinación de 10 de los 13 parámetros a que nos referíamos en I.1; eliminando la ambigüedad Vector-dominante, Axial-dominante (I.5); fijando el signo global del sector $v-q$ (I.5) y resolviendo la separación $\tilde{\beta}-\tilde{\delta}$, de la pieza $e-q$.

Utilizando la hipótesis de factorización en los sectores $L_{\nu} \pi$, $L_{\nu} \rho$, y $L_{\nu} \omega$ de (I.1, I.2 y I.3) es fácil hallar las relaciones [HS77]:

$$\tilde{\gamma} / \tilde{\alpha} = \gamma / \alpha \quad ; \quad \tilde{\delta} / \tilde{\beta} = \delta / \beta \quad ; \quad g_V / g_A = \alpha \tilde{\beta} / (\beta \tilde{\alpha}) \quad (I.30)$$

Un primer test de factorización lo podemos realizar a partir de la primera de las igualdades (I.30). Como sabemos, las experiencias $v - q$ fijan los valores de los parámetros α y γ salvo un signo global (soluciones A y A' de la Fig.2.1), de forma que el cociente γ/α queda perfectamente definido y puede ser utilizado para - a través de la primera de las relaciones (I.30), obtenidas por factorización - determinar una región de valores permitidos en el plano $\tilde{\gamma} - \tilde{\alpha}$. Se puede comprobar [HS79] que esta región tiene intersección no nula con la zona, del plano $\tilde{\gamma} - \tilde{\alpha}$, permitida por los resultados de SLAC y violación de paridad en átomos, siendo por ello, factorización, compatible con la experiencia.

Veamos los tres principales resultados de factorización:

1. A partir de I.30 podemos obtener la relación:

$$g_V / g_A = \left[\left(\alpha + \frac{1}{3} \gamma \right) \left(\tilde{\beta} + \frac{1}{3} \tilde{\delta} \right) \right] / \left[\left(\tilde{\alpha} + \frac{1}{3} \tilde{\gamma} \right) \left(\beta + \frac{1}{3} \delta \right) \right] \quad (I.31)$$

donde las combinaciones $\tilde{\alpha} + (1/3)\tilde{\gamma}$ y $\tilde{\beta} + (1/3)\tilde{\delta}$ vienen dadas directamente por los resultados de SLAC (I.19). La sustitución de estos datos experimentales en el segundo miembro de (I.31) deshace la ambigüedad en los acoplamientos $v-e$ a favor de la solución Axial-dominante de (I.5).

2.- Una segunda relación, obtenida de (I.30), es:

$$\begin{pmatrix} \tilde{\beta} \\ \tilde{\delta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta \\ \delta \end{pmatrix} \cdot \frac{g_V}{g_A} \frac{\tilde{\alpha} + \frac{1}{3} \tilde{\gamma}}{\alpha + \frac{1}{3} \gamma}$$

(I.32)

que nos permite determinar $\tilde{\beta}$ y $\tilde{\delta}$ a partir de los resultados anteriores.

3.- Únicamente resta por fijar, el signo global del sector ν - q . Definiendo la constante C_V tal que

$$L_{CN}^{\nu\bar{\nu}} = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{C_V^2}{2} [\bar{\nu}(x) \gamma^\lambda (1 + \gamma_5) \nu(x)] [\bar{\nu}(x) \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \nu(x)]$$

(I.33)

factorización establece:

$$\begin{aligned} C_V^2 &= 2 g_A \frac{\alpha}{\tilde{\alpha}} = 2 g_V \frac{\beta}{\tilde{\beta}} = \\ &= 2 g_A \left(\alpha + \frac{1}{3} \gamma \right) \left(\tilde{\alpha} + \frac{1}{3} \tilde{\gamma} \right) \end{aligned}$$

(I.34)

Teniendo en cuenta que C_V^2 ha de ser positivo [HS79] si queremos que el bosón Z, mediador de la interacción, sea una partícula física y no un "fantasma", la ambigüedad en el signo de los acoplamiento ν - q queda rota; manifestándose la solución A (Fig. I.1) como la adecuada.

1.7 COLISIÓN $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$

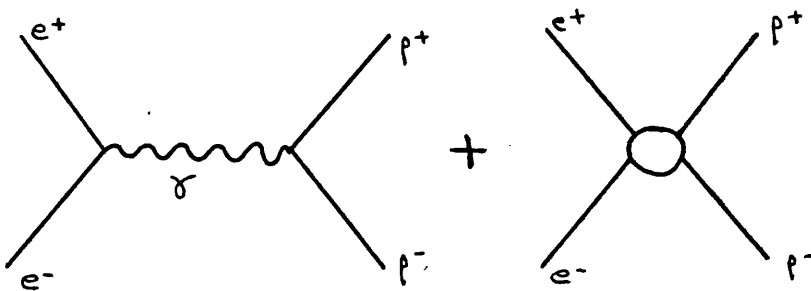
El sector púramente leptónico del lagrangiano de CN, a bajas energías y para $l \neq e$, se puede escribir:

$$L_{CN}^{lep} = -\frac{2G}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{e}(x) \gamma^\lambda e(x) \left[h_{VV}^P \bar{P}(x) \gamma_\lambda P(x) + h_{VA}^P \bar{P}(x) \gamma_\lambda \gamma_5 P(x) \right] \right. \\ \left. + \bar{e}(x) \gamma^\lambda \gamma_5 e(x) \left[h_{AV}^P \bar{P}(x) \gamma_\lambda P(x) + h_{AA}^P \bar{P}(x) \gamma_\lambda \gamma_5 P(x) \right] \right\}$$

(I.35)

Para dos generaciones y admitiendo la universalidad μ - e en los acoplamientos, el número de parámetros a determinar se reduce a 3: h_{VV} , h_{VA} ($=h_{AV}$), h_{AA} , que coinciden con los descritos en (I.4). Además, factorización impone $h_{VA}^2 = h_{VV} h_{AA}$.

El proceso $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ a bajas energías viene dado por la suma de dos amplitudes:



de forma que la presencia de CN podría quedar completamente oculta bajo el comportamiento de la amplitud dominante, e.m., si no fuera (como ya adelantábamos en I.4) por una adecuada selección de nuestros observables.

A partir de la distribución angular de μ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \frac{d\sigma^{\text{OED}}}{d\Omega} + \frac{d\sigma^{\text{INT}}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4s} [M(1+\cos^2\theta) + N\cos\theta]$$

$$M = 1 - \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{s}{\pi\alpha} h_{VV} ; N = -2 \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{s}{\pi\alpha} h_{AA} \quad (\text{I.36})$$

construimos el observable Asimetría:

$$A(s) = \left[\int_0^1 \frac{d\sigma}{d\cos\theta} - \int_{-1}^0 \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \right] / \left[\int_{-1}^1 \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \right] \quad (\text{I.37})$$

que, para energías de PETRA ($\sqrt{s} \approx 35$ GeV.), se puede escribir

$$A(s) = -\frac{3}{4} \frac{G s}{\sqrt{2} \alpha \pi} h_{AA} \quad (\text{I.38})$$

La asimetría $A(s)$, así construida, no es un observable de violación de paridad, sino que está ligada a la presencia de intercambios con $C = -1$ (Vector-Vector) y $C = +1$ (Axial-Axial). Cabe destacar que el intercambio de dos fotones ($C = +1$) junto con el de un fotón ($C = -1$) producen una pequeña contribución (a energías de PETRA), puramente QED, y de signo opuesto a la que proviene de corrientes neutras.

Los resultados de PETRA, a energías $\sqrt{s} = 35$ GeV., permiten determinar el valor del acoplamiento:

$$h_{AA} = 0.27 \pm 0.02 \quad (\text{I.39})$$

Medidas de la Asimetría para canales hadrónicos $c\bar{c}$ y $b\bar{b}$ - seleccionados mediante la detección de un μ rápido que

proviene de la desintegración de uno de los quarks - determinan, de forma análoga, los acoplamientos Axial-Axial del sector e-q [NA83]:

$$\begin{aligned} \epsilon_{AA}(c) &= -0.65 \pm 0.20 \\ \epsilon_{AA}(b) &= 0.50 \pm 0.15 \end{aligned} \tag{I.40}$$

Un segundo observable, generalmente utilizado en experiencia e^+e^- , es la polarización del leptón saliente. Partiendo de haces de electrones no polarizados se obtiene, para la polarización longitudinal del leptón saliente:

$$P(\theta) = \frac{d\sigma(+)-d\sigma(-)}{d\sigma(+)+d\sigma(-)} \approx \frac{G s}{\sqrt{2} \pi \alpha} h_{VA} \frac{(1+\cos\theta)^2}{1+\cos^2\theta} \tag{I.41}$$

de forma que la medida de la polarización del leptón en el estado final proporciona una determinación del acoplamiento h_{VA} del sector que viola paridad.

Si admitimos que el bosón Z es el único mediador de la interacción débil por CN, con masa ≈ 90 GeV., las expresiones anteriores de la asimetría y polarización, a altas energías, han de ser corregidas con el fin de incorporar los efectos del propagador del bosón gauge $P_Z=(s-M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z)^{-1}$. Las fórmulas obtenidas, teniendo en cuenta dicha contribución, se muestran en el Capítulo II.1, en el marco de la teoría standard.

A energías suficientemente altas, donde la interferencia entre las corrientes e.m. y débil sea apreciable, la sección eficaz ($e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$) debería ser sensible a las desviaciones de QED provocadas por Corrientes Neutras. Definiendo la relación

$$R_{\mu\mu} = \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) / \sigma_{\text{QED}}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) \quad (\text{I.41b})$$

A partir de (I.35) y añadiendo las correcciones que vienen del propagador del Z^0 se llega a

$$R_{\mu\mu} = 1 - 2 \chi h_{\nu\nu}$$

con (I.42)

$$\chi = \frac{G}{2\sqrt{2} \pi \alpha} \frac{s \cdot M_Z^2}{M_Z^2 - s}$$

donde hemos despreciado, mientras s no esté próximo a M_Z^2 , el término puramente débil y la anchura del Z^0 .

La variable χ es aproximadamente igual a 0.25 para $\sqrt{s} \approx 35$ GeV. si $M_Z \approx 90$ GeV. Si el valor de $h_{\nu\nu}$ fuese próximo a 1/4, como en el caso de h_{AA} , el decremento de la sección eficaz sería del 13% y perfectamente detectable. Sin embargo el modelo standard predice para $h_{\nu\nu}$ un valor $(1/4)(1-4\text{Sen}^2\theta_w)^2$ que, con $\text{Sen}^2\theta_w \approx 0.23$, daría lugar a una corrección menor del 0.1% en $R_{\mu\mu}$. ésta es una situación típica de "efecto 1/4", que más adelante comentaremos, y por la que la determinación de los acoplamientos Vector-Vector de leptones resulta muy difícil. Los actuales resultados dan un valor de $h_{\nu\nu}$ compatible con el predicho por el modelo GWS para $\text{sen}^2\theta_w \approx 0.23$.

I.8 LAGRANGIANO DE LA TEORÍA STANDARD

Hasta aquí la exposición ha sido absolutamente independiente de cualquier modelo teórico de interacciones débiles. A partir de una estructura V,A de las corrientes, algunas hipótesis sobre factorización y, en ocasiones, universalidad de los acoplamientos del sector leptónico, hemos construido un lagrangiano efectivo de C.N. cuyos parámetros vienen dados por la fenomenología de bajas energías.

La teoría standard [GL61], basada en invariancia gauge local bajo $SU(2) \otimes U(1)$, determina un lagrangiano de corrientes neutras:

$$\begin{aligned}
 L_{CN} = & g \left[\bar{\nu}_e(x) \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \nu_e(x) + \bar{e}(x) \gamma^\mu (\sigma_e + a_e \gamma_5) e(x) \right] Z_\mu(x) \\
 & + g \left[\sum_i \bar{q}_i(x) \gamma^\mu (\sigma_i + a_i \gamma_5) q_i(x) \right] Z_\mu(x)
 \end{aligned}
 \tag{I.42}$$

donde

$$\begin{aligned}
 g &= e / (4 \text{ Sen}\theta_w \text{ Cos}\theta_w) \\
 v &= \langle \tau_3 \rangle - 4 Q \text{ Sen}^2\theta_w \\
 a &= \langle \tau_3 \rangle
 \end{aligned}$$

(I.42a)

siendo $\langle \tau_3 \rangle$ el isospín débil del fermión.

La construcción de una teoría efectiva a partir de (I.42) resulta sencilla si más que sustituir el propagador del bosón Z^0 por el propagador efectivo $-g_{\mu\nu}/M_Z^2$, de forma que, identificando $g^2 = G M_Z^2 / (2 \sqrt{2})$, podemos obtener la expresión de los diferentes acoplamientos efectivos de

(I.1, I.2, I.3, I.4), en función de un sólo parámetro de la teoría standard: θ_w .

En la Tabla I.1 mostramos los diferentes acoplamientos obtenidos experimentalmente y su valor en el modelo standard con $\text{Sen}^2\theta_w = 0.23$ [KI81].

Estos resultados resultan francamente espectaculares e indican que, si bién la realización más simple de la invariancia $SU(2)\otimes U(1)$, que llamamos Teoría Standard, puede no ser la "última Teoría" - observemos que, entre otros hechos: 1) sigue sin explicar el número de generaciones; 2) son necesarios 17 parámetros completamente libres; 3) utiliza dos constantes de acoplamiento g y g' , en lugar de una sola, como correspondería a un esquema de unificación - el acuerdo de sus predicciones con la experiencia hace pensar que el modelo standard es una descripción adecuada de las interacciones electro-débiles. En particular el descubrimiento de los bosones gauge W^\pm y Z^0 en los anillos $p\bar{p}$ del CERN - ya de por sí un éxito de la teoría - con masas [DI85]:

$$M_W = \begin{array}{l} 83.5 \pm 1.1 \text{ (estad.)} \pm 2.1 \text{ (sist.) GeV. UA1} \\ 81.2 \pm 1.1 \text{ (estad.)} \pm 1.3 \text{ (sist.) GeV. UA2} \end{array}$$

(I.43)

$$M_Z = \begin{array}{l} 93.0 \pm 1.4 \text{ (estad.)} \pm 3.2 \text{ (sist.) GeV. UA1} \\ 92.5 \pm 1.3 \text{ (estad.)} \pm 1.5 \text{ (sist.) GeV. UA2} \end{array}$$

	EMPÍRICO	FACTORIZ.	Mod. Stand.	Sen ² θ _w = .23
u _L ² + d _L ²	0.30 ± .01			0.30
u _R ² + d _R ²	0.30 ± .01			
u _L	.344 ± .026	.344 ± .026	.5(1-1/3S)	0.35
u _R	.30 ± .01	.153 ± .022	-2/3 S	-0.15
d _R	.419 ± .022	-.419 ± .022	1/3 S	-0.42
d _L	.076 ± .041	.076 ± .041	.5(-1+2/3S)	0.08
g _V	-.03 ± .08	-.03 ± .08	-1/2+2 S	-0.04
g _A	-.51 ± .06	-.511 ± .006	-1/2	-0.5
	.01 ± .06			
α̃	-.72 ± .25	-.72 ± .25	-(1-2 S)	-0.54
β̃		.06 ± .21	-(1-4 S)	-0.08
γ̃	.38 ± .28	.38 ± .28	2/3 S	0.1533
δ̃		.00 ± .02	0	0.0
α̃ + 1/3 γ̃	-.60 ± .16	-.60 ± .16	-1+20/9 S	-0.489
β̃ + 1/3 δ̃	.31 ± .51	.06 ± .21	-1+4 S	-0.08
ε _{AA} (μ) = 2h _{AA}	.54 ± .04	.54 ± .04	1/2	0.5
ε _{VV} (μ) = 2h _{VV}	.02 ± .08	.02 ± .08	.5(1-4 S) ²	-0.003
ε _{AA} (c)	-.65 ± .20	-.65 ± .20	-1/2	-0.5
ε _{AA} (b)	.5 ± .15	.5 ± .15	1/2	0.5

S = Sen²θ_w

TABLA I.1

permite determinar el valor del ángulo de Weinberg, θ_w , a partir de las fórmulas [MS84]

$$M_w^2 = \left(\frac{\pi \alpha}{\sqrt{2} G} \right) \frac{1}{(1-\Delta r) \text{Sen}^2 \theta_w}$$

$$M_z^2 = \left(\frac{\pi K}{\sqrt{2} G} \right) 4 \frac{1}{(1-\Delta r) \text{Sen}^2 2\theta_w}$$

(I.43)

que incluyen efectos de correcciones radiativas a un loop, en el término Δr .

Los resultados así obtenidos son:

$$\text{Sen}^2 \theta_w = 0.216 \pm 0.005 \text{ (estad.)} \pm 0.014 \text{ (sist.) UA1}$$

(I.44)

$$\text{Sen}^2 \theta_w = 0.226 \pm 0.005 \text{ (estad.)} \pm 0.008 \text{ (sist.) UA2}$$

Valores que, con sus errores, resultan compatibles entre sí, y con el que se obtiene de promediar los datos de las experiencias de bajas energías ($\text{Sen}^2 \theta_w = 0.220 \pm 0.008$ [MS81]).

Las pruebas experimentales de la teoría electro-débil aún no están finalizadas. El sector de Higgs no ha podido ser puesto a prueba todavía y los acoplamientos a quarks pesados siguen sin poder ser determinados con exactitud. Señalemos, por último, la búsqueda del quark t , del que comienzan a aparecer señales [AR84] y del que nos ocuparemos en posteriores capítulos.

II. e^+e^- A ENERGÍAS PRÓXIMAS AL Z^0 . TOPONIUM

II.1 COLISIÓN e^+e^-

Como hemos mostrado en el Capítulo I, las experiencias hasta ahora realizadas han dado resultados que están en buen acuerdo con las predicciones del modelo standard. Desafortunadamente gran parte de los datos obtenidos van acompañados de tal incertidumbre en los errores, que, si bien permiten afirmar su compatibilidad con la teoría standard, hacen prácticamente imposible la detección de desviaciones de dicho modelo y mucho menos de efectos de correcciones radiativas. Por otra parte sigue sin poderse medir los acoplamientos neutros a quarks pesados, determinables sólo en un futuro próximo mediante la puesta en marcha de grandes máquinas e^+e^- , (LEP SLC), con capacidad para producir más de 10^6 Z^0 por año.

Tres observables, básicamente, son los que se utilizan, en experiencias e^+e^- , para el estudio de las interacciones débiles:

- sección eficaz

$$R_{ff} = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow f\bar{f})}{\sigma_{QED}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \quad (II.1)$$

- asimetría adelante-atrás

$$A_{FB} = \left[\int_0^1 d\sigma/d\cos\theta - \int_{-1}^0 d\sigma/d\cos\theta \right] / \sigma \quad (II.2)$$

- polarización longitudinal

$$P_L(\cos\theta) = \left[\left. \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \right|_{\lambda=+1} - \left. \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \right|_{\lambda=-1} \right] / \sum_{\lambda=\pm 1} \left. \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \right|_{\lambda} \quad (\text{II.3})$$

Utilizando el lagrangiano I.42 y calculando en el orden más abajo de teoría de perturbaciones - intercambio de un γ y un Z^0 - se obtienen las siguientes expresiones para las magnitudes anteriores:

$$* \rightarrow R_{rr} = \mathcal{O}_f^2 - 2\mathcal{O}_f v_e v_f \operatorname{Re} \chi + (v_e^2 + a_e^2)(v_f^2 + a_f^2) |\chi|^2$$

$$A_{rr} = a_e a_f \frac{4v_e v_f |\chi|^2 - 2\mathcal{O}_f \operatorname{Re} \chi}{\frac{4}{3} [\mathcal{O}_f^2 - 2\mathcal{O}_f v_e v_f \operatorname{Re} \chi + (v_e^2 + a_e^2)(v_f^2 + a_f^2) |\chi|^2]} \quad (\text{II.4})$$

$$P_L(\cos\theta) =$$

$$\frac{a_f [2v_f(v_e^2 + a_e^2) |\chi|^2 - 2\mathcal{O}_f v_e \operatorname{Re} \chi] (1 + \cos^2\theta) + 2a_e \cos\theta [2v_e(v_f^2 + a_f^2) |\chi|^2 - 2\mathcal{O}_f v_f \operatorname{Re} \chi]}{[\mathcal{O}_f^2 - 2\mathcal{O}_f v_e v_f \operatorname{Re} \chi + (v_e^2 + a_e^2)(v_f^2 + a_f^2) |\chi|^2] (1 + \cos^2\theta) + 2a_e a_f \cos\theta [4v_e v_f |\chi|^2 - 2\mathcal{O}_f \operatorname{Re} \chi]}$$

siendo

$$X = \frac{s}{4\pi\alpha} \frac{g^2}{s - M_Z^2 - i\Gamma_Z M_Z} \equiv \frac{s}{4\pi\alpha} \frac{G}{2\sqrt{2}} \frac{M_Z^2}{s - M_Z^2 - i\Gamma_Z M_Z}$$

*) Sería necesario añadir un factor 3 de color si f=quark.

Manteniendo los términos de interferencia, pero no los puramente débiles - lo que correspondería a energías totales en c.d.m. inferiores a la masa del Z^0 - se obtienen las expresiones:

$$R_{rr} \approx Q_f^2 + 2 Q_f \sqrt{e} \sqrt{f} \frac{G \cdot s}{2\sqrt{2} 4\pi\alpha}$$

(II.5)

$$A_{rb} \approx a_e a_f \frac{3 G \cdot s}{4 Q_f 2\sqrt{2} 4\pi\alpha}$$

$$P_L(\cos\theta) \approx \frac{G \cdot s}{\sqrt{2} 4\pi\alpha Q_f} [a_f \sqrt{e} (1 + \cos^2\theta) + 2 a_e \sqrt{f} \cos\theta]$$

De esta forma uno puede observar que, en procesos $e^+e^- \rightarrow l^+l^-$ - incluso para energías de PETRA y PEP (15-40 GeV.) donde se esperaría que los términos de interferencia contribuyeran significativamente - los efectos de violación de paridad que originan P_L , en particular, y de interacciones débiles, en general, para la sección eficaz, quedan fuertemente deprimidos por el llamado "efecto 1/4". Esto es: la proximidad del valor del $\text{Sen}^2\theta_w$ a 1/4, que hace que las constantes $v_{\text{lepton}} = -1 + 4\text{Sen}^2\theta_w$, se aproximen a cero, en el modelo standard. Así por ejemplo, si a partir de (II.4) definimos la relación:

$$R_n = \frac{\sum_q \sigma(e^+e^- \rightarrow q \bar{q})}{\sigma_{\text{ED}}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \approx 3 \left\{ \frac{11}{9} + \frac{G \cdot s}{e^2 \sqrt{2}} \sqrt{e} \left[\frac{4}{3} \sigma_u - \sigma_d \right] \right\}$$

q = u, c, d, s, b,

(II.6)

el "efecto 1/4" hace que $|v_{\mu} ((4/3)v_{\mu} - v_{\mu})| \approx 0.008$ para $\text{Sen}^2\theta_w \approx 0.23$, de forma que, para energías 10 - 40 GeV., la constancia de $R \approx 3.94 \pm 0.06$ [YA83] únicamente permite acotar:

$$|v_{\mu} ((4/3)v_{\mu} - v_{\mu})| < 0.5 \quad (\text{II.7})$$

De los tres observables (II.5) el único que no se ve afectado por la cercanía del valor del $\text{sen}^2\theta_w$ a 1/4, es la asimetría A_{FB} , que tiene su origen en el acoplamiento Axial-Axial del Z^0 a los fermiones. Recordemos, no obstante, que la contribución puramente e.m. del intercambio de 2γ ($C=+1$) [BG73] puede ocultar, al menos a bajas energías, los efectos que provienen de interacciones puramente débiles.

La situación es peor para la polarización longitudinal (P_L) de leptones, puesto que para todo rango de energías, la presencia del factor común $v_{\text{lepton}} \times a_{\text{lepton}}$ reduce - efecto 1/4 - las señales de violación de paridad.

II.2 e⁺e⁻ A ENERGÍAS DE UNA RESONANCIA VECTORIAL.

TEORÍA DE PERTURBACIONES

Un método para hacer más patente la interferencia débil-e.m., eludiendo el "efecto 1/4" y obteniendo, a la vez, información sobre los acoplamientos a quarks pesados, es el desarrollado en las referencias [KL78][BP79][BP80][SZ81], consistente en el estudio del proceso $e^+e^- \rightarrow f \bar{f}$ a energías próximas a la de una resonancia vectorial $q\bar{q}$.

Para esta situación además de los diagramas de intercambio de un γ y un Z^0 hay que considerar los cuatro diagramas de la Figura II.1 con la resonancia ($q\bar{q}$) acoplándose a γ ó Z^0 .

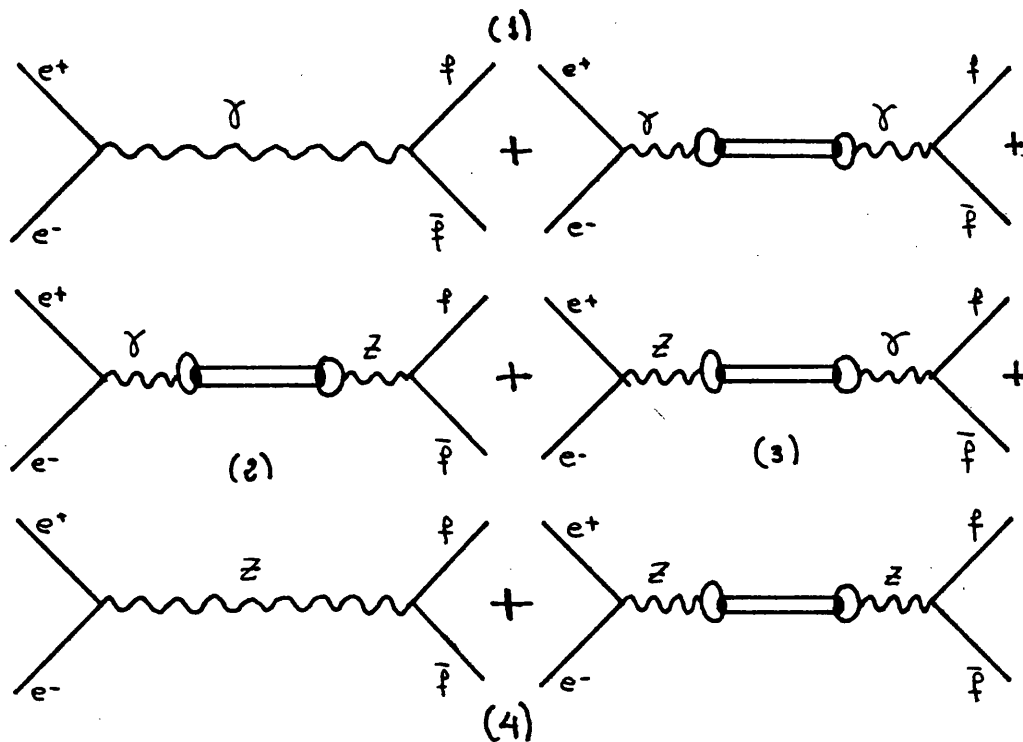


Fig. II.1

El acoplamiento del Z^0 a una resonancia vectorial $V(1^-)$ (al contribuir sólo la parte vectorial de la corriente hadrónica) es semejante al vertice γ -V, que depende fundamentalmente del valor de la función de onda en el origen. Esto es [RE79]:

$$g_{\gamma V} = 2\sqrt{3} Q_f e \sqrt{M_V} \phi_V(0) \equiv Q_f e F(M_V) \quad (\text{II.8})$$

$$g_{Z V} = 2\sqrt{3} g_V^f \sqrt{M_V} \phi_V(0) \equiv g_V^f F(M_V)$$

Con esta parametrización y realizando el cálculo de trazas de los diagramas de la Fig. II.1 [BP80], correspondientes al proceso $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ ($f \neq e^-$) a energías de una resonancia $V(q\bar{q})$, se llega a la siguiente expresión del elemento de matriz de Transición T, en función de invariantes:

$$T_{11} = 4 |A_1|^2 \left\{ \frac{1}{2} (\Delta_+^2 + \Delta_-^2) + \omega_f^2 (p_1 p_2) \right\}$$

$$T_{22} = 4 |A_2|^2 \left\{ \frac{1}{2} (\sigma_f^2 + a_f^2) (\Delta_+^2 + \Delta_-^2) - a_f \sigma_f m_f (S_+ \Delta_+ + S_- \Delta_-) \right. \\ \left. + (\sigma_f^2 - a_f^2) m_f^2 (p_1 p_2) \right\}$$

$$T_{33} = 4 |A_3|^2 \left\{ \frac{1}{2} (\sigma_e^2 + a_e^2) (\Delta_+^2 + \Delta_-^2) + 2 m_f a_e \sigma_e (S_- \Delta_+) \right. \\ \left. + m_f^2 (\sigma_e^2 + a_e^2) (p_1 p_2) \right\}$$

$$T_{44} = 4 |A_4|^2 \left\{ \frac{1}{2} (\sigma_e^2 + a_e^2) (\sigma_f^2 + a_f^2) (\Delta_+^2 + \Delta_-^2) - (2 a_f \sigma_f) (2 a_e \sigma_e) \Delta_+ \Delta_- \right. \\ \left. - m_f a_f \sigma_f (\sigma_e^2 + a_e^2) (S_+ \Delta_+ + S_- \Delta_-) + m_f a_e \sigma_e (\sigma_f^2 - a_f^2) (S_- \Delta_+ - S_+ \Delta_-) \right. \\ \left. + m_f a_e \sigma_e (\sigma_f^2 + a_f^2) (S_+ \Delta_- + S_- \Delta_+) + m_f^2 (\sigma_e^2 + a_e^2) (\sigma_f^2 - a_f^2) (p_1 p_2) \right\} \quad (\text{II.9})$$

$$T_{12} = 8 \text{Re} (A_1 A_2^*) \left\{ \frac{1}{2} \sigma_f (\Delta_+^2 + \Delta_-^2) - \frac{1}{2} m_f a_f (S_+ \Delta_+ + S_- \Delta_-) \right. \\ \left. + \omega_f^2 \sigma_f (p_1 p_2) \right\}$$

$$T_{13} = 8 \text{Re} (A_1 A_3^*) \left\{ \frac{1}{2} \sigma_e (\Delta_+^2 + \Delta_-^2) + \omega_f a_e (S_- \Delta_+) \right. \\ \left. + \omega_f^2 \sigma_e (p_1 p_2) \right\}$$

$$T_{14} = 8 \text{Re} (A_1 A_4^*) \left\{ \frac{1}{2} \sigma_e \sigma_f (\Delta_+^2 + \Delta_-^2) - a_e a_f (\Delta_+ \Delta_-) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} m_f \sigma_e a_f (S_+ \Delta_+ + S_- \Delta_-) - \omega_f a_e \sigma_f (S_- \Delta_+) \right. \\ \left. + \omega_f^2 \sigma_e \sigma_f (p_1 p_2) \right\}$$

$$T_{23} = 8 \text{Re} (A_2 A_3^*) \left\{ \frac{1}{2} \sigma_e \sigma_f (\Delta_+^2 + \Delta_-^2) - a_e a_f (\Delta_+ \Delta_-) + \omega_f a_e \sigma_f (S_- \Delta_+) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} m_f \sigma_e a_f (S_+ \Delta_+ + S_- \Delta_-) + m_f^2 \sigma_e \sigma_f (p_1 p_2) \right\}$$

$$T_{24} = 8 \operatorname{Re} (A_2 A_4^*) \left\{ \frac{1}{2} \sigma_e (\sigma_f^2 + a_f^2) (\Delta_+^2 + \Delta_-^2) - 2 a_e a_f \sigma_f \Delta_+ \Delta_- \right. \\ \left. - m_f \sigma_e a_f \sigma_f (S_+ \Delta_+ + S_- \Delta_-) + \frac{1}{2} m_f a_e (\sigma_f^2 - a_f^2) (S_- \Delta_+ - S_+ \Delta_-) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} m_f a_e (\sigma_f^2 + a_f^2) (S_+ \Delta_- + S_- \Delta_+) + m_f^2 \sigma_e (\sigma_f^2 - a_f^2) (P_1 P_2) \right\}$$

$$T_{34} = 8 \operatorname{Re} (A_3 A_4^*) \left\{ \frac{1}{2} \sigma_f (\sigma_e^2 + a_e^2) (\Delta_+^2 + \Delta_-^2) - 2 a_e \sigma_e a_f \Delta_+ \Delta_- \right. \\ \left. - \frac{1}{2} m_f a_f (\sigma_e^2 + a_e^2) (S_+ \Delta_+ + S_- \Delta_-) + 2 m_f a_e \sigma_e \sigma_f S_- \Delta_+ \right. \\ \left. + m_f^2 \sigma_f (\sigma_e^2 + a_e^2) (P_1 P_2) \right\}$$

con

$$A_1 = -\frac{1}{s} e^2 \mathcal{O}_f \mathcal{O}_e - \frac{e^2}{s^2} \mathcal{O}_e \mathcal{O}_f g_{\gamma\nu}^2 P_{\nu}$$

$$A_2 = -e \mathcal{O}_e g \frac{1}{s} g_{\gamma\nu} g_{z^0\nu} P_{z^0} P_{\nu}$$

$$A_3 = -e \mathcal{O}_f g \frac{1}{s} g_{\gamma\nu} g_{z^0\nu} P_{z^0} P_{\nu}$$

(II.9a)

$$A_4 = -g^2 P_{z^0} - g^2 g_{z^0\nu}^2 P_{z^0} P_{\nu}$$

$$\Delta_{\pm} = (P_1 P_f) \pm (P_2 P_f^1)$$

$$S_{\pm} = (S P_1) \pm (S P_2)$$

donde p_1 (p_2) es el cuadrimomento del e^- (e^+); p_f (p_f') el del f (\bar{f}); S es el vector de polarización del f ($S^2 = -1$, $S p_f = 0$) y P_1 es el propagador $P_1 = (s - M_1^2 - i\Gamma_1 M_1)^{-1}$.

Observemos que en (II.9) hemos mantenido términos en m_f^2 que son relevantes si, a energías no muy elevadas, producimos fermiones pesados (por ejemplo producción de τ a energías de \sqrt{s} (9.46)). Por el contrario no hemos mantenido m_e^2 ya que $m_e^2/s \rightarrow 0$ incluso a energías muy por debajo de PETRA.

Es sencillo mostrar el efecto de la resonancia sobre las magnitudes observables, sin más que examinar cuál es el comportamiento de las expresiones anteriores (II.9) en dos casos extremos:

- A energías lejos de la resonancia los observables vendrán dominados por los términos con intercambio de un γ y un Z^0 , de manera que será la parte correspondiente de los términos T_{11} , T_{14} y T_{44} , los que darán la mayor contribución. Utilizando las fórmulas (III.39) y (III.44) que dan la dependencia de los observables Asimetría y Polarización con los diferentes términos de (II.9), es inmediato comprobar que, aunque ambos son diferentes de cero, la polarización (al ser proporcional a $v_e \times v_f$) tiende a cero a medida que $\text{Sen}^2 \theta_w \rightarrow 1/4$.
- La situación es diferente cuando nos movemos hacia regiones de bajas energías (lejos del Z^0 , $s \ll M_Z^2$) y cercanas a la resonancia. En este caso sólo contribuirán los términos T_{11} , T_{12} y T_{13} . Como se puede ver, de (III.39) y (III.40), la asimetría de carga se hace nula mientras que la polarización, lejos de hacerse cero para $\text{Sen}^2 \theta_w = 1/4$ ($v_e = v_f = 0$), resulta proporcional a la relación (v_q / Q_q) del quark constituyente de la

resonancia [BP79]. Cálculos de estos observables establecen una polarización menor al 1 por mil, para el Ψ (3.097), creciendo hasta un máximo del 16%, para el Υ (9.46), manteniéndose la asimetría menor al 3% para el último de los casos [BP80].

Una tercera situación, con predominio de los términos mediados por Z^0 y presencia de una resonancia, muestra una fuerte dependencia de los observables con la energía [BP80], siendo los valores máximos de los mismos función de la diferencia de masas entre el Z^0 y V . Este caso será cuidadosamente tratado en lo que sigue.

II.3 MEZCLA TOPONIUM - Z^0 . MATRIZ DE MASAS

Nuestro interés se va a centrar en el estudio de la colisión $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ a energías del estado fundamental del Toponium ($J^{PC} = 1^{--}$). El caso de la resonancia Toponium adquiere una especial importancia, pues a las características generales que comparte con los demás estados $q\bar{q}$ (Ψ, Υ, \dots), para el estudio de las interacciones débiles, hay que añadir las que se pueden derivar del hecho de su gran masa.

Los últimos resultados obtenidos en los anillos $p\bar{p}$, por la colaboración UA1 [AR84], que sitúan la masa del quark Top entre 30 y 60 GeV, permiten pensar que, por una parte, las propiedades de producción y desintegración del Toponium estarán fuertemente dominadas por interacciones débiles y, por otra, si las masas del Z^0 y V^0 están muy degeneradas, deberemos considerar efectos de mezcla entre ambos.

Dos son los caminos que podemos seguir para el tratamiento del problema: 1) el mostrado anteriormente utilizando teoría de perturbaciones; 2) el mecanismo de

mezcla utilizando matriz de masas [RE799][GK85][FG85][EI85][HK85]. Desarrollaremos el segundo de ellos y mostraremos que, para el Toponium- Z^0 , ambos son equivalentes salvo correcciones menores a un 1%.

Si llamamos Z^0 y V^0 a los estados dados por la teoría, sin mezcla, la matriz de masas (simétrica por invariancia T) se escribe:

$$M_0^2 = \begin{pmatrix} M_{Z^0}^2 - i\Gamma_{Z^0} M_{Z^0} & \Delta m^2 \\ \Delta m^2 & M_{V^0}^2 - i\Gamma_{V^0} M_{V^0} \end{pmatrix} \quad (\text{II.10})$$

El valor de Γ_{V^0} está definido por la desintegración del Toponium sin mediación del boson Z^0 . Es decir

$$\Gamma_{V^0} = \Gamma_{gg} + \Gamma_{\gamma gg} + \Gamma_{H\gamma} + \Gamma_{ggD} + \Gamma_{\gamma} + \Gamma_{bb} + \dots \quad (\text{II.10a})$$

que corresponden a los diagramas de la Figura II.2.

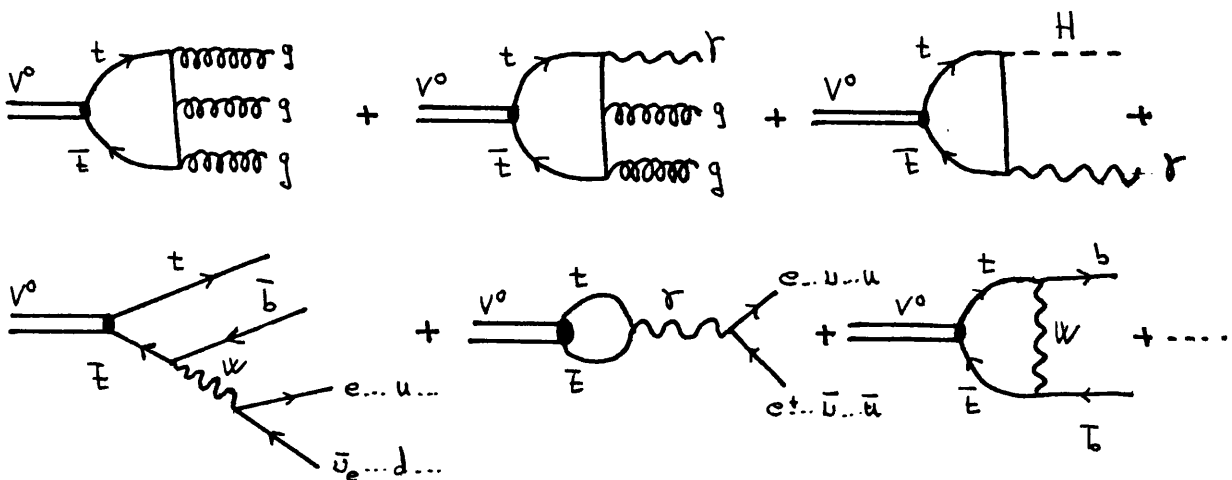
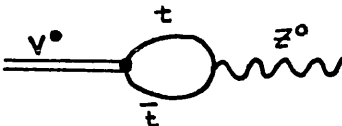


Fig. II.2

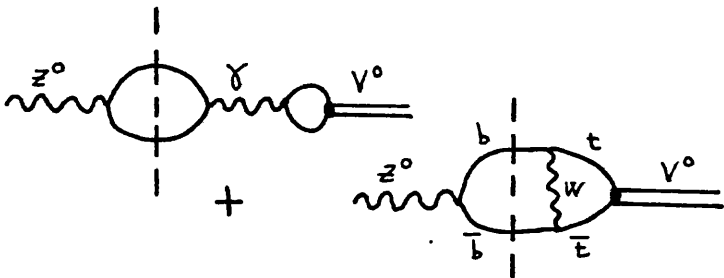
La mezcla V-Z determina el elemento δm^2 fuera de la diagonal y su parte real viene dada por el acoplamiento Z^0-V^0 :

$$\text{Re } \delta m^2 = g_{V^0 Z^0} = \text{Diagram (II.10b)}$$


(II.10b)

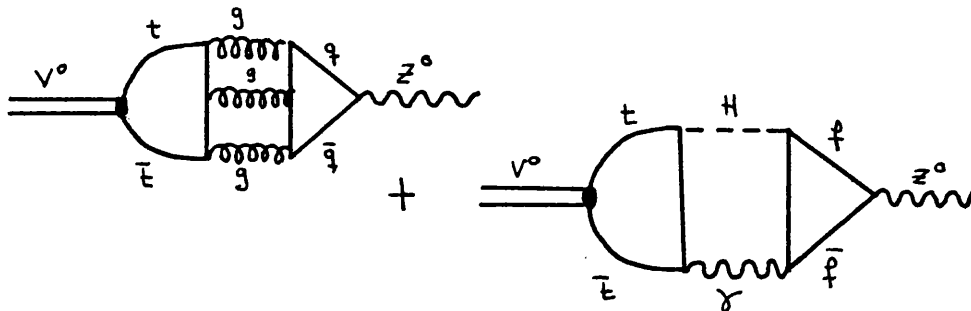
definido en (II.8)

La parte absorbtiva $\text{Im} [\delta m^2]$ habrá que calcularla en orden superior de teoría de perturbaciones.

$$\text{Im } \delta m^2 = \text{Diagram 1} + \text{Diagram 2} \quad \text{(II.10c)}$$


(II.10c)

Observemos que no consideramos las contribuciones que provienen de los diagramas



por ser orden muy superior a (II.10c)

El cálculo de los diagramas (II.10c) y la utilización de la regla de Cutkosky [IZ80] para obtener la parte imaginaria de la amplitud conduce a:

$$\text{Im } \delta m^2 = - \frac{\alpha}{e} g g_{V^0} \frac{1}{3} \sum_f Q_f \sqrt{f}$$

(II.11)

$$- \frac{1}{12\pi} g \frac{G}{\sqrt{2}} \rho (\sqrt{b} + a_b) M_{V^0}^2$$

donde $\rho = - F(M_{V^0}) (1 + M_{V^0}^2/8M_W^2) / (1 + M_{V^0}^2/4M_W^2)$, G es la constante de Fermi y $F(M_{V^0})$ - definido en (II.8) a partir del valor de la función de onda en el origen - está relacionado con la anchura e.m. de la resonancia vectorial a través de la relación de Van Royen - Weiskopf [RW67]:

$$\Gamma_0 = \Gamma(V^0 \rightarrow f\bar{f}) = \frac{4\pi}{3} (\alpha Q_f)^2 \frac{|F(M_W)|^2}{M_{V^0}^3} D_f^2$$

(II.12)

El primer término de (II.11), que proviene de la desintegración del Z^0 a fermiones, deberá multiplicarse por un 3 de color para el caso en que el f = quarks. Una estimación del valor de la parte absorptiva se puede obtener, para el estado fundamental de Toponium, a partir de las fórmulas (II.11) y (II.8), en el modelo standard:

$$\text{Im } (\delta m^2) / \text{Re } (\delta m^2) \approx - 0.02 \quad \text{(II.12a)}$$

que permite considerar $\delta m^2 \approx \text{Re } (\delta m^2)$, para nuestros cálculos.

Retornando al problema de la mezcla V-Z, los estados físicos V, Z serán los estados que diagonalizan la matriz de masas (II.10). Dado que esta última no es hermítica, los autoestados correspondientes no serán, en general, ortogonales, ni la matriz de la transformación, unitaria. Así, definiendo el ángulo complejo β

$$\tan 2\beta = (2\delta m^2) / (M_{Z^0}^2 - i\Gamma_{Z^0} M_{Z^0} - M_{\nu^0}^2 + i\Gamma_{\nu^0} M_{\nu^0}) \quad (\text{II.13})$$

es sencillo comprobar que los valores propios de la matriz de masas son:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{1}{\cos 2\beta} \left[(M_{Z^0}^2 - i\Gamma_{Z^0} M_{Z^0}) \cos^2 \beta - (M_{\nu^0}^2 - i\Gamma_{\nu^0} M_{\nu^0}) \sin^2 \beta \right] \equiv \\ &\equiv M_Z^2 - i\Gamma_Z M_Z \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \frac{1}{\cos 2\beta} \left[(M_{\nu^0}^2 - i\Gamma_{\nu^0} M_{\nu^0}) \cos^2 \beta - (M_{Z^0}^2 - i\Gamma_{Z^0} M_{Z^0}) \sin^2 \beta \right] \equiv \\ &\equiv M_V^2 - i\Gamma_V M_V \end{aligned}$$

y los vectores propios, no ortogonales, correspondientes:

$$|Z\rangle = |Z^0\rangle \cos \beta + |V^0\rangle \sin \beta \quad (\text{II.15})$$

$$|V\rangle = -|Z^0\rangle \sin \beta + |V^0\rangle \cos \beta$$

Los vectores propios por la izquierda:

$$\langle \tilde{Z} | M_{\nu^0} = \lambda_1 \langle \tilde{Z} | \quad \langle \tilde{V} | M_{\nu^0} = \lambda_2 \langle \tilde{V} |$$

serán los transformados por inversión temporal de $|Z\rangle$ y $|V\rangle$

$$\langle \tilde{Z} | = \cos \beta \langle Z^0 | + \sin \beta \langle V^0 | \quad (\text{II.16})$$

$$\langle \tilde{V} | = -\sin \beta \langle Z^0 | + \cos \beta \langle V^0 |$$

y

$$R = \text{Exp}(i\beta\sigma_V) = \begin{pmatrix} \cos \beta & \text{Sen } \beta \\ -\text{Sen } \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \quad (\text{II.16a})$$

es la matriz no unitaria que diagonaliza M_{ν}^2 .

De esta forma el acoplamiento Z-f y V-f queda

$$g_{zf} = g_{z^0f} \cos \beta + g_{\nu^0f} \text{Sen } \beta \quad (\text{II.17})$$

$$g_{\nu f} = -g_{z^0f} \text{Sen } \beta + g_{\nu^0f} \cos \beta$$

El ángulo de mezcla β resulta máximo, como se deduce de (II.13), para el caso $M_{\nu^0} = M_{z^0}$

$$\left. \text{Tan } 2\beta \right|_{\text{max}} = \frac{2\delta m^2}{-i M_{\nu^0} (\Gamma_{z^0} - \Gamma_{\nu^0})} \quad (\text{II.18})$$

Numéricamente, para $\Gamma_{\nu^0} \approx 5 \text{ KeV.}$ y $\Gamma_{z^0} \approx 2.3 \text{ GeV.}$, siendo $M_{z^0} = 91 \text{ GeV.}$, se obtiene:

$$|\beta| < 0.07 \quad (\text{II.19})$$

Este resultado muestra que el ángulo de mezcla V-Z será pequeño, incluso en el caso de degeneración absoluta entre el bosón gauge Z^0 y la resonancia V^0 , siempre que la diferencias de anchuras $\Gamma_{z^0} - \Gamma_{\nu^0}$ sea grande comparada con:

$$\delta m^2 / M_{\nu^0}^2 = \frac{g \sigma_e}{\alpha Q_t} \sqrt{3 \Gamma(V^0 \rightarrow e^+e^-) / (4\pi M_{\nu^0})} \quad (\text{II.20})$$

como así ocurre.

Debido precisamente a la pequeñez del ángulo β , mostraremos que ambos formalismos - matriz de masas y teoría de perturbaciones - conducen a resultados equivalentes.

II.4 COMPARACIÓN DE LAS DESCRIPCIONES POR TEORÍA DE PERTURBACIONES Y MATRIZ DE MASA.

La amplitud de un proceso $i \rightarrow (V+Z) \rightarrow f$ se puede escribir [GS69]:

$$\mathcal{M}_{fi} \propto \frac{g_{zi} g_{zf}}{D_z} + \frac{g_{vi} g_{vf}}{D_v} \quad (\text{II.21})$$

con $D \equiv s - M^2 + iM\Gamma$

Utilizando que β es pequeño podemos desarrollar las expresiones de los acoplamientos (II.17) en serie de potencias del ángulo de mezcla (β):

$$g_{zr} \approx (1 - \beta^2/2) g_{z^0f} + \beta g_{v^0f} + O(\beta^3) \quad (\text{II.22})$$

$$g_{vr} \approx (1 - \beta^2/2) g_{v^0f} - \beta g_{z^0f} + O(\beta^3)$$

de modo que

$$\begin{aligned} g_{zr} + g_{vr} &\approx g_{z^0i} g_{z^0f} [1 - \beta^2 + O(\beta^4)] + g_{v^0f} g_{v^0i} [\beta^2 + O(\beta^4)] \\ &\quad + (g_{v^0f} g_{z^0i} + g_{z^0f} g_{v^0i}) [\beta + O(\beta^3)] \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

$$\begin{aligned}
g_{\nu i} g_{\nu r} \approx & g_{\nu o i} g_{\nu o f} [1 - \beta^2 + O(\beta^4)] + g_{z o f} g_{z o i} [\beta^2 + O(\beta^4)] \\
& - (g_{\nu o f} g_{z o i} + g_{z o f} g_{\nu o i}) [\beta + O(\beta^3)]
\end{aligned} \tag{II.23a}$$

Así la amplitud resulta:

$$\begin{aligned}
\tilde{f}_{r f} \propto & g_{z o i} g_{z o f} \frac{1}{D_z} \left\{ 1 - \beta^2 \frac{D_\nu - D_z}{D_\nu D_z} [1 + O(\beta^2)] \right\} \\
& + g_{\nu o i} g_{\nu o f} \frac{1}{D_\nu} \left\{ 1 + \beta^2 \frac{D_\nu - D_z}{D_\nu D_z} [1 + O(\beta^2)] \right\} \\
& + (g_{\nu o f} g_{z o i} + g_{z o f} g_{\nu o i}) \beta \frac{D_\nu - D_z}{D_\nu D_z} [1 + O(\beta^2)]
\end{aligned} \tag{II.24}$$

A partir de la fórmula (II.14) que determina los valores propios de la matriz de masas en función de las magnitudes desnudas y del ángulo de mezcla β , es sencillo obtener las expresiones para los propagadores de los estados físicos, D_ν , D_z :

$$\begin{aligned}
D_z \equiv & (s - M_z^2 + i \Gamma_z M_z) = (s - M_{z^0}^2 + i \Gamma_{z^0} M_{z^0}) \\
& - \beta^2 [M_{z^0}^2 - M_{\nu^0}^2 - i (M_{z^0} \Gamma_{z^0} - M_{\nu^0} \Gamma_{\nu^0})] [1 + O(\beta^2)]
\end{aligned} \tag{II.25}$$

$$\begin{aligned}
D_\nu \equiv & (s - M_\nu^2 + i \Gamma_\nu M_\nu) = (s - M_{\nu^0}^2 + i \Gamma_{\nu^0} M_{\nu^0}) \\
& + \beta^2 [M_{z^0}^2 - M_{\nu^0}^2 - i (M_{z^0} \Gamma_{z^0} - M_{\nu^0} \Gamma_{\nu^0})] [1 + O(\beta^2)]
\end{aligned}$$

Recordando que (II.13) establece:

$$M_{z^0}^2 - M_{v^0}^2 - i(M_{z^0} \Gamma_{z^0} - M_{v^0} \Gamma_{v^0}) = \frac{\delta m^2}{\beta} [1 + O(\beta^2)] \quad (\text{II.26})$$

se deduce:

$$D_z = D_z^0 - \beta \delta m^2 [1 + O(\beta^2)]$$

$$D_v = D_v^0 + \beta \delta m^2 [1 + O(\beta^2)] \quad (\text{II.27})$$

con

$$D_{z,v}^0 = (s - M_{z^0, v^0}^2 + i \Gamma_{z^0, v^0} M_{z^0, v^0})$$

y por tanto:

$$D_v - D_z = \frac{\delta m^2}{\beta} [1 + O(\beta^2)] \quad (\text{II.28})$$

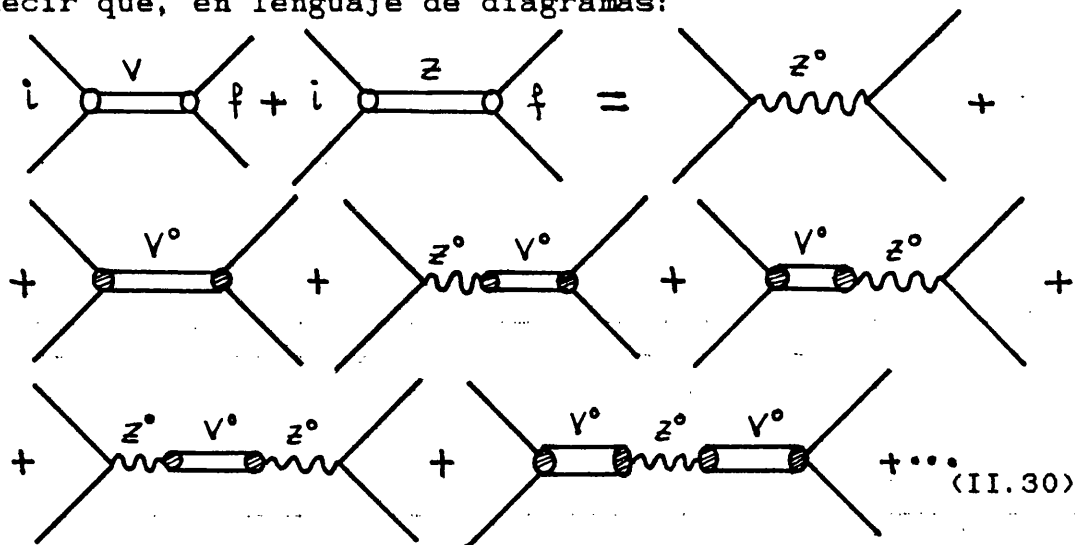
Llevando todas las fórmulas anteriores a la expresión (II.24) de la amplitud, operando con cuidado para reducir las potencias de β , cuando aparecen términos de la forma $D_v - D_z$, mediante (II.28), y utilizando la relación (II.10a) para identificar δm^2 con $g_{v^0 z^0}$, se obtiene:

$$f_{fi} \propto \frac{g_{z^0 i} g_{z^0 f}}{D_z^0} + \frac{g_{v^0 i} g_{v^0 f}}{D_v^0} + (g_{v^0 f} g_{z^0 i} + g_{v^0 i} g_{z^0 f}) \frac{g_{v^0 z^0}}{D_v^0 D_z^0}$$

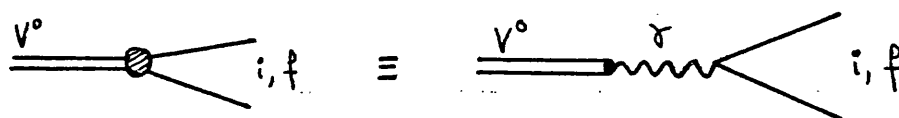
$$+ g_{z^0 i} g_{z^0 f} (g_{v^0 z^0})^2 \frac{1}{D_v^0 (D_z^0)^2} + g_{v^0 i} g_{v^0 f} (g_{v^0 z^0})^2 \frac{1}{(D_v^0)^2 D_z^0} + \dots$$

(II.29)

Es decir que, en lenguaje de diagramas:



donde



Si tenemos en cuenta que el acoplamiento $g_{V^0 f}$ ($g_{V^0 f}$) del Toponium a fermiones es de segundo orden en la constante de acoplamiento e.m., podemos despreciar la contribución del último de los diagramas (II.30) - o lo que es igual, del último término de (II.29) - frente al resto y quedarnos en cuarto orden de teoría de perturbaciones, con lo que el primer término del desarrollo en β de la amplitud (II.21), en el formalismo de matriz de masas, es igual al orden más bajo de teoría de perturbaciones. Así, ambas descripciones coinciden, salvo correcciones de orden mayor a β^2 , conduciendo a resultados que difieren en menos de un 1%, incluso en el caso más desfavorable de total degeneración V-Z [GK85].

El tratamiento del problema cambia de forma radical para estados de Toponium por encima del umbral de producción de top, ya que el incremento de la anchura Γ_{V^0} (\approx decenas de MeV [RE79]) origina, por una parte, un aumento del valor de la parte imaginaria de δm^2 (proporcional a $\Gamma_{V^0}^{1/2}$ (II.11)),

que puede pasar a ser comparable a $\text{Re}(\delta m^2)$, produciendo nuevos efectos en la mezcla V-Z, y por otra, al dejar de ser despreciable Γ_{V^0} frente a Γ_{Z^0} en el denominador de (II.13), pueden originarse cancelaciones que hagan aumentar en forma apreciable el valor del ángulo de mezcla β . Observemos, por ejemplo, que en el caso límite $M_{V^0} \approx M_{Z^0}$ y $\Gamma_{Z^0} \approx \Gamma_{V^0}$ el valor de $|\beta|$ pasa a ser $\pi/4$, produciéndose importantes efectos de mezcla. Situaciones de este tipo, con Toponium por encima del umbral, no serán consideradas en este trabajo, quedando como problemas abiertos a posteriores estudios.

II.5 MASAS Y ANCHURAS FÍSICAS DE Z Y TOPONIUM

Debido a la mezcla Z-V las masas y anchuras físicas del bosón gauge y del Toponium, dadas en (II.14) por los valores propios de la matriz de masas, no coinciden, en general, con los valores "desnudos" obtenidos de la teoría, pero están relacionados con éstos a través del ángulo de mezcla β . Vamos a mostrar cómo, para nuestro caso, la variación en las masas es de apenas unos pocos por cien mil para el V y Z, mientras que el efecto de la mezcla en las anchuras puede llegar a multiplicar por 100 el valor de Γ_{V^0} , dejando inalterado el de Γ_{Z^0} (salvo unos pocos por mil).

A partir de las ecuaciones (II.14), que dan los valores propios de la matriz de masas, es inmediato obtener

$$\langle \tilde{V} - \tilde{V}^0 \rangle = -\langle \tilde{Z} - \tilde{Z}^0 \rangle = \frac{1}{2} (\tilde{Z}^0 - \tilde{V}^0) [1 - \sqrt{1 + \tan^2 2\beta}]$$

donde

$$\begin{aligned} \tilde{V}, \tilde{Z} &\equiv M_{V,Z}^2 - i \Gamma_{V,Z} M_{V,Z} \\ \tilde{V}^0, \tilde{Z}^0 &\equiv M_{V^0,Z^0}^2 - i \Gamma_{V^0,Z^0} M_{V^0,Z^0} \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

Observemos cómo la variación en las masas (anchuras) es numéricamente igual, pero de signo contrario, para el Z^0 y para el Toponium. Desarrollando en serie de potencias la expresión anterior, hasta orden β^2 y admitiendo $\Gamma_{V^0} \ll \Gamma_{Z^0}$, se llega a las fórmulas:

$$\delta M_V^2 \equiv M_V^2 - M_{V^0}^2 \simeq (\delta m^2)^2 \frac{M_{V^0}^2 - M_{Z^0}^2}{(M_{Z^0}^2 - M_{V^0}^2)^2 + M_{Z^0}^2 \Gamma_{Z^0}^2} \quad (\text{II.32})$$

$$M_V \Gamma_V - M_{V^0} \Gamma_{V^0} \simeq (\delta m^2)^2 \frac{M_{Z^0} \Gamma_{Z^0}}{(M_{Z^0}^2 - M_{V^0}^2)^2 + M_{Z^0}^2 \Gamma_{Z^0}^2}$$

si además $M_V \simeq M_{V^0} \simeq M_{Z^0}$, entonces:

$$\delta \Gamma_V \equiv \Gamma_V - \Gamma_{V^0} \simeq (\delta m^2)^2 \frac{\Gamma_{Z^0}}{(M_{Z^0}^2 - M_{V^0}^2)^2 + M_{Z^0}^2 \Gamma_{Z^0}^2} \quad (\text{II.32a})$$

que determina el valor del cambio en las masas y anchuras físicas, debido a la mezcla Z-V. El valor máximo de δM^2 se produce para $M_{V^0}^2 - M_{Z^0}^2 = (M_{Z^0} \Gamma_{Z^0})$, de forma que:

$$\left. \frac{\Delta}{M} \right|_{\max} \equiv \frac{|M_V - M_{V^0}|_{\max}}{M_V} \simeq \frac{(\delta m^2)^2}{4 M_{Z^0}^3 \Gamma_{Z^0}} \quad (\text{II.33})$$

Numéricamente, para $M_{Z^0} = 91 \text{ GeV.}$, δm^2 dado en (II.20) con $\Gamma_{V^0} \simeq 5 \text{ KeV.}$ y $\Gamma_{Z^0} = 2.2 \text{ GeV.}$ se puede afirmar que:

$$\frac{\Delta}{M} \lesssim 3 \cdot 10^{-5} \quad (\text{II.34})$$

Así la diferencia entre el valor de la masa física y la teórica, debido a la mezcla, es del todo despreciable tanto para el bosón gauge Z^0 como para el Toponium. No ocurre lo mismo con las anchuras, puesto que la fórmula (II.32a) indica que el valor máximo de la diferencia $\delta\Gamma_V$ se obtiene para $M_{V^0} \approx M_{Z^0}$, con lo que:

$$\delta\Gamma_V \Big|_{\max} = (\Gamma_V - \Gamma_{V^0})_{\max} \approx \frac{(\delta m^2)^2}{M_{Z^0}^2 \Gamma_{Z^0}} \approx 10 \text{ MeV.} \quad (\text{II.35})$$

Si $\Gamma_{V^0} \approx (0.100 \text{ KeV.})$, vemos que el efecto de la mezcla Z-V en la anchura de Toponium es tan importante, que puede hacer aumentar su valor en dos órdenes de magnitud, con respecto a la anchura del meson "desnudo". Este cambio en la anchura física resulta despreciable para el Z^0 , pues al ser su valor desnudo $\Gamma_{Z^0} \approx 2.3 \text{ GeV.}$, el incremento $\delta\Gamma$ apenas supone un 0.6% sobre el total.

Destaquemos, por último, que las fórmulas (II.32) y (II.32a), coinciden con las que se obtienen en orden más bajo de teoría de perturbaciones, al hacer

$$\delta M_V^2 \approx (g_{V^0 Z^0})^2 \frac{M_{V^0}^2 - M_{Z^0}^2}{(M_{V^0}^2 - M_{Z^0}^2)^2 + M_{Z^0}^2 \Gamma_{Z^0}^2} = \text{Re} \frac{V^0 \overset{Z^0}{\text{mix}} V^0}{\text{mix}}$$

$$\delta \Gamma_V \approx (g_{V^0 Z^0})^2 \frac{\Gamma_{Z^0}}{(M_{V^0}^2 - M_{Z^0}^2)^2 + M_{Z^0}^2 \Gamma_{Z^0}^2} = -\frac{1}{M_{V^0}} \text{Im} \frac{V^0 \overset{Z^0}{\text{mix}} V^0}{\text{mix}}$$

El Cálculo de Γ_V en teoría de perturbaciones puede verse en el Apéndice A.

III.OBSERVABLES

III.1 EFECTOS DE LA RESOLUCIÓN ENERGÉTICA DEL HAZ

La probabilidad de transición para un proceso de colisión se puede deducir, en general, trabajando con estados de ondas planas para representar los haces con pequeña dispersión energética. El problema derivado de la falta de normalización de las ondas planas, se puede salvar en la mayoría de los casos, imponiendo condiciones de contorno periódicas a la partícula, de forma que podemos imaginarla contenida en una caja de dimensiones finitas. Es lo que normalmente denominamos normalización en una caja. Sin duda alguna, un procedimiento más realista para el tratamiento de la probabilidad de transición pasa por la consideración de la dispersión energética de las partículas interaccionantes. Esta consideración es imprescindible cuando los observables físicos presentan una fuerte dependencia energética en intervalos menores que la incertidumbre en los haces. Tal situación se presentará, como veremos ahora, en el LEP. En esta línea de trabajo, vamos a mostrar cómo las distribuciones de momento de los haces colisionantes modifican la sección eficaz del proceso, definida normalmente en su forma covariante, como:

$$d\sigma = \frac{1}{4} \left\{ (p_1^\mu p_2^\mu)^2 - m_1^2 m_2^2 \right\}^{-1/2} |\langle f|T|i \rangle|^2 d\Omega \quad (III.1)$$

El estado de una partícula de spin j , helicidad λ , y distribución de momento definido por la función $\phi(p)$ independiente de λ , puede describirse por:

$$|j, m, j, \lambda \rangle = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^4p \delta(p^2 - m^2) \theta(p^0) \phi(p) |m, j, \vec{p}, \lambda \rangle \quad (III.2)$$

donde los estados de momento definido $|m j \vec{p} \lambda\rangle$ vienen normalizados según:

$$\langle m j \vec{p} \lambda | m j \vec{p}' \lambda' \rangle = (2\pi)^3 2E \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}') \delta^{\lambda\lambda'} \quad (\text{III.3})$$

y la distribución $\rho(p)$ satisface la condición:

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p}{2E} |\phi(p)|^2 = 1 \quad (\text{III.3a})$$

La amplitud de colisión, para dos partículas en el estado inicial, dando n en el final, se obtiene inmediatamente:

$$\int d^4 p d^4 p' \delta(p^2 - m^2) \delta(p'^2 - m^2) \theta(p^0) \theta(p'^0) \cdot \phi_1(p) \phi_2(p') \langle p_1 p_2 \dots p_n \lambda' | T | p p' \lambda \rangle \quad (\text{III.4})$$

Utilizando la invariancia de la matriz S bajo traslaciones para definir

$$\langle p_1 p_2 \dots p_n \lambda' | T | p p' \lambda \rangle = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\sum p_f - \sum p_i) \langle f | T | i \rangle \quad (\text{III.5})$$

se deduce fácilmente que la probabilidad de transición es:

$$P(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_n \lambda' \leftarrow \phi \lambda_i \lambda'_i) = \left\{ \frac{1}{(2\pi)^6} \int \frac{d^3 p_i}{2p_i^0} \frac{d^3 p'_i}{2p_i'^0} \phi_1(p_i) \phi_2(p'_i) \delta^{(4)}(P - p_i - p'_i) \right.$$

$$\cdot \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^3 q_i}{2q_i^0} \frac{d^3 q'_i}{2q_i'^0} \phi_1^*(q_i) \phi_2^*(q'_i) \delta^{(4)}(P - q_i - q'_i) (2\pi)^4 |\langle f | T | i \rangle|^2$$

$$P = \sum P_f \quad (\text{III.6})$$

Si en este punto admitimos que el elemento de matriz $\langle f|T|i\rangle$ permanece prácticamente constante, para el pequeño intervalo de valores donde la distribución $\rho(p)$ es sensiblemente diferente de cero, podremos sacar el elemento $|\langle f|T|i\rangle|^2$ fuera de las integrales y ello simplificará notablemente nuestros cálculos. Observemos que ésta será la situación general cuando las distribuciones energéticas de los haces incidentes tengan dispersiones más pequeñas que los intervalos característicos de la dependencia energética del elemento de matriz de transición T . En esta hipótesis, resulta inmediato obtener, a partir de (III.6):

$$P(\vec{p}_1 \leftarrow \vec{p}_2, \lambda_1 \leftarrow \lambda_2; \lambda_1'; \lambda_2') = |\langle f|T|i\rangle|^2 \int d^4x d^4y e^{-iP(x-y)} \phi_1(x) \phi_2(x) \phi_1^*(y) \phi_2^*(y) \quad (\text{III.7})$$

donde hemos definido

$$\phi(x) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3p}{2p^0} \phi(p) e^{-ipx} \quad (\text{III.7a})$$

La integración sobre los momentos finales permitidos nos dará la probabilidad neta:

$$P(f \leftarrow \rho, \lambda_1, \lambda_2) = \int d\Omega \frac{1}{2\tilde{p}^0} \frac{1}{2\tilde{p}'^0} |\langle f|T|i\rangle|^2 \int d^4x \rho_1(x) \rho_2(x) \quad (\text{III.8})$$

Estando \tilde{p}^0 y \tilde{p}'^0 determinados (para haces estrechos) a partir del valor del centro del paquete, \vec{p}_0 y \vec{p}'_0 , mediante la fórmula $\tilde{p}^0 = \sqrt{\vec{p}_0^2 + m^2}$. Las densidades $\rho_1(x)$, $\rho_2(x)$ de las partículas incidentes están definidas como:

$$|\phi_1(x)|^2 = \frac{1}{2\tilde{p}_0} \rho_1(x)$$

(III.9)

y la integral de espacio fásico toma la forma habitual:

$$dQ = \prod_{i=1}^n \frac{1}{(2\pi)^{3n-4}} \frac{d^3 p_1}{2p_1^0} \dots \frac{d^3 p_n}{2p_n^0}$$

(III.10)

La expresión (III.8) de la probabilidad de transición, determina de forma inmediata la fórmula de la sección eficaz diferencial (III.1), escrita al principio de este capítulo, sin más que tener en cuenta su definición [MS70]:

$$\sigma_r = \frac{\int dP(f \leftarrow \phi \lambda_i \lambda'_i)}{\sigma \int \rho_1(x) \rho_2(x) d^4 x}$$

(III.10a)

con

$$v = \frac{1}{E_i E'_i} \left\{ (p_i p'_i)^2 - m_i^2 m_i'^2 \right\}^{1/2}$$

(III.10b)

La situación para el caso de Toponium es muy diferente, ya que la gran dependencia en la energía del elemento de matriz $|\langle f | T | i \rangle|^2$ hace que, en el intervalo de pocas anchuras Γ_ν , nuestros observables posean una fuerte estructura. Si a ello unimos que la resonancia es sumamente estrecha (recordemos que en el capítulo anterior fijábamos $\Gamma_\nu \ll 10 \text{ MeV}$ (II.36)) comparada con la gran dispersión energética de los haces colisionantes - que podemos estimar en $\sigma_E > 2\Gamma_{\nu}^{m \rightarrow \infty}$, si admitimos una dispersión máxima de 0.1% de

la energía puesta en juego - concluimos que la aproximación efectuada en el tratamiento anterior, sacando el elemento de matriz $|\langle f|T|i\rangle|$ fuera de la integral de momentos (III.6), es inaplicable para el caso de Toptonium. Será necesario retornar a la fórmula (III.6) para, a partir de allí, obtener la expresión de la convolución de la sección eficaz diferencial considerando la dispersión energética de los haces incidentes.

Podemos suponer [TA72], que las partículas que emergen del acelerador, vienen definidas por paquetes de onda que difieren sólo en un desplazamiento lateral aleatorio ρ , perpendicular al valor central de la distribución \vec{p}_0 , de forma que la función de ondas que lo describe se puede expresar como:

$$\phi_{\rho_1}(p) = e^{-i\vec{p}_1 \cdot \vec{p}} \phi_1(p) \quad (\text{III.11})$$

Supondremos que la distribución $\phi_1(p)$ es la misma para todas las partículas del haz pero que el desplazamiento ρ_1 está distribuido aleatoriamente sobre un plano perpendicular a \vec{p}_0 . Con ello la probabilidad total de transición, $P(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_n, \lambda' \leftarrow \phi, \lambda_1, \lambda_2)$, vendrá dada, ahora, por la "suma" de probabilidades para todas las partículas del haz:

$$P(p_1 \dots p_n, \lambda' \leftarrow \phi, \lambda_1, \lambda_2) = \int d^2\rho_1 d^2\rho_2 P(\vec{p}_1 \dots \vec{p}_n \leftarrow \phi_{\rho_1} \phi_{\rho_2}, \lambda_1, \lambda_2) \quad (\text{III.12})$$

En realidad las integrales anteriores se deben extender sobre una región finita que determina el tamaño del haz, pero dado que para ρ suficientemente grandes la probabilidad de colisión es prácticamente nula, se pueden tomar sobre

todo el plano perpendicular a \vec{p}_0 sin que cambie el resultado.

Sí, al igual que antes, sumamos (III.12) sobre todos los momentos de las partículas finales obtenemos:

$$P(f + \mu, \lambda_1, \lambda_2) = \int d\mathcal{Q} \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^3 p_1}{2p_1^0} \frac{d^3 p_2}{2p_2^0} \frac{d^3 q_1}{2q_1^0} \frac{d^3 q_2}{2q_2^0} \times \int d^2 p_1 d^2 p_2 \cdot \quad (\text{III.13})$$

$$\cdot \delta^{(4)}[(p_1 + p_2) - (q_1 + q_2)] \left\{ \phi_{p_1}(p_1) \phi_{p_2}(p_2) \phi_{q_1}^*(q_1) \phi_{q_2}^*(q_2) \right\} |\langle f | T | i \rangle|^2$$

La densidad de partículas $\rho(x)$, definida en (III.9), queda modificada al tener que integrar también sobre los desplazamientos p , de forma que, para paquetes centrados alrededor de \vec{p}_0 , se obtiene:

$$\rho_1(x) = \frac{2\tilde{p}_0}{(2\pi)^6} \int d^2 p_1 \int \frac{d^3 p_1}{2p_1^0} \frac{d^3 q_1}{2q_1^0} e^{-i(p_1 - q_1)x} \phi_{p_1}(p_1) \phi_{q_1}^*(q_1) \quad (\text{III.14})$$

Utilizando esta última expresión y algunas propiedades de la delta de Dirac, es sencillo comprobar que:

$$P(f + \mu, \lambda_1, \lambda_2) = \int d\mathcal{Q} \frac{1}{(2\pi)^6} \int \frac{d^3 p_1}{2p_1^0} \frac{d^3 p_2}{2p_2^0} |\phi_1(\vec{p}_1)|^2 |\phi_2(\vec{p}_2)|^2 \cdot |\langle f | T | i \rangle|^2 \cdot \int d^4 x \rho_1(x) \rho_2(x) \quad (\text{III.15})$$

donde hemos redefinido los paquetes $\psi_1(\vec{p}_1)$ y $\psi_2(\vec{p}'_1)$

$$|\phi_{1,2}(\vec{p})|^2 \equiv \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{2p^0} |\phi_{1,2}(p)|^2 \quad (\text{III.15a})$$

de forma que la normalización (III.3a) pase a ser

$$\int d^3p |\phi_{1,2}(\vec{p})|^2 = 1 \quad (\text{III.16})$$

Tomando la expresión (III.15) de la probabilidad de transición y recordando la definición de la sección eficaz diferencial (III.10a), resulta inmediato obtener:

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{2} \int d\mathcal{D} \frac{d^3p_i}{2p_i^0} \frac{d^3p'_i}{2p_i^0} |\phi_1(\vec{p}_i)|^2 |\phi_2(\vec{p}'_i)|^2 |\langle f|T|i \rangle|^2 \quad (\text{III.17})$$

En nuestros cálculos suponemos que las distribuciones $|\psi(\vec{p})|^2$ son gaussianas centradas en un valor \vec{p}_0 , de modo que para altas energías, donde $p^0 \approx E_0$, escribiremos:

$$|\psi(\vec{p})|^2 = N \delta_{\perp}^{(2)}(\vec{p}) \exp\left\{-\frac{(E-E_0)^2}{(2\sigma_E^2)}\right\} \quad (\text{III.18})$$

El valor de N quedará determinado por la normalización (III.16):

$$N = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_E} \quad (\text{III.19})$$

Con todo ello podemos escribir la expresión de la convolución de la sección eficaz, con paquetes gaussianos de anchura σ_E , como:

$$\langle \sigma(E_{\text{cm}}) \rangle = \frac{1}{4\pi \sigma_E^2} \int \frac{dE_1}{2E_1} \frac{dE_2}{2E_2} d\Omega \exp\left[-\frac{(E_1 - E_0)^2}{2\sigma_E^2}\right] \cdot \exp\left[-\frac{(E_2 - E_0)^2}{2\sigma_E^2}\right] |\langle f|T|i \rangle|^2 \quad (\text{III.20})$$

donde, si llamamos θ al ángulo de salida de una partícula final respecto de la dirección incidente 1, el espacio fásico dQ viene dado por (III.10) que, en el límite de altas energías, es:

$$dQ = \frac{d\Omega}{4(2\pi)^2} \frac{E_f}{|(E_1 + E_2) - (E_1 - E_2) \cos\theta|} \quad (\text{III.21})$$

según (III.20), en el sistema de referencia de observación $E_1 \neq E_2$ para cada suceso y, utilizando la conservación del tetravector energía-impulso, obtenemos finalmente:

$$dQ = \frac{d\Omega}{2(2\pi)^2} \frac{E_1 E_2}{[(E_1 + E_2) - (E_1 - E_2) \cos\theta]^2} \quad (\text{III.20})$$

Como es de esperar en el límite $|\delta(\vec{p})|^2 = \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}_0)$, la expresión (III.20) reproduce la fórmula de la sección eficaz σ , calculada en la aproximación de paquetes estrechos (III.1). Algunos autores ([GK85][EI85][HK85][FG85], entre otros) resuelven el problema originado por la estrechez de la resonancia frente a la gran dispersión energética de los haces colisionantes realizando la convolución de la sección eficaz diferencial con la llamada función de resolución:

$$\Gamma(W-W') = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \delta W} \exp\left[-(W-W')^2 / (2\delta W^2)\right]$$

(III.23)

$$s = W^2$$

de forma que

$$\langle \sigma(W) \rangle = \int \sigma(W') \Gamma(W-W') dW'$$

(III.24)

Veamos cómo, bajo ciertas condiciones, ambos tratamientos, (III.20) y (III.24), son equivalentes. Para ello escribamos (III.20) en la forma:

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{2\pi \sigma_E^2} \int_0^\infty dE_1 \int_0^\infty dE_2 \cdot \exp\left\{-\frac{[(E_1 - E_0)^2 + (E_2 - E_0)^2]}{2\sigma_E^2}\right\} \cdot P(E_1, E_2)$$

(III.25)

Realizando el cambio de variables:

$$\left. \begin{aligned} W &= \sqrt{s} = \sqrt{4E_1 E_2} \\ t &= E_1 - E_2 \end{aligned} \right\} J(E_1, E_2; W, t) = \frac{W}{2\sqrt{W^2 + t^2}}$$

(III.26)

se obtiene:

$$(E_1 - E_0)^2 + (E_2 - E_0)^2 \approx \frac{1}{2} [(W - W_0)^2 + t^2] + O(\epsilon^3/E_0)$$

$$\epsilon = E_{1,2} - E_0$$

(III.26a)

y por tanto, a orden dominante:

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{4\pi\sigma_E^2} \int_0^{\infty} dW \exp\left[-(W-W_0)^2 / (2(\sqrt{2}\sigma_E)^2)\right] \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} dt \exp\left[-t^2 / (2(\sqrt{2}\sigma_E)^2)\right] \cdot \frac{W}{\sqrt{W^2+t^2}} \cdot f(W,t)$$

$W_0 = 2E_0$

(III.27)

La presencia de las gaussianas hace que la expresión anterior venga dominada por el valor del integrando, en un entorno del punto ($W = W_0$, $t = 0$) de anchura algunas σ_E . Si la función $f(W,t)$ cumple que $f(W,t) \approx f(W,0)$, en dicho rango de valores y tenemos en cuenta además que - a energías de la masa del Z^0 - se satisface que $W_0 \approx 91$ GeV y $\sigma_E \ll 100$ MeV, podemos escribir (III.27) como:

$$\langle \sigma \rangle' = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\sigma_E} \int_0^{\infty} dW \exp\left[-(W-W_0)^2 / (2(\sqrt{2}\sigma_E)^2)\right] f(W,0)$$

(III.28)

Identificando $\delta W = \sqrt{2}\sigma_E$, la fórmula anterior reproduce el resultado (III.24). Como veremos más adelante, la dependencia en E_1 , y E_2 , de nuestros observables permitirá este segundo tratamiento, basado en la aproximación $f(W,t) \approx f(W,0)$, de forma que los resultados obtenidos, utilizando (III.24) y (III.20), serán completamente compatibles, siempre que las anchuras de los paquetes gaussianos utilizados satisfagan la relación deducida anteriormente:

$$\delta W = \sqrt{2}\sigma_E$$

(III.29)

III.2 OBSERVABLES

Como ya adelantábamos en el capítulo II, tres son los observables que vamos a estudiar para nuestro proceso: Sección eficaz de producción de muones, Asimetría adelante-atrás y Polarización longitudinal. Todos ellos presentan una gran estructura en su dependencia energética cuando no se tiene en cuenta la anchura finita de los haces colisionantes. Incluso, aunque dicha dispersión energética sea más grande que la anchura estimada para el Toponium, veremos cómo los términos de interferencia producen importantes efectos observables.

A partir de la expresión (II.9), que muestra los cuadrados de los distintos elementos de matriz de transición, correspondientes a los 6 diagramas de la Fig.II.1 - relevantes para el proceso de colisión $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ con producción de Toponium como estado intermedio - podemos obtener fácilmente la fórmula del cuadrado de la amplitud, en el sistema de referencia de observación. Para ello calculamos la expresión de los invariantes Δ y S (II.9a), allí definidos, en función de las variables E_1 , E_2 y θ (ángulo de salida del fermión final respecto de la dirección incidente 1), resultando, en el límite de altas energías:

$$\Delta_{\pm} = (p_1 p_f) \pm (p_2 p_{\bar{f}}) = \frac{2E_1 E_2}{(E_1 + E_2) - (E_1 - E_2) \cos \theta} \left\{ (E_1 \pm E_2) - \cos \theta (E_1 \mp E_2) \right\}$$

(III.30)

$$S_{\pm} = (s p_1) \pm (s p_2) = \frac{2E_1 E_2}{(E_1 + E_2) - (E_1 - E_2) \cos \theta} \frac{\lambda}{m_f} \left\{ (E_1 \pm E_2) - \cos \theta (E_1 \mp E_2) \right\}$$

Así, los distintos términos que contribuyen al cuadrado de la matriz T vienen dados por:

$$T_{11} = 4 |A_1|^2 \beta$$

$$T_{22} = 4 |A_2|^2 [(\sigma_f^2 + a_f^2) - 2 \lambda a_f \sigma_f] \beta$$

$$T_{33} = 4 |A_3|^2 [(\sigma_e^2 + a_e^2) \beta - 2 \lambda a_e \sigma_e \sigma]$$

$$T_{44} = 4 |A_4|^2 \left\{ [(\sigma_f^2 + a_f^2)(\sigma_e^2 + a_e^2) - 2 \lambda (\sigma_e^2 + a_e^2) a_f \sigma_f] \beta + [4 a_e \sigma_e a_f \sigma_f - 2 \lambda (\sigma_f^2 + a_f^2) a_e \sigma_e] \sigma \right\}$$

(III.31)

$$T_{12} = 4 (A_1 A_2^* + A_1^* A_2) (\sigma_f - \lambda a_f) \beta$$

$$T_{13} = 4 (A_1 A_3^* + A_1^* A_3) (\sigma_e \beta - \lambda a_e \sigma)$$

$$T_{14} = 4 (A_1 A_4^* + A_1^* A_4) \left\{ \sigma_e [\sigma_f - \lambda a_f] \beta + a_e [a_f - \lambda \sigma_f] \sigma \right\}$$

$$T_{23} = 4 (A_2 A_3^* + A_2^* A_3) \left\{ \sigma_e [\sigma_f - \lambda a_f] \beta + a_e [a_f - \lambda \sigma_f] \sigma \right\}$$

$$T_{24} = 4 (A_2 A_4^* + A_2^* A_4) \left\{ \sigma_e [(\sigma_f^2 + a_f^2) - 2 \lambda \sigma_f a_f] \beta + a_e [2 a_f \sigma_f - \lambda (\sigma_f^2 + a_f^2)] \sigma \right\}$$

$$T_{34} = 4 (A_3 A_4^* + A_3^* A_4) \left\{ (\sigma_e^2 + \alpha_e^2) [\sigma_p - \lambda \alpha_p] \beta + 2 \alpha_e \sigma_e [\alpha_p - \lambda \sigma_p] \zeta \right\}$$

(III.31a)

siendo

$$\beta = 4 E_1^2 E_2^2 \frac{E_1^2 (1 - \cos \theta)^2 + E_2^2 (1 + \cos \theta)^2}{[(E_1 + E_2) - (E_1 - E_2) \cos \theta]^2}$$

$$\zeta = -4 E_1^2 E_2^2 \frac{(E_1 - E_2) - (E_1 + E_2) \cos \theta}{[(E_1 + E_2) - (E_1 - E_2) \cos \theta]}$$

$\lambda = \pm 1$ (helicidad)

(III.32)

La obtención de las expresiones de los observables resulta inmediata, a partir de las fórmulas anteriores y la definición (III.20) de la convolución.

III.2.1. SECCIÓN EFICAZ

Reuniendo (III.20) y (III.22), escribimos:

$$\begin{aligned} \langle \sigma(E_0) \rangle &= \frac{1}{64 \pi^2 \sigma_e^2} \int dE_1 dE_2 \exp \left[- (E_1 - E_0)^2 / (2\sigma_e^2) \right] \cdot \\ &\quad \cdot \exp \left[- (E_2 - E_0)^2 / (2\sigma_e^2) \right] \cdot \\ &\quad \cdot \int_{-1}^{+1} \frac{d(\cos \theta)}{[(E_1 + E_2) - (E_1 - E_2) \cos \theta]^2} \sum_{\lambda} |T(E_1, E_2, \theta, \lambda)|^2 \end{aligned}$$

(III.33)

Teniendo en cuenta que

$$\int_{-1}^{+1} \frac{d(\cos\theta)}{[(E_1+E_2) - \cos\theta(E_1-E_2)]^2} \beta = \frac{4}{3} E_1 E_2$$

$$\int_{-1}^{+1} \frac{d(\cos\theta)}{[(E_1+E_2) - \cos\theta(E_1-E_2)]^2} \bar{\alpha} = 0 \quad (\text{III.34})$$

y sumando, en (III.31), las helicidades del leptón saliente que no detectamos, se obtiene:

$$\begin{aligned} \langle \sigma(E_{\rightarrow}) \rangle = & \frac{1}{6\pi^2 \sigma_E^2} \int dE_1 dE_2 \exp[-(E_1-E_0)^2/(2\sigma_E^2)] \cdot \\ & \cdot \exp[-(E_2-E_0)^2/(2\sigma_E^2)] E_1 E_2 A(E_1, E_2) \end{aligned} \quad (\text{III.35})$$

$$\begin{aligned} A(E_1, E_2) = & |A_1|^2 + (\sigma_f^2 + a_f^2) |A_2|^2 + (\sigma_e^2 + a_e^2) |A_3|^2 \\ & + (\sigma_e^2 + a_e^2)(\sigma_f^2 + a_f^2) |A_4|^2 + 2\sigma_f \text{Re}(A_1 A_2^*) + 2\sigma_e \text{Re}(A_1 A_3^*) \\ & + 2\sigma_e \sigma_f \text{Re}(A_2 A_3^*) + 2\sigma_e \sigma_f \text{Re}(A_1 A_4^*) + 2\sigma_e (\sigma_f^2 + a_f^2) \text{Re}(A_2 A_4^*) \\ & + 2\sigma_f (\sigma_e^2 + a_e^2) \text{Re}(A_3 A_4^*) \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

Para separar la contribución que proviene del Toponium, del fondo de Z^0 y γ , resulta interesante el deducir la expresión de la sección eficaz $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ sin la presencia de la resonancia (T). Esto se consigue sin más que sustituir:

$$A_1 \rightarrow A'_1 = -\frac{e^2}{s} \mathcal{O}_e \mathcal{O}_f \quad ; \quad A_2 = A_3 \rightarrow 0$$

$$A_4 \rightarrow A'_4 = -g^2 P_Z$$

(III.37)

Además, la dispersión energética σ_E del paquete resulta muy pequeña comparada con la anchura típica del bosón Z^0 de forma que la aproximación de paquetes estrechos resulta lícita, y así [BP81]:

$$\langle \sigma_{ZY}(s) \rangle \approx \sigma_{ZY}(s) = \sigma_0(s) \cdot \left\{ \mathcal{O}_f^2 + 2\mathcal{O}_e \mathcal{O}_f \mathcal{O}_e \mathcal{O}_f s \rho \frac{s - M_Z^2}{(s - M_Z^2)^2 + \Gamma_Z^2 M_Z^2} + (\mathcal{O}_e^2 + \mathcal{O}_f^2)(\mathcal{O}_p^2 + \mathcal{O}_f^2) s^2 \rho^2 \frac{1}{(s - M_Z^2)^2 + \Gamma_Z^2 M_Z^2} \right\}$$

(III.38)

siendo

$$\sigma_0 \equiv \frac{4 \pi \alpha^2}{3 s} \quad ; \quad \rho \equiv \frac{M_Z^2 G}{8\sqrt{2} \pi \alpha}$$

III.2.2 ASIMETRÍA

Si la presencia simultánea de intercambios con $C = +1$ y $C = -1$ determina que este observable no sea nulo, resultará ser proporcional al cuadrado del acoplamiento axial. A la vista de los diagramas de la Fig II.1 podemos deducir que serán los términos T_{14} , T_{23} , T_{24} , T_{34} y T_{44} los que contribuyen a esta asimetría. En efecto, sumando sobre helicidades en (III.31) e integrando la variable $\cos\theta$ de (III.32) resulta:

$$\begin{aligned}
\langle A(E_0) \rangle &= \frac{1}{\langle \sigma \rangle} \left\langle \int_0^1 (d\sigma/d\cos\theta) d\cos\theta - \int_{-1}^0 (d\sigma/d\cos\theta) d\cos\theta \right\rangle = \\
&= \frac{1}{\langle \sigma(E_0) \rangle} \cdot \frac{1}{2\pi^2\sigma_E^2} \int dE_1 dE_2 \exp\left[-(E_1-E_0)^2/(2\sigma_E^2)\right] \\
&\quad \cdot \exp\left[-(E_2-E_0)^2/(2\sigma_E^2)\right] \frac{E_1^2 E_2^2}{(E_1+E_2)^2} B(E_1, E_2)
\end{aligned}
\tag{III.39}$$

$$\begin{aligned}
B(E_1, E_2) &= 2a_e a_p \left\{ 2\sigma_e \sigma_p |A_4|^2 + \operatorname{Re}(A_1 A_4^*) + \operatorname{Re}(A_2 A_3^*) \right. \\
&\quad \left. + 2\sigma_p \operatorname{Re}(A_2 A_4^*) + 2\sigma_e \operatorname{Re}(A_3 A_4^*) \right\}
\end{aligned}
\tag{III.40}$$

Al igual que antes, calcularemos la expresión de la asimetría sin tener en cuenta el Toponium. Utilizando las expresiones (III.37) y recordando lo allí dicho respecto a la convolución podemos escribir:

$$\langle A_{ZY}(s) \rangle \approx A_{ZY}(s) = \frac{s B'(s)}{16\pi\sigma_{ZY}(s)}
\tag{III.41}$$

con $\sigma_{ZY}(s)$ definida en (III.38) y

$$\begin{aligned}
B'(s) &= a_e a_p \frac{1}{(s-M_Z^2)^2 + \Gamma_Z^2 M_Z^2} q^2 \left\{ 4\sigma_e \sigma_p q^2 + 8\pi\alpha \rho_e \rho_p \frac{s-M_Z^2}{s} \right\} \\
q^2 &= \frac{G}{2\sqrt{2}} M_Z^2
\end{aligned}
\tag{III.42}$$

III.2.3 POLARIZACIÓN LONGITUDINAL

A partir de la expresión (III.31) podemos obtener la distribución angular de la polarización longitudinal del leptón saliente, sin más que aplicar la definición:

$$\langle P_L \rangle = \frac{\langle d\sigma/d\Omega_s \theta |_{\lambda=+1} - d\sigma/d\Omega_s \theta |_{\lambda=-1} \rangle}{\langle \sum_{\lambda} d\sigma/d\Omega_s \theta |_{\lambda} \rangle}$$

Así:

(III.43)

$$\begin{aligned} \langle P_L (\cos \theta) \rangle &= \\ &= \frac{\int dE_1 dE_2 \exp[-(E_1 - E_0)^2 / (\nu \tau_e^2)] \exp[-(E_2 - E_0)^2 / (\nu \tau_e^2)] \frac{-1}{[E_1 + E_2 - \cos \theta (E_1 - E_2)]^2} \left\{ a_f M(E_1, E_2) \beta + a_e N(E_1, E_2) z \right\}}{\int dE_1 dE_2 \exp[-(E_1 - E_0)^2 / (\nu \tau_e^2)] \exp[-(E_2 - E_0)^2 / (\nu \tau_e^2)] \frac{1}{[E_1 + E_2 - \cos \theta (E_1 - E_2)]^2} \left\{ A(E_1, E_2) \beta + B(E_1, E_2) z \right\}} \end{aligned}$$

con $A(E_1, E_2)$ definida en (III.36), $B(E_1, E_2)$ en (III.40). β y τ en (III.34), y

$$\begin{aligned} M(E_1, E_2) &= z \left\{ \sigma_f |A_2|^2 + \sigma_f (\nu_e^2 + a_e^2) |A_4|^2 + \text{Re}(A_1 A_2^*) + \sigma_e \text{Re}(A_1 A_4^*) \right. \\ &\quad \left. + \sigma_e \text{Re}(A_2 A_3^*) + 2\sigma_e \sigma_f \text{Re}(A_2 A_4^*) + (\nu_e^2 + a_e^2) \text{Re}(A_3 A_4^*) \right\} \\ N(E_1, E_2) &= z \left\{ \sigma_e |A_3|^2 + \sigma_e (\nu_f^2 + a_f^2) |A_4|^2 + \text{Re}(A_1 A_3^*) + \sigma_f \text{Re}(A_1 A_4^*) \right. \\ &\quad \left. + \sigma_f \text{Re}(A_2 A_3^*) + (\nu_f^2 + a_f^2) \text{Re}(A_2 A_4^*) + 2\sigma_e \sigma_f \text{Re}(A_3 A_4^*) \right\} \end{aligned}$$

(III.44)

En el caso $\text{Cos}\theta = +1$ (dirección hacia adelante):

$$\langle P_L(E_0, \text{Cos}\theta=1) \rangle = \frac{\int dE_1 dE_2 \exp[-(E_1-E_0)^2/(2\sigma_E^2)] \exp[-(E_2-E_0)^2/(2\sigma_E^2)] E_1^2 \{ a_f M(E_1, E_2) + a_e N(E_1, E_2) \}}{\int dE_1 dE_2 \exp[-(E_1-E_0)^2/(2\sigma_E^2)] \exp[-(E_2-E_0)^2/(2\sigma_E^2)] E_1^2 \{ A(E_1, E_2) + B(E_1, E_2) \}}$$

(III.45)

Como en los apartados anteriores, la contribución de los diagramas de intercambio de γ y Z^0 viene dada inmediatamente, a partir de la última expresión (III.45), por:

$$\langle P_L(s, \text{Cos}\theta=1)_{Z\gamma} \rangle \approx P_L(s, \text{Cos}\theta=1)_{Z\gamma} = \frac{a_f M(s) + a_e N(s)}{12\pi\sigma_{Z\gamma}^2(s) + B'(s)}$$

(III.46)

con $\sigma_{Z\gamma}(s)$ definido en (III.38), $B'(s)$ en (III.42) y

$$M(s) = 2g^2 \frac{1}{(s-M_Z^2)^2 + \Gamma_Z^2 M_Z^2} \left\{ \sigma_f^2 (v_e^2 + a_e^2) g^2 + (4\pi\alpha) \sigma_e \sigma_e \sigma_f \frac{s-M_Z^2}{s} \right\}$$

(III.47)

$$N(s) = 2g^2 \frac{1}{(s-M_Z^2)^2 + \Gamma_Z^2 M_Z^2} \left\{ \sigma_e (\sigma_f^2 + a_f^2) g^2 + (4\pi\alpha) \sigma_f \sigma_e \sigma_f \frac{s-M_Z^2}{s} \right\}$$

IV. RESULTADOS.

En las hojas que siguen damos los resultados obtenidos, para los observables descritos en el Capítulo anterior, en el marco de la Teoría Standard para un valor del ángulo de Weinberg $\text{Sen}^2\theta_w = 0.228$. Las magnitudes que caracterizan al bosón gauge Z^0 las fijamos en $M_Z = 91 \text{ GeV}$ y $\Gamma_Z = 2.3 \text{ GeV}$. Los valores de la anchura del Toponium los calculamos, en el apéndice A, para diferentes valores de su masa, y vienen dados en la Tabla A.1.

IV.1 DISPERSIÓN ENERGÉTICA DEL HAZ

El valor de la dispersión energética de los haces de colisión en el futuro LEP estará condicionado (dentro de un determinado margen) por las características de la experiencia a realizar. Ésta definirá el modo de operación de la máquina de forma que la eficacia sea máxima. Dependiendo de estos diferentes modos de operar - mínima dispersión (δW), máxima luminosidad (L), máxima ($L/\delta W$)... - la desviación standard (σ_E) de las gaussianas, que definen la distribución energética de los haces, puede tomar valores en un amplio rango, como se indica en la Tabla IV.1. con datos extraídos de [J085].

E_0/GeV	30	40	50	60
Modos				
δW_{\min}	12	23	34	49
L_{\max}	12	22	40	83
$(L/\delta W)_{\max}$	12	22	34	54

TABLA IV.1

Valores (σ_E/MeV) para diferentes modos y energías.

En la actualidad están en estudio [LE85] diversas mejoras, aplicables al LEP, que permitirían una reducción de hasta un factor 4 en el valor de δW , con respecto a los datos anteriores.

En el presente trabajo, y para la presentación de resultados, utilizaremos dos valores de la dispersión δW : el primero, dentro de las previsiones de la Tabla IV.1, lo fijamos en $\delta W = 30$ MeV. ($\sigma_E \approx 21$ MeV.); y el segundo, para unas expectativas más optimistas, según lo arriba comentado, lo mantenemos en $\delta W = 10$ MeV. ($\sigma_E \approx 7$ MeV.).

IV.2 SECCIÓN EFICAZ

Consideremos una resonancia de masa $M_V \ll M_Z$. En este caso la contribución dominante será la puramente electromagnética, de modo que podemos simplificar notablemente nuestras expresiones manteniendo únicamente el término T_1 del elemento de matriz $|T|^2$, en la fórmula (III.31) Así:

$$\sigma_r(s) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \left| 1 + (g_{r\nu^0})^2 \frac{P_V(s)}{s} \right|^2$$

(IV.1)

Recordando que (II.8) y (II.12) establecen:

$$\Gamma_0 \equiv \int (V \xrightarrow{r} e^+e^-) = \frac{\alpha}{3M_V^3} (g_{r\nu^0})^2$$

resulta útil escribir la contribución puramente resonante - a energías de la masa M_V - en la conocida parametrización Breit-Wigner:

$$\sigma_V(s) = \frac{3\pi}{W^2} \frac{\Gamma_{ee}^V \Gamma_f^V}{(W-M_V)^2 + \Gamma_V^2/4} \quad (\text{IV.2})$$

Con ello:

$$\sigma_r(s) = \sigma_{em}(s) + \sigma_V(s) + \sigma_{int}(s) \quad (\text{IV.3})$$

siendo

$$\sigma_{em}(s) = \sigma_0(s) = \frac{4\pi\alpha^2}{s}$$

$$\sigma_{int}(s) = \frac{4\pi\alpha}{W^2} \left(\Gamma_{ee}^V \Gamma_f^V \right)^{1/2} \frac{W-M_V}{(W-M_V)^2 + \Gamma_V^2/4} \quad (\text{IV.4})$$

Podemos ver cómo la dispersión energética de los haces incidentes distorsiona la estructura de la sección eficaz (IV.3). Para ello bastará realizar la convolución de $\sigma_r(s)$ con la función de resolución (III.24), que supondremos una gaussiana de anchura δS :

$$\langle \sigma_r(s) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \delta S} \int \sigma_f(s') \exp[-(s'-s)^2/(2\delta S^2)] ds' =$$

$$= \langle \sigma_{em}(s) \rangle + \langle \sigma_V(s) \rangle + \langle \sigma_{int}(s) \rangle \quad (\text{IV.5})$$

donde

$$\langle \sigma_{em}(s) \rangle \approx \sigma_0(s) = \frac{4\pi\alpha^2}{s} \quad (\text{IV.6})$$

$$\langle \sigma_v(s) \rangle = \sigma_0(s) \left(\frac{3}{\alpha} \right)^2 \Gamma_{ee}^v \Gamma_f^v \frac{M_v}{\delta S} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\Gamma_v} \operatorname{Re} [\omega(\gamma + i\alpha)]$$

$$\langle \sigma_{int}(s) \rangle = \sigma_0(s) \left(\frac{3}{\alpha} \right) (\Gamma_{ee}^v \Gamma_f^v)^{1/2} \frac{M_v}{\delta S} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \operatorname{Im} [\omega(\gamma + i\alpha)]$$

(IV.6a)

siendo $\omega(\gamma + i\alpha)$ la función error, de argumento complejo, definida [AS72] como:

$$\omega(z) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-t^2}}{(z-t)} dt \quad (\operatorname{Im}(z) > 0)$$

(IV.7)

$$\omega(z) = e^{-z^2} \left[1 + \frac{2i}{\pi} \int_0^z e^{t^2} dt \right] = e^{-z^2} \operatorname{Erf}_c(-iz)$$

y

$$\gamma = (S - M_v^2) / \sqrt{2} \delta S$$

$$\alpha = \Gamma_v M_v / \sqrt{2} \delta S = \Gamma_v / 4\sigma_E$$

Si, como en el caso de los estados $(q\bar{q})$: \mathcal{Y} (3.1) y \mathcal{T} (9.46), la anchura de la resonancia es mucho menor que la dispersión energética de los haces colisionantes (σ_E) , el valor del parámetro α se hace mucho menor que 1, permitiendo aproximar la función $\omega(\gamma + i\alpha)$ por:

$$\operatorname{Re}[\omega(\gamma + i\alpha)] \approx e^{-\gamma^2} \quad (\alpha \ll 1)$$

(IV.9)

$$\text{Im}f_w(\gamma+i\alpha) \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\gamma^2} \int_0^\gamma e^{t^2} dt \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} D(\gamma) \quad (\alpha \ll 1)$$

(IV.9a)

donde $D(\gamma)$ representa la integral de Dawson, tabulada en [AS72].

Reuniendo las fórmulas anteriores se obtiene:

$$\langle \sigma_r(s) \rangle = \sigma_0(s) \left\{ 1 + \left(\frac{3}{\kappa} \right) \frac{M_V}{\delta S} (\Gamma_{ee}^V \Gamma_f^V)^{1/2} \left[2\sqrt{2} D(\gamma) + \left(\frac{3}{\kappa} \right) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\Gamma_V} (\Gamma_{ee}^V \Gamma_f^V)^{1/2} e^{-\gamma^2} \right] \right\}$$

(IV.10)

Obsérvese cómo, en el observable, la anchura Γ_V de la resonancia es sustituida por la de la función de resolución δS , de manera que la anchura de la sección eficaz observada sobre la resonancia queda completamente determinada por la dispersión energética de los haces incidentes. Es la integral de la sección eficaz, sobre la resonancia, la que resulta ser independiente de las características del haz:

$$\int \langle \sigma_f(s) \rangle dW \approx \frac{\sigma \pi^2}{M_V^2} \frac{\Gamma_{ee}^V \Gamma_f^V}{\Gamma_V}$$

(IV.11)

Nos interesamos ahora por los efectos de interferencia. Fijémonos cómo la interferencia no contribuye en la integral de la sección eficaz (IV.11), pero sí en la sección eficaz misma (IV.10), incluso luego de la convolución. Esta interferencia, que proviene del producto de la amplitud de intercambio de un fotón con la parte real de la Breit-Wigner resulta ser constructiva para energías superiores a la masa

de la resonancia ($0 < \gamma = (s - M_V^2) / \sqrt{2} \delta S$) y destructiva para las inferiores, lo que determina una disminución característica de la sección eficaz (de producción de $\mu^+\mu^-$, para el Ψ (3.1), por ejemplo [B075]), para energías menores - pero cercanas ($\gamma \approx -2$) - a M_V . Si bien todo esto es aplicable a la resonancia Ψ (3.1), para el Υ (9.46) la situación es diferente ya que, si a la disminución en 1/4 de Γ_{ee}^V - según la regla empírica $\Gamma_{ee}(V \rightarrow ee) \propto Q_V^2$ - añadimos el hecho de que la dispersión energética de los haces varía aproximadamente con el cuadrado de la energía [K084], reduciendo el valor de $(M_V/\delta S)$ en $\approx 1/9$, el término entre corchetes de (IV.10) se verá disminuido en un factor 1/36, al pasar de Ψ a Υ . Ello hace que la interferencia no pueda tener un efecto apreciable en el observable ($<3\%$), y por tanto se puede considerar la sección eficaz como suma incoherente de las secciones eficaces electromagnéticas $\langle \sigma_{em}(s) \rangle$ y resonante $\langle \sigma_V(s) \rangle$ [JA82].

Como extensión de lo arriba comentado, cabría pensar que para el Toponium, con una masa de decenas de GeV, la suma incoherente de las diferentes amplitudes - añadiendo a las anteriores las mediadas por el Z^0 - debería dar una muy buena descripción del problema. Podemos ver, sin embargo, cómo dicho tratamiento resulta absolutamente inadecuado cuando la diferencia de masas entre el Toponium y el Z^0 es comparable a la anchura de desintegración Γ_Z . Siguiendo [KU85] y utilizando (II.9a), en el caso de una degeneración completa entre V y Z, y para energías $s \approx M_V^2$, la amplitud se puede aproximar:

$$A_{Z \rightarrow V} \propto \frac{1}{i M_Z \Gamma_Z} + \left(\frac{1}{i M_Z \Gamma_Z} \right)^2 \frac{(g_{Z^0 V^0})^2}{(s - M_V^2) + i \Gamma_V M_V}$$

(IV.12)

La interferencia entre Z^0 y V será, en este caso, destructiva y así:

$$|A_{Z^0+V}| \approx \propto \left\{ 1 + \frac{(g_{Z^0\nu})^2}{M_Z \Gamma_Z} \frac{1}{(s-M_V^2)^2 + \Gamma_V^2 M_V^2} \left[\frac{(g_{Z^0\nu})^2}{M_Z \Gamma_Z} - 2 \Gamma_V M_Z \right] \right\}$$

(IV.13)

Utilizando las relaciones (II.8) y (II.12.) para escribir $g_{Z^0\nu}$ en función de la anchura e.m. Γ_{ee} :

$$(g_{Z^0\nu})^2 = g^2 \frac{\sqrt{q}^2}{4\pi\alpha^2} \frac{3 M_V^2}{Q_q^2} \Gamma_{ee}^V$$

el cuadrado de la amplitud resulta ser:

$$|A_{Z^0+V}| \approx \propto \left\{ 1 + \frac{(g_{Z^0\nu})^2}{M_Z \Gamma_Z} \frac{M_Z}{(s-M_V^2)^2 + \Gamma_V^2 M_V^2} \left[-2 \Gamma_V + \frac{3 M_Z \Gamma_{ee}^V}{\Gamma_Z} \frac{g^2 \sqrt{q}^2}{4\pi\alpha^2 Q_q^2} \right] \right\}$$

(IV.14)

Para valores $\Gamma_{ee}^V \approx 5$ KeV. y $\Gamma_V \approx 100$ KeV. - característicos del Toponium con masa muy inferior a la del Z^0 - la sección eficaz presentará un incremento característico, en la región de $s \approx M_V^2$, debido a la fuerte variación que se produce en el propagador de la resonancia y a la contribución, prácticamente nula (<2%), del término de interferencia. Recordemos, sin embargo, que el fenómeno de mezcla Toponium- Z^0 conduce - como vimos en (II.35) - a un espectacular incremento de la anchura Γ_V , que puede llegar a alcanzar valores del orden de 10 MeV., para el caso más favorable del total degeneración. En estas condiciones la interferencia ($-2\Gamma_V$) se hace mayor que el término puramente Breit-Wigner, transformándose el aumento esperado de la sección eficaz sobre el Toponium en una disminución de la

misma por debajo del valor σ_z , correspondiente a la ausencia de la resonancia. Este comportamiento es observable incluso después de tener en cuenta la dispersión energética de los haces, mediante la función de resolución (III.24), como muestra [KU85][KZ85][GK85] en un modelo simplificado Z^0 -dominante.

En nuestro caso, partiendo de la expresión (III.36) y en el límite $\sigma_E \rightarrow 0$, que transforma las gaussianas en deltas de Dirac:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_E} e^{-(E-E_0)^2/2\sigma_E^2} \xrightarrow{\sigma_E \rightarrow 0} \delta(E-E_0) \quad (IV.15)$$

se obtiene inmediatamente la expresión de la sección eficaz

$$\sigma(s) = \frac{1}{12\pi} s A(s) \quad (IV.16)$$

donde $A(s)$, definido en (III.36) (haciendo $E_1 = E_2 = \sqrt{s}/2$), incluye contribuciones e.m. de los diagramas con intercambio de fotones virtuales.

En la Figura IV.1 damos los valores de la sección eficaz (IV.16), para estado final de leptones, en los casos: $M_V = M_Z - 2.5\Gamma_Z$ (a), $M_V = M_Z - \Gamma_Z/2$ (b), $M_V = M_Z$ (c), y $M_V = M_Z + \Gamma_Z$ (d), en función del parámetro y , definido por:

$$s = (M_V + y \Gamma_V)^2 \quad (IV.17)$$

Observemos cómo, de acuerdo con lo anteriormente expuesto, si $|M_Z - M_V| \ll \Gamma_Z$, la interferencia entre el Z^0 y la resonancia altera los resultados que podríamos esperar de una contribución incoherente de γ, Z y V . En particular el

caso $M_V = M_Z$ (Fig. IV.1c) es el que presenta una mayor espectacularidad puesto que el clásico pico en la sección eficaz sobre la resonancia se transforma en una profunda depresión, de modo que el valor del observable, para $y=0$, queda muy por debajo del determinado por σ_{VZ} (III.38), en ausencia de la resonancia. Las Figuras IV.1 b y d muestran la forma en que se ve afectada la sección eficaz por los términos de interferencia para diferentes valores de la diferencia $M_V - M_Z$. En la IV.1b vemos cómo, para $M_V = M_Z - \Gamma_Z/2$ ($< M_Z$), la interferencia Z-V resulta destructiva para energías mayores que la de la masa de la resonancia y constructiva para las inferiores, mientras que para $M_V = M_Z + \Gamma_Z$ ($> M_Z$) ocurre lo contrario, como muestra la Figura IV.1d.

Cuando la masa de la resonancia está suficientemente alejada de la del bosón gauge Z^0 ($|M_V - M_Z| > 2\Gamma_Z$) la sección eficaz sobre la resonancia se comporta como una Breit-Wigner - como se muestra en la Figura IV.1a, para $M_V = M_Z - 2.5\Gamma_Z$ - de forma que se puede considerar adecuada la suma incoherente de las secciones eficaces, resonante $\sigma_V(s)$ y no resonante $\sigma_{Z,V}(s)$, sin considerar la interferencia.

Los resultados hasta ahora presentados se han obtenido en el límite $\sigma_E \rightarrow 0$, pero es evidente que ésta no será la situación real en las experiencias. Según vimos en el Capítulo III, es necesario realizar la convolución de los observables con las distribuciones energéticas de los haces, para introducir el efecto que la dispersión en la energía de los mismos, tiene sobre las magnitudes observables. Utilizando la fórmula (III.35), que define la convolución de la sección eficaz y recurriendo a técnicas de cálculo numérico por ordenador para realizar la integración doble (en energías de ambos paquetes) allí indicada, es posible determinar el valor de $\langle \sigma(E_0) \rangle$ en función de la energía central de los haces incidentes (E_0), para un valor fijado

de la dispersión (σ_E). Los resultados obtenidos se presentan en la Figura IV.2, en términos de la anchura natural del problema - que en este caso es la desviación standard σ_E de los paquetes incidentes - a través de la variable y , definida por la relación:

$$E_0 = M_V/2 + y \sigma_E \quad (\text{IV.18})$$

El valor de σ_E escogido es de 21 MeV.. En la misma figura y con trazo discontinuo se da el valor de la sección eficaz en ausencia de la resonancia, para una mejor comparación. La notación - a, b, c y d - para las diferentes curvas, es la misma que describimos en el párrafo anterior - $M_V = M_Z - 2.5 \Gamma_Z$, $M_V = M_Z - \Gamma_Z/2$, $M_V = M_Z$ y $M_V = M_Z + \Gamma_Z$, respectivamente - y que mantendremos en lo sucesivo, mientras no se diga lo contrario.

Como se puede observar en la Figura IV.2, la estructura del observable queda notablemente disminuida una vez que la dispersión energética de los haces ha sido tenida en cuenta. Aún así, la diferencia de comportamiento con respecto a una suma incoherente de las diferentes secciones eficaces ($\sigma_Z, \sigma_V, \sigma_Y$) es todavía muy apreciable. La cantidad $\Delta = |(\langle \sigma(E_0) \rangle - \sigma_{YZ}(s)) / \sigma_{YZ}(s)|$, que determina la diferencia de comportamiento de la sección eficaz con y sin resonancia, alcanza máximos de un 30% para la curva (a), un 11% para la (b), y un 17% y 20% para la (c) y (d), respectivamente.

La comparación entre las Figuras IV.1 y IV.2 muestra cómo la magnitud de los valores extremos del observable, en la región de la resonancia, está condicionada por la anchura energética de los haces incidentes; de forma que cuanto menor sea ésta mayor será la estructura exhibida por la sección eficaz. Esta dependencia es tan estrecha que, reduciendo σ_E a tan sólo 7 MeV., la cantidad Δ (definida en el párrafo anterior) pasa a tener máximos de un 93% para la

curva (a), y 30%, 43% y 56%, para las (b), (c) y (d), respectivamente. Estos valores son, aproximadamente, 2.5 veces superiores a los anteriormente obtenidos con $\sigma_E = 21$ MeV.

Nótese, por último, la disminución de la señal cuando M_V se halla en los alrededores de M_Z , verificable en las Figuras IV.1 y IV.2 y en los valores de Δ arriba comentados.

IV.5 ASIMETRÍA

De forma análoga a como hicimos en el apartado IV.2, la Figura IV.3 muestra los valores de la Asimetría de carga, adelante-atrás, obtenidos en el límite $\sigma_E \rightarrow 0$ de la fórmula (III.39), que simula la utilización de paquetes con energía muy definida. La notación es la misma que utilizamos para la sección eficaz.

Si en las expresiones (III.39) y (III.40) de la Asimetría anulamos los términos que contienen a la amplitud de la resonancia, como se hizo en (III.37), se obtiene:

$$\text{Asimetría}_{\nu+\bar{\nu}} \propto \alpha^2 \frac{\sigma^2 |A_4'|^2 + \text{Re}(A_3' A_4'^*)}{|A_1'|^2 + (\sigma^2 + \alpha^2) |A_4'|^2 + 2\sigma^2 \text{Re}(A_3' A_4'^*)} \quad (\text{IV.19})$$

con $A_1' = -e^2 Q^2/s$ y $A_4' = g^2 P_Z$, amplitudes e.m. y débil respectivamente.

A energías cercanas a la masa del Z^0 el comportamiento del observable es completamente regular, creciente con la energía y sin que presente ninguna oscilación. Por ello la presencia de la resonancia, y en particular la interferencia de su amplitud con el resto de los términos ($\gamma+Z$), es la

responsable del característico patrón de interferencia que muestra la Fig. IV.3. Las cuatro curvas presentan un máximo semejante: alrededor de un 75%, que se desplaza hacia energías menores (valores negativos de "y") a medida que aumenta M_V . Comparando este máximo con los valores de la Asimetría $_{\gamma+z}$ (IV.19), que se dan en la tabla IV.2, inmediatamente se da idea de la fuerte desviación, que sobre el comportamiento esperado del observable, sin $V(q\bar{q})$, introduce la resonancia. Por otra parte la Asimetría $_{\gamma+z}$ se incrementa, con M_V , de tal forma que la diferencia de valores entre la Asimetría con la resonancia y sin ella tiende a anularse rápidamente.

M_V/GeV	$M_Z - 2.5\Gamma_Z$	$M_Z - \Gamma_Z/2$	M_Z	$M_Z + \Gamma_Z$
Asim $_{\gamma+z}$ (%)	-50.10	-8.34	2.28	21.97

TABLA IV.2

Observemos que las curvas de la figura IV.3 tienden a estrecharse más y más, en unidades de Γ_V , a medida que $M_V \rightarrow M_Z$. La razón de ello hay que buscarla en el hecho, ya comentado, de que el Z^0 puede dar una contribución importante a la desintegración del V si éste se halla suficientemente próximo a M_Z , de forma que la anchura Γ_V es muy sensible a la diferencia $(M_V - M_Z)$ y crece rápidamente cuando $M_V \approx M_Z$.

El cálculo numérico de la expresión (III.39), que da la convolución de la Asimetría con los paquetes incidentes, lo hemos realizado para $\sigma_E = 21$ MeV. (curvas (a) $M_V = M_Z - 2.5\Gamma_Z$; (b) $M_V = M_Z - \Gamma_Z/2$; (c) $M_V = M_Z$; (d) $M_V = M_Z + \Gamma_Z$) y $\sigma_E = 7$ MeV. (curvas a', b', c', d'). Los resultados obtenidos se presentan en las Fig. IV.4 y IV.5, donde se ha dibujado también el valor de la Asimetría $_{\gamma+z}$.

El valor máximo de la Asimetría, cuando se utilizan haces de energía con dispersión no nula, se aproxima al valor correspondiente al nivel del fondo de $\gamma+Z$, conforme aumentamos el valor de M_V . En particular para $|M_V - M_Z| < \Gamma_Z$ la diferencia entre ambos es de apenas 2 unidades (en la escala en la que el observable está dado en %), para $\sigma_E = 21$ MeV., y 6 unidades para $\sigma_E = 7$ MeV.. Si tenemos en cuenta que la Asimetría, en esta región, es muy sensible al valor del ángulo de Weinberg θ_W - de forma que una variación de ± 0.005 en el $\text{Sen}^2\theta_W$ provoca cambios en el observable de ± 1 ó ± 1.5 unidades - las medidas de la Asimetría en el Toponium no podrán aportar información sobre el mismo - si este se halla muy cercano al Z^0 - a menos que seamos capaces de reducir la dispersión energética esperada para los haces e^+e^- del LEP. En la zona $|M_V - M_Z| > 2\Gamma_Z$ la situación es claramente diferente, como se observa en la Fig. IV.5 y el observable, aún con una dispersión energética grande ($\sigma_E = 21$ MeV.) presenta una estructura perfectamente separada del fondo $\gamma+Z$, y distante de él en más de 25 unidades.

IV.4 POLARIZACIÓN LONGITUDINAL

Para haces de e^+e^- con energía suficientemente definida ($\sigma_E \rightarrow 0$), la expresión de la polarización longitudinal (III.34) del leptón saliente se transforma en:

$$P_L(s, \theta) = - \frac{\alpha_f M(s) (1 + \cos^2 \theta) + \alpha_e N(s) 2 \cos \theta}{A(s) (1 + \cos^2 \theta) + B(s) 2 \cos \theta} \quad (\text{IV.20})$$

con $M(s)$, $N(s)$, $A(s)$ y $B(s)$ definidos a partir de (III.44), (III.36) y (III.40), sin más que tomar $E_1 = E_2 = \sqrt{s}/2$

En la figura IV.6 presentamos los valores del observable en la dirección hacia adelante ($\cos\theta=1$). Su pronunciada estructura, con oscilaciones que van desde +99% a -99% en un intervalo de pocas anchuras, tiene su origen, nuevamente, en la interferencia de la Breit-Wigner con el resto de las amplitudes; en particular con las de intercambio de fotones virtuales [FG85]. Si en la expresión (IV.20) de la polarización eliminamos los términos electromagnéticos, el observable toma un valor constante, independiente de s :

$$P_{L^{\nu+\pi}}(s, \theta) = - \frac{2a_f \sigma_f (\sigma_e^2 + a_e^2) (1 + \cos^2 \theta) + 4 a_e \sigma_e (\sigma_f^2 + a_f^2) \cos \theta}{(\sigma_e^2 + a_e^2) (\sigma_f^2 + a_f^2) (1 + \cos^2 \theta) + 8 a_e \sigma_e a_f \sigma_f \cos \theta}$$

(IV.21)

debido a la cancelación, en el numerador y denominador, de la única amplitud que sobrevive $|A_4|$. Dado el rango de energías en el que trabajamos: $s \approx (M_Z + O(\Gamma_Z))^2$, podríamos pensar que al considerar la contribución e.m., ésta tan sólo debe añadir correcciones al comportamiento descrito por (IV.21). La figura IV.6 muestra lo erróneo de esta hipótesis, ya que si bien es cierto que las amplitudes mediadas por fotones virtuales son pequeñas, también lo es el término $|A_4|$ (puramente V,Z), para energías cercanas a la resonancia, debido a la interferencia V-Z. De esta forma es la interferencia entre la amplitud resonante y el resto, la responsable de la extraordinaria estructura exhibida por el observable.

La razón de la estrechez de las figuras a medida que $M_\nu \rightarrow M_Z$, hay que buscarla, nuevamente, en el aumento de la anchura Γ_ν - utilizada como unidad de energía en las gráficas - cuando M_ν se aproxima a M_Z .

La convolución del observable, según la expresión (III.45) - para $\sigma_E=21$ MeV. y $\sigma_E=7$ MeV. - reduce, como cabía esperar los efectos a que nos referíamos en el apartado anterior. Se puede ver fácilmente, en las Figuras IV.7 y IV.8, que las desviaciones del observable con respecto al fondo $(\gamma+Z)$ oscilan, ahora, entre máximas de 10 unidades, para $\sigma_E=21$ MeV., y 25 unidades para el caso más favorable de $\sigma_E=7$ MeV., en el rango $|M_V-M_Z| < \Gamma_Z$. Si, como antes, tenemos en cuenta que errores de ± 0.005 en el valor del $\text{Sen}^2 \theta_w$ provocan variaciones, en la polarización, entre 7 y 10 unidades; para $\sigma_E \geq 21$ MeV. los efectos de la dispersión energética ocultan cualquier información que, sobre el Toponium, podríamos obtener de este observable (siempre que el Toponium esté suficientemente próximo al Z^0). Para $|M_V-M_Z| > \Gamma_Z$ las gráficas de la Figura IV.7 exhiben un patrón de interferencia claramente separado del fondo $(\gamma+Z)$, tanto para $\sigma_E=7$ MeV. como para $\sigma_E=21$ MeV., que puede informar sobre el valor del acoplamiento vectorial del toponium.

Mientras nos hallabamos organizando los resultados obtenidos para los observables, bajo las hipótesis sobre el Toponium antes citadas, diversos autores [KZ85][GK85][HK85][FG85][BU85] han presentado resultados en el caso de que el Toponium esté próximo a la resonancia Z^0 . Estos trabajos suponen dominancia de la contribución de las resonancias, y los efectos debido a la resolución energética de los haces han sido tenidos en cuenta mediante la técnica de función de resolución (III.23).

La comparación de estos resultados con los más completos presentados en este Capítulo, tan sólo puede hacerse a nivel cualitativo, dadas las diferencias entre los valores de los diferentes parámetros utilizados en los trabajos. Así, los valores de la dispersión energética, utilizada para la función de resolución, en las referencias

[KZ85] y [GK85] son $\delta W = 32$ y 48 MeV., mientras que en [HK85] son 50 y 100 MeV., y en [FG85] son 57 y 140 MeV.. Nosotros hemos usado $\sigma_E = 21$ y 7 MeV., que equivaldría a $\delta W = 30$ y 10 MeV.. Los resultados para la sección eficaz aquí presentados (Fig. IV.1 y IV.2) están de acuerdo con [KZ85], salvo las correcciones que provienen de las amplitudes mediadas por un fotón virtual (no consideradas allí) y que oscilan alrededor de un 2% para $M_V - M_Z \approx 2\Gamma_Z$. Estas correcciones son incluidas en el trabajo [FG85], y para $M_V - M_Z = 1$ GeV. se obtienen valores semejantes a los de la Fig. IV.1b. En este mismo trabajo, y para la Asimetría se reproducen los resultados de la Fig. IV.3b (salvo un factor $3/4$ de definición). La dispersión energética de los haces incidentes es tratada en [GK85] mediante la función de resolución que, para $\delta W = 48$ MeV., conduce a un resultado comparable al mostrado en la Fig. IV.4.b.. La polarización longitudinal en la dirección hacia adelante no es dada directamente por ninguno de los autores antes citados, que utilizan el observable Asimetría de Polarización ($[\sigma(+)-\sigma(-)]/[\sigma(+)+\sigma(-)]$), patiendo de haces de electrones y positrones longitudinalmente polarizados. La información dinámica contenida tanto en una pareja de observables (Asimetría adelante-atrás y Polarización longitudinal) como en la otra (Asimetría adelante-atrás y Asimetría de Polarización) es la misma, ya que, como se puede demostrar ** en un esquema más general que la teoría standard, la relación entre ambos es:

$$P_L(s, \theta = 0) = 2 (\text{Asim. Pol}(s)) / [1 + (4/3) \text{Asim}(s)]$$

(IV.22)

** Trabajo en preparación.

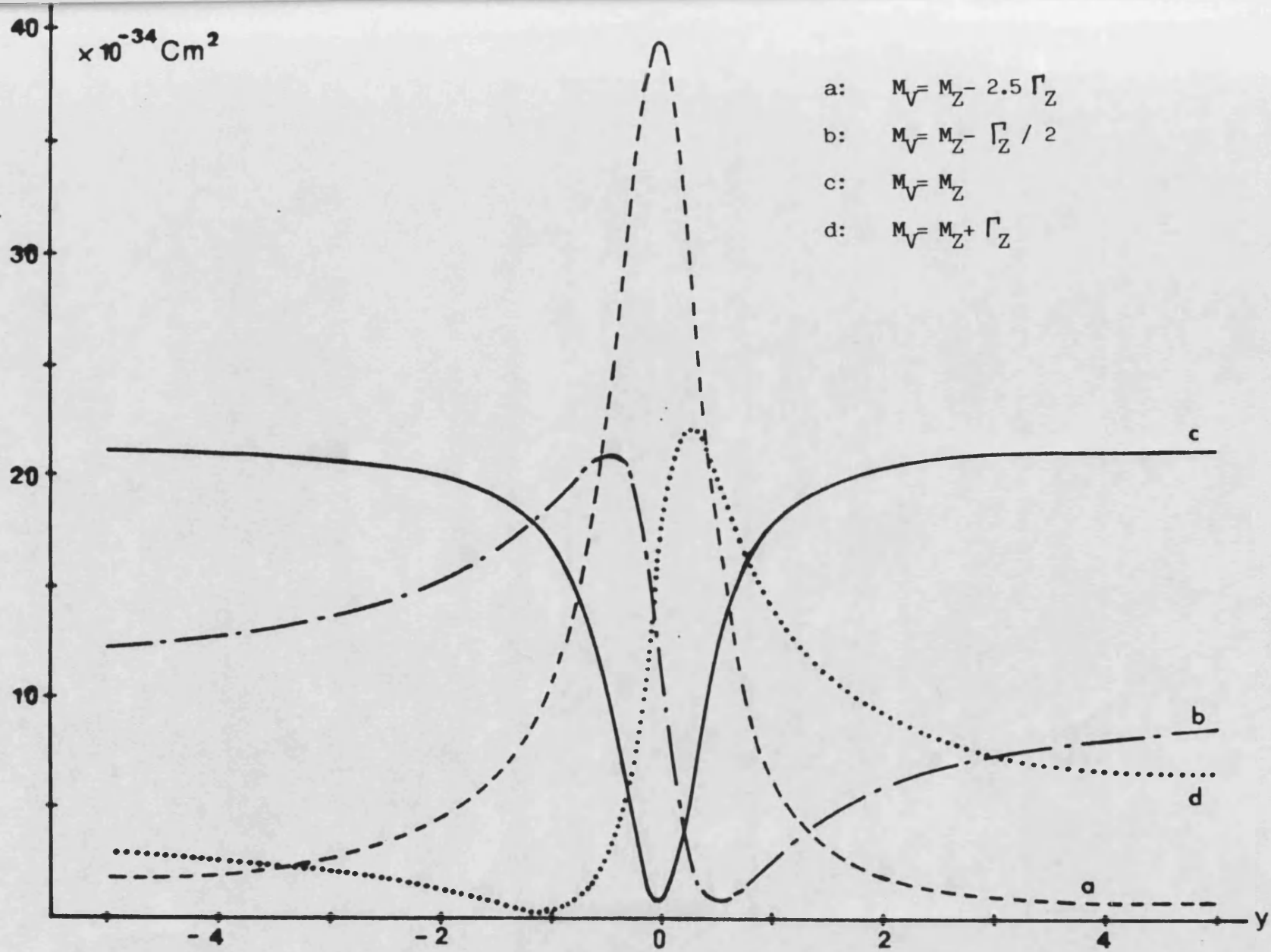


FIG. IV.1 ($\sigma_{\nu\nu}(s)$)

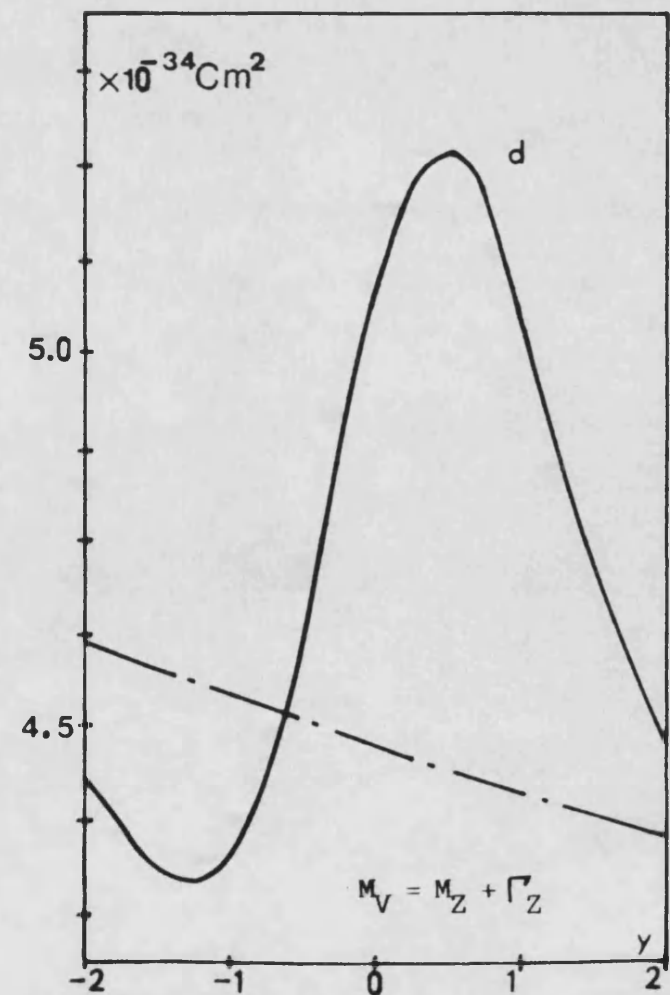
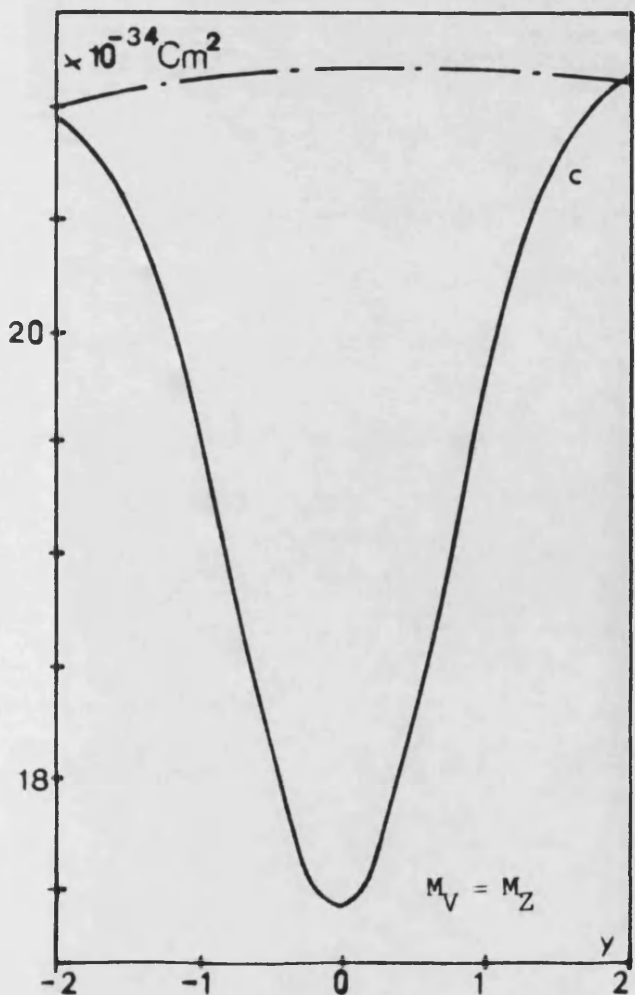
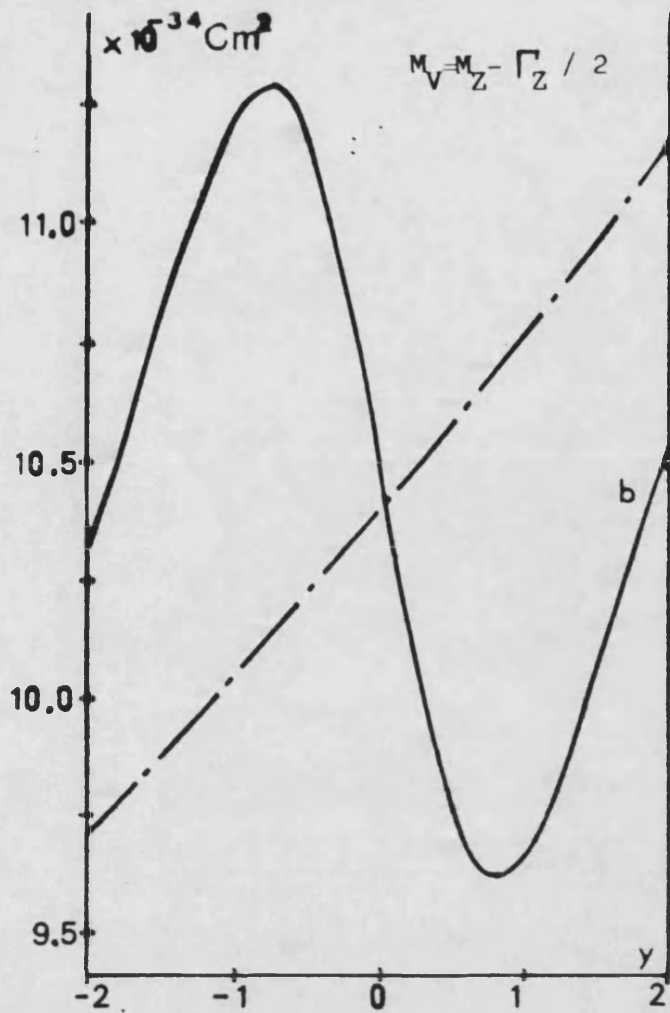
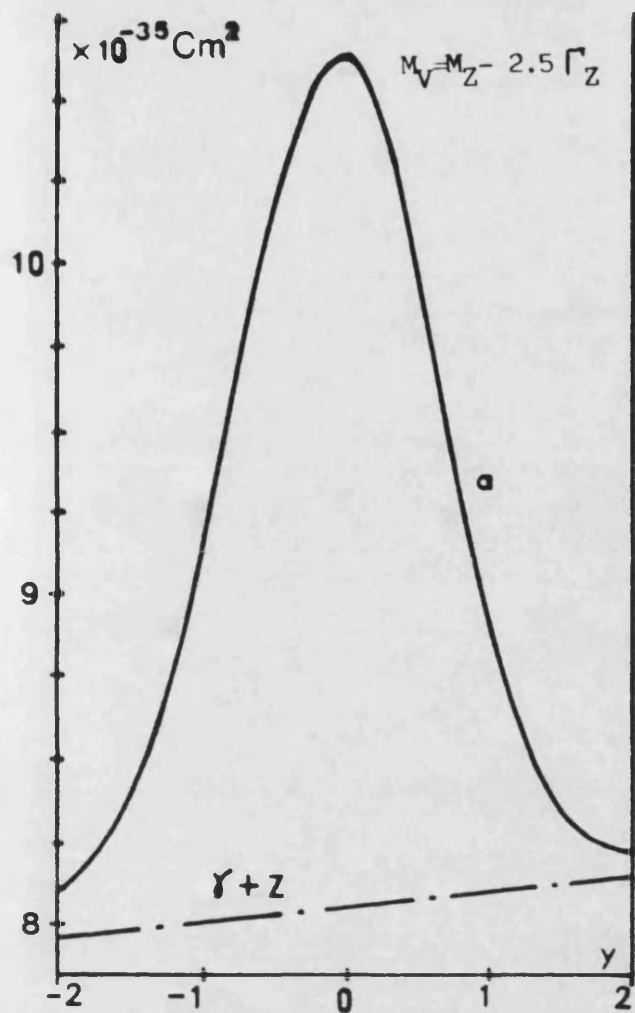


FIG. IV.2 $(\langle \sigma_{\mu+u}(s) \rangle)$

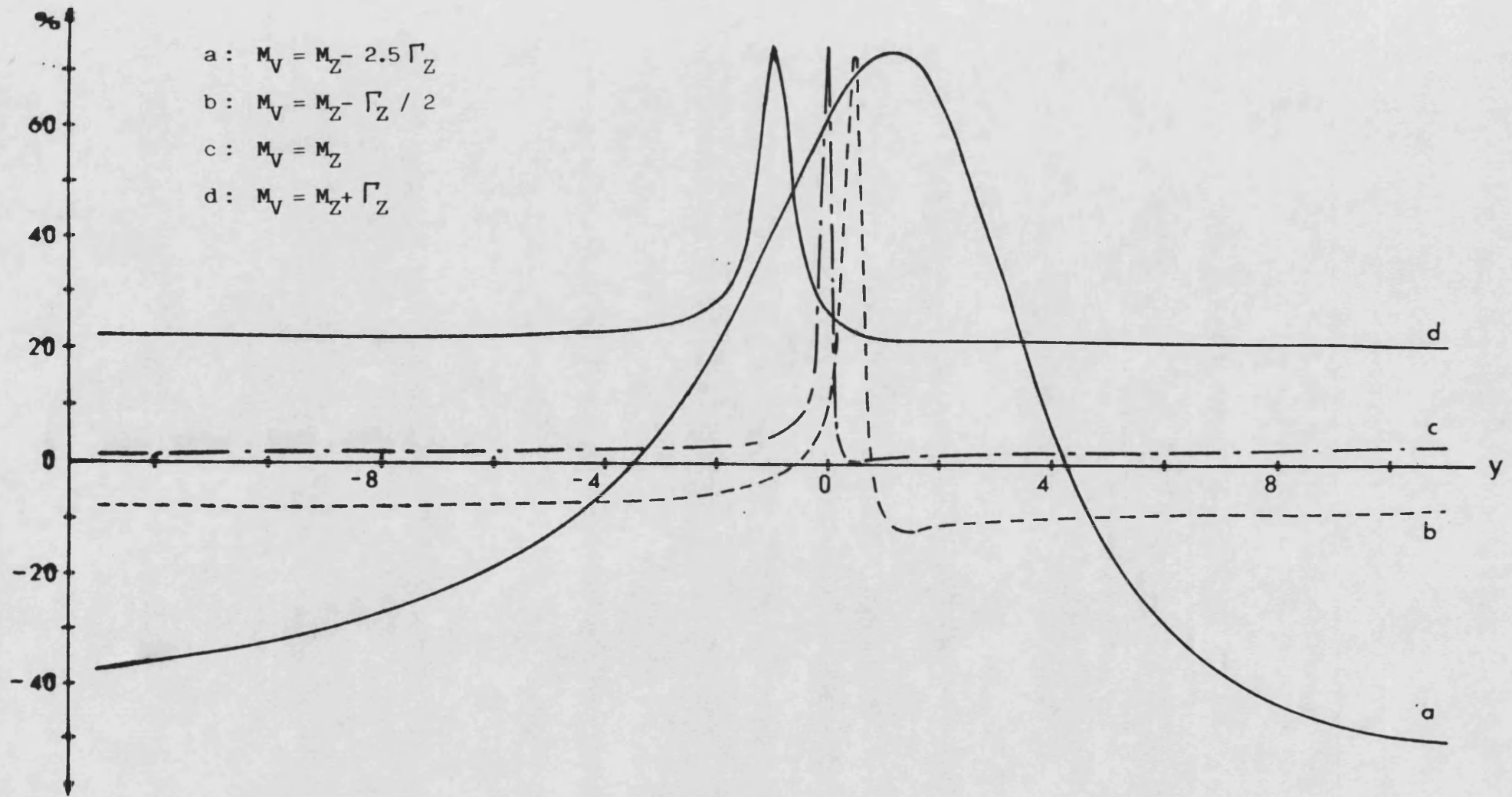


FIG. IV.3 (Asimetría)

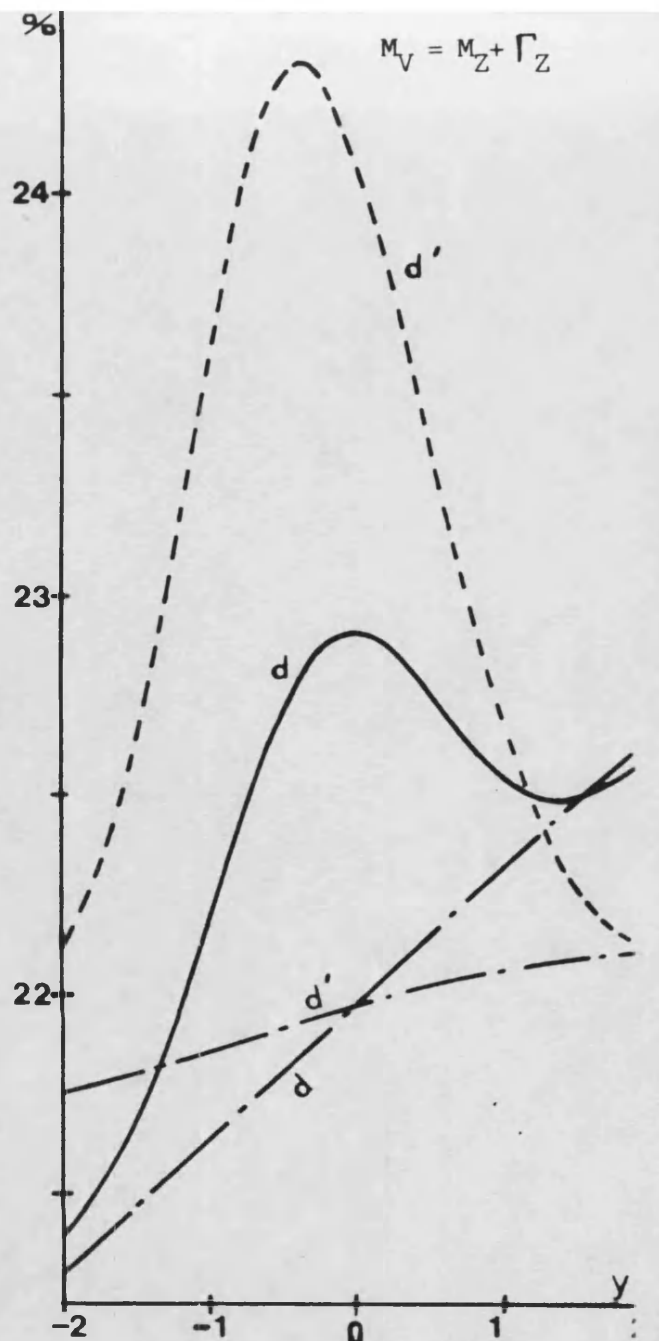
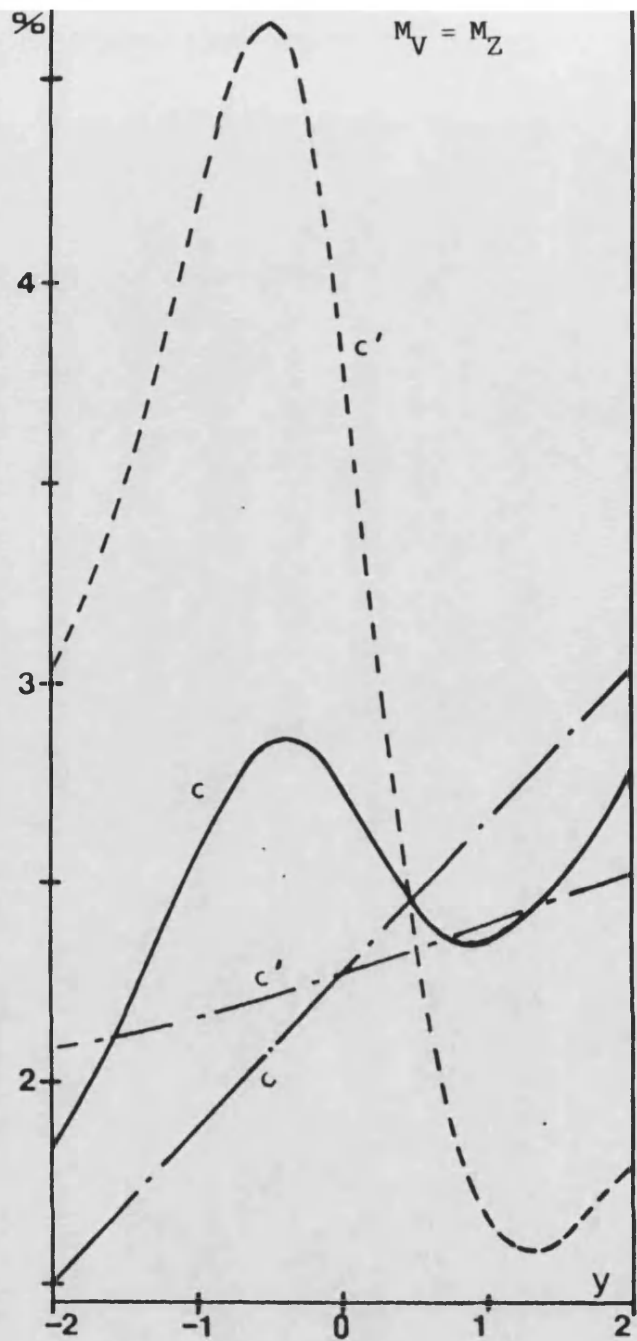
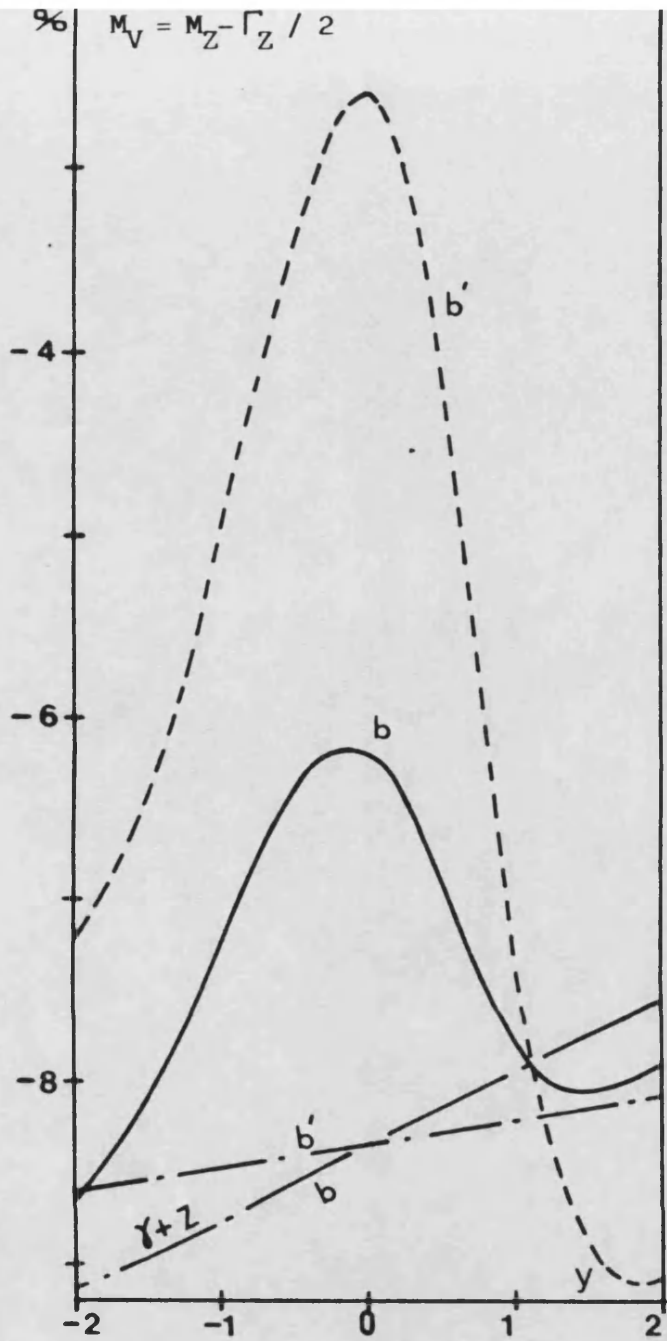


FIG. IV.4 (Asimetría)

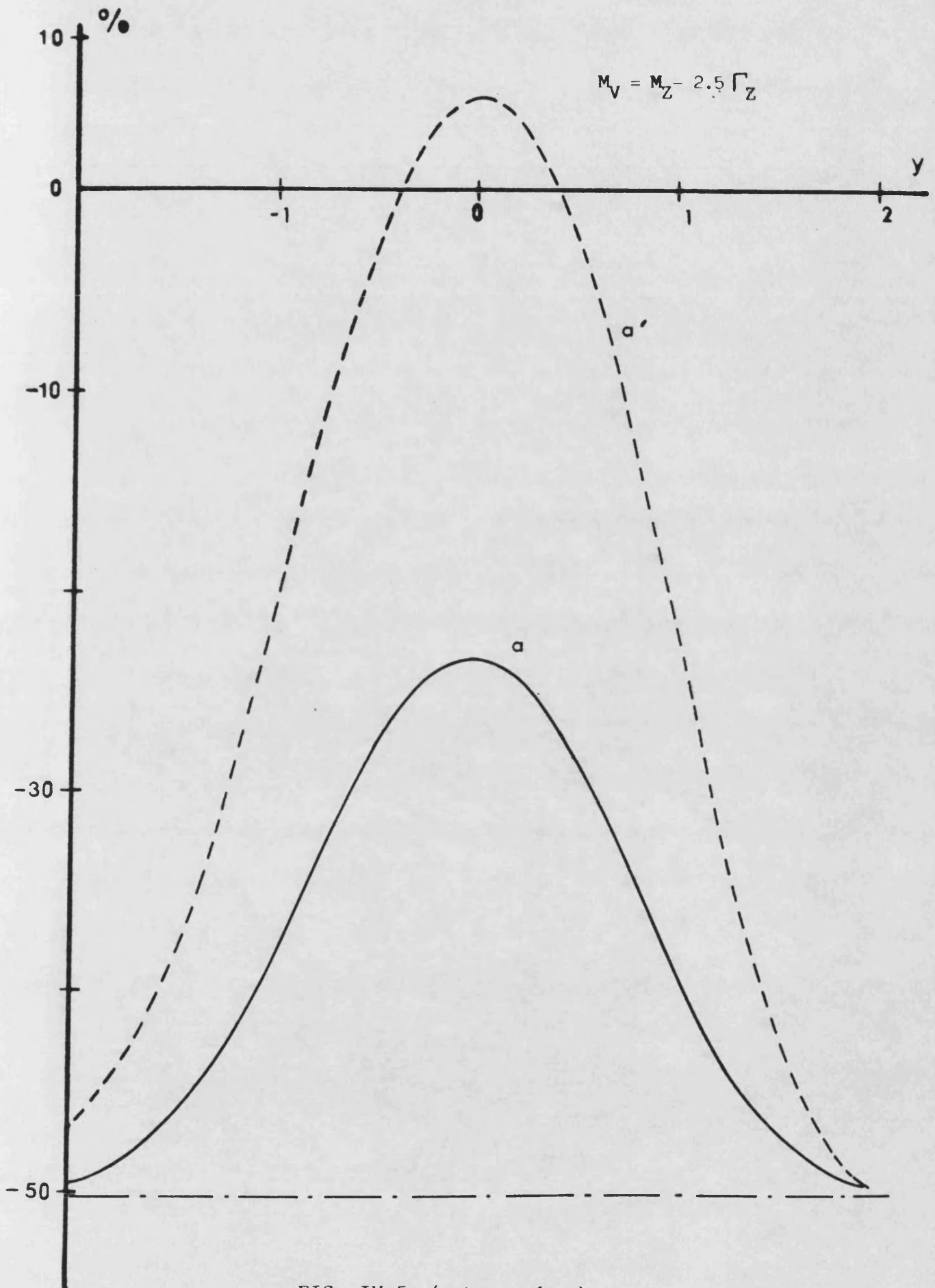
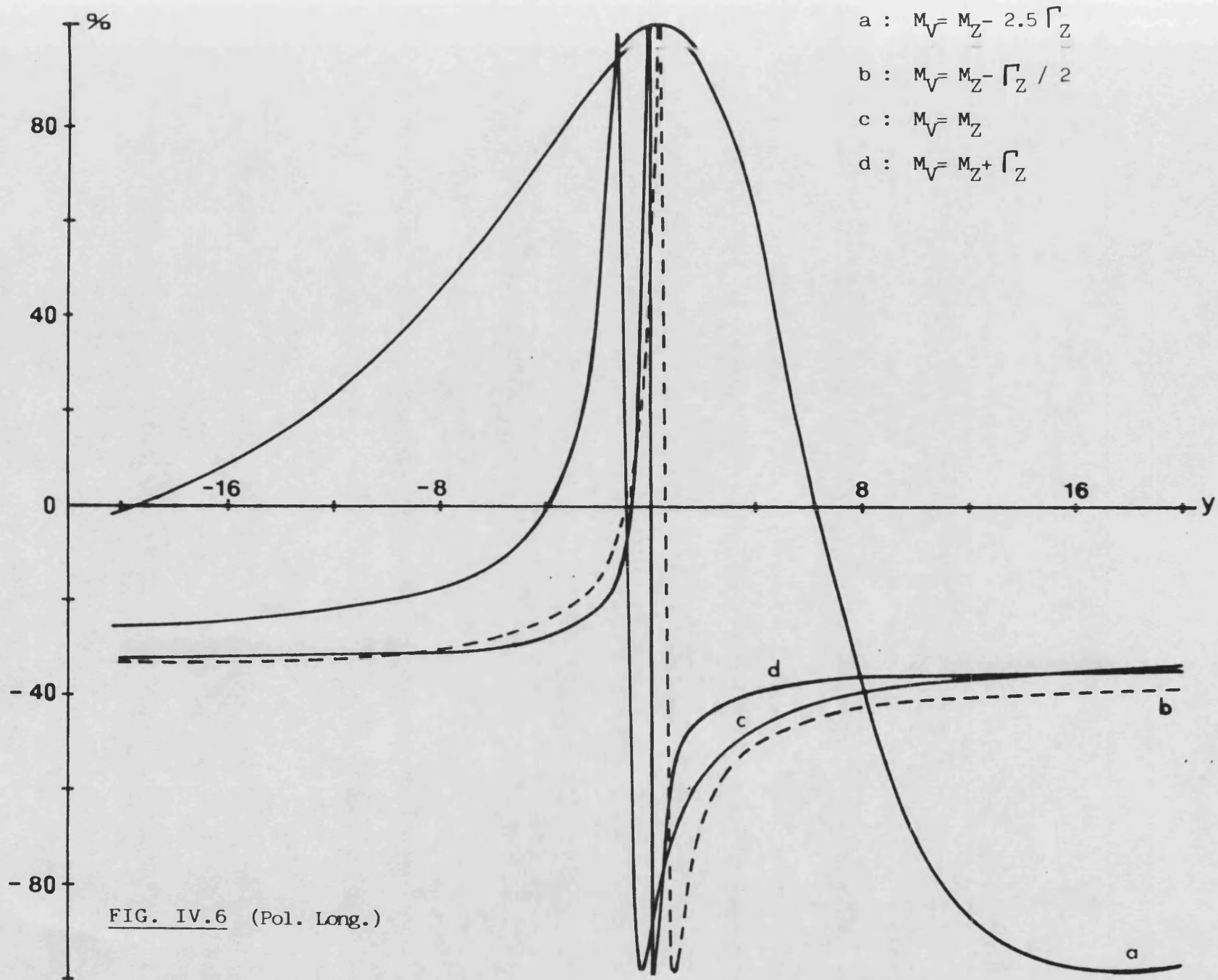


FIG. IV.5 (Asimetría)



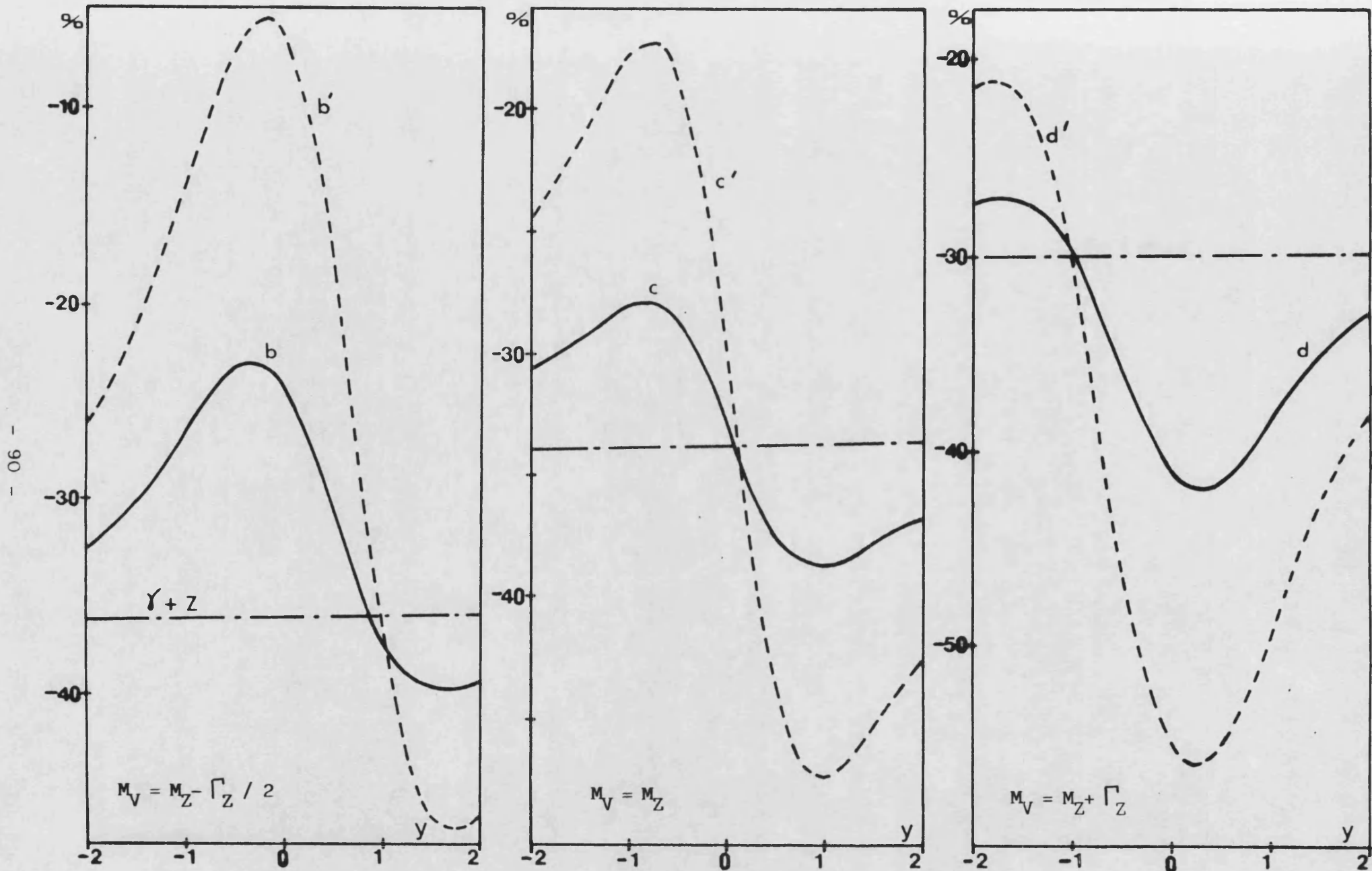


FIG. IV.7 (Pol. Long.)

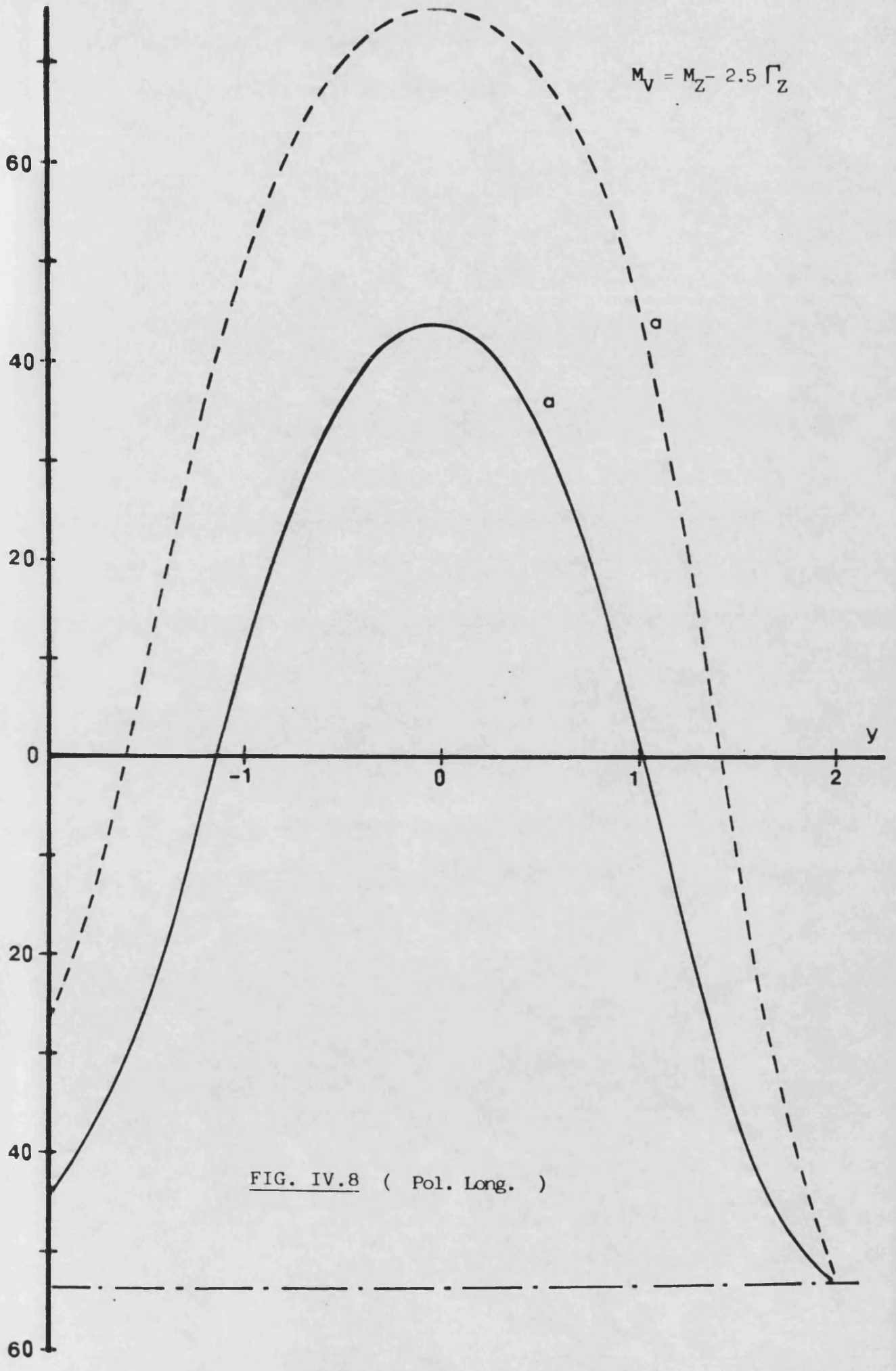


FIG. IV.8 (Pol. Long.)

V FOTOPRODUCCIÓN DE PARES

V.1 INTRODUCCIÓN

Dentro del marco de los fenómenos de interferencia entre las corrientes débil y electromagnética, en este Capítulo y siguientes, estudiaremos el proceso de producción de pares l^+l^- , en el campo coulombiano de un núcleo, a partir de fotones circularmente polarizados, con detección de energía y ángulo de emisión del leptón final l^+ . En particular nos interesaremos por el valor del observable (de violación de paridad) Asimetría en la doble distribución, angular y energética:

$$A_{\equiv} (E_{\pm}, \theta_{\pm}) \equiv \frac{\left[\frac{d^2\sigma(\lambda_T = +1)}{d(\cos\theta_2) dE_2} - \frac{d^2\sigma(\lambda_T = -1)}{d(\cos\theta_2) dE_2} \right]}{\left[\frac{d^2\sigma(\lambda_T = -1)}{d(\cos\theta_2) dE_2} + \frac{d^2\sigma(\lambda_T = +1)}{d(\cos\theta_2) dE_2} \right]}$$

(V.1)

En la literatura [MO77][YK79][0080], el problema de la Asimetría en la producción de pares e^+e^- , por fotones polarizados, se aborda bajo la perspectiva de un proceso de colisión profundamente inelástico, para energías del fotón incidente entre 20 y 200 GeV., con medida de energía y ángulo de salida de ambos leptones. Los resultados allí obtenidos predicen valores del orden de 10^{-4} , para ángulos de salida entre 5° y 15° hacia adelante y energías E_+ , E_- , que oscilan entre los 5 y 20 GeV. [YK79]. Desde el punto de vista hadrónico, la Asimetría, para este proceso, proporciona información sobre el acoplamiento débil de los quarks incoherentemente, de modo similar a la Asimetría para la colisión inelástica electrón-nucleón.

En este trabajo vamos a centrarnos en el proceso de producción de pares a energías intermedias (entre 0.1 y 1 GeV. para el fotón inicial), asociado con una interacción coherente desde el punto de vista hadrónico. El objetivo es proporcionar una medida alternativa de la carga débil (Q_w), asociada con un sistema de quarks, en el que todos ellos contribuyen coherentemente. Como vimos en I.5, la información experimental que se tiene hasta ahora sobre esta carga débil proviene de física atómica.

V.2 CALCULO DEL CUADRADO DE LA AMPLITUD.

ASIMETRÍA DE POLARIZACIÓN

El proceso de producción de pares, a partir de fotones circularmente polarizados, en un campo coulombiano

$$\gamma + Ze \rightarrow l^+ l^- Ze$$

se perfila, como vemos más adelante, como un excelente candidato para el estudio de efectos de violación de paridad inducidos por la interferencia débil-electromagnética, ausentes en la producción puramente electromagnética Bethe-Heitler [BH34][BD58].

En el orden más bajo de teoría de perturbaciones consideraremos los cuatro diagramas de la Figura (V.1)

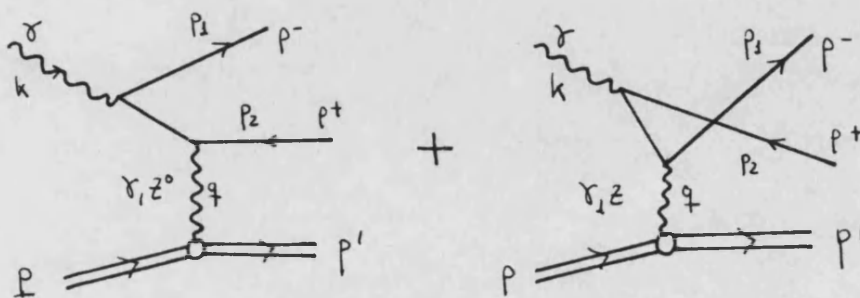


Fig. V.1

Los diagramas tipo Compton darán una contribución menor que los anteriores [MO77][BL66], debido a los efectos del propagador hadrónico frente al letónico, y por ello no los consideraremos en nuestros cálculos.

A partir del lagrangiano de C.N. (I.42), más el sector e..m.:

$$L(x) = e \mathcal{O}_e \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x) A_\mu(x) + g \bar{\psi}(x) \gamma^\mu (\mathcal{V} + a \gamma_5) \psi(x) Z_\mu(x) \\ + e \int_{em}^\mu(x) A_\mu(x) + g \int_w^\mu(x) Z_\mu(x) \quad (V.1a)$$

y utilizando las reglas de Feynman, para el cálculo de los diagramas anteriores, obtenemos las diferentes amplitudes:

$$\Gamma_1 = e^2 \mathcal{O}_p^2 \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \frac{\not{p}_1 - \not{k} + m}{(p_1 - k)^2 - m^2} \gamma^\nu \mathcal{V}(p_2) \frac{-g_{\mu\nu}}{q^2} J^\sigma \epsilon_\mu \\ \Gamma_2 = e^2 \mathcal{O}_p^2 \bar{u}(p_1) \gamma^\mu \frac{\not{k} - \not{p}_2 + m}{(k - p_2)^2 - m^2} \gamma^\nu \mathcal{V}(p_2) \frac{-g_{\mu\nu}}{q^2} J^\sigma \epsilon_\nu \\ \Gamma_3 = e \mathcal{O}_p g^2 \bar{u}(p_1) \gamma^\mu \frac{(\not{p}_1 - \not{k}) + m}{(p_1 - k)^2 - m^2} \gamma^\nu (\mathcal{V} + a \gamma_5) \mathcal{V}(p_2) \frac{-(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M_Z^2)}{q^2 - M_Z^2} \times \\ \times J_w^\sigma \epsilon_\mu \quad (V.2)$$

$$T_4 = e Q_p q^2 \bar{u}(p_1) \gamma^\mu (\sigma + a \tau_3) \frac{(k - p_2) + m}{(k - p_2)^2 - m^2} \gamma^\nu \psi(p_2) \frac{-(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M_Z^2)}{q^2 - M_Z^2} \times$$

$$\times J_W^\sigma \epsilon_\nu \quad (V.2a)$$

Siendo J_σ la corriente e.m. hadrónica, que para el caso coherente de núcleos de spin cero se puede escribir en función del factor de forma nuclear como:

$$J_\sigma = Z e F(q^2) (p + p')_\sigma \quad (V.3)$$

La corriente vectorial débil hadrónica J_σ^ω , es la única que contribuye en nuestro caso, y está relacionada con la anterior a través de la carga débil Q_w , en la forma:

$$J_\sigma^\omega = Q_w / (Z e a) J_\sigma \quad (V.4)$$

con Q_w definida en (I.23) a partir de los acoplamientos $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\gamma}$, vector-isovector y vector-isoscalar, respectivamente, de violación de paridad en el lagrangiano efectivo (I.2). En términos de los acoplamientos de quarks se tiene:

$$Q_w = 3 \tilde{\gamma} A + (2Z - A) \tilde{\alpha}$$

y en el modelo standard (I.42), Q_w se escribe:

$$Q_w = \frac{a}{2} \left[3A (\sigma_u + \sigma_d) + (2Z - A) (\sigma_u - \sigma_d) \right] = 4Z \left[\text{seu}^2 \theta_w + \frac{N - Z}{4Z} \right] \quad (V.5)$$

Por comodidad en el cálculo nos interesa reagrupar las diferentes amplitudes en dos términos: $T_1 + T_2 \equiv T_w, \dots$,

puramente electromagnético, y $T_3 + T_4 \equiv T_w$, debido al intercambio de Z^0 . De esta forma:

$$T_{w.m.} = -e^2 \varphi_f^2 \bar{u}(p_1) [\Gamma^{\mu\nu} + m \gamma^{\mu\nu}] v(p_2) \frac{1}{q^2} J_\nu \epsilon_\mu \quad (V.6)$$

$$T_w = -e \varphi_f q^2 \bar{u}(p_1) \left[\Gamma^{\mu\nu} (\sigma + a \tau_5) + m \sigma \gamma_s^{\mu\nu} + m a \gamma_A^{\mu\nu} \tau_6 \right] v(p_2) \times \\ \times \frac{1}{q^2 - M_Z^2} J_\nu^W \epsilon_\mu$$

donde

$$\Gamma^{\mu\nu} \equiv \gamma^\mu \frac{\not{p}_1 - \not{K}}{-2(k p_1)} \gamma^\nu - \gamma^\nu \frac{\not{p}_2 - \not{K}}{-2(k p_2)} \gamma^\mu \\ \gamma_s^{\mu\nu} \equiv \frac{\gamma^\mu \gamma^\nu}{-2(k p_1)} + \frac{\gamma^\nu \gamma^\mu}{-2(k p_2)} \\ \gamma_A^{\mu\nu} \equiv \frac{\gamma^\mu \gamma^\nu}{-2(k p_1)} - \frac{\gamma^\nu \gamma^\mu}{-2(k p_2)} \quad (V.7)$$

y el factor $q^\nu q^\sigma / M_Z^2$ del propagador del Z^0 , en (V.2), se elimina por conservación en la corriente vectorial J_σ .

El cuadrado del módulo de la amplitud estará constituido por tres términos: $|T_{w.m.}|^2$, dominante a energías tales que $q^2 \ll M_Z^2$, en el cálculo de la sección eficaz $d\sigma(+)$ + $d\sigma(-)$; $2 \operatorname{Re}(T_{w.m.} T_w)$, que incluye términos que violan paridad responsables de que el observable $A = [d\sigma(+)-d\sigma(-)]/[d\sigma(+)+d\sigma(-)]$ sea diferente de cero; y $|T_w|^2$, cuya contribución tanto al numerador de la asimetría - con términos $V \times A$ - como al denominador - términos $V \times V$,

AxA - queda oculta, a energías $q^2 \ll M_Z^2$, por las contribuciones de interferencia y puramente e.m., respectivamente.

Sumando sobre polarizaciones que no medimos, de los leptones salientes, el elemento de matriz de transición $\Sigma |T|^2$ se puede expresar:

$$\Sigma |T|^2 = \Sigma |T_{e.m}|^2 + 2 \operatorname{Re} \Sigma (T_{e.m}^* T_W) + \Sigma |T_W|^2$$

$$\Sigma |T_{e.m.}|^2 = e^4 \varphi_p^4 \frac{1}{q^4} \left[L_1^{\mu\nu\sigma\rho} + m(L_2^{\mu\nu\sigma\rho} + L_2^{\rho\sigma\nu\mu}) + m^2 L_3^{\mu\nu\sigma\rho} \right] W_{\nu\sigma} \epsilon_\mu \epsilon_\rho^* \quad (V.8)$$

$$2 \operatorname{Re} \Sigma (T_{e.m.}^* T_W) = e^3 \varphi_p^3 g^2 \frac{1}{q^2(q^2 - M_Z^2)} W_{\nu\sigma}^I \epsilon_\mu \epsilon_\rho^* \cdot \left\{ 2\sigma \left[L_1^{\mu\nu\sigma\rho} + m(L_2^{\mu\nu\sigma\rho} + L_2^{\rho\sigma\nu\mu}) + m^2 L_3^{\mu\nu\sigma\rho} \right] + \alpha \left[L_1^{\xi\mu\nu\sigma\rho} + m \left(L_{2,S}^{\xi\mu\nu\sigma\rho} - L_{2,S}^{\xi\rho\sigma\nu\mu} + L_{2,\alpha}^{\xi\mu\nu\sigma\rho} - L_{2,\alpha}^{\xi\rho\sigma\nu\mu} \right) + m^2 \left(L_3^{\xi\mu\nu\sigma\rho} - L_3^{\xi\rho\sigma\nu\mu} \right) \right] \right\} \quad (V.9)$$

$$\Sigma |T_W|^2 = e^2 \varphi_p^2 g^4 \frac{1}{(q^2 - M_Z^2)^2} W_{\nu\sigma}^W \epsilon_\mu \epsilon_\rho^* \cdot \left\{ \sigma^2 \left[L_1^{\mu\nu\sigma\rho} + m(L_2^{\mu\nu\sigma\rho} + L_2^{\rho\sigma\nu\mu}) + m^2 L_3^{\mu\nu\sigma\rho} \right] + \alpha^2 \left[L_1^{\xi\mu\nu\sigma\rho} + m \left(L_2^{\xi\mu\nu\sigma\rho} + L_2^{\xi\rho\sigma\nu\mu} \right) - m^2 L_3^{\xi\mu\nu\sigma\rho} \right] + \alpha\sigma \left[L_1^{\xi\mu\nu\sigma\rho} + m \left(L_{2,S}^{\xi\mu\nu\sigma\rho} - L_{2,S}^{\xi\rho\sigma\nu\mu} + L_{2,\alpha}^{\xi\mu\nu\sigma\rho} - L_{2,\alpha}^{\xi\rho\sigma\nu\mu} \right) + m^2 \left(L_3^{\xi\mu\nu\sigma\rho} - L_3^{\xi\rho\sigma\nu\mu} \right) \right] \right\} \quad (V.10)$$

siendo los diferentes tensores leptónicos

$$L_{1, \mu \nu \rho} \equiv \text{Tr} [\bar{u}(p_1) \Gamma^{\mu\nu} \psi(p_2) \bar{\psi}(p_2) \Gamma^{\sigma\rho} u(p_1)]$$

$$L_{2, \mu \nu \rho} \equiv \text{Tr} [\bar{u}(p_1) \Gamma^{\mu\nu} \psi(p_2) \bar{\psi}(p_2) \gamma_5^{\sigma\rho} u(p_1)]$$

$$L_{3, \mu \nu \rho} \equiv \text{Tr} [\bar{u}(p_1) \gamma_5^{\mu\nu} \psi(p_2) \bar{\psi}(p_2) \gamma_5^{\sigma\rho} u(p_1)]$$

$$L_{1, \mu \nu \rho}^5 \equiv \text{Tr} [\bar{u}(p_1) (\Gamma^{\mu\nu} \gamma_5 \psi(p_2) \bar{\psi}(p_2) \Gamma^{\sigma\rho} + \\ + \Gamma^{\mu\nu} \psi(p_2) \bar{\psi}(p_2) \Gamma^{\sigma\rho} \gamma_5) u(p_1)]$$

(V. 11)

$$L_{2, \mu \nu \rho}^5 \equiv \text{Tr} [\bar{u}(p_1) \Gamma^{\mu\nu} \gamma_5 \psi(p_2) \bar{\psi}(p_2) \gamma_5^{\sigma\rho} u(p_1)]$$

$$L_{2, \alpha \mu \nu \rho}^5 \equiv \text{Tr} [\bar{u}(p_1) \gamma_A^{\mu\nu} \gamma_5 \psi(p_2) \bar{\psi}(p_2) \Gamma^{\sigma\rho} u(p_1)]$$

$$L_{3, \mu \nu \rho}^5 \equiv \text{Tr} [\bar{u}(p_1) \gamma_A^{\mu\nu} \gamma_5 \psi(p_2) \bar{\psi}(p_2) \gamma_5^{\sigma\rho} u(p_1)]$$

$$LL_{1, \mu \nu \rho} \equiv \text{Tr} [\bar{u}(p_1) \Gamma^{\mu\nu} \gamma_5 \psi(p_2) \bar{\psi}(p_2) \Gamma^{\sigma\rho} \gamma_5 u(p_1)]$$

$$LL_{2, \mu \nu \rho} \equiv \text{Tr} [\bar{u}(p_1) \gamma_A^{\mu\nu} \gamma_5 \psi(p_2) \bar{\psi}(p_2) \Gamma^{\sigma\rho} \gamma_5 u(p_1)]$$

$$LL_{3, \mu \nu \rho} \equiv \text{Tr} [\bar{u}(p_1) \gamma_A^{\mu\nu} \gamma_5 \psi(p_2) \bar{\psi}(p_2) \gamma_A^{\sigma\rho} \gamma_5 u(p_1)]$$

que con la notación:

$$L^{\mu\nu\sigma\rho} \equiv L_1^{\mu\nu\sigma\rho} + m(L_2^{\mu\nu\rho\sigma} + L_2^{\rho\sigma\mu\nu}) + m^2 L_3^{\mu\nu\sigma\rho}$$

$$L_5^{\mu\nu\sigma\rho} \equiv L_1^5 + m(L_{2,S}^{\mu\nu\sigma\rho} - L_{2,S}^{\rho\sigma\mu\nu} + L_{2,A}^{\mu\nu\sigma\rho} - L_{2,A}^{\rho\sigma\mu\nu}) + m^2(L_3^{\mu\nu\sigma\rho} - L_3^{\rho\sigma\mu\nu})$$

$$LL_5^{\mu\nu\sigma\rho} \equiv LL_1^{\mu\nu\sigma\rho} + m(LL_2^{\mu\nu\rho\sigma} + LL_2^{\rho\sigma\mu\nu}) - m^2 LL_3^{\mu\nu\sigma\rho} \quad (V.12)$$

satisfacen las siguientes ecuaciones de conservación y de simetría:

$$L^{\mu\nu\sigma\rho} k_\mu = L^{\mu\nu\sigma\rho} k_\rho = L^{\mu\nu\sigma\rho} q_\nu = L^{\mu\nu\sigma\rho} q_\sigma = 0$$

$$L_5^{\mu\nu\sigma\rho} k_\mu = L_5^{\mu\nu\sigma\rho} k_\rho = 0$$

$$LL_5^{\mu\nu\sigma\rho} k_\mu = LL_5^{\mu\nu\sigma\rho} k_\rho = 0 \quad (V.13)$$

$$L^{\mu\nu\sigma\rho}(p_1, p_2) = L^{\mu\nu\sigma\rho}(p_2, p_1) = L^{\rho\sigma\mu\nu}(p_1, p_2)$$

$$L_5^{\mu\nu\sigma\rho}(p_1, p_2) = -L_5^{\mu\nu\sigma\rho}(p_2, p_1) = -L_5^{\rho\sigma\mu\nu}(p_1, p_2)$$

Fijémonos que las piezas puramente vectoriales (en la notación L) del tensor leptónico son idénticas para la contribución mediada por el Z^0 y para la que aparece a

través del γ . En consecuencia, estas piezas satisfacen conservación de la corriente, y la invariancia de gauge tanto con relación a K_μ del fotón incidente como con relación a q_ν del bosón mediador. La pieza puramente axial y la de interferencia axial-vector (LL y L^S, respectivamente), en la contribución mediada por Z^0 , sólo satisfacen la relación de conservación con relación a K_μ del fotón incidente.

Por otra parte, los tensores hadrónicos, según (V.3) y (V.4), serán:

$$\begin{aligned}
 W_{\nu\sigma} &\equiv J_\nu J_\sigma^* = |F(q^2)|^2 z^2 e^2 (p+p')_\nu (p+p')_\sigma \\
 W_{\nu\sigma}^I &\equiv J_\nu^W J_\sigma^* = z e (\varrho_W/a) |F(q^2)|^2 (p+p')_\nu (p+p')_\sigma \\
 W_{\nu\sigma}^{WW} &\equiv J_\nu^W J_\sigma^{W*} = (\varrho_W/a)^2 |F(q^2)|^2 (p+p')_\nu (p+p')_\sigma
 \end{aligned}
 \tag{V.14}$$

No todos estos términos van a ser necesarios para nuestros cálculos, ya que al considerar las polarizaciones del fotón - sumando sobre helicidades, en el denominador, y restando sobre ellas en el numerador - bastará con que consideremos las partes simétricas y antisimétricas, en los diferentes índices, como veremos a continuación. Por otra parte en nuestro rango de energías se verifica $q^2 \ll M_Z^2$, de forma que las contribuciones que provienen del término débil $|T_W|^2$ están reducidas por un factor relativo (q^2/M_Z^2) , para el numerador, y $(q^2/M_Z^2)^2$ para el denominador del observable, siendo admisible despreciar todas ellas sin error apreciable.

Para tratar la polarización circular del fotón conviene observar que, escogiendo la dirección del vector K a lo largo del eje Z , se verifica la relación [OL68]:

$$\epsilon_\rho^* \epsilon_\mu = -\frac{1}{2} g_{\rho\mu} - \frac{i}{2} \xi \epsilon_{\rho\mu 3} \quad (V.15)$$

siendo $\xi = +1(-1)$, para helicidad positiva (negativa) del fotón. De la misma forma y utilizando que, en el sistema laboratorio el tetramomento del núcleo se expresa como $P = (M, \vec{0})$, la fórmula anterior se puede escribir en la forma:

$$\epsilon_\rho^* \epsilon_\mu = -\frac{1}{2} g_{\rho\mu} - \frac{i}{2} \xi \epsilon_{\rho\mu\kappa\beta} p^\kappa k^\beta \frac{1}{(kp)} \quad (V.16)$$

($\epsilon^{0123} = +1$)

El tensor hadrónico $W_{\nu\sigma}$ y $W_{\nu\sigma}^I$ es simétrico en sus dos índices por lo que solamente sobrevive la parte de los tensores leptónicos L y L_S simétrica bajo el intercambio $\nu \leftrightarrow \sigma$. En consecuencia, las dos últimas ecuaciones de (V.13), muestran que esta pieza de L es simétrica bajo el intercambio $\mu \leftrightarrow \rho$, mientras que esta pieza de L_S es antisimétrica bajo $\mu \leftrightarrow \rho$. A la vista de (V.16), para el vector de polarización del fotón incidente, se tiene que L contribuye al denominador del observable mientras que L_S contribuye al numerador del mismo. Así pues:

$$D \equiv d\sigma(+)+d\sigma(-) = \frac{-1}{2(s-M^2)} d\Omega e^4 \mathcal{D}_p^4 \frac{1}{q^4} L^{\nu\sigma} W_{\nu\sigma} \quad (V.17)$$

$$N \equiv d\sigma(+)-d\sigma(-) = \frac{-1}{2(s-M^2)} d\Omega e^3 \mathcal{D}_p^3 g^2 \frac{1}{q^2(q^2-M_z^2)} a L_S^{\nu\sigma} W_{\nu\sigma}^I$$

donde M es la masa del núcleo y dQ es el elemento de espacio fásico:

$$dQ = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{d^3 p_2}{2E_2} \left(\frac{d^3 p_1}{2E_1} \frac{d^3 p_1'}{2E_1'} \int^{(4)} [(\rho+k) - (p_1+p_2+p_1')] \right) \quad (V.18)$$

Los tensores leptónicos $L^{\nu\sigma}$ y $L_5^{\nu\sigma}$ vienen definidos por las contracciones:

$$L^{\nu\sigma} = L^{\mu\nu\sigma\rho} g_{\mu\rho}$$

$$L_5^{\nu\sigma} = L_5^{\mu\nu\sigma\rho} i \varepsilon_{\rho\mu\alpha\beta} p^\alpha k^\beta \frac{1}{(kp)}$$

(V.19)

y mantendremos, según se ha discutido, sus partes simétrica bajo el intercambio $\nu \leftrightarrow \sigma$.

Las relaciones (V.13) y un laborioso cálculo de trazas permiten obtener las fórmulas explícitas de los tensores arriba definidos. Así para $L^{\nu\sigma}$:

$$L^{\nu\sigma} = [D_1 q^{\nu\sigma} + D_2 (p_1^\sigma k^\nu + p_1^\nu k^\sigma) + D_3 (p_1^\nu p_1^\sigma) + D_4 k^\nu k^\sigma + D_5 (p_1^\nu p_2^\sigma)] + [p_1 \leftrightarrow p_2]$$

$$D_1 = \frac{-2}{(k_{p_1})(k_{p_2})} \left\{ \frac{1}{2} (q^2)^2 + [(k_{p_1})^2 + (k_{p_2})^2] + q^2 [(k_{p_1}) + (k_{p_2})] \times \right. \\ \left. \times \left[1 - \frac{m^2}{2(k_{p_1})(k_{p_2})} (k_{p_1} + k_{p_2}) \right] \right\}$$

(V.20)

$$D_2 = \frac{-2}{(k_{p_1})(k_{p_2})} [2(k_{p_2}) + q^2] + \frac{4m^2}{(k_{p_2})} \left[\frac{1}{(k_{p_1})} + \frac{1}{(k_{p_2})} \right]$$

$$D_3 = \frac{8}{(k_{p_1})}$$

$$D_4 = \frac{-4m^2}{(k_{p_1})(k_{p_2})}$$

(V.20a)

$$D_5 = \frac{4}{(k_{p_1})(k_{p_2})} [q^2 + (k_{p_1}) + (k_{p_2})] - \frac{4m^2}{(k_{p_1})^2 (k_{p_2})^2} [(k_{p_1}) + (k_{p_2})]^2$$

que coinciden con la referencia [DW64], cuando la ecuación de conservación para el tensor hadrónico, $q^\nu W_{\nu\sigma} = q^\sigma W_{\nu\sigma} = 0$, es explícitamente utilizada, y con [MO77][0080] en el límite $m=0$.

Análogamente, para $L_{\Sigma\nu\sigma}$:

$$L_{\Sigma\nu\sigma} = \left\{ N_1 q^{\nu\sigma} + N_2 (p_1^\sigma k^\nu + p_1^\nu k^\sigma) + N_3 p_1^\sigma p_2^\nu + N_4 p_1^\nu p_1^\sigma \right\} \\ - \left\{ p_1 \longleftrightarrow p_2 \right\}$$

$$N_1 = \frac{4}{(k_{p_1})(k_{p_2})} \left\{ (k_{p_2})^2 - (k_{p_1})^2 + (k_{p_2} - k_{p_1}) q^2 \right\} - 4m^2 \left\{ \frac{1}{(k_{p_1})} - \frac{1}{(k_{p_2})} \right. \\ \left. + \frac{(k_{p_2})}{(k_{p_1})^2} - \frac{(k_{p_1})}{(k_{p_2})^2} \right\}$$

$$N_2 = \frac{8}{(k_{p_1})(k_{p_2})} \left\{ (k_{p_2}) + \frac{1}{2} q^2 - m^2 \left[1 + \frac{(k_{p_1})}{(k_{p_2})} \right] \right\}$$

(V.21)

$$N_3 = \frac{8}{(k p_1)(k p_2)} [(k p_1) - k p_2] ; N_4 = \frac{-16}{(k p_3)} \quad (V.21a)$$

Tal como se señaló en (V.13), en general para el tensor leptónico $L_5^{\mu\nu\rho}(p_1, p_2)$, el resultado obtenido para $L_5^{\nu\rho}$ es antisimétrico bajo el intercambio de los momentos de electrón y positrón $p_1 \leftrightarrow p_2$. En consecuencia el numerador del observable Asimetría de polarización se anula si integramos en todo el espacio fásico de las dos partículas e^+e^- . La Asimetría propuesta en este trabajo necesita, por lo menos la detección de una de las partículas finales. El lector de este Capítulo puede aislar el origen de este resultado en que tan sólo se ha mantenido la pieza vectorial coherente de la interacción con la materia hadrónica.

El tensor $L^{\nu\rho}$ satisface la invariancia gauge requerida bajo q_ν , mientras $L_5^{\nu\rho}$ no la posee.

La contracción de los tensores leptónicos, (V.20) y (V.21), con los hadrónicos, (V.14), en función de los invariantes independientes

$$\begin{aligned} x_1 &= (k p_1) & x_2 &= (k p_2) & x_3 &= (k p) / M \\ x_4 &= (p p_1) / M & x_5 &= (p p_2) / M & x_6 &= -q^2 \end{aligned} \quad (V.22)$$

conduce al siguiente resultado:

$$\begin{aligned} L^{\nu\rho} W_{\nu\rho} &= -16 M^2 \left\{ x_1 \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} [x_6 - x_2 + \frac{x_6}{x_2} (-\frac{1}{2} x_6 + x_5 x_3 + x_4 x_3 \right. \\ &\quad \left. - 2x_4 x_5) + \frac{2m^2}{x_2} (-\frac{1}{2} x_6 - 2x_4 x_5) \right] - \frac{2m^2}{x_1^2} [-\frac{1}{4} x_6 + x_5 x_3 - x_4 x_5] \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} x_6 - \frac{2m^2}{x_2^2} (-\frac{1}{2} x_6 + x_4 x_3 - x_4 x_5) \right\} |F(q')|^2 z^2 e^2 \end{aligned} \quad (V.23)$$

$$\begin{aligned}
L_{\text{int}} \approx W_{\text{int}} = & -32M^2 \left\{ X_1 \frac{1}{X_2} \left(1 - m^2 \frac{1}{X_2} \right) + \frac{1}{X_1} \left[-X_2 + X_6 \right. \right. \\
& + \frac{X_6 X_3}{X_2} (X_4 - X_5) + m^2 \left[1 + \frac{2}{X_2} X_3 (X_4 - X_5) \right] + \\
& \left. \left. + \frac{m^2}{X_1^2} (X_2 - 2X_3 X_5) - \frac{1}{X_2} \left[X_6 + m^2 \left(1 - 2X_3 X_4 \frac{1}{X_2} \right) \right] \right\} \times \\
& \cdot Z e (\Phi w/a) |F(q^2)|^2
\end{aligned} \tag{V.24}$$

donde se han mantenido explícitamente los términos en m^2 y se han depreciado las de la forma X_6/M^2

V.3 ESPACIO FÁSICO

Utilizando el sistema de referencia laboratorio, donde:

$$K^\mu = (|K|, \vec{K}) ; P^\mu = (M, \vec{0}) \tag{V.25}$$

resolveremos la integral de espacio fásico (V.18), integrando, en primer lugar, el momento del leptón que no se detecta (p_1):

$$d\varphi = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{d^3 p_2}{2E_2} \int \frac{d^3 p_1}{2E_1} \frac{1}{2E_1} \delta [E + M - (E_1 + E_2 + E_1)] \tag{V.26}$$

En la aproximación estática, donde se desprecia la energía de retroceso del núcleo ($q^0 = -X_6/2M \ll |\vec{q}|$), se cumple

$E' = M$. Si además observamos que, en el sistema de referencia escogido, $\vec{q} = -\vec{p}'$, podemos escribir:

$$dQ = \frac{1}{(2\pi)^5 M} \frac{d^3 p_2}{8 E_2} \int \frac{1}{E_1} d^3 q \delta(E - E_1 - E_2) \quad (V.27)$$

La integración de \vec{q} la realizamos orientando los ejes como se indica en la Figura V.1, a \vec{K} y \vec{p}_2 fijado,

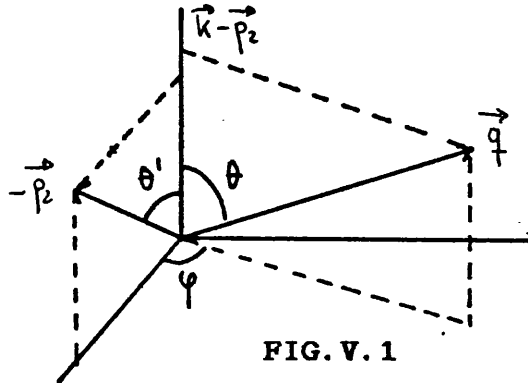


FIG. V.1

Así utilizando las propiedades de la delta de Dirac, resulta sencillo obtener:

$$dQ = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{1}{8 M} d^3 p_2 \int \frac{1}{2} d|\vec{q}| d\psi d(\cos\theta) \frac{\delta(\cos\theta - \cos\theta_0)}{E_2 \beta} \quad (V.28)$$

$$\beta = \sqrt{(E - E_2)^2 - m^2 + 2X_2}$$

$$\cos\theta_0 = - \left[2X_2 + |\vec{q}|^2 \right] \frac{1}{2|\vec{q}| \beta} \quad (V.29)$$

De las variables definidas en (V.22) la única que tiene dependencia en θ y ψ es la X_1 . Si se expresa θ' (Fig.V.1)

en función de magnitudes no angulares y se tiene en cuenta la delta de (V.28), es inmediato escribir X_1 en la forma:

$$X_1 = (kq) - X_2 = X_2 + \frac{1}{2} |\vec{q}|^2 + A \cos \varphi + B$$

$$A = -|\vec{q}| |\vec{p}_2| \left\{ (1 - \cos^2 \theta_0) \left[1 - \left(\frac{(E-E_2)E + m^2 - X_2}{2|\vec{q}| \beta} \right)^2 \right] \right\}^{1/2}$$

(V.30)

$$B = \left(X_2 + \frac{1}{2} |\vec{q}|^2 \right) \frac{(E-E_2)E + m^2 - X_2}{\beta^2}$$

Mediante técnicas de variable compleja es posible calcular, ahora, los siguientes integrales:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi X_1 = 2\pi \left(X_2 + B + \frac{1}{2} |\vec{q}|^2 \right) \equiv 2\pi a_1$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi 1/X_1 = 2\pi \left[\left(X_2 + \frac{1}{2} |\vec{q}|^2 + B \right)^2 - A^2 \right]^{-1/2} \equiv 2\pi a_2$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi 1/X_1^2 = 2\pi \left[X_2 + \frac{1}{2} |\vec{q}|^2 + B \right] a_2^3 \equiv 2\pi a_3$$

(V.31)

relevantes en nuestro cálculo, según vemos en (V.23) y (V.24).

Los extremos de la variable de integración $|\vec{q}|^2$ se obtienen fácilmente a partir de la condición $\cos \theta_0 > -1$:

$$\left(|\vec{q}|^2 \right)_{\min}^{\max} = \bar{X}_C = 2 \left\{ (E-E_2)^2 - m^2 + X_2 \pm \left[(E-E_2)^2 - m^2 \right]^{1/2} \beta \right\} \quad (V.32)$$

La integración de $d^3p_2 = |p_2| E_2 dE_2 d(\cos\theta_2) d\varphi_2$ la realizaremos en el sistema de coordenadas de la figura (V.2), girado respecto del utilizado para integrar $|\vec{q}|$ (Fig.V.1), en la misma referencia del núcleo en reposo.

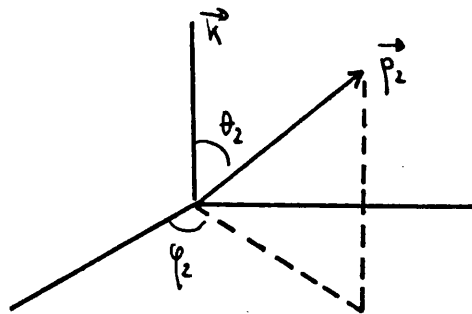


FIG V.2

Dado que toda la dependencia en ángulos (θ_2, φ_2) la lleva la variable X_2 , y ésta es independiente de φ_2 , resulta inmediato integrar el azimut φ_2 , y así reuniendo todo, obtenemos:

$$dQ = \frac{1}{(2\pi)^4} \frac{1}{4GM} \frac{1}{\beta} |\vec{p}_2| dE_2 d(\cos\theta_2) \int_{x_c}^{\bar{x}_c} dx_c \int_0^{2\pi} d\varphi$$

(V.33)

V.4 EXPRESIÓN DE LA ASIMETRÍA DE POLARIZACIÓN EN EL SISTEMA LABORATORIO

Llevando las fórmulas (V.23), (V.24) y (V.33) a (V.17) se llega a la siguiente expresión de la Asimetría angular del leptón l^+ :

$$A_{\parallel}(E_2, \theta_2) = \frac{N(E_2, \theta_2)}{D(E_2, \theta_2)}$$

El numerador se escribe como:

$$N(E_2, \theta_2) \equiv \frac{d^2 N}{dE_2 d(\cos\theta_2)} = \frac{\alpha}{\pi E} \frac{G}{2\sqrt{2}} \approx Q_W \frac{|\vec{p}_2|}{\beta} \int_{x_c}^{\bar{x}_c} dx_6 \frac{1}{x_6^2} |F(x_6)|^2 \cdot$$

$$\cdot \left\{ a_1 \frac{1}{x_2^2} [x_2 - m^2] + a_2 [-x_2 + x_6 + m^2 + \right.$$

$$+ \frac{E}{x_2} (E - 2E_2)(x_6 + 2m^2)] - \frac{1}{x_2} [x_6 + \frac{m^2}{x_2} (1 - 2E(E - E_2))] + m^2 a_3 (x_2 - 2EE_2) \left. \right\}$$

(V. 34)

Dado el rango de energías de nuestro trabajo, se verifica $q^2 \ll M_Z^2$, y por ello hemos sustituido $g^2 [-1/q^2 - M_Z^2]$ por la constante de acoplamiento efectiva de fermi: $G/2\sqrt{2}$, despreciando los efectos de la propagación del Z^0 . Por otra parte,

$$D(E_2, \theta_2) \equiv \frac{d^2 D}{dE_2 d(\cos\theta_2)} = 2\alpha^3 Z^2 \frac{1}{E\beta} |\vec{p}_2| \int_{x_c}^{\bar{x}_c} dx_6 \frac{1}{x_6^2} |F(x_6)|^2 \cdot$$

$$\cdot \left\{ a_1 \frac{1}{x_2} - a_2 [x_6 - x_2 + \frac{1}{x_2} [-\frac{1}{2} x_6 (x_6 + 2m^2) - \right.$$

$$- (E - E_2)E_2(x_6 + 4m^2) + E(E - E_2) + E_2] - \frac{1}{x_2} [x_6 + \frac{2m^2}{x_2} (-\frac{1}{4} x_6 + (E - E_2)^2)] - 2m^2 a_3 (-\frac{1}{4} x_6 + E_2^2) \left. \right\}$$

(V. 35)

manteniendo tan solo la contribución puramente electromagnética..

En las ecuaciones (V.34) y (V.35) se tiene:

$$X \equiv \cos \theta_2 ; p_2 \equiv |\vec{p}_2|$$

$$X_2 = E (E_2 - p_2 X)$$

$$a_1 = \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} X_2 E (E - p_2 X) + E (E_2 - p_2 X) p_2 (E X - p_2) \right] \quad (V.36)$$

$$a_2 = \frac{2\beta}{E} \left\{ \left[X_2 - 2 p_2 (p_2 - E_2 X) \right]^2 + 4 m^2 p_2^2 (1 - X^2) \right\}^{-1/2}$$

$$a_3 = \frac{E}{\beta} a_1 a_2^3$$

$$\beta = \left[(E - E_2)^2 - m^2 + 2 X_2 \right]^{1/2}$$

Resulta evidente que los términos en m^2 que aparecen en la expresión del observable, se han de mantener necesariamente para leptones pesados (μ) en el estado final *3 . Para el caso de electrones se requiere un análisis más cuidadoso, ya que, como veremos, alguno de los factores que acompañan a m^2 , puede tomar valores de orden $(1/m^2)$ en alguna región cinemática, originando contribuciones al integrar sobre X_2 no despreciables frente al resto de los términos.

*3 Sin embargo, para leptones pesados, sería probablemente mejor considerar una experiencia de medida de polarización longitudinal del leptón con fotones no polarizados.

Para ángulos de salida cercanos a la dirección hacia adelante ($X \approx 1$) las variables X_2 y X_6 se pueden escribir como:

$$X_2 \approx \left(\frac{E}{2E_2} \right) m^2$$

$$X_6 \approx \frac{E^2}{E_2^2 (E - E_2)^2} \frac{\omega^4}{4} \quad (V.37)$$

Así, los términos de la forma m^2 , m^2/X_2 y m^2/X_2^2 aparecen, ahora, competitivos frente a X_2 y X_6 . Esta región ($X \approx 1$) es importante en el cálculo de la sección eficaz (dominada, como mostramos en el Capítulo VII, por la dirección hacia adelante), pero resultará de escaso interés para nuestro observable.

Mención aparte merece el término $m^2 a_3$. Observemos que la expresión a_3 alcanza su máximo cuando X_6 toma el valor $\tilde{X}_6 = 2p_2 (p_2 - X E_2)$. A la vista de los extremos \bar{X}_6 y \underline{X}_6 (V.32), es inmediato verificar que $\bar{X}_6 \gg \tilde{X}_6 \gg \underline{X}_6$, para $|X|$ diferentes de la dirección de incidencia del fotón. En estas condiciones $a_3 \rightarrow (1/m^2)$, para la región de X_6 próxima a \tilde{X}_6 y, teniendo en cuenta que la integral sobre X_6 viene dominada por la región cinemática donde la transferencia de momento es cercana a su límite inferior \underline{X}_6 , la contribución de $m^2 a_3$ da un valor independiente de m al integrar sobre X_6 y, por tanto, es necesario mantenerla, incluso para e^+e^- .

VI. APROXIMACIÓN NÚCLEO PUNTUAL.

En el caso más general, la integral sobre X_e (transferencia de momento al núcleo), que aparece en la expresión de la Asimetría (V.35) y (V.36), no se podrá resolver, analíticamente, de forma sencilla, debido a que la presencia del factor de forma $|F(q^2)|^2$ complica extraordinariamente nuestros cálculos.

La aproximación en la que el núcleo se considera una partícula puntual ($|F(q^2)|^2 = 1$), nos permitirá obtener una expresión analítica del observable, en función de la energía y ángulo de salida de positrón, y de la energía del fotón incidente, que - por su sencillez, al haber eliminado la dependencia en la variable X_e - facilitará el análisis de los diferentes términos del observable.

Utilizando la parametrización [KE81]:

$$\gamma = E_2/E$$

$$\Delta = 1 - \cos \theta_2 \quad \text{(VI.1)}$$

es inmediato comprobar que, salvo términos de la forma (m/E) , la función β , definida en (V.36) se puede escribir como:

$$\beta = [(1-\gamma)^2 + 2\gamma\Delta]^{1/2} \quad \text{(VI.2)}$$

Los extremos de integración de la variable X_e son, ahora:

$$\overline{X_e} = 2E^2\gamma\Delta \frac{\beta_0 + (1-\gamma)}{\beta_0 - (1-\gamma)} \quad ; \quad \underline{X_e} = 2E^2\gamma\Delta \frac{\beta_0 - (1-\gamma)}{\beta_0 + (1+\gamma)} \quad \text{(VI.3)}$$

Destaquemos que la aproximación hecha en (VI.2) condiciona la región de validez, de los extremos \bar{X}_ϵ y \underline{X}_ϵ , a valores de θ_2 diferentes de la dirección hacia adelante, ($\Delta=0$), donde X_ϵ puede ser de orden de m^2 . En efecto, si en (VI.2) y (VI.3) hacemos $\Delta=0$, el límite inferior de integración \underline{X}_ϵ toma al valor 0 - por debajo del mínimo absoluto de $X_\epsilon (\approx 4m^4/E^2)$ - apareciendo divergencias en el cálculo del observable que sólo se pueden eliminar manteniendo contribuciones de los términos en masa del leptón final. La condición de validez de la aproximación, a direcciones diferentes de $\cos \theta_2 \approx 1$, no supone prácticamente ninguna restricción a nuestro observable Asimetría de polarización, ya que esta región viene dominada completamente por la interacción e.m.. Los efectos de violación de paridad debidos a la interferencia débil-e.m. se manifestarán, como veremos mas adelante, en regiones alejadas de la dirección hacia adelante.

A continuación se dan los valores de las integrales, sobre la variable X_ϵ , necesarias para el cálculo del observable:

$$I_1 = \int dx_\epsilon \left(\frac{1}{X_\epsilon} \right) \approx 2 \ln \left\{ \frac{[\beta_0 + (1-r)]}{[\beta_0 - (1-r)]} \right\} \equiv 2\alpha_1$$

$$I_2 = \int dx_\epsilon \left(\frac{1}{X_\epsilon^2} \right) \approx \beta_0 (1-r) / [E r \Delta]^2$$

$$I_3 = \int dx_\epsilon a_2 \approx (2\beta_0/E) 2 \ln \left[\frac{2E(1-r)}{m} \right] \equiv (2\beta_0/E) \alpha_2$$

(VI.4)

$$I_4 = \int dx_c (a_2/x_c) \simeq \left\{ \beta_0 / [E^3 \gamma^2 \Delta] \right\} 2 \ln [2E\gamma(1-\gamma)/m] \equiv \left\{ \beta_0 / [E^3 \gamma^2 \Delta] \right\} \alpha_3$$

$$I_5 = \int dx_c (a_2/x_c^2) \simeq \beta_0 / [E^5 \gamma^4 \Delta^2] \left\{ \frac{1-\gamma}{\Delta} [(1-\gamma)-\Delta] + \alpha_3 \right\}$$

$$m^2 I_6 = m^2 \int dx_c (a_2^3/x_c^2) \simeq \left\{ \beta_0 / [E^3 \gamma^2 \Delta] \right\}^3 \frac{1}{2-\Delta}$$

(VI.4a)

$$m^2 I_7 = m^2 \int dx_c (a_2^3/x_c) \simeq 2 \left(\beta_0 / E \right)^3 \left[1 / (E^2 \gamma^2 \Delta) \right]^2 \frac{1}{2-\Delta}$$

$$m^2 I_8 = m^2 \int dx_c a_2^3 \simeq 4 \left(\beta_0 / E \right)^3 \left\{ 1 / [E^2 \gamma^2 \Delta (2-\Delta)] \right\}^2$$

Los detalles del cálculo de estas integrales se pueden ver en el Apéndice B. Los dos primeros resultados se obtienen fácilmente a partir de la expresión, (VI.3), de los extremos de integración. La única condición necesaria, tanto para este caso como para los siguientes, es la exclusión de la dirección $\Delta=0$, donde (VI.3) no es válida. Las tres integrales siguientes (I_6 , I_7 , I_8), que tienen su origen en términos que incluyen factores de la forma $1/(Kp_1)$, conducen a valores que divergen logarítmicamente en el límite $m \rightarrow 0$. Su cálculo es algo más laborioso, ya que la presencia del factor a_2 (V.36) obliga a mantener términos en m^2 en los extremos de integración y durante todo el cálculo hasta obtener la contribución dominante, de orden m^2 . En las tres últimas integrales (I_6 , I_7 , I_8) únicamente hemos considerado aquellos términos independientes de m^2 , al aparecer un factor $1/m^2$ como resultado de la integración. Estos últimos

cálculos se pueden realizar utilizando las expresiones aproximadas (VI.2) y (VI.3), sin incluir correcciones de orden m^2 , ya que para las piezas que nos interesan no se producen cancelaciones entre los diferentes términos (una vez tomados los extremos de integración de la variable X_6), que hagan necesario mantener dichas contribuciones.

A la vista de las expresiones anteriores destaquemos la importancia de mantener el factor $m^2 a_3$, que proviene de términos de la forma $m^2 / (Kp_1)^2$, ya que da origen a una contribución independiente de m al realizar integración sobre X_6 . Los restantes términos, del tipo: m^2 / X_2 y m^2 / X_2^2 , contribuyen de forma apreciable tan sólo en direcciones próximas a la de incidencia del fotón ($\theta_2 \approx 0^\circ$, $\Delta \approx 0$), donde según lo comentado anteriormente, esta aproximación de núcleo puntual no es aplicable y por tanto, en lo que sigue, prescindiremos de ellos.

Llevando los resultados (VI.4) a la fórmula de la Asimetría (V.34), (V.35), y despreciando los términos en m^2 (salvo $m^2 a_3$) allí considerados - puesto que la expresión no será aplicable para $\Delta \approx 0$, ni para leptones pesados - se obtiene:

$$A_{S^0}(E_2, \theta_2) = \frac{N^0(E_2, \theta_2)}{D^0(E_2, \theta_2)}$$

$$N^0(E_2, \theta_2) \equiv [d^2\sigma(+)-d^2\sigma(-)] / (d\tau d\Delta) = \frac{2\alpha'^2 G}{\pi} \frac{G}{2\sqrt{2}} \rho_W N(\tau, \Delta)$$

$$N(\tau, \Delta) = (1-\tau) \left\{ \frac{-4}{\Delta} + \frac{1-2\tau+\tau\Delta}{(1-\tau)\Delta} \alpha_2 + \frac{1-\tau+\tau\Delta}{\Delta \beta_0^2} + \right. \\ \left. \frac{1-\Delta-\tau}{(1-\tau)\beta_0^2} \tau^2 \alpha_1 - \frac{\alpha_3}{2(1-\tau)} + 1 \right\} \quad (VI.5)$$

$$D^{\circ}(\mathbf{E}_z, \theta_z) \equiv [d^2\sigma(+)+d^2\sigma(-)]/(drdA) = \alpha^3 z^2 \frac{(1-r)}{E^2 \delta \Delta} .$$

$$\left\{ \frac{7\delta-2}{\delta \Delta} - \frac{1-\delta^2}{\beta_0^2 \Delta} + \frac{z(1-\delta)}{\delta} + \frac{1}{1-\delta} \left\{ \frac{\alpha_2}{\delta \Delta} [4r^2-4r+2 + \Delta(2r-1)] - 2\delta\alpha_2 + \frac{\gamma}{\beta_0} \left[\beta - \frac{1-\delta^2}{\beta_0^2} \right] \alpha_1 \right\} \right\}$$

(VI.6)

con

$$\alpha_1 = \ln \frac{\beta_0 + (1-\delta)}{\beta_0 - (1-\delta)} \quad ; \quad \alpha_2 = z \ln \frac{2E(1-r)}{m}$$

$$\alpha_3 = z \ln \frac{2E\gamma(1-r)}{m} \quad ; \quad \beta_0 = [(1-\delta)^2 + 2r\Delta]^{\gamma/2}$$

El resultado que presentamos difiere del obtenido en la referencia [KE81] en algunos términos del numerador. Un test de la expresión se puede obtener realizando la integración sobre las variables γ y Δ (excluyendo, en esta última, la región cercana a $\Delta=0$). El valor correspondiente a la expresión $\sigma(+)-\sigma(-)$, debe ser cero - según se discutió en el capítulo anterior - debido a la antisimetría del tensor $L_{\mu\nu}(p_1, p_2)$ (V.21), bajo el cambio $p_1 \leftrightarrow p_2$. El cálculo numérico de la integral $\iint d\gamma d\Delta N(\gamma, \Delta)$, para nuestro caso, llevó a un resultado compatible con cero (0.08).

VII. RESULTADOS.

Las fórmulas (V.34) y (V.35) muestran la expresión del observable Asimetría de polarización cuando, para una energía fijada del fotón incidente, se detecta la energía y ángulo de salida del positrón final. El valor de la integral sobre la transferencia del momento, X_e , dependerá del factor de forma $|F(X_e)|$ utilizado. Las experiencias de colisión electrón-Núcleo han sido la principal fuente de información para el conocimiento de la distribución de carga nuclear del ^{12}C . Los datos experimentales sobre el factor de forma elástico del carbono [SM70] pueden ajustarse por la fórmula [KA78]:

$$F(q^2) = (1 - bq^2) \text{Exp} (-q^2/2a^2)$$

donde

$$b = 1/6(1 - 2/Z)a_0^2 \quad (\text{VII.1})$$

$$a^{-2} = 1/2[a_0^2(1 - 1/A) + a_p^2]$$

con el parámetro de oscilador armónico, a_0 , igual a 2.72 fm. y $a_p = 0.659$ fm.. Su representación gráfica puede verse en la Fig. VII.1.

Observemos que el denominador de la Asimetría (V.35) (salvo un factor 1/2 que sería necesario añadir para tener el promediado sobre helicidades del fotón inicial) no es sino la distribución angular del espectro de positrones del proceso objeto de nuestro estudio. Utilizando el factor de forma nuclear (VII.1) e integrando numéricamente, tanto la variable X_e como la energía (E_{\pm}) de la partícula saliente (e^+), se obtiene la distribución angular de positrones representada en la Figura VII.2. Como ya adelantábamos en el

Capítulo V, la distribución está fuertemente picada en la dirección hacia adelante ($\cos \theta_2 \approx 1$), que corresponde a la región cinemática donde la transferencia de momento (X_5) al núcleo toma los valores más pequeños posibles (en particular para $E_2 \approx E/2$ y $X=1$, el extremo X_5 toma el valor mínimo absoluto $4m^4/E^2$). Esta zona es, por tanto, de suma importancia para la sección eficaz (dominada completamente por la interacción electromagnética), pero se revelará de muy escaso valor para mostrar efectos de violación de paridad, a través del observable Asimetría de polarización, ya que el aumento en las amplitudes mediadas por un fotón virtual, en esta región cinemática, provoca un considerable incremento del denominador de la Asimetría ($D[\theta_2, E_2]$, puramente electromagnético) frente al numerador ($N[\theta_2, E_2]$, interferencia), que conduce a una sensible disminución de la señal en el observable.

En la Fig. VII.3 presentamos los resultados obtenidos para la Asimetría de polarización, en la aproximación de núcleo puntual ($|F(q^2)| = 1$), para fotones incidentes de 500 MeV.. Las diferentes curvas corresponden a energías del positrón de 50 MeV. (1), 250 MeV. (2), 350 MeV. (3), y 450 MeV. (4). Los valores de la primera (1) se dan multiplicados por 10, para su presentación sin necesidad de cambiar la escala de la gráfica. El valor de la Asimetría crece (en valor absoluto) con la energía del positrón detectado y con su ángulo de salida, respecto a la dirección de incidencia del fotón. Ello se debe a que, en general, la disminución de la sección eficaz diferencial ($d\sigma/d\cos\theta_2 dE_2$) - a medida que aumenta la energía E_2 (para ángulo fijado) y a medida que disminuye el $\cos\theta_2$ (con energía E_2 fija) - es mayor que la que se produce en el numerador del observable (debido nuevamente a que este proviene de los términos de interferencia); de modo que el resultado neto es un aumento de la señal en la Asimetría. Fijémonos que el observable adquiere, para todas las energías del leptón final

representadas, un valor positivo para $\text{Cos}\theta_2 = -1$. Esta observación es fácilmente generalizable a cualquier energía sin más que comprobar que el numerador de la Asimetría (VI.5) es siempre positivo, para $\Delta=2$, si se verifica que $(1 - \gamma^2) < -2\text{Ln}\gamma$; condición automáticamente satisfecha para $0 < \gamma < 1$.

El comportamiento del observable cuando se tiene en cuenta la distribución de carga nuclear, a través del factor de forma, viene dado en las gráficas VII.4, VII.5 y VII.6. En la primera de ellas, para una energía del fotón incidente $E=0.1$ GeV., seleccionamos positrones con energías de 5 MeV. (1), 50 MeV. (2), 75 MeV. (3), y 95 MeV. (4). En la segunda, VII.5, para $E=0.5$ GeV. las energías del leptón final que presentamos son: 50 MeV. (1), 250 MeV. (2), 350 MeV. (3), 450 MeV. (4) y 495 MeV. (5). Por último, en la tercera, VII.6, para $E=1$ GeV. escogemos positrones de energías: 200 MeV. (1), 500 MeV. (2), 750 MeV. (3) y 950 MeV. (4).

Al igual que para el caso puntual, el valor absoluto de la Asimetría de polarización aumenta a medida que lo hace la relación $r = E_2/E$ (a E fija). Así, en la primera de las gráficas, (VII.4), pasamos de valores del orden de 0.2×10^{-7} , para $r = 0.005$, a 0.2×10^{-6} , para $r = 0.95$. De forma análoga, en las dos gráficas siguientes, este incremento de la Asimetría es asimismo notable, al aumentar su valor de 0.8×10^{-6} , para $r = 0.1$, en VII.5(1), y 1×10^{-6} , para $r = 0.2$, en VII.6(1), a magnitudes del orden de 0.6×10^{-4} , para $r = 0.99$, en VII.5(5), y 2×10^{-4} , para $r = 0.95$, en VII.6(4). La comparación, ahora, de los datos de las tres gráficas, muestra que la Asimetría no depende tan sólo de los valores de la relación r , sino que, a igualdad de r , los efectos observables aumentan con la energía del fotón incidente. Ello es fácilmente explicable sin más que recordar que el numerador de la Asimetría de polarización está originado por el término de interferencia entre las corrientes neutras

débil y e.m., de forma que un aumento de la energía puesta en juego en el proceso supone una mejora de la relación entre la amplitud de interferencia sobre la puramente e.m., aumentando por tanto la señal del observable.

De la comparación entre las gráficas VII.3 y VII.5 se pueden extraer algunas conclusiones sobre la influencia del factor de forma en nuestro observable. Fijémonos que si bien los valores (absolutos) máximos de la Asimetría apenas si se ven afectados por la consideración de la distribución de carga nuclear (salvo para r pequeñas curvas (1) de las gráficas VII.3 y VII.5), sí se puede apreciar que el observable corta el eje para ángulos ligeramente mayores cuando se considera el factor de forma, que cuando no se hace. La explicación del porqué de la pequeña influencia del tamaño finito del núcleo, en los resultados del observable, puede darse si reparamos en que dicho factor afecta a la integral, sobre la transferencia de momento, tanto en el numerador como en el denominador. Por razones cinemáticas esperamos que esta integral esté dominada por la región de bajas transferencias de momento, de forma que el factor de forma actúe por igual en el numerador y denominador, en esta pequeña región, y por lo tanto el efecto neto tiende a ser pequeño.

Los resultados más satisfactorios, para la medida de la carga Q_w , se obtienen, como ya hemos dicho, para grandes valores de r (≈ 0.9) y direcciones alejadas de las de incidencia del fotón. En estas regiones la transferencia de momento aumenta con rapidez, a medida que lo hace r y θ_z , de modo que otras contribuciones, (quasielástica, profundamente inelástica, ...), aparte de la coherente, podrían tener que ser consideradas al aumentar la energía del fotón incidente. Por esta razón hemos limitado la obtención de resultados para energías intermedias del fotón (E) alrededor de 500 Mev.. Seleccionando una región de valores en que las

correspondientes transferencias de momento no son altas, tal como $E \approx 0.5$ GeV., $0.5 \leq r \leq 0.7$ y ángulos de salida entre 60° y 80° , los resultados para la Asimetría son del orden de 10^{-5} .

Otros obseables - menos exigentes bajo el punto de vista de realización experimental - como la Asimetría de polarización, pero integrada en energías:

$$\frac{[d\sigma(+)/d\Omega_{\theta_2} - d\sigma(-)/d\Omega_{\theta_2}]}{[d\sigma(+)/d\Omega_{\theta_2} + d\sigma(-)/d\Omega_{\theta_2}]}$$

han sido calculados, pero sus valores resultan de dos a tres órdenes de magnitud inferiores a los aquí presentados, por lo que no hemos planteado su discusión.

FIG. VII.1 (Fac. Forma ^{12}C)

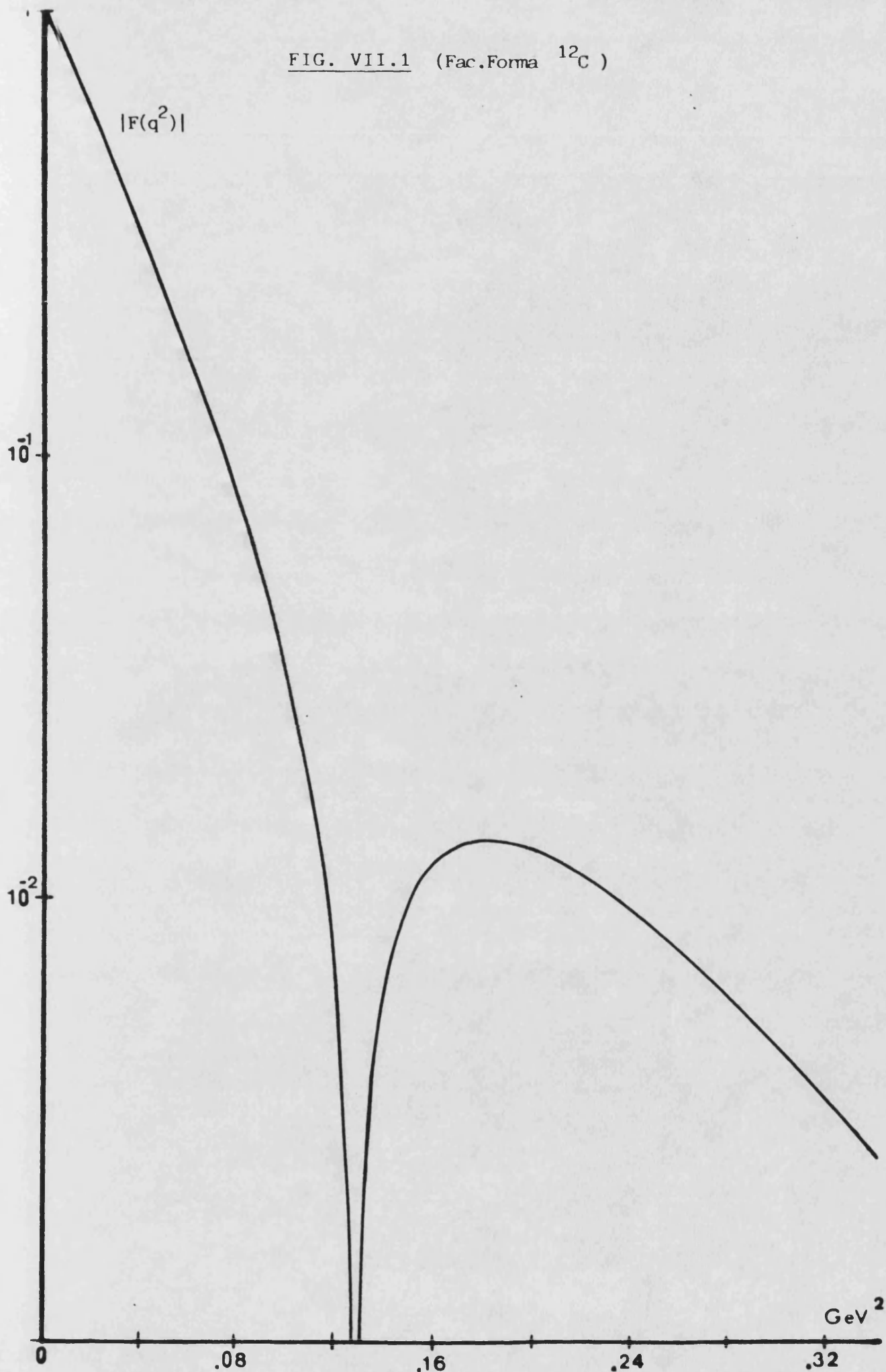


FIG. VII.2 (Dist. Angular)

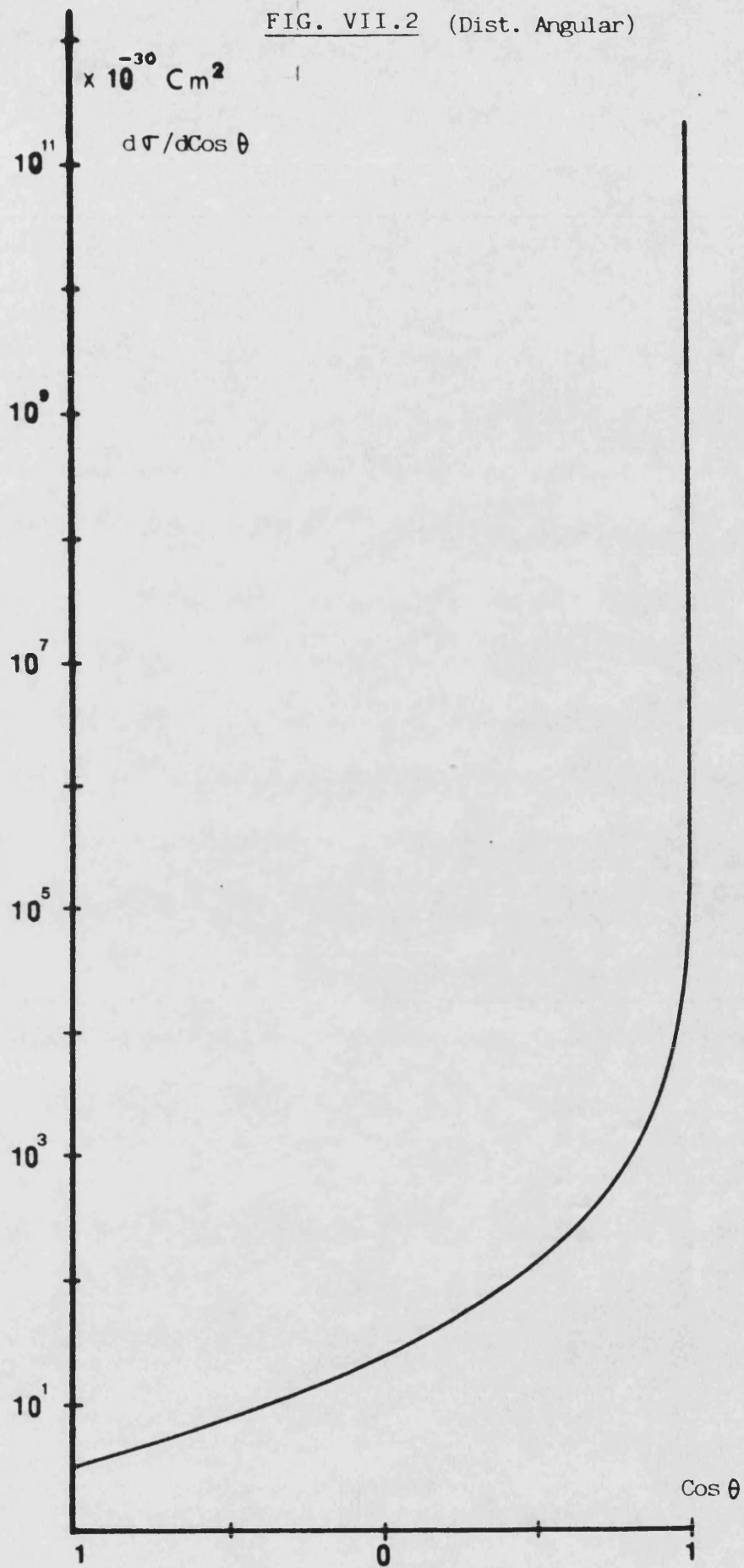


FIG. VII.3 (Núcleo Puntual)

$E = 0.5 \text{ GeV.}$

1 : $E_2 = 0.05 \text{ GeV.}$

2 : $E_2 = 0.25 \text{ GeV.}$

3 : $E_2 = 0.35 \text{ GeV.}$

4 : $E_2 = 0.45 \text{ GeV.}$

5 : $E_2 = 0.495 \text{ GeV.}$

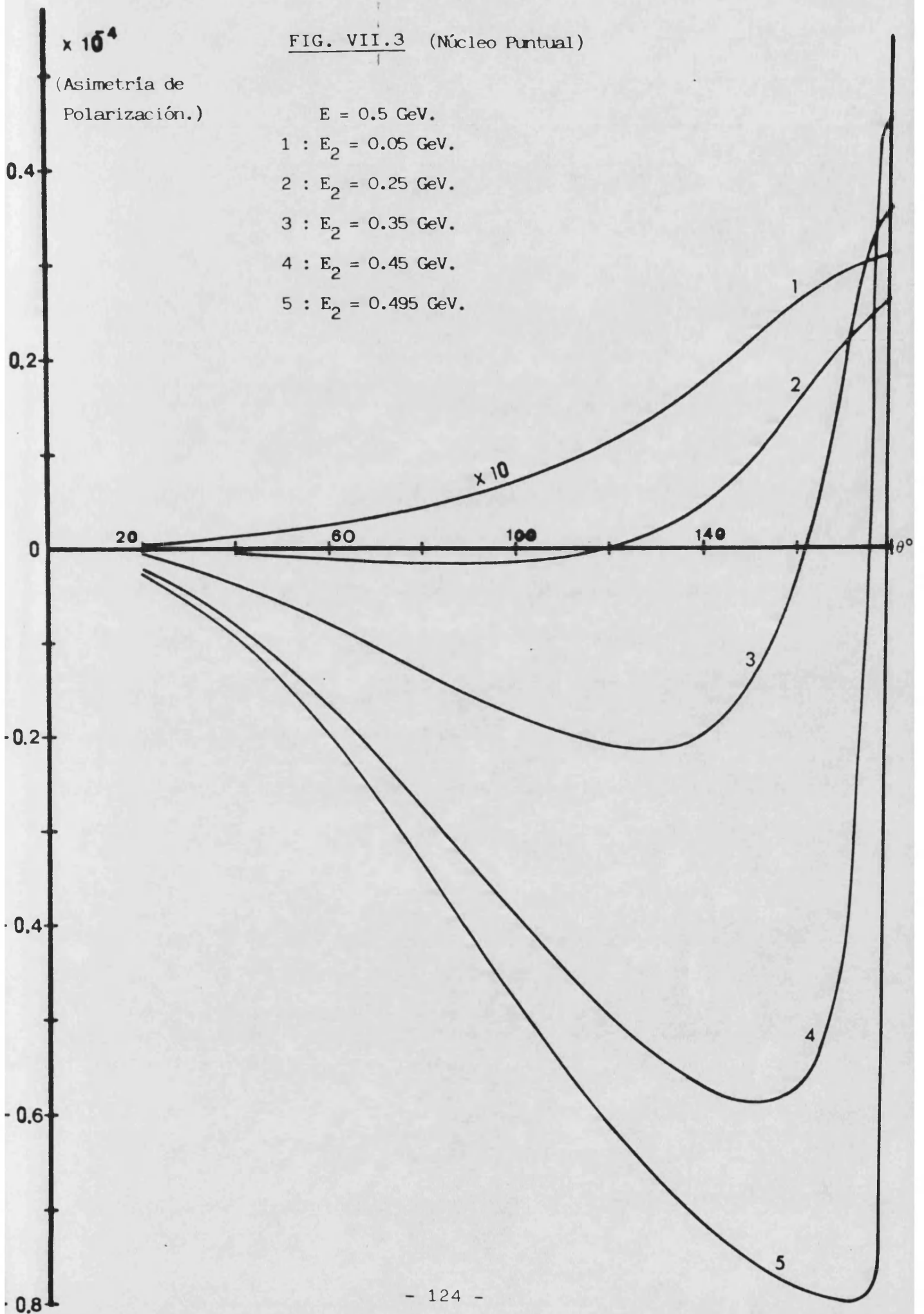


FIG. VII.4 (^{12}C)

$E = 0.1 \text{ GeV.}$

1 : $E_2 = 5 \text{ MeV.}$

2 : $E_2 = 50 \text{ MeV.}$

3 : $E_2 = 75 \text{ MeV.}$

4 : $E_2 = 95 \text{ MeV.}$

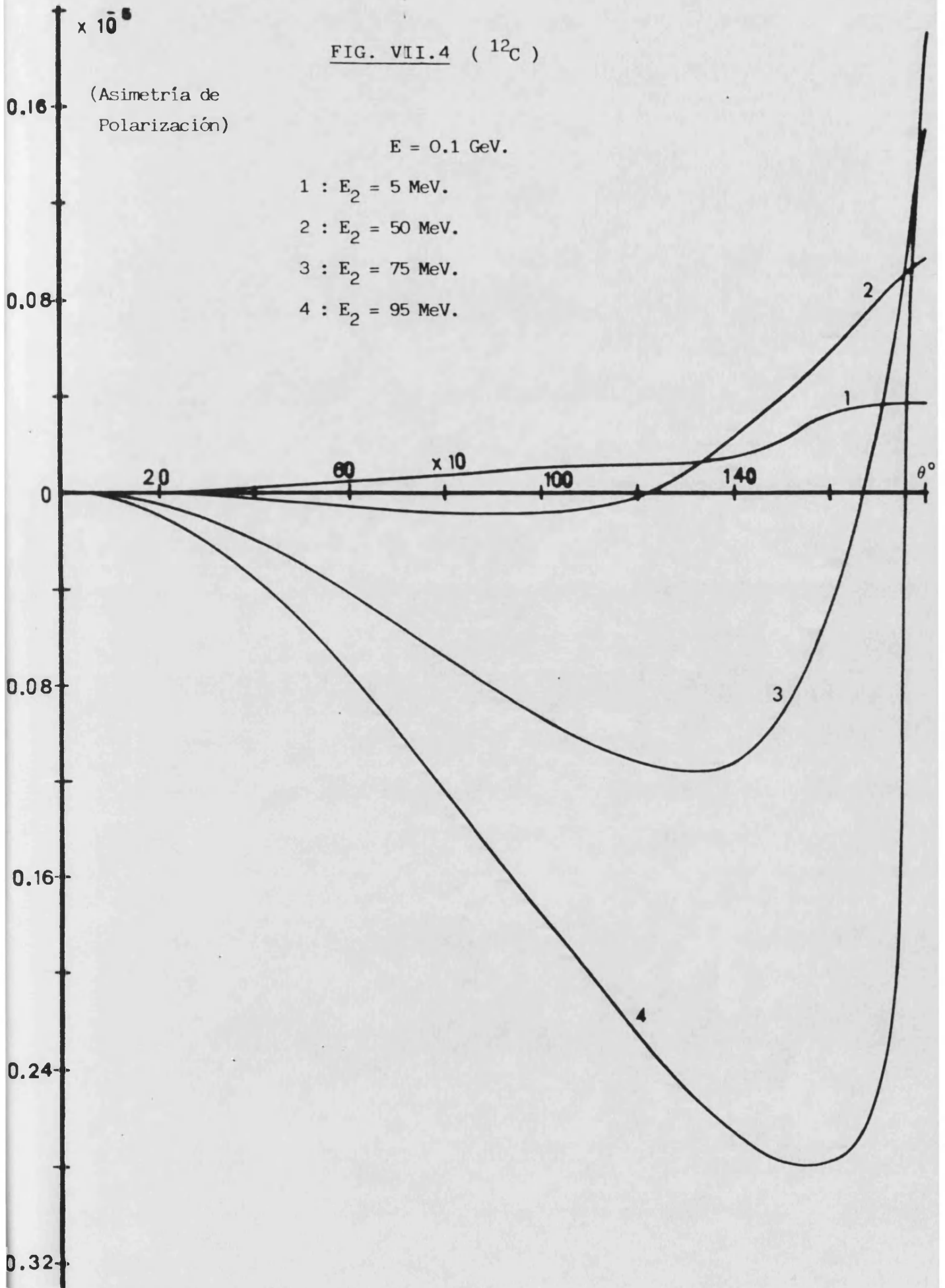


FIG. VII.5 (^{12}C)

$E = 0.5 \text{ GeV.}$

1 : $E_2 = 0.05 \text{ GeV.}$

2 : $E_2 = 0.25 \text{ GeV.}$

3 : $E_2 = 0.35 \text{ GeV.}$

4 : $E_2 = 0.45 \text{ GeV.}$

5 : $E_2 = 0.495 \text{ GeV.}$

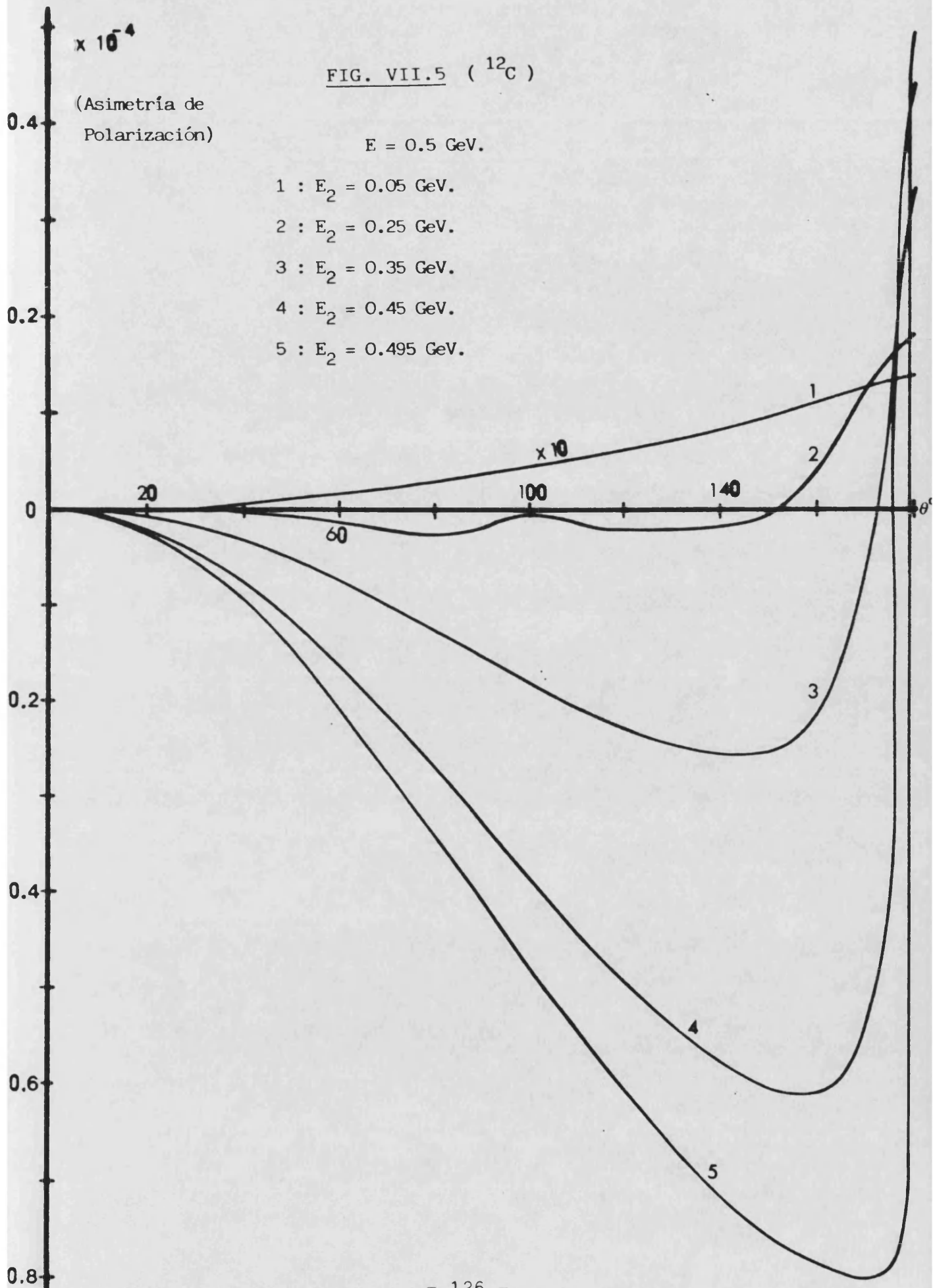
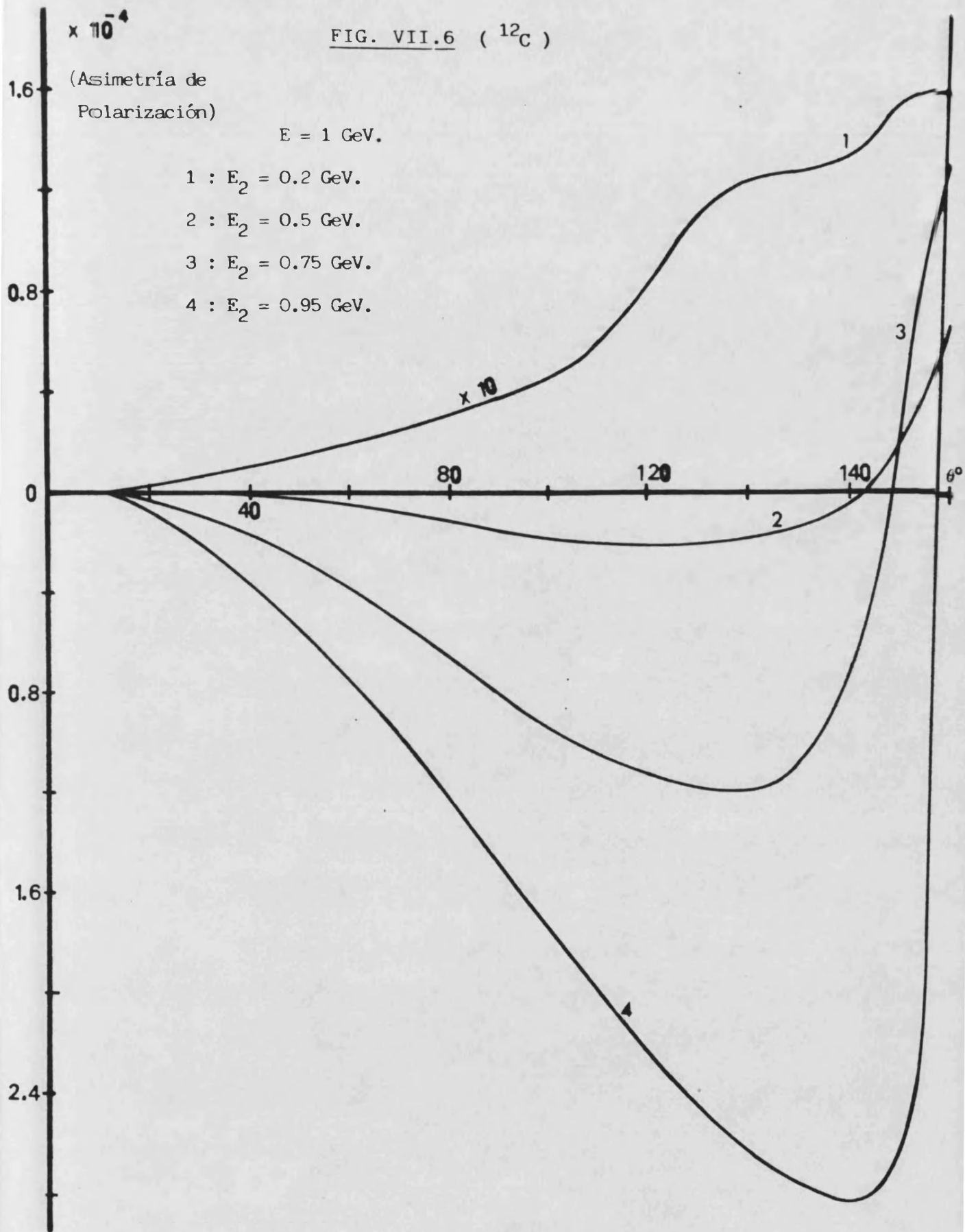


FIG. VII.6 (^{12}C)



VIII. CONCLUSIONES

Hemos abordado, en este trabajo, el estudio de efectos de interferencia entre corrientes neutras débiles y electromagnéticas con el fin de determinar los acoplamientos débiles de los quarks. En particular, a altas energías se ha investigado la colisión e^+e^- a energías próximas al Toponium, teniendo en cuenta su posible mezcla con el bosón Z^0 . Complementariamente, a energías intermedias hemos analizado las posibilidades de información sobre la carga débil Q_w , asociada a los quarks ligeros, que ofrece la Asimetría de polarización en la producción coherente de pares e^+e^- por fotones polarizados.

En la primera parte de esta Memoria, en el marco del modelo standard GWS, hemos estudiado el efecto que la posible degeneración entre las masas del bosón gauge Z^0 y el estado ligado Toponium ($t\bar{t}$), puede tener sobre los observables Sección eficaz, Asimetría adelante-atrás y Polarización Longitudinal, generalmente utilizados en experiencias de colisión e^+e^- . El problema es abordado mediante un tratamiento perturbativo que se revelará equivalente al mecanismo de matriz de masas, también desarrollado en esta Memoria.

La fuerte dependencia energética mostrada por los observables, en intervalos de energía considerablemente menores que la dispersión de los haces colisionantes, hace indispensable la modificación de las expresiones de los mismos de forma que muestren, en sus resultados, la dependencia con la anchura energética de las distribuciones utilizadas.

De este estudio, las principales conclusiones a las que hemos llegado son las siguientes:

- El formalismo de matriz de masas, para el tratamiento de la degeneración Z-V, predice un valor para el ángulo de mezcla $|\beta|$ muy pequeño (≈ 0.07), incluso para el caso más favorable de total degeneración, siempre que la diferencia entre la anchura de desintegración del Z^0 (Γ_{Z^0}) y la del Toponium (Γ_{ν^0} , sin mediación del Z^0) sea grande en comparación con el parámetro de mezcla

$$\delta m^2 / M_{\nu^0}^2 = \frac{g \delta_t}{\alpha \phi_t^2} \sqrt{3 \Gamma(\nu^0 \rightarrow e^+e^-) / (4\pi M_{\nu^0})}$$

- La diferencia entre la masa física del Z^0 (y del Toponium) y la dada por la Teoría sin mezcla es de unos pocos por cien mil ($\approx 3 \times 10^{-5}$), para el caso más favorable, y por tanto despreciable. Para la anchura, Γ_{Z^0} , pese a que el porcentaje se eleva hasta llegar a unos pocos por mil (0.5%), es igualmente inapreciable.

- La diferencia entre las anchuras de desintegración del Toponium de masa definida y el de la teoría resulta considerable, pudiendo alcanzar valores del orden de 10 MeV. para el caso de degeneración absoluta. Ello supone anchuras dos ordenes de magnitud superiores a las correspondientes al mesón de la teoría sin mezcla. A idéntico resultado se puede llegar mediante un tratamiento perturbativo.

- En estas condiciones el formalismo de matriz de masas y teoría de perturbaciones, al orden más bajo, coinciden, salvo correcciones menores a un 1% procedentes de términos de orden $|\beta|^2$.

- Los resultados obtenidos en el cálculo de la sección eficaz muestran que la suma incoherente de las diferentes amplitudes, consideradas en el proceso, resulta totalmente inadecuada cuando la diferencia de masas entre el Z^0 y el

Toponium es inferior a $2\Gamma_z$, debido a la importante contribución de los términos de interferencia. Destaquemos, en particular, la disminución de la sección eficaz sobre la resonancia - en contraste con el pico obtenido al no considerar la interferencia V-Z - para el caso de igualdad entre las masas del bosón Z^0 y del Toponium.

- Los observables Asimetría adelante-atrás y Polarización Longitudinal presentan una gran estructura cuando la dispersión en energía de los haces incidentes no es tenida en cuenta. Los valores de la Asimetría alcanzan máximos del 75% sobre un valor de fondo $(\gamma+Z)$ que oscila entre 50% a 22%, en el rango de masas para el Toponium de $M_z - 2.5\Gamma_z$ a $M_z + \Gamma_z$. La polarización longitudinal muestra un característico patrón de interferencia, con valores que pasan de + 99% a -98% en el intervalo de pocas anchuras (Γ_ν) sobre la resonancia, para el mismo rango de masas (M_ν) citado antes.

- La modificación de los anteriores valores, cuando la anchura de los paquetes incidentes no es despreciable frente al intervalo energético en el que los observables presentan una fuerte variación, ha sido tratada detalladamente al mantener dichas distribuciones en la deducción de las fórmulas para la Sección eficaz, Asimetría y Polarización. Los resultados para el primero de estos observables muestra que diferencias de comportamiento de la sección eficaz (con y sin la presencia de la resonancia Toponium) entre un 11% y un 20% son todavía detectables, con dispersiones $\sigma_E = 21$ MeV., para el rango $|M_z - M_\nu| < 2\Gamma_z$. Resultados más desfavorables se han obtenido para la Asimetría y Polarización, quienes ven disminuida tan notablemente su estructura cuando se consideran anchuras $\sigma_E \approx 21$ MeV. y masas M_z y M_ν separadas menos de una anchura Γ_z , que difícilmente podrán aportar información sobre los acoplamientos del quark top. En particular, la Asimetría presenta diferencias de tan

sólo 2 unidades (sobre la escala graduada en %) con respecto a su comportamiento en ausencia de resonancia. Los valores para la polarización en las mismas condiciones, son algo más satisfactorios, alcanzando diferencias de 10 unidades. Todos estos resultados mejoran cuando se disminuye la dispersión de los haces utilizados ($\sigma \approx 7$ MeV.) y/o el Toponium se aleja del Z^0 en más de 2 anchuras Γ_{ν} .

- El tratamiento de la dispersión energética de los haces mediante el método aproximado de la función de resolución, descrita en esta Memoria, conduce a resultados prácticamente equivalentes a los arriba comentados. Esto se debe a la débil dependencia de nuestros observables con la diferencia de energías $E_1 - E_2$, que permite reducir a la variable $W = \sqrt{s}$ toda la dependencia en la energía incidente.

- En la segunda parte de esta Memoria hemos estudiado el proceso de producción de pares e^+e^- en el campo coulombiano de un núcleo a partir de fotones circularmente polarizados. A través del observable Asimetría de Polarización daremos una medida, independiente de las experiencias de violación de paridad en átomos, de los acoplamientos del sector electrón-quark del lagrangiano, que componen la "carga débil" Q_w . Para el caso de colisión coherente con núcleos de spin cero hemos mostrado que la Asimetría de polarización, dominada en su numerador por los términos que provienen de la interferencia de las corrientes electromagnética y débil (con acoplamiento vector al núcleo y axial a leptones) es proporcional a Q_w .

- El cálculo de la Asimetría de polarización se ha realizado en el orden más bajo de teoría de perturbaciones, obteniendo su forma explícita en el sistema laboratorio, en función de la energía del fotón incidente y de la energía y ángulo de salida del positrón que se detecta. El tamaño

finito y la distribución de carga nuclear se han tenido en cuenta a través del factor de forma correspondiente.

- En la aproximación puntual para el núcleo, ha sido posible realizar, de forma analítica, la integral sobre la transferencia de momento, obteniéndose una expresión de la Asimetría más sencilla de analizar. De su cálculo se deduce que:

- Es necesario mantener las masas de leptón en los denominadores de los propagadores fermiónicos si no queremos introducir divergencias logarítmicas en nuestros resultados. Observemos, por ejemplo, que el propagador del electrón ($1/X_1$) da origen a dependencias de la forma $\ln(E/m)$.

- Los términos de la forma m^2/X_1^2 originan contribuciones independientes de m^2 , al integrar sobre la transferencia de momento, de modo que dan lugar a términos no logarítmicos de igual orden al resto de las contribuciones.

- Los resultados para la Asimetría, con un factor de forma para el ^{12}C obtenido en el modelo de oscilador armónico, muestran valores absolutos crecientes con la energía del fotón incidente y con la relación $r(\equiv E_2/E)$. Los máximos valores del observable (en valor absoluto) se obtienen para direcciones alrededor de 160° con respecto a la de incidencia del fotón.

- Para un rango de energías del fotón incidente entre 0.1 GeV. y 1 GeV. los valores de la Asimetría alcanzan máximos (en valor absoluto) del orden de 10^{-4} . La amplificación de la señal a base de aumentar las energías puestas en juego (tanto del fotón incidente como del leptón detectado) y los ángulos de detección, tienen como contrapartida el aumento de la transferencia de momento al

múcleo, que hace necesaria la consideración de otras contribuciones (quasielástica, profundamente inelástica,..) a parte de la puramente coherente.

- En buen acuerdo entre los resultados obtenidos en la aproximación puntual y la que tiene en cuenta la distribución de carga nuclear se debe a que la mayor contribución, tanto en el numerador como en el denominador de la Asimetría, proviene de una pequeña región cercana al extremo inferior de la transferencia de momento, de modo que el factor de forma pesa por igual numerador y denominador, cancelándose, en gran parte, los efectos.

APÉNDICE A

ANCHURA DE DESINTEGRACIÓN DEL TOPONIUM

La anchura de desintegración del Toponium Γ_V se puede obtener sumando las contribuciones de los principales canales:

$$\Gamma_V = \Gamma_{3g} + \Gamma_{\gamma 2g} + \Gamma_{s00} + 3(\Gamma_{ee} + \Gamma_{\nu\bar{\nu}}) + 2(\Gamma_{u\bar{u}} + \Gamma_{d\bar{d}}) + \Gamma_{b\bar{b}} + \dots \quad (A.1)$$

correspondientes a los diagramas de la Fig.A.1.

Las dos primeras anchuras vienen dadas en [GK85] y [BU85] por las expresiones:

$$\Gamma_{3g} = \frac{10(\pi^2 - 9)}{84\pi} \frac{\alpha_s^3}{\kappa^2 \varrho_t^2} \Gamma_0 \quad (A.2)$$

$$\Gamma_{\gamma 2g} = \frac{36\alpha \varrho_t^2}{5\alpha_s} \Gamma_{3g}$$

$$\alpha_s(m) = \frac{12\pi}{23 P_n [m/100 \text{ MeV}]^2}$$

en función de la "anchura e.m.", Γ_0 , definida en (II.12) a partir del valor de la función de onda, del estado ligado, en el origen.

Una discusión completa sobre la tercera contribución Γ_{s00} , cuando bien el quark t o el \bar{t} , en el Toponium, se desintegra según la reacción:

$$(t \bar{t}) \rightarrow t + \bar{b} + X \quad (A.3)$$

correspondiente al cuarto diagrama de la Fig.A.1, se puede encontrar en. [KS82], donde se obtiene:

$$\Gamma_{SQD} = \frac{1}{192} \frac{G^2 m_E^2}{\pi^3} f \left(\frac{m_t^2}{M_w^2}, \frac{m_b^2}{m_t^2} \right)$$

con

$$f(\rho, \mu) = \left\{ (1-\mu^2)(1-8\mu+\mu^2) - 12\mu^2 \ln \mu \right\} \left\{ 2\rho^4 [\rho + (1-\rho) \ln(1-\rho)] - 3\rho^2 - \rho^3 \right\}$$

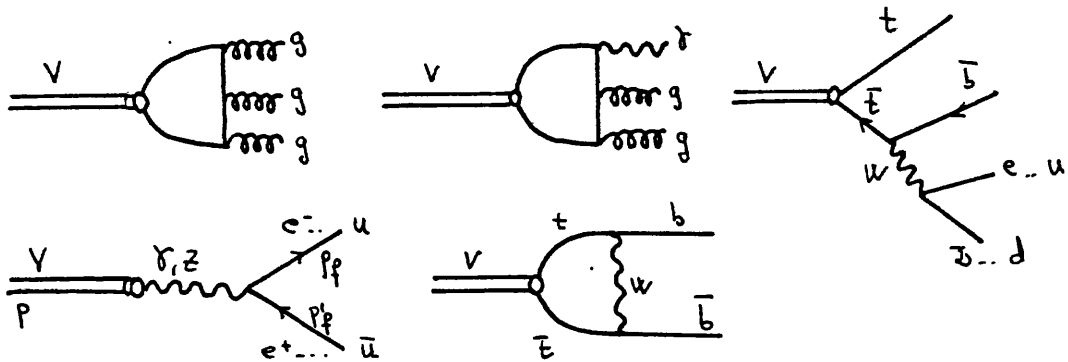


Fig. A.1

Los canales fermiónicos correspondientes al 4º diagrama de la Fig.A.1 - dominantes a las energías de nuestro problema, por estar mediados por el Z^0 - se pueden calcular fácilmente a partir del lagrangiano (I.42) y la parametrización del elemento de matriz de la corriente vectorial de quarks entre el mesón 1^- y el vacío [BP81]:

$$\langle 0 | t(0) \gamma^\mu t(0) | 1^-(p) \rangle = \xi^\mu(p) F \tag{A.5}$$

que describe el vértice $\overline{v} \text{---} \circ \text{---} \gamma$ en función del vector de polarización de la resonancia $\xi^\lambda(p)$ y de la función F.

ésta última está relacionada con la anchura e.m. de desintegración del Toponium (Γ_ω) y, por tanto, con la función de onda en el origen [RE79], mediante las fórmulas (II.12) y (II.8), que definen:

$$\Gamma_\omega = \frac{4\pi}{3} (\alpha Q_f)^2 \frac{|F|^2}{M_V^2} Q_f^2 = \frac{16\pi \alpha^2}{M_V^2} |\phi_V(0)|^2 Q_f^2 \quad (\text{A.6})$$

Así, las amplitudes de intercambio de un fotón y un Z^0 son:

$$\tau_1 = -e^2 Q_f Q_t \bar{u}(p_f) \gamma^\mu \sigma(p_f) \xi^\nu(p) g_{\mu\nu} \frac{F}{p^2} \quad (\text{A.7})$$

$$\tau_2 = -g^2 \bar{u}(p_f) \gamma^\mu (\sigma_f + \alpha_f \sigma_0) \sigma(p_f) \xi^\nu(p) \sigma_t F \frac{g_{\mu\nu}}{p^2 - M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z}$$

Un sencillo cálculo de trazas y la posterior suma sobre polarizaciones del estado final y promediado sobre las iniciales, conduce al resultado:

$$\Gamma_{ff} = \frac{4\pi |F|^2}{3 M_V^2} (\alpha Q_t)^2 \left\{ Q_f^2 + 2 \frac{g^2}{e^2} \frac{\sigma_t}{Q_t} M_V^2 (M_V^2 - M_Z^2) |P_Z|^2 + \frac{g^4}{e^4} \frac{\sigma_t^2}{Q_t^2} (\sigma_f^2 + \alpha_f^2) M_V^4 |P_Z|^2 \right\} \quad (\text{A.8})$$

$$P_Z = [(M_V^2 - M_Z^2) + i\Gamma_Z M_Z]^{-1}$$

donde hay que añadir un factor 3, para el canal de quarks.

Para el caso $V \rightarrow b\bar{b}$ hay que añadir la contribución de corrientes cargadas correspondiente al 5º diagrama de la Fig. A.1. Un método sencillo para el cálculo de este término consiste en escribir la amplitud de C.C. en función de la dominante (mediada por el Z) a través de la relación:

$$R = \frac{\left| \begin{array}{c} v \quad t \quad b \\ \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \bar{v} \quad \bar{t} \quad \bar{b} \end{array} \right|^2}{\left| \begin{array}{c} v \quad z \quad b \\ \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \bar{v} \quad \bar{z} \quad \bar{b} \end{array} \right|^2} \approx \underset{s \rightarrow 4m_t^2}{\text{Pim}} \frac{\left| \begin{array}{c} t \quad b \\ \leftarrow \quad \leftarrow \\ \bar{t} \quad \bar{b} \\ W \end{array} \right|^2}{\left| \begin{array}{c} t \quad b \\ \leftarrow \quad \leftarrow \\ \bar{t} \quad \bar{b} \end{array} \right|^2} \quad (\text{A.9})$$

en la hipótesis de factorización de la función de onda del meson V en función de quarks, y despreciando los efectos de ligadura del sistema $(t\bar{t})$.

El término de interferencia CN-CC puede ser tratado de igual forma, mediante la relación:

$$R_I = \frac{2 \operatorname{Re} \left[\left(\begin{array}{c} v \quad z \quad b \\ \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \bar{v} \quad \bar{z} \quad \bar{b} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} v \quad t \quad b \\ \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \bar{v} \quad \bar{t} \quad \bar{b} \\ W \end{array} \right)^* \right]}{\left| \begin{array}{c} v \quad z \quad b \\ \leftarrow \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ \bar{v} \quad \bar{z} \quad \bar{b} \end{array} \right|^2} \approx \underset{s \rightarrow 4m_t^2}{\text{Pim}} \frac{2 \operatorname{Re} \left[\left(\begin{array}{c} t \quad b \\ \leftarrow \quad \leftarrow \\ \bar{t} \quad \bar{b} \\ W \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} t \quad b \\ \leftarrow \quad \leftarrow \\ \bar{t} \quad \bar{b} \end{array} \right)^* \right]}{\left| \begin{array}{c} t \quad b \\ \leftarrow \quad \leftarrow \\ \bar{t} \quad \bar{b} \end{array} \right|^2} \quad (\text{A.10})$$

Utilizando la forma aproximada de la matriz de mezcla de Kobayashi-Maskawa ($S_1 \approx 0$, $C_1 \approx 1$), el sector de CC del lagrangiano débil, relevante para el proceso, se escribe:

$$L_{cc}(x) = g' [J^\mu(x) W_\mu(x) + h.c.]$$

$$J^\mu^\dagger(x) = \bar{E}(x) \gamma^\mu (1 + \gamma_5) b(x) e^{-i\delta}$$

(A.11)

$$g' = e / (2 \sqrt{2} \sin \theta_w)$$

Al aplicar las reglas de Feynman al lagrangiano anterior y al de CN, definido en (I.12), es inmediato obtener las amplitudes:

$$T_Z = -g_j'^2 \bar{u}(p_f) \gamma^\lambda (\sigma_\lambda + a_b \gamma_5) \sigma(p'_f) \bar{v}(p_i) \gamma^\nu (\sigma_\nu + a_t \gamma_5) u(p_i) \cdot \frac{1}{k^2 - M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z} (g_{\lambda\nu} - p_\nu p_\lambda / M_Z^2)$$

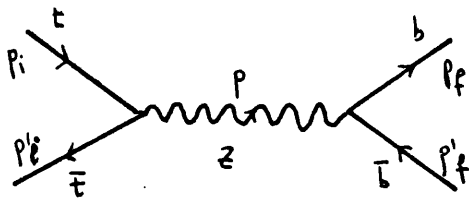
$$T_\gamma = -e^2 Q_b Q_t \bar{u}(p_f) \gamma^\mu \sigma(p'_f) \bar{v}(p_i) \gamma^\nu u(p_i) \frac{g_{\mu\nu}}{s}$$

$$T_{cc} = -g'^2 \bar{u}(p_f) \gamma^\mu (1 + \gamma_5) u(p_i) \bar{v}(p_i) \gamma^\nu (1 + \gamma_5) \sigma(p'_f) \cdot \frac{1}{k^2 - M_W^2 + i\Gamma_W M_W} (g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / M_W^2)$$

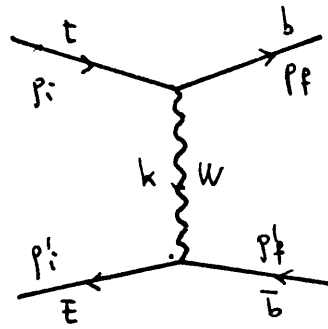
(A.12)

$$K = p_i - p_f$$

correspondientes a los diagramas:



C N



C C

El correspondiente cálculo de trazas nos permite deducir la expresión del cuadrado de las amplitudes (A.12) y su interferencia, que en el límite $s \rightarrow M_V^2$, se pueden escribir:

$$\lim_{s \rightarrow M_V^2} |T_{CN}|^2 = 2g^4 |P_z(M_V^2)|^2 M_V^4 \left\{ \sigma_t^2 (\sigma_b^2 + a_b^2) + \frac{2m_b^2}{M_V^2} \sigma_t^2 (\sigma_b^2 - 2a_b^2) \right. \\ \left. + \frac{2m_b^2}{M_V^2} a_b^2 a_t^2 - \frac{2m_b^2}{M_V^2} a_b^2 a_t^2 \left(z - \frac{M_V^2}{M_Z^2} \right) \right\}$$

(A.13)

$$\lim_{s \rightarrow M_V^2} |T_{CC}|^2 = 4g^2 |P_W(M_V^2)|^2 M_V^4 \left\{ 1 + \frac{M_V^2}{4M_W^2} \left[\left(1 - \frac{2m_b^2}{M_V^2} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{4m_b^2}{M_V^2} \left(1 - \frac{2m_b^2}{M_V^2} \right) \right] + \frac{1}{64} \frac{M_V^4}{M_W^4} \left[\left(1 - \frac{4m_b^2}{M_V^2} \right) \right]^2 \right\}$$

(A.14)

$$\lim_{s \rightarrow M_V^2} 2 \operatorname{Re}[(T_V + T_Z)T_{CC}] = 4g'^2 M_V^2 P_W(M_V^2) \left(1 + \frac{M_V^2}{8M_W^2}\right) \cdot$$

$$\left\{ e^2 \rho_t \rho_b + g^2 M_V^2 \sigma_t (\sigma_b + a_b) [M_V^2 - M_Z^2] |P_Z(M_V^2)|^2 \right\}$$

donde

$$P_W(M_V^2) = \frac{1}{M_W^2 \left(1 + \frac{M_V^2}{4M_W^2}\right)} \quad (\text{A. 15})$$

Con estos resultados estamos en condiciones de calcular el valor de las relaciones R y R_I, definidos en (A.10):

$$R = 8 \cos^4 \theta_W \frac{|P_W(M_V^2)|^2}{|P_Z(M_V^2)|^2} \frac{\left(1 + \frac{M_V^2}{8M_W^2}\right)^2}{\sigma_t^2 (a_b^2 + \sigma_b^2)} \quad (\text{A. 16})$$

$$R_I = 4 \cos^2 \theta_W \frac{P_W(M_V^2)}{\sigma_t (\sigma_b^2 + a_b^2)} \left(1 + \frac{M_V^2}{8M_W^2}\right) \left\{ 16 \rho_t \rho_b \cos^2 \theta_W \sin^2 \theta_W \cdot \right.$$

$$\left. \frac{1}{\sigma_t} \frac{1}{M_V^2 |P_Z(M_V^2)|^2} + (\sigma_b + a_b) (M_V^2 - M_Z^2) \right\}$$

(donde hemos hecho $m_b^2/M_V^2 = 0$)

Con todo ello es inmediato obtener la anchura de desintegración a quarks $\bar{b}b$, incluyendo los términos de CC:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\text{obs}} = & 3 \frac{4\pi |F|^2}{2 M_V^2} (\alpha \rho_t)^2 \left\{ \rho_b^2 + 2 \frac{g^2}{e^2} \frac{\sigma_t}{\rho_t} M_V^2 (M_V^2 - M_Z^2) |P_2(M_V^2)|^2 \right. \\
& + \frac{g^4}{e^4} \frac{M_V^4}{\rho_t^2} \left[\sigma_t^2 (\sigma_b^2 + \alpha^2 \rho_b^2) |P_2(M_V^2)|^2 + \frac{8}{3} \cos^4 \theta_w \eta^2 + \right. \\
& + \frac{4}{3} \cos^2 \theta_w \eta \left(16 \rho_b \rho_t \cos^2 \theta_w \sin^2 \theta_w \frac{1}{M_V^2} + \right. \\
& \left. \left. + \sigma_t (\sigma_b + \alpha \rho_b) (M_V^2 - M_Z^2) |P_2(M_V^2)|^2 \right) \right] \left. \right\} \quad (\text{A.17})
\end{aligned}$$

siendo

$$\eta = \frac{1}{M_W^2} \left(\frac{1 + \frac{M_V^2}{8 M_W^2}}{1 + \frac{M_V^2}{4 M_W^2}} \right)$$

El segundo término del corchete, $8/3 \cos^4 \theta_w \eta^2$, se reconoce claramente como el que proviene de la contribución puramente CC, mientras que los dos siguientes tienen su origen en la interferencia entre los diagramas mediados por el W y el fotón, y por los bosones W y Z⁰, respectivamente.

Únicamente resta por definir el valor de la "anchura e.m." $\Gamma_{\text{e.m.}}$, para poder obtener las anchuras de desintegración a los diferentes canales antes descritos. El parámetro $\Gamma_{\text{e.m.}}$ está relacionado con el valor de la función de onda en el origen mediante (A.6), y puede ser calculado en un modelo de potencial. Los resultados de la referencia [BT81], utilizando el modelo RBGT [BG80] que incorpora correcciones en orden superior al dominante de QCD, fijan un valor de $\Gamma_{\text{e.m.}} \approx 5 \text{ KeV}$. (compatible con la regularidad empírica $\Gamma_{\text{e.m.}} \propto Q_{\text{em}}^2$) para el estado fundamental de Toponium. Utilizando este dato y las fórmulas deducidas anteriormente se obtiene la anchura de la resonancia V, que se detalla en la tabla A.1.

Γ \ M_ν	$M_z - 2.5\Gamma_z$	$M_z - \Gamma_z/2$	M_z	$M_z + \Gamma_z$	
$\Gamma_{\nu\bar{\nu}} + \Gamma_{\nu\nu}$	15	15	15	15	KeV
$\Gamma_{\nu\mu}$	62	34	90	103	KeV
$\Gamma_{\nu\tau}$	14	169	356	84	KeV
$\Gamma_{\nu e}$	20	333	697	151	KeV
$\Gamma_{\nu\mu}$	30	551	1210	296	KeV
$\Gamma_{\nu\tau}$	37	715	1550	362	KeV
$\Gamma_{\nu e}$	57	772	1560	322	KeV
Γ_ν	0.37	4.91	10.34	2.46	MeV

TABLE A. 1

APÉNDICE B

ALGUNOS RESULTADOS DE INTEGRALES SOBRE LA VARIABLE X_e

Siguiendo la notación utilizada en el capítulo VI, vamos a realizar el cálculo detallado de las integrales sobre la transferencia de momento X_e , necesarias para la obtención del observable Asimetría de polarización, en la aproximación puntual.

Admitiendo, como se muestra en (VI.3), que los extremos de integración son (salvo contribuciones m/E):

$$\bar{X}_e = 2E^2 \gamma \Delta \frac{\beta_0 + (1-\gamma)}{\beta_0 - (1-\gamma)} \quad ; \quad \underline{X}_e = 2E^2 \gamma \Delta \frac{\beta_0 - (1-\gamma)}{\beta_0 + (1-\gamma)} \quad (B.1)$$

con

$$\beta_0 = [(1-\gamma)^2 + 2\gamma\Delta]^{1/2} \quad ; \quad \Delta = 1 - \cos\theta_2 \neq 0$$

es inmediato obtener las primeras integrales

$$I_1 = \int dX_e \frac{1}{X_e} = \ln \frac{\bar{X}_e}{\underline{X}_e} = 2 \ln \frac{\beta_0 + (1-\gamma)}{\beta_0 - (1-\gamma)} \quad (B.2)$$

$$I_2 = \int dX_e \frac{1}{X_e^2} = \frac{1}{\underline{X}_e} - \frac{1}{\bar{X}_e} = \frac{\beta_0 (1-\gamma)}{E^2 \gamma^2 \Delta^2}$$

En todas las demás integrales aparece, en el integrando, la expresión a_2 , definida en (V.30) como:

$$a_2 = \frac{2\beta}{E} \left\{ \left[X_0 - 2p_2(p_2 - E_2 X) \right]^2 + 4m^2 p_2^2 (1 - X^2) \right\}^{-1/2} \quad (\text{B.3})$$

con

$$X \equiv \cos \theta_2$$

y que podemos escribir en la forma

$$a_2 = \frac{2\beta}{E} \left[r^2 + 4m^2 p_2^2 (1 - X^2) \right]^{-1/2} \quad r \equiv \left[X_0 - 2p_2(p_2 - E_2 X) \right] \quad (\text{B.4})$$

Con intención de no perder las contribuciones en m^2 definimos:

$$\hat{\gamma} \equiv p_2/E$$

de modo que (B.5)

$$\hat{\beta} = \left[(1 - \hat{\gamma})^2 + 2\hat{\gamma}\Delta \right]^{1/2}$$

Utilizando ahora la definición exacta de los extremos X_0 y X_1 dada en (V.32) obtenemos:

$$\bar{X}_0 - 2p_2(p_2 - XE_2) = 2E^2(1 - \hat{\gamma}) \left\{ (1 - \hat{\gamma}) + \hat{\gamma}\Delta \pm \hat{\beta} \left[1 - \frac{m^2}{E^2(1 - \hat{\gamma})^2} \right]^{1/2} \right\}$$

Si llamamos (B.6)

$$A \equiv (1 - \hat{\gamma}) + \hat{\gamma}\Delta \quad (\text{B.7})$$

$$B \equiv \beta [1 - m^2/E^2(1-\gamma)^2]^{1/2} \quad (B.7a)$$

entonces:

$$\overline{X_6} - 2p_2(p_2 - XE_2) = 2E^2(1-\gamma)(A \pm B)$$

Se verifica que $A < B$ ($A > 0, B > 0, \Delta > 0$), de modo que la diferencia $[X_6 - 2p_2(p_2 - XE_2)]$ es nula en algún punto del intervalo de integración, siendo necesario, por tanto, mantener el término en m^2 de (B.4) y fórmulas siguientes, para hallar la contribución dominante.

La integral $I_3 = \int dX_6 a_2$ puede ser calculada exactamente

$$\begin{aligned} I_3 &= \int dX_6 \left\{ r^2 + 4m^2 p_2^2 (1-x^2) \right\}^{-1/2} \frac{2\beta}{E} = \\ &= \frac{2\beta}{E} \ln \left[r + \sqrt{r^2 + 4m^2 p_2^2 (1-x^2)} \right] \Big|_{\underline{X_6}}^{\overline{X_6}} = \\ &= \frac{2\beta}{E} \ln \frac{A+B + \sqrt{(A+B)^2 + C}}{A-B + \sqrt{(A-B)^2 + C}} \end{aligned} \quad (B.8)$$

con $r = X_6 - 2p_2(p_2 - E_2 X)$ (B.9)

y
$$C = \frac{m^2}{E^2(1-r)^2} \hat{\delta}^2 \Delta(2-A)$$

La suma $(A \pm B)$ se deduce inmediatamente a partir de (B.7):

$$(A \pm B) \approx (A \pm \hat{\beta}) \mp \frac{m^2}{2E^2(1-r)^2} \hat{\beta} \quad (B.9a)$$

El valor de los radicales, en (B.8), puede obtenerse sencillamente hasta primer orden en m^2 y su resultado es:

$$\sqrt{(A \pm B)^2 + C} \approx [\hat{\beta} \pm A] \mp \frac{m^2}{2E^2(1-r)^2} A \quad (\text{B.10})$$

Con todo ello la expresión (B.8) se puede escribir

$$I_3 = \int dx_6 a_2 \approx \frac{2\beta_0}{E} \ln \frac{e^{-\frac{m^2}{2E^2(1-r)^2}}}{\frac{m^2}{2E^2(1-r)^2}} \approx \frac{2\beta_0}{E} \ln \frac{2E(1-r)}{m} \quad (\text{B.11})$$

La siguiente integral: $I_4 = \int dx_6 a_2/X_6$, se puede reducir a una del tipo anterior, (B.8), mediante el cambio $X_6 = 1/t$; de modo que utilizando la misma fórmula de integración se obtiene

$$I_4 = \left\{ \frac{-1}{2\beta_2(E_2 - p_2 X)} \ln \left\{ \frac{1}{2\beta_2(E_2 - p_2 X) X_6} \left[2\beta_2(E_2 - p_2 X) + \frac{E_2 X - p_2}{E_2 - p_2 X} X_6 + \sqrt{r^2 + 4m^2\beta_2'(1-X^2)} \right] \right\} \right\}_{X_6}^{\bar{X}_6} \quad (\text{B.12})$$

En el límite $p_2 = E_2$ el numerador del logaritmo se anula, por lo que debemos mantener contribuciones de orden m^2 .

Desarrollando en serie

$$2 p_2 (E_2 - p_2 X) + \frac{E_2 X - p_2}{E_2 - p_2 X} X_c \approx - [X_c - 2 p_2 (p_2 - E_2 X)] + \frac{m^2}{2 E_2^2} \frac{1+X}{1-X} [X_c + 2 p_2 (p_2 - E_2 X)] \quad (B.13)$$

Tomando los extremos de integración y teniendo en cuenta (B.10) se llega a la expresión

$$I_4 = \frac{\beta_0}{E^3 r^2 \Delta} p_m \frac{2 E r (1-r)}{m} \quad (B.14)$$

Para el cálculo de $I_5 = \int dX_5 a_2 / X_5^2$ nuevamente el cambio $X_5 = 1/t$, permite expresar la integral en función de la anterior, I_4 , en la forma:

$$I_5 = \left\{ \frac{-1}{4 p_2^2 (E_2 - p_2 X)^2} \frac{\sqrt{r^2 + 4 m^2 p_2^2 (1-X^2)}}{X_c} + \frac{2 p_2 (p_2 - E_2 X)}{[2 p_2 (E_2 - p_2 X)]^2} I_4 \right\}_{\underline{X_c}}^{\overline{X_c}} \frac{2 \beta}{E} \quad (B.15)$$

Utilizando la relación (B.10) y quedándonos en orden dominante de m^2 , al tomar los extremos de integración se obtiene:

$$I_5 = \left\{ (1-\delta) \frac{\Delta - (1-\delta)}{\Delta} + p_m \frac{2 E r (1-r)}{m} \right\} \frac{\beta_0}{E^5 r^4 \Delta^2} \quad (B.16)$$

Para la integral $I_6 = \int dX_6 a_2 / X_6^2$, el cambio $X_6 = 1/t$, primero, y $Z = t - [2 p_2 (p_2 - E_2 X)] / [2 p_2 (E_2 - p_2 X)]^2$, después permite reducirla a una integral inmediata, de valor:

$$I_{\epsilon} = \left(\frac{2\beta}{E} \right)^3 \frac{-1}{[2\beta(E_2 - \beta X)]^3} \left\{ \sqrt{z^2 + a^2} + \frac{a^2}{\sqrt{z^2 + a^2}} + 3 \frac{\beta_2 - E_2 X}{2\beta_2(E_2 - \beta_2 X)^2} \cdot \right. \\ \cdot \left[\frac{-z}{\sqrt{z^2 + a^2}} + \ln(z + \sqrt{z^2 + a^2}) \right] + 3 \left[\frac{\beta_2 - E_2 X}{2\beta_2(E_2 - \beta_2 X)} \right]^2 \frac{-1}{\sqrt{z^2 + a^2}} \\ \left. + \frac{z}{a^2 \sqrt{z^2 + a^2}} \left[\frac{(\beta_2 - E_2 X)}{2\beta_2(E_2 - \beta_2 X)} \right]^3 \right\}_{\underline{x}_c}^{\bar{x}_c}$$

$$a_2^2 = m^2 \frac{(1-x)^2}{4\beta_2^2 (E_2 - \beta_2 X)^2}$$

(B.17)

Los términos donde aparece I_{ϵ} van multiplicados por m^2 , por lo que sólo nos quedaremos con las contribuciones de I_{ϵ} que vayan como $1/m^2$. Tomando los límites de integración, es sencillo el verificar que sólo el último término de la expresión nos interesa ya que:

$$\frac{z}{a^2 \sqrt{z^2 + a^2}} \Big|_{\underline{x}_c}^{\bar{x}_c} = \frac{1}{a^2} \left\{ \frac{2\beta_2(\beta_2 - E_2 X) - X_c}{\sqrt{r^2 + 4m^2 \beta_2^2 (1-x^2)}} \right\}_{\underline{x}_c}^{\bar{x}_c} = \frac{8\beta_2^2 (E_2 - \beta_2 X)^2}{m^2 (1-x)^2}$$

(B.18)

Así, despreciando las contribuciones de orden m^2 , de (B.17), se verifica que

$$m^2 I_{\epsilon} \approx \left(\frac{\beta_0}{E^3 \gamma^2 \Delta} \right)^3 \frac{1}{2 - \Delta}$$

(B.19)

Para $I_7 = \int dX_{\epsilon} \frac{1}{X_{\epsilon}}$, siguiendo los mismos pasos y notación que en el caso anterior obtenemos:

$$I_7 = \left(\frac{2\beta}{E}\right)^3 \frac{-1}{[\sqrt{\beta_2(E_2 - \beta X)}]^3} \left\{ \frac{-z}{\sqrt{z^2 + a^2}} + P_m [z + \sqrt{z^2 + a^2}] \right. \\ \left. + \frac{(\beta_2 - E_2 X)}{(E_2 - \beta_2 X)^2} \frac{-1}{\sqrt{z^2 + a^2}} + \frac{z}{a^2 \sqrt{z^2 + a^2}} \left[\frac{\beta_2 - E_2 X}{\sqrt{\beta_2(E_2 - \beta X)^2}} \right]^2 \right\}_{x_c}^{\bar{x}_c}$$

(B.20)

que, a orden dominante, conduce al resultado

$$m^2 I_7 = 2 \left(\frac{\beta_0}{E}\right)^3 \left(\frac{1}{E^2 \gamma^2 \Delta}\right) \frac{1}{2-\Delta}$$

(B.21)

La última de las integrales, $I_8 = \int dx_8 a_2^3$, es inmediatamente integrable:

$$I_8 = \frac{\Gamma}{4\beta_2^2 m^2 (1-x^2) \sqrt{\Gamma^2 + 4m^2 \beta_2^2 (1-x^2)}} \Big|_{x_c}^{\bar{x}_c} \left(\frac{2\beta}{E}\right)^3 = \\ = \left(\frac{2\beta}{E}\right)^3 \frac{1}{4\beta_2^2 m^2 (1-x^2)} \left\{ \frac{A+B}{\sqrt{(A+B)^2 + c}} - \frac{A-B}{\sqrt{(A-B)^2 + c}} \right\}$$

(B.22)

Utilizando la relación (B.10) se llega a la expresión

$$m^2 I_8 = 4 \left(\frac{\beta_0}{E}\right)^3 \frac{1}{[E^2 \gamma^2 \Delta (1-A)]}$$

(B.23)

BIBLIOGRAFIA

- [AH85] L.A. Ahrens et al.,
Phys. Rev. Lett. 54 (1.985)18
- [AL83] D. Allasai et al.,
Phys. Lett 133B (1.983)129
- [AL84] G. Altarelli, CERN TH-3983/84.
"Proc. XIIth International Winter Meeting on
Fundamental Physics."
Santillana del Mar 1.984.
- [AR84] Véase [UA1]
- [AS72] "Handbook of Mathematical Functions."
Ed. M. Abramowitz and I.A. Stegun.
Dover Publications, INC. N.Y. (1.972)
- [BA75] B.C. Barish, CALT 68-535 (1.975)
- [BB76] C. Bouchiat, M.A. Bouchiat, L. Pottier
"Proc of the Fifth International Conference on
Atomic Physics." Berkeley. California (1.976)
Ed. Plenum.
- [BC81] P. Bucksbaum, E. Commins, L. Hunter,
Phys. Rev. Lett 46 (1.981)640
- [BD58] J.D. Bjorken, S.D. Drell, S.C. Fraustschi,
Phys. Rev. 112 (1.953)1.409
- [BE84] F. Bergsma et al.,
Phys. Lett. 147B (1.984)481

- [BG73] F.A. Berends, K.J.F. Gaemers, R. Gastmans,
Nucl. Phys. B63 (1.973)381
- [BG80] W. Buchmüller, G. Grunberg, S.-H.H. Tye,
Phys. Rev. Lett. 45 (1980)103
- [BH34] H. Bethe, W. Heitler,
Proc. Roy. Soc. (London) 146 (1.934)83
- [BL66] R.B. Blumental et al.,
Phys. Rev. 144 (1.966)1199
- [BO75] A.M. Boyarski et al.,
Phys. Rev. Lett. 34 (1.975)1181
- V. Lüth et al., *ibid.* 1357
- [BO84] M.A. Bouchiat, J. Guena, L. Pottier,
Phys. Lett. 134B (1.984)463
- C. Bouchiat, C.A. Piketty,
Phys. Lett. 128B (1.983)73
- C. Bouchiat, C.A. Piketty, D. Pignon,
Nucl. Phys. B221 (1.983)68
- [BP79] J. Bernabeu, P. Pascual,
Phys. Lett. 87B (1.979)69
- [BP80] J. Bernabeu, P. Pascual,
Nucl. Phys. B172 (1.980)93
- [BP81] J. Bernabeu, P. Pascual,
"Electro-Weak Theory". GIFT UAB. (1.981)

- [BT81] W. Buchmüller, S.-H.H. Tye,
Phys. Rev. D24 (1.981)132
- [BU85] W. Buchmüller et al.,
MPI-PAE/PTH 85/85 (1.985)
- [DI85] L. DiLella,
"Proc. of the International Europhysics Conference
on High-Energy Physics". Bari. Italy (1.985).
Ed. L. Nitti, G. Preparata.
European Physical Society.
- [DW64] S.D. Drell, J.D. Walecka,
Ann. Phys. 28 (1.961)18
- [DM79] E. Derman, W.J. Marciano,
Ann. Phys. 121 (1.979)147
- [EI85] E. Eichten,
Fermilab-CONF 85/29-T (1.985)
- [EL81] J. Ellis,
CERN TH-3174 (1.981).
- [FG85] P.J. Franzini, F.J. Gilman,
Phys. Rev. D32 (1.985)237
- [FR79] H. Fritzsch, Z. Phys. C1 (1.979)321
L. Wolfenstein, Nucl. Phys. B146 (1.978)477
J.D. Bjorken, Phys. Rev. D18 (1.978)3239
- [GK85] S. Güsken, J.H. Kühn, P.M. Zerwas,
Nucl. Phys. B262 (1.985)393

- [[GIL61] S.L. Glasgow Nucl. Phys. 22 (1.961)579
S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19(1.967)1264
A. Salam, en "Elementary Particles Physics."
Ed. N.Svartholm Stockhom (1.968).
- [[GSS69] M.Gourdin, L. Stodolsky, F.M. Renard,
Phys. Lett. 30B (1.969)347

L. Stodolsky,
Phys.Rev. D1 (1.970)2683
- [[HA73] F.J. Hasert et al.,
Phys. Lett. 46B (1.973)138
Phys. Lett. 46B (1.973)121
- [HK85] L.J. Hall, S.F. King, S.R. Sharpe,
Nucl. Phys. B260 (1.985)516
- [HS77] P.Q. Hung, J.J. Sakurai,
Phys. Lett. 69B (1.977)323
- [HS77a] P.Q. Hung, J.J. Sakurai,
Phys. Lett. 72B (1.977)208
- [HS79] P.Q. Hung, J.J. Sakurai,
Phys. Lett. 88B (1.979)91
- [HS81] P.Q. Hung, J.J. Sakuari,
Ann. Rev. Nucl. Part. Sci 31 (1981)375
- [HU77] P.Q. Hung,
Phys. Lett. 69B (1.977)216
- [IZ80] C. Itzykson, J.B.Zuber,
"Quantum Field Theory". Mc.Graw-Hill (1.980)

- [JA82] J.D. Jackson et al.,
 "Properties of Toponium". Proc.of the 1.982 DPF
 Summer Study on Elementary Particle Physics and
 Future Facilities. Snowmass. Colorado.
 Ed. R. Donalson, R. Gustafson and F. Paige
- [JO85] J.M. Jowett,
 CERN-LEP-TH/85-04 (1.985)
- [KA78] B.K. Kerimov, I.M. Al'-Khamisi, M.Ya. Safin,
 Bull. Acad. Sci. USSR.
 Phys. Ser. (USA) 42 (1.978)191
- [KE81] B.K. Kerimov, A.I. El'gavkhari, A.G. Ganiev,
 Bull. Acad. Sci. USSR.
 Phys. Ser. (USA) 45 (1.981)145
- [KI81] J.E. Kim et al.,
 Rev. Mod. Phys. 53 (1.981)211
- [KL78] R. Koniuk, R. Leroux, N. Isgur,
 Phys. Rev. D17 (1.978)2915
- [KM77] H. Kluttig, J. Morfin, W. van Doninck.
 Phys. Lett B71 (1.977)446
- [KO84] W. Koch.
 Lecture given at International School of
 Elementary Particle Physics.
 Kupari-Dubrovnik. Yugoslavia. (1.984)
- [KR82] W. Krenz,
 Aachen Report PITHA 82/86 (1.982)
- [KR85] W. Krenz,
 Aachen preprint PITHA 84/82(1.985)

- [KS82] J.H. Kühn, K.H. Streng,
Nucl. Phys. B198 (1.982)71
- [KU85] J.H. Kühn, CERN-TH 4151/85.
Talk given at Moriond Workshop on Heavy Quarks,
Flavour Mixing and CP violation.
La Plagne. France (1.985)
- [KZ85] J.H. Kühn, P.M. Zerwas,
Phys. Lett. 154B (1.985)448
- [LE85] LEP Experiments Committee,
CERN-LEPC/85-26 (1.985)
- [LW75] R.R. Lewis, W.L. Williams,
Phys. Lett. 59B (1.975)70
- [MO77] K.O. Mikaelian, R.J. Oakes,
Phys. Rev. D16 (1.977)326
- [MS70] A.D. Martin, T.D. Spearman,
"Elementary Particle Theory"
North-Holland (1.970)
- [MS81] W.J. Marciano, A. Sirlin,
Nucl. Phys. B189 (1.981)442
- [MS84] W.J. Marciano, A. Sirlin,
Phys. Rev. D29 (1.984)945
- [NA83] B. Naroska,
DESY Report 83-111 (1.983)
- [OK82] L.B. Okun,
"Leptons and Quarks".
North-Holland (1.982)

- [OL68] H.A. Olsen,
Springer Tracts in Modern Physics.
(Springer-Berlin) Vol. 44, p.108, 1.968
- [OO80] Ø.B. Olsen, H.A. Olsen, P.G. Flø.
Phys. Rev. D22 (1.980) 2132
- [PR79] C.Y. Prescott et al.,
Phys. Lett. 84B (1.979)524
- [RE79] F.M. Renard,
Z. Phys. C1 (1.979)225
- [RW67] R.van Royen, V.F. Weisskopf
Nuovo Cim. 50 (1.967)617 y 51 (1.967)583
- [SA79] J.J. Sakurai,
Proc. Eighth Hawaii Topical Conference in Particle
Physics (1.979).
Ed. V. Peterson, S. Pakvasa. Honolulu (1.980)
- [SE77] L.M. Sehgal,
Phys. Lett. 71B (1.977)99
- [SE84] L.M. Sehgal,
Aachen Report PITHA 84/03 (1.984)
- [SE80] L.M. Sehgal,
Aachen Report PITHA 80/17 (1.980)
- [SM70] I. Sick, J.S. McCarthy,
Nucl. Phys. A150 (1.970)631
- [SZ79] L.M. Sehgal, P.M. Zerwas,
Nucl. Phys. B183 (1.981)417

- [TA72] J.R. Taylor
"Scattering Theory".
John Wiley(1.972)
- [UA1] Colaboración UA1
G.Arnison et al. Phys. Lett 122B (1.983)103
Phys. Lett 129B (1.983)273
Phys. Lett 126B (1.983)398
Phys. Lett 147B (1.984)493
- [UA2] Colaboración UA2
G.Banner et al. Phys. Lett 122B (1.983)476
P Bagnaia et al. Phys. Lett 129B (1.983)130
Z. Phys. C24 (1.984)1
- [VA83] P. Van Dam. BEBC D₂ Collaboration.
Contribution to the "Rencontre de Moriond" 1.983 y
CERN SPSC 83-28 (1.983)
- [WO65] L.Wolfenstein,
Proc. Internat. Symposium on Lepton and Photon
Interaction at High Energies.
p 613. Stanford 1.975
- [YA83] S.Yamada,
DESY Report 83-100 (1.983)
- [YK79] Y.Yokoo, H. Konashi, K. Ushio
Phys. Lett. 37B (1.979)61
