

Universitat de València  
Departamento de Informática y Electrónica



**Concepción y realización de un rectificador  
trifásico reductor con control vectorial y  
conmutación suave para la corrección  
dinámica del factor de potencia**

**TESIS DOCTORAL**

Presentada por:

Esteban Sanchis Kilders

Valencia, Junio 1997

UMI Number: U607735

All rights reserved

INFORMATION TO ALL USERS

The quality of this reproduction is dependent upon the quality of the copy submitted.

In the unlikely event that the author did not send a complete manuscript and there are missing pages, these will be noted. Also, if material had to be removed, a note will indicate the deletion.



UMI U607735

Published by ProQuest LLC 2014. Copyright in the Dissertation held by the Author.  
Microform Edition © ProQuest LLC.

All rights reserved. This work is protected against  
unauthorized copying under Title 17, United States Code.



ProQuest LLC  
789 East Eisenhower Parkway  
P.O. Box 1346  
Ann Arbor, MI 48106-1346

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA  
BIBLIOTECA CIÈNCIES

Nº P... 10503

DATA 29-7-97

SIGNA...  
T.D 295

Nº LIB...

119847324







Universitat de València

Dpto. de Informática y Electrónica  
C/. Dr. Moliner, 50  
46100 Burjassot  
España

Tel.: int-34-6-3864353  
FAX: int-34-6-3864568

**D. Enrique J. Dede García-Santamaría**, Catedrático de Universidad, y **D. Enrique Maset Sancho**, Profesor Titular de Universidad, ambos del Departamento de Informática y Electrónica de la Universidad de Valencia.

HACEN CONSTAR: Que el Licenciado en Ciencias Físicas D. Esteban Sanchis Kilders ha realizado bajo su dirección el trabajo titulado **“Concepción y realización de un rectificador trifásico reductor con control vectorial y conmutación suave para la corrección dinámica del factor de potencia”**, que se presenta en esta memoria para optar al grado de Doctor en Ingeniería Electrónica.

Y para que así conste, firmamos el presente documento en Valencia a dieciséis de mayo de mil novecientos noventa y siete.

Fdo. Enrique J. Dede García-Santamaría  
Catedrático de Universidad

Fdo. Enrique Maset Sancho  
Prof. Titular de Universidad

Fdo. José Espí López  
Director del Departamento







## **Agradecimientos**

Agradecer a mis directores de tesis, el Catedrático Enrique J. Dede y el Profesor Titular Enrique Maset, todo su apoyo y ayuda en la realización de la tesis. A Enrique J. Dede le debo agradecer todo lo que ha hecho por mi para que hoy en día forme parte del Departamento de Informática y Electrónica de la Universitat de València y que haya disfrutado de dos becas de FPI. Sin su ayuda y enseñanzas no estaría donde estoy ahora. A Enrique Maset debemos agradecerle su dedicación desinteresada a todos los integrantes del Laboratorio de Electrónica Industrial e Instrumentación y en especial a mi como codirector de esta Tesis. Sus sugerencias durante el montaje y su consejos técnicos me fueron de inestimable ayuda.

A mis compañeros del Laboratorio de Electrónica Industrial e Instrumentación, por su aportación de ideas técnicas y ayuda en los momentos difíciles. Por orden alfabético, a Edith Navarro, a José A. Carrasco, a Juan Bautista Ejea, a José Miguel Espí, a Agustín Ferreres y a Diego Ramírez muchas gracias por aguantarme, que no es poco.

A todos mis compañeros del Departamento de Informática y Electrónica, en especial al jefe del departamento, Dr. José Espí López, y sin olvidar a Jaime Castelló siempre presto a ayudarme cuando se la he pedido y a Lola y Amparo que siempre nos apoyan y explican todas las cosas mil veces sin que nosotros seamos capaces de retenerlo.

A Vicente Esteve y a todos los demás compañeros del Departamento de I+D de la empresa GH que siempre han tenido una palabra amable y me han ayudado en todo, siempre cuando se lo he pedido, tanto a nivel particular como a nivel profesional.

A todos los compañeros de XP y en especial a Albert Crausaz, Alan H. Weinberg y a Dermot P. Levins por su inestimable ayuda y sus enseñanzas dentro de la electrónica de potencia espacial que tanto me ha servido para su aplicación a sistemas terrestres. No puedo olvidar que mi estancia en la Agencia Espacial Europea fue gracias a una beca FPI del Ministerio de Educación y Ciencia.

Al IMPIVA por haber sufragado en parte los gastos de este trabajo.

Agradecer en especial el apoyo incondicional de mi esposa y mi familia que nunca me han fallado y nunca me fallarán.

Quisiera agradecer a todas las personas que no nombro en estas páginas por falta de espacio o por olvido involuntario, la ayuda prestada de una u otra forma para que este trabajo se haya llevado a cabo.

*A Begoña*  
*A toda mi familia*





## **Objetivos y resumen de la tesis doctoral**

Este trabajo esta basado en la necesidad actual de conseguir un uso más eficiente de la red eléctrica de baja tensión y reducir además la polución de armónicos que sufre actualmente. Este uso eficiente de la energía eléctrica esta bonificado o penalizado por la propia compañía eléctrica suministradora según la ley española en lo que al factor de desplazamiento se refiere (para aplicaciones industriales) y además existe actualmente una normativa en vigor a nivel europeo (EN 61000) que limita tanto el contenido armónico de la corriente que se le pide a la red pública como la distorsión que se le pueda ocasionar a la forma de onda eléctrica (para todo tipo de equipos). Como la mayor parte de la maquinaria eléctrica industrial funciona con tensión trifásica el estudio aborda los circuitos que corrigen el factor de potencia para instalaciones trifásicas. Veremos que los mecanismos clásicos para el acondicionamiento de la potencia eléctrica se están sustituyendo por equipos electrónicos que nos permiten reducir la polución electromagnética a un mínimo aunque para ello debemos pagar un precio más elevado. Los equipos electrónicos incluyen además otras ventajas que los hacen muy atractivos.

Para el caso particular de generadores de energía eléctrica en los cuales la tensión de salida debe ser menor que la de la entrada deberemos utilizar topologías reductoras como la topología BUCK. Como la mayoría de los estudios se han dirigido hasta ahora hacia la topología elevadora debido a su mayor rendimiento y corriente de entrada no pulsante, nosotros hemos estudiado la topología BUCK en profundidad por buscar una topología reductora. Sus ventajas son múltiples, algunas inherentes a su propia topología, como son limitación de la corriente de salida si se le añade un lazo de corriente, un control más sencillo y como rectificador su capacidad de corrección dinámica del factor de potencia con un lazo de realimentación adicional.

A esta motivación se une al hecho de estar buscando nuevas estructuras para simplificar los circuitos utilizados actualmente en la industria del caldeo por inducción. La conveniencia de utilizar un dispositivo reductor para alimentar el puente inversor para caldeo por inducción, preferiblemente controlado por corriente, nos ha inclinado hacia la estructura de un rectificador

trifásico tipo BUCK con un lazo de corriente de conductancia. El lazo de corriente dotará al rectificador de todas las ventajas propias de dicho lazo. Las estructuras, por supuesto, deben cumplir la normativa actual en lo que a factor de potencia se refiere.

Para el estudio de la topología BUCK se ha aplicado el control vectorial, ampliamente utilizado en el área de máquinas eléctricas y cada vez más popular también en el control de rectificadores trifásicos, sobre todo debido a la introducción de controles digitales que permiten realizar los cálculos que esta técnica de control requiere en un tiempo aceptable. El problema de la distribución de los ciclos de trabajo, ya abordado para inversores, se ha ampliado en este trabajo a rectificadores. El control vectorial nos ha ayudado a obtener un modelo del rectificador muy simplificado e independiente del tiempo lo que por tanto simplifica su control que es muy parecido al del convertidor BUCK DC-DC, como se verá. También se ha estudiado como afecta el estar utilizando un modulador PWM clásico en un sistema trifásico.

Todo el estudio teórico se plasma en el diseño de un prototipo donde se aplica de forma práctica la teoría deducida. La introducción de soluciones particulares a la corrección del factor de desplazamiento y al lazo de realimentación nos permiten obtener unos resultados óptimos al margen de los problemas que plantea el uso del control digital.

Por último y para reducir tanto el estrés de los componentes como aumentar el rendimiento se ha estudiado una nueva técnica de conmutación suave. Dicha técnica reduce drásticamente los picos de tensión que sufren los interruptores al conmutar la corriente que por ellos circula y por tanto sus pérdidas de conmutación.

## Glosario

A continuación se enumeran y describen brevemente las variables más utilizadas a lo largo del trabajo, ordenadas por orden alfabético.

- $I, \dots, VI$ : señales digitales que valen '1' cuando estamos en el sector correspondiente y '0' el resto del tiempo
- $A_c$ : ganancia proporcional del amplificador operacional del lazo de corriente
- $A_t$ : ganancia proporcional del amplificador operacional del lazo de tensión
- $A, B, C$ : señales PWM auxiliares generadas por el DSP
- $A', B', C'$ : señales PWM generadas por el DSP para disparar el circuito ZCT
- $C_d$ : condensador de la red de amortiguamiento del filtro de entrada
- $C_{fc}$ : condensador de realimentación del amplificador operacional del lazo de corriente
- $C_{ft}$ : condensador de realimentación del amplificador operacional del lazo de tensión
- $C_i$ : condensador del filtro de entrada
- $C_r$ : condensador del tanque resonante del circuito ZCT
- $C_s$ : condensador de la red de Snubber
- $D$ : ciclo de trabajo en régimen estacionario
- $\tilde{d}$ : perturbación del ciclo de trabajo
- $\bar{d}$ : vector espacial de ciclos de trabajo en el marco de referencia fijo,  $\alpha-\beta$
- $\bar{d}_{rot}$ : vector espacial de ciclos de trabajo en el marco de referencia móvil,  $d-q$
- $d_a, d_b$ : ciclos de trabajo correspondientes al vector espacial derecho e izquierdo (valores normalizados de  $I_a$  e  $I_b$  o  $V_a$  y  $V_b$ )
- $DF$ : factor de desplazamiento
- $DH$ : factor de distorsión armónica
- $d_{jk}$ : ciclo de trabajo correspondiente al interruptor  $S_{jk}$
- $d, q$ : subíndices de la componente real e imaginaria del marco de referencia móvil,  $d-q$
- $f_0$ : frecuencia de corte del filtro de entrada

---

$f$ :	frecuencia de red
$f_{\max}$ :	frecuencia de corte de la fuente de corriente equivalente en que se crea al añadir el lazo de corriente
$f_{ct}$ :	frecuencia de corte de todo el rectificador (ancho de banda)
$F_{l/a}$ :	audiosusceptibilidad en lazo abierto
$f_m$ :	frecuencia de la perturbación aplicada al modulador PWM
$f_s$ :	frecuencia de conmutación
$G$ :	conductancia del sensor de corriente
$I_0$ :	corriente de salida
$\bar{I}_1, \dots, \bar{I}_9$ :	vectores espaciales base de la corriente de entrada
$I_a, I_b$ :	proyección del vector de corriente de entrada sobre el vector espacial base derecho e izquierdo respectivamente
$i_{an}, i_{bn}$ :	coeficientes del desarrollo en serie de Fourier de la corriente de entrada
$I_m, i$ :	amplitud de la corriente de fase de entrada del armónico fundamental
$\bar{i}_i$ :	vector espacial de corriente de entrada en el marco de referencia fijo, $\alpha-\beta$
$\bar{i}_{i_{rot}}$ :	vector espacial de corriente de entrada en el marco de referencia móvil, $d-q$
$\bar{I}_{in}, \bar{i}(t)$ :	vector espacial de corriente de entrada
$I_n$ :	amplitud de la corriente del armónico $n$
$i_p$ :	corriente de salida del puente rectificador
$i_r, i_s, i_t$ :	corrientes de fase de entrada
$i(t)$ :	corriente de fase de entrada genérica
$\Delta I$ :	rizado de corriente en la inductancia de salida
$\Delta i_{cn}, \Delta i_{dn}$ :	desviación de la proporcionalidad de los coeficientes del desarrollo de Fourier de la corriente de entrada con respecto a los armónicos de tensión
$\Delta i_{pp}$ :	rizado de corriente del filtro de entrada
$j$ :	subíndice que hace referencia a los nodos de salida del rectificador, los nodos $p$ o $n$
$k$ :	subíndice que hace referencia a una de las tres fases R, S o T
$K$ :	constante del divisor en el sensado de la tensión de salida
$L$ :	inductancia de salida
$L_i$ :	inductancia del filtro de entrada
$MF$ :	margen de fase

---

$M(\omega_m)$ :	función de transferencia del modulador PWM
$P_0$ :	potencia de salida
$P$ :	potencia media suministrada por la red de suministro eléctrico
$P_{cond}$ :	potencia de pérdidas de conducción
$PF$ :	factor de potencia
$P_i$ :	potencia de entrada del sistema trifásico
$P_r$ :	potencia media perdida en la resistencia de la red de suministro eléctrico
$q_{jk}$ :	señales de puerta (de disparo) de los IGBTs
$R$ :	resistencia de carga
$RMS$ :	subíndice que indica que estamos hablando de valores eficaces
$rot$ :	subíndice que indica que el vector está representado en el marco de referencia rotativo
$R_d$ :	resistencia de la red de amortiguamiento del filtro de entrada
$R_{fc}$ :	resistencia de realimentación del amplificador operacional del lazo de de corriente
$R_{ft}$ :	resistencia de realimentación del amplificador operacional del lazo de de tensión
$R_{ic}$ :	resistencia de entrada del amplificador de operacional del lazo de corriente
$R_s$ :	resistencia equivalente del sensor de corriente o resistencia de la red de Snubber
$R_{S,T}$ :	subíndices utilizados para diferenciar las variables asociadas a cada una de las tres fases
$S$ :	potencia aparente
$S_{jk}$ :	variable que representa al interruptor; vale '1' si el interruptor está cerrado y '0' si está abierto
$S_{x0}, S_{x1}$ :	variables que representan a los interruptores del circuito ZCT; vale '1' si el interruptor está cerrado y '0' si está abierto
$T$ :	matriz de cambio de coordenadas
$T_r$ :	periodo resonante del tanque resonante del circuito ZCT
$V_0$ :	tensión de salida
$\bar{V}_1, \dots, \bar{V}_g$ :	vectores espaciales base de tensión de entrada
$V_a, V_b$ :	proyección del vector de tensión de entrada sobre el vector espacial base derecho e izquierdo respectivamente
$v_{an}, v_{bn}$ :	coeficientes del desarrollo en serie de Fourier de la tensión de entrada
$V_{Cr\_max}$ :	tensión máxima en el condensador del tanque resonante del circuito ZCT

---

$\bar{v}_g$ :	vector espacial de tensión de entrada en el marco de referencia fijo, $\alpha$ - $\beta$
$\bar{v}_{g\_rot}$ :	vector espacial de tensión de entrada en el marco de referencia móvil, d-q
$\bar{v}_i$ :	vector espacial de tensión de entrada en el marco de referencia fijo, $\alpha$ - $\beta$
$\bar{v}_{i\_rot}$ :	vector espacial de tensión de entrada en el marco de referencia móvil, d-q
$\bar{V}_{in}, \bar{v}(t)$ :	vector espacial de tensión de entrada
$V_{linea}$ :	tensión eficaz de línea de entrada (380V)
$V_m, v$ :	amplitud de la tensión de fase de entrada
$V_{max}$ :	amplitud máxima de la tensión de fase
$v_{pn}$ :	tensión de salida del rectificador antes del filtro de salida (tensión entre los nodos p y n)
$V_R, V_S, V_T$ :	tensiones de fase de entrada
$V_r, V_s, V_t$ :	tensiones de fase en los puntos intermedios del puente rectificador trifásico
$V_{RS}, V_{ST}, V_{TR}$ :	tensiones de línea de los generadores de entrada
$V_{rs}, V_{st}, V_{tr}$ :	tensiones de línea entre los puntos intermedios del puente rectificador trifásico
$V_{RMS}$ :	tensión de fase de entrada eficaz (en un sistema equilibrado, todas son iguales)
$v(t)$ :	tensión de fase de entrada
$v_x, v_y, v_z$ :	tensiones de fase normalizadas y ordenadas por valor absoluto
$\Delta V$ :	rizado de la tensión de entrada
$X_m$ :	amplitud de la variable trifásica x
$x(t)$ :	variable de un sistema trifásico
$x, y, z$ :	señales PWM auxiliares internas de la PAL
$Z_0$ :	impedancia de salida
$ Z_i $ :	módulo de la impedancia de entrada del rectificador
$Z_{l/a}$ :	impedancia de salida en lazo abierto
$Z_r$ :	impedancia característica del tanque resonante del circuito ZCT
$ Z_s $ :	módulo de la impedancia de salida del filtro de entrada
$\alpha, \beta$ :	subíndices de las componentes correspondientes del vector x en el marco de referencia fijo, $\alpha$ - $\beta$
$\beta$ :	rizado relativo de corriente de entrada
$\delta$ :	rizado relativo de tensión de entrada
$\eta$ :	rendimiento

$\theta$ :	desfase entre el vector espacial buscado y el vector espacial base de su derecha
$\rho$ :	$2\pi/3$
$\varphi, \varphi_1$ :	desfase entre tensión y corriente del armónico fundamental a la entrada del rectificador; coincide con el desfase de la variable vectorial $x$ con respecto al eje de abcisas ( $\alpha$ ) para el caso que el vector de tensión de referencia esté alineado con el eje de abcisas
$\varphi_n$ :	desfase entre la corriente y la tensión de entrada del armónico $n$
$\psi$ :	desfase entre tensión y corriente a la entrada del filtro de entrada
$\omega$ :	frecuencia angular de red
$\tilde{\cdot}$ :	superíndice de las variables perturbadas





# Índice

<b>1. Corrección del factor de potencia en sistemas electrónicos trifásicos</b> .....	1
<b>1.1. Introducción</b> .....	1
<b>1.2. Motivaciones</b> .....	1
1.2.1. Definiciones .....	5
1.2.2. Consecuencias.....	9
1.2.3. Normativa.....	11
<b>1.3. Métodos de corrección del factor de potencia</b> .....	15
1.3.1. Método pasivo .....	16
1.3.2. Método activo.....	18
<b>1.4. Estudio topológico de rectificadores trifásicos para la corrección del factor de potencia</b> .....	20
1.4.1. Rectificadores modulares .....	21
1.4.2. Rectificadores trifásicos no modulares.....	23
1.4.2.1. Rectificadores con menos de seis interruptores .....	23
1.4.2.1.1. <i>Rectificador de inyección del tercer armónico</i> .....	23
1.4.2.1.2. <i>Rectificador BOOST con un solo interruptor</i> .....	24
1.4.2.1.3. <i>Rectificador trifásico BOOST con tres interruptores y de tres niveles</i> .....	25
1.4.2.1.4. <i>Rectificador trifásico BUCK con un sólo interruptor</i> .....	26
1.4.2.2. Rectificadores con seis interruptores .....	28
1.4.2.2.1. <i>El rectificador totalmente controlado tipo BOOST con control por histéresis</i> .....	30
1.4.2.2.2. <i>El rectificador BOOST con control por modulación sinusoidal</i> .....	31
1.4.2.2.3. <i>Rectificador BOOST totalmente controlado con control por modulación del vector espacio</i> .....	32
1.4.2.2.4. <i>Rectificador BUCK totalmente controlado con control por modulación del vector espacio</i> .....	33
<b>1.5. Conclusión</b> .....	34
<b>1.6. Bibliografía</b> .....	34

---

<b>2. El control vectorial aplicado a rectificadores trifásicos</b> .....	37
<b>2.1. Introducción</b> .....	37
<b>2.2. Definición del vector espacio</b> .....	39
<b>2.3. Control vectorial aplicado a rectificadores trifásicos</b> .....	41
2.3.1. El rectificador trifásico alimentado por tensión (tipo BUCK).....	41
2.3.2. El rectificador trifásico alimentado por corriente (tipo BOOST) .....	48
<b>2.4. La distribución de ciclos de trabajo</b> .....	54
2.4.1. Distribución de ciclos de trabajo para el rectificador de tipo BUCK.....	57
2.4.1.1. Reducción del contenido armónico.....	58
2.4.1.2. Rizado de corriente en la bobina de salida .....	65
2.4.1.3. Reducción del número de transiciones .....	65
2.4.1.4. Realización práctica .....	68
2.4.2. Distribución de ciclos de trabajo para el rectificador de tipo BOOST .....	68
<b>2.5. Corrección del factor de potencia</b> .....	71
2.5.1. Corrección del factor de potencia en el rectificador BUCK.....	72
2.5.2. Corrección del factor de potencia en el rectificador BOOST .....	79
<b>2.6. Conclusión</b> .....	82
<b>2.7. Bibliografía</b> .....	82
<b>3. Modelado de rectificadores trifásicos reductores y elevadores</b> .....	85
<b>3.1. Introducción</b> .....	85
<b>3.2. Modelado del rectificador reductor</b> .....	87
3.2.1. Cambio de marco de referencia .....	90
3.2.2. Análisis estático y dinámico del rectificador tipo BUCK .....	93
3.2.2.1. Impedancia de salida .....	97
3.2.2.2. Audiosusceptibilidad .....	98
<b>3.3. Modelado del rectificador elevador</b> .....	99
3.3.1. Cambio de marco de referencia .....	103
3.3.2. Análisis estático y dinámico del rectificador tipo BOOST .....	105
3.3.2.1. Impedancia de salida .....	109
3.3.2.2. Audiosusceptibilidad .....	110
<b>3.4. Análisis de moduladores PWM</b> .....	111
3.4.1. Análisis de moduladores PWM para moduladores de control vectorial.....	114
<b>3.5. Conclusión</b> .....	123

---

<b>3.6. Bibliografía .....</b>	<b>123</b>
<b>4. Diseño del rectificador trifásico con estructura BUCK.....</b>	<b>125</b>
<b>4.1. Introducción .....</b>	<b>125</b>
<b>4.2. Etapa de potencia: Diseño del control por conductancia.....</b>	<b>127</b>
4.2.1. Diseño de los elementos semiconductores .....	131
<b>4.3. El control híbrido .....</b>	<b>133</b>
4.3.1. Etapa analógica.....	134
4.3.2. Etapa digital.....	139
4.3.2.1. Algoritmo de control del DSP .....	145
4.3.3. Circuito de disparo.....	147
<b>4.4. El filtro de entrada .....</b>	<b>148</b>
<b>4.5. Corrección del factor de potencia .....</b>	<b>152</b>
<b>4.6. Conclusión .....</b>	<b>162</b>
<b>4.7. Bibliografía .....</b>	<b>163</b>
<b>5. Técnicas de conmutación suave.....</b>	<b>165</b>
<b>5.1. Introducción .....</b>	<b>165</b>
<b>5.2. Circuito de conmutación suave propuesto .....</b>	<b>168</b>
5.2.1. Principio de operación.....	170
5.2.2. Procedimiento de diseño .....	177
<b>5.3. Control del circuito ZCT.....</b>	<b>180</b>
<b>5.4. Resultados experimentales .....</b>	<b>182</b>
<b>5.5. Conclusión .....</b>	<b>188</b>
<b>5.6. Bibliografía .....</b>	<b>189</b>

---

<b>6. Resultados Experimentales</b> .....	191
<b>6.1. Introducción</b> .....	191
<b>6.2. Medidas del Rendimiento</b> .....	191
<b>6.3. Medidas del factor de potencia</b> .....	194
6.3.1. Factor de desplazamiento .....	195
6.3.2. Factor de distorsión armónica.....	197
<b>6.4. Medidas de la respuesta en frecuencia</b> .....	199
<b>6.5. Formas de onda</b> .....	205
<b>6.6. Conclusión</b> .....	208
<b>7. Conclusiones</b> .....	209
<b>7.1. Aportaciones de este trabajo</b> .....	209
<b>7.2. Aplicaciones</b> .....	212
<b>7.3. Sugerencias para estudios futuros</b> .....	213
<b>Anexos</b>	
<b>Anexo 1: Sensor de corriente</b> .....	214
<b>A1.1. Funcionamiento</b> .....	214
<b>A1.2. Bibliografía</b> .....	215
<b>Anexo 2: Programa del DSP</b> .....	216

---

<b>A2.1. Introducción</b> .....	216
A2.1.1. Rutina de servicio de interrupción.....	216
A2.1.2. Rutina completa .....	223
<b>A2.2. Bibliografía</b> .....	230
<b>Anexo 3: Esquemas eléctricos del rectificador BUCK</b> .....	231
<b>A3.1. Introducción</b> .....	231
<b>A3.2. Bibliografía</b> .....	243
<b>Anexo 4: Estudio del circuito ZCT equivalente</b> .....	244
<b>A4.1. Introducción</b> .....	244
<b>A4.2. Circuito equivalente</b> .....	244
<b>A4.3. Hoja de Mathematica</b> .....	246
<b>Anexo 5: Cálculo del contenido armónico de la corriente de entrada</b> .....	250
<b>A5.1. Introducción</b> .....	250
<b>A5.2. “Notebook” de la distribución ①</b> .....	252
<b>A5.3. “Notebook” de la distribución ②</b> .....	259
<b>A5.4. “Notebook” de la distribución ③</b> .....	268
<b>A5.5. “Notebook” de la distribución ④</b> .....	277



# **1. Corrección del factor de potencia en sistemas electrónicos trifásicos**

## **1.1. Introducción**

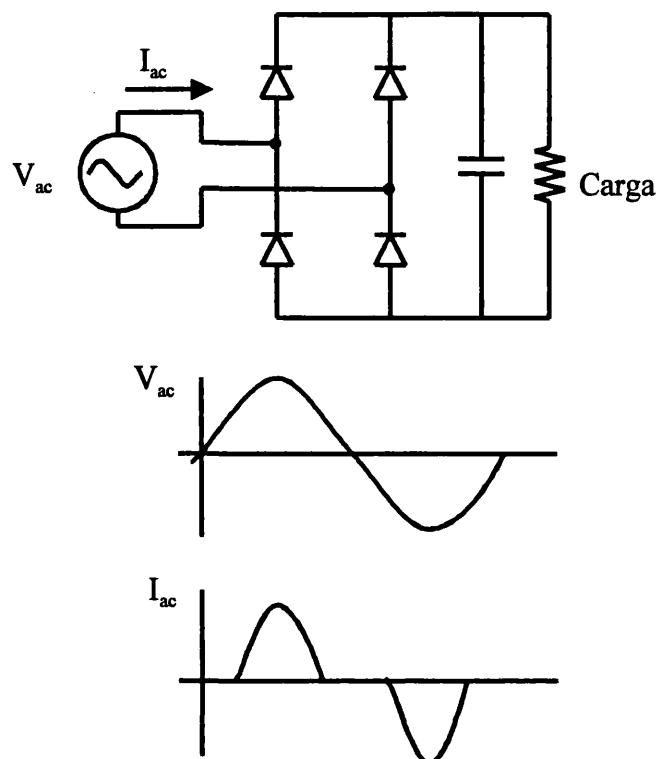
En la actualidad está teniendo cada vez más importancia la mejora de la calidad de los equipos electrónicos, pero desde el punto de vista de la interacción de estos equipos con otros usuarios de la red eléctrica. Están entrando en vigor nuevas normativas cada vez más restrictivas, en áreas de compatibilidad electromagnética y calidad de la potencia eléctrica entre otras. La mejora de la calidad de la potencia eléctrica se plantea debido a la proliferación en las últimas décadas de equipos electrónicos cuyas fuentes de alimentación tienen corrientes de entrada distorsionadas. Esto es debido a que se comportan como cargas no lineales. Estas distorsiones pueden afectar a los demás usuarios del suministro eléctrico.

En este trabajo proponemos una solución para minimizar esta polución de la red eléctrica desde el punto de vista del factor de potencia. La definición de esta última magnitud es la que nos permite conocer el grado de utilización eficiente de la red eléctrica por parte del usuario, así como la “limpieza” de señales que extrae de ella.

## **1.2. Motivaciones**

Todos los sistemas electrónicos necesitan una fuente de energía que generalmente será la red eléctrica. Esto significa que la gran mayoría de usuarios conectamos algún dispositivo a la red y por tanto debemos tener en cuenta el factor de potencia de nuestro dispositivo.

En el caso más sencillo, la red será monofásica y el sistema rectificador utilizado es un puente completo de diodos, al que le sigue un condensador de filtrado (ver Figura 1.1.).

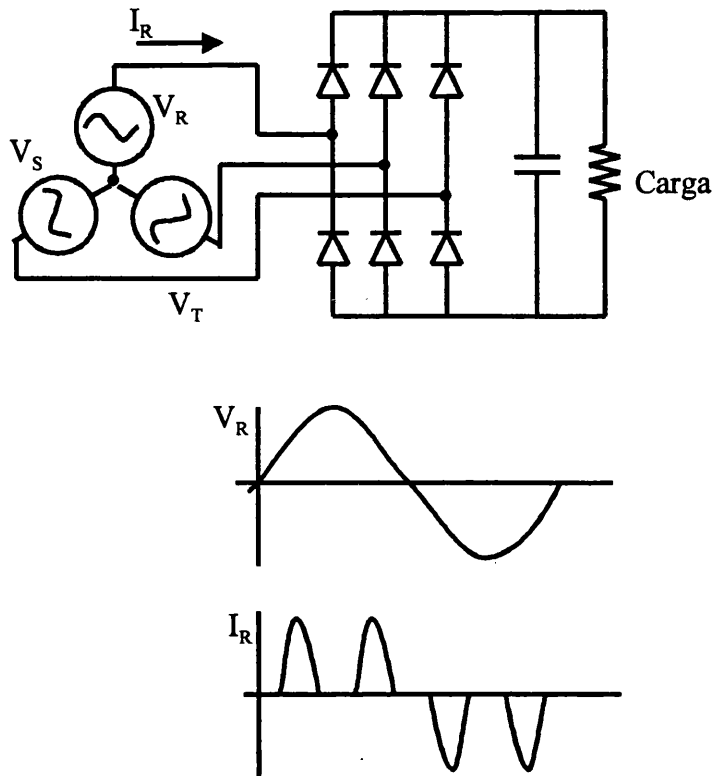


*Figura 1.1.: Rectificador en puente completo monofásico con filtro capacitivo. Formas de onda de corriente y tensión de fase.*

El resultado de esta disposición es una forma de onda de corriente no sinusoidal y por tanto distorsionada. Esto degrada el factor de potencia como ahora veremos.

En el caso de la red trifásica ocurre lo mismo, aunque habría que distinguir entre sistemas equilibrados y desequilibrados. En los sistemas equilibrados las tres fuentes de tensión de entrada dan corrientes iguales, e. d. la carga se reparte de forma equilibrada entre las tres fases y en un sistema desequilibrado esto no sucede. En este trabajo nos vamos a centrar en el caso particular de un sistema equilibrado. En la Figura 1.2. se muestra la corriente de entrada, altamente distorsionada de un rectificador trifásico con un puente completo de diodos y un filtro de salida capacitivo. Para un sistema trifásico como el de Figura 1.2., si no tenemos capacidad de salida y sólo una resistencia, la corriente de entrada ya estará distorsionada, lo que no ocurre para un sistema monofásico.





*Figura 1.2.: Rectificador en puente completo trifásico con filtro capacitivo. Formas de onda de corriente y tensión de fase y de línea para un sistema equilibrado.*

Hasta ahora el diseño de los filtros de salida, tanto de primer orden como de segundo o superiores, se había realizado haciendo un mayor hincapié en disminuir lo más posible el rizado de salida, pero sin tener en cuenta la distorsión de la corriente de entrada y su desfase con la tensión. Pero como ya se ha comentado anteriormente, empieza a ser necesario el control de esta distorsión y desplazamiento en fase de la corriente de entrada de todo equipo electrónico, tanto para hacer un uso más eficiente de la red de suministro eléctrico como para cumplir la normativa.

El problema de obtener una corriente distorsionada y por tanto con un alto contenido de armónicos, trae las siguientes consecuencias:

1. Estos armónicos pueden afectar negativamente a equipos electrónicos muy sensibles.
2. Los componentes armónicos de corriente no están emparejados con armónicos correspondientes de tensión, y por tanto producirán potencia no utilizable.

3. Estos armónicos generarán armónicos de tensión en la red debido a la resistencia de la misma y son potencialmente generadores de ruido electromagnético.

El análisis matemático de los armónicos demuestra el mayor consumo de energía si existe una distorsión armónica, como vamos a ver a continuación para el caso de una sola fase. Si realizamos el desarrollo de Fourier de nuestras señales de tensión y corriente:

$$v(t) = \sum_{n=0}^{\infty} [v_{an} \cos(n\omega t) + v_{bn} \sin(n\omega t)] \quad (1.1.)$$

$$i(t) = \sum_{n=0}^{\infty} [i_{cn} \cos(n\omega t) + i_{dn} \sin(n\omega t)] \quad (1.2.)$$

La potencia promedio de la fuente es:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T i(t)v(t)dt = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (v_{an}i_{cn} + v_{bn}i_{dn}) \quad (1.3.)$$

y la potencia promedio perdida en la resistencia de la red eléctrica,  $r$ , es:

$$P_r = \frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 r dt = r \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (i_{cn}^2 + i_{dn}^2) \quad (1.4.)$$

Si la corriente es proporcional a la tensión entonces los coeficientes del desarrollo de Fourier de ambas señales serán proporcionales, siendo su factor de proporcionalidad la carga  $R$ :

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} \Rightarrow i_{cn} = \frac{v_{an}}{R} \quad i_{dn} = \frac{v_{bn}}{R} \quad (1.5.)$$

por tanto

$$P = \frac{1}{2R} \sum_{n=0}^{\infty} (v_{an}^2 + v_{bn}^2) \quad (1.6.)$$

y las pérdidas en la red valen:

$$P_r = \frac{r}{2R^2} \sum_{n=0}^{\infty} (v_{an}^2 + v_{bn}^2) = \frac{r}{R} P \quad (1.7.)$$

Si existe una distorsión en nuestra forma de onda de la corriente que no se corresponde con una distorsión en la forma de onda en tensión, entonces esto se traduce matemáticamente en que los coeficientes ya no se relacionan con la misma proporcionalidad, si no que hay además un término adicional:

$$i_{cn} = \frac{v_{an}}{R} + \Delta i_{cn} \quad \text{y} \quad i_{dn} = \frac{v_{bn}}{R} + \Delta i_{dn} \quad (1.8.)$$

Ahora las potencias promedio tanto de la fuente,  $P$ , como de la red,  $P_r$ , son:

$$P = \frac{1}{2R} \sum_{n=0}^{\infty} (v_{an}^2 + v_{bn}^2) + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (v_{an} \Delta i_{cn} + v_{bn} \Delta i_{dn}) \quad (1.9.)$$

y

$$P_r = \frac{r}{R} P + \frac{r}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (\Delta i_{cn}^2 + \Delta i_{dn}^2) \quad (1.10.)$$

Esto significa pues que si la proporcionalidad no es exacta, existirá un aumento de la potencia de pérdidas en la red ( $\Delta i_{cn}^2 + \Delta i_{dn}^2$ ).

Debemos definir el significado del factor de potencia para medir esta desviación de la proporcionalidad.

### 1.2.1. Definiciones

El factor de potencia representa la eficiencia de la utilización de la red eléctrica. Su definición eléctrica para cualquier sistema es:

**El factor de potencia, PF, es el cociente entre la potencia activa consumida por el sistema, P, y la potencia aparente consumida por el sistema, S.**

Matemáticamente :

$$PF = \frac{\text{potencia activa}}{\text{potencia aparente}} = \frac{P}{S} \quad (1.11.)$$

Para el caso de un sistema monofásico esta definición se puede escribir como:

$$PF = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v(t)i(t)d(\omega t)}{V_{RMS} I_{RMS}} = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v(t)i(t)d(\omega t)}{\sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v(t)^2 d(\omega t) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i(t)^2 d(\omega t)}} \quad (1.12.)$$

En el caso de un sistema trifásico, debemos tener en cuenta que la definición (1.11.) es aplicable tanto al sistema trifásico completo (expresión (1.13.)) como a cada una de las fases por separado (expresión (1.14.)).

$$PF = \frac{P_{total}}{S_{total}} \quad (1.13.)$$

$$PF_R = \frac{P_R}{S_R} \quad PF_S = \frac{P_S}{S_S} \quad PF_T = \frac{P_T}{S_T} \quad (1.14.)$$

Vamos a calcular el factor de potencia para un sistema trifásico, fase a fase, de forma general y poniendo como única condición que la tensión de entrada está equilibrada. La corriente podrá estar desequilibrada. Supondremos que no existe término de continua ni en la tensión de fase ni en la corriente. Si suponemos que la corriente de entrada está distorsionada pero la tensión de fase no lo está, entonces podemos desarrollar en serie de Fourier la expresión de la corriente y si escribimos (1.2.) de forma diferente:

$$v_k(t) = V_m \sin(\omega t) \quad k \in \{R, S, T\} \quad (1.15.)$$

$$i_k(t) = \sum_{n=1}^{\infty} I_{nk} \sin(n\omega t + \varphi_{nk}) = I_{1k} \sin(\omega t + \varphi_{1k}) + \sum_{n=2}^{\infty} I_{nk} \sin(n\omega t + \varphi_{nk}) \quad k \in \{R, S, T\} \quad (1.16.)$$

donde  $\varphi_n$  es el desfase existente entre la tensión y la corriente del armónico  $n$ .

Para determinar el factor de potencia de cada fase, calcularemos primero la potencia activa resolviendo la integral:

$$P_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_k(t) i_k(t) d(\omega t) = \frac{V_m I_{mk}}{2} \cos \varphi_{1k} = V_{RMS} I_{1RMSk} \cos \varphi_{1k} \quad k \in \{R, S, T\} \quad (1.17.)$$

La potencia aparente vale:

$$S_k = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\int_0^{2\pi} v_k(t)^2 d(\omega t) \int_0^{2\pi} i_k(t)^2 d(\omega t)} = \sqrt{V_{RMSk}^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left( \sum_{n=1}^{\infty} I_{nk} \sin(n\omega t + \varphi_{nk}) \right)^2 d(\omega t)} \quad (1.18.)$$

con  $k \in \{R, S, T\}$ .

Si calculamos la integral de la corriente de la expresión (1.18.), que representa el valor eficaz de la corriente de entrada, se obtiene,

$$S_k = \sqrt{V_{RMSk}^2 \sum_{n=1}^{\infty} I_{nRMSk}^2} = V_{RMSk} I_{RMSk} \quad k \in \{R, S, T\} \quad (1.19.)$$

ya que se cumple que el valor eficaz de la corriente de entrada es,

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left( \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \right)^2} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_{nRMS}^2} \quad (1.20.)$$

Si ahora aplicamos la definición del factor de potencia, PF, teniendo en cuenta las expresiones (1.17.) y (1.19.), entonces obtenemos el factor de potencia para cada una de las fases:

$$PF_k = \frac{P_k}{S_k} = \frac{I_{1RMSk}}{I_{RMSk}} \cos\varphi_{1k} \quad k \in \{R,S,T\} \quad (1.21.)$$

Podemos, por tanto distinguir dos términos en la expresión (1.19.) que se definen como el factor de desplazamiento, DF, y el factor de distorsión armónica, DH. Dichos términos tendrán las siguientes expresiones,

$$DF_k = \cos\varphi_{1k} \quad k \in \{R,S,T\} \quad (1.22.)$$

$$DH_k = \frac{I_{1RMSk}}{I_{RMSk}} \quad k \in \{R,S,T\} \quad (1.23.)$$

La distorsión armónica también se describe mediante otra variable, la distorsión armónica total o THD que se define de la siguiente manera:

$$THD = \sqrt{\frac{\sum_{n=2}^{\infty} I_{nRMS}^2}{I_{1RMS}^2}} \quad (1.24.)$$

donde de la resolución de la expresión (1.20.) se obtiene,

$$I_{nRMS} = \sqrt{\frac{I_n^2 \cos^2 \varphi_n + I_n^2 \sin^2 \varphi_n}{2}} = \frac{I_n}{\sqrt{2}} \quad (1.25.)$$

Para el caso particular de tener cargas que no distorsionen la corriente de entrada, el factor de potencia sólo está formado por el factor de desplazamiento, DF, y el factor de distorsión armónica valdrá DH=1. En ese caso el factor de potencia de cada fase vale,

$$PF_k = DF_k = \cos\varphi_{1k} \quad k \in \{R,S,T\} \quad (1.26.)$$

donde  $\varphi_1$  es el desfase entre la tensión y la corriente de la fase correspondiente.

Si en el sistema equilibrado las cargas son todas iguales aunque no necesariamente lineales, entonces el factor de potencia total del sistema trifásico coincide con el factor de potencia de cada una de las fases.

$$PF_{\text{total}} = PF_R = PF_S = PF_T = DF_R DH_R = DF_S DH_S = DF_T DH_T \quad (1.27.)$$

Caso de ser el sistema desequilibrado el factor de potencia total del sistema trifásico no nos da información directa del factor de potencia de cada fase y sólo nos indica si el uso de la red trifásica es eficiente o no.

Resumiendo, el factor de potencia nos da una indicación de la relación entre la potencia consumida por nuestro equipo y la potencia aparente en VA suministrada por nuestra red. Si el sistema trifásico es equilibrado, entonces el factor de potencia del sistema trifásico total coincide con el factor de potencia de cada una de sus fases. El factor de potencia de cada una de las fases se puede descomponer, en dos términos que serán el factor de distorsión armónica y el factor de desplazamiento, donde cada uno de ellos significan respectivamente la desviación de nuestra forma de onda de una señal sinusoidal y el desfase existente entre la tensión y la corriente del primer armónico.

### 1.2.2. Consecuencias

Así pues, si evitamos los problemas derivados de un mal factor de potencia, como son grandes corrientes de pico y la inyección de armónicos en la red, se beneficiarán de ello todos los usuarios de la red eléctrica.

Estos problemas se podrán evitar mediante la implantación de métodos pasivos y más recientemente, activos, en la sección de entrada de nuestros equipos.

Los problemas derivados de un mal factor de potencia son:

- Los picos elevados de corriente que pueden causar la destrucción de la protección de sobrecorriente. Así por ejemplo, para una fuente de alimentación conmutada de media potencia (2kW) tenemos que con un  $PF = 0.65$ , la corriente de entrada es de 12.8 A y

para un  $PF = 0.95$  es 9.02 A. Se ve claramente como se dispara la corriente de entrada para un mal factor de potencia. En este caso además excedemos el máximo (el máximo no puede sobrepasar el 80% de lo disponible) si la corriente disponible fuese de 15 A.

- esta mayor corriente lógicamente implica unas mayores pérdidas tanto en la red, como en la sección de entrada. Tendremos pues un mayor coste.
- además las instalaciones serán más caras, ya que para una potencia activa determinada necesitamos conductores de mayor sección y más refrigeración.
- como resultado, un mejor factor de potencia significa un mejor aprovechamiento de la red eléctrica, ya que para la misma  $I_{\max}$  tendremos una mayor potencia.
- la energía eléctrica es más cara, ya que la legislación actual penaliza las instalaciones industriales con un bajo PF.
- la distorsión en las corrientes puede además causar interferencias a otros equipos conectados a la red de distribución o a equipos cercanos al nuestro. Habrá que utilizar pues filtros EMI, sobredimensionados además para soportar las altas corrientes de entrada.

Todos estos problemas descritos también los sufren los sistemas trifásicos equilibrados fase a fase, y además un sistema trifásico tiene problemas añadidos en el caso de estar desequilibrado:

- para un sistema trifásico desequilibrado, si tenemos una alta distorsión armónica, tendremos corrientes no nulas por la línea neutra. Esto puede traer graves problemas ya que la línea neutra generalmente está dimensionada sólo para una fracción de la corriente de línea [Dede-91].



### 1.2.3. Normativa

Actualmente las normativas están evolucionando cada vez más rápido para hacer frente a una degradación de la calidad eléctrica que va en aumento. Esta evolución tan rápida se está haciendo sin demasiado control dando pie a multitud de normativas en paralelo, tales como las internacionales, nacionales, regionales, militares, etc. La normativa exige, para mejorar todos los problemas antes mencionados, el corregir el factor de potencia y en especial reducir el contenido armónico de las señales de entrada.

La norma internacional IEC 1000-3-2 es la más actual, que sustituye a la IEC 555-2 y ha sido adoptada como norma europea EN61000-3-2, define los niveles de corrientes armónicas inyectadas en el sistema público de alimentación permitidos. Esta norma es aplicable a equipos eléctricos y electrónicos que dispongan de una corriente de entrada de hasta  $16A_{RMS}$  por fase, y que estén destinados a ser conectados en sistemas de distribución alterna públicos de baja tensión. La parte 3 de esta norma trata además la fluctuaciones de tensión que el equipo puede causar.

El objetivo es proporcionar:

- a) requisitos generales y máximos valores permisibles de los componentes armónicos de la corriente de entrada hasta el armónico 40.
- b) métodos para realizar los test de homologación estándar y equipos a utilizar.

Tanto los requisitos a cumplir, como los test que determinarán los niveles de armónicos que ocasionan, dependerán del tipo de equipo que se quiere comprobar. La norma hace una clasificación de los diferentes equipos, donde el criterio de clasificación es la función primordial de dicho equipo. Para simplificar esta clasificación la norma propone un diagrama de flujos (Figura 1.3.) para determinar cual es la clase del equipo. Se distinguen 4 clases,

**Clase A:** equipos trifásicos equilibrados y todos los equipos no pertenecientes a las clases B, C y D.

**Clase B:** herramientas portátiles

Clase C: equipos de iluminación incluyendo dispositivos de control de luminosidad.

Clase D: equipos con una corriente de entrada característica tal que esté dentro de la máscara de la Figura 1.4. y con una potencia activa menor que 600W.

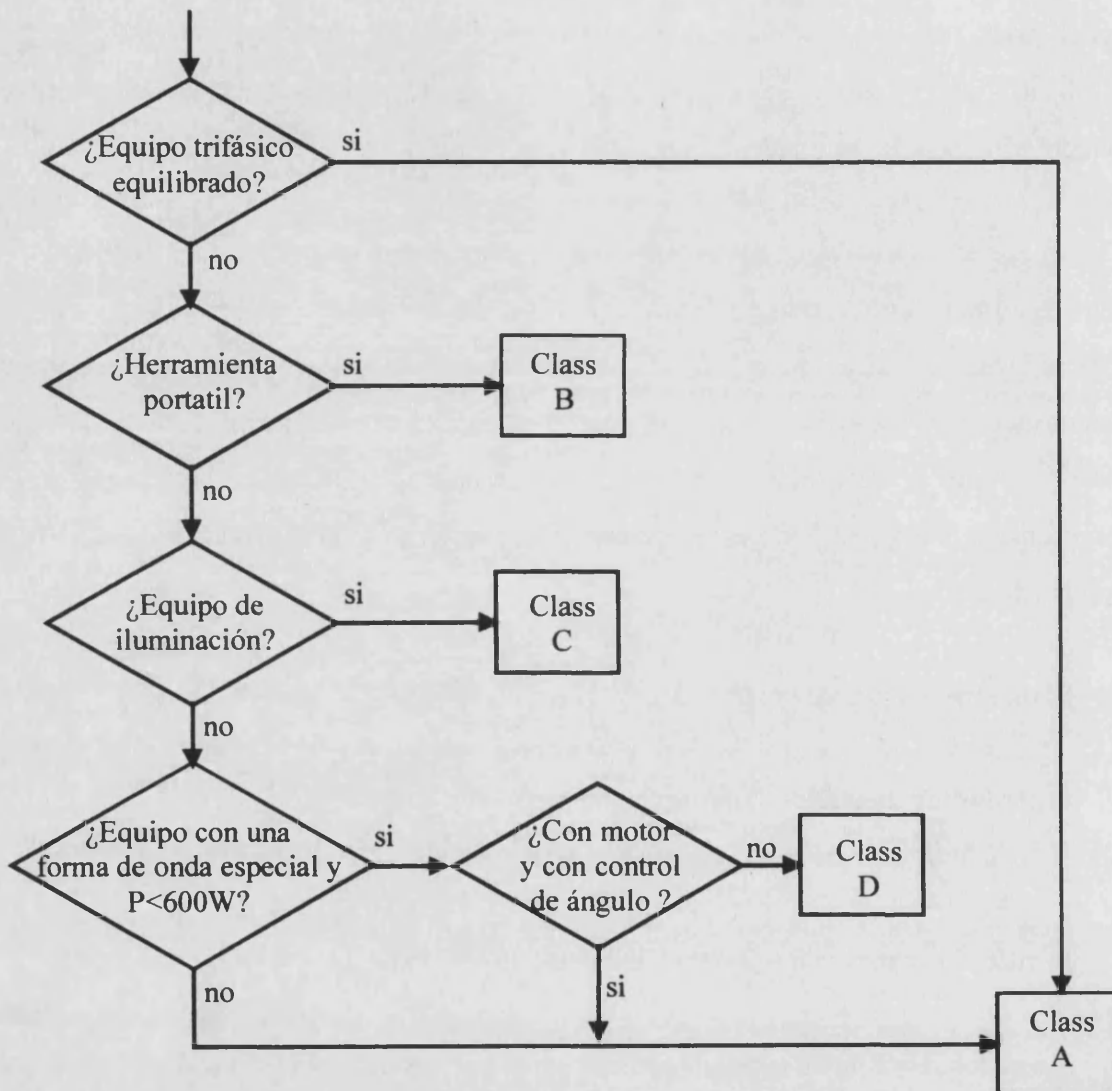


Figura 1.3.: Diagrama de flujo para la determinación de la clase a que pertenece un equipo.

Los equipos de clase B y C seguirán siéndolo independientemente del tipo de forma de onda de corriente que tengan, mientras que los equipos de clase D deben tener una forma de onda tal que esté por debajo de la máscara de la Figura 1.4. durante un tiempo mayor que el 95% del periodo y el pico de la corriente debe estar alineado con la línea M.

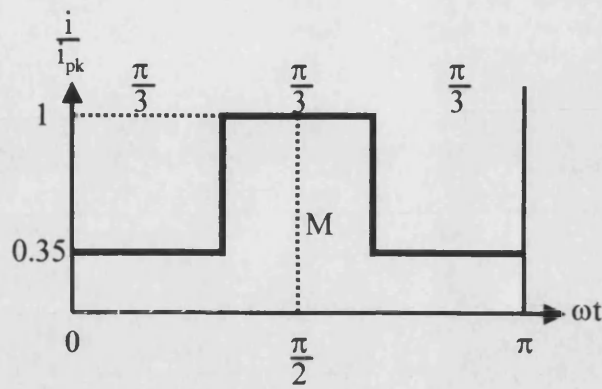


Figura 1.4.: Máscara para la forma de onda de la corriente para clasificar los equipos de clase D, donde la línea M debe coincidir con el valor de pico de la corriente de entrada.

Según la clasificación de los equipos, deben cumplir una serie de limitaciones en sus contenidos armónicos que se muestran en las tablas Tabla 1.1. y Tabla 1.2. No se han incluido las tablas de los límites para equipos de clase B y C ya que no vamos a tratar ni equipos de iluminación ni herramientas portátiles.

- para los equipos de clase A, los armónicos de corriente de entrada no deben exceder los valores absolutos dados en la Tabla 1.1.
- para los equipos de clase D, los armónicos de la corriente de entrada no deben superar los valores absolutos y relativos dados en la Tabla 1.2. para potencias mayores que 75W. Para potencias inferiores a 75W no existen límites.

En cuanto a corrientes armónicas transitorias, no se tienen en cuenta aquellas producidas durante los instantes de encendido o apagado del equipo durante un tiempo menor que 10s. Los límites de la Tabla 1.1. y la Tabla 1.2. son aplicables a todas las demás corrientes armónicas producidas durante el funcionamiento del equipo o parte de él.

Sin embargo, para los armónicos transitorios de orden par, desde el 2 hasta el 10, y de orden impar, desde el 3 hasta el 19, se permitirán los valores tabulados multiplicados por un factor 1.5, durante un máximo del 10% de cualquier periodo de observación de 2.5 minutos.

Armónico de orden n	Maxima corriente permitida (A)
<b>Armónicos impares</b>	
3	2.30
5	1.14
7	0.77
9	0.40
11	0.33
13	0.21
$15 \leq n \leq 39$	$0.15 \cdot 15/n$
<b>Armónicos pares</b>	
2	1.08
4	0.43
6	0.30
$8 \leq n \leq 40$	$0.23 \cdot 8/n$

Tabla 1.1.: Equipos de clase A.

Armónicos de orden n	Máxima corriente armónica permitida	
	Límites relativos (mA/W)	Límites absolutos (A)
<b>Armónicos pares</b>		
3	3.4	2.30
5	1.9	1.14
7	1.0	0.77
9	0.5	0.40
11	0.35	0.33
$13 \leq n \leq 39$ (sólo impares)	$3.85/n$	ver clase A

Tabla 1.2.: Equipos de clase D.

De los valores de las tablas se puede concluir que los equipos sin corrección de factor de potencia y con un mal factor de potencia sólo pueden ser utilizados para bajas potencias verificando la norma. Así por ejemplo la rectificación de media onda para un equipo permanentemente conectado a la red sólo se podrá aplicar hasta potencias de un máximo de 75W. Esta potencia máxima se reducirá a 50W a partir del cuarto año de la entrada en vigor de la presente norma.

Además a nivel nacional y para la mayoría de tarifas de tipo industrial el Real Decreto 2.550/1994 contempla una bonificación o recargo en un % sobre la suma del término de potencia (potencia contratada) y el término de energía (potencia consumida).

cosφ	1	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75	0.70	0.65	0.60	0.55	0.50
recargo	-	-	0	2.5%	5.6%	9.2%	13.7%	19.2%	26.2%	35.2%	47.0%
bonificación	4.0%	2.2%	0	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla 1.3.: Tratamiento económico en el recibo de energía eléctrica según el R.D. 2.550/1994.

para cosφ menores 0.55 se ordenará al usuario la corrección del factor de potencia y caso de no corregirlo se la puede llegar a suspender el suministro.

Este Real Decreto hace referencia sólo al factor de desplazamiento (DF) y aún no contempla la parte de DH o distorsión armónica. Esta última estará incluida posiblemente como normativa de carácter europeo.

Para equipos con corrientes por encima de los 16A por fase y probablemente hasta 100A, la normativa que se está desarrollando es la IEC 1000-3-4 (se publicará el 30 de Septiembre de 1997) y cuyo contenido armónico preliminar y perteneciente a la norma precursora IEC 555-4 se muestra en la Tabla 1.4. [Redl-95]

Armónicos de orden n	Límites relativos como % de la corriente de entrada fundamental
3	21.6
5	10.7
7	7.2
9	3.8
11	3.1
13	2.0
15	0.7
17	1.2
19	1.1
21	0.3
23	0.9

Tabla 1.4.: Tabla provisional de la norma IEC 555-4 para equipos con más de 16A.

### 1.3. Métodos de corrección del factor de potencia

La corrección del factor de potencia (PF) se realizará modelando las formas de onda de la corriente de entrada.

Esto significa que si la tensión no está distorsionada, la forma de onda de corriente que buscamos es sinusoidal. Además deberemos conseguir un factor de desplazamiento unidad erradicando el desfase que pudiera haber entre la tensión y la corriente de cada una de las fases.

Hay que tener en cuenta que se puede obtener un factor de potencia elevado con un factor de distorsión armónica malo lo que también hay que evitar para no tener corrientes armónicas indeseables. Generalmente la corrección del contenido armónico de la corriente significará la obtención de un factor de potencia alto (suponiendo un desfase pequeño). Así pues, nuestra primera labor sería dar la forma adecuada a la onda de corriente. Habría que llamar la atención sobre el hecho de que si la tensión de fase ya estuviese distorsionada, la corriente debe tener el mismo contenido en armónicos para así obtener la mayor transmisión de potencia, aunque no tenga un buen factor de distorsión armónica. En principio la distorsión de la forma de onda de tensión también se debe a equipos conectados a la red [Redl-95] y la normativa que limita esta distorsión es la EN 61000-3-3 para menos de 16A y la EN 61000-3-5 para más de 16A.

En las técnicas de corrección del factor de potencia se habían utilizado hasta ahora métodos pasivos y enfocados primordialmente hacia la corrección del factor de desplazamiento, ya que ésta era la exigencia de las empresas de suministro eléctrico. Estos métodos pasivos en ocasiones también eran útiles para el filtrado de armónicos. Pero cada vez más se impone la utilización de métodos activos para así poder controlar mejor el factor de potencia, asegurarse que el contenido armónico es mínimo y además poder regular otros parámetros como podría ser la tensión de salida o la potencia de salida.

Veamos ambos métodos de corrección con un poco más de detalle.

### **1.3.1. Método pasivo**

La forma clásica de la corrección del factor de potencia en instalaciones industriales y terciarias ha sido con bancos de condensadores. Estos bancos de condensadores conectados generalmente en triángulo para reducir su valor, aunque a tensión mayor, compensan la

corriente reactiva que absorbe el sistema y así corrigen el factor de potencia, pero sólo su factor de desplazamiento. El factor de distorsión armónico mejorará algo, pero no se corrige con esta técnica.

Si el sistema fuese desequilibrado, entonces la compensación se debe hacer fase a fase. Si los condensadores se ponen en configuración triángulo puede haber circulación de corrientes internas que hay que controlar, por lo que es aconsejable colocar los condensadores en configuración estrella.

El problema de la compensación pasiva es que su diseño se hace para unas condiciones determinadas de carga y por tanto fuera de estas condiciones la corrección ya no será perfecta. Esto se suele corregir activando bancos de condensadores sucesivamente con relees dependiendo de las condiciones de carga. Su ventaja principal es su simplicidad de diseño, su alto MTBF, además de su robustez ya que sólo incluye elementos pasivos, su alto rendimiento (99.7%) y su menor coste.

Otro método de corrección para sistemas de alta potencia son los compensadores de fase rotativos en los cuales se colocan motores sincrónicos funcionando en vacío con sobreexcitación.

La compensación se puede hacer de forma individual en cada receptor o centralizada a la entrada de toda la instalación. La compensación individual se utiliza generalmente para los equipos de carga más o menos constante y con un funcionamiento continuo, mientras que la compensación centralizada es conveniente para instalaciones con cargas variables y es aquí donde se utilizan los antes mencionados bancos de condensadores que entran en funcionamiento de forma escalonada.

Un estudio de como influyen los filtros pasivos en el contenido armónico y en el factor de desplazamiento se encuentra en [Kelley-89] donde se estudia como mejora el factor de potencia, teniendo en cuenta el factor de distorsión armónica en un rectificador trifásico equilibrado de puente completo al que se le ha añadido un filtro LC a su salida en vez del clásico condensador. El estudio demuestra que existe un valor óptimo para la inductancia L por encima del cual ya nos se mejora el factor de potencia. El factor de desplazamiento es

cercano a la unidad para casi todos los valores de  $L$  y variando  $L$  se mejora el factor de distorsión armónica.

En ningún caso se hace referencia al cumplimiento o no de la normativa. Aunque el factor de desplazamiento si que se corrige, queda por corregir todavía más el contenido armónico de la señal. Hay que reseñar que es difícil encontrar equipos trifásicos de baja potencia y bajo coste donde una compensación pasiva sea la más conveniente, como puede pasar en equipos monofásicos (ver [Maset-96]), por lo que al tener que cumplirse la normativa y ser los equipos de mayor potencia, es razonable el ir cambiando poco a poco a compensaciones activas, que aunque más caras, corrigen el factor de potencia de forma más precisa. Es por esto que las investigaciones en los últimos años han ido más en busca de la solución activa en vez de una pasiva para equipos trifásicos.

### **1.3.2. Método activo**

Aunque pueden existir algunos circuitos activos para la corrección del factor de potencia a baja frecuencia, no tienen mucho sentido en un sistema trifásico donde acabamos de ver que conseguimos factores de potencia mejorados con soluciones pasivas. Las únicas soluciones que vale la pena considerar son las correcciones activas de alta frecuencia, donde sí que tendremos una corrección precisa del factor de potencia y además podremos controlar otros parámetros del circuito como puede ser la tensión de salida. Las correcciones de baja frecuencia tienden de forma natural a tener un contenido armónico de baja frecuencia que puede ser incompatible con la norma.

En este estudio en particular vamos a ver los circuitos de corrección de factor de potencia a alta frecuencia. De esta forma se mejora la densidad de potencia de nuestro sistema y la velocidad de respuesta. Podremos obtener factores de potencia muy cercanos a la unidad así como contenidos armónicos muy bajos. Además, generalmente estos circuitos nos permiten regular la tensión o potencia de salida. El estudio se centra en las distintas topologías y técnicas de rectificación de alta frecuencia para sistemas trifásicos equilibrados.



Si estas técnicas se combinan además con circuitos de conmutación suave aumentaremos el rendimiento. Todo esto es al precio de un control mucho más complejo que permita controlar todas estas variables y el uso de interruptores activos avanzados, como son los IGBTs o MOSFETs. Las ventajas e inconvenientes de la corrección del factor de potencia a alta frecuencia se resumen en la Tabla 1.5.

<b>Métodos de corrección activos de ALTA FRECUENCIA</b>	
<b>Ventajas</b>	<b>Inconvenientes</b>
- Elevado PF (0.97-0.99)	- Complejidad circuito
- Muy baja distorsión armónica	- Doble conversión
- Rango tensión línea amplio (90 a 264 V <sub>RMS</sub> )	- MTBF reducido
- "Hold-up times" constantes ante $\Delta V$ línea	- Menor rendimiento global
- Componentes magnéticos pequeños	

*Tabla 1.5.: Tabla de ventajas e inconvenientes de la corrección activa del factor de potencia a alta frecuencia.*

En sistemas trifásicos se han utilizado tanto topologías de tipo BUCK como de tipo BOOST dependiendo de la aplicación, y gracias a los controladores por microprocesador o DSP podemos desarrollar controles complejos con factores de potencia cercanos a la unidad y frecuencias de conmutación muy altas.

Debido a que la red trifásica se utiliza mayoritariamente para uso industrial y como es la industria la mayor consumidora de energía eléctrica, es necesario desarrollar estructuras rectificadores que se adecuen a las necesidades industriales para reducir la polución de las líneas eléctricas y cumplir la normativa.

El problema del contenido armónico de baja frecuencia ha sido un problema ya desde hace tiempo en los inversores de máquinas eléctricas donde estos armónicos producen fatiga en los materiales y vibraciones audibles indeseadas. Toda la tecnología desarrollada pues para los inversores se debe tener en cuenta para los rectificadores.

## **1.4. Estudio topológico de rectificadores trifásicos para la corrección del factor de potencia.**

Como ya se ha dicho la distribución de energía eléctrica se hace generalmente mediante líneas trifásicas. Así a los usuarios industriales se les suministrará tensión trifásica directamente, mientras que a los usuarios particulares se les suministra fase y neutro, y por tanto un sistema monofásico. El uso de la red monofásica queda pues restringido al uso doméstico, pequeños motores de herramientas, elementos de alumbrado...etc.

La ventaja principal del sistema trifásico es que para una misma potencia la corriente se distribuye mediante 3 fases con lo que es menor por fase. Además la potencia activa suministrada por un sistema trifásico equilibrado es constante mientras que para el sistema monofásico es pulsante y en promedio mucho menor. El rizado después de una rectificación de onda completa (también llamada de 6 pulsos) es mucho menor que para el caso monofásico.

Al ser la potencia constante en sistemas trifásicos, son los preferidos para alimentar grandes máquinas ya que cuando la potencia es pulsante como en el caso monofásico, se producen muchas vibraciones indeseables. Además la potencia constante permite tener un filtro de salida menor al existir un rizado a la salida también menor y una respuesta dinámica más rápida. El diseño del filtro de entrada también se simplificará.

Veremos cuales son las distintas posibilidades de agrupar los circuitos de corrección del factor de potencia. Se pueden subdividir de la siguiente manera:

- a) Corrección del factor de potencia fase por fase (rectificadores modulares, Figura 1.5.)
  - 1. Un circuito corrector y un convertidor DC-DC por fase
  - 2. Un circuito corrector por fase y un sólo convertidor DC-DC
- b) Corrección del factor de potencia del sistema completo (rectificadores no modulares, Figura 1.6.)

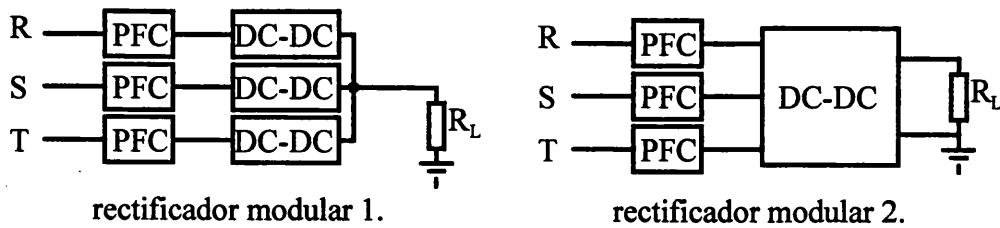


Figura 1.5.: Diagrama de bloques de los dos tipos de rectificadores modulares.

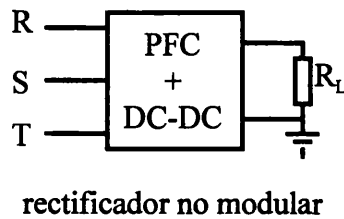


Figura 1.6.: Diagrama de bloques de un rectificador no modular.

#### 1.4.1. Rectificadores modulares

Los rectificadores modulares son técnicamente más sencillos de implementar, ya que consiste en aplicar las técnicas de corrección del factor de potencia de sistemas monofásicos a la red trifásica fase a fase. Su principal ventaja es la simplicidad, ya que tanto el diseño, el montaje como el control se reducen a técnicas muy estudiadas y topologías sencillas. Otra ventaja es la modularidad del sistema. Las desventajas del sistema son en parte inherentes a los sistemas monofásicos, como son la potencia de entrada pulsante y también el mayor número de componentes.

Aunque pueda parecer que simplemente se pueden colocar 3 convertidores para la corrección del factor de potencia en paralelo por cada fase, esto no es siempre posible. Hay que tener en cuenta la interacción entre fases sobre todo si el sistema es desequilibrado, así como la interrelación de los tres circuitos auxiliares de conmutación suave (si existen).

Generalmente, a continuación de los circuitos de corrección de factor de potencia tendremos un convertidor DC-DC que regula la tensión continua de salida. Si estamos corrigiendo el factor de potencia fase a fase podremos utilizar o un sólo convertidor DC-DC a continuación (Figura 1.5. 2.) o tres convertidores DC-DC, uno por fase, que se conectan

después en paralelo (Figura 1.5. 1.). Para estos dos casos concretos se pueden resumir sus ventajas y desventajas en 2 tablas [Lee-93].

Ventajas	Desventajas
- convertidores independientes	- flujo de potencia pulsante
- fácil de testear	- alto número de componentes
- mayor fiabilidad	- caro
- diseño más simple	
- módulos estándar	

*Tabla 1.6.: Ventajas y desventajas para una configuración con 1 PFC + 1 DC-DC por fase.*

Ventajas	Desventajas
- concepto de control más sencillo	- alto número de componentes
- flujo de potencia constante en la unión DC	- flujo de potencia pulsante a la entrada
	- implementación del control más compleja
	- la tensión de la unión DC es mayor que 2 veces la tensión de entrada

*Tabla 1.7.: Ventajas y desventajas para una configuración con 1 PFC por fase + 1 DC-DC común*

En la corrección independiente por fase se debe tener en cuenta que, aunque los interruptores tienen un estrés de tensión menor, si necesitamos aislamiento galvánico, o bien se complican adicionalmente los convertidores DC-DC que siguen a los de corrección de factor de potencia o hay que incluir un transformador a la entrada y por tanto a la frecuencia de la red y muy voluminoso [Rastogi-94].

En [Dawande-96] se escoge la solución modular de un rectificador BOOST frente a la no modular por el alto estrés de corriente en un rectificador trifásico con un sólo interruptor, el alto contenido de rizado de la corriente de entrada, el factor de potencia pobre para ciclos de trabajo pequeños y un control difícil de mejorar.

Otro ejemplo se encuentra en [de Andrade-96] donde se propone un solución modular simplemente para poder utilizar topologías ya conocidas con alto rendimiento y aislamiento galvánico, aunque el autor no hace referencia a ninguna desventaja del sistema frente a soluciones no modulares.

Estas técnicas de corregir el factor de potencia fase por fase se utilizan generalmente en aplicaciones para telecomunicaciones.

### 1.4.2. Rectificadores trifásicos no modulares

Estos rectificadores se caracterizarán justamente porque realizan la rectificación de la red y la corrección del factor de potencia con un dispositivo único. Tienen una entrada trifásica y su salida es continua. Su ventaja principal es el beneficio que se obtiene de la potencia constante que suministra un sistema trifásico. Aunque por otro lado la gran desventaja es su control, que es bastante complejo si se utilizan para ello seis o más interruptores.

Veamos a continuación varias topologías.

#### 1.4.2.1. Rectificadores con menos de seis interruptores

##### 1.4.2.1.1. Rectificador de inyección del tercer armónico

En esta topología se intenta minimizar la distorsión armónica total (THD). Para ello se inyectan corrientes del tercer armónico que se restan a la corriente de entrada (ver Figura 1.7.). Se pueden conseguir un THD alrededor del 5% [Naik-95].

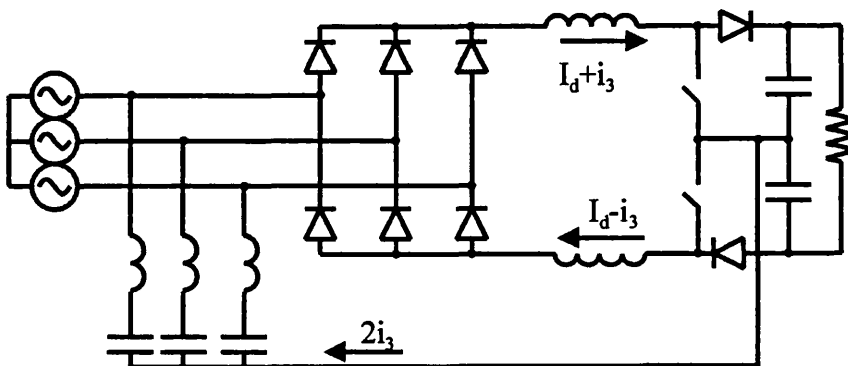
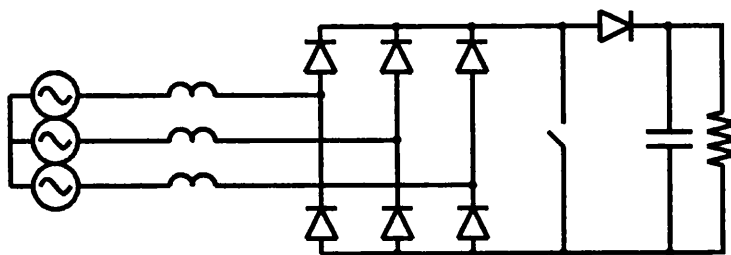


Figura 1.7.: Esquema del rectificador de inyección del tercer armónico.

Esta topología reduce el contenido del tercer armónico de la corriente de entrada. Para ello se tiene después del rectificador de diodos de seis pulsos dos convertidores BOOST conmutando a alta frecuencia que funcionarán a modo de generadores de señal del tercer armónico. Estos generadores inyectan esta corriente igual a  $2i_3$  a la entrada del rectificador. Además se propone la utilización de un auto transformador en zigzag, para así evitar resonancias indeseadas que pueden aparecer si en vez de este tipo de transformador se colocan redes LC serie sintonizadas con el tercer armónico como en la Figura 1.7. Este autotransformador en zigzag presenta una inductancia muy grande para la frecuencia fundamental de red, y una inductancia de dispersión muy pequeña para el tercer armónico. Las corrientes del tercer armónico se restan a la corriente de entrada disminuyendo su distorsión y aumentando por tanto su factor de potencia.

#### 1.4.2.1.2. Rectificador BOOST con un solo interruptor

Este rectificador trifásico [Prasad-89], basa su estructura en un rectificador trifásico clásico de seis pulsos con diodos al que se le ha añadido a continuación un convertidor BOOST para la corrección del factor de potencia. El convertidor BOOST no solo se utilizará para la corrección del factor de potencia, si no que también se puede utilizar para regular la tensión de salida.



*Figura 1.8.: Circuito para la corrección del factor de potencia con estructura BOOST y un solo interruptor.*

El convertidor BOOST funciona en modo discontinuo, es decir que la bobina se desmagnetiza completamente en cada ciclo. La frecuencia de trabajo es constante y el ciclo de trabajo es utilizado para controlar la tensión de salida. La bobina de entrada del BOOST se coloca a la entrada del rectificador y se distribuye entre cada fase, con lo que tenemos tres bobinas de entrada. Como la corriente por la bobina tiene una pendiente que es proporcional a

la tensión, si suponemos el ciclo de trabajo constante, el pico que alcanza la corriente en cada ciclo también es proporcional a la tensión de entrada. Como además el BOOST trabaja en modo discontinuo la corriente siempre se anula con lo que el valor medio de esta corriente también es proporcional a la tensión de entrada ya que sigue a la tensión de entrada que es sinusoidal. Se deduce pues que la corriente de entrada en promedio estará siempre en fase con la tensión de entrada. El factor de desplazamiento es la unidad y el único contenido armónico existente es de alta frecuencia y debido a la frecuencia de conmutación.

Este rectificador es más sencillo en su uso que utilizar un rectificador para cada fase. Trabaja a frecuencia constante y utiliza un solo interruptor activo con lo que el número de componentes ha quedado reducido.

Su desventaja es que el estrés del único interruptor ha aumentado frente a la solución de utilizar un rectificador por cada fase.

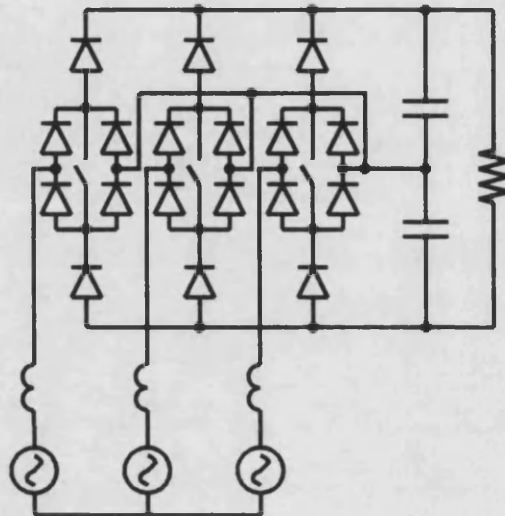
El trabajar en modo discontinuo también implica la necesidad de un filtro de entrada y sobre todo de salida para evitar problemas de EMI. Recordemos que la corriente de salida en un convertidor BOOST es discontinua. El factor de desplazamiento no se podrá corregir en este convertidor si se añade un filtro de entrada adicional delante del inductor de entrada. Esto se debe a que la corriente estará siempre en fase (en promedio) con la tensión de entrada que ataca la bobina del BOOST que en este caso está distribuida entre las tres fases. No olvidemos que este filtro será necesario para filtrar la EMI producida por el conmutador.

Con este rectificador se obtiene un factor de potencia cercano a la unidad y sólo empeorado por el contenido armónico de alta frecuencia de la corriente de entrada. Dicho contenido armónico se degrada ligeramente conforme aumenta el ciclo de trabajo.

#### 1.4.2.1.3. Rectificador trifásico BOOST con tres interruptores y de tres niveles

Una de las desventajas del rectificador tipo BOOST es su alta tensión de salida y por tanto su alto estrés de tensión en sus transistores. Para evitar este estrés se han desarrollado sistemas de más de dos niveles, de forma que la tensión a soportar por los semiconductores se reduce. Un rectificador BOOST con estas características se propone en [Kolar-94]. El

rectificador cumple con la normativa de armónicos, tiene un factor de desplazamiento unidad, regula la tensión de salida y se presenta con un control por histéresis, por tanto muy sencillo y económico. Su esquema se muestra en la Figura 1.9.



*Figura 1.9.: Rectificador trifásico tipo BOOST de tres niveles.*

Sus ventajas principales son su control sencillo, pero a frecuencia variable y la reducción del estrés en tensión en los transistores.

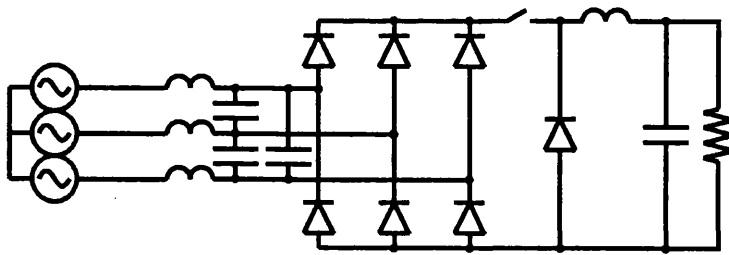
Sus desventajas son la utilización de 18 diodos y que además deben ser rápidos. No se pueden utilizar puentes de diodos monofásicos en el puente de diodos que aparece junto al transistor.

#### 1.4.2.1.4. Rectificador trifásico BUCK con un sólo interruptor

La utilización de un rectificador de un sólo interruptor se puede extender a cualquier topología ya existente para convertidores DC-DC y acoplarla al rectificador de diodos.

Vamos a explicar brevemente el funcionamiento del rectificador con una topología BUCK aunque también se pueden encontrar variantes con convertidores SEPIC, CUK, BUCK-BOOST, FLYBACK y FORWARD, por tanto con aislamiento galvánico [Ismail-92].





*Figura 1.10.: Circuito para la corrección del factor de potencia con estructura BUCK y un solo interruptor*

Recordemos que en el caso de un rectificador BOOST obtenemos un factor de potencia cercano a la unidad ya que la corriente por las bobinas de entrada es discontinua y sigue a la tensión de entrada. El promedio de la corriente está entonces en fase con la tensión de entrada. Para aplicar este principio al rectificador BUCK buscaremos el caso dual, e. d. intentaremos alimentar el rectificador con fuentes de corriente de entrada y utilizar un condensador de entrada pequeño de forma que tengamos una tensión discontinua que sigue a la corriente de entrada. Entonces ambas están en fase y la tensión de entrada sólo contiene armónicos de alta frecuencia.. Tanto la L como la C necesarias son las del filtro de entrada del rectificador. Sólo hay que dimensionarlas adecuadamente. Para un sistema monofásico no es imposible el utilizar este principio ya que la tensión se anula después del puente de diodos y no funcionará el rectificador si la tensión de entrada cae por debajo de la tensión de salida. El ciclo de trabajo sólo sirve para regular la tensión de salida, y el factor de potencia es cercano a la unidad de forma natural.

La ventaja principal de este tipo de rectificadores es su simplicidad, tanto de control como de diseño, así como su bajo coste, ya que utilizan un solo interruptor activo.

Su gran desventaja, es tanto el estrés, mayor que si utilizáramos seis interruptores, que sufre este único interruptor. Además la corrección del factor de desplazamiento no se realiza de forma controlada si no natural. Por tanto no se podrá conseguir una corrección exacta del factor de desplazamiento.

Este tipo de rectificadores basados en un solo interruptor, representan una solución de bajo coste al problema de la corrección del factor de potencia de sistemas trifásicos.

### 1.4.2.2. Rectificadores con seis interruptores

Este tipo de rectificadores se caracterizan generalmente por el uso de seis interruptores que pueden sustituir a los diodos. Estos interruptores idealmente deberían bloquear tanto la tensión como la corriente en ambos sentidos. Sin embargo como este tipo de dispositivo no existe, deberán realizarse combinando diodos e interruptores para así bloquear la corriente y/o la tensión según la necesidad de cada topología.

Su coste es mayor que los rectificadores que hemos visto hasta ahora, debido al uso de más interruptores activos. Su gran ventaja es que permite controlar el factor de potencia según nuestras necesidades y regular la tensión de salida. Esto lógicamente resulta en un control mucho más complejo que en los rectificadores vistos hasta este momento.

También distinguiremos para esta familia de rectificadores las dos topologías básicas: BUCK y BOOST. Ambas conservan todas las características que ya conocemos y que comprobaremos en el análisis dinámico que presentaremos en capítulos posteriores.

Una limitación básica de estas topologías, es el hecho de que los rectificadores de tipo BUCK tendrán limitada su tensión de salida máxima a la tensión mínima de la tensión de salida de un rectificador de seis pulsos, es decir  $1.5V_m$ , donde  $V_m$  es la amplitud de la tensión de fase, debido a que son reductores. De la misma manera para los rectificadores de tipo BOOST la tensión de salida mínima es la tensión máxima de salida de un rectificador de seis pulsos, es decir  $\sqrt{3} V_m$ , ya que son elevadores. Esto se muestra de forma gráfica en la Figura 1.11.

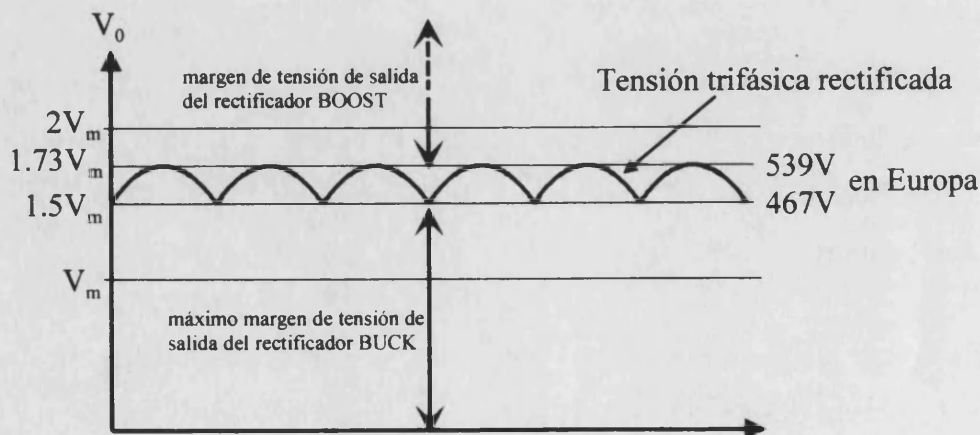


Figura 1.11.: Limitaciones de la tensión de salida en la topología BUCK y BOOST.

Las estructuras básicas de ambos rectificadores con sus interruptores característicos las mostramos en las Figura 1.12. y Figura 1.13. respectivamente. Aunque en estas figuras se han mostrado con IGBTs también se podrán utilizar otro tipo de transistores, como son los MOSFET o BJTs, dependiendo de la aplicación.

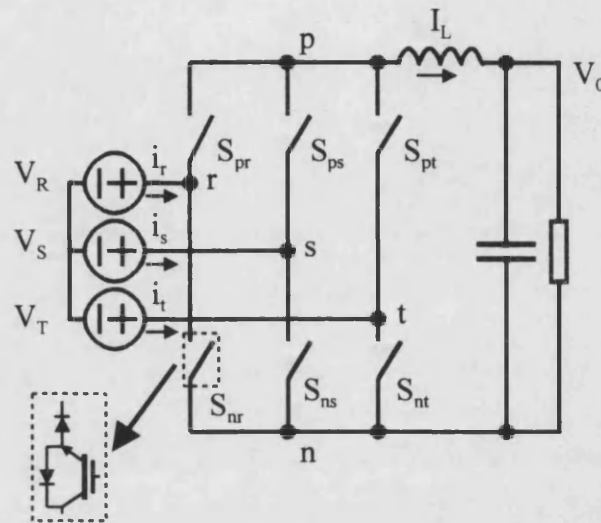


Figura 1.12.: Rectificador de seis interruptores con estructura reductora o BUCK.

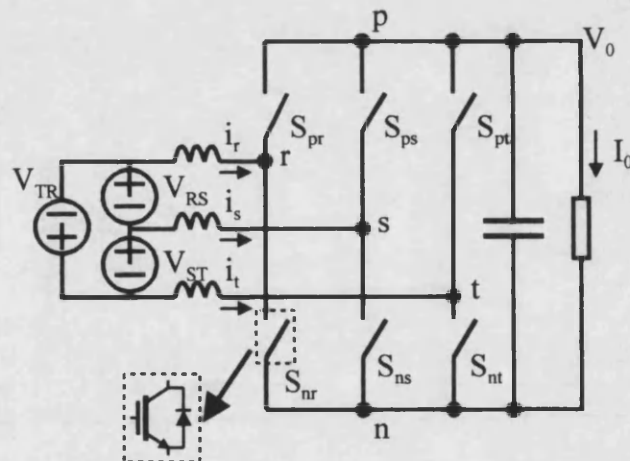


Figura 1.13.: Rectificador de seis interruptores con estructura elevadora o BOOST.

1.4.2.2.1. El rectificador totalmente controlado tipo BOOST con control por histéresis

El esquema del control se muestra en la Figura 1.14. El control por histéresis puede utilizar o tres controladores distintos e independientes entre si o tres controladores distintos y dependientes [Brod-85], uno por cada fase. El principio de funcionamiento consiste comparar la señal del rectificador con una de referencia aplicando una banda de histéresis. La señal de referencia estará compuesta por una señal proporcional a la tensión de salida y una señal proveniente de las tensiones de fase y a partir de la cual podemos controlar el desfase de nuestro sistema. Esta señal de referencia se comparará con la corriente de fase y mediante la histéresis generará la señal de disparo de los interruptores. Dado que la señal de referencia se forma a partir de la tensión de fase, la corriente en promedio también sigue siempre a dicha tensión, por lo que el factor de desplazamiento será la unidad y el contenido armónico es sólo de la frecuencia de conmutación.

Como ventaja, cabe destacar un buen factor de potencia, aunque sus desventajas principales son que funciona a frecuencia variable, y la tensión de salida es siempre mayor que  $2V_m$ .

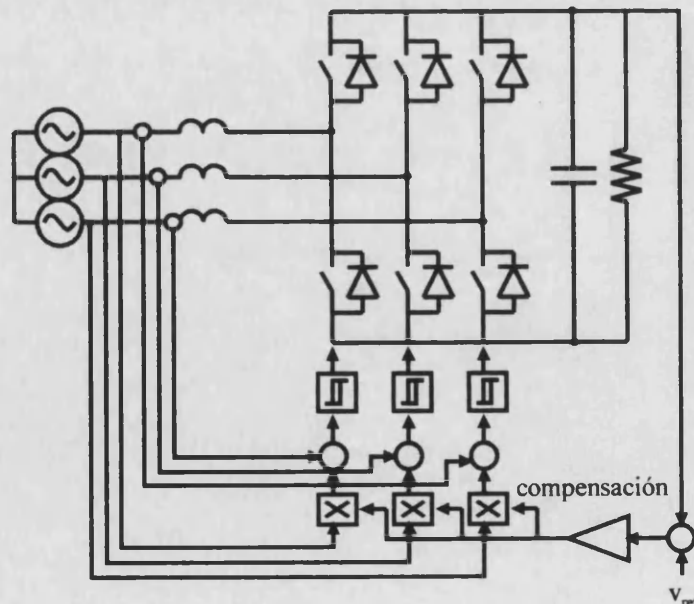


Figura 1.14.: Esquema de control para el control por histéresis en un rectificador tipo BOOST.

#### 1.4.2.2.2. El rectificador BOOST con control por modulación sinusoidal

En este tipo de rectificador el control necesita de tres controladores independientes. Se controla el desfase de cada fase con su corriente correspondiente. Para ello se generan los ciclos de trabajo a partir de comparar la señal sinusoidal de corriente que queremos con una onda triangular. De esta manera la anchura de pulsos viene modulada por una señal sinusoidal que es proporcional a la tensión de salida, que por tanto también está regulada y además tiene el desfase correspondiente para corregir el desfase existente. El esquema de este rectificador se muestra en la Figura 1.15.

Esta topología corrige completamente el factor de potencia, y aunque para ello incluye tres controladores independientes su frecuencia de conmutación es constante, pero su tensión mínima de salida será mayor que  $2V_m$  [Lee-93]. Esta tensión mínima se puede reducir si se compara la onda triangular con una composición de la señal fundamental más el tercer armónico [Holtz-92].

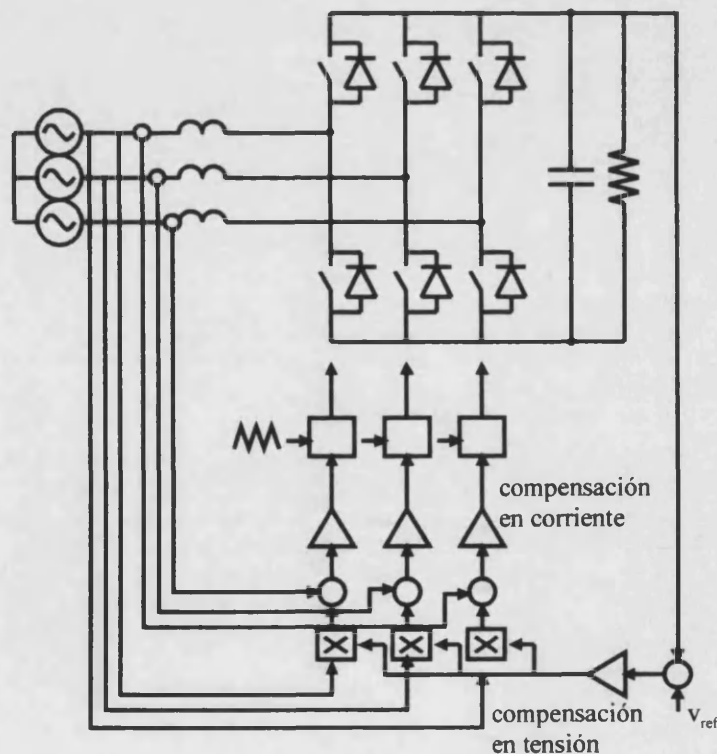


Figura 1.15.: Rectificador tipo BOOST con control con modulación sinusoidal.

### 1.4.2.2.3. Rectificador BOOST totalmente controlado con control por modulación del vector espacio

Esta forma de control de rectificadores e inversores está tomando hoy en día cada vez más auge, y esto es debido principalmente a la posibilidad de la realización práctica de estos controles gracias a la aparición en el mercado de microprocesadores de bajo coste y elevadas prestaciones. Anteriormente este tipo de control era muy difícil de construir debido a que las operaciones a realizar con circuitos analógicos complicaban el circuito de forma exagerada.

Su principio básico de funcionamiento consiste en la subdivisión de un periodo de red en seis sectores de  $60^\circ$ . Cada uno se caracteriza por el hecho de que las tres fases no cambian el signo durante cada una de estos sectores. En cada uno de estos intervalos, una de las tres fases tiene un valor máximo en valor absoluto y las otras dos varían desde cero a un valor, y desde ese valor a cero respectivamente.

De esta forma, se pueden imaginar subtopologías en nuestro rectificador, en el que sólo funcionan cuatro interruptores cada vez, a modo de dos convertidores BOOST en paralelo. En cada uno de estos intervalos, le asignaremos los ciclos de trabajo correspondientes a cada interruptor. De esta manera corregiremos el factor de potencia, y regularemos la tensión de salida.

Si se hace un análisis matemático de esta técnica de control se reconoce la aplicación de la teoría de los vectores espaciales [Kovacs-59] desarrollado inicialmente para máquinas eléctricas rotativas, aplicada después a inversores y ahora a rectificadores.

Las desventajas de este control son su mayor complejidad y la necesidad por tanto de un microprocesador para poder implementarlos. Este tipo de control nos da la máxima ganancia posible para un rectificador o inversor que es mayor que en algunas de las técnicas de control mencionadas hasta ahora. Ahora podremos alcanzar la tensión mínima  $1.73V_m$  con el rectificador BOOST.

Al sensor las corrientes de la bobina de entrada y utilizarlas como referencia estas no son constantes en el tiempo, por lo que tendremos un error estático distinto de cero. Además se han detectado problemas de condiciones iniciales en los límites entre los intervalos [Lee-93].

Un estudio comparativo entre esta técnica de control y la de modulación sinusoidal, lo podemos encontrar en [van der Broeck-88], donde se demuestran las dos ventajas principales del control por vectores espaciales frente al control PWM con modulación sinusoidal. Estas dos ventajas son un menor contenido armónico y el ya mencionado mayor índice de modulación (ganancia).

Para evitar el problema del error estático se debe hacer un control en el sistema de referencia rotativo. De esta manera desaparece el error y las características del rectificador se mejoran mucho a costa de necesitar un control más complejo debido al cambio de coordenadas a realizar [Kolar-91].

El estudio del rectificador tipo BOOST con control vectorial se detalla en el capítulo 2.

#### 1.4.2.2.4. Rectificador BUCK totalmente controlado con control por modulación del vector espacio

Esta topología está basada en la misma técnica que ya se ha descrito en el punto anterior. Goza por tanto de las mismas ventajas inherentes a la técnica de control además de las características de un convertidor BUCK clásico

En el caso de utilizar una topología BUCK en principio no podemos utilizar controles independientes para controlar el factor de potencia de cada fase ya que la tensión de salida debe ser siempre inferior a la de entrada. Por tanto cuando la tensión de entrada del puente completo monofásico es menor que la de salida, la corriente de entrada se anula. Pero si el rectificador en puente completo es trifásico, la tensión rectificadora no se anula y de hecho no cae por debajo de  $1.5V_m$ , de ahí las topologías presentadas en [Isamil-92]. Por ser un BUCK, su tensión de salida nunca puede ser superior a  $1.5V_m$  en el caso ideal. Las corrientes de entrada se pueden controlar en lazo abierto. Esto es debido a que estarán en fase, en promedio, de forma natural con la tensión de entrada por la propia topología del rectificador BUCK. El control de un BUCK es también mucho más sencillo que el control de un BOOST (no tiene un cero en el semiplano derecho) y además el control de modulación del vector espacial es más sencillo que en el caso del BOOST ya que no se necesita medir las corrientes de fase.

Su gran desventaja es que sus corrientes de entrada son discontinuas a la frecuencia de conmutación por lo que habrá que filtrarlas para evitar problemas de EMI debido a los armónicos de alta frecuencia generados. Esto provocará un desfase que hay que corregir. Además su rendimiento es menor que el de un rectificador tipo BOOST debido a que los interruptores a utilizar son unidireccionales en corriente y se deben construir a partir de un diodo en serie con un transistor. Por tanto la caída de tensión en conducción es mayor.

## **1.5. Conclusión**

Hemos descrito diferentes topologías y distintos tipos de controles aplicados hoy en día a los rectificadores trifásicos. Todas las técnicas descritas cumplen completamente o al menos en parte la normativa EN 61000-3-2. Las soluciones más complejas son las que cumplen la normativa de forma precisa y además nos permiten controlar generalmente la tensión de salida. Recordemos que hay que corregir el factor de desplazamiento y además hay que reducir la distorsión armónica. Al utilizar técnicas de conmutación de alta frecuencia, la emisión de los armónicos se reduce a alta frecuencia con lo que el filtrado es mucho más fácil. Por otra parte el uso de seis interruptores y un control basado en microprocesador encarece el diseño y la fabricación, sin olvidar que la industria de semiconductores está produciendo dispositivos cada vez más económicos y con mejores prestaciones.

En este trabajo vamos a estudiar las topologías más avanzadas para conocer sus características principales, ventajas e inconvenientes y nos centraremos en el rectificador tipo BUCK debido a que reduce la tensión de salida y por tanto es el que necesitamos en un aplicación de caldeo por inducción.

## **1.6. Bibliografía**

[Brod-85] D.M. Brod, D.W. Novotny, "Current Control of VSI-PWM Inverters", IEEE Trans, on Industry Applications, vol.IA-21, no.4, May/June 1985, pp.562-570.



- [Dawande-96] M.S. Dawande, V.R. Kanetkar, G.K. Dubey, "Three-Phase Switch Mode Rectifier with Hysteresis Current Control", IEEE Trans. On Power Electroncis, vol.11, no.3. May 1996, pp.466-471.
- [de Andrade-96] E.S. de Andrade, D.C. Martins, I. Barbi, "Isolated Three-Phase Rectifier Unit with High Power Factor", Proc. of IEEE INTELEC, October 1996, pp.536-542.
- [Dede-91] E.J. Dede, V. Esteve, J.V. González, J. Linares, D. Ramírez, E. Maset, "Procedures to Improve the power factor on induction heating generators", Proc. of EPE'91, September 1991, pp.419-424.
- [Holtz-92] J. Holtz, "Pulsewidth Modulation - A Survey", IEEE Trans. On Industrial Electronics, vol.39, no.5, December 1992, pp.410-420.
- [Ismail-92] E. Ismail, R.W. Erickson, "A single transistor Three Phase Resonant Switch for High Quality Rectification", Proc. of IEEE PESC'92, June 1992, pp.1341-1651.
- [Kelley-89] A.W. Kelley, W.F. Yadusky "Rectifier Design for minimum line current harmonics and maximum power factor", Proc. of IEEE-APEC'89, 1989, pp.13-22.
- [Kolar-91] J.W. Kolar, H. Ertl, K. Edelmoser, F.C. Zach, " Analysis of the Control Behavior of a bidirectional Three-Phase PWM Rectifier System", Proc. of EPE'91, 1991, pp.2-095 - 2-100.
- [Kolar-94] J.W. Kolar, F.C. Zach, " A novel Three-Phase Three-Switch Three-Level Unity Power Factor PWM Rectifier", Proc. of PCIM'94, June 1994, pp.125-138.
- [Lee-93] F.C. Lee, D. Boroyevic, "Power Factor Correction Circuits Topologies and Control", Professional Education Seminars Workbook, Seminar 4 of IEEE-APEC'93, March 1993.
- [Maset-96] E. Maset, E. Sanchis-Kilders, J. Sebastián, E. de la Cruz, "Improved Passive Solutions to Meet IEC1000-3-2 regulation in low-cost power supplies", Proc. of IEEE INTELEC, October 1996, pp.99-106.

- [Naik-95] R. Naik, M. Rastogi, N. Mohan, "Third-Harmonic Modulated Power Electronics Interface with Three-Phase Utility to Provide a Regulated DC Output and to Minimize Line-Current Harmonics", IEEE Trans. on Industry Applications, vol.31, no.3, May/June 1995, pp.598-602.
- [Prasad-89] A.R. Prasad, P.D. Ziogas, S. Manias, "An Active Power Factor Correction Technique for Three-Phase Diode Rectifiers", Proc. of IEEE PESC'89, June 1989, pp.58-66.
- [Rastogi-94] M. Rastogi, R. Naik, N. Mohan, "A Comparative Evaluation of Harmonics Reduction Techniques in Three-Phase Utility of Power Electronic Loads", IEEE Trans. On Industry Applications, vol.30, no.5, September/October 1994, pp.1149-1155.
- [Redl-95] R. Redl, A. Kislovski, "Telecom Power Supplies and Power Quality", Proc. of IEEE INTELEC, 1995, pp.13-21.
- [van der Broeck-88] H.W. van der Broeck, H.C. Skudelny, G.V. Stanke, "Analysis and Realization of a Pulsewidth Modulator Based on Voltage Space Vectors", IEEE Trans. On Industry Applications, vol.24, no.1, January/February 1988, pp.142-150.

## **2. El control vectorial aplicado a rectificadores trifásicos**

### **2.1. Introducción**

El control vectorial para magnitudes polifásicas y más en concreto para sistemas trifásicos ya se desarrolló para máquinas eléctricas en [Kovács-59] siendo introducido antes por Park. La idea básica es cambiar el marco de referencia para estudiar el sistema y así simplificar las expresiones (esta transformación de hecho se llama también la transformación de Park). En los motores se realiza el estudio en el marco del rotor, por lo que el marco de referencia es móvil y las expresiones matemáticas se simplifican.

Con la aparición de los microprocesadores y electrónica digital de alta velocidad se pudo implementar prácticamente el control vectorial a los rectificadores, inversores y cicloconvertidores trifásicos. Anteriormente no se había podido hacer por la complejidad de los cálculos que se requerían hacer, e. d. los cambios de coordenadas, los cuales eran muy difíciles de implementar a la velocidad suficiente como para que la frecuencia de conmutación de las topologías que acabamos de mencionar fuese aceptable. El desarrollo inicial se hizo para los inversores que sirven para alimentar motores de AC. El desarrollo y estudio de distintas técnicas de modulación para mejorar el rendimiento y reducir el contenido de armónicos, impulsó el que se mejorase cada vez más la técnica PWM. Partiendo de los inversores más sencillos de onda cuadrada, en los que no se puede controlar la tensión de salida por medio de la modulación y además el contenido armónico es muy importante, se pasó a inversores PWM, lo que permitió el control de la amplitud de la tensión de salida y además redujo de forma importante el contenido armónico<sup>1</sup> de la corriente de salida. El siguiente paso fue buscar diferentes técnicas de modulación que permitiesen obtener una ganancia máxima del inversor (índice de modulación) y una distorsión mínima (contenido armónico reducido). Un estudio

---

<sup>1</sup> Cuando hablamos de contenido armónico nos referimos principalmente a armónicos de baja frecuencia, múltiplos de la frecuencia de red. De hecho la normativa actual EN 61000-3-2 sólo limita los 40 primeros armónicos.

muy detallado de las distintas técnicas de modulación PWM se puede encontrar en [Holtz-92]. En este artículo se comparan varias técnicas de modulación y se muestra que la modulación por vectores espaciales es más ventajosa que la modulación sinusoidal (portadora triangular con referencia sinusoidal). En la técnica de modulación sinusoidal el índice de modulación no puede ser mayor que 0.785 y sólo se podría aumentar a 0.907 si se comparase la onda triangular con una sinusoidal sumada a su tercer armónico. Esto último además reduciría el contenido armónico de las señales de salida. Por su parte la modulación por vectores espaciales tiene un índice de modulación máximo de hasta 0.907 y tiene un contenido armónico menor.

Asimismo en la modulación de vectores espaciales se ha deducido la importancia de una adecuada distribución de los ciclos de trabajo a los interruptores para reducir el contenido armónico de la corriente de entrada del rectificador. En [van der Broeck-88] se demuestran las ventajas de la modulación por vectores espaciales frente a la modulación sinusoidal para un inversor y cómo la distribución adecuada de los ciclos de trabajo reduce el contenido armónico. Esta modificación de la distribución de ciclos de trabajo y su influencia en el contenido armónico y el ruido generado se estudia también en [Trzynadlowski-94]. Hay que recordar que el contenido armónico de baja frecuencia de la corriente de salida de un inversor se reduce cuanto mayor sea la relación entre la frecuencia fundamental a obtener y la frecuencia portadora, como en cualquier técnica PWM.

Las ventajas de la modulación de vectores espaciales frente a otras técnicas de modulación son las siguientes [Boroyevic-91]:

- nos provee con una tensión de salida mayor para un contenido armónico de baja frecuencia menor.
- la realización del control es sencilla y elegante gracias al control digital.
- se pueden obtener formas de onda no sinusoidales modulando el vector adecuadamente.

Habiendo visto que actualmente la técnica de modulación por vectores espaciales en inversores es la preferida por sus ventajas y disponiendo a su vez de controladores digitales capaces de realizar este control a alta velocidad, sólo debemos trasladar la teoría a los rectificadores trifásicos. La primera referencia a un rectificador controlado mediante

modulación de vectores espaciales la encontramos en [Busse-82]. En este artículo se hace una descripción del control vectorial aplicado a un rectificador reductor (de tipo BUCK) con filtro de entrada. Se presenta a su vez un algoritmo para corregir el factor de potencia degradado debido al filtro de entrada. La primera referencia de la aplicación de la teoría de vectores espaciales a cicloconvertidores y su implementación práctica la podemos encontrar en [Huber-91]. Veamos a continuación la representación mediante vectores espaciales de los sistemas trifásicos.

## 2.2. Definición del vector espacio

La representación vectorial con vectores espaciales se basa en que podemos representar todo sistema compuesto por tres magnitudes que son funciones del tiempo (no necesariamente sinusoides) que cumplan

$$x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) = 0 \quad (2.1.)$$

en un marco de referencia bidimensional. Podremos representar cada una de estas funciones en un marco de referencia bidimensional inmóvil en el tiempo (que llamaremos  $\alpha$ - $\beta$ ) mediante tres vectores. Por comodidad podemos colocar uno de ellos a lo largo del eje horizontal o  $\alpha$  y los otros dos partiendo del origen pero girados  $+120^\circ$  y  $-120^\circ$  respectivamente. El vector espacial resultante que describe mi sistema podrá escribirse en notación compleja ( $\alpha$ : abcisas - eje real,  $\beta$ : ordenadas - eje imaginario) mediante la expresión:

$$\bar{x}(t) = \frac{2}{3}(x_1 + x_2 e^{j\rho} + x_3 e^{-j\rho}) \quad (2.2.)$$

donde  $2/3$  es un factor de escala [Kovács-59] y  $\rho = 2\pi/3$ .

Si las tres funciones dependientes del tiempo,  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  son tres variables de un sistema trifásico equilibrado,  $x_R$ ,  $x_S$  y  $x_T$ , definidas como:

$$\begin{aligned}x_R(t) &= X_m \cos(\omega t + \varphi) \\x_S(t) &= X_m \cos(\omega t + \varphi - \rho) \\x_T(t) &= X_m \cos(\omega t + \varphi + \rho)\end{aligned}\tag{2.3.}$$

entonces el vector espacial complejo se puede escribir como:

$$\bar{x}(t) = X_m e^{j(\omega t + \varphi)} = x_\alpha(t) + jx_\beta(t)\tag{2.4.}$$

y por tanto girará con frecuencia angular  $\omega$  alrededor de nuestro origen. Nuestro sistema se simplificará si definimos ahora un vector espacial en coordenadas rotatorias que de esta manera perderá su dependencia temporal, ya que en estado estacionario el nuevo vector está fijo con respecto al nuevo marco de referencia. Este nuevo sistema rotatorio lo llamaremos  $d-q$  ( $d$ : abcisas - eje real y  $q$ : ordenadas - eje imaginario). Para hacer el cambio de coordenadas de un sistema a otro, deberemos simplemente multiplicar el vector por un factor dependiente del tiempo:

$$\bar{x}_{rot} = \bar{x} e^{-j\omega t} = x_d + jx_q\tag{2.5.}$$

En nuestro caso particular de un sistema trifásico equilibrado:

$$\bar{x}_{rot} = X_m e^{-j(\omega t + \varphi)} e^{j\omega t} = X_m e^{j\varphi}\tag{2.6.}$$

La representación gráfica de estos dos marcos de referencia se muestran en la Figura 2.1.

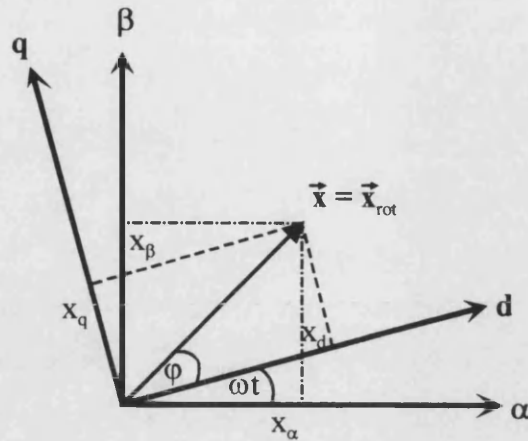


Figura 2.1.: Representación de los dos marcos de referencia, el fijo ( $\alpha$ - $\beta$ ) y el móvil ( $d$ - $q$ ).

La transformación inversa para volver del marco de referencia móvil ( $d$ - $q$ ) al fijo ( $\alpha$ - $\beta$ ) se realizará multiplicando por la función inversa:

$$\bar{x} = \bar{x}_{rot} e^{j\omega t} = x_{\alpha} + jx_{\beta} \quad (2.7.)$$

A continuación vamos a aplicar esta teoría tanto a un rectificador reductor (tipo BUCK) como a un rectificador elevador (tipo BOOST). Ambos se pueden clasificar como las topologías básicas de rectificadores trifásicos totalmente controlados y duales de las estructuras de inversores alimentados por corriente y por tensión respectivamente.

## 2.3. Control vectorial aplicado a rectificadores trifásicos

### 2.3.1. El rectificador trifásico alimentado por tensión (tipo BUCK)

El rectificador trifásico que vamos a describir a continuación es un rectificador con estructura de tipo BUCK. Se caracteriza porque está alimentado por tres fuentes de tensión alternas y la salida está filtrada por una inductancia (podremos aproximar esta inductancia por una fuente de corriente). El rectificador nos provee de una tensión continua a su salida, que se puede utilizar como "DC-link" para a continuación acoplar un inversor que alimenta una

máquina eléctrica o un tanque resonante para caldeo por inducción. Al igual que su equivalente DC-DC es reductor y además tiene una corriente de entrada pulsante lo que hace imprescindible el uso de un filtro de entrada. Su rendimiento es mucho menor debido, a que para la misma potencia maneja corrientes mucho más altas (es reductor) y su propia estructura le impone el uso de interruptores unidireccionales en corriente y bidireccionales en tensión. Este tipo de interruptores se implementarán prácticamente mediante un diodo en serie con un transistor. Teniendo en cuenta que la corriente circulará siempre por dos de estos interruptores a la vez (e. d. dos diodos y dos transistores) se puede deducir un rendimiento inferior al de una estructura elevadora. Al ser reductor su tensión de salida es siempre menor que:

$$V_0 \leq V_m \frac{3}{2} \quad (2.8.)$$

donde  $V_m$  es la tensión de pico de entrada ( $V_m = 311V$  para una tensión de fase de  $V_{RMS} = 220V$ ).

Esta topología al ser alimentada por tensión y tener en su salida una fuente de corriente, presenta las siguientes restricciones:

1. Nunca se deben cortocircuitar las fuentes de tensión de la entrada.
2. Nunca se debe dejar en circuito abierto la fuente de corriente a la salida.

Debido a que la corriente de salida tiene siempre el mismo sentido pero la tensión a bloquear sí que puede tener ambas polaridades, necesitaremos interruptores unidireccionales en corriente y bidireccionales en tensión.

El esquema de nuestro rectificador es:



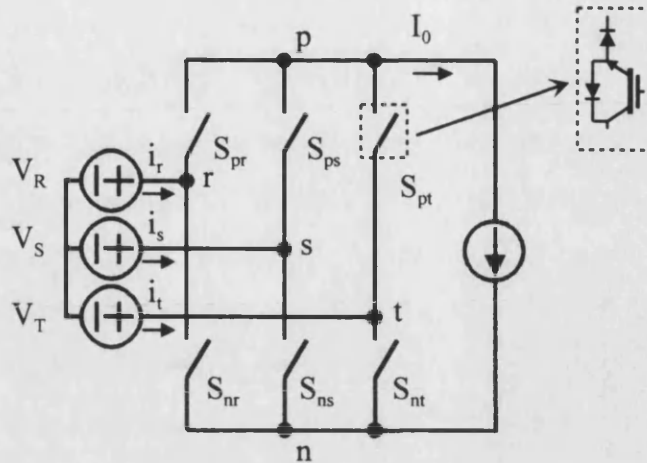


Figura 2.2.: Rectificador de tipo BUCK con su interruptor unidireccional en corriente y bidireccional en tensión.

Las restricciones que acabamos de imponer se traducen matemáticamente en que:

$$S_{jr} + S_{js} + S_{jt} = 1, \quad j \in \{p, n\} \tag{2.9.}$$

Cumpliendo la expresión (2.9.) podemos obtener un máximo de 9 posibles combinaciones de diferentes interruptores a ON (a 1) y a OFF (a 0). Veamos cual son estas nueve combinaciones diferentes y como se corresponden con cada instante de un periodo de red.

El periodo de red se divide en seis sectores diferentes de 60° y la variable a tener en cuenta es la corriente de entrada:

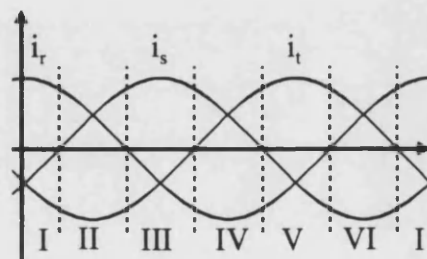


Figura 2.3.: Corriente de entrada para un rectificador de tipo BUCK. Subdivisión del periodo de red en 6 sectores de 60°.

Las nueve posibles combinaciones que encontramos teniendo en cuenta esta subdivisión en sectores del periodo de red se deducirán de la siguiente manera (ver Figura 2.2. y Figura

2.3.). En el sector II, por ejemplo, la corriente mayor en módulo y que menos varía es  $i_t$  (es negativa). Esa es la corriente de entrada a nuestro circuito, activando  $S_{nt}$ . Como no debemos dejar la inductancia de salida en circuito abierto, tendremos que activar un segundo interruptor conectado al nodo p. Podemos activar alternativamente cualquiera de los tres interruptores ( $S_{pr}$ ,  $S_{ps}$  y  $S_{pt}$ ). Estas tres posibles combinaciones ( $S_{nt}$  y  $S_{pr}$ ,  $S_{nt}$  y  $S_{ps}$ ,  $S_{nt}$  y  $S_{pt}$ ) serán tres posibles vectores espaciales de los nueve que puedo generar. En principio activaremos  $S_{pr}$ , ya que de esta manera tendremos las corrientes mayores al principio del sector II ( $i_t$  e  $i_r$  de la Figura 2.2.) igualadas a  $I_0$ . Tabulando ahora las nueve posibles combinaciones obtenemos:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V_{TR}$	$-V_{TR}$	$V_{ST}$	$-V_{RS}$	$V_{TR}$	$-V_{ST}$	$V_{RS}$	$V_{RR}$	$V_{SS}$	$V_{TT}$
$S_{pr}$	1	0	0	0	0	1	1	0	0
$S_{ps}$	0	1	1	0	0	0	0	1	0
$S_{pt}$	0	0	0	1	1	0	0	0	1
$S_{nr}$	0	0	1	1	0	0	1	0	0
$S_{ns}$	0	0	0	0	1	1	0	1	0
$S_{nt}$	1	1	0	0	0	0	0	0	1
$i_r$	$I_0$	0	$-I_0$	$-I_0$	0	$I_0$	0	0	0
$i_s$	0	$I_0$	$I_0$	0	$-I_0$	$-I_0$	0	0	0
$i_t$	$-I_0$	$-I_0$	0	$I_0$	$I_0$	0	0	0	0

Tabla 2.1.: Configuraciones posibles (1 a 9) de interruptores para el rectificador de tipo BUCK.

Las combinaciones 7, 8 y 9 representan los vectores espaciales nulos que utilizaremos para generar los tiempos muertos.

Nuestro vector espacial representará la corriente de entrada y según (2.2.) obtenemos:

$$\bar{i}(t) = \frac{2}{3}(i_r + i_s e^{j\theta} + i_t e^{-j\theta}) \tag{2.10.}$$

El vector que se corresponde con la combinación 3 se construirá de la siguiente manera. Partiremos del circuito del esquema del rectificador BUCK para el caso particular de la combinación 3 y que mostramos en la Figura 2.4. En esta combinación y de acuerdo con la Tabla 2.1. los interruptores activados son  $S_{ps}$  y  $S_{nr}$ .

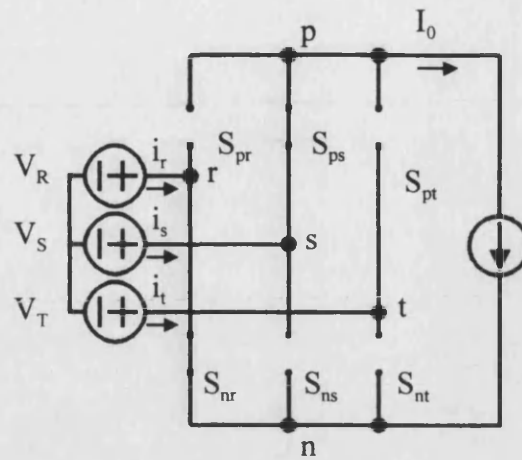


Figura 2.4.: Rectificador de tipo BUCK en la configuración correspondiente al vector espacial 3,  $\bar{I}_3$ .

En esta combinación las corrientes valen  $i_r = -I_0$ ,  $i_s = I_0$  y  $i_t = 0$ . Si representamos este vector,  $\bar{I}_3$ , (ver ecuación (2.11.)) en nuestro marco de referencia  $\alpha-\beta$ , obtenemos:

$$\bar{i}(t) = \bar{I}_3 = \frac{2}{3}(-I_0 + I_0 e^{j\varphi}) \tag{2.11.}$$

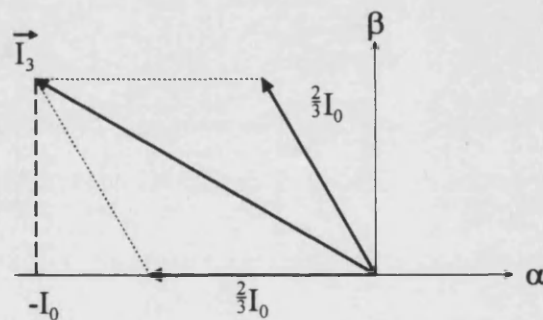


Figura 2.5.: Construcción del tercer vector espacial o vector espacial correspondiente a la combinación 3.

Si representamos todos los vectores espaciales, obtenemos un hexágono subtendido por los seis primeros vectores que tenemos y cuya circunferencia inscrita tiene un radio de longitud igual a  $I_0$  (Figura 2.6.).

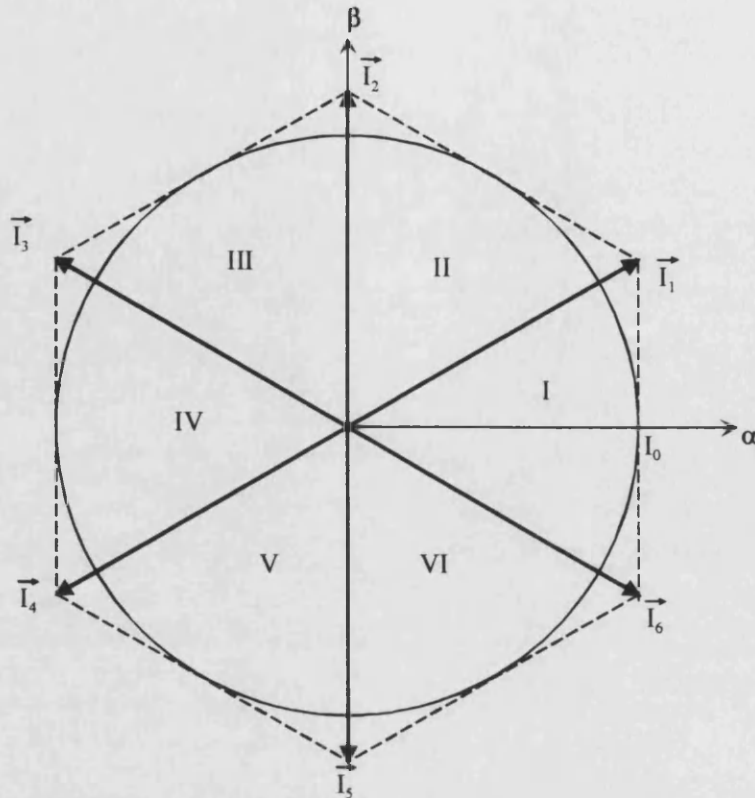


Figura 2.6.: Hexágono subterido por los seis vectores espaciales. Los vectores espaciales nulos son simplemente el punto origen del sistema coordenado.

Los sectores temporales mostrados en la Figura 2.3. se corresponden con los sectores que encontramos entre cada vector espacial.

La modulación de vectores espaciales consiste en construir el vector espacial de corriente de entrada a partir de los dos vectores espaciales adyacentes como se muestra en la Figura 2.7.

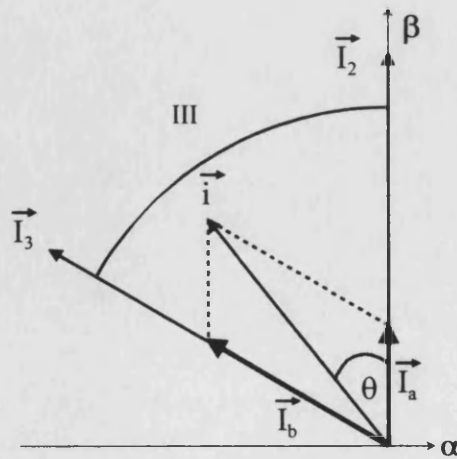


Figura 2.7.: Generación de un vector espacial cualquiera a partir de los vectores espaciales adyacentes.

El vector espacial  $\vec{i}$  lo podremos generar a partir de  $\vec{I}_2$  y de  $\vec{I}_3$ , como vemos en la Figura 2.7. Si tenemos un periodo de conmutación dado, activaremos el vector  $\vec{I}_2$  durante un tiempo proporcional al periodo de conmutación,  $T_s$ , en la misma proporción que hay entre  $\vec{I}_a$  e  $\vec{I}_2$  y activaremos  $\vec{I}_3$  durante un tiempo proporcional al periodo de conmutación,  $T_s$ , en la misma proporción que hay entre  $\vec{I}_b$  e  $\vec{I}_3$ . Estos tiempos, que serán ciclos de trabajo, se calculan conociendo el ángulo existente entre el vector espacial  $\vec{i}$  e  $\vec{I}_2$  e  $\vec{I}_3$  respectivamente (dicho de otra manera debemos conocer la situación de nuestro vector espacial en cada instante). El módulo de  $\vec{I}_a$  lo calcularemos haciendo la proyección de  $\vec{i}$  sobre  $\vec{I}_2$  y el módulo de  $\vec{I}_b$  lo calcularemos haciendo la proyección de  $\vec{i}$  sobre  $\vec{I}_3$ . Las ecuaciones (2.14.) y (2.15.) presentan el cálculo de estos ciclos de trabajo.

$$I_a = i \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) \quad (2.12.)$$

$$I_b = i \frac{2}{\sqrt{3}} \sin(\theta) \quad (2.13.)$$

y por tanto los ciclos de trabajo, que se corresponden con el módulo normalizado de  $\vec{I}_a$  e  $\vec{I}_b$  son:

$$d_a = \frac{I_a \sqrt{3}}{I_0} = \frac{i \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)}{I_0} \quad (2.14.)$$

$$d_b = \frac{I_b \sqrt{3}}{I_0} = \frac{i \sin(\theta)}{I_0} \quad (2.15.)$$

Donde hay que tener en cuenta que el módulo de  $\vec{I}_2$  o cualquiera de los vectores espaciales que subtienden el hexágono vale siempre:

$$I_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} I_0 \quad (2.16.)$$

Existirá también un tiempo muerto, debido a que no podemos dejar la fuente de corriente en circuito abierto y que vale:

$$d_0 = 1 - d_a - d_b \quad (2.17.)$$

Eligiendo una frecuencia de conmutación lo suficientemente grande podremos en promedio generar el vector espacial de corriente de entrada deseado.

### 2.3.2. El rectificador trifásico alimentado por corriente (tipo BOOST)

El rectificador trifásico con estructura de tipo BOOST se caracteriza porque tiene tres inductores en serie con cada una de sus tres entradas y un condensador a la salida. Por su estructura es el preferido para su aplicación en sistemas de tipo “DC-link”, siempre que se necesite una tensión superior en la salida a la de la entrada. El rectificador nos proveerá con una tensión a la salida regulada y que sirve de fuente o “DC-link” para alimentar el inversor que alimenta una carga trifásica. Por ser de tipo BOOST es elevador y su tensión de salida será siempre mayor que:

$$V_0 \geq V_m \sqrt{3} \quad (2.18.)$$

Además, al estar alimentado por inductores, la corriente de entrada ya está filtrada (igual que su equivalente DC-DC) y la salida se puede suponer una fuente de tensión, a efectos de modelar el rectificador. Todas estas características hacen que debamos imponer dos restricciones a los interruptores de nuestro rectificador:

1. Nunca se deben dejar en circuito abierto las inductancias de entrada.
2. Nunca se debe cortocircuitar la salida (condensador de salida).

El esquema de nuestro rectificador es:

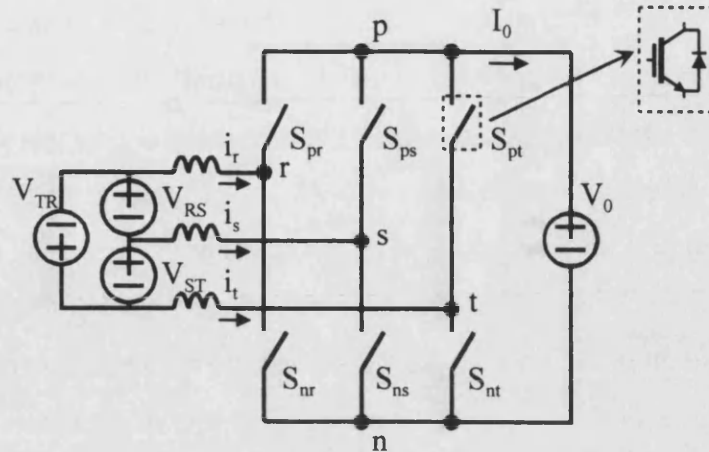


Figura 2.8.: Rectificador de tipo BOOST con su interruptor bidireccional en corriente y unidireccional en tensión.

Las restricciones que acabamos de imponer se traducen en que:

$$S_{pk} + S_{nk} = 1, \quad k \in \{r, s, t\} \tag{2.19.}$$

Observando el circuito llegamos a la conclusión que la tensión en bornes de un interruptor siempre tendrá la misma polaridad, mientras que la corriente puede tener ambos sentidos, lo que se traduce en que los interruptores deberán ser unidireccionales en tensión y bidireccionales en corriente (cuando hablamos de interruptores unidireccionales en tensión, nos referimos a que sólo bloquea tensión en un sentido).

Cumpliendo la expresión (2.19.) llegamos a que podemos tener un máximo de 8 posibles combinaciones de diferentes interruptores a ON (a 1) y a OFF (a 0). Si dividimos un periodo de red en 6 sectores diferentes de 60° cada uno (ver Figura 2.9) podemos deducir estas ocho combinaciones diferentes y cómo se corresponden con cada instante de un periodo de red.

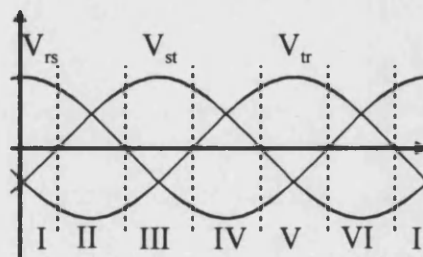


Figura 2.9.: Tensiones de línea para un rectificador de tipo BOOST. Subdivisión del periodo de red en 6 segmentos de 60°.

Las ocho posibles combinaciones que encontramos teniendo en cuenta esta subdivisión en sectores del periodo de red se deducen de la siguiente manera. En el sector I (en la Figura 2.9. el sector I está subdividido en dos partes, la primera se ve al final y la segunda al principio del periodo de red) la tensión que menos varía es  $V_{rs}$  y que además es positiva. Aplicaremos pues esta tensión a nuestro circuito, activando  $S_{pr}$  y  $S_{ns}$ . Como no debemos dejar la inductancia conectada a la tercera rama en circuito abierto, tendremos que activar un tercer interruptor de esta rama. Podemos activar alternativamente tanto un interruptor como el otro ( $S_{pt}$  y/o  $S_{nt}$ ). Estas dos posible combinaciones de interruptores serán los dos vectores que subtienden el sector I. Este razonamiento se puede extender a cada uno de los seis sectores que tenemos en nuestro periodo de red. Si escribimos las ocho posibles combinaciones obtenemos la Tabla 2.2.

	1	2	3	4	5	6	7	8
$I_o$	$i_r$	$-i_t$	$i_s$	$-i_r$	$i_t$	$-i_s$	$i_r+i_s+i_t$	$-i_r-i_s-i_t$
$S_{pr}$	1	1	0	0	0	1	1	0
$S_{ps}$	0	0	1	1	1	0	0	1
$S_{pt}$	0	1	1	1	0	0	1	0
$S_{nt}$	1	0	0	0	1	1	0	1
$S_{pr}$	0	0	0	1	1	1	1	0
$S_{ps}$	1	1	1	0	0	0	0	1
$V_{rs}$	$V_0$	0	$-V_0$	$-V_0$	0	$V_0$	0	0
$V_{rs}$	0	$V_0$	$V_0$	0	$-V_0$	$-V_0$	0	0
$V_{rs}$	$-V_0$	$-V_0$	0	$V_0$	$V_0$	0	0	0

Tabla 2.2: Configuraciones posibles de interruptores para el rectificador tipo BOOST.

Definimos nuestro vector espacial siguiendo (2.2.) y aplicado a la tensión de línea de entrada. Entonces podemos representar todas las posibles combinaciones con su vector correspondiente.

$$\bar{v}(t) = \frac{2}{3}(V_{rs} + V_{st}e^{j\theta} + V_{tr}e^{-j\theta}) \tag{2.20.}$$

En la Figura 2.10. mostramos el circuito del rectificador BOOST para el caso particular de la combinación 1 que se corresponde con el vector espacial  $\bar{V}_1$ .



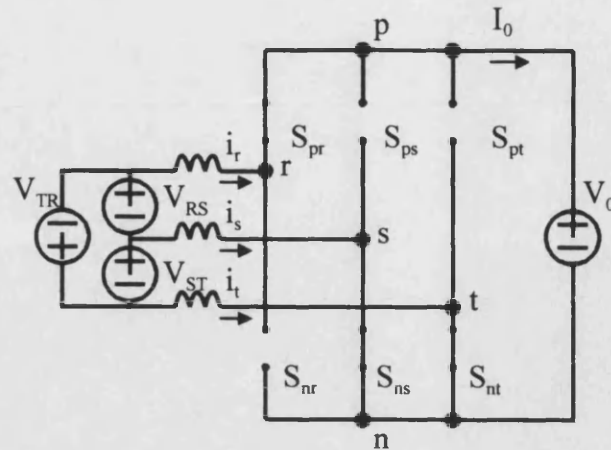


Figura 2.10.: Rectificador de tipo BOOST con la configuración correspondiente al vector espacial 1,  $\vec{V}_1$ .

En esta combinación  $V_{rs}=V_0$ ,  $V_{st}=0$  y  $V_{tr}=-V_0$ . Si representamos este vector espacial (ver (2.21.) y la Figura 2.11.) en nuestro marco de referencia  $\alpha$ - $\beta$ , obtenemos:

$$\vec{v}(t) = \frac{2}{3}(V_0 - V_0 e^{-j\theta}) \tag{2.21.}$$

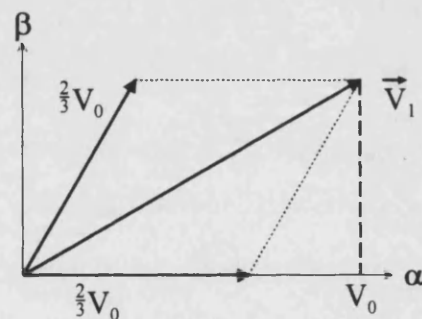


Figura 2.11.: Construcción del primer vector espacial o vector espacial correspondiente a la combinación 1,  $\vec{V}_1$ .

Si representamos ahora todos los vectores espaciales, obtenemos un hexágono subtendido por los seis vectores que tenemos y cuya circunferencia inscrita tiene un radio de longitud igual a  $V_0$  (Figura 2.12).

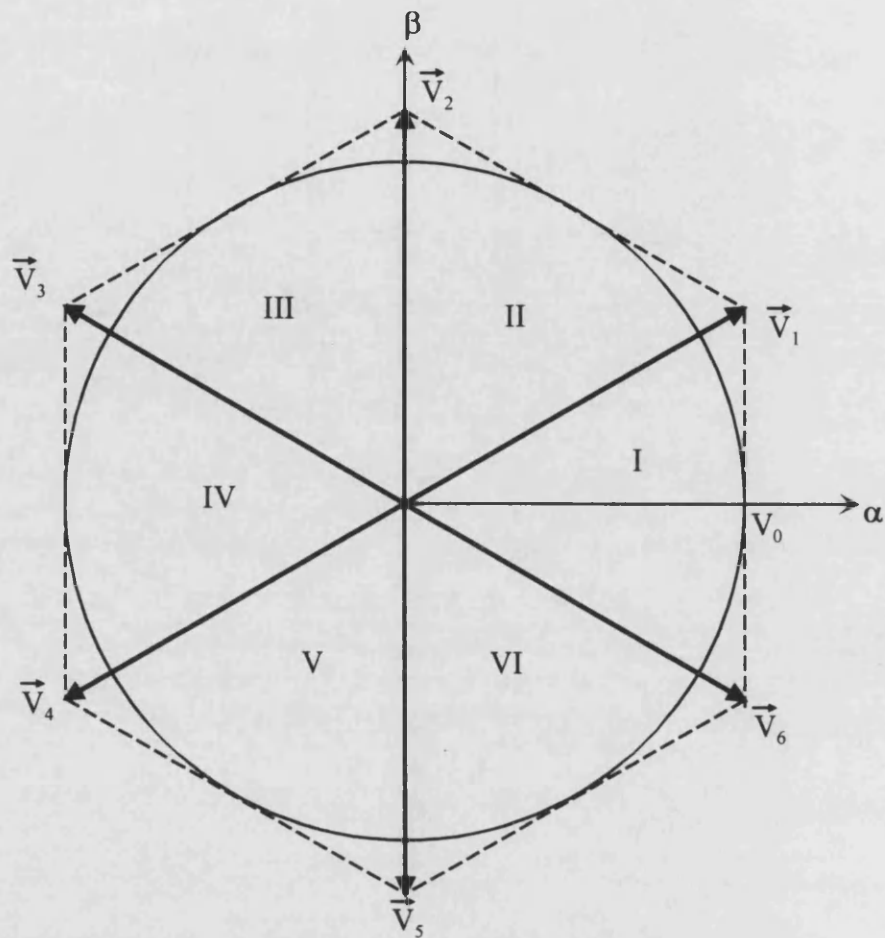


Figura 2.12.: Hexágono subterido por los seis vectores espaciales.

Los sectores temporales mostrados en la Figura 2.9. se corresponden con los sectores que encontramos entre cada vector espacial de la Figura 2.12. Mencionar también que las combinaciones 7 y 8 se corresponden con sendos vectores nulos que nos servirán para generar el tiempo muerto necesario para completar el periodo de conmutación en la modulación PWM.

La modulación de vectores espaciales consistirá en construir el vector espacial de tensión de entrada aplicando alternativamente los dos vectores espaciales adyacentes como se muestra en la Figura 2.13.

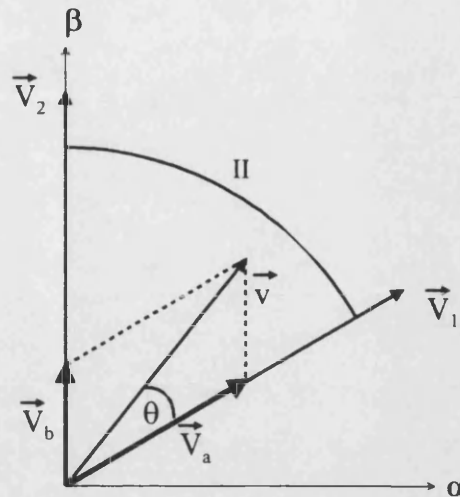


Figura 2.13.: Generación de un vector espacial cualquiera a partir de los vectores espaciales adyacentes.

El vector espacial  $\bar{v}$  lo podremos generar a partir de  $\bar{V}_1$  y  $\bar{V}_2$  como vemos en la Figura 2.13. Si tenemos un periodo de conmutación activaremos el vector  $\bar{V}_1$  durante un tiempo proporcional al periodo de conmutación,  $T_s$ , en el módulo de  $\bar{V}_a$  y activaremos  $\bar{V}_2$  durante un tiempo proporcional al periodo de conmutación,  $T_s$ , en el módulo de  $\bar{V}_b$ . Estos tiempos, que serán ciclos de trabajo (ver ecuaciones (2.24.) y (2.25.)) se calcularán conociendo el ángulo existente entre el vector espacial  $\bar{v}$  y  $\bar{V}_1$  y  $\bar{V}_2$  respectivamente (debemos conocer la situación de nuestro vector espacial en cada instante). El módulo de  $\bar{V}_a$  lo calcularemos haciendo la proyección de  $\bar{v}$  sobre  $\bar{V}_1$  y el módulo de  $\bar{V}_b$  lo calcularemos haciendo la proyección de  $\bar{v}$  sobre  $\bar{V}_2$ .

$$V_a = v \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) \quad (2.22.)$$

$$V_b = v \frac{2}{\sqrt{3}} \sin(\theta) \quad (2.23.)$$

y por tanto los ciclos de trabajo se definen como:

$$d_a = \frac{V_a \sqrt{3}}{V_0 \cdot 2} = \frac{v \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)}{V_0} \quad (2.24.)$$

$$d_b = \frac{V_b \sqrt{3}}{V_0 \cdot 2} = \frac{v \sin(\theta)}{V_0} \quad (2.25.)$$

Donde hay que tener en cuenta que el módulo de  $\vec{V}_1$  o cualquier otro vector espacial de los seis (los vectores espaciales 7 y 8 son nulos) que podemos generar vale:

$$V_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} V_0 \quad (2.26.)$$

El tiempo muerto, debido a que no podemos dejar los inductores de entrada en circuito abierto, es:

$$d_0 = 1 - d_a - d_b \quad (2.27.)$$

Eligiendo una frecuencia de conmutación lo suficientemente grande podremos en promedio generar el vector espacial deseado.

El estudio presentado tanto para el rectificador de tipo BUCK como el rectificador de tipo BOOST es igualmente válido para el inversor alimentado por corriente y el inversor alimentado por tensión.

#### 2.4. La distribución de ciclos de trabajo.

El siguiente paso a realizar es la distribución de los ciclos de trabajo a lo largo del periodo de conmutación. Como acabamos de ver tenemos dos ciclos de trabajo y el tiempo muerto por lo que habrá en principio muchas posibilidades para repartir estos ciclos de trabajo a lo largo del periodo. Estudios realizados para inversores, [van der Broeck-88], demuestran que la distribución de los ciclos de trabajo y el tiempo muerto influirá en el contenido armónico de la corriente trifásica generada. Esto es muy importante, ya que caso de estar implementado

el control de un inversor para alimentar un máquina, los armónicos significarán pérdidas adicionales así como vibraciones no deseadas en la máquina. Para los rectificadores, que es nuestro caso, los armónicos se deben mantener bajo un mínimo teniendo en cuenta que debemos cumplir la normativa europea (EN 61000-3-2), implantada recientemente para reducir la polución electromagnética de la red eléctrica.

Los criterios de selección de la distribución de ciclos de trabajo son básicamente dos, que además están interrelacionados:

- reducción de armónicos
- reducción de las pérdidas de conmutación

Para reducir el contenido armónico debemos en primer lugar tener una frecuencia de conmutación mucho mayor que la frecuencia fundamental. En [van de Broek-82] se demuestra que si se distribuyen los ciclos de trabajo simétricamente alrededor del tiempo muerto se consigue reducir el contenido armónico de la señal. En [Holtz-92] se sugiere que para índices de modulación pequeños, los ciclos de trabajo se distribuyan de la forma  $d_a-d_b-d_0-d_b-d_a$  (recordemos que  $d_a$  es el ciclo de trabajo correspondiente al vector espacial a la derecha en el sentido de las agujas del reloj del vector espacial a generar y  $d_b$  el vector espacial a la izquierda en el sentido contrario de las agujas del reloj del vector espacial a generar), mientras que para índices de modulación elevados se distribuyan de la forma  $d_0-d_p-d_r-d_p$ , donde  $d_p$  es el ciclo de trabajo correspondiente al vector espacial más próximo al vector a generar y  $d_r$  es el ciclo de trabajo correspondiente al vector mas remoto. Los ciclos de trabajo  $d_p$  y  $d_r$  se intercambiarán en el centro del sector. Como ejemplo indicar que en la Figura 2.13.  $d_p$  se corresponde con  $d_a$  y  $d_r$  con  $d_b$ , mientras que en la Figura 2.7.  $d_p$  se corresponde con  $d_b$  y  $d_r$  con  $d_a$ .

Por otra parte, en [Trzynadlowski-94] se propone una nueva distribución donde se minimizan las pérdidas. Para ello lo que se intenta es reducir las transiciones o conmutaciones que se tengan que realizar durante un periodo de conmutación. Las conmutaciones a realizar, si colocamos los ciclos de trabajo de forma secuencial,  $d_a-d_b-d_0$ , son tres. Pero debemos tener en cuenta que una reducción de la conmutaciones también reduce la frecuencia real de conmutación y por tanto la relación entre la frecuencia de conmutación y la frecuencia

fundamental. Y cuanto mayor sea esta relación menor es el contenido armónico de baja frecuencia.

Indicar que todos los estudios encontrados hacen referencia siempre a las distribuciones de ciclos de trabajo en inversores, los que suelen ser utilizados para alimentar máquinas eléctricas y además conmutan a frecuencias mucho menores que los rectificadores. Las publicaciones encontradas donde se describían rectificadores con control PWM por modulación del vectores espaciales no hacían referencia al contenido armónico de los vectores generados. En [Jiang-94] se hace referencia a la diferencia entre inversores en los que la frecuencia de conmutación es menor y donde generalmente necesitamos un comportamiento bidireccional. Dado que en rectificadores la frecuencia de conmutación es mucho mayor y lo que se persigue es sólo la corrección del factor de potencia, la distribución de los ciclos de trabajo no ha sido estudiada. Hay que reseñar que la modulación puede ser distinta para un inversor que para un rectificador. Para el caso del rectificador BOOST se puede definir un vector espacial a controlar diferente del que se suele definir en los inversores alimentados por tensión<sup>2</sup>.

Aún así no debemos olvidar que para sistemas equilibrados y con señales de entrada no distorsionada tendremos los armónicos a partir de la frecuencia de conmutación y sus bandas laterales, además de sus múltiplos superiores. Si la frecuencia de conmutación es lo suficientemente alta el contenido armónico de baja frecuencia será despreciable.

Aunque en el apartado anterior hemos dado por supuesto que la generación de los vectores espaciales se hacía con los vectores adyacentes, en teoría se podrían generar con cualquier tipo de combinación lineal de los seis vectores disponibles más los vectores nulos [Malesani-96]. El haber restringido la generación de los vectores espaciales a sólo los vectores espaciales adyacentes, también se nombra en la literatura como modulación PWM de seis pasos ("six-step") [Jiang-94] que no se debe confundir con la modulación de los seis pasos clásica de inversores (esta última técnica de modulación no es PWM).

---

<sup>2</sup> Como hemos visto en el apartado anterior el vector espacial escogido suele ser la tensión de línea [van der Broeck-88]. Esto tiene como resultado que la tensión de línea es senoide pero no así la tensión de fase. Esto es deseable para el caso del rectificador donde se propone escoger como vector espacial la tensión de fase [Jiang-94].

### **2.4.1. Distribución de ciclos de trabajo para el rectificador de tipo BUCK**

Veamos la distribución de ciclos de trabajo propuesta para un rectificador de tipo BUCK. Estudiaremos brevemente varias distribuciones encontradas en la literatura y veremos como influyen las distribuciones en el contenido armónico de la corriente de entrada. La elegida por nosotros se basa en la sugerida en [Vlatkovic-92] aunque modificada ligeramente ya que nosotros no necesitamos transformador. Los criterios para elegir una distribución son los siguientes:

1. Reducción del contenido armónico en la corriente de entrada.
2. Reducción del rizado de corriente en la bobina de salida.
3. Reducir al mínimo el número de transiciones de los interruptores.
4. Facilidad de realización práctica.

Estos cuatro puntos nos sirven como guía para elegir nuestra distribución de ciclos de trabajo. No todos los puntos se pueden cumplir a la vez ya que el cumplimiento de algunos de ellos se opone al cumplimiento de otros. Las cuatro distribuciones que vamos a estudiar se muestran en la Figura 2.14.

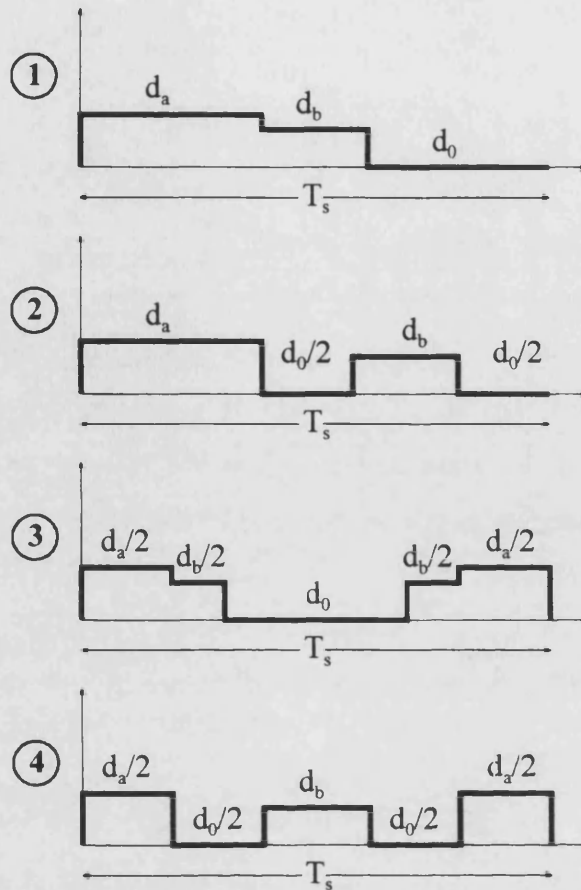


Figura 2.14.: Cuatro posibles distribuciones de ciclos de trabajo en un periodo de conmutación. ① - distribución básica; ② - distribución propuesta por nosotros; ③ - distribución propuesta en [Boroyevic-91] ④ - distribución propuesta en [Vlatkovic-92]

2.4.1.1. Reducción del contenido armónico

Primero vamos a estudiar el contenido armónico de estas cuatro distribuciones. Para ello se han construido las funciones que describen las formas de onda de la corriente de entrada (en la Figura 2.14. se muestra la distribución de ciclos de trabajo, y aunque también se les ha dotado de amplitud esto es sólo para indicar que esta es la amplitud que tendrá la tensión que obtenemos a la salida del rectificador antes del filtro de salida). El ciclo de trabajo aplicado a la bobina de salida se traduce en un rizado de corriente que también se ha tenido en cuenta. Calculando la corriente de entrada para una fase (que será pulsante), podemos hacer su análisis de Fourier y calcular su espectro. Para ello se ha subdividido cada periodo de red en 12 sectores de  $30^\circ$  cada uno y cada sector en 50 periodos de conmutación. Esto se traduce en que



la frecuencia de conmutación es de 30kHz aproximadamente (al igual que en nuestro prototipo real). A continuación se ha realizado un muestreo de cada periodo de conmutación con 40 puntos y al conjunto de puntos obtenidos, que describen la corriente de entrada por una fase en un periodo de red se le ha aplicado la transformada rápida de Fourier. De esta forma se ha obtenido el espectro de las distintas configuraciones. Los espectros obtenidos y la distorsión armónica total se muestran en las siguientes figuras. Es importante reseñar que en los espectros siguientes no se ha tenido en cuenta el filtro de entrada, que es imprescindible.

Estos espectros nos sirven como indicadores de cual será la distribución más apropiada para reducir los armónicos de bajo orden. En todas las figuras se han representado todos los armónicos, múltiplos de 50Hz, normalizados respecto al primero. En todas las distribuciones de ciclos de trabajo, los primeros 100 armónicos están atenuados 20dB y la mayoría de ellos 40dB, y eso antes de incluir el filtro de entrada. Esto corrobora el hecho de que en los rectificadores no son tan importantes las distribuciones de los ciclos de trabajo, si se conmuta a frecuencias elevadas, para reducir el contenido armónico de baja frecuencia. En nuestros cálculos se observa que las distribuciones simétricas presentan un espectro menos uniforme por debajo de la frecuencia de conmutación, e. d. tienen armónicos de baja frecuencia (entre el armónico 1 y el 40) altos y después baja mucho hasta volver a subir alrededor de la frecuencia de conmutación. Por su parte las distribuciones no simétricas, presentan una distribución mas plana alrededor de la frecuencia de conmutación. Esto es favorable ya que atenúa los armónicos de baja frecuencia (los primeros 40 armónicos) más que en las distribuciones anteriores.

Se han comparado las distorsiones armónicas totales de la cuatro distribuciones. La conclusión es que sólo necesitaremos un filtro para las frecuencias de conmutación, ya que a frecuencias inferiores el contenido armónico es bastante bajo, siempre que la frecuencia de conmutación sea lo suficientemente alta. Esto reduce el tamaño del filtro de entrada y nos ayuda a cumplir la normativa europea sobre armónicos.

Los "Notebook" de Mathematica utilizados para el cálculo de los espectros se encuentran en el Anexo 5.

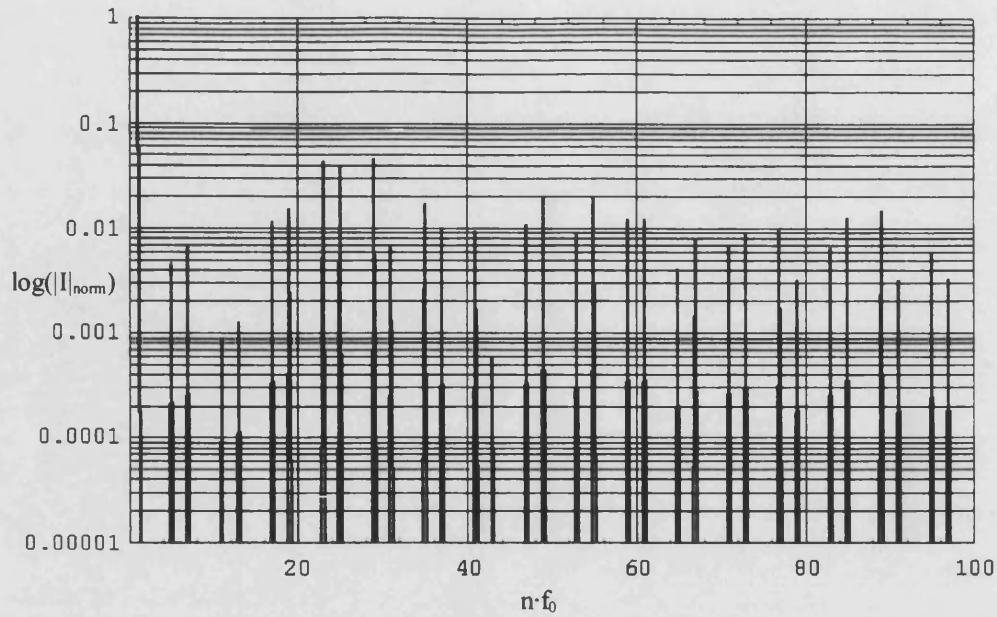


Figura 2.15.: Espectro de la distribución básica ①. Representación de los primeros cien armónico de la corriente de entrada de una fase, normalizada. ( $f_0 = 50\text{Hz}$ )

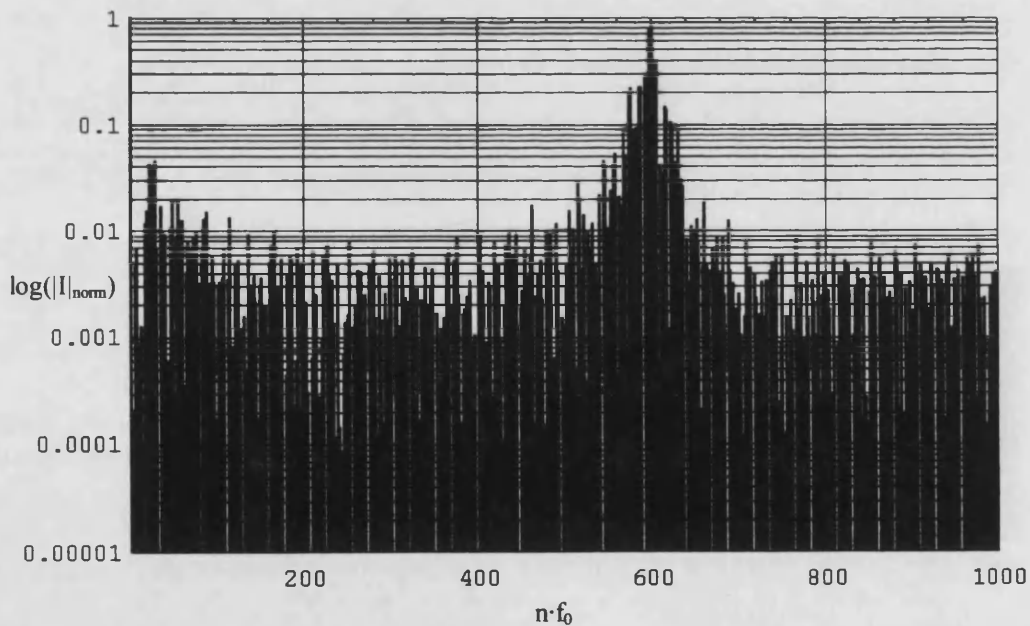


Figura 2.16.: Espectro de la distribución básica ①. Representación de los primeros mil armónico de la corriente de entrada de una fase, normalizada. En el armónico seiscientos se observa claramente la frecuencia de conmutación. ( $f_0 = 50\text{Hz}$ )

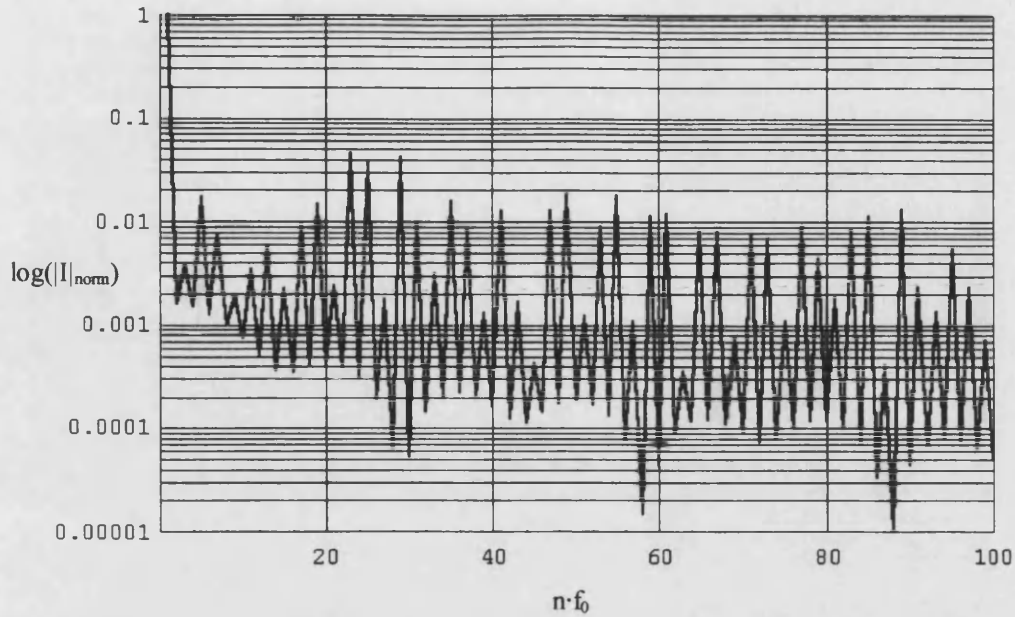


Figura 2.17.: Espectro de la distribución utilizada por nosotros ②. Representación de los primeros cien armónico de la corriente de entrada de una fase, normalizada. ( $f_0 = 50\text{Hz}$ )

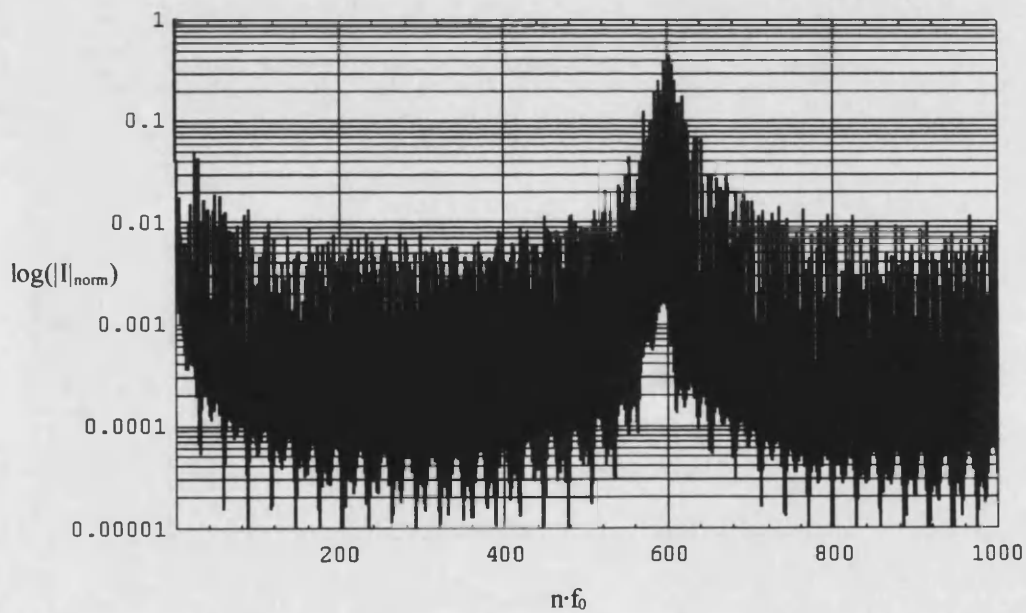


Figura 2.18.: Espectro de la distribución utilizada por nosotros ②. Representación de los primeros mil armónico de la corriente de entrada de una fase, normalizada. En el armónico seiscientos se observa claramente la frecuencia de conmutación. ( $f_0 = 50\text{Hz}$ )

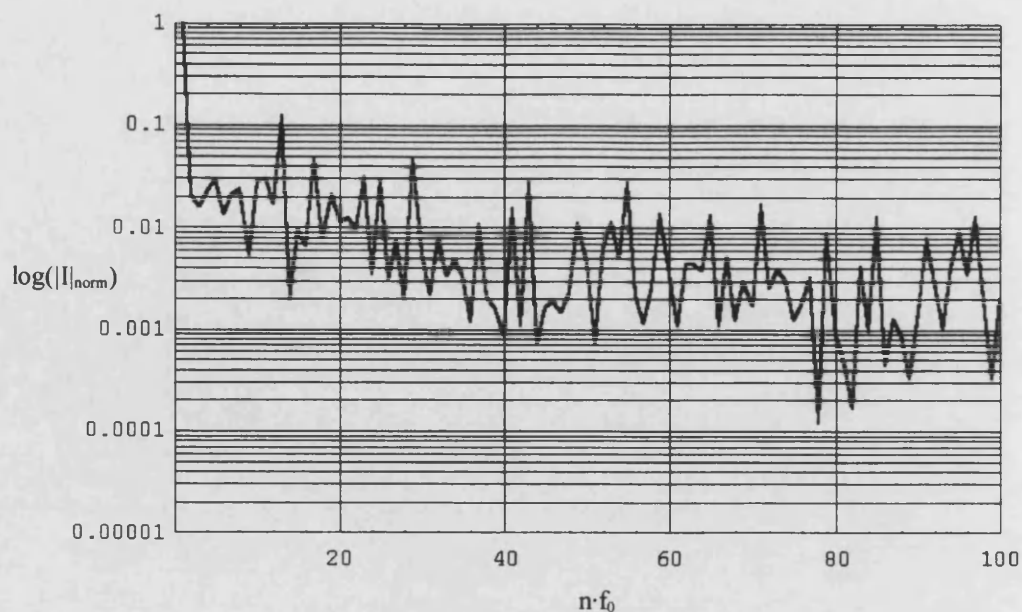


Figura 2.19.: Espectro de la distribución utilizada en ③- [Boroyevic-91]. Representación de los primeros cien armónico de la corriente de entrada de una fase, normalizada. ( $f_0 = 50\text{Hz}$ )

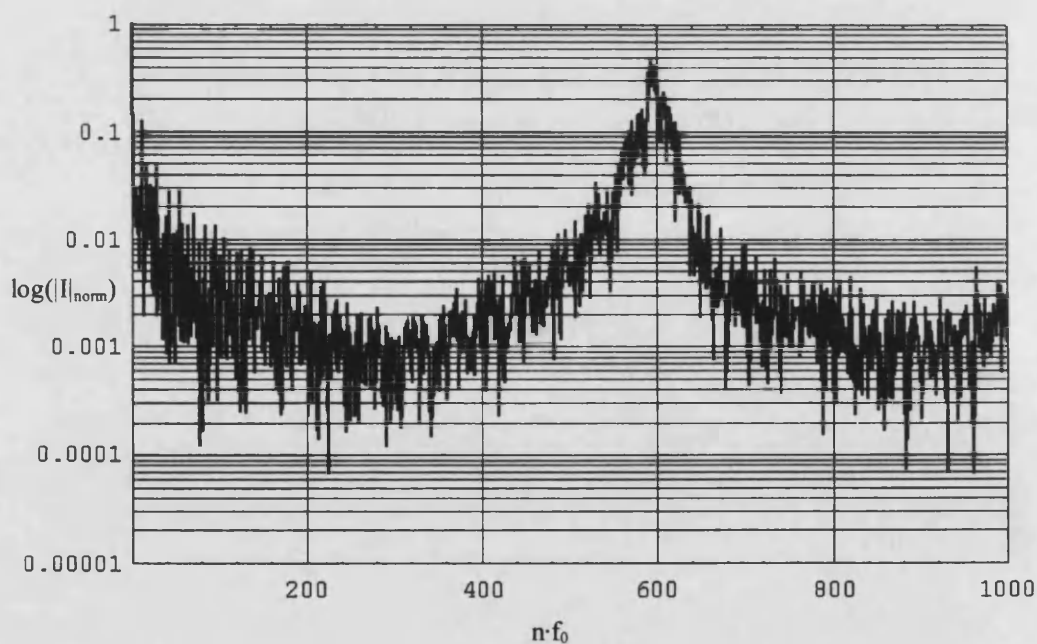


Figura 2.20.: Espectro de la distribución utilizada en ③- [Boroyevic-91]. Representación de los primeros mil armónico de la corriente de entrada de una fase, normalizada. En el armónico seiscientos se observa claramente la frecuencia de conmutación. ( $f_0 = 50\text{Hz}$ )

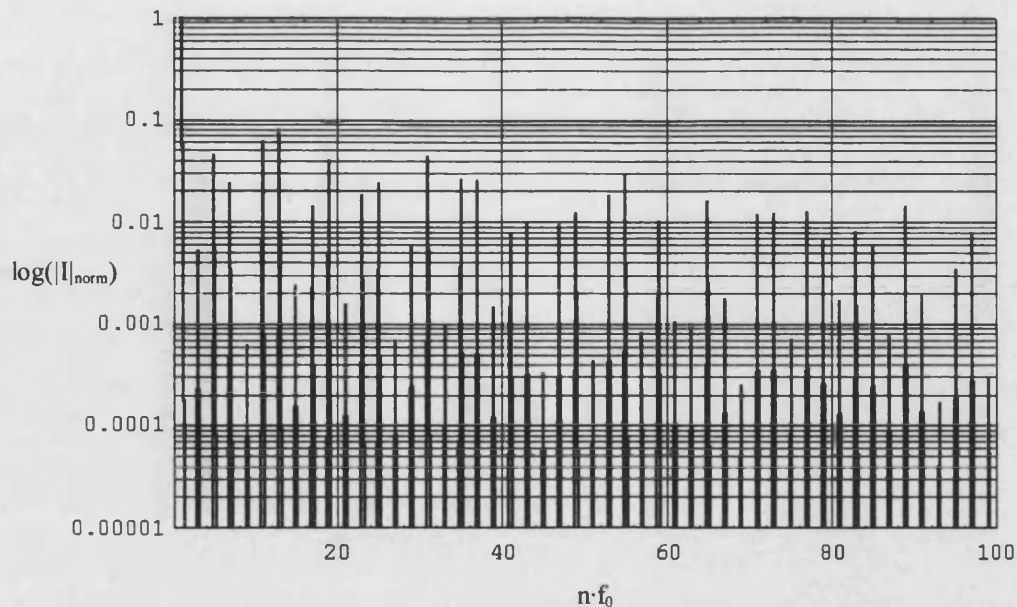


Figura 2.21.: Espectro de la distribución utilizada en ④ - [Vlatkovic-92]. Representación de los primeros cien armónico de la corriente de entrada de una fase, normalizada. ( $f_0 = 50\text{Hz}$ )

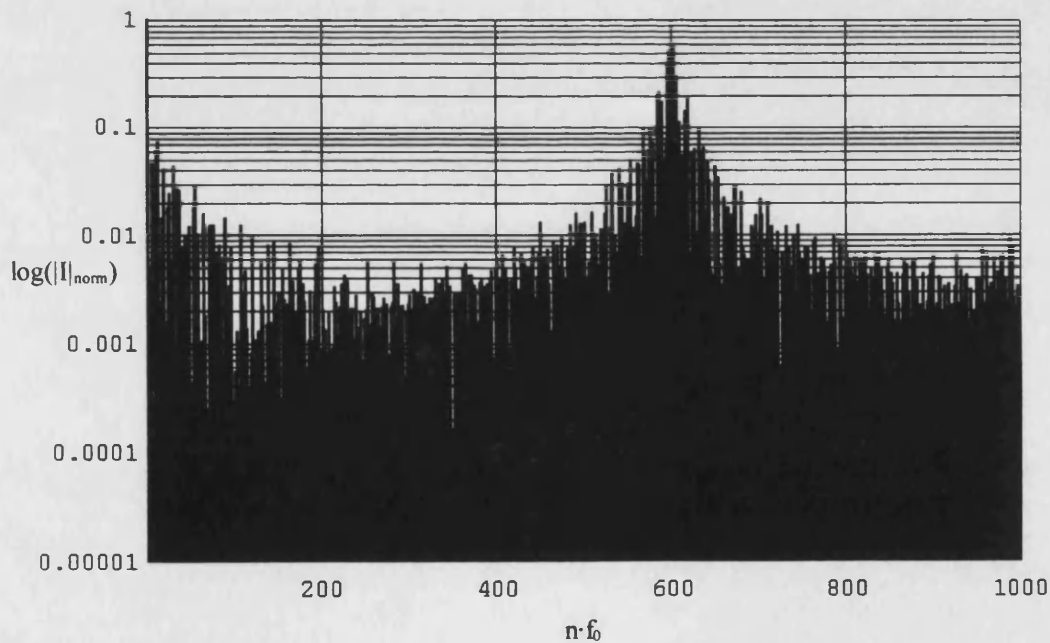


Figura 2.22.: Espectro de la distribución utilizada en ④ - [Vlatkovic-92]. Representación de los primeros mil armónico de la corriente de entrada de una fase, normalizada. En el armónico seiscientos se observa claramente la frecuencia de conmutación. ( $f_0 = 50\text{Hz}$ )

La distorsión armónica total (THD) de las cuatro distribuciones anteriores, la hemos calculado para los primeros 1000 armónicos. Además hay que tener en cuenta los armónicos de baja frecuencia que son a los que hace referencia la normativa y los que pueden tener una influencia más negativa sobre nuestro rectificador. Recordemos que la definición de distorsión armónica total es:

$$\text{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I_1} \quad (2.28.)$$

En nuestro caso vamos a calcular la distorsión armónica (THD) de sólo los primeros 1000 armónicos. Este cifra nos indica el contenido armónico de la distribución y nos será útil para comparar las cuatro distribuciones entre ellas.

① - distribución básica:

$$\text{THD}_{1000} = 140\%$$

② - distribución propuesta por nosotros:

$$\text{THD}_{1000} = 107\%$$

③ - distribución propuesta en [Boroyevic-91]:

$$\text{THD}_{1000} = 142\%$$

④ - distribución propuesta en [Vlatkovic-92]:

$$\text{THD}_{1000} = 110\%$$

Se observa que el contenido más bajo en armónicos corresponde a la distribución propuesta por nosotros. Estos datos nos sirven para poder hacer una elección de la distribución teniendo en cuenta el contenido armónico.

### 2.4.1.2. Rizado de corriente en la bobina de salida

El siguiente aspecto a tener en cuenta en la elección de la distribución de ciclos de trabajo es el reducir el rizado de corriente de salida. Observando la Figura 2.14. se puede deducir que para reducir el rizado de corriente será conveniente distribuir el tiempo muerto ( $d_0$ ) entre los tiempos correspondientes a  $d_a$  y  $d_b$ . Las distribuciones ② y ④ ponen en práctica esta distribución mientras que las distribuciones ① y ③ no la hacen y por tanto presentarán un mayor rizado en la corriente de salida. Este criterio de selección es muy importante ya que influye en la selección del filtro de salida. Cuanto menor es el rizado necesitaremos un filtro de salida menor para el mismo rizado en la tensión de salida.

### 2.4.1.3. Reducción del número de transiciones

El tercer punto a tener en cuenta en la distribución es el reducir el número de transiciones para reducir el número de conmutaciones y así aumentar el rendimiento. Inicialmente, cuanto mayor número de cambio de vectores entren en juego, más transiciones tendremos. Esto se traduce en que la distribución ① tiene menos transiciones (tres), mientras que la ②, ③ y ④ son las que tienen más transiciones (cuatro). Se observa que puede estar reñido el reducir el número de transiciones con reducir el rizado de la corriente de salida. De todas maneras hay que analizar los subcircuitos correspondientes a cada vector espacial que entra en juego para conocer realmente cuantos interruptores hay que conmutar cada vez. Esto sí que será una indicación de la pérdidas de conmutación. No siempre tendremos que involucrar un número elevado de interruptores para pasar de un vector espacial a otro. Esto hace referencia al cuarto punto mencionado en nuestra lista de parámetros a tener en cuenta para elegir la distribución.

Los tres subcircuitos en nuestro caso particular y que se corresponden con el ejemplo de la Figura 2.5. se muestran en la Figura 2.23. Veamos como se asignan los ciclos de trabajo a interruptores particulares. Tengamos en cuenta primero la Tabla 2.1. En ella podemos observar que para generar los vectores espaciales que subtienden el hexágono (que llamamos vectores espaciales base) los interruptores que hay que activar y desactivar para pasar de un vector base a otro adyacente son dos. Por ejemplo, si queremos pasar del vector base  $\bar{I}_2$  al  $\bar{I}_3$  debemos

desactivar  $S_{nt}$  y activar  $S_{nr}$ . Si por tanto debemos generar un vector espacial que se encuentre en el sector III y calculamos los ciclos de trabajo como la proyección del vector espacial buscado sobre los vectores base adyacentes, entonces le corresponderá  $d_a$  a  $\bar{I}_2$  y  $d_b$  a  $\bar{I}_3$ . Basándonos en la Tabla 2.1. es fácil deducir que el ciclo de trabajo  $d_a$  le corresponderá a  $S_{nt}$  y  $d_b$  a  $S_{nr}$ . El resto del tiempo hasta completar el periodo de conmutación le corresponderá al tiempo muerto y para ello utilizaremos el vector nulo 8 ya que sólo tendremos que activar y aplicarle el ciclo de trabajo  $d_0$  a  $S_{ns}$ . De esta manera podremos distribuir cada ciclo de trabajo, que corresponde a un vector espacial base, a interruptores particulares. Siguiendo además la sugerencia ya mencionada en [Holtz-92] podemos asignar a  $d_a$  al vector espacial base más cercano al vector espacial a generar y  $d_b$  al más lejano (aquí entendemos cercano y lejano en el sentido angular). Esto se traduce en que distinguimos dentro de cada sector dos subsectores de  $30^\circ$ . Cuando el vector espacial esta en el primer subsector será el vector espacial base más cercano al que le corresponde  $d_a$  mientras que en el segundo subsector el ciclo de trabajo  $d_a$  le corresponderá al otro vector espacial base que limita el sector, que será ahora el más cercano. Para intentar clarificar vamos a volver al ejemplo Figura 2.7. Si el vector espacial a generar  $\bar{i}$  está en el sector III y tiene una fase entre  $90^\circ$  y  $120^\circ$ , entonces  $d_a$  le corresponderá a  $\bar{I}_2$  (por tanto a  $S_{nt}$ ) y  $d_b$  a  $\bar{I}_3$  (a  $S_{nr}$ ). Si ahora  $\bar{i}$ , que sigue en el sector III, tiene una fase entre  $120^\circ$  y  $150^\circ$ , entonces  $d_a$  le corresponderá a  $\bar{I}_3$  (a  $S_{nr}$ ) y  $d_b$  a  $\bar{I}_2$  (a  $S_{nt}$ ). El tiempo muerto  $d_0$  le seguirá correspondiendo al vector nulo 8 ( $S_{ns}$ ).

La tabla que resumirá esta asignación de ciclos de trabajo a interruptores particulares será:

	$d_a$	$d_b$	$d_0$	$S_{nt}$	$S_{nr}$	$S_{ns}$
I	1	0	0	$d_0$	$d_a$	$d_b$
II	$d_a$	$d_b$	$d_0$	0	0	1
III	0	1	0	$d_b$	$d_0$	$d_a$
IV	$d_0$	$d_a$	$d_b$	1	0	0
V	0	0	1	$d_a$	$d_b$	$d_0$
VI	$d_b$	$d_0$	$d_a$	0	1	0

Tabla 2.3: Asignación de ciclos de trabajo a interruptores particulares en el rectificador BUCK.



A continuación mostramos los tres circuitos equivalentes a los tres vectores espaciales base que entran en juego en el sector III.

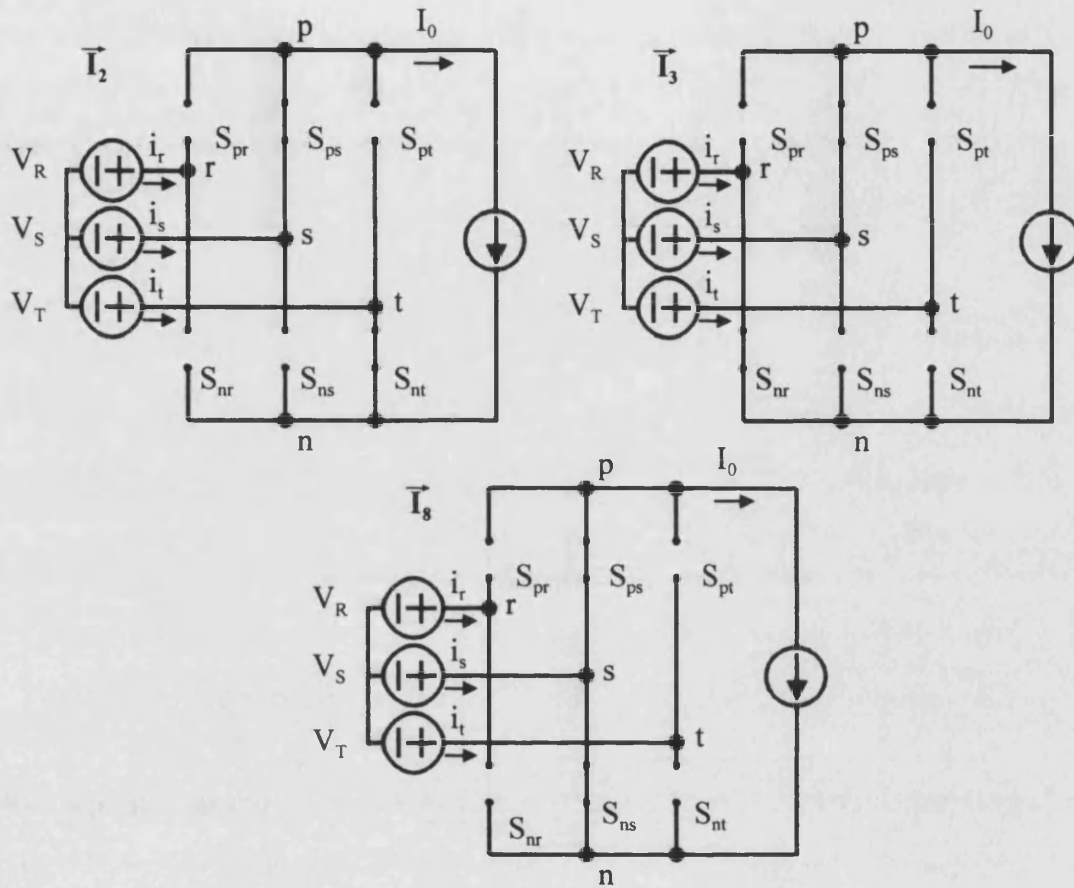


Figura 2.23.: Vectores espaciales  $\vec{I}_2$ ,  $\vec{I}_3$ ,  $\vec{I}_8$  y sus subcircuitos correspondientes.

Observamos de la Figura 2.23. y de lo dicho anteriormente, que el paso de un vector base a otro, incluyendo los vectores nulos involucra a dos interruptores, uno que pasa a OFF y uno que pasa a ON. Por lo tanto no habrá transición preferida de un vector a otro y será el número de transiciones de cada distribución el que indicará las pérdidas de conmutación. Recordemos que la distribución ① tiene tres transiciones, mientras que la ②, ③ y ④ tienen cuatro transiciones.

#### 2.4.1.4. Realización práctica

Por último queda por evaluar cual de las cuatro distribuciones son más fáciles de realizar prácticamente. La primera de ella es la más fácil al igual que la propuesta por nosotros, mientras que las que son simétricas respecto al centro del periodo de conmutación (ver Figura 2.14.) serán más difíciles, debido a que necesitamos agrupar los ciclos de trabajo de la segunda mitad del periodo de conmutación al final de éste.

Esto nos lleva a la conclusión que la elección de la distribución es un compromiso. En nuestro caso el compromiso ha sido elegir una distribución que reduzca el rizado de la corriente de salida, tenga un contenido armónico de baja frecuencia reducido, aunque tenga una transición más que la mínima que se pueda obtener. Los resultados experimentales muestran que la elección ha dado unos resultados óptimos.

#### **2.4.2. Distribución de ciclos de trabajo para el rectificador de tipo BOOST**

La distribución de los ciclos de trabajo propuestos para un rectificador de tipo BOOST pueden ser varias. Describiremos la sugerida para el inversor equivalente que se corresponde con el vector espacial definido en la ecuación (2.20.) para el rectificador de tipo BOOST. Supongamos que el vector espacial  $\bar{v}$  a generar está en el sector I, donde los vectores espaciales base, son por tanto  $\bar{V}_1$  y  $\bar{V}_2$ . El ciclo de trabajo  $d_a$  le corresponderá al vector  $\bar{V}_1$  y  $d_b$  a  $\bar{V}_2$ . Si tenemos en cuenta lo sugerido en [Holtz-92] entonces durante los primeros  $30^\circ$  del sector,  $d_a$  corresponde a  $\bar{V}_1$  y  $d_b$  a  $\bar{V}_2$ , pero durante los  $30^\circ$  siguientes  $d_a$  y  $d_b$  se intercambian, lo que se traduce en que  $d_a$  corresponde a  $\bar{V}_2$  y  $d_b$  a  $\bar{V}_1$  (ver Figura 2.13.).

A continuación nos queda por asignar los ciclos de trabajo a interruptores particulares. Para ello tendremos en cuenta la Tabla 2.2. Observamos que la diferencia entre los vectores espaciales  $\bar{V}_1$  y  $\bar{V}_2$  es sólo el conmutar  $S_{ps}$  o  $S_{ns}$  (ver Figura 2.25.). Esto nos puede llevar a asignarle el ciclo de trabajo correspondiente a  $\bar{V}_1$  ( $d_a$ ) al interruptor  $S_{ns}$  y el correspondiente a  $\bar{V}_2$  ( $d_b$ ) al interruptor  $S_{ps}$ . Para generar el tiempo muerto  $d_0$  podremos utilizar el interruptor  $S_{nr}$

(vector espacial nulo 8) si estamos en  $\vec{V}_1$  y  $S_{pt}$  (vector espacial nulo 7) si estamos en  $\vec{V}_2$ . De esta forma podemos realizar toda la distribución de ciclos de trabajo a sus interruptores correspondientes.

Nos queda finalmente por distribuir el tiempo muerto ( $d_0$ ) a lo largo del periodo de conmutación. Podemos seguir las distribuciones sugeridas para los inversores aunque no debemos olvidar que en los rectificadores las frecuencias de conmutación serán en general mucho mayores que en los inversores por lo que el problema de los armónicos generados de baja frecuencia no es tan importante (de hecho no se ha encontrado ningún estudio en la literatura de armónicos para rectificadores controlados por técnicas PWM de vector espacial, mientras que existen muchos para inversores). Si seguimos las técnicas sugeridas para los inversores deberíamos disponer el tiempo muerto en el centro del periodo y los ciclos de trabajo a su alrededor de forma simétrica como se sugiere en [van der Broeck-88]. Un estudio más reciente [Holmes-96] compara la distribución de los ciclos de trabajo de distintas técnicas de modulación en inversores y coincide con la conclusión de [van der Broeck-88]. Sólo debemos utilizar las distribuciones de ciclos de trabajo estudiadas para los inversores como orientación para nuestros rectificadores. Aunque la distribución de ciclos de trabajo es importante para reducir el contenido armónico, también hay que tener en cuenta si las transiciones que se hacen son realizables o no, si el paso de un vector base a otro se hace con el mínimo número de conmutaciones reales de conmutadores y si se corre algún riesgo adicional de, en el caso del BOOST, cortocircuitar la salida [Jiang-94]. En este último artículo se propone conectar un diodo en serie con la salida para así evitar que se cortocircuite accidentalmente el condensador de salida.

Como ejemplo, supongamos que nuestro vector espacial está en el sector II (Figura 2.13.). Los dos vectores bases que subtienden este sector son el vector  $\vec{V}_1$  y  $\vec{V}_2$ . Siguiendo las recomendaciones que acabamos de exponer intentaremos realizar una distribución como la descrita en [van der Broeck-88]. Esto significa que debemos ordenar los vectores espaciales de la siguiente manera:  $\vec{V}_8, \vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_7, \vec{V}_2, \vec{V}_1, \vec{V}_8$ . Esta distribución se corresponderá con la siguiente representación gráfica de Figura 2.24. de un periodo de conmutación:

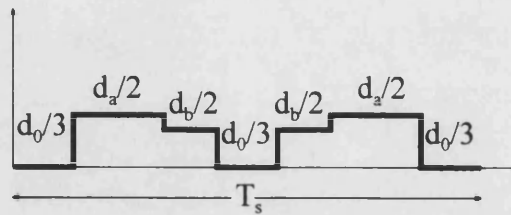


Figura 2.24.: Una posible distribución de ciclos de trabajo en un periodo de conmutación.

Recordemos que además cada vector espacial, que se activa durante un tiempo determinado por su ciclo de trabajo y el periodo de conmutación, representa un combinación real de interruptores. Los cuatro vectores que necesitamos en este caso son los cuatro subcircuitos que se muestran en la Figura 2.25.

De la Figura 2.25. se puede deducir que es más sencillo pasar del vector espacial  $\vec{V}_8$  al vector espacial  $\vec{V}_1$  que a los otros tres ya que sólo hay que desactivar un interruptor ( $S_{nr}$ ) y activar otro interruptor ( $S_{pr}$ ). Esto ya nos indica que el criterio para determinar la distribución de ciclos de trabajo no es sólo el contenido armónico obtenido si no también los interruptores involucrados en la transición.

La asignación de ciclos de trabajo a interruptores particulares se muestra en la siguiente tabla.

Sector	$d_{nr}$	$d_{pr}$	$d_{pr}$	$d_{nr}$	$d_{nr}$	$d_{pr}$
I	$1 - d_{08}$	$d_{07}$	$d_a + d_{07}$	$d_{08}$	$1 - d_{07}$	$d_b + d_{08}$
II	$1 - d_{08}$	$d_b + d_{07}$	$d_{07}$	$d_{08}$	$d_a + d_{08}$	$1 - d_{07}$
III	$d_a + d_{07}$	$1 - d_{08}$	$d_{07}$	$d_b + d_{08}$	$d_{08}$	$1 - d_{07}$
IV	$d_{07}$	$1 - d_{08}$	$d_b + d_{07}$	$1 - d_{07}$	$d_{08}$	$d_a + d_{08}$
V	$d_{07}$	$d_a + d_{07}$	$1 - d_{08}$	$1 - d_{07}$	$d_b + d_{08}$	$d_{08}$
VI	$d_b + d_{07}$	$d_{07}$	$1 - d_{08}$	$d_a + d_{08}$	$1 - d_{07}$	$d_{08}$

Tabla 2.4.: Asignación de ciclos de trabajo a interruptores particulares en el rectificador BOOST. Se cumple que  $d_0 = d_{07} + d_{08}$ .

Se observa que hemos tenido que distinguir entre los tiempos muertos del vector nulo 7 y el vector nulo 8 ya que ambos se utilizan en un sector, lo que no se hacía en el caso del rectificador BUCK, donde en cada sector se utiliza un solo vector nulo de los tres posibles.

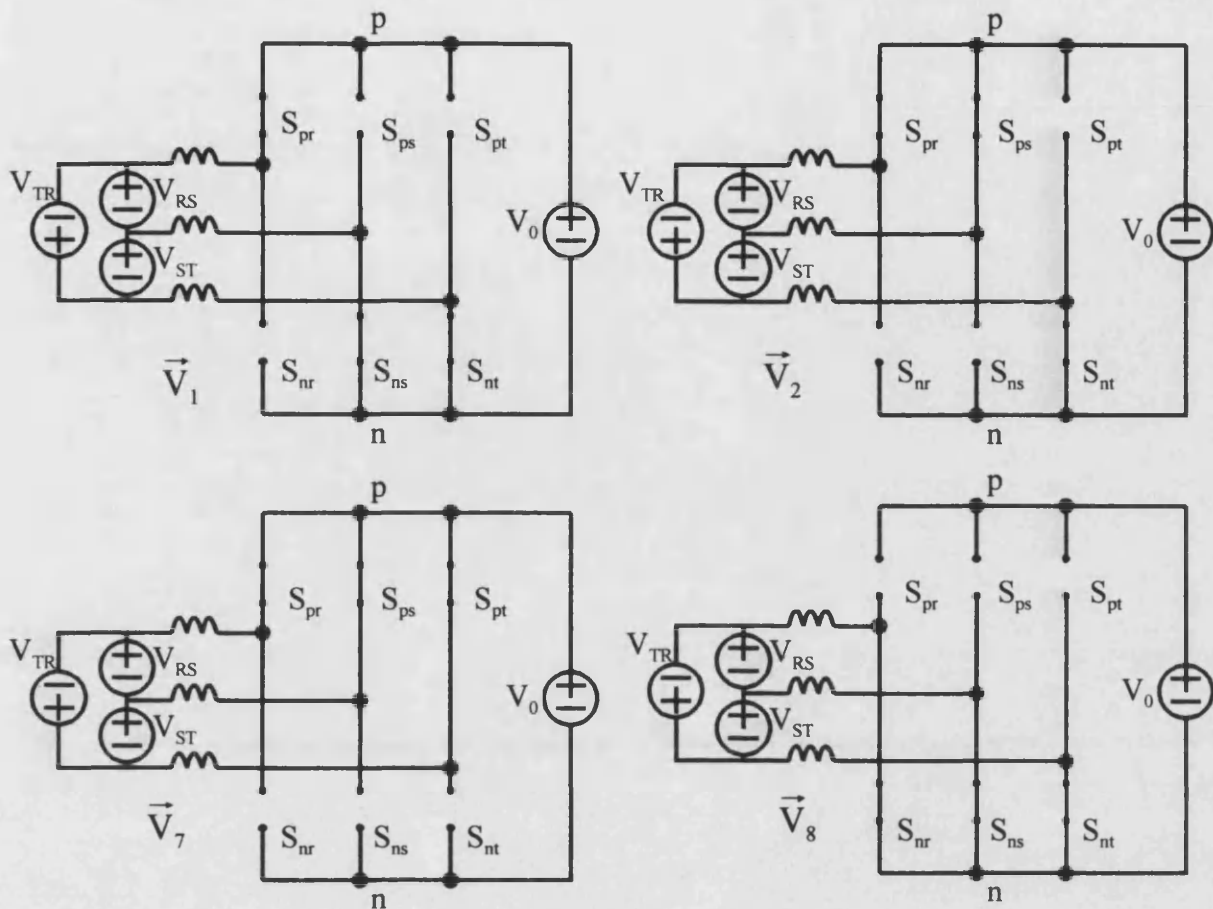


Figura 2.25.: Vectores espaciales  $\vec{V}_1$ ,  $\vec{V}_2$ ,  $\vec{V}_7$ ,  $\vec{V}_8$ , y sus subcircuitos correspondientes.

### 2.5. Corrección del factor de potencia.

Además de lo descrito hasta ahora vamos a demostrar a continuación que el control vectorial aplicado a rectificadores trifásicos nos permite no sólo controlar la ganancia del rectificador (e. d. regular la tensión de salida) si no que podemos controlar y modificar el factor de desplazamiento de la corriente de entrada y así influir sobre la corrección del factor de potencia. El factor de distorsión ya va a ser mejorado por la distribución de ciclos de trabajo.

**2.5.1. Corrección del factor de potencia en el rectificador BUCK**

Vamos a demostrar que la corriente de entrada por fase en promedio está en fase con la tensión de su fase correspondiente. Por tanto el factor de desplazamiento del rectificador es, en promedio, la unidad.

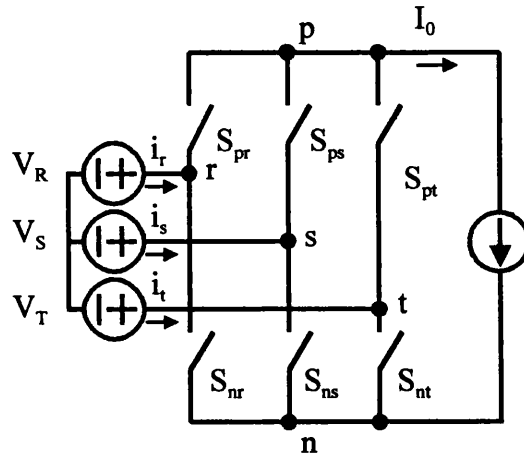


Figura 2.26.: Rectificador de tipo BUCK.

De la Figura 2.26. se puede deducir que

$$\begin{aligned}
 i_r &= (S_{pr} - S_{nr}) I_0 \\
 i_s &= (S_{ps} - S_{ns}) I_0 \\
 i_t &= (S_{pt} - S_{nt}) I_0
 \end{aligned}
 \tag{2.29.}$$

Si ahora sustituimos cada interruptor por su ciclo de trabajo correspondiente, entonces obtenemos la expresión (2.30.).

$$\begin{aligned}
 i_r &= (d_{pr} - d_{nr}) I_0 \\
 i_s &= (d_{ps} - d_{ns}) I_0 \\
 i_t &= (d_{pt} - d_{nt}) I_0
 \end{aligned}
 \tag{2.30.}$$

De las expresiones para  $d_a$  (2.14.) y  $d_b$  (2.15.) que hemos dado para el rectificador BUCK y teniendo en cuenta la asignación particular de los ciclos de trabajo a interruptores particulares (ver Tabla 2.3.) podemos calcular el paréntesis de las expresiones de la ecuación (2.30.) y para todos los sectores. Lo vamos a hacer para la primera expresión.

$$(d_{pr} - d_{nr}) = \begin{cases} d_a + d_b, & \text{sector I} \\ d_a, & \text{sector II} \\ -d_b, & \text{sector III} \\ -d_a - d_b, & \text{sector IV} \\ -d_a, & \text{sector V} \\ d_b, & \text{sector VI} \end{cases} \quad (2.31.)$$

Para calcular  $d_a$  y  $d_b$  en cada sector según las expresiones (2.14.) y (2.15.), necesitamos conocer el ángulo  $\theta$ , que vale:

$$\theta = \omega t - \left(n \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) \quad (2.32.)$$

con  $n$

Sector	$n$
I	6
II	1
III	2
IV	3
V	4
VI	5

Tabla 2.5.: Tabla de valores de  $n$  dependiendo del sector.

Entonces podemos calcular  $(d_{pr} - d_{nr})$  para cada sector.

**Sector I**  $\left(\theta = \omega t - \frac{11\pi}{6}\right)$

$$(d_{pr} - d_{nr}) = d_a + d_b = \frac{i}{I_0} \left( \sin\left(\frac{\pi}{3} - \omega t + 11\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\omega t - 11\frac{\pi}{6}\right) \right) = \frac{i}{I_0} \cos(\omega t) \quad (2.33.)$$

$$\text{Sector II} \quad (\theta = \omega t - \frac{\pi}{6})$$

$$(d_{pr} - d_{nr}) = d_a = \frac{i}{I_0} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \omega t + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{i}{I_0} \cos(\omega t) \quad (2.34.)$$

$$\text{Sector III} \quad (\theta = \omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$(d_{pr} - d_{nr}) = -d_b = -\frac{i}{I_0} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{i}{I_0} \cos(\omega t) \quad (2.35.)$$

$$\text{Sector IV} \quad (\theta = \omega t - \frac{5\pi}{6})$$

$$(d_{pr} - d_{nr}) = -d_a - d_b = -\frac{i}{I_0} \left( \sin\left(\frac{\pi}{3} - \omega t + 5\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\omega t - 5\frac{\pi}{6}\right) \right) = \frac{i}{I_0} \cos(\omega t) \quad (2.36.)$$

$$\text{Sector V} \quad (\theta = \omega t - \frac{7\pi}{6})$$

$$(d_{pr} - d_{nr}) = -d_a = -\frac{i}{I_0} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \omega t + 7\frac{\pi}{6}\right) = \frac{i}{I_0} \cos(\omega t) \quad (2.37.)$$

$$\text{Sector VI} \quad (\theta = \omega t - \frac{3\pi}{2})$$

$$(d_{pr} - d_{nr}) = d_b = \frac{i}{I_0} \sin\left(\omega t - 3\frac{\pi}{2}\right) = \frac{i}{I_0} \cos(\omega t) \quad (2.38.)$$

Deducimos de estos cálculos que  $(d_{pr} - d_{nr})$  vale siempre lo mismo:

$$(d_{pr} - d_{nr}) = \frac{i}{I_0} \cos(\omega t) \quad (2.39.)$$



De la misma manera se pueden calcular  $(d_{ps} - d_{ns})$  y  $(d_{pt} - d_{nt})$  de los que se obtiene:

$$(d_{ps} - d_{ns}) = \frac{i}{I_0} \cos(\omega t - \rho) \quad (2.40.)$$

$$(d_{pt} - d_{nt}) = \frac{i}{I_0} \cos(\omega t + \rho) \quad (2.41.)$$

Sustituyendo estas tres últimas expresiones en las de  $i_r$ ,  $i_s$  e  $i_t$ , obtenemos

$$i_r = i \cos(\omega t)$$

$$i_s = i \cos(\omega t - \rho) \quad (2.42.)$$

$$i_t = i \cos(\omega t + \rho)$$

De lo que se deduce que las corrientes de entrada promedio (recordemos que son pulsantes) están en fase con las tensiones de fase y por tanto el factor de desplazamiento es la unidad. El vector espacial de la corriente de entrada estará en fase con el vector espacial de tensión que define nuestro sistema.

A partir de estas expresiones podemos deducir a su vez que el cálculo de los ciclos de trabajo se puede simplificar. En vez de utilizar la expresiones de (2.14.) y (2.15.) podemos calcular el ciclo de trabajo a partir de nuestro sistema trifásico de referencia. Si nuestro sistema está referido a la tensión trifásica entonces los ciclos de trabajo de nuestros interruptores los podemos calcular a partir de las siguientes expresiones (2.43.) y (2.44.):

para  $v_x > 0$

$$d_{px} = 1, d_{py} = 0, d_{pz} = 0$$

$$d_{nx} = 1 - g v_x$$

$$d_{ny} = -g v_y$$

$$d_{nz} = -g v_z \quad (2.43.)$$

para  $v_x < 0$

$$\begin{aligned}d_{px} &= 1 + g v_x \\d_{py} &= g v_y \\d_{pz} &= g v_z \\d_{nx} &= 1, d_{ny} = 0, d_{nz} = 0\end{aligned}\tag{2.44.}$$

donde

$|v_x| > |v_y| > |v_z|$ : son las tensiones trifásicas normalizadas de un sector (por ejemplo, en la primera mitad del sector II,  $v_x = v_T$ ,  $v_y = v_R$ ,  $v_z = v_S$ ).

$g$ : es la ganancia de nuestro rectificador, es decir la variable a controlar para regular la tensión de salida (antes lo representábamos por  $\frac{i}{I_0}$ , donde  $i$  es la corriente de pico promedio a la entrada);  $0 < g < 1$

Si nosotros controlamos la fase del vector espacial de tensión de fase de entrada, definido en (2.45.), entonces podremos corregir el factor de potencia de nuestro sistema.

$$\vec{V}_{in} = \bar{v}(t) = \frac{2}{3}(V_R + V_S e^{j\theta} + V_T e^{-j\theta})\tag{2.45.}$$

Dicho de otra manera, podemos referir nuestro sistema al vector espacial de tensión de entrada pero también podemos referirlo a cualquier vector trifásico que nosotros generemos. La realidad es que debido a que la corriente de entrada es pulsante es imprescindible el uso de un filtro de entrada con el consiguiente desplazamiento de la corriente de entrada respecto a la tensión. Si nosotros somos capaces de medir el desfase entre la corriente de entrada y la tensión entonces podemos dar a nuestro control como referencia no el vector espacial de tensión de entrada real  $\vec{V}_{in}$ , si no un vector espacial de tensión tal que su desfase sea el opuesto al de la corriente de entrada (ver Figura 2.27.). De esta manera, la corriente de entrada de nuestro rectificador en promedio estará desfasada respecto a la tensión real de entrada (pero en fase con la tensión de entrada que le estamos suministrando como referencia) y si el desfase y la amplitud de la corriente es la apropiada, el factor de desplazamiento de la corriente de

entrada será la unidad. De esta manera es posible corregir el factor de desplazamiento de mi sistema.

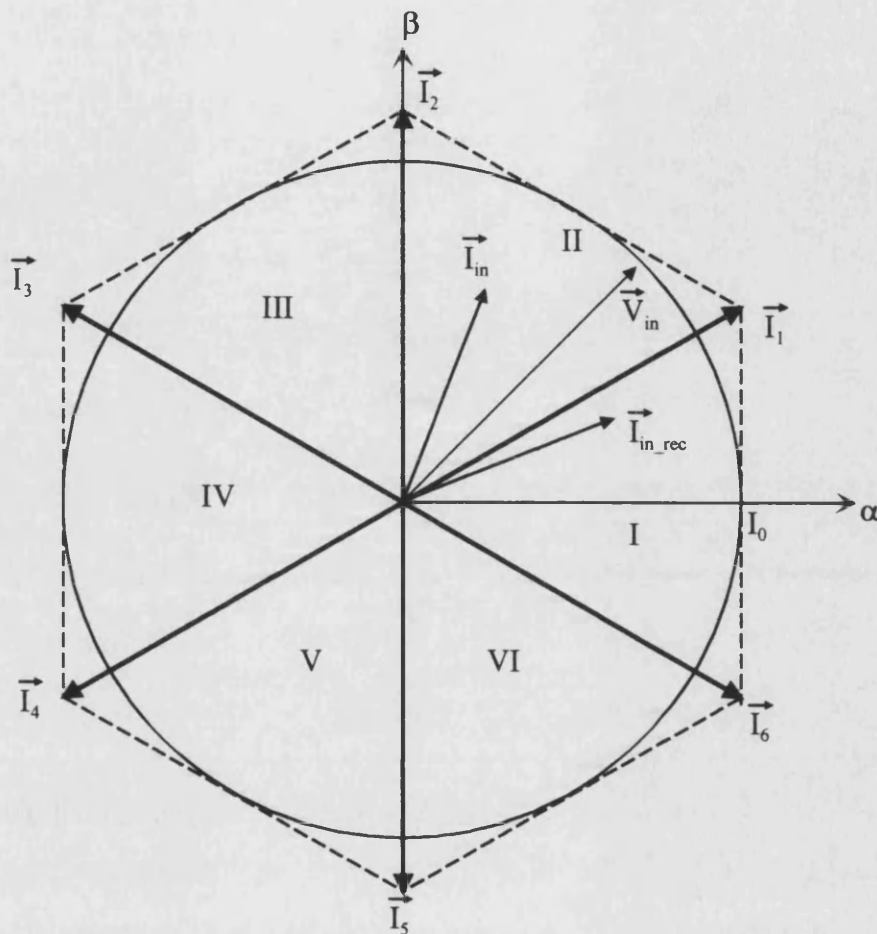


Figura 2.27.:  $\vec{I}_{in}$  representa la corriente de entrada al rectificador más el filtro (de ahí el desfase respecto a  $\vec{V}_{in}$ , que es el vector espacial de la tensión de entrada).  $\vec{I}_{in\_rec}$  es la corriente de entrada que construiremos a partir de nuestros vectores base para corregir el factor de desplazamiento. Al aplicar el vector  $\vec{I}_{in\_rec}$  la corriente de entrada total  $\vec{I}_{in}$  estará en fase con el vector espacial  $\vec{V}_{in}$ .

Habrán limitaciones de la corrección del factor de desplazamiento para el caso del rectificador de tipo BUCK que no existen teóricamente si la bobina de salida se supone una fuente de corriente pero que sí existen si la salida es una bobina real. Al ser los interruptores unidireccionales en corriente y bidireccionales en tensión, la corriente sólo circula en un sentido. Si tuviésemos una fuente de corriente no tendríamos problema ya que la corriente siempre estará forzada a circular en el sentido correcto. El cambio de fase simplemente cambiaría el funcionamiento de rectificador a inversor, pero debido a que nosotros no tenemos

una fuente de energía a la salida no podemos cambiar de modo rectificador a modo inversor. Esta limitación se traduce en que la potencia suministrada por la fuente,  $P$ , debe ser siempre mayor que la potencia a la salida,  $P_0$ .

$$P = \frac{P_0}{\eta} \quad (2.46.)$$

y además

$$I_{\text{IRMS}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} g \quad (2.47.)$$

donde sabemos que,

$$P = 3 V_{\text{RMS}} I_{\text{IRMS}} \cos\varphi \quad (2.48.)$$

$$P_0 = V_0 I_0 \quad (2.49.)$$

sustituyendo en (2.46.) las expresiones que hemos mostrado a continuación llegamos a que, el ángulo máximo que podemos desplazar nuestra corriente promedio a la entrada del rectificador, fijada la tensión de entrada ( $V_{\text{RMS}}$ ), el rendimiento ( $\eta$ ), la tensión de salida ( $V_0$ ) y la ganancia máxima ( $g_{\text{max}} \leq 1$ ) es,

$$\varphi_{\text{max}} = \arccos\left(\frac{\sqrt{2}V_0}{3\eta V_{\text{RMS}} g_{\text{max}}}\right) \quad (2.50.)$$

El desfase máximo en nuestro caso vale:

$$\varphi_{\text{max}} = 82^\circ \quad (2.51.)$$

donde,  $V_{\text{RMS}} = 220\text{V}$ ,  $g_{\text{max}} = 1$ ,  $\eta = 0.75$  y  $V_0 = 50\text{V}$ .

Ahora, la corrección máxima de la que seremos capaces dependerá de la corriente reactiva debida a nuestro filtro de entrada que debemos compensar, ya que la corriente reactiva

que es capaz de suministrar nuestro rectificador está limitada por  $\varphi_{\max}$ . Vemos que si la tensión de salida varía, entonces también variará el ángulo máximo que somos capaces de desfasar la corriente de entrada de nuestro rectificador. Hay pues que analizar cada caso particular independientemente.

### 2.5.2. Corrección del factor de potencia en el rectificador BOOST

Vamos a demostrar que la tensión de línea de entrada está en fase con la corriente de entrada del rectificador. A partir del esquema del rectificador tipo BOOST (ver Figura 2.28.) podemos deducir la expresión (2.52.) teniendo en cuenta que cada interruptor puede estar a ON o a OFF y sustituyendo ya directamente el interruptor por su ciclo de trabajo correspondiente.

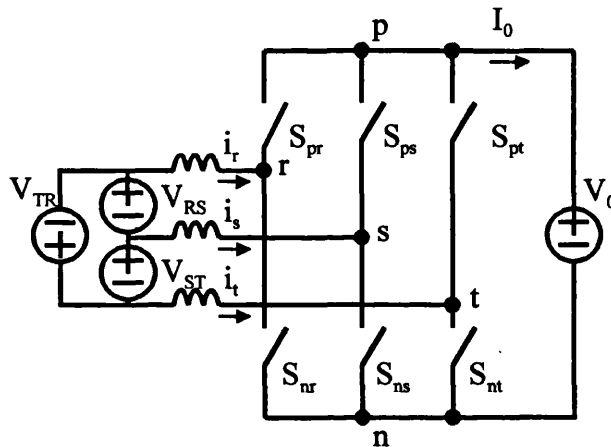


Figura 2.28.: Rectificador de tipo BOOST.

$$\begin{aligned}
 v_{rs} &= (d_{pr} - d_{ps}) V_0 \\
 v_{st} &= (d_{ps} - d_{pt}) V_0 \\
 v_{tr} &= (d_{pt} - d_{pr}) V_0
 \end{aligned}
 \tag{2.52.}$$

Si tenemos en cuenta las expresiones que hemos demostrado antes para el rectificador BOOST (ver Tabla 2.2.) podemos llegar a la expresión (2.53.), donde a partir de la Tabla 2.4. de ciclos de trabajo asignados a cada interruptor en cada sector llegamos a que

$$(d_{pr} - d_{ps}) = \begin{cases} d_a + d_b, & \text{sector I} \\ d_a, & \text{sector II} \\ -d_b, & \text{sector III} \\ -d_a - d_b, & \text{sector IV} \\ -d_a, & \text{sector V} \\ d_b, & \text{sector VI} \end{cases} \quad (2.53.)$$

Al ser las expresiones de  $d_a$ ,  $d_b$  y  $d_0$  equivalentes entre el rectificador BUCK y BOOST salvo que la ganancia viene definida por la relación de corrientes para el BUCK y la relación de tensiones para el BOOST, podemos dar por buenos los cálculo ya hechos para el BUCK. De ahí que,

$$(d_{pr} - d_{ps}) = \frac{v}{V_0} \cos(\omega t) \quad (2.54.)$$

$$(d_{ps} - d_{pt}) = \frac{v}{V_0} \cos(\omega t - \rho) \quad (2.55.)$$

$$(d_{pt} - d_{pr}) = \frac{v}{V_0} \cos(\omega t + \rho) \quad (2.56.)$$

Sustituyendo estas tres últimas expresiones en las de  $v_{rs}$ ,  $v_{st}$  y  $v_{tr}$ , obtenemos

$$\begin{aligned} v_{rs} &= v \cos(\omega t) \\ v_{st} &= v \cos(\omega t - \rho) \\ v_{tr} &= v \cos(\omega t + \rho) \end{aligned} \quad (2.57.)$$

Recordemos que el BOOST se puede suponer un rectificador alimentado por tres fuentes de corriente trifásicas. Nosotros por tanto podremos controlar la tensión de línea de entrada y además su desfase con respecto a la corriente de entrada.

Al igual que en el rectificador tipo BUCK tendremos una limitación en el ángulo máximo a corregir, ya que no podemos llegar al modo inversor, es decir el rectificador BOOST

no puede suministrar energía a la red ya que no tiene fuente de energía en su salida y además sus interruptores sólo están pensados para funcionar como rectificador. Esto se traduce en que:

$$P = \frac{P_0}{\eta} \quad (2.58.)$$

y además

$$V_{\text{IRMS}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} g \quad (2.59.)$$

donde sabemos que,

$$P = \sqrt{3} V_{\text{IRMS}} I_{\text{RMS}} \cos\varphi \quad (2.60.)$$

$$P_0 = V_0 I_0 \quad (2.61.)$$

de nuevo a partir de (2.60.) llegamos a que, el ángulo máximo que podemos desplazar nuestra corriente promedio a la entrada del rectificador, fijada la corriente de entrada ( $I_{\text{RMS}}$ ), el rendimiento ( $\eta$ ), la corriente de salida ( $I_0$ ) y la ganancia máxima ( $g_{\text{max}} \leq 1$ ) es,

$$\varphi_{\text{max}} = \arccos\left(\frac{\sqrt{2}I_0}{\sqrt{3}\eta I_{\text{RMS}} g_{\text{max}}}\right) \quad (2.62.)$$

El desfase máximo para un caso particular puede valer:

$$\varphi_{\text{max}} = 71^\circ \quad (2.63.)$$

donde,  $I_{\text{RMS}} = 13\text{A}$ ,  $g_{\text{max}} = 1$ ,  $\eta = 0.95$  y  $I_0 = 5\text{A}$ .

En el rectificador de tipo BOOST no necesitamos filtro de entrada ya que tenemos un inductor a la entrada. Esto significa que aunque el ángulo máximo es algo menor, el desfase

debido al filtro de entrada también será menor, ya que el inductor estará dimensionado en función de la frecuencia de conmutación, que es alta.

## 2.6. Conclusión

En este capítulo se ha visto la aplicación del control vectorial a los dos tipos de rectificadores trifásicos, el rectificador tipo BUCK y el rectificador tipo BOOST. Se ha demostrado como es una herramienta útil que nos permite construir vectores de corriente o tensión de entrada con técnicas PWM.

Se ha explicado el proceso de distribución de ciclos de trabajo, donde se ha visto que existen muchas posibilidades. Para ayudar en la elección de la distribución óptima se han analizado cuatro distribuciones diferentes para compararlas y así poder elegir una de ellas. Hay que recordar que los ciclos de trabajo obtenidos directamente de las expresiones del control vectorial no se corresponden necesariamente con ciclos de trabajo de un interruptor particular, si no que hacen referencia a una configuración de interruptores, los que construyen un determinado vector base.

Por último se ha propuesto una técnica de corrección del factor de desplazamiento que nos permite obtener un factor de desplazamiento unidad. Las limitaciones de esta técnica están impuestas por el sentido del flujo de la energía que para el caso de los rectificadores descritos es unidireccional.

## 2.7. Bibliografía

[Boroyevic-91] D. Boroyevic "Space Vector Modulation in Matrix Converters Part I" VPEC Current, vol.5, nº1, Spring 1991, pp.4-7.

[Busse-82] A. Busse, J. Holtz "Multiloop Control of a Unity Power Factor Fast Switching AC to DC Converter", Proc. of IEEE PESC, 1982, pp.171-179



- [Holmes-96] D.G. Holmes “The Significance of Zero Space Vector Placement for Carrier-Based PWM Schemes”, IEEE Trans. on Industry Applications, vol.32, n°5, September/October 1996.
- [Holtz-92] J. Holtz “Pulsewidth Modulation - A Survey”, IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol.39, n°5, December 1992, pp.410-420.
- [Huber 91] L.Huber, D. Boroyevic “Space Vector Modulation with Unity Input Power Factor for Forced Commutated Cycloconverters”, Proc. of IEEE IAS Ann. Meeting, 1991, pp.1032-1041.
- [Jiang-94] Y. Jiang, H. Mao, F.C. Lee, D. Boroyevic, “Simple High Performance Three-Phase Boost Rectifiers”, IEEE PESC Proc. 1994, pp.1158-1163.
- [Kovács-59] K.P. Kovács, I. Rácz “Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen”, Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest, 1959, pp.61-102.
- [Malesani-96] L. Malesani, P. Tomasin, V.Toigo, “Space Vector Control and Current Harmonics in Quasi-Resonant Soft-Switching PWM Conversion”, IEEE Trans. on Industry Applications, vol.32, n°2, March/April 1996, pp.269-278.
- [Mao-96] H. Mao, D. Boroyevic, A. Ravindra, F.C. Lee, “Analysis and Design of High Frequency Three-Phase Rectifiers”, Proc. of IEEE APEC, 1996, pp.538-544.
- [Trzynadlowski-94] A. M. Trzynadlowski, S. Legowski “Minimum-Loss Vector PWM Strategy for Three phase Inverters”, IEEE Trans. on Power Electronics, vol.9 n°1, January 1994, pp.26-34.
- [van der Broeck-88] H.W. van der Broeck, H.C. Skudelny, G.V. Stanke “Analysis and Realization of a Pulsewidth Modulator Based on Voltage Space Vectors”, IEEE Trans. on Industry Applications, vol.24, n°1, January/February 1988, pp.142-150.

[Vlatkovic-92] V. Vlatkovic, D. Borojevic, X. Zhuang, F.C. Lee “Analysis and Design of a Zero-Voltage Switched, Three Phase PWM Rectifier with Power Factor Correction”, Proc. of IEEE PESC, 1992, pp.1352-1359.

### **3. Modelado de rectificadores trifásicos reductores y elevadores**

#### **3.1. Introducción**

Una vez conocida la representación mediante vectores espaciales de los rectificadores trifásicos BUCK y BOOST estudiaremos su representación en pequeña señal. Obtendremos a partir de este estudio las ecuaciones que rigen los rectificadores tanto en régimen estático como dinámico. El estudio se hará aplicando las técnicas ya conocidas de promediado que se utilizan en estudio de convertidores DC-DC clásicos con algunas diferencias.

Un primer estudio de pequeña señal aplicando las funciones de conmutación y la obtención del modelo canónico se puede encontrar en [Ngo-84]. En este trabajo se propone una metodología para el estudio generalizado de convertidores conmutados. Inicialmente se obtienen las funciones de conmutación que asocian a los interruptores directamente el ciclo de trabajo, a continuación se calculan las ecuaciones que describen el sistema, luego se hace la transformación al marco de referencia móvil (ver capítulo 2) y por último se linealizan alrededor del punto de operación. Estos pasos nos llevan a las expresiones que describen tanto el comportamiento estático como dinámico y el modelo canónico. La transformación de marco de referencia es el único paso que no es necesario hacer en el modelado de convertidores DC/DC y sólo es necesaria en cuanto entre en juego una magnitud AC. Una vez descrita la técnica se aplica a inversores, rectificadores y cicloconvertidores. La transformación al marco de referencia móvil es conveniente, ya que simplifica las expresiones al hacerlas independientes del tiempo. Además el uso de funciones de conmutación simplifica el estudio al evitar el promediar las variables de estado, cálculo casi inabordable para un rectificador trifásico debido a los muchos estado existentes.

Como acabamos de decir, el cálculo de los modelos promediados no se realiza generalmente promediando las variables de estado, debido a la existencia de múltiples topologías o circuitos equivalentes a promediar. Como simplificación se promedian los estados

de los interruptores, sustituyendo simplemente las funciones de conmutación por sus respectivos ciclos de trabajo. Esto es equivalente a sustituir los circuitos conmutados por transformadores ideales [Rim-90]. Esta última técnica nos permite obtener las expresiones promediadas del sistema, siempre que se desprecien las resistencias parásitas existentes en nuestro circuito y que afectan a las fuentes de corriente y de tensión. Un método más general para la obtención de un modelo promediado es el presentado por [Sanders-91], donde no hay limitaciones para obtener el modelo promediado salvo la complejidad matemática. El método propuesto es válido incluso si las corrientes y tensiones no son lineales en cada estado entre conmutaciones (como es el caso de convertidores resonantes).

Otro trabajo que aborda el modelado de los rectificadores trifásicos con modulación PWM es [Hiti-95] en el se incluyen estudios de sistemas trifásicos no sólo bajo condiciones de alimentaciones o cargas equilibradas, si no también se estudia el caso para alimentaciones o cargas desequilibradas. El estudio demuestra que la utilización de alimentaciones no equilibradas afecta muy poco al modelo de pequeña señal del rectificador BUCK. El único resultado reseñable en un sistema desequilibrado es la aparición de armónicos de orden bajo, que son indeseables.

El modelado del modulador PWM también se estudia en [Hiti-95] donde se presenta la diferencia entre modulaciones de muestreo natural y muestreo uniforme y a su vez modulaciones con flanco de subida (retrasadas) o flanco de bajada (adelantadas). Este estudio es de gran actualidad al estar ganando terreno, sobre todo en aplicaciones trifásicas, los moduladores digitales. En este capítulo estudiaremos el modulador para el caso particular de un rectificador tipo BUCK.

De las dos topologías que hemos presentado hasta ahora, la preferida sigue siendo el rectificador elevador a tipo BOOST, debido a su mayor rendimiento y corrientes de entrada continuas. El control de la corriente de entrada nos permite controlar el factor de potencia (ver capítulo 2) y nos permite implementar con relativa facilidad técnicas de control en principio utilizadas para rectificadores monofásicos al poder utilizar controladores independientes por cada corriente de fase. Esto simplifica el control y permite el uso de controles analógicos [Mao-96].

Para el rectificador BUCK no se han realizado tantos estudios respecto a su control, ya que su topología implica un control más complejo (no se puede realizar por fase independientemente) y además tiene otras dos desventajas como son su menor rendimiento y su corriente de entrada pulsante. Esto último implica la necesidad de un filtro de entrada. La existencia de este filtro de entrada representa una degradación del factor de desplazamiento de la corriente de entrada, con la consiguiente disminución del factor de potencia. Técnicas de corrección del factor de desplazamiento se presentan en [Wang-92] y [Hiti-91]. En [Wang-92] se presenta un solución haciendo el análisis del rectificador incluyendo el filtro de entrada. No se utiliza control vectorial y la realización del control se hace mediante DSP. Pero la complicación es tal que se necesitan dos DSPs. En [Hiti-91] se propone una corrección aproximada aprovechando la existencia de un lazo de control de corriente de salida y que el filtro de entrada es de alta frecuencia y por tanto presenta una factor de desplazamiento relativamente pequeño. Nosotros proponemos una corrección del factor de desplazamiento basándonos en el principio del control vectorial que hemos descrito en el capítulo 2. La solución propuesta no aumenta el cálculo a realizar por el DSP y se basa en un lazo de realimentación independiente.

### 3.2. Modelado del rectificador reductor

Para el modelado del rectificador reductor o tipo BUCK debemos partir de las funciones de conmutación que ya se introdujeron en el capítulo 2. Estas funciones representan las limitaciones inherentes a la topología BUCK ya que no se puede cortocircuitar la entrada (son fuentes de tensión) y no se puede dejar en circuito abierto la salida (es una fuente de corriente). La expresión que describe estas limitaciones es

$$S_{jr} + S_{js} + S_{jt} = 1, \quad j \in \{p, n\} \quad (3.1.)$$

donde

$$S_{jk} = 1, \quad \text{interruptor cerrado} \quad (3.2.)$$

$$S_{jk} = 0, \quad \text{interruptor abierto} \quad (3.3.)$$

El circuito equivalente del rectificador reductor recordemos que es:

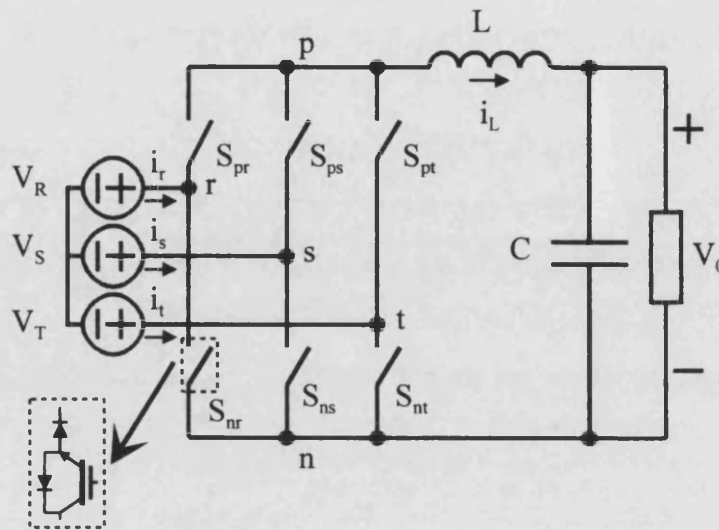


Figura 3.1.: Rectificador tipo BUCK.

En el estudio que presentamos vamos a utilizar la notación matricial en vez de la notación compleja que utilizamos en el capítulo anterior. Por tanto representaremos los vectores espaciales y los operadores mediante vectores y matrices respectivamente. De esta forma sólo trabajaremos con números reales. Las función de conmutación que relaciona el vector espacial de la corriente de entrada con la corriente de salida es:

$$\begin{bmatrix} i_r \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{pr} - S_{nr} \\ S_{ps} - S_{ns} \\ S_{pt} - S_{nt} \end{bmatrix} i_L \quad (3.4)$$

y para la tensión de salida tenemos que:

$$v_{pn} = \begin{bmatrix} S_{pr} - S_{nr} \\ S_{ps} - S_{ns} \\ S_{pt} - S_{nt} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} v_R \\ v_S \\ v_T \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

El promediado de la funciones de conmutación se realiza sustituyendo estas funciones por el ciclo de trabajo que le corresponde a cada interruptor. Este promediado sólo es valido si la relación entre la frecuencia de conmutación y la frecuencia de red es muy grande. Para que

el error sea del orden del 5% debemos tener una relación superior a  $f_s/f_{red}=50$ . Volviendo a escribir ahora las expresiones (3.1.), (3.4.) y (3.5.) ya promediadas tenemos:

$$d_{jr} + d_{js} + d_{jt} = 1, \quad j \in \{p, n\} \quad (3.6.)$$

$$\bar{i}_i = \bar{d} i_L \quad (3.7.)$$

$$v_{pn} = \bar{d}^T \bar{v}_i \quad (3.8.)$$

donde

$$\bar{d} = \begin{bmatrix} d_r \\ d_s \\ d_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{pr} - d_{nr} \\ d_{ps} - d_{ns} \\ d_{pt} - d_{nt} \end{bmatrix} \quad (3.9.)$$

$$\bar{i}_i = \begin{bmatrix} i_r \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix} \quad (3.10.)$$

$$\bar{v}_i = \begin{bmatrix} v_R \\ v_S \\ v_T \end{bmatrix} \quad (3.11.)$$

El circuito equivalente ya promediado para el rectificador BUCK se muestra en la Figura 3.2. donde se han representado en un circuito las expresiones (3.7.) y (3.8.) y añadiendo el filtro de salida.

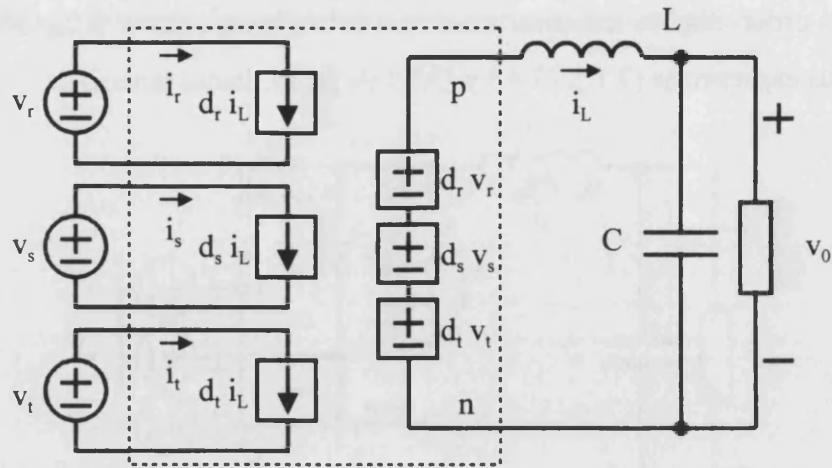


Figura 3.2.: Modelo promediado del rectificador trifásico tipo BUCK. Las fuentes representadas por un círculo son independientes mientras que las representadas por un cuadrado son fuentes dependientes de otra variable. Las funciones de conmutación está representada por el área encuadrada por trazo discontinuo.

### 3.2.1. Cambio de marco de referencia

El siguiente paso es la transformación de coordenadas, e. d. cambiar del marco de referencia fijo ( $\alpha-\beta$ ) al móvil ( $d-q$ ). De esta manera nuestras ecuaciones no dependerán del tiempo y el sistema se podrá suponer invariante con el tiempo lo que simplifica el diseño del control. En el capítulo 2 vimos el cambio de coordenadas en notación compleja pero aquí utilizaremos notación matricial.

Los cambios de coordenadas en notación matricial necesitan una matriz de cambio de coordenadas  $T$ . Entonces los cambios se realizarán multiplicando por dicha matriz o su inversa para cambiar de un sistema de referencia a otro.

$$\bar{x}_{rot} = \frac{2}{3} T \bar{x} \tag{3.12.}$$

donde  $\bar{x}_{rot}$  es el vector espacial en el marco de referencia rotativo ( $d-q$ ) y  $\bar{x}$  es el mismo vector en el marco de referencia fijo ( $\alpha-\beta$ ).



Si suponemos que nuestro sistema es un sistema trifásico equilibrado y de frecuencia angular  $\omega$ , entonces la matriz de transformación es:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\omega t) & -\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (3.13.)$$

Una variable del marco de referencia fijo ( $\alpha-\beta$ ) se transformará al móvil ( $d-q$ ), disminuyendo su dimensión (pasará de tener tres elementos a tener dos). Indicar que esto no es necesariamente así, si el sistema trifásico no es equilibrado.

Las tres variables trifásicas en el sistema fijo ( $\alpha-\beta$ ) son,

$$x_r(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$x_s(t) = X_m \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \varphi) \quad (3.14.)$$

$$x_t(t) = X_m \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3} + \varphi)$$

pasarán después de la transformación al sistema móvil ( $d-q$ ).

$$x_d = X_m \cos(\varphi) \quad (3.15.)$$

$$x_q = -X_m \sin(\varphi) \quad (3.16.)$$

La transformación inversa se hace mediante la matriz inversa que en este caso coincide con la transpuesta.

$$\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{T}^T \bar{\mathbf{x}}_{rot} \quad (3.17.)$$

Hay que tener en cuenta las siguientes características de nuestra matriz de transformación:

$$\mathbf{T} \mathbf{T}^T = \frac{3}{2} \mathbf{I}_{2 \times 2} \quad (3.18.)$$

$$\mathbf{T}^T \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.19.)$$

Y la derivada vale

$$\frac{d}{dt} \bar{\mathbf{x}} = \frac{d\mathbf{T}^T}{dt} \bar{\mathbf{x}}_{rot} + \mathbf{T}^T \frac{d\bar{\mathbf{x}}_{rot}}{dt} \quad (3.20.)$$

Si ahora realizamos el cambio de coordenadas de todas nuestras variables para pasar al marco de referencia móvil los vectores espaciales son:

$$\bar{\mathbf{i}}_{i_{rot}} = \frac{2}{3} \mathbf{T} \bar{\mathbf{i}}_i = \frac{2}{3} \mathbf{T} \bar{\mathbf{d}} i_L = \bar{\mathbf{d}}_{rot} i_L \quad (3.21.)$$

$$\mathbf{v}_{pn} = \bar{\mathbf{d}}^T \bar{\mathbf{v}}_i = \bar{\mathbf{d}}_{rot}^T \mathbf{T} \mathbf{T}^T \bar{\mathbf{v}}_{i_{rot}} = \frac{3}{2} \bar{\mathbf{d}}_{rot}^T \bar{\mathbf{v}}_{i_{rot}} \quad (3.22.)$$

donde

$$\bar{\mathbf{d}}_{rot} = \begin{bmatrix} d_d \\ d_q \end{bmatrix} \quad (3.23.)$$

$$\bar{\mathbf{i}}_{i_{rot}} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (3.24.)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_{i_{rot}} = \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} \quad (3.25.)$$

El circuito equivalente promediado para el rectificador BUCK en el marco de referencia móvil ( $d-q$ ) se muestra en la Figura 3.3. Vemos que se ha simplificado, ya que ha pasado a tener sólo dos fuentes, tanto de corriente como de tensión dependientes. Esto es debido a que al ser el sistema equilibrado, una de las magnitudes es dependiente de las otras dos. Las dos componentes  $d$  y  $q$  que tenemos, se corresponden con el eje  $d$  y  $q$  del marco de referencia móvil y se corresponden con la componente reactiva ( $q$ ) y activa ( $d$ ) del circuito. La corrección del factor de potencia consistirá en eliminar al componente  $q$  de nuestro sistema (siempre que el sistema móvil esté alineado con vector espacial de tensión  $\bar{v}_i$  y por tanto sólo tenga componente  $d$ ).

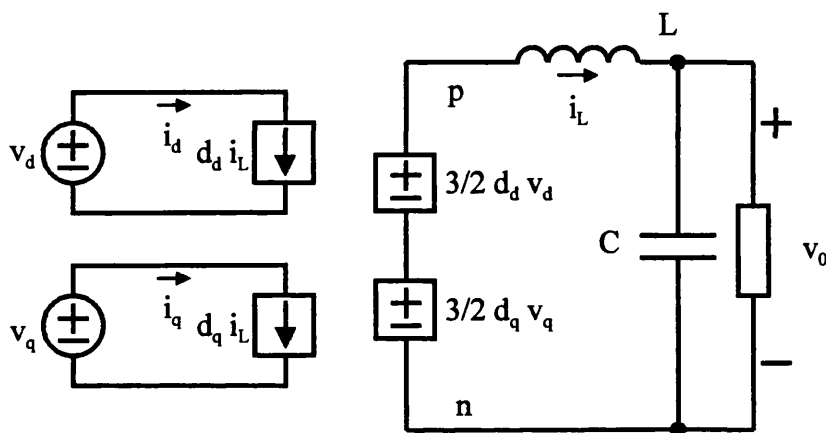


Figura 3.3.: Modelo promediado del rectificador trifásico tipo BUCK en el marco de referencia móvil ( $d-q$ ). Las fuentes representadas por un círculo son independientes mientras que las representadas por un cuadrado son fuentes dependientes de otra variable.

Una vez obtenidos los modelos promediados vamos a calcular las expresiones que rigen el comportamiento del rectificador en estado estático y estado dinámico.

### 3.2.2. Análisis estático y dinámico del rectificador tipo BUCK

El siguiente paso a realizar es obtener las expresiones que describen el comportamiento tanto en estado estático como en estado dinámico del rectificador. Para conocer el comportamiento estático buscaremos primero las ecuaciones de gran señal que describen el sistema promediado. El comportamiento dinámico lo calcularemos perturbando el sistema

promediado alrededor de su punto de operación y linealizando. Las ecuaciones a utilizar son (3.21.) y (3.22.). Nos fijaremos en la Figura 3.4. ya que vamos a tener en cuenta los elementos parásitos tanto de la bobina como del condensador. El estudio para el convertidor BUCK se puede encontrar en [Sanchis-93] donde se puede comparar los resultados con los obtenidos aquí.

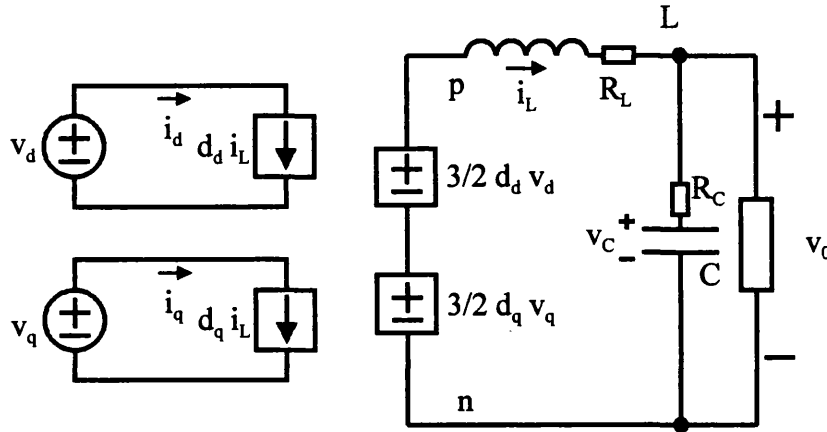


Figura 3.4.: Modelo promediado del rectificador trifásico tipo BUCK en el marco de referencia móvil ( $d-q$ ) con elementos parásitos. Las fuentes representadas por un círculo son independientes mientras que las representadas por un cuadrado son fuentes dependientes de otra variable.

Las ecuaciones que describen el circuito son:

$$L \frac{di_L}{dt} = v_{pn} - v_0 - i_L R_L \tag{3.26.}$$

y

$$C \left( 1 + \frac{R_C}{R} \right) \frac{dv_0}{dt} - R_C C \frac{di_L}{dt} = i_L - \frac{v_0}{R} \tag{3.27.}$$

sustituyendo ahora (3.22.) en (3.26.),

$$L \frac{di_L}{dt} = \frac{3}{2} \bar{d}_{rot}^T \bar{v}_{i_{rot}} - v_0 - i_L R_L \tag{3.28.}$$

Las ecuaciones (3.27.) y (3.28.) son las que describen mi sistema. Perturbando las variables obtendremos las ecuaciones que describen el sistema tanto en régimen estático (DC) como en régimen dinámico (AC).

$$L \frac{d\tilde{i}_L}{dt} = \frac{3}{2} [(D_d + \tilde{d}_d) \quad (D_q + \tilde{d}_q)] \begin{bmatrix} (V_d + \tilde{v}_d) \\ (V_q + \tilde{v}_q) \end{bmatrix} - (V_0 + \tilde{v}_0) - R_L (I_L + \tilde{i}_L) \quad (3.29.)$$

$$C \left( 1 + \frac{R_C}{R} \right) \frac{d\tilde{v}_0}{dt} - R_C C \frac{d\tilde{i}_L}{dt} = (I_L + \tilde{i}_L) - \frac{(V_0 + \tilde{v}_0)}{R} \quad (3.30.)$$

Pasando al dominio de Laplace para simplificar las ecuaciones y suponiendo las condiciones iniciales nulas, tanto de  $i_L$  como de  $v_0$ , tenemos que:

$$\tilde{i}_L Ls = \frac{3}{2} [(D_d + \tilde{d}_d) \quad (D_q + \tilde{d}_q)] \begin{bmatrix} (V_d + \tilde{v}_d) \\ (V_q + \tilde{v}_q) \end{bmatrix} - (V_0 + \tilde{v}_0) - R_L (I_L + \tilde{i}_L) \quad (3.31.)$$

$$\tilde{v}_0 Cs \left( 1 + \frac{R_C}{R} \right) - \tilde{i}_L R_C Cs = (I_L + \tilde{i}_L) - \frac{(V_0 + \tilde{v}_0)}{R} \quad (3.32.)$$

Despreciando los términos de segundo orden, tenemos las ecuaciones tanto para el comportamiento estático (DC) como dinámico (AC).

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \frac{3}{2} (D_d V_d + D_q V_q) - V_0 - R_L I_L \\ 0 &= I_L - \frac{V_0}{R} \end{aligned} \right\} \text{DC} \quad (3.33.)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{i}_L &= \frac{3}{2(Ls + R_L)} (D_d \tilde{v}_d + D_q \tilde{v}_q + V_d \tilde{d}_d + V_q \tilde{d}_q) - \frac{\tilde{v}_0}{(Ls + R_L)} \\ \tilde{v}_0 \left( 1 + \frac{R_C}{R} + \frac{1}{RCs} \right) &= \frac{\tilde{i}_L}{Cs} (1 + R_C Cs) \end{aligned} \right\} \text{AC} \quad (3.34.)$$

Las expresiones que regirán el sistema en régimen estático y régimen dinámico se obtienen reagrupando (3.33.) y (3.34.).

En régimen estático

$$V_0 = \frac{3}{2} \frac{R}{R+R_L} (D_d V_d + D_q V_q) \quad (3.35.)$$

$$I_L = \frac{V_0}{R} = I_0 \quad (3.36.)$$

y en régimen dinámico

$$\tilde{v}_0 = \frac{3}{2} \frac{(R_c C s + 1)(D_d \tilde{v}_d + D_q \tilde{v}_q + V_d \tilde{d}_d + V_q \tilde{d}_q)}{LC \left( \frac{R+R_c}{R+R_L} \right) s^2 + \left( R_c C + \frac{R R_L}{R+R_L} + \frac{L}{R+R_L} \right) s + 1} \frac{R}{R+R_L} \quad (3.37.)$$

Tendremos varias funciones de transferencia que nos indican la dependencia de nuestras variables con ambas variables de control,  $d_d$  y  $d_q$ . Las expresiones son:

$$\frac{\tilde{v}_0}{\tilde{d}_d} = \frac{3}{2} \frac{R_c C s + 1}{LC \left( \frac{R+R_c}{R+R_L} \right) s^2 + \left( R_c C + \frac{R R_L}{R+R_L} + \frac{L}{R+R_L} \right) s + 1} \frac{R}{R+R_L} V_d \quad (3.38.)$$

$$\frac{\tilde{v}_0}{\tilde{d}_q} = \frac{3}{2} \frac{R_c C s + 1}{LC \left( \frac{R+R_c}{R+R_L} \right) s^2 + \left( R_c C + \frac{R R_L}{R+R_L} + \frac{L}{R+R_L} \right) s + 1} \frac{R}{R+R_L} V_q \quad (3.39.)$$

Como nuestro marco de referencia móvil está referido al vector espacial  $\tilde{v}_i$  (porque así lo hemos elegido nosotros), esto significa que  $\tilde{v}_i$  no tendrá componente  $q$ , e. d.  $v_q=0$ . Esto simplifica nuestras ecuaciones que quedan como:

$$V_0 = \frac{3}{2} \frac{R}{R+R_L} D_d V_d \quad (3.40.)$$

$$\frac{\tilde{v}_0}{\tilde{d}_d} = \frac{V_0}{D_d} \frac{R_c C s + 1}{LC \left( \frac{R+R_c}{R+R_L} \right) s^2 + \left( R_c C + \frac{R R_L}{R+R_L} + \frac{L}{R+R_L} \right) s + 1} \quad (3.41.)$$

Estas funciones de transferencia tanto en régimen estático como dinámico, son muy parecidas a las ya conocidas para el convertidor BUCK DC-DC. Por tanto el análisis dinámico será muy parecido. Sólo debemos tener en cuenta que existe otra variable a controlar que es  $d_q$ . La expresión (3.40.) coincide con la deducida en el capítulo 2 a partir del balance de potencias si sustituimos  $D_d$  por  $g$ , para el caso particular donde  $D_q=0$ , y despreciamos la resistencia  $R_L$ . La variable de control  $d_q$  sirve para controlar y corregir el factor de potencia, teniendo en cuenta (3.21.). A continuación calcularemos además la impedancia de salida y la audiosusceptibilidad.

3.2.2.1. Impedancia de salida

Por definición, la impedancia de salida se determina cortocircuitando las fuentes de tensión y añadiendo una fuente de corriente a la salida. La Figura 3.5. muestra el modelo a estudiar.

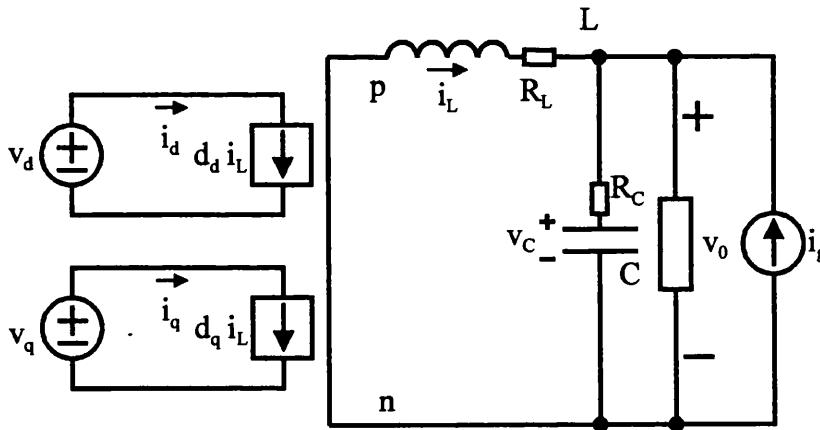


Figura 3.5.: Modelo promediado del rectificador trifásico tipo BUCK con la perturbación  $i_g$  a la salida para determinar la impedancia de salida.

Las ecuaciones de este circuito son

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_0 - i_L R_L \tag{3.42.}$$

y

$$C\left(1 + \frac{R_c}{R}\right) \frac{dv_0}{dt} - R_c C \frac{di_L}{dt} - R_c C \frac{di_g}{dt} = i_L + i_g - \frac{v_0}{R} \quad (3.43.)$$

pasando al dominio de Laplace, perturbando y quedándonos sólo con las señales en pequeña señal que son las que nos interesan,

$$\tilde{i}_L Ls = -\tilde{v}_0 - \tilde{i}_L R_L \quad (3.44.)$$

y

$$Cs\left(1 + \frac{R_c}{R}\right) \tilde{v}_0 - R_c Cs \tilde{i}_L - R_c C \tilde{i}_g = \tilde{i}_L + \tilde{i}_g - \frac{\tilde{v}_0}{R} \quad (3.45.)$$

Sustituyendo (3.45.) en (3.44.) obtenemos la misma expresión para la impedancia de salida en lazo abierto que para el convertidor BUCK DC-DC, lo que era de esperar ya que el circuito de salida es el mismo.

$$Z_{l/a} = \frac{\tilde{v}_0}{\tilde{i}_g} = \frac{RR_c}{R + R_c} \frac{\left(s + \frac{1}{R_c C}\right) \left(s + \frac{R_L}{L}\right)}{s^2 + s \left( \frac{R_L}{L} + \frac{RR_c}{R + R_c} \frac{1}{L} + \frac{1}{R + R_c} \frac{1}{C} \right) + \frac{1}{LC} \left( \frac{R + R_L}{R + R_c} \right)} \quad (3.46.)$$

### 3.2.2.2. Audiosusceptibilidad

Para el cálculo de la audiosusceptibilidad utilizaremos la ecuaciones (3.34.). Dado que el marco de referencia móvil está alineado con el vector espacial de tensión de entrada  $V_q = 0$ , la única variable que influye en nuestro sistema es  $V_d$ . Perturbándola, obtenemos:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{i}_L &= \frac{3}{2(Ls + R_L)} D_d \tilde{v}_d - \frac{\tilde{v}_0}{(Ls + R_L)} \\ \tilde{v}_0 \left(1 + \frac{R_c}{R} + \frac{1}{RCs}\right) &= \frac{\tilde{i}_L}{Cs} (1 + R_c Cs) \end{aligned} \right\} \text{AC} \quad (3.47.)$$



Reagrupando ambas ecuaciones obtenemos la audiosusceptibilidad en lazo abierto,

$$F_{l/a} = \frac{\tilde{v}_o}{\tilde{v}_d} = \frac{D_d}{R + R_L} \frac{R(R_C C s + 1)}{LC \left( \frac{R + R_C}{R + R_L} \right) s^2 + \left( R_C C + \frac{R R_L}{R + R_L} C + \frac{L}{R + R_L} \right) s + 1} \quad (3.48.)$$

Tanto la impedancia de salida y como la audiosusceptibilidad calculadas en este capítulo son para el rectificador tipo BUCK en lazo abierto. Las medidas de estas dos magnitudes son generalmente para lazo cerrado, donde por tanto mejoran en gran medida como se demuestra en [Sanchis-93].

### 3.3. Modelado del rectificador elevador

El estudio del rectificador elevador es algo más complejo que el del reductor y como veremos no se obtienen expresiones tan sencilla ni tan parecidas al convertidor BOOST DC/DC. Para el modelado del rectificador elevador o tipo BOOST debemos partir de las funciones de conmutación que ya se introdujeron en el capítulo 2. Estas funciones representan las limitaciones inherentes a la topología BOOST ya que no se puede cortocircuitar la salida (es una fuente de tensión) y no se puede dejar en circuito abierto las entradas (son fuentes de corriente). La expresión que describe estas limitaciones es

$$S_{pk} + S_{nk} = 1, \quad k \in \{r, s, t\} \quad (3.49.)$$

donde

$$S_{jk} = 1, \quad \text{interruptor cerrado} \quad (3.50.)$$

$$S_{jk} = 0, \quad \text{interruptor abierto} \quad (3.51.)$$

El circuito equivalente del rectificador elevador recordemos que es:

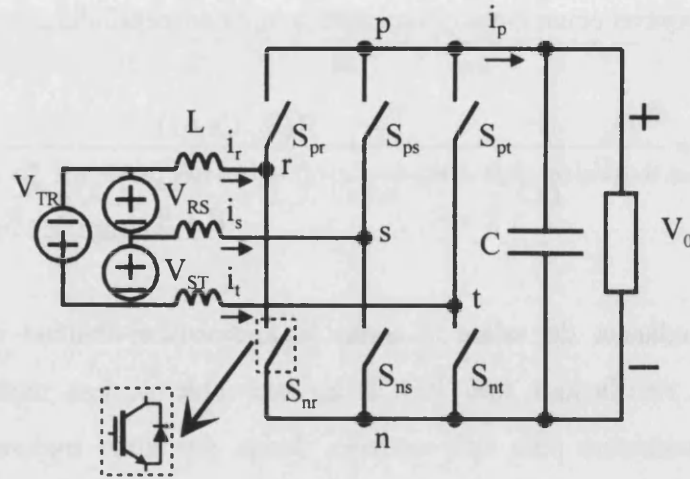


Figura 3.6.: Rectificador tipo BOOST.

En el estudio vamos a utilizar la notación matricial como para el rectificador BUCK. Representaremos los vectores espaciales y los operadores mediante vectores y matrices respectivamente y así sólo trabajaremos con números reales. La función de conmutación que relaciona la corriente de salida y el vector espacial de corriente de entrada es:

$$i_p = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} S_{pr} - S_{ps} \\ S_{ps} - S_{pt} \\ S_{pt} - S_{pr} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} i_r - i_s \\ i_s - i_t \\ i_t - i_r \end{bmatrix} \quad (3.52.)$$

y para la tensión de entrada (en los puntos medios entre los interruptores) tenemos que:

$$\begin{bmatrix} v_r - v_s \\ v_s - v_t \\ v_t - v_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{pr} - S_{ps} \\ S_{ps} - S_{pt} \\ S_{pt} - S_{pr} \end{bmatrix}^T v_0 \quad (3.53.)$$

El promediado de la funciones de conmutación se realiza sustituyendo estas funciones por el ciclo de trabajo que le corresponde a cada interruptor. Este promediado sólo es valido si la relación entre la frecuencia de conmutación y la frecuencia de red es muy grande. Volviendo a escribir ahora las expresiones (3.49.), (3.52.) y (3.53.) ya promediadas tenemos:

$$d_{pk} + d_{nk} = 1, \quad k \in \{r, s, t\} \quad (3.54.)$$

$$\mathbf{i}_p = \bar{\mathbf{d}}^T \bar{\mathbf{i}}_i \quad (3.55.)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_i = \bar{\mathbf{d}}^T \mathbf{v}_0 \quad (3.56.)$$

donde

$$\bar{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} d_{rs} \\ d_{st} \\ d_{tr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{pr} - d_{ps} \\ d_{ps} - d_{pt} \\ d_{pt} - d_{pr} \end{bmatrix} \quad (3.57.)$$

$$\bar{\mathbf{i}}_i = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} i_{rs} \\ i_{st} \\ i_{tr} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} i_r - i_s \\ i_s - i_t \\ i_t - i_r \end{bmatrix} \quad (3.58.)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_i = \begin{bmatrix} v_{rs} \\ v_{st} \\ v_{tr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r - v_s \\ v_s - v_t \\ v_t - v_r \end{bmatrix} \quad (3.59.)$$

Para obtener el circuito equivalente hay que incluir las fuentes de tensión de entrada. Definimos un nuevo vector espacial para la tensión de entrada (antes de los inductores). Llamaremos a este vector espacial el vector generador:

$$\bar{\mathbf{v}}_g = \begin{bmatrix} v_{RS} \\ v_{ST} \\ v_{TR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_R - v_S \\ v_S - v_T \\ v_T - v_R \end{bmatrix} \quad (3.60.)$$

Para obtener la relación entre el vector espacial generador y el vector espacial de tensión de entrada estudiaremos el siguiente circuito,

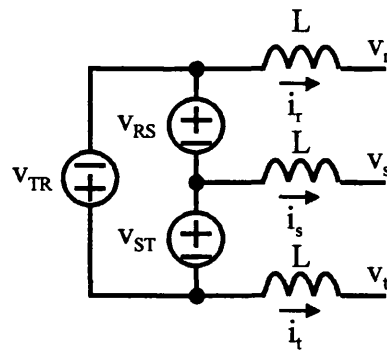


Figura 3.7.: Sección de entrada del rectificador tipo BOOST.

y de la Figura 3.7. podemos deducir (3.61.)

$$\left. \begin{aligned} L \frac{d}{dt}(i_r - i_s) &= v_{RS} - v_{rs} \\ L \frac{d}{dt}(i_s - i_t) &= v_{ST} - v_{st} \\ L \frac{d}{dt}(i_t - i_r) &= v_{TR} - v_{tr} \end{aligned} \right\} \quad (3.61.)$$

que en notación vectorial y según las definiciones dadas antes para los vectores espaciales queda como

$$3L \frac{d\vec{i}_i}{dt} = \vec{v}_g - \vec{v}_i \quad (3.62.)$$

Traduciendo las expresiones (3.55.) y (3.62.) a su circuito equivalente obtenemos el circuito equivalente ya promediado para el rectificador BOOST que se muestra en la Figura 3.8.

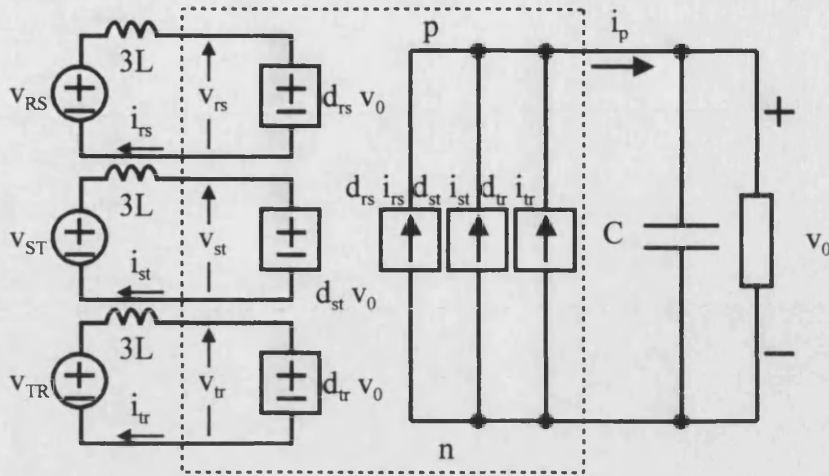


Figura 3.8.: Modelo promediado del rectificador trifásico tipo BOOST.

### 3.3.1. Cambio de marco de referencia

A continuación cambiaremos nuestro sistema del marco de referencia fijo ( $\alpha-\beta$ ) al móvil ( $d-q$ ) para simplificar las ecuaciones. Utilizaremos las expresiones ya introducidas para el rectificador tipo BUCK.

El cambio de coordenadas de nuestras variables para pasar al marco de referencia móvil nos lleva a:

$$\vec{v}_{i\_rot} = \frac{2}{3} \mathbf{T} \vec{v}_i = \frac{2}{3} \mathbf{T} \bar{\mathbf{d}} v_0 = \bar{\mathbf{d}}_{rot} v_0 \tag{3.63.}$$

$$i_p = \bar{\mathbf{d}}^T \vec{i}_i = \bar{\mathbf{d}}_{rot}^T \mathbf{T} \mathbf{T}^T \vec{i}_{i\_rot} = \frac{3}{2} \bar{\mathbf{d}}_{rot}^T \vec{i}_{i\_rot} \tag{3.64.}$$

Para transformar la ecuación (3.62.) sustuiremos primero los vectores en el marco de referencia fijo por las expresiones dadas por (3.17.), obteniendo

$$3L \frac{d}{dt} \left( \frac{2}{3} \mathbf{T}^T \vec{i}_{i\_rot} \right) = \mathbf{T}^T \vec{v}_{g\_rot} - \mathbf{T}^T \vec{v}_{i\_rot} \tag{3.65.}$$

si aplicamos la ecuación (3.20.) para derivar la expresión anterior y tenemos en cuenta (3.13.) obtenemos,

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{T}^T \bar{\mathbf{i}}_{i\_rot}) = \frac{d\mathbf{T}^T}{dt} \bar{\mathbf{i}}_{i\_rot} + \mathbf{T}^T \frac{d\bar{\mathbf{i}}_{i\_rot}}{dt} \quad (3.66.)$$

$$\frac{d\mathbf{T}^T}{dt} = -\omega \begin{bmatrix} \sin(\omega t) & \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (3.67.)$$

Si sustituimos (3.66.) y (3.67.) en (3.65.) y multiplicaremos por  $\mathbf{T}$ , obtenemos

$$\mathbf{T} \frac{d\mathbf{T}^T}{dt} \bar{\mathbf{i}}_{i\_rot} + \mathbf{T} \mathbf{T}^T \frac{d\bar{\mathbf{i}}_{i\_rot}}{dt} = \frac{1}{3L} (\mathbf{T} \mathbf{T}^T \bar{\mathbf{v}}_{u\_rot} - \mathbf{T} \mathbf{T}^T \bar{\mathbf{d}}_{rot} v_0) \quad (3.68.)$$

teniendo en cuenta (3.18.) y calculando el primer término de la expresión (3.68.) tenemos,

$$\omega \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \bar{\mathbf{i}}_{i\_rot} + \frac{d\bar{\mathbf{i}}_{i\_rot}}{dt} = \frac{1}{3L} (\bar{\mathbf{v}}_{u\_rot} - \bar{\mathbf{d}}_{rot} v_0) \quad (3.69.)$$

donde

$$\bar{\mathbf{d}}_{rot} = \begin{bmatrix} d_d \\ d_q \end{bmatrix} \quad (3.70.)$$

$$\bar{\mathbf{i}}_{i\_rot} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (3.71.)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_{i\_rot} = \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} \quad (3.72.)$$

$$\bar{v}_{g\_rot} = \begin{bmatrix} v_{gd} \\ v_{gq} \end{bmatrix} \quad (3.73.)$$

El sistema promediado para el rectificador BOOST en el marco de referencia móvil ( $d-q$ ) se simplifica y pasa a tener sólo dos variables y está descrito por las expresiones (3.64.) y (3.69.). Al igual que en el BUCK sincronizaremos nuestro sistema móvil con el vector tensión de entrada, de forma que su componente  $V_q=0$ . Su circuito equivalente se muestra en la Figura 3.9.

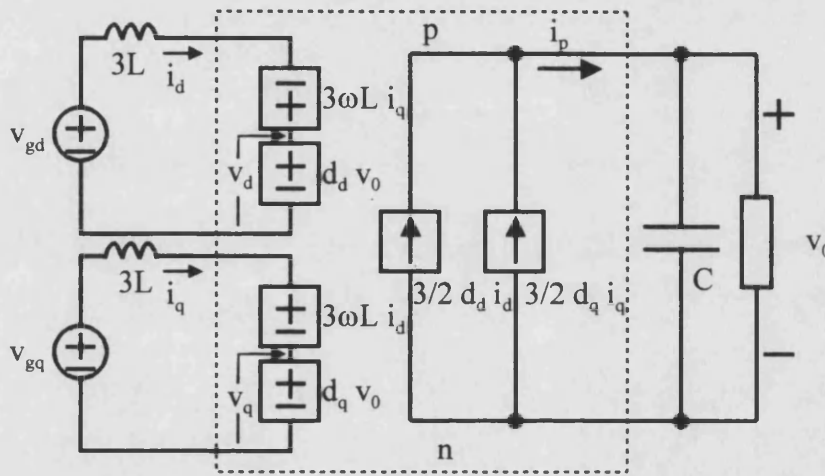


Figura 3.9.: Circuito equivalente del rectificador BOOST en el marco de referencia móvil ( $d-q$ ).

Obsérvese que en el rectificador tipo BOOST aparece un término cruzado entre la corriente activa ( $i_d$ ) y reactiva ( $i_q$ ). Este término complica la corrección del factor de potencia ya que hay una interferencia cruzada entre ambos términos.

### 3.3.2. Análisis estático y dinámico del rectificador tipo BOOST

Para el análisis estático y dinámico seguiremos los mismos pasos que para el rectificador BUCK. Obtendremos las expresiones que describen el comportamiento tanto en estado estático como en estado dinámico del rectificador y para conocer el comportamiento estático buscaremos primero las ecuaciones de gran señal que describen el sistema promediado. El comportamiento dinámico lo calcularemos perturbando el sistema promediado alrededor de

su punto de operación y linealizando. Las ecuaciones a utilizar son (3.63.), (3.64.) y (3.69.). Para el estudio del rectificador no vamos a tener en cuenta los elementos parásitos. Las expresiones que nos llevaban a deducir la Figura 3.9. son, teniendo en cuenta el condensador de salida,

$$\omega \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \bar{i}_{i\_rot} + \frac{d\bar{i}_{i\_rot}}{dt} = \frac{1}{3L} (\bar{v}_{g\_rot} - \bar{d}_{rot} v_0) \quad (3.74.)$$

y

$$C \frac{dv_0}{dt} = \frac{3}{2} \bar{d}_{rot}^T \bar{i}_{i\_rot} - \frac{v_0}{R} \quad (3.75.)$$

Perturbando las variables obtendremos las ecuaciones que describen el sistema tanto en régimen estático (DC) como en régimen dinámico (AC).

$$3L\omega \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d + \tilde{i}_d \\ I_q + \tilde{i}_q \end{bmatrix} + 3L \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i}_d \\ \tilde{i}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{gd} + \tilde{v}_{gd} \\ V_{gq} + \tilde{v}_{gq} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} D_d + \tilde{d}_d \\ D_q + \tilde{d}_q \end{bmatrix} (V_0 + \tilde{v}_0) \quad (3.76.)$$

$$C \frac{d\tilde{v}_0}{dt} = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} D_d + \tilde{d}_d & D_q + \tilde{d}_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d + \tilde{i}_d \\ I_q + \tilde{i}_q \end{bmatrix} - \frac{(V_0 + \tilde{v}_0)}{R} \quad (3.77.)$$

Pasaremos al dominio de Laplace para simplificar las ecuaciones. Suponiendo las condiciones iniciales nulas, tanto de  $i_L$  como de  $v_0$ , tenemos que:

$$3L\omega \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d + \tilde{i}_d \\ I_q + \tilde{i}_q \end{bmatrix} + 3Ls \begin{bmatrix} \tilde{i}_d \\ \tilde{i}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{gd} + \tilde{v}_{gd} \\ V_{gq} + \tilde{v}_{gq} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} D_d + \tilde{d}_d \\ D_q + \tilde{d}_q \end{bmatrix} (V_0 + \tilde{v}_0) \quad (3.78.)$$

$$\tilde{v}_0 Cs = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} D_d + \tilde{d}_d & D_q + \tilde{d}_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d + \tilde{i}_d \\ I_q + \tilde{i}_q \end{bmatrix} - \frac{(V_0 + \tilde{v}_0)}{R} \quad (3.79.)$$

Despreciando los términos de segundo orden, tenemos las ecuaciones tanto para el comportamiento estático (DC) como dinámico (AC).



$$\left. \begin{aligned} -3L\omega I_q &= V_{gd} - D_d V_0 \\ 3L\omega I_d &= V_{gq} - D_q V_0 \\ 0 &= \frac{3}{2}(D_d I_d + D_q I_q) - \frac{V_0}{R} \end{aligned} \right\} \text{DC} \quad (3.80.)$$

$$\left. \begin{aligned} -3L\omega \tilde{i}_q + 3Ls \tilde{i}_d &= \tilde{v}_{gd} - D_d \tilde{v}_0 - V_0 \tilde{d}_d \\ 3L\omega \tilde{i}_d + 3Ls \tilde{i}_q &= \tilde{v}_{gq} - D_q \tilde{v}_0 - V_0 \tilde{d}_q \\ \tilde{v}_0 Cs &= \frac{3}{2}(D_d \tilde{i}_d + \tilde{d}_d I_d + D_q \tilde{i}_q + \tilde{d}_q I_q) - \frac{\tilde{v}_0}{R} \end{aligned} \right\} \text{AC} \quad (3.81.)$$

Las expresiones que describen el sistema en régimen estático y régimen dinámico se obtienen reagrupando (3.80.) y (3.81.) respectivamente.

En régimen estático

$$V_0 = \frac{3}{2} \frac{R}{3L\omega} (D_d V_{gq} - D_q V_{gd}) \quad (3.82.)$$

$$I_d = \frac{V_{gq} - D_q V_0}{3L\omega} \quad (3.83.)$$

$$I_q = -\frac{V_{gd} - D_d V_0}{3L\omega} \quad (3.84.)$$

y en régimen dinámico

$$\tilde{v}_0 = \frac{1}{2LC\left(s + \frac{1}{RC}\right)(s^2 + \omega^2) + s(D_d^2 + D_q^2)} \left\{ \begin{aligned} &\tilde{v}_{gd} D_d \left(s + \omega \frac{D_q}{D_d}\right) + \tilde{v}_{gq} D_q \left(s + \omega \frac{D_d}{D_q}\right) \\ &+ \tilde{d}_d \left[ -V_0 D_q \left(s - \omega \frac{D_d}{D_q}\right) + \frac{(s^2 + \omega^2)}{\omega} (V_{gq} - D_q V_0) \right] \\ &+ \tilde{d}_q \left[ -V_0 D_d \left(s - \omega \frac{D_q}{D_d}\right) - \frac{(s^2 + \omega^2)}{\omega} (V_{gd} - D_d V_0) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.85.)$$

Para simplificar las ecuaciones vamos a alinear el marco de referencia móvil con el vector espacial de tensión de entrada, lo que se traduce en que  $V_q = 0$ . Las ecuaciones quedarán como:

en régimen estático:

$$V_0 = -\frac{1}{2} \frac{R}{L\omega} D_q V_{gd} \quad (3.86.)$$

$$I_d = \frac{-D_q V_0}{3L\omega} \quad (3.87.)$$

$$I_q = -\frac{V_{gd} - D_d V_0}{3L\omega} \quad (3.88.)$$

Aunque la función de transferencia en régimen estático exhibe un signo negativo, este es debido a que  $D_q$  toma valores negativos. Esto es lógico si se tiene en cuenta que el rectificador es de tipo BOOST, por lo que sus inductancias de entrada retrasarán la corriente lo que requiere un valor de  $D_q$  negativo. En la realidad lógicamente el ciclo de trabajo correspondiente a  $D_q$  no es negativo, si no que el vector  $\vec{d}$  estará retrasado con respecto a vector de tensión de entrada.

y en régimen dinámico

$$\tilde{v}_0 = \frac{1}{2LC\left(s + \frac{1}{RC}\right)(s^2 + \omega^2) + s(D_d^2 + D_q^2)} \left\{ \begin{array}{l} \tilde{v}_{gd} D_d \left( s + \omega \frac{D_q}{D_d} \right) \\ + \tilde{d}_d \left[ -V_0 D_q \left( s - \omega \frac{D_d}{D_q} \right) - \frac{(s^2 + \omega^2)}{\omega} D_q V_0 \right] \\ + \tilde{d}_q \left[ -V_0 D_d \left( s - \omega \frac{D_q}{D_d} \right) - \frac{(s^2 + \omega^2)}{\omega} (V_{gd} - D_d V_0) \right] \end{array} \right\} \quad (3.89.)$$

Las dos funciones de transferencia que obtendremos a partir de (3.89.) nos indican la dependencia de nuestras variables con  $d_d$  y  $d_q$ . Las expresiones son:

$$\frac{\tilde{v}_0}{\tilde{d}_d} = \frac{\left[ -V_0 D_q \left( s - \omega \frac{D_d}{D_q} \right) - \frac{(s^2 + \omega^2)}{\omega} D_q V_0 \right]}{2LC \left( s + \frac{1}{RC} \right) (s^2 + \omega^2) + s(D_d^2 + D_q^2)} \quad (3.90.)$$

$$\frac{\tilde{v}_0}{\tilde{d}_q} = \frac{\left[ -V_0 D_d \left( s - \omega \frac{D_q}{D_d} \right) - \frac{(s^2 + \omega^2)}{\omega} (V_{gd} - D_d V_0) \right]}{2LC \left( s + \frac{1}{RC} \right) (s^2 + \omega^2) + s(D_d^2 + D_q^2)} \quad (3.91.)$$

Vemos que para el caso del rectificador tipo BOOST las funciones de transferencia no coinciden con las del convertidor BOOST DC-DC. Esto es debido a la existencia de un acople entre las variables  $d$  y  $q$  de corriente al tener el sistema las bobinas de entrada en la parte de trifásica. Esto significa que al hacer el cambio de marco de referencia se ven afectadas por la transformación, complicando las ecuaciones. Además se observa que el punto de operación (un  $D_d$  y  $D_q$  determinados) influye sobre la situación de los polos y los ceros de la función de transferencia, lo que complica el diseño del lazo de control.

### 3.3.2.1. Impedancia de salida

Por definición, la impedancia de salida se determina cortocircuitando las fuentes de tensión, dejando en circuito abierto las fuentes de corriente y añadiendo una fuente de corriente a la salida. La Figura 3.5. muestra el modelo a estudiar.

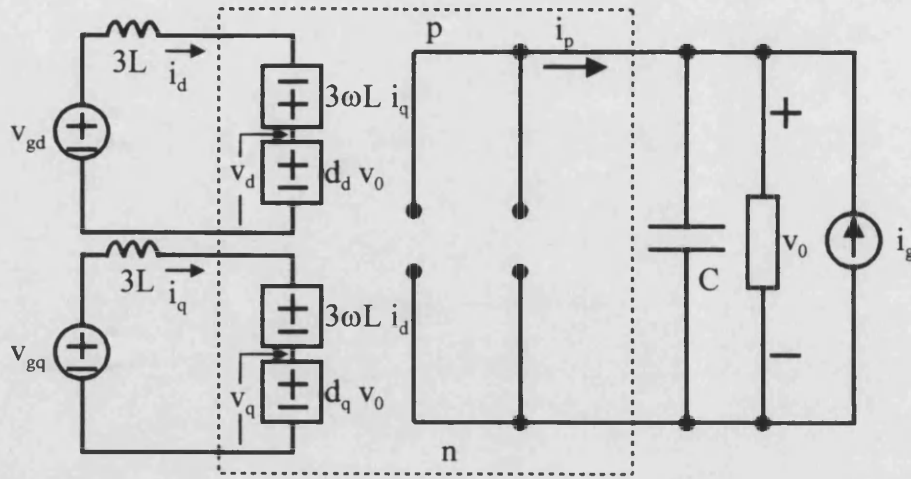


Figura 3.10.: Modelo promediado del rectificador trifásico tipo BOOST con la perturbación  $i_g$  a la salida para determinar la impedancia de salida. Las fuentes de corriente que afectan al circuito se han dejado en circuito abierto.

La ecuación de este circuito es muy sencilla

$$C \frac{dv_0}{dt} = i_g - \frac{v_0}{R} \tag{3.92.}$$

y pasando al dominio de Laplace, perturbando y quedándonos sólo con la pequeña señal,

$$\tilde{v}_0 Cs = \tilde{i}_g - \frac{\tilde{v}_0}{R} \tag{3.93.}$$

La expresión para la impedancia de salida en lazo abierto para el rectificador trifásico tipo BOOST sin elementos parásitos es.

$$Z_{1/a} = \frac{\tilde{v}_0}{\tilde{i}_g} = \frac{R}{RCs + 1} \tag{3.94.}$$

### 3.3.2.2. Audiosusceptibilidad

Para el cálculo de la audiosusceptibilidad utilizaremos la ecuaciones (3.89.) y sólo debemos conocer la dependencia con la tensión de entrada que sólo tiene término  $d$  ya que está alineada con el marco de referencia móvil,

$$\tilde{v}_0 = \frac{1}{2LC\left(s + \frac{1}{RC}\right)(s^2 + \omega^2) + s(D_d^2 + D_q^2)} \left\{ \tilde{v}_{gd} D_d \left( s + \omega \frac{D_q}{D_d} \right) \right\} \quad (3.95.)$$

reagrupando obtenemos la audiosusceptibilidad en lazo abierto,

$$F_{v/a} = \frac{\tilde{v}_0}{\tilde{v}_{gd}} = \frac{D_d \left( s + \omega \frac{D_q}{D_d} \right)}{2LC\left(s + \frac{1}{RC}\right)(s^2 + \omega^2) + s(D_d^2 + D_q^2)} \quad (3.96.)$$

Tanto la impedancia de salida y como la audiosusceptibilidad calculadas en este capítulo son para el rectificador tipo BOOST pero en lazo abierto. No vamos a entrar más en el estudio del rectificador de tipo BOOST y nos vamos a centrar en el rectificador de tipo BUCK. En [Hiti-95] se puede encontrar también el estudio en pequeña señal de los inversores y además se describe una metodología para medir las funciones de transferencia.

### 3.4. Análisis de moduladores PWM

Para conocer el modelo completo de todo sistema controlado, no solo necesitamos conocer el modelo del subsistema de potencia si no también el modelo del subsistema de control. El subsistema de control incluye todos los circuitos necesarios para el correcto funcionamiento del subsistema de potencia. Además es éste subsistema el que debemos modificar para obtener las características dinámicas y estáticas que deseamos.

En sistemas controlados por la técnica de modulación de anchura de pulso (PWM) tenemos una etapa que es el modulador que convierte la señal analógica de control en una señal modulada en anchura de pulso. Este modulador tiene una respuesta en frecuencia y una función de transferencia que vamos a estudiar. El estudio está motivado por la introducción del uso de moduladores digitales, por lo que queremos conocer las limitaciones de estos moduladores digitales frente a los clásicos de tipo analógico. El uso de moduladores digitales aumentará el desfase con lo que el sistema pierde margen de fase y para obtener un margen de fase equivalente al sistema analógico debemos reducir el ancho de banda.

El estudio más actual y completo lo encontramos en [Hiti-96] donde se hace un análisis comparativo entre los moduladores analógicos y digitales.

Vamos a distinguir cuatro formas distintas de modulación. Por una lado tendremos la modulación de muestreo natural o continuo y por otro la modulación por muestreo uniforme. Es esta última la que se asocia a sistemas digitales. Además podemos distinguir los sistemas modulados por flanco de subida o por flanco de bajada. En la Figura 3.11. se observan estos cuatro tipos de modulación.

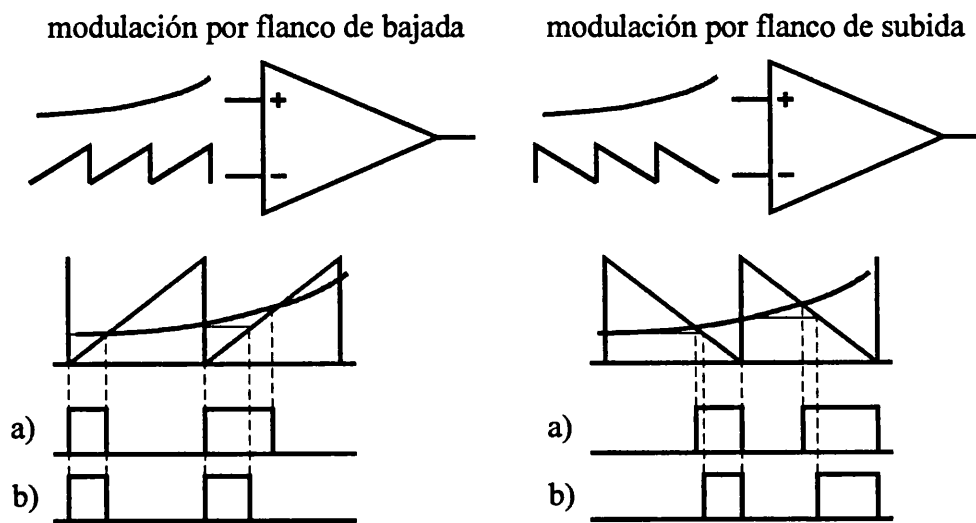


Figura 3.11.: Diferentes tipos de modulación PWM. Distinguimos entre la modulación por flanco de bajado y de subida y dentro de estas a su vez entre a) muestreo natural o continuo y b) muestreo uniforme.

Para obtener las funciones de transferencia en pequeña señal perturbaremos la señal moduladora con una señal periódica de una frecuencia fija y compararemos esta señal con el contenido armónico de la señal modulada a la salida y referida a la frecuencia de entrada.

Si la señal de entrada es,

$$d = D + \tilde{d} = D + d_m \cos(\omega_m t) \tag{3.97.}$$

entonces la componente de la frecuencia  $\omega_m$  de la salida para el muestreo continuo o natural vale,

$$\tilde{s}_{\omega_m} = d_m \cos(\omega_m t) \quad (3.98.)$$

Observamos que la función de transferencia para el modulador natural o continuo tiene como función de transferencia ( $\frac{\tilde{s}}{d}$ ) la unidad siempre que la amplitud del diente de sierra sea la unidad. Si la amplitud no es la unidad, entonces la función de transferencia vienen multiplicada por la inversa de la amplitud del diente de sierra. En nuestro caso particular con amplitud unidad,

$$M(\omega_m) = \frac{\tilde{s}}{d} = 1 \quad (3.99.)$$

Si el muestreo es uniforme, entonces la función de transferencia cambia y distinguiremos además entre la modulación por flanco de subido y por flanco de bajada, lo que antes no representaba ninguna variación en la función de transferencia. Ambas expresiones son según se demuestra en [Hiti-96] y ya se demostró en [Middlebrook-81]:

$$M(\omega_m) = e^{-j2\pi D \frac{\omega_m}{\omega_s}} \quad (3.100.)$$

$$M(\omega_m) = e^{-j2\pi(1-D) \frac{\omega_m}{\omega_s}} \quad (3.101.)$$

La expresión (3.100.) corresponde a la modulación de flanco de bajada y la expresión (3.101.) a la modulación de flanco de subida. Se observa que ambas expresiones sólo introducen retrasos en fase y no modifican la ganancia ya que hemos supuesto amplitud unidad. Si la amplitud no es la unidad entonces volverá a aparecer un factor proporcional a la inversa de la amplitud. Estos retrasos en fase limitan de forma importante el margen de fase que se puede alcanzar, caso de utilizar un control digital como es usual en moduladores PWM para control vectorial.

### 3.4.1. Análisis de moduladores PWM para moduladores de control vectorial

Todas las expresiones obtenidas hasta ahora son para moduladores en un marco de referencia fijo. Para aplicar estos resultados a un modulador de control vectorial, seguiremos el proceso sugerido en [Hiti-96]. Los pasos son los siguientes:

1. Introducir una perturbación en una de las componentes del vector espacial del modulador en el marco de referencia móvil,  $\bar{\mathbf{d}}_{\text{rot}}$ .
2. Realizar la transformación inversa y pasar al marco de referencia fijo, en un instante dado, donde le aplicamos el retraso obtenido para los moduladores PWM generales.
3. Volver al marco de referencia móvil y comparar ambas funciones del modulador, para obtener la función de transferencia.

Para nuestro caso, e. d. el rectificador reductor o tipo BUCK, el vector del modulador es (3.23.). Perturbaremos sus componentes alternativamente. Comenzando con  $d_d$ , obtenemos

$$\bar{\mathbf{d}}_{\text{rot}} = \begin{bmatrix} D_d + \tilde{d}_d \\ D_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_d + d_m \cos(\omega_m t) \\ D_q \end{bmatrix} \quad (3.102.)$$

A continuación pasamos al marco de referencia fijo ( $\alpha$ - $\beta$ ), con lo que obtenemos,

$$\bar{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) \\ \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_d + d_m \cos(\omega_m t) \\ D_q \end{bmatrix} \quad (3.103.)$$

donde



$$\bar{d} = \begin{bmatrix} D_d \cos(\omega t) + d_m \cos(\omega_m t) \cos(\omega t) - D_q \sin(\omega t) \\ D_d \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + d_m \cos(\omega_m t) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) - D_q \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ D_d \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) + d_m \cos(\omega_m t) \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) - D_q \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (3.104.)$$

y

$$\bar{d} = \begin{bmatrix} d_r \\ d_s \\ d_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_r \\ D_s \\ D_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{d}_r \\ \tilde{d}_s \\ \tilde{d}_t \end{bmatrix} \quad (3.105.)$$

Si suponemos que nuestro sistema (es decir nuestro vector espacial de tensión) se encuentra en el sector II y que, para simplificar, la distribución de ciclos de trabajo elegida es la básica (distribución ① del capítulo 2), entonces esto significa que nuestro sistema esta siendo controlado por un modulador por flanco de bajada.

En el sector II la asignación de ciclos de trabajo a interruptores particulares es, según vimos en el capítulo 2:

$$\begin{bmatrix} d_r \\ d_s \\ d_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{pr} - d_{nr} \\ d_{ps} - d_{ns} \\ d_{pt} - d_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_a - 0 \\ d_b - 0 \\ d_0 - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_a \\ d_b \\ -d_a - d_b \end{bmatrix} \quad (3.106.)$$

donde

$$D_a = \sqrt{D_d^2 + D_q^2} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) \quad (3.107.)$$

$$D_b = \sqrt{D_d^2 + D_q^2} \sin(\theta) \quad (3.108.)$$

y además en el sector II

$$\theta = \omega t - \frac{\pi}{6} \quad (3.109.)$$

Aplicaremos ahora el retraso dado por la expresión tanto a  $d_a$  como a  $d_b$ . Si ahora sólo tenemos en cuenta el vector espacial perturbado, el resultado es:

$$\tilde{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} d_m \cos(\omega_m t - D_a \frac{\omega_m}{\omega_s}) \cos(\omega t) \\ d_m \cos(\omega_m t - D_b \frac{\omega_m}{\omega_s}) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ -\tilde{d}_a - \tilde{d}_b \end{bmatrix} \quad (3.110.)$$

Ahora tenemos que hacer la transformación de nuevo al marco de referencia móvil ( $d-q$ ). Para ello aplicaremos la expresión (3.12.).

$$\tilde{\mathbf{d}}_{rot} = \frac{2}{3} \mathbf{T} \tilde{\mathbf{d}} \quad (3.111.)$$

$$\tilde{\mathbf{d}}_{rot} = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -d_m \cos(\omega_m t - D_a \frac{\omega_m}{\omega_s}) \cos(\omega t) \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + d_m \cos(\omega_m t - D_b \frac{\omega_m}{\omega_s}) \sin(\omega t) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ d_m \cos(\omega t) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \left( -\cos(\omega_m t - D_a \frac{\omega_m}{\omega_s}) + \cos(\omega_m t - D_b \frac{\omega_m}{\omega_s}) \right) \end{bmatrix} \quad (3.112.)$$

si ahora comparamos (3.102.) y (3.112.), obtenemos la función de transferencia para las perturbaciones que aparecen en  $d_d$ .

$$\frac{\tilde{d}_d}{\tilde{d}_{d\_ref}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{-\cos(\omega_m t - D_a \frac{\omega_m}{\omega_s}) \cos(\omega t) \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\omega_m t - D_b \frac{\omega_m}{\omega_s}) \sin(\omega t) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})}{\cos(\omega_m t)} \quad (3.113.)$$

$$\frac{\tilde{d}_q}{\tilde{d}_{d\_ref}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\cos(\omega t) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \left( -\cos(\omega_m t - D_a \frac{\omega_m}{\omega_s}) + \cos(\omega_m t - D_b \frac{\omega_m}{\omega_s}) \right)}{\cos(\omega_m t)} \quad (3.114.)$$

si sustituimos (3.107.) y (3.108.) por  $D_a$  y  $D_b$  y (3.109.) por  $\omega t$ , queda

$$\frac{\tilde{d}_d}{\tilde{d}_{d\_ref}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\cos\left(\omega_m t - g \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) \frac{\omega_m}{\omega_s}\right) \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \cos(\theta) + \cos\left(\omega_m t - g \sin(\theta) \frac{\omega_m}{\omega_s}\right) \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \sin(\theta)}{\cos(\omega_m t)} \quad (3.115.)$$

$$\frac{\tilde{d}_q}{\tilde{d}_{d\_ref}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \sin(\theta) \left( -\cos\left(\omega_m t - g \sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) \frac{\omega_m}{\omega_s}\right) + \cos\left(\omega_m t - g \sin(\theta) \frac{\omega_m}{\omega_s}\right) \right)}{\cos(\omega_m t)} \quad (3.116.)$$

con

$$g = \sqrt{D_d^2 + D_q^2} \quad (3.117.)$$

El numerador de la expresión (3.115.) se puede poner de la forma  $A \cdot \cos(\omega_m t + \gamma)$ , donde la amplitud de la función de transferencia y la fase serán  $A$  y  $\gamma$  respectivamente. Si representamos tanto la ganancia como la fase de esta función respecto de la frecuencia de la perturbación,  $f_m$  ( $\omega_m = 2\pi f_m$ ) y  $\theta$ , obtenemos las siguientes figuras.

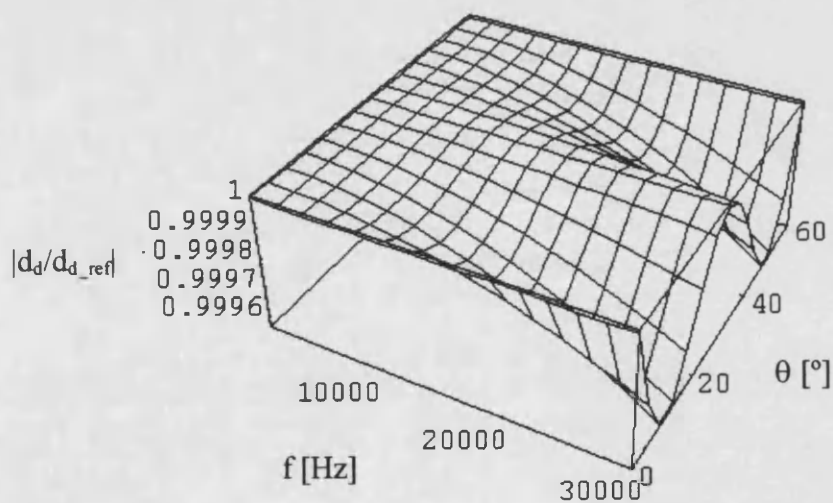


Figura 3.12.: Módulo de  $d_d/d_{d\_ref}$  para el sector II, donde el ángulo  $\theta$  varía entre  $0$  y  $60^\circ$  y la frecuencia de  $100\text{Hz}$  a  $30\text{kHz}$ ;  $g=0.15$ .

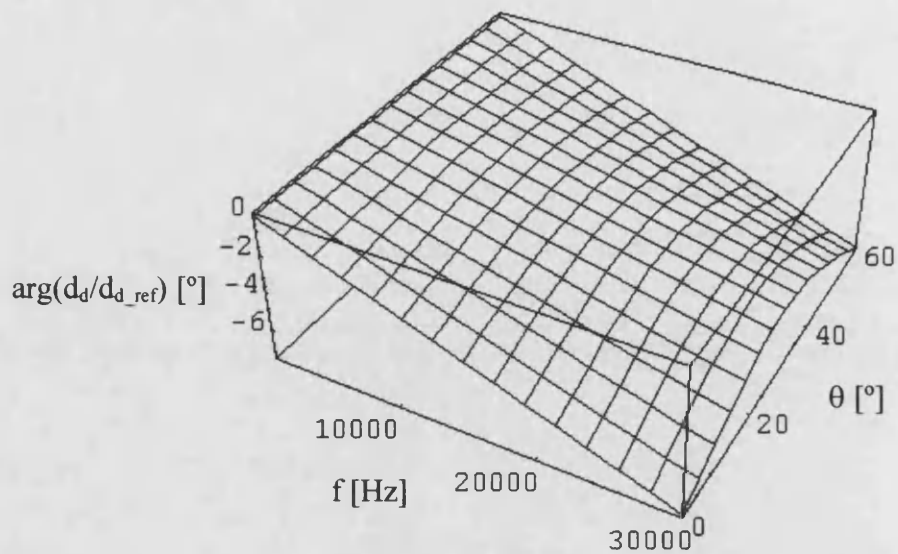


Figura 3.13.: Fase en grados de  $d_d/d_{d\_ref}$  para el sector II, donde el ángulo  $\theta$  varía entre  $0$  y  $60^\circ$  y la frecuencia de  $100\text{Hz}$  a  $30\text{kHz}$ ;  $g=0.15$ .

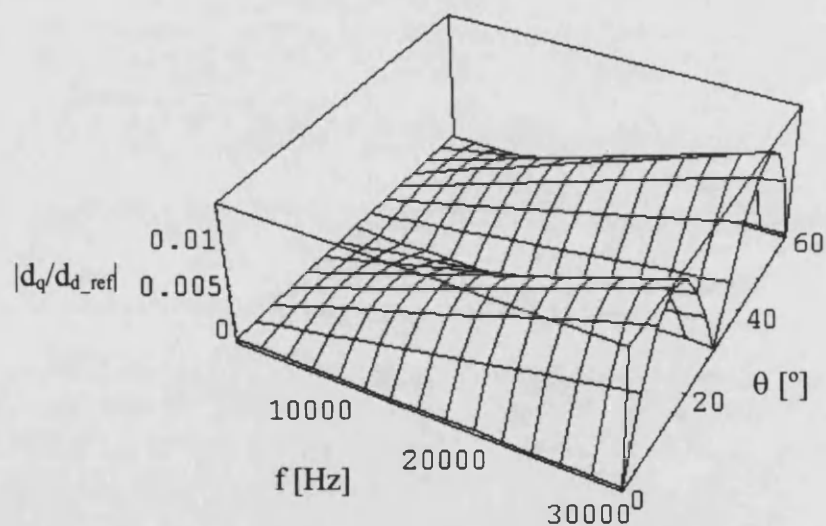


Figura 3.14.: Módulo de  $d_q/d_{d\_ref}$  para el sector II, donde el ángulo  $\theta$  varía entre  $0$  y  $60^\circ$  y la frecuencia de  $100\text{Hz}$  a  $30\text{kHz}$ ,  $g=0.15$ .

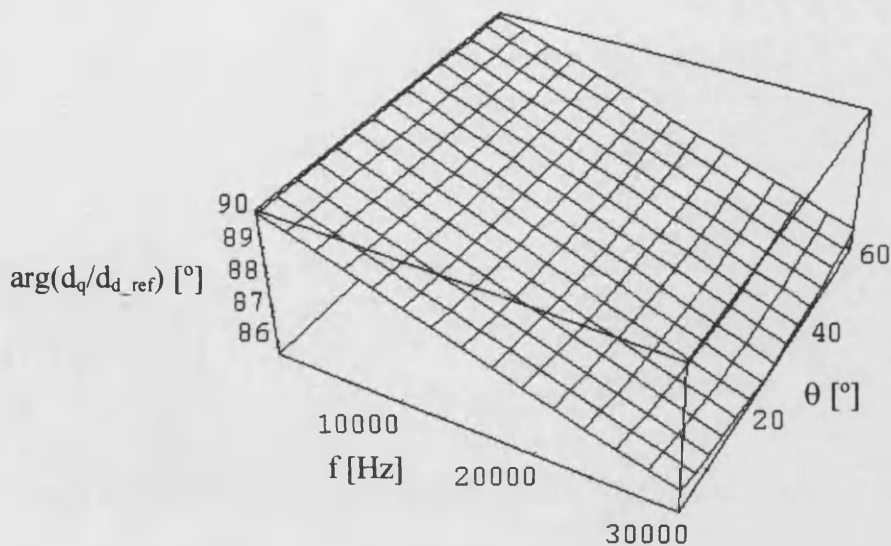


Figura 3.15.: Fase en grados de  $d_q/d_{d\_ref}$  para el sector II, donde el ángulo  $\theta$  varía entre 0 y 60° y la frecuencia de 100Hz a 30kHz,  $g=0.15$ .

Si repetimos el proceso pero perturbando ahora  $d_q$  obtenemos la siguiente, matriz:

$$\tilde{d}_{rot} = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \sin(\omega t) \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \left( d_m \cos(\omega_m t - D_a \frac{\omega_m}{\omega_s}) - d_m \cos(\omega_m t - D_b \frac{\omega_m}{\omega_s}) \right) \\ d_m \cos(\omega_m t - D_a \frac{\omega_m}{\omega_s}) \sin(\omega t) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) - d_m \cos(\omega_m t - D_b \frac{\omega_m}{\omega_s}) \cos(\omega t) \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (3.118.)$$

las funciones de transferencia correspondientes son:

$$\frac{\tilde{d}_d}{\tilde{d}_{q\_ref}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sin(\omega t) \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \left( \cos(\omega_m t - D_a \frac{\omega_m}{\omega_s}) - \cos(\omega_m t - D_b \frac{\omega_m}{\omega_s}) \right)}{\cos(\omega_m t)} \quad (3.119.)$$

$$\frac{\tilde{d}_q}{\tilde{d}_{q\_ref}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\cos(\omega_m t - D_a \frac{\omega_m}{\omega_s}) \sin(\omega t) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) - \cos(\omega_m t - D_b \frac{\omega_m}{\omega_s}) \cos(\omega t) \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})}{\cos(\omega_m t)} \quad (3.120.)$$

y sustituyendo (3.107.) y (3.108.) por  $D_a$  y  $D_b$  y (3.109.) por  $\omega t$ , queda

$$\frac{\tilde{d}_d}{\tilde{d}_{q\_ref}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sin(\theta + \frac{\pi}{6})\cos(\theta) \left( -\cos\left(\omega_m t - g\sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)\frac{\omega_m}{\omega_s}\right) + \cos\left(\omega_m t - g\sin(\theta)\frac{\omega_m}{\omega_s}\right) \right)}{\cos(\omega_m t)} \quad (3.121.)$$

$$\frac{\tilde{d}_q}{\tilde{d}_{q\_ref}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\cos\left(\omega_m t - g\sin\left(\frac{\pi}{3} - \theta\right)\frac{\omega_m}{\omega_s}\right)\sin(\theta + \frac{\pi}{6})\sin(\theta) + \cos\left(\omega_m t - g\sin(\theta)\frac{\omega_m}{\omega_s}\right)\cos(\theta + \frac{\pi}{6})\cos(\theta)}{\cos(\omega_m t)} \quad (3.122.)$$

Las representaciones gráficas de estas dos funciones de transferencia son:

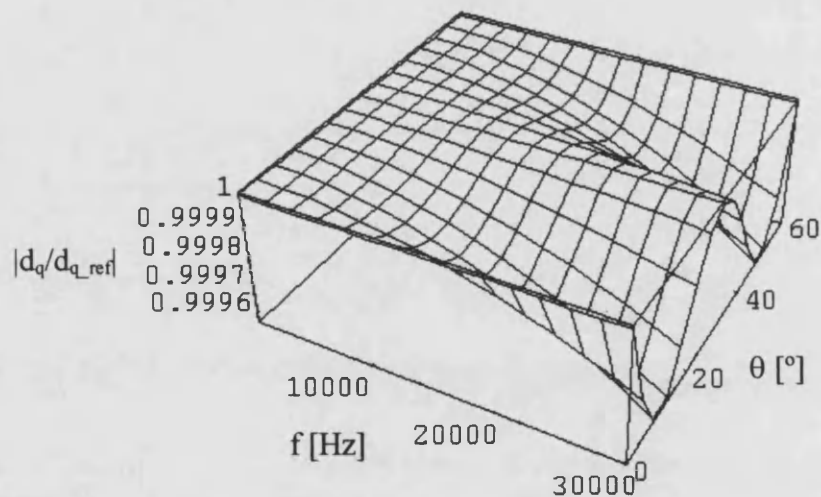


Figura 3.16.: Módulo de  $d_q/d_{q\_ref}$  para el sector II, donde el ángulo  $\theta$  varía entre 0 y 60° y la frecuencia de 100Hz a 30kHz,  $g=0.15$ .

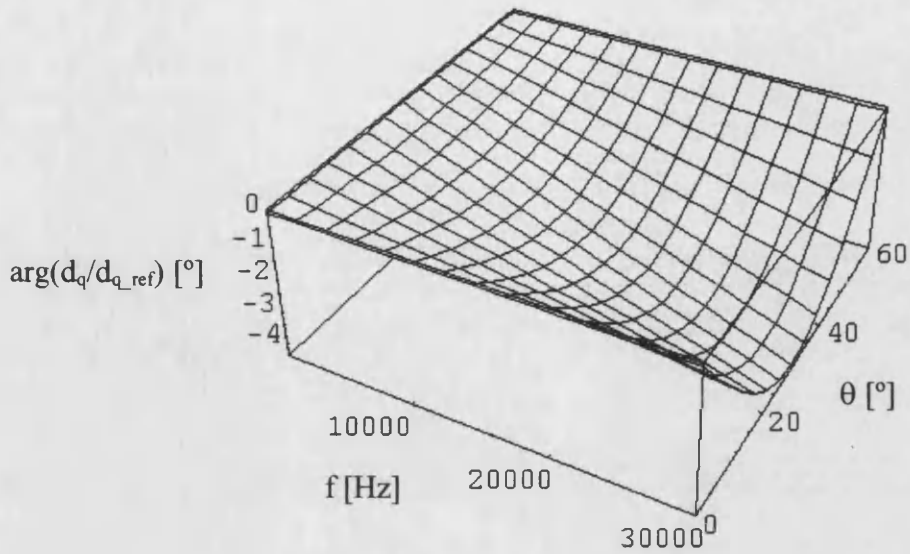


Figura 3.17.: Fase en grados de  $d_q/d_{q\_ref}$  para el sector II, donde el ángulo  $\theta$  varía entre 0 y  $60^\circ$  y la frecuencia de 100Hz a 30kHz,  $g=0.15$ .

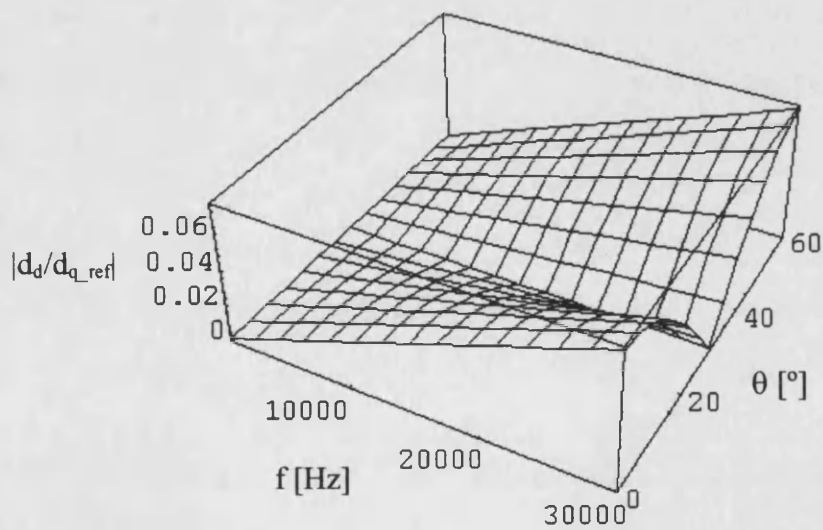


Figura 3.18.: Módulo de  $d_d/d_{d\_ref}$  para el sector II, donde el ángulo  $\theta$  varía entre 0 y  $60^\circ$  y la frecuencia de 100Hz a 30kHz,  $g=0.15$ .

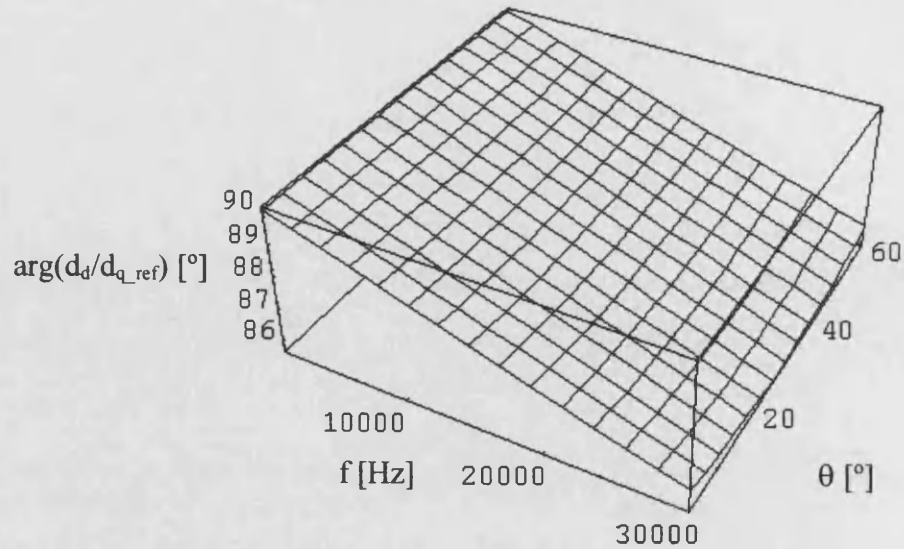


Figura 3.19.: Fase en grados de  $d_d/d_{q\_ref}$  para el sector II, donde el ángulo  $\theta$  varía entre  $0$  y  $60^\circ$  y la frecuencia de  $100\text{Hz}$  a  $30\text{kHz}$ ,  $g=0.15$ .

De ambas matrices  $\tilde{\mathbf{d}}_{rot}$  se observa que aparecen sendas interferencias cruzadas ( $d_d/d_{q\_ref}$  y  $d_q/d_{d\_ref}$ ), pero si observamos las gráficas podemos concluir que su influencia es despreciable, ya que su módulo es casi cero. Por otro lado las funciones de transferencia directas  $d_d/d_{d\_ref}$  y  $d_q/d_{q\_ref}$  tienen un módulo cercano a la unidad. Para el caso de  $d_d/d_{d\_ref}$  podemos despreciar su dependencia con  $\theta$ , mientras que para el caso de  $d_q/d_{q\_ref}$ , la dependencia con  $\theta$  nos muestra que esta función de transferencia tiene una dependencia temporal. Para  $d_d/d_{d\_ref}$  se puede suponer que la función de transferencia del sistema con un modulador muestreado con control vectorial se ve modificada sólo por un retraso igual que en un modulador muestreado normal, es decir:

$$\frac{\tilde{\mathbf{d}}_d}{\tilde{\mathbf{d}}_{d\_ref}} \approx e^{\left(-j2\pi D_d \frac{\omega_m}{\omega_s}\right)} \tag{3.123.}$$

Si tenemos en cuenta que la tensión de salida sólo se controlará con  $D_d$  (3.40.), se concluye que el control del rectificador tipo BUCK es igual que el de un convertidor BUCK DC-DC con muestreo uniforme, salvo en el control de  $D_q$  que nos sirve para corregir el factor de desplazamiento de nuestro sistema.



### 3.5. Conclusión

Hemos obtenido los modelos de pequeña señal tanto del rectificador trifásico tipo BUCK como del rectificador trifásico tipo BOOST. El resultado nos ha demostrado que gracias al cambio de marco de referencia los modelos obtenidos son muy parecidos a los convertidores BUCK y BOOST DC-DC. Para el caso del rectificador tipo BOOST sí que se han encontrado diferencias más importantes con el convertidor DC-DC equivalente y que además implican una dificultad añadida en el control de dicho rectificador debido a la aparición de términos cruzados. El modelo del rectificador tipo BUCK ha demostrado ser casi igual que el de su homónimo DC-DC y por tanto necesita un control más simple.

También se ha hecho un análisis de los moduladores PWM que se utilizan en un rectificador trifásico y se ha particularizado para el caso del rectificador BUCK. Se ha podido comprobar que para el modulador trifásico aparecen términos cruzados, pero que son despreciables, por lo que es una buena aproximación el utilizar el modelo del modulador PWM clásico.

### 3.6. Bibliografía

[Hiti-94] S. Hiti, V. Vlatkovic, D. Boroyevic, F.C. Lee, "A New Control Algorithm for Three-Phase PWM BUCK Rectifier with Input Filter Displacement Factor Compensation", IEEE Trans. on Power Electronics, vol.9, nº2, 1994, pp.173-180.

[Hiti-95] S. Hiti, "Modeling and Control of Three-Phase PWM Converters", Ph.D. Dissertation, Virginia Power Electronics Center, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, U.S.A., Julio 1995.

[Hiti-96] S. Hiti, D. Boroyevic, "Small-Signal Modeling of Three-Phase PWM Modulators", Proc. of IEEE PESC, 1996, pp.550-555.

[Mao-96] H. Mao, D. Boroyevic, A. Ravindra, F.C. Lee, "Analysis and Design of High Frequency Three-Phase Boost Rectifiers", Proc. of IEEE APEC, 1996, pp.538-544.

- [Middlebrook-81] R.D. Middlebrook, “ Predicting modulator phase lag in PWM converter feedback loops”, Proc. of POWERCON 8, H-4, pp.1-8, 1981.
- [Ngo-84] Khai Doan The Ngo, “Topology and Analysis in PWM Inversion, Rectification and Cycloconversion”, Ph.D. Dissertation, Power Electronics Group, California Institute of Technology, Division of Engineering and Applied Science, Pasadena, California, U.S.A., Mayo 1984.
- [Rim-90] C.T. Rim, D. Y. Hu, G.H. Cho, “Transformers as Equivalent Circuits for Switches: General Proofs and D-Q Transformation-Based Analyses”, IEEE Trans. on Industry Applications, vol.26, n°4, July/August 1990, pp.777-785.
- [Sanchis-93] E. Sanchis Kilders, “Estudio comparativo del control en modo corriente y el control en modo tensión para un convertor BUCK con elementos parásitos”, Tesis de Licenciatura, Dpto. de Informática y Electrónica, Universitat de València, Diciembre, 1993.
- [Sanders-91] S.R. Sanders, M. Noworolski, X.Z. Liu, G.C. Verghese, “Generalized Averaging, Method for Power Conversion Circuits”, IEEE Trans. on Power Electronics, vol.6, n°2, April 1991, pp.251-259.
- [Wang-92] X. Wang, B.T. Ooi, “Real-Time Multi-DSP Control of Three Phase Current-Source Unity Power Factor PWM Rectifier”, Proc. of IEEE PESC, 1992, pp.1376-1383.

## **4. Diseño del rectificador trifásico con estructura BUCK**

### **4.1. Introducción**

En este capítulo vamos a describir el diseño del prototipo experimental. La estructura elegida es de tipo BUCK y el control es control vectorial implementado mediante un DSP. La estructura del control elegida es una estructura que hemos llamado híbrida, ya que combina el control digital con el analógico. El control digital lo hemos realizado mediante un DSP para tener la máxima velocidad de proceso y las redes de realimentación se han implementado con operacionales analógicos. Esta implementación nos ha permitido obtener el máximo rendimiento del control digital.

Al utilizar un circuito analógico para los circuitos compensadores se ha podido añadir un lazo de corriente y hemos aplicado “Conductance Control”, ampliamente utilizada en aplicaciones espaciales. Este tipo de control mejora las características dinámicas del rectificador y lo transforma en una fuente de corriente controlada por tensión. Al añadir este lazo adicional de corriente al lazo de tensión, nos beneficiamos de todas las ventajas existentes en lazos de corriente, como son un sistema más estable, debido a que el retraso de fase se reduce a  $90^\circ$  (el inductor se convierte en fuente de corriente controlada por tensión), un rechazo mucho mayor al ruido de la entrada, la posibilidad de poner múltiples unidades en paralelo sin tener problemas de compartir la corriente de carga y la limitación de corriente y por tanto la protección contra sobrecorriente inherente al sistema. Además la simplicidad del diseño del control al aplicar “Conductance control” es mucho mayor que para un control por tensión. La realización de un lazo de corriente adicional en control digital es mucho más complicada debido al retraso que se produce al muestrear [Hiti-94]. Este retraso no es tan acusado si la parte de compensación está implementada de forma analógica como hacemos nosotros. En [Wang-92] también se describe un control totalmente digital, pero para obtener un comportamiento dinámico aceptable se utilizan 2 DSPs.

En [Majed-92] también se describe un circuito práctico para un rectificador y su control, aunque el control no es vectorial si no senoide. Para corregir el factor de potencia se desplaza el puntero de lectura de una tabla. Este método es parecido al utilizado por nosotros. En nuestro caso el control está sincronizado con la tensión  $V_R$  y la corriente estará automáticamente en fase con esta tensión. Para corregir el factor de potencia sincronizaremos nuestro programa con un vector  $V_R$  ficticio que se desplaza mediante un circuito auxiliar basado en un lazo de seguimiento de fase, PLL.

Por último, la necesidad de un filtro de entrada para filtrar el ruido de conmutación debido a que en los rectificadores de tipo BUCK la corriente de entrada es pulsante, nos llevó al estudio del sistema aplicando la técnica clásica de los convertidores DC-DC. El diseño se simplificó debido al uso de “Conductance control” y como se demuestra en [Perol-91] se puede diseñar un buen filtro de entrada de forma más sencilla. El filtro de entrada es muy importante ya que se utiliza la tensión de  $V_R$  para sincronizar nuestro control, por lo que esta sincronía debe estar libre de ruido para funcionar correctamente. El problema de un filtro de entrada de grande es la degradación del factor de desplazamiento del sistema.

La estructura elegida para nuestro rectificador reductor es una estructura tipo BUCK y controlada por control vectorial y con “Conductance control”, es decir tiene un lazo de realimentación de corriente además del lazo de tensión. La Figura 4.1. muestra el diagrama de bloques del circuito de potencia con su control. La etapa digital está formada por múltiples integrados aunque en la figura lo hayamos integrado todo en un solo bloque. La etapa analógica está formada por amplificadores operacionales. En la figura no se muestran las redes de realimentación, que se diseñarán más adelante. Los interruptores de potencia tendrán cada uno de ellos su red de ayuda a la conmutación que tampoco se muestran en el diagrama de bloques por simplicidad. Los circuitos completos se encuentran en el Anexo 3.

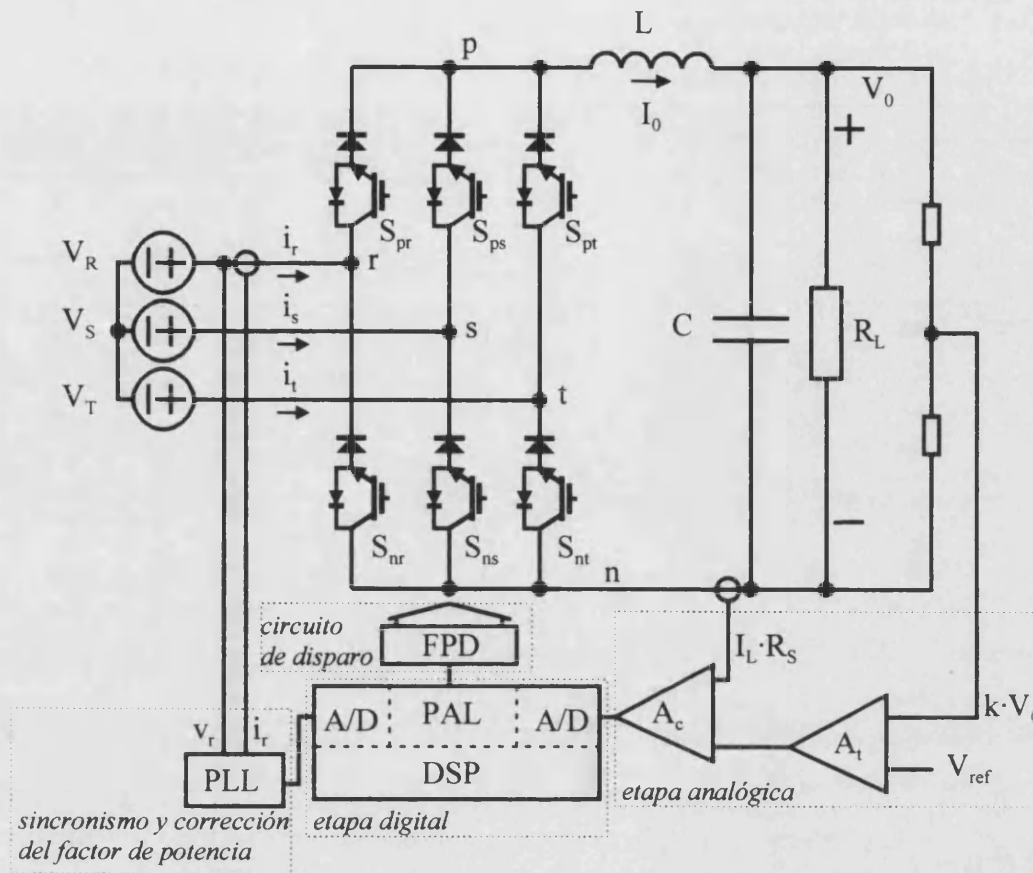


Figura 4.1.: Diagrama de bloques del rectificador BUCK con su control.

## 4.2. Etapa de potencia: Diseño del control por conductancia

A continuación vamos a describir el diseño de la etapa de potencia. Al haber introducido en el control de este rectificador tipo BUCK el “Conductance control” hemos utilizado la misma técnica de diseño que se utiliza para diseñar este tipo de control en la Agencia Espacial Europea. El diseño se describe en [O’Sullivan-89] y simplifica el convertidor BUCK convirtiéndolo en una fuente de corriente controlada por tensión. Las únicas diferencias a tener en cuenta es que al estar manejando un rectificador trifásico la función de transferencia es algo diferente.

Dadas las especificaciones,

Especificaciones	
$V_{RMS}$	220V (+10%, -15%) $V_{max}=342V, V_{min}=264V$
$V_0$	50V
$P_{0max}$	1kW
$f_s$	30kHz
$V_{ref}$	4.3V

Tabla 4.1.: Especificaciones.

Calcularemos la inductancia de salida, fijando el rizado de corriente en un 10% de  $I_0$ , es decir  $\Delta I = 2A$ . Este valor de rizado permite tener un amplio margen de carga sin entrar en modo discontinuo, lo que debemos evitar para no desestabilizar el lazo de control. El caso más desfavorable para mantener el rizado propuesto es para  $\varphi = 0^\circ$ , donde  $\varphi$  es el desfase existente entre la tensión y la corriente promedio de entrada del rectificador (sin filtro de entrada). Para diseñar la bobina tendremos en cuenta el rizado de corriente de un convertidor BUCK DC-DC

$$L = \frac{V_0 t_{off}}{\Delta I} = \frac{V_0(1-D)}{f_s \Delta I} \quad (4.1.)$$

Como el tiempo muerto  $(1-D)$  es equivalente a  $(1-g)$  y ya vimos que  $D_d = g \cos\varphi$ , entonces sustituyendo  $D$  y aplicando la función de transferencia DC obtenida en el capítulo anterior deducimos la expresión (4.2.) donde aparece el  $\cos\varphi$  en la expresión de  $L$ .

$$L \geq \frac{V_0^2 \left( 1 - \frac{2V_0}{3V_{max} \cos\varphi} \right)}{f_s P_0 \frac{\Delta I}{I_{0max}}} = 752\mu H \quad (4.2.)$$

Elegimos

$$L=940\mu H$$

Con un valor de  $L$  sobredimensionado conseguimos reducir todavía más el rizado de salida y así podemos reducir aún más la carga mínima alcanzable sin que entremos en modo

discontinuo. Para la deducción de (4.2.) no hemos tenido en cuenta que el tiempo muerto es de  $d_0/2$  como máximo al estar repartido entre los dos ciclos de trabajo de ON  $d_a$  y  $d_b$ . Esto reduce el rizado de corriente del inductor en la realidad a la mitad.

El diseño para el caso analógico, [O'Sullivan-89], se hace conociendo la amplitud de la rampa, que en nuestro caso se corresponde con el margen de tensión que admite el convertidor A/D ( $V_{A/D}=10V$ ), la resistencia de sensado ( $R_s=0.34\Omega$ ), y la tensión de referencia ( $V_{ref}=4.3V$ ), entonces se puede calcular la ganancia del amplificador del lazo de corriente ( $A_c$ ), la frecuencia de corte del lazo de corriente ( $f_c$ ) (por tanto su ancho de banda), y así la conductancia de la fuente de corriente equivalente ( $G$ ). Pero en nuestro caso al estar utilizando control digital tenemos un desfase muy importante debido al retraso producido por el DSP. Es por tanto conveniente realizar el diseño alterando ligeramente el orden. El diseño analógico se basa en el hecho de que el sistema es de primer orden al cerrar el lazo de corriente por lo que la fase es de  $90^\circ$  y siempre será estable. En realidad existe la limitación del rizado de la corriente sensada que para que no genere inestabilidades debe tener una pendiente menor que la del diente de sierra. Con esta restricción se puede determinar la ganancia máxima del amplificador del lazo de corriente y a partir de ahí la frecuencia de corte del lazo de corriente que llega a ser de  $f_s/\pi$ . Al existir retraso digital en nuestro lazo de realimentación la fase cae de forma lineal y no se mantiene en  $90^\circ$ . Debemos pues fijar antes la frecuencia de corte máxima teniendo en cuenta ese retraso. Si limitamos, por ejemplo, el retraso a un máximo de  $25^\circ$  (de forma que el margen de fase máximo sea  $MF = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ ), esto ya nos limita la máxima frecuencia de corte a  $f_c=2kHz$  (ver (4.3.)). El margen de fase de  $65^\circ$  es aceptable teniendo en cuenta que en la realidad aún será algo menor. A partir de ahí se puede determinar fácilmente la ganancia del amplificador del lazo de corriente.

Por tanto si  $MF = 65^\circ$ , entonces la degradación de fase permitida es de  $25^\circ$ , y teniendo en cuenta que la degradación de fase debida al control digital es  $360^\circ \frac{f}{f_s}$ ,

$$f_{cmax} = \frac{90^\circ - MF}{360^\circ} f_s = 2.1kHz \quad (4.3.)$$

y a partir de aquí

$$A_c = \frac{2\omega_{cmax} L V_{A/D}}{3V_{min} R_s} = 0.9 \quad (4.4.)$$

La conductancia de la fuente de corriente es,

$$G = \frac{1}{R_s} = 2.94S \quad (4.5.)$$

La impedancia de salida máxima permitida, si suponemos un rizado de salida del 1% para un salto de carga en la salida del 30% de la corriente máxima es,

$$Z_o = 0.033 \frac{V_o^2}{P_{0max}} = 82.5m\Omega \quad (4.6.)$$

Definiendo la constante del divisor K como,

$$K = \frac{V_{ref}}{V_o} = 0.086 \quad (4.7.)$$

la ganancia del amplificador de tensión,  $A_t$ , vale,

$$A_t = \frac{1}{KZ_oG} = 48 \quad (4.8.)$$

Por último fijaremos el ancho de banda de todo el rectificador que coincide con el ancho de banda del lazo de tensión y a partir de este valor podremos calcular el valor de la capacidad de salida. Generalmente se debe fijar el ancho de banda una década por debajo del ancho de banda de la fuente de corriente para que no le afecte la degradación de fase y el lazo de tensión vea efectivamente que controla una fuente de corriente, lo que en nuestro caso significa que el ancho de banda queda reducido a  $f_{ct} = 200Hz$ . Nosotros hemos diseñado el lazo de tensión para un frecuencia algo superior  $f_{ct} = 400Hz$  y para este valor hemos calculado la capacidad de salida. A continuación hemos modificado la ganancia del amplificador de tensión de forma experimental, aumentándola y así obteniendo un ancho de banda todavía mayor.



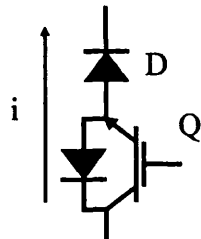
Para  $f_{ct} = 400\text{Hz}$

$$C_0 = \frac{KA_t G}{\omega_{ct}} = 4.82\text{mF} \quad (4.9.)$$

En nuestro caso tomamos  $C_0 = 5.25\text{mF}$ , aumentamos  $A_t = 62$ , y alcanzamos un ancho de banda de forma experimental de  $f_{ct} = 1.3\text{kHz}$  con un margen de fase de  $69^\circ$ . Los resultados los presentamos en el capítulo dedicado a los resultados experimentales.

#### 4.2.1. Diseño de los elementos semiconductores

Para el diseño de los interruptores tenemos que conocer la máxima tensión que van a bloquear y la máxima corriente que va a pasar por ellos. Hay que tener en cuenta que los interruptores son mixtos y están compuestos por un diodo en serie con un IGBT debido a que el interruptor requerido es un interruptor unidireccional en corriente y que bloquee tensión de ambas polaridades. La selección de un dispositivo bipolar se hace ineludible debido a que deben soportar alta tensión y conducir alta corriente. Estas características no las podemos encontrar en un transistor de tipo MOSFET.



*Figura 4.2.: Interruptor utilizado en el rectificador trifásico de tipo BUCK. Está compuesto por un IGBT y un diodo en serie.*

La corriente que tienen que soportar es igual a la corriente de carga ya que tanto durante el tiempo muerto como durante cualquier otro intervalo la corriente de salida circula por una de las ramas del puente.

$$I_{\max} = I_0 + \frac{\Delta I_L}{2} = 20.8\text{A} \quad (4.10.)$$

El rizado se ha calculado para el peor de los casos que es para  $\varphi = 0^\circ$  y sin tener en cuenta que el tiempo muerto se divide en dos partes lo que reduce el rizado a la mitad. Su expresión es,

$$\Delta I_L = \frac{V_o \left(1 - \frac{D_d}{\cos \varphi}\right)}{L f_s} = 1.58 \text{A} \quad (4.11.)$$

Por otro lado, la máxima tensión que soportan es igual a la tensión de entrada, que vale

$$V_{\max} = \sqrt{6} V_{\text{RMSmax}} = 593 \text{V} \quad (4.12.)$$

Dependiendo de la polaridad, la tensión la soportarán los diodos o los IGBTs, por lo que ambos tendrán que soportar esta tensión. Esto tampoco incluye picos de tensión que se puedan producir por la conmutación de la corriente de salida máxima  $I_0=20\text{A}$  (que se producen), por lo que es muy conveniente utilizar dispositivos de alta tensión de ruptura. Se eligieron unos dispositivos algo sobredimensionados para tener un buen margen de seguridad.

**D:** HFA32PA120C de International Rectifier

$$I_F = 2 \times 16 \text{A}$$

$$V_R = 1200 \text{V}$$

$$t_{rr \text{ typ}} = 30 \text{ns}$$

**IGBT:** MG50Q2YS40 de Toshiba

$$I_C = 50 \text{A}$$

$$V_{\text{CES}} = 1200 \text{V}$$

$$t_{r \text{ typ}} = 0.3 \mu\text{s}$$

$$t_{\text{on typ}} = 0.2 \mu\text{s}$$

$$t_{f \text{ typ}} = 0.2 \mu\text{s}$$

$$t_{\text{off typ}} = 0.8 \mu\text{s}$$

Aunque el diodo es muy rápido el IGBT no lo es tanto al ser de tecnología bipolar. Los IGBTs no tienen problemas de manejar altas corriente, pero el valor de estas corriente disminuye si son conmutadas y la frecuencia de conmutación aumenta. Por tanto al estar

conmutando nuestros IGBTs a 30kHz, frecuencia bastante alta para ellos, es muy conveniente el sobredimensionarlos en corriente para no sobrecalentarlos. Para proteger los dispositivos contra sobretensiones se han añadido una red RC, tanto a los diodos como a los IGBTs. En la literatura se pueden encontrar multitud de reglas de diseño, pero la experiencia demuestra, que el ajuste final debe hacerse de forma experimental. Siguiendo el método sugerido en [Mohan-89],

$$C_s = \frac{I_0 t_f}{2V_{\max}} = 3.5\text{nF} \quad (4.13.)$$

$$R_s = \frac{t_{\text{on}}}{2.3C_s} = 125\Omega \quad (4.14.)$$

donde  $t_{\text{on}} = 1\mu\text{s}$ , y

$$P_{R_s} = \frac{1}{2} C_s V_{\max}^2 f_s = 18.9\text{W} \quad (4.15.)$$

En la práctica se han reducido algo estos valores, lo que resulta en menos pérdidas en la red de ayuda de conmutación, aunque algo más de estrés en el componente,  $C_s = 1\text{nF}$  y  $R_s = 82\Omega$ . Para el diodo, la red se ha tomado del mismo valor para así equilibrar el reparto de tensiones cuando ésta se tiene que repartir entre el diodo y el IGBT durante las transiciones.

### 4.3. El control híbrido

La aplicación del control vectorial implica el uso de control digital por la necesidad de potencia de cálculo para hacer los cambios de marco de referencia y manejo de todas las variables. El uso del control digital lleva consigo el retraso que generan los moduladores digitales por el mero de hecho de muestrear de forma uniforme.

Por otra parte la flexibilidad del control digital, implementado por microprocesador (en nuestro caso mediante DSP) significa que se pueden programar todos los PIDs. En nuestro caso esto resultó imposible, debido a que nuestro sistema funciona en tiempo real lo que

significa que debemos responder en el mínimo tiempo posible a las variaciones del sistema. Si todo el control está programado en el microprocesador, el programa se convierte en muy largo lo que reduce el tiempo de respuesta y por tanto la frecuencia de conmutación. Para poder aumentar el tiempo de respuesta, y en su caso la frecuencia de conmutación, hemos intentado reducir al máximo la carga para el microprocesador. Una forma de hacerlo ha sido la de aplicar un control que hemos llamado híbrido. El DSP sólo se ha utilizado como modulador y para hacer el cambio de marco de referencia, mientras que los PID se han implementado de forma clásica con operacionales. Un convertidor A/D transforma la señal de salida del operacional a una señal digital y es esta señal la que se compara de forma digital con un temporizador para obtener y generar el ciclo de trabajo requerido. Esta forma de proceder nos permite aumentar la velocidad de proceso (hay menos datos que procesar) y así hemos sido capaces de implementar un segundo lazo de control. Tenemos por tanto un lazo de tensión y otro interno de corriente.

El esquema del control se muestra en la Figura 4.3., donde la señal de sincronismo representa la señal necesaria para sincronizar la rutina con la frecuencia de red.

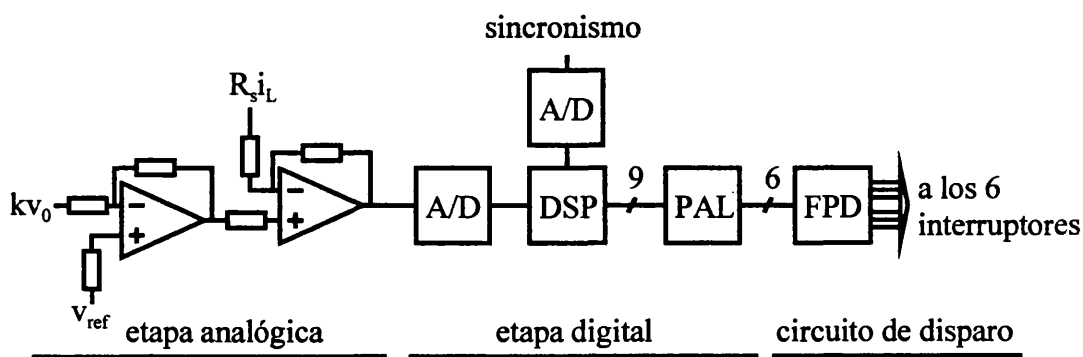


Figura 4.3.: Diagrama de bloques del control. Se distinguen tres etapas: la etapa analógica, la etapa digital con el convertidor A/D, el DSP y una PAL, y los circuitos de disparo con los FPD (Fet Pulse Drive).

### 4.3.1. Etapa analógica

Esta etapa corresponde a los amplificadores operacionales que implementan los PID del lazo de realimentación. El diseño de los amplificadores operacionales es igual al utilizado en el diseño del lazo de control con “Conductance control” de un convertidor BUCK DC-DC

[O'Sullivan-89]. El diseño modificado descrito se puede aplicar al rectificador trifásico reductor, ya que como hemos visto sus funciones de transferencia son las mismas en el marco de referencia móvil. Las modificaciones hechas, son tener en cuenta la función de transferencia en régimen estático, que es algo distinta y la degradación de fase que se produce debido al muestreo. Esto significa que la técnica de diseño descrita en [O'Sullivan-89] y en [Sanchis-93] debe modificarse ligeramente.

El ancho de banda del lazo de corriente es según el método de diseño clásico igual a,

$$f_c = \frac{f_s}{2\pi} \quad (4.16.)$$

donde si  $f_s = 30\text{kHz}$ , entonces

$$f_c = 4.8\text{kHz} \quad (4.17.)$$

Este ancho de banda se obtendrá sólo si el sistema de control es analógico<sup>3</sup> y si por tanto no tenemos una degradación de fase, como es nuestro caso. Como nosotros tenemos una degradación de fase debido al muestreo, tendremos que reducir el ancho de banda de la fuente de corriente. El ancho de banda de la fuente de corriente es un dato a conocer para diseñar a continuación el lazo de tensión.

Según se demostró en el capítulo anterior el retraso debido a un modulador PWM muestreado es proporcional al ciclo de trabajo si es de tipo flanco de bajada. La expresión teniendo en cuenta la amplitud del diente de sierra, es:

$$\frac{\tilde{s}}{\tilde{d}_d} = \frac{e^{-j2\pi D_d \frac{f}{f_s}}}{V_{DS}} \quad (4.18.)$$

---

<sup>3</sup> Recordemos que el ancho de banda del lazo de corriente se puede duplicar para el caso de utilizar "Conductance control" si el diente de sierra que se utiliza para comparar con la referencia es una onda triangular, como se demuestra en [O'Sullivan-89]. En nuestro caso no podemos suponer una onda triangular si no en forma de diente de sierra, ya que el DSP da en su salida PWM, primero el tiempo de ON y después el de OFF, y no centrado. Por tanto es como si comparásemos con un diente de sierra de flanco de bajada.

donde  $V_{DS}$  es la amplitud del diente de sierra y en nuestro caso el margen de tensión que es capaz de detectar nuestro A/D ( $V_{DS}=V_{A/D}$ ).

Debemos tener en cuenta a su vez que el retraso se ve aumentado en un ciclo de reloj debido a que nuestro programa calcula los ciclos de trabajo, pero no los aplica a su salida hasta el siguiente ciclo de reloj. La función de transferencia del modulador será por tanto:

$$\frac{\tilde{s}}{d_d} = \frac{e^{-j2\pi(1+D_d)\frac{f}{f_s}}}{V_{DS}} \quad (4.19.)$$

Si representamos la respuesta en frecuencia de la función de transferencia en lazo abierto del lazo de corriente utilizando las funciones de transferencia obtenidas en el capítulo anterior y en [Sanchis-93] para el diseño real, obtenemos:

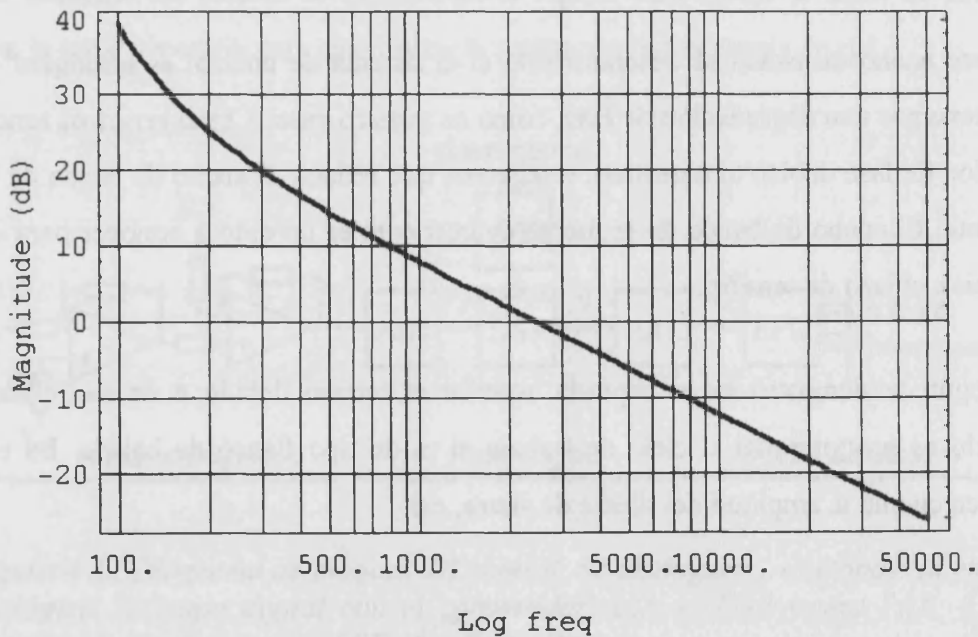


Figura 4.4.: Magnitud del diagrama de Bode de la función de transferencia en lazo abierto del lazo de corriente del rectificador tipo BUCK. Debido a la degradación de fase que se observa en la siguiente figura el ancho de banda se limita a unos 2kHz, Ancho de banda = 2.2kHz.

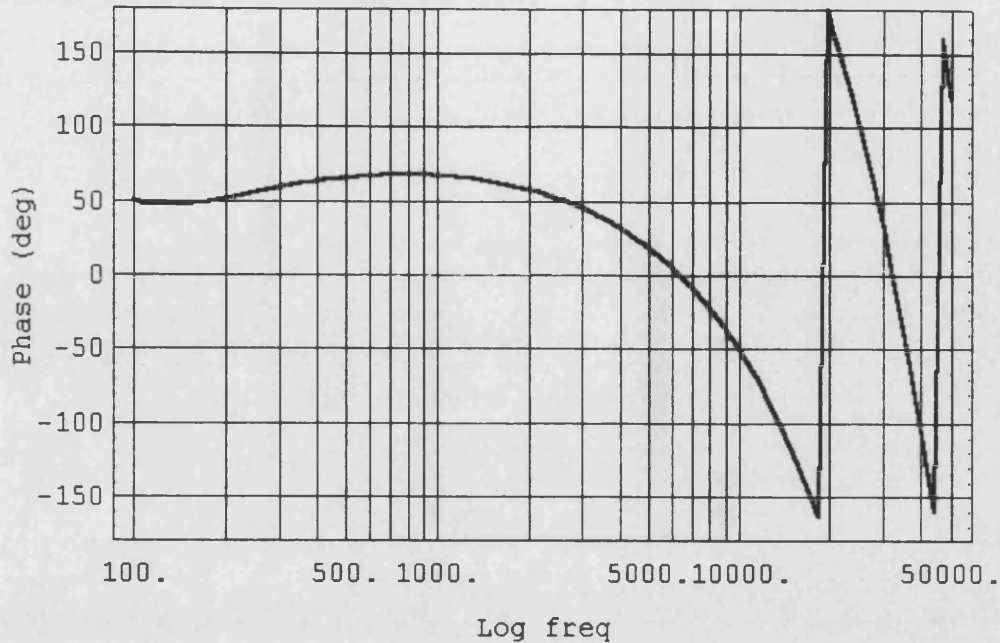


Figura 4.5.: Fase del diagrama de Bode de la función de transferencia en lazo abierto del lazo de corriente del rectificador tipo BUCK. Obsérvese la degradación de fase debido al muestreo, Margen de fase = 55°.

Observamos como la degradación de fase debida al muestreo digital es muy importante (cae de forma exponencial) y nos obliga a cerrar el lazo a 2kHz, reduciendo así el ancho de banda que podríamos obtener caso de utilizar un modulador analógico.

El retraso nos obliga a reducir el ancho de banda máximo a la mitad para obtener un margen de fase de  $MF = 56^\circ$ .

Los amplificadores operacionales de compensación utilizados y sus redes de realimentación se muestran en la Figura 4.6. Los operacionales que se han utilizado no son de alta velocidad debido a que la frecuencia de conmutación es de  $f_s = 30\text{kHz}$ .

Para el diseño de las redes de realimentación tendremos en cuenta la ganancia proporcional ( $A_c$  y  $A_t$ ) que hemos obtenido del diseño de la etapa de potencia. Para el amplificador de corriente fijamos  $R_{ic} = 10\text{k}\Omega$ , por lo que la realimentación vale:

$$R_{fc} = R_{ic} A_c = 9.1\text{k}\Omega \quad (4.20.)$$

y el condensador del integrador lo colocamos una década por debajo de la frecuencia de corte del lazo de corriente ( $f_c = 2\text{kHz}$ ), y entonces:

$$C_{fc} = \frac{1}{2\pi \frac{f_c}{10} R_{fc}} = 87\text{nF} \tag{4.21.}$$

De la misma manera para el amplificador de tensión, donde hay que tener en cuenta que la resistencia es el paralelo de las resistencias del divisor,

$$R_{ft} = R_{it} \quad A_t = R_1 || R_2 \quad A_t = 44\text{k}\Omega \tag{4.22.}$$

y el condensador lo colocamos una década por debajo de la frecuencia de corte total del sistema ( $f_{ct} = 400\text{Hz}$ ),

$$C_{ft} = \frac{1}{2\pi \frac{f_{ct}}{10} R_{ft}} = 90\text{nF} \tag{4.23.}$$

El ajuste final del lazo de tensión se ha hecho de forma experimental aumentando algo la ganancia proporcional del amplificador y así obteniendo un mayor ancho de banda. El integrador también se ha modificado acorde con la nueva frecuencia de corte alcanzada. Hemos llegado a  $f_{ct} = 1.3\text{kHz}$ .

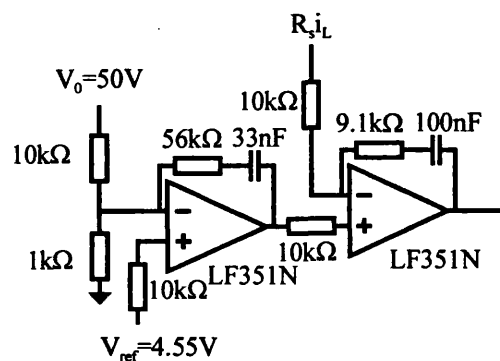


Figura 4.6.: Circuito de realimentación analógico con ambos operacionales con las redes de realimentación utilizadas. El lazo de corriente se cierra por  $R_s i_L$ .  $R_s$  es la resistencia de sensado e  $i_L$  la corriente de la bobina que sensamos.



El sensor de corriente utilizado se ha basado en un espejo de corriente realimentado y muy utilizado en los circuitos de aplicaciones espaciales. Su esquema y sus expresiones de diseño se pueden encontrar en el Anexo 1.

### 4.3.2. Etapa digital

La etapa digital es la más crítica del control. Esto es debido a que la velocidad de conmutación máxima que se puede alcanzar depende de la velocidad de proceso del procesador. Debido a que se buscaba una velocidad de proceso alta se ha utilizado un DSP para controlar el rectificador, pero no hay que olvidar que la máxima velocidad de proceso estaba limitada por el uso de IGBTs como interruptores de conmutación. Para alcanzar una velocidad de proceso alta se han tenido que minimizar los cálculos que debe realizar el DSP para así conmutar a mayor velocidad. Esta ha sido la razón por la que se controla el factor de potencia con un lazo diferente. Si la corrección del factor de potencia la hacemos con el DSP entonces la velocidad de proceso no es suficiente para un ciclo de reloj de 25MHz y la frecuencia de conmutación se reduce por debajo de los  $f_s = 30\text{kHz}$  que se buscaban.

La etapa digital está compuesta por el DSP propiamente dicho con una velocidad de proceso de 25MHz, dos convertidores analógico-digitales y un circuito PAL para distribuir las señales digitales a cada uno de los seis IGBTs.

El DSP está insertado en una placa de desarrollo comercial que ya incluye el DSP ambos A/D y permite programar el DSP desde un ordenador personal. Aunque la placa de desarrollo tiene 4 convertidores analógico-digitales, utilizamos los dos convertidores de 8 bits de tipo "half-flash", que tienen un retraso de conversión de aproximadamente  $1\ \mu\text{s}$ . Los otros dos convertidores disponibles son de 12bits, por tanto tienen más precisión pero su retraso es de  $8\ \mu\text{s}$  y por tanto mayor.

El DSP es el TMS320E14. Este procesador es de las primeras familias que comercializó Texas Instrument por lo que su velocidad de proceso es algo baja comparada con las que podemos encontrar hoy en día. Su ventaja es que posee seis salidas PWM, asociadas cada una a un "timer" interno. Utilizamos las seis salidas PWM disponibles, tres de las cuales

nos darán unas señales compuestas a partir de las que obtendremos las seis señales de disparo de nuestros IGBTs. Las otras tres señales son la que utilizamos para generar el disparo de los transistores del circuito de conmutación suave o ZCT que se describe en el próximo capítulo.

Los dos convertidor A/D que necesitamos, sensarán cada uno una señal. Por una parte sensamos la tensión de salida del amplificador operacional del lazo de corriente y es el DSP el que hace el papel de modulador. Por otra parte usamos el otro convertidor A/D para sincronizar la rutina con la tensión de red  $V_R$ . El circuito de sincronismo debe conocer la situación temporal de nuestro vector de referencia, e. d. el que marca la situación del marco de referencia móvil. Para ello nos basamos en la tensión  $V_R$ , que sincroniza nuestra rutina y nos permite leer las tres funciones coseno que necesitamos de una tabla, para calcular los ciclos de trabajo de forma sincronizada con las tensión  $V_R$ . Se pueden adquirir las tres tensiones de entrada en vez de sincronizar la lectura de una tabla, pero la lectura de una tabla evita cualquier problema de ruido. Las tres señales de tensión, tanto leídas de una tabla u obtenidas independientemente son las que necesito conocer en cada instante para determinar el sector temporal en el que está mi vector espacial y para calcular los ciclos de trabajo. El circuito real nos demostró que la existencia del ruido de conmutación en las tensiones de fase provocaba errores en la determinación del sector. Por ello se optó por leer de una tabla y simplemente sincronizar esta lectura con el cruce por cero de la tensión de fase R,  $V_R$ . La lectura de las funciones coseno de una tabla es además algo más rápida que la utilización de tres convertidores A/D. La información de las tensiones de fase normalizadas (las funciones coseno) es la que se usa para calcular los ciclos de trabajo, siguiendo las siguientes expresiones ya introducidas en el capítulo 2.

Para  $v_x > 0$

$$d_{px} = 1, d_{py} = 0, d_{pz} = 0$$

$$d_{nx} = 1 - g v_x$$

$$d_{ny} = -g v_y$$

$$d_{nz} = -g v_z$$

(4.24.)

Para  $v_x < 0$

$$d_{px} = 1 + g v_x$$

$$d_{py} = g v_y$$

$$\begin{aligned}
 d_{pz} &= g v_z \\
 d_{nx} &= 1, d_{ny} = 0, d_{nz} = 0
 \end{aligned}
 \tag{4.25.}$$

y los sectores se corresponden con los siguientes intervalos temporales.

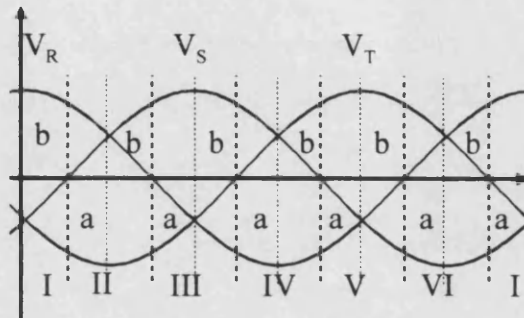


Figura 4.7.: Tensiones de entrada para un rectificador de tipo BUCK. Subdivisión del periodo de red en 6 sectores de 60°. Los subsectores se obtendrán de subdividir cada sector por la mitad.

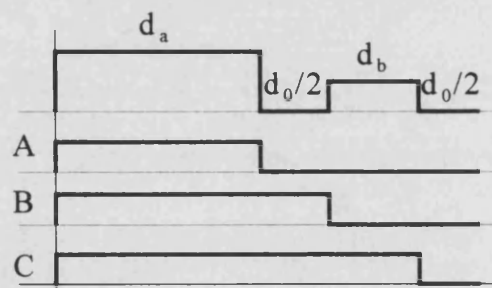
De la Figura 4.7. se puede deducir quién es en cada subsector  $v_x$ ,  $v_y$  y  $v_z$ . Para ello hay que tener en cuenta que  $|v_x| > |v_y| > |v_z|$ . Así, por ejemplo, en el subsector IVb,  $v_x = V_R$ ,  $v_y = V_T$ , y  $v_z = V_S$ .

Vemos que es necesario conocer en que sector nos encontramos. Más adelante se demostrará que no es necesario conocer exactamente en que subsector, a o b, nos encontramos, por lo que no lo vamos a tener en cuenta. Una vez calculado el sector donde se encuentra nuestro vector se utilizan tres bits de los 16 bits del puerto de entrada/salida (I/O) para definirlos. Estos tres bits se corresponden en cada instante con el signo de cada una de las tensiones de fase de nuestro sistema. La Tabla 4.2. muestra como conociendo el signo de cada una de las tensiones de fase podemos determinar unívocamente en que sector estamos.

	sector I	sector II	sector III	sector IV	sector V	sector VI
signo $V_R$	+	+	-	-	-	+
signo $V_S$	-	+	+	+	-	-
signo $V_T$	-	-	-	+	+	+

Tabla 4.2.: Tabla que muestra la asignación de los signos de las tensiones de fase en cada sector de un periodo de red.

La información de los sectores y de los ciclos de trabajo es la que necesitamos para obtener los ciclos de trabajo de cada interruptor. Debido a que el DSP sólo es capaz de darnos los ciclos de trabajo comenzando por el estado alto al principio de cada ciclo de reloj, generaremos tres señales (A, B y C) que contienen toda la información necesaria para determinar los ciclos de trabajo de los interruptores conociendo el sector donde nos encontramos. En la Figura 4.8. se muestran las señales A, B y C que genera nuestro DSP y su relación con los ciclos de trabajo que buscamos. Se observa que A se corresponde con el ciclo de trabajo  $d_a$ , B con  $d_a + d_0/2$  y por último C con  $d_a + d_b + d_0/2$ , donde  $d_a$ ,  $d_b$  y  $d_0$  son los ciclos de trabajo que debemos aplicar a los interruptores.



*Figura 4.8.: Señales A, B y C generadas por el DSP para obtener a partir de ellas las señales de disparo de los IGBTs.*

El siguiente paso es calcular unas señales auxiliares que ya corresponderán a las que necesitamos para disparar los IGBTs y distribuir las adecuadamente a cada IGBT dependiendo del sector donde se encuentre nuestro vector espacial. Esto lo hacemos con una PAL CE16V8H-25PC/4 que permite implementar funciones lógicas de forma mucho más cómoda que con puertas lógicas.

Las señales auxiliares que generamos también son tres y las hemos llamado 'x', 'y' y 'z'. Son internas a la PAL y no aparecen en el circuito. En la Figura 4.9 se muestran dichas señales junto a las del DSP, A, B y C.

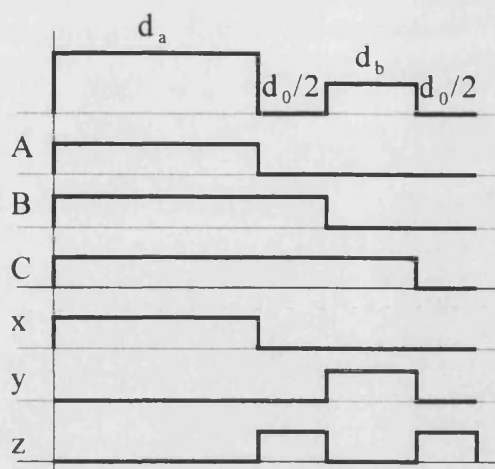


Figura 4.9.: Las señales auxiliares 'x', 'y' y 'z' serán las que necesito para disparar mis interruptores. Se observa que 'x' se corresponde con  $d_a$ , 'y' con  $d_b$  y 'z' con  $d_0$ .

Con la información de los sectores puedo asignar cada ciclo de trabajo a su interruptor. Esta distribución se corresponde con la ya explicada en el capítulo 2 y se muestra en la siguiente tabla:

	Ia	Ib	IIa	IIb	IIIa	IIIb	IVa	IVb	Va	Vb	VIa	VIb
$q_{pr}$	1	1	x	y	0	0	z	z	0	0	y	x
$q_{ps}$	0	0	y	x	1	1	x	y	0	0	z	z
$q_{pt}$	0	0	z	z	0	0	y	x	1	1	x	y
$q_{tr}$	z	z	0	0	y	x	1	1	x	y	0	0
$q_{ts}$	x	y	0	0	z	z	0	0	y	x	1	1
$q_{tr}$	y	x	1	1	x	y	0	0	z	z	0	0

Tabla 4.3.: Tabla con la asignación de ciclos de trabajo (señales de disparo) a cada interruptor según el sector donde se encuentre el vector espacial.

En la Tabla 4.3. se muestran las asignaciones particulares. Se observa que hemos diferenciado entre los primeros treinta grados del sector (subsector a) y los segundos treinta grados del sector (subsector b). Esto lo hemos hecho para obtener una ganancia mayor y asignar siempre el ciclo de trabajo mayor ( $d_a$ ) a la tensión de línea mayor.

Aunque la Tabla 4.3. parece indicar que necesitamos información adicional para conocer el subsector, a o b, donde está el vector espacial, esto no es necesario. En principio la única operación necesaria es intercambiar 'x' e 'y' a mitad del sector, pero además también habría que reasignar  $d_a$  a 'x' y  $d_b$  a 'y'. Este es lo mismo que intercambiar las variables dos

veces lo que resulta en dejar las cosa como están. La única diferencia existente es que en el subsector b  $d_a$  y  $d_b$  estarán cambiados de orden en el tiempo. En la Figura 4.10. se muestra como quedarían las señales en el subsector b si no se hace ningún cambio en absoluto. Se observa que el ciclo de trabajo mayor ( $d_a$ ) sigue estando asignado a la tensión de línea mayor.

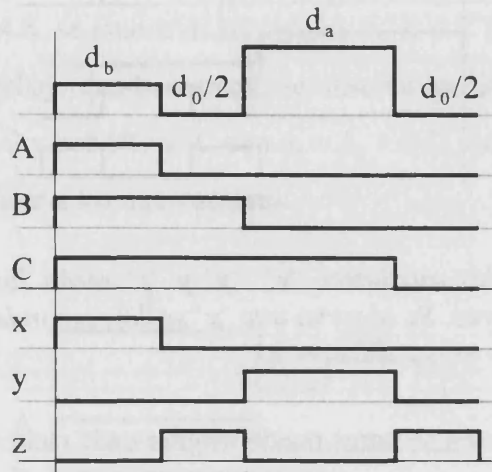


Figura 4.10.: Señales A, B y C y señales auxiliares 'x', 'y' y 'z' para el subsector b. Se observa que si no intercambiamos 'x' e 'y' entonces automáticamente  $d_a$  estará asignado a la tensión de línea mayor. La única diferencia es el orden de  $d_a$  y  $d_b$  que se ha invertido.

La funciones lógicas a implementar por la PAL son las siguientes:

$$q_{pr} = I + II x + IV z + VI y \tag{4.26.}$$

$$q_{ps} = II y + III + IV x + VI z \tag{4.27.}$$

$$q_{pt} = II z + IV y + V + VI x \tag{4.28.}$$

$$q_{nr} = I z + III y + IV + V x \tag{4.29.}$$

$$q_{ns} = I x + III z + V y + VI \tag{4.30.}$$

$$q_{nt} = I y + II + III x + VI z \tag{4.31.}$$

donde los sectores los obtenemos a partir de los signos de las tensiones de fase (ver Tabla 4.2).

Las funciones de signo están definidas como,

$$\text{sgn } V_x = \begin{cases} 0, & V_x < 0 \\ 1, & V_x > 0 \end{cases} \tag{4.32.}$$

a partir de esta definición,

$$I = \overline{\text{sgn } V_S} \overline{\text{sgn } V_T} \quad (4.33.)$$

$$II = \text{sgn } V_R \text{sgn } V_S \quad (4.34.)$$

$$III = \overline{\text{sgn } V_R} \overline{\text{sgn } V_T} \quad (4.35.)$$

$$IV = \text{sgn } V_S \text{sgn } V_T \quad (4.36.)$$

$$V = \overline{\text{sgn } V_R} \overline{\text{sgn } V_S} \quad (4.37.)$$

$$VI = \text{sgn } V_R \text{sgn } V_T \quad (4.38.)$$

y las expresiones para 'x', 'y' y 'z' son (ver Figura 4.8):

$$x = A \quad (4.39.)$$

$$y = \overline{BC} \quad (4.40.)$$

$$z = \overline{AB} + \overline{C} \quad (4.41.)$$

A partir de todas estas expresiones obtenemos las señales de disparo de nuestros seis IGBTs ((4.26.) a (4.31.)).

Todas estas funciones lógicas las implementamos con la PAL excepto las de signo (4.32.) que las realiza nuestro DSP. A la PAL le llegan como señales de entrada A, B, C,  $\text{sgn}V_R$ ,  $\text{sgn}V_S$  y  $\text{sgn}V_T$  y las salidas son  $q_{pr}$ ,  $q_{ps}$ ,  $q_{pt}$ ,  $q_{nr}$ ,  $q_{ns}$  y  $q_{nt}$ .

#### 4.3.2.1. Algoritmo de control del DSP

En este apartado vamos a describir el algoritmo de control de nuestro DSP para que realice todas las tareas que hemos descrito. La rutina es una rutina de servicio de interrupción que se llama cuando se activa la interrupción de fin de temporizador. El temporizador fija nuestro periodo de conmutación que se determina al inicializar el DSP. Lógicamente el periodo debe ser mayor o igual que la longitud de la rutina de interrupción, de lo contrario el periodo de muestreo y por tanto el que debemos tener en cuenta para el control, será el doble del periodo de conmutación. Ninguna otra interrupción puede parar el programa. De esta manera

el DSP está íntegramente dedicado al control del rectificador. De la estructura del programa se deduce que hay un retraso de un periodo debido a que los nuevos ciclos de trabajo salen por sus salidas PWM una vez acabada la rutina.

El diagrama de flujos de la rutina se presenta en la Figura 4.11.

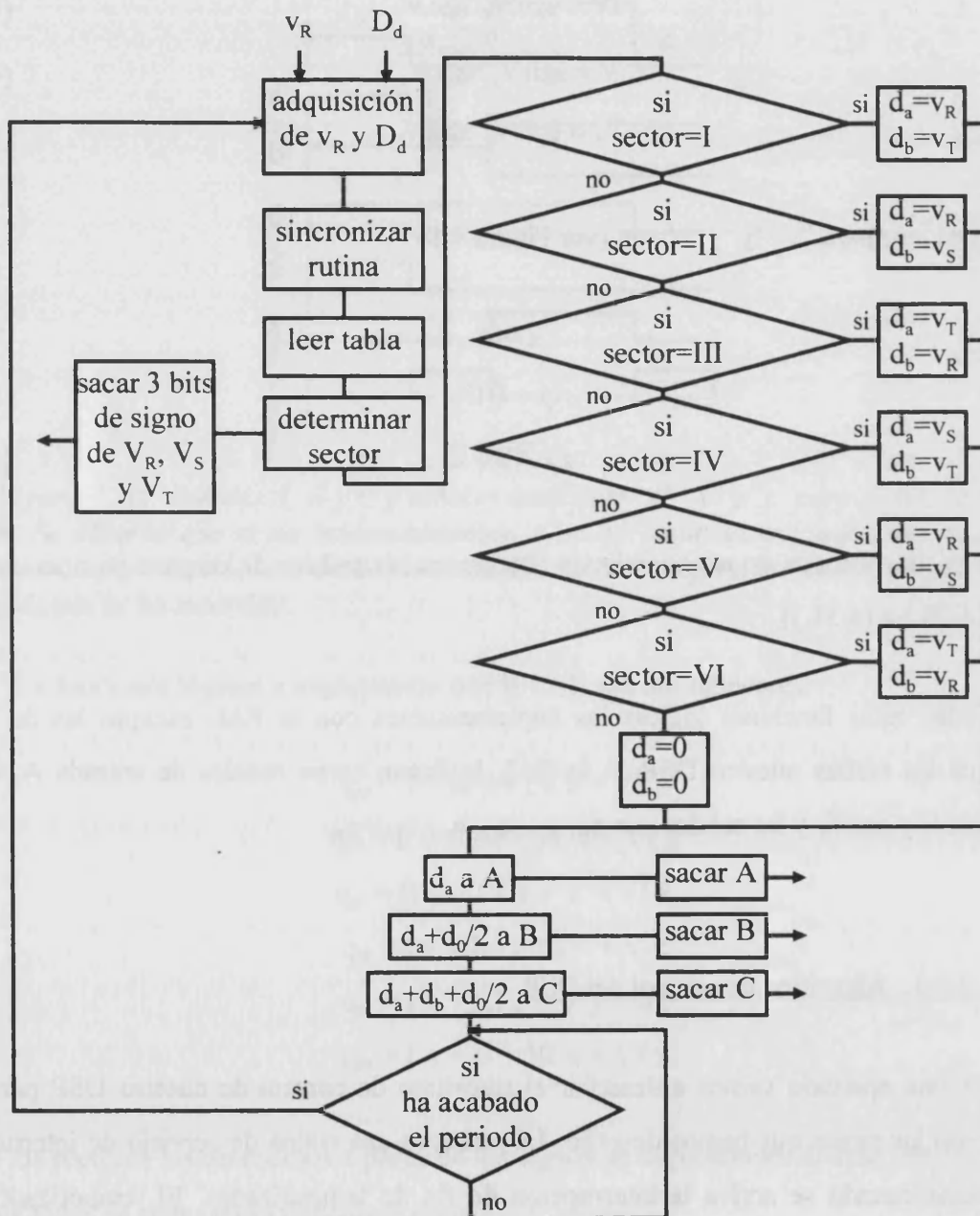


Figura 4.11.: Diagrama de flujo de la rutina de control del DSP. Recordemos que es una rutina de servicio de interrupción. La interrupción se activa cuando llegamos al fin del periodo determinado por el temporizador.



La señal  $v_R$  en realidad es una onda cuadrada, pasando la tensión de fase por un comparador con histéresis, cuyos cruces por cero se corresponden con los cruces por cero de  $v_R$ . La histéresis filtrará el ruido de la tensión de fase y de esta manera el cruce por cero será único. Esto es muy importante ya que nuestra rutina está sincronizada con el cruce por cero de la tensión de fase  $v_R$ .

Por otra parte la señal de entrada  $D_d$  es la tensión de salida del operacional del lazo de corriente (ver Figura 4.6.). Esta señal es la tensión de realimentación y es la que se tiene que multiplicar por las dos señales coseno de las tensiones leídas de la tabla para obtener los ciclos de trabajo. Es la que controla la tensión de salida (ganancia) de mi rectificador.

El programa completo se puede ver en el Anexo 2.

### 4.3.3. Circuito de disparo

La última etapa de nuestro control es el circuito de disparo. Se ha utilizado uno que se describe con detalle en [Sanchis-94] y se publicó en [Crausaz-95] y que ha dado unos resultados óptimos. El circuito nos provee con aislamiento galvánico y permite disparar los transistores de puerta aislada como los MOSFET o IGBT con ciclos de trabajo desde el 0% al 100%. El principio de funcionamiento consiste en mandar un tren de pulsos positivos para cargar la capacidad de puerta del transistor a la tensión de 15V y un tren de pulsos negativos para cargarla a la tensión negativa de -15V. Aunque inicialmente fue diseñado para transistores MOSFET, se ha comprobado que su uso se puede extender a cualquier tipo de transistor de puerta aislada, como también es el IGBT. La única limitación es la capacidad de puerta del dispositivo que no puede ser mayor que 10nF. Si fuese mayor que este valor habría que rediseñarlo para permitir que los pulsos fuesen de más potencia. En nuestro caso funcionaba perfectamente para una capacidad de puerta del IGBT de 6nF. Otra limitación era la frecuencia máxima de trabajo que no debería ser superior a los 500kHz. Para nosotros esto no representa ninguna limitación ya que la frecuencia es de 30kHz como máximo. Por otro lado la frecuencia mínima de uso nos obligaría a modificar la frecuencia de refresco de los pulsos para una capacidad de puerta grande. Para 30kHz no hubo que modificar nada. El

esquema electrónico se encuentra en el Anexo 3 donde se recogen todos los esquemas eléctricos del rectificador.

#### 4.4. El filtro de entrada

Para el rectificador de tipo BUCK es imprescindible el uso de un filtro de entrada debido a que la corriente de entrada es pulsante. Además debido a que está alimentado por tensión es conveniente colocar buenos condensadores de entrada para que el rectificador vea fuentes de tensión en vez de posibles inductancias parásitas que al conmutar los interruptores generan sobretensiones. Por la propia estructura del rectificador BUCK vamos a analizar el filtro de entrada de forma vectorial para simplificar su estructura.

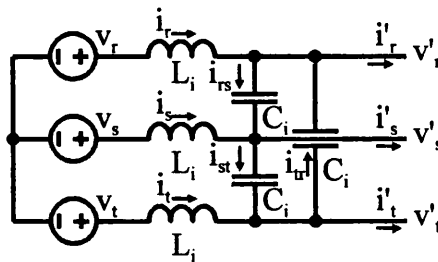


Figura 4.12. Filtro de entrada. Suponemos que todos los inductores son iguales y de valor  $L_i$  y todo los condensadores iguales y de valor  $C_i$ .

Aplicando las leyes de Kirchhof se obtiene:

$$\begin{bmatrix} v'_r \\ v'_s \\ v'_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \\ v_s \\ v_t \end{bmatrix} - Z_L \begin{bmatrix} i_r \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix} \quad (4.42.)$$

y

$$\begin{bmatrix} i_{rs} \\ i_{st} \\ i_{tr} \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_C} \begin{bmatrix} v'_r \\ v'_s \\ v'_t \end{bmatrix} - \frac{1}{Z_C} \begin{bmatrix} v'_s \\ v'_t \\ v'_r \end{bmatrix} \quad (4.43.)$$

Teniendo en cuenta que nuestro sistema es equilibrado,  $v'_r + v'_s + v'_t = 0$ , entonces con ayuda de (4.42.), (4.43.) se convierte en,

$$\begin{bmatrix} i'_r \\ i'_s \\ i'_t \end{bmatrix} = -\frac{3}{Z_C} \begin{bmatrix} v_r \\ v_s \\ v_t \end{bmatrix} + \left( 3\frac{Z_L}{Z_C} + 1 \right) \begin{bmatrix} i_s \\ i_t \\ i_r \end{bmatrix} \quad (4.44.)$$

lo que se traduce en que nuestro filtro de entrada es como se dibuja en la Figura 4.13.:

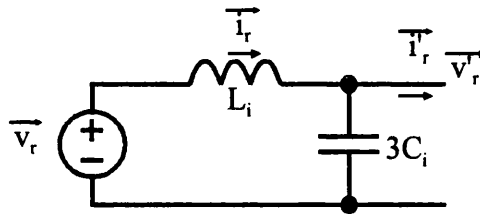


Figura 4.13.: Filtro de entrada en el marco de referencia fijo y para magnitudes vectoriales. Obsérvese que el condensador de entrada se ha triplicado.

El filtro se ha simplificado y maneja magnitudes vectoriales (Figura 4.13.), pero su estructura equivale a la de un filtro de entrada de los utilizados en convertidores DC-DC clásicos. Lo diseñaremos por tanto siguiendo [Perol-91]. Para mantener la estabilidad de nuestro rectificador la impedancia de salida del filtro de entrada debe ser menor que la impedancia de entrada del convertidor.

La condición de estabilidad se traduce:

$$|Z_s| < |Z_i| \quad (4.45.)$$

donde para el tipo de filtro elegido y según [Perol-91] para un convertidor BUCK con “Conductance control”,

$$|Z_i| = \frac{R}{D^2} \quad (4.46.)$$

en nuestro caso el ciclo de trabajo  $D$  se corresponde con  $D_d$  caso de tener un factor de desplazamiento unidad ( $\cos\phi=1$ ) y que es el caso más desfavorable. Teniendo en cuenta esta

diferencia se puede seguir el diseño propuesto en [Perol-91] algo modificado. En dicho diseño se aconseja el tomar unos márgenes para el rizado de corriente y tensión de entrada dados, pero que en nuestro caso resultan en unos condensadores de alto valor, hecho que a nivel práctico es difícil de conseguir para tensiones de red y condensadores sin polaridad. La impedancia de salida del filtro de entrada con red de amortiguamiento es:

$$|Z_{s \max}| = 1.05 (2\pi f_0)L_i \quad (4.47.)$$

donde la red de amortiguamiento es una asociación en serie de un condensador  $C_d=3C_i$  y una resistencia de valor  $R_d$ .

Las ecuaciones de diseño son:

frecuencia de corte del filtro,

$$f_0 = f_s \sqrt{\beta} \quad (4.48.)$$

donde el rizado de corriente de entrada es

$$\beta = \frac{\Delta i_{pp}}{I_0} \quad (4.49.)$$

y a partir de aquí la inductancia del filtro vale,

$$L_i = \frac{V_m \delta}{8f_s \Delta i_{pp}} \quad (4.50.)$$

donde  $\delta$  es el rizado relativo de tensión de entrada

$$\delta = \frac{\Delta V}{V_m} \quad (4.51.)$$

y

$$C_d = 3C_i = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L_i} \quad (4.52.)$$

$$\frac{R_d}{3} = 0.72 \sqrt{\frac{L_i}{3C_i}} \quad (4.53.)$$

Fijadas  $\beta$  y  $\delta$ , podemos calcular  $L_i$  y  $C_i$ , y si el tamaño es físicamente realizable nos queda por comprobar si se cumple el criterio de estabilidad con (4.45.), (4.46.) y (4.47.). La desigualdad de (4.45.) se debe cumplir rigurosamente por lo que aconsejamos que haya un buen margen de seguridad. Recordemos además que cuanto menor sea el condensador de entrada menor será el desfase que debemos corregir. Aunque es imprescindible que filtremos adecuadamente la entrada para no inyectar ruido en la red y además para no inyectar ruido en nuestro circuito de control que debe sensar la tensión de fase  $V_R$ .

En nuestro caso se utilizó un transformador de entrada para tener aislamiento galvánico. El transformador de 50Hz usado tenía una inductancia de dispersión en secundario de  $L_i = 850\mu\text{H}$ , de forma que el diseño de nuestro filtro de entrada ya nos obligaba a utilizar esta inductancia como la del filtro. De la misma manera para el diseño del condensador nos fijamos una capacidad de un valor máximo de  $6\mu\text{F}$  ya que físicamente es muy grande una condensador de ese valor, no electrolítico y de 600V. El resultado fue un filtro con,

$$L_i = 850\mu\text{H}$$

$$C_i = 2\mu\text{F}$$

$$C_d = 3C_i = 6\mu\text{F}$$

$$\text{y} \quad R_d = 25 \Omega$$

Para el diseño se utilizaron la expresiones antes descritas y aunque el orden se alteró por estar prefijada  $L_i$ , los datos obtenidos son:

$$\delta = 0.065$$

$$\beta = 0.0055$$

$$f_0 = 2.2\text{kHz}$$

$$\Delta i_{pp} = 0.11\text{A}$$

$$Z_i = \frac{R}{D_d^2} = 207 \Omega > \frac{R}{D_d} = 23 \Omega, \quad \text{para } R = 2.5 \Omega \text{ y } D_d = 0.11$$

$$Z_{smax} = 12.4 \Omega$$

El sistema es estable y para dar un margen de seguridad hemos reducido el valor teórico de  $Z_i$  al darle una expresión más restrictiva sustituyendo en (4.46.)  $D_d^2$  por  $D_d$ . Si no fuese necesario el transformador de aislamiento a la entrada como fue nuestro caso, el inductor de entrada podría ser menor y también podríamos haber reducido la capacidad de entrada, para no tener un desfase tan acusado (ver Figura 4.19. para  $3C_i = 6\mu F$ ). Para el diseño se utilizó una hoja de cálculo desarrollada en Excel que incluye las expresiones que hemos desarrollado en este apartado (ver Anexo 3).

Para atenuar la resonancia del filtro, incluiremos la red  $R_d-3C_i$  serie de amortiguamiento que se muestra en la siguiente figura.

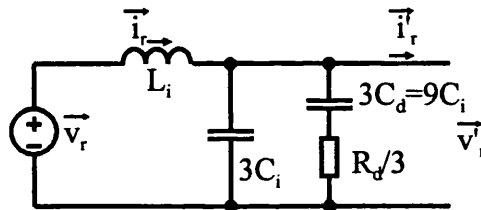


Figura 4.14.: Filtro de entrada en el marco de referencia fijo y para magnitudes vectoriales. Se ha añadido la red de amortiguamiento. El filtro de entrada en el sistema trifásico tendrá como elementos,  $C_i$ ,  $C_d=3C_i$  y  $R_d$ .

#### 4.5. Corrección del factor de potencia

Hasta ahora hemos descrito el funcionamiento del rectificador con su doble lazo de realimentación, el lazo de tensión y el lazo de corriente, pero falta por incluir la corrección del factor de potencia. La configuración descrita hasta ahora nos garantiza una tensión regulada de salida para cualquier tensión de entrada dentro de los márgenes establecidos y una corriente máxima de salida según la potencia de salida requerida. Como ya se ha visto, el rectificador

BUCK necesita un filtro a su entrada para filtrar el ruido de conmutación debido a que su corriente de entrada es pulsante. Sabemos que el filtro desfásará la corriente a su entrada degradando el factor de desplazamiento. Además también sabemos que la corriente a la entrada de nuestro rectificador en promedio está en fase con la tensión.

Partiendo del hecho que la corriente en promedio siempre está en fase con la tensión de entrada hemos realizado un circuito que “engaña” a nuestro DSP. El DSP está sincronizado con el cruce por cero de la tensión de red  $V_R$ . Si ahora hacemos un circuito que genere un cruce por cero adelantado con el de la tensión de fase  $V_R$ , si la corriente está retrasada, entonces la corriente que demande el rectificador estará adelantada con respecto a la tensión. Este adelanto compensará el retraso de la corriente de entrada al filtro del rectificador, que por tanto tendrá un factor de desplazamiento unidad. De la misma manera si el filtro adelanta la corriente a su entrada, entonces nuestro circuito debe generar un cruce por cero retrasado para retrasar la corriente promedio de entrada al rectificador y así compensar la corriente total de entrada del filtro. De esta manera la corrección del factor de potencia se hace de forma independiente de la rutina del DSP y se corregirá con un circuito en lazo cerrado aparte.

El diagrama de bloques del circuito que hemos utilizado es básicamente un detector de fase que diferencie entre retraso y adelanto, un filtro pasa baja para convertir el desfase en un nivel de tensión, un amplificador operacional con una red de realimentación adecuada que compara el nivel con una referencia que indica el desfase deseado y un modulador PWM que genera la señal cuadrada (cruce por cero) con el desfase opuesto al desfase que se pretende corregir. Esta señal es la que sincroniza nuestro DSP y de esta manera el desfase se corregirá. Al tener un sistema con lazo cerrado, el circuito nos dará una señal desfasada la cantidad apropiada para que la corriente de entrada al filtro tenga el desfase fijado por nuestra referencia. Aunque el principio de funcionamiento es como el de un PLL lo hemos implementado de forma discreta para tener más libertad sobre el circuito. El diagrama de bloques se muestra en la Figura 4.15.

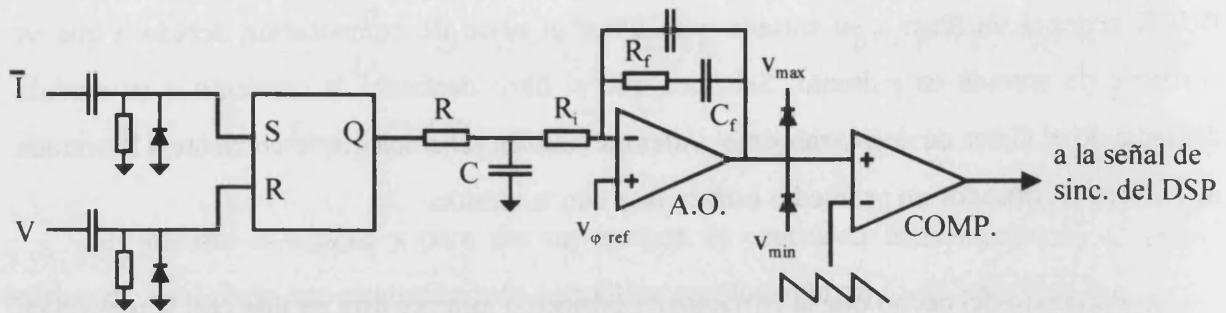


Figura 4.15.: Diagrama de bloques del circuito de corrección de factor de potencia.  $v_{max}$  y  $v_{min}$  son dos tensiones que limitan el desfase máximo que puede aplicar el circuito para corregir el desfase inicial.  $V_{\phi ref}$  es la tensión que indica al circuito cual es el desfase deseado. Generalmente valdrá  $V_{cc}/2$  que equivale a un desfase de  $0^\circ$ .

Las formas de onda se muestran en la Figura 4.16.. La señal que sincroniza nuestro DSP es rectangular y lo que detectamos es el cruce por cero que se corresponde con el flanco de subida. Si necesitáramos una onda cuadrada (lo que no es nuestro caso) podemos añadir un biestable D a la salida.

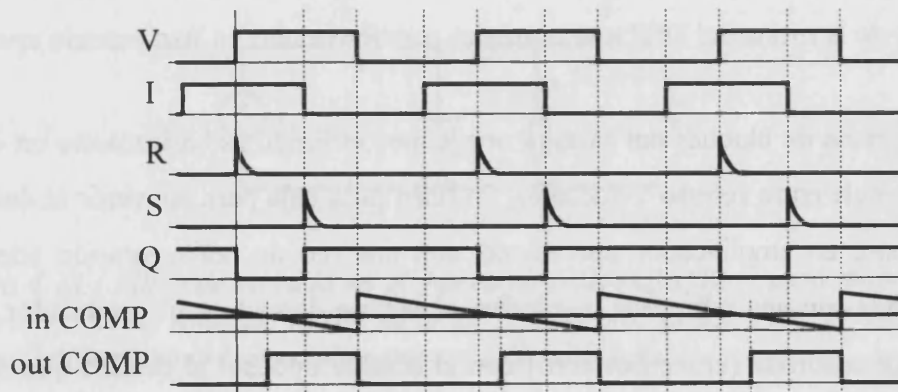


Figura 4.16.: Formas de onda del circuito de sincronismo del rectificador.

Describimos a continuación el diseño del lazo de realimentación del circuito. Para simplificar el diseño vamos a mostrar primero el diagrama de bloques. Después daremos las funciones de transferencia de cada uno de los bloques y gracias a estas funciones de transferencia podremos analizar la función de transferencia en lazo abierto y estabilizarla. El diagrama de bloques se muestra en la Figura 4.17.



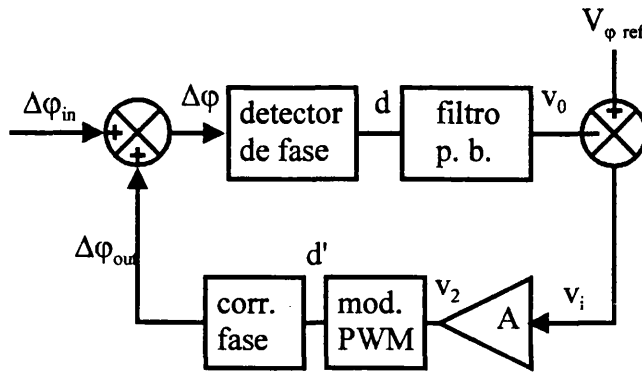


Figura 4.17.: Diagrama de bloques del circuito de sincronización para calcular la función de transferencia. Nos hemos puesto en el caso más sencillo en el que la amplitud de la corriente desfasada por el filtro es igual a la amplitud de la corriente de entrada del rectificador.

Las funciones de transferencia de los distintos bloques son

detector de fase,

$$d = -\frac{\Delta\phi}{360^\circ} + 0.5 \quad (4.54.)$$

filtro pasa baja,

$$v_0 = d \frac{V_{DD}}{RCs + 1} \quad (4.55.)$$

amplificador,

$$v_2 = v_i \frac{R_f C_f s + 1}{R_i C_f s} + v_{\text{offset}}(v_{\phi \text{ref}}) \quad (4.56.)$$

En la función de transferencia del amplificador no hemos tenido en cuenta el segundo condensador que aparece en la Figura 4.15. y que sólo lo hemos colocado para recortar el ancho de banda del amplificador y así atenuar la frecuencia de muestreo (50Hz) a la salida del

filtro. La señal a la salida del filtro pasa baja no será continua totalmente y tendrá un rizado triangular.

modulador PWM,

$$d' = v_2 \frac{1}{V_{\text{rampa}}} \quad (4.57.)$$

y corrector de fase,

$$\Delta\varphi_{\text{out}} = -360^\circ d' + 180^\circ \quad (4.58.)$$

La función de transferencia total será el producto de todos los bloques. Para hacer el análisis de estabilidad haremos el análisis en pequeña señal y por tanto perturbaremos las expresiones anteriores. De esta manera desaparecen los términos DC. Las funciones de transferencia en pequeña señal quedan entonces como:

detector de fase:

$$\frac{\tilde{d}}{\Delta\tilde{\varphi}} = -\frac{1}{360^\circ} \quad (4.59.)$$

filtro pasa baja:

$$\frac{\tilde{v}_0}{\tilde{d}} = \frac{V_{\text{DD}}}{RCs + 1} \quad (4.60.)$$

amplificador:

$$\frac{\tilde{v}_2}{\tilde{v}_i} = \frac{R_f C_f s + 1}{R_i C_f s} \quad (4.61.)$$

modulador PWM:

$$\frac{\tilde{d}'}{\tilde{v}_2} = \frac{1}{V_{\text{rampa}}} \quad (4.62.)$$

corrector de fase:

$$\frac{\Delta\tilde{\varphi}_{\text{out}}}{\tilde{d}'} = -360^\circ \quad (4.63.)$$

y la función de transferencia total vale:

$$A_{1/a} = \frac{V_{\text{DD}}}{V_{\text{rampa}}} \frac{R_f C_f s + 1}{R_i C_f s} \frac{1}{RCs + 1} \quad (4.64.)$$

para simplificar tomamos  $R_f = R$  y  $C_f = C$ , entonces

$$A_{1/a} = \frac{V_{\text{DD}}}{V_{\text{rampa}}} \frac{1}{R_i Cs} \quad (4.65.)$$

Esta expresión corresponde a un sistema de primer orden y por tanto siempre estable y cuya frecuencia de corte corresponde a:

$$f_c = \frac{V_{\text{DD}}}{V_{\text{rampa}}} \frac{1}{2\pi R_i C} = \frac{\Delta V}{V_{\text{DD}}} \frac{1}{2\pi R_i C} \quad (4.66.)$$

Para determinar la frecuencia de corte hay que tener en cuenta que  $V_{\text{DD}}$  en realidad no es la alimentación de nuestro circuito, si no que es la diferencia de las tensiones  $v_{\text{min}}$  y  $v_{\text{max}}$  ( $\Delta V = v_{\text{max}} - v_{\text{min}}$ ) que limitan la salida del operacional y que la amplitud de la rampa es  $V_{\text{DD}}$ . Además el sistema sólo es estable si el rizado de la tensión a comparar con el diente de sierra tiene una pendiente menor que la del diente de sierra. Esto es debido a que el filtro pasa baja no es ideal y a su salida tiene una componente de continua con un rizado triangular. Esta tensión triangular pasa a continuación por el amplificador, que amplifica dicho rizado. El rizado a la salida del filtro pasa baja se puede demostrar que vale:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{V_{DD}}{2RC} \quad (4.67.)$$

y el rizado de la rampa, donde  $f$  es la frecuencia de red, que coincide con la frecuencia de la rampa:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = 2V_{DD}f \quad (4.68.)$$

Teniendo en cuenta la ganancia proporcional del amplificador ( $R/R_i$ ), y que además queremos que la pendiente esté dentro de los márgenes definidos por  $v_{max}$  y  $v_{min}$ , por tanto la expresión (4.68.) se convierte en  $2 \Delta V f$ , para que el sistema no pierda la linealidad. La comparación entre pendientes se traduce en,

$$\frac{\Delta V}{V_{DD}} \frac{1}{2\pi R_i C} < \frac{2}{\pi} \left( \frac{\Delta V}{V_{DD}} \right)^2 f < \frac{2}{\pi} f \quad (4.69.)$$

que queda teniendo en cuenta (4.66.) como

$$f_c < \frac{2}{\pi} \left( \frac{\Delta V}{V_{DD}} \right)^2 f < \frac{2}{\pi} f \quad (4.70.)$$

La limitación de  $\Delta V$  la necesito para que la corrección esté dentro de unos límites como ya vimos en el capítulo 2. No puedo hacer que mi rectificador se convierta en un inversor ya que los interruptores no están preparados para ello y se destruirían debido a que la fuente de corriente de la salida generaría una sobre tensión. Conociendo cuales son los desfases máximos que puedo exigirle a mi rectificador puedo determinar  $v_{max}$  y  $v_{min}$ . La siguiente expresión nos da la relación entre la tensión que se compara con la rampa y el desfase que obtendremos en nuestro rectificador y se obtiene a partir de (4.57.) y (4.58.).

$$v_2 = V_{DD} \frac{180^\circ - \Delta\varphi_{out}}{360^\circ} \quad (4.71.)$$

Si por ejemplo el desfase máximo que le queremos pedir a nuestro rectificador es  $30^\circ$  de retraso y  $0^\circ$  de adelanto (el filtro provoca un adelanto siempre que  $1/C\omega > L\omega$ , por lo que no será necesario corregir adelantos en nuestro caso), entonces eso resulta ( $V_{DD} = 15V$ )  $v_{\max} = 8.75V$  y  $v_{\min} = 7.5V$ . Utilizando ahora la expresión (4.70.) obtenemos  $f_c < 0.9Hz$ . Observamos que la frecuencia de corte es muy baja, pero tampoco necesitamos una corrección rápida del factor de desplazamiento. El sistema se ajustará para obtener un factor de desplazamiento lo más cercano a la unidad que le sea posible. Dependiendo de la ganancia del rectificador y de la corriente reactiva del filtro, el sistema no siempre es capaz de obtener un factor de desplazamiento unidad, es decir tenemos que tener en cuenta las amplitudes de las corrientes que estamos sumando.

Veamos las limitaciones de la corrección del factor de desplazamiento. Supondremos que la inductancia de entrada de mi sistema es tan pequeña que el desplazamiento lo produce sólo la capacidad del filtro LC. Dicho de forma más exacta ( $f = 50Hz$ ),

$$f > \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow \text{retraso} \quad (4.72.)$$

$$f < \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow \text{adelanto} \quad (4.73.)$$

Como la frecuencia de corte de nuestro filtro es del orden de  $f_0 = 2kHz$  y  $f = 50Hz$  estamos claramente en el caso de un adelanto de la corriente con respecto a la tensión, es decir un comportamiento capacitivo.

La corriente de entrada a mi filtro la vamos a calcular siguiendo la Figura 4.18. Este es el esquema de nuestro filtro de entrada simplificado. Aunque las corrientes son magnitudes de entrada vectoriales sólo vamos a tener en cuenta una de las fases ya que siendo el sistema equilibrado, las demás fases se comportan igual.

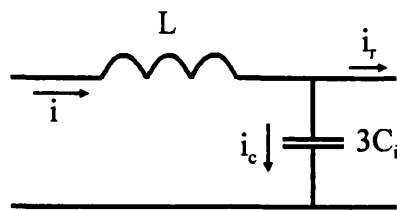


Figura 4.18.: Filtro de entrada de nuestro rectificador. Vimos en el apartado del filtro de entrada que se puede modelar con un filtro de entrada monofásico con magnitudes vectoriales.

$$i = i_c + i_r \tag{4.74.}$$

donde

$$i = I_{in} \cos(\omega t + \psi) \tag{4.75.}$$

$$i_r = I_0 g \cos(\omega t - \varphi) \tag{4.76.}$$

$$i_c = V_i \frac{3C_i \omega}{1 - 3LC_i \omega^2} \cos(\omega t + 90^\circ) \tag{4.77.}$$

De aquí la corriente total de entrada, que es la suma de ambas, tiene una amplitud y un desfase igual a,

$$I_{in} = \sqrt{V_i^2 \left( \frac{3C_i \omega}{1 - 3LC_i \omega^2} \right)^2 + g^2 I_0^2 - 2gI_0 V_i \frac{3C_i \omega}{1 - 3LC_i \omega^2} \sin\varphi} \tag{4.78.}$$

$$\psi = \arctan \left( \frac{V_i \frac{3C_i \omega}{1 - 3LC_i \omega^2} - gI_0 \sin\varphi}{gI_0 \cos\varphi} \right) \tag{4.79.}$$

Para que la corrección del factor de potencia sea total  $\psi = 0^\circ$ , lo que significa que después de operar y tener en cuenta que  $g^2 = D_d^2 + D_q^2$ ,  $\tan\varphi = D_q/D_d$  y que  $V_q = 0$ , la expresión (4.79.) se convierte en,

$$\tan\phi = \frac{3 V_i^2}{2 V_0 I_0} \frac{3C_i \omega}{1 - 3LC_i \omega^2} \tag{4.80.}$$

si ahora representamos  $\phi$  frente a  $I_0$  y tenemos en cuenta que teóricamente  $\phi < 82^\circ$ , entonces podemos ver a partir de qué carga la corrección será completa.

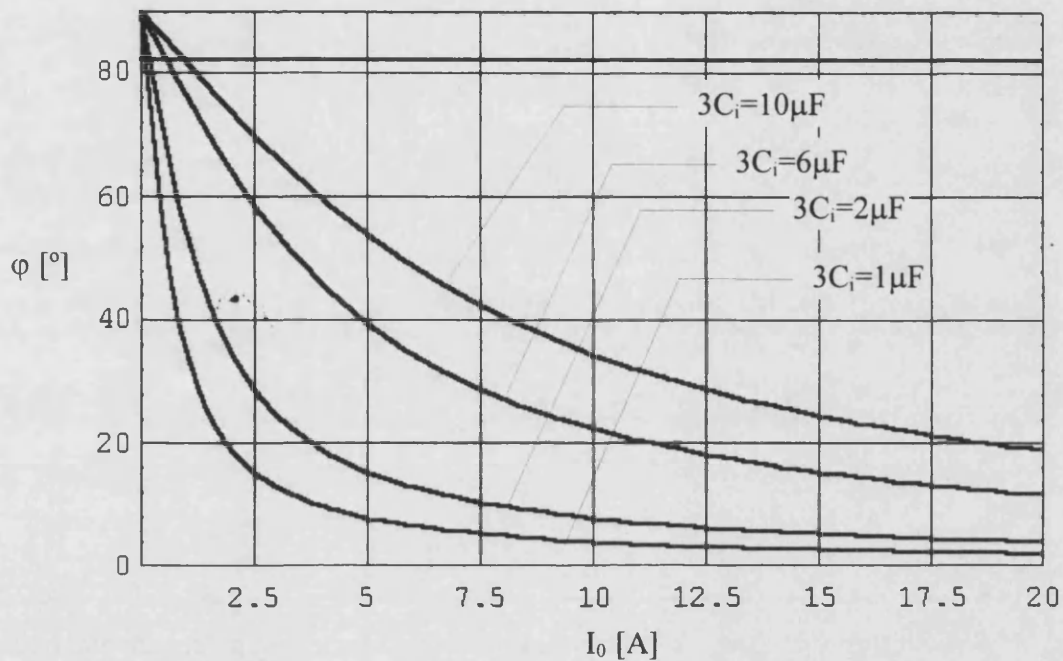


Figura 4.19.: Desfase que se tiene que aplicar al rectificador con  $\eta=0.75$ ,  $V_0=50V$ ,  $V_{RMS}=220V$ , para que corrija el desfase producido por el filtro de entrada, en función de la carga del rectificador y para diferentes capacidades de entrada (ver apartado del filtro de entrada). La línea continua indica el desfase máximo  $\phi = 82^\circ$ , permitido para esta configuración.

Si limitamos del desfase de nuestro rectificador a  $30^\circ$  entonces observamos que para un capacidad de entrada de  $3C_i = 6\mu F$ , corregiremos completamente el factor de desplazamiento de entrada a partir de  $I_0 = 7.5A$ . La Figura 4.19. se corresponde para el caso real y por tanto con un rendimiento menor que la unidad. Conforme aumente el rendimiento o la tensión de salida, el desfase que podemos corregir será menor para un mismo filtro de entrada. Aunque en principio pueda parecer que podemos corregir cualquier desfase hasta su valor máximo de  $\phi = 82^\circ$  (debido a que  $g \leq 1$  o lo que es lo mismo  $D_d^2 + D_q^2 \leq 1$ ), debemos ser muy cuidadosos, debido a los transitorios y al arranque. Hay que evitar de cualquier forma el que en algún instante la bobina de salida se quede sin poder circular su corriente.

Para el diseño fijaremos por tanto  $f_c = 0.9\text{Hz}$  que es el valor extremo que hemos calculado antes y la frecuencia de corte del filtro pasa baja en  $f_{c\_f.p.b.} = 2.5\text{Hz}$ . A partir de estos datos fijamos  $C = 2\mu\text{F}$  y  $\Delta V = 1.5\text{V}$  (que se corresponde con una corrección de  $36^\circ$ ), obtenemos, teniendo en cuenta que  $V_{DD} = 15\text{V}$ :

$$R_i = 9\text{k}\Omega \quad (4.81.)$$

$$R = 33\text{k}\Omega \quad (4.82.)$$

Si quisiéramos aumentar el margen de corrección del desfase variaríamos  $\Delta V$  y esto además aumentaría nuestra frecuencia de corte sin alcanzar inestabilidades por que no habríamos modificado las pendientes ni de la rampa ni de la señal filtrada.

## 4.6. Conclusión

El diseño nos ha permitido utilizar muchas de las expresiones ya conocidas para el convertidor DC-DC tipo BUCK, lo que lo ha simplificado teniendo en cuenta todas las modificaciones necesarias para el caso particular que significa el estar diseñando un rectificador trifásico. Este paralelismo existente entre el convertidor DC-DC y el rectificador (AC-DC) nos ha permitido aplicarle el control de corriente conocido como “Conductance control” lo que le da una mayor estabilidad y un funcionamiento más robusto debido al lazo de corriente.

La utilización del control híbrido nos permite alcanzar frecuencias de conmutación mayores, aunque el retraso debido al uso del control digital reduce mucho el ancho de banda. Aunque actualmente la complicación del control vectorial impide el uso de electrónica analógica si que sería deseable el avanzar en ese sentido, para poder desprenderse de las limitaciones propias del control digital a alta frecuencia.



#### 4.7. Bibliografía

- [Crausaz-95] A. Crausaz, E. Sanchis, E. Gasquet, “Power MOSFET: ESA Driving License”, Proc. of the 4<sup>th</sup> European Space Power Conference 1995, vol.1, pp.227-233.
- [Hiti-94] S. Hiti, V. Vlatkovic, D. Borojevic, F.C. Lee, “A New Control Algorithm for Three-Phase PWM BUCK Rectifier with Input Displacement Factor Compensation”, IEEE Trans. on Power Electronics, vol.9, n°2, March 1994, pp.173-180.
- [Majed-92] A.M. Majed, T.C. Green, B.W. Williams, “Low EMI 3 Phase AC/DC Converter with Controllable Displacement Factor”, Proc. of 6<sup>th</sup> International (2<sup>nd</sup> European) Power Quality Europe, October 1992, pp.89-100.
- [Mohan-89] N. Mohan, T.M. Undeland, W.P. Robbins, “Power Electronics: Converters, Applications and Design”, Ed. John Wiley & Sons, 1989, ISBN 0-471-50537-4, pp.522-527.
- [O’Sullivan-89] D. O’Sullivan, H. Spruijt, A. Crausaz, “Pulse-Width-Modulation Conductance Control” ESA Journal 1989, vol.13, pp.33-46.
- [Perol-91] P. Perol, A Crausaz, “Input Filter Design Made Easy with Averaged Current Conductance Control”, Proc. of European Space Power Conference, 1991, pp.33-38.
- [Sanchis-93] E. Sanchis Kilders, “Estudio comparativo del control en modo corriente y el control en modo tensión para un convertidor BUCK con elementos parásitos”, Tesis de Licenciatura, Dpto. de Informática y Electrónica, Universitat de València, Diciembre, 1993.
- [Sanchis-94] E. Sanchis Kilders, “Investigations in Space Power Electronics: Auxiliary Circuits, The Meteosat SIC Converter and Low Power Topologies”, Final Report, Power Conditioning Section, European Space Agency, publ. n° ESA-X1143, August 1994, pp.9-49.

[Wang-92] X. Wang, B. Ooi, "Real-Time Multi-DSP Control of Three Phase Current-Source Unity Power Factor PWM Rectifier", Proc. of IEEE PESC, 1992, pp.1376-1383.

## **5. Técnicas de conmutación suave**

### **5.1. Introducción**

En el capítulo anterior ya se mencionó el problema que conlleva el conmutar altas corrientes a altas tensiones. Generalmente tendremos picos de tensión que acompañan dichas conmutaciones y que habrá que amortiguar. Para ello se insertaron redes RC de ayuda a la conmutación en paralelo tanto con los IGBTs como con los diodos. Estas redes limitaron el ruido de conmutación a niveles permisibles de acuerdo con la tensión máxima que soportan los dispositivos. Aunque estas redes permiten trabajar al equipo correctamente, aumentan las pérdidas y no reducen los picos de tensión al máximo. Para conseguir una reducción de dichos picos de tensión sería conveniente el utilizar un circuito auxiliar de conmutación suave. Las características de dicho circuito serían que redujese la tensión y/o la corriente por el dispositivo antes de producirse la conmutación de éste para que así esta se produzca sin esfuerzo y sin pérdidas. El circuito que hemos desarrollado para este fin se presenta en este capítulo.

La utilización de interruptores unidireccionales en corriente y bidireccionales en tensión implica (Figura 5.1.) que disponemos de dos dispositivos que no se cortan a la vez cuando se da el comando de paso a OFF. Por una parte está el diodo que en principio se corta de forma natural y en la disposición actual no se cortará instantáneamente al cortar el IGBT ya que no le aplicamos tensión inversa. Por tanto tendrá cargas almacenadas que habrá que recombinar. El diodo sólo se cortará cuando estando el IGBT cortado, se le aplica a éste tensión inversa entre colector y emisor, por tanto conducirá su diodo interno y dicha tensión inversa en el IGBT es soportada íntegramente por el diodo en serie. En ese caso será el diodo el que bloquee la tensión. El hecho de que se puedan quedar cargas almacenadas en el diodo durante la conmutación además del retraso en el paso a OFF inherente al IGBT tiene como resultado grandes picos de tensión asociados a pérdidas de conmutación.

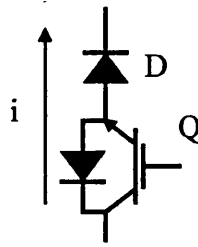


Figura 5.1.: Interruptor unidireccional en corriente y bidireccional en tensión.

Actualmente se busca aplicar a todo circuito de potencia que funcione en régimen de conmutación un circuito de conmutación suave (“soft switching”) que reduzca las pérdidas de conmutación y a su vez los picos de tensión que se puedan originar. Este tipo de circuitos son generalmente resonantes y aunque siguen evolucionando ya existen para casi todas las topologías. Inicialmente se pasó de utilizar circuitos de ayuda a la conmutación pasivos (“Snubbers”) a utilizar circuitos pasivos de ayuda a la conmutación sin pérdidas [Weinberg-85] utilizando para ello diodos y circuitos resonantes. Esto ya dio algunas soluciones para algunos casos particulares para tener transiciones sin pérdidas, pero estos circuitos no sirven para todas las topologías. Otra familia sería la utilización de circuitos resonantes como elementos de transferencia de energía de forma que como la corriente se anula periódicamente uno puede conmutar en esos instantes sin pérdidas [Weinberg-92]. La desventaja de estos circuitos es que no permiten variar el ciclo de trabajo ya que no se puede cambiar la frecuencia de resonancia del tanque resonante durante el funcionamiento del circuito y, o deben trabajar a frecuencia fija, o deben regularse de forma paralela reduciendo el margen de regulación [Carrasco-95].

A partir de ahí se propusieron los primeros circuitos de transición suave los cuales aplicaban un pequeño circuito auxiliar que seguía incluyendo un tanque resonante el cual sólo resonaba durante la transición de forma que ésta se realizase sin pérdidas. Las dos familias existentes son los circuitos de transición a corriente cero o ZCT [Hua-93], y los circuitos de transición a tensión cero o ZVT [Hua-92]. Los últimos han sido los preferidos frente a los anteriores debido a que el circuito auxiliar necesario para su construcción no soporta ningún estrés adicional y además no maneja toda la potencia. Por otro lado los circuitos de tipo ZCT tienen como principal desventaja que deben absorber durante la transición toda la corriente de carga de forma que tenemos pérdidas adicionales en los interruptores auxiliares lo que por tanto resulta en que reducimos las pérdidas en el circuito principal pero las aumentamos en el auxiliar. Su uso por lo tanto es algo restringido y ha perdido posiciones frente al circuito de tipo ZVT.

El funcionamiento del circuito ZVT se basa en hacer resonar una inductancia con la capacidad parásita del interruptor principal. Cuando la tensión de resonancia cruza por cero, se conmuta el interruptor principal sin tensión y por tanto sin pérdidas.

En el caso del circuito ZCT se utiliza un tanque resonante adicional que resuena y que inyecta su corriente de resonancia a través del interruptor principal el cual se desactiva cuando la corriente por él alcanza cero.

Ambos circuitos tienen las principales características que debe tener un circuito de conmutación suave y es que deben ser independiente de la carga, deben ser sencillos, y no deben aumentar el estrés de los interruptores principales durante el resto del periodo ni deben sobrecargar los interruptores auxiliares.

La aplicación de estas técnicas de conmutación suave a circuitos de alta potencia está ahora en auge [Vlatkovic-94], [Mao-94], [Mao-96] ya que es justamente aquí donde una mejora del rendimiento y una reducción del ruido son muy útiles al estar trabajando los componentes al límite de sus posibilidades. Ya se han propuesto múltiples circuitos para los rectificadores trifásicos de tipo BOOST, que por otra parte son los más utilizados debido a su mucho mayor rendimiento, pero no se han propuesto tantos para los de los rectificadores de tipo BUCK, al utilizarse esta topología mucho menos [Vlatkovic-93].

Es relativamente sencillo aplicar una técnica ZVT a un rectificador de tipo BOOST [Li-96] ya que sus interruptores son unidireccionales en tensión y bidireccionales en corriente. Esto se traduce en que el interruptor es un simple IGBT o cualquier otro tipo de transistor con un diodo en paralelo, lo que de forma natural ya ocurre con los MOSFET, por ejemplo.

Pero aplicar la técnica ZVT a un rectificador de tipo BUCK no es tan sencillo. Debido a que el interruptor es unidireccional en corriente y bidireccional en tensión tendremos un diodo en serie con un transistor. Esto significa que las capacidades parásitas que se utilizan para conseguir condiciones ZVT en este caso están en serie y son la capacidad parásita del diodo y la capacidad parásita del IGBT. Por tanto tenemos dos capacidades en serie que son variables con la tensión y además de forma no lineal. Esto significa que se pueden alcanzar durante la resonancia tensiones muy altas entre el positivo y el negativo del rectificador, lo cual

nos lleva a un estrés excesivo. Para evitarlo debemos conectar capacidades en paralelo con cada uno de los dispositivos que sean mucho mayores que las capacidades parásitas de los mismos dispositivos. Además la capacidad en paralelo con el diodo debe ser mucho mayor que la que pongamos en paralelo con el transistor de forma que la variación de tensión se produzca principalmente en el transistor y así podamos conmutarlo a tensión cero. Todos estos inconvenientes hacen muy difícil poder asegurar en un interruptor bidireccional en tensión y unidireccional en corriente, que la tensión se distribuya correctamente entre ambos dispositivos y que podamos conmutar el transistor bajo condiciones de tensión cero. La técnica ZVT para este tipo de interruptores es por tanto de dudosa utilidad [Vlatkovic-94-2].

Parece lógico buscar una estructura de tipo ZCT para proveer a este tipo de interruptores de una condición de conmutación suave. Un circuito ZCT es en principio independiente de las capacidades parásitas de los interruptores. Obviamente seguiremos teniendo la desventaja inherente a todo sistema de tipo ZCT y es que este circuito debe conmutar toda la corriente de carga con lo que son críticas las pérdidas en el circuito auxiliar.

## **5.2. Circuito de conmutación suave propuesto**

Partimos del hecho de que buscamos un circuito ZCT, para así poder conseguir conmutaciones a corriente cero y minimizar las pérdidas del rectificador. Al utilizar la técnica ZCT, aunque el circuito auxiliar sufre más pérdidas, no dependeremos de las capacidades parásitas de nuestros dispositivos (transistor y diodo) y así aseguraremos un buen funcionamiento.

El circuito propuesto consiste en un tanque resonante que activaremos antes de que se produzca cualquier transición y así conseguiremos una resonancia cuya corriente se opondrá a la corriente que pasa por la rama correspondiente del rectificador anulándola en el instante en que realicemos la transición. La resonancia continuará hasta que la corriente resonante se anule, instante en el que desconectaremos los interruptores auxiliares y por tanto también bajo condiciones de corriente cero. Insistir que el circuito propuesto permite conmutar bajo condiciones de corriente cero casi todas las conmutaciones del rectificador,

independientemente de que sean a ON o a OFF y que se produzcan en una rama u otra y en el paso del estado de libre circulación,  $d_0$ , al de  $d_a$  o  $d_b$  o a la inversa.

El circuito de nuestro rectificador BUCK se muestra en la Figura 5.2.

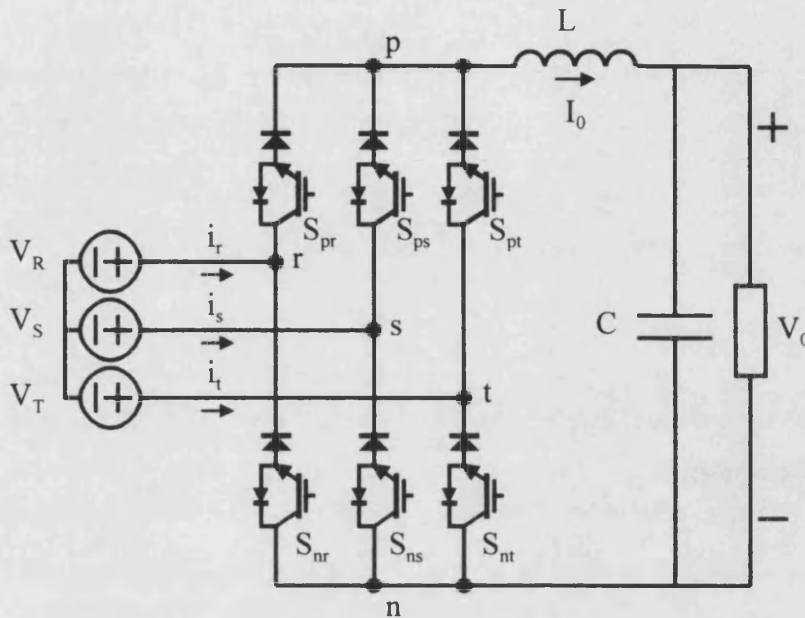


Figura 5.2.: Rectificador trifásico tipo BUCK

Nuestro circuito auxiliar lo conectaremos entre los extremos positivo (p) y negativo (n) de la tensión rectificada y troceada antes del inductor y para nuestro estudio supondremos que este inductor es una fuente de corriente. El circuito propuesto se muestra en la Figura 5.3.

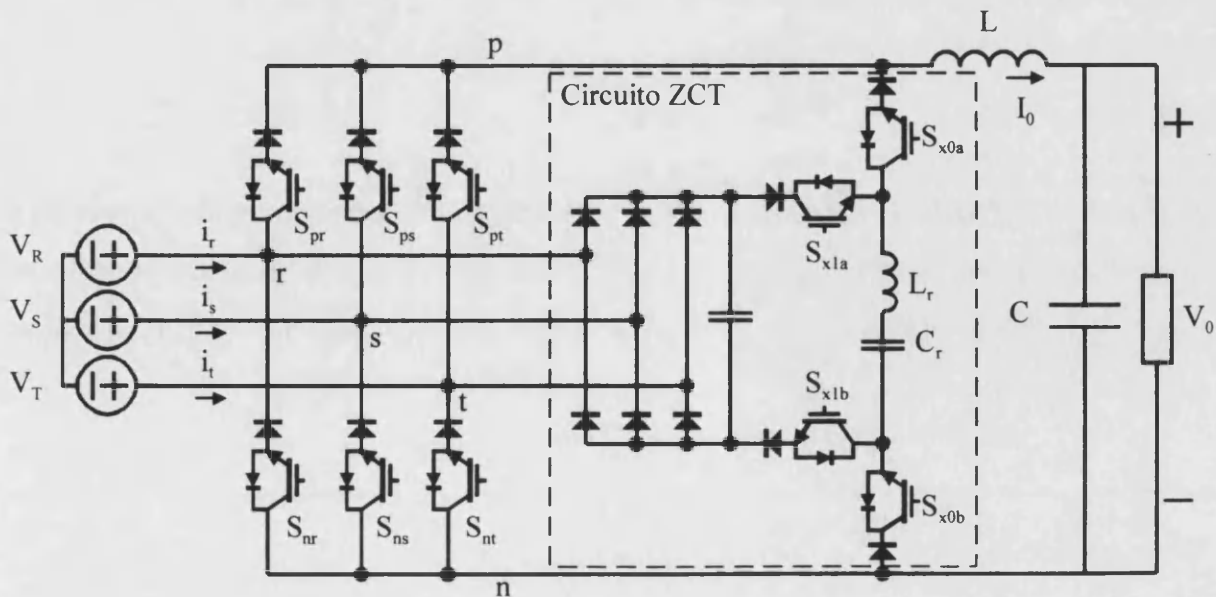


Figura 5.3.: Rectificador BUCK con circuito ZCT.

En el circuito se observa que necesitamos cuatro interruptores unidireccionales en corriente adicionales. Los interruptores  $S_{x1}$  se activan con la misma señal de disparo y son los que recargan el tanque resonante y los interruptores  $S_{x0}$  son los que generarán la resonancia por la rama correspondiente de los interruptores principales, y que se activan ambos con la misma señal de disparo. Necesitamos dos interruptores cada vez ya que debemos tener totalmente aislado el tanque resonante del circuito cuando lo estemos recargando y también totalmente aislado de las fases que lo recargan cuando esté funcionando como ZCT. La utilización de interruptores unidireccionales en corriente obliga al circuito a resonar siempre en la dirección que nosotros deseamos y caso de no poder hacerlo (si la tensión del condensador no es la apropiada) entonces, simplemente no resonar.

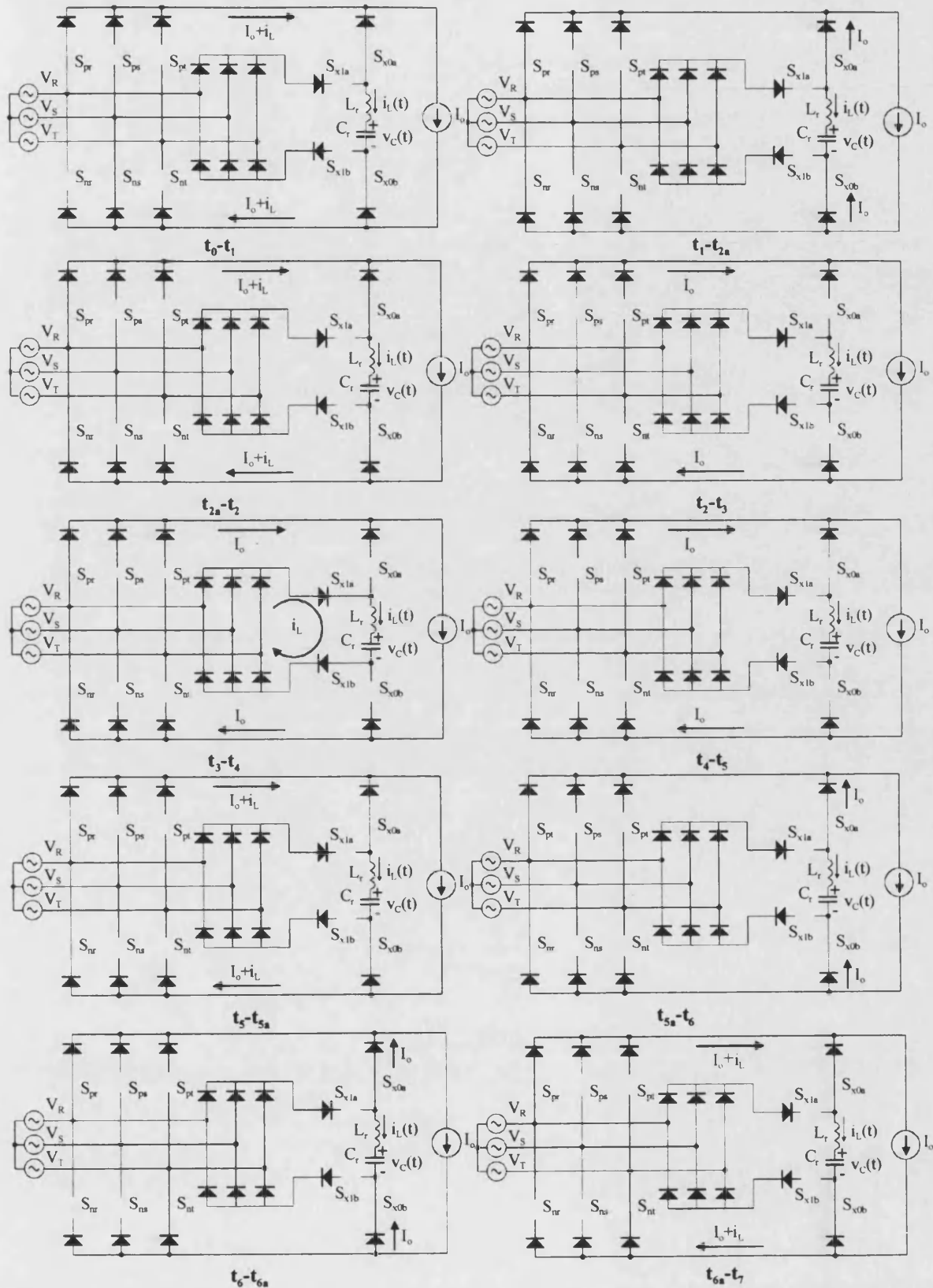
### 5.2.1. Principio de operación

Los distintos estados de funcionamiento los describimos en la Figura 5.4. donde sólo mostramos medio periodo de conmutación de los interruptores principales. Y las formas de onda las mostramos en la Figura 5.5. donde sí que se muestra todo el periodo.

La frecuencia de conmutación del rectificador es mucho mayor que la frecuencia de red (de hecho,  $f_s = 30\text{kHz} \gg f = 50\text{Hz}$ ) y hemos distribuido el tiempo muerto  $d_0$  o estado de libre circulación entre los dos estados de ON,  $d_a$  y  $d_b$ .

Por simplicidad sólo hemos mostrado los 13 primeros estados de funcionamiento del circuito y queremos resaltar que aunque parece complejo, la idea es muy simple. Consiste en tener medio periodo de la resonancia durante las transiciones de los interruptores principales y otro medio periodo entre las transiciones que servirá para recargar el tanque resonante, es decir devolver al condensador una carga positiva para que en la siguiente resonancia ésta se produzca en el sentido apropiado.





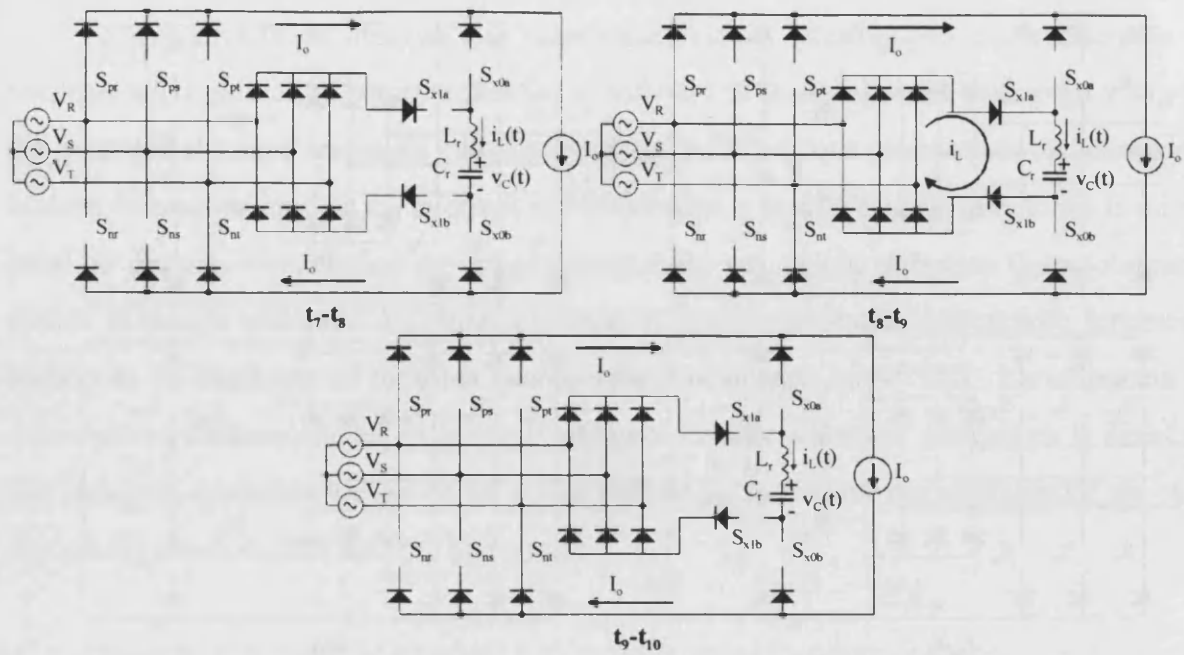


Figura 5.4.: Los 13 primeros estados de funcionamiento del circuito ZCT. Corresponden a medio periodo de conmutación.

En la Figura 5.5. se muestran las formas de onda de todo un periodo de la frecuencia de conmutación de los interruptores principales.

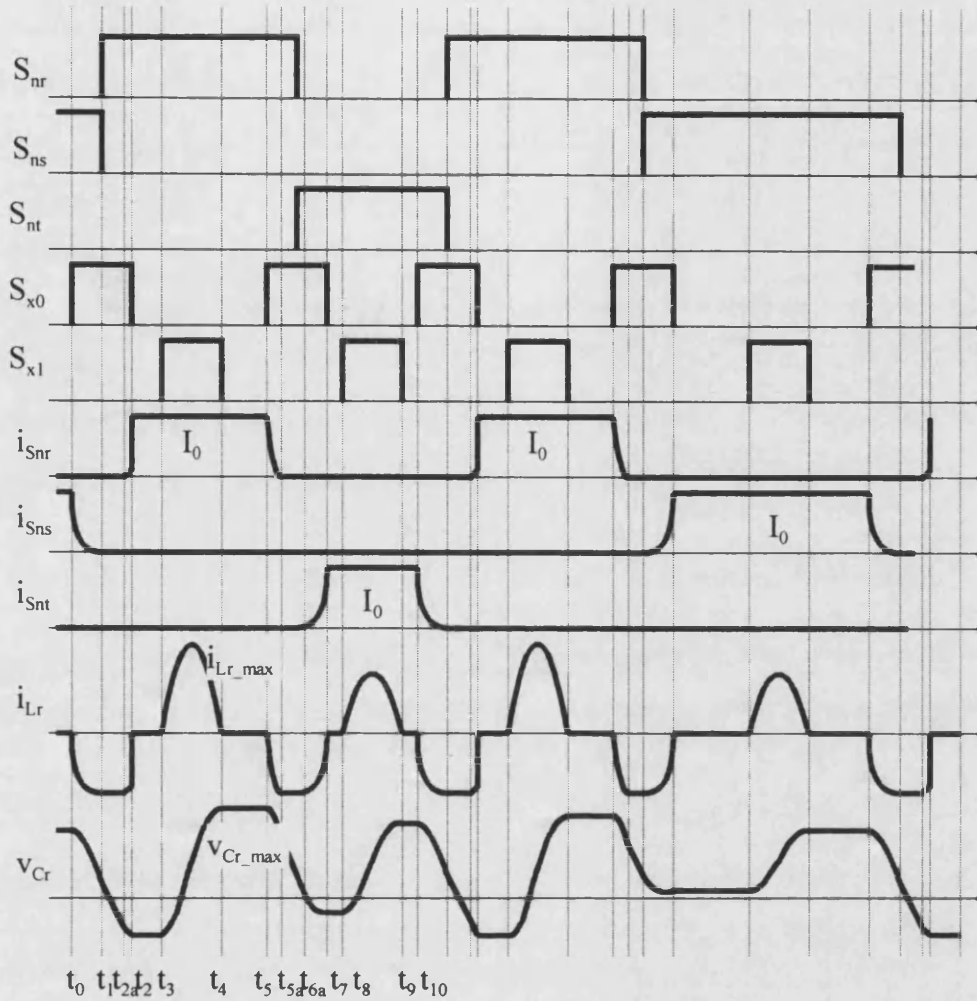


Figura 5.5.: Formas de onda del circuito.

Debido a que los interruptores principales son unidireccionales en corriente podemos encontrar tres estados adicionales ( $t_1-t_{2a}$ ,  $t_{5a}-t_6$  y  $t_6-t_{6a}$ ) que tienen una duración variable y ajustan la tensión en el condensador resonante siempre a la misma tensión al final de estos estados independientemente de la carga. Este se traduce en que la condición ZCT es independiente de la carga. Esta independencia de la carga será cierta si los diodos son ideales (lo que hemos supuesto hasta ahora) y no conducen corrientes inversas. La realidad nos demuestra que aunque el circuito es independiente de la carga, las conmutaciones ya no se producen a corriente cero, debido a que los diodos no son ideales.

Las formas de onda en la Figura 5.5. nos muestran que tendremos transiciones ZCT en todas las transiciones para los interruptores principales ( $t_1$ ,  $t_{5a}$  y  $t_{10}$ ) y en 6 ( $t_0$ ,  $t_3$ ,  $t_4$ ,  $t_5$ ,  $t_7$  y  $t_8$ ) de las 8 transiciones a OFF para los interruptores auxiliares.

La variable que controla el que obtengamos condiciones de funcionamiento ZCT es la impedancia característica del tanque, suponiendo que el tiempo de ON de los interruptores auxiliares es siempre fijo ( $t_{on} = T_r/2$ ).

Estudiemos los diferentes intervalos temporales que se producen. Para ello supondremos que estamos en el instante angular de la frecuencia de red  $\omega t = -15^\circ$ . En ese instante las tensiones de fase valen  $V_R = 0.97V_m$ ,  $V_S = -0.71V_m$ ,  $V_T = -0.26V_m$ . Dado que la frecuencia de conmutación (30kHz) es mucho mayor que la de red (50Hz), podemos suponer que las tensiones de fase se mantendrán constante durante un periodo de conmutación.

Los diferentes estados son:

#### $t_0-t_1$

Supongamos que acabamos de activar los interruptores auxiliares  $S_{x0}$ . Comienza por tanto la resonancia y la corriente del tanque empieza a crecer hasta que alcanza  $I_0$ . En ese instante tendremos corriente cero circulando por el interruptor principal y lo podemos conmutar sin pérdidas.

#### $t_1-t_2$

La resonancia tiende a continuar pero ahora sin tener una fuente de tensión en su camino. La corriente intentará crecer más aún y circular inversamente por la rama correspondiente del rectificador, pero permanecerá fijada a  $I_0$  por el diodo en serie con  $S_{nr}$ . Esto descargará el condensador a corriente constante hasta que alcance una tensión apropiada a partir de la cual la resonancia comience de nuevo y en el sentido apropiado.

#### $t_2-t_3$

La resonancia comienza de nuevo reducirá  $i_L$ , pero el interruptor auxiliar conmutará antes, lo que resultará en una conmutación a corriente distinta de cero para el interruptor auxiliar.

#### $t_3-t_4$

Este es el estado de funcionamiento normal.

#### $t_4-t_5$

Durante este periodo haremos resonar el tanque para recargar el condensador resonante a la tensión apropiada para que en el siguiente periodo de ZCT tengamos una transición ZCT. Para ello necesitamos incluir una fuente de tensión en la malla de la resonancia.

#### $t_5-t_6$

Este es de nuevo el estado de funcionamiento normal.

$t_5-t_{5a}$

Durante este estado volvemos a activar el tanque para alcanzar la condición de ZCT. La resonancia alcanza  $I_0$  antes, ya que en este intervalo no tenemos ninguna fuente de tensión en la malla de la resonancia. De nuevo gracias al diodo en serie con  $S_{nr}$  la corriente queda fijada a  $I_0$  y la transición de los interruptores principales se hace a cero de corriente.

$t_{5a}-t_{6a}$

$C_r$  se descarga a corriente constante hasta la tensión de línea y en  $t_6$ , antes de alcanzar la tensión de línea, conmutamos los interruptores principales a corriente cero.

$t_{6a}-t_7$

Una vez alcanzada la tensión de línea, continúa la resonancia y esta vez en el sentido adecuado y por tanto reduciendo  $i_L$  casi a 0A. Entonces pasamos a OFF los interruptores auxiliares a cero de corriente.

$t_7-t_8$

Este es de nuevo un estado normal de operación.

$t_8-t_9$

Durante este intervalo recargamos de nuevo el condensador  $C_r$  a alta tensión para así obtener ZCT en la siguiente transición.

$t_9-t_{10}$

Este es el último estado de operación normal antes de que el ciclo se vuelva a repetir.

Para el estudio teórico hemos simplificado el circuito y hemos utilizado el que mostramos en la Figura 5.6. Aunque en este circuito no hemos incluido resistencias de pérdidas las ecuaciones de todos los intervalos sí que las hemos resuelto teniendo en cuenta una resistencia serie con cada interruptor. Esto da una solución más exacta del circuito ya que justifica el que la tensión del condensador no llegue a alcanzar el valor ideal si no siempre un valor inferior.

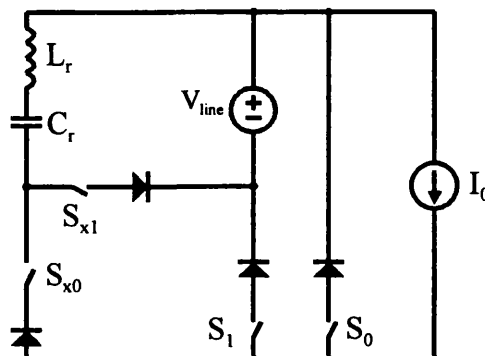


Figura 5.6.: Circuito equivalente del rectificador BUCK con ZCT.

Este circuito tiene en cuenta todos los posibles estados y simplifica el estudio. Durante el estado de libre circulación está ON  $S_0$  ( $t_2$ - $t_3$ ) durante el estado de transferencia de energía  $S_1$  está ON ( $t_7$ - $t_8$ ). Los interruptores auxiliares  $S_{x1}$  y  $S_{x0}$  activan el tanque resonante. Cuando  $S_{x0}$  está ON obtenemos las transiciones ZCT en los interruptores principales y cuando activamos  $S_{x1}$  recargamos el tanque resonante.  $I_0$  representa la corriente de salida y la tensión de línea es  $V_{línea}$ . En el circuito real  $V_{línea}$  tiene un rizado de 300Hz que hará variar su valor entre 1.50 y 1.73 veces la amplitud de la tensión de fase ( $V_m$ ) cuando está recargando el tanque y entre 0.87 y 1.73 veces  $V_m$  cuando estamos realizando la resonancia a través de las ramas con los interruptores principales  $S_0$  o  $S_1$ <sup>4</sup>. Esta diferencia entre el modelo y el circuito real tendrá poca influencia en el comportamiento real del circuito frente a su modelo. Sólo afecta a la tensión final del condensador cuando termine la resonancia y por tanto la corriente de resonancia de pico. El peor caso se tendrá cuando tengamos una fuente de tensión en la malla resonante del mismo valor que la utilizada para recargar el condensador, ya que el condensador se debe cargar a una tensión muy superior para que en el siguiente semiperiodo resuene en la dirección apropiada, aunque tenga la fuente de tensión en serie con él. Por tanto en el modelo estamos mostrando el caso más desfavorable que se puede dar en el circuito real.

El cálculo de las formas de onda de la tensión en el condensador y la corriente en la bobina se presentan en el Anexo 4. Se han representado además las formas de onda resultantes de dichas expresiones. Aunque ni en el modelo ni en los estados equivalentes se han incluido las pérdidas, estas sí que se han tenido en cuenta en el estudio teórico. Las pérdidas se han modelado con una resistencia en serie con cada rama, lo que equivale a resolver cada vez un circuito resonante serie LCR. Las resistencias parásitas del circuito son las que limitan la tensión máxima en el condensador resonante, que de lo contrario es muy alta y como la deben soportar los dispositivos, no se puede permitir que supere cierto límite. La realidad demostró que dicha tensión no sube tanto debido a las pérdidas en el circuito resonante (Al resolver el circuito LCR aparecen exponenciales que amortiguan la oscilación).

---

<sup>4</sup> La diferencia de estas tensiones en el circuito real viene de que la fuente que recarga el tanque resonante es la tensión trifásica rectificadas, mientras la tensión que existe en la malla resonante durante el semiperiodo de ZCT es la tensión de entrada que estará compuesta por dos de las tres tensiones trifásicas disponibles. Esto se comprueba fácilmente en la Figura 5.4.

El estudio del modelo, que tiene los mismos intervalos que el circuito real, muestra que gracias a los diodos ideales la corriente queda fijada a  $I_0$  si la corriente de resonancia es mayor que  $I_0$ , lo que se traduce en que el circuito es independiente de la carga y tendremos condiciones de ZCT en todas las transiciones de los interruptores principales y en casi todas las transiciones de los interruptores auxiliares. Sólo en el intervalo  $[t_{2a}-t_2]$  y en  $[t_{6a}-t_7]$  la conmutación de los interruptores auxiliares no es de forma suave (ver Figura 5.5.) aunque en este último intervalo la conmutación se puede suponer casi a corriente cero.

### 5.2.2. Procedimiento de diseño

El procedimiento de diseño es inmediato. Debemos fijar la tensión máxima del condensador, el parámetro más restrictivo del circuito, que podemos tolerar. A continuación fijamos el periodo de resonancia para determinar cuantas transiciones son con ZCT. Aunque el periodo sea muy grande no estamos perdiendo ciclo de trabajo ya que la corriente  $I_0$  sigue circulando tanto en el estado de libre circulación como en el de transferencia de energía. Pero sí que tenemos que tener en cuenta que para aplicar el circuito ZCT durante una transición necesitamos un semiperiodo y que necesitamos otro semiperiodo para que se recargue el condensador. Por tanto para ciclos de trabajo pequeños (lo que se da cada intervalo de  $60^\circ$  del periodo de red con la modulación de vectores espaciales) no podemos aplicar el circuito si los ciclos de trabajo se encuentran muy cerca ya que necesitamos un tiempo de al menos un semiperiodo para la recarga. Estas consideraciones nos sirven para fijar la frecuencia de resonancia. Como el circuito ZCT es independiente de la carga, sólo debemos calcular la impedancia característica del tanque para la condición de carga máxima, ya que para cargas inferiores se ajustará solo para dar la condición de ZCT.

Para obtener la expresión de la impedancia característica debemos utilizar las ecuaciones de los diez intervalos del circuito equivalente de la Figura 5.6. que se encuentran en el Anexo 4. La tensión máxima del condensador se obtiene durante el intervalo  $[t_3-t_4]$  y teniendo en cuenta las condiciones iniciales y despreciando las pérdidas, deducimos la siguiente expresión:

$$V_{Cr\_max} = 2\sqrt{2}V_{linea} + I_0 Z_r \cos\left(\frac{\sqrt{2}V_{linea}}{I_0 Z_r}\right) \quad (5.1.)$$

Esta ecuación es trascendental y no tiene solución algebraica y deberemos por tanto hacer una aproximación. Una posible aproximación es suponer el coseno igual a uno. La representación gráfica de la ecuación anterior y de la aproximación para el coseno igual a uno se muestra en la Figura 5.7. Se puede observar que el error es bastante pequeño y que por tanto no parece descabellado el utilizar esta aproximación para el diseño.

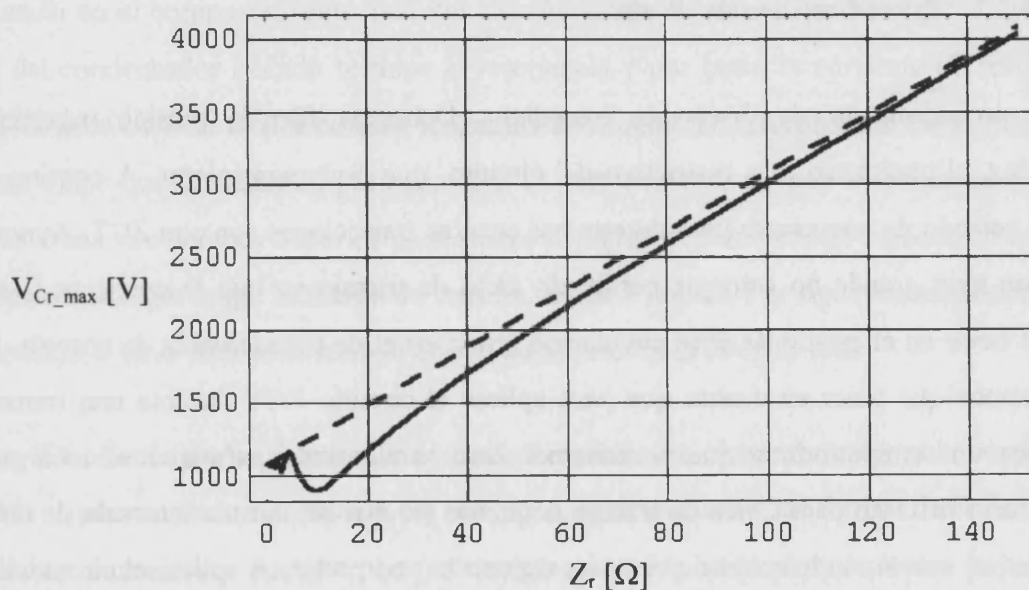


Figura 5.7.: Representación gráfica de la expresión de  $V_{Cr\_max}$  (línea continua) y su aproximación, donde  $\cos=1$  (línea discontinua).  $\sqrt{2} V_{linea}=540V$ ,  $I_0=20A$ .

Para el diseño utilizaremos la aproximación que da como resultado una tensión de condensador mayor de la que obtendremos en la realidad. Esta tensión de condensador nunca se alcanzará debido a que el coseno no vale 1 y además tenemos pérdidas en el circuito. Pero la expresión nos permite realizar el diseño del tanque resonante donde la alta tensión en el condensador será menor, hecho deseable.



Aplicando la aproximación podemos despejar  $Z_r$ ,

$$Z_r = \sqrt{\frac{L_r}{C_r}} = \frac{V_{C_r_{\max}} - 2\sqrt{2}V_{\text{linea}}}{I_{0\max}} \quad (5.2.)$$

$$T_r = 2\pi\sqrt{L_r C_r} \quad (5.3.)$$

Con estas dos ecuaciones, fijando  $V_{C_r_{\max}}$  y conociendo  $V_{\text{linea}}$  e  $I_{0\max}$ , podemos determinar  $L_r$  y  $C_r$ .  $V_{\text{linea}}$  es la tensión de línea e  $I_{0\max}$  es la corriente de carga máxima que circulará por nuestros interruptores principales. Como la tensión real será menor debido a las pérdidas que no han sido tenidas en cuenta en estas expresiones, el estrés de tensión de los interruptores auxiliares también será algo menor.

La simulación de nuestro circuito simplificado con pérdidas demuestra que el principio de operación descrito es correcto y que el análisis temporal descrito y las expresiones obtenidas son correctas. Los resultados de la simulación se muestran en la Figura 5.8. donde podemos apreciar como las transiciones se realizan casi todas bajo la condición de corriente cero. El periodo de resonancia se ha aumentado en relación con el periodo de conmutación para así ver más claramente el funcionamiento del circuito. El aumento del periodo resonante reduce por una parte la frecuencia de conmutación de los interruptores auxiliares, pero no es muy aconsejable ya que evita el poder aplicar el circuito a estados con ciclos de trabajo muy estrechos. Esto es debido a que el circuito necesita de un semiperiodo para poder recargarse y que no se podrá producir si el ciclo de trabajo es muy estrecho y el semiperiodo muy largo.

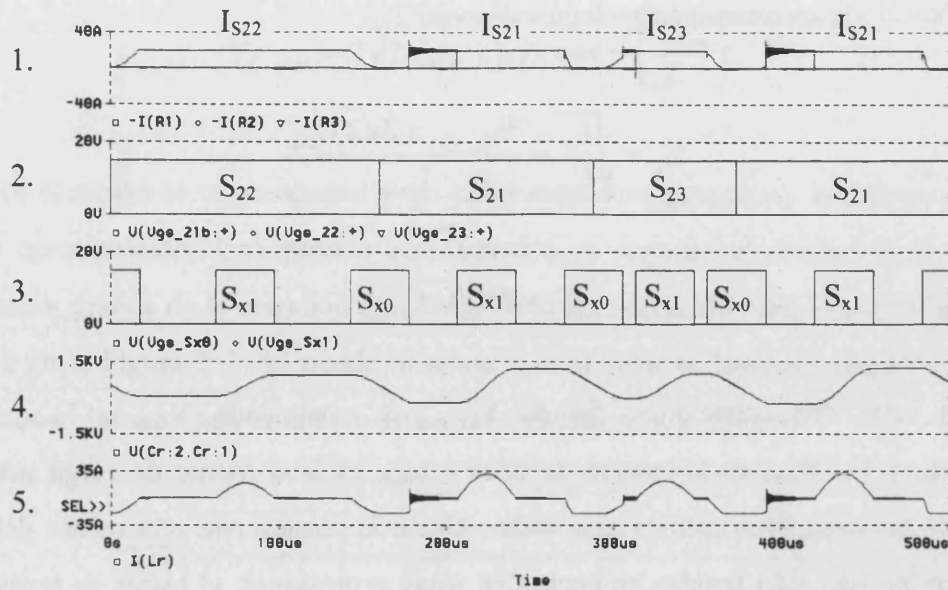


Figura 5.8.: Formas de onda 1: Corriente a través de  $S_{nr}(-I(R1))$ ,  $S_{ns}(-I(R2))$  y  $S_{nr}(-I(R3))$ ; 2: Señales de disparo de los interruptores principales; 3: Señales de disparo de los interruptores auxiliares; 4: Tensión en el condensador resonante; 5: Corriente a través del tanque resonante. Las oscilaciones a alta frecuencia muestran cuando las transiciones no se realizan a cero de corriente.

### 5.3. Control del circuito ZCT

Para el control del circuito se han de añadir algunas modificaciones al circuito de control que se tiene. Las modificaciones se deben hacer tanto en la etapa digital (Anexo 3) como en la rutina del DSP (Anexo 2).

Recordemos que para disparar nuestros transistores hemos elegido la distribución de ciclos que activa primero el ciclo de trabajo grande ( $d_a$ ), después la mitad del tiempo muerto ( $d_0/2$ ), el ciclo de trabajo pequeño ( $d_b$ ) y a continuación la otra mitad del tiempo muerto ( $d_0/2$ ). Como activamos el circuito ZCT en todas las transiciones, esto significa que debemos detectar las 4 transiciones que se producen en un periodo de conmutación. En la Figura 5.9. se observan las tres señales auxiliares que genera nuestro DSP (A, B, C) a partir de las cuales se reconstruyen las señales de los IGBTs principales como ya se ha visto en un capítulo anterior. Las transiciones que necesitamos conocer están marcadas por una línea discontinua. A partir de estas transiciones debemos generar las señales de los interruptores auxiliares que se deben activar un cuarto de periodo de resonancia antes, para que así el máximo de corriente resonante se alcance en el instante de la transición de los interruptores principales. Esto se

consigue utilizando las tres salidas PWM disponibles que le quedan a nuestro DSP. Generamos pues además tres señales que llamamos  $A'$ ,  $B'$  y  $C'$  que tienen la duración de  $A$ ,  $B$  y  $C$  respectivamente menos un cuarto de periodo resonante,  $T_r/4$  (ver Figura 5.9.).

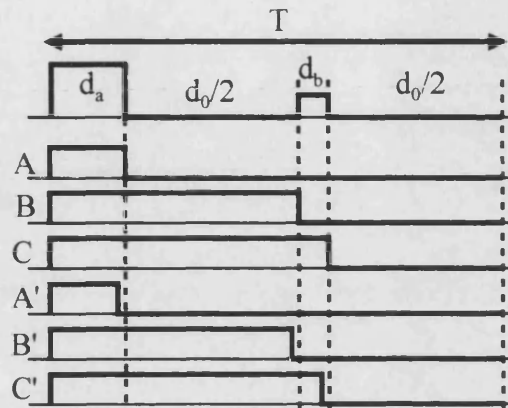


Figura 5.9.: Señales de disparo del rectificador.  $A$ ,  $A'$ ,  $B$ ,  $B'$ ,  $C$  y  $C'$  son generadas por el DSP.  $A$ ,  $B$  y  $C$  son las señales de disparo normales y  $A'$ ,  $B'$  y  $C'$  son las señales auxiliares para generar los disparos de los interruptores auxiliares.

A partir de estas señales auxiliares y con ayuda de nueve monostables (74HCT221) generamos las señales de disparo de los interruptores auxiliares. Para la última transición necesitamos un monoestable adicional cuya temporización coincida con el periodo completo menos  $T_r/4$ . La Figura 5.10. muestra un diagrama de bloques del sistema. Los cuatro monoestables antes de la puerta OR que suma todas sus salidas ya nos suministran las señales de disparo de los interruptores auxiliares, es decir en la salida de dicha puerta OR ya están las señales de disparo de  $S_{x0}$ . Pero tenemos que tener en cuenta que debemos recargar el tanque resonante, por lo que después de activar el circuito ZCT, debemos dejar el tiempo necesario para recargar el tanque. Esto lo hacemos con el monoestable realimentado con un puerta OR. La realimentación la utilizamos para evitar que se vuelva a disparar una vez disparado. Cuando se activa este monoestable que genera la ventana para que tengamos tiempo suficiente para recargar el tanque, disparamos a la vez el monoestable que genera la señal de disparo de  $S_{x0}$ . El final de esta señal activa un monoestable que nos introduce un tiempo muerto entre la señal de disparo de  $S_{x0}$  y  $S_{x1}$ . Cuando acaba este tiempo muerto se genera la señal de disparo de  $S_{x1}$ . Sólo debemos tener en cuenta que el tiempo de la ventana debe ser mayor o igual que el tiempo de  $S_{x0}$  más  $S_{x1}$  más el tiempo muerto intercalado. En nuestro caso debe ser mayor que  $2T_r$ .

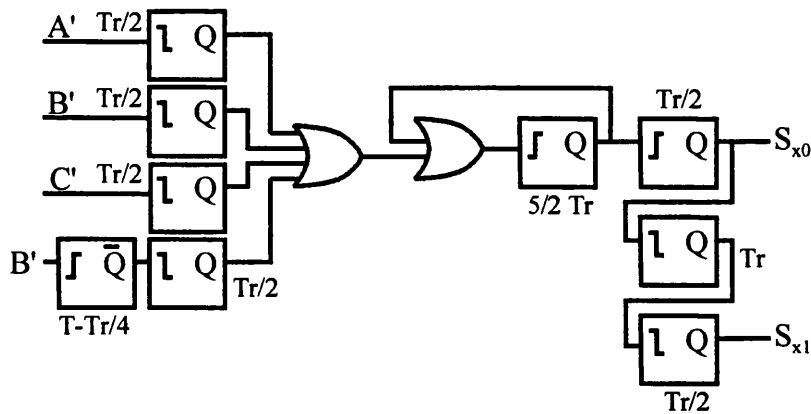


Figura 5.10.: Esquema del circuito desarrollado para generar las señales de disparo de los interruptores auxiliares. Todos los bloques son monoestables (74HC221).

### 5.4. Resultados experimentales

La construcción práctica del circuito ZCT descrito se puede encontrar en el Anexo 3. El circuito se ha añadido al rectificador cuyas especificaciones recordemos que eran:

$$V_{line} = 380V \quad V_0 = 50V \quad (5.4.)$$

$$f_s = 30kHz \quad I_{0max} = 20A \quad (5.5.)$$

En nuestro diseño del circuito ZCT hemos fijado  $T_r = 2\mu s$  y  $V_{Cr_{max}} = 1500V$  y aplicando la expresión para  $Z_r$ ,

$$Z_r = \sqrt{\frac{L_r}{C_r}} = \frac{V_{Cr_{max}} - 2\sqrt{2}V_{line}}{I_{0max}} = 21\Omega \quad (5.6.)$$

elegimos una  $Z_r$  ligeramente mayor:

$$Z_r = 25 \quad (5.7.)$$

y a partir de ahí el condensador vale,

$$C_r = \frac{T_r}{2\pi Z_r} = 12.7\text{nF} \quad (5.8.)$$

Para mejorar la capacidad de corriente de los condensadores hemos puesto condensadores en paralelo y a continuación en serie (10nF+2.2nF):

$$C_r = 12.2\text{nF} \quad (5.9.)$$

y  $L_r$  vale

$$L_r = \frac{T_r^2}{4\pi^2 C_r} = 8.3\mu\text{H} \quad (5.10.)$$

El circuito ZCT se ha implementado a partir de IGBTs de alta tensión conmutados a alta frecuencia ( $T_r = 2\mu\text{s} \Leftrightarrow f_r = 500\text{kHz}$ ). Esto resulta en un rendimiento bastante pobre debido a las pérdidas que se producen básicamente en las redes RC de estos IGBTs. Estas redes son imprescindibles ya que en el circuito real las conmutaciones no se producen a corriente cero en todos los casos y algunas conmutaciones se producen con corriente. Por esa razón necesitamos las redes RC para controlar los picos de tensión que se puedan originar en los interruptores y que pueden destruir nuestros dispositivos si no están controlados. Aunque el circuito ZCT mejora el rendimiento del rectificador en sí (ver Figura 5.11.), no consigue mejorar el rendimiento total del sistema (rectificador + circuito ZCT) el cual cae unos puntos cuando se incluye el circuito ZCT.

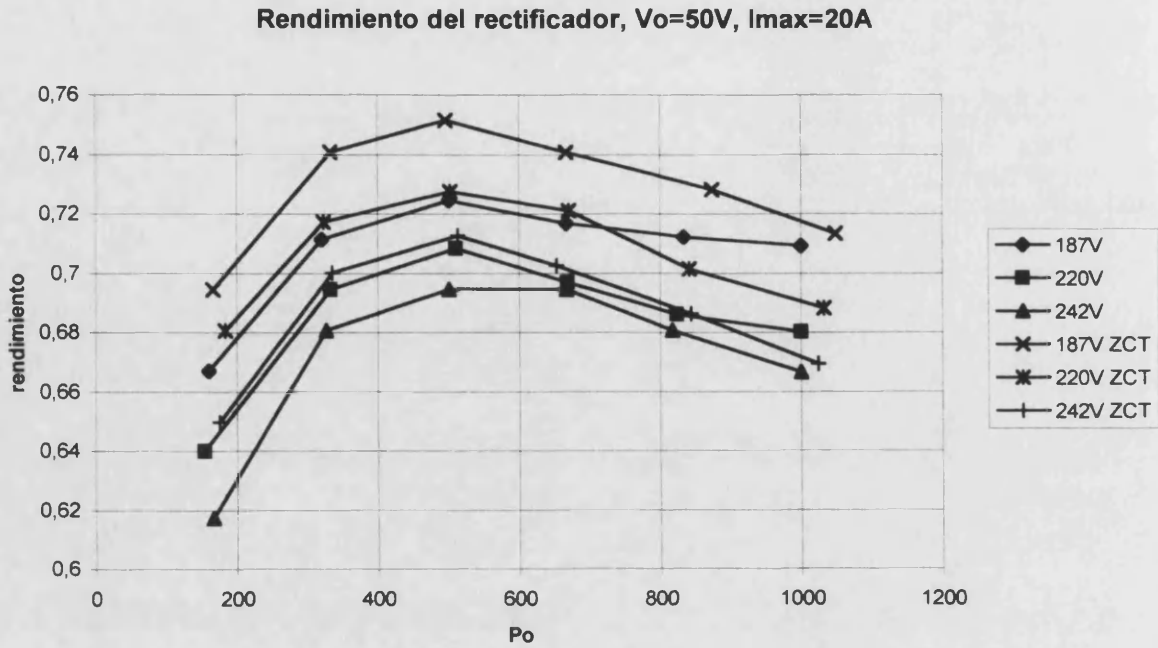


Figura 5.11.: Rendimiento de sólo el rectificador, donde no se han tenido en cuenta las pérdidas en el filtro de entrada ni en el circuito ZCT propiamente dicho.

Se ha comprobado experimentalmente que el ruido ha sido reducido en gran medida gracias a la conmutación suave en los interruptores principales como se muestra en los siguientes oscilogramas (Figura 5.12.).

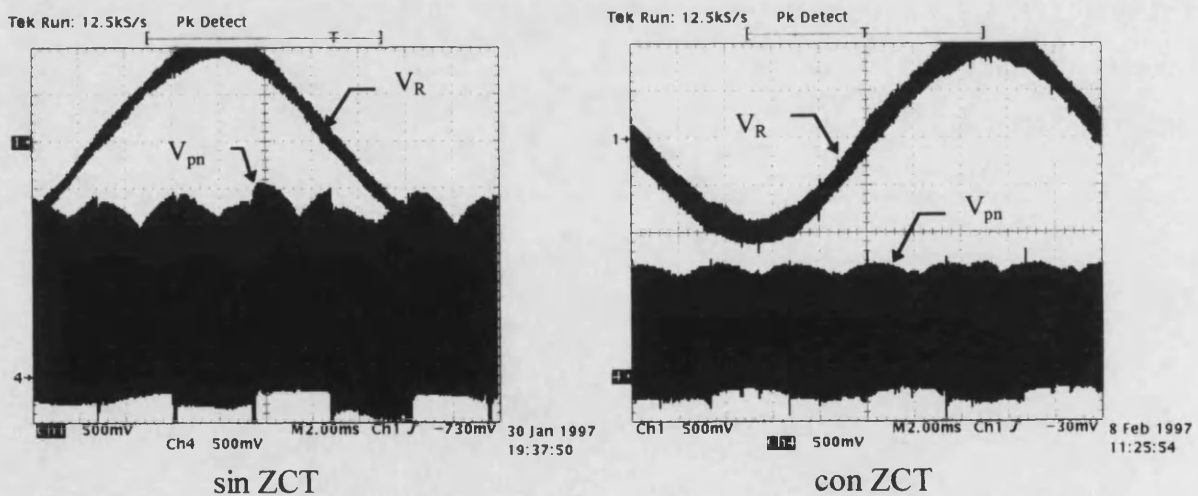


Figura 5.12.: Ruido del rectificador medido en el bus a plena carga:  $V_{pn}$  {Ch1:  $0.04 \cdot V_{faseR}$  (5V/div), Ch4:  $V_{pn}$  (250V/div)} con y sin circuito ZCT. Condiciones:  $V_{linea}=380V$ ,  $V_o=50V$ ,  $I_o=20A$ ,  $L_r=8.5\mu H$ ,  $C_r=12.2nF$ .



Aunque el rendimiento total del sistema se reduce con el circuito de ZCT debido a las pérdidas de conmutación de los IGBTs del circuito ZCT, el uso de IGBTs (dispositivos bipolares) es imprescindible ya que tenemos que manejar toda la corriente del rectificador durante las transiciones y además tener la capacidad de bloquear alta tensión. Como debemos proteger los dispositivos contra picos de alta tensión debidos a las oscilaciones de alta frecuencia durante las conmutaciones añadimos redes RC las cuales producen muchas pérdidas. Estas pérdidas son muy importantes ya que conmutamos los IGBTs a 500kHz. Si pretendemos reducir la frecuencia de resonancia el resultado es que no se activará el circuito ZCT en todas las transiciones, debido a que el tiempo necesario entre transiciones es de aproximadamente un periodo y medio de resonancia (medio periodo para la transición ZCT, medio periodo para la recarga del tanque y medio periodo más entre ambos para asegurar que los IGBTs correspondientes están a OFF). Se comprobó que aún estando a OFF, los IGBTs conducían pequeñas corrientes cuando se activaba la recarga del tanque lo cual aumentaba sus pérdidas (esto se producía al activar  $S_{x1}$  justo a continuación de pasar a OFF  $S_{x0}$ ). Por esto razón se añadió un intervalo adicional entre la activación de  $S_{x1}$  después de  $S_{x0}$ . Todo esto condiciona el hecho de obtener un rendimiento mayor con nuestro circuito ZCT.

El oscilograma de la Figura 5.13. muestra las formas de onda en el paso a ON y a OFF de un IGBT del rectificador. En el paso a OFF el ZCT no está activado, pero si lo está en el paso a ON. Se observa que cuando el circuito ZCT actúa las pérdidas de conmutación se reducen.

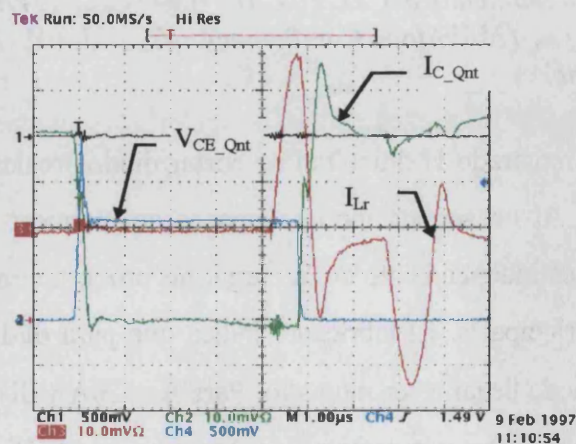


Figura 5.13.: Funcionamiento del ZCT: Ch1:  $0.04 \cdot V_{faseR}$  (5V/div), Ch2:  $I_{C\_Qnt}$  (5A/div), Ch3:  $I_{Lr}$  (5A/div), Ch4:  $V_{CE\_Qnt}$  (250V/div). Condiciones:  $V_{linea}=380V$ ,  $V_0=50V$ ,  $I_0=20A$ ,  $L_r=8.5\mu H$ ,  $C_r=12.2nF$ .

La Figura 5.14. muestra las formas de onda del conmutador  $S_{x0a}$  del circuito ZCT. Se observa que la corriente por el transistor es mayor que la corriente resonante (si se compara con la Figura 5.13.) debido a que a ella se suma la corriente de descarga de la red RC. El paso a OFF se produce antes de llegar a cero de corriente pero las pérdidas son mínimas ya que la tensión sólo aumenta cuando activamos los interruptores  $S_{x1}$  y recargamos el tanque. Se observa que en ese instante la corriente de colector vuelve a aumentar y esta vez con tensión, lo que se traduce en pérdidas. Esta es la razón por la que se ha separada el medio periodo de ZCT del medio periodo de recarga, ya que cuando estaban juntos está corriente era mucho mayor. El pico de tensión, que alcanza los 750V, es el que aumenta considerablemente si se reduce el valor del condensador de la red RC y por tanto aumenta de forma peligrosa el estrés del interruptor. Este pico aumenta con la carga del rectificador.

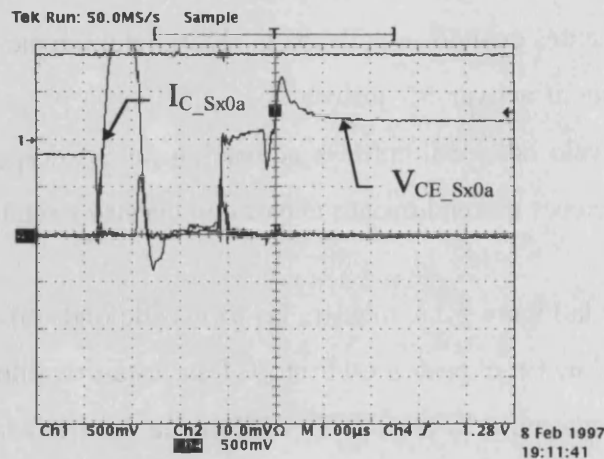


Figura 5.14.: Funcionamiento del ZCT: Ch1:  $0.04 \cdot V_{faseR}$  (5V/div), Ch2:  $I_{C_{Sx0a}}$  (5A/div), Ch4:  $V_{CE_{Sx0a}}$  (250V/div). Condiciones:  $V_{linea}=380V$ ,  $V_0=50V$ ,  $I_0=20A$ ,  $L_r=8.5\mu H$ ,  $C_r=12.2nF$ .

El circuito real ha mostrado la dificultad de cortar diodos reales por corriente estando polarizados directamente. Al no ser los diodos capaces de bloquear la corriente inversa el circuito ZCT que aunque es independiente de la carga, no procura conmutaciones a corriente cero a los interruptores principales. El fabricante indica que para  $di/dt$  bajos o muy bajos el tiempo de recuperación puede llegar a ser muy alto. Para  $I_F = 20A$  y  $di/dt = 100A/\mu s$  el tiempo de recuperación alcanza  $t_r = 120ns$  y la corriente inversa  $I_{RRM} = 4A$ . Dicha corriente inversa es el límite para  $di/dt$ 's aún menores e independiente de la corriente directa  $I_F$ . En el oscilograma 1 de la Figura 5.15. el  $di/dt = 50A/\mu s$ , y la corriente inversa vale unos 3A, lo que coincide con los datos que da el fabricante. Pero esto significa que para cargas pequeñas la transición de los



interruptores principales se hará a  $-3A$  y no a cero de corriente y por tanto con pérdidas. El oscilograma 1 muestra una transición donde el circuito ZCT se activa (se observa como la corriente es negativa durante casi 320ns y alcanza 3A), mientras que en el oscilograma 2 la transición se produce sin ayuda del circuito ZCT (se observa que la recuperación inversa del diodo es bastante abrupta, con un pico de tensión importante y una corriente inversa mayor que 10A).

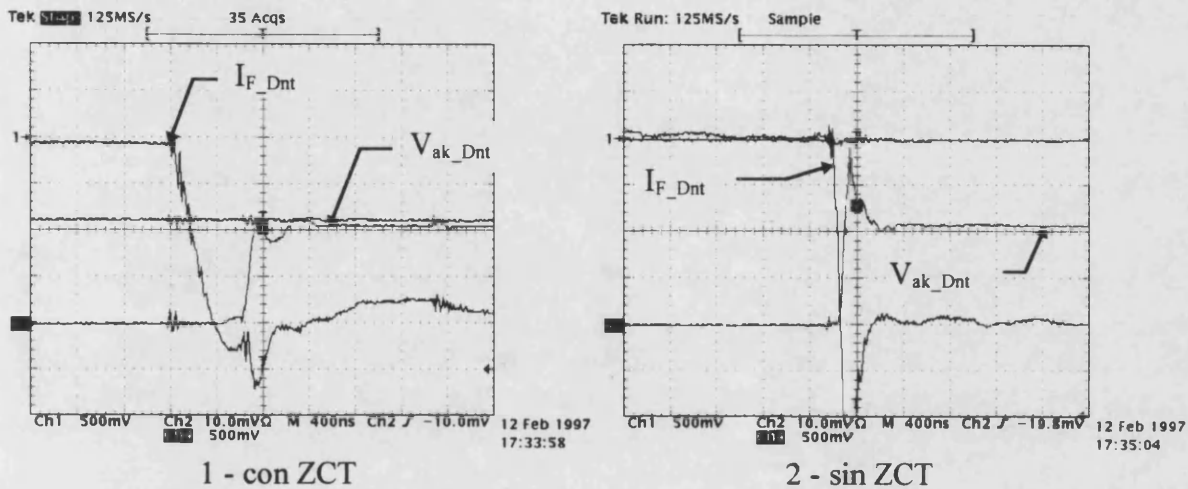


Figura 5.15.: Funcionamiento del ZCT: Ch1:  $0.04 \cdot V_{faseR}$  (5V/div), Ch2:  $I_{Dnt}$  (5A/div) Ch4:  $V_{ak\_Dnt}$  (250V/div). Condiciones:  $V_{linea}=380V$ ,  $V_0=50V$ ,  $I_0=20A$ ,  $L_r=8.5\mu H$ ,  $C_r=12.2nF$ .

Por último mostrar en la Figura 5.16. la tensión en bornes del condensador resonante,  $C_r$ , y la corriente por la bobina resonante,  $L_r$ . En la Figura 5.16. se presenta tanto el caso sin carga como con carga máxima ( $I_{0max} = 20A$ ). Se observa que el circuito es independiente de la carga. Aunque el diodo no es capaz de bloquear corrientes negativas y por tanto las conmutaciones ya no se harán a corriente cero, el circuito sí que es independiente de la carga. La tensión del condensador se reduce para carga mínima y conforme aumenta la carga aumenta al igual que la corriente por la bobina resonante. Se observa en el oscilograma con carga máxima que la tensión máxima alcanzada en el condensador resonante no supera los 1000V. Esta tensión no la podemos suponer soportada por ambos interruptores auxiliares,  $S_{x0a}$  y  $S_{x0b}$ , a partes iguales si no dependiendo de la polaridad que irá cambiando a lo largo del periodo de red, será soportado en su gran mayoría por un interruptor u otro. Medidas experimentales demostraron que el reparto es de aproximadamente un 15% un interruptor y un 85% el otro.

Debemos por tanto diseñar el circuito ZCT para que sus interruptores soporten por si solos toda la tensión que se pueda alcanzar en el condensador resonante.

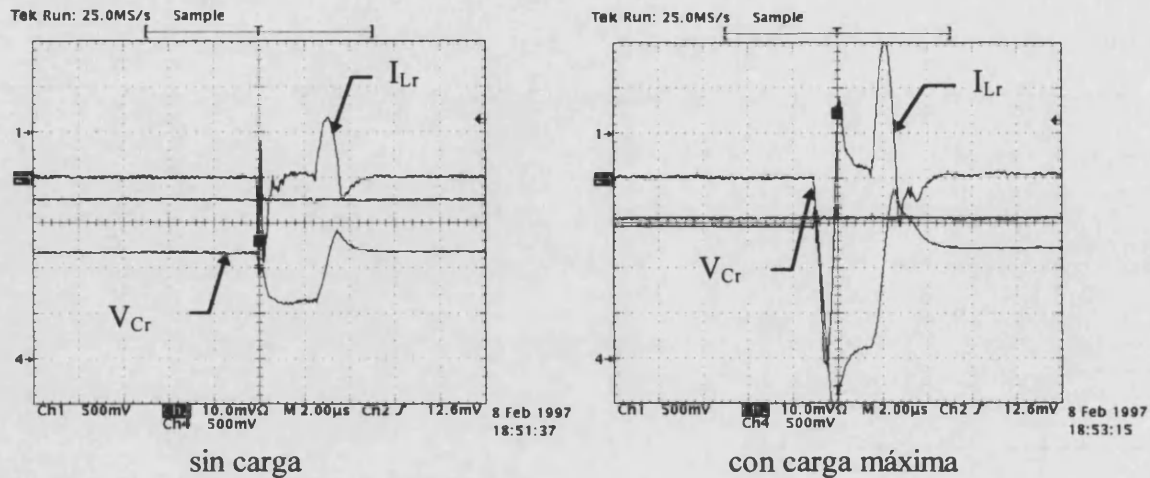


Figura 5.16.: Tensión bornes del condensador resonante,  $C_r$ , y corriente por la bobina resonante,  $L_r$ . Ch1:  $V_R$ , Ch2:  $I_{Lr}$  (5A/div), Ch4:  $V_{Cr}$  (250V/div).  $V_{RMS}=220V$ ,  $R_{Lmax}=2.5\Omega$ ,  $V_0=50V$ ,  $L_r=8.5\mu H$ ,  $C_r=12.2nF$

## 5.5. Conclusión<sup>5</sup>

Se ha desarrollado un nuevo circuito de conmutación suave para un rectificador de tipo BUCK el cual reduce sus pérdidas de conmutación, aunque el rendimiento total del sistema no ha podido ser mejorado debido a las pérdidas en los interruptores auxiliares. Recordemos que los interruptores auxiliares son IGBTs conmutando a 500kHz. El circuito auxiliar es además independiente de la carga, aunque las limitaciones de los diodos de potencia no nos aseguran que las conmutaciones sean a corriente cero debido a la corriente de recuperación inversa.

Las fórmulas matemáticas son muy sencillas y nos dan valores orientativos para diseñar el tanque resonante, a partir de los valores de la tensión del condensador. Aunque la tensión en el condensador es teóricamente muy alta luego la realidad demuestra que es mucho menor

<sup>5</sup> Los resultados de este capítulo han sido aceptados para su presentación en el congreso del IEEE Power Electronics Specialists Conference de 1997 a celebrar en Junio en St. Louis, EE.UU. El título de la comunicación es "Novel ZCT Circuit for Three-Phase Buck Rectifiers".

debido a las pérdidas, lo cual reduce el estrés que sufren los interruptores auxiliares. Esta tensión es la limitación básica del circuito y por tanto el dato más importante para el diseño.

Los resultados experimentales muestran que los IGBTs tienen grandes limitaciones a altas frecuencias aunque se conmuten con corriente cero. En aplicaciones de alta potencia las conmutaciones suaves aún son difíciles de compaginar con altos rendimientos ya que los dispositivos que activan los circuitos auxiliares de conmutación suave, también deben soportar condiciones límite de alta tensión y alta corriente para el caso de circuitos de conmutación a corriente cero o ZCT como se comprueba en [Mao-96].

## 5.6. Bibliografía

- [Carrasco-95] J.A. Carrasco, "Modelización y diseño de un nuevo convertidor de potencia de alta eficiencia con regulación paralela para aplicaciones espaciales", Tesis Doctoral, Universitat de València, Octubre de 1995.
- [Hua-92] G.Hua, C.Leu, F.C.Lee, "Novel Zero-Voltage-Transition PWM Converters", Proc. of IEEE-PESC'92, pp.55-61.
- [Hua-93] G.Hua, C.Leu, F.C.Lee, "Novel Zero-Current-Transition PWM Converters", Proc. of IEEE-PESC'93, pp.538-544.
- [Li-96] "A Novel ZVT Three-Phase Rectifier/Inverter with Reduced Auxiliary Switch Stresses and Losses", Proc. of IEEE-PESC'96, pp.153-158.
- [Mao-94] "Improved Zero-Voltage-Transition 3-Phase PWM Voltage Link Converters", Proc. of 12<sup>th</sup> Annual VPEC Seminar 1994, pp.53-62.
- [Mao-96] "Improved Zero-Current-Transition Converters For High Power Applications", Proc. of 14<sup>th</sup> Annual VPEC Seminar 1996, pp.91-99.
- [Vlatkovic-93], "Soft Transition Three -Phase Converters", Tutorial I, 11<sup>th</sup> Annual VPEC Seminar 1993.

[Vlatkovic-94], “Soft Transition Three -Phase PWM Conversion Technology”, Proc. of IEEE-PESC’94, pp.79-84.

[Vlatkovic-94-2], “Three Phase Power Conversion using soft switching PWM Techniques”, Tesis doctoral, VPEC, Virginia Polytechnic Institut, Octubre 1994, pp.105-112.

[Weinberg-85] A. Weinberg, J. Schreuders, “A High Power High Voltage DC/DC Converter for Space Applications”, Proc. of IEEE-PESC’85, pp.317-329.

[Weinberg-92] A. Weinberg, L. Ghislanzoni, “A New Zero Voltage and Zero Current Power Switching Technique”, IEEE Trans. on Power Electronics, vol.7, n°4, October 1992, pp.655-665.

## **6. Resultados Experimentales**

### **6.1. Introducción**

Para corroborar los resultados teóricos obtenidos vamos a medir diferentes parámetros de nuestro prototipo. Mediremos el rendimiento para conocer el consumo de potencia del rectificador. Recordemos que al ser un circuito de procesamiento de la energía sería deseable que este consumo propio fuese mínimo. Veremos que debido a la estructura del rectificador BUCK su rendimiento esta limitado.

También comprobaremos si nuestro prototipo cumple con la normativa EN 61000-3-2. Teóricamente ya vimos que su contenido armónico debe estar reducido a alta frecuencia, e. d. la frecuencia de conmutación. Para la corrección del factor de desplazamiento hemos calculado cual es la limitación de esta corrección y que está en función de la corriente reactiva que absorba el filtro de entrada y la corriente activa que absorba el rectificador. Las medidas demostrarán lo calculado

Por último veremos que la respuesta en frecuencia concuerda perfectamente con lo predicho por la teoría, por lo que el modelado es correcto. El modelo se puede reducir al modelo del convertidor DC-DC con conductance control, ya conocido, con sus peculiaridades debido a estar conectado a la red trifásica.

### **6.2. Medidas del Rendimiento**

El rendimiento nos indica la buena utilización de la energía que hace nuestro rectificador. Para evaluarlo de forma teórica, evaluaremos primero las pérdidas. Distinguiremos entre las pérdidas de conducción y las pérdidas de conmutación. Las pérdidas de conducción son propias de los interruptores utilizados y las de conmutación son debidas al

proceso de conmutación en si. Estas pérdidas se verán reducidas al aplicar el circuito de conmutación suave propuesto en el capítulo anterior.

Para evaluar las pérdidas de conducción hay que tener en cuenta la caída de tensión en los interruptores. Recordemos que tenemos un interruptor formado por un diodo en serie con un IGBT.

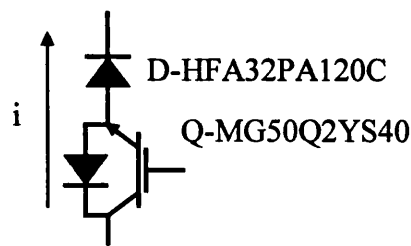


Figura 6.1.: Interruptor utilizado para el rectificador trifásico tipo BUCK.

Según los datos del fabricante la caída de tensión en el diodo HFA32PA120C para  $I_F=10A$  es  $V_{FM}=2.2V$  y para  $I_F=20A$  es  $V_{FM}=3V$ . Para el IGBT las caídas de tensión en saturación del IGBT son para  $I_C=10A$   $V_{CE}=2.3V$  y para  $I_C=20A$ ,  $V_{CE}=2.7V$ . Si ahora tenemos en cuenta que la corriente siempre circulará por dos de estos interruptores podemos determinar las pérdidas de conducción,

$$P_{cond\_D}=I_F V_{FM}=\begin{cases} 22W, I_C = 10A \\ 60W, I_C = 20A \end{cases} \quad (6.1.)$$

$$P_{cond\_IGBT}=I_C V_{CE}=\begin{cases} 23W, I_C = 10A \\ 54W, I_C = 20A \end{cases} \quad (6.2.)$$

Las pérdidas de conducción totales en los interruptores son entonces,

$$P_{cond}=2(P_{cond\_D}+P_{cond\_IGBT})=\begin{cases} 90W, I_C = 10A \\ 228W, I_C = 20A \end{cases} \quad (6.3.)$$

Si no tenemos en cuenta otras pérdidas, el rendimiento total vale,

$$\eta = \frac{P_0}{P_0 + P_{cond}} = \begin{cases} \frac{50V10A}{50V10A + 90W} = 85\%, I_0 = 10A \\ \frac{50V20A}{50V20A + 228W} = 81\%, I_0 = 20A \end{cases} \quad (6.4.)$$

Observamos que sólo por las pérdidas de conducción en los interruptores la topología BUCK ya pierde más de un 15% de la potencia de entrada. Si a esto añadimos la estimación de pérdidas totales de conducción, se obtiene el desglose que se muestra en la siguiente tabla.

pérdidas	I <sub>0</sub> =10A, V <sub>0</sub> =50V	I <sub>0</sub> =20A, V <sub>0</sub> =50V
P <sub>IGBT</sub>	2x23W	2x54W
P <sub>D</sub>	2x22W	2x60W
P <sub>L</sub>	7,5W	30W
P <sub>Rsens</sub>	5W	20W
P <sub>C</sub>	despreciable	despreciable
P <sub>filtro modo común</sub>	2W	8W
P <sub>filtro de entrada</sub>	45W	45W
P <sub>total</sub>	164,5W	316W
η	76%	75%

Tabla 6.1.: Cálculo del rendimiento estimado del rectificador tipo BUCK teniendo en cuenta sólo las pérdidas de conducción.

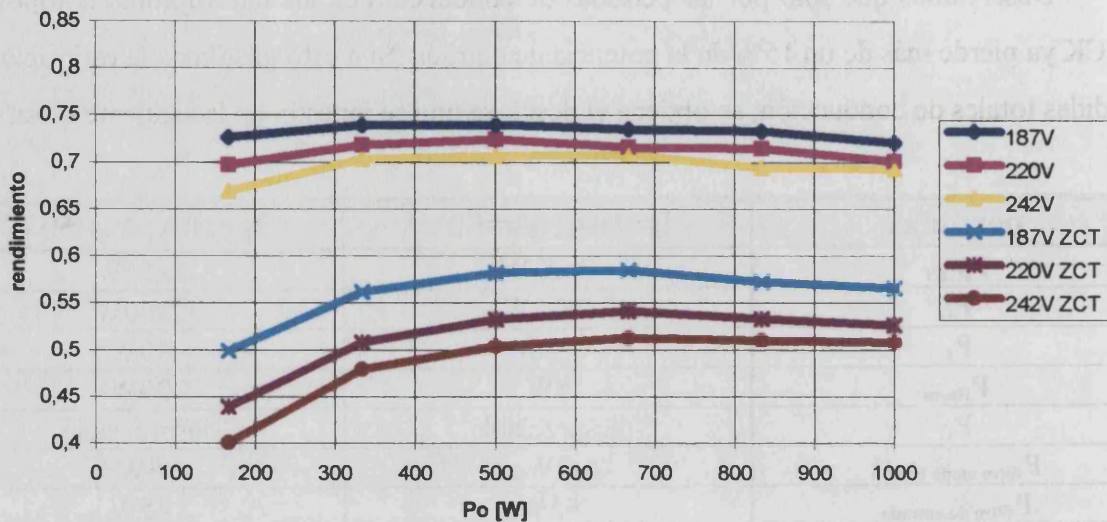
Observamos que las pérdidas de conmutación se deben mantener muy bajas para no degradar el rendimiento total por debajo de límites intolerables. En principio las pérdidas de conmutación serán debidas principalmente al IGBT que al ser un dispositivo bipolar sufre del fenómeno de la cola de corriente, aumentando sus pérdidas de paso a OFF. Estas pérdidas no las hemos determinado teóricamente pero son bastante menores que las de conducción. Como se ha visto en el capítulo anterior, se ha desarrollado un circuito de conmutación suave para reducir las pérdidas de conmutación y que además reduce el estrés de tensión que sufre el transistor. Las medidas del rendimiento de rectificador se muestran en la Figura 6.2.

Se observa como el cálculo teórico se aproxima mucho a la medida experimental, lo que nos hace deducir que las pérdidas de conmutación son bastante bajas en nuestro rectificador. A esto debemos añadir que las pérdidas en el circuito de ayuda a la conmutación son muy altas y que se produce una degradación de rendimiento muy importante cuando incluimos el circuito de ZCT. Recordemos que esto es debido a que estamos conmutando



IGBTs a 500kHz. La única justificación para su utilización es la reducción del estrés en tensión de los interruptores al mínimo, como se demostró en el capítulo anterior.

**Rendimiento del rectificador BUCK para  $V_o=50V$ ,  $I_{max}=20A$**



*Figura 6.2.: Rendimiento medido en el rectificador BUCK, con y sin circuito ZCT.*

El rendimiento de nuestra topología es mucho menor que el de la topología de tipo BOOST que debido a tener corrientes mucho menores no sufre de pérdidas de conducción tan elevadas y puede alcanzar rendimientos mayores que el 90%, aunque tiene un control mucho más complejo y una tensión de salida muy elevada. Dependerá por tanto de cada aplicación concreta el que utilicemos una u otra topología.

### 6.3. Medidas del factor de potencia

Recordemos que el factor de potencia se compone de dos factores, el factor de desplazamiento y el factor de distorsión armónica. Al ser nuestro sistema un rectificador tipo BUCK, entonces la corriente de entrada es pulsante, por lo que necesitamos un filtro de entrada. Dicho filtro de entrada degrada el factor de desplazamiento, que nosotros debemos



corregir. El control vectorial nos permite corregir el factor de desplazamiento y en nuestro caso esta corrección se ha realizado con un PLL discreto diseñado para este propósito.

Por otra parte el factor de distorsión armónica debe ser muy cercano a la unidad, ya que el contenido armónico se reduce a alta frecuencia, e. d. a frecuencias múltiplos de la frecuencia de conmutación. El filtro de entrada además reduce el contenido armónico a un mínimo por lo que se cumple la normativa vigente como se ve más adelante. Aun así debemos tener en cuenta que aunque la normativa que hemos explicado (EN 61000-3-2) sólo hace referencia a los primeros 40 armónicos y por tanto hasta una frecuencia de 2kHz, existen otras normativas que hacen referencia a las emisiones en el espectro radioeléctrico y que también limitan estas emisiones. El filtro de entrada es pues absolutamente necesario.

### 6.3.1. Factor de desplazamiento

Para la medida del factor de desplazamiento, sólo debemos tener en cuenta que la capacidad de corregirlo está limitada, debido a que dependiendo de la potencia activa que necesitemos a la salida, la potencia aparente que podemos pedir a la entrada del rectificador tiene un valor máximo no superable. Si esta potencia aparente máxima que corresponde a una potencia reactiva determinada no es suficiente para contrarrestar la potencia reactiva que consume el filtro de entrada, entonces la corrección del factor de desplazamiento no será completa. Esto se observa claramente en la Figura 6.3. que muestra el factor de potencia sin el circuito de corrección y con el circuito de corrección. Se observa que para bajas potencias el circuito de corrección del factor de desplazamiento no hace nada ya que la potencia activa que consume el rectificador es muy baja comparada con la potencia reactiva que consumen los condensadores de entrada.

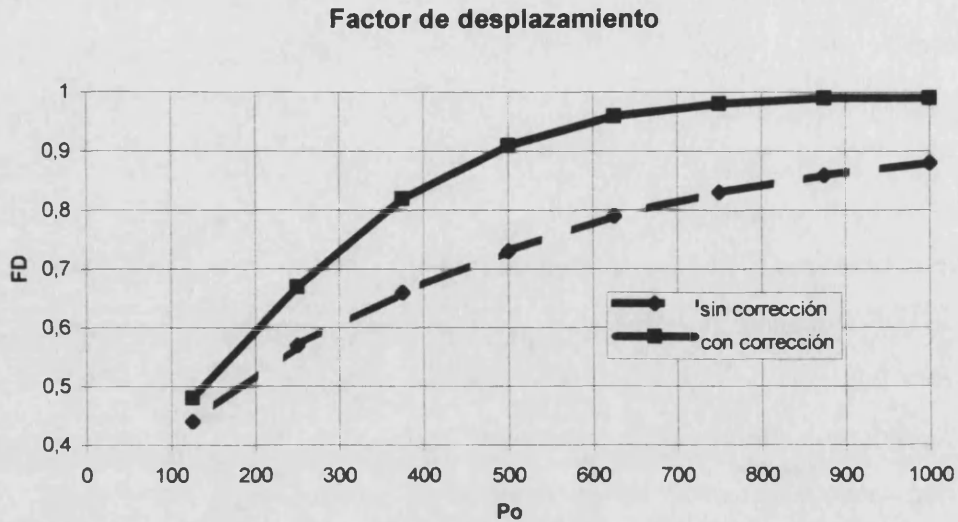


Figura 6.3.: Factor de desplazamiento (DF) del rectificador con el filtro de entrada con y sin circuito de corrección.

Las formas de onda de onda de onda de corriente a la entrada del filtro de entrada muestran como actúa el circuito de corrección del factor de desplazamiento. Recordemos que el principio consistía en desplazar la corriente de entrada del rectificador un desfase tal que la suma de la corriente reactiva que demanda el rectificador y la que entra al filtro de entrada se compensen (Figura 6.4.). Se aprecia como el circuito lógico tiene pequeños errores al pasar de un sector a otro y la corriente aumenta repentinamente. Esto se traduce en pequeños picos de corriente cuando cambiamos de sector.

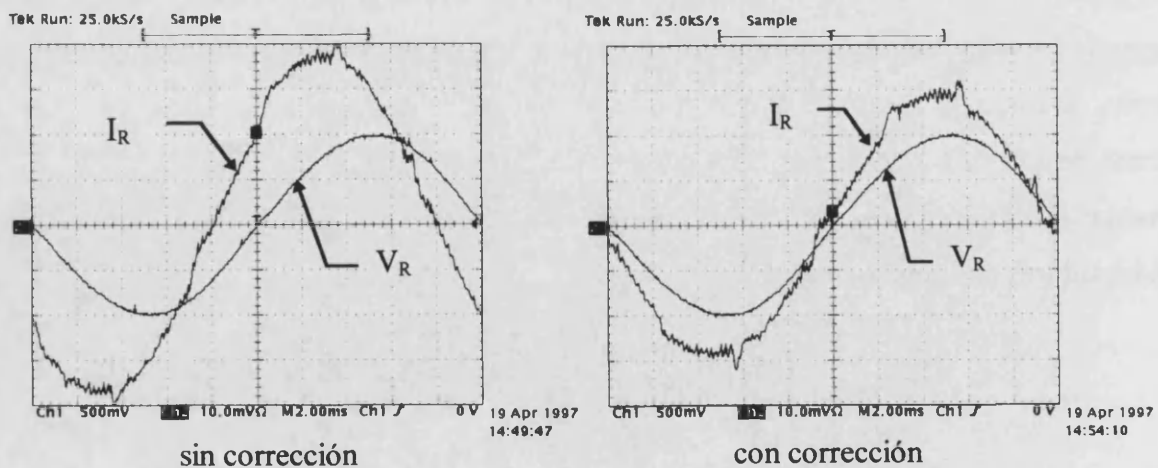


Figura 6.4.: Formas de onda de la corriente de entrada y la tensión de entrada de la fase R, donde se aprecia como el circuito de corrección del factor de desplazamiento consigue un factor de desplazamiento cercano a la unidad. Condiciones de medida:  $V_{RMS}=220V$ ,  $V_0=50V$ ,  $I_0=20A$ , Ch1:  $0.1 V_R$  (5V/div), Ch2:  $I_R$  (1A/div).

Las corrientes promedio a la entrada del rectificador (Figura 6.5.) siempre están en fase con la tensión cuando no hay corrección del factor de desplazamiento y cuando sí hay corrección del factor de desplazamiento la corriente de entrada se desplaza para compensar la corriente reactiva del filtro de entrada. Aunque en la Figura 6.5. la corriente de entrada se muestra con una escala de 1A/div, la medida no es cuantitativa si no sólo cualitativa, ya que se aprovechó un modo de adquisición del osciloscopio digital para hacer el promedio. Lo importante a resaltar de la Figura 6.5. es el desplazamiento entre la corriente y la tensión.

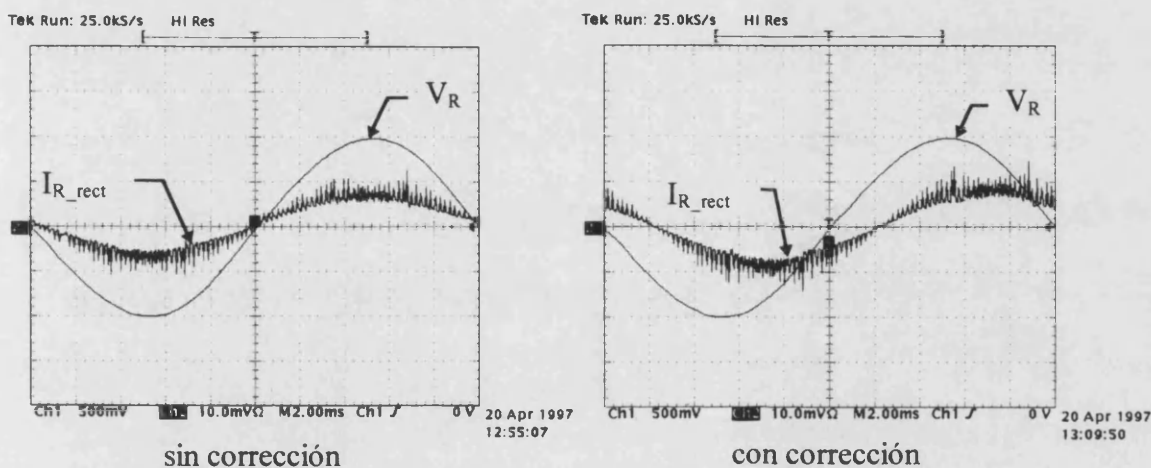


Figura 6.5.: Formas de onda de la corriente de entrada promedio del rectificador y la tensión de entrada de la fase R, donde se aprecia como actúa el circuito de corrección del factor de desplazamiento. Condiciones de medida:  $V_{RMS}=220V$ ,  $V_0=50V$ ,  $I_0=20A$ , Ch1:  $0.1 V_R$  (5V/div), Ch2:  $I_R$  (1A/div).

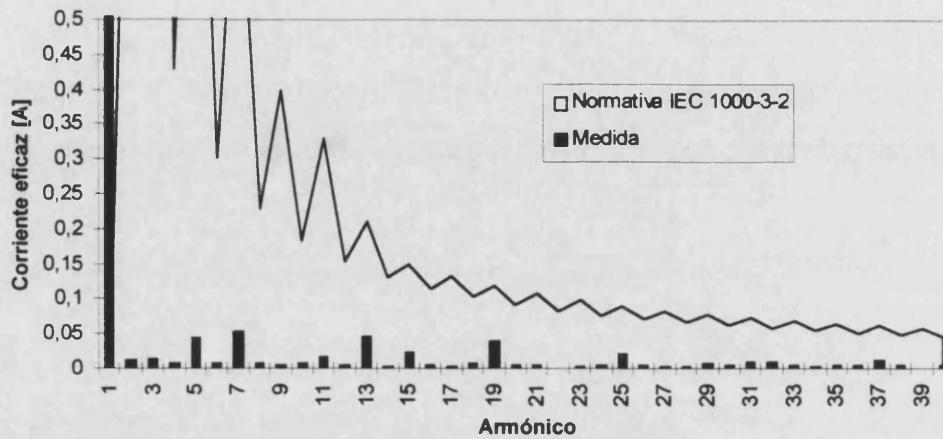
### 6.3.2. Factor de distorsión armónica

La medida del contenido armónico de nuestro rectificador nos muestra que cumplimos la norma EN 61000-3-2. Recordemos que nuestro sistema es de clase A ya que es un sistema trifásico equilibrado y por tanto tiene que cumplir los límites de armónicos descritos en el primer capítulo.

El contenido armónico medido en nuestro rectificador con y sin circuito de conmutación suave se muestran en la Figura 6.6. y la Figura 6.7. respectivamente. Las condiciones de medida fueron  $V_R=220V$ ,  $V_0=50V$ ,  $I_0=20A$  y se midió la corriente antes del filtro de entrada, es decir a la entrada de todo nuestro sistema. Las barras representan el contenido armónico medido en la corriente de entrada y las líneas son el límite que dicta la

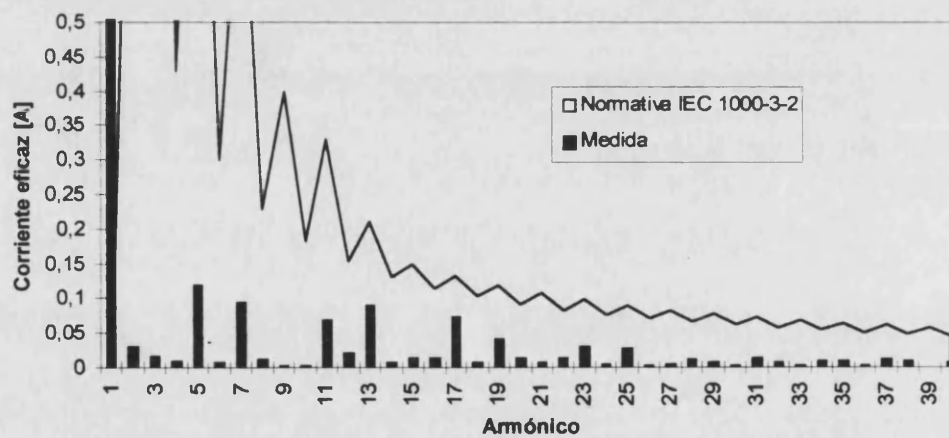
norma. La primera barra corresponde al armónico fundamental y por tanto no está limitado por la normativa.

**Contenido armónico sin ZCT**



*Figura 6.6.: Contenido armónico de la corriente de entrada del rectificador sin utilizar del circuito ZCT.*

**Contenido armónico con ZCT**



*Figura 6.7.: Contenido armónico de la corriente de entrada del rectificador con circuito ZCT.*

De ambas figuras se comprueba que cumplimos la normativa en todos los casos. El contenido armónico de baja frecuencia es mayor con el circuito de ayuda a la conmutación que sin él. Esto se comprueba además con la distorsión armónica total (THD) calculada para ambos casos y que se muestra en la Tabla 6.2.

	THD
sin ZCT	3.76%
con ZCT	6.62%

Tabla 6.2.: Distorsión armónica total con y sin circuito de conmutación suave, ZCT.

Esta diferencia es debido a que el consumo del circuito de ayuda a la conmutación es muy alto como ya se vio en el capítulo anterior. Como la fuente de energía para el circuito de ayuda a la conmutación se ha construido simplemente con un puente rectificador de diodos trifásico, el cual tiene un alto contenido armónico, esto deforma la corriente total de entrada al sistema. En cualquier caso estamos dentro de los límites marcados por la normativa. El circuito de ayuda a la conmutación sólo afecta al contenido armónico de alta frecuencia, lo que no se aprecia en las figuras anteriores.

#### 6.4. Medidas de la respuesta en frecuencia

La respuesta en frecuencia se corresponde de forma exacta con la predicha por el modelo de pequeña señal utilizado. Recordemos que el modelo es igual que el del convertidor BUCK DC-DC con "Conductance control" salvo el retraso adicional provocado por el muestreo debido al control digital. El ancho de banda del sistema lo hemos aumentado de forma experimental para así tener una mejor respuesta ante las variaciones de carga, habiendo conseguido un ancho de banda de más de 1kHz. Presentamos a continuación las respuestas en frecuencia teóricas, ya vistas en un capítulo anterior para compararlas mejor con la respuesta en frecuencia medida en el propio rectificador. Se puede observar la similitud de ambas, lo que confirma el modelo utilizado.

Para comprobar además el funcionamiento correcto del rectificador también hemos medido la respuesta al salto de carga escalón. En el se aprecia muy claramente que el sistema se comporta como un sistema de primer orden como era de esperar gracias el lazo de corriente, aunque como hemos sobredimensionado la bobina de salida para reducir el rizado tenemos como penalización una respuesta mucho más lenta al salto de carga escalón. Esto sólo se aprecia en el salto de carga y no en la medida de la respuesta en frecuencia debido a que el salto es de gran amplitud (Figura 6.17.).

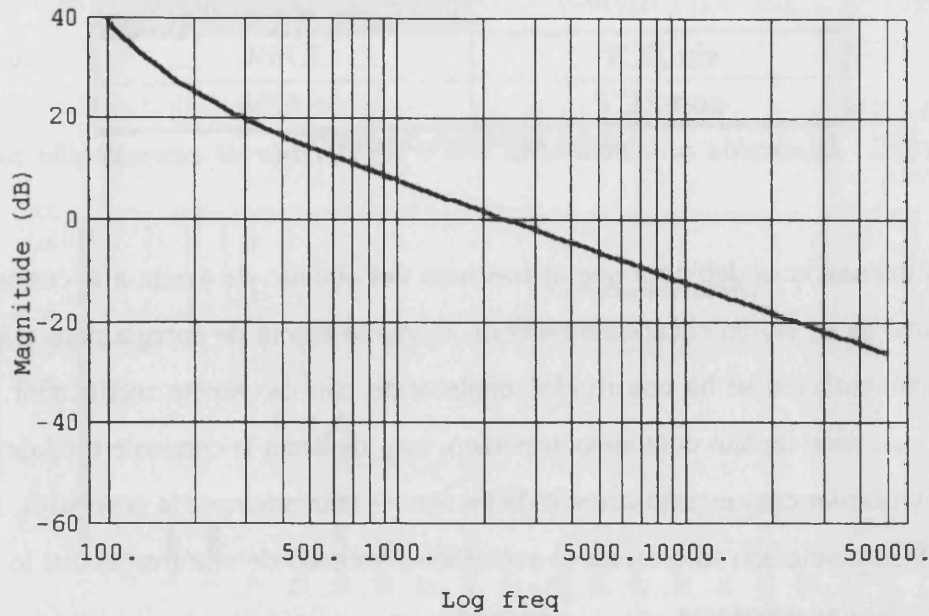


Figura 6.8.: Magnitud del diagrama de Bode de la función de transferencia en lazo abierto del lazo de corriente del rectificador tipo BUCK. Debido a la degradación de fase que se observa en la siguiente figura el ancho de banda se limita a unos 2kHz, Ancho de banda = 2.2kHz.

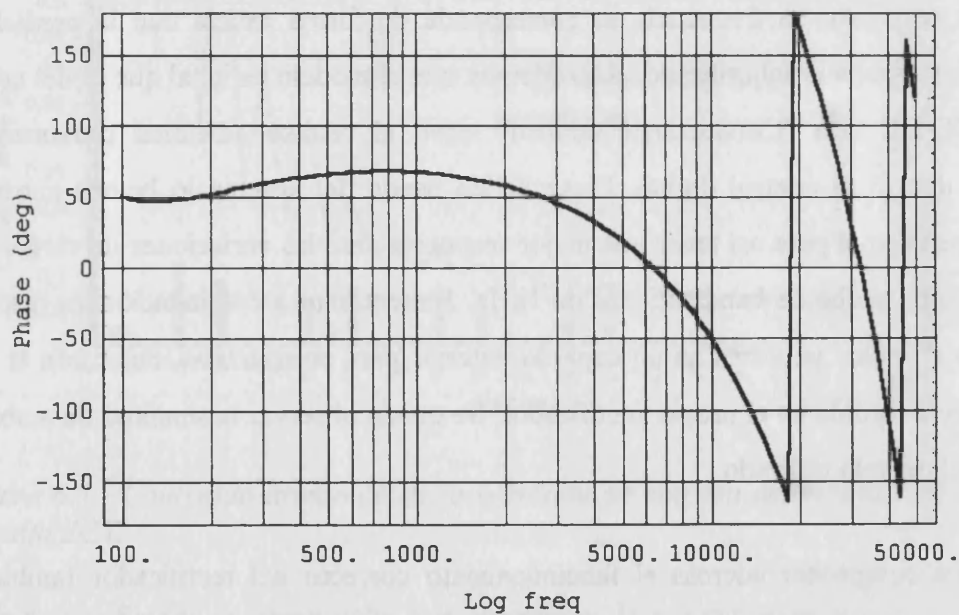


Figura 6.9.: Fase del diagrama de Bode de la función de transferencia en lazo abierto del lazo de corriente del rectificador tipo BUCK. Obsérvese la degradación de fase debido al muestreo, Margen de fase = 55°.



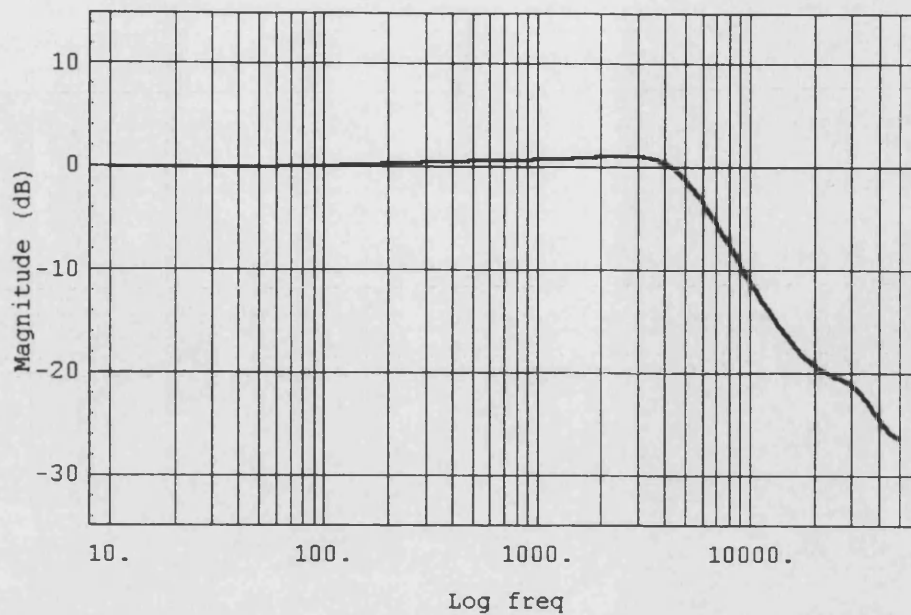


Figura 6.10.: Magnitud del diagrama de Bode de la función de transferencia en lazo cerrado del lazo de corriente del rectificador tipo BUCK.

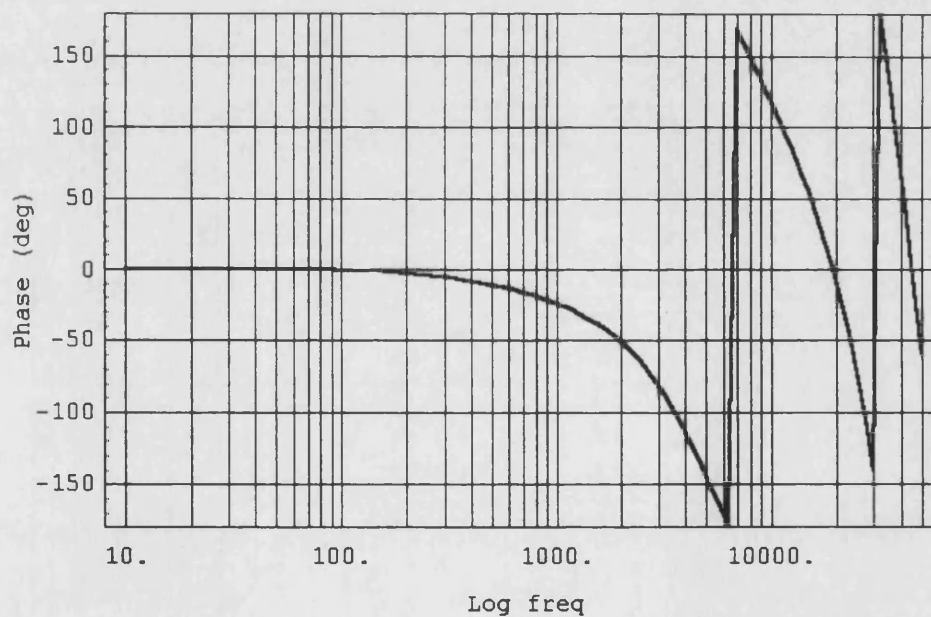


Figura 6.11.: Fase del diagrama de Bode de la función de transferencia en lazo cerrado del lazo de corriente del rectificador tipo BUCK. La degradación de fase nos indica hasta donde puede suponer el sistema una fuente de corriente, teóricamente no más de 700Hz.

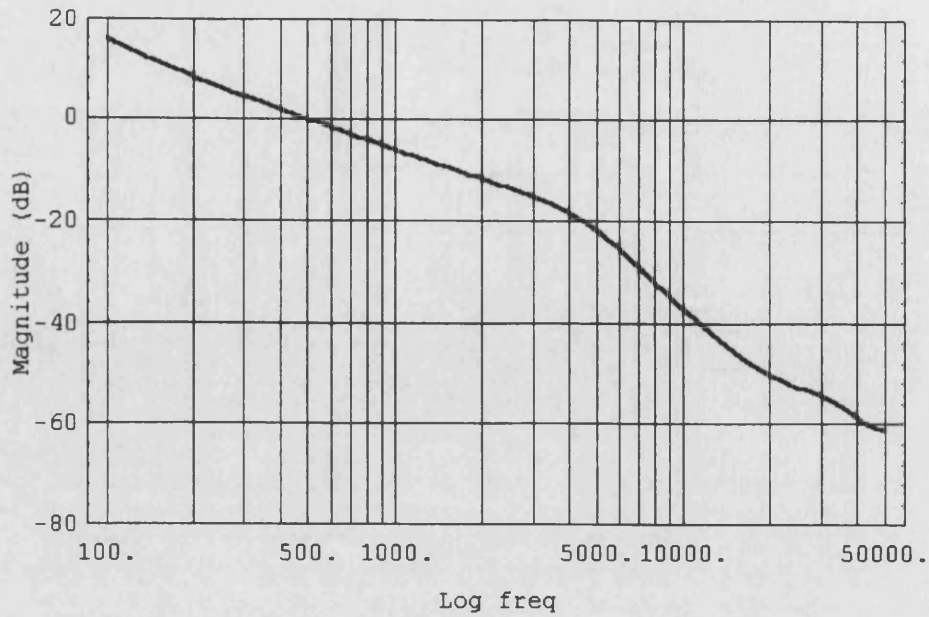


Figura 6.12.: Magnitud del diagrama de Bode de la función de transferencia en lazo abierto del lazo de tensión del rectificador tipo BUCK. El ancho de banda alcanzado es de unos 500Hz.



Figura 6.13.: Fase del diagrama de Bode de la función de transferencia en lazo abierto del lazo de tensión del rectificador tipo BUCK. Aunque el ancho de banda es de sólo 500Hz, vemos que podemos llegar a 1kHz manteniendo un margen de fase razonable.



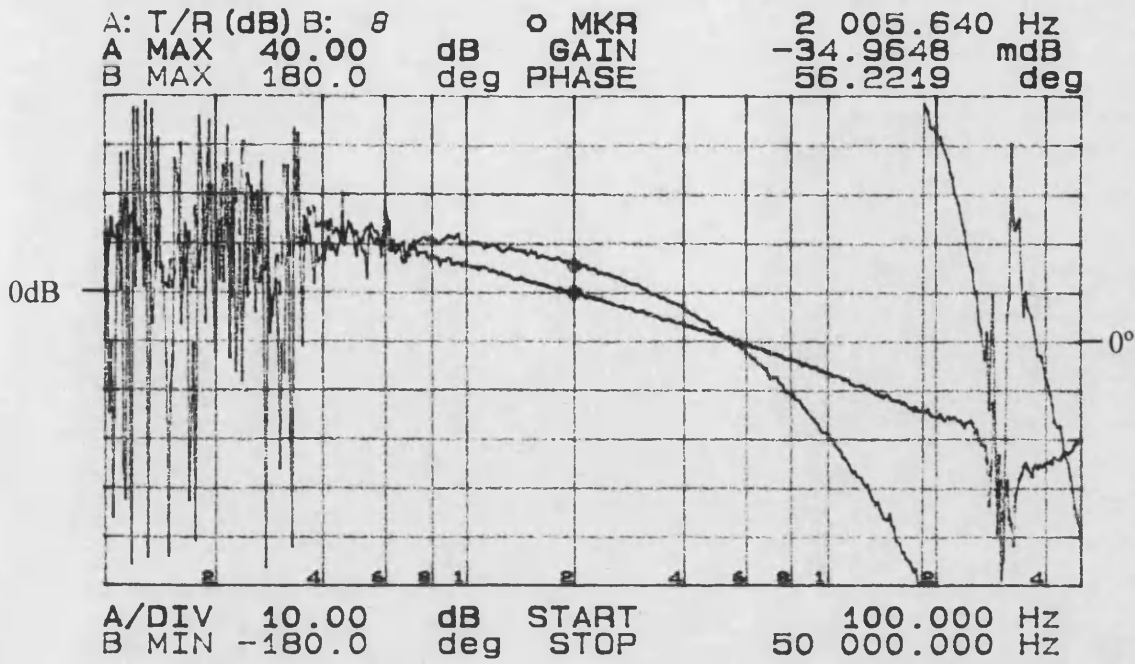


Figura 6.14.: Medida de la respuesta en frecuencia en lazo abierto del lazo de corriente.  $V_{RMS}=220V$ ,  $V_0=50V$ ,  $I_0=10A$ .

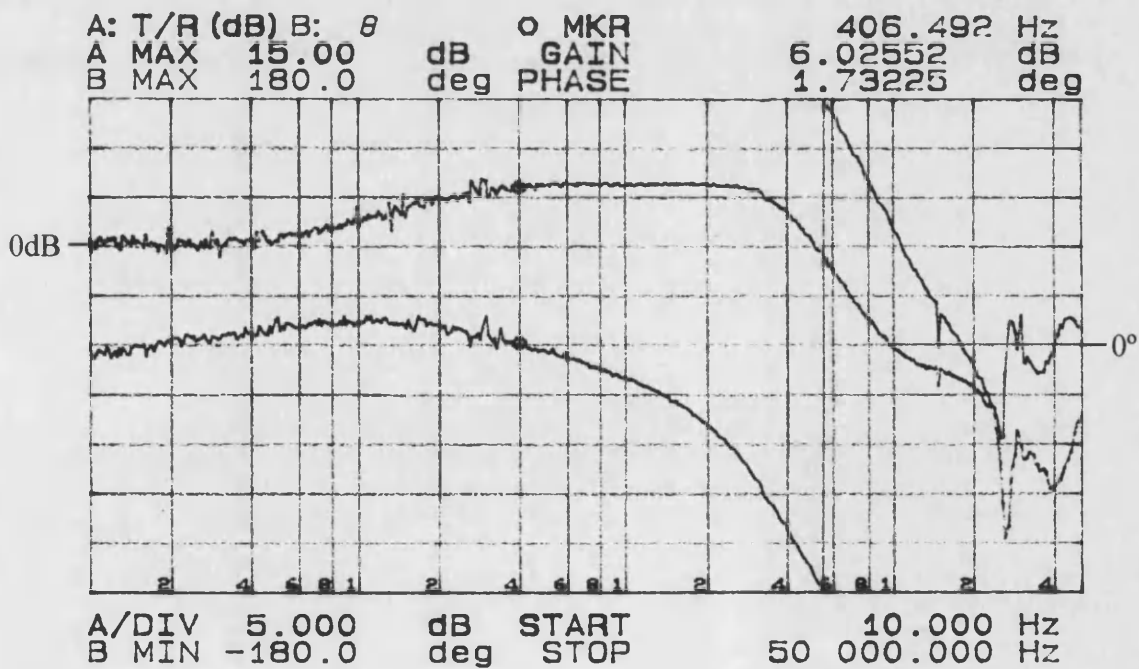


Figura 6.15.: Medida de la respuesta en frecuencia en lazo cerrado del lazo de corriente.  $V_{RMS}=220V$ ,  $V_0=50V$ ,  $I_0=10A$ . Se observa el aumento de ganancia debido a la no idealidad del amplificador operacional (ganancia finita).

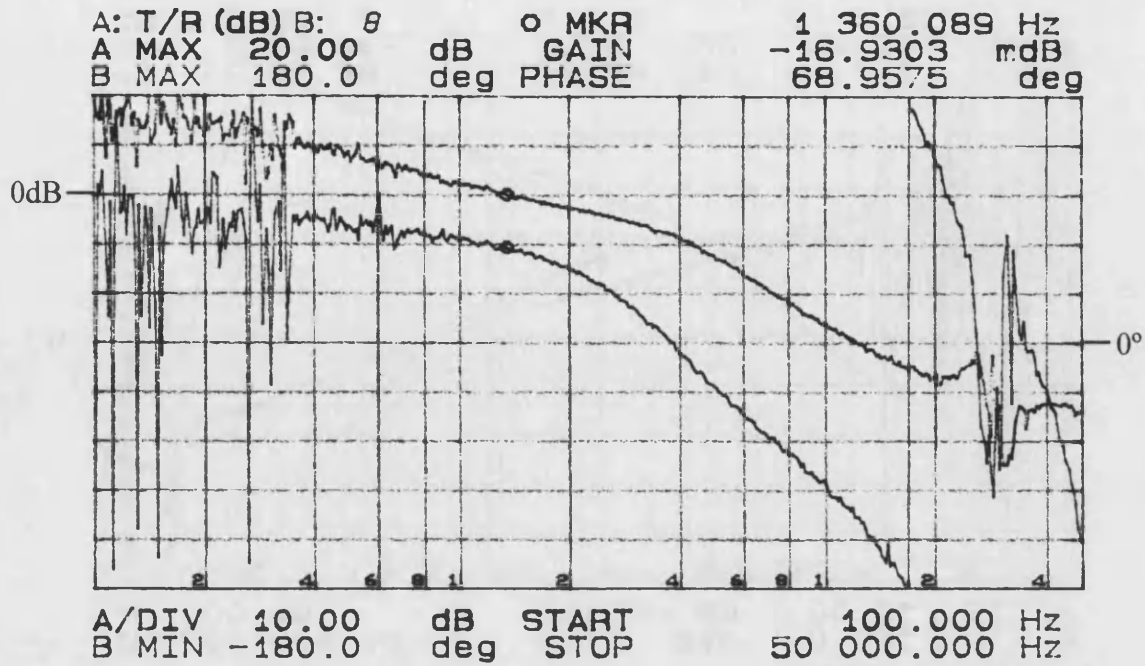


Figura 6.16.: Medida de la respuesta en frecuencia en lazo abierto del lazo de tensión.  $V_{RMS}=220V$ ,  $V_0=50V$ ,  $I_0=10A$ . Debido a la respuesta no ideal de la fuente de corriente hemos podido aumentar el ancho de banda por encima de lo predicho por la teoría.

Observamos que las respuestas en frecuencia medidas coinciden con lo predicho por la teoría y que debido a la no idealidad del operacional hemos conseguido aumentar el ancho de banda de todo el sistema y por tanto mejorar su respuesta.

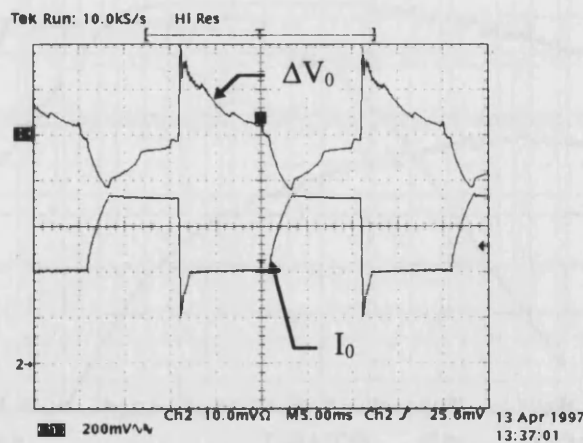


Figura 6.17.: Salto de carga escalón de  $\Delta I_0=8A$  y  $f=50Hz$ , donde se aprecia que la bobina está sobredimensionada y no limita la pendiente de subida de la corriente de salida. Condiciones de medida:  $V_0=50V$ , Ch2:  $I_0$  (5A/div) Ch3:  $V_0$  (0,2V<sub>AC</sub>/div).

En el salto de carga se observa que no hay oscilaciones y el pico de tensión no sobrepasa los 0.4V lo que corresponde a menos del 1%. Esto indica que la impedancia de salida vale como máximo:

$$Z_0 = \frac{\Delta V_0}{\Delta I_0} = \frac{0.4V}{8A} = 50m\Omega \quad (6.5.)$$

Esta impedancia de salida es menor de la que diseñamos debido a que hemos sobredimensionado algo el condensador de salida y lo tomamos de 5mF en vez de 4.8mF.

### 6.5. Formas de onda

Por último presentamos unas formas de onda para ilustrar el funcionamiento del rectificador. Hemos medido la tensión  $V_{pn}$ , que es la tensión rectificada que aplicamos a la inductancia de salida. A su vez vemos la corriente por la inductancia de salida y observamos que tiene un rizado muy bajo. Ambas medidas las hemos realizado con dos bases de tiempos diferentes (Figura 6.18. y Figura 6.19.), de forma que observamos el contorno de la forma de onda y las formas de onda de conmutación. Se presentan dos oscilogramas diferentes donde se distinguen dos estados distintos dentro de un sector. En Figura 6.19. a) estamos en un extremo del sector y hay diferencia entre el ciclo de trabajo  $d_a$  y el ciclo de trabajo  $d_b$  y en Figura 6.19. b) estamos casi en el centro del sector y los ciclos de trabajo son casi iguales.

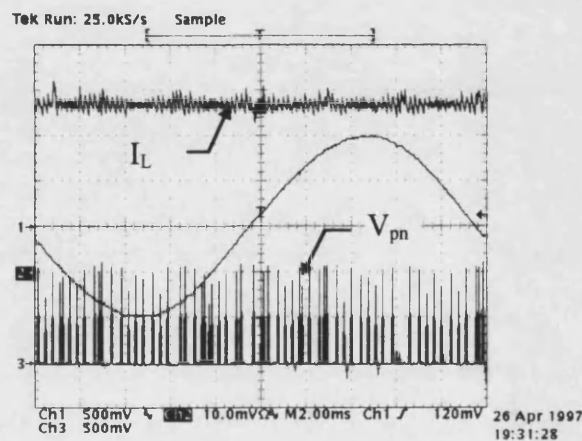


Figura 6.18.: Medida de  $V_{pn}$ ,  $I_L$  y  $V_R$ . Condiciones de medida:  $V_{RMS}=220V$ ,  $V_0=50V$ ,  $I_0=20A$ , Ch1:  $0.1V_R$  (5V/div), Ch2:  $I_L$  (5A/div) Ch3:  $V_{pn}$  (250V/div).

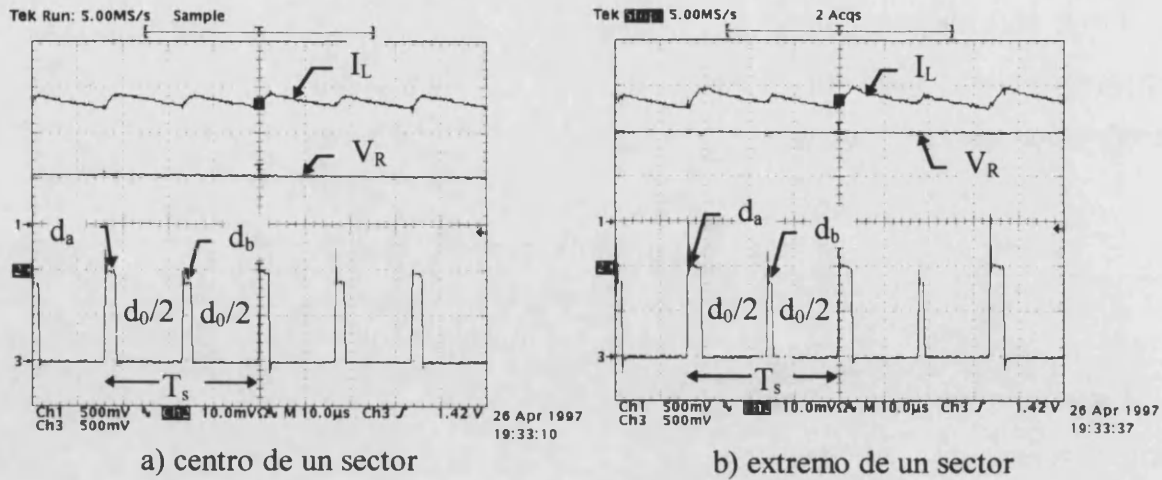


Figura 6.19.: Medida de  $V_{pn}$ ,  $I_L$  y  $V_R$ , con una base de tiempos menor. Condiciones de medida:  $V_{RMS}=220V$ ,  $V_0=50V$ ,  $I_0=20A$ , Ch1:  $0.1V_R$  (5V/div), Ch2:  $I_L$  (5A/div) Ch3:  $V_{pn}$  (250V/div).

El oscilograma de la Figura 6.20. muestra la corriente de entrada al rectificador de una fase. Se observa que es pulsante y que está en fase con la tensión.

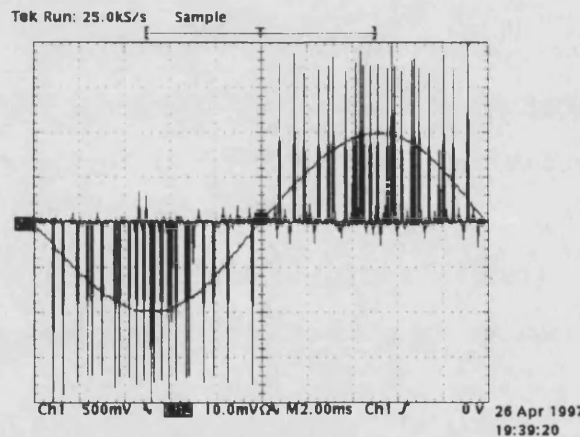


Figura 6.20.: Medida de  $V_R$ ,  $I_R$ . Condiciones de medida:  $V_{RMS}=220V$ ,  $V_0=50V$ ,  $I_0=20A$ , Ch1:  $0.1V_R$  (5V/div), Ch2:  $I_R$  (5A/div).

En los siguientes oscilogramas se muestra tanto el rizado (Figura 6.21.) como el ruido (Figura 6.22.) a la salida del rectificador sin carga y a plena carga. Se observa como el rizado está dominado por el ruido en modo común, que de hecho tienen que ser muy bien filtrado para que no afecte al control. De ahí que se haya introducido un filtro en modo común antes del inductor de salida. Dicho filtro dio un resultado óptimo y cabe destacar que para que funcione adecuadamente es necesario construirlo sobre un núcleo toroidal para que los flujos

se compensen completamente (la inductancia de dispersión debe ser mínima). El rizado máximo a plena carga no supera el 0.2%.

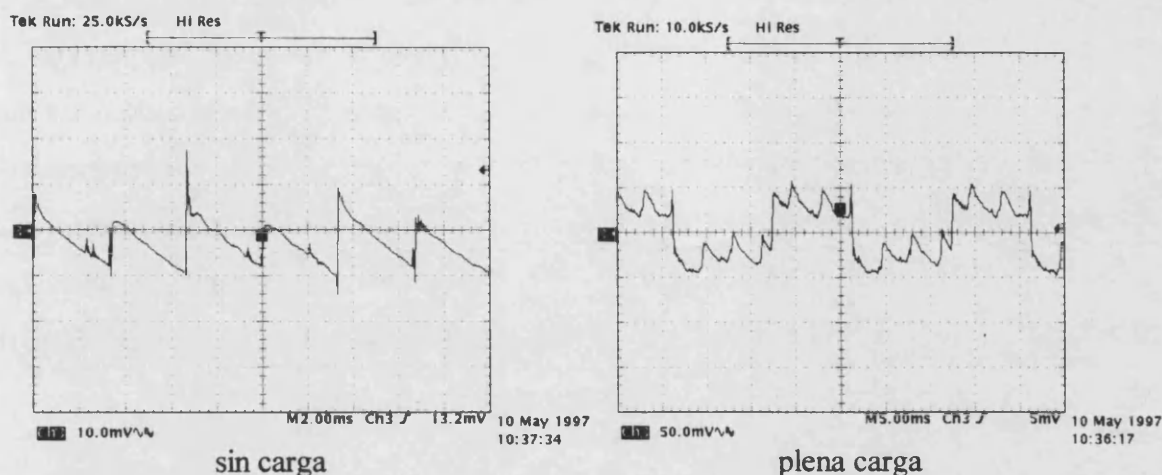


Figura 6.21.: Medida del rizado de la tensión de salida. Condiciones de medida:  $V_{RMS}=220V$ , sin carga  $V_0=50V$  y  $I_0=0A$ , Ch3:  $V_0$  ( $10mV_{AC}/div$ ); con plena carga  $V_0=50V$  y  $I_0=20A$ , Ch3:  $V_0$  ( $50mV_{AC}/div$ ).

El ruido es del orden de un 4% y por tanto no de un valor excesivo. Se aprecia como las transiciones entre sectores generan picos de tensión.

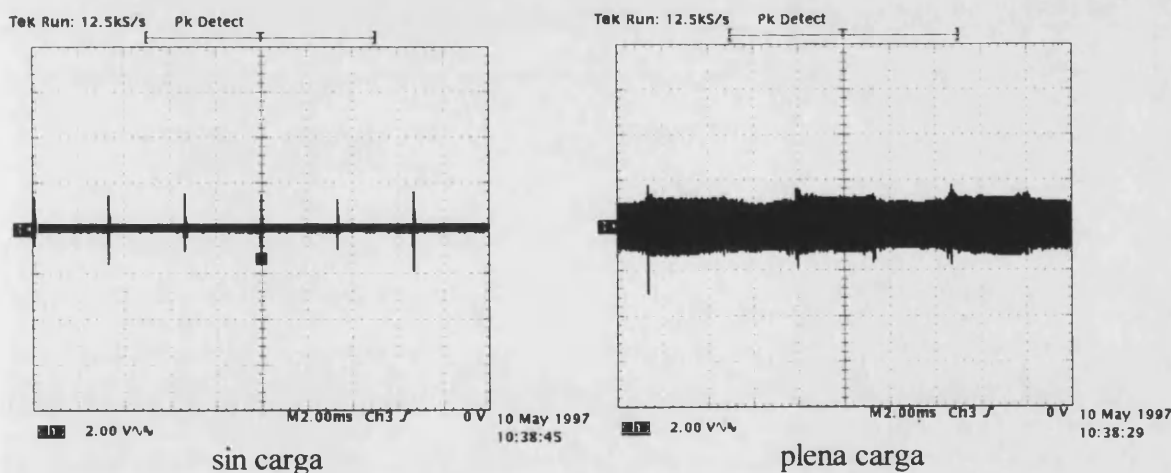


Figura 6.22.: Medida del ruido de la tensión de salida. Condiciones de medida:  $V_{RMS}=220V$ , sin carga  $V_0=50V$  y  $I_0=0A$ , con plena carga  $V_0=50V$  y  $I_0=20A$ ; ambas Ch3:  $V_0$  ( $2V_{AC}/div$ ).

	sin carga	plena carga
rizado	0.04% $V_0$	0.2% $V_0$
ruido	4% $V_0$	4% $V_0$

Tabla 6.3.: Rizado y ruido de la salida, a plena carga y sin carga.

## 6.6. Conclusión

Hemos observado que por una parte el rendimiento del rectificador tipo BUCK es menor que el rendimiento de otras topologías y esto debido a sus muy altas pérdidas de conducción. También nos parece justo reseñar que las especificaciones elegidas son las más desfavorables ya que se corresponden con una tensión de salida muy baja y una corriente de salida muy elevada. Recordemos que el rectificador tipo BUCK es capaz de suministrar una tensión de salida de hasta aproximadamente 450V. Para la misma corriente de salida que tenemos ahora alcanzaríamos una potencia de salida de 9kW y con las mismas pérdidas de conducción, por lo que el rendimiento aumentaría bastante.

El factor de desplazamiento se corrige casi por completo con el circuito propuesto y por tanto se obtienen un mejor aprovechamiento de la energía eléctrica. Obviamente el circuito no es capaz de corregir el factor de desplazamiento para potencias de salida muy bajas, pero el factor de desplazamiento es mayor que 0.9 a partir de la mitad de potencia de salida ( $P_0=500W$ ).

El factor de distorsión armónica también demuestra ser muy bajo por lo que cumplimos sobradamente la normativa internacional correspondiente. No tenemos ningún problema y el ruido únicamente aparece a alta frecuencia y en múltiplos de la frecuencia de conmutación.

La respuesta en frecuencia del sistema es muy sencilla y se corresponde con la de su topología equivalente, el convertidor tipo BUCK DC-DC. Su estabilidad es fácil de conseguir y además nos ha sido posible implementar un control de corriente con todas las ventajas que esto significa. Nuestro sistema se comportará por tanto como una fuente de corriente controlada por tensión. Además presenta una muy baja impedancia de salida lo que reduce la sobretensión que se produce con un salto de carga escalón.

El rizado y el ruido a en la tensión de salida son también muy bajos. El rizado está por debajo del 1% y el ruido no supera el 4%. Se observa que el ruido en modo común, que demostró ser muy elevado, afecta tanto al rizado como al ruido a la salida del rectificador. El uso de un filtro de modo común se hizo imprescindible.

## 7. Conclusiones

### 7.1. Aportaciones de este trabajo

En el presente trabajo hemos estudiado, diseñado y construido un nuevo rectificador trifásico tipo BUCK (reductor). Dicho rectificador es necesario para aquellas aplicaciones, tales como las instalaciones de caldeo por inducción, que necesitan un sistema reductor de la tensión de entrada y que además dispongan de la posibilidad de un control de corriente de entrada al inversor. En dicho rectificador hemos implementado un control de tipo vectorial.

El utilizar control vectorial nos trajo las siguientes ventajas:

- Podemos corregir el factor de desplazamiento, con un mayor índice de modulación en amplitud y así mejorar el factor de potencia.
- Asimismo el control vectorial permite de manera inherente disponer de unas corrientes de entrada con carácter sinusoidal, desplazando la distorsión de dichas corrientes hacia la frecuencia de conmutación y superiores, manteniéndose por debajo de los niveles mínimos exigidos por la norma EN 61000-3-2, por lo que el factor de potencia está influido casi únicamente por el factor de desplazamiento. Por el contrario, un rectificador trifásico con tiristores clásico, sin filtro de entrada, tiene un contenido armónico de baja frecuencia mucho mayor que además no cumple la normativa vigente. Además para bajas potencias el factor de desplazamiento está completamente degradado, llegando incluso a alcanzar valores de 0.2.

Se ha realizado el estudio teórico del rectificador BUCK y su consiguiente modelado en pequeña señal. Se obtuvieron los siguientes resultados:

- Se confirma del modelo obtenido que su estructura es mucho más sencilla que la del rectificador tipo BOOST al no aparecer términos cruzados y por tanto poder

controlarse independientemente las dos variables de control disponibles ( $d_d$  y  $d_q$ ) en el sistema de referencia móvil ( $d-q$ ).

- El estudio en pequeña señal del modulador PWM trifásico de control vectorial nos ha permitido comprobar que los términos cruzados que aparecen son despreciables y por tanto no afectarán de forma apreciable a la función de transferencia.
- Las respuestas en frecuencias medidas sobre el rectificador confirman plenamente el modelo obtenido. El rectificador BUCK se comporta como una fuente de corriente controlada por tensión, gracias a su lazo de corriente.
- La impedancia de salida medida para un salto escalón de carga demuestra que el sistema es de primer orden.
- Se ha estudiado la influencia de la distribución de los ciclos de trabajo y el tiempo muerto en un periodo para obtener la mínima distorsión armónica posible. El estudio ha demostrado que distribuir el tiempo muerto entre los ciclos de trabajo es el más idóneo ya que reduce el contenido armónico y además reduce el rizado de corriente de la inductancia de salida.

Se ha implementado un controlador mixto para el rectificador trifásico tipo BUCK. Sus características más importantes son:

- Utilización conjunta de control digital y control analógico, obteniendo de esta manera el máximo rendimiento de ambos. El control analógico está formado por amplificadores operacionales que implementan el lazo de tensión y el lazo de corriente, descargando así la carga computacional del DSP. La parte digital del control nos permite generar con un número mínimo de circuitos las señales de disparo de los diez interruptores.
- El control digital nos permite aplicar el control vectorial para hacer el cálculo de los ciclos de trabajo y su correcta distribución. Además nos permite corregir el factor de



desplazamiento de forma dinámica. Se obtuvo un factor de desplazamiento, DF, mayor que 0.9 para potencias entre  $P_0=500\text{W}$  y  $P_0=1\text{kW}$ .

- El control analógico nos permitió aplicar dos lazos de realimentación: un lazo de corriente y un lazo de tensión. Esto convierte el rectificador en una fuente de corriente controlada por tensión como además quedó demostrado.

Para la corrección del factor de desplazamiento hemos diseñado un nuevo circuito comparador de fase con las siguientes ventajas:

- Se aplica como lazo de realimentación adicional de forma que el factor de desplazamiento siempre se corrige de forma automática independientemente de los otros lazos de control.
- La corrección es óptima obteniéndose valores para el factor de desplazamiento cercanos a uno, aun teniendo un condensador de filtro relativamente grande a la entrada.

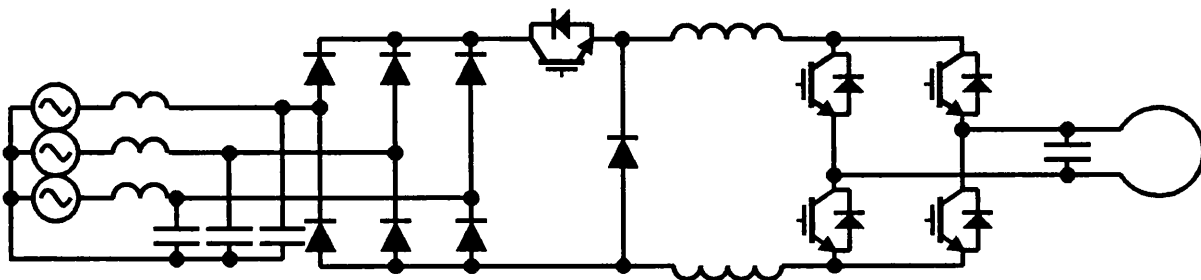
Por último se ha desarrollado un nuevo circuito de conmutación suave:

- Reduce el estrés de los interruptores al forzar que la conmutación se realice con corriente cero. Dicho circuito actúa en todas las transiciones de los interruptores principales y en casi todas las transiciones de los interruptores auxiliares.
- Se reducen las pérdidas de conmutación del rectificador, aunque el rendimiento total no se mejora ya que el circuito de conmutación a corriente cero no tienen un alto rendimiento. Esto se debe a que necesitamos utilizar interruptores de alta tensión y alta capacidad de corriente (por tanto bipolares) que conmuten a 500kHz.

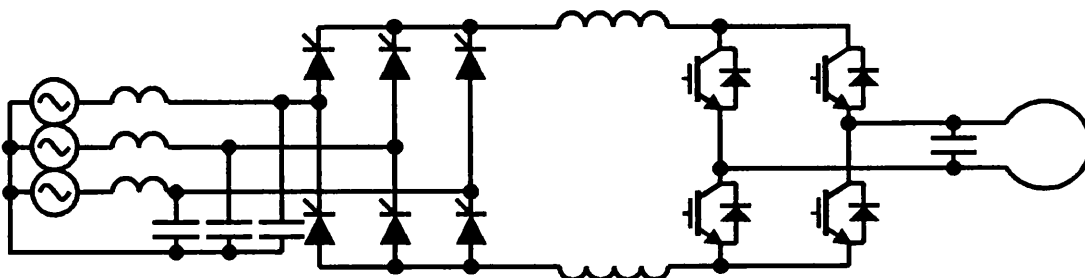
Todo ello se ha comprobado experimentalmente construyendo un prototipo. Todo los resultados teóricos han quedado confirmados con los resultados experimentales obtenidos a partir de este rectificador prototipo de  $P_0=1\text{kW}$  que funciona para una tensión trifásica de entrada de  $V_{\text{linea}}=380\text{V}$ , y una tensión de salida regulada de  $V_0=50\text{V}$ .

## 7.2. Aplicaciones

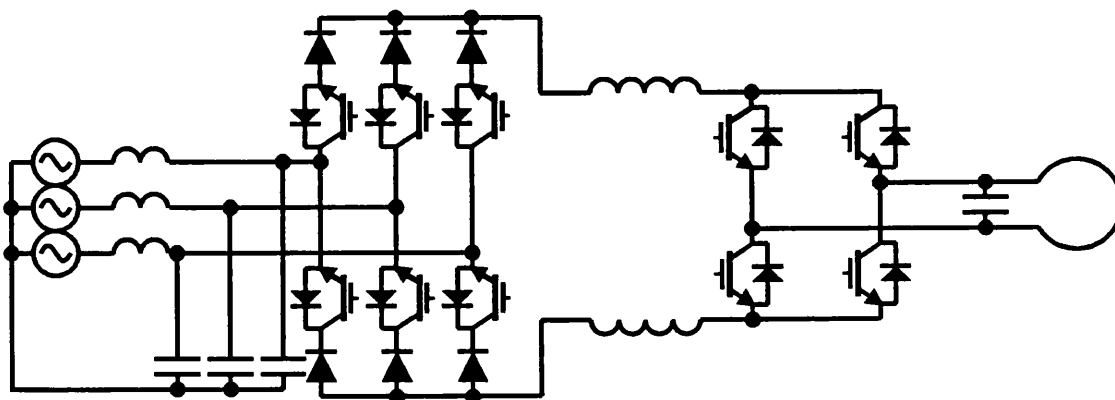
El rectificador estudiado se puede aplicar como sección de entrada en instalaciones de caldeo por inducción. En la actualidad los sistemas de caldeo por inducción utilizados se corresponden con los diagramas de bloques que se muestran en la Figura 7.1. y en la Figura 7.2. mientras que la estructura propuesta en este trabajo se muestra en la Figura 7.3.



*Figura 7.1.: Sistema de caldeo por inducción con troceador. La potencia de salida se regula con el troceador a baja frecuencia. No se corrige el factor de potencia activamente.*



*Figura 7.2.: Sistema de caldeo por inducción con tiristores. La potencia de salida se regula con el puente de tiristores. El factor de potencia está muy degradado y no se corrige activamente, el contenido armónico de baja frecuencia es muy elevado y sin un filtro adecuado no cumple la normativa.*



*Figura 7.3.: Sistema de caldeo por inducción totalmente controlado. La potencia de salida y el factor de potencia se regulan con este rectificador tipo BUCK.*

Se observa que la introducción del rectificador totalmente controlado que hemos propuesto, no sólo nos permite cumplir la normativa actual referente al contenido armónico de la corriente de entrada, si no que además simplifica el sistema total uniendo dos bloques en uno, caso de utilizar un troceador como regulación de potencia. Como además se necesita utilizar un dispositivo reductor para alimentar el puente inversor para caldeo por inducción y preferiblemente controlado por corriente, hemos optado por aplicarle al rectificador trifásico tipo BUCK un lazo de corriente de conductancia.

### **7.3. Sugerencias para estudios futuros**

Como estudios futuros queda por intentar reducir las pérdidas del circuito de ayuda a la conmutación y así mejorar el rendimiento del rectificador trifásico.

La utilización del control digital ha puesto de manifiesto su gran desventaja, que es el retraso producido por el muestreo, por lo que sería conveniente buscar un control analógico alternativo con las mismas funciones. Esto permitiría tener controles más robustos y fiables frente al ruido además de resultar en una respuesta más rápida. Aunque en electrónica de potencia siempre se ha intentado evitar la lógica digital por ser muy sensible al ruido, en nuestro caso hemos comprobado que una vez filtrado el ruido en modo común, el circuito tenía los mismos problemas de ruido que cualquier otro circuito analógico.

Para la utilización del rectificador desarrollado como sección de entrada de un puente inversor para caldeo por inducción habría que analizar los cambios oportunos en el control ya diseñado, para tener una respuesta adecuada ante las variaciones de la impedancia de la carga resonante.



# **Anexos**



## Anexo 1: Sensor de corriente

### A1.1. Funcionamiento

En este anexo se describe el funcionamiento y se presenta el esquema del sensor de corriente utilizado para cerrar el lazo de corriente. Dicho sensor ya ha sido ampliamente utilizado en la tecnología espacial donde se utiliza también como sensor para cerrar el lazo de corriente.

Sus ventajas son su gran sencillez, sensado de frecuencias desde DC hasta 200kHz con una respuesta lineal y su desventaja es que no está aislado galvánicamente. Un estudio más detallado sobre sensores de corriente se puede encontrar en [Ghislanzoni-89] y [Ghislanzoni-93].

El circuito es el siguiente:

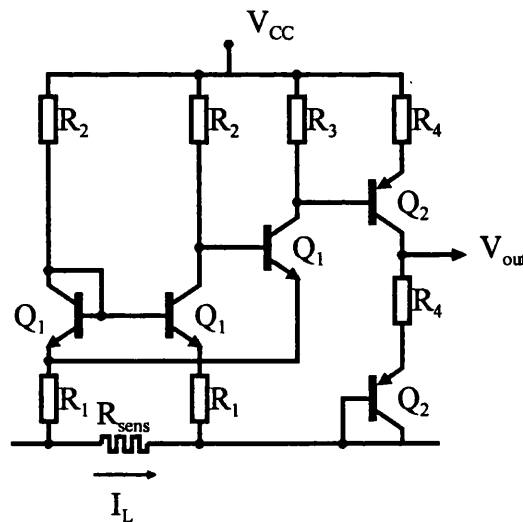


Figura A1.1.: Espejo de corriente utilizado como sensor de corriente del lazo de "conductance control".

Para el diseño de este sensor tenemos que tener en cuenta que la tensión de salida es proporcional a la corriente que pasa por la corriente de sensado, lo que equivale a una resistencia de sensado total,

$$R_s = \frac{R_3}{R_1} R_{sens} \quad (A1.1.)$$

El ancho de banda del sensor es proporcional a la relación entre  $R_2$  y  $R_1$ . Cuanto mayor es esta relación menor será el ancho de banda. Por otra parte, como en nuestro caso tenemos una alta corriente de salida ( $I_L > 20A$ ) entonces debemos minimizar el valor de  $R_{sens}$  para reducir pérdidas, pero también queremos tener una  $R_s$  lo suficientemente grande para aumentar  $G$ , lo que es conveniente para no tener una ganancia proporcional en nuestro amplificador de tensión excesiva que nos lleva a una mayor sensibilidad frente al ruido.

Teniendo todo esto en cuenta seleccionamos  $R_{sens}=0.05\Omega$ , fijamos  $R_1=100\Omega$ ,  $R_3=680\Omega$  y obtenemos una resistencia de sensado  $R_s=0.34\Omega$ . Las resistencias de la última etapa las fijaremos  $R_4=1k\Omega$  ya que esta etapa es simplemente una etapa inversora de señal y para ajustar la referencia a tierra.

## A1.2. Bibliografía

[Ghislanzoni-89] L. Ghislanzoni, "Magnetic Coupled Current Sensing Techniques for Spacecraft Power Systems", Proc. of ESPC, ESA SP-294, August 1989, pp.323-327.

[Ghislanzoni-93] L. Ghislanzoni, J.A. Carrasco "A novel DC Current Transformer for Large Bandwidth & High CMR", Proc. of ESPC, ESA WPP-054, August 1993, pp.137-141.



## **Anexo 2: Programa del DSP**

### **A2.1. Introducción**

El programa del DSP está realizado en ensamblador para así optimizar el código. Como ya se ha explicado está implementado como una rutina de servicio de interrupción. La interrupción que lo activa es la interrupción de fin de periodo. El periodo lo fijamos nosotros dependiendo de la frecuencia de conmutación deseada. El periodo debe ser mayor o igual que la duración de la rutina, si no lo fuese el programa solo se ejecutará cada dos periodos y la frecuencia de muestreo es la mitad mientras que la frecuencia de conmutación permanece inalterada.

Al realizar la corrección de factor de desplazamiento de forma independiente del DSP, gracias al circuito implementado para ello ex profeso, el cálculo del DSP se simplifica y de hecho la rutina es más corta que el periodo elegido.

Primero presentamos cada bloque del programa y explicamos su función y al final del anexo hemos incluido el programa completo con la inicialización. La inicialización del programa depende de la placa donde está incluido el DSP y por tanto cambiará de un control a otro.

#### **A2.1.1. Rutina de servicio de interrupción**

El programa principal es un bucle infinito en espera de la interrupción. Este programa se ejecutará muy poco ya que generalmente ajustaremos la longitud de la rutina al periodo que busquemos, es decir, buscaremos la mayor frecuencia posible. Activaremos las interrupciones (la única que hemos dejado activa es la fin de periodo, todas las demás están desactivadas) y esperaremos a que llegue la interrupción.

```

;
;   bucle infinito a la espera de la interrupcion
;
;           eint                ;activar interrupcion
w_i   b   w_i                ;bucle infinito en espera de la
;                               ;siguiente interrupcion

```

Una vez activada la interrupción, el programa salta a la dirección propia de las rutinas de servicio de interrupción y comienza a ejecutarse. Lo primero que hace es desactivar las interrupciones,

```

;
;   rutina de servicio de la interrupcion
;
program
           dint                ;desactivar interrupciones

```

y a continuación comienza la lectura de los convertidores A/D. Una de las lecturas nos da  $D_d$  y la otra la tensión de la fase  $V_R$ , que necesitamos para sincronizar la rutina. En la sincronización queremos detectar el cruce por cero de más a menos de la tensión y para ello comprobamos el signo de  $V_R$  y del producto de  $V_R$  y  $V_R$  de la adquisición anterior. Debemos guardar por tanto la adquisición anterior de la tensión de fase.

```

;
;   Leer los convertidores A/D
;   empezar una nueva conversion A/D
;   para ser mas rapidos utilizamos los AD de 8 bits
;
lack strobe                ;senhalar al puerto strobe
tblw start_adc            ;activar todos los convertidores adc

nop                        ;debemos esperar a que acaben la conversion
nop                        ;esto dura aprox. 1us
nop

lack adc1_addr            ;senhalar a ADC3 of DS1101 (8 bit ADC)
tblr dd                  ;leer dd y guardar como fraccionario
;
;   Guardar las variables de sincronizacion
;
lac vr_ini                ;cargar vr
sac1 vr_old_ini          ;guardar vr anterior
;
;   Continuar la conversion A/D
;
lack adc2_addr            ;senhalar a ADC4 de DS1101 (8 bit ADC)
tblr vr_sync             ;leer vr y guardar vr_sync como fraccionario

```

El siguiente paso es la sincronización en la cual detectamos el cruce por cero de la tensión de fase  $V_R$  y su cambio de más a menos, ya que el cruce por cero no es único. El

detectar el cruce por cero de más a menos se debe a que la fase  $V_R$  llega invertida al convertidor A/D debido al optoacoplador (ver Anexo 3).

```

;
;   Sincronizacion
;
;   Esta parte es la que se encarga de la correccion
;   del factor de potencia, gracias al circuito exterior
;
lt   vr_old_ini           ;cargar el vr anterior en el registro T
lac  vr_sync
sac1 vr_ini              ;actualizar vr_ini
mpy  vr_ini              ;multiplicar vr por vr_old
lac  vr_old_ini          ;cargar vr_old
blz  out                 ;si vr_old<0 entonces salir del bucle
pac  *                   ;si no comprobar si vr x vr_old>0
sach *, 1                ;guardar el producto
lac  *                   ;guardar el producto en el acu
bgz  out                 ;si vr_old x vr>0 entonces salir del bucle
lac  tot                 ;inicializar el contador i
sac1 i

out                                     ;cargar el contador con (i = 625x6-1 = 3749 )
                                       ;si el producto>0 entonces no hay cambio de signo
                                       ;=> comenzar
                                       ;si no cambio de signo => rutina empieza en 0
                                       ;grados con una función seno

```

Una vez sincronizada la rutina leemos las funciones seno, por tanto las tensiones de fase normalizadas, de nuestra tabla. De esta forma las tensiones no tienen ningún tipo de distorsión ni ruido y al restarlas o sumarlas no se produce la saturación del acumulador.

```

;
;   Leer el sin de la tabla
;
lac  i                   ;cargar el contador
add  mem_loc            ;sumar el offset de memoria
tblr vt                 ;leer vt
sub  uno                ;siguiente elemento de la tabla
tblr vs                 ;leer vs
sub  uno                ;siguiente elemento de la tabla
tblr vr                 ;leer vr
sub  uno                ;siguiente elemento de la tabla
sub  mem_loc            ;recuperar valor de i
sac1 i                  ;con 1805 = 602x3-1
                                       ;no necesitamos el fin de tabla ya que
                                       ;tenemos demasiados puntos y reseteamos i
                                       ;antes de llegar al final de la tabla

```

A continuación actualizamos el "watchdog timer", un temporizador para evitar que el programa se cuelgue. Si esto ocurre el temporizador llega al final y activa un interrupción que resetea el DSP.

```

;
;   Actualizar el temporizador watchdog
;
out  wdt_bnk, PA7       ;cargar wdt_bank en bsr
out  wdt_rf1, PA0       ;wdt_rf1=ABCDh
out  wdt_rf2, PA0       ;wdt_rf2=2345h

```

Ya conocemos las funciones seno (las tensiones normalizadas) y  $D_d$  y ahora hacemos el cambio de coordenadas inverso del sistema móvil ( $d-q$ ) al fijo ( $\alpha-\beta$ ).

```

;
;      Calcular el vector d (no tienen componente q o imaginaria)
;      d = dd*cos = dd*v
;
lt    dd                ;cargar dd
mpy   vr                ;multiplicar por v1 para obtener el primer
pac   ;componente de d1
sach  d1, 1            ;guardar el primer sumando de d1
;con el signo correcto
mpy   vs                ;multiplicar por v2 para obtener el primer
pac   ;componente de d2
sach  d2, 1            ;guardar el primer sumando de d2
;con el signo correcto
mpy   vt                ;multiplicar por v3 para obtener el primer
pac   ;componente de d3
sach  d3, 1            ;guardar el primer sumando de d3
;con el signo correcto

```

Obtenido el vector d en coordenadas fijas, determinamos en que sector se encuentra, para asignarle los ciclos de trabajo a los transistores correspondientes. Para ello sólo debemos conocer los signos de cada componente de d.

```

;
;      Calcular el sector de 60 grados del vector d
;
p1_s  zalh d1            ;cargar d1 en la parte alta del acu,
;limpiar la parte baja del acu
blz   p2_s              ;saltar si d1 < 0
or    b_3               ;si no activar el bit 3 de la parte baja del acu,
;b_3=0000 1000
p2_s  and  clach        ;limpiar la parte alta del acu y
;mantener la parte baja del acu
addh  d2                ;cargar d2 en la parte alta del acu,
;mantener la parte baja del acu
blz   p3_s              ;saltar si d2<0
or    b_4               ;si no activar el bit 4 de la parte baja del acu,
;b_4=0001 0000
p3_s  and  clach        ;limpiar la parte alta del acu y
;mantener la parte baja del acu
addh  d3                ;cargar d3 en la parte alta del acu,
;mantener la parte baja del acu
blz   s_end            ;saltar si d3<0
or    b_5               ;si no activar el bit 5 de la parte baja del acu,
;b_5=0010 0000
s_end  sacl sector      ;guardar la parte baja del acu en
;sector = 0_0_d3_d2_d1_0_0_0

```

Conociendo los signos hacemos una llamada a una rutina que calcula los ciclos de trabajo correspondientes. La llamada a la rutina la hacemos llamando a una dirección de memoria determinada que está formada por un offset y la dirección propiamente dicha. Dicha dirección se calcula sumando la palabra que contiene la información de los signos de d y el

offset. Si el bit está a uno es positivo y si está a 0 es negativo el componente correspondiente de  $d$ . La subrutina devuelve  $d_a$  y  $d_b$ .

```

;
;   Calcular la dirección de comienzo de las subrutinas
;   para determinar los ciclos de trabajo da, db y d0
;
and  offs_mask          ;extraer bits de signo de las tensiones de fase
                           ;de sector
                           ;offs_mask = 0011_1000b
add  tbl_base          ;sumar la dirección base de la subrutina
cala                           ;llamar la subrutina MUX (cálculo del sector),
                           ;devuelve da y db

```

El siguiente paso consiste en transformar los ciclos de trabajo en tiempo, escalando  $d_a$  y  $d_b$  apropiadamente.

```

;
;   Escalar los ciclos de trabajo y convertirlos en tiempo
;
lt   pwm_scale          ;cargar el factor de escala
mpy  da                 ;multiplicar da por el factor de escala
pac  ta                 ;convertir da a ta
addh dmin              ;sumar el ciclo de trabajo mínimo
sach ta, 1              ;guardar en ta
                           ;para obtener el resultado correcto
                           ;corremos el resultado un bit
mpy  db                 ;multiplicar db por el factor de escala
pac  tb                 ;convertir db a tb
addh dmin              ;sumar el ciclo de trabajo mínimo
sach tb, 1              ;guardar en tb

```

Por último calculamos las funciones auxiliares  $A$  ( $= d_a$ ),  $B$  y  $C$ , que necesita nuestra lógica PAL para calcular a su vez los ciclos de trabajo correspondientes de los interruptores. Además se incluye el cálculo de  $A'$ ,  $B'$  y  $C'$  que son las señales auxiliares necesarias para nuestro circuito de conmutación suave. Estas señales son  $A' = A - Tr/4$ ,  $B' = B - Tr/4$  y  $C' = C - Tr/4$ . Por último se escriben los tiempos calculados en los registros correspondientes, para que en la siguiente rutina salgan las señales PWM por sus salidas correspondientes.

```

;
;   Calcular los ciclos de trabajo para los generadores PWM
;
out  act_bank, PA7       ;cargar el banco del registro de acción en bsr
out  ta, PA3            ;escribir el resultado en pwm3 (A=da) (act3)
lac  ta                 ;cargar ta para generar A'=A-Tr/4
sub  Tr4                ;restar Tr/4
bgz  of1                ;si acu es mayor que 0 entonces
zac  0                  ;cargar 0
of1  sacl *              ;guardar
out  *, PA0             ;escribir el resultado en pwm0 (A'=da-Tr/4) (act0)
lac  tb                 ;para obtener el resultado correcto
                           ;corremos el resultado un bit
add  ta                 ;calcular da+db
sub  pwm_per, 2         ;calcular (da+db-1)=- (1-da-db)
                           ;el periodo pwm debe ser x4 para tener

```

```

;el valor apropiado en el registro actx
;recordemos que sólo se comparan los 14 MSB
sac1 *
lt    ns1
mpy *
pac
sach medio_cero, 1
;guardar el resultado d0/2
;se debe quitar uno de los dos bits de signo
;por lo que se corre el resultado un bit
;a la derecha
lac  medio_cero
;cargar medio_cero en low accu
;en el acu estaba el resultado no modificado
;y por tanto incorrecto

add  ta
sac1 B
lac  B
sub  Tr4
bgz  of2
zac
of2  sac1 *
out  *, PA1
out  B, PA4
lac  B
add  tb
sac1 C
lac  C
sub  Tr4
bgz  of3
zac
of3  sac1 *
out  *, PA2
out  C, PA5
out  iop_bank, PA7
lac  sector, 10
sac1 *
out  *, PA0
;enviar sector al decodificador

```

Por último nos queda por limpiar al interrupciones, activarlas y volver a la rutina infinita de espera, hasta que acabe el periodo.

```

;
;      Limpiar las interrupciones no aceptadas
;
out  if_clr, PA6
eint
ret
;
;      fin de la rutina de servicio de interrupciones
;

```

Las subrutinas que devuelven  $d_a$  y  $d_b$  se muestran a continuación. También hay implementadas dos subrutinas que devuelven cero y se corresponden con combinaciones no válidas.

```

;
;      subrutinas que devuelven da=db=0 por una combinacion erronea
;      para d3_d2_d1
;
.sect "fallo1",100h
;combinacion no permitida
; d3_d2_d1 = 000
zac
sac1 *
ret
;devolver da=db=0

```



```

.asect "fallo2",138h      ;combinacion no permitida
                          ;d3_d2_d1 = 111
zac                       ;limpiar acu
sacl *                    ;poner 0 en la pila
ret                       ;devolver da=db=0
;
; subrutinas de MUX que devuelven da
; y db, para cada sector tenemos una rutina
;
.asect "sec1", 108h      ;-30 to 30 deg
                          ;d3_d2_d1 = 001
lac d2                   ;cargar d2 (vy) en el acu
abs                      ;hacer positivo
sacl da                  ;guardar da sin signo
lac d3                   ;cargar d3 (vz) en el acu
abs                      ;hacer positivo
sacl db                  ;guardar db sin signo
ret

.asect "sec2", 118h      ;30 to 90 deg
                          ;d3_d2_d1 = 011
lac d1                   ;cargar d1 (vy) en el acu
abs                      ;hacer positivo
sacl da                  ;guardar da sin signo
lac d2                   ;cargar d2 (vz) en el acu
abs                      ;hacer positivo
sacl db                  ;guardar da sin signo
ret

.asect "sec3", 110h      ;90 to 150 deg
                          ;d3_d2_d1 = 010
lac d3                   ;cargar d3 (vy) en el acu
abs                      ;hacer positivo
sacl da                  ;guardar da sin signo
lac d1                   ;cargar d1 (vz) en el acu
abs                      ;hacer positivo
sacl db                  ;guardar db sin signo
ret

.asect "sec4", 130h      ;150 to 210 deg
                          ;d3_d2_d1 = 110
lac d2                   ;cargar d2 (vy) en el acu
abs                      ;hacer positivo
sacl da                  ;guardar da sin signo
lac d3                   ;cargar d3 (vz) en el acu
abs                      ;hacer positivo
sacl db                  ;guardar db sin signo
ret

.asect "sec5", 120h      ;210 to 270 deg
                          ;d3_d2_d1 = 100
lac d1                   ;cargar d1 (vy) en el acu
abs                      ;hacer positivo
sacl da                  ;guardar da sin signo
lac d2                   ;cargar d2 (vz) en el acu
abs                      ;hacer positivo
sacl db                  ;guardar db sin signo
ret

.asect "sec6", 128h      ;270 to 330 (= -30) deg
                          ;d3_d2_d1 = 101
lac d3                   ;cargar d3 (vy) en el acu
abs                      ;hacer positivo
sacl da                  ;guardar da sin signo
lac d1                   ;cargar d1 (vz) en el acu
abs                      ;hacer positivo
sacl db                  ;guardar db sin signo
ret

```

### A2.1.2. Rutina completa

El programa completo se presenta a continuación. Hemos incluido toda la inicialización y la lista de variables. Al final de todo el programa encontramos el principio de la tabla que contiene las funciones seno. La tabla tiene 602 entradas y contiene la función  $\sin(\omega t)$ ,  $\sin(\omega t - 120^\circ)$  y  $\sin(\omega t + 120^\circ)$ .

```

;
;
;           Programa de control del rectificador trifasico
;           con escalado apropiado y
;           tiempo de ejecucion minimo
;           y ZCT implementado
;
; tanto cos como -sin se leen de una tabla para no tener problemas
; de precision (los ADC son de 8 bits) ni de ruido (el cruce por
; cero de la tensión de fase oscila). Solo debo sincronizar la lectura
; de la tabla para tomar los datos correctos. La sincronizacion
; la hacemos con el cruce por cero de menos a mas ya que el opto nos
; ha invertido la señal de sincronismo.
;
; Sin esta divididos por 2 para evitar la saturacion.
;
; Se han incluido las modificaciones necesarias para obtener ZCT:
; - debemos restar a las 3 senhales auxiliares A, B, C, Tr/4 = 0.5us
; - debemos generar tanto A, B, C como A'=A-Tr/4, B'=B-Tr/4, C'=C-Tr/4
;
;
;
;           INICIALIZACION
;
; .asect "start", 0h           ;esta parte del programa
;                             ;inicializa la placa DS1101
b      start
;
; .asect "interrupt",2h       ;rutina de servicio de interrupcion
b      program
;
; .asect "program",10h        ;programa propiamente dicho con todas
;                             ;las constantes
;
; direcciones en memoria de programa
;
; adc1_addr      .set 0Ah           ;convertidor A/D de 8 bits
; adc2_addr      .set 0Bh           ;convertidor A/D de 8 bits
; strobe         .set 0Ah           ;direccion del puerto strobe
;
; constantes que se escriben en la memoria de programa;
; durante la inicialización se transfieren a la memoria de datos
;
; iop_bank       .set 00h           ;direccion de memoria del banco de registros iop
;               .word 0             ;iop_bank = 0
;
; pwm_scale      .set 01h           ;direccion de memoria de pwm_scale
;               .word 680h          ;periodo
;                                   ;x 4 (ya que compararmos los 14 MSB)
;                                   ;x 2 (las senhales de entrada /2 para no
;                                   ;saturar)
;                                   ;208 x 4 x 2 = 1664 = 680h
;                                   ;el ciclo de trabajo esta limitado al 100%,
;                                   ;si el factor es 2
;                                   ;el ciclo de trabajo esta limitado al 50%
;
; start_adc      .set 02h           ;bits para comenzar la conversion adc
;               .word 1111b        ;start_adc = 1111b
;
; wdt_bnk        .set 03h           ;direccion de memoria del banco
;                                   ;para seleccionar el 'watch dog timer'
;               .word 1             ;wdt_bnk = 1
; wdt_rf1        .set 04h

```



```

wdt_rf2      .word 0ABCDh      ;wdt_rf1 = ABCDh
             .set 05h
             .word 2345h      ;wdt_rf2 = 2345h

b_3          .set 06h          ;bit 3 de sector que corresponde a vr
             .word 00001000b
b_4          .set 07h          ;bit 4 de sector que corresponde a vs
             .word 00010000b
b_5          .set 08h          ;bit 5 de sector que corresponde a vt
             .word 00100000b

clach        .set 09h          ;direccion de memoria de clach (FFFFh=todo unos)
             .word 0FFFFh    ;mascara para limpiar la parte alta del acu.
                               ;y mantener la parte baja del acu

offs_mask    .set 0Ah          ;direccion de memoria dela mascara de
             .word 00111000b ;offset(0011_1000b)
                               ;solo lee las tensiones de fase,
                               ;los 3 bits correspondientes

tbl_base     .set 0Bh          ;direccion de memoria de tbl_base
             .word 100h      ;define el offset de las subrutinas (0100h)

act_bank     .set 0Ch          ;direccion de memoria del banco de registro
             .word 4         ;de action(4)

pwm_per      .set 0Dh          ;direccion de memoria de pwm_per (0D0h)
             .word 0D0h     ;pwm_per = 33u28 / 160n = 208 = 0D0h
                               ;el periodo dura lo que
                               ;dura la rutina de interrupcion
                               ;si se cambia pwm_per
                               ;=> se debe cambiar pwm_scale
                               ;T=33u28 <=> f=30,048kHz
ns1          .set 0Eh          ;ns1 vale -0.5 que en binario (Q15)
             .word 0C000h   ;corresponde a 1100_0000_0000_0000b
                               ;y es C000h = -0.5

if_clr       .set 0Fh          ;direccion de memoria de if_clr
             .word 0DFFFh   ;0000_DFFFh sirve para
                               ;limpiar todas las interrupciones
                               ;(1101_1111_1111_1111b)
                               ;(bit 13 de IF debe valer 0)

dmin         .set 10h         ;direccion de memoria del ciclo de trabajo
             .word 2         ;minimo(01h)
                               ;ciclo de trabajo minimo (0.13% o
                               ;40ns/33.6us=0.0012)
                               ;40ns es la precision, ya que
                               ;estamos en el modo PWM de alta precision
                               ;dmin = 2 = 10b ya que lo sumamos antes de sumar
                               ;shifting

uno          .set 11h         ;direccion de memoria de 1
             .word 1

im_mask      .set 12h         ;direccion de memoria de im_mask = 7FEFh
             .word 7FEFh    ;im_mask = 0111_1111_1110_1111b

tcon         .set 13h         ;direccion de memoria del registro tcon
             .word 5D06h    ;tcon = 0101_1101_0000_0110b = 5D06h
                               ;se selecciona TMR1, prescalado de 1
                               ;con el reloj interno, TMR2 deshabilitado,
                               ;se activa el modo PWM de alta precision y
                               ;se selecciona TMR1 para comparar
                               ;se activan todas las salidas de comparacion

ddr          .set 14h         ;direccion de memoria de ddr
             .word 0FF00h   ;iop0-iop7 entrada de DS1101
                               ;iop8-iop15 salida
                               ;iop8 : sync_bit
                               ;iop10-iop15 sector

cero         .set 15h         ;direccion de memoria de cero
             .word 0        ;contiene 0 como una constante

vr_ini      .set 16h         ;direccion de memoria de vr_ini
             .word 1h       ;debe ser positivo al principio

mem_loc     .set 17h         ;direccion de memoria de la localizacion
             .word 140h     ;en memoria de la tabla
                               ;offset de la tabla 320

tot         .set 18h         ;constante para inicializar el contador
             .word 70Dh     ; = 602x3-1 = 1805 = 70Dh
                               ;la tabla necesita(30,048k/50)x3=1803

```

```

Tr4          .set 19h          ;=> 1806 entradas
             .word 14         ;la mitad del periodo resonante,
                               ;en nuestro caso 0.5us (Tr=2us)
                               ;0.5u/160n = 3.125 x4 = 12.5

;
;   variables no inicializadas
;
vr_old_ini   .set 25h          ;direccion de memoria de vr_old_ini
vr_sync      .set 26h          ;direccion de memoria de vr_sync, necesaria
                               ;para sincronizar la rutina
i            .set 27h          ;direccion de memoria de i, contador de la tabla
sector       .set 28h          ;direccion de memoria de sector
medio_cero   .set 29h          ;direccion de memoria de medio_cero = d0/2
dd           .set 2Ah          ;direccion de memoria de adcl_data, contiene dd
                               ;(8 bit)
vr           .set 2Bh          ;direccion de memoria de vr
vs           .set 2Ch          ;direccion de memoria de vs
vt           .set 2Dh          ;direccion de memoria de vt
d1           .set 2Eh          ;direccion de memoria de la primera componente
                               ;del vector d
d2           .set 2Fh          ;para calcular el sector, dd*cos(wt)
                               ;direccion de memoria de la segunda componente
                               ;del vector d
d3           .set 30h          ;para calcular el sector, dd*cos(wt-120)
                               ;direccion de memoria de la tercera componente
                               ;del vector d
da           .set 31h          ;para calcular el sector, dd*cos(wt+120)
                               ;direccion de memoria de da
db           .set 32h          ;direccion de memoria de db
ta           .set 33h          ;direccion de memoria de ta=A
tb           .set 34h          ;direccion de memoria de tb
B            .set 35h          ;direccion de memoria de B
C            .set 36h          ;direccion de memoria de C
;
;   rutina de inicialización
;
start
    dint                ;desactivar interrupciones
;
;   preinicializar uno y
;   copiar la tabla de constantes a la memoria de datos
;
    lark 1                ;cargar 1 en el acu
    sac1 uno              ;guardar en uno
    lark arl, 20h         ;inicializar el contador (20h hits)
    lark ar0, 0h         ;puntero de la memoria de datos (posicion 0h)
    lark 10h             ;puntero de la memoria de programa
transfer
    larp ar0              ;seleccionar el puntero destino
    tblr **, arl         ;transferir palabraword
    add uno, 0           ;incrementar el puntero origen
    banz transfer        ;repetir hasta que la transferencia este completada
;
;   inicializar los registros auxiliares
;
    lark arl, 0B0h       ;inicializar el puntero a la pila de software
    lark ar0, 50h       ;inicializar ar0
    larp arl             ;hacre accesible la pila de software
    ldpk 00h            ;seleccionar la página de datos
;
;   inicializar el bus de i/o: iop0-iop7 entrada de DS1101
;   iop8-iop15 salida: iop8 es el bit de sincronismo
;   iop10-iop15 es la info del sector
;
    out iop_bank, PA7    ;seleccionar el banco iop
    out ddr, PA1        ;cargar FF00h en ddr
;
;   enmascarar todas las interrupciones excepto timint1 0111_1111_1110_1111b = 7FEFh
;

```

```

    out im_mask, PA5          ;desenmascarar timint1 via IM
;
; limpiar todas las flags excepto bit 13 (pero solo esta activa timinit1)
;
    out if_clr, PA6          ;limpiar todas las flags via FCLR
                              ;reset bit 13 como sugiere el fabricante
;
; inicializar timer1 como temporizador de PWM y para las interrupciones
;
    lac uno, 1                ;cargar 2 en el acu
    sac1 *                    ;guardar 2 en la pila
    out *, PA7                ;seleccionar el banco del timer (1)
    out pwm_per, PA1          ;preparar el periodo de TMR1
    out tcon, PA4             ;preparar timer1 y el modo PWM de alta precision
    out iop_bank, PA7        ;seleccionar el banco 0 como banco por defecto
                              ;debemos ejecutar la subrutina "wait"
;
; resetear los ADCs
;
    lack adcl_addr           ;leer de adc3 (8 bit)
    tblr *
    lack adc2_addr           ;leer de adc4 (8 bit)
    tblr *
;
; inicialización del contador para obtener datos de la tabla
; que necesitamos para evitar problemas de ruido
;
    lac tot                  ;cargar la longitud de la tabla
    sac1 i                   ;inicializar el contador(i = 602x3-1 = 1805 )
;
; fin de la inicializacion
; bucle infinito a la espera de la interrupcion
;
    eint                     ;activar interrupcion
w_i   b   w_i                ;bucle infinito en espera de la
                              ;siguiente interrupcion
;
; rutina de servicio de la interrupcion
;
program
    dint                     ;desactivar interrupciones
;
; Leer los convertidores A/D
; empezar una nueva conversion A/D
; para ser mas rapidos utilizamos los AD de 8 bits
;
    lack strobe              ;senhalar al puerto strobe
    tblw start_adc          ;activar todos los convertidores adc
;
    nop                      ;debemos esperar a que acaben la conversion
    nop                      ;esto dura aprox. 1us
    nop
;
    lack adcl_addr           ;senhalar a ADC3 of DS1101 (8 bit ADC)
    tblr dd                 ;leer dd y guardar como fraccionario
;
; Guardar las variables de sincronizacion
;
    lac vr_ini               ;cargar vr
    sac1 vr_old_ini         ;guardar vr anterior
;
; Continuar la conversion A/D
;
    lack adc2_addr          ;senhalar a ADC4 de DS1101 (8 bit ADC)
    tblr vr_sync            ;leer vr y guardar vr_sync como fraccionario
;
; Sincronizacion
;
; Esta parte es la que se encarga de la correccion
; del factor de potencia, gracias al circuito exterior
;
    lt vr_old_ini           ;cargar el vr anterior en el registro T
    lac vr_sync
    sac1 vr_ini             ;actualizar vr_ini
    mpy vr_ini              ;multiplicar vr por vr_old
    lac vr_old_ini         ;cargar vr_old
    blz out                 ;si vr_old<0 entonces salir del bucle
    pac                     ;si no comprobar si vr x vr_old>0
    sach *, 1               ;guardar el producto

```

```

lac * ;guardar el producto en el acu
bgz out ;si vr_old x vr>0 entonces salir del bucle
lac tot ;inicializar el contador i
sac1 i

out ;cargar el contador con (i = 625x6-1 = 3749 )
;si el producto>0 entonces no hay cambio de signo
;=> comenzar
;si no cambio de signo => rutina empieza en 0
;grados con una función seno

;
; Leer el sin de la tabla
;
lac i ;cargar el contador
add mem_loc ;sumar el offset de memoria
tblr vt ;leer vt
sub uno ;siguiente elemento de la tabla
tblr vs ;leer vs
sub uno ;siguiente elemento de la tabla
tblr vr ;leer vr
sub uno ;siguiente elemento de la tabla
sub mem_loc ;recuperar valor de i
sac1 i ;con 1805 = 602x3-1
;no necesitamos el fin de tabla ya que
;tenemos demasiados puntos y reseteamos i
;antes de llegar al final de la tabla

;
; Actualizar el temporizador watchdog
;
out wdt_bnk, PA7 ;cargar wdt_bank en bsr
out wdt_rf1, PA0 ;wdt_rf1=ABCDh
out wdt_rf2, PA0 ;wdt_rf2=2345h

;
; Calcular el vector d (no tienen componente q o imaginaria)
; d = dd*cos = dd*v
;
lt dd ;cargar dd
mpy vr ;multiplicar por v1 para obtener el primer
pac ;componente de d1
sach d1, 1 ;guardar el primer sumando de d1
;con el signo correcto
mpy vs ;multiplicar por v2 para obtener el primer
pac ;componente de d2
sach d2, 1 ;guardar el primer sumando de d2
;con el signo correcto
mpy vt ;multiplicar por v3 para obtener el primer
pac ;componente de d3
sach d3, 1 ;guardar el primer sumando de d3
;con el signo correcto

;
; Calcular el sector de 60 grados del vector d
;
p1_s
zalh d1 ;cargar d1 en la parte alta del acu,
;limpiar la parte baja del acu
blz p2_s ;saltar si d1 < 0
or b_3 ;si no activar el bit 3 de la parte baja del acu,
;b_3=0000 1000

p2_s
and clach ;limpiar la parte alta del acu y
;mantener la parte baja del acu
addh d2 ;cargar d2 en la parte alta del acu,
;mantener la parte baja del acu
blz p3_s ;saltar si d2<0
or b_4 ;si no activar el bit 4 de la parte baja del acu,
;b_4=0001 0000

p3_s
and clach ;limpiar la parte alta del acu y
;mantener la parte baja del acu
addh d3 ;cargar d3 en la parte alta del acu,
;mantener la parte baja del acu
blz s_end ;saltar si d3<0
or b_5 ;si no activar el bit 5 de la parte baja del acu,
;b_5=0010 0000

s_end
sac1 sector ;guardar la parte baja del acu en
;sector = 0_0_d3_d2_d1_0_0_0

;
; Calcular la dirección de comienzo de las subrutinas
; para determinar los ciclos de trabajo da, db y d0
;
and offs_mask ;extraer los bits de signo de las tensiones de fase

```

```

;de sector
;offs_mask = 0011_1000b
add tbl_base      ;sumar la dirección base de la subrutina
cala             ;llamar la subrutina MUX (calculo del sector),
                ;devuelve da y db
;
;   Escalar los ciclos de trabajo y convertirlos en tiempo
;
lt   pwm_scale    ;cargar el factor de escala
mpy da           ;multiplicar da por el factor de escala
pac           ;convertir da a ta
addh dmin        ;sumar el ciclo de trabajo minimo
sach ta, 1       ;guardar en ta
                ;para obtener el resultado correcto
                ;corremos el resultado un bit
mpy db           ;multiplicar db por el factor de escala
pac           ;convertir db a tb
addh dmin        ;sumar el ciclo de trabajo minimo
sach tb, 1       ;guardar en tb
;
;   Calcular los ciclos de trabajo para los generadores PWM
;
out  act_bank, PA7 ;cargar el banco del registro de accion en bsr
out  ta, PA3       ;escribir el resultado en pwm3 (A=da)(act3)
lac  ta           ;cargar ta para generar A'=A-Tr/4
sub  Tr4          ;restar Tr/4
bgz  of1         ;si acu es mayor que 0 entonces
zac           ;cargar 0
of1  sac1 *       ;guardar
out  *, PA0       ;escribir el resultado en pwm0 (A'=da-Tr/4)(act0)
lac  tb           ;para obtener el resultado correcto
                ;corremos el resultado un bit
add  ta          ;calcular da+db
sub  pwm_per, 2   ;calcular (da+db-1)--(1-da-db)
                ;el periodo pwm debe ser x4 para tener
                ;el valor apropiado en el registro actx
                ;recordemos que sólo se comparan los 14 MSB
sac1 *
lt   nsl         ;calcular -(1-da-db)/-2
mpy *
pac
sach medio_cero, 1 ;guardar el resultado d0/2
                ;se debe quitar uno de los dos bits de signo
                ;por lo que se corre el resultado un bit
                ;a la derecha
lac  medio_cero  ;cargar medio_cero en low accu
                ;en el acu estaba el resultado no modificado
                ;y por tanto incorrecto

add  ta          ;calcular el ciclo de trabajo para pwm1
sac1 B           ;guardar el resultado
lac  B           ;cargar B y
sub  Tr4         ;restar Tr/4
bgz  of2
zac
of2  sac1 *       ;guardar B'=B-Tr/4
out  *, PA1      ;escribir el resultado en pwm1 (B'=B-Tr/4)
out  B, PA4      ;escribir el resultado en pwm4 (B=da+d0/2)(act1)
lac  B
add  tb          ;calcular el ciclo de trabajo para pwm2
sac1 C           ;guardar el resultado
lac  C           ;cargar C y
sub  Tr4         ;restar Tr/4
bgz  of3
zac
of3  sac1 *       ;guardar C'=C-Tr/4
out  *, PA2      ;escribir el resultado en pwm2 (C'=C-Tr/4)
out  C, PA5      ;escribir el resultado en pwm5 (C=da+db+d0/2)
out  iop_bank, PA7 ;cargar iop_bank en bsr
lac  sector, 10  ;sector es iop10-iop15
sac1 *
out  *, PA0      ;enviar sector al decodificador
;
;   Limpiar las interrupciones no aceptadas
;
out  if_clr, PA6 ;limpiar el registro FCLR if_clr=DFFFh
eint ;activar interrupciones
ret
;
;   fin de la rutina de servicio de interrupciones
;

```

```

;
; subrutinas que devuelven da=db=0 por una combinacion erronea
; para d3_d2_d1
;
    .asect "fallo1",100h          ;combinacion no permitida
                                ;d3_d2_d1 = 000
    zac                          ;limpiar acu
    sacl *                        ;poner 0 en la pila
    ret                           ;devolver da=db=0

    .asect "fallo2",138h        ;combinacion no permitida
                                ;d3_d2_d1 = 111
    zac                          ;limpiar acu
    sacl *                        ;poner 0 en la pila
    ret                           ;devolver da=db=0
;
; subrutinas de MUX que devuelven da
; y db, para cada sector tenemos una rutina
;
    .asect "sec1", 108h          ;-30 to 30 deg
                                ;d3_d2_d1 = 001
    lac d2                        ;cargar d2 (vy) en el acu
    abs                          ;hacer positivo
    sacl da                       ;guardar da sin signo
    lac d3                        ;cargar d3 (vz) en el acu
    abs                          ;hacer positivo
    sacl db                       ;guardar db sin signo
    ret

    .asect "sec2", 118h          ;30 to 90 deg
                                ;d3_d2_d1 = 011
    lac d1                        ;cargar d1 (vy) en el acu
    abs                          ;hacer positivo
    sacl da                       ;guardar da sin signo
    lac d2                        ;cargar d2 (vz) en el acu
    abs                          ;hacer positivo
    sacl db                       ;guardar da sin signo
    ret

    .asect "sec3", 110h          ;90 to 150 deg
                                ;d3_d2_d1 = 010
    lac d3                        ;cargar d3 (vy) en el acu
    abs                          ;hacer positivo
    sacl da                       ;guardar da sin signo
    lac d1                        ;cargar d1 (vz) en el acu
    abs                          ;hacer positivo
    sacl db                       ;guardar db sin signo
    ret

    .asect "sec4", 130h          ;150 to 210 deg
                                ;d3_d2_d1 = 110
    lac d2                        ;cargar d2 (vy) en el acu
    abs                          ;hacer positivo
    sacl da                       ;guardar da sin signo
    lac d3                        ;cargar d3 (vz) en el acu
    abs                          ;hacer positivo
    sacl db                       ;guardar db sin signo
    ret

    .asect "sec5", 120h          ;210 to 270 deg
                                ;d3_d2_d1 = 100
    lac d1                        ;cargar d1 (vy) en el acu
    abs                          ;hacer positivo
    sacl da                       ;guardar da sin signo
    lac d2                        ;cargar d2 (vz) en el acu
    abs                          ;hacer positivo
    sacl db                       ;guardar db sin signo
    ret

    .asect "sec6", 128h          ;270 to 330 (=-30) deg
                                ;d3_d2_d1 = 101
    lac d3                        ;cargar d3 (vy) en el acu
    abs                          ;hacer positivo
    sacl da                       ;guardar da sin signo
    lac d1                        ;cargar d1 (vz) en el acu
    abs                          ;hacer positivo
    sacl db                       ;guardar db sin signo
    ret
;
; Tabla
;

```



```
.asect "table", 140h ;tabla que contiene el cos y -sin
tu1360_0      .set 0140h
              .word 0FFFFh
tu2360_0      .set 0141h
              .word 0C893h
tu3360_0      .set 0142h
              .word 0376Ch
tu1359_4      .set 0143h
              .word 0FF55h
tu2359_4      .set 0144h
              .word 0C8E9h
tu3359_4      .set 0145h
              .word 037C1h
tu1358_8      .set 0146h
              .word 0FEAAh
tu2358_8      .set 0147h
...

```

## A2.2. Bibliografía

[Vlatkovic-89] V. Vlatkovic, D. Borojevic, "Digital-Signal-Processor-Based Control of Three-Phase, Space Vector Modulated Converters", Proc. of IEEE APEC, 1993, pp.888-894.

[Texas Instruments-91] Texas Instruments, "TMS320C1x User's Guide"





## **Anexo 3: Esquemas eléctricos del rectificador BUCK**

### **A3.1. Introducción**

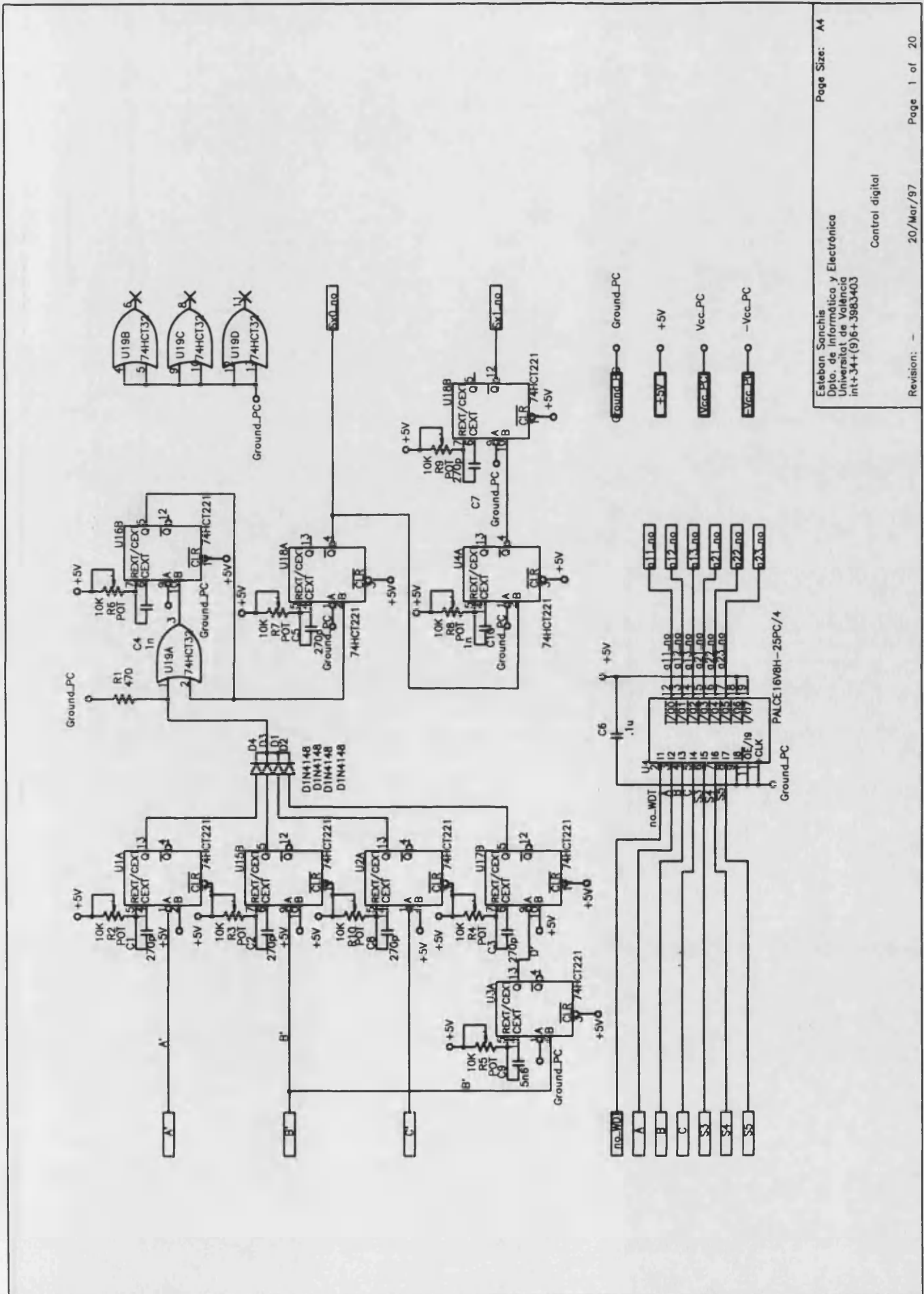
Una hoja de cálculo ha sido utilizada para el diseño del rectificador, tal como se presenta en este anexo con todos los valores calculados y utilizados. El programa utilizado ha sido Excel.

También se presentan los planos eléctricos del rectificador. Para ello se utilizó el programa “Design Lab 7.1” de MicroSim. Dicho programa incluye en el mismo paquete un programa para hacer esquemas eléctricos, un simulador (PSpice) y un programa para diseñar circuitos impresos (PCBoards).

Se presentan 10 esquemas de los 19 totales. Los 9 restantes corresponden a los 9 circuitos de disparo o “Fet Pulse Drive” de todos los demás interruptores. Al ser todos los circuitos de disparo iguales, sólo se presenta uno.

Mencionar que para reducir el ruido de conmutación y que éste no afectara al control, se filtraron todas las alimentaciones con filtros LC y se añadieron optoacopladores para desacoplar las distintas partes del control. Se aisló la tarjeta del DSP controlada desde el PC de los circuitos analógicos y digitales. Los FPD también se aislaron a su vez. De esta forma se evitó que el ruido de conmutación existente se propagase de una parte del control a otra. Experimentalmente se comprobó que es imprescindible el uso de un filtro de ruido en modo común para evitar que este ruido se introdujese en el control (ver circuito de la etapa de potencia).

<b>Diseño de un rectificador BUCK con conductance control y control digital</b>					
<b>DATOS</b>					
Vi rms=	220	Vm=	311,1269837		
Vc=	50	Vmax(+10%)=	342,2396821		
Pomax=	1000	Vmin(-15%)=	264,4579362		
fcon=	30000				
fsampling=	30000				
(si es digital)					
fijar Dnom=	0,10713739				
(recordar que $Dq^2 + Dd^2 < 1$ y que $Dd = D$ )					
rizado en corriente					
$\Delta I / I_{max} =$	0,08	$\Delta I =$	1,6		
diseño de L:		L=	0,000940211		
amplitud del diente de sierra					
Vs=	10				
constante de diente de sierra (1) o onda triangular (2)					
c=	1				
resistencia de sensado de la corriente					
Rs=	0,34				
tensión de referencia					
Vref=	4,3				
margen de fase					
MF=	65				
frecuencia de corte:		fc=	2083,333333		
		wc=	13089,96939		
amplificador de corriente:		Ac=	0,912508856	fijo Ri	
				Ri=	10000
				=>	Rf=
conductancia:		G=	2,941176471	=>	Cf=
					9125,08856
					8,3719E-08
impedancia de salida:		Zo=	0,0825		
relación de t.de salida/t. de referencia:		K=R1/(R1+R2)	0,086	fijo R1 del divisor	
amplificador de tensión:		A=	47,92107118	R1=	1000
				=>	R2=
				=>	Ri=(R1  R2)=
fijo fcorte=	400			=>	Rf=
				=>	Cf=
					43799,8591
					9,0842E-08
condensador de salida:		Co=	0,004822877		
<b>FILTRO DE ENTRADA (método de conductance control)</b>					
<b>DATOS</b>					
rizado de la tensión de entrada:					
$\delta =$	0,065				
rizado de la corriente de entrada:					
$\beta =$	0,0055				
frecuencia de corte del filtro:		fo=	2224,859546		
rizado de corriente de entrada:		$\Delta i_{pp} =$	0,11		
inductor:		L=	0,000842636	Zi=	23,3345238
				Zsmax=	12,3683441
condensador (por fase C/3):		C=	6,07289E-06		
resistencia de amortiguamiento (por fase C+3Rd):					
3C+		Rd=	8,481150264		



Esteban Sanchis  
 Dpto. de Informática y Electrónica  
 Universidad de Valencia  
 int+34+(9)6+3863403

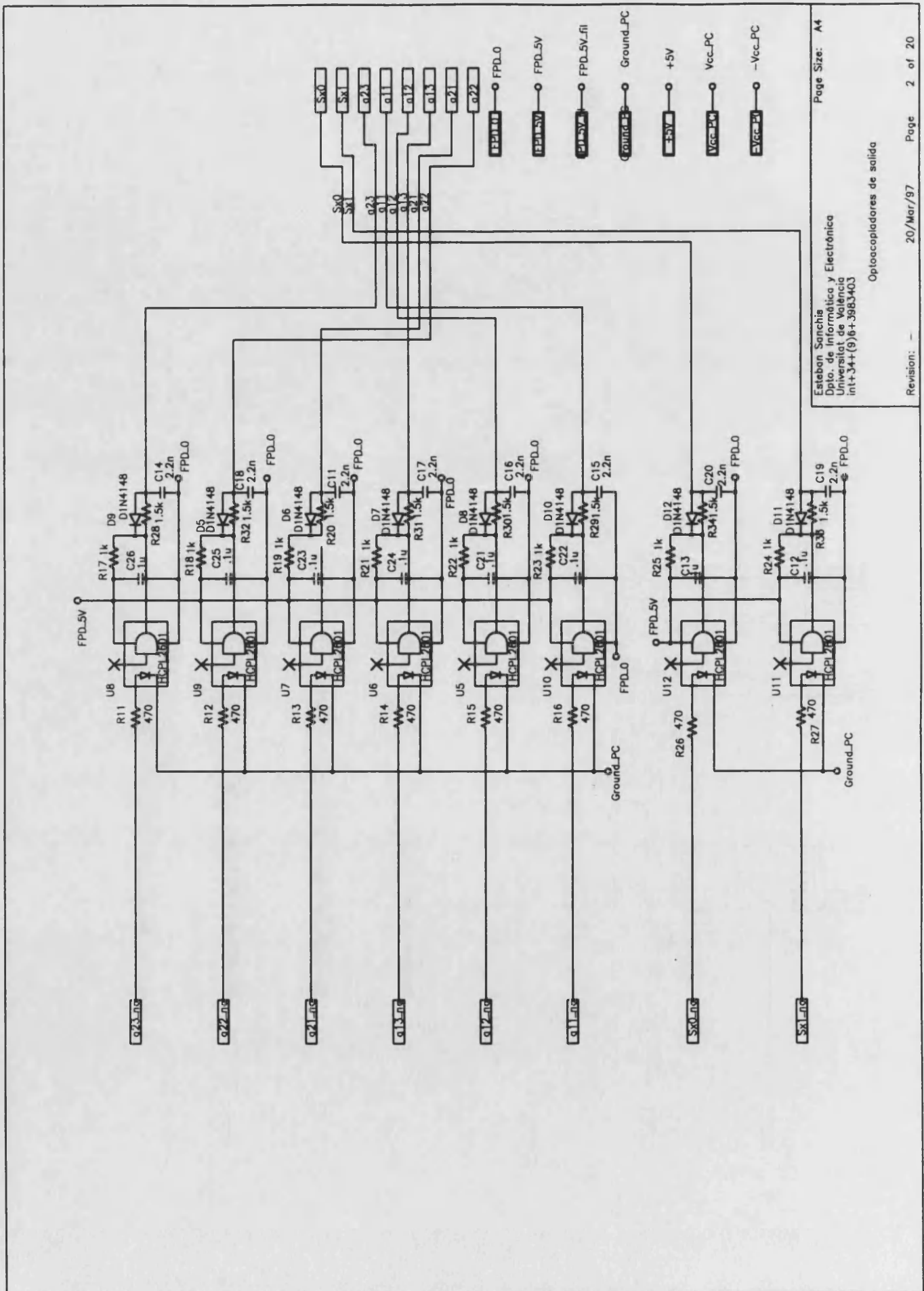
Control digital

20/Mar/97

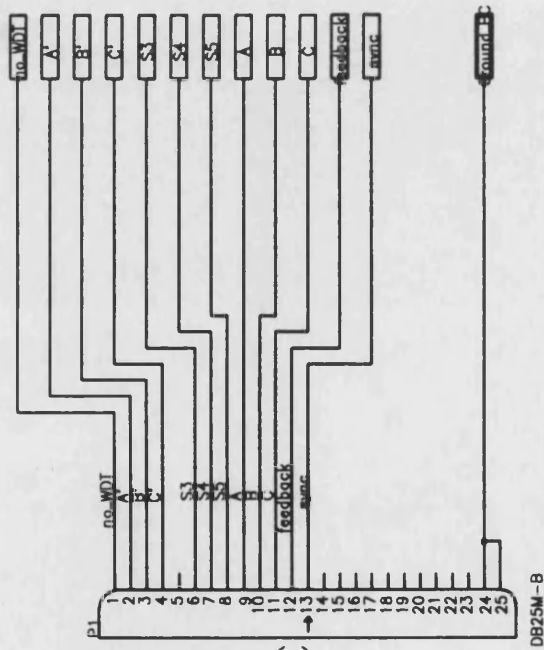
Page 1 of 20

Revisión: -

Page Size: A4

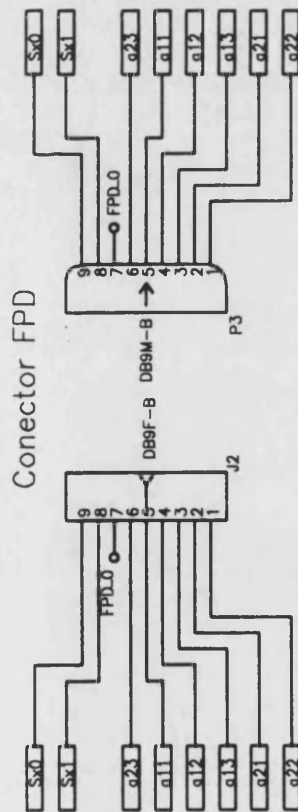


Page Size: A4  
 Esteban Sancha  
 Dpto. de Informática y Electrónica  
 Universitat de València  
 int+34+(9)6+3983403  
 Optocopladores de salida  
 Revision: -  
 20/Mar/97  
 Page 2 of 20



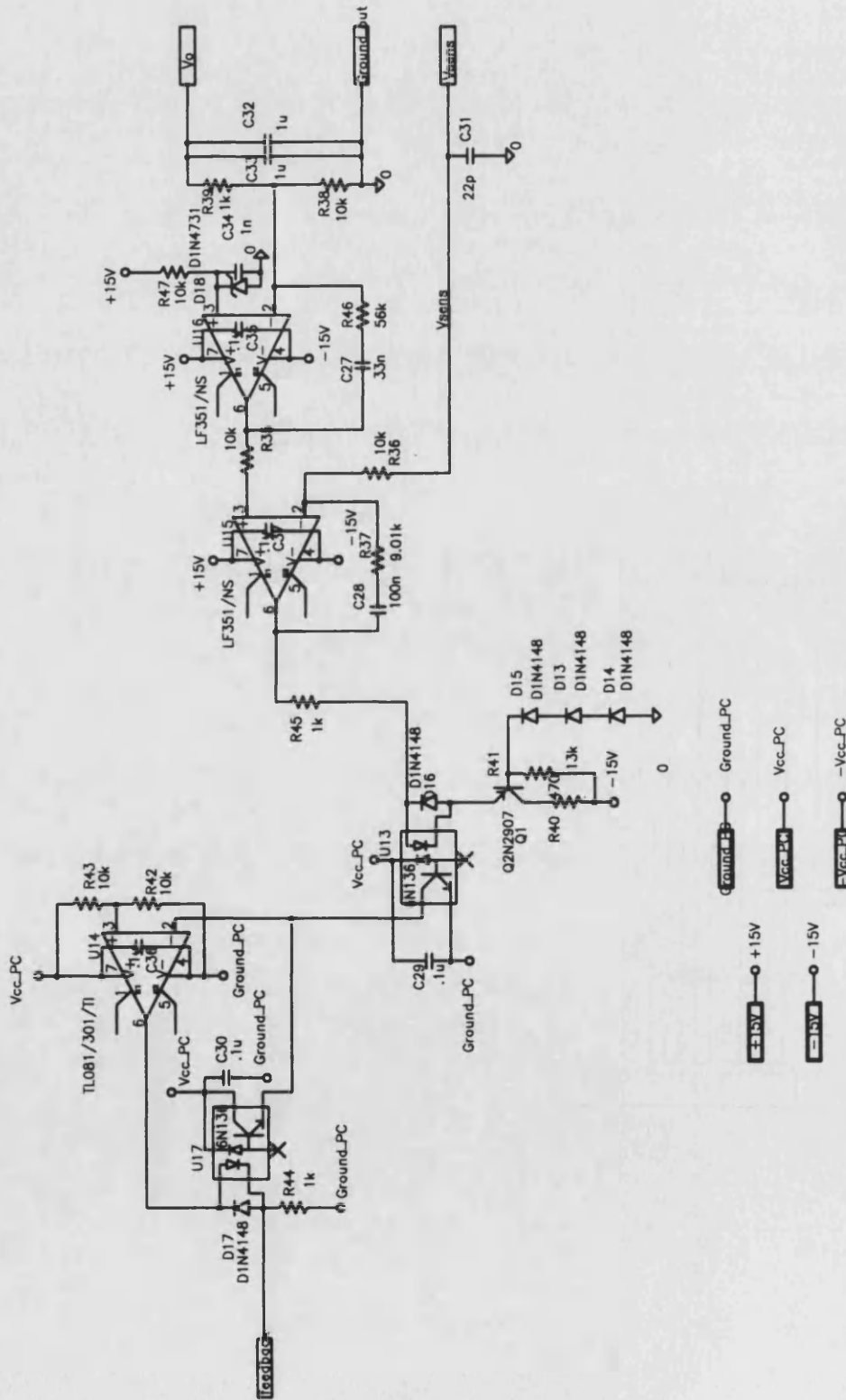
Conector PC

PC

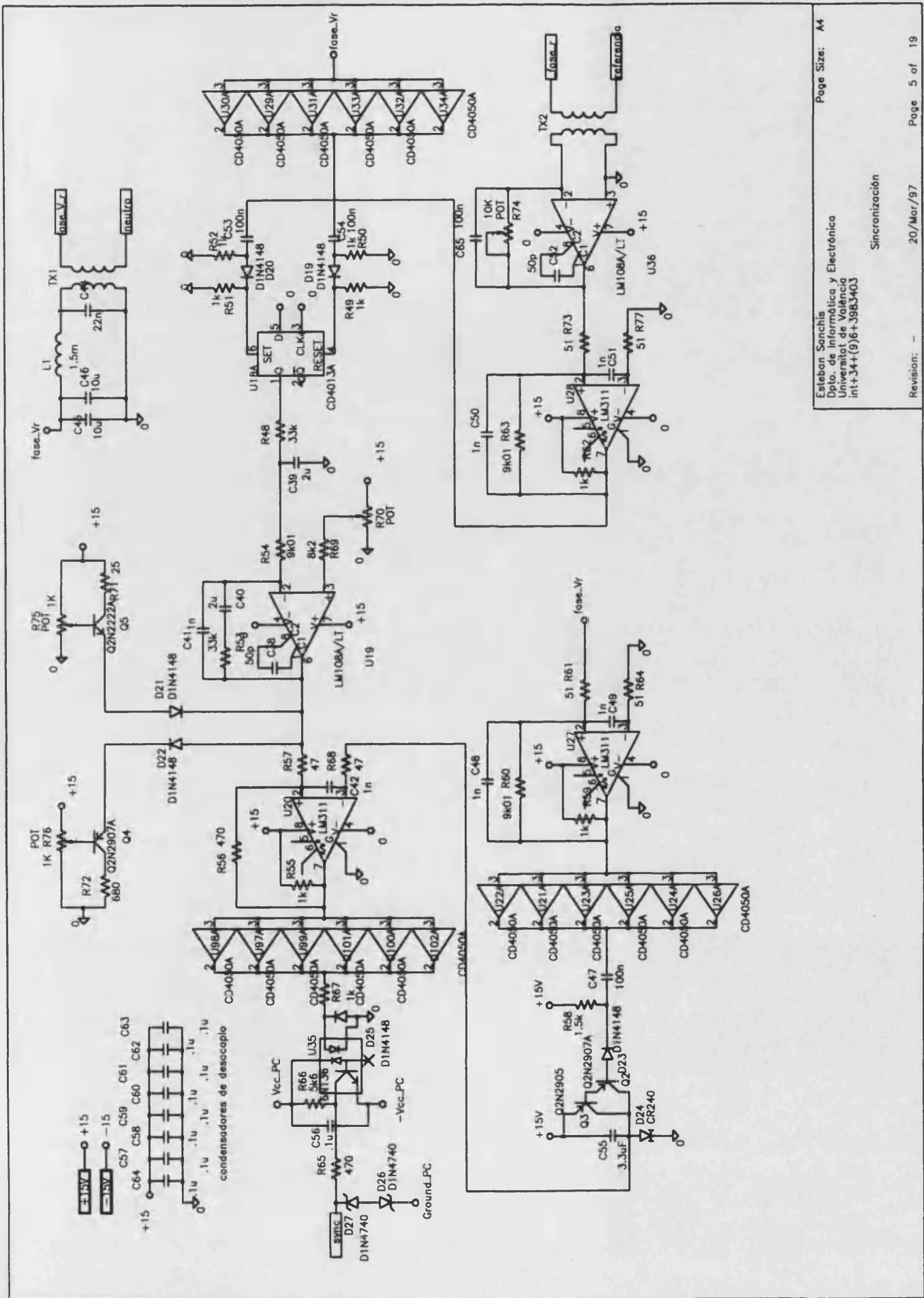


Conector FPD

FPD.0



Page Size: A4  
Esteban Sanchis  
Dpto. Informática y Electrónica  
Universitat de València  
int+34+(9)6+3983403  
Recalibración  
20/Mar/97  
Page 4 of 20  
Revision: -



Esteban Sanchis  
Dpto. de Informática y Electrónica  
Universidad de Valencia  
inf@344.964.3983403

Sincronización

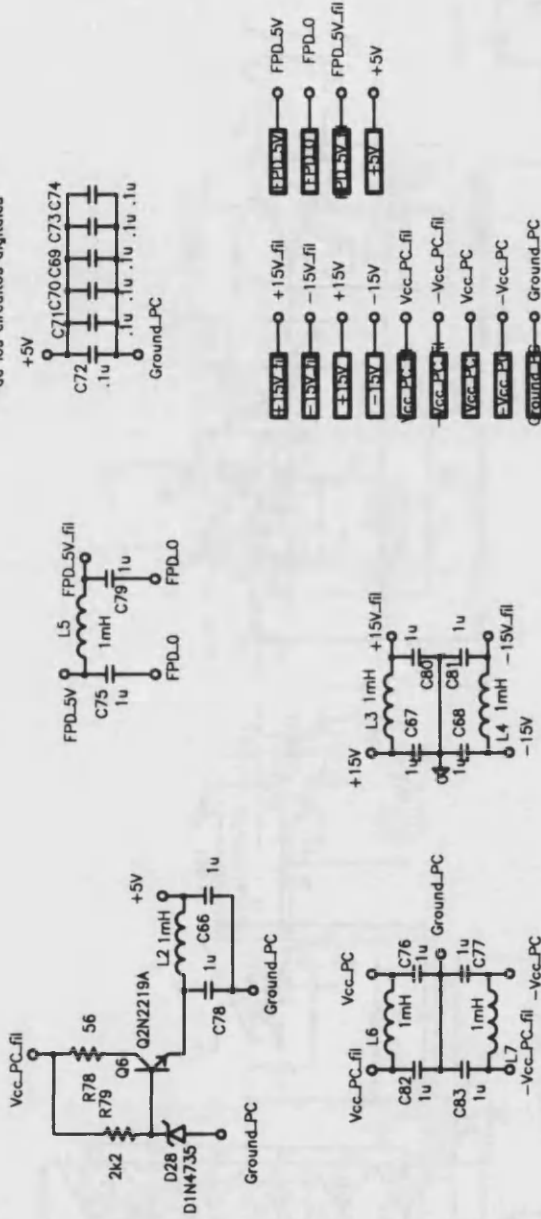
Revision: -

20/Mar/97

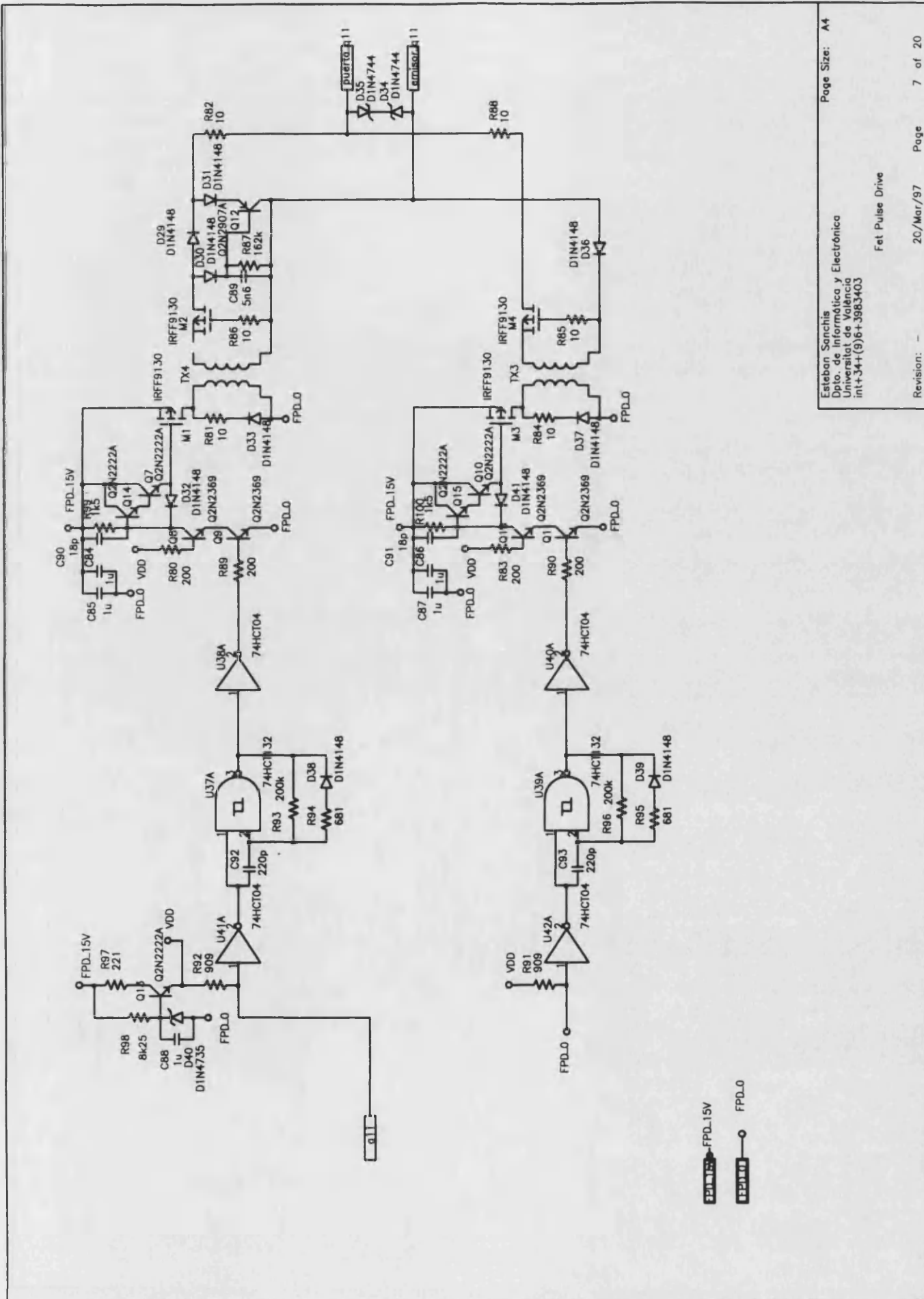
Page 5 of 19

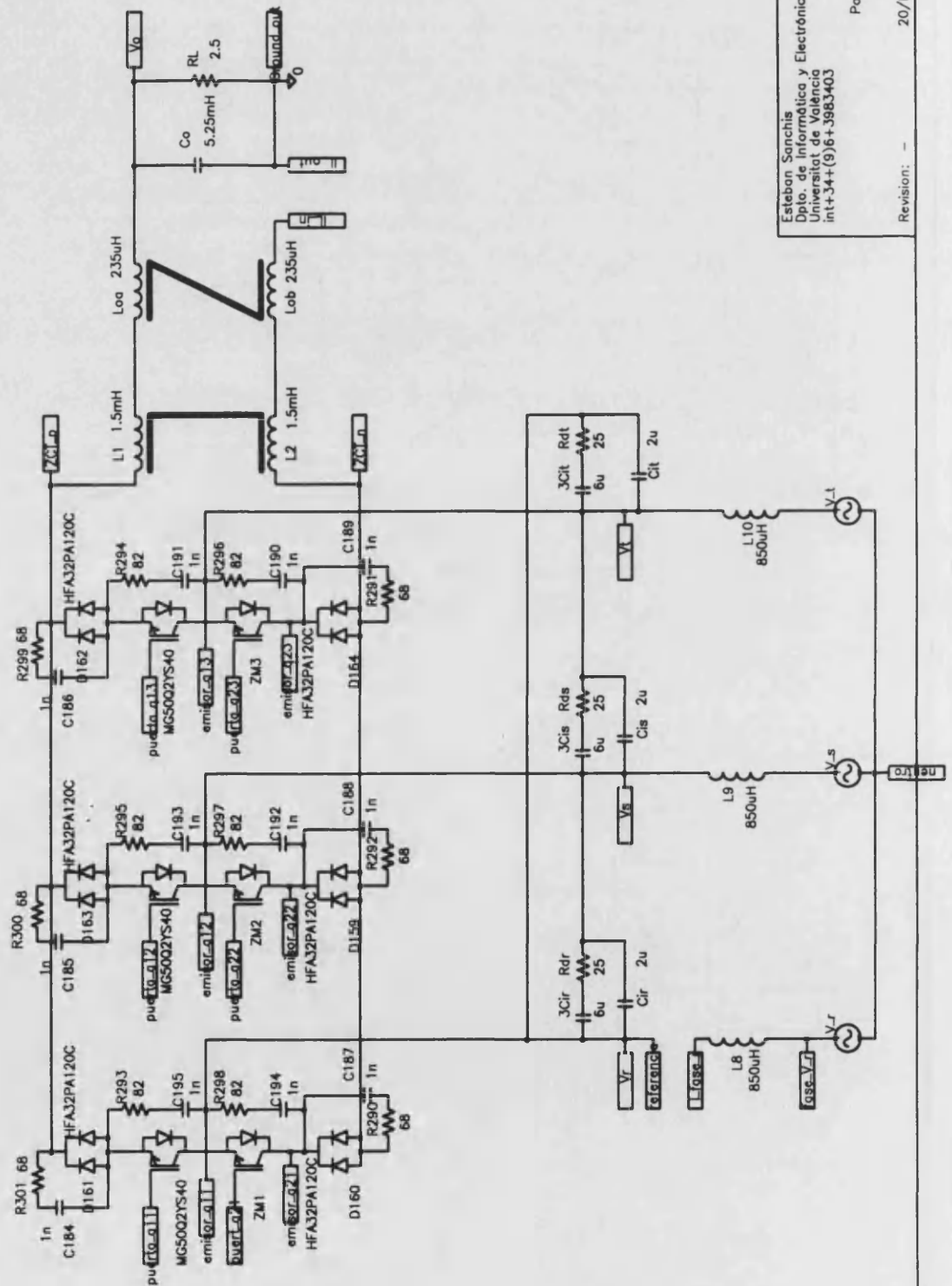
Page Size: A4

Condensadores de desacoplo de los circuitos digitales





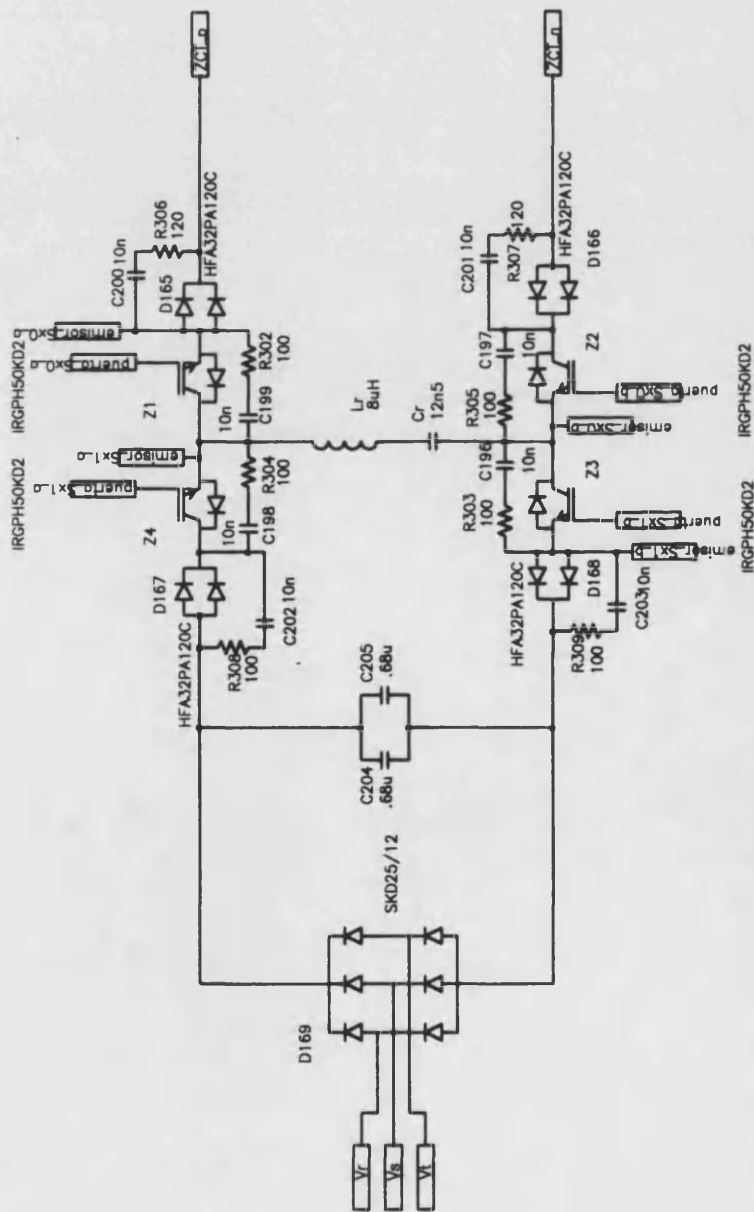


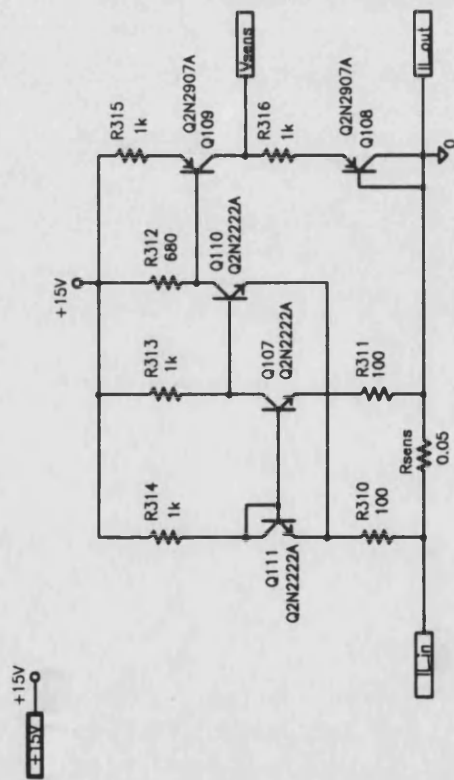


Esteban Sanchis  
 Dpto. de Informática y Electrónica  
 Universitat de València  
 int(+34)(9)6+3983403

Potencia

Revision: - Page 18 of 20





### **A3.2. Bibliografía**

[MicroSim-96] MicroSim, "MicroSim Schematics" Manuales del programa Design Lab 7.1, Octubre 1996.



## Anexo 4: Estudio del circuito ZCT equivalente

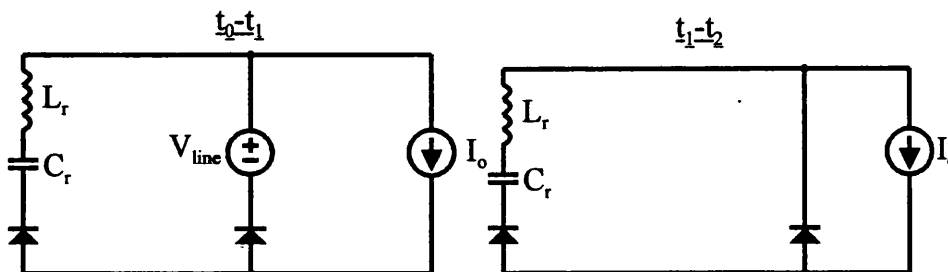
### A4.1. Introducción

Para comprender mejor el principio de funcionamiento del circuito vamos a estudiar el modelo con más detalle. En el modelo sólo distinguiremos 10 estados durante un periodo de conmutación, muchos menos de los que existen en el caso real trifásico. Los circuitos de dichos diez estados los mostramos en la Figura A4.1.

En este anexo se presenta el estudio realizado del circuito simplificado ZCT. Gracias a este estudio se pudieron obtener las ecuaciones de diseño y comprender mejor su funcionamiento. Las ecuaciones resueltas se representaron con el programa Mathematica y se comprobaron que las formas de onda coincidían con las simuladas.

### A4.2. Circuito equivalente

Los circuitos equivalentes del esquema simplificado del circuito ZCT se muestran a continuación.



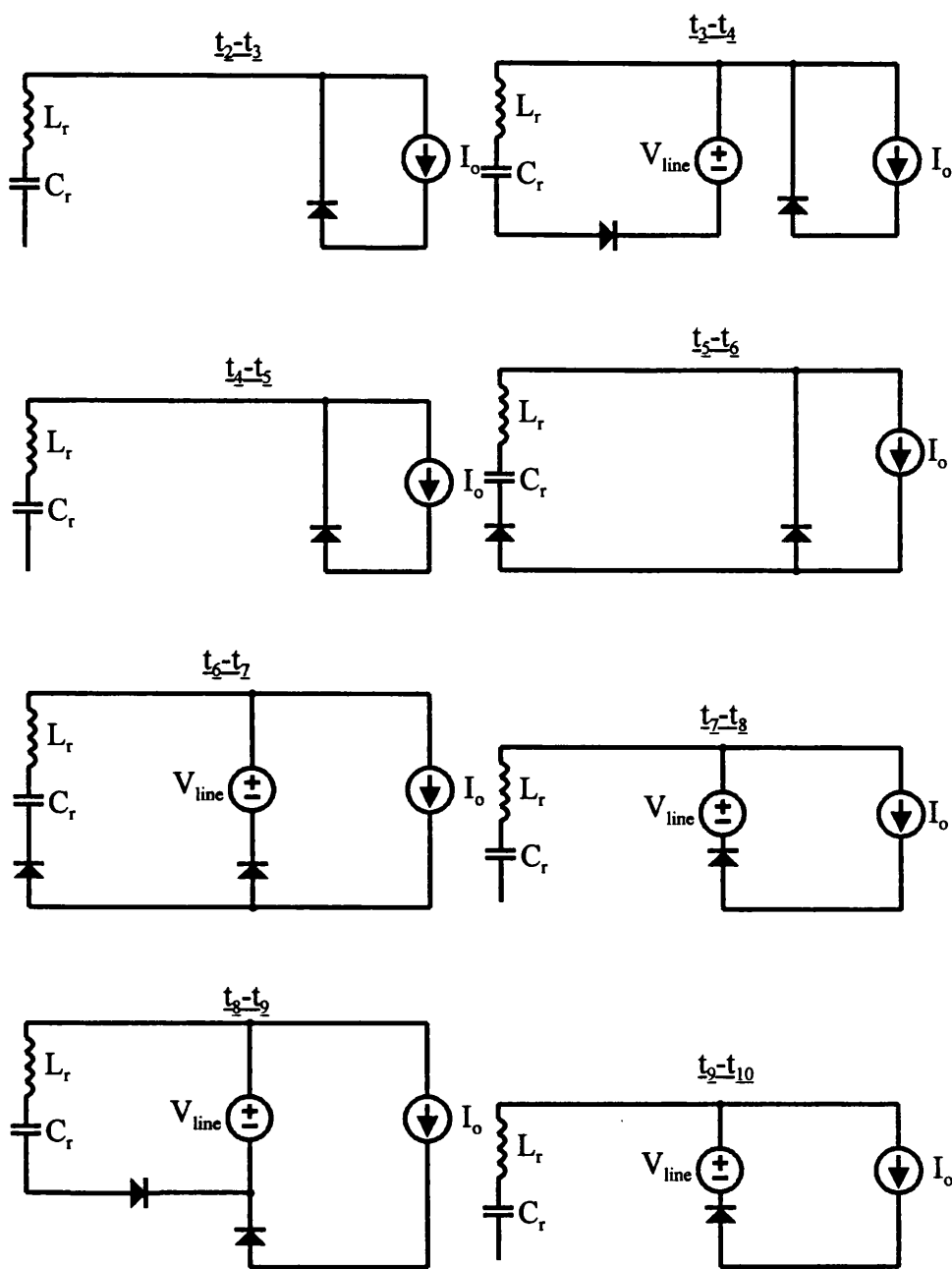


Figura A4.1.: Los diez estados del circuito ZCT simplificado.

No se han incluido los estados intermedios en los que el diodo fija la corriente a la corriente máxima  $I_o = 20A$ . Dichos estados son los responsables para que el circuito sea independiente de la carga, ya que ajusta la tensión del condensador resonante, siempre al mismo valor al final de dicho estado. Estos estados aparecerán uno entre el instante  $t_1$  y el instante  $t_2$  y subdivide este intervalo en dos a partir del instante que llamaremos  $t_{2a}$ . Por otro lado entre el estado  $t_5$  y  $t_7$  aparecen dos instantes,  $t_{5a}$  y  $t_{6s}$  entre los que la corriente permanece fijada a  $I_o$ . Este estado sí que se tienen en cuenta en el cálculo de las expresiones.



### A4.3. Hoja de Mathematica

Los datos de entrada para calcular las expresiones de la tensión en el condensador resonante y la corriente en la bobina resonante, son la bobina resonante  $L_o$ , el condensador resonante  $C_o$ , la resistencia parásita  $R$ , la corriente de la fuente de corriente  $I_o$ , la tensión de línea  $V_{ph}$  y la tensión inicial del condensador  $v_c$ . Para el cálculo se ha cogido un frecuencia de resonancia mucho menor que en la realidad para ver más claramente las resonancias. La resistencia parásita es la resistencia existente en cada interruptor y que no está representada en el circuito.

```
R=0.004;
Lo=250*10^-6;
Co=0.494647*10^-6;
Io=20;
```

```
w=(Sqrt[Lo*Co])^-1;
Z=Sqrt[Lo/Co];
s=R/(2*Z);
```

```
Vph=539;
vc=971;
```

Las expresiones tanto de la corriente por la bobina resonante como de la tensión en bornes del condensador resonante para todos los intervalos se muestran a continuación. Se observa que las condiciones iniciales son importantes para conocer la evolución de la corriente y la tensión. Todas las expresiones dependen del valor final de la expresión anterior.

```
i1[t_]:= (Vph-vc)/Z*(Exp[-s*w*t]/Sqrt[1-s^2])*Sin[w*Sqrt[1-s^2]*t];
v1[t_]:= Vph-(Vph-vc)*s*(Exp[-s*w*t]/Sqrt[1-s^2])*Sin[w*Sqrt[1-s^2]*t]-
(Vph-vc)*(Exp[-s*w*t])*Cos[w*Sqrt[1-s^2]*t];
```

```
i2a[t_]:= -Io;
v2a[t_]:= v1[17.5*10^-6]-Io/Co *t;
```

```
i2[t_]:= (-Io*(Exp[-s*w*t])*Cos[w*Sqrt[1-s^2]*t]+(Io*s)*
(Exp[-s*w*t]/Sqrt[1-s^2])*Sin[w*Sqrt[1-s^2]*t]);
v2[t_]:= (-Io*(R+Z*(1-2*s^2)))*(Exp[-s*w*t]/Sqrt[1-s^2])*
Sin[w*Sqrt[1-s^2]*t];
```

```
i3[t_]:= 0;
```

$$v3[t\_]=v2[(17.5*10^{-6})-(Co*v1[17.5*10^{-6}]/lo)];$$

$$i4[t\_]=\frac{Vph-Evaluate[v2[(17.5*10^{-6})-(Co*v1[17.5*10^{-6}]/lo)]]}{Z*} \\ (Exp[-s*w*t]/Sqrt[1-s^2])*Sin[w*Sqrt[1-s^2]*t];$$

$$v4[t\_]=Vph-(Vph-Evaluate[v2[(17.5*10^{-6})-(Co*v1[17.5*10^{-6}]/lo)]])* \\ s*(Exp[-s*w*t]/Sqrt[1-s^2])*Sin[w*Sqrt[1-s^2]*t]- \\ (Vph-Evaluate[v2[(17.5*10^{-6})-(Co*v1[17.5*10^{-6}]/lo)]]) \\ *(Exp[-s*w*t])*Cos[w*Sqrt[1-s^2]*t];$$

$$i5[t\_]=Evaluate[i4[35*10^{-6}]]; \\ v5[t\_]=Evaluate[v4[35*10^{-6}]];$$

$$i5a[t\_]=-(Evaluate[v4[35*10^{-6}]]/Z*(Exp[-s*w*t]/Sqrt[1-s^2])* \\ Sin[w*Sqrt[1-s^2]*t]);$$

$$v5a[t\_]=Evaluate[v4[35*10^{-6}]]*(Exp[-s*w*t])*Cos[w*Sqrt[1-s^2]*t]+ \\ Evaluate[v4[35*10^{-6}]]*s*(Exp[-s*w*t]/Sqrt[1-s^2])* \\ Sin[w*Sqrt[1-s^2]*t];$$

$$i6s[t\_]=lo; \\ v6s[t\_]=Evaluate[v5a[ArcSin[lo*Z/v4[35*10^{-6}]]/w]]-lo/Co*t;$$

$$i7[t\_]=lo*cos[w*Sqrt[1-s^2]*t]+(s*lo)*(Exp[-s*w*t]/Sqrt[1-s^2])* \\ Sin[w*Sqrt[1-s^2]*t];$$

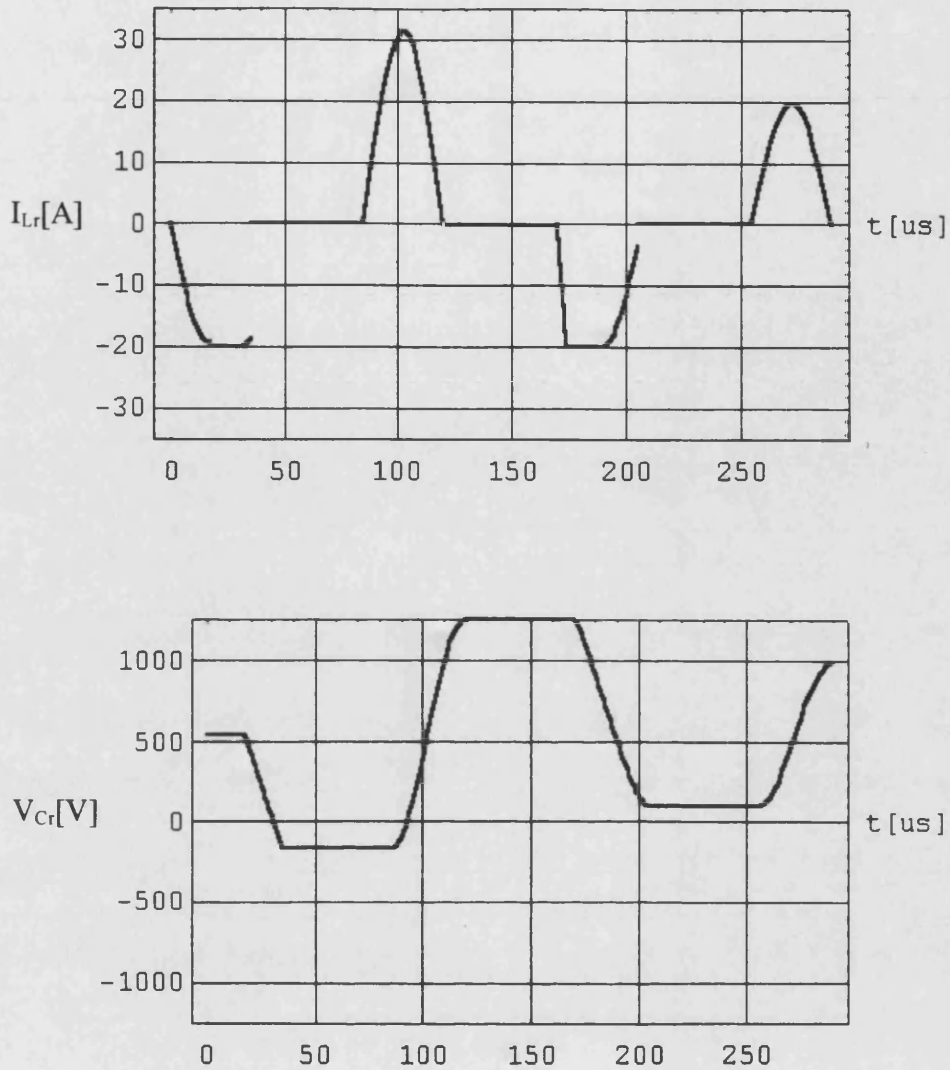
$$v7[t\_]=Vph-Z*lo*(Exp[-s*w*t]/Sqrt[1-s^2])*Sin[w*Sqrt[1-s^2]*t];$$

$$i8[t\_]=0; \\ v8[t\_]=Evaluate[v7[(35*10^{-6})-(ArcSin[lo*Z/v4[35*10^{-6}]]/w)- \\ (Co*(v5a[ArcSin[lo*Z/v4[35*10^{-6}]]/w)-Vph)/lo]]];$$

$$i9[t\_]=\frac{Vph-Evaluate[v8[17.5*10^{-6}]]}{Z*} \\ (Exp[-s*w*t]/Sqrt[1-s^2])* \\ Sin[w*Sqrt[1-s^2]*t];$$

$$v9[t\_]=Vph-(Vph-Evaluate[v8[17.5*10^{-6}]])*s*(Exp[-s*w*t]/Sqrt[1-s^2])* \\ Sin[w*Sqrt[1-s^2]*t]- \\ (Vph-Evaluate[v8[17.5*10^{-6}]])* \\ (Exp[-s*w*t])*Cos[w*Sqrt[1-s^2]*t];$$

Las formas de onda la tensión en el condensador resonante y en la bobina resonante obtenidas a partir de estas expresiones se muestran en las Figura A4.2. Observando la corriente por la bobina resonante se observa como la corriente queda fijada a  $I_0 = 20A$  y por tanto ajustando la tensión del condensador resonante. La tensión máxima en el condensador se produce en el intervalo  $[t_3-t_4]$ , alcanzando los 1200V.



*Figura A4.2.: Formas de onda de la corriente por la bobina  $L_r$ , aquí  $L_o$ , y de la tensión en el condensador  $C_r$ , aquí  $C_o$ .*

Las formas de onda nos demuestran que la resonancia no es uniforme ya que la tensión en el condensador varía y además la resonancia incluye durante la mitad de su semiperiodo la tensión de línea lo que la modifica. Para asegurarnos que la resonancia se produce en el sentido apropiado, la tensión en el condensador resonante debe ser mayor que la tensión de la fuente de tensión existente en la malla de la resonancia. A partir de esto datos es fácil deducir la expresión de la impedancia característica del tanque resonante para su diseño.

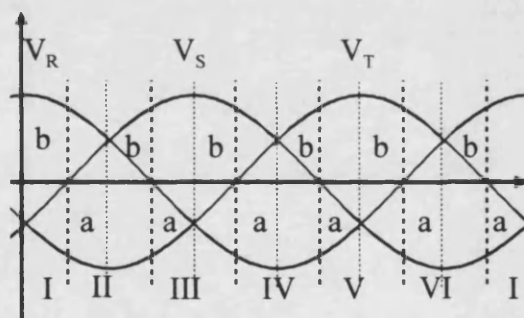


## Anexo 5: Cálculo del contenido armónico de la corriente de entrada.

### A5.1. Introducción

En este anexo se presentan los “Notebook” realizados en Mathematica para evaluar el contenido armónico de la corriente de fase de entrada con las distintas distribuciones de ciclos de trabajo expuestas en el capítulo 2. También se calcula la distorsión armónica total.

El procedimiento ha consistido en escribir las ecuaciones analíticas de la corriente, muestrearlas y finalmente hacer la FFT del conjunto de puntos obtenidos. Hubo que distinguir entre cada subsector, donde (a) es la primera parte del sector o el primer subsector y (b) la segunda parte del sector o subsector (ver Figura A5.1.).



*Figura A5.1.: Tensiones de entrada para el rectificador de tipo BUCK, donde se distinguen las subdivisión del periodo de red en 6 sectores de  $60^\circ$ . Los subsectores se obtienen de subdividir cada sector por la mitad.*

Se calculó la corriente de entrada durante cada subsector donde hay que tener en cuenta que durante los tiempos muertos la corriente de entrada es cero. Las expresiones de la corriente de entrada se muestrearon y se sumaron todos los puntos obtenidos para un periodo. Al conjunto de puntos se le aplicó la FFT y así se obtuvo el contenido armónico. El procedimiento se repitió para cada una de las distribuciones, ya que el tiempo muerto se distribuye de forma diferente en cada una de ellas.

Para obtener las expresiones de la corriente se calculó el nivel de continua donde empieza la corriente el principio de cada periodo ( $I$ ), la pendiente de la corriente ( $m$ ) y el tiempo que dura el estado ( $t$ ). Recordemos que existen tres estados,  $d_a$ ,  $d_b$  y el tiempo muerto  $d_0$  durante un periodo. Hemos calculado los tres datos ( $I$ ,  $m$  y  $t$ ) para cada uno de los estados y para cada uno de los 12 subsectores de un periodo de red. Los índices añadidos a cada una de las variables de cada estado se corresponden con el subsector a que pertenecen. En la Figura A5.2. se muestra la corriente por el inductor de salida durante un periodo de conmutación. Durante ese periodo la corriente de entrada es igual a la mostrada excepto durante el tiempo muerto donde vale 0.

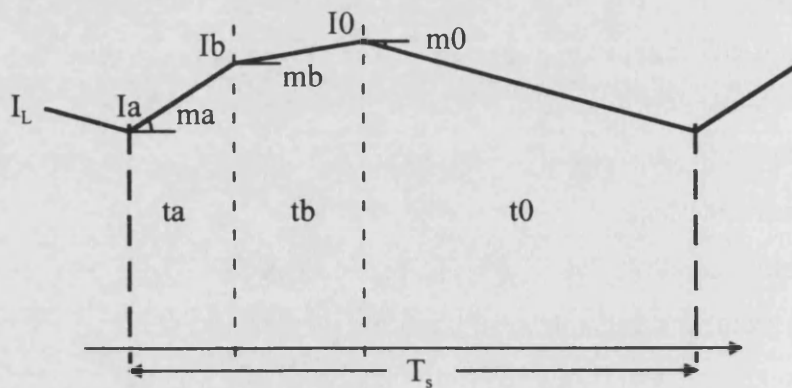


Figura A5.2.: Corriente por el inductor de salida durante un periodo de conmutación con la distribución  $\mathcal{D}$ .

La figura será diferente para cada una de las distribuciones estudiadas pero la notación utilizada es la misma. Conociendo las funciones de la forma de onda las podemos muestrear calculando su valor en 40 puntos durante un periodo de conmutación  $T_s$ . Además hay que tener en cuenta que  $t_a$ ,  $t_b$  y  $t_0$  varían a lo largo del sector, de ahí que tengamos que conocer el valor de  $t_a$ ,  $t_b$  y  $t_0$ . Y por último calculamos la FFT del conjunto de puntos de las funciones muestreadas a lo largo de un periodo de red.

Las representaciones gráficas de los puntos obtenidos por la FFT y que representa el espectro de cada distribución se han presentado en el capítulo 2.

## A5.2. “Notebook” de la distribución ①

```

Vi=311;
Dm=0.12;
L=1*10^-3;
Ts=33.33*10^-6;
Io=19.1602;
VR=Cos[w*t];
VS=Cos[w*t-2*Pi/3];
VT=Cos[w*t+2*Pi/3];
f=50;
w=2*Pi*f;
T=1/f;
T6=1/600;
x=30*Pi/180;
Off[General::spell1];
Off[General::spell];

```

### Transformada de Fourier Corriente de entrada de la fase R (distribución {da, db, do} ca. Busse-82)

Ia

```

IaIa=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3](Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
IaMa=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
IaTa=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t-2*Pi/3)];

```

```

IaIb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3]*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
IaMb=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
IaTb=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t+(2*Pi/3)]];

```

```

I0Ia=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t]*Dm)];
I0Ma=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
I0Ta=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t]*Dm)];

```

```

twIa=-1/600;
dataIa = Flatten[Table[Join[
Table[ N[I0+IaMa[twIa+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[IaTa[twIa+m*T6/50]*40/Ts}]],
Table[
N[N[I0+IaMa[twIa+m*T6/50]*Ts*Round[IaTa[twIa+m*T6/50]*40/Ts]/40]+IaMb[twIa+m*
T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[IaTb[twIa+m*T6/50]*40/Ts}]],
Table[ 0,{n,Round[I0Ta[twIa+m*T6/50]*40/Ts}]], {m,50}]]>>ir1;
Length[dataIa]
1995

```

Ib

```

IbIb=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3](Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
IbMb=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];

```

talb=Compile[{t},-Dm\*Ts\*Cos[w\*t+2\*Pi/3]];

lblb=Compile[{t},-Vi\*Dm\*Ts/L\*Cos[w\*t-2\*Pi/3]\*(Cos[w\*t]-Cos[w\*t-2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];

mblb=Compile[{t},Vi/L\*(Cos[w\*t]-Cos[w\*t-2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];

tblb=Compile[{t},-Dm\*Ts\*Cos[w\*t-(2\*Pi/3)]];

l0lb=Compile[{t},-Vi\*Dm\*Ts/L\*1.5\*(1-Cos[w\*t]\*Dm)];

m0lb=Compile[{t},-Vi/L\*1.5\*Dm];

t0lb=Compile[{t},Ts\*(1-Cos[w\*t]\*Dm)];

twlb=0;

datala=N[N[N[Io+mala[twla+T6]\*Ts\*Round[tala[twla+T6]\*40/Ts]/40]+mbla[twla+T6]\*  
Ts\*Round[tbla[twla+T6]\*40/Ts]/40]+m0la[twla+T6]\*Ts]

18.6626

datalbi = Flatten[Table[Join[

Table[ N[Io+malb[twlb+m\*T6/50]\*Ts\*n/40],{n,Round[talb[twlb+m\*T6/50]\*40/Ts}],

Table[

N[N[Io+malb[twlb+m\*T6/50]\*Ts\*Round[talb[twlb+m\*T6/50]\*40/Ts]/40]+mblb[twlb+m\*  
T6/50]\*Ts\*n/40],{n,Round[tblb[twlb+m\*T6/50]\*40/Ts}],

Table[ 0,{n,Round[t0lb[twlb+m\*T6/50]\*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir1;

Length[datalbi]

1996

IIa

lalla=Compile[{t},Vi\*Dm\*Ts/L\*Cos[w\*t]\*(-Cos[w\*t+2\*Pi/3]+Cos[w\*t]-1.5\*Dm)];

malla=Compile[{t},Vi/L\*(-Cos[w\*t+2\*Pi/3]+Cos[w\*t]-1.5\*Dm)];

talla=Compile[{t},Dm\*Ts\*Cos[w\*t]];

lbla=Compile[{t},Vi\*Dm\*Ts/L\*Cos[w\*t]\*(-Cos[w\*t+2\*Pi/3]+Cos[w\*t-2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];

mbla=Compile[{t},Vi/L\*(-Cos[w\*t+2\*Pi/3]+Cos[w\*t-2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];

tbla=Compile[{t},Dm\*Ts\*Cos[w\*t-2\*Pi/3]];

l0IIa=Compile[{t},-Vi\*Dm\*Ts/L\*1.5\*(1+Cos[w\*t+2\*Pi/3]\*Dm)];

m0IIa=Compile[{t},-Vi/L\*1.5\*Dm];

t0IIa=Compile[{t},Ts\*(1+Cos[w\*t+2\*Pi/3]\*Dm)];

twIIa=1/600;

datalb=N[N[N[datala+malb[twlb+T6]\*Ts\*Round[talb[twlb+T6]\*40/Ts]/40]+mblb[twlb+  
T6]\*Ts\*Round[tblb[twlb+T6]\*40/Ts]/40]+m0lb[twlb+T6]\*Ts]

18.4056

datallai = Flatten[Table[Join[

Table[ N[Io+malla[twIIa+m\*T6/50]\*Ts\*n/40],{n,Round[talla[twIIa+m\*T6/50]\*40/Ts}],

Table[ 0,{n,Round[tblIIa[twIIa+m\*T6/50]\*40/Ts}],

Table[ 0,{n,Round[t0IIa[twIIa+m\*T6/50]\*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir1;

Length[datallai]

1995

IIb

lallb=Compile[{t},Vi\*Dm\*Ts/L\*Cos[w\*t-2\*Pi/3]\*(-Cos[w\*t+2\*Pi/3]+Cos[w\*t-2\*Pi/3]-  
1.5\*Dm)];

mallb=Compile[{t},Vi/L\*(-Cos[w\*t+2\*Pi/3]+Cos[w\*t-2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];



$talIb = \text{Compile}\{t, Dm \cdot Ts \cdot \cos[w \cdot t - (2 \cdot \pi / 3)]\};$

$lblIb = \text{Compile}\{t, Vi \cdot Dm \cdot Ts / L \cdot \cos[w \cdot t] \cdot (-\cos[w \cdot t + 2 \cdot \pi / 3] + \cos[w \cdot t] - 1.5 \cdot Dm)\};$

$mbIb = \text{Compile}\{t, Vi / L \cdot (-\cos[w \cdot t + 2 \cdot \pi / 3] + \cos[w \cdot t] - 1.5 \cdot Dm)\};$

$tblIb = \text{Compile}\{t, Dm \cdot Ts \cdot \cos[w \cdot t]\};$

$l0Ib = \text{Compile}\{t, -Vi \cdot Dm \cdot Ts / L \cdot 1.5 \cdot (1 + \cos[w \cdot t + 2 \cdot \pi / 3] \cdot Dm)\};$

$m0Ib = \text{Compile}\{t, -Vi / L \cdot 1.5 \cdot Dm\};$

$t0Ib = \text{Compile}\{t, Ts \cdot (1 + \cos[w \cdot t + 2 \cdot \pi / 3] \cdot Dm)\};$

$twIb = 2/600;$

$dataIa = N[N[N[\text{dataIb} + \text{malla}[twIa + T6] \cdot Ts \cdot \text{Round}[\text{talla}[twIa + T6] \cdot 40 / Ts] / 40] + \text{mbIa}[twIa + T6] \cdot Ts \cdot \text{Round}[\text{tblIa}[twIa + T6] \cdot 40 / Ts] / 40] + \text{m0Ia}[twIa + T6] \cdot Ts]$

17.9081

$\text{dataIbi} = \text{Flatten}[\text{Table}[\text{Join}[\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[\text{talIb}[twIb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}],$

$\text{Table}[$

$N[N[\text{lo} + \text{mallb}[twIb + m \cdot T6 / 50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[\text{talIb}[twIb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts] / 40] + \text{mbIb}[twIb + m \cdot T6 / 50] \cdot Ts \cdot n / 40, \{n, \text{Round}[\text{tblIb}[twIb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}],$

$\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[\text{t0Ib}[twIb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \{m, 50\}]] \gg \gg \text{ir1};$

$\text{Length}[\text{dataIbi}]$

1996

### IIa

$laIIa = \text{Compile}\{t, -Vi \cdot Dm \cdot Ts / L \cdot \cos[w \cdot t + 2 \cdot \pi / 3] \cdot (\cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3] - \cos[w \cdot t + 2 \cdot \pi / 3] - 1.5 \cdot Dm)\};$

$maIIa = \text{Compile}\{t, Vi / L \cdot (\cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3] - \cos[w \cdot t + 2 \cdot \pi / 3] - 1.5 \cdot Dm)\};$

$taIIa = \text{Compile}\{t, -Dm \cdot Ts \cdot \cos[w \cdot t + 2 \cdot \pi / 3]\};$

$lbIIa = \text{Compile}\{t, -Vi \cdot Dm \cdot Ts / L \cdot \cos[w \cdot t] \cdot (\cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3] - \cos[w \cdot t] - 1.5 \cdot Dm)\};$

$mbIIa = \text{Compile}\{t, Vi / L \cdot (\cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3] - \cos[w \cdot t] - 1.5 \cdot Dm)\};$

$tbIIa = \text{Compile}\{t, -Dm \cdot Ts \cdot \cos[w \cdot t]\};$

$l0IIa = \text{Compile}\{t, -Vi \cdot Dm \cdot Ts / L \cdot 1.5 \cdot (1 - \cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3] \cdot Dm)\};$

$m0IIa = \text{Compile}\{t, -Vi / L \cdot 1.5 \cdot Dm\};$

$t0IIa = \text{Compile}\{t, Ts \cdot (1 - \cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3] \cdot Dm)\};$

$twIIa = 3/600;$

$dataIIb = N[N[N[\text{dataIIa} + \text{mallb}[twIIb + T6] \cdot Ts \cdot \text{Round}[\text{talIIb}[twIIb + T6] \cdot 40 / Ts] / 40] + \text{mbIIb}[twIIb + T6] \cdot Ts \cdot \text{Round}[\text{tblIIb}[twIIb + T6] \cdot 40 / Ts] / 40] + \text{m0IIb}[twIIb + T6] \cdot Ts]$

17.6511

$\text{dataIIai} = \text{Flatten}[\text{Table}[\text{Join}[\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[\text{talIIa}[twIIa + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}],$

$\text{Table}[$

$N[N[\text{lo} + \text{mallIa}[twIIa + m \cdot T6 / 50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[\text{talIIa}[twIIa + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts] / 40] + \text{mbIIa}[twIIa + m \cdot T6 / 50] \cdot Ts \cdot n / 40, \{n, \text{Round}[\text{tblIIa}[twIIa + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}],$

$\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[\text{t0IIa}[twIIa + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \{m, 50\}]] \gg \gg \text{ir1};$

$\text{Length}[\text{dataIIai}]$

1995

### IIIb

$laIIIb = \text{Compile}\{\{t\}, -V_i \cdot D_m \cdot T_s / L \cdot \cos[w \cdot t] \cdot (\cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3] - \cos[w \cdot t - 1.5 \cdot D_m])\};$   
 $maIIIb = \text{Compile}\{\{t\}, V_i / L \cdot (\cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3] - \cos[w \cdot t - 1.5 \cdot D_m])\};$   
 $taIIIb = \text{Compile}\{\{t\}, -D_m \cdot T_s \cdot \cos[w \cdot t]\};$

$lbIIIb = \text{Compile}\{\{t\}, -V_i \cdot D_m \cdot T_s / L \cdot \cos[w \cdot t + 2 \cdot \pi / 3] \cdot (\cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3] - \cos[w \cdot t + 2 \cdot \pi / 3] - 1.5 \cdot D_m)\};$   
 $mbIIIb = \text{Compile}\{\{t\}, V_i / L \cdot (\cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3] - \cos[w \cdot t + 2 \cdot \pi / 3] - 1.5 \cdot D_m)\};$   
 $tbIIIb = \text{Compile}\{\{t\}, -D_m \cdot T_s \cdot \cos[w \cdot t + 2 \cdot \pi / 3]\};$

$l0IIIb = \text{Compile}\{\{t\}, -V_i \cdot D_m \cdot T_s / L \cdot 1.5 \cdot (1 - \cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3] \cdot D_m)\};$   
 $m0IIIb = \text{Compile}\{\{t\}, -V_i / L \cdot 1.5 \cdot D_m\};$   
 $t0IIIb = \text{Compile}\{\{t\}, T_s \cdot (1 - \cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3] \cdot D_m)\};$

$twIIIb = 4/600;$   
 $dataIIIa = N[N[N[\text{dataIIIb} + \text{maIIIa}[\text{twIIIa} + T_6] \cdot T_s \cdot \text{Round}[\text{taIIIa}[\text{twIIIa} + T_6] \cdot 40 / T_s] / 40] + \text{mbIIIa}[\text{twIIIa} + T_6] \cdot T_s \cdot \text{Round}[\text{tbIIIa}[\text{twIIIa} + T_6] \cdot 40 / T_s] / 40] + \text{m0IIIa}[\text{twIIIa} + T_6] \cdot T_s]$   
 17.1535  
 $\text{dataIIIb} = \text{Flatten}[\text{Table}[\text{Join}[\text{Table}[\text{N}[\text{lo} + \text{maIIIb}[\text{twIIIb} + m \cdot T_6 / 50] \cdot T_s \cdot n / 40], \{n, \text{Round}[\text{taIIIb}[\text{twIIIb} + m \cdot T_6 / 50] \cdot 40 / T_s]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[\text{tbIIIb}[\text{twIIIb} + m \cdot T_6 / 50] \cdot 40 / T_s]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[\text{t0IIIb}[\text{twIIIb} + m \cdot T_6 / 50] \cdot 40 / T_s]\}], \{m, 50\}]] \gg \gg \text{ir1};$   
 $\text{Length}[\text{dataIIIb}]$   
 1996

## IVa

$laIVa = \text{Compile}\{\{t\}, V_i \cdot D_m \cdot T_s / L \cdot \cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3] \cdot (-\cos[w \cdot t] + \cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3] - 1.5 \cdot D_m)\};$   
 $maIVa = \text{Compile}\{\{t\}, V_i / L \cdot (-\cos[w \cdot t] + \cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3] - 1.5 \cdot D_m)\};$   
 $taIVa = \text{Compile}\{\{t\}, D_m \cdot T_s \cdot \cos[w \cdot t - 2 \cdot \pi / 3]\};$

$lbIVa = \text{Compile}\{\{t\}, V_i \cdot D_m \cdot T_s / L \cdot \cos[w \cdot t + (2 \cdot \pi / 3)] \cdot (-\cos[w \cdot t] + \cos[w \cdot t + 2 \cdot \pi / 3] - 1.5 \cdot D_m)\};$   
 $mbIVa = \text{Compile}\{\{t\}, V_i / L \cdot (-\cos[w \cdot t] + \cos[w \cdot t + 2 \cdot \pi / 3] - 1.5 \cdot D_m)\};$   
 $tbIVa = \text{Compile}\{\{t\}, D_m \cdot T_s \cdot \cos[w \cdot t + (2 \cdot \pi / 3)]\};$

$l0IVa = \text{Compile}\{\{t\}, -V_i \cdot D_m \cdot T_s / L \cdot 1.5 \cdot (1 + \cos[w \cdot t] \cdot D_m)\};$   
 $m0IVa = \text{Compile}\{\{t\}, -V_i / L \cdot 1.5 \cdot D_m\};$   
 $t0IVa = \text{Compile}\{\{t\}, T_s \cdot (1 + \cos[w \cdot t] \cdot D_m)\};$

$twIVa = 5/600;$   
 $dataIVb = N[N[N[\text{dataIVa} + \text{maIVb}[\text{twIVb} + T_6] \cdot T_s \cdot \text{Round}[\text{taIVb}[\text{twIVb} + T_6] \cdot 40 / T_s] / 40] + \text{mbIVb}[\text{twIVb} + T_6] \cdot T_s \cdot \text{Round}[\text{tbIVb}[\text{twIVb} + T_6] \cdot 40 / T_s] / 40] + \text{m0IVb}[\text{twIVb} + T_6] \cdot T_s]$   
 16.8965  
 $\text{dataIVa} = \text{Flatten}[\text{Table}[\text{Join}[\text{Table}[\text{N}[\text{lo} + \text{maIVa}[\text{twIVa} + m \cdot T_6 / 50] \cdot T_s \cdot n / 40], \{n, \text{Round}[\text{taIVa}[\text{twIVa} + m \cdot T_6 / 50] \cdot 40 / T_s]\}], \text{Table}[\text{N}[\text{lo} + \text{maIVa}[\text{twIVa} + m \cdot T_6 / 50] \cdot T_s \cdot \text{Round}[\text{taIVa}[\text{twIVa} + m \cdot T_6 / 50] \cdot 40 / T_s] / 40] + \text{mbIVa}[\text{twIVa} + m \cdot T_6 / 50] \cdot T_s \cdot \text{Round}[\text{tbIVa}[\text{twIVa} + m \cdot T_6 / 50] \cdot 40 / T_s] / 40], \{n, \text{Round}[\text{t0IVa}[\text{twIVa} + m \cdot T_6 / 50] \cdot 40 / T_s]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[\text{t0IVa}[\text{twIVa} + m \cdot T_6 / 50] \cdot 40 / T_s]\}], \{m, 50\}]] \gg \gg \text{ir1};$

Length[dataIVai]

1995

IVb

laIVb=Compile[{t},Vi\*Dm\*Ts/L\*Cos[w\*t+(2\*Pi/3)]\*(-Cos[w\*t]+Cos[w\*t+2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];

maIVb=Compile[{t},Vi/L\*(-Cos[w\*t]+Cos[w\*t+2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];

taIVb=Compile[{t},Dm\*Ts\*Cos[w\*t+(2\*Pi/3)]];

lbIVb=Compile[{t},Vi\*Dm\*Ts/L\*Cos[w\*t-2\*Pi/3]\*(-Cos[w\*t]+Cos[w\*t-2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];

mbIVb=Compile[{t},Vi/L\*(-Cos[w\*t]+Cos[w\*t-2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];

tbIVb=Compile[{t},Dm\*Ts\*Cos[w\*t-2\*Pi/3]];

l0IVb=Compile[{t},-Vi\*Dm\*Ts/L\*1.5\*(1+Cos[w\*t]\*Dm)];

m0IVb=Compile[{t},-Vi/L\*1.5\*Dm];

t0IVb=Compile[{t},Ts\*(1+Cos[w\*t]\*Dm)];

twIVb=6/600;

dataIVa=N[N[N[dataIVb+maIVa[twIVa+T6]\*Ts\*Round[taIVa[twIVa+T6]\*40/Ts]/40]+mbIVa[twIVa+T6]\*Ts\*Round[tbIVa[twIVa+T6]\*40/Ts]/40]+m0IVa[twIVa+T6]\*Ts]

16.399

dataIVbi = Flatten[Table[Join[

Table[

N[lo+maIVb[twIVb+m\*T6/50]\*Ts\*n/40},{n,Round[taIVb[twIVb+m\*T6/50]\*40/Ts]}],

Table[

N[N[lo+maIVb[twIVb+m\*T6/50]\*Ts\*Round[taIVb[twIVb+m\*T6/50]\*40/Ts]/40]+mbIVb[twIVb+m\*T6/50]\*Ts\*Round[tbIVb[twIVb+m\*T6/50]\*40/Ts]}],

Table[ 0,{n,Round[t0IVb[twIVb+m\*T6/50]\*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir;

Length[dataIVbi]

1996

Va

laVa=Compile[{t},-Vi\*Dm\*Ts/L\*Cos[w\*t]\*(Cos[w\*t+2\*Pi/3]-Cos[w\*t]-1.5\*Dm)];

maVa=Compile[{t},Vi/L\*(Cos[w\*t+2\*Pi/3]-Cos[w\*t]-1.5\*Dm)];

taVa=Compile[{t},-Dm\*Ts\*Cos[w\*t]];

lbVa=Compile[{t},-Vi\*Dm\*Ts/L\*Cos[w\*t-2\*Pi/3]\*(Cos[w\*t+2\*Pi/3]-Cos[w\*t-2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];

mbVa=Compile[{t},Vi/L\*(Cos[w\*t+2\*Pi/3]-Cos[w\*t-2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];

tbVa=Compile[{t},-Dm\*Ts\*Cos[w\*t-2\*Pi/3]];

l0Va=Compile[{t},-Vi\*Dm\*Ts/L\*1.5\*(1-Cos[w\*t+2\*Pi/3]\*Dm)];

m0Va=Compile[{t},-Vi/L\*1.5\*Dm];

t0Va=Compile[{t},Ts\*(1-Cos[w\*t+2\*Pi/3]\*Dm)];

twVa=7/600;

dataIVb=N[N[N[dataIVa+maIVb[twIVb+T6]\*Ts\*Round[taIVb[twIVb+T6]\*40/Ts]/40]+mbIVb[twIVb+T6]\*Ts\*Round[tbIVb[twIVb+T6]\*40/Ts]/40]+m0IVb[twIVb+T6]\*Ts]

16.1419

dataVai = Flatten[Table[Join[

Table[ -N[lo+maVa[twVa+m\*T6/50]\*Ts\*n/40},{n,Round[taVa[twVa+m\*T6/50]\*40/Ts]}],

```
Table[ 0,{n,Round[tbVa[twVa+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[ 0,{n,Round[t0Va[twVa+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir1;
Length[dataVai]
1995
```

### Vb

```
laVb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3]*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t-2*Pi/3]-
1.5*Dm)];
maVb=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
taVb=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t-2*Pi/3];
```

```
lbVb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];
mbVb=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];
tbVb=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t];
```

```
I0Vb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)];
m0Vb=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0Vb=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)];
```

```
twVb=8/600;
dataVa=N[N[N[dataIVb+maVa[twVa+T6]*Ts*Round[taVa[twVa+T6]*40/Ts]/40]+mbVa
[twVa+T6]*Ts*Round[tbVa[twVa+T6]*40/Ts]/40]+m0Va[twVa+T6]*Ts]
15.6444
```

```
dataVbi = Flatten[Table[Join[
Table[ 0,{n,Round[taVb[twVb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[Io+maVb[twVb+m*T6/50]*Ts*Round[taVb[twVb+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbVb[twV
b+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[tbVb[twVb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[t0Vb[twVb+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir1;
Length[dataVbi]
1996
```

### Vla

```
laVla=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3]*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t+2*Pi/3]-
1.5*Dm)];
maVla=Compile[{t},Vi/L*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
taVla=Compile[{t},Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3];
```

```
lbVla=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
mbVla=Compile[{t},Vi/L*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
tbVla=Compile[{t},Dm*Ts*Cos[w*t];
```

```
I0Vla=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1+Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];
m0Vla=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0Vla=Compile[{t},Ts*(1+Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];
```

```
twVla=9/600;
dataVb=N[N[N[dataVa+maVb[twVb+T6]*Ts*Round[taVb[twVb+T6]*40/Ts]/40]+mbVb[
twVb+T6]*Ts*Round[tbVb[twVb+T6]*40/Ts]/40]+m0Vb[twVb+T6]*Ts]
15.3874
dataVlai = Flatten[Table[Join[
```

```
Table[ 0,{n,Round[taVla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[
N[N[lo+maVla[twVla+m*T6/50]*Ts*Round[taVla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbVla[twVla+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[tbVla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[ 0,{n,Round[t0Vla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]]], {m,50}]]>>>ir1;
Length[dataVlai]
1995
```

### Vlb

```
laVlb=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
maVlb=Compile[{t},Vi/L*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
taVlb=Compile[{t},Dm*Ts*Cos[w*t]];
```

```
lbVlb=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3]*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mbVlb=Compile[{t},Vi/L*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tbVlb=Compile[{t},Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3]];
```

```
l0Vlb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1+Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];
m0Vlb=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0Vlb=Compile[{t},Ts*(1+Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];
```

```
twVlb=10/600;
dataVla=N[N[N[dataVb+maVla[twVla+T6]*Ts*Round[taVla[twVla+T6]*40/Ts]/40]+mbVla[twVla+T6]*Ts*Round[tbVla[twVla+T6]*40/Ts]/40]+m0Vla[twVla+T6]*Ts]
14.8898
```

```
dataVlbi = Flatten[Table[Join[
Table[
N[lo+maVlb[twVlb+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[taVlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[ 0,{n,Round[tbVlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[ 0,{n,Round[t0Vlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]]], {m,50}]]>>>ir1;
Length[dataVlbi]
1996
```

### la2

```
lala2=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3]*(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mala2=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tala2=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t-2*Pi/3]];
```

```
lbla2=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3]*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mbla2=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tbla2=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3]];
```

```
l0la2=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t]*Dm)];
m0la2=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0la2=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t]*Dm)];
```

```
twla2=11/600;
dataVlb=N[N[N[dataVla+maVlb[twVlb+T6]*Ts*Round[taVlb[twVlb+T6]*40/Ts]/40]+mbVlb[twVlb+T6]*Ts*Round[tbVlb[twVlb+T6]*40/Ts]/40]+m0Vlb[twVlb+T6]*Ts]
14.6328
```

```

dataIa2i = Flatten[Table[Join[
Table[
N[Io+mala2[twla2+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[tala2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[Io+mala2[twla2+m*T6/50]*Ts*Round[tala2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbIa2[tw
la2+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[tbla2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[t0Ia2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>ir1;
Length[dataIa2i]
1995
dataix = Join[datIai, datIbi, datIai, datIbi, datIai, datIbi,
datIVai, datIVbi, dataVai, dataVbi, dataVlai, dataVbi,dataIa2i]>>ir1;
datai = Join[datIbi, datIai, datIbi, datIai, datIbi,
datIVai, datIVbi, dataVai, dataVbi, dataVlai, dataVbi,dataIa2i]>>ir11;
dataix=<<ir1;
datai=<<ir11;
"ListPlot[dataix, PlotJoined -> True, GridLines -> Automatic, PlotRange -> {-40,40},
Frame->True]"
-Graphics-
Fdatai = Delete[Abs[Fourier[datai]],1]>>fir1;
Fdatai=<<fir1;
Fdatai=Take[Fdatai, Round[Length[Fdatai]/2]];
Fd=Fdatai/First[Fdatai];
Length[Fdatai]
11972
ListPlot[Fdatai, PlotJoined->True, GridLines -> Automatic, PlotRange ->
{{0,100},{0,25}}, Frame->True, AxesLabel -> {"n·fo","|I|"}]
-Graphics-
<<Graphics`Graphics`
LogListPlot[Fd, PlotJoined->True,GridLines -> Automatic, PlotRange ->
{{0,100},{1,0.00001}}, Frame->True, AxesLabel -> {"n·fo","|I|"}]
-Graphics-
LogListPlot[Fd, PlotJoined->True,GridLines -> Automatic, PlotRange ->
{{0,1000},{1,0.00001}}, Frame->True, AxesLabel -> {"n·fo","|I|"}]
-Graphics-

```

**Distorsión Armónica total (THD)**

```

THD1 = Sqrt[Sum[ (Fd[[n]])^2, {n, 2, 1000}]]
1.3996

```

### A5.3. “Notebook” de la distribución ②

```

Vi=311;
Dm=0.12;
L=1*10^-3;
Ts=33.33*10^-6;
Io=19.1602;

```

```

VR=Cos[w*t];
VS=Cos[w*t-2*Pi/3];
VT=Cos[w*t+2*Pi/3];
f=50;
w=2*Pi*f;
T=1/f;
T6=1/600;
x=30*Pi/180;
Off[General::spell1];
Off[General::spell];

```

**Transformada de Fourier  
Corriente de entrada de la fase R  
(distribución {da, do/2, db, do/2} yo-97)**

**la**

```

lala=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3](Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mala=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tala=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t-2*Pi/3]];

```

```

lbla=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3](Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mbla=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tbla=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t+(2*Pi/3)]];

```

```

l0la=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t]*Dm)];
m0la=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0la=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t]*Dm)];

```

```

twla=-1/600;
datalai = Flatten[Table[Join[
Table[ N[lo+mala[twla+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[tala[twla+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0la[twla+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[lo+mala[twla+m*T6/50]*Ts*Round[tala[twla+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0la[twla+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*t0la[twla+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbla[twla+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,
Round[tbla[twla+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0la[twla+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>ir2;
Length[datalai]
2029

```

**lb**

```

lalb=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3](Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
malb=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
talb=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3]];

```

```

lblb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3](Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mblb=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tblb=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t-(2*Pi/3)]];

```

```

l0lb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t]*Dm)];

```

```

m0lb=Compile[{},-Vi/L*1.5*Dm];
t0lb=Compile[{}],Ts*(1-Cos[w*t]*Dm)];

twlb=0;
dataIa=N[N[Io+mala[twIa+T6]*Ts*Round[tala[twIa+T6]*40/Ts]/40]+mbla[twIa+T6]*
Ts*Round[tbla[twIa+T6]*40/Ts]/40]+m0Ia[twIa+T6]*Ts
18.6626
dataIb = Flatten[Table[Join[
Table[ N[Io+malb[twIb+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[talb[twIb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0lb[twIb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[Io+malb[twIb+m*T6/50]*Ts*Round[talb[twIb+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0lb[twIb+m*T
6/50]*Ts*Round[0.5*t0lb[twIb+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mblb[twIb+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,
Round[tblb[twIb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0lb[twIb+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>ir2;
Length[dataIb]
2029

Illa=Compile[{}],Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
malla=Compile[{}],Vi/L*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
talla=Compile[{}],Dm*Ts*Cos[w*t];

IbIla=Compile[{}],Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mbIla=Compile[{}],Vi/L*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tbIla=Compile[{}],Dm*Ts*Cos[w*t-2*Pi/3];

I0Ila=Compile[{}],-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1+Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)];
m0Ila=Compile[{}],-Vi/L*1.5*Dm];
t0Ila=Compile[{}],Ts*(1+Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)];

twIla=1/600;
dataIb=N[N[dataIa+malb[twIb+T6]*Ts*Round[talb[twIb+T6]*40/Ts]/40]+mblb[twIb+
T6]*Ts*Round[tblb[twIb+T6]*40/Ts]/40]+m0Ib[twIb+T6]*Ts
18.4056
dataIai = Flatten[Table[Join[
Table[ N[Io+malla[twIa+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[taila[twIa+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[tbIa[twIa+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[t0Ia[twIa+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>ir2;
Length[dataIai]
1995

IaIlb=Compile[{}],Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3]*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t-2*Pi/3]-
1.5*Dm)];
maIlb=Compile[{}],Vi/L*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
taIlb=Compile[{}],Dm*Ts*Cos[w*t-(2*Pi/3)];

IbIlb=Compile[{}],Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
mbIlb=Compile[{}],Vi/L*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
tbIlb=Compile[{}],Dm*Ts*Cos[w*t];

```



```

l0I1b=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1+Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)];
m0I1b=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0I1b=Compile[{t},Ts*(1+Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)];

tw1b=2/600;
data1a=N[N[N[dat1b+ma1a[tw1a+T6]*Ts*Round[tal1a[tw1a+T6]*40/Ts]/40]+mb1a[tw1a+T6]*Ts*Round[tb1a[tw1a+T6]*40/Ts]/40]+m01a[tw1a+T6]*Ts
17.9081
dat1bi = Flatten[Table[Join[
Table[ 0,{n,Round[tal1b[tw1b+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0I1b[tw1b+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[lo+ma1b[tw1b+m*T6/50]*Ts*Round[tal1b[tw1b+m*T6/50]*40/Ts]/40+m01b[tw1b+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*t0I1b[tw1b+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mb1b[tw1b+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[tb1b[tw1b+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0I1b[tw1b+m*T6/50]*40/Ts]}]], {m,50}]]>>>ir2;
Length[dat1bi]
2029

```

### IIIa

```

la11a=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3](Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
ma11a=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
ta11a=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3)];

```

```

lb11a=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];
mb11a=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];
tb11a=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t]];

```

```

l011a=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];
m011a=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t011a=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];

```

```

tw11a=3/600;
data11b=N[N[N[dat11a+ma11b[tw11b+T6]*Ts*Round[tal11b[tw11b+T6]*40/Ts]/40]+mb11b[tw11b+T6]*Ts*Round[tb11b[tw11b+T6]*40/Ts]/40]+m011b[tw11b+T6]*Ts
17.6511
dat11bi = Flatten[Table[Join[
Table[ 0,{n,Round[tal11a[tw11a+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t011a[tw11a+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[lo+ma11a[tw11a+m*T6/50]*Ts*Round[tal11a[tw11a+m*T6/50]*40/Ts]/40+m011a[tw11a+m*T6/50]*Ts*Round[t011a[tw11a+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mb11a[tw11a+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[tb11a[tw11a+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t011a[tw11a+m*T6/50]*40/Ts]}]], {m,50}]]>>>ir2;
Length[dat11bi]
2029

```

### IIIb

```

la11b=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];

```

maIIIb=Compile[{t},Vi/L\*(Cos[w\*t-2\*Pi/3]-Cos[w\*t]-1.5\*Dm)];  
 taIIIb=Compile[{t},-Dm\*Ts\*Cos[w\*t]];

lbIIIb=Compile[{t},-Vi\*Dm\*Ts/L\*Cos[w\*t+2\*Pi/3](Cos[w\*t-2\*Pi/3]-Cos[w\*t+2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];  
 mbIIIb=Compile[{t},Vi/L\*(Cos[w\*t-2\*Pi/3]-Cos[w\*t+2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];  
 tbIIIb=Compile[{t},-Dm\*Ts\*Cos[w\*t+2\*Pi/3]];

l0IIIb=Compile[{t},-Vi\*Dm\*Ts/L\*1.5\*(1-Cos[w\*t-2\*Pi/3]\*Dm)];  
 m0IIIb=Compile[{t},-Vi/L\*1.5\*Dm];  
 t0IIIb=Compile[{t},Ts\*(1-Cos[w\*t-2\*Pi/3]\*Dm)];

twIIIb=4/600;  
 dataIIIa=N[N[N[datallb+maIIIa[twIIIa+T6]\*Ts\*Round[taIIIa[twIIIa+T6]\*40/Ts]/40]+mbIIIa[twIIIa+T6]\*Ts\*Round[tbIIIa[twIIIa+T6]\*40/Ts]/40]+m0IIIa[twIIIa+T6]\*Ts]  
 17.1535  
 dataIIIbi = Flatten[Table[Join[  
 Table[  
 N[lo+maIIIb[twIIIb+m\*T6/50]\*Ts\*n/40],{n,Round[taIIIb[twIIIb+m\*T6/50]\*40/Ts]}],  
 Table[ 0,{n,Round[tbIIIb[twIIIb+m\*T6/50]\*40/Ts]}],  
 Table[ 0,{n,Round[t0IIIb[twIIIb+m\*T6/50]\*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir2;  
 Length[datallbi]  
 1996

IVa

laIVa=Compile[{t},Vi\*Dm\*Ts/L\*Cos[w-2\*Pi/3](-Cos[w\*t]+Cos[w\*t-2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];  
 maIVa=Compile[{t},Vi/L\*(-Cos[w\*t]+Cos[w\*t-2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];  
 taIVa=Compile[{t},Dm\*Ts\*Cos[w\*t-2\*Pi/3]];

lbIVa=Compile[{t},Vi\*Dm\*Ts/L\*Cos[w\*t+(2\*Pi/3)](-Cos[w\*t]+Cos[w\*t+2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];  
 mbIVa=Compile[{t},Vi/L\*(-Cos[w\*t]+Cos[w\*t+2\*Pi/3]-1.5\*Dm)];  
 tbIVa=Compile[{t},Dm\*Ts\*Cos[w\*t+(2\*Pi/3)]];

l0IVa=Compile[{t},-Vi\*Dm\*Ts/L\*1.5\*(1+Cos[w\*t]\*Dm)];  
 m0IVa=Compile[{t},-Vi/L\*1.5\*Dm];  
 t0IVa=Compile[{t},Ts\*(1+Cos[w\*t]\*Dm)];

twIVa=5/600;  
 dataIVb=N[N[N[datallb+maIIIb[twIIIb+T6]\*Ts\*Round[taIIIb[twIIIb+T6]\*40/Ts]/40]+mbIIIb[twIIIb+T6]\*Ts\*Round[tbIIIb[twIIIb+T6]\*40/Ts]/40]+m0IIIb[twIIIb+T6]\*Ts]  
 16.8965  
 dataIVai = Flatten[Table[Join[  
 Table[  
 N[lo+maIVa[twIVa+m\*T6/50]\*Ts\*n/40],{n,Round[taIVa[twIVa+m\*T6/50]\*40/Ts]}],  
 Table[ 0,{n,Round[0.5\*t0IVa[twIVa+m\*T6/50]\*40/Ts]}],  
 Table[  
 N[N[lo+maIVa[twIVa+m\*T6/50]\*Ts\*Round[taIVa[twIVa+m\*T6/50]\*40/Ts]/40+m0IVa[twIVa+m\*T6/50]\*Ts\*Round[0.5\*t0IVa[twIVa+m\*T6/50]\*40/Ts]/40]+mbIVa[twIVa+m\*T6/50]\*Ts\*Round[tbIVa[twIVa+m\*T6/50]\*40/Ts]/40],{n,Round[tbIVa[twIVa+m\*T6/50]\*40/Ts]}],

```

TableI 0,{n, Round[0.5*t0IVal[twIva+m*T6/50]*40/Ts]], {m, 50}}>>ir2;
Length[dataIValI
2029
                Ivb
IaIvB=Compile[{{t}, Vi*Dm*T*s/L *Cos[w*t+(2*Pi/3)]*(-Cos[w*t]+Cos[w*t+2*Pi/3]-
1.5*Dm)}];
maIvB=Compile[{{t}, Vi/L *(-Cos[w*t]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)}];
taIvB=Compile[{{t}, Dm*T*s*Cos[w*t+(2*Pi/3)]];

IbIvB=Compile[{{t}, Vi*Dm*T*s/L *Cos[w*t-2*Pi/3]*(-Cos[w*t]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)}];
mbIvB=Compile[{{t}, Vi/L *(-Cos[w*t]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)}];
tbIvB=Compile[{{t}, Dm*T*s*Cos[w*t-2*Pi/3]];

I0IvB=Compile[{{t}, -Vi*Dm*T*s/L *1.5*(1+Cos[w*t]*Dm)}];
m0IvB=Compile[{{t}, -Vi/L *1.5*Dm)];
t0IvB=Compile[{{t}, Ts*(1+Cos[w*t]*Dm)}];

twIvB=6/600;
dataIvA=N[N[N[dataIIB+maIvA[twIvA+T6]*Ts*Round[taIvA[twIvA+T6]*40/Ts]/40]+mb
IvA[twIvA+T6]*Ts*Round[tbIvA[twIvA+T6]*40/Ts]/40]+m0IvA[twIvA+T6]*Ts]
16.399
dataIvBi = Flatten[Table[JoinI
TableI
N[I0+m*maIvB[twIvB+m*T6/50]*Ts*n/40], {n, Round[taIvB[twIvB+m*T6/50]*40/Ts]}],
TableI 0, {n, Round[0.5*t0IvB[twIvB+m*T6/50]*40/Ts]}],
TableI
N[N[I0+m*maIvB[twIvB+m*T6/50]*Ts*Round[taIvB[twIvB+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0IvB[tw
IvB+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*t0IvB[twIvB+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbIvB[twIvB+m*T6/5
0]*Ts*n/40], {n, Round[tbIvB[twIvB+m*T6/50]*40/Ts]}],
TableI 0, {n, Round[0.5*t0IvB[twIvB+m*T6/50]*40/Ts]}], {m, 50}}>>ir2;
Length[dataIvBi]
2029
                Va
IaVa=Compile[{{t}, -Vi*Dm*T*s/L *Cos[w*t]*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)}];
maVa=Compile[{{t}, Vi/L *(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)}];
taVa=Compile[{{t}, -Dm*T*s*Cos[w*t]}];

IbVa=Compile[{{t}, -Vi*Dm*T*s/L *Cos[w*t-2*Pi/3]*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t-2*Pi/3]-
1.5*Dm)}];
mbVa=Compile[{{t}, Vi/L *(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)}];
tbVa=Compile[{{t}, -Dm*T*s*Cos[w*t-2*Pi/3]];

I0Va=Compile[{{t}, -Vi*Dm*T*s/L *1.5*(1-Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)}];
m0Va=Compile[{{t}, -Vi/L *1.5*Dm)];
t0Va=Compile[{{t}, Ts*(1-Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)}];

twVa=7/600;
dataIvB=N[N[N[dataIvA+maIvB[twIvB+T6]*Ts*Round[taIvB[twIvB+T6]*40/Ts]/40]+mb
IvB[twIvB+T6]*Ts*Round[tbIvB[twIvB+T6]*40/Ts]/40]+m0IvB[twIvB+T6]*Ts]

```

16.1419

```

dataVai = Flatten[Table[Join[
Table[ -N[lo+maVa[twVa+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[taVa[twVa+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[tbVa[twVa+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[t0Va[twVa+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir2;
Length[dataVai]
1995

```

Vb

```

laVb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3]*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t-2*Pi/3]-
1.5*Dm)];
maVb=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
taVb=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t-2*Pi/3]];

```

```

lbVb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];
mbVb=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];
tbVb=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t]];

```

```

l0Vb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)];
m0Vb=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0Vb=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)];

```

```

twVb=8/600;
dataVa=N[N[N[dataIVb+maVa[twVa+T6]*Ts*Round[taVa[twVa+T6]*40/Ts]/40]+mbVa
[twVa+T6]*Ts*Round[tbVa[twVa+T6]*40/Ts]/40]+m0Va[twVa+T6]*Ts]
15.6444

```

```

dataVbi = Flatten[Table[Join[
Table[ 0,{n,Round[taVb[twVb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0Vb[twVb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[lo+maVb[twVb+m*T6/50]*Ts*Round[taVb[twVb+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0Vb[twVb
+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*t0Vb[twVb+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbVb[twVb+m*T6/50]*Ts*
n/40],{n,Round[tbVb[twVb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0Vb[twVb+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir2;
Length[dataVbi]
2029

```

Vla

```

laVla=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3]*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t+2*Pi/3]-
1.5*Dm)];
maVla=Compile[{t},Vi/L*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
taVla=Compile[{t},Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3]];

```

```

lbVla=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
mbVla=Compile[{t},Vi/L*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
tbVla=Compile[{t},Dm*Ts*Cos[w*t]];

```

```

l0Vla=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1+Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];
m0Vla=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0Vla=Compile[{t},Ts*(1+Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];

```

```

twVla=9/600;
dataVb=N[N[N[dataVa+maVb[twVb+T6]*Ts*Round[taVb[twVb+T6]*40/Ts]/40]+mbVb[
twVb+T6]*Ts*Round[tbVb[twVb+T6]*40/Ts]/40]+m0Vb[twVb+T6]*Ts]
15.3874
dataVlai = Flatten[Table[Join[
Table[ 0,{n,Round[taVla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0Vla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[lo+maVla[twVla+m*T6/50]*Ts*Round[taVla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0Vla[tw
Vla+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*t0Vla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbVla[twVla+m*T6/5
0]*Ts*n/40},{n,Round[tbVla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0Vla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir2;
Length[dataVlai]
2029

```

### Vlb

```

laVlb=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
maVlb=Compile[{t},Vi/L*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
taVlb=Compile[{t},Dm*Ts*Cos[w*t]];

```

```

lbVlb=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3]*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t+2*Pi/3]-
1.5*Dm)];

```

```

mbVlb=Compile[{t},Vi/L*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];

```

```

tbVlb=Compile[{t},Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3]];

```

```

l0Vlb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1+Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];

```

```

m0Vlb=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];

```

```

t0Vlb=Compile[{t},Ts*(1+Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];

```

```

twVlb=10/600;

```

```

dataVla=N[N[N[dataVb+maVla[twVla+T6]*Ts*Round[taVla[twVla+T6]*40/Ts]/40]+mb
Vla[twVla+T6]*Ts*Round[tbVla[twVla+T6]*40/Ts]/40]+m0Vla[twVla+T6]*Ts]

```

```

14.8898

```

```

dataVlbi = Flatten[Table[Join[

```

```

Table[

```

```

N[lo+maVlb[twVlb+m*T6/50]*Ts*n/40},{n,Round[taVlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]}],

```

```

Table[ 0,{n,Round[tbVlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]}],

```

```

Table[ 0,{n,Round[t0Vlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir2;

```

```

Length[dataVlbi]

```

```

1996

```

### la2

```

lala2=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3]*(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];

```

```

mala2=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];

```

```

tala2=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t-2*Pi/3]];

```

```

lbla2=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3]*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];

```

```

mbla2=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];

```

```

tbla2=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3]];

```

```

l0la2=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t]*Dm)];

```

```

m0Ia2=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0Ia2=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t]*Dm)];

twIa2=11/600;
dataVIb=N[N[N[ $\text{dataVIa} + \text{maVIb}[\text{twVIb} + \text{T6}] * \text{Ts} * \text{Round}[\text{taVIb}[\text{twVIb} + \text{T6}] * 40 / \text{Ts}] / 40] + \text{mbVIb}[\text{twVIb} + \text{T6}] * \text{Ts} * \text{Round}[\text{tbVIb}[\text{twVIb} + \text{T6}] * 40 / \text{Ts}] / 40] + \text{m0VIb}[\text{twVIb} + \text{T6}] * \text{Ts}$ 
14.6328
dataIa2i = Flatten[Table[Join[
Table[
N[ $\text{Io} + \text{maIa2}[\text{twIa2} + \text{m} * \text{T6} / 50] * \text{Ts} * \text{n} / 40$ ], {n, Round[ $\text{tIa2}[\text{twIa2} + \text{m} * \text{T6} / 50] * 40 / \text{Ts}$ ]},
Table[ 0, {n, Round[ $0.5 * \text{t0Ia2}[\text{twIa2} + \text{m} * \text{T6} / 50] * 40 / \text{Ts}$ ]},
Table[
N[N[ $\text{Io} + \text{maIa2}[\text{twIa2} + \text{m} * \text{T6} / 50] * \text{Ts} * \text{Round}[\text{tIa2}[\text{twIa2} + \text{m} * \text{T6} / 50] * 40 / \text{Ts}] / 40 + \text{m0Ia2}[\text{twIa2} + \text{m} * \text{T6} / 50] * \text{Ts} * \text{Round}[0.5 * \text{t0Ia2}[\text{twIa2} + \text{m} * \text{T6} / 50] * 40 / \text{Ts}] / 40] + \text{mbIa2}[\text{twIa2} + \text{m} * \text{T6} / 50] * \text{Ts} * \text{n} / 40$ ], {n, Round[ $\text{tIa2}[\text{twIa2} + \text{m} * \text{T6} / 50] * 40 / \text{Ts}$ ]},
Table[ 0, {n, Round[ $0.5 * \text{t0Ia2}[\text{twIa2} + \text{m} * \text{T6} / 50] * 40 / \text{Ts}$ ]}, {m, 50}]]]>>>ir2;
Length[dataIa2i]
2029
dataix = Join[dataIai, dataIbi, dataIai, dataIbi, dataIai, dataIbi,
dataIvai, dataIvbi, dataIvai, dataIvbi, dataIvai, dataIvbi, dataIa2i]>>ir2;
datai = Join[dataIbi, dataIai, dataIbi, dataIai, dataIbi,
dataIvai, dataIvbi, dataIvai, dataIvbi, dataIvai, dataIvbi, dataIa2i]>>ir21;
"dataix=<<ir2";
datai=<<ir21;
"ListPlot[dataix, PlotJoined -> True, GridLines -> Automatic, PlotRange -> {-40,40},
Frame->True]"
ListPlot[dataix, PlotJoined -> True, GridLines -> Automatic, PlotRange -> \
{-40,40}, Frame->True]
Fdatai = Delete[Abs[Fourier[datai]], 1]>>fir2;
Fdatai=<<fir2;
Fdatai=Take[Fdatai, Round[Length[Fdatai]/2]];
Fd=Fdatai/First[Fdatai];
Length[Fdatai]
12106
ListPlot[Fdatai, PlotJoined->True, GridLines -> Automatic, PlotRange ->
{{0,100},{0,25}}, Frame->True, AxesLabel -> {"n-fo", "|I|"}]
-Graphics-
<<Graphics`Graphics`
LogListPlot[Fd, PlotJoined->True, GridLines -> Automatic, PlotRange ->
{{0,100},{1,0.00001}}, Frame->True, AxesLabel -> {"n-fo", "|I|"}]
-Graphics-
LogListPlot[Fd, PlotJoined->True, GridLines -> Automatic, PlotRange ->
{{0,1000},{1,0.00001}}, Frame->True, AxesLabel -> {"n-fo", "|I|"}]
-Graphics-

```

**Distorsión Armónica Total**

```

THD2 = Sqrt[Sum[ (Fd[[n]])^2, {n, 2, 1000}]]
1.07138

```

#### A5.4. “Notebook” de la distribución ③

```

Vi=311;
Dm=0.12;
L=1*10^-3;
Ts=33.33*10^-6;
Io=19.1602;
VR=Cos[wt];
VS=Cos[wt-2*Pi/3];
VT=Cos[wt+2*Pi/3];
f=50;
w=2*Pi*f;
T=1/f;
T6=1/600;
x=30*Pi/180;
Off[General::spell1];
Off[General::spell];

```

Transformada de Fourier  
 Corriente de entrada de la fase R  
 (distribución {da/2, db/2, do, db/2, da/2} Dushan-91)

Ia

```

Iala=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3](Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mala=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tala=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t-2*Pi/3]];

Ibla=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3](Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mbla=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tbla=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t+(2*Pi/3)]];

I0Ia=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t]*Dm)];
m0Ia=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0Ia=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t]*Dm)];

twla=-1/600;
dataIa = Flatten[Table[Join[
Table[ N[Io+mala[twla+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,0.5*Round[tala[twla+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[Io+mala[twla+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tala[twla+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbla[twla
+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*tbla[twla+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[t0Ia[twla+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[Io+mala[twla+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tala[twla+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbla[twla+
m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tbla[twla+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0Ia[twla+m*T6/50]*Ts*Roun
d[t0Ia[twla+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbla[twla+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*tbla[twl
a+m*T6/50]*40/Ts]}],

```

```

Tablef
Nf[NfIo+mala[twla+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tala[twla+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbla[twla+
m*T6/50]*Ts*Round[tbla[twla+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0la[twla+m*T6/50]*Ts*Round[fo
la[twla+m*T6/50]*40/Ts]/40+mala[twla+m*T6/50]*Ts*n/40],{n, Round[0.5*tala[twla+m
*T6/50]*40/Ts]}. {m, 50}}>>ir3;
Length[dataalaj]
1982

lb
lalb=Compile[{{}, Vf*Dm*Ts/L *Cos[w*t+2*Pi/3](Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
malb=Compile[{{}, Vf/L *(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
talb=Compile[{{}, Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3]];

lbb=Compile[{{}, -Vf*Dm*Ts/L *Cos[w*t-2*Pi/3]*(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mbbb=Compile[{{}, Vf/L *(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tbbb=Compile[{{}, -Dm*Ts*Cos[w*t-(2*Pi/3)]];

l0lb=Compile[{{}, -Vf*Dm*Ts/L *1.5*(1-Cos[w*t]*Dm)];
m0lb=Compile[{{}, -Vf/L *1.5*Dm];
t0lb=Compile[{{}, Ts*(1-Cos[w*t]*Dm)];

twlb=0;
dataala=Nf[NfIo+mala[twla+T6]*Ts*Round[tala[twla+T6]*40/Ts]/40+mbla[twla+T6]*
Ts*Round[tbla[twla+T6]*40/Ts]/40+m0la[twla+T6]*Ts]
18.6626
dataalbi = Flatten[Tablef,Join]
Tablef NfIo+malb[twlb+m*T6/50]*Ts*n/40],{n, 0.5*Round[talb[twlb+m*T6/50]*40/Ts]}.
Tablef
Nf[NfIo+malb[twlb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*talb[twlb+m*T6/50]*40/Ts]/40+mblb[twlb
+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tblb[twlb+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0lb[twlb+m*T6/50]*Ts*Round[fo
lb[twlb+m*T6/50]*40/Ts]/40+malb[twlb+m*T6/50]*Ts*n/40],{n, Round[0.5*talb[twlb+m
*T6/50]*40/Ts]}. {m, 50}}>>ir3;
Length[dataalbij]
1983

Ila
lalla=Compile[{{}, Vf*Dm*Ts/L *Cos[w*t](-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
malla=Compile[{{}, Vf/L *(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
talla=Compile[{{}, Dm*Ts*Cos[w*t]];

lballa=Compile[{{}, Vf*Dm*Ts/L *Cos[w*t](-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mballa=Compile[{{}, Vf/L *(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];

```



$tblla = \text{Compile}\{t, Dm \cdot Ts \cdot \text{Cos}[w \cdot t - 2 \cdot \text{Pi}/3]\};$

$l0lla = \text{Compile}\{t, -Vi \cdot Dm \cdot Ts / L \cdot 1.5 \cdot (1 + \text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi}/3] \cdot Dm)\};$

$m0lla = \text{Compile}\{t, -Vi / L \cdot 1.5 \cdot Dm\};$

$t0lla = \text{Compile}\{t, Ts \cdot (1 + \text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi}/3] \cdot Dm)\};$

$twlla = 1/600;$

$data1b = N[N[N[data1a + m1lb[tw1b + T6] \cdot Ts \cdot \text{Round}[t1lb[tw1b + T6] \cdot 40 / Ts] / 40] + m1blb[tw1b + T6] \cdot Ts \cdot \text{Round}[t1blb[tw1b + T6] \cdot 40 / Ts] / 40] + m01b[tw1b + T6] \cdot Ts]$

18.4056

$data1ai = \text{Flatten}[\text{Table}[\text{Join}[\text{Table}[\text{N}[lo + m1lla[twlla + m \cdot T6/50] \cdot Ts \cdot n/40], \{n, 0.5 \cdot \text{Round}[t1lla[twlla + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[tb1lla[twlla + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[t01lla[twlla + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[\text{N}[\text{N}[lo + m1lla[twlla + m \cdot T6/50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[0.5 \cdot t1lla[twlla + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts] / 40 + m1blb[twlla + m \cdot T6/50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[tb1lla[twlla + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts] / 40 + m01lla[twlla + m \cdot T6/50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[t01lla[twlla + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts] / 40] + m1lla[twlla + m \cdot T6/50] \cdot Ts \cdot n/40], \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t1lla[twlla + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts]\}], \{m, 50\}]]]; >>> ir3;$

$\text{Length}[data1ai]$

1983

## llb

$lallb = \text{Compile}\{t, Vi \cdot Dm \cdot Ts / L \cdot \text{Cos}[w \cdot t - 2 \cdot \text{Pi}/3] \cdot (-\text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi}/3] + \text{Cos}[w \cdot t - 2 \cdot \text{Pi}/3] - 1.5 \cdot Dm)\};$

$mallb = \text{Compile}\{t, Vi / L \cdot (-\text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi}/3] + \text{Cos}[w \cdot t - 2 \cdot \text{Pi}/3] - 1.5 \cdot Dm)\};$

$tallb = \text{Compile}\{t, Dm \cdot Ts \cdot \text{Cos}[w \cdot t - (2 \cdot \text{Pi}/3)]\};$

$lbllb = \text{Compile}\{t, Vi \cdot Dm \cdot Ts / L \cdot \text{Cos}[w \cdot t] \cdot (-\text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi}/3] + \text{Cos}[w \cdot t] - 1.5 \cdot Dm)\};$

$mbllb = \text{Compile}\{t, Vi / L \cdot (-\text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi}/3] + \text{Cos}[w \cdot t] - 1.5 \cdot Dm)\};$

$tbllb = \text{Compile}\{t, Dm \cdot Ts \cdot \text{Cos}[w \cdot t]\};$

$l0llb = \text{Compile}\{t, -Vi \cdot Dm \cdot Ts / L \cdot 1.5 \cdot (1 + \text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi}/3] \cdot Dm)\};$

$m0llb = \text{Compile}\{t, -Vi / L \cdot 1.5 \cdot Dm\};$

$t0llb = \text{Compile}\{t, Ts \cdot (1 + \text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi}/3] \cdot Dm)\};$

$twllb = 2/600;$

$data1a = N[N[N[data1b + m1lla[tw1a + T6] \cdot Ts \cdot \text{Round}[t1lla[tw1a + T6] \cdot 40 / Ts] / 40] + m1lla[tw1a + T6] \cdot Ts \cdot \text{Round}[t1lla[tw1a + T6] \cdot 40 / Ts] / 40] + m01lla[tw1a + T6] \cdot Ts]$

17.9081

$data1bi = \text{Flatten}[\text{Table}[\text{Join}[\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[\text{N}[\text{N}[lo + m1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[0.5 \cdot t1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts] / 40] + m1blb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot Ts \cdot n/40], \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[t01llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[\text{N}[\text{N}[lo + m1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[0.5 \cdot t1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts] / 40 + m1blb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[0.5 \cdot t1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts] / 40 + m01llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot Ts]$

$\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts]\}],$

$\text{Table}[\text{N}[\text{N}[lo + m1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[0.5 \cdot t1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts] / 40] + m1blb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot Ts \cdot n/40], \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts]\}],$

$\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts]\}],$

$\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[t01llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts]\}],$

$\text{Table}[\text{N}[\text{N}[lo + m1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[0.5 \cdot t1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts] / 40 + m1blb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot Ts \cdot n/40], \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts]\}],$

$\text{Table}[\text{N}[\text{N}[lo + m1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[0.5 \cdot t1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts] / 40 + m1blb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[0.5 \cdot t1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts] / 40 + m01llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot Ts]$

$\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t1llb[twllb + m \cdot T6/50] \cdot 40 / Ts]\}], \{m, 50\}]]]; >>> ir3;$

```
*Round[t0I1b[tw11b+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mb11b[tw11b+m*T6/50]*Ts*n/40},{n,Round[0.5
*tb11b[tw11b+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*tallb[tw11b+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir3;
Length[datallbi]
1997
```

**IIa**

```
la11a=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3](Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t+2*Pi/3]-
1.5*Dm)];
ma11a=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
ta11a=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3]];

```

```
lb11a=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];
mb11a=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];
tb11a=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t]];

```

```
l011a=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];
m011a=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t011a=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];

```

```
tw11a=3/600;
datallb=N[N[N[datallb+ma11b[tw11b+T6]*Ts*Round[tallb[tw11b+T6]*40/Ts]/40]+mb11b[t
w11b+T6]*Ts*Round[tb11b[tw11b+T6]*40/Ts]/40]+m011b[tw11b+T6]*Ts]
17.6511
```

```
datallai = Flatten[Table[Join[
Table[ 0,{n,Round[0.5*tallb[tw11a+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[lo+ma11a[tw11a+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tallb[tw11a+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mb11
a[tw11a+m*T6/50]*Ts*n/40},{n,Round[0.5*tb11a[tw11a+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[t011a[tw11a+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[lo+ma11a[tw11a+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tallb[tw11a+m*T6/50]*40/Ts]/40+mb11a
[tw11a+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tb11a[tw11a+m*T6/50]*40/Ts]/40+m011a[tw11a+m*T6/
50]*Ts*Round[t011a[tw11a+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mb11a[tw11a+m*T6/50]*Ts*n/40},{n,
Round[0.5*tb11a[tw11a+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*tallb[tw11a+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir3;
Length[datallai]
1996
```

**IIIb**

```
la11b=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];
ma11b=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];
ta11b=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t]];

```

```
lb11b=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3](Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t+2*Pi/3]-
1.5*Dm)];
mb11b=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tb11b=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3]];

```

```
l011b=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];
m011b=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];

```

```

t0I1lb=Compile{{t}, Ts*(1-Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];

twI1lb=4/600;
dataI1a=N[N[N[dataI1b+maI1a[twI1a+T6]*Ts*Round[talI1a[twI1a+T6]*40/Ts]/40]+mbI1a[twI1a+T6]*Ts*Round[tbI1a[twI1a+T6]*40/Ts]/40]+m0I1a[twI1a+T6]*Ts]
17.1535
dataI1bi = Flatten[Table[Join[
Table[
N[Io+maI1b[twI1b+m*T6/50]*Ts*n/40], {n, Round[0.5*talI1b[twI1b+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0, {n, Round[tbI1b[twI1b+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0, {n, Round[t0I1b[twI1b+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[Io+maI1b[twI1b+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*talI1b[twI1b+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbI1b[twI1b+m*T6/50]*Ts*Round[tbI1b[twI1b+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0I1b[twI1b+m*T6/50]*Ts*Round[t0I1b[twI1b+m*T6/50]*40/Ts]/40]+maI1b[twI1b+m*T6/50]*Ts*n/40], {n, Round[0.5*talI1b[twI1b+m*T6/50]*40/Ts]}], {m, 50}]]>>ir3;
Length[dataI1bi]
1998

IVa
IaIVa=Compile{{t}, Vi*Dm*Ts/L*Cos[w-2*Pi/3](-Cos[w*t]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
maIVa=Compile{{t}, Vi/L*(-Cos[w*t]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
taIVa=Compile{{t}, Dm*Ts*Cos[w*t-2*Pi/3]};

IbIVa=Compile{{t}, Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+(2*Pi/3)]*(-Cos[w*t]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
1.5*Dm)];
mbIVa=Compile{{t}, Vi/L*(-Cos[w*t]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tbIVa=Compile{{t}, Dm*Ts*Cos[w*t+(2*Pi/3)]};

IoIVa=Compile{{t}, -Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1+Cos[w*t]*Dm)];
m0IVa=Compile{{t}, -Vi/L*1.5*Dm)];
t0IVa=Compile{{t}, Ts*(1+Cos[w*t]*Dm)];

twIVa=5/600;
dataI1lb=N[N[N[dataI1a+maI1b[twI1b+T6]*Ts*Round[talI1b[twI1b+T6]*40/Ts]/40]+mbI1b[twI1b+T6]*Ts*Round[tbI1b[twI1b+T6]*40/Ts]/40]+m0I1b[twI1b+T6]*Ts]
16.8965
dataIVai = Flatten[Table[Join[
Table[
N[Io+maIVa[twIVa+m*T6/50]*Ts*n/40], {n, Round[0.5*taIVa[twIVa+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[Io+maIVa[twIVa+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*taIVa[twIVa+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbIVa[twIVa+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tbIVa[twIVa+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0, {n, Round[t0IVa[twIVa+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[Io+maIVa[twIVa+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*taIVa[twIVa+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbIVa[twIVa+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tbIVa[twIVa+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0IVa[twIVa+m*T6/50]*Ts*Round[t0IVa[twIVa+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbIVa[twIVa+m*T6/50]*Ts*n/40], {n, Round[0.5*tbIVa[twIVa+m*T6/50]*40/Ts]}];

```

Table[

$$N[N[lo+maIva[twIva+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*taIva[twIva+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbIva[twIva+m*T6/50]*Ts*Round[tbIva[twIva+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0Iva[twIva+m*T6/50]*Ts*Round[t0Iva[twIva+m*T6/50]*40/Ts]/40+maIva[twIva+m*T6/50]*Ts*n/40],\{n, Round[0.5*taIva[twIva+m*T6/50]*40/Ts]\}], \{m,50\}]]>>>ir3;$$

Length[dataIVai]

1966

IVb

$$laIVb=Compile[\{t\}, Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+(2*Pi/3)]*(-Cos[w*t]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];$$

$$maIVb=Compile[\{t\}, Vi/L*(-Cos[w*t]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];$$

$$taIVb=Compile[\{t\}, Dm*Ts*Cos[w*t+(2*Pi/3)]];$$

$$lbIVb=Compile[\{t\}, Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3]*(-Cos[w*t]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];$$

$$mbIVb=Compile[\{t\}, Vi/L*(-Cos[w*t]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];$$

$$tbIVb=Compile[\{t\}, Dm*Ts*Cos[w*t-2*Pi/3]];$$

$$l0IVb=Compile[\{t\}, -Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1+Cos[w*t]*Dm)];$$

$$m0IVb=Compile[\{t\}, -Vi/L*1.5*Dm];$$

$$t0IVb=Compile[\{t\}, Ts*(1+Cos[w*t]*Dm)];$$

twIVb=6/600;

$$dataIVa=N[N[N[dataIVb+maIva[twIva+T6]*Ts*Round[taIva[twIva+T6]*40/Ts]/40+mbIva[twIva+T6]*Ts*Round[tbIva[twIva+T6]*40/Ts]/40+m0Iva[twIva+T6]*Ts$$

16.399

dataIVbi = Flatten[Table[Join[

Table[

$$N[lo+maIVb[twIVb+m*T6/50]*Ts*n/40],\{n, Round[0.5*taIVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]\}],$$

Table[

$$N[N[lo+maIVb[twIVb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*taIVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbIVb[twIVb+m*T6/50]*Ts*n/40],\{n, Round[0.5*tbIVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]\}],$$

Table[ 0,\{n, Round[t0IVb[twIVb+m\*T6/50]\*40/Ts]\}],

Table[

$$N[N[lo+maIVb[twIVb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*taIVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbIVb[twIVb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tbIVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0IVb[twIVb+m*T6/50]*Ts*Round[t0IVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbIVb[twIVb+m*T6/50]*Ts*n/40],\{n, Round[0.5*tbIVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]\}],$$

Table[

$$N[N[lo+maIVb[twIVb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*taIVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbIVb[twIVb+m*T6/50]*Ts*Round[tbIVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0IVb[twIVb+m*T6/50]*Ts*Round[t0IVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]/40+maIVb[twIVb+m*T6/50]*Ts*n/40],\{n, Round[0.5*taIVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]\}], \{m,50\}]]>>>ir3;$$

Length[dataIVbi]

1997

Va

$$laVa=Compile[\{t\}, -Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];$$

$$maVa=Compile[\{t\}, Vi/L*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];$$

$$taVa=Compile[\{t\}, -Dm*Ts*Cos[w*t]];$$



Table[

$N[N[lo+maVb[twVb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*taVb[twVb+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbVb[twVb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tbVb[twVb+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0Vb[twVb+m*T6/50]*Ts*Round[t0Vb[twVb+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbVb[twVb+m*T6/50]*Ts*n/40],\{n, Round[0.5*tbVb[twVb+m*T6/50]*40/Ts]\}],$

Table[ 0,\{n, Round[0.5\*taVb[twVb+m\*T6/50]\*40/Ts]\}], \{m,50}\}]>>>ir3;

Length[dataVbi]

1997

### Vla

$laVla=Compile[\{t\}, Vi*Dm*Ts/L *Cos[w*t+2*Pi/3](-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];$

$maVla=Compile[\{t\}, Vi/L *(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];$

$taVla=Compile[\{t\}, Dm*Ts *Cos[w*t+2*Pi/3)];$

$lbVla=Compile[\{t\}, Vi*Dm*Ts/L *Cos[w*t]*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];$

$mbVla=Compile[\{t\}, Vi/L *(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];$

$tbVla=Compile[\{t\}, Dm*Ts *Cos[w*t)];$

$l0Vla=Compile[\{t\}, -Vi*Dm*Ts/L *1.5*(1+Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];$

$m0Vla=Compile[\{t\}, -Vi/L *1.5*Dm];$

$t0Vla=Compile[\{t\}, Ts*(1+Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];$

$twVla=9/600;$

$dataVb=N[N[N[dataVa+maVb[twVb+T6]*Ts*Round[taVb[twVb+T6]*40/Ts]/40+mbVb[twVb+T6]*Ts*Round[tbVb[twVb+T6]*40/Ts]/40+m0Vb[twVb+T6]*Ts]$

15.3874

$dataVlai = Flatten[Table[Join[$

Table[ 0,\{n, Round[0.5\*taVla[twVla+m\*T6/50]\*40/Ts]\}],

Table[

$N[N[lo+maVla[twVla+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*taVla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbVla[twVla+m*T6/50]*Ts*n/40],\{n, Round[0.5*tbVla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]\}],$

Table[ 0,\{n, Round[t0Vla[twVla+m\*T6/50]\*40/Ts]\}],

Table[

$N[N[lo+maVla[twVla+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*taVla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbVla[twVla+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tbVla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0Vla[twVla+m*T6/50]*Ts*Round[t0Vla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbVla[twVla+m*T6/50]*Ts*n/40],\{n, Round[0.5*tbVla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]\}],$

Table[ 0,\{n, Round[0.5\*taVla[twVla+m\*T6/50]\*40/Ts]\}], \{m,50}\}]>>>ir3;

Length[dataVlai]

1996

### Vlb

$laVlb=Compile[\{t\}, Vi*Dm*Ts/L *Cos[w*t]*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];$

$maVlb=Compile[\{t\}, Vi/L *(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];$

$taVlb=Compile[\{t\}, Dm*Ts *Cos[w*t)];$

$lbVlb=Compile[\{t\}, Vi*Dm*Ts/L *Cos[w*t+2*Pi/3](-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];$

$mbVlb=Compile[\{t\}, Vi/L *(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];$

$tbVlb=Compile[\{t\}, Dm*Ts *Cos[w*t+2*Pi/3)];$

```

l0Vlb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1+Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];
m0Vlb=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0Vlb=Compile[{t},Ts*(1+Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];

twVlb=10/600;
dataVla=N[N[N[dataVb+maVla[twVla+T6]*Ts*Round[taVla[twVla+T6]*40/Ts]/40]+mb
Vla[twVla+T6]*Ts*Round[tbVla[twVla+T6]*40/Ts]/40]+m0Vla[twVla+T6]*Ts]
14.8898
dataVlbi = Flatten[Table[Join[
Table[
N[lo+maVlb[twVlb+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*taVlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[tbVlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[t0Vlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[lo+maVlb[twVlb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*taVlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbVl
b[twVlb+m*T6/50]*Ts*Round[tbVlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0Vlb[twVlb+m*T6/5
0]*Ts*Round[t0Vlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]/40]+maVlb[twVlb+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,R
ound[0.5*taVlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir3;
Length[dataVlbi]
1998

                                la2
lala2=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3](Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mala2=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tala2=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t-2*Pi/3]];

lbla2=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3](Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mbla2=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tbla2=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3]];

l0la2=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t]*Dm)];
m0la2=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0la2=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t]*Dm)];

twla2=11/600;
dataVlb=N[N[N[dataVla+maVlb[twVlb+T6]*Ts*Round[taVlb[twVlb+T6]*40/Ts]/40]+mb
Vlb[twVlb+T6]*Ts*Round[tbVlb[twVlb+T6]*40/Ts]/40]+m0Vlb[twVlb+T6]*Ts]
14.6328
data2i = Flatten[Table[Join[
Table[
N[lo+mala2[twla2+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*tala2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[lo+mala2[twla2+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tala2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbla
2[twla2+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*tbla2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[t0la2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[lo+mala2[twla2+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tala2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbla2
[twla2+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tbla2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0la2[twla2+m*T6/

```

```

50]*Ts*Round[t0la2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbla2[twla2+m*T6/50]*Ts*n/40},{n,
Round[0.5*tbla2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[lo+mala2[twla2+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tala2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbla2
[twla2+m*T6/50]*Ts*Round[tbla2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0la2[twla2+m*T6/50]*
Ts*Round[t0la2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mala2[twla2+m*T6/50]*Ts*n/40},{n,Roun
d[0.5*tala2[twla2+m*T6/50]*40/Ts]}]], {m,50}]]>>>ir3;
Length[dataa2i]
1996
dataix = Join[datalai, datalbi, datallai, datallbi, datalllai, datallbi,
dataiVai, dataiVbi, dataVai, dataVbi, dataVlai, dataVlbi,dataa2i]>>>ir3;
datai = Join[datalbi, datallai, datallbi, datalllai, datallbi,
dataiVai, dataiVbi, dataVai, dataVbi, dataVlai, dataVlbi,dataa2i]>>>ir31;
"dataix=<<<ir3";
"datai=<<<ir31";
>ListPlot[dataix, PlotJoined -> True, GridLines -> Automatic, PlotRange -> {-40,40},
Frame->True]"
ListPlot[dataix, PlotJoined -> True, GridLines -> Automatic, PlotRange ->\
{-40,40}, Frame->True]
Fdatai = Delete[Abs[Fourier[datai]],1]>>>fir3;
$Aborted
Fdatai=<<<fir3;
Fdatai=Take[Fdatai, Round[Length[Fdatai]/2]];
Fd=Fdatai/First[Fdatai];
Length[Fdatai]
11952
ListPlot[Fdatai, PlotJoined->True, GridLines -> Automatic, PlotRange ->
{{0,100},{0,25}}, Frame->True, AxesLabel -> {"n·fo","|I|"}]
-Graphics-
<<Graphics`Graphics`
LogListPlot[Fd, PlotJoined->True,GridLines -> Automatic, PlotRange ->
{{0,100},{1,0.00001}}, Frame->True, AxesLabel -> {"n·fo","|I|"}]
-Graphics-
LogListPlot[Fd, PlotJoined->True,GridLines -> Automatic, PlotRange ->
{{0,1000},{1,0.00001}}, Frame->True, AxesLabel -> {"n·fo","|I|"}]
-Graphics-

```

**Distorsión Armónica Total**

```

THD3 = Sqrt[Sum[ (Fd[[n]])^2, {n, 2, 1000}]]
1.41913

```

**A5.5. “Notebook” de la distribución ④**

Vi=311;  
Dm=0.12;



```

L=1*10^-3;
Ts=33.33*10^-6;
Io=19.1602;
VR=Cos[w*t];
VS=Cos[w*t-2*Pi/3];
VT=Cos[w*t+2*Pi/3];
f=50;
w=2*Pi*f;
T=1/f;
T6=1/600;
x=30*Pi/180;
Off[General::spell1];
Off[General::spell];

```

**Transformada de Fourier**  
**Corriente de entrada de la fase R**  
 (distribución {da/2, do/2, db, do/2, da/2} Dushan, Vlatkovic-92)

Ia

```

IaIa=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3](Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
IaMa=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
IaTa=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t-2*Pi/3)];

IbIa=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3]*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
IbMa=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
IbTa=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t+(2*Pi/3)]];

I0Ia=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t]*Dm)];
m0Ia=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0Ia=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t]*Dm)];

twIa=-1/600;
dataIa = Flatten[Table[Join[
Table[ N[IaIa+IaMa[twIa+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*IaTa[twIa+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0Ia[twIa+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[IaIa+IaMa[twIa+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*IaTa[twIa+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0Ia[twIa+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*t0Ia[twIa+m*T6/50]*40/Ts]/40+IbMa[twIa+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[IbTa[twIa+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0Ia[twIa+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[IaIa+IaMa[twIa+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*IaTa[twIa+m*T6/50]*40/Ts]/40+IbMa[twIa+m*T6/50]*Ts*Round[IbTa[twIa+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0Ia[twIa+m*T6/50]*Ts*Round[t0Ia[twIa+m*T6/50]*40/Ts]/40+IaMa[twIa+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*IaTa[twIa+m*T6/50]*40/Ts]}]], {m,50}]]>>ir4;
Length[dataIa]
2031

```

Ib

```
IaIb=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3](Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
```

```
malb=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
talb=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3]];
```

```
lblb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3]*(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mblb=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tblb=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t-(2*Pi/3)]];
```

```
l0lb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t]*Dm)];
m0lb=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0lb=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t]*Dm)];
```

```
twlb=0;
data1a=N[N[N[lo+mala[twla+T6]*Ts*Round[tala[twla+T6]*40/Ts]/40]+mbla[twla+T6]*
Ts*Round[tbla[twla+T6]*40/Ts]/40]+m0la[twla+T6]*Ts]
18.6626
data1bi = Flatten[Table[Join[
Table[ N[lo+malb[twlb+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*talb[twlb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0lb[twlb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[lo+malb[twlb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*talb[twlb+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0lb[twlb+
m*T6/50]*Ts*Round[0.5*t0lb[twlb+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mblb[twlb+m*T6/50]*Ts*n/40
],{n,Round[tblb[twlb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0lb[twlb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[lo+malb[twlb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*talb[twlb+m*T6/50]*40/Ts]/40+mblb[twlb+
m*T6/50]*Ts*Round[tblb[twlb+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0lb[twlb+m*T6/50]*Ts*Round[t0
lb[twlb+m*T6/50]*40/Ts]/40]+malb[twlb+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*talb[twlb+m
*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir4;
Length[data1bi]
2031
```

### IIa

```
lalla=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
malla=Compile[{t},Vi/L*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
talla=Compile[{t},Dm*Ts*Cos[w*t]];
```

```
lbIIa=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mbIIa=Compile[{t},Vi/L*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tbIIa=Compile[{t},Dm*Ts*Cos[w*t-2*Pi/3]];
```

```
l0IIa=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1+Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)];
m0IIa=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0IIa=Compile[{t},Ts*(1+Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)];
```

```
twIIa=1/600;
data1b=N[N[N[data1a+malb[twlb+T6]*Ts*Round[talb[twlb+T6]*40/Ts]/40]+mblb[twlb+
T6]*Ts*Round[tblb[twlb+T6]*40/Ts]/40]+m0lb[twlb+T6]*Ts]
18.4056
data1bi = Flatten[Table[Join[
```

```

Table[
N[lo+mallla[twlla+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*talla[twlla+m*T6/50]*40/Ts]},
Table[ 0,{n,Round[tblla[twlla+m*T6/50]*40/Ts]},
Table[ 0,{n,Round[t0lla[twlla+m*T6/50]*40/Ts]},
Table[
N[N[lo+mallla[twlla+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*talla[twlla+m*T6/50]*40/Ts]/40+mblla[tw
lla+m*T6/50]*Ts*Round[tblla[twlla+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0lla[twlla+m*T6/50]*Ts*Ro
und[t0lla[twlla+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mallla[twlla+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*ta
lla[twlla+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir4;
Length[datallai]
1997

```

### IIb

```

IaIIb=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3]*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t-2*Pi/3]-
1.5*Dm)];

```

```

maIIb=Compile[{t},Vi/L*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];

```

```

taIIb=Compile[{t},Dm*Ts*Cos[w*t-(2*Pi/3)]];

```

```

IbIIb=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];

```

```

mbIIb=Compile[{t},Vi/L*(-Cos[w*t+2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];

```

```

tbIIb=Compile[{t},Dm*Ts*Cos[w*t]];

```

```

I0IIb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1+Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)];

```

```

m0IIb=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];

```

```

t0IIb=Compile[{t},Ts*(1+Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)];

```

```

twIIb=2/600;

```

```

datallai=N[N[N[datallbi+mallla[twlla+T6]*Ts*Round[talla[twlla+T6]*40/Ts]/40]+mblla[tw
lla+T6]*Ts*Round[tblla[twlla+T6]*40/Ts]/40+m0lla[twlla+T6]*Ts]

```

```

17.9081

```

```

datallbi = Flatten[Table[Join[

```

```

Table[ 0,{n,Round[0.5*tallb[twllb+m*T6/50]*40/Ts]}],

```

```

Table[ 0,{n,Round[0.5*t0IIb[twllb+m*T6/50]*40/Ts]}],

```

```

Table[

```

```

N[N[lo+mallb[twllb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tallb[twllb+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0IIb[tw
llb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*t0IIb[twllb+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbIIb[twllb+m*T6/50]*T
s*n/40],{n,Round[tbIIb[twllb+m*T6/50]*40/Ts]}],

```

```

Table[ 0,{n,Round[0.5*t0IIb[twllb+m*T6/50]*40/Ts]}],

```

```

Table[ 0,{n,Round[0.5*tallb[twllb+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir4;

```

```

Length[datallbi]

```

```

2031

```

### IIIa

```

IaIIIa=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3]*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t+2*Pi/3]-
1.5*Dm)];

```

```

maIIIa=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];

```

```

taIIIa=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3]];

```

```

IbIIIa=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];

```

```

mbIIIa=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];

```

```

tbIIIa=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t]];

```

```

I0IIIa=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];
m0IIIa=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0IIIa=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];

twIIIa=3/600;
dataIIb=N[N[N[datallb+mallb[twIIb+T6]*Ts*Round[tallb[twIIb+T6]*40/Ts]/40]+mbIIb[twIIb+T6]*Ts*Round[tbIIb[twIIb+T6]*40/Ts]/40]+m0IIb[twIIb+T6]*Ts]
17.6511
datallai = Flatten[Table[Join[
Table[ 0,{n,Round[0.5*talll[a[twIIIa+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0IIIa[twIIIa+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[Io+malll[a[twIIIa+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*talll[a[twIIIa+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0IIIa[twIIIa+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*t0IIIa[twIIIa+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbIIIa[twIIIa+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[tbIIIa[twIIIa+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0IIIa[twIIIa+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*talll[a[twIIIa+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir4;
Length[datallai]
2031

```

## IIIb

```

IaIIIb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];
maIIIb=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];
taIIIb=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t]];

```

```

IbIIIb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3](Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mbIIIb=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t-2*Pi/3]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tbIIIb=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3]];

```

```

I0IIIb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];
m0IIIb=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0IIIb=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];

```

```

twIIIb=4/600;
dataIIIa=N[N[N[datallb+malll[a[twIIIa+T6]*Ts*Round[talll[a[twIIIa+T6]*40/Ts]/40]+mbIIIa[twIIIa+T6]*Ts*Round[tbIIIa[twIIIa+T6]*40/Ts]/40]+m0IIIa[twIIIa+T6]*Ts]
17.1535
datallbi = Flatten[Table[Join[
Table[
N[Io+malll[b[twIIIb+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*talll[b[twIIIb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[tbIIIb[twIIIb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[t0IIIb[twIIIb+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[Io+malll[b[twIIIb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*talll[b[twIIIb+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbIIIb[twIIIb+m*T6/50]*Ts*Round[tbIIIb[twIIIb+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0IIIb[twIIIb+m*T6/50]*Ts*Round[t0IIIb[twIIIb+m*T6/50]*40/Ts]/40]+malll[b[twIIIb+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*talll[b[twIIIb+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>>ir4;
Length[datallbi]

```

1998

I/va

```

IaIvA=Compiele{t},Vi*Dm*T*s/L*Cos[w*t-2*Pi/3](-Cos[w*t]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm);
maIvA=Compiele{t},Vi/L*(-Cos[w*t]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm);
taIvA=Compiele{t},Dm*T*s*Cos[w*t-2*Pi/3];

```

```

IbIvA=Compiele{t},Vi*Dm*T*s/L*Cos[w*t+(2*Pi/3)]*(-Cos[w*t]+Cos[w*t+2*Pi/3]-
1.5*Dm);

```

```

mbIvA=Compiele{t},Vi/L*(-Cos[w*t]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm);
tbIvA=Compiele{t},Dm*T*s*Cos[w*t+(2*Pi/3)];

```

```

I0IvA=Compiele{t},-Vi*Dm*T*s/L*1.5*(1+Cos[w*t]*Dm);

```

```

m0IvA=Compiele{t},-Vi/L*1.5*Dm;

```

```

t0IvA=Compiele{t},T*s*(1+Cos[w*t]*Dm);

```

```

twIvA=5/600;

```

```

dataI1Ib=Ni[Ni[dataI1a+m1I1bIb+T6]*T*s*Round[allIbIb+T6]*40/Ts]/40+m1IbIb+T6]*T*s*Round[IbI1IbIb+T6]*40/Ts]/40+m0I1IbIb+T6]*T*s]

```

```

16.8965

```

```

dataIvAi = Flatten[Table[Join[

```

```

Table[

```

```

NiI1o+m1IvAaIvIvA+m*T6/50]*T*s*n/40,{n,Round[0.5*taIvAaIvIvA+m*T6/50]*40/Ts}],

```

```

Table[0,{n,Round[0.5*t0IvAaIvIvA+m*T6/50]*40/Ts}],

```

```

Table[

```

```

Ni[NiI1o+m1IvAaIvIvA+m*T6/50]*T*s*Round[0.5*taIvAaIvIvA+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0Iv
aIvIvA+m*T6/50]*T*s*Round[0.5*t0IvAaIvIvA+m*T6/50]*40/Ts]/40+m1IvAaIvIvA+m*
T6/50]*T*s*n/40,{n,Round[IbIvAaIvIvA+m*T6/50]*40/Ts}],

```

```

Table[0,{n,Round[0.5*t0IvAaIvIvA+m*T6/50]*40/Ts}],

```

```

Table[

```

```

Ni[NiI1o+m1IvAaIvIvA+m*T6/50]*T*s*Round[0.5*taIvAaIvIvA+m*T6/50]*40/Ts]/40+m1Iv
aIvIvA+m*T6/50]*T*s*Round[IbIvAaIvIvA+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0IvAaIvIvA+m*T6/5
0]*T*s*Round[t0IvAaIvIvA+m*T6/50]*40/Ts]/40+m1IvAaIvIvA+m*T6/50]*T*s*n/40,{n,R
ound[0.5*taIvAaIvIvA+m*T6/50]*40/Ts}], {m,50}]>>ir4;

```

```

Length[dataIvAi]

```

```

2031

```

I/vb

```

IaIvB=Compiele{t},Vi*Dm*T*s/L*Cos[w*t+(2*Pi/3)]*(-Cos[w*t]+Cos[w*t+2*Pi/3]-
1.5*Dm);

```

```

maIvB=Compiele{t},Vi/L*(-Cos[w*t]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm);

```

```

taIvB=Compiele{t},Dm*T*s*Cos[w*t+(2*Pi/3)];

```

```

IbIvB=Compiele{t},Vi*Dm*T*s/L*Cos[w*t-2*Pi/3](-Cos[w*t]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm);

```

```

mbIvB=Compiele{t},Vi/L*(-Cos[w*t]+Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm);

```

```

tbIvB=Compiele{t},Dm*T*s*Cos[w*t-2*Pi/3];

```

```

I0IvB=Compiele{t},-Vi*Dm*T*s/L*1.5*(1+Cos[w*t]*Dm);

```

```

m0IvB=Compiele{t},-Vi/L*1.5*Dm;

```

```

t0IvB=Compiele{t},T*s*(1+Cos[w*t]*Dm);

```

```

twIVb=6/600;
dataIVa=N[N[N[dataIVb+maIVa[twIVa+T6]*Ts*Round[taIVa[twIVa+T6]*40/Ts]/40]+mb
IVa[twIVa+T6]*Ts*Round[tbIVa[twIVa+T6]*40/Ts]/40]+m0IVa[twIVa+T6]*Ts]
16.399
dataIVbi = Flatten[Table[Join[
Table[
N[lo+maIVb[twIVb+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*taIVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0IVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[
N[N[lo+maIVb[twIVb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*taIVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0IV
b[twIVb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*t0IVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbIVb[twIVb+m*
T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[tbIVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0IVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[
N[N[lo+maIVb[twIVb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*taIVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbIV
b[twIVb+m*T6/50]*Ts*Round[tbIVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0IVb[twIVb+m*T6/5
0]*Ts*Round[t0IVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]/40]+maIVb[twIVb+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,R
ound[0.5*taIVb[twIVb+m*T6/50]*40/Ts]]], {m,50}]]>>>ir4;
Length[dataIVbi]
2031
    
```

**Va**

```

laVa=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];
maVa=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t]-1.5*Dm)];
taVa=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t]];

lbVa=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3]*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t-2*Pi/3]-
1.5*Dm)];
mbVa=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t+2*Pi/3]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tbVa=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t-2*Pi/3]];

l0Va=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)];
m0Va=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0Va=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t+2*Pi/3]*Dm)];

twVa=7/600;
dataIVb=N[N[N[dataIVa+maIVb[twIVb+T6]*Ts*Round[taIVb[twIVb+T6]*40/Ts]/40]+mb
IVb[twIVb+T6]*Ts*Round[tbIVb[twIVb+T6]*40/Ts]/40]+m0IVb[twIVb+T6]*Ts]
16.1419
dataVai = Flatten[Table[Join[
Table[
N[lo+maVa[twVa+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*taVa[twVa+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[ 0,{n,Round[tbVa[twVa+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[ 0,{n,Round[t0Va[twVa+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[
N[N[lo+maVa[twVa+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*taVa[twVa+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbVa[t
wVa+m*T6/50]*Ts*Round[tbVa[twVa+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0Va[twVa+m*T6/50]*Ts*
Round[t0Va[twVa+m*T6/50]*40/Ts]/40]+maVa[twVa+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5
*taVa[twVa+m*T6/50]*40/Ts]]], {m,50}]]>>>ir4;
Length[dataVai]
    
```

1997

## Vb

$$IaVb = \text{Compile}\{t, -Vi \cdot Dm \cdot Ts / L \cdot \text{Cos}[w \cdot t - 2 \cdot \text{Pi} / 3] \cdot (\text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi} / 3] - \text{Cos}[w \cdot t - 2 \cdot \text{Pi} / 3] - 1.5 \cdot Dm)\};$$

$$maVb = \text{Compile}\{t, Vi / L \cdot (\text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi} / 3] - \text{Cos}[w \cdot t - 2 \cdot \text{Pi} / 3] - 1.5 \cdot Dm)\};$$

$$taVb = \text{Compile}\{t, -Dm \cdot Ts \cdot \text{Cos}[w \cdot t - 2 \cdot \text{Pi} / 3]\};$$

$$IbVb = \text{Compile}\{t, -Vi \cdot Dm \cdot Ts / L \cdot \text{Cos}[w \cdot t] \cdot (\text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi} / 3] - \text{Cos}[w \cdot t] - 1.5 \cdot Dm)\};$$

$$mbVb = \text{Compile}\{t, Vi / L \cdot (\text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi} / 3] - \text{Cos}[w \cdot t] - 1.5 \cdot Dm)\};$$

$$tbVb = \text{Compile}\{t, -Dm \cdot Ts \cdot \text{Cos}[w \cdot t]\};$$

$$I0Vb = \text{Compile}\{t, -Vi \cdot Dm \cdot Ts / L \cdot 1.5 \cdot (1 - \text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi} / 3] \cdot Dm)\};$$

$$m0Vb = \text{Compile}\{t, -Vi / L \cdot 1.5 \cdot Dm\};$$

$$t0Vb = \text{Compile}\{t, Ts \cdot (1 - \text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi} / 3] \cdot Dm)\};$$

$$twVb = 8 / 600;$$

$$dataVa = N[N[N[dataVb + maVa[twVa + T6] \cdot Ts \cdot \text{Round}[taVa[twVa + T6] \cdot 40 / Ts] / 40] + mbVa[twVa + T6] \cdot Ts \cdot \text{Round}[tbVa[twVa + T6] \cdot 40 / Ts] / 40] + m0Va[twVa + T6] \cdot Ts]$$

15.6444

$$dataVbi = \text{Flatten}[\text{Table}[\text{Join}[\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot taVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t0Vb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[$$

$$N[N[Io + maVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[0.5 \cdot taVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts] / 40 + m0Vb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[0.5 \cdot t0Vb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts] / 40] + mbVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot Ts \cdot n / 40], \{n, \text{Round}[tbVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t0Vb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot taVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \{m, 50\}]] \gg \gg ir4;$$

$$\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t0Vb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot taVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \{m, 50\}]] \gg \gg ir4;$$

$$\text{Table}[$$

$$N[N[Io + maVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[0.5 \cdot taVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts] / 40 + m0Vb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot Ts \cdot \text{Round}[0.5 \cdot t0Vb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts] / 40] + mbVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot Ts \cdot n / 40], \{n, \text{Round}[tbVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t0Vb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot taVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \{m, 50\}]] \gg \gg ir4;$$

$$\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t0Vb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot taVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \{m, 50\}]] \gg \gg ir4;$$

$$\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t0Vb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot taVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \{m, 50\}]] \gg \gg ir4;$$

$$\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t0Vb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot taVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \{m, 50\}]] \gg \gg ir4;$$

$$\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t0Vb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot taVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \{m, 50\}]] \gg \gg ir4;$$

$$\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t0Vb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot taVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \{m, 50\}]] \gg \gg ir4;$$

## Vla

$$IaVla = \text{Compile}\{t, Vi \cdot Dm \cdot Ts / L \cdot \text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi} / 3] \cdot (-\text{Cos}[w \cdot t - 2 \cdot \text{Pi} / 3] + \text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi} / 3] - 1.5 \cdot Dm)\};$$

$$maVla = \text{Compile}\{t, Vi / L \cdot (-\text{Cos}[w \cdot t - 2 \cdot \text{Pi} / 3] + \text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi} / 3] - 1.5 \cdot Dm)\};$$

$$taVla = \text{Compile}\{t, Dm \cdot Ts \cdot \text{Cos}[w \cdot t + 2 \cdot \text{Pi} / 3]\};$$

$$IbVla = \text{Compile}\{t, Vi \cdot Dm \cdot Ts / L \cdot \text{Cos}[w \cdot t] \cdot (-\text{Cos}[w \cdot t - 2 \cdot \text{Pi} / 3] + \text{Cos}[w \cdot t] - 1.5 \cdot Dm)\};$$

$$mbVla = \text{Compile}\{t, Vi / L \cdot (-\text{Cos}[w \cdot t - 2 \cdot \text{Pi} / 3] + \text{Cos}[w \cdot t] - 1.5 \cdot Dm)\};$$

$$tbVla = \text{Compile}\{t, Dm \cdot Ts \cdot \text{Cos}[w \cdot t]\};$$

$$I0Vla = \text{Compile}\{t, -Vi \cdot Dm \cdot Ts / L \cdot 1.5 \cdot (1 + \text{Cos}[w \cdot t - 2 \cdot \text{Pi} / 3] \cdot Dm)\};$$

$$m0Vla = \text{Compile}\{t, -Vi / L \cdot 1.5 \cdot Dm\};$$

$$t0Vla = \text{Compile}\{t, Ts \cdot (1 + \text{Cos}[w \cdot t - 2 \cdot \text{Pi} / 3] \cdot Dm)\};$$

$$twVla = 9 / 600;$$

$$dataVb = N[N[N[dataVa + maVb[twVb + T6] \cdot Ts \cdot \text{Round}[taVb[twVb + T6] \cdot 40 / Ts] / 40] + mbVb[twVb + T6] \cdot Ts \cdot \text{Round}[tbVb[twVb + T6] \cdot 40 / Ts] / 40] + m0Vb[twVb + T6] \cdot Ts]$$

15.3874

$$dataVlai = \text{Flatten}[\text{Table}[\text{Join}[\text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot taVb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[0, \{n, \text{Round}[0.5 \cdot t0Vb[twVb + m \cdot T6 / 50] \cdot 40 / Ts]\}], \text{Table}[$$

```
Table[ 0,{n,Round[0.5*taVla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0Vla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[
N[N[lo+maVla[twVla+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*taVla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0Vla[twVla+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*t0Vla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbVla[twVla+m*T6/50]*Ts*n/40},{n,Round[tbVla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0Vla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[ 0,{n,Round[0.5*taVla[twVla+m*T6/50]*40/Ts]]], {m,50}]]>>>ir4;
Length[dataVlai]
2031
```

Vlb

```
laVlb=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t]*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
maVlb=Compile[{t},Vi/L*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t]-1.5*Dm)];
taVlb=Compile[{t},Dm*Ts*Cos[w*t]];
```

```
lbVlb=Compile[{t},Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3]*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mbVlb=Compile[{t},Vi/L*(-Cos[w*t-2*Pi/3]+Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tbVlb=Compile[{t},Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3]];
```

```
l0Vlb=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1+Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];
m0Vlb=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0Vlb=Compile[{t},Ts*(1+Cos[w*t-2*Pi/3]*Dm)];
```

```
twVlb=10/600;
dataVla=N[N[N[dataVb+maVla[twVla+T6]*Ts*Round[taVla[twVla+T6]*40/Ts]/40]+mbVla[twVla+T6]*Ts*Round[tbVla[twVla+T6]*40/Ts]/40]+m0Vla[twVla+T6]*Ts]
14.8898
```

```
dataVlbi = Flatten[Table[Join[
Table[
N[lo+maVlb[twVlb+m*T6/50]*Ts*n/40},{n,Round[0.5*taVlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[ 0,{n,Round[tbVlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[ 0,{n,Round[t0Vlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]],
Table[
N[N[lo+maVlb[twVlb+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*taVlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbVlb[twVlb+m*T6/50]*Ts*Round[tbVlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0Vlb[twVlb+m*T6/50]*Ts*Round[t0Vlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]/40]+maVlb[twVlb+m*T6/50]*Ts*n/40},{n,Round[0.5*taVlb[twVlb+m*T6/50]*40/Ts]]], {m,50}]]>>>ir4;
Length[dataVlbi]
1998
```

la2

```
lala2=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t-2*Pi/3]*(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mala2=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t-2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tala2=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t-2*Pi/3]];
```

```
lbla2=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*Cos[w*t+2*Pi/3]*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
mbla2=Compile[{t},Vi/L*(Cos[w*t]-Cos[w*t+2*Pi/3]-1.5*Dm)];
tbla2=Compile[{t},-Dm*Ts*Cos[w*t+2*Pi/3]];
```



```

I0Ia2=Compile[{t},-Vi*Dm*Ts/L*1.5*(1-Cos[w*t]*Dm)];
m0Ia2=Compile[{t},-Vi/L*1.5*Dm];
t0Ia2=Compile[{t},Ts*(1-Cos[w*t]*Dm)];

twIa2=11/600;
dataVIb=N[N[N[dataVIa+maVIb[twVIb+T6]*Ts*Round[taVIb[twVIb+T6]*40/Ts]/40]+mb
VIb[twVIb+T6]*Ts*Round[tbVIb[twVIb+T6]*40/Ts]/40]+m0VIb[twVIb+T6]*Ts]
14.6328
dataIa2i = Flatten[Table[Join[
Table[
N[I0+mala2[twIa2+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Round[0.5*tala2[twIa2+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0Ia2[twIa2+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[I0+mala2[twIa2+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tala2[twIa2+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0Ia2
[twIa2+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*t0Ia2[twIa2+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mbla2[twIa2+m*T6/
50]*Ts*n/40],{n,Round[tbla2[twIa2+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[ 0,{n,Round[0.5*t0Ia2[twIa2+m*T6/50]*40/Ts]}],
Table[
N[N[I0+mala2[twIa2+m*T6/50]*Ts*Round[0.5*tala2[twIa2+m*T6/50]*40/Ts]/40+mbla2
[twIa2+m*T6/50]*Ts*Round[tbla2[twIa2+m*T6/50]*40/Ts]/40+m0Ia2[twIa2+m*T6/50]*
Ts*Round[t0Ia2[twIa2+m*T6/50]*40/Ts]/40]+mala2[twIa2+m*T6/50]*Ts*n/40],{n,Roun
d[0.5*tala2[twIa2+m*T6/50]*40/Ts]}], {m,50}]]>>ir4;
Length[dataIa2i]
2031
dataix = Join[dataIai, dataIbi, dataIai, dataIbi, dataIai, dataIbi,
dataIVai, dataIVbi, dataIVai, dataIVbi, dataIVai, dataIVbi,dataIa2i]>>ir4;
datai = Join[dataIbi, dataIai, dataIbi, dataIai, dataIbi,
dataIVai, dataIVbi, dataIVai, dataIVbi, dataIVai, dataIVbi,dataIa2i]>>ir41;
"dataix=<<ir4";
datai=<<ir41;
"ListPlot[dataix, PlotJoined -> True, GridLines -> Automatic, PlotRange -> {-40,40},
Frame->True]"
ListPlot[dataix, PlotJoined -> True, GridLines -> Automatic, PlotRange -> \
{-40,40}, Frame->True]
Fdatai = Delete[Abs[Fourier[datai]],1]>>fir4;
Fdatai=<<fir4;
Fdatai=Take[Fdatai, Round[Length[Fdatai]/2]];
Fd=Fdatai/First[Fdatai];
Length[Fdatai]
12118
ListPlot[Fdatai, PlotJoined->True, GridLines -> Automatic, PlotRange ->
{{0,100},{0,25}}, Frame->True, AxesLabel -> {"n·fo","|I|"}]
-Graphics-
<<Graphics`Graphics`
LogListPlot[Fd, PlotJoined->True,GridLines -> Automatic, PlotRange ->
{{0,100},{1,0.00001}}, Frame->True, AxesLabel -> {"n·fo","|I|"}]
-Graphics-
LogListPlot[Fd, PlotJoined->True,GridLines -> Automatic, PlotRange ->
{{0,1000},{1,0.00001}}, Frame->True, AxesLabel -> {"n·fo","|I|"}]

```

-Graphics-

**Distorsión Armónica Total**

$THD4 = \text{Sqrt}[\text{Sum}[(F_d[[n]])^2, \{n, 2, 1000\}]]$

1.10202

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

FACULTAT DE CIÈNCIES FÍSQUES

Reunit el Tribunal que subscriu, en el dia de la data, acorda d'atorgar, per unanimitat, a aquesta Tesi Doctoral

d'En/ Na/ N' ESTEBAN SANCHIS WILDERS

la qualificació d' APTO CUM LAUDE

València a 4 de JULIO de 1997

El Secretari,

El President,

~~\_\_\_\_\_~~  
Fda. : José Espi

[Signature]

Fda. José A. Carrasco



