

UNIVERSIDAD DE VALENCIA

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y EMPRESARIALES

**ESTIMACION DEL ERROR MONETARIO EN POBLACIONES  
CONTABLES. ANALISIS POR SIMULACION DE LAS COTAS  
DE STRINGER Y RATIO-BOOTSTRAP**

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Fecha de Entrada 30 de Junio de 1998

Fecha de Lectura 16 de Septiembre 1998

Calificación sobresaliente "cum laude"  
por unanimidad



**TESIS DOCTORAL**

**Presentada por :**

**Salvador Méndez Martínez**

**Dirigida por :**

**Dr. D. Roberto Escuder Vallés**

**Valencia, 1998**

UMI Number: U607271

All rights reserved

INFORMATION TO ALL USERS

The quality of this reproduction is dependent upon the quality of the copy submitted.

In the unlikely event that the author did not send a complete manuscript and there are missing pages, these will be noted. Also, if material had to be removed, a note will indicate the deletion.



UMI U607271

Published by ProQuest LLC 2014. Copyright in the Dissertation held by the Author.  
Microform Edition © ProQuest LLC.

All rights reserved. This work is protected against  
unauthorized copying under Title 17, United States Code.



ProQuest LLC  
789 East Eisenhower Parkway  
P.O. Box 1346  
Ann Arbor, MI 48106-1346

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA  
CC SOCIALS  
BIBLIOTECA  
Nº Registre 2064  
DATA 19/4/99  
SIGNATURA B10.T 645  
Nº LIBIS: 802051  
Nº Docu 802031



## ***INDICE***

<b><i>JUSTIFICACION Y AGRADECIMIENTOS</i></b> .....	1
---	---

### ***CAPITULO 1. AUDITORIA Y ESTADISTICA***

1.1. Introducción .....	5
1.2. Antecedentes históricos .....	10
1.3. Riesgos asociados a las pruebas de Auditoría .....	13
1.3.1. Materialidad e importancia relativa .....	13
1.3.2. Modelo de riesgo en Auditoría .....	15
1.3.3. Riesgo asociado a las pruebas estadísticas en auditoría .....	18

### ***CAPITULO 2. NATURALEZA DE LAS POBLACIONES CONTABLES***

2.1. Introducción .....	23
2.2. Distribución del valor registrado .....	26
2.3. Características del error en las poblaciones contables .....	32
2.3.1. Estimación del error monetario .....	40
2.3.2. La metodología bootstrap en la estimación del error .....	44

### ***CAPITULO 3. MUESTREO DE UNIDADES MONETARIAS***

3.1. Introducción .....	50
3.2. Fundamentos del muestreo de unidades monetarias .....	52
3.3. Planificación del plan de muestreo .....	53
3.4. Tamaño muestral .....	54
3.5. Técnicas de selección aleatoria aplicadas al MUM .....	63
3.5.1. Algunas consideraciones en cuanto al intervalo de muestreo .....	65
3.6. Probabilidades de selección en MUM .....	67
3.7. Evaluación de los resultados muestrales .....	69
3.7.1. Estimación del MUEL sin considerar las tasas de contagio .....	69
3.7.2. La introducción de la tasa de contagio en la evaluación .....	72
3.8. Los componentes del MUEL .....	76
3.8.1. Efecto de la tasa de contagio en los componentes del MUEL .....	80
3.8.2. Obtención de la cota de Stringer a partir de los componentes del MUEL .....	83
3.9. Ventajas y limitaciones del MUM .....	85

### ***CAPITULO 4. INCORPORACION DE LA METODOLOGIA BOOTSTRAP EN LA ESTIMACION DEL ERROR MONETARIO***

4.1. Introducción .....	88
4.2. La metodología bootstrap como alternativa para la estimación del error monetario	89
4.3. Generación de las poblaciones de prueba .....	95
4.4. Error monetario. Distribuciones empíricas .....	99
4.5. Extracción de muestras .....	110
4.5.1. Efecto del método CELDA-DUS sobre las muestras extraídas .....	112
4.6. Aplicación de la cota de Stringer y el estimador del ratio para la obtención de la cota superior del error monetario .....	123

4.6.1. Error total estimado mediante el ratio .....	126
4.6.2. Distribución empírica del estimador del ratio para el error total .....	131
4.6.3. Sesgo relativo (estimación puntual por el ratio) .....	132
4.6.4. Cota superior para el error monetario por el ratio .....	136
4.6.5. Cota superior para el error monetario por el estimador de Stringer ...	143
4.7. Análisis comparativo cota del ratio-Stringer .....	148
4.8. Cota superior para el error monetario mediante la aplicación del bootstrap .....	158
4.9. Análisis comparativo entre la cota BST y las cotas del ratio y Stringer .....	165
4.9.1. La cota BST en función del número de errores encontrados .....	180
4.10. Efecto de la tasa de error poblacional sobre la cota BST .....	191
4.10.1. Generación de nuevas poblaciones de prueba. Características .....	192
4.10.2. Extracción de muestras. ....	196
4.10.3. Estimación puntual del error monetario .....	198
4.10.3.1. Distribución empírica. Sesgo relativo .....	198
4.10.4. Cota del ratio y cota bootstrap .....	202
4.10.5. Cota bootstrap asumiendo normalidad .....	205
4.10.6. La cota bootstrap en función del número de errores encontrados .....	211
<b>CAPITULO 5. CONCLUSIONES</b> .....	217
<b>ANEXO</b> .....	224
1. Resumen estimaciones (POBLACIONES ERROR 1,3,5 %) .....	225
2. Resumen estimaciones (POBLACIONES ERROR 10,.....100 %) .....	228
3. Resultados test de Kolmogorov para las estimaciones del error total (POBLACIONES ERROR 1,3,5, %) .....	234
4. Resultados test de Kolmogorov para las estimaciones del error total (POBLACIONES ERROR 10..... 100 %) .....	241
5. Programas informáticos .....	248
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	276

## JUSTIFICACION Y AGRADECIMIENTOS

Los objetivos que han guiado la elaboración de este trabajo que presentamos para la obtención del grado de Doctor son dos. En primer lugar, un deseo de acercarnos un poco más a la Estadística en la Auditoría, intentando contemplar en todo momento los problemas que en la práctica cotidiana pueden surgir y condicionar, de alguna forma, la aplicación de las técnicas cuantitativas en este campo, sin olvidar el rigor que debe existir en las distintas propuestas realizadas. En segundo lugar, un objetivo más específico, y que es el eje vertebrador del trabajo: nos proponemos contrastar mediante simulación el comportamiento y adecuación de los estimadores *cota de Stringer*, *ratio* y *ratio-bootstrap* en la estimación del error monetario en poblaciones contables mediante un análisis comparativo entre los mismos.

Uno de los propósitos del auditor es poder establecer una cota superior para el error monetario con un determinado nivel de confianza, y comparar ésta con el error tolerable, de forma que pueda tomar una decisión al respecto de si el error que pueda existir en la población afecta significativamente o no a los estados financieros de la empresa. En este sentido, hay múltiples propuestas desde una perspectiva estadística en cuanto a, por ejemplo, diseños muestrales, estimadores, etc., que intentan ayudar al auditor, y entre las que se encuentra la metodología *bootstrap*.

El trabajo está dividido en cinco capítulos más el anexo y la bibliografía. El primero, con el título *Auditoría y Estadística*, es una introducción sobre el desarrollo de las aplicaciones de la estadística en el campo de la auditoría, haciendo referencia a trabajos publicados sobre el tema. Se introduce el concepto de materialidad y riesgo de auditoría.

El capítulo segundo trata sobre la *Naturaleza de las poblaciones contables*, donde se definen las variables y parámetros que caracterizan a las mismas. Es en este capítulo donde introducimos los cuatro modelos que servirán posteriormente para

generar las poblaciones simuladas sobre las que nos hemos basado. Se introduce, también, la metodología bootstrap, que luego se aplicará en el capítulo cuarto.

El tercer capítulo está dedicado exclusivamente al *Muestreo de unidades monetarias* (MUM). Este tipo de muestreo es el preferido por los auditores, por las razones que exponemos en dicho capítulo. A esto hay que añadir que las publicaciones que existen en las que se trata este tema, van dirigidas, fundamentalmente, a la aplicación práctica. Nuestro deseo, en este caso, ha sido tratar el tema con rigor con el objetivo de mostrar los fundamentos teóricos que se encuentran detrás de una técnica muy arraigada en el mundo real. Se hace especial referencia al método de selección sistemático CELDA-DUS, puesto que entre las distintas técnicas de selección aleatoria bajo MUM que pueden utilizarse, es ésta la más usada e implementada en los programas informáticos con los que trabajan a diario los profesionales de la auditoría. El criterio CELDA-DUS, caracterizado por su sencillez y operatividad, plantea una problemática particular que queda patente en los resultados obtenidos por la simulación en el capítulo cuarto.

En el capítulo cuatro es donde se desarrolla todo el trabajo de simulación. Tal y como el título indica, el objetivo se centra en valorar si la metodología bootstrap puede ayudar al auditor, desde el punto de vista estadístico, en la investigación de las poblaciones contables mediante muestreo. Utilizando como metodología de investigación la simulación, se generan poblaciones contables simuladas en base a modelos ya preestablecidos por otros investigadores. En principio, se simulan poblaciones con bajas tasas de error, pero dados los resultados obtenidos se opta posteriormente por generar nuevas poblaciones con mayores tasas. Como ya queda explicado en el capítulo 2, el bootstrap es una técnica que puede emplearse con cualquier estimador y cualquier diseño muestral. El estimador que hemos escogido para la aplicación de dicha técnica es el estimador puntual del error monetario por el ratio muestral, de ahí que le llamemos estimador ratio-bootstrap, aunque, para abreviar, en el trabajo simplemente nos referimos a él como estimador BST.

El capítulo quinto contiene las Conclusiones, así como un esbozo de las cuestiones pendientes para futuras investigaciones.

El Anexo y la Bibliografía cierran el trabajo. En el Anexo se recogen los programas informáticos de elaboración propia así como el resumen de los resultados que hemos considerado más relevantes.

Finalmente, quiero hacer una mención especial al Dr. D. Roberto Escuder Vallés. No sólo debo a su influencia el hecho de que decidiera continuar la carrera docente en esta Universidad, sino que, además, sus consejos y dirección han sido determinantes en la elección del tema y realización de esta Tesis doctoral. También quiero agradecer el apoyo y sugerencias de mis compañeros del Departamento así como algunos profesores de otras universidades que no han dudado en ningún momento en ofrecerme su ayuda y colaboración.

## ***CAPITULO 1. AUDITORIA Y ESTADISTICA***

1.1. Introducción

1.2. Antecedentes históricos

1.3. Riesgos asociados a las pruebas de Auditoría

1.3.1. Materialidad e importancia relativa

1.3.2. Modelo de riesgo en Auditoría

1.3.3. Riesgo asociado a las pruebas estadísticas en auditoría

## 1.1 INTRODUCCION

Desde una perspectiva muy general, el término “auditoría “ significa control, verificación, inspección. De hecho, a nuestro alrededor escuchamos constantemente expresiones como “auditoría contable, auditoría de calidad, auditoría de medio ambiente, etc”. En cualquiera de estos casos se está haciendo referencia a la investigación o análisis de una determinada actividad, a través de la información que ésta genera (documentos, observación, experiencia, etc.), analizando el grado con que sus resultados se adecuan a criterios o normas preestablecidas. Por tanto, hablar de auditoría supone hablar de revisión, documentación, observación, verificación, pruebas, procedimientos, contrastación, etc.

Dentro de este contexto general del término, si lo acotamos y nos centramos en el ámbito financiero y contable, la auditoría supone la revisión y verificación de los documentos que tienen relación con los negocios y situación de la empresa, con el objetivo de emitir un informe que pueda tener efectos frente a terceros. El artículo 1 de la Ley y del Reglamento de Auditoría de Cuentas de 1990 la define claramente :

*“Se entenderá por auditoría de cuentas la actividad consistente en la revisión y verificación de documentos contables, siempre que aquella tenga por objeto la emisión de un informe que pueda tener efectos frente a terceros. La auditoría de cuentas anuales consistirá en verificar y dictaminar si dichas cuentas expresan la imagen fiel del patrimonio y de la situación financiera de la empresa o entidad auditada, así como el resultado de sus operaciones y los recursos obtenidos y aplicados en el periodo examinado de acuerdo con el Código de Comercio y demás legislación que le sea aplicable; también comprenderá la verificación de la concordancia del informe de gestión con dichas cuentas”*

En consecuencia, es evidente que el auditor en su práctica profesional realizará una serie de pruebas de auditoría con el objetivo de obtener la evidencia

suficiente que le permita emitir su informe profesional. Todas estas pruebas a realizar pueden clasificarse en cuatro grandes grupos:

- 1) Evaluación preliminar del sistema de control interno (SCI)
- 2) Pruebas de cumplimiento
- 3) Pruebas sustantivas
- 4) Revisión analítica

La evaluación preliminar del sistema de control interno supone investigar dicho sistema mediante la observación de los procedimientos empleados y realizar una primera evaluación de sus debilidades y fortalezas. Las pruebas de cumplimiento tienen por objeto verificar en qué grado se aplican los procedimientos establecidos por el sistema de control interno. A través de las mismas el auditor otorga un mayor o menor grado de confianza al SCI, influyendo decisivamente en la extensión de las pruebas sustantivas, cuyo objetivo se centra en establecer si en los estados financieros existen desviaciones dignas de mención entre los valores contabilizados y los valores reales. Finalmente, la revisión analítica supone comparar los datos contables entre ellos mismos y con otros datos externos, por ejemplo, datos referentes a ejercicios anteriores, ratios del sector, etc..

Es evidente que la auditoría no consiste en una revisión exhaustiva de toda la información contable que genera la empresa, puesto que si así fuera no sería una auditoría, sino más bien, una segunda contabilidad. Si a esto añadimos el continuo crecimiento de las empresas, con el consiguiente incremento de la información generada, no podemos asumir un incremento de las pruebas de auditoría proporcional al número y volumen de operaciones de las empresas. Deben realizarse pruebas más selectivas, de forma que puedan conseguirse los objetivos de auditoría con inversiones de tiempo razonables.

Desde esta perspectiva, la aplicación del muestreo estadístico por parte del auditor está más que justificado. Los métodos estadísticos de muestreo proporcionan,

fundamentalmente, objetividad en la determinación del tamaño muestral, en la selección de la muestra, y en la fiabilidad de las conclusiones. De aquí, que el muestreo estadístico complementa el juicio del auditor a la hora de valorar algunos aspectos de la evidencia descubierta. Esta objetividad proporcionada por los métodos estadísticos contrasta con la arbitrariedad de los métodos de muestreo a juicio, basado en la experiencia y el “saber hacer” del auditor. Con esto no estamos menospreciando el juicio profesional de los auditores, todo lo contrario, pero es cierto que el empleo de la estadística como herramienta complementaria en el proceso de auditoría, permite cuantificar la “calidad” de los resultados obtenidos. Además, esta objetividad se reafirma cuando surge la necesidad de justificar por vía jurisdiccional las opiniones emitidas en los informes de auditoría, situación no poco frecuente en países que cuentan con una larga tradición auditora (Canadá, Reino Unido, USA).

No existe, pues, un enfrentamiento entre los métodos estadísticos y los métodos de muestreo a juicio, todo lo contrario, ya que el buen juicio profesional del auditor resulta insustituible en todo el proceso de auditoría, e incluso puede ser aprovechado para diseñar planes estadísticos de muestreo más eficaces y apropiados a cada situación.

Las NTA<sup>1</sup>, en su párrafo 2.5.6 dejan clara la utilidad de los métodos estadísticos, legitimando al auditor a hacer uso de los mismos en su profesión.

*“..... Por lo tanto, puede llegar a una conclusión sobre un saldo, transacción o control, realizando pruebas de auditoría, mediante muestreo (estadístico o de selección en base subjetiva), mediante pruebas analíticas o a través de una combinación de ellas.*

*El muestreo estadístico es, en principio, el medio idóneo para determinar la extensión de las pruebas de auditoría y evaluar sus resultado....”*

---

<sup>1</sup> NORMAS TECNICAS DE AUDITORIA (BOICAC Nº 4) ICAC (1991)

Las manifestaciones institucionales a favor de la aplicación de las técnicas estadísticas en este campo son numerosas y se remontan bastante tiempo atrás. A continuación citamos algunas recomendaciones en este sentido:

AICPA<sup>2</sup> (1962) señala : “El comité es de la opinión que el uso del muestreo estadístico está permitido por los principios de contabilidad y auditoría generalmente aceptados”.

AICPA (1963) dice : “Para determinar la extensión de una prueba particular de auditoría y el método de selección de los elementos a examinar, el auditor debería considerar el uso de técnicas de muestreo estadístico, las cuales resultan ventajosas en ciertos aspectos”.

AICPA (1964) añade : “Después de que el juicio del auditor haya sido expresado para especificar la precisión y la fiabilidad deseadas, las fórmulas o tablas estadísticas pueden ser usadas en la determinación del tamaño de muestra que será suficiente para conseguir estos objetivos”

El CICA<sup>3</sup> (1968) también se manifestó en favor de la aplicación de la estadística en la auditoría, señalando lo siguiente: “El muestreo estadístico puede ser aplicado idealmente al examen de poblaciones con un gran número de elementos o transacciones.... y no debería descartarse como medio de selección de elementos de poblaciones de tamaños pequeños y medios”.

En 1972 la AICPA hizo una declaración institucional rotunda, estableciendo que “el muestreo estadístico es una de las técnicas útiles al auditor para conseguir sus objetivos. Para determinar qué técnica es apropiada a un conjunto particular de

---

<sup>2</sup> American Institute of Certified Public Accountants

<sup>3</sup> Canadian Institute of Chartered Accountants

circunstancias el auditor debería considerar cuidadosamente la eficacia de las técnicas alternativas”.

Ahora bien, como veremos en el capítulo siguiente, tal y como señalan Elliot y Rogers (1972), las poblaciones contables presentan una serie de particularidades que hacen que no todas las técnicas estadísticas de muestreo sean apropiadas a las mismas y los objetivos de auditoría, de manera que el auditor puede emplear el muestreo estadístico para descubrir evidencia sin advertir potenciales deficiencias en sus planes de muestreo, tal y como establecen Anderson y Leslie (1975). Estos autores alertan sobre la tendencia que han podido mostrar en algún momento algunos auditores en suponer que porque ciertos planes de muestreo estaban bien documentados en la literatura estadística comúnmente aceptada, automáticamente éstos eran apropiados para cualquier circunstancia planteada en una auditoría.

Es evidente, pues, que para conseguir mejorar el uso de las aplicaciones estadísticas en auditoría, se requiere más investigación conjunta entre auditores y técnicos estadísticos que fructifiquen en trabajos empíricos. En este sentido Kaplan (1975) fue muy conciso, al señalar lo siguiente: “Cuando comencemos a coleccionar sistemáticamente datos sobre el proceso de auditoría y a ajustar estos datos a un cuidadoso escrutinio científico incluyendo la construcción de modelos matemáticos y análisis estadístico, entonces estaremos en condiciones de desarrollar de manera más eficiente y efectiva los procedimientos de auditoría”.

## 1.2. ANTECEDENTES HISTORICOS

En 1956 la AICPA creó un comité<sup>4</sup> con el objetivo de estudiar la aplicabilidad del muestreo estadístico en auditoría. Desde su creación, el interés por estos temas ha sido creciente. La primera declaración oficial de este comité no se produjo hasta el año 1962 (AICPA, 1962), donde admitía que el uso del muestreo estadístico era permisible bajo principios de auditoría generalmente aceptados. En 1963 (AICPA, 1963) se produjo la segunda declaración manifestando que la aplicación del muestreo estadístico a las poblaciones contables proporcionaba medidas que no se podían obtener con el muestreo a juicio. En 1964 hubo un nuevo pronunciamiento (AICPA, 1964) en el que se relacionaban los conceptos de precisión y materialidad, y los de fiabilidad y razonabilidad del juicio del auditor. Con posterioridad apareció la “Statement on Auditing Procedure n° 54” publicada en Noviembre de 1972 (AICPA, 1972) y que reemplazó a la declaración de 1963. Fue en 1973 cuando la AICPA (AICPA, 1973) recogió todos estos pronunciamientos en su “Statement on Auditing Standards n° 1” . En 1992 aparece una nueva publicación de la AICPA dedicada al muestreo en auditoría.

A parte de estas declaraciones institucionales, son muchos los investigadores que a lo largo de este periodo han publicado numerosos artículos en relación al muestreo estadístico en el campo de la auditoría. Gran parte de estos trabajos giran en torno tres líneas de investigación :

1. *Características de las poblaciones contables.* Estudio de las variables que definen estas poblaciones (valor contable, error monetario, tasas de error en unidades monetarias y/o físicas) etc. Son muchos los autores que han investigado en este sentido con el objetivo de poder establecer modelos de comportamiento que acoten a las poblaciones de auditoría en general.

---

<sup>4</sup> “Committee on Statistical Sampling, AICPA”

2. *Diseños muestrales para poblaciones contables.* Por las propias características de las poblaciones contables, se invertido mucho esfuerzo investigador en el estudio de la fiabilidad de los distintos procedimientos de selección de muestras en estas poblaciones. Uno de los diseños muestrales más estudiados y aceptados ha sido el muestreo de unidades monetarias.

3. *Diseño de estimadores del error monetario.* Uno de los parámetros a estimar en las poblaciones contables es el error monetario. La aplicación de los estimadores de la inferencia clásica, basados en la distribución normal, no es fiable en poblaciones de auditoría, salvo en casos muy particulares, tal y como se muestra en muchos trabajos realizados al respecto. Es por esta razón por lo que una parte del esfuerzo investigador ha estado en la línea de diseñar estimadores que superen los obstáculos que las propias poblaciones de auditoría, por sus particulares características, presentan. De esta forma aparecieron los estimadores CAV (cota de Stringer, etc.), así como estimadores bayesianos.

Muchos de los trabajos publicados han tenido por objeto la investigación del muestreo de unidades monetarias, o bien, sobre la base de su aplicación, han perseguido otros objetivos. Uno de los primeros trabajos publicados sobre el muestreo de unidades monetarias fue el de Stringer (1963), fruto de sus investigaciones en el seno de la firma de auditoría Haskins & Sells. En 1967 dicha firma publicó una descripción de los procedimientos que venía utilizando, con el título "Haskins & Sells auditape systems manual".

Anderson R. y Teitlebaum A.D. (1973) desarrollaron una técnica de muestreo llamada DUS (Dollar unit sampling). La metodología presentada por estos autores utiliza el muestreo aleatorio en la selección de unidades monetarias.

Neter J. y Loebbecke J. (1975) estudiaron empíricamente distintos planes de muestreo (aleatorio de items, estratificado, unidades monetarias), analizando el

comportamiento de diferentes estimadores del error monetario bajo diversos escenarios.

En la actualidad, el desarrollo de la informática ha permitido incorporar nuevas técnicas cuya aplicación en la práctica era impensable tiempo atrás. Por ejemplo, Wendell (1993) introduce lo que él llama la SRD (distribución de referencia simulada). Clayton (1994) aplica la metodología bootstrap para la estimación del error monetario en poblaciones contables.

### **1.3. RIESGOS ASOCIADOS A LAS PRUEBAS DE AUDITORIA**

Si el trabajo del auditor consistiera en la revisión exhaustiva de toda la contabilidad de la empresa, obviamente podría emitir un informe en el que se reflejara con toda exactitud los posibles errores que pudieran existir en los estados financieros estudiados, así como proponer todos los ajustes pertinentes. En definitiva, el auditor no estaría asumiendo ningún riesgo a la hora de elaborar un dictamen al respecto de la salud económico-financiera de la empresa en cuestión. Evidentemente, esta labor es inviable por los elevados costes, tanto en tiempo como económicos, que supondría una revisión de tal envergadura. El trabajo de auditoría consiste, básicamente, en una revisión parcial de los movimientos contables habidos durante el ejercicio estudiado. Partiendo de esta base, el auditor está asumiendo un riesgo, dado que no todas las operaciones van a ser revisadas, sino sólo una parte de las mismas.

Son muchos los factores a considerar por el auditor para decidir el alcance de su trabajo, o en otras palabras, el volumen o cantidad de evidencia que necesitará verificar para satisfacerse de la razonabilidad de las cuentas anuales, y en función de estos factores pueden definirse distintos niveles de riesgo.

#### **1.3.1. Materialidad e importancia relativa**

Las N.T.A. sobre ejecución del trabajo, en su apartado 2.5.16., definen la importancia relativa como :

*“La magnitud o naturaleza de un error (incluyendo una omisión) en la información financiera que, bien individualmente o en su conjunto, y a la luz de las circunstancias que le rodean, hace probable que el juicio de una persona razonable, que confía en la información , se hubiera visto influenciado o su decisión afectada como consecuencia del error y omisión”*

La correcta determinación de la materialidad y del riesgo de auditoría es muy importante para establecer el alcance del trabajo de auditoría a realizar. El auditor, en función de los niveles de materialidad y riesgo, y de acuerdo con la información obtenida de la evaluación preliminar de los controles internos, realiza una planificación previa de la auditoría, donde fija los procedimientos de auditoría que deberán seguirse. Cuando la obtención de la evidencia se realice mediante la aplicación del muestreo estadístico, el auditor podrá utilizar el criterio estadístico para decidir si en el área auditada, los posibles errores encontrados son significativos o no, es decir, si puede asumir materialidad o no. Respecto a la fijación del nivel de materialidad, no hay un criterio fijo, sino que es el juicio profesional del auditor el que le guiará en el establecimiento de la cifra de materialidad global, a partir de la cual establecerá el error tolerable para cada una de las áreas auditadas. En sentido, las N.T.A. sobre “importancia relativa”<sup>5</sup> incluyen una guía orientativa de aspectos cuantitativos para la evaluación de la importancia relativa en la emisión del informe de auditoría, dejando claro que *“el auditor deberá tener en cuenta, en su caso, la naturaleza específica del sector al que se refiere su trabajo de auditoría, procediendo a justificar los parámetros utilizados para la fijación de la importancia relativa por referencia a las circunstancias concurrentes en dicho sector”*.

La materialidad, pues, tiene un carácter más bien subjetivo; dado que no hay ninguna norma fija con la que el auditor pueda apoyarse. El auditor, en función de las recomendaciones de las normas, de las peculiaridades de la entidad a auditar y de la valoración realizada sobre el control interno, planificará la materialidad y su distribución a lo largo de las diferentes áreas a auditar. Si el auditor aplica muestro estadístico para la obtención de la evidencia, los resultados obtenidos de la evaluación de la muestra, son los que se contrastarán con la cifra de materialidad fijada a priori. Obviamente, el criterio estadístico no es el único que utiliza el auditor, sino que se considera como una herramienta más que tiene a su disposición para la valoración de la realidad patrimonial de la empresa auditada.

---

<sup>5</sup> RESOLUCION de 30 de septiembre de 1997, del Presidente del Instituto de Contabilidad y Auditoría de Cuentas por la que se publica la NORMA Técnica sobre el concepto de “importancia

### 1.3.2. Modelo de riesgo en Auditoría

El *riesgo de auditoría* (RA) puede definirse como la probabilidad de emitir un informe de auditoría incorrecto, bien por opinar que las cuentas son correctas cuando no lo son, o bien, al contrario. Por tanto, el auditor debe fijar el RA de forma que éste sea aceptablemente bajo. La fijación del RA es determinante en lo que se refiere a la naturaleza y alcance de las pruebas de auditoría a realizar. Obviamente existe una relación inversa entre el RA y la cantidad de evidencia a obtener, y, en consecuencia, el coste de la auditoría. Un riesgo cero supondría una revisión total de los estados financieros. En la práctica se utilizan niveles de riesgo comprendidos entre un 10 % y un 1%. El valor a determinar para el RA dependerá de toda una serie de factores a considerar.

Diversos modelos se han desarrollado los cuales permiten al auditor formalizar los distintos factores que determinan el riesgo de auditoría. El modelo más conocido es el americano (SAS. 39), el cual es recogido por las Normas Técnicas de Auditoría españolas <sup>6</sup>. Establecen que el riesgo final del auditor es una combinación de tres riesgos diferentes:

a) *Riesgo inherente* (RI) : Está constituido por la posibilidad inherente a la actividad de la entidad de que existan errores de importancia en el proceso contable, del cual se obtienen las cuentas anuales.

b) *Riesgo de control* (RC) : Viene dado por la probabilidad de que existiendo estos errores de importancia no fueran detectados por los sistemas de control interno de la entidad.

c) *Riesgo de detección* (RD) : Es la probabilidad de que cualquier error de importancia que exista y no hubiera sido puesto de manifiesto por el sistema de

---

relativa". Boletín Oficial del ICAC.

<sup>6</sup> NTA. párrafo 2.4.24

control interno , no fuera a su vez detectado por la aplicación de las pruebas adecuadas de auditoría. Este riesgo puede descomponerse a su vez en dos componentes: *riesgo de la revisión analítica* (RRA) y *riesgo de muestreo sustantivas* (RMS).

De estos distintos niveles del RA, el auditor sólo puede fijar el valor del RD. Tanto el RI como el RC deberá estimarlos, y en función de las estimaciones obtenidas así como del RA establecido, fijará el valor para el RD.

El modelo general establece que el RA es igual al producto de los tres componentes:

$$RA = RI \cdot RC \cdot RD$$

De esta forma el RD con el que trabajará el auditor será:

$$RD = \frac{RA}{RI \cdot RC}$$

Desde un punto de vista estadístico, el considerar el RA como el producto de sus componentes es correcto matemáticamente, pero supone asumir a priori una serie de hipótesis iniciales “delicadas” que el auditor debe tener presente por las posibles implicaciones que puedan derivarse de las mismas.

Al relacionar los tres componentes, que en definitiva son tres probabilidades, mediante un producto, se está asumiendo la independencia entre ellos, de forma que podría decirse que el riesgo inherente sería independiente del riesgo de control interno y del riesgo de detección, y, a su vez, cada uno de estos últimos serían independientes de los otros dos. ¿Hasta qué punto esto es cierto? Las NTA en su párrafo 2.3. establecen los criterios a considerar para la evaluación del RI y del RC. Cabría preguntarse si el RC es totalmente independiente del RI, puesto que cualquier

auditor al que se le preguntase al respecto respondería que una estimación elevada del RI podría implicar una estimación también elevada del RC. Por tanto, no podemos asumir independencia estadística entre estos dos factores. En cuanto al RD, éste depende del tipo de pruebas que realice el auditor así como el alcance de las mismas. Además, si utiliza criterios estadísticos para el diseño de las mismas, el RD se traduce en el *nivel de confianza* “estadístico” asumido por el auditor en las pruebas que realice.

Con esta breve reflexión no queremos en absoluto quitarle validez al modelo, al contrario, pensamos que desagrega de forma muy clara los factores que determinan el riesgo global que asume el auditor en su profesión. Simplemente queremos llamar la atención al respecto de la interrelación entre el RI y el RC, de forma que podamos establecer una pequeña modificación en el modelo, quedando del siguiente modo:

$$RA = RI \cdot (RC_{/RI}) \cdot RD$$

En la práctica, el RI y el RC son evaluados y estimados por el auditor en base a su experiencia profesional y de acuerdo con lo establecido por las NTA<sup>7</sup>, por lo que cuando asigna los valores para estos dos riesgos, sí que está asumiendo la interdependencia que hay entre los mismos.

---

<sup>7</sup> NTA párrafo 2.3.

### 1.3.3. Riesgo asociado a las pruebas estadísticas en auditoría

El tercer componente del RA es el *riesgo de detección* (RD). A su vez, éste viene dado por otros dos componente: *el riesgo de revisión analítica* (RRA) y *el riesgo de muestreo sustantivo* (RMS). En términos de probabilidad podemos definir estos dos riesgos de la siguiente forma:

- **RRA:** Probabilidad de que, existiendo errores no detectados por el sistema de control interno, no sean detectados por procedimientos de revisión analítica aplicados por el auditor.
  
- **RMS:** Probabilidad de que, existiendo errores no detectados por el sistema de control interno, no lo sean por las pruebas sustantivas aplicadas por el auditor.

Es éste último, el riesgo de muestreo sustantivo, el que puede ser evaluado desde un punto de vista estadístico.

Obviamente, sólo en el caso en el que el auditor emplee un muestreo aleatorio y no subjetivo, podrá cuantificar el riesgo de las pruebas sustantivas, así como de cumplimiento, con criterios estadísticos, los cuales figurarán en los papeles de trabajo respaldando sus resultados en cada caso. La NTA (párrafo 2.3.) especifica claramente que si el muestreo es subjetivo, es decir, si el auditor selecciona bajo su criterio, éste debe justificar en los papeles de trabajo las razones sobre las que ha basado su decisión, así como el grado de confianza que él otorga a tal procedimiento. Obviamente, resulta, como dicen las normas, mucho más fácilmente justificable un criterio estadístico que un criterio “opinático”. A pesar de esto, no hay que menospreciar en absoluto la experiencia y el buen hacer del auditor como profesional, puesto que en muchas ocasiones, su criterio será tan válido o mejor que el estadístico.

El riesgo de detección puede expresarse como el producto de sus dos componentes, es decir, la probabilidad de que existiendo errores éstos no sean detectados por los procedimientos de revisión analítica ni por las pruebas sustantivas. El hecho de representar esta relación como un producto implica asumir la independencia entre los dos tipos de riesgo. Esta hipótesis es perfectamente asumible, quedando el modelo global de riesgo de la siguiente forma:

$$RA = RI \cdot RC \cdot RRA \cdot RMS$$

$$RMS = \frac{RA}{RI \cdot RC \cdot RRA}$$

El RMS se identifica, en principio, con el denominado  $\beta$ -risk (riesgo  $\beta$ ). En cualquier prueba de inferencia estadística pueden cometerse dos tipos de error (TIPO I y TIPO II con probabilidades  $\alpha$  y  $\beta$ ). Estas dos clases de error, y en terminología de auditoría, se traducen de la siguiente forma:

1. **ERROR TIPO I ( $\alpha$ -risk)** : Es la probabilidad de que el auditor concluya que el área contable auditada presenta errores materiales cuando realmente es correcta (*overauditing risk*).
2. **ERROR TIPO II ( $\beta$ -risk)** : Es la probabilidad de que el auditor decida que el área contable auditada es correcta cuando realmente no lo es, es decir, presenta errores materiales (*unwarranted risk*).

Las probabilidades respectivas para cada error son :

$$P(\text{ERROR TIPO I}) = \alpha$$

$$P(\text{ERROR TIPO II}) = \beta$$

En el siguiente cuadro se relacionan estos errores:

	<b>DECISION : NO MATERIALIDAD</b>	<b>DECISION : SI MATERIALIDAD</b>
<b>REALIDAD : NO MATERIALIDAD</b>	Probabilidad = <b>1 - <math>\alpha</math></b>	Overauditing risk <b>ERROR TIPO 1</b>  $\alpha$
<b>REALIDAD : SI MATERIALIDAD</b>	Unwarranted risk <b>ERROR TIPO II</b> Probabilidad = <b><math>\beta</math></b>	Probabilidad =  <b>1-<math>\beta</math></b>

El riesgo de muestreo sustantivo se identifica claramente con el error tipo II o  $\beta$ - risk. De hecho, este es el más peligroso para el auditor. Pensemos que el concluir, en términos generales, con un informe favorable cuando en la realidad existen errores materiales en la contabilidad auditada, puede suponerle al auditor, además de las indemnizaciones económicas a que pueda dar lugar, poner en tela de juicio su prestigio profesional. El error contrario, es decir, decidir que existe materialidad cuando no la hay, se traduce generalmente en revisiones más extensa sin mayores

consecuencias. Por tanto, el auditor debe controlar los dos niveles de riesgo, el primero ( $\beta$ -risk) por las consecuencias negativas que supone incurrir en él; el segundo ( $\alpha$ -risk) para evitar costes de auditoría innecesarios. A este respecto, **Arens y Loebbecke (1982)** establecen la relación inversa entre el  $\alpha$ -risk y el coste que supone incrementar el tamaño de la muestra, en cambio dejan claro que el  $\beta$ -risk siempre es importante para el auditor.

Diversos autores han puesto de manifiesto la gran importancia del error tipo II, hasta el punto que **Elliot y Rogers (1972)** señalan que “la minimización del  $\beta$ -risk total es la razón para la existencia de la Auditoría”. Estos mismos autores se preocuparon de estudiar aquellos factores que podían intervenir directamente en la determinación del nivel de  $\beta$ -risk en una prueba de cumplimiento y/o sustantiva. Según ellos, el auditor debería considerar la posibilidad de incrementar el nivel de  $\beta$ -risk asociado a una determinada prueba en función de la confianza asignada al sistema de control interno para evitar que se cometan errores materiales y la naturaleza y efectividad de otros procedimientos de auditoría efectuados.

Si los controles internos son excelentes y los otros procedimientos de auditoría ensayados merecen al auditor una consideración favorable, éste podrá pensar en flexibilizar la prueba permitiendo un mayor nivel de riesgo ( $\beta$ -risk). Por contra, si el sistema de control interno es débil, deberá rigorizarse la prueba estableciendo un nivel de  $\beta$ -risk que no pueda sobrepasarse bajo ningún concepto, puesto que la única fuente de evidencia será la prueba estadística a realizar.

**Elliot y Rogers (1972)** establecieron unos criterios para valorar el riesgo  $\beta$  en función del sistema de control interno y otros factores.

## ***CAPITULO 2. NATURALEZA DE LAS POBLACIONES CONTABLES***

2.1. Introducción

2.2. Distribución del valor registrado

2.3. Características del error en las poblaciones contables

2.3.1. Estimación del error monetario

2.3.2. La metodología bootstrap en la estimación del error

### 1.1. INTRODUCCION

Uno de los principales problemas que encuentra la metodología estadística aplicada a la auditoría viene dado por las características particulares que presentan las poblaciones contables en general. Son muchos autores los que han dedicado gran parte de su esfuerzo investigador a estudiar estas poblaciones con el objeto de poder establecer patrones de comportamiento de las mismas que permitan diseñar técnicas particulares mas adecuados. Los métodos de inferencia clásica basados en la aproximación normal no producen resultados fiables desde un punto de vista estadístico.

Una población contable, compuesta por N items, viene definida por las siguientes variables:

$Y_i$  → valor auditado del item i

$X_i$  → valor registrado del item i

$D_i$  → diferencia entre valor registrado y valor auditado ( $D_i = X_i - Y_i$ )

En general, la gran mayoría de los items investigados tendrán un  $D_i=0$ , y unos pocos un  $D_i \neq 0$ . Además, las diferencias no nulas pueden ser en dos direcciones:

$D_i > 0$  → **Error de sobredeclaración**. El valor registrado es superior al auditado.

$D_i < 0$  → **Error de subdeclaración**. El valor registrado es menor al auditado.

En el primer caso el valor total del error viene acotado por la derecha por el propio valor registrado ( $0 \leq D_i \leq X_i$ ). En el caso del error de subdeclaración, su valor monetario no puede acotarse (en valor absoluto) superiormente, lo cual plantea una problemática particular en cuanto a su estimación ( $0 \leq D_i \leq -\infty$ ). La proporción del error con respecto al valor registrado es la tasa de contagio:

$$t_i = \frac{(X_i - Y_i)}{X_i} = \frac{D_i}{X_i} \rightarrow \text{TASA DE CONTAGIO}$$

A partir de estas variables se definen los parámetros que caracterizan a toda población contable y que son objeto de estudio por parte del auditor.

$$V = \sum_{i=1}^N X_i \Rightarrow \text{VALOR TOTAL REGISTRADO}$$

$$Y = \sum_{i=1}^N Y_i \Rightarrow \text{VALOR TOTAL AUDITADO}$$

$$D = \sum_{i=1}^N (X_i - Y_i) = \sum_{i=1}^N D_i \Rightarrow \text{ERROR MONETARIO TOTAL}$$

$$X' = \sum_{i=1}^N X_i \cdot \delta_i \Rightarrow \text{VALOR MONETARIO DE LOS DOCUMENTOS}$$

ERRONEOS

siendo :

$$\delta_i = 1 \text{ si } t_i \neq 0$$

$$\delta_i = 0 \text{ si } t_i = 0$$

De las variables mencionadas, las dos fundamentales, sobre las cuales se han centrado la mayoría de los estudios realizados, son el valor registrado y el error monetario. El conocimiento de la distribución de cada una de ellas es clave para la estimación de los parámetros Y y D (valor total de la población y valor total del error). El uso de un método inadecuado puede producir fácilmente que el auditor llegue a una conclusión incorrecta o utilice un tamaño muestral mayor que el que hubiera utilizado con un método alternativo.

La selección del método estadístico a aplicar es complicada por las siguientes consideraciones:

1. El auditor no conoce a priori la forma exacta de la distribución
2. El valor registrado o contabilizado sí que es conocido, pero no el valor real. El valor real será conocido sólo para los items que formen parte de la muestra. Dado que lo que el auditor persigue es la estimación del error total presente en la población ( $D$ ), el conocimiento de  $X_i$  no resuelve el problema.
3. La distribución de la variable error ( $D_i$ ) es también desconocida, así como la distribución del mismo entre los distintos items que forman la población.

Es por estas razones por las que vamos a analizar algunos de los distintos trabajos dedicados al estudio del valor registrado y del error monetario.



## 2.2. DISTRIBUCION DEL VALOR REGISTRADO

La mayoría de los autores señalan la gran asimetría positiva que presenta la variable  $X_i$ . Arens (1982) establece que muchas poblaciones contables tienen un “gran número de pequeños valores y algunos grandes valores”. Son poblaciones muy asimétricas, lo cual supone un inconveniente a la hora de asumir el teorema central de límite. Es decir, no siempre podrá aceptarse la convergencia a la distribución normal, a no ser que se tomen muestras de tamaño elevado. En la práctica, esto no es una solución para el auditor, puesto que lo que éste demanda desde un punto de vista estadístico son métodos de estimación fiables que no precisen de grandes tamaños muestrales. Aquí reside uno de los grandes problemas que se encuentra la Estadística en la aplicación a la Auditoría contable.

Uno de los trabajos más completos y citados es el que realizaron Neter y Loebbecke (1975), en el cual estudiaron mediante técnicas de simulación el comportamiento de diversos estimadores y diseños muestrales en varias situaciones. Para ello, basándose en datos de auditorías reales, modelizaron las poblaciones contables en 4 tipos o modelos. Trabajos posteriores a éste, utilizaron estas cuatro estructuras poblacionales, para, mediante simulación, realizar diversas investigaciones al respecto del comportamiento estadístico de diferentes técnicas. Precisamente, estos cuatro patrones son los que, en el capítulo 4, utilizamos en nuestro trabajo de simulación. Respecto al origen de la información que emplearon para construir los cuatro patrones, el modelo 1 fue diseñado a partir del estudio de las cuentas pendientes de cobro de una compañía de transporte. El modelo 2 corresponde al inventario de una empresa de tamaño medio. El modelo 3 se construyó basándose en las cuentas pendientes de cobro de una empresa también de tamaño medio. Para el modelo 4 utilizaron las cuentas pendientes de cobro de una gran empresa. En los cuatro casos construyeron las distribuciones del valor registrado así como las del error monetario. A continuación incluimos las cuatro distribuciones de frecuencias correspondientes a los valores registrados de cada uno de ellos.

**POBLACION 1**

VALOR REGISTRADO	MARCA CLASE	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	F.REL ACUM	VALOR ACUM
( 0,01 - 0,5 )	0,255	3	0,0004	0,04%	0,00%
( 0,5 - 1 )	0,75	3	0,0004	0,07%	0,00%
( 1 - 2 )	1,5	1	0,0001	0,08%	0,00%
( 2 - 4 )	3	130	0,0156	1,65%	0,10%
( 4 - 8 )	6	430	0,0518	6,82%	0,73%
( 8 - 16 )	12	2212	0,2662	33,45%	7,29%
( 16 - 32 )	24	3241	0,3901	72,45%	26,49%
( 32 - 64 )	48	1211	0,1457	87,03%	40,84%
( 64 - 128 )	96	587	0,0706	94,09%	54,75%
( 128 - 256 )	192	312	0,0375	97,85%	69,54%
( 256 - 512 )	384	101	0,0122	99,06%	79,12%
( 512 - 1024 )	768	55	0,0066	99,72%	89,55%
( 1024 - 2048 )	1536	20	0,0024	99,96%	97,13%
( 2048 - 4096 )	3072	2	0,0002	99,99%	98,65%
( 4096 - 6870 )	5483	1	0,0001	100,00%	100,00%
		8309	1		

Fuente: Neter & Loebbecke (1975)

**POBLACION 2**

VALOR REGISTRADO	MARCA CLASE	F.ABS	F.REL	F.REL ACUM	VALOR ACUM
( 0,5 - 1 )	0,75	38	0,0069	0,69%	0,00%
( 1 - 2 )	1,5	37	0,0067	1,37%	0,00%
( 2 - 4 )	3	91	0,0166	3,03%	0,01%
( 4 - 8 )	6	174	0,0317	6,20%	0,04%
( 8 - 16 )	12	275	0,0502	11,22%	0,13%
( 16 - 32 )	24	440	0,0803	19,24%	0,41%
( 32 - 64 )	48	594	0,1084	30,08%	1,18%
( 64 - 128 )	96	712	0,1299	43,07%	3,01%
( 128 - 256 )	192	749	0,1366	56,73%	6,87%
( 256 - 512 )	384	753	0,1374	70,47%	14,64%
( 512 - 1024 )	768	628	0,1146	81,92%	27,58%
( 1024 - 2048 )	1536	551	0,1005	91,97%	50,31%
( 2048 - 4096 )	3072	290	0,0529	97,26%	74,23%
( 4096 - 8192 )	6144	137	0,0250	99,76%	96,83%
( 8192 - 9990 )	9091	13	0,0024	100,00%	100,00%
		5482	1,0000		

Fuente: Neter & Loebbecke (1975)

**POBLACION 3**

VALOR REGISTRADO	MARCA CLASE	F.ABS	F.REL	F.REL ACUM	VALOR ACUM
( 0,01 - 0,5 )	0,255	6	0,0009	0,09%	0,00%
( 0,5 - 1 )	0,75	7	0,0010	0,19%	0,00%
( 1 - 2 )	1,5	25	0,0036	0,54%	0,00%
( 2 - 4 )	3	77	0,0110	1,64%	0,00%
( 4 - 8 )	6	128	0,0182	3,46%	0,01%
( 8 - 16 )	12	318	0,0453	7,98%	0,03%
( 16 - 32 )	24	556	0,0791	15,90%	0,13%
( 32 - 64 )	48	744	0,1059	26,49%	0,37%
( 64 - 128 )	96	829	0,1180	38,29%	0,92%
( 128 - 256 )	192	929	0,1322	51,51%	2,15%
( 256 - 512 )	384	984	0,1401	65,51%	4,76%
( 512 - 1024 )	768	778	0,1107	76,59%	8,89%
( 1024 - 2048 )	1536	576	0,0820	84,79%	15,00%
( 2048 - 4096 )	3072	427	0,0608	90,86%	24,06%
( 4096 - 8192 )	6144	293	0,0417	95,03%	36,50%
( 8192 - 16384 )	12288	167	0,0238	97,41%	50,67%
( 16384 - 32768 )	24576	108	0,0154	98,95%	69,00%
( 32768 - 65536 )	49152	48	0,0068	99,63%	85,30%
( 65536 - 98163 )	81849	26	0,0037	100,00%	100,00%
		7026			

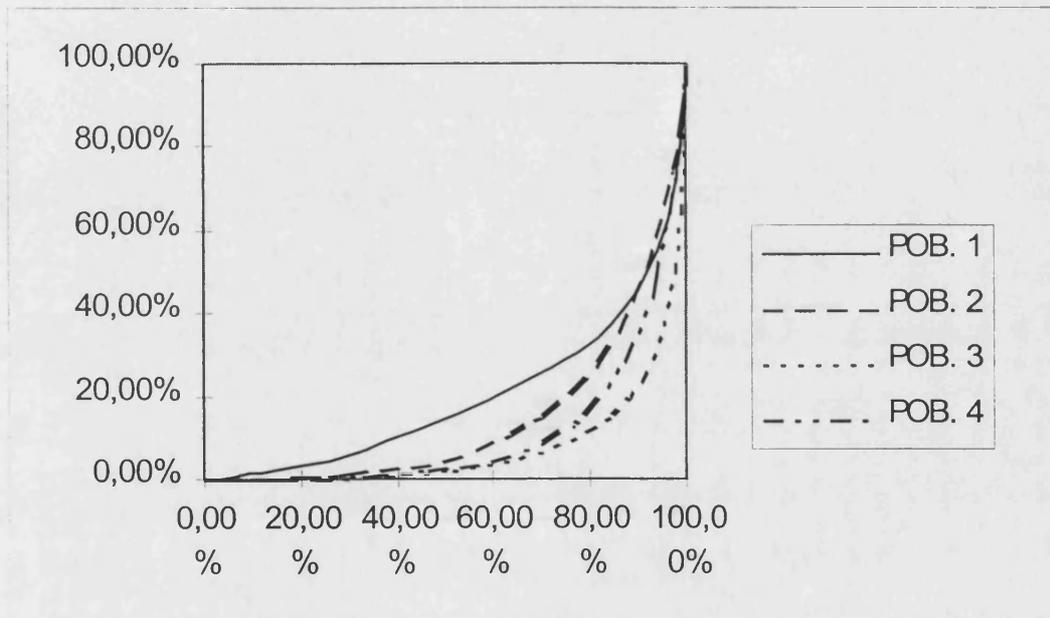
Fuente: Neter & Loebbecke (1975)

**POBLACION 4**

VALOR REGISTRADO	MARCA CLASE	F.ABS	F.REL	F.REL ACUM	VALOR ACUM
( 0,01 - 0,5 )	0,255	10	0,0025	0,25%	0,00%
( 0,5 - 1 )	0,75	24	0,0060	0,84%	0,00%
( 1 - 2 )	1,5	26	0,0064	1,49%	0,00%
( 2 - 4 )	3	79	0,0196	3,45%	0,00%
( 4 - 8 )	6	68	0,0169	5,13%	0,01%
( 8 - 16 )	12	172	0,0426	9,40%	0,03%
( 16 - 32 )	24	251	0,0622	15,62%	0,11%
( 32 - 64 )	48	281	0,0697	22,59%	0,28%
( 64 - 128 )	96	475	0,1178	34,37%	0,84%
( 128 - 256 )	192	509	0,1262	46,99%	2,05%
( 256 - 512 )	384	522	0,1294	59,93%	4,53%
( 512 - 1024 )	768	420	0,1041	70,34%	8,53%
( 1024 - 2048 )	1536	346	0,0858	78,92%	15,11%
( 2048 - 4096 )	3072	316	0,0784	86,76%	27,12%
( 4096 - 8192 )	6144	268	0,0665	93,40%	47,51%
( 8192 - 16384 )	12288	187	0,0464	98,04%	75,96%
( 16384 - 24929 )	24576	79	0,0196	100,00%	100,00%
		4033			

Fuente: Neter & Loebbecke (1975)

En el siguiente gráfico queda de manifiesto la alta concentración que existe en las cuatro distribuciones anteriores. El eje horizontal muestra el porcentaje acumulado de items y el vertical el valor registrado acumulado. Excepto para la primera estructura poblacional, el resto se caracteriza porque un 20 % de documentos acumula más de un 80 % del valor total registrado. Esta característica es propia de muchas de las poblaciones contables, consecuencia de la gran asimetría positiva que las caracteriza.



### 2.3. CARACTERISTICAS DEL ERROR EN POBLACIONES CONTABLES

Los auditores requieren información a priori sobre las características de los errores en las poblaciones contables, información al respecto de la frecuencia relativa de la variable error ( $D_i$ ) en una determinada área, el tamaño de los errores, su distribución, así como las posibles relaciones que pudieran existir con otras variables. El conocimiento sobre las características de las poblaciones contables y los errores que puedan contener es necesario para la planificación de los diseños muestrales tanto para pruebas de cumplimiento como para pruebas sustantivas.

Por ejemplo, cuando en una determinada población se espera una baja tasa de error, el uso de los estimadores de la razón y la diferencia no es aconsejable. Roberts (1978) plantea muy bien esta cuestión examinando el comportamiento de los diferentes procedimientos de muestreo así como los distintos estimadores del error monetario en diversas poblaciones con características varias, en cuanto al error y valor registrado. Hay que añadir que cuando las poblaciones son altamente asimétricas, característica común a la mayoría de poblaciones contables, el muestreo estratificado o con probabilidad proporcional al tamaño puede ser mucho más efectivo que el muestreo aleatorio simple. Autores como Stringer (1963), Anderson y Teitlebaum (1973), Neter y Loebbecke (1975), han dedicado también esfuerzos en conocer mejor el comportamiento del error monetario, intentando poder establecer patrones de comportamiento que permitan elegir mejor los procedimientos estadísticos a aplicar en cada caso.

Uno de los mejores modelos explicativos del comportamiento del error monetario es el que establecieron Neter, Johnson y Leitch (1985). Este modelo desagrega el error monetario total en un conjunto de tasas combinadas, de la siguiente forma:

La distribución de las tasas de contagio ( $t_i$ ) puede desagregarse en cuatro componentes

- 1.- Una distribución continua para  $t_i$  (subvaloraciones;)
- 2.- Una gran cantidad de  $t_i=0$
- 3.- Una distribución continua (0,1) para  $t_i < 100\%$  (sobrevaloraciones)
- 4.- Un conjunto de  $t_i = 100\%$

A partir de aquí, pueden definirse una serie de parámetros clave, los cuales pueden clasificarse en dos categorías: *incondicionales* y *condicionales*.

### 1. INCONDICIONALES

- $r$  : TASA ERROR TOTAL DE u.m.
- $r_1$  : TASA ERROR PARA  $t_i < 100$  (sobredeclaraciones)
- $r_2$  : TASA ERROR EN SUBDECLARACIONES
- $r_3$  : TASA ERROR  $t_i = 100$  (sobredeclaraciones)

$$r = r_1 + r_2 + r_3$$

Hay que señalar que las tasas anteriores reflejan, en cada caso, la proporción que representa la suma del valor registrado de los ítems considerados por cada una con respecto al valor total de la población.

$$r = \frac{X'}{V} \quad r_1 = \frac{X'_1}{V} \quad r_2 = \frac{X'_2}{V} \quad r_3 = \frac{X'_3}{V}$$

$$r = \frac{X'_1}{V} + \frac{X'_2}{V} + \frac{X'_3}{V}$$

- $X'$  → Valor registrado de los items con error
- $X'_1$  → Valor registrado de los items con errores de sobredeclaración  
( $t_i < 100\%$ )
- $X'_2$  → Valor registrado de los items con errores de subdeclaración
- $X'_3$  → Valor registrado de los items con errores de sobredeclaración  
( $t_i = 100\%$ )

## 2. CONDICIONALES

- $p_1$  → proporción de  $t_i$  no igual a 100 % (SOBREDECLARACIONES)
- $p_2$  → proporción de  $t_i$  (SUBDECLARACIONES)
- $p_3$  → proporción de  $t_i = 100\%$  (SOBREDECLARACIONES)
- $\mu_1$  → tasa de error en unidades monetarias correspondiente a sobredeclaraciones inferiores al 100 %
- $\mu_2$  → tasa de error en unidades monetarias correspondiente a subdeclaraciones
- $\mu$  → **tasa de error en unidades monetarias de la población**

$$p_1 = \frac{X'_1}{X'} \quad p_2 = \frac{X'_2}{X'} \quad p_3 = \frac{X'_3}{X'}$$

$$\mu = \frac{D}{V} \quad \mu_1 = \frac{D_1}{X'_1} \quad \mu_2 = \frac{D_2}{X'_2}$$

$D_1$  → Suma errores monetarios de sobredeclaración inferior al 100 %

$D_2$  → Suma errores monetarios de subdeclaración

de forma que :

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

$$r = rp_1 + rp_2 + rp_3$$

$$\mu = r(p_1\mu_1 - p_2\mu_2 + p_3)$$

Esta expresión final, no es más que la desagregación de la ecuación fundamental en la que se basan los diseños muestrales de unidades monetarias.

$$D = V \cdot \frac{X'}{V} \cdot \frac{D}{X'}$$

puesto que :

$$\mu = D/V$$

$$r = X' / V$$

$$p_1\mu_1 - p_2\mu_2 + p_3 = D / X'$$

CAPITULO 2. NATURALEZA DE LAS POBLACIONES CONTABLES

Clayton (1994) utilizó este modelo para generar un gran número de poblaciones de error variando los parámetros anteriores. Incluimos aquí el ejemplo utilizado por Clayton para ilustrar mejor el significado de cada uno de los parámetros vistos. Considera una población contable compuesta por 6 items, sobre la cual se extrae una muestra de cuatro unidades monetarias, las cuales identifican a cuatro items, de la forma siguiente:

DOCUMENTO	VALOR REGISTRADO $X_i$	VALOR REGISTRADO ACUMULADO	NUMEROS ALEATORIOS	VALOR AUDITADO $Y_i$
1	70	70	25	63
2	30	100		30
3	40	140	103	45
4	100	240	141,240	0
5	50	290		50
6	10	300		10

Fuente: Clayton (1994)

A partir de estos valores se definen las variables error y tasa de contagio:

DOCUMENTO	ERROR $D_i$ $(X_i - Y_i)$	TASA DE CONTAGIO $t_i$
1	7	0.10
2	0	0
3	-5	-0.125
4	100	1
5	0	0
6	0	0

La muestra, pues, estaría formada por cuatro items:

$$(7, 40, 100, 100)$$

El último item se repite dos veces, dado que los dos últimos números aleatorios utilizados para la selección lo identifican. Las cuatro tasas de contagio serían:

$$(0.1, -0.125, 1, 1)$$

De esta forma, los parámetros incondicionales y condicionales quedarían del siguiente modo:

### CONDICIONALES

$$r_1 = 70/300 = 0.233$$

$$r_2 = 40/300 = 0.133$$

$$r_3 = 100/300 = 0.334$$

$$r = (70 + 40 + 100) / 300 = 0.7$$

### INCONDICIONALES

$$p_1 = 70/210 = 0.334$$

$$p_2 = 40/210 = 0.190$$

$$p_3 = 100/210 = 0.476$$

Finalmente, la tasa de contagio global ( $\mu$ ) la calculamos del siguiente modo:

$$\mu = r(p_1\mu_1 - p_2\mu_2 + p_3)$$

$$\mu = 0.7(0.334(0.1) - 0.190(0.125) + 0.476) = 0.340$$

Si calculamos los parámetros generales de la población, comprobaremos que el modelo de Neter supone una desagregación de la tasa de error total en distintas tasas en función de la naturaleza del error del ítem: subdeclaraciones, sobredeclaraciones, errores al 100 %.

Basándose en datos obtenidos de auditorías reales, Johnson, Leitch y Neter (1981) estudiaron, entre otras cuestiones, la posible relación funcional que pudiera existir entre estas dos variables. Para ello realizaron un análisis de regresión lineal y no lineal sin llegar a una conclusión convincente. En ningún caso de los estudiados podía establecerse una clara relación, del tipo que fuera, entre el error y el valor registrado de los ítems. Aunque sí que pusieron de manifiesto que podía observarse una tendencia, tal y como describen Neter y Loebbecke (1975), de una mayor variabilidad de  $D_i$  en poblaciones con valores registrados mayores.

En un trabajo posterior, estos autores (1985) analizaron si podía establecerse algún tipo de relación entre la tasa de contagio y el valor registrado para los ítems que contenían un error monetario. Llegaron a la conclusión de que existe una relación inversa entre  $t_i$  y  $X_i$ . Este resultado hay que asumirlo como una tendencia sobre la que, en principio, no puede establecerse ninguna relación funcional. También analizaron la tasa de error en unidades monetarias ( $D/V$ ), mostrando la distribución de esta variable para cuentas a cobrar e inventarios. El conocimiento de la tasa de error es fundamental a la hora de planificar un diseño muestral basado en unidades monetarias. De todas formas, no hay que olvidar que estos autores trabajan sobre un conjunto de datos referidos a unas auditorías en las que se ha empleado muestreo estadístico, es decir, sólo trabajan con las muestras, por lo que estas conclusiones hay que tomarlas con ciertas reservas.

Posteriormente, Ham, Losell y Smieliuskas (1985) realizaron también un estudio sobre las características de error, basándose en los datos de las auditorías realizadas a 20 empresas durante 5 años. Estos autores, además de realizar un análisis descriptivo de las tasas de error encontradas a través de sus distribuciones, magnitud

y signo, investigaron una serie de factores de comportamiento que podrían tener relación con la existencia de errores, tanto en términos relativos como absolutos. Entre estos factores cabe destacar el área auditada, el sector al que pertenece la empresa, dimensión, etc.

### 2.3.1. Estimación del error monetario

Los métodos diseñados para la estimación del parámetro error monetario (D) podemos clasificarlos en 3 grupos :

- a) Métodos clásicos
- b) Métodos bayesianos
- c) Métodos CAV

#### a) Métodos clásicos

Los estimadores clásicos, es decir, aquellos basados en la aproximación normal para el establecimiento de intervalos de confianza, fueron los primeros en ser aplicados a poblaciones contables. Concretamente nos estamos refiriendo a los estimadores de media por unidad, diferencia, razón y regresión.

En principio, la aplicación de estos estimadores aportaba al auditor poder establecer cotas para el error bajo un criterio estadístico, de forma que pudiera comparar éstas con el nivel de error “tolerable” establecido

Ahora bien, dadas las particularidades ya comentadas de las poblaciones contables, estos estimadores resultan poco fiables. De hecho, se han realizado diversas investigaciones a este respecto, dirigidas a valorar la precisión y fiabilidad de los intervalos de confianza producidos. Precisión en cuanto al sesgo y dispersión que puedan darse y fiabilidad en cuanto a estudiar el grado en que el nivel de confianza real coincide con el nivel de confianza nominal o prefijado.

Con respecto a la precisión, Baker y Copeland (1979) comparan la varianza de estos cuatro estimadores, estableciendo diversas situaciones en las que unos son mejores que otros. Si, por ejemplo, el error monetario y el valor registrado están muy correlacionados, los estimadores de la regresión y razón presentan una menor varianza que el de media por unidad o el de la diferencia. Pero si, por el contrario, la correlación es baja, son estos dos últimos los que tienen una menor dispersión.

En cuanto a la fiabilidad, la no concordancia entre el nivel de confianza nominal y el real es debido, entre otros factores, al sesgo que pueden presentar, consecuencia de las bajas tasas de error, tanto en unidades monetarias como en unidades físicas, y la gran asimetría del valor registrado, que produce distribuciones muestrales también asimétricas.

Frost y Tamura (1986) investigaron la fiabilidad, centrándose en el estudio del comportamiento de los intervalos de confianza contruidos a partir del estimador de la diferencia, estableciendo la poca fiabilidad debida a la asimetría de las distribuciones muestrales, por lo que la aproximación normal no resulta adecuada.

Stringer (1963) también cuestionó la utilización de los estimadores de la diferencia y de la razón, alegando, entre otras razones, el hecho de que en muestras que contengan cero errores las varianzas serán nulas, no pudiendo acotar el error en un intervalo.

Neter y Loebbecke (1975) también estudiaron el comportamiento de estos estimadores bajo distintas condiciones, observando, entre otras cuestiones, una relación inversa entre la tasa de error y la fiabilidad. Cuando la tasa de error es baja, los niveles de confianza nominal de los intervalos de confianza contruidos con los estimadores de razón o diferencia, difieren bastante de los niveles reales.

Aunque las hipótesis de normalidad son muy restrictivas, pueden utilizarse como meros indicadores o como una primera aproximación en cuanto a posibles tamaños muestrales o fiabilidades.

### Métodos bayesianos

Los procedimientos bayesianos suponen la asignación de una distribución de probabilidad a priori para el error monetario. Parten de la consideración de dos características muestrales :

$r$  → Número de errores encontrados en la muestra

$t_i$  → Tasas de contagio correspondientes a los errores detectados.

En general , entre las distribuciones que los tratadistas asignan a  $r$ , suele utilizarse la distribución binomial  $B(n,p)$ . En cuanto a  $t_i$  las más utilizadas son la exponencial, uniforme o normal. Entre los diversos procedimientos propuestos podemos citar los de Cox y Snell (1979), Godfrey y Neter (1984), Felix y Grimlund (1977).

Los modelos propuestos presentan también sus inconvenientes. Por un lado asumen la independencia entre la proporción muestral del error en cuanto a unidades erróneas y la media de la tasas de contagio. Por otro lado se está asumiendo como hipótesis de partida una distribución para el error, la cual puede ser conocida en algunos casos, pero no siempre. Un desarrollo minucioso de los distintos modelos bayesianos propuestos podemos encontrarlo en Vázquez (1992).

### Métodos CAV

Los estimadores CAV<sup>1</sup> proporcionan una cota superior para el error monetario. No precisan de ninguna suposición inicial al respecto de la distribución de la población, sino únicamente el número de errores encontrados, sus tasas de contagio y el valor total registrado de la población. Sus ventajas residen en la sencillez de uso y en que, si se encuentran cero errores en la muestra, siempre producirán una cota no nula. El inconveniente principal es que producen estimaciones muy conservadoras, es decir, los niveles de confianza reales superan a los niveles de confianza nominales.

---

<sup>1</sup> COMBINED ATTRIBUTES-VARIABLES

Las cotas CAV aplicables son las siguientes :

1. Cota de Stringer o de los errores ordenados
2. Cota de los errores máximos
3. Cota del error medio
4. Cota de Neter y Loebbecke

Todos estos estimadores son de aplicación exclusivamente bajo muestreo de unidades monetarias. Su objetivo no reside en la estimación de un parámetro, sino en el establecimiento de una cota o límite superior para el error monetario, partiendo de la información relativa al número de errores encontrados en la muestra y a las tasas de contagio correspondientes a estos errores.

La cota de Stringer, conocida también como la cota de los errores ordenados, es la más utilizada. El resto son realmente variaciones hechas sobre la misma. Los estudios comparativos existentes muestran que, en general, ninguna de las cotas desarrollados a partir de la inicial (Stringer) es mejor en términos absolutos. En el capítulo siguiente, dedicado al muestreo de unidades monetarias, la desarrollamos minuciosamente. Es la que utilizaremos posteriormente en nuestro estudio de simulación.

### **2.3.2. La metodología bootstrap en la estimación del error**

Ninguno de los métodos mencionados resulta totalmente convincente a la hora de estimar el error monetario. Los métodos clásicos porque precisan de la hipótesis de normalidad, difícilmente asumible en poblaciones contables; los métodos bayesianos, al contrario, asumen hipótesis a priori que no siempre van a ajustarse a la realidad, y los métodos CAV porque resultan demasiado conservadores, desconociéndose, además, sus distribuciones muestrales. Bajo este contexto, cualquier innovación es importante y, en este sentido, vamos a considerar esta metodología.

Los métodos bootstrap (BST) son relativamente recientes, dado que, a pesar de que las primeras propuestas aparecen sobre los años 50, no es hasta que se produce el desarrollo de la informática cuando su aplicación a problemas prácticos se hace realidad.

Las técnicas BST pueden ser aplicables a cualquier problema de estimación estadística, y con cualquier estimador. Hay muchos casos, como en el que nos encontramos, en los que no se conoce la distribución de la población, o bien, conociéndola no puede asumirse la hipótesis de normalidad para los estimadores utilizados. Precisamente, una de las grandes ventajas del BST es que prescinde desde el principio de cualquier hipótesis acerca de la distribución, ya que es el propio método el que genera una distribución empírica ( $F^*$ ) del estimador, a partir de la cual obtiene su dispersión así como los intervalos de confianza.

Siguiendo a Efron (1993), el método bootstrap puede resumirse en los siguientes pasos:

1. Extracción de una muestra aleatoria de tamaño  $n$  de una población de  $N$  elementos. Esta muestra se le conoce como *muestra inicial*.
2. A partir de la muestra inicial se obtienen  $B$  muestras de tamaño  $n$  mediante muestreo aleatorio con reemplazamiento, las cuales se conocen como *muestras bootstrap*.
3. Sobre cada una las  $B$  muestras BST se aplica el estimador de interés ( $\hat{\theta}^*$ ), obteniendo de esta forma  $B$  estimaciones del parámetro a estimar ( $\theta$ ).
4. A partir de las  $B$  estimaciones se obtiene una estimación puntual del parámetro  $\theta$ , así como una estimación de la dispersión del estimador, que en este caso será el estimador BST.

A partir de la población formada por  $N$  elementos, se extrae una muestra aleatoria de tamaño  $n$ , llamada *muestra inicial* o *muestra base*.

$$X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

Para la extracción de la muestra inicial de  $n$  elementos, Efron (1993) no especifica si es con o sin reposición. Ahora bien, si el tamaño de la población es lo suficientemente grande, las diferencias que puedan darse entre un diseño y otro serán insignificantes. En nuestro trabajo de simulación que desarrollamos en el capítulo 4, la muestra inicial de la que partimos para la aplicación del BST es obtenida mediante muestreo de unidades monetarias sin reposición CELDA-DUS (ver capítulo 3). Existen antecedentes, como por ejemplo el estudio de Clayton (1994), en el que aplica el método bootstrap mediante simulación partiendo de muestras generadas mediante muestreo de unidades monetarias, con el objetivo de poder llegar a establecer una cota combinada para el error monetario.

De la muestra inicial, se obtienen B muestras con reemplazamiento de tamaño igual a la muestra original (n). Estas muestras son las muestras bootstrap.

$$\text{MUESTRA BST 1} \rightarrow X^{*1} = (x_{11}^*, x_{12}^*, \dots, x_{1n}^*)$$

$$\text{MUESTRA BST 2} \rightarrow X^{*2} = (x_{21}^*, x_{22}^*, \dots, x_{2n}^*)$$

...

$$\text{MUESTRA BST B} \rightarrow X^{*B} = (x_{B1}^*, x_{B2}^*, \dots, x_{Bn}^*)$$

En cuanto al valor de B, número de muestras BST a extraer de la inicial, Efron (1993) señala que 1000 es una cifra suficiente. De hecho, es este valor para B el que hemos utilizado en nuestra simulación.

Obtenidas las muestras BST se aplica sobre las mismas el estimador ( $\hat{\theta}$ ) de interés. De esta forma se obtendrán B estimaciones del parámetro a partir de las B muestras BST. Independientemente de cual sea el estimador inicial elegido, el estimador BST construido a partir de la información de las muestras BST se obtiene como la media aritmética de las B estimaciones, de forma que:

MUESTRA BST	ESTIMADOR
$X^{*1}$	$\hat{\theta}^{*1}$
$X^{*2}$	$\hat{\theta}^{*2}$
$X^{*B}$	$\hat{\theta}^{*B}$

De esta forma, el estimador BOOTSTRAP sería:

$$\hat{\theta}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}^{*b}$$

La estimación de la variabilidad de estimador BST se obtiene, tal y como señala Efron (1993), como la varianza correspondiente a la distribución de las B estimaciones BST, de la siguiente forma:

$$\hat{\sigma}_B = \sqrt{\frac{\sum_{b=1}^B [\hat{\theta}^{*b} - \hat{\theta}^*]^2}{B - 1}}$$

La pregunta fundamental reside en si la varianza del estimador BST será siempre menor que la del estimador de origen sin aplicar el remuestreo en la muestra inicial. A esta cuestión, y siempre desde la perspectiva de las poblaciones contables, intentaremos responder en el capítulo siguiente con el análisis empírico.

Al principio hemos comentado que la metodología BST tiene sentido aplicarla cuando los estimadores a utilizar tienen un comportamiento muy condicionado por las propias características de la población objeto de estudio. Este es el caso en el que nos encontramos. Por ejemplo, los estimadores clásicos, que pueden presentar sesgos importantes y sobreestimaciones de la varianza aplicados a poblaciones contables. Uno de los objetivos de esta metodología radica precisamente en poder establecer intervalos de confianza que dependan menos de las características poblacionales, o sean más robustos con respecto éstas.

La obtención de intervalos de confianza BST se basa en la distribución empírica del estimador, obtenida a partir de las muestras BST. Esta distribución puede visualizarse a través de histograma producido por las B estimaciones, y es con esta información con la que se trabaja para la construcción de los intervalos de confianza. Un método de obtener un intervalo de confianza bootstrap, sin necesidad

de asumir ninguna distribución teórica para el estimador, es considerar los percentiles de la distribución empírica ( $F^*$ ). Asumiendo ésta como una buena aproximación a la distribución del estimador en cuestión, podemos obtener fácilmente un intervalo de confianza mediante los percentiles de la misma. Este método se le conoce como el método del percentil-bst. Básicamente consiste en calcular los percentiles correspondientes a los dos extremos del intervalo directamente sobre la distribución empírica producida por las  $B$  estimaciones BST.

Supongamos que deseamos obtener un intervalo de confianza ( $L_{inf}, L_{sup}$ ) con un nivel de confianza de  $(1-\alpha)$  para el parámetro a estimar.

$$P(\theta \in [L_{inf}, L_{sup}]) = 1 - \alpha$$

Por este método, los extremos del intervalo de confianza se obtendrían de la siguiente forma:

$$L_{inf} = 100 \cdot (\alpha/2) \text{ percentil de } F^*$$
$$L_{sup} = 100 \cdot (1 - \alpha/2) \text{ percentil de } F^*$$

El extremo izquierdo se corresponde con el percentil  $100 \cdot (\alpha/2)$  de la distribución empírica, y el extremo derecho con el percentil  $100 \cdot (1-\alpha/2)$ .

En cuanto al comportamiento estadístico de este intervalo, Efron (1993) señala que cuando la distribución empírica es normal, el intervalo del percentil y el obtenido asumiendo normalidad son bastante similares. Ahora bien, cuando la distribución es asimétrica, los resultados difieren de forma significativa. Una gran ventaja que presenta el método del percentil radica en que, independientemente de la forma de la distribución del estimador, no es necesario buscar la transformación que la normalice.

Otros autores, como Hall (1986) y Beran (1987) han propuesto nuevos métodos de obtención de intervalos de confianza basándose también en la distribución empírica.

## ***CAPITULO 3. MUESTREO DE UNIDADES MONETARIAS***

### **3.1. Introducción**

### **3.2. Fundamentos del muestreo de unidades monetarias**

### **3.3. Planificación del plan de muestreo**

### **3.4. Tamaño muestral**

### **3.5. Técnicas de selección aleatoria aplicadas al MUM**

#### **3.5.1. Algunas consideraciones en cuanto al intervalo de muestreo**

### **3.6. Probabilidades de selección en MUM**

### **3.7. Evaluación de los resultados muestrales**

#### **3.7.1. Estimación del MUEL sin considerar las tasas de contagio**

#### **3.7.2. La introducción de la tasa de contagio en la evaluación**

### **3.8. Los componentes del MUEL**

#### **3.8.1. Efecto de la tasa de contagio en los componentes del MUEL**

#### **3.8.2. Obtención de la cota de Stringer a partir de los componentes del MUEL**

### **3.9. Ventajas y limitaciones del MUM**

### 3.1. INTRODUCCION

La estimación del error monetario en poblaciones contables plantea ciertas dificultades consecuencia de las propias características de las mismas. Uno de los principales problemas para el auditor estriba en las bajas tasas de error, tanto en unidades monetarias como en unidades físicas, que va a encontrarse frecuentemente. Si a esto añadimos la gran asimetría que suele caracterizarlas, la aplicación del muestreo aleatorio simple, así como los estimadores basados en la distribución Normal, puede conducir a resultados bastante alejados de la realidad.

Dado, pues, que la probabilidad de encontrar un error es tan baja, una primera solución sería utilizar muestras de tamaño considerable. Supongamos, como ejemplo, que la tasa de error en una determinada población es de un 1 % ( $p=0,01$ ). Esto supone que la probabilidad de encontrar un error sería de 0,01. Si extraemos una muestra de tamaño 100 ( $n=100$ ), y modelizamos la probabilidad de encontrar  $x$  errores a través de una distribución de Poisson, ya que se trata de sucesos “raros”, la probabilidad de no encontrar ningún error en dicha muestra, sabiendo que la tasa de error de la población es del 1 %, sería  $P(x = 0) = e^{-np} = e^{-1} = 0,3678$ . Es decir, aproximadamente en el 37 % de las muestras no encontraríamos ningún error. Si consideramos  $p=0,001$ , la probabilidad de no encontrar ningún error en una muestra de tamaño 100 aumenta hasta el 90 %.

Pero la problemática va más allá del hecho de que la ocurrencia de un error sea baja, y por tanto, las probabilidades de detección en las muestras lo sean también. Hay que considerar que cuando un error es detectado en un elemento de la población contable (item de inventario, saldo de cliente, factura de ventas, etc.), debe ser valorado. Es decir, la muestra debe permitirnos extrapolar sus resultados a la población, en definitiva, estimar el error monetario total presente en la misma, y poder concluir con una “confianza estadística” si el error es material o no. Esta es la pregunta que intenta resolver el muestreo de unidades monetarias (MUM), ¿ cómo pueden valorarse los errores si son “raramente” detectados?

En principio, podríamos pensar en la aplicación de los métodos de estimación de variables, tales como el Ratio y la Diferencia, basados en el Teorema Central de Límite. Pero el hecho de estar trabajando con sucesos "raros" hace inapropiado la aplicación de estos estimadores.

La alternativa que plantea el MUM comienza precisamente con la aplicación de una distribución estadística adecuada para la modelización de sucesos raros, se trata de la distribución de Poisson. A partir de ella se plantean las posibles estrategias para valorar los errores y extrapolarlos.

En general, una población contable viene definida por las siguientes variables:

$Y_i$  → valor auditado del ítem  $i$

$X_i$  → valor registrado del ítem  $i$

$D_i$  → diferencia entre valor registrado y valor auditado ( $D_i = X_i - Y_i$ )

La gran mayoría de los ítems investigados tendrán un  $D_i=0$ , y unos pocos un  $D_i \neq 0$ . Además, las diferencias no nulas pueden ser en dos direcciones:

$D_i > 0$  → **Error de sobredeclaración**. El valor registrado es superior al auditado.

$D_i < 0$  → **Error de subdeclaración**. El valor registrado es menor al auditado.

En el primer caso el valor total del error viene acotado por la derecha por el propio valor registrado ( $0 \leq D_i \leq X_i$ ). En el caso del error de subdeclaración, su valor monetario no puede acotarse superiormente, lo cual plantea una problemática particular en cuanto a su estimación ( $0 \leq D_i \leq -\infty$ ).

### **3.2. FUNDAMENTOS DEL MUESTREO DE UNIDADES MONETARIAS**

El muestreo de unidades monetarias (MUM) es una de las estrategias adoptadas por los auditores para investigar poblaciones contables caracterizadas por bajas tasas de error. Se aplica tanto en pruebas sustantivas como en pruebas de cumplimiento. La forma tradicional de abordar estas pruebas ha sido mediante el muestreo de unidades físicas, esto es, muestreo de documentos (facturas, albaranes, asientos, etc.). Sin embargo, este tipo de muestreo ha sido bastante criticado por los prácticos, dado que se concede la misma importancia a todos los documentos, independientemente de su importe. Por ello, entre otras técnicas, se recurría a la estratificación por importes. Una alternativa, desarrollada en el seno de Haskins & Sells, fue el diseñar un procedimiento de muestreo que dependiera de los importes monetarios, esto es, un muestreo del tipo proporcional, apareciendo de este modo el MUM.

El MUM se caracteriza, fundamentalmente, en que la unidad física (documento) pasa a un segundo término, realizándose la selección de la muestra en función de los importes monetarios. De esta forma se pretende que cada documento tenga una probabilidad de ser seleccionado aproximadamente proporcional a su importe.

La diferencia fundamental entre el muestreo de unidades monetarias y el muestreo de unidades físicas, radica en que el primero considera como unidad de muestreo la unidad monetaria, mientras el segundo considera el documento contable. En planes de muestreo basados en la unidad monetaria, la probabilidad de que un elemento cualquiera de la población sea incluido en la muestra es proporcional a su valor contable, es decir, a su tamaño en unidades monetarias. En consecuencia, aquellos documentos o transacciones cuyo valor en libros sea más alto tendrán mayor probabilidad de ser seleccionados, a diferencia del muestreo de unidades físicas donde todos tienen igual probabilidad. La población a investigar, pues, está constituida por un número de unidades monetarias (ptas., etc.) equivalente al importe monetario total contabilizado de la cuenta que se revisa (clientes, inventario, etc.).

**3.3. PLANIFICACION DEL PLAN DE MUESTREO**

Consideremos una población contable de N elementos con un valor total registrado igual a V, sobre la que se pretende seleccionar una muestra de tamaño n aplicando un diseño basado en unidades monetarias. A partir de las variables que caracterizan a cualquier población contable (capítulo 2), puede definirse la siguiente ecuación, que ilustra cómo se opera en los planes de MUM:

$$D = V \cdot \frac{X'}{V} \cdot \frac{D}{X'}$$

Consecuentemente con dicha ecuación, se pueden clasificar estos planes en dos grandes grupos:

a) Aquellos que consideran ( $D/X'=1$ ). Esta hipótesis supone asumir que cualquier error monetario detectado es igual al valor registrado del documento correspondiente. Estos están dirigidos a tratar las pruebas de cumplimiento, en las que lo que se pretende investigar es la presencia o no de error en los documentos contables. También resultan una modelización, conservadora, para las pruebas sustantivas en cuanto a sobrevaloraciones.

b) Aquellos que admiten diferentes fracciones individuales de contagio. Permiten tratar con diferentes aproximaciones las pruebas sustantivas, en las que el objetivo es el establecimiento de una cota superior para el error monetario.

En este segundo caso, la ecuación es el punto de partida de los distintos criterios de evaluación utilizados para la estimación del parámetro D, o una cota del mismo. Por un lado considera la proporción que representa la suma del valor registrado de los documentos que presentan algún error monetario con respecto al valor total registrado y, por otro, una tasa de contagio global que podría obtenerse a partir de las tasas de contagio de cada uno de los documentos erróneos.

### **3.4. TAMAÑO MUESTRAL**

La aplicación del MUM supone, en principio, conocer o establecer 3 datos a priori:

1. *El valor total de la población (V).*
2. *El nivel de confianza (1-β).*
3. *El umbral de materialidad (UEL o MUEL).*

El valor de V siempre será conocido por el auditor. En cuanto al nivel de confianza, las pruebas de auditoría deben diseñarse en función del β-risk, o probabilidad de que existiendo errores materiales, éstos no sean detectados como tales. El valor asignado a este parámetro dependerá de la evaluación que el auditor haga del sistema de control interno así como de la aplicación del modelo de riesgo en auditoría. En cuanto al umbral de materialidad, representa, bien en términos absolutos (MUEL)<sup>1</sup> o en términos relativos (UEL), el importe en unidades monetarias o su proporción con respecto al valor total registrado, a partir del cual el auditor establece que existe materialidad, es decir, que asumiría la existencia de errores monetarios “importantes”.

A partir de estos datos iniciales, estamos en condiciones de aplicar la metodología del MUM para el cálculo del tamaño muestral. Modelizando el número de errores encontrados en una muestra de unidades monetarias de tamaño “n” por una distribución de Poisson de parámetro

$$\lambda = n \cdot UEL = n \cdot \frac{MUEL}{V}$$

---

<sup>1</sup> UEL son las siglas correspondientes a “Upper error limit”. Puede definirse el equivalente del UEL en términos monetarios, es decir, el MUEL (Monetary upper error limit), obteniéndose como sigue:  
MUEL=UEL\*V

Para cada nivel de confianza puede calcularse el denominado *factor de confiabilidad*, que no es más que el parámetro lambda de la distribución de Poisson, habiendo fijado un número de errores máximo permitido para un nivel de confianza (o su complementario  $\beta$ ). La ecuación general a partir de la que se obtienen los factores de confiabilidad que permitirán calcular tamaños muestrales es la siguiente:

$$P(r \leq k \mid (D/V \geq UEL)) \leq \sum_{r=0}^k \frac{e^{-(n \cdot UEL)} (n \cdot UEL)^r}{r!} \leq \beta$$

Esta inecuación nos dice que la probabilidad de encontrar un número de errores en la muestra menor o igual a k, condicionado a que la proporción del error monetario presente en la población a investigar supera el UEL establecido, es como máximo  $\beta$ . Obviamente, conforme exijamos una mayor confianza, es decir un menor  $\beta$ , o lo que es lo mismo, la probabilidad de decidir que no hay materialidad cuando sí la hay, implicará, como veremos más adelante, incrementar el tamaño muestral, es decir, incrementar el alcance de nuestro trabajo.

A partir de esta desigualdad se construye la tabla por todos conocida en la que quedan expresados los distintos valores del factor de confiabilidad (n·UEL), los cuales vienen expresados en función de k y de (1- $\beta$ ). Tomando la tabla como base podemos construir infinitas tablas que contengan los distintos tamaños muestrales según el valor de k y el UEL que establezca el auditor.

La obtención del factor se realiza por un proceso iterativo. A modo ilustrativo, si suponemos un riesgo  $\beta=0,05$  y un número de errores máximo permitido de k=2, la inecuación quedaría del siguiente modo:

$$P(r \leq 2 / D / V \geq UEL) \leq e^{-n \cdot UEL} + e^{-n \cdot UEL} \cdot (n \cdot UEL) + \frac{e^{-(n \cdot UEL)} \cdot (n \cdot UEL)^2}{2} =$$

$$= 0,05$$

Mediante iteraciones se obtiene:

$$\lambda = n \cdot UEL = 6,3$$

La tabla quedaría de la siguiente forma:

<b>FACTORES UEL</b>					
Nº ERRORES	NIVEL DE CONFIANZA (1-β)				
	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99
0	1,61	2,30	3,00	3,69	4,61
1	2,99	3,89	4,74	5,57	6,64
2	4,28	5,32	6,29	7,22	8,40
3	5,51	6,68	7,75	8,77	10,04
4	6,72	7,99	9,15	10,24	11,60
5	7,90	9,27	10,51	11,66	13,10
6	9,07	10,53	11,84	13,05	14,57
7	10,23	11,77	13,14	14,42	15,99
8	11,37	12,99	14,43	15,76	17,40
9	12,51	14,20	15,70	17,08	18,78
10	13,65	15,40	16,96	18,39	20,14

El tamaño muestral (n) se obtiene fácilmente por el cociente entre el *factor de confiabilidad* y el UEL:

$$n = \frac{\lambda_r}{UEL} = \frac{n \cdot UEL}{UEL}$$

Por ejemplo, si se decide trabajar con un nivel de confianza del 95 %, y se admite una cota superior de error (UEL) de un 2 %, el tamaño muestral que precisa admitiendo tres errores sería:

$$n = (\text{FACTOR}(\beta=0,05 ; k=3)) / UEL = 7,76 / 0.02 = 388$$

De esta forma tan sencilla podemos construir tantas tablas como queramos para tamaños muestrales en función del UEL establecido. Como ejemplo incluimos dos (página siguiente), una para un UEL= 1 % y otra para un UEL= 3 %.

TAMAÑO MUESTRAL (UEL = 0,01)					
N° ERRORES	NIVEL DE CONFIANZA (1-B)				
	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99
0	161	230	300	369	461
1	299	389	474	557	664
2	428	532	629	722	840
3	551	668	775	877	1004
4	672	799	915	1024	1160
5	790	927	1051	1166	1310
6	907	1053	1184	1305	1457
7	1023	1177	1314	1442	1599
8	1137	1299	1443	1576	1740
9	1251	1420	1570	1708	1878
10	1365	1540	1696	1839	2014

TAMAÑO MUESTRAL (UEL = 0,03)					
N° ERRORES	NIVEL DE CONFIANZA (1-B)				
	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99
0	54	77	100	123	154
1	100	130	158	186	221
2	143	177	210	241	280
3	184	223	258	292	335
4	224	266	305	341	387
5	263	309	350	389	437
6	302	351	395	435	486
7	341	392	438	481	533
8	379	433	481	525	580
9	417	473	523	569	626
10	455	513	565	613	671

No hay que olvidar que en la metodología MUM, los elementos de la población a muestrear son las unidades monetarias y no los items contables. Si, por ejemplo, el tamaño muestral a utilizar es  $n=100$ , supone que deberán ser seleccionadas 100 unidades monetarias, y no 100 documentos. Lo que sí es cierto es que cada una de estas unidades monetarias o cada una de estas pesetas identificará posteriormente un documento, saldo, item, etc. contable. Estas consideraciones, que son bastante obvias, son fundamentales a la hora de evaluar los resultados muestrales, dado que, desde un punto de vista estadístico, en ningún momento se está seleccionando una unidad física. Consecuencia de ello hay que tener presente también en todo momento que las tasas de error con las que se trabaja, tanto la muestral como el error tolerable (UEL), siempre vienen referidas a unidades monetarias.

Bajo estas consideraciones cabe hacer una primera reflexión en cuanto a la futura evaluación y estimación del error. Fijémonos que en ningún momento hemos hablado de, por ejemplo, facturas, sólo de pesetas. Por tanto, cuando la muestra se traduzca en documentos, habrá que valorar los errores monetarios que puedan existir en ellos, y utilizar esta información para la estimación final.

Otra consideración a realizar es la dependencia que puede haber entre el tamaño de la población ( $V$ ) y el tamaño muestral ( $n$ ). Como hemos visto, éste lo obtenemos por el cociente entre el factor de confiabilidad y el error tolerable (UEL). Ahora bien, si el error tolerable viene establecido por el auditor como un porcentaje sobre el total, el valor de  $n$  será “relativamente” independiente de  $V$ . Pero si este error, o materialidad, viene reflejado en términos absolutos, el tamaño muestral requerido llega a ser directamente proporcional al tamaño de la población. Esto puede observarse claramente en la fórmula expresando el UEL en función del MUEL:

$$n = \frac{\lambda}{UEL} = \frac{\lambda}{\frac{MUEL}{V}} = V \cdot \frac{\lambda}{MUEL}$$

Desde un punto de vista teórico, el auditor podría plantearse como incógnita tanto  $n$  como  $\lambda$  o el UEL. Como ejemplo ilustrativo, muy sencillo, consideremos una partida de clientes con un saldo de 100 millones de pesetas. El auditor podría plantearse tres supuestos:

1° SUPUESTO: Estableciendo un umbral de materialidad del 3 %, decidir si el error presente en la población supera este porcentaje o no (si es o no material), admitiendo como máximo 2 errores en la muestra, con un nivel de confianza del 95 %.

2° SUPUESTO: El auditor decide extraer un muestra de tamaño 210 y encuentra dos errores. ¿Con qué nivel de confianza puede asumir un error monetario como máximo del 3 %?

3° SUPUESTO: El auditor decide extraer una muestra de tamaño 210 en la que encuentra dos errores. Con un nivel de confianza del 95 %, ¿cuál el máximo error tolerable?

## SUPUESTO 1

VALORES ESTABLECIDOS:

$$\text{UEL} = 3 \% \Rightarrow \text{MUEL} = 100.000.000 * 0,03 = 3.000.000$$

$$1 - \beta = 0,95$$

$$k = 2$$

INGOGNITA = n

$$n = \lambda(\beta=0,05 ; k=2) / \text{UEL} = 6,29 / 0.03 = 210$$

INTERPRETACION:

Extrayendo una muestra de 210 unidades monetarias, si no contiene más de 2 errores, el auditor podrá concluir con un nivel de confianza del 95 % que el error presente en la población no supera los 3 millones de pesetas.

## SUPUESTO 2

VALORES ESTABLECIDOS:

$$n = 210$$

$$\text{UEL} = 3 \% \Rightarrow \text{MUEL} = 100.000.000 * 0,03 = 3.000.000$$

$$k = 2$$

INGOGNITA =  $1 - \beta$

En este caso podemos recurrir directamente a la tabla para tamaños muestrales construida para un UEL del 3 %. Como puede observarse, para un número de errores igual a dos y un tamaño muestral de 210, el nivel de confianza sería del 95 %.

INTERPRETACION:

Extraída una muestra de 210 u.m. en la que se han encontrado dos errores, el auditor puede concluir con un nivel de confianza del 95 % que el error monetario de la población no supera los tres millones de pesetas.

### SUPUESTO 3

VALORES ESTABLECIDOS:

$$n = 210$$

$$1 - \beta = 0,95$$

$$k = 2$$

INGOGNITA = UEL

En este supuesto el auditor acudiría a sus tablas de tamaños muestrales, o a su programa informático, y buscaría en que tabla se verifica para el 95 % de confianza y 2 errores encontrados un tamaño muestral de 210. La tabla que cumple estos dos requisitos es la correspondiente a un UEL del 3 %.

INTERPRETACION:

Con un nivel de confianza del 95 % se aceptaría un máximo error monetario en la población de 3 millones de pesetas

Obviamente, estos supuestos son una simplificación de lo que en la práctica puede suponer la aplicación del MUM, pero resultan muy idóneos para entender mejor qué hay detrás de las “distintas” fórmulas que podemos encontrar según las fuentes que consultemos. Las empresas de Auditoría, en sus aplicaciones MUM utilizan sus propios criterios para valorar cada uno de los parámetros a utilizar en el cálculo de tamaños muestrales, pero bien es cierto que la metodología básica, aquí expresada, es la misma en todos los procedimientos MUM utilizados en la práctica diaria de la profesión.

### 3.5. TECNICAS DE SELECCIÓN ALEATORIA APLICADAS AL MUM

Obtenido el tamaño muestral,  $n$ , debe procederse a la extracción de  $n$  números aleatorios. La selección de muestras de unidades monetarias requiere el uso de un proceso que, siendo operativo y sencillo de aplicar, cumpla con los objetivos del MUM. El método de selección utilizado mayoritariamente está basado en el denominado *intervalo de muestreo* ( $J$ ).

El procedimiento habitualmente utilizado es conocido como CELDA-DUS. Parte del intervalo de muestreo, el cual se obtiene por el cociente entre el valor total registrado y el tamaño muestral.

$$J = \frac{V}{n} \rightarrow \text{Intervalo de muestreo}$$

Obtenido  $J$  se divide toda la población en  $n$  intervalos. Dentro de cada uno de ellos se seleccionará una unidad monetaria que finalmente identificará un documento contable. Pueden darse dos casos:

- a) Selección a intervalo fijo.
- b) Selección a intervalo variable.

El método de selección a intervalo fijo, supone obtener un número aleatorio de una distribución uniforme  $U(0,J)$ . Este número aleatorio identificará la unidad monetaria “a seleccionar” del primer intervalo. A partir de ésta simplemente hay que ir sumando  $J$ , de forma que sistemáticamente se irán identificando las  $n$  unidades monetarias que componen la muestra, cada una de ellas dentro de cada uno de los  $n$  intervalos de muestreo.

El método de selección variable es similar al anterior, pero con la diferencia de que deben obtenerse tantos números aleatorios como intervalos existan. Es decir,

para cada intervalo, sumamos al extremo izquierdo el número aleatorio correspondiente, identificando de esta forma la unidad monetaria que entrará a formar parte de la muestra, y, en consecuencia, el documento correspondiente.

Obviamente, la utilización de este procedimiento supone que aquellos documentos cuyo importe sea superior a J siempre serán seleccionados. Esto no es ningún inconveniente, al contrario, al auditor siempre le interesará que los documentos de mayor importe se encuentren en la muestra seleccionada.

Veamos un pequeño ejemplo de selección por el método CELDA-DUS a intervalo fijo.

Supongamos un valor registrado total de la población de 1000 millones de pesetas. Fijados los parámetros iniciales, el tamaño muestral resulta ser de 100, de forma que:

- $V = 1.000.000.000$
- $J = 1.000 \text{ millones} / 100 = 1.000.000 \text{ millón.}$
- Número aleatorio extraído de una distribución  $U(0 ; 1.000.000) = 426.000$

VALOR REGISTRADO $x_i$	ACUMULADO	UNIDAD MONETARIA SELECCIONADA	DOCUMENTO SELECCIONADO
850.000	850.000	426.000	85.000
300.000	1.150.000	-	-
280.000	1.430.000	1.426.000	280.000
425.000	1.855.000	-	-
760.000	2.615.000	2.426.000	760.000
-	-	-	-
-	-	-	-
-	-	-	-

De forma sistemática, se continuaría sumando J identificando en cada intervalo el documento a seleccionar.

**3.5.1. Algunas consideraciones al respecto del intervalo de muestreo**

Como hemos visto, la obtención de J implica, en principio, establecer el tamaño muestral (n). Ahora bien, partiendo de la fórmula del tamaño muestral podemos, mediante simples operaciones matemáticas, expresar J en función sólo del error tolerable establecido por el auditor y del factor de confiabilidad.

$$n = \frac{\lambda}{UEL} = \frac{\lambda}{\frac{MUEL}{V}}$$

Despejando V/n (J) llegamos a:

$$J = \frac{MUEL}{\lambda}$$

Esta expresión resulta muy significativa, puesto que una vez establecido por parte del auditor el nivel de materialidad así como el factor de confiabilidad, el cual recordemos depende del nivel de confianza y del número de errores permitido, puede calcularse J sin necesidad de conocer el valor total de la población y sin haber calculado previamente el tamaño muestral.

Supongamos, como ejemplo, que se establece un nivel de materialidad en 50.000 unidades monetarias, con un nivel de confianza del 90 % y el auditor planifica de forma que admite hasta dos errores en la muestra para poder concluir que

CAPITULO 3. MUESTREO DE UNIDADES MONETARIAS

no hay materialidad en la población. De esta forma, el intervalo de muestreo sería el mismo independientemente del valor registrado total de la población. En el cuadro siguiente puede apreciarse esta particularidad, pues sea cual sea el valor poblacional, si la planificación del procedimiento de auditoría comienza con el establecimiento de estos parámetros ( $\beta$  y MUEL), J es el mismo en todos los casos.

VALOR POBLACION (V)	MATERIALIDAD (MUEL)	UEL (MUEL/V)	TAMAÑO MUESTRAL PARA UN NIVEL DE CONFIANZA DEL 90 % Y UN n° ERRORES MAXIMO PERMITIDO DE 2 ( $\lambda=5,32$ ) $n=(\lambda/UEL)$	J (V/n)
5.000.000	50.000	0,010	532	9398,49
1.000.000	50.000	0,050	107	9398,49
600.000	50.000	0,083	64	9398,49
400.000	50.000	0,125	43	9398,49
200.000	50.000	0,250	22	9398,49

Con un objetivo puramente ilustrativo, los intervalos de muestreo se han calculado considerando la cifra del tamaño muestral con sus decimales correspondientes. Obviamente, en la realidad, estas cifras se redondean, tal y como se expresan en la tabla, por lo que si las consideramos sin sus decimales encontraremos pequeñas diferencias entre los distintos intervalos.

**3.6. PROBABILIDADES DE SELECCION EN MUM**

Tenemos que distinguir dos probabilidades distintas. Por un lado, la probabilidad de seleccionar una unidad monetaria y por otro, la probabilidad de seleccionar un documento contable.

**a) Probabilidad de selección de una unidad monetaria (P(um.))**

Tal y como esta diseñado el MUM, es evidente que esta probabilidad es la misma para todas las unidades monetarias, es decir, para las V unidades monetarias que integran la población. Si consideramos un intervalo de muestreo, la probabilidad de que una unidad monetaria cualquiera sea seleccionada es:

$$P(um.) = \frac{1}{J}$$

Si consideramos toda la población, la probabilidad de que una unidad monetaria de entre la V que componen la población sea seleccionada será, en principio:

$$P(um.) = P(J) \cdot P(um./J) = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{J} = \frac{1}{n \cdot J} = \frac{1}{V}$$

**b) Probabilidad de selección de un documento contable (P(X))**

**b.1. Dentro del intervalo de muestreo.**

En general, podemos establecer que para un intervalo de muestreo determinado la probabilidad de que un documento que se encuentre dentro de éste sea seleccionado es:

$$- \text{Si } X_i < J \Rightarrow P(X_i) = \frac{X_i}{J}$$

$$- \text{Si } X_i \geq J \Rightarrow P(X_i) = 1$$

Es decir, la probabilidad de selección para un ítem contable es directamente proporcional a su valor registrado, de forma que si el valor en libros supera al intervalo de muestreo, este documento siempre será seleccionado. Por tanto, una vez fijado el J, el auditor seleccionará todos aquellos ítems cuyo valor sea mayor al J. De esta forma, los ítems con mayor valor registrado tendrán mayor probabilidad de ser seleccionados.

b.2.) Dentro de la población

La probabilidad de que un documento, sea cual sea, entre a formar parte de la muestra es proporcional al valor del documento:

$$\text{Si } X_i < J \Rightarrow P(X_i) = P(J) \cdot P(X_i / J) = \frac{1}{n} \cdot \frac{X_i}{J} = \frac{X_i}{n \cdot J} = \frac{X_i}{V}$$

Por tanto, queda claro que el muestreo de unidades monetarias es un muestreo del tipo proporcional al tamaño, con el matiz de que si éste supera a J, la probabilidad es la unidad. Ahora bien, hay que matizar que la aplicación del método sistemático CELDA-DUS conlleva unas implicaciones cuyas consecuencias veremos en el capítulo siguiente mediante la simulación. La probabilidad de seleccionar un intervalo de muestreo es (1/n) siempre y cuando se seleccionen aleatoriamente con reposición los n intervalos sobre los que se extrae la muestra. El método CELDA-DUS no selecciona aleatoriamente los intervalos, sino que, de forma sistemática, extrae una unidad monetaria de cada uno de ellos. Este método de extracción afecta, obviamente, las probabilidades de selección, tanto de unidades monetarias como de ítems.

### 3.7. EVALUACION DE LOS RESULTADOS MUESTRALES

Seleccionada la muestra, uno de los objetivos del auditor es establecer una cota superior para el error monetario (MUEL) de la población objeto de estudio. Este valor estimado del MUEL será el que el auditor comparará posteriormente con el nivel de materialidad establecido que le permita concluir con una confianza estadística si puede asumir o no materialidad en la población. Ahora bien, el hecho de que el planteamiento del MUM surge de la aplicación de una distribución de probabilidad discreta, y, en consecuencia, de un muestreo de atributos, implica ciertas complicaciones a la hora de estimar el error monetario. Esta problemática podemos resumirla diciendo que a partir de un diseño muestral basado en atributos se pretende estimar una variable: el error que contiene la población. Con el objetivo de llegar a la expresión final del estimador del MUEL por excelencia, nos referimos a la cota de Stringer, vamos a considerar dos supuestos: Un primer supuesto en el que no se incluyen las tasas de contagio de los errores encontrados en la muestra, y un segundo en el que sí se tienen en cuenta dichas tasas.

#### 3.7.1. Estimación del MUEL sin considerar las tasas de contagio

Una primera aproximación de la estimación del MUEL se obtiene de la expresión inicial utilizada para el cálculo del tamaño muestral. De esta forma puede expresarse el MUEL en función del intervalo de muestreo y del factor de confiabilidad, que a su vez depende del número de errores encontrados y del nivel de confianza.

$$n = \frac{\lambda}{UEL} = \frac{\lambda}{\frac{MUEL}{V}} \Rightarrow MUEL = \frac{\lambda \cdot V}{n} = \lambda \cdot J$$

En principio, pues, se podría estimar el MUEL como el producto del factor de confiabilidad por el intervalo de muestreo, siendo este factor el correspondiente al número de errores encontrados en la muestra y al nivel de confianza preestablecido. Esta sencilla fórmula supone que si aparece un documento con error, sea cual sea el valor monetario de éste, dicho error se considera igual al 100 % del valor registrado del documento seleccionado. Esto supone asumir una hipótesis conservadora al respecto de las valoraciones de los errores monetarios encontrados. Es decir, no se utiliza toda la información que proporciona la muestra, puesto que frecuentemente el error monetario será una tasa con respecto al valor registrado inferior a la unidad.

Para entender mejor las implicaciones de lo anterior veamos un sencillo ejemplo. Supongamos que se desea estimar el error monetario en la cuenta de clientes y, para un nivel de confianza del 95 %, se ha obtenido un intervalo de muestreo de 1.000.000 ptas. Se selecciona una “peseta errónea”, por tanto, un apunte erróneo. Supongamos que este apunte está registrado por 100.000 y su valor auditado es de 30.000, existiendo, pues, un error de sobredeclaración de 70.000 ptas. Aplicando la expresión anterior, podríamos llegar a dos conclusiones distintas para el MUEL, según consideremos que la unidad monetaria en cuestión pertenece a las 30.000 u.m. correctas o a las 70.000 incorrectas, es decir, o consideramos que hemos encontrado un error o todo lo contrario. De esta forma, los dos valores para el MUEL los calcularíamos como sigue:

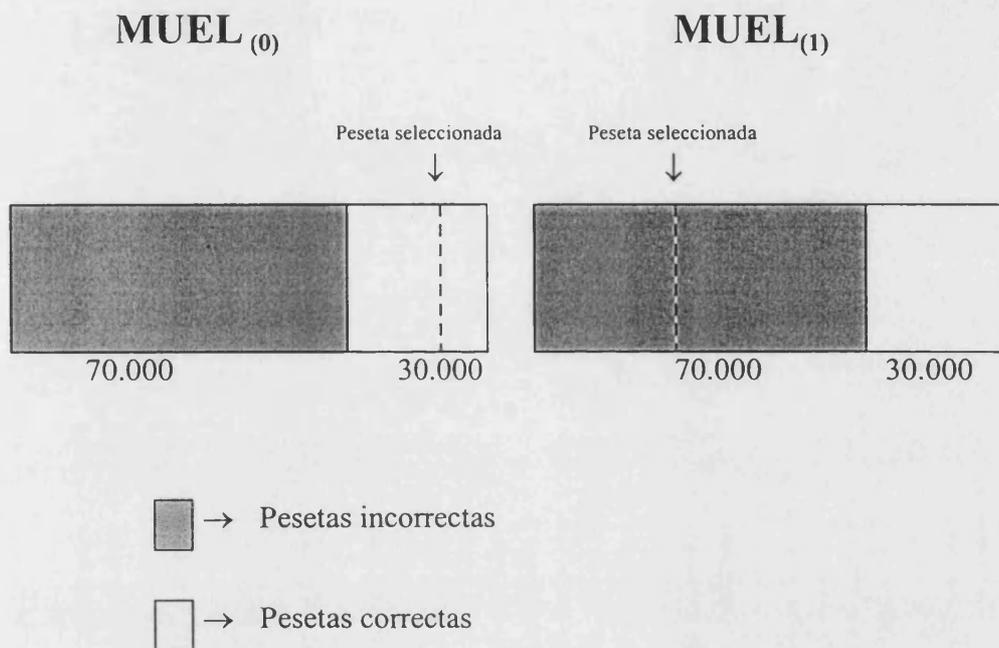
a) Se considera que la unidad monetaria es correcta :

$$MUEL_{(0)} = \lambda_{(\beta = 0,05; K=0)} \cdot J = 3 \cdot 1.000.000 = 3.000.000$$

b) Se considera que la unidad monetaria es incorrecta :

$$MUEL_{(1)} = \lambda_{(\beta = 0,05; K=1)} \cdot J = 4,74 \cdot 1.000.000 = 4.740.000$$

Las siguientes figuras muestran gráficamente las dos posibilidades.



Conviene precisar que en ninguna de las dos consideraciones que acabamos de hacer se ha actuado correctamente respecto de la realidad, ya que lo que se ha encontrado es un documento registrado por 100.000 pts. que debería haberlo sido por 30.000. Por lo tanto, hay un error de sobrevaloración del 70 % del valor registrado y no un documento correcto en el supuesto de que la u.m. seleccionada perteneciera a las 30.000 correctas, o bien erróneo si dicha u.m. se encontrara entre las 70.000 incorrectas. En consecuencia, este matiz nos lleva a la consideración de las tasas de contagio en la estimación del MUEL, cuestión que analizamos en el siguiente subapartado.

**3.7.2. La introducción de la tasa de contagio ( $t_i$ ) en la evaluación**

Cuando en un documento existe un error monetario, como es el caso del ejemplo anterior, se hace necesario establecer un criterio para ubicar e identificar con exactitud cuáles son las u.m. erróneas, puesto que la u.m. seleccionada podría ser correcta o incorrecta, dentro del documento que identifica. Así, en el ejemplo, el 70 % de las ptas. del item seleccionado son incorrectas. El criterio a utilizar es considerar que la unidad monetaria seleccionada está “contagiada o contaminada” en la proporción del error que presenta el documento con respecto a su valor registrado. Es decir, la pta. seleccionada presentaría una tasa de contagio de un 70 %. El cálculo de la tasa de contagio se haría de la siguiente forma :

$$t_i = \frac{X_i - Y_i}{X_i} \Rightarrow \text{En el ejemplo} \Rightarrow t_1 = \frac{100.000 - 30.000}{100.000} = 0,7 \Rightarrow 70\%$$

¿De qué forma la incorporación de esta información afectaría a la estimación del MUEL del ejemplo anterior? Intuitivamente podemos pensar que el incremento que se produce en el MUEL por el hecho de encontrar un error debería ser ponderado por la magnitud del mismo, de forma que la estimación, considerando la tasa de contagio del 70 % de este error, sería:

a) Si asumimos el criterio conservador, por el cual cuando un documento erróneo es encontrado se le supone una tasa de contagio del 100 %, la variación de  $MUEL_{(0)}$  y  $MUEL_{(1)}$  se ponderaría por 1 :

$$MUEL_{(1)} = MUEL_{(0)} + (MUEL_{(1)} - MUEL_{(0)}) = 3.000.000 + 1.740.000 = 4.740.000$$

b) Si asumimos el criterio mencionado, la ponderación de la variación sería 0,7 :

$$\begin{aligned} \text{MUEL}_{(\text{considerando } t_i=0,7)} &= \text{MUEL}_{(0)} + 0,7 \cdot (\text{MUEL}_{(1)} - \text{MUEL}_{(0)}) = \\ &= 3.000.000 + 0,7 \cdot 1.740.000 = 4.218.000 \end{aligned}$$

Resumiendo, este error encontrado se ha valorado con tres criterios distintos, dando lugar a tres estimaciones del MUEL. Estos tres criterios son los siguientes:

**CRITERIO 1 :**

- Considerar que la pta. seleccionada no es errónea, a pesar de que el documento seleccionado a través de la misma contiene un error del 70 % de su importe.

$$k = 0 ; t_i = 0$$

$$\text{MUEL}_{(0)} = \lambda_0 \cdot J = 3 \cdot 1.000.000 = 3.000.000$$

**CRITERIO 2 :**

- Considerar que la pta. seleccionada es errónea, asumiendo que la tasa de error es del 100 %, es decir, que error monetario del documento sería igual a su importe.

$$k=1 ; t_i= 1$$

$$\text{MUEL}_{(1)} = \lambda_1 \cdot J = 4,74 \cdot 1.000.000 = 4.740.000$$

CRITERIO 3° :

Considerar que el error monetario se reparte uniformemente entre todas las unidades monetarias del documento ( $X_i$ ), de forma que la unidad monetaria seleccionada se considera contaminada por  $t_i$ .

$$k = 1 ; t_i = 0,7$$

$$\begin{aligned} \text{MUEL} &= \lambda_0 \cdot J + t_i (\lambda_1 \cdot J - \lambda_0 \cdot J) = \\ &= \lambda_0 \cdot J + t_i \cdot J \cdot (\lambda_1 - \lambda_0) = \\ &= J \cdot (\lambda_0 + (\lambda_1 - \lambda_0) t_i) = \\ &= 1.000.000 (3 + (4,74 - 3) 0,7) = 4.218.000 \end{aligned}$$

De estos tres criterios, parece que el más apropiado es éste último, pues utiliza la o las tasas de contagio que puedan obtenerse en la muestra. Ahora bien, la tasa de contagio afecta al cálculo del MUEL independientemente del valor registrado del documento al que venga referida. Por ejemplo un error de un 50 % en una factura de 1.000.000 de ptas. afecta al MUEL de la misma forma que un error de un 50 % en una factura de 100.000. Este matiz es importante por las implicaciones que pueda tener.

La generalización a  $k$  errores encontrados nos lleva a la expresión de la cota de Stringer. En el apartado siguiente la desarrollaremos a partir de los componentes del MUEL.

$$MUEL = J \cdot \left( \lambda_0 + \sum_{i=1}^k (\lambda_i - \lambda_{i-1}) \cdot t_i \right)$$

### 3.8. LOS COMPONENTES DEL MUEL

Leslie, Teitlebaum y Anderson (1980) descompusieron el MUEL en tres componentes:

- 1) **BP** (*basic precision*)
- 2) **MLE** (*most likey error*)
- 3) **PGW** (*precision gap widening*)

Para entender mejor estas tres partes, vamos a comenzar con la desagregación de los dos factores de confiabilidad utilizados en el último ejemplo, analizando, a su vez, la desagregación del MUEL en estos tres componentes.

Recordemos que en el primer caso se considera que la peseta seleccionada es correcta, y, por tanto, su tasa de contagio es del 0 %, o lo que es lo mismo, no se encuentra ningún error en la muestra. En el segundo se considera que la peseta es incorrecta, asumiendo que su contagio es del 100 %, o lo que es lo mismo, asumiendo que todo el documento es incorrecto. En los dos cuadros siguientes puede verse la descomposición para los dos casos:

#### **ESTIMACION DEL MUEL CON K=0 ERRORES ENCONTRADOS**

COMPONENTES MUEL	FACTOR CONFIABILIDAD $\lambda$	INTERVALO DE MUESTREO	MUEL <sub>(0)</sub>
<b>BP</b>	3,00	100.000	300.000
<b>MLE</b>	0,00	100.000	0
<b>PGW</b>	0,00	100.000	0
<b>MUEL<sub>(0)</sub></b>	<b>3</b>	<b>100.000</b>	<b>300.000</b>

**ESTIMACION DEL MUEL CON K=1 ERROR ENCONTRADO**

COMPONENTES MUEL	FACTOR CONFIABILIDAD $\lambda$	INTERVALO DE MUESTREO	MUEL <sub>(1)</sub>
<b>BP</b>	3,00	100.000	300.000
<b>MLE</b>	1,00	100.000	100.000
<b>PGW</b>	0,74	100.000	74.000
<b>MUEL<sub>(1)</sub></b>	4,74	100.000	474.000

**BP (basic precision):** Para entender el sentido de este componente conviene recordar algunos conceptos ya vistos. Sabemos que  $\lambda$  representa el número de errores esperado en una muestra de tamaño  $n$  extraída de una población con una tasa de error igual al UEL. Con riesgo no mayor a  $\beta$ , podemos asumir que el número de errores esperado en la muestra no será superior a  $\lambda$  para un número de errores encontrados predeterminado (mirar tabla de factores de confiabilidad). Teniendo en cuenta esto, podemos entender BP de la siguiente forma: Si observamos el primer caso, ningún error ha sido hallado. Por tanto, para cero errores encontrados, podríamos asumir que el número esperado de los mismos podría llegar a ser 3 ( $\lambda_{(\beta=0,05;k=0)}$ ) con un nivel de confianza del 95 %. Es aquí donde comienza la construcción de la cota superior para el error monetario.

En el segundo caso, un error ha sido hallado, por tanto hay que mirar en la tabla el valor del factor cuando esto ocurre ( $\lambda_{(\beta=0,05;k=1)}$ ). Cuando aparece al menos un error es cuando se computan el MLE y el PGW.

**MLG :** Este componente representa el error muestral, es decir, aparece únicamente cuando algún error es encontrado. Podemos interpretarlo como la extrapolación que se hace de los errores encontrados en la muestra. Es decir, si en una muestra de tamaño  $n$  (unidades monetarias) hemos encontrado 1 error, la extrapolación para la población sería, igual que en el caso anterior, una simple regla de tres. Si en  $n$  ptas. encontramos 1 pta. errónea, en 100.000 muestras de tamaño  $n$  obtendremos la extrapolación correspondiente a ese error. Supongamos que el tamaño de la

población es de 10.000.000. Si  $J=100.000$  y  $n=100$ , esto implica que la población total se puede descomponer en 100.000 partes de tamaño  $n$ , es decir, en tantas como  $J$ .

**PGW** : La interpretación de este componente resulta algo menos clara que los anteriores. Pensemos lo siguiente, conforme incrementa el número de errores encontrados en la muestra, para el mismo tamaño muestral, podría intuirse más o menos que las estimaciones son menos precisas, por lo que deben verse afectadas al alza por algún tipo de coeficiente que corrija este efecto. Este podría ser el sentido, desde un punto de vista muy intuitivo, del PGW.

En base a esto podemos generalizar los resultados para un número mayor de errores. Supongamos que 5 errores al 100 % son encontrados. En la siguiente tabla mostramos como el factor de confiabilidad para un  $\beta=0,05$  y un  $k=4$  ( $\lambda=11,66$ ) se descompone en BP, que en este caso será 3 ( $\lambda_{(\beta=0,05;k=0)}$ ), y en el MLE y PGW para cada error.

ERRORES			BP	MLE	PGW
$r_i$	$\lambda_i$	$\lambda_i - \lambda_{i-1}$			$\lambda_i - \lambda_{i-1} - 1$
0	3	3	3	-	-
1	4,74	1,74	-	1	0,74
2	6,29	1,55	-	1	0,55
3	7,75	1,46	-	1	0,46
4	9,15	1,40	-	1	0,40
5	10,51	1,36	-	1	0,36
10,51			3	5	2,51

**CAPITULO 3. MUESTREO DE UNIDADES MONETARIAS**

En base a esta descomposición podemos expresar el MUEL estimado considerando los tres componentes, de la siguiente forma.

	DESCOMPOSICION FACTOR CONFIABILIDAD	INTERVALO DE MUESTREO	DESCOMPOSI CION MUEL
<b>BP</b>	3,00	100.000	300.000
			<u>300.000</u>
<b>MLE</b>			
1° ERROR	1,00	100.000	100.000
2° ERROR	1,00	100.000	100.000
3° ERROR	1,00	100.000	100.000
4° ERROR	1,00	100.000	100.000
5° ERROR	1,00	100.000	100.000
			<u>500.000</u>
<b>PGW</b>			
1° ERROR	0,74	100.000	74.000
2° ERROR	0,55	100.000	55.000
3° ERROR	0,46	100.000	46.000
4° ERROR	0,40	100.000	40.000
5° ERROR	0,36	100.000	36.000
			<u>251.000</u>
	<b>10,51</b>	<b>100.000</b>	<b>1.051.000</b>

**3.8.1. Efecto de la tasa de contagio en los componentes del MUEL**

Hasta ahora hemos considerado únicamente dos valores para la tasa de contagio (0 o 100 %). Pero cuando el auditor extraiga la muestra y encuentre algún error, lo más frecuente será que la proporción de éste sea menor al 100 %. De la misma forma, si encuentra más de uno, las distintas tasas de contagio pueden tomar distintos valores que hay que considerar a la hora de estimar el MUEL.

Las  $t_i$  encontradas sólo afectarán al MLE y al PGW. Recordemos que el BP representa el mínimo MUEL que se obtendría si ningún error fuera encontrado en la muestra, o lo que es lo mismo, la máxima cota de error esperada para el nivel de confianza utilizado y cero errores encontrados. Si un error es encontrado, el MLE y el PGW vendrán ponderados por la tasa de contagio de este error. Esto puede interpretarse como que la peseta errónea seleccionada se encuentra contaminada en  $t_i$ , por lo que la extrapolación debe hacerse ponderando por dicha tasa. Ahora bien, si encontramos más de un error con distintas tasas, hay que aplicar un criterio de ponderación. Veamos sobre los ejemplos antes expuestos esta problemática.

Ejemplo 1:

Un error es encontrado en la muestra, presentando una tasa de contagio del 70%.

$$J = 100.000$$

$$1 - \beta = 0,95$$

$$k = 1$$

$$t_i = 70 \%$$

**ESTIMACION DEL MUEL CON K=1 ERROR ENCONTRADO**

COMPONENTES MUEL	FACTOR CONFIABILIDAD $\lambda$	TASA DE CONTAGIO $t_i$	INTERVALO DE MUESTREO	MUEL <sub>(1)</sub>
BP	3,00	100 %	100.000	300.000
MLE	1,00	70 %	100.000	70.000
PGW	0,74	70 %	100.000	51.800
MUEL <sub>(1)</sub>	4,74		100.000	421.000

Ejemplo 2:

Cinco errores son encontrados en la muestra, presentando unas tasas de contagio respectivas de 20, 40 ,30, 10 y 60 %.

$$J = 100.000$$

$$1 - \beta = 0,95$$

$$k = 5$$

Dado que el PGW varía de mayor a menor conforme aumenta el número de errores, aplicaremos el criterio original dado por Stringer y Stephan (1963), según el cual los errores deben ser ordenados en orden decreciente con respecto a su tasa de contagio. Este criterio es el más conservador, puesto que nos dará el mayor MUEL de cualquier ordenación utilizada. Es decir, el primer error o la mayor tasa de contagio ponderará la parte del PGW correspondiente al primer error, que como hemos visto es la mayor. El último error o la menor tasa de contagio ponderará la parte del PGW con menor valor.

**ESTIMACION DEL MUEL POR EL CRITERIO DE STRINGER**

	DESCOMPOSICION FACTOR CONFIABILIDAD	TASA DE CONTAGIO $t_i$	INTERVALO DE MUESTREO J	DESCOMPOSICION MUEL
<b>BP</b>	3,00	100%	100.000	300.000
				<u>300.000</u>
<b>MLE</b>				
1° ERROR	1,00	60%	100.000	60.000
2° ERROR	1,00	40%	100.000	40.000
3° ERROR	1,00	30%	100.000	30.000
4° ERROR	1,00	20%	100.000	20.000
5° ERROR	1,00	10%	100.000	10.000
				<u>160.000</u>
<b>PGW</b>				
1° ERROR	0,74	60%	100.000	44.400
2° ERROR	0,55	40%	100.000	22.000
3° ERROR	0,46	30%	100.000	13.800
4° ERROR	0,40	20%	100.000	8.000
5° ERROR	0,36	10%	100.000	3.600
				<u>91.800</u>
	<b>10,51</b>		<b>100.000</b>	<b>551.800</b>

De esta forma podemos generalizar y obtener la COTA DE STRINGER.

**3.8.2. Obtención de la cota de Stringer a partir de los componentes del MUEL**

Partiendo del estimador inicial ( $MUEL = \lambda \cdot J$ ), conocido también como el *estimador de los errores máximos*, hemos ido introduciendo más información hasta llegar a obtener una estimación del MUEL considerando el número de errores encontrados en la muestra así como sus tasas de contagio. Partiendo del último cuadro, donde se supone  $k=5$ , podemos dar una expresión general para el MUEL en función de  $k$  del siguiente modo:

$$\begin{aligned}
 MUEL &= BP + MLE + PGW = \\
 &= \lambda_0 \cdot J + (t_1 + t_2 + \dots + t_k) \cdot J + \\
 &+ [ (\lambda_1 - \lambda_0 - 1) t_1 + (\lambda_2 - \lambda_1 - 1) t_2 + \dots + (\lambda_k - \lambda_{k-1} - 1) t_k ] \cdot J =
 \end{aligned}$$

$$MUEL = J \cdot \left( \lambda_0 + \sum_{i=1}^k (\lambda_i - \lambda_{i-1}) \cdot t_i \right)$$

Esta cota es la que utilizamos en el capítulo siguiente en la simulación.

A partir de la cota de Stringer se diseñaron posteriormente otras cotas asumiendo determinadas hipótesis. Paz (1988) hace una revisión exhaustiva de estos otros estimadores, llegando a la conclusión de que ninguno, en términos generales, presenta una ventaja comparativa digna de mención respecto a la cota originalmente propuesta por Stringer. Entre las distintas propuestas podemos citar dos :

- Estimador del error medio
- Estimador de Neter y Loebbecke

Con respecto al primero la diferencia con la cota de Stringer se encuentra en la consideración que se hace de las tasas de contagio. En este caso se considera el promedio de las fracciones de contagio ( $\bar{t}_i$ ) correspondientes a aquellos items de la muestra que contienen error.

La expresión para este estimador quedaría de la siguiente forma :

$$MUEL = J \cdot \lambda_k \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k t_i$$

La segunda cota fue propuesta por Neter y Loebbecke (1975) en el estudio que realizaron para la AICPA. Es por esta razón por la que también se le conoce como el estimador de la AICPA.

El procedimiento para estimar la cota superior para el error consiste en reducir la cota de error que se obtendría aplicando el estimador de los errores máximos, en función de la “fracción sana”<sup>1</sup> de cada error descubierto en la muestra. Se trata de incorporar, de alguna forma, la información que la muestra proporciona al respecto de las tasas de contagio, y que el estimador del error máximo no considera.

La expresión para este estimador queda de la siguiente forma :

$$MUEL = J \left[ \lambda_k - \sum_{i=1}^k (1 - t_i) \right]$$

---

<sup>1</sup> Se define la “fracción sana” de un item con error como el complemento a uno de la tasa de contagio (1-t<sub>i</sub>)

### 3.9. VENTAJAS Y LIMITACIONES DEL MUM

Concluyendo, los diseños muestrales basados en la unidad monetaria presentan una serie de ventajas, pero también tienen sus limitaciones.

Los **aspectos positivos** de estos planes de muestreo podemos resumirlos en los siguientes:

1. Su aplicación no precisa asumir hipótesis de partida respecto a las distribuciones de probabilidad de la población y de los errores monetarios que puedan existir en la misma.
2. Los métodos de selección muestral se caracterizan por su sencillez en la aplicación. La utilización de medios informáticos simplifica todavía más este proceso. El único dato que se precisa conocer de la población es el valor total registrado (V), dato que generalmente se conoce en las poblaciones contables.
3. Aunque no sean encontrados errores en la muestra, siempre los estimadores CAV producirán una cota superior para el error monetario no nula.
4. El uso de estos planes de muestreo evita recurrir a la estratificación de la población, evitando los problemas derivados de la elaboración de estratos.
5. Los tamaños muestrales requeridos por esta método, tienden a ser menores que si utilizáramos otros diseños.
6. La proporción de unidades monetarias que contiene la muestra respecto a la población, por regla general será superior a la obtenida si utilizásemos el muestreo por unidades físicas.

En cuanto a sus **limitaciones**, podemos citar las siguientes:

1. Sólo puede aplicarse con errores de sobredeclaración. Dado que en MUM la probabilidad de que un ítem forme parte de la muestra es proporcional a su valor registrado, cuanto mayor sea una sobredeclaración, mayor será el valor registrado, por lo que la probabilidad de que ese ítem forme parte de la muestra será superior a la que correspondería si no existiera el error. En cambio, un error de subdeclaración supone una disminución del VR, por lo que a mayor cuantía de la subdeclaración, menor probabilidad de que este ítem sea seleccionado, hasta el extremo que si la subdeclaración es el importe total del ítem, la probabilidad de que éste forme parte de la muestra es cero, dado que su valor registrado sería nulo.
2. Los estimadores CAV, específicos del MUM, se han diseñado pensando en tasas de error bajas, por lo que resultan inoperantes en el caso contrario. Además, se desconocen sus distribuciones de probabilidad.

## ***CAPITULO 4. INCORPORACION DE LA METODOLOGIA BOOTSTRAP EN LA ESTIMACION DEL ERROR MONETARIO***

- 4.1. Introducción
- 4.2. La metodología bootstrap como alternativa para la estimación del error monetario
- 4.3. Generación de las poblaciones de prueba
- 4.4. Error monetario. Distribuciones empíricas
- 4.5. Extracción de muestras
  - 4.5.1. Efecto del método CELDA-DUS sobre las muestras extraídas
- 4.6. Aplicación de la cota de Stringer y el estimador del ratio para la obtención de la cota superior del error monetario
  - 4.6.1. Error total estimado mediante el ratio
  - 4.6.2. Distribución empírica del estimador del ratio para el error total
  - 4.6.3. Sesgo relativo (estimación puntual por el ratio)
  - 4.6.4. Cota superior para el error monetario por el ratio
  - 4.6.5. Cota superior para el error monetario por el estimador de Stringer
- 4.7. Análisis comparativo cota del ratio-Stringer
- 4.8. Cota superior para el error monetario mediante la aplicación del bootstrap
- 4.9. Análisis comparativo entre la cota BST y las cotas del ratio y Stringer
  - 4.9.1. La cota BST en función del número de errores encontrados
- 4.10. Efecto de la tasa de error poblacional sobre la cota BST
  - 4.10.1. Generación de nuevas poblaciones de prueba. Características
  - 4.10.2. Extracción de muestras.
  - 4.10.3. Estimación puntual del error monetario
    - 4.10.3.1. Distribución empírica. Sesgo relativo
  - 4.10.4. Cota del ratio y cota bootstrap
  - 4.10.5. Cota bootstrap asumiendo normalidad
  - 4.10.6 La cota bootstrap en función del número de errores encontrados

#### 4.1. INTRODUCCION

En el los capítulos anteriores hemos analizado, fundamentalmente, la cota de Stringer, así como otros estimadores de aplicación en auditoría. Para estudiar las características estadísticas de los mismos, diversos autores han recurrido a la simulación. Muchos de los trabajos en los que se han utilizado poblaciones contables simuladas se han basado en las cuatro poblaciones o modelos establecidos por Neter y Loebbecke (1975), ya explicados en el capítulo 2. A partir de éstos, y variando diversos parámetros como son la tasa de error (en unidades monetarias y/o físicas) se han generado multitud de “poblaciones de prueba” sobre las que se han ensayado los diversos estimadores propuestos.

A pesar de que algunos autores han establecido distribuciones a priori para el error monetario, elaborando a partir de esta hipótesis estimadores bayesianos, tampoco éstos han resuelto de manera convincente el problema, puesto que es difícil asociar una distribución a priori del error monetario que identifique su comportamiento real.

El conjunto de estimadores CAV desarrollados a partir del estimador de STRINGER, aunque no requieren ninguna hipótesis de partida en cuanto a la distribución del error o del valor registrado, resultan demasiado conservadores, puesto que se ha comprobado empíricamente mediante simulación que, en la mayoría de los casos, todos los valores estimados son superiores al verdadero valor del error monetario, esto es, que podríamos hablar de una confianza a posteriori del 100 %.

#### 4.2. LA METODOLOGIA BOOTSTRAP COMO ALTERNATIVA PARA LA ESTIMACION DEL ERROR MONETARIO

Dada la problemática particular expuesta, y considerando la situación más desfavorable en la que puede encontrarse el auditor (desconocimiento de la distribución de probabilidad del error, bajas tasas de error), se hace necesario plantear metodologías alternativas que, de alguna forma, mejoren los resultados producidos por las técnicas existentes hasta el momento.

Una de ellas, sobre la que pretendemos contrastar su utilidad en Auditoría, es la metodología bootstrap. Nuestro objetivo y aportación con este trabajo, se centra en examinar si la aplicación de los “métodos intensivos por ordenador”, o “bootstrap”, consiguen obtener estimaciones del error monetario de una mayor calidad que las obtenidas hasta el momento por otros métodos ya conocidos, partiendo del escenario más desfavorable con el que se puede encontrar el auditor en su práctica profesional.

Para llevar a cabo esta tarea, el método a seguir será la simulación. Para ello partiremos de los cuatro modelos establecidos por Neter (1975) para poblaciones contables. La elección de éstos se fundamenta en dos cuestiones: en primer lugar el trabajo de Neter y Loebbecke es uno de los más completos en cuanto a la modelización de las poblaciones contables se refiere, y, en segundo lugar, la mayoría de estudios realizados por otros autores basados en técnicas de simulación se basan en ellos. Para la simulación se han utilizado, a parte del paquete estadístico SPSS, así como DBASEIII para la gestión de bases de datos, programas propios escritos en lenguaje CLIPPER. En el anexo (pag. 248) se incluyen estos programas.

Comenzamos obteniendo los valores registrales de los documentos correspondientes a las cuatro poblaciones, para posteriormente asignar el error monetario. Concretamente se consideran tres tasas de error en unidades físicas (1, 3 y 5%), de esta forma se obtienen (4x3) 12 poblaciones de prueba. Sobre cada una de éstas se extraerán 500 muestras de tamaño 80, 500 de tamaño 100 y 500 de tamaño

120, es decir, un total de 18000 muestras. Realizado el análisis de las mismas, se aplicará la metodología bootstrap, lo cual supondrá replicar 1000 veces cada una de las 18.000 muestras anteriores, obteniéndose por lo tanto 18.000.000 de muestras.

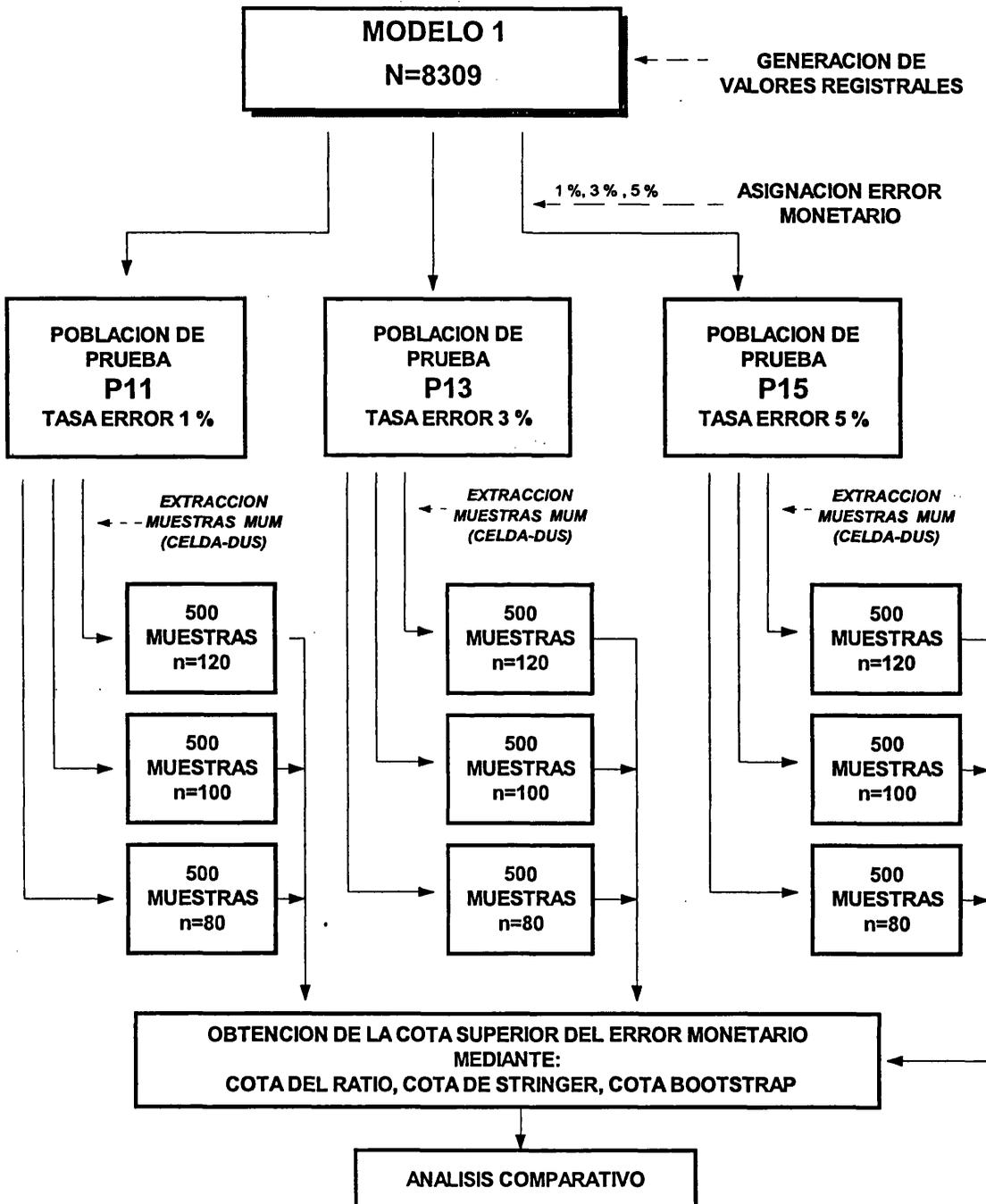
Con las muestras obtenidas aplicamos los siguientes estimadores:

- Cota del ratio (metodología clásica)
- Cota de Stringer (estimador CAV)
- Cota BST (bootstrap)

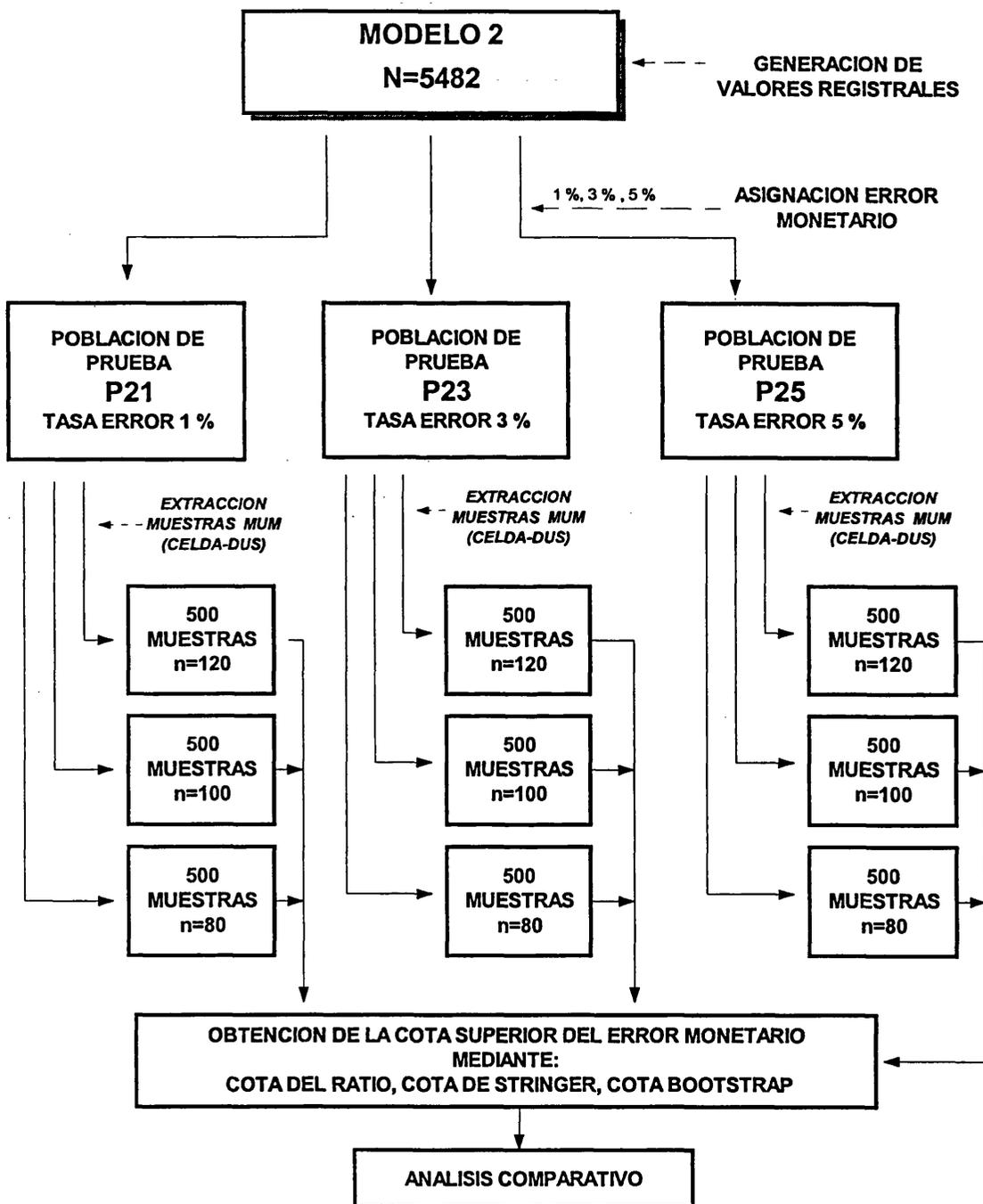
Con las estimaciones obtenidas se realiza un análisis de sensibilidad para determinar de qué forma factores como el tipo de población, el tamaño muestral o la tasa de error influyen en el comportamiento de los estimadores. El objetivo final de este trabajo es comparar las cotas obtenidas por el estimador BST con las producidas por el estimador del ratio y la cota de Stringer, y examinar que mejoras, si las hay, se incorporan con la utilización del estimador BST.

Todo este proceso lo representamos mediante unos esquemas que incluimos en las páginas siguientes, en los que quedan expresadas las poblaciones de prueba que aparecen a partir de cada uno de los cuatro modelos generales establecidos por Neter (1975) para poblaciones contables.

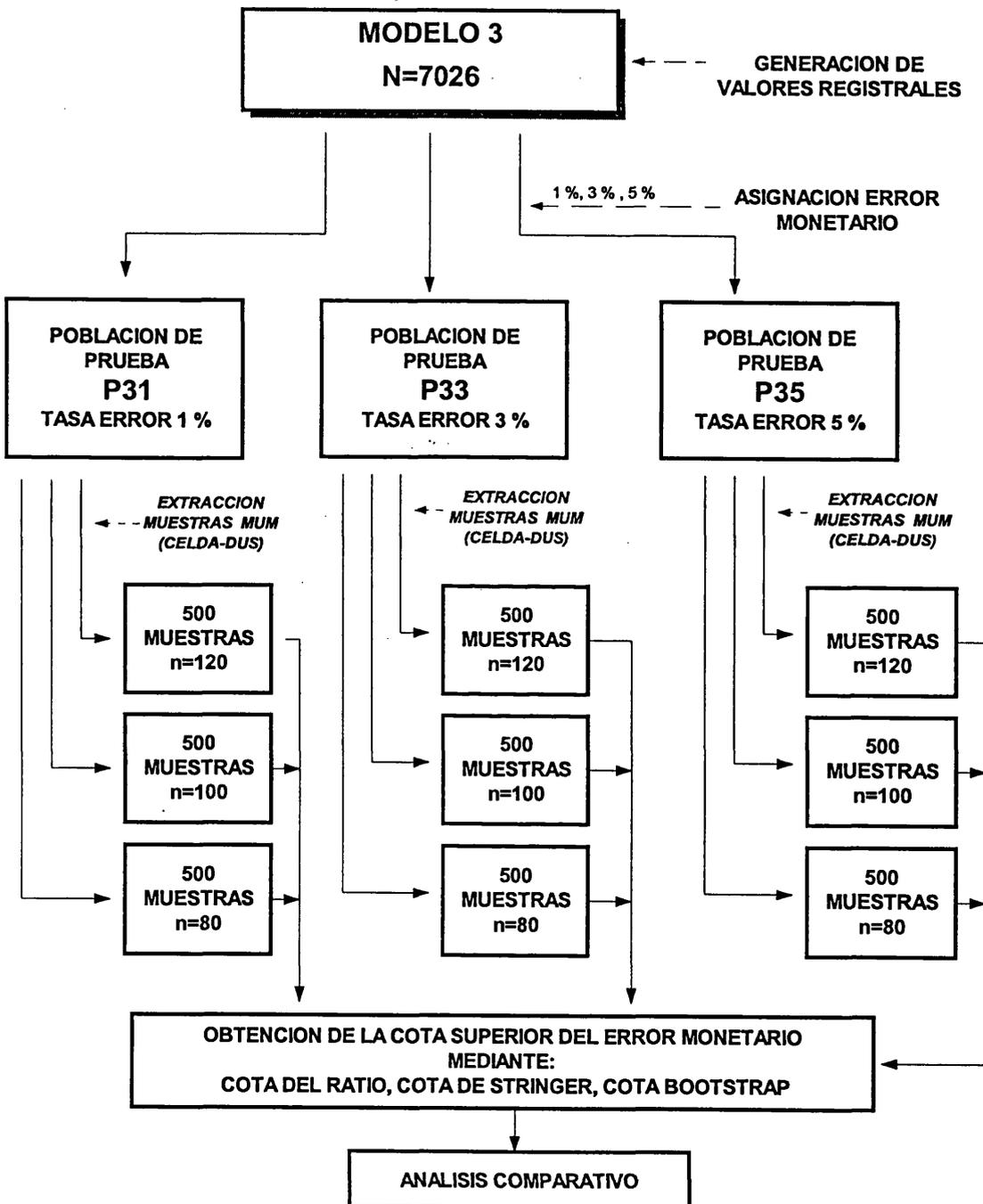
GENERACION DE LAS POBLACIONES DE PRUEBA  
A PARTIR DEL MODELO 1 DE NETER



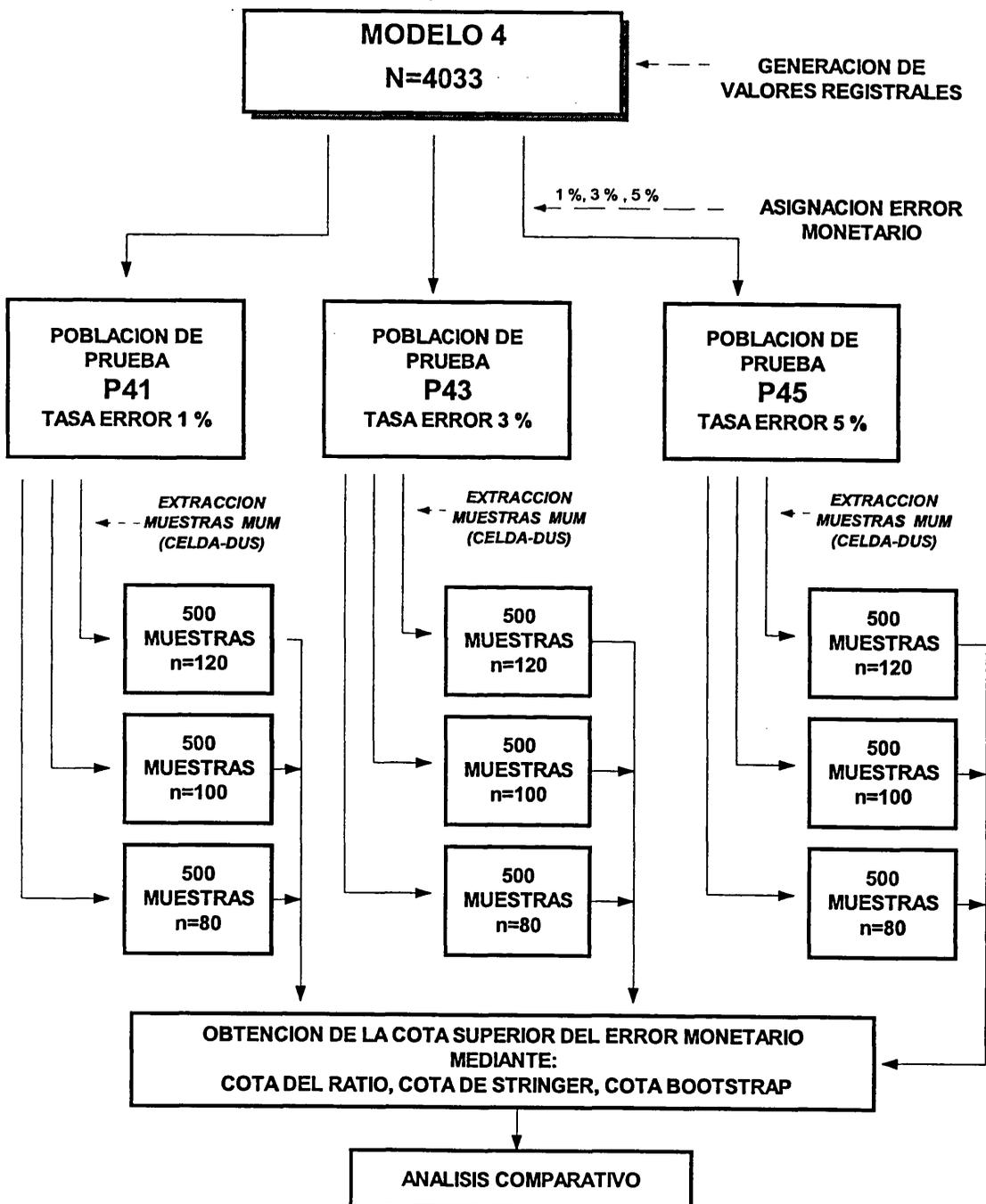
**GENERACION DE LAS POBLACIONES DE PRUEBA  
A PARTIR DEL MODELO 2 DE NETER**



**GENERACION DE LAS POBLACIONES DE PRUEBA  
A PARTIR DEL MODELO 3 DE NETER**



**GENERACION DE LAS POBLACIONES DE PRUEBA  
A PARTIR DEL MODELO 4 DE NETER**



### **4.3. GENERACION DE LAS POBLACIONES DE PRUEBA**

Como ya hemos dicho, partiendo de los cuatro modelos citados, obtenemos 12 poblaciones de prueba. Cada una de ellas la identificaremos por 2 dígitos, el primero hace referencia a la estructura poblacional de origen y el segundo a la tasa de error en unidades físicas considerada. Por ejemplo, la población P25 tiene unos valores registrados generados a partir del modelo número 2 y contiene un 5 % de items con error. La generación de estas poblaciones consta de las siguientes etapas:

**1. Obtención de los valores registrados:** A partir de las 4 poblaciones de Neter (ver capítulo 2) hemos generado los correspondientes valores registrales mediante una distribución uniforme de extremos los correspondientes a cada uno de los intervalos establecidos por dicho autor.

**2. Identificación de los items erróneos:** En esta fase ya aparecen las 12 poblaciones de prueba. De forma totalmente aleatoria e independiente del valor registrado, se identifican los items que van a contener error, el cual se cuantificará posteriormente. A partir de las tasas de error consideradas (1, 3 y 5 %) se seleccionan los items para cada caso. La selección se realiza mediante un muestreo aleatorio simple de items, con la particularidad de que los items seleccionados para una determinada tasa de error, también lo son para tasas de error mayores. De esta forma, cualquier efecto que se produzca en las muestras extraídas de las poblaciones con un 1 % de error, debido a la utilización del método CELDA-DUS como método de selección muestral, también se producirá en las poblaciones con un 3 y un 5 %.

**3. Cuantificación de los errores:** En esta fase hay que establecer un criterio por el cual asignar a cada item erróneo la cantidad de error monetario que contiene. Como pudimos ver en el capítulo 2, a pesar de los numerosos estudios existentes sobre la distribución del error en poblaciones contables, no se ha llegado hasta el momento a concluir de manera firme ninguna de las múltiples hipótesis al respecto. Los estudios empíricos realizados aportan información sobre la posible distribución empírica del error, pero no permiten generalizar para cualquier población que pueda

presentarse en la realidad. Es por esta razón por la que hemos considerado asignar el error monetario a través de las tasas de contagio, generando éstas a partir de una distribución uniforme (0,1). Obviamente, con este criterio se obtendrá una distribución empírica para el error, y que podrá coincidir con los resultados de algunos trabajos empíricos realizados por otros investigadores. El epígrafe siguiente trata esta cuestión con más detalle.

Los parámetros que caracterizan a cada una de las 12 poblaciones de prueba con las que trabajaremos vienen expresados en las siguientes tablas. La ventaja de trabajar con poblaciones simuladas es precisamente el conocimiento a priori de sus parámetros. De esta forma, a posteriori, pueden compararse los resultados empíricos obtenidos con los parámetros poblacionales.

***POBLACIONES DE PRUEBA EXTRAIDAS A PARTIR DE LA ESTRUCTURA POBLACIONAL 1 (CARACTERISTICAS)***

POBLACIONES DE PRUEBA	P11	P13	P15
NUMERO DE ITEMS	8.309	8.309	8.309
VALOR TOTAL REGISTRADO	414.456,27	414.456,27	414.456,27
ERROR MONETARIO	1.866,55	6.213,77	10.129,38
NUMERO DE ITEMS CON ERROR	91	270	431
VALOR MONETARIO DE LOS ITEMS CON ERROR	3.670,72	12.273,29	19.436,83
TASAS DE ERROR TEORICAS (UNIDADES FISICAS)	1 %	3 %	5 %
TASAS DE ERROR REALES (UNIDADES MONETARIAS)	0,45 %	1,50 %	2,44 %
TASAS DE ERROR REALES (UNIDADES FISICAS)	1,09 %	3,24 %	5,18 %

***POBLACIONES DE PRUEBA EXTRAIDAS A PARTIR DE LA ESTRUCTURA POBLACIONAL 2 (CARACTERISTICAS)***

POBLACIONES DE PRUEBA	P21	P23	P25
NUMERO DE ITEMS	5482	5482	5482
VALOR TOTAL REGISTRADO	3.722.031,73	3.722.031,73	3.722.031,73
ERROR MONETARIO	12.539,51	58.635,93	90.125,51
NUMERO DE ITEMS CON ERROR	58	196	307
VALOR MONETARIO DE LOS ITEMS CON ERROR	30.890,84	117.946,84	177.658,56
TASAS DE ERROR TEORICAS (UNIDADES FISICAS)	1 %	3 %	5 %
TASAS DE ERROR REALES (UNIDADES MONETARIAS)	0,33 %	1,57 %	2,42 %
TASAS DE ERROR REALES (UNIDADES FISICAS)	1,06 %	3,57 %	5,60 %

***POBLACIONES DE PRUEBA EXTRAIDAS A PARTIR DE LA ESTRUCTURA POBLACIONAL 3 (CARACTERISTICAS)***

POBLACIONES DE PRUEBA	P31	P33	P35
NUMERO DE ITEMS	7026	7026	7026
VALOR TOTAL REGISTRADO	14.338.321	14.338.321	14.338.321
ERROR MONETARIO	90.301,88	202.849,65	320.114,57
NUMERO DE ITEMS CON ERROR	71	227	382
VALOR MONETARIO DE LOS ITEMS CON ERROR	216.017,18	417.054,16	663.289,50
TASAS DE ERROR TEORICAS (UNIDADES FISICAS)	1 %	3 %	5 %
TASAS DE ERROR REALES (UNIDADES MONETARIAS)	0,63 %	1,41 %	2,23 %
TASAS DE ERROR REALES (UNIDADES FISICAS)	1,01 %	3,23 %	5,44 %

***POBLACIONES DE PRUEBA EXTRAIDAS A PARTIR DE LA ESTRUCTURA POBLACIONAL 4 (CARACTERISTICAS)***

POBLACIONES DE PRUEBA	P41	P43	P45
NUMERO DE ITEMS	4033	4033	4033
VALOR TOTAL REGISTRADO	7.757.431,2	7.757.431,2	7.757.431,2
ERROR MONETARIO	47.903,86	142.134,73	194.759,19
NUMERO DE ITEMS CON ERROR	42	129	203
VALOR MONETARIO DE LOS ITEMS CON ERROR	92.758,17	280.499,76	434.001,72
TASAS DE ERROR TEORICAS (UNIDADES FISICAS)	1 %	3 %	5 %
TASAS DE ERROR REALES (UNIDADES MONETARIAS)	0,62 %	1,83 %	2,51 %
TASAS DE ERROR REALES (UNIDADES FISICAS)	1,04 %	3,20 %	5,03 %

#### 4.4. ERROR MONETARIO. DISTRIBUCIONES EMPIRICAS

Generadas las 12 poblaciones de prueba, con los criterios indicados en el apartado 4.3., pasamos a analizar las características del error monetario en cada una de dichas poblaciones.

Denotando por:

$t_{ijk}$  → tasa de contagio del elemento k, correspondiente a la población Pij

$$i = 1, 2, 3, 4$$

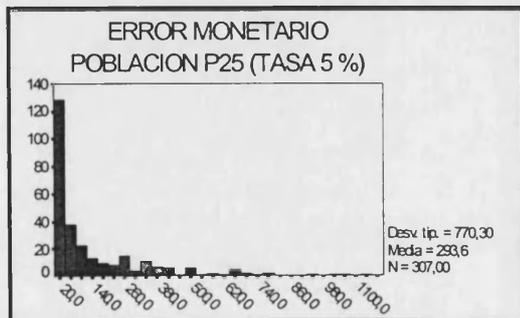
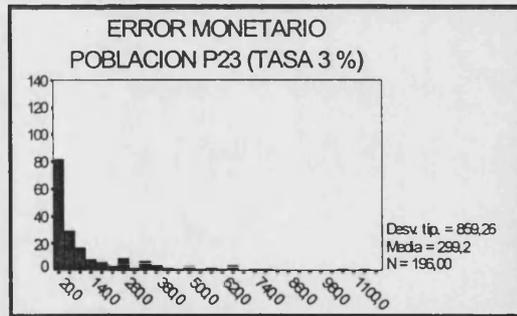
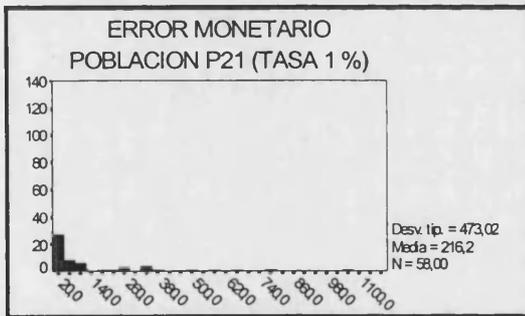
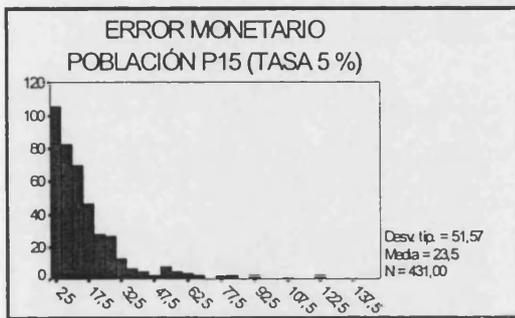
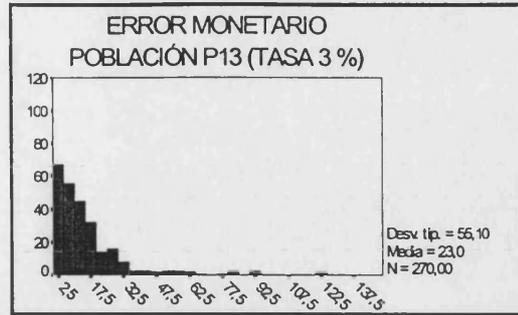
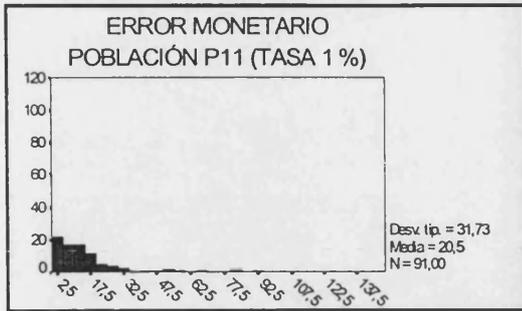
$$j = 1, 3, 5$$

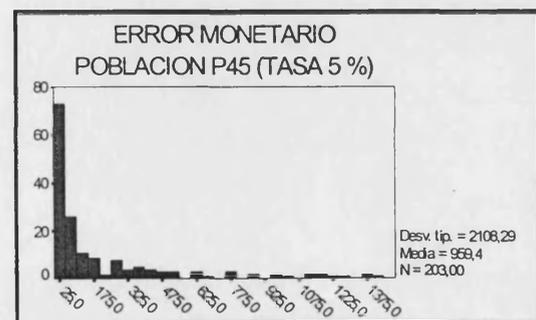
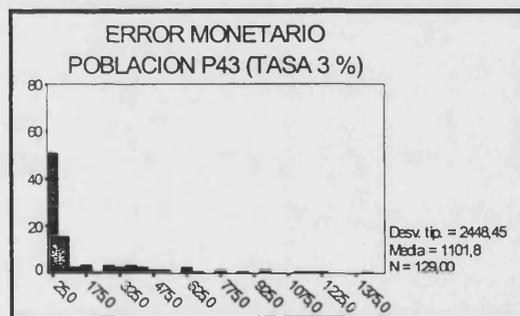
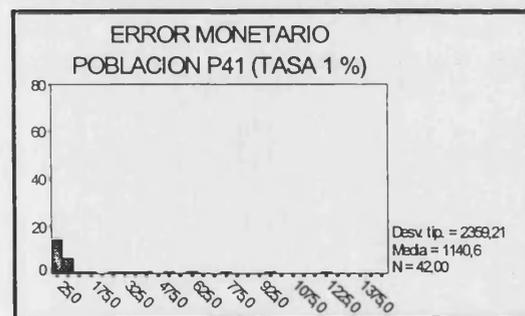
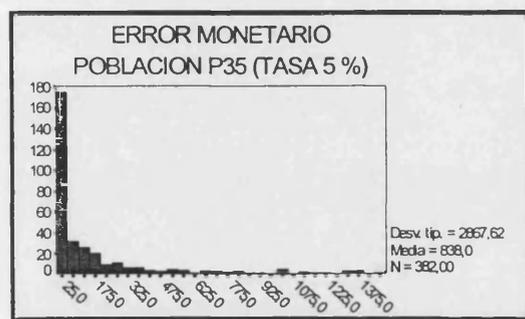
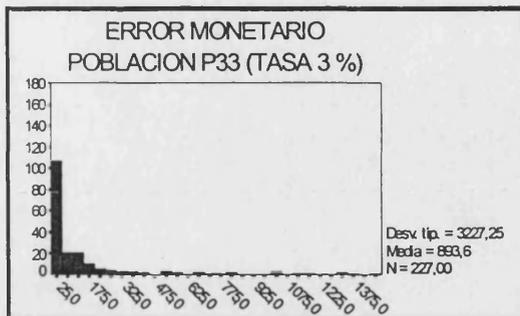
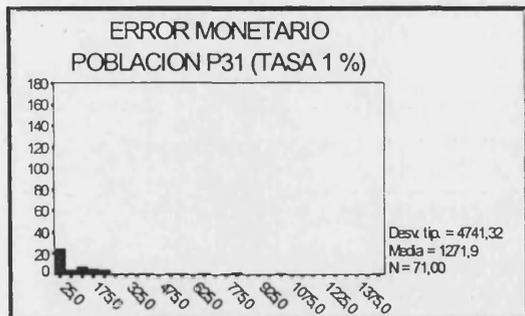
$d_{ijk}$  → error monetario del elemento k, correspondiente a la población Pij

$t_{ijk} = U(0,1)$	
<b>ERROR MONETARIO</b> ⇒	$d_{ijk} = x_{ijk} \cdot t_{ijk}$

A continuación incluimos un análisis descriptivo del error monetario en cada caso, así como su representación gráfica mediante un histograma, de forma que podamos hacernos una idea aproximada de la distribución empírica que presenta esta variable en cada una de las poblaciones de prueba.

Los gráficos siguientes muestran la distribución de la variable error para las 12 poblaciones, considerando, obviamente, sólo los items que contienen error.





La mera observación de estos histogramas muestra la gran asimetría que presenta el error monetario. Este resultado es coherente con los obtenidos por otros estudios.

Dado que la cuantificación del error monetario se ha realizado mediante la tasa de contagio, generando ésta a partir de una distribución uniforme, sí que existe cierta correlación entre el error monetario y el valor registrado, pero no entre el valor registrado y la tasa de contagio. Esta afirmación podemos confirmarla mediante la matriz de correlación entre estas tres variables. En todas las poblaciones de prueba se da esta circunstancia.

Las tres variables las identificamos de la forma siguiente :

**X → VALOR REGISTRADO**

**ERROR<sub>i</sub> → ERROR MONETARIO DE LOS ITEMS IDENTIFICADOS PARA LA TASA DE ERROR DE  $i$  %.**

**T<sub>i</sub> → TASA DE CONTAGIO CORRESPONDIENTE A LOS ERRORES MONETARIOS IDENTIFICADOS POR LA VARIABLE ERROR<sub>i</sub>.**

**MATRIZ DE CORRELACIÓN POBLACION P11**

	X	ERROR1	T1
X	1,0000 ( 91) P= ,	,8515 ( 91) P= ,000	-,0397 ( 91) P= ,709
ERROR1	,8515 ( 91) P= ,000	1,0000 ( 91) P= ,	,3157 ( 91) P= ,002
T1	-,0397 ( 91) P= ,709	,3157 ( 91) P= ,002	1,0000 ( 91) P= ,

**MATRIZ DE CORRELACIÓN POBLACION P13**

	X	ERROR3	T3
X	1,0000 ( 270) P= ,	,8958 ( 270) P= ,000	-,0329 ( 270) P= ,591
ERROR3	,8958 ( 270) P= ,000	1,0000 ( 270) P= ,	,1863 ( 270) P= ,002
T3	-,0329 ( 270) P= ,591	,1863 ( 270) P= ,002	1,0000 ( 270) P= ,

**MATRIZ DE CORRELACIÓN POBLACION P15**

	X	ERROR5	T5
X	1,0000 ( 431) P= ,	,9048 ( 431) P= ,000	-,0225 ( 431) P= ,642
ERROR5	,9048 ( 431) P= ,000	1,0000 ( 431) P= ,	,2040 ( 431) P= ,000
T5	-,0225 ( 431) P= ,642	,2040 ( 431) P= ,000	1,0000 ( 431) P= ,

**MATRIZ DE CORRELACIÓN POBLACION P21**

	X	ERROR1	T1
X	1,0000 ( 58) P= ,	,8853 ( 58) P= ,000	-,0302 ( 58) P= ,822
ERROR1	,8853 ( 58) P= ,000	1,0000 ( 58) P= ,	,2248 ( 58) P= ,090
T1	-,0302 ( 58) P= ,822	,2248 ( 58) P= ,090	1,0000 ( 58) P= ,

**MATRIZ DE CORRELACIÓN POBLACION P23**

	X	ERROR3	T3
X	1,0000 ( 196) P= ,	,8681 ( 196) P= ,000	,0318 ( 196) P= ,658
ERROR3	,8681 ( 196) P= ,000	1,0000 ( 196) P= ,	,2450 ( 196) P= ,001
T3	,0318 ( 196) P= ,658	,2450 ( 196) P= ,001	1,0000 ( 196) P= ,

**MATRIZ DE CORRELACIÓN POBLACION P25**

	X	ERROR5	T5
X	1,0000 ( 307) P= ,	,8762 ( 307) P= ,000	,0122 ( 307) P= ,832
ERROR5	,8762 ( 307) P= ,000	1,0000 ( 307) P= ,	,2261 ( 307) P= ,000
T5	,0122 ( 307) P= ,832	,2261 ( 307) P= ,000	1,0000 ( 307) P= ,

**MATRIZ DE CORRELACIÓN POBLACION P31**

	X	ERROR1	T1
X	1,0000 ( 71) P= ,	,6642 ( 71) P= ,000	-,0864 ( 71) P= ,474
ERROR1	,6642 ( 71) P= ,000	1,0000 ( 71) P= ,	,1735 ( 71) P= ,148
T1	-,0864 ( 71) P= ,474	,1735 ( 71) P= ,148	1,0000 ( 71) P= ,

**MATRIZ DE CORRELACIÓN POBLACION P33**

	X	ERROR3	TI3
X	1,0000 ( 227) P= ,	,7108 ( 227) P= ,000	,0038 ( 227) P= ,955
ERROR3	,7108 ( 227) P= ,000	1,0000 ( 227) P= ,	,2044 ( 227) P= ,002
TI3	,0038 ( 227) P= ,955	,2044 ( 227) P= ,002	1,0000 ( 227) P= ,

**MATRIZ DE CORRELACIÓN POBLACION P35**

	X	ERROR5	TI5
X	1,0000 ( 382) P= ,	,7383 ( 382) P= ,000	,0038 ( 382) P= ,940
ERROR5	,7383 ( 382) P= ,000	1,0000 ( 382) P= ,	,2041 ( 382) P= ,000
TI5	,0038 ( 382) P= ,940	,2041 ( 382) P= ,000	1,0000 ( 382) P= ,

**MATRIZ DE CORRELACIÓN POBLACION P41**

	X	ERROR1	T1
X	1,0000 ( 42) P= ,	,8826 ( 42) P= ,000	,0179 ( 42) P= ,910
ERROR1	,8826 ( 42) P= ,000	1,0000 ( 42) P= ,	,2458 ( 42) P= ,117
T1	,0179 ( 42) P= ,910	,2458 ( 42) P= ,117	1,0000 ( 42) P= ,

**MATRIZ DE CORRELACIÓN POBLACION P43**

	X	ERROR3	T3
X	1,0000 ( 129) P= ,	,8599 ( 129) P= ,000	,0210 ( 129) P= ,813
ERROR3	,8599 ( 129) P= ,000	1,0000 ( 129) P= ,	,2668 ( 129) P= ,002
T3	,0210 ( 129) P= ,813	,2668 ( 129) P= ,002	1,0000 ( 129) P= ,

**MATRIZ DE CORRELACIÓN POBLACION P45**

	X	ERROR5	T5
X	1,0000 ( 203) P= ,	,8123 ( 203) P= ,000	-,0582 ( 203) P= ,409
ERROR5	,8123 ( 203) P= ,000	1,0000 ( 203) P= ,	,2220 ( 203) P= ,001
T5	-,0582 ( 203) P= ,409	,2220 ( 203) P= ,001	1,0000 ( 203) P= ,

Como puede observarse en estas matrices, en todas las poblaciones de prueba la variable error está altamente correlacionada con el valor registrado (considerando sólo los items erróneos). No le sucede lo mismo a la tasa de contagio, para la que, en todos los casos, el nivel de significación crítico indica claramente que puede asumirse la hipótesis de incorrelación entre esta variable y el valor registrado.

#### **4.5. EXTRACCION DE MUESTRAS**

Como ya hemos indicado, de cada población de prueba vamos a extraer 1.500 muestras mediante MUM, 500 de tamaño 80, 500 de 100 y 500 de 120. La elección de esta cifra (500) se basa en la consideración de la misma como un número suficientemente grande como para poder extraer conclusiones de las distribuciones empíricas, o, lo que es lo mismo, podemos asumir para este número de muestras que las distribuciones empíricas de los estimadores se aproximarán bastante a las reales.

La elección del MUM como diseño muestral viene respaldada por el uso y la confianza que los auditores asignan a este procedimiento en su práctica habitual. Además, hay que tener en cuenta que, dado que las tasas de error con las que trabajamos son muy bajas, el MUM se presenta como un diseño muy válido cuando nos encontramos en situaciones caracterizadas, precisamente, por bajas tasas de error.

En cuanto a la consideración de tres tamaños muestrales (80, 100 y 120), son cifras admisibles en auditoría, aunque quizás algo elevadas. Es por esta razón por la que no hemos incluido tamaños mayores. Aunque ya se ha comentado en otras ocasiones, no olvidemos que los auditores desean diseños muestrales que impliquen muestras pequeñas y, al mismo tiempo, fiables.

La extracción de cada una de estas muestras se ha realizado utilizando el método CELDA-DUS. Este procedimiento, ya explicado con detalle en el capítulo 3, supone partir de un número aleatorio obtenido de una distribución uniforme de intervalo equivalente al intervalo de muestreo. A partir de este primer valor, se va sumando consecutivamente el intervalo de muestreo. Cada nuevo valor generado identifica la unidad monetaria a seleccionar, y ésta, a su vez, identifica un ítem que formará parte de la muestra.

El siguiente cuadro, en el que se detallan como se reparten las muestras extraídas en función del tamaño y tasa de error de las poblaciones de prueba generadas a partir del modelo 1 de Neter, clarifica estos datos.

**MUESTRAS EXTRAIDAS Y NUMERO DE EXTRACCIONES. MODELO 1**

<b>POBLACIONES DE PRUEBA MODELO 1</b>	<b>TASA ERROR</b>	<b>TAMAÑOS MUESTRALES</b>	<b>MUESTRAS</b>	<b>NUMERO DE EXTRACCIONES</b>
<b>P11</b>	<b>1%</b>	80	500	40.000
		100	500	50.000
		120	500	60.000
<b>P13</b>	<b>3%</b>	80	500	40.000
		100	500	50.000
		120	500	60.000
<b>P15</b>	<b>5%</b>	80	500	40.000
		100	500	50.000
		120	500	60.000
			<b>4.500</b>	<b>450.000</b>

El mismo procedimiento se ha seguido con los otros tres modelos, por lo que el total de muestras extraídas así como el de extracciones quedaría de la siguiente forma :

$$\text{TOTAL DE MUESTRAS : } 4.500 \cdot 4 \text{ (MODELOS) = } 18.000$$

$$\text{TOTAL EXTRACCIONES : } 450.000 \cdot 4 \text{ (MODELOS) = } 1.800.000$$

Cada una de las muestras identifica n (80, 100, 120) items con sus correspondientes tasas de contagio. El error monetario que pueda contener cada uno de los items seleccionados se obtiene mediante el producto de su valor registrado por dicha tasa de contagio.

**4.5.1. Efecto del método CELDA-DUS sobre las muestras extraídas**

El método de muestreo sistemático CELDA-DUS plantea una problemática particular a tener en cuenta, dado que aparentes distorsiones que puedan producirse en los resultados son debidas precisamente a este método. El muestreo de unidades monetarias siempre se ha dicho que es un muestreo del tipo proporcional al tamaño, y es cierto. Los documentos de la población objeto de estudio con mayor valor registrado tienen una probabilidad de ser seleccionados también mayor que otros cuyo valor contable es menor. Ahora bien, este diseño muestral selecciona realmente unidades monetarias, y son cada una de esas  $n$  unidades monetarias seleccionadas las que identifican los  $n$  documento a extraer de la población. Entre las distintas técnicas de selección bajo MUM, la más utilizada en la práctica es precisamente el método CELDA-DUS, ya explicado en el capítulo anterior, por su sencillez y operatividad. El método CELDA-DUS es un muestreo sistemático, de forma que, fijado el intervalo de muestreo, se seleccionan las unidades monetarias sumando el valor de este intervalo a un número aleatorio generado por una distribución uniforme de amplitud el propio intervalo de muestreo. La primera peseta seleccionada identifica un ítem, se suma el intervalo y se escoge otra peseta, que a su vez identifica el segundo ítem de la muestra, y así sucesivamente. Hecho de esta forma, ¿cuál es la probabilidad de selección de un ítem? De entrada, no es el cociente entre su valor registrado y el valor total. Pongamos un ejemplo, supongamos un intervalo de muestreo de 1000 u.m., y un ítem de 1000 u.m. La probabilidad de que este ítem forme parte de la muestra es uno, puesto que siempre una de las 1000 unidades monetarias que lo integran será seleccionada. En definitiva, la probabilidad de selección de un documento cualquiera es proporcional al intervalo de muestreo. Se podría entender como que de cada uno de los  $n$  intervalos de muestreo en que dividimos el valor total de la población se extrae un documento con probabilidad igual al cociente entre su valor registrado y el valor del propio intervalo de muestreo.

En definitiva, este método sigue cumpliendo que las probabilidades de selección de un ítem cualquiera son tanto mayores cuanto mayor sea su valor registrado, lo cual es siempre deseable por parte del auditor, quien busca la mayor

cobertura monetaria de la población con la menor muestra, manteniendo un nivel de fiabilidad aceptable.

En consecuencia, esto supone que aquellos items con valores registrados elevados con relación al intervalo de muestreo tendrán una probabilidad de ser seleccionados también elevada, de forma que si uno de estos items contiene un error monetario, sea cual sea su tasa de contagio, tendrá una alta probabilidad de ser seleccionado, por lo que es de esperar que aparezca en muchas de las muestras obtenidas por simulación. O, lo que es lo mismo, independientemente de la tasa de error que tenga la población de origen, si se da este caso, la probabilidad de encontrar una muestra con cero errores será muy baja.

Para valorar este efecto, analizamos los resultados en cuanto al número de items erróneos encontrados en las muestras y las proporciones que los valores registrados de los items con error representan respecto al intervalo de muestreo.

***DISTRIBUCIÓN DEL NUMERO DE ITEMS ERRONEOS ENCONTRADOS EN LAS MUESTRAS EXTRAIDAS DE LA POBLACION P11***

ITEMS ERRONEOS	TAMAÑO MUESTRAL					
	80		100		120	
	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS
0	235	47,00%	192	38,40%	170	34,00%
1	198	39,60%	219	43,80%	191	38,20%
2	66	13,20%	55	11,00%	100	20,00%
3	1	0,20%	19	3,80%	30	6,00%
4	0	0,00%	10	2,00%	6	1,20%
5	0	0,00%	5	1,00%	3	0,60%
<b>TOTAL</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>

**DISTRIBUCIÓN DEL NUMERO DE ITEMS ERRONEOS EN LAS MUESTRAS EXTRAIDAS DE LA POBLACION P13**

ITEMS ERRONEOS	TAMAÑO MUESTRAL					
	80		100		120	
	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS
0	33	6,60%	23	4,60%	24	4,80%
1	87	17,40%	86	17,20%	68	13,60%
2	142	28,40%	104	20,80%	79	15,80%
3	137	27,40%	141	28,20%	95	19,00%
4	66	13,20%	61	12,20%	70	14,00%
5	19	3,80%	39	7,80%	80	16,00%
6	15	3,00%	19	3,80%	54	10,80%
7	1	0,20%	14	2,80%	17	3,40%
8	0	0,00%	8	1,60%	8	1,60%
9	0	0,00%	5	1,00%	3	0,60%
10	0	0,00%	0	0,00%	2	0,40%
<b>TOTAL</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>

**DISTRIBUCIÓN DEL NUMERO DE ITEMS ERRONEOS ENCONTRADOS EN LAS MUESTRAS EXTRAIDAS DE LA POBLACION P15**

ITEMS ERRONEOS	TAMAÑO MUESTRAL					
	80		100		120	
	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS
0	5	1,00%	8	1,60%	4	0,80%
1	39	7,80%	19	3,80%	10	2,00%
2	61	12,20%	38	7,60%	40	8,00%
3	95	19,00%	96	19,20%	70	14,00%
4	145	29,00%	91	18,20%	73	14,60%
5	87	17,40%	86	17,20%	72	14,40%
6	42	8,40%	67	13,40%	71	14,20%
7	22	4,40%	35	7,00%	51	10,20%
8	1	0,20%	43	8,60%	43	8,60%
9	3	0,60%	7	1,40%	43	8,60%
10	0	0,00%	5	1,00%	13	2,60%
11	0	0,00%	2	0,40%	5	1,00%
12	0	0,00%	3	0,60%	0	0,00%
14	0	0,00%	0	0,00%	5	1,00%
<b>TOTAL</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>

**DISTRIBUCIÓN DEL NUMERO DE ITEMS ERRONEOS ENCONTRADOS EN LAS MUESTRAS EXTRAIDAS DE LA POBLACION P21**

ITEMS ERRONEOS	TAMAÑO MUESTRAL					
	80		100		120	
	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS
0	284	56,80%	191	38,20%	167	33,40%
1	137	27,40%	210	42,00%	216	43,20%
2	61	12,20%	84	16,80%	88	17,60%
3	14	2,80%	15	3,00%	17	3,40%
4	4	0,80%	0	0,00%	4	0,80%
5	0	0,00%	0	0,00%	8	1,60%
<b>TOTAL</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>

**DISTRIBUCIÓN DEL NUMERO DE ITEMS ERRONEOS ENCONTRADOS EN LAS MUESTRAS EXTRAIDAS DE LA POBLACION P23**

ITEMS ERRONEOS	TAMAÑO MUESTRAL					
	80		100		120	
	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS
0	74	14,80%	20	4,00%		0,00%
1	87	17,40%	34	6,80%	18	3,60%
2	100	20,00%	114	22,80%	95	19,00%
3	96	19,20%	132	26,40%	127	25,40%
4	79	15,80%	101	20,20%	114	22,80%
5	43	8,60%	57	11,40%	79	15,80%
6	19	3,80%	32	6,40%	42	8,40%
7	2	0,40%	7	1,40%	25	5,00%
8	0	0,00%	3	0,60%	0	0,00%
<b>TOTAL</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>

**DISTRIBUCIÓN DEL NUMERO DE ITEMS ERRONEOS ENCONTRADOS EN LAS MUESTRAS EXTRAIDAS DE LA POBLACION P25**

ITEMS ERRONEOS	TAMAÑO MUESTRAL					
	80		100		120	
	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS
0	18	3,60%	2	0,40%	0	0,00%
1	54	10,80%	17	3,40%	0	0,00%
2	76	15,20%	59	11,80%	14	2,80%
3	85	17,00%	73	14,60%	52	10,40%
4	90	18,00%	82	16,40%	83	16,60%
5	79	15,80%	78	15,60%	97	19,40%
6	52	10,40%	84	16,80%	104	20,80%
7	35	7,00%	43	8,60%	68	13,60%
8	7	1,40%	24	4,80%	36	7,20%
9	4	0,80%	26	5,20%	25	5,00%
10	0	0,00%	10	2,00%	14	2,80%
11	0	0,00%	2	0,40%	7	1,40%
<b>TOTAL</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>

**DISTRIBUCIÓN DEL NUMERO DE ITEMS ERRONEOS ENCONTRADOS EN LAS MUESTRAS EXTRAIDAS DE LA POBLACION P31**

ITEMS ERRONEOS	TAMAÑO MUESTRAL					
	80		100		120	
	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS
0	54	10,80%	9	1,80%	4	0,80%
1	329	65,80%	296	59,20%	239	47,80%
2	90	18,00%	153	30,60%	185	37,00%
3	19	3,80%	29	5,80%	46	9,20%
4	8	1,60%	13	2,60%	14	2,80%
5		0,00%		0,00%	9	1,80%
6		0,00%		0,00%	3	0,60%
<b>TOTAL</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>

**DISTRIBUCIÓN DEL NUMERO DE ITEMS ERRONEOS ENCONTRADOS EN LAS MUESTRAS EXTRAIDAS DE LA POBLACION P33**

ITEMS ERRONEOS	TAMAÑO MUESTRAL					
	80		100		120	
	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS
0	6	1,20%	2	0,40%		0,00%
1	136	27,20%	46	9,20%	10	2,00%
2	173	34,60%	146	29,20%	133	26,60%
3	95	19,00%	164	32,80%	174	34,80%
4	44	8,80%	101	20,20%	73	14,60%
5	18	3,60%	33	6,60%	51	10,20%
6	16	3,20%	8	1,60%	36	7,20%
7	10	2,00%	0	0,00%	11	2,20%
8	2	0,40%	0	0,00%	11	2,20%
9	0	0,00%	0	0,00%	1	0,20%
<b>TOTAL</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>

**DISTRIBUCIÓN DEL NUMERO DE ITEMS ERRONEOS ENCONTRADOS EN LAS MUESTRAS EXTRAIDAS DE LA POBLACION P35**

ITEMS ERRONEOS	TAMAÑO MUESTRAL					
	80		100		120	
	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS
0	3	0,60%	0	0,00%	0	0,00%
1	25	5,00%	3	0,60%	1	0,20%
2	99	19,80%	29	5,80%	15	3,00%
3	113	22,60%	70	14,00%	59	11,80%
4	109	21,80%	145	29,00%	82	16,40%
5	60	12,00%	93	18,60%	116	23,20%
6	48	9,60%	88	17,60%	93	18,60%
7	20	4,00%	48	9,60%	60	12,00%
8	13	2,60%	22	4,40%	39	7,80%
9	7	1,40%	2	0,40%	13	2,60%
10	3	0,60%	0	0,00%	12	2,40%
11	0	0,00%	0	0,00%	4	0,80%
12	0	0,00%	0	0,00%	6	1,20%
<b>TOTAL</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>

**DISTRIBUCIÓN DEL NUMERO DE ITEMS ERRONEOS ENCONTRADOS EN LAS MUESTRAS EXTRAIDAS DE LA POBLACION P41**

ITEMS ERRONEOS	TAMAÑO MUESTRAL					
	80		100		120	
	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS
0	220	44,00%	159	31,80%	129	25,80%
1	161	32,20%	170	34,00%	159	31,80%
2	40	8,00%	111	22,20%	120	24,00%
3	56	11,20%	59	11,80%	63	12,60%
4	22	4,40%	1	0,20%	20	4,00%
5	1	0,20%		0,00%	9	1,80%
<b>TOTAL</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>

**DISTRIBUCIÓN DEL NUMERO DE ITEMS ERRONEOS ENCONTRADOS EN LAS MUESTRAS EXTRAIDAS DE LA POBLACION P43**

ITEMS ERRONEOS	TAMAÑO MUESTRAL					
	80		100		120	
	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS
0	7	1,40%	19	3,80%	9	1,80%
1	62	12,40%	43	8,60%	26	5,20%
2	142	28,40%	71	14,20%	67	13,40%
3	153	30,60%	125	25,00%	129	25,80%
4	81	16,20%	100	20,00%	84	16,80%
5	36	7,20%	69	13,80%	42	8,40%
6	11	2,20%	49	9,80%	36	7,20%
7	8	1,60%	15	3,00%	41	8,20%
8	0	0,00%	5	1,00%	33	6,60%
9	0	0,00%	1	0,20%	24	4,80%
10	0	0,00%	3	0,60%	6	1,20%
11	0	0,00%	0	0,00%	3	0,60%
<b>TOTAL</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>

**DISTRIBUCIÓN DEL NUMERO DE ITEMS ERRONEOS ENCONTRADOS EN LAS MUESTRAS EXTRAIDAS DE LA POBLACION P45**

ITEMS ERRONEOS	TAMAÑO MUESTRAL					
	80		100		120	
	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS	Nº MUESTRAS	% MUESTRAS
0	0	0,00%	0	0,00%	0	0,00%
1	9	1,80%	0	0,00%	0	0,00%
2	68	13,60%	24	4,80%	3	0,60%
3	84	16,80%	57	11,40%	25	5,00%
4	140	28,00%	103	20,60%	96	19,20%
5	69	13,80%	98	19,60%	75	15,00%
6	56	11,20%	85	17,00%	74	14,80%
7	40	8,00%	45	9,00%	53	10,60%
8	13	2,60%	34	6,80%	41	8,20%
9	11	2,20%	28	5,60%	51	10,20%
10	10	2,00%	12	2,40%	40	8,00%
11	0	0,00%	8	1,60%	22	4,40%
12	0	0,00%	3	0,60%	15	3,00%
13	0	0,00%	3	0,60%	5	1,00%
<b>TOTAL</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>	<b>500</b>	<b>100,00%</b>

Una forma de aproximarse a las probabilidades asociadas al procedimiento CELDA-DUS es a partir de las frecuencias relativas observadas. Considerando un determinado tamaño muestral y una tasa de error concreta, se producen discrepancias importantes entre las distribuciones de frecuencias de las distintas poblaciones. En principio, esto podría llevarnos a sospechar que, o bien la cifra de 500 muestras es insuficiente para que la convergencia de la frecuencia real a la probabilidad sea efectiva, o bien que se ha cometido algún error en el algoritmo programado de extracción de muestras MUM. La razón es otra, ya explicada al principio de este epígrafe. La probabilidad de selección de un ítem es directamente proporcional al intervalo de muestreo, y no al valor total de la población. Esto significa que si un ítem con error tiene un valor registrado relativamente alto con respecto al intervalo de muestreo, esto supondrá que la probabilidad de que ese ítem sea seleccionado sea elevada, independientemente de la tasa de contagio y aunque ese ítem fuera el único erróneo en toda la población. Para ilustrar este efecto vamos a sintetizar en un cuadro las frecuencias relativas correspondientes a obtener al menos un ítem erróneo en cada una de las poblaciones de prueba.

<b>PROBABILIDAD DE ENCONTRAR AL MENOS UN ITEM ERRONEO EN UNA MUESTRA EXTRAIDA POR CELDA-DUS</b>				
	<b>TAMAÑO MUESTRAL</b>			
	<b>POBLACION DE PRUEBA</b>	<b>n=80</b>	<b>n=100</b>	<b>n=120</b>
<b>TASA ERROR 1%</b>	P11	0,5300	0,6160	0,6600
	P21	0,4320	0,6180	0,6660
	P31	0,8200	0,9820	0,9920
	P41	0,5600	0,6820	0,7420
<b>TASA ERROR 3%</b>	P13	0,9340	0,9540	0,9520
	P23	0,8520	0,9600	1,0000
	P33	0,9880	0,9960	1,0000
	P43	0,9860	0,9620	0,9820
<b>TASA ERROR 5%</b>	P15	0,9900	0,9840	0,9920
	P25	0,9640	0,9960	1,0000
	P35	0,9940	1,0000	1,0000
	P45	1,0000	1,0000	1,0000

La siguiente tabla recoge para cada población de prueba, considerando sólo un tamaño muestral (n=100), el valor del cociente entre el valor registrado y el intervalo de muestreo del ítem con error de mayor valor registrado

$$\frac{X_i}{J(n = 100)} = \frac{\text{Valor registrado}}{\text{Intervalo de muestreo}}$$

**PARA EL ITEM ERRONEO CON MAYOR VALOR REGISTRADO**

	POBLACION DE PRUEBA	n=100
<b>TASA ERROR 1%</b>	P11	0,06
	P21	0,22
	P31	0,55
	P41	0,28
<b>TASA ERROR 3%</b>	P13	0,28
	P23	0,22
	P33	0,55
	P43	0,28
<b>TASA ERROR 5%</b>	P15	0,28
	P25	0,25
	P35	0,55
	P45	0,28

El efecto comentado puede verse claramente en las poblaciones de prueba cuya tasa de error es del uno por cien. El ítem erróneo con mayor valor registrado de la población P31 toma el mayor valor para este cociente (0,55), por lo que es de esperar, y así se cumple, que la estimación de la probabilidad, teniendo en cuenta las frecuencias relativas de la tabla correspondiente a la población P31, de encontrar un ítem erróneo en la muestra es mayor que en el resto de poblaciones con una tasa de error poblacional del 1 % (P11, P21 y P41).

El hecho de que este cociente tome valores iguales con tasas de error distintas se debe a que cuando se han generado las poblaciones de prueba y se han seleccionado aleatoriamente los ítems que deben contener un error monetario, aquellos ítems correspondientes a poblaciones de prueba con una tasa de un 1 % de error, también son seleccionados para las poblaciones de prueba con tasas mayores (dentro de cada modelo generador) de forma que, como sucede en este caso en las poblaciones derivadas del modelo general 3, el efecto del ítem erróneo cuyo valor registrado representa más del 50 % del intervalo de muestreo (en muestras de tamaño 100) que aparece en la población P31, también se reproduce en las poblaciones P33 y P35.

Por lo tanto, es evidente que cuando el cociente entre el valor registrado y el intervalo de muestreo es relativamente alto, este hecho influirá en las probabilidades de selección cuando se utilice el método CELDA-DUS.

**4.6. APLICACION DE LA COTA DE STRINGER Y EL ESTIMADOR DEL RATIO PARA LA OBTENCIÓN DE LA COTA SUPERIOR DEL ERROR MONETARIO.**

En este apartado vamos a obtener la estimación puntual del error monetario (D) y la cota superior para el mismo mediante el estimador del ratio y Stringer. En el apartado 4.8. calcularemos la cota BST, deducida a partir del estimador del ratio, para establecer comparaciones y poder dilucidar las ventajas e inconvenientes de esta técnica de remuestreo. Todo ello para un nivel de confianza del 95 %.

El total de estimaciones realizadas ha sido de 54.000, distribuidas de la siguiente forma :

<i>Estimación puntual del error (ratio)</i>	(EM) :	18.000
<i>Cota superior por el ratio</i>	(EMDER) :	18.000
<i>Cota de Stringer :</i>	(MUEL95) :	<u>18.000</u>
<b>TOTAL :</b>		<b>54.000</b>

La notación aquí apuntada es la que utilizamos en todo el trabajo (EM, EMDER y MUEL95).

El cuadro siguiente muestra como se reparten estas 54.000 estimaciones entre las poblaciones de prueba para cada modelo generador ( $P_{i1}, P_{i3}, P_{i5}$  ;  $i=1,2,3,4$ ).

	MODELO GENERADOR I				
	TASA DE ERROR	1%	3%	5%	TOTAL (MODELO I)
TAMAÑO MUESTRAL	POBLACION DE PRUEBA	Pi1	Pi3	Pi5	
n = 80 (500 muestras)	EM	500	500	500	1500
	EMDER	500	500	500	1500
	MUEL95	500	500	500	1500
n = 100 (500 muestras)	EM	500	500	500	1500
	EMDER	500	500	500	1500
	MUEL95	500	500	500	1500
n = 120 (500 muestras)	EM	500	500	500	1500
	EMDER	500	500	500	1500
	MUEL95	500	500	500	1500
	TOTAL	4500	4500	4500	13500

**TOTAL ESTIMACIONES = 13.500 · 4 (MODELOS) = 54.000**

Con las estimaciones obtenidas vamos a realizar un análisis descriptivo para cada estimador de forma que podamos detectar pautas de comportamiento en función de diferentes factores. Concretamente, para cada grupo de 500 estimaciones y para cada estimador calculamos su media, mediana, desviación típica, coeficiente de variación, asimetría y curtosis.

Compararemos los resultados reales de estos coeficientes con los parámetros poblacionales, para poder obtener conclusiones en cuanto a sus propiedades inferenciales.

El análisis a realizar en los tres casos podemos esquematizarlo en los puntos siguientes :

- a) *Distribuciones empíricas*
- b) *Sesgo (para el estimador puntual del error monetario a partir del ratio)*
- c) *Sensibilidad al tipo de población*
- d) *Sensibilidad al tamaño muestral*
- e) *Sensibilidad al tipo de error*
- f) *Niveles de confianza reales.* Respecto a cotas (ratio y Stringer) calcularemos los niveles de confianza reales producidos, es decir, el porcentaje de estimaciones que se encuentran por encima del valor real del error. Se trata de comparar el nivel de confianza prefijado con el nivel de confianza real. Por ejemplo, si una cota, calculada con un nivel de confianza inicial del 95 %, produce una confianza real del 60 %, significa que sólo el 60 % del las cotas estimadas contienen el verdadero valor del error. Obviamente, una característica deseable de las cotas investigadas es que la confianza real se asemeje lo más posible a la prefijada, que en nuestro caso es del 95 %.



**4.6.1. Error total estimado mediante el ratio**

La estimación puntual del error monetario poblacional la realizamos mediante el estimador del ratio, que representa la proporción del error monetario muestral sobre el valor registrado muestral. El ratio muestral se obtiene de la siguiente forma :

$$\hat{r} = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$$

El estimador del error monetario poblacional ( $\hat{D}$ ) se obtiene mediante el producto entre el valor registrado total poblacional y el ratio muestral. Como ya señalamos anteriormente, la estimación puntual del error monetario la expresamos como *EM*.

$EM = V \cdot \hat{r}$
------------------------

Con las estimaciones obtenidas a partir del ratio realizamos el análisis pertinente cuyos resultados incluimos en las tablas 4.6.1.1., 4.6.1.2., 4.6.1.3. y 4.6.1.4.

**TABLA 4.6.1.1.**

**ESTADISTICOS ESTIMACIONES ERROR TOTAL POR EL RATIO PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 1 DE NETER**

	<b>TAMAÑO MUESTRAL</b>		
<b>POBLACION P11</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	428,67	564,54	456,40
Mediana	78,74	94,70	204,74
Desv.típica	727,42	1.148,60	676,15
Coef. Variación	1,70	2,03	1,48
Coef. Asimetría	2,29	2,77	2,18
Coef. Curtosis	4,86	6,72	4,56
<b>POBLACION P13</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	3.921,32	3.461,14	4.119,72
Mediana	3.345,45	2.915,21	1.956,18
Desv.típica	3.327,23	3.315,85	4.097,24
Coef. Variación	0,85	0,96	0,99
Coef. Asimetría	0,58	0,66	0,51
Coef. Curtosis	-1,02	-0,60	-1,39
<b>POBLACION P15</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	5.451,48	5.207,10	5.745,22
Mediana	4.222,79	5.637,09	3.962,93
Desv.típica	4.121,56	3.502,10	5.007,03
Coef. Variación	0,76	0,67	0,87
Coef. Asimetría	0,88	0,03	0,81
Coef. Curtosis	0,17	-1,30	-0,20

**TABLA 4.6.1.2.**

**ESTADISTICOS ESTIMACIONES ERROR TOTAL POR EL RATIO PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 2 DE NETER**

	TAMAÑO MUESTRAL		
	80,00	100,00	120,00
<b>POBLACION P21</b>			
Media	11.507,17	12.018,81	11.373,70
Mediana		3.952,79	4.354,78
Desv.típica	20.646,35	14.923,35	13.279,48
Coef. Variación	1,79	1,24	1,17
Coef. Asimetría	1,65	0,81	0,92
Coef. Curtosis	1,39	-1,06	0,01
<b>POBLACION P23</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	74.310,37	72.959,60	74.690,53
Mediana	50.480,06	82.186,18	56.718,18
Desv.típica	72.350,33	39.770,93	48.154,33
Coef. Variación	0,97	0,55	0,64
Coef. Asimetría	0,44	-0,54	0,67
Coef. Curtosis	-1,43	-0,97	-0,49
<b>POBLACION P25</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	98.579,69	98.111,30	100.034,50
Mediana	79.156,45	109.090,90	87.724,57
Desv.típica	77.424,67	49.586,68	57.347,35
Coef. Variación	0,79	0,51	0,57
Coef. Asimetría	0,48	-0,29	0,94
Coef. Curtosis	-0,96	-0,83	0,32

**TABLA 4.6.1.3.**

**ESTADISTICOS ESTIMACIONES ERROR TOTAL POR EL RATIO PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 3 DE NETER**

	<b>TAMAÑO MUESTRAL</b>		
<b>POBLACION 31</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	106.160,80	100.328,50	102.832,50
Mediana	39.839,03	35.637,90	56.786,92
Desv.típica	115.340,30	92.507,96	82.152,52
Coef. Variación	1,09	0,92	0,80
Coef. Asimetría	0,88	0,74	0,25
Coef. Curtosis	-1,02	-1,15	-1,61
<b>POBLACION 33</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	154.152,70	145.192,50	148.176,10
Mediana	91.915,81	75.548,61	170.403,80
Desv.típica	136.267,00	128.495,70	83.004,01
Coef. Variación	0,88	0,89	0,56
Coef. Asimetría	0,92	0,86	-0,08
Coef. Curtosis	-0,22	-0,89	-0,99
<b>POBLACION 35</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	200.465,50	191.940,30	194.410,60
Mediana	172.339,50	160.947,70	188.419,90
Desv.típica	122.689,20	110.060,80	94.383,90
Coef. Variación	0,61	0,57	0,49
Coef. Asimetría	0,72	0,55	0,03
Coef. Curtosis	0,30	-0,94	-0,97

**TABLA 4.6.1.4.**

**ESTADISTICOS ESTIMACIONES ERROR TOTAL POR EL RATIO PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 4 DE NETER**

	TAMAÑO MUESTRAL		
<b>POBLACION P41</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	47.749,39	45.519,26	50.211,99
Mediana	1.229,55	34.082,28	27.585,43
Desv.típica	80.454,05	44.194,12	60.143,29
Coef. Variación	1,68	0,97	1,20
Coef. Asimetría	1,64	0,26	0,98
Coef. Curtosis	1,10	-1,61	-0,43
<b>POBLACION P43</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	138.622,90	143.856,20	144.808,60
Mediana	129.824,50	157.949,10	143.977,90
Desv.típica	79.729,77	87.809,76	62.548,38
Coef. Variación	0,58	0,61	0,43
Coef. Asimetría	0,59	-0,07	-0,01
Coef. Curtosis	0,08	-1,33	-0,14
<b>POBLACION P45</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	182.468,00	186.742,50	187.589,00
Mediana	178.025,30	181.260,10	189.552,80
Desv.típica	84.859,04	92.151,88	61.066,68
Coef. Variación	0,47	0,49	0,33
Coef. Asimetría	0,26	0,21	-0,12
Coef. Curtosis	-0,73	-1,17	0,08

**4.6.2. Distribución empírica del estimador del ratio para el error total**

Aunque desde un punto de vista teórico, por el Teorema central del límite, se podría aceptar que la distribución muestral del estimador del ratio es Normal, lo cual facilitaría mucho la obtención de intervalos de confianza en base a esta hipótesis, lo cierto es que, tal y como ya se ha comentado, en poblaciones contables, dada su gran asimetría y sus bajas tasas de error, no es asumible la convergencia sin más. De hecho, en nuestras simulaciones, los niveles de confianza realmente obtenidos están bastante alejados de los nominales o planificados, como se verá en el apartado siguiente.

Un buen análisis sobre la eficiencia de este estimador lo podemos encontrar en el trabajo de Smith (Smith, 1976), donde queda claro que la aplicación del ratio a poblaciones con pocos errores puede llevar a conclusiones bastante alejadas de la realidad.

Para comprobar la no normalidad hemos sometido las estimaciones para el error total obtenidas por el método del ratio para cada población de prueba y tamaño muestral a un test de Kolmogorov para contrastar la hipótesis de normalidad. Los 36 contrastes realizados (12 poblaciones de prueba por tres tamaños muestrales ; ver anexo, pag. 234) dejan patente que la hipótesis de normalidad no es asumible en ninguna de las poblaciones utilizadas, ya que en todos los casos el nivel de significación crítico obtenido ha sido prácticamente cero, por lo que la cota superior para el error obtenida en base a la hipótesis de normalidad hay que tomarla como una referencia de lo que no debe hacerse.

**4.6.3. Sesgo relativo (estimación puntual mediante el ratio)**

El estimador del ratio tiene un sesgo nulo cuando las dos variables utilizadas para su construcción están perfectamente correlacionadas (Cochran, 1978). En nuestro caso, las dos variables son el error monetario muestral y el valor registrado muestral. Estas dos variables, considerando sólo los items que contienen un error monetario, presentan una elevada correlación, como indican las matrices de correlación del apartado 4.4. Ahora bien, dado que las tasas de error poblacionales en unidades físicas con las que trabajamos son bajas, esto supone que la correlación considerando todos los items de la población disminuye. En consecuencia, es de esperar que las estimaciones puntuales del error monetario que obtengamos a partir del ratio se encuentren sesgadas. Nuestro objetivo en este apartado se centra precisamente en analizar en base a los resultados obtenidos mediante la simulación hasta qué punto podemos cuantificar esa sesgidez. Recordemos que el sesgo de un estimador es la diferencia entre su esperanza matemática y el parámetro a estimar.

$$SESGO\ ESTIMADOR \rightarrow B(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta}) - \theta$$

El verdadero valor del parámetro a estimar (error monetario poblacional) es conocido a priori, puesto que estamos trabajando con poblaciones simuladas. Una aproximación a la esperanza matemática del estimador se puede obtener mediante la media aritmética de las estimaciones generadas por las muestras extraídas.

$\theta \rightarrow$  **ERROR MONETARIO POBLACIONAL**

$D_{ij} \rightarrow$  Error monetario de la población  $P_{ij}$

$\hat{\theta} \rightarrow$  **ESTIMADOR DEL ERROR MONETARIO POBLACIONAL**

$EM_{ijk} \rightarrow$  Error monetario estimado la población de prueba  $ij$  con la muestra  $k$

$E(\hat{\theta}) \rightarrow$  *ESPERANZA MATEMATICA DEL ESTIMADOR*

$$E(\hat{\theta}) \approx \frac{1}{500} \sum_{k=1}^{500} EM_{ijk}$$

Con el objetivo de poder realizar comparaciones entre las diferentes poblaciones de prueba en cuanto al sesgo que pueda presentar el estimador del error monetario, definimos un indicador del sesgo en términos relativos, de forma que podamos realizar comparaciones en lo que a esta característica se refiere entre las distintas poblaciones simuladas y los tamaños muestrales empleados. Este indicador, al que llamaremos *indicador de sesgo relativo*, lo representamos por  $SR_{ij}$  (sesgo relativo del estimador cuando se aplica a la población  $P_{ij}$ ), y lo obtenemos mediante el cociente entre la esperanza matemática estimada a partir de las muestras y el valor real del error monetario, es decir, del parámetro a estimar.

$$SR_{ij} = \frac{\frac{1}{500} \sum_{k=1}^{500} EM_{ijk}}{D_{ij}}$$

Si :

$SR_{ij} = 1 \Rightarrow$  Sesgo nulo.

$SR_{ij} < 1 \Rightarrow$  Sesgo negativo. Infraestimación del error monetario.

$SR_{ij} > 1 \Rightarrow$  Sesgo positivo. Sobreestimación del error monetario.

La siguiente tabla contiene los valores obtenidos para el sesgo relativo distribuidos por poblaciones de prueba, modelos generadores, tasas de error y tamaños muestrales.

**SESGO RELATIVO DEL ESTIMADOR DEL ERROR MONETARIO**

<b>POBLACION DE PRUEBA - TASA ERROR</b>	<b>n = 80</b>	<b>n = 100</b>	<b>n = 120</b>
<b>MODELO 1</b>			
P11 - 1%	0,2297	0,3025	0,2445
P13 - 3%	0,6311	0,5570	0,6630
P15 - 5%	0,5382	0,5141	0,5672
<b>MODELO 2</b>			
P21 - 1%	0,9177	0,9585	0,9070
P23 - 3%	1,2673	1,2443	1,2738
P25 - 5%	1,0938	1,0886	1,1099
<b>MODELO 3</b>			
P31 - 1%	1,1756	1,1110	1,1388
P33 - 3%	0,7599	0,7158	0,7305
P35 - 5%	0,6262	0,5996	0,6073
<b>MODELO 4</b>			
P41 - 1%	0,9968	0,9502	1,0482
P43 - 3%	0,9753	1,0121	1,0188
P45 - 5%	0,9369	0,9588	0,9632

En la mayoría de los casos se observa una infravaloración del parámetro. En cuanto a la sensibilidad que presenta este indicador respecto al modelo generador, encontramos diferencias dignas de mención. Las poblaciones generadas por el modelo 1 son las que tienen un SR menor. Cabe resaltar la población P11, en la que el sesgo relativo toma un valor de 0.22 para n=80, o, lo que es lo mismo, la estimación puntual del error monetario para esta población con muestras de tamaño 80 infravalorada el parámetro en casi un 80 %. Las poblaciones generadas a partir de los modelos 2 y 4 son las que muestran un mejor comportamiento, en el sentido de que las estimaciones realizadas para estas poblaciones son las menos sesgadas.

Respecto al tamaño muestral, dado que hemos utilizado sólo tres tamaños, no resulta factible la posibilidad de extrapolar las tendencias, si las hay. De todos modos, puede observarse que el SR es muy similar para los tres tamaños muestrales en los cuatro modelos.

Con referencia a las tres tasas de error consideradas (1, 3, 5 %), los resultados más significativos se dan en el modelo 3. Conforme aumenta la tasa de error; aumenta el sesgo relativo en sentido negativo, o, lo que es lo mismo, aumenta el grado de infraestimación del error monetario. Este resultado es coherente, ya que como hemos visto, la población P31 contiene un ítem con error con un valor registrado que representa un 55 % del intervalo de muestreo cuando el tamaño muestral es 100. Este hecho implica que, aún con bajas tasas de error, la probabilidad de encontrar al menos un documento erróneo en la muestra es elevada.

En cuanto a la dispersión relativa, puede observarse en las tablas 4.6.1.1. a 4.6.1.4. que en los cuatro modelos, los mayores coeficientes de variación, independientemente del tamaño muestral, corresponden a la menor tasa de error (1%), disminuyendo los mismos conforme ésta aumenta. De nuevo, la población P31 presenta una singularidad, ya que la dispersión relativa es ligeramente menor a la correspondiente a las poblaciones P11, P21 y P41.

4.6.4. Cota superior para el error monetario por el ratio

A partir del estimador del ratio hemos calculado la cota superior para el error monetario asumiendo normalidad. Obviamente, por las razones ya expuestas, los resultados obtenidos no son fiables. Ahora bien, es necesario conocer el comportamiento anómalo de esta cota para poder comparar posteriormente con la cota bootstrap obtenida a partir de este estimador. El objetivo en este apartado se centra en cuantificar hasta qué punto la cota del ratio se ve afectada por las características poblacionales, para posteriormente evaluar las mejoras, si las hay, que la metodología bootstrap pueda proporcionar.

Los efectos de las características poblacionales en la cota calculada por el ratio son producidos por el sesgo y por la sobrevaloración de la varianza del estimador, que a su vez son consecuencia de otros factores ya comentados. El sesgo negativo, es decir, la subestimación del error total tendrá un efecto sobre la cota también con signo negativo, produciendo en la misma una minusvaloración, y, en contra, la sobreestimación de la varianza tendrá sobre la cota un efecto positivo, es decir, la sobrevaloración. Hasta qué punto se compensa un efecto con otro es una cuestión que tenemos que dilucidar. Recordemos que la metodología bootstrap se diseñó, fundamentalmente, para poder establecer intervalos de confianza en aquellas situaciones en las que la metodología clásica falla. Cuantificados estos dos efectos, podremos analizar si la aplicación del bootstrap sobre el estimador del ratio minimiza los mismos.

La cota superior para el error monetario obtenida a partir del estimador del ratio para un nivel de confianza del 95 % unilateral, es :

*EMDER<sub>ij</sub> → COTA SUPERIOR PARA EL ERROR MONETARIO DE LA POBLACIÓN P<sub>ij</sub>*

$$EMDER_{ij} = EM_{ij} + \frac{N \cdot 1,64 \cdot \hat{S}}{\sqrt{n}}$$

siendo  $\hat{S}$  una aproximación de la desviación típica del estimador obtenida a partir de cada muestra.

$$\hat{S} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (D_k - X_k \cdot r)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n D_k^2 + r^2 \sum_{k=1}^n X_k^2 - 2 r \sum_{k=1}^n X_k D_k}{n-1}}$$

Con el objetivo de analizar su comportamiento comenzamos con un tratamiento descriptivo de las cotas obtenidas por cada grupo de 500 muestras en función de la población, tasa de error y tamaños muestral. Las tablas 4.6.4.1, 4.6.4.2, 4.6.4.3 y 4.6.4.4. contienen los resultados obtenidos de aplicar los mismos estadísticos que en el apartado anterior, añadiendo dos datos más, que son el sesgo relativo y el nivel de confianza real producido en cada caso, es decir, el porcentaje de cotas estimadas, dentro de cada grupo de 500, que contienen al verdadero valor del parámetro a investigar, es decir, el error monetario

TABLA 4.6.4.1.

*ESTADISTICOS ESTIMACIONES COTA SUPERIOR POR EL RATIO PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 1 DE NETER*

	TAMAÑO MUESTRAL		
POBLACION P11	80,00	100,00	120,00
Media	5.975,75	6.530,81	5.627,23
Mediana	1.180,60	1.426,63	2.486,65
Desv.típica	9.901,10	11.753,23	7.704,33
Coef. variación	1,66	1,80	1,37
Coef. asimetría	2,15	2,40	1,75
Coef. curtosis	3,96	4,84	2,19
<b>SESGO RELATIVO</b>	<b>0,2297</b>	<b>0,3025</b>	<b>0,2445</b>
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>48,60 %</b>	<b>46,00 %</b>	<b>56,00 %</b>
POBLACION P13	80,00	100,00	120,00
Media	52.834,87	42.117,85	42.707,02
Mediana	40.335,80	32.701,07	18.529,16
Desv.típica	49.330,95	40.655,34	42.334,08
Coef. variación	0,93	0,97	0,99
Coef. asimetría	0,58	0,78	0,46
Coef. curtosis	-0,87	-0,83	-1,62
<b>SESGO RELATIVO</b>	<b>0,6311</b>	<b>0,5570</b>	<b>0,6630</b>
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>83,40 %</b>	<b>76,40 %</b>	<b>72,60 %</b>
POBLACION P15	80,00	100,00	120,00
Media	64.501,10	55.329,66	53.243,24
Mediana	47.245,90	50.759,97	37.703,88
Desv.típica	50.976,89	40.014,32	42.036,67
Coef. variación	0,79	0,72	0,79
Coef. asimetría	0,69	0,26	0,33
Coef. curtosis	-0,86	-1,24	-1,44
<b>SESGO RELATIVO</b>	<b>0,5382</b>	<b>0,5141</b>	<b>0,5672</b>
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>90,40 %</b>	<b>81,40 %</b>	<b>84,80 %</b>

**TABLA 4.6.4.2.**

**ESTADISTICOS ESTIMACIONES COTA SUPERIOR POR EL RATIO PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 2 DE NETER**

	TAMAÑO MUESTRAL		
	80,00	100,00	120,00
<b>POBLACION P21</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	82.156,04	92.415,27	87.302,52
Mediana		33.603,76	34.268,21
Desv.típica	142.402,20	114.309,50	100.881,80
Coef. variación	1,73	1,24	1,16
Coef. asimetría	1,43	0,81	0,69
Coef. curtosis	0,28	-1,09	-1,18
<b>SESGO RELATIVO</b>	<b>0,9177</b>	<b>0,9585</b>	<b>0,9070</b>
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>35,40 %</b>	<b>53,20 %</b>	<b>58,00 %</b>
<b>POBLACION P23</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	462.090,20	492.767,20	462.904,10
Mediana	355.339,90	483.007,40	304.042,20
Desv.típica	445.756,40	304.093,80	279.408,50
Coef. variación	0,96	0,62	0,60
Coef. asimetría	0,51	-0,06	0,37
Coef. curtosis	-1,29	-1,20	-1,30
<b>SESGO RELATIVO</b>	<b>1,2673</b>	<b>1,2443</b>	<b>1,2738</b>
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>71,80 %</b>	<b>85,40 %</b>	<b>97,20 %</b>
<b>POBLACION P25</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	563.755,20	575.721,70	529.022,10
Mediana	417.829,80	645.999,70	375.502,70
Desv.típica	424.055,90	289.363,30	283.731,30
Coef. variación	0,75	0,50	0,54
Coef. asimetría	0,48	-0,37	0,42
Coef. curtosis	-1,01	-1,08	-1,11
<b>SESGO RELATIVO</b>	<b>1,0938</b>	<b>1,0886</b>	<b>1,1099</b>
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>87,40</b>	<b>95,20</b>	<b>97,20</b>

**TABLA 4.6.4.3.**

**ESTADISTICOS ESTIMACIONES COTA SUPERIOR POR EL RATIO PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 3 DE NETER**

	TAMAÑO MUESTRAL		
	80,00	100,00	120,00
<b>POBLACION P31</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	2.217.636,00	2.099.076,00	2.102.453,00
Mediana	934.762,30	792.651,90	937.830,90
Desv.típica	2.315.030,00	1.854.828,00	1.651.238,00
Coef. variación	1,04	0,88	0,79
Coef. asimetría	0,83	0,60	0,11
Coef. curtosis	-1,19	-1,59	-1,93
<b>SESGO RELATIVO</b>	<b>1,1756</b>	<b>1,1110</b>	<b>1,1388</b>
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>88,20 %</b>	<b>98,20 %</b>	<b>99,20 %</b>
<b>POBLACION P33</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	2.758.385,00	2.389.960,00	2.554.753,00
Mediana	1.675.121,00	1.145.987,00	2.391.640,00
Desv.típica	2.203.193,00	1.965.057,00	1.447.125,00
Coef. variación	0,80	0,82	0,57
Coef. asimetría	0,55	0,62	-0,28
Coef. curtosis	-1,35	-1,54	-1,54
<b>SESGO RELATIVO</b>	<b>0,7599</b>	<b>0,7158</b>	<b>0,7305</b>
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>94,00 %</b>	<b>99,20 %</b>	<b>95,80 %</b>
<b>POBLACION P35</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	3.356.184,00	2.923.836,00	2.900.892,00
Mediana	3.139.634,00	2.562.228,00	2.480.024,00
Desv.típica	1.923.401,00	1.685.871,00	1.345.050,00
Coef. variación	0,57	0,58	0,46
Coef. asimetría	0,18	0,30	-0,26
Coef. curtosis	-1,18	-1,48	-1,37
<b>SESGO RELATIVO</b>	<b>0,6262</b>	<b>0,5996</b>	<b>0,6073</b>
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>97,60 %</b>	<b>99,20 %</b>	<b>100,00 %</b>

**TABLA 4.6.4.4.**

**ESTADISTICOS ESTIMACIONES COTA SUPERIOR POR EL RATIO PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 4 DE NETER**

	TAMAÑO MUESTRAL		
	80,00	100,00	120,00
<b>POBLACION P41</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	337.428,70	369.629,40	344.530,90
Mediana	11.399,98	340.175,50	282.750,50
Desv.típica	524.132,40	348.654,60	363.417,70
Coef. variación	1,55	0,94	1,05
Coef. asimetría	1,41	0,20	0,63
Coef. curtosis	0,42	-1,63	-1,02
<b>SESGO RELATIVO</b>	<b>0,9968</b>	<b>0,9502</b>	<b>1,0482</b>
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>47,20 %</b>	<b>61,60 %</b>	<b>65,20 %</b>
<b>POBLACION P43</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	968.670,70	869.631,00	875.089,30
Mediana	1.157.670,00	1.059.290,00	873.511,90
Desv.típica	471.178,80	468.836,90	272.924,60
Coef. variación	0,49	0,54	0,31
Coef. asimetría	-0,07	-0,28	-0,94
Coef. curtosis	-0,75	-1,27	1,48
<b>SESGO RELATIVO</b>	<b>0,9753</b>	<b>1,0121</b>	<b>1,0188</b>
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>96,20 %</b>	<b>93,80 %</b>	<b>100,00 %</b>
<b>POBLACION P45</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	1.098.679,00	996.747,20	977.710,20
Mediana	1.203.563,00	1.141.699,00	987.288,90
Desv.típica	424.395,10	405.587,90	228.135,50
Coef. variación	0,39	0,41	0,23
Coef. asimetría	-0,04	-0,17	-0,79
Coef. curtosis	-0,88	-1,29	1,08
<b>SESGO RELATIVO</b>	<b>0,9369</b>	<b>0,9588</b>	<b>0,9632</b>
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>100,00 %</b>	<b>97,80 %</b>	<b>100,00 %</b>

Respecto a la variabilidad que presenta la cota del ratio, puede observarse claramente que, en términos relativos, es bastante similar a la producida por el estimador del error total. En todos los casos, los coeficientes de variación son prácticamente los mismos. La tendencia a la baja de éstos conforme la tasa de error aumenta se confirma de nuevo.

En cuanto al nivel de confianza real producido, sí que se observan diferencias significativas entre el tipo de error y tipo de población. En cambio, el tamaño muestral afecta bien poco. Además, hay que añadir un matiz importante ya expuesto con anterioridad, y que, de nuevo, afecta a los resultados. De las 18.000 muestras extraídas, 2071 contienen cero errores, cuyas distribuciones ya vimos anteriormente. Esto supone que en estas muestras, tanto la estimación del error total como de la cota superior es nula, puesto que la variabilidad estimada será cero.

#### 4.6.5. Cota superior para el error monetario por el estimador de Stringer

La cota de Stringer es de referencia obligada a la hora de comparar el comportamiento de distintos estimadores en auditoría. Hasta el momento, este estimador se encuentra implementado en la mayoría de los paquetes informáticos utilizados por los auditores. Como ya vimos en el capítulo 3, esta cota, aplicable sólo bajo muestreo de unidades monetarias, resulta muy conservadora, puesto que los niveles de confianza reales que produce superan a lo nominales. De hecho, en el trabajo de Clayton (1994), también por simulación, para tasas de error menores o iguales al 5 %, el nivel de confianza producido por esta cota fue del 100 % en todas sus simulaciones, siendo el nivel de confianza nominal del 95 %.

La expresión de este estimador (ver capítulo 3) es la siguiente :

$$\text{MUEL95} = J \cdot \left( \lambda_0 + \sum_{i=1}^k (\lambda_i - \lambda_{i-1}) \cdot t_i \right)$$

El nivel de confianza nominal con el que trabajamos es del 95 %. Para cada una de las muestras simuladas, calculamos esta cota mediante la expresión anterior. Con las estimaciones obtenidas realizamos el mismo tratamiento estadístico aplicado a la cota del ratio. Las tablas 4.6.5.1., 4.6.5.2., 4.6.5.3. y 4.6.5.4. contienen los resultados obtenidos para cada población de prueba y tamaño muestral. En todos los casos, el nivel de confianza real producido por Stringer es del 100 %.

**TABLA 4.6.5.1.**

**ESTADISTICOS ESTIMACIONES COTA DE STRINGER PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 1 DE NETER**

	TAMAÑO MUESTRAL		
	80,00	100,00	120,00
<b>POBLACION P11</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	18.705,78	15.752,19	13.211,53
Mediana	16.984,01	13.659,32	12.644,75
Desv.típica	3.713,38	4.561,48	2.996,70
Coef. variación	0,20	0,29	0,23
Coef. asimetría	0,88	1,82	1,26
Coef. curtosis	-0,13	3,38	2,07
<b>POBLACION P13</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	26.283,30	22.563,53	19.903,30
Mediana	25.640,75	21.702,89	19.944,19
Desv.típica	6.120,95	6.557,23	5.781,22
Coef. variación	0,23	0,29	0,29
Coef. asimetría	0,29	0,74	0,42
Coef. curtosis	-0,33	0,49	-0,06
<b>POBLACION P15</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	31.932,18	28.148,68	25.230,87
Mediana	31.909,25	27.363,40	24.567,17
Desv.típica	7.139,62	7.778,26	7.359,71
Coef. variación	0,22	0,28	0,29
Coef. asimetría	0,09	0,33	0,40
Coef. curtosis	0,05	-0,13	-0,33

**TABLA 4.6.5.2.**

**ESTADISTICOS ESTIMACIONES COTA DE STRINGER PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 2 DE NETER**

	TAMAÑO MUESTRAL		
	80,00	100,00	120,00
<b>POBLACION P21</b>			
Media	159.853,90	133.360,80	113.635,00
Mediana	139.576,20	126.556,50	110.860,70
Desv.típica	30.022,21	25.049,30	23.234,17
Coef. variación	0,19	0,19	0,20
Coef. asimetría	1,44	1,14	1,19
Coef. curtosis	1,26	0,45	0,76
<b>POBLACION P23</b>			
Media	231.207,30	206.627,80	185.184,80
Mediana	234.306,60	208.016,90	181.613,40
Desv.típica	67.061,36	52.323,84	44.532,02
Coef. variación	0,29	0,25	0,24
Coef. asimetría	0,46	0,33	0,41
Coef. curtosis	-0,10	-0,06	-0,17
<b>POBLACION P25</b>			
Media	276.758,80	251.860,90	230.316,40
Mediana	276.221,30	245.575,90	226.816,00
Desv.típica	77.347,92	71.253,30	50.491,15
Coef. variación	0,28	0,28	0,22
Coef. asimetría	0,33	0,48	0,42
Coef. curtosis	-0,04	0,05	0,06

**TABLA 4.6.5.3.**

**ESTADISTICOS ESTIMACIONES COTA DE STRINGER PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 3 DE NETER**

	TAMAÑO MUESTRAL		
	80,00	100,00	120,00
<b>POBLACION P31</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	678.419,00	579.508,70	505.719,70
Mediana	565.754,30	612.275,00	510.229,20
Desv.típica	160.784,50	139.858,90	126.561,80
Coef. variación	0,24	0,24	0,25
Coef. asimetría	1,15	1,27	1,10
Coef. curtosis	0,98	1,88	1,64
<b>POBLACION P33</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	880.436,50	754.777,60	693.168,60
Mediana	811.450,40	760.777,00	674.534,40
Desv.típica	290.920,50	203.642,70	174.952,00
Coef. variación	0,33	0,27	0,25
Coef. asimetría	1,41	0,40	0,76
Coef. curtosis	2,35	-0,41	-0,41
<b>POBLACION P35</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	1.065.193,00	936.499,60	862.448,20
Mediana	993.771,10	926.915,10	847.562,10
Desv.típica	317.389,40	191.459,60	220.665,30
Coef. variación	0,30	0,20	0,26
Coef. asimetría	1,41	0,22	0,70
Coef. curtosis	2,79	-0,63	0,80

**TABLA 4.6.5.4.**

**ESTADISTICOS ESTIMACIONES COTA DE STRINGER PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 4 DE NETER**

	TAMAÑO MUESTRAL		
	80,00	100,00	120,00
<b>POBLACION P41</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	377.136,20	310.400,80	272.536,60
Mediana	224.095,80	300.212,60	235.554,40
Desv.típica	118.728,30	68.894,91	84.430,78
Coef. variación	0,31	0,22	0,31
Coef. asimetría	1,34	0,30	0,99
Coef. curtosis	0,75	-0,91	-0,04
<b>POBLACION P43</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	519.244,00	456.947,70	418.264,30
Mediana	517.469,10	449.814,70	406.560,50
Desv.típica	122.680,60	103.100,40	99.849,96
Coef. variación	0,24	0,23	0,24
Coef. asimetría	0,35	0,03	0,53
Coef. curtosis	-0,51	-0,13	0,69
<b>POBLACION P45</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	593.877,60	530.877,10	488.662,00
Mediana	573.313,00	512.118,50	489.283,80
Desv.típica	152.620,20	108.528,70	111.732,50
Coef. variación	0,26	0,20	0,23
Coef. asimetría	0,45	0,44	0,31
Coef. curtosis	-0,34	-0,04	-0,26

#### 4.7. ANALISIS COMPARATIVO COTA RATIO-COTA STRINGER

En este apartado vamos a comparar los resultados obtenidos con las muestras simuladas con el objetivo de analizar el comportamiento de estas dos cotas para poder establecer las ventajas e inconvenientes que pueden presentar.

Podemos identificar las siguientes pautas de comportamiento :

1.- La media de las estimaciones de la cota de Stringer disminuye con el incremento del tamaño muestral. Este resultado puede apreciarse en todas y cada una de las poblaciones de prueba. No ocurre lo mismo con la cota obtenida por el ratio, para la que no se observa esta tendencia.

2.- En cuanto a la dispersión, se observa que el coeficiente de variación de la cota de Stringer es menor que el obtenido por el ratio en todas las poblaciones de prueba estudiadas. Por tanto, podemos establecer que, para las tasas de error y tamaños muestrales considerados, la cota de Stringer es más eficiente, en términos relativos, que la cota del ratio.

3.- Las muestras con cero errores (11,51 % del total de muestras) producen, obviamente, una cota superior por el ratio igual a cero, mientras que la cota de Stringer siempre da una cota no nula, aunque no se encuentre ningún error en la muestra. En cuanto a las poblaciones P31, P33 y P35 hay que considerar el efecto que produce al utilizar el método CELDA-DUS.

4.- En cuanto a la asimetría de la distribución del estimador, se observa que los valores del coeficiente de asimetría para la cota de Stringer son más estables que los producidos por la cota del ratio.

5.- Los niveles de confianza reales obtenidos para el ratio, excepto en las poblaciones de prueba generadas a partir del modelo 3, son, en su mayoría, inferiores al nominal, dándose las mayores diferencias en las poblaciones de prueba con menores tasas de error. En cambio, la cota de Stringer produce una confianza real del

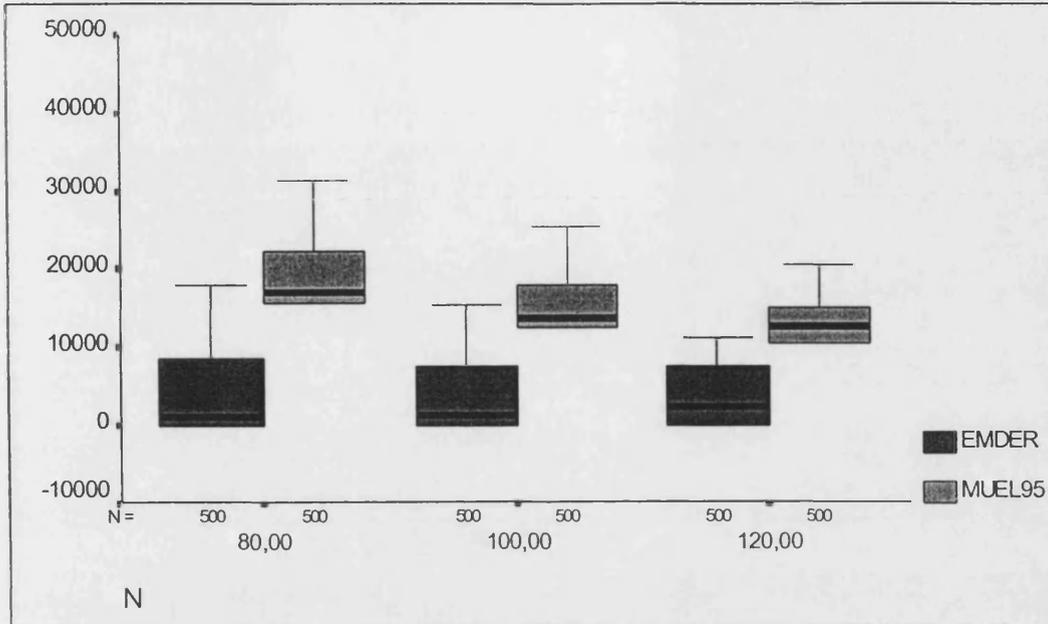
100 % en todos los casos. Se observa un incremento de la confianza real del ratio conforme aumenta la tasa de error. Esta tendencia no se da en cuanto al tamaño muestral, salvo en las poblaciones P21, P23 y P25. Dado que la proporción de muestras con cero errores extraídas de las poblaciones P31, P33 y P35 es muy bajo, la mayor estimación que produce este hecho en cuanto a la cota del ratio se observa claramente en las diferencias importantes entre los niveles de confianza reales correspondientes a estas poblaciones y el resto.

Estas cuestiones apuntadas podemos visualizarlas a través de un diagrama de caja para cada población de prueba, en los que vienen representadas la configuración espacial de las estimaciones obtenidas para las dos cotas. Incluimos en cada caso el valor el error monetario total presente en la población. La notación utilizada es la siguiente :

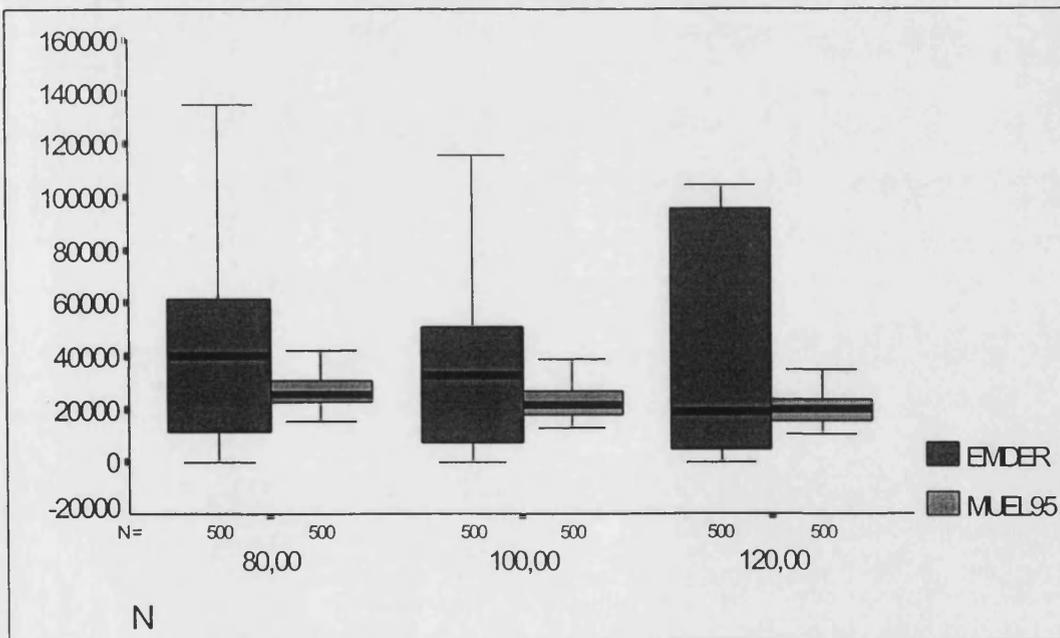
**EMDER** → COTA SUPERIOR PARA EL ERROR MONETARIO  
MEDIANTE EL ESTIMADOR DEL RATIO

**MUEL95** → COTA SUPERIOR PARA EL ERROR MONETARIO MEDIANTE  
LA COTA DE STRINGER

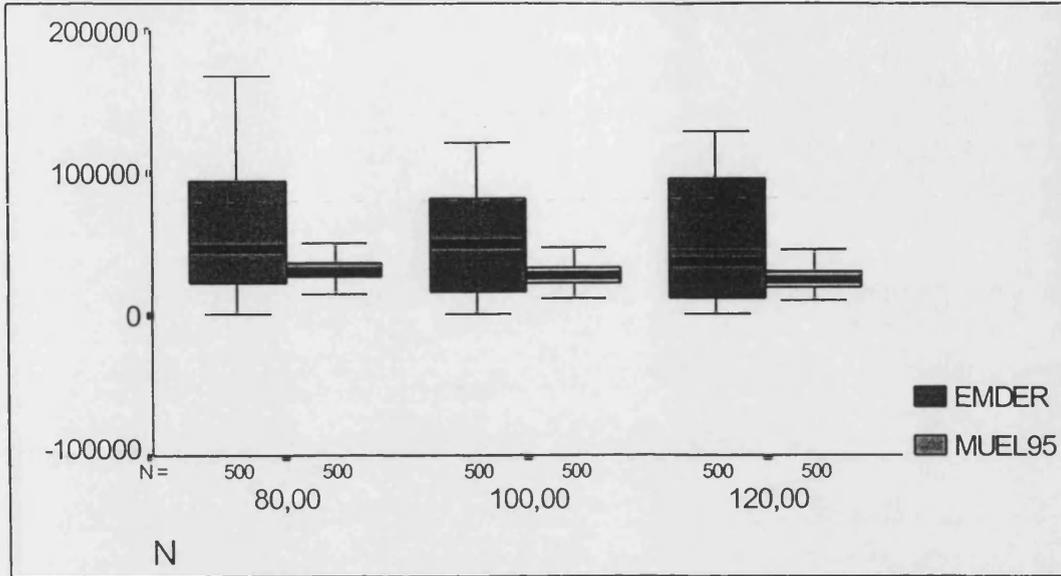
**POBLACION P11 (ERROR MONETARIO = 1.866,55)**



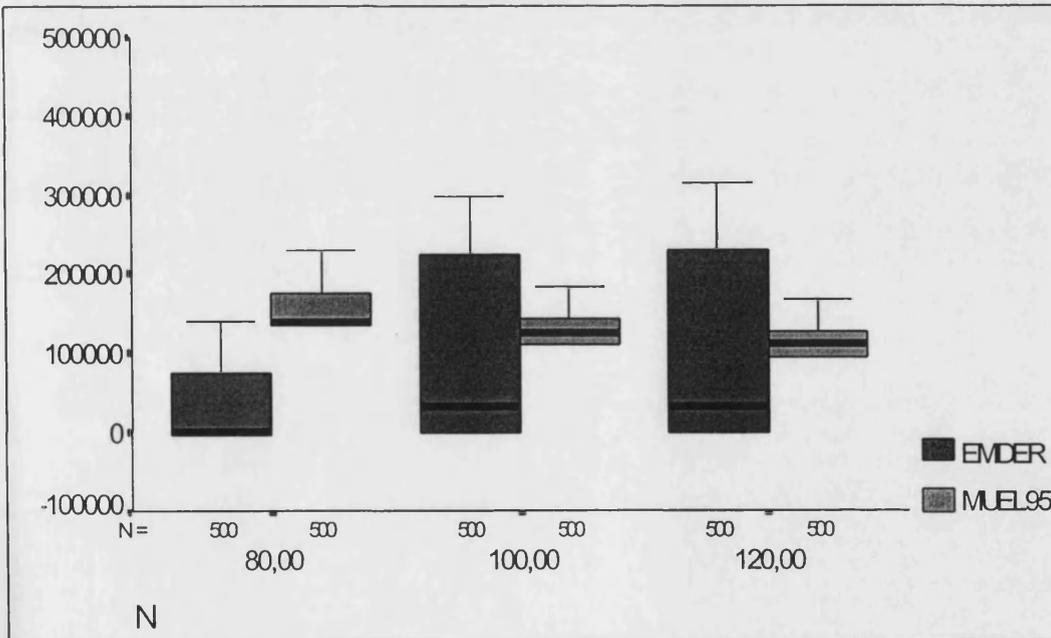
**POBLACION P13 (ERROR MONETARIO = 6.213,77)**



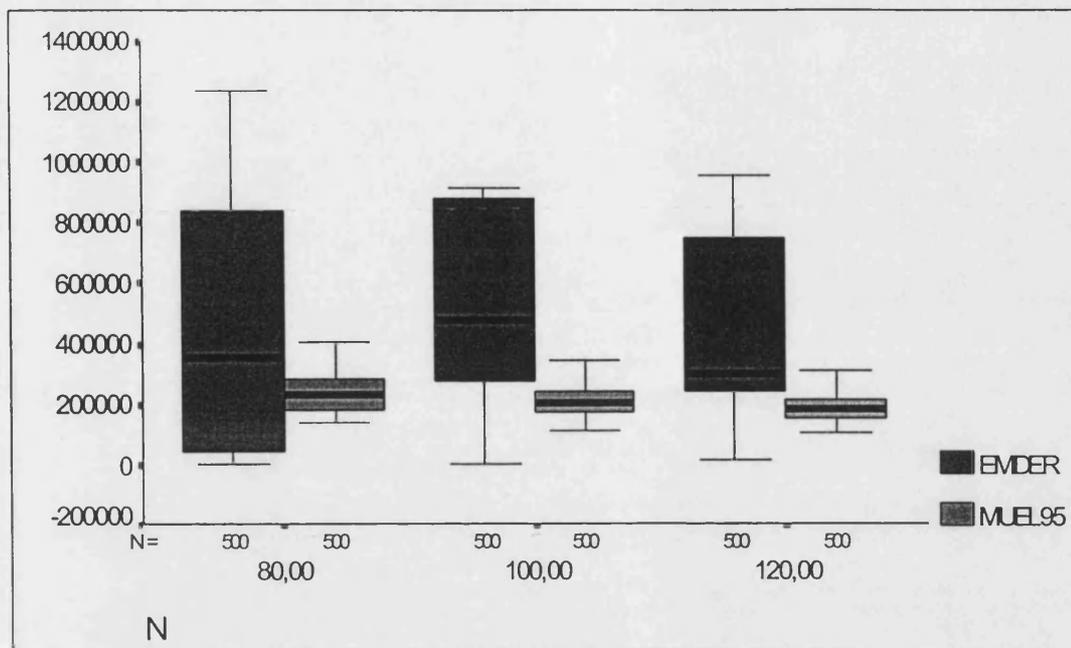
POBLACION P15 (ERROR MONETARIO = 10.129,38)



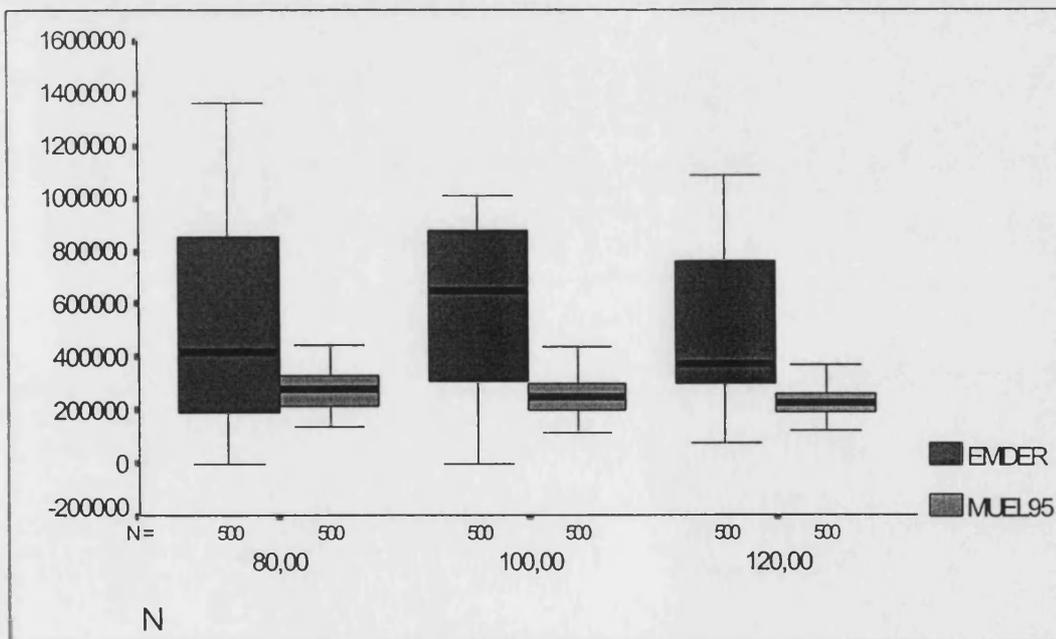
POBLACION P21 (ERROR MONETARIO = 12.539,51)



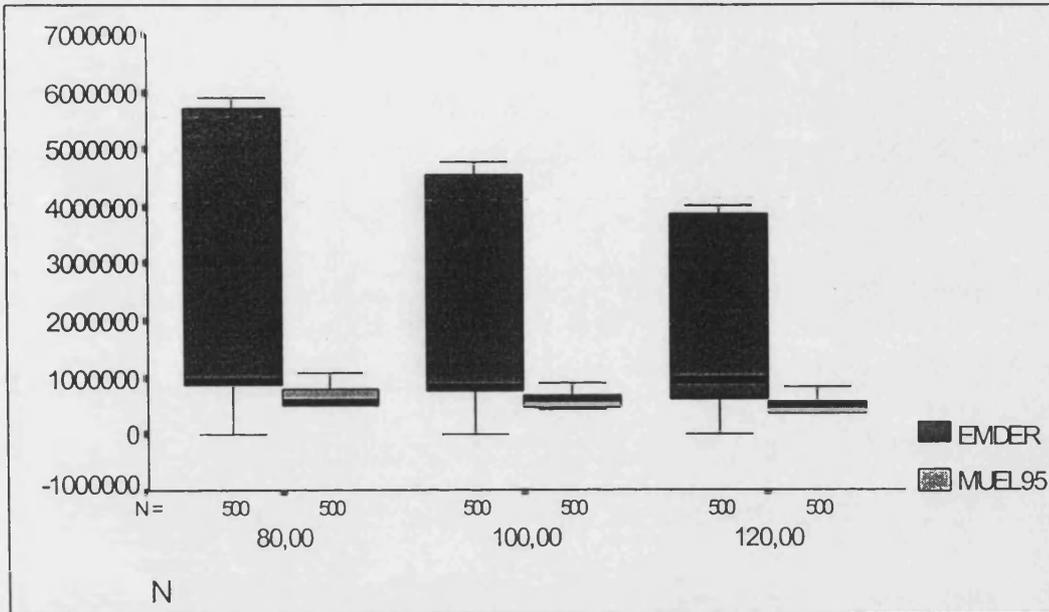
**POBLACION P23 (ERROR MONETARIO = 58.635,93)**



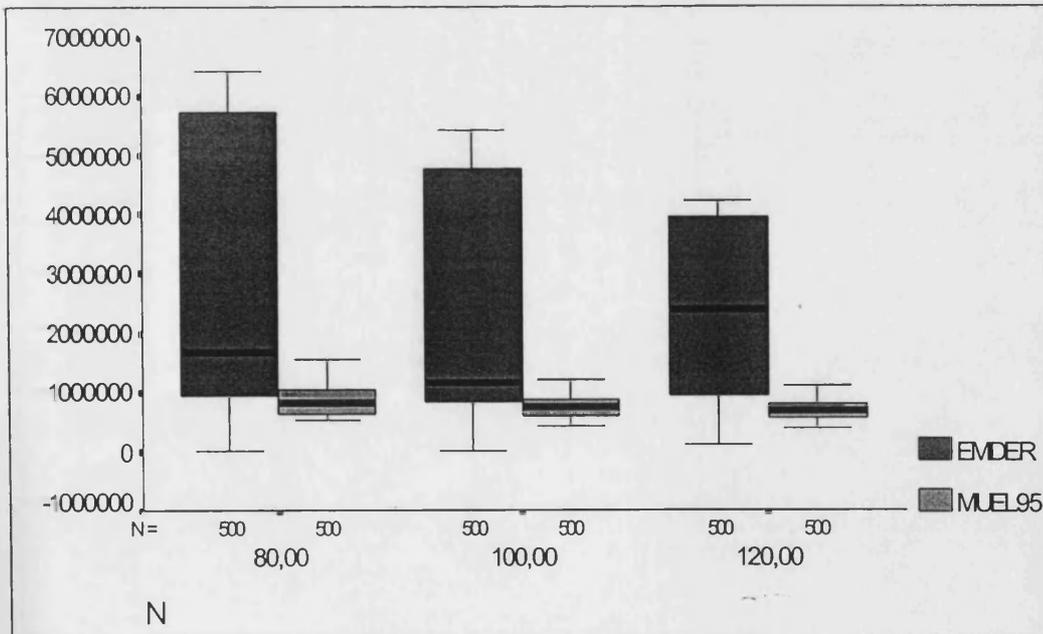
**POBLACION P25 (ERROR MONETARIO = 90.125,51)**



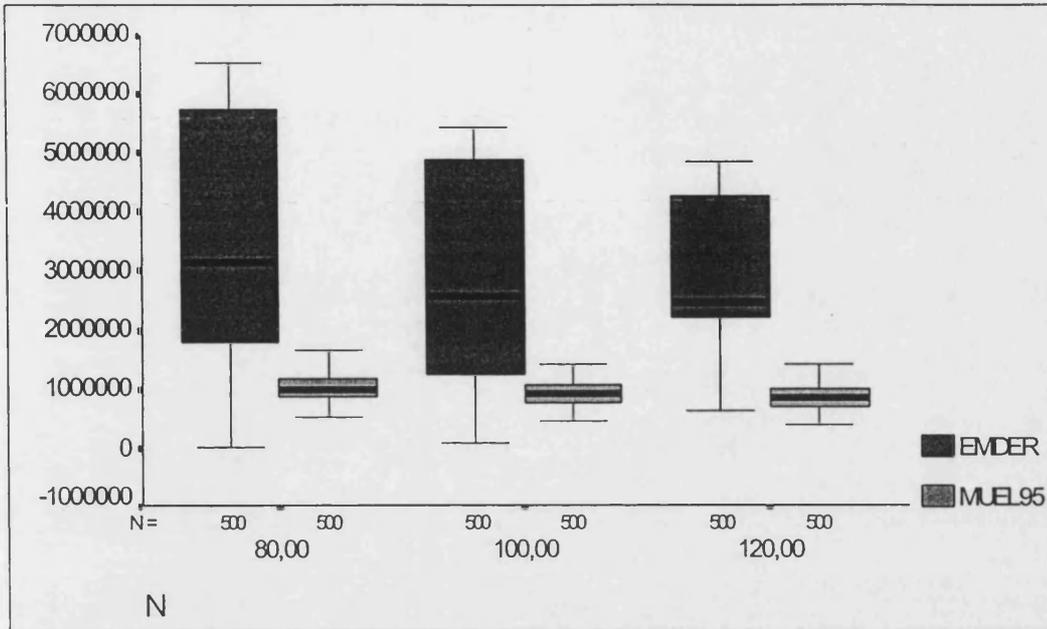
**POBLACION 31 (ERROR MONETARIO = 90.301,88)**



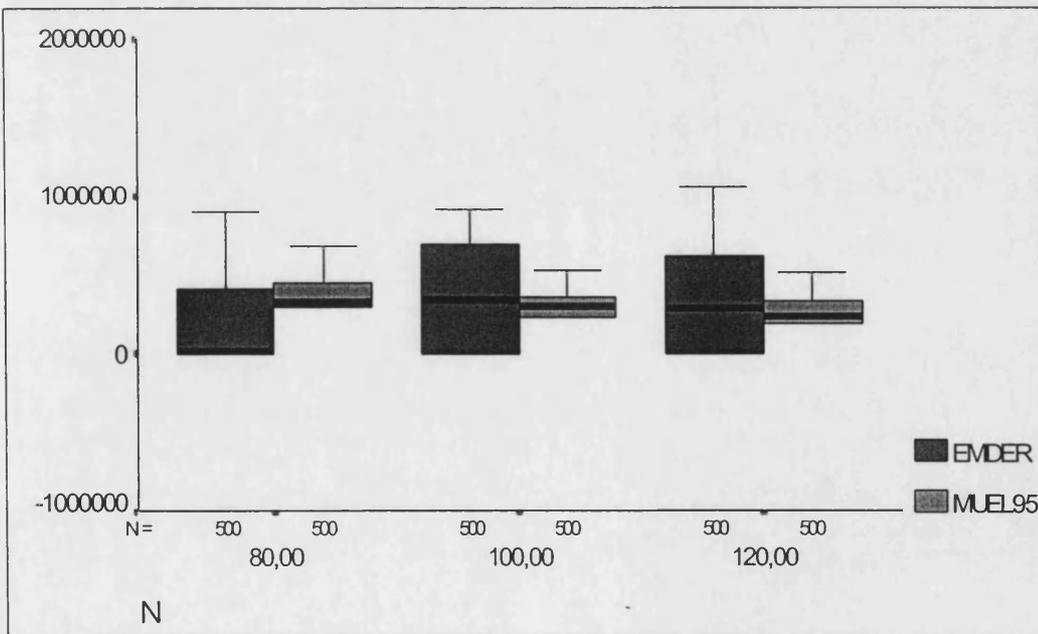
**POBLACION P33 (ERROR MONETARIO = 202.849,65)**



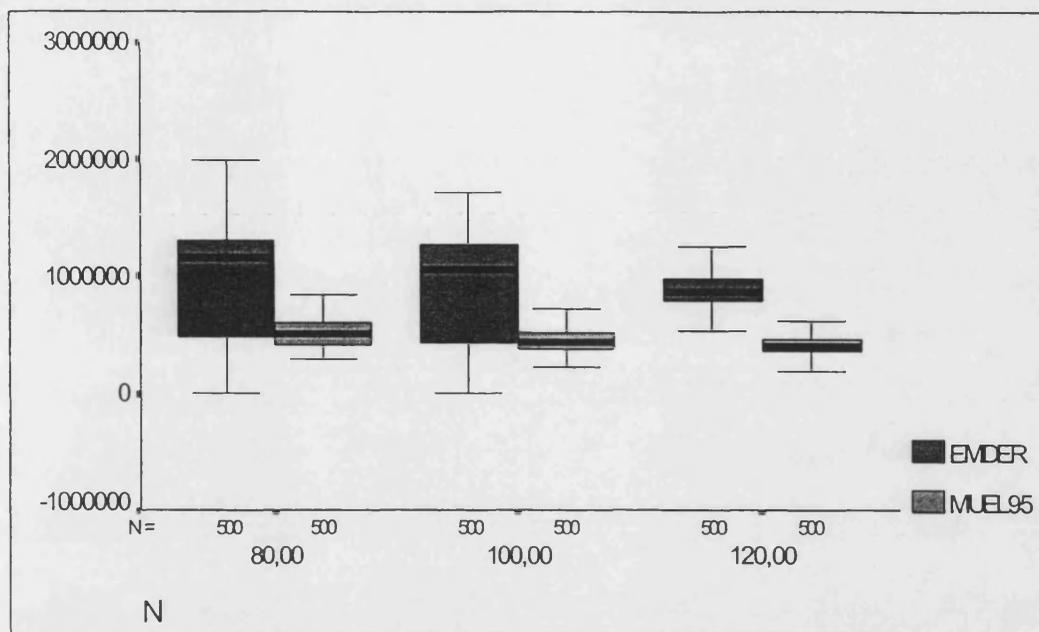
POBLACION P35 (ERROR MONETARIO = 320.114,57)



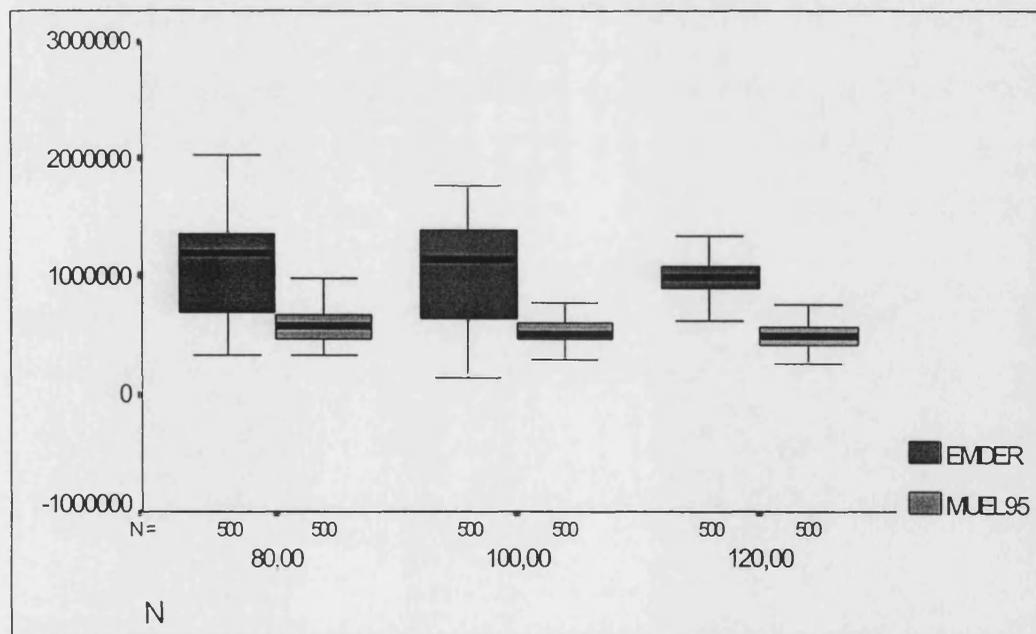
POBLACION P41 (ERROR MONETARIO = 47.903,86)



POBLACION P43 (ERROR MONETARIO = 142.134,73)



POBLACION P45 (ERROR MONETARIO = 194.759,19)



De la observación de estos diagramas puede concluirse lo siguiente :

1. La cota del Stringer presenta una variabilidad significativamente menor a la del ratio, lo cual queda patente por la mayor longitud de las “cajas” para este último. Esto significa que si consideráramos sólo las estimaciones cuyos valores se encuentran entre el primer y tercer cuartil de la distribución (extremos inferior y superior de la caja), aún así la dispersión del ratio superaría a la de Stringer.

2. La disposición física de la mediana en las cajas (línea horizontal resaltada en el interior de la caja) también es muy ilustrativa. En las poblaciones con una tasa de error del 1 % se observa como la mediana toma un valor muy cercano al primer cuartil, del cual se va alejando lentamente conforme aumenta el tamaño muestral. Esto es coherente dado que en las muestras extraídas de estas poblaciones, la probabilidad de encontrar cero errores es bastante alta, como ya vimos anteriormente, excepto en la población P31 por las razones ya explicadas. Para las otras tasas de error ( 3% y 5%) se observa que la mediana tiene cierta tendencia a ocupar una posición más central en la distribución entre el 1º y el 3º cuartil. Esto es indicativo de que la distribución de la cota del ratio se va haciendo más simétrica conforme la tasa de error aumenta. Respecto a la cota de Stringer, los coeficientes de asimetría expresados en las tablas indican una menor asimetría, lo cual también puede observarse gráficamente. En la mayoría de los casos, la mediana de las estas cotas se encuentra mucho más centrada entre el 1º y 3º cuartil que la de la cota del ratio.

3. El tamaño muestral afecta en mayor medida a la cota del ratio. En cambio, la cota de Stringer permanece bastante estable en general. Esto puede observarse en todas las poblaciones de prueba, a excepción de la P11 y P21, en las que esta última cota también presenta diferencias claras respecto al tamaño muestral.

4. Respecto a las poblaciones generadas a partir del modelo 3, puede afirmarse claramente que el efecto producido por el método CELDA-DUS es muy significativo en el ratio. No así en la cota de Stringer, en la que la disposición espacial de las estimaciones difiere claramente de las producidas por el ratio. Podemos afirmar que este hecho incrementa de forma notable la varianza de este

último con respecto a Stringer. A pesar de que los niveles de confianza reales del ratio, en este caso, son los más cercanos al prefijado, lo cual podría llevarnos a pensar en un mejor comportamiento del mismo con respecto a Stringer, puede observarse claramente en las gráficas como las estimaciones por encima del valor real de error tienen una elevadísima dispersión, produciendo estimaciones muy alejadas del valor real del error monetario. Por ejemplo, en la población P11 el primer cuartil de la cota del ratio es aproximadamente 1.000.000, cuando el error de la población no llega a 100.000 unidades monetarias. En cambio, el tercer cuartil de la cota de Stringer está por debajo del anterior. Las confianzas en este caso son del 88 % para el ratio y del 100 % para Stringer. A pesar de esto, siempre sería preferible la cota de Stringer que la del ratio. Este hecho se da independientemente del tamaño muestral y de la tasa de error, con la excepción de la población P33 para  $n=80$  y  $n=100$ , en la que se produce un solapamiento entre estos dos indicadores.

Con estos resultados, es evidente que el estimador del ratio resulta inadecuado para la estimación del error monetario o un límite superior del mismo. Desde nuestro punto de vista, el mayor inconveniente no reside en el hecho de encontrar una muestra con cero errores, suceso con una probabilidad a considerar en poblaciones con bajas tasas de error, sino en la sobreestimación que se produce del límite superior. Si el auditor extrae una muestra y encuentra cero errores no podrá aplicar el ratio, pero sí Stringer. El problema será la sobreestimación del error que también produce esta cota. Ahora bien, si encuentra algún error, como hemos podido comprobar, al margen de los niveles de confianza reales producidos por el ratio, el resultado que obtenga de la aplicación de éste poco podrá ayudarle, dada su gran variabilidad.

En el apartado siguiente vamos a aplicar la técnica de remuestreo bootstrap con el estimador del ratio, con el objetivo de investigar si esta metodología puede producir mejores estimaciones de un límite superior para el error monetario, salvando los inconvenientes que la aplicación del ratio conlleva.

**4.8. COTA SUPERIOR PARA EL ERROR MONETARIO MEDIANTE LA  
APLICACION DEL BOOTSTRAP**

Tal y como se ha expuesto en el capítulo 2, la metodología bootstrap es una técnica de remuestreo, cuyo objetivo es establecer un intervalo de confianza o una cota superior para un parámetro cuando el estimador utilizado, en nuestro caso el ratio, viene muy afectado por las características poblacionales, y/o la varianza del mismo estimada a partir de la muestra difiere bastante de la real. La técnica supone extraer B muestras con reemplazamiento por muestreo aleatorio simple de la muestra de origen. El valor que hemos considerado para B ha sido 1000, de forma que de cada una de las muestras extraídas de las 12 poblaciones de prueba se obtienen posteriormente 1000 muestras, llamadas muestras bootstrap. Sobre cada una de ellas se aplica el estimador del ratio obteniendo una estimación puntual del error monetario. Con las 1000 estimaciones se construye la distribución empírica del estimador. A partir de ésta, por el método del percentil (Efron, 1993) se obtiene la cota superior para el error monetario, a la que llamamos cota BST.

Para llevar a cabo esta tarea hemos elaborado unos programas informáticos, los cuales incluimos en el anexo. El problema técnico con el que nos hemos encontrado no es la programación en si misma, sino el tiempo de ejecución necesario para extraer todas las muestras BST de cada una de las muestras de origen. El total de muestras BST extraídas ha sido de 18.000.000. Como el tamaño medio de las muestras es de 100, esto ha supuesto un total de 1.800.000.000 de extracciones. Para cada una de las muestras BST se ha estimado el error total por el ratio, y, una vez obtenida la distribución empírica, se ha calculado el 95-percentil, es decir, la cota BST para cada muestra para un nivel de confianza del 95 %. Para aclarar más estas cifras incluimos el cuadro siguiente, el cual hace referencia a las muestras obtenidas en las poblaciones P11, P13 y P15, es decir, aquellas generadas a partir del modelo 1 de Neter.

***MUESTRAS BOOTSTRAP EXTRAIDAS Y NUMERO DE EXTRACCIONES PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 1***

<b>POBLACIONES DE PRUEBA</b>	<b>TASA ERROR</b>	<b>TAMAÑO MUESTRAL</b>	<b>MUESTRAS</b>	<b>MUESTRAS BOOTSTRAP</b>	<b>NUMERO DE EXTRACCIONES</b>
<b>P11</b>	<b>1%</b>	80	500	500.000	40.000.000
		100	500	500.000	50.000.000
		120	500	500.000	60.000.000
<b>P13</b>	<b>3%</b>	80	500	500.000	40.000.000
		100	500	500.000	50.000.000
		120	500	500.000	60.000.000
<b>P15</b>	<b>5%</b>	80	500	500.000	40.000.000
		100	500	500.000	50.000.000
		120	500	500.000	60.000.000
			<b>4.500</b>	<b>4.500.000</b>	<b>450.000.000</b>

De esta forma, si consideramos los cuatro modelos de origen o, lo que es lo mismo, las 12 poblaciones de prueba, el total de muestras BST y extracciones queda de la siguiente forma :

**TOTAL MUESTRAS BOOTSTRAP :**  $4.500.000 \cdot 4 \text{ (MODELOS)} = 18.000.000$

**TOTAL EXTRACCIONES (BOOTSTRAP) :**

$450.000.000 \cdot 4 \text{ (MODELOS)} = 1.800.000.000$

En lo que se refiere a las estimaciones obtenidas a partir de las muestras BST esto supone el haber calculado 18.000.000 de estimaciones del error total por el ratio, a partir de las cuales se han producido 18.000 cotas BST, repartidas entre las 12 poblaciones de prueba. En cuanto a la estimación puntual del error total mediante la media aritmética de las estimaciones BST, también se han obtenido 18.000. Ahora bien, dado que hemos comprobado que la estimación puntual obtenida de la muestra inicial no difiere significativamente de la estimación puntual obtenida como media de las estimaciones de las muestras BST, no hemos considerado su tratamiento estadístico. Además, el objetivo es verificar si la cota BST es más fiable que la cota obtenida sin aplicar esta técnica.

Las tablas 4.8.1., 4.8.2., 4.8.3. y 4.8.4. contienen los resultados obtenidos de aplicar a cada grupo de 500 estimaciones BST para cada población de prueba y tamaño muestral el mismo tratamiento que hemos realizado sobre la cota del ratio y la de Stringer.

**TABLA 4.8.1.**

**ESTADISTICOS ESTIMACIONES COTA BST PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 1 DE NETER**

	TAMAÑO MUESTRAL		
<b>POBLACION P11</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	1.571,06	1.789,09	1.538,34
Mediana	216,02	335,61	654,05
Desv.típica	2.709,28	3.322,00	2.246,67
Coef. variación	1,72	1,86	1,46
Coef. asimetría	2,28	2,53	1,97
Coef. curtosis	4,71	5,48	2,97
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>26,80 %</b>	<b>24,80 %</b>	<b>26,80 %</b>
<b>POBLACION 13</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	12.981,05	10.095,06	11.220,75
Mediana	11.092,39	8.847,64	5.420,37
Desv.típica	10.987,83	8.834,93	10.921,95
Coef. variación	0,85	0,88	0,97
Coef. asimetría	0,55	0,57	0,44
Coef. curtosis	-1,08	-1,00	-1,58
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>60,80 %</b>	<b>56,40 %</b>	<b>49,20 %</b>
<b>POBLACION 15</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	16.529,61	14.363,90	14.583,01
Mediana	13.962,51	15.269,68	10.585,20
Desv.típica	11.414,33	9.281,15	11.514,10
Coef. variación	0,69	0,65	0,79
Coef. asimetría	0,40	-0,05	0,36
Coef. curtosis	-0,98	-1,40	-1,25
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>66,00 %</b>	<b>61,40 %</b>	<b>51,20 %</b>

**TABLA 4.8.2.**

**ESTADISTICOS ESTIMACIONES COTA BST PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 2 DE NETER**

	TAMAÑO MUESTRAL		
	80,00	100,00	120,00
<b>POBLACION 21</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	34.416,90	36.734,22	34.703,06
Mediana	0,00	13.353,67	14.269,77
Desv.típica	59.254,48	44.723,57	39.560,62
Coef. Variación	1,72	1,22	1,14
Coef. Asimetría	1,43	0,78	0,67
Coef. Curtosis	0,32	-1,12	-1,15
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>33,50 %</b>	<b>51,90 %</b>	<b>52,40 %</b>
<b>POBLACION 23</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	195.673,70	199.887,60	196.128,60
Mediana	144.958,00	215.363,70	128.231,70
Desv.típica	187.629,10	114.533,90	121.136,30
Coef. Variación	0,96	0,57	0,62
Coef. Asimetría	0,47	-0,29	0,46
Coef. Curtosis	-1,36	-1,07	-1,16
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>61,90 %</b>	<b>83,60 %</b>	<b>91,60 %</b>
<b>POBLACION 25</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	244.010,00	240.824,50	232.441,80
Mediana	196.528,70	287.268,10	185.094,60
Desv.típica	184.411,20	114.591,40	125.469,60
Coef. variación	0,76	0,48	0,54
Coef. asimetría	0,47	-0,53	0,54
Coef. curtosis	-0,96	-0,84	-0,76
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>67,70 %</b>	<b>85,60 %</b>	<b>93,20 %</b>

**TABLA 4.8.3.**

**ESTADISTICOS ESTIMACIONES COTA BST PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 3 DE NETER**

	TAMAÑO MUESTRAL		
<b>POBLACION 31</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	347.078,20	309.666,50	335.736,50
Mediana	132.429,30	117.108,30	150.729,30
Desv.típica	377.871,00	282.607,40	273.130,60
Coef. Variación	1,09	0,91	0,81
Coef. Asimetría	0,86	0,68	0,15
Coef. Curtosis	-1,13	-1,39	-1,89
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>81,20 %</b>	<b>95,00 %</b>	<b>72,80 %</b>
<b>POBLACION 33</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	452.872,00	387.208,30	421.217,90
Mediana	243.663,10	190.015,00	412.176,00
Desv.típica	385.002,10	332.969,70	243.574,70
Coef. Variación	0,85	0,86	0,58
Coef. Asimetría	0,64	0,77	-0,22
Coef. Curtosis	-1,18	-1,15	-1,49
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>55,60 %</b>	<b>45,80 %</b>	<b>69,20 %</b>
<b>POBLACION 34</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	552.076,40	480.691,30	488.275,80
Mediana	502.645,70	425.734,60	435.781,80
Desv.típica	340.136,60	287.915,80	235.770,60
Coef. variación	0,62	0,60	0,48
Coef. asimetría	0,43	0,49	-0,14
Coef. curtosis	-0,94	-1,13	-1,34
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>69,00 %</b>	<b>62,60 %</b>	<b>76,80 %</b>

TABLA 4.8.4.

ESTADISTICOS ESTIMACIONES COTA BST PARA LAS POBLACIONES DE PRUEBA GENERADAS A PARTIR DEL MODELO 4 DE NETER

	TAMAÑO MUESTRAL		
	80,00	100,00	120,00
<b>POBLACION 41</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	118.951,60	135.335,90	131.759,90
Mediana	4.043,17	108.141,70	91.275,11
Desv.típica	186.047,90	127.443,10	145.850,10
Coef. Variación	1,56	0,94	1,11
Coef. Asimetría	1,46	0,14	0,78
Coef. Curtosis	0,61	-1,78	-0,87
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>36,60 %</b>	<b>59,80 %</b>	<b>56,80 %</b>
<b>POBLACION 43</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	357.337,90	337.458,70	336.142,70
Mediana	397.369,90	394.291,40	332.968,40
Desv.típica	175.021,30	192.415,70	114.387,90
Coef. Variación	0,49	0,57	0,34
Coef. Asimetría	-0,08	-0,21	-0,62
Coef. Curtosis	-0,82	-1,41	0,69
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>87,00 %</b>	<b>79,60 %</b>	<b>91,00 %</b>
<b>POBLACION 45</b>	<b>80,00</b>	<b>100,00</b>	<b>120,00</b>
Media	426.056,40	400.110,80	392.337,80
Mediana	469.806,80	436.396,90	396.506,90
Desv.típica	163.972,40	178.349,90	102.307,00
Coef. variación	0,38	0,45	0,26
Coef. asimetría	-0,18	-0,02	-0,52
Coef. curtosis	-1,04	-1,36	0,64
<b>NIVEL CONF.REAL</b>	<b>91,00 %</b>	<b>87,60 %</b>	<b>94,20 %</b>

**4.9 ANALISIS COMPARATIVO ENTRE LA COTA BST Y LAS COTAS DEL RATIO Y STRINGER.**

Calculadas las diferentes cotas para cada población de prueba y tamaño muestral, nuestro objetivo ahora se centra en comparar las cotas obtenidas mediante el ratio y Stringer con las producidas mediante la aplicación del bootstrap. Hemos visto en los apartados anteriores la problemática que plantea el uso del ratio en poblaciones contables para el establecimiento de un límite superior para el error. Es una cota muy asimétrica, con una dispersión relativa elevada y con unos niveles de confianza reales por debajo, en la mayor parte de las poblaciones de estudio, del nivel de confianza nominal. Hay que añadir que en aquellas poblaciones en las que la confianza real es muy similar a la prefijada, no puede asumirse la cota del ratio como mejor que la de Stringer, dada la gran dispersión que presenta con respecto a esta última. A su vez, ésta se caracteriza por su gran conservadurismo, ya que el nivel de confianza real es del 100 % en todos los casos. Esto puede suponer en muchas ocasiones que el auditor decida que hay materialidad en la población cuando realmente no la hay, es decir, fijado un nivel de error (materialidad) el cual se considera suficientemente importante como para ser tenido en cuenta a la hora de valorar los estados financieros, la cota supere este nivel de error, a pesar de que el valor real del mismo esté por debajo de la materialidad prefijada. Por tanto, y como ya concluimos anteriormente, a pesar del gran conservadurismo de la cota de Stringer, sigue siendo preferible a la cota del ratio bajo las hipótesis de partida de este estudio. El siguiente paso es valorar las diferencias que puedan darse entre estas cotas y la cota BST, y poder establecer las ventajas e inconvenientes que el bootstrap posee para la estimación del límite superior, todo ello, por supuesto, bajo las condiciones de partida en cuanto a las características de las poblaciones que utilizamos, así como el método de muestreo (CELDA-DUS) aplicado.

La posible mejora de resultados aportados por la cota BST la valoramos en función de los siguientes factores, mediante un análisis comparativo de los mismos entre las tres cotas :

1. Nivel de confianza real. En principio, un nivel de confianza real similar al nominal puede inducir a pensar que el estimador objeto de estudio tiene un buen comportamiento. En este sentido es cierto que podríamos afirmar que la fiabilidad del mismo es muy buena, pero no hay que olvidar la precisión de dicho estimador, medida por su variabilidad, ya que si ésta es muy alta, puede ser razón suficiente para desestimar su uso en la práctica.
2. Valor esperado de la cota. Bajo la metodología de la simulación, la media de las estimaciones puede considerarse una buena aproximación a la esperanza matemática del estimador. Dado que estamos trabajando con cotas, y no con estimaciones puntuales, el valor medio en si mismo dice poco, pero comparado entre dos cotas, sí que es un buen indicador del comportamiento de las mismas en cuanto a la tendencia de cada una con respecto a la otra.
3. Dispersión. La desviación típica de las estimaciones obtenidas es una buena aproximación a la dispersión real del estimador. La simulación, de nuevo, nos permite valorar empíricamente la precisión de las distintas cotas, pudiendo establecer comparaciones en ellas. Sin considerar otros factores una cota siempre será mejor que otra si presenta una dispersión menor.
4. Asimetría y curtosis. Con estos dos indicadores analizaremos si la forma de la distribución de la cota BST es similar a la de la cota del ratio y Stringer, o presenta diferencias significativas. Es decir, la aplicación del bootstrap sobre un estimador cuya distribución es claramente asimétrica, ¿tiende a normalizarla o bien mantiene la forma de la distribución original ?

En la tabla siguiente se recogen los niveles de confianza reales producidos por la cota del ratio y la cota BST. Se observa que para todas las poblaciones de estudio la cota BST produce un nivel de confianza inferior a la cota del ratio, con una

tendencia claramente creciente conforme aumenta la tasa de error, a excepción de las poblaciones P31, P33 y P35 en las que no se da este comportamiento, cuestión que trataremos más adelante.

**NIVELES DE CONFIANZA REALES PRODUCIDOS POR LA COTA DEL RATIO Y LA COTA BOOTSTRAP**

POBLACION DE PRUEBA	TASA DE ERROR	COTA SUPERIOR POR EL RATIO			COTA BOOTSTRAP		
		n = 80	n = 100	n = 120	n = 80	n = 100	n = 120
P11	1%	48,60%	46,00%	56,00%	26,80 %	24,80 %	26,80 %
P13	3%	83,40%	76,40%	72,60%	60,80 %	56,40 %	49,20 %
P15	5%	90,40%	81,40%	84,80%	66,00 %	61,40 %	51,20 %
P21	1%	35,40%	53,20%	58,00%	33,50 %	51,90 %	52,40 %
P23	3%	71,80%	85,40%	97,20%	61,90 %	83,60 %	91,60 %
P25	5%	87,40%	95,20%	97,20%	67,70 %	85,60 %	93,20 %
P31	1%	88,20%	98,20%	99,20%	81,2 %	95,00 %	72,8 %
P33	3%	94,00%	99,20%	95,80%	55,60 %	45,80 %	69,20 %
P35	5%	97,60%	99,20%	100,00%	69,00 %	62,60 %	76,80 %
P41	1%	47,20%	61,60%	65,20%	36,60 %	59,80 %	56,80 %
P43	3%	96,20%	93,80%	98,20%	87,00 %	79,60 %	91,00 %
P45	5%	100,00%	97,80%	100,00%	91,00 %	87,60 %	94,20 %

El hecho de que la confianza real dada por el bootstrap sea inferior a la del ratio se debe, fundamentalmente, a dos razones :

1. Como puede observarse en la tabla (ver anexo; pag. 225) en la que se recogen las medias de las estimaciones obtenidas por estas dos cotas, la media de las obtenidas por el bootstrap es sensiblemente inferior a las del ratio. Las tasas de variación indican la disminución producida de una cota respecto a la otra en términos relativos. Las poblaciones que marcan la diferencia de nuevo son las procedentes del modelo general 3º (P31, P33, P35). Hay que señalar, también, como resultado significativo, que el modelo general del que se obtienen las poblaciones de prueba es un factor determinante en cuanto a las diferencias relativas entre las cotas producidas. Lo que es evidente, en cualquier caso, es que la cota BST

siempre será inferior a la cota del ratio, al menos en poblaciones con bajas tasas de error.

2. La dispersión de la cota BST es inferior, en todos los casos, a la de la cota del ratio. Este resultado en si mismo es muy positivo, puesto que, como hemos visto en apartados anteriores, una de las grandes desventajas que presenta el método del ratio como estimador de un límite superior para el error es precisamente su gran variabilidad, o, lo que es lo mismo, su baja precisión. De hecho, bajo las poblaciones sobre las que trabajamos concluimos que la cota de Stringer, a pesar de sus inconvenientes, es preferible a la del ratio, puesto que, entre otras razones, su variabilidad es menor. Desde este punto de vista, la metodología bootstrap aporta una gran ventaja al problema que estamos tratando, ya que con estas técnicas de remuestreo podemos diseñar estimadores con una menor varianza. El siguiente paso sería mejorar su fiabilidad, es decir, conseguir niveles de confianza reales muy similares a los nominales o prefijados por el auditor.

La obtención de la cota BST supone estimar en cada una de las muestras bootstrap (1000 por cada muestra de origen) el error monetario total, y construir la distribución empírica del estimador con estas estimaciones. Con el método del percentil se obtiene la cota superior mediante el 95 percentil de esta distribución empírica. Ahora bien, como vimos, el ratio presenta, en cuanto a la estimación puntual del error, un sesgo relativo importante, que varía de una población a otra. Si asumimos que las estimaciones bootstrap utilizadas para construir la distribución empírica también están afectadas por este sesgo, esto sería otro factor a considerar en cuanto a la disminución del nivel de confianza. Es decir, las estimaciones de las muestras replicadas están igual de sesgadas que la muestra de origen, por lo que la disminución del nivel de confianza real que se da al aplicar el remuestreo es un resultado positivo es si mismo, ya que se debería, principalmente, a la disminución producida en la varianza del estimador.

En cuanto a la forma de la distribución, puede apreciarse en las tablas correspondientes que no hay grandes diferencias entre los coeficientes de asimetría y curtosis correspondientes a las cotas del ratio y BST.

En lo que se refiere a las diferencias que muestran las poblaciones de P31, P33 y P35 con respecto al resto son consecuencia directa de la aplicación del método de muestreo sistemático CELDA-DUS. Como vimos, mediante este diseño y en estas poblaciones en concreto, la probabilidad de seleccionar una muestra con cero errores es muy baja, por lo que las estimaciones en este caso tienen una tendencia al alza, incrementando de esta forma el nivel de confianza real. Ahora bien, al mismo tiempo vemos que la cota bootstrap, en cierto modo, corrige este efecto, dado que es precisamente en estas poblaciones donde la media y dispersión de las cotas se reduce en mayor proporción. Para la población P31 el nivel de confianza real (cota BST) es superior que en la P33 y en la P35, lo cual es, en principio, incoherente, pues podría pensarse, para el modelo 3, que la cota BST es más fiable con una menor tasa de error. Lo cierto es que el efecto del diseño muestral es corregido, en cierta medida, por el bootstrap en las poblaciones P33 y P35. Desde este punto de vista, también el bootstrap resulta una técnica ventajosa en el sentido que se encuentra menos afectado por el método de muestreo.

Una aproximación al análisis de las cotas eliminando, en cierto modo, el efecto del diseño muestral, es la obtención de los niveles de confianza reales sin considerar las muestras con cero errores. Esto supone eliminar 2071 muestras de las 18.000. Si procedemos a su anulación en el análisis, los niveles de confianza reales quedarían de la siguiente forma :

**NIVELES DE CONFIANZA REALES PRODUCIDOS POR LA COTA DEL RATIO Y LA COTA BOOTSTRAP  
(SIN CONSIDERAR LAS MUESTRAS CON CERO ERRORES)**

POBLACION DE PRUEBA	TASA DE ERROR	COTA SUPERIOR POR EL RATIO			COTA BOOTSTRAP		
		n = 80	n = 100	n = 120	n = 80	n = 100	n = 120
P11	1%	91,70%	74,70%	84,80%	50,20 %	39,60 %	40,60 %
P13	3%	89,30%	80,10%	76,10%	65,10 %	59,10 %	51,70 %
P15	5%	91,30%	82,70%	85,50%	66,70 %	62,40 %	51,60 %
P21	1%	81,90%	86,10%	87,10%	77,30 %	83,80 %	78,70 %
P23	3%	84,30%	89,00%	97,20%	72,50 %	87,10 %	91,60 %
P25	5%	90,70%	95,60%	97,20%	70,10 %	85,90 %	93,20 %
P31	1%	98,90%	100,00%	100,00%	91,00%	96,70 %	73,4 %
P33	3%	95,10%	99,60%	95,80%	56,30 %	46,00 %	69,20 %
P35	5%	98,20%	99,20%	100,00%	69,40 %	62,60 %	76,80 %
P41	1%	84,30%	90,30%	87,90%	65,40 %	87,70 %	73,50 %
P43	3%	97,60%	97,50%	100,0%	88,20 %	82,70 %	92,70 %
P45	5%	100,00%	97,80%	100,00%	91,00 %	87,60 %	94,20 %

Evidentemente, la eliminación de las muestras con cero errores producirá, en algunos casos, un incremento de la confianza real, puesto que las estimaciones obtenidas en base a estas muestras son nulas. La variación que se ha producido en la confianza real viene recogida en el cuadro siguiente. Puede apreciarse que el incremento de la confianza es sensiblemente mayor en la cota del ratio que en la cota BST, por lo que se puede afirmar que el efecto del CELDA-DUS nunca será incrementado por la aplicación del bootstrap, en todo caso, podrá producirse una ligera disminución del mismo.

**INCREMENTO PRODUCIDO EN EL NIVEL DE CONFIANZA AL ELIMINAR LAS MUESTRAS CON CERO ERRORES**

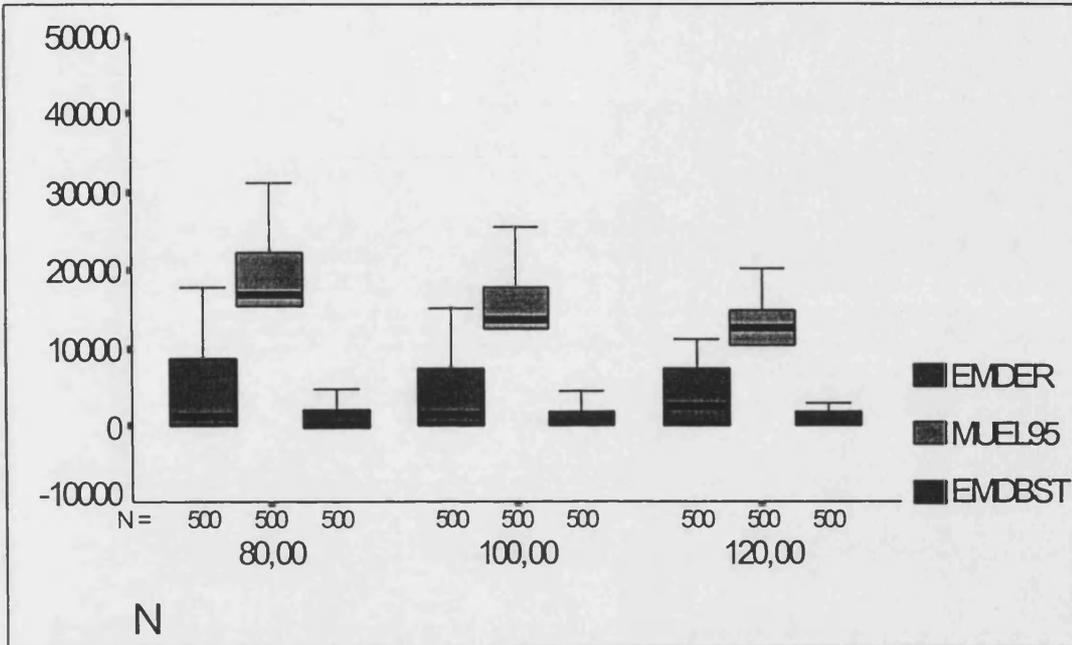
POBLACION DE PRUEBA	TASA DE ERROR	COTA SUPERIOR POR EL RATIO			COTA BOOTSTRAP		
		n = 80	n = 100	n = 120	n = 80	n = 100	n = 120
P11	1%	43,10%	28,70%	28,80%	23,40%	14,80%	13,80%
P13	3%	5,90%	3,70%	3,50%	4,30%	2,70%	2,50%
P15	5%	0,90%	1,30%	0,70%	0,70%	1,00%	0,40%
P21	1%	46,50%	32,90%	29,10%	43,80%	31,90%	26,30%
P23	3%	12,50%	3,60%	0,00%	10,60%	3,50%	0,00%
P25	5%	3,30%	0,40%	0,00%	2,40%	0,30%	0,00%
P31	1%	10,70%	1,80%	0,80%	9,80%	1,70%	0,60%
P33	3%	1,10%	0,40%	0,00%	0,70%	0,20%	0,00%
P35	5%	0,60%	0,00%	0,00%	0,40%	0,00%	0,00%
P41	1%	37,10%	28,70%	22,70%	28,80%	27,90%	16,70%
P43	3%	1,40%	3,70%	1,80%	1,20%	3,10%	1,70%
P45	5%	0%	0%	0%	0	0%	0%

Volviendo a la problemática particular del diseño muestral, las probabilidades de selección de cada uno de los items de la muestra de origen para cada muestra bootstrap son totalmente independientes de su valor registrado, puesto que la probabilidad de que un item sea seleccionado en una extracción es  $1/n$ . Por ejemplo, en las poblaciones generadas por el modelo 3, vimos que uno de los items erróneos tenía una probabilidad de selección real de 0,55 (para  $n=100$ ). Cuando aplicamos el remuestreo la probabilidad de selección es de 0,01. La disminución que se produce es realmente elevada, por lo que la importancia relativa de este item en la muestra de origen (la que extrae el auditor de la población contable), importancia que viene dada por su elevado valor registrado con respecto al intervalo de muestreo, queda diluida, de alguna forma, entre las distintas muestras bootstrap obtenidas por remuestreo. Concretamente, si consideramos el item con probabilidad 0.55, podemos construir la distribución de probabilidad del número de veces que este item, o cualquiera de la muestra inicial, forme parte de una muestra bootstrap. Dado que una muestra bootstrap se obtiene por muestreo aleatorio simple con reemplazamiento, las

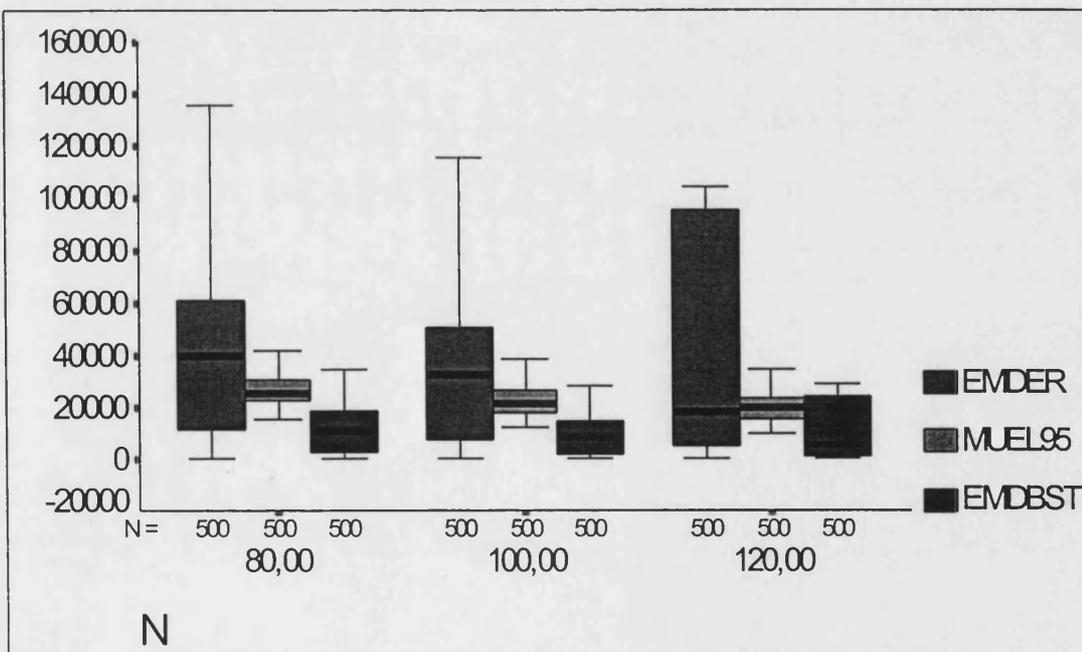
probabilidad de que este item se encuentre en la muestra bootstrap (0,1,2,3..... veces) puede obtenerse fácilmente a través de una distribución binomial de parámetros  $n=100$  y  $p=0,01$ . Para cualquier item que consideremos de la muestra inicial, ésta es su distribución de probabilidad para cualquier muestra bootstrap, independientemente de la probabilidad con la que fue seleccionado originalmente por el MUM (CELDA-DUS).

Todas estas cuestiones apuntadas pueden apreciarse en las siguientes gráficas. Para cada población de prueba y tamaño muestral hemos representado el conjunto de las 500 estimaciones correspondientes mediante un diagrama de caja. Hemos considerado las tres cotas, de forma que las diferencias que puedan darse entre ellas quedan ilustradas gráficamente.

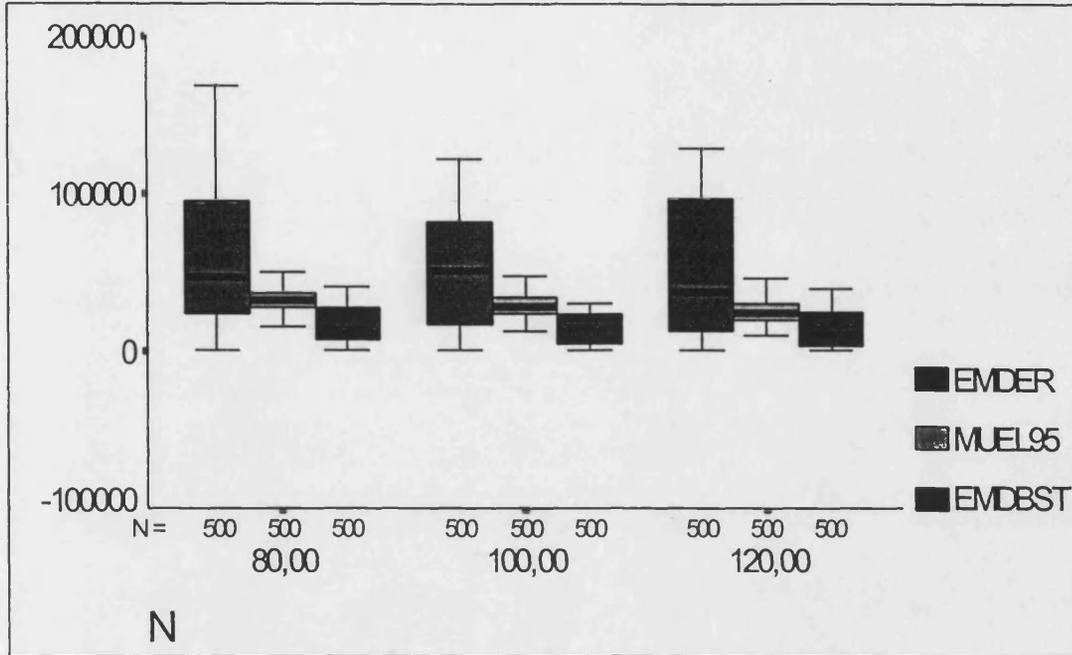
POBLACION P11



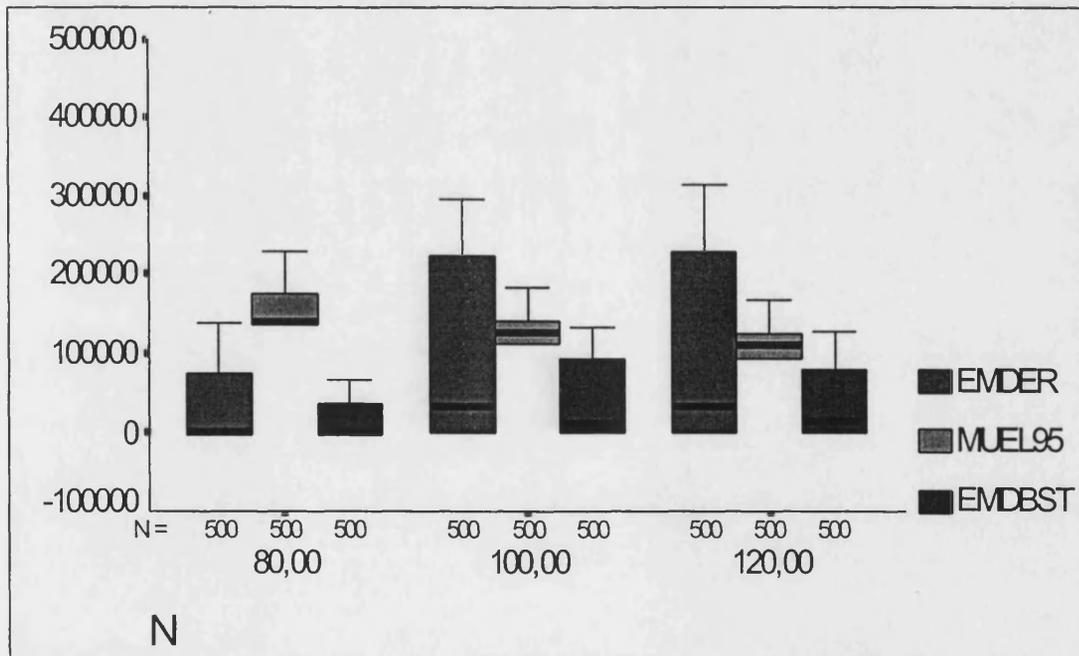
POBLACION P13



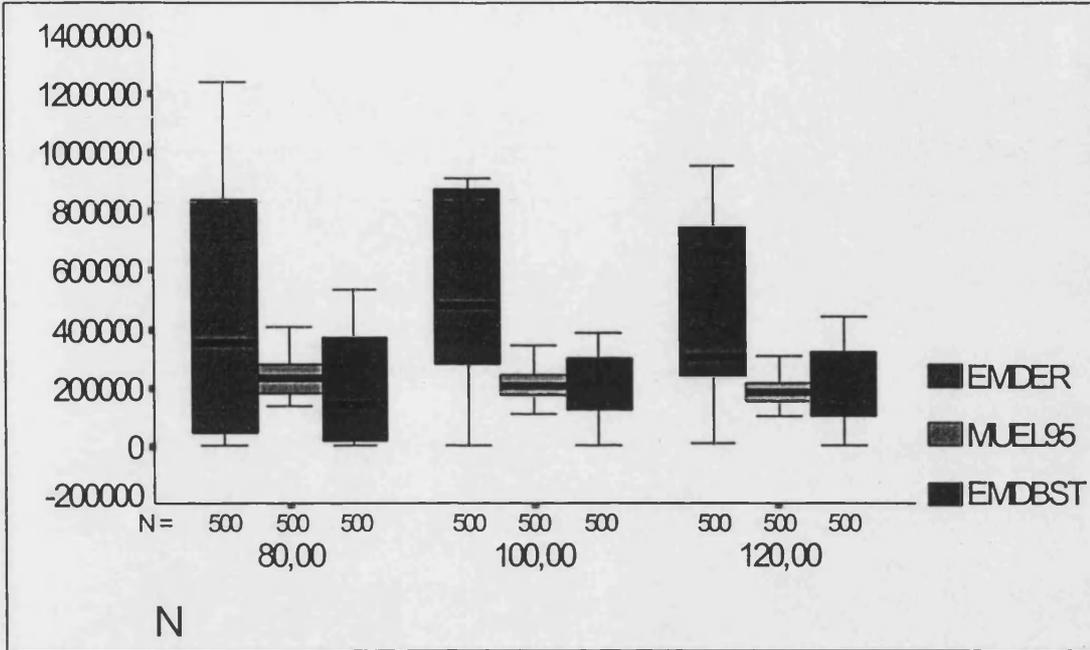
POBLACION P15



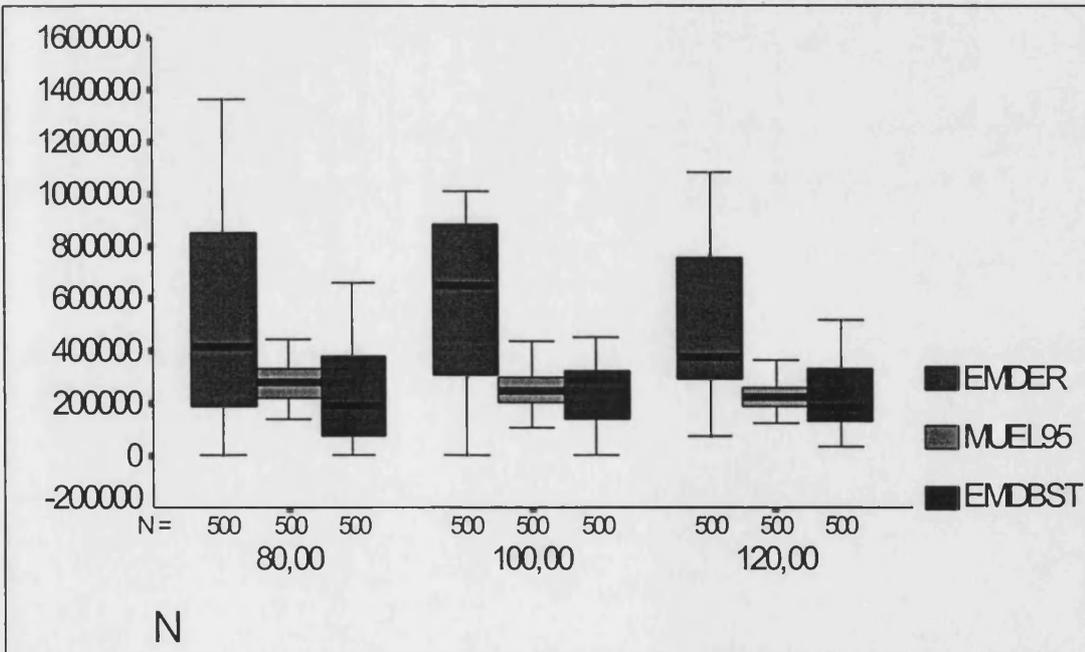
POBLACION P21



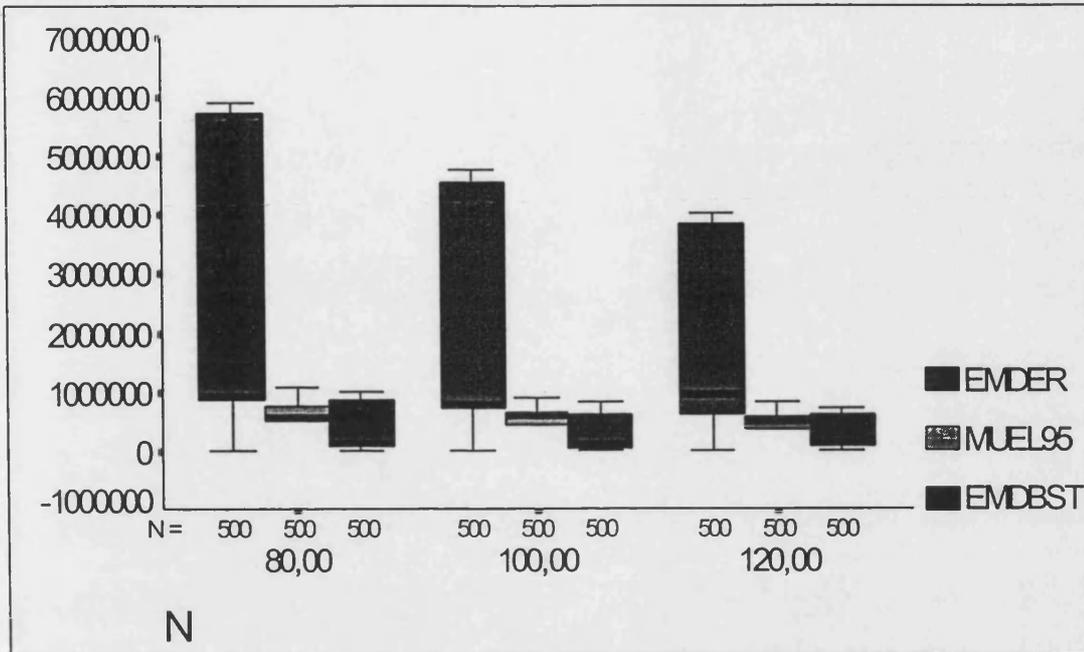
POBLACION P23



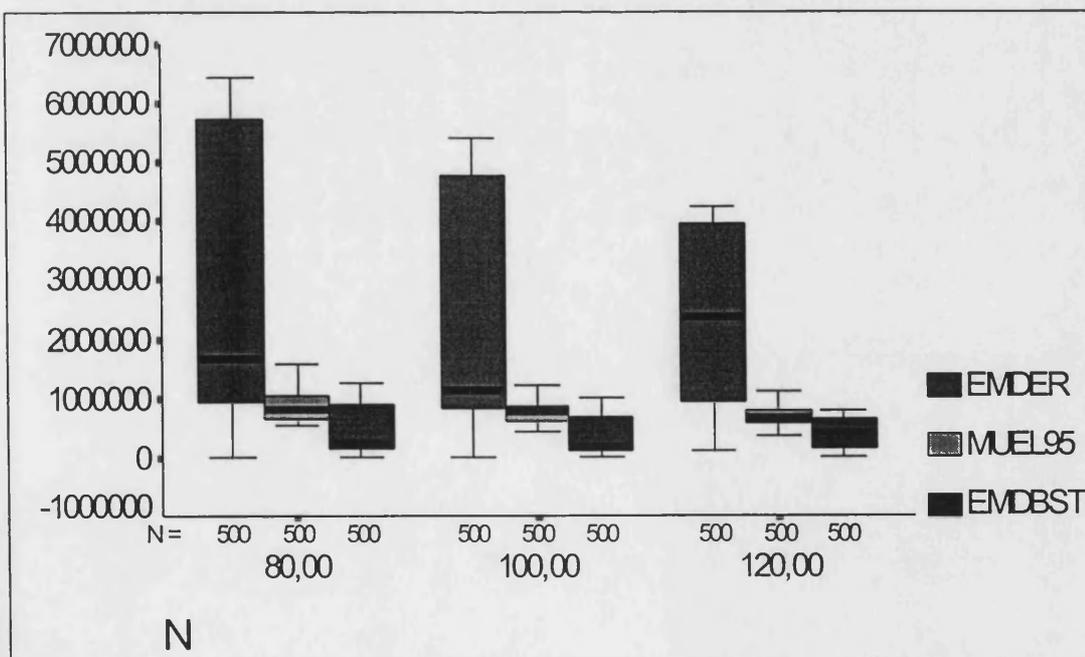
POBLACION P25



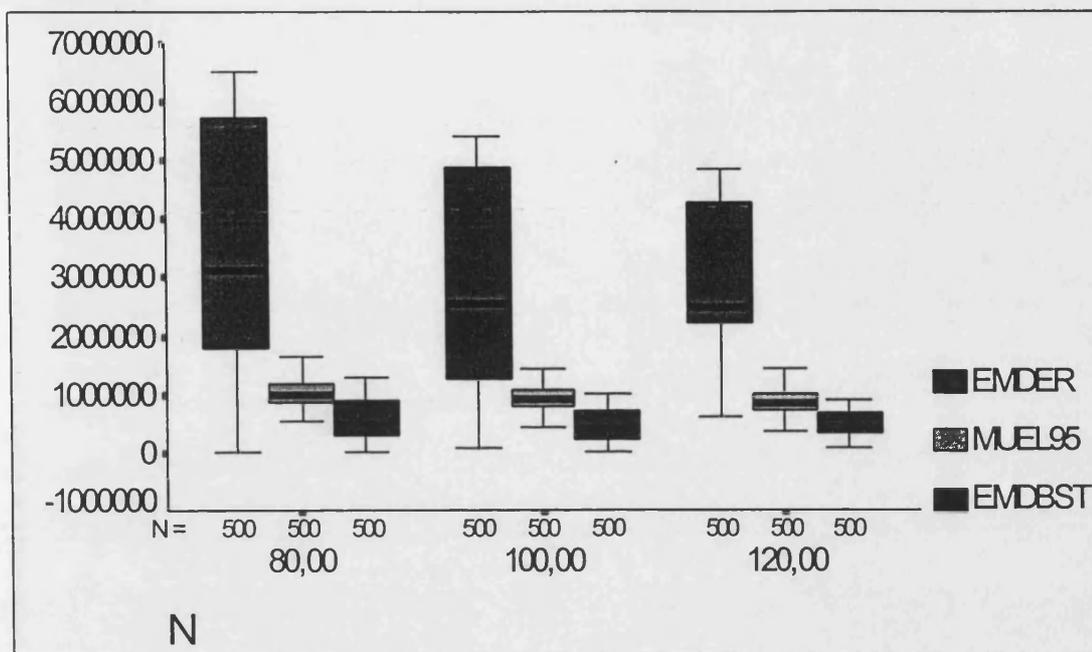
POBLACION P31



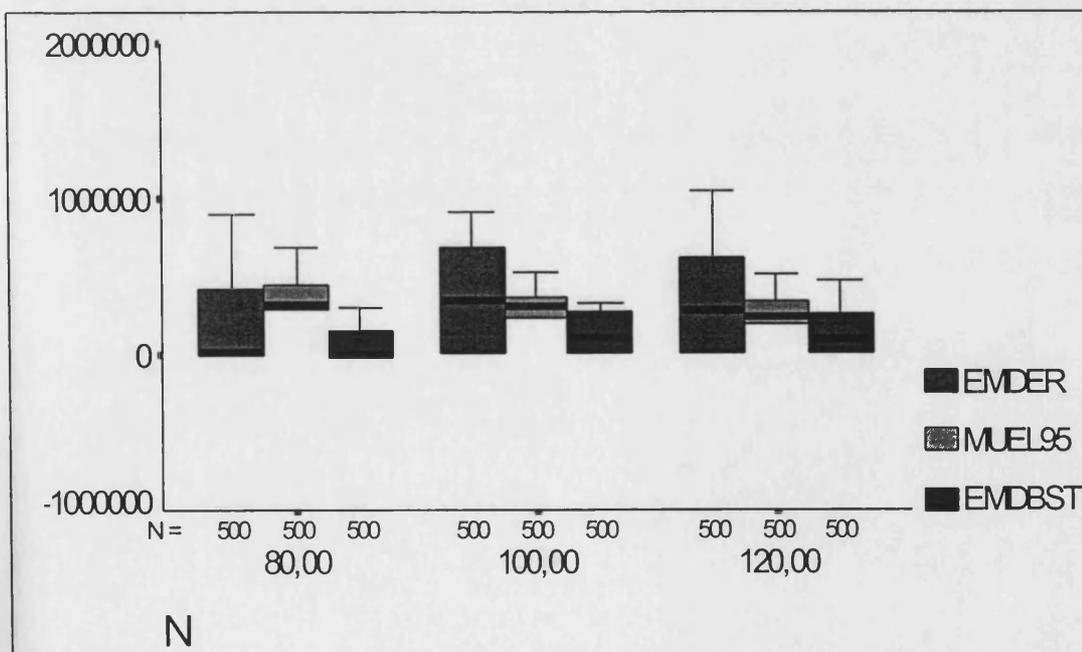
POBLACION P33



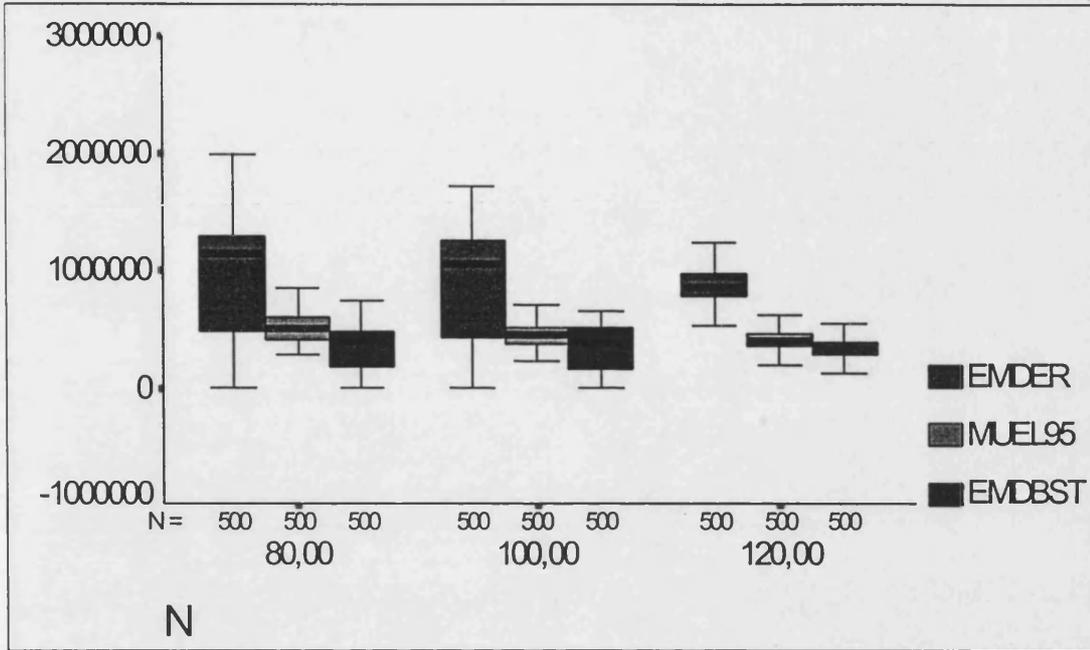
POBLACION P35



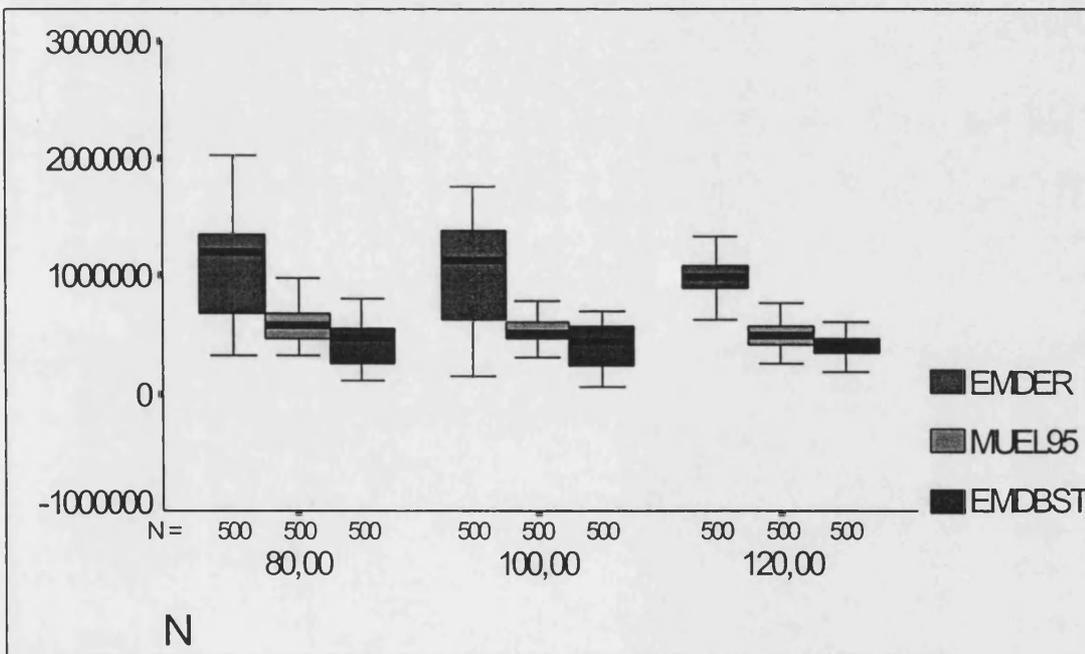
POBLACION P41



POBLACION P43



POBLACION P45



La disminución de la varianza de la cota BST con respecto a la cota del ratio queda patente en las representaciones anteriores. La longitud de las cajas que contienen las estimaciones de la cota BST es significativamente menor que la correspondiente a la de las cajas con las estimaciones de la cota del ratio. Además, un dato muy significativo es la proporcionalidad que se produce entre la cota BST y la cota del ratio. En la tabla (ver anexo; pag. 225) que contiene el resumen de la media de las estimaciones de las dos cotas por poblaciones de prueba y tamaños muestrales, puede observarse claramente que el cociente entre ellas (cota BST/cota del ratio) es muy estable dentro de cada modelo generador. Así, por ejemplo, en las poblaciones de prueba P1i el valor del cociente es muy similar entre ellas pero difiere claramente del producido por las poblaciones P2i, P3i y P4i. Por tanto, sí que podemos concluir que la cota bootstrap mantiene una proporcionalidad con respecto a la cota del ratio, cuya cuantificación podemos observar en dicha tabla. El tipo de población es el factor principal que afecta a esta relación. Por ejemplo, las poblaciones P3i, generadas a partir de modelo 3 de Neter, son las que presentan un menor valor para dicho cociente, en cambio las P2i son las que producen un mayor valor.

La dispersión de las estimaciones de las dos cotas muestra un comportamiento similar a la media. Si observamos la tabla (ver anexo) que contiene el resumen de las desviaciones típicas producidas por las estimaciones de las dos cotas, se observa también que existe una proporcionalidad estable dentro de cada modelo generador, y que difiere entre los cuatro modelos de origen.

Este mismo análisis puede realizarse con las tasas de variación entre las medias de las cotas y su dispersión. Las conclusiones son las mismas.

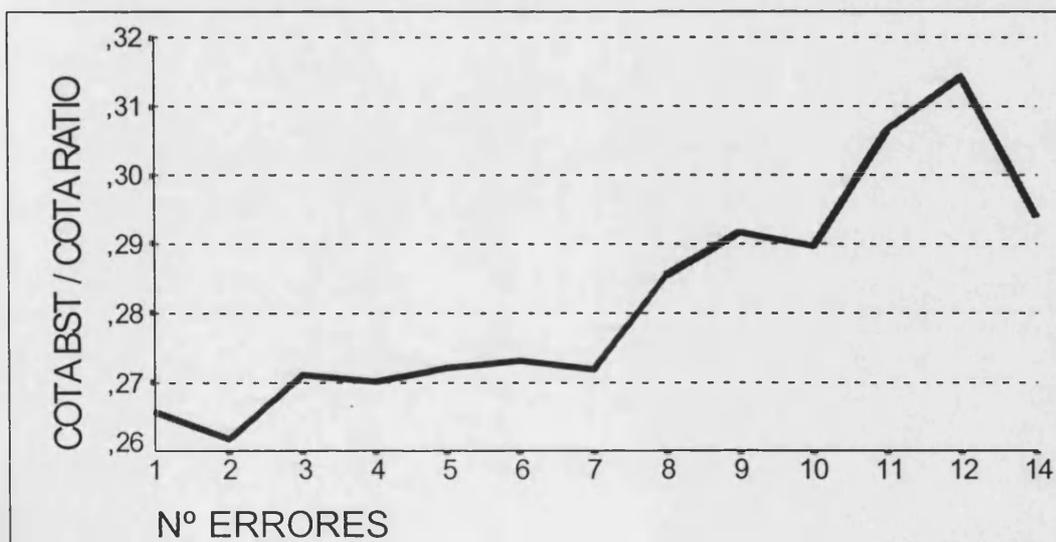
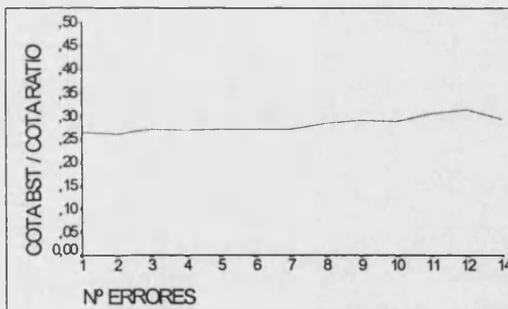
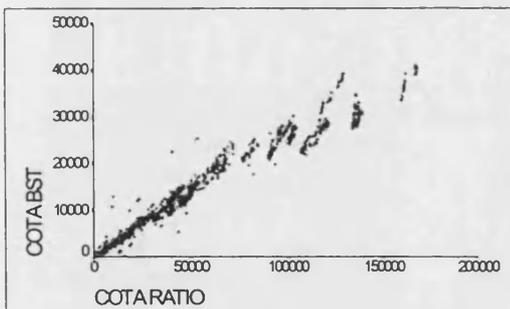
Este resultado lo estudiamos con más detalle en el epígrafe siguiente.

#### **4.9.1. La cota BST en función del número de errores encontrados**

En este apartado analizamos la relación de la cota BST con respecto a la cota del ratio en función del número de errores encontrados en la muestra, independientemente de la tasa de error de la población. Este análisis vamos a realizarlo para cada uno de los cuatro modelos generadores de origen. La variable que utilizamos es el cociente entre la cota BST y la cota del ratio. El objetivo es valorar la variación que pueda darse en esta variable en función del número de errores en la muestra. Si se observa una tendencia estable, podremos establecer una relación entre las dos cotas mediante una función. El análisis lo realizamos diferenciando para cada uno de los cuatro modelos generadores de las poblaciones de prueba, sin considerar las muestras con cero errores. Incluimos una tabla en la que se refleja la media de la variable cociente (cota BST/cota ratio) diferenciando por tamaño muestral. Añadimos a esta información tres gráficos : un primer gráfico de dispersión entre las estimaciones de las dos cotas, un segundo gráfico que muestra como evoluciona la variable cociente entre cotas con respecto al número de errores, y un tercer gráfico que representa lo mismo que el anterior, pero en el que la escala del eje de ordenadas la hemos variado, de forma que sólo visualice el mínimo y máximo valor de dicho cociente. La razón de su inclusión se justifica en el hecho de que los incrementos o decrementos que pudieran darse van a ser muy pequeños, por lo que reduciendo la escala, las posibles tendencias se visualizarán más fácilmente.

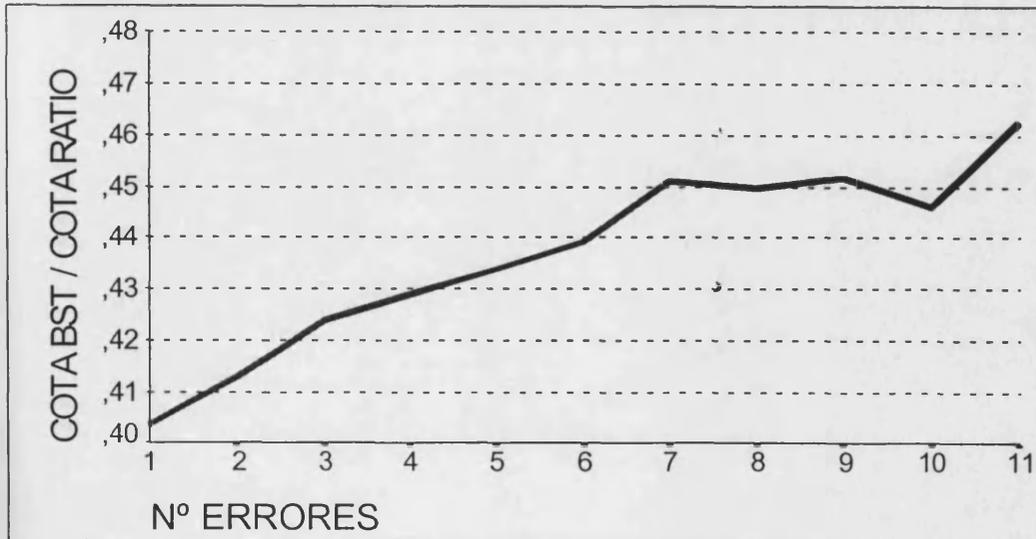
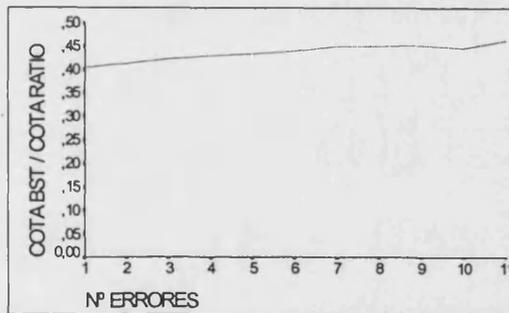
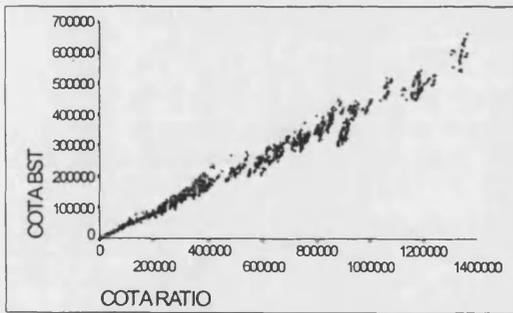
***Poblaciones generadas por el modelo 1 (P11, P13, P15)***

	n					
	80,00		100,00		120,00	
	Media	Des.tip.	Media	Des.tip.	Media	Des.tip.
ERRORES						
1	,27	,08	,27	,07	,25	,02
2	,26	,08	,26	,07	,26	,02
3	,28	,06	,27	,07	,27	,02
4	,27	,05	,27	,05	,27	,02
5	,27	,05	,27	,04	,27	,02
6	,28	,04	,26	,04	,27	,02
7	,26	,04	,26	,03	,28	,03
8	,31	.	,29	,05	,28	,02
9	,25	,03	,28	,07	,30	,03
10	.	.	,26	,03	,30	,03
11	.	.	,31	,00	,30	,02
12	.	.	,31	,00	.	.
14	.	.	.	.	,29	,00



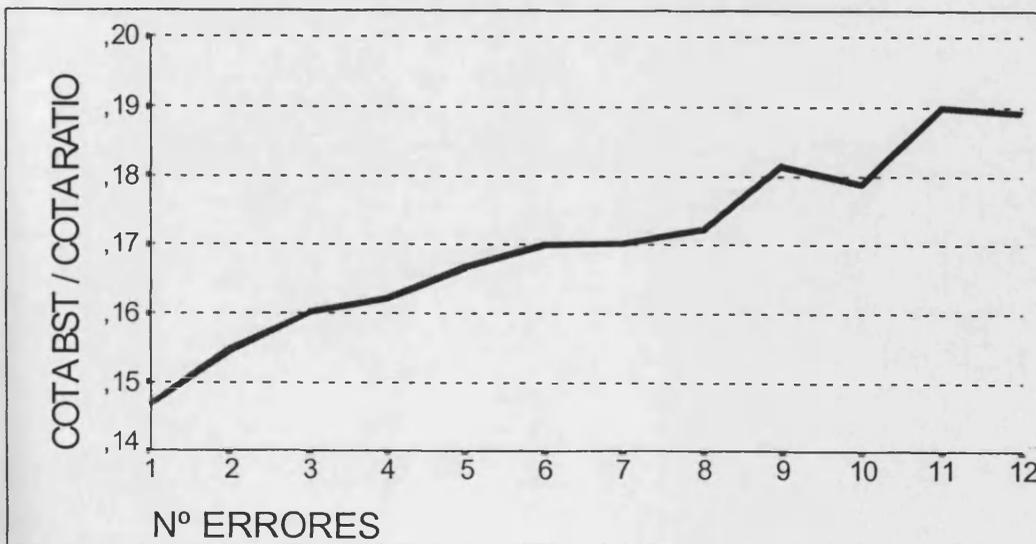
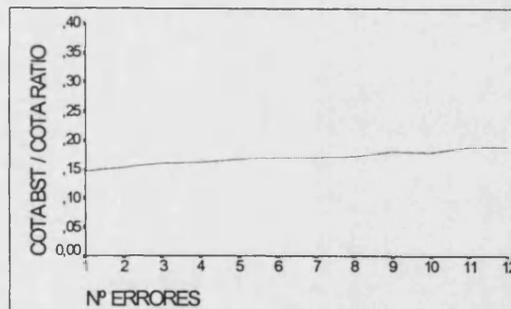
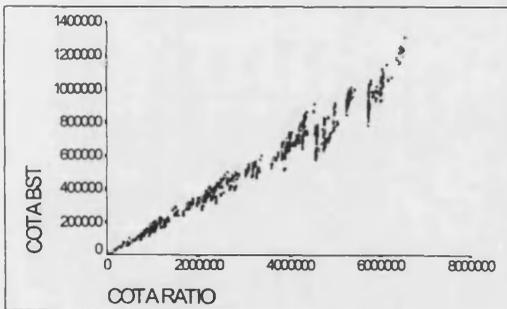
Poblaciones generadas por el modelo 2 (P21, P23, P25)

	n					
	80,00		100,00		120,00	
	Media	Desv. típ.	Media	Desv. típ.	Media	Desv. típ.
ERRORES						
1	,41	,04	,40	,03	,40	,03
2	,42	,04	,41	,04	,41	,03
3	,43	,04	,42	,04	,42	,03
4	,43	,04	,43	,04	,42	,03
5	,44	,04	,43	,03	,43	,03
6	,44	,03	,43	,03	,44	,03
7	,47	,03	,44	,02	,45	,03
8	,48	,02	,43	,01	,46	,04
9	,46	,03	,44	,01	,46	,04
10	.	.	,45	,01	,44	,03
11	.	.	,43	,00	,47	,04



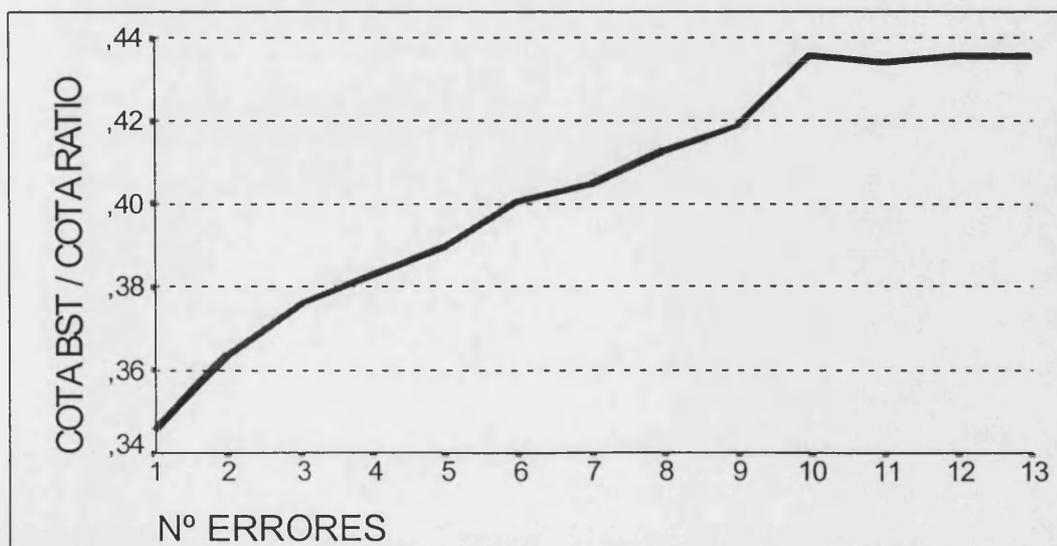
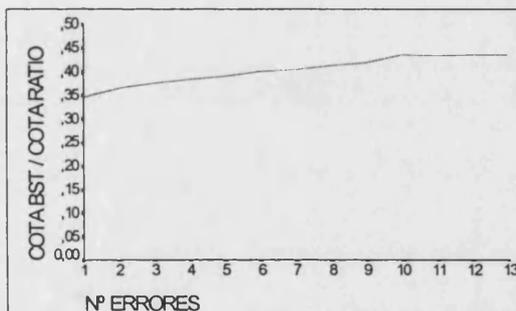
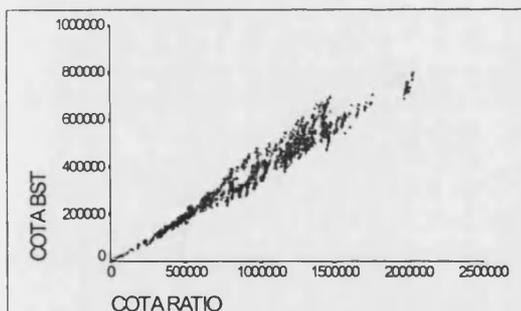
Poblaciones generadas por el modelo 3 (P31, P33, P35)

	n					
	80,00		100,00		120,00	
	Media	Des.tip.	Media	Des.tip.	Media	Des.tip.
ERRORES						
1	,15	,02	,14	,01	,15	,01
2	,16	,02	,15	,01	,16	,01
3	,16	,01	,16	,01	,16	,01
4	,16	,02	,16	,01	,16	,01
5	,16	,01	,17	,01	,17	,01
6	,17	,01	,17	,01	,17	,01
7	,18	,01	,17	,01	,17	,01
8	,17	,02	,16	,01	,18	,01
9	,20	,01	,16	,00	,18	,01
10	,17	,02	.	.	,18	,01
11	.	.	.	.	,19	,01
12	.	.	.	.	,19	,01



***Poblaciones generadas por el modelo 4 (P41, P43, P45)***

	n					
	80,00		100,00		120,00	
	Media	Des.tip.	Media	Des.tip.	Media	Des.tip.
ERRORES						
1	,35	,02	,35	,03	,34	,02
2	,37	,02	,37	,03	,35	,02
3	,37	,02	,38	,02	,38	,03
4	,38	,02	,38	,03	,38	,02
5	,39	,02	,39	,02	,39	,03
6	,39	,03	,40	,03	,40	,03
7	,40	,03	,40	,04	,41	,03
8	,41	,04	,41	,03	,41	,03
9	,40	,04	,42	,03	,42	,03
10	,44	,03	,45	,01	,43	,03
11	.	.	,45	,02	,43	,03
12	.	.	,47	,01	,43	,01
13	.	.	,46	,00	,42	,00



Estos resultados revelan que el comportamiento de la cota obtenida mediante la aplicación del bootstrap es muy homogéneo dentro de cada modelo generador, pero difiere de forma significativa entre ellos. Respecto a los tamaños muestrales, no se observan diferencias claras entre los mismos.

De la observación de los gráficos de dispersión puede sugerirse una relación lineal entre las dos cotas, puesto que la nube de puntos observada sigue esta tendencia en los cuatro modelos. Es cierto, tal y como se observa también en los gráficos, que conforme aumenta la estimación de la cota del ratio aumenta la dispersión de la cota BST, pero el ajuste lineal puede proporcionarnos una buena estimación de la proporción que esta cota representa con respecto a la del ratio.

El segundo gráfico, que muestra la tendencia de la variable cociente (cota bst/cota ratio), indica una gran estabilidad de la misma. Ahora bien, el tercer gráfico, en el que hemos variado la escala del eje vertical, revela una tendencia positiva de la variable conforme aumenta el número de errores encontrados en la muestra, aunque los incrementos son muy bajos.

Vamos a realizar el ajuste lineal de la cota BST en función de la cota del ratio, de forma que los coeficientes de la variable dependiente podamos considerarlos como la estimación de la proporción existente entre las dos cotas. El ajuste lo realizamos para cada modelo generador, sin considerar las muestras con cero errores, y asumiendo que la constante es cero, puesto que cuando la cota del ratio estimada sea nula, también lo será la cota BST.

**REGRESION LINEAL :  $Y = \beta X$**

**MODELO GENERADOR 1**

Nº CASOS : 3806

ESTIMACIONES GENERADAS POR LAS POBLACIONES DE PRUEBA  
P11,P13,P15

VARIABLE DEPENDIENTE : *COTA BOOTSTRAP*

VARIABLE INDEPENDIENTE : *COTA DEL RATIO*

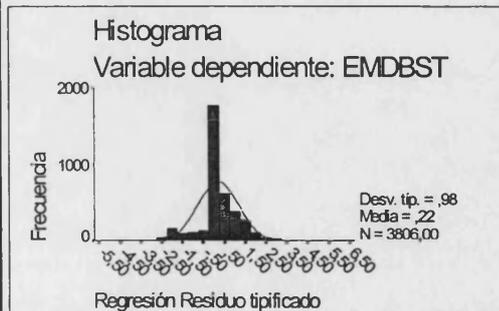
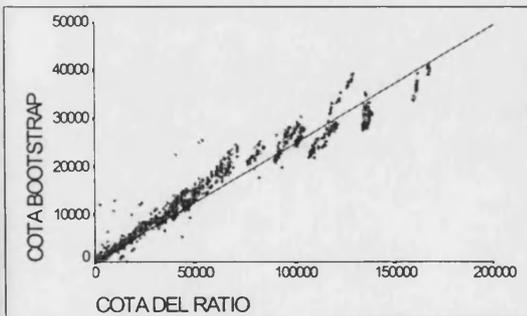
$R^2 = 0,98295$

$\beta = 0,247154$

INTERVALO DE CONFIANZA PARA  $\beta$  (N.C. = 95 %)

(0,246119 ; 0,248188)

**$Y = 0,247154 X$**



**REGRESION LINEAL :  $Y = \beta X$**

**MODELO GENERADOR 2**

Nº CASOS : 3744

ESTIMACIONES GENERADAS POR LAS POBLACIONES DE PRUEBA  
P21,P23,P25

VARIABLE DEPENDIENTE : *COTA BOOTSTRAP*

VARIABLE INDEPENDIENTE : *COTA DEL RATIO*

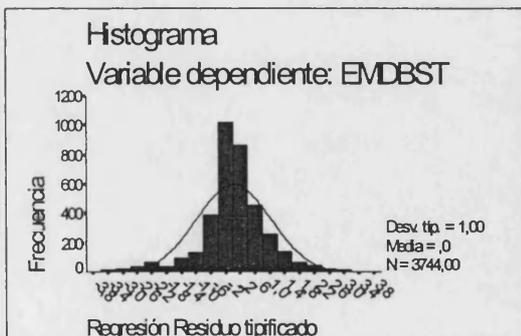
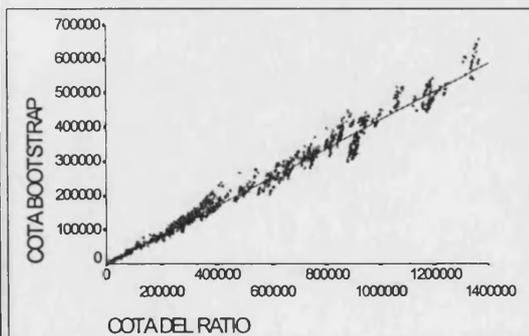
$R^2 = 0,99317$

$\beta = 0,420866$

INTERVALO DE CONFIANZA PARA  $\beta$  (N.C. = 95 %)

(0,419748 ; 0,421984)

**$Y = 0,420866 X$**



**REGRESION LINEAL :  $Y = \beta X$**

**MODELO GENERADOR 3**

Nº CASOS : 4422

ESTIMACIONES GENERADAS POR LAS POBLACIONES DE PRUEBA  
P31,P33,P35

VARIABLE DEPENDIENTE : *COTA BOOTSTRAP*

VARIABLE INDEPENDIENTE : *COTA DEL RATIO*

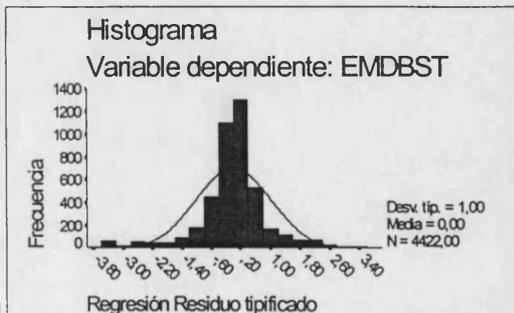
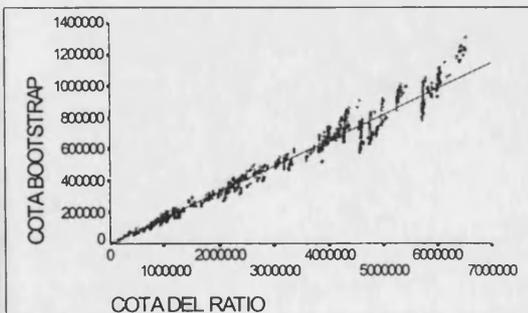
$R^2 = 0,99225$

$\beta = 0,163850$

INTERVALO DE CONFIANZA PARA  $\beta$  (N.C. = 95 %)

(0,163423 ; 0,164277)

**$Y = 0,163850 X$**



**REGRESION LINEAL :  $Y = \beta X$**

**MODELO GENERADOR 4**

Nº CASOS : 3957

ESTIMACIONES GENERADAS POR LAS POBLACIONES DE PRUEBA  
P41,P43,P45

VARIABLE DEPENDIENTE : *COTA BOOTSTRAP*

VARIABLE INDEPENDIENTE : *COTA DEL RATIO*

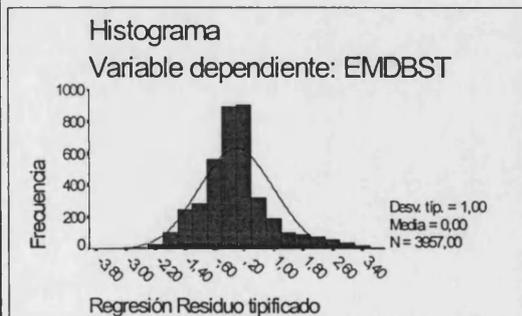
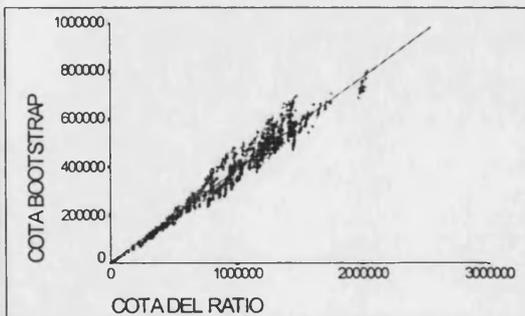
$R^2 = 0,99317$

$\beta = 0,387330$

INTERVALO DE CONFIANZA PARA  $\beta$  (N.C. = 95 %)

(0,386328 ; 0,388331)

**$Y = 0,387330 X$**



Los resultados del ajuste son positivos, puesto que, excepto para las estimaciones de las muestras extraídas de las poblaciones de prueba generadas a partir del modelo 1, el resto ajusta a un recta con un coeficiente de determinación mayor a 0,99. Si a esto añadimos que el número de casos ajustados es muy elevado, podemos concluir que el comportamiento de la cota bootstrap deducida a partir del estimador del ratio es muy estable dentro de cada modelo. La estimación de la proporción que representa la cota bootstrap con respecto a la cota del ratio (coeficiente  $\beta$ ) también se presenta muy preciso, puesto que para el 95 % de nivel de confianza, la amplitud del intervalo para  $\beta$  en todos los casos es mínima.

De esta forma, para las hipótesis de partida de este estudio en cuanto a las poblaciones contables sobre las que trabajamos, podemos establecer los siguientes intervalos para la variable cociente entre las dos cotas.

<i>MODELO GENERADOR 1</i>	→	<i>(0,246119 ; 0,248188)</i>
<i>MODELO GENERADOR 2</i>	→	<i>(0,419748 ; 0,421984)</i>
<i>MODELO GENERADOR 3</i>	→	<i>(0,163423 ; 0,164277)</i>
<i>MODELO GENERADOR 4</i>	→	<i>(0,386328 ; 0,388331)</i>

Estos resultados, obviamente, hay que considerarlos sólo en el caso en que las poblaciones a estudiar tengan una tasa de error entre el 1 y el 5 %. Ahora bien, esta acotación para  $\beta$ , ¿se mantendrá para mayores tasas de error ?. A esta pregunta responderemos en el apartado siguiente, en el que generamos nuevas poblaciones de prueba con tasas de error mayores.

#### **4.10. EFECTO DE LA TASA DE ERROR POBLACIONAL SOBRE LA COTA BOOTSTRAP**

Como hemos podido apreciar, la cota BST se presenta relativamente estable dentro de cada grupo de poblaciones de prueba generadas por cada uno de los cuatro modelos de origen, dado que la proporcionalidad que guarda con la cota obtenida por el ratio, aunque que varía al alza conforme aumenta el número de documentos erróneos encontrados en la muestra, esta variación es mínima. A su vez, tal y como la estimación lineal vista en el apartado anterior refleja, existen diferencias en cuanto a este indicador entre los cuatro modelos de origen. A esto hay que añadir que los niveles de confianza producidos se alejan del nominal o prefijado de manera considerable en la mayoría de los casos. Estos hechos son la causa de que nos hayamos planteado la generación de nuevas poblaciones de prueba con tasas de error más elevadas con el objetivo de responder, fundamentalmente, a tres preguntas :

a) Para un determinado modelo generador, ¿podríamos considerar la relación entre la cota BST y el ratio relativamente estable independientemente de las tasas de error de la población ?

b) La razón estimada entre las cotas BST y ratio, ¿converge a la unidad conforme la tasa de error aumenta hasta alcanzar el 100 % ?

c) Los niveles de confianza reales producidos por la cota BST, ¿se acercan a los nominales cuando aumenta la tasa de error?

Con esta finalidad, pues, hemos generado por cada modelo de origen 10 poblaciones de prueba, con tasas de error en unidades físicas que van desde el 10 % hasta el 100 %, con incrementos de un 10 %. De esta forma, obtenemos (4-10) 40 nuevas poblaciones de prueba. Sobre cada una de ellas extraemos 500 muestras de tamaño 100 mediante muestreo de unidades monetarias CELDA-DUS. Hemos considerado sólo un tamaño muestral puesto que en el análisis anterior no se han apreciado grandes diferencias entre los resultados obtenidos en función del tamaño muestral utilizado. Sobre cada una de las muestras extraídas calculamos, de nuevo, la

estimación puntual del error monetario por el ratio, y la cota superior para el mismo mediante el ratio y la aplicación del bootstrap, siguiendo la misma metodología ya explicada en apartados anteriores. La cota de Stringer no la utilizamos en este caso, pues las tasas de error ya resultan elevadas.

Para identificar las poblaciones de prueba seguimos el mismo criterio utilizado hasta ahora. Cada población de prueba la identificamos con dos subíndices ( $P_{ij}$ ). El primero indica el modelo generador y el segundo la tasa de error poblacional.

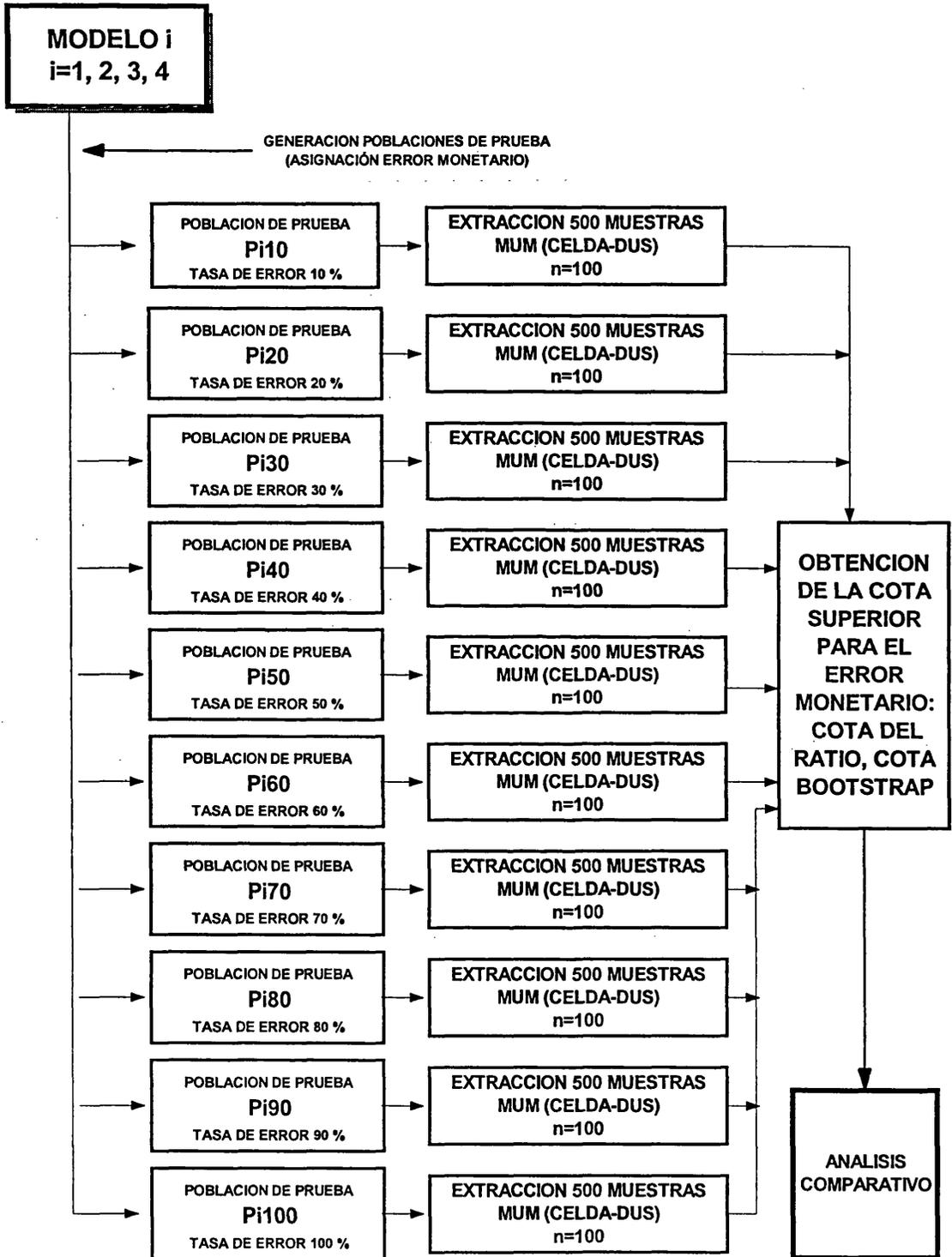
$$i = 1, 2, 3, 4$$

$$j = 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100$$

Por ejemplo, la población P260 ha sido generada a partir del modelo 2 y contiene una tasa de error del 60 %.

#### **4.10.1. Generación de nuevas poblaciones de prueba. Características**

El método seguido para generar estas nuevas 40 poblaciones es el mismo ya explicado en el apartado 4.3. Las 10 tasas de error ( del 10 al 100 %) son asignadas mediante el criterio explicado en el apartado 4.4. Este proceso puede resumirse, para cada uno de los modelos generadores, mediante el esquema de la página siguiente. Obtenidas, pues, las 40 poblaciones de prueba, sus características (número de errores, error monetario, tasa de error en unidades físicas y monetarias) vienen expresadas en las tablas que incluimos en este apartado.



**CARACTERISTICAS POBLACIONALES**

POBLACION DE PRUEBA	P110	P120	P130	P140	P150
TASA ERROR TEORICA (UNIDADES FISICAS)	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %
ERROR MONETARIO	23.050,00	46.152,66	65.980,01	87.097,99	111.898,95
Nº ITEMS ERRONEOS	860	1.727	2.569	3.393	4.233
TASA ERROR REAL (UNIDADES FISICAS)	10,35%	20,78%	30,92%	40,84%	50,94%
TASA ERROR REAL (UNIDADES MONETARIAS)	5,56%	11,14%	15,92%	21,02%	27,00%

**CARACTERISTICAS POBLACIONALES**

POBLACION DE PRUEBA	P160	P170	P180	P190	P100
TASA ERROR TEORICA (UNIDADES FISICAS)	60 %	70 %	80 %	90 %	100 %
ERROR MONETARIO	130.496,82	150.252,66	172.186,94	190.221,19	209.137,47
Nº ITEMS ERRONEOS	5.065	5.872	6.731	7.531	8.309
TASA ERROR REAL (UNIDADES FISICAS)	60,96%	70,67%	81,01%	90,64%	100,00%
TASA ERROR REAL (UNIDADES MONETARIAS)	31,49%	36,25%	41,55%	45,90%	50,46%

**CARACTERISTICAS POBLACIONALES**

POBLACION DE PRUEBA	P210	P220	P230	P240	P250
TASA ERROR TEORICA (UNIDADES FISICAS)	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %
ERROR MONETARIO	192.400,06	393.713,59	597.611,57	768.505,77	939.439,28
Nº ITEMS ERRONEOS	593	1.140	1.693	2.242	2.774
TASA ERROR REAL (UNIDADES FISICAS)	10,82%	20,80%	30,88%	40,90%	50,60%
TASA ERROR REAL (UNIDADES MONETARIAS)	5,17%	10,58%	16,06%	20,65%	25,24%

**CARACTERISTICAS POBLACIONALES**

POBLACION DE PRUEBA	P260	P270	P280	P290	P2100
TASA ERROR TEORICA (UNIDADES FISICAS)	60 %	70 %	80 %	90 %	100 %
ERROR MONETARIO	1.131.265,10	1.365.261,40	1.525.957,40	1.698.364,20	1.907.209,80
Nº ITEMS ERRONEOS	3.302	3.904	4.414	4.933	5.482
TASA ERROR REAL (UNIDADES FISICAS)	60,23%	71,21%	80,52%	89,99%	100,00%
TASA ERROR REAL (UNIDADES MONETARIAS)	30,39%	36,68%	41,00%	45,63%	51,24%

**CARACTERISTICAS POBLACIONALES**

POBLACION DE PRUEBA	P310	P320	P330	P340	P350
TASA ERROR TEORICA (UNIDADES FISICAS)	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %
ERROR MONETARIO	577.387,19	1.311.192,70	1.936.530,60	2.636.684,70	3.531.762,90
Nº ITEMS ERRONEOS	718	1.430	2.095	2.815	3.575
TASA ERROR REAL (UNIDADES FISICAS)	10,22%	20,35%	29,82%	40,07%	50,88%
TASA ERROR REAL (UNIDADES MONETARIAS)	4,03%	9,14%	13,51%	18,39%	24,63%

**CARACTERISTICAS POBLACIONALES**

POBLACION DE PRUEBA	P360	P370	P380	P390	P3100
TASA ERROR TEORICA (UNIDADES FISICAS)	60 %	70 %	80 %	90 %	100 %
ERROR MONETARIO	4.169.608,10	4.929.694,80	5.801.449,00	6.371.785,90	7.017.005,70
Nº ITEMS ERRONEOS	4.278	4.966	5.660	6.359	7.026
TASA ERROR REAL (UNIDADES FISICAS)	60,89%	70,68%	80,56%	90,51%	100,00%
TASA ERROR REAL (UNIDADES MONETARIAS)	29,08%	34,38%	40,46%	44,44%	48,94%

**CARACTERISTICAS POBLACIONALES**

POBLACION DE PRUEBA	P410	P420	P430	P440	P450
TASA ERROR TEORICA (UNIDADES FISICAS)	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %
ERROR MONETARIO	404.509,62	810.333,79	1.215.327,80	1.528.715,50	1.884.975,50
Nº ITEMS ERRONEOS	411	825	1.230	1.646	2.051
TASA ERROR REAL (UNIDADES FISICAS)	10,19%	20,46%	30,50%	40,81%	50,86%
TASA ERROR REAL (UNIDADES MONETARIAS)	5,21%	10,45%	15,67%	19,71%	24,30%

**CARACTERISTICAS POBLACIONALES**

POBLACION DE PRUEBA	P460	P470	P480	P490	P4100
TASA ERROR TEORICA (UNIDADES FISICAS)	60 %	70 %	80 %	90 %	100 %
ERROR MONETARIO	2.250.552,20	2.648.143,50	3.067.777,30	3.480.589,30	3.880.475,40
Nº ITEMS ERRONEOS	2.424	2.833	3.246	3.639	4.033
TASA ERROR REAL (UNIDADES FISICAS)	60,10%	70,25%	80,49%	90,23%	100,00%
TASA ERROR REAL (UNIDADES MONETARIAS)	29,01%	34,14%	39,55%	44,87%	50,02%

**4.10.2. Extracción de muestras**

De cada una de estas poblaciones extraemos 500 muestras de tamaño 100 mediante muestreo de unidades monetarias CELDA-DUS. Sobre cada una de ellas aplicamos la metodología bootstrap replicando 1000 veces ( $B=1000$ ), tal y como se ha hecho con las poblaciones generadas al principio de este capítulo. De esta forma, el número total de muestras extraídas podemos visualizarlo en el siguiente cuadro.

<b>N° DE MUESTRAS EXTRAIDAS PARA EL MODELO <math>i</math> (<math>i=1,2,3,4</math>)</b>		
<b>TASA DE ERROR POBLACIONAL</b>	<b>MUESTRAS MUM</b>	<b>MUESTRAS BOOTSTRAP</b>
10 %	500	500.000
20 %	500	500.000
30 %	500	500.000
40 %	500	500.000
50 %	500	500.000
60 %	500	500.000
70 %	500	500.000
80 %	500	500.000
90 %	500	500.000
100 %	500	500.000
<b>TOTAL</b>	<b>5.000</b>	<b>5.000.000</b>

Por tanto, el total para los cuatro modelos es :

**MUESTRAS MUM :**  $5.000 \cdot 4 \text{ (MODELOS)} = 20.000$

**MUESTRAS BOOTSTRAP :**  $5.000.000 \cdot 4 \text{ (MODELOS)} = 20.000.000$

Siguiendo la metodología ya explicada en apartados anteriores, sobre cada una de estas muestras calculamos la cota superior para el error monetario por el ratio y la cota BST, así como la estimación puntual del error también por el ratio. Esto supone obtener 20.000 estimaciones para cada una de las dos cotas, así como 20.000 estimaciones puntuales, es decir, un total de 60.000. Recordemos que, en el caso de la cota BST, para su cálculo por el método del percentil, se calcula la estimación puntual con cada muestra bootstrap, lo cual supone haber obtenido 20.000.000 de estimaciones.

Con todas estas estimaciones vamos a realizar en los siguientes apartados el mismo análisis estadístico que utilizamos en apartados anteriores con el fin de poder responder a las cuestiones planteadas en el apartado 4.10.

#### **4.10.3. Estimación puntual del error monetario**

Como hemos podido comprobar, en las poblaciones con bajas tasas de error (1, 3, 5 %), la estimación puntual del error monetario mediante el estimador del ratio, y bajo un diseño muestral MUM CELDA-DUS, presenta un sesgo importante en algunos casos. Además, la distribución de probabilidad del estimador no es normal, tal y como indican los contrastes de normalidad aplicados sobre las estimaciones. A pesar de ello, obtuvimos la cota superior asumiendo normalidad para valorar su anómalo comportamiento y su falta de fiabilidad, como ha quedado patente en los análisis realizados, y comparar con la cota BST.

En el caso en el que nos encontramos ahora, poblaciones con tasas de error entre el 10 y el 100 %, los resultados pueden ser distintos. En este apartado nos planteamos dos objetivos :

1. Conforme aumenta la tasa de error, ¿disminuye el sesgo del estimador puntual del error ?
2. ¿ En qué situaciones (tasa de error y modelo generador) podría asumirse normalidad en su distribución de probabilidad ?

##### **4.10.3.1. Distribución empírica. Sesgo relativo**

De igual forma que calculamos una aproximación relativa al sesgo del estimador puntual en el apartado 4.6.3., vamos a calcular el valor del SR para estas poblaciones.

Como puede observarse en la tabla siguiente, el modelo generador es un factor determinante en cuanto a esta característica. Las poblaciones generadas a partir de los modelos 2 y 4 son las que presentan una mayor estabilidad en el valor del SR, mostrándose este indicador poco afectado por la tasa de error poblacional, en el caso

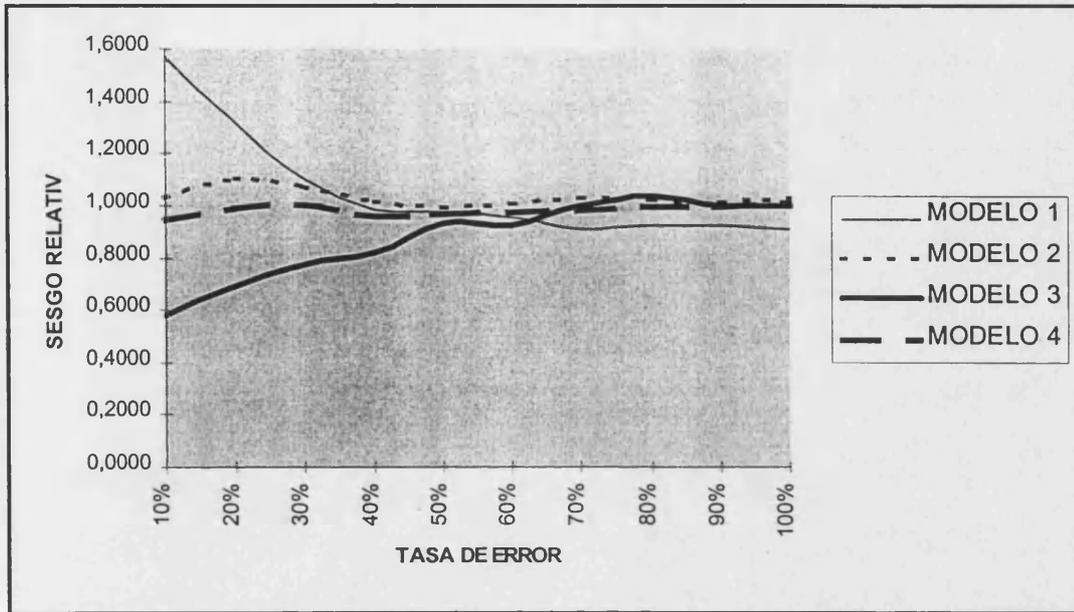
del modelo 2, en la mayor parte de las poblaciones, con valores ligeramente superiores a uno y en el 4 inferiores a uno. Estos datos nos llevan a poder concluir que en las poblaciones contables con características similares a los modelos 2 y 4, y bajo las hipótesis de partida en cuanto al error monetario, el estimador del error mediante el ratio presenta un sesgo despreciable. En cambio, en las poblaciones derivadas del modelo 1, el valor del SR disminuye con la tasa de error, mostrando una sobreestimación del error cuando ésta es menor (10, 20 %) y una infraestimación conforme se acerca al 100 %. Las poblaciones derivadas del modelo 3 tienen un comportamiento contrario a las anteriores, aunque en este caso podemos establecer que el SR se estabiliza alrededor de la unidad a partir de una tasa de error del 70 %.

**VALORES DEL SESGO RELATIVO**

<b>TASA DE ERROR</b>	<b>MODELO 1</b>	<b>MODELO 2</b>	<b>MODELO3</b>	<b>MODELO4</b>
10%	1,5717	1,0279	0,5806	0,9496
20%	1,3240	1,1033	0,6921	0,9951
30%	1,1051	1,0748	0,7722	1,0060
40%	0,9863	1,0168	0,8189	0,9628
50%	0,9793	0,9919	0,9298	0,9679
60%	0,9561	1,0059	0,9275	0,9747
70%	0,9095	1,0316	1,0020	0,9843
80%	0,9209	1,0212	1,0342	0,9982
90%	0,9219	1,0117	0,9971	0,9962
100%	0,9094	1,0265	1,0007	1,0124

En el gráfico siguiente puede visualizarse el comportamiento del sesgo relativo en función de la tasa de error para cada uno de los cuatro modelos generadores. Queda patente la tendencia hacia la unidad para el SR conforme se incrementa la tasa de error poblacional.

**SESGO RELATIVO EN FUNCION DE LA TASA DE ERROR**



Si a esto añadimos que la dispersión relativa del estimador puntual por el ratio disminuye claramente con el incremento de la tasa de error (ver anexo; pag. 228), evidencia que, en líneas generales y bajo las hipótesis de partida, el mejor comportamiento de este estimador se dará con las mayores tasas de error.

Con respecto a la forma de la distribución, vamos a someter cada grupo de 500 estimaciones a un contraste de Kolmogorov (ver anexo; pag. 241) para valorar hasta que punto y en qué casos podemos asumir normalidad en la distribución del estimador puntual. Los niveles de significación críticos obtenidos para cada población de prueba vienen expresados en la tabla siguiente.

***NIVEL DE SIGNIFICACION CRITICO CONTRASTE DE KOLMOGOROV  
PARA NORMALIDAD DEL ESTIMADOR PUNTUAL DEL ERROR  
MONETARIO***

<b>TASA DE ERROR</b>	<b>MODELO 1</b>	<b>MODELO 2</b>	<b>MODELO3</b>	<b>MODELO4</b>
10%	0,0001	0,0000	0,0000	0,0124
20%	0,0005	0,2763	0,0009	0,0000
30%	0,1018	0,0106	0,0000	0,0364
40%	0,1512	0,0087	0,0000	0,0024
50%	0,1545	0,0000	0,0662	0,0023
60%	0,0007	0,2380	0,1912	0,5118
70%	0,0003	0,0106	0,1241	0,0005
80%	0,0000	0,1799	0,0000	0,0532
90%	0,0001	0,0024	0,0000	0,0311
100%	0,0173	0,0952	0,0000	0,0969

Con respecto a la tabla anterior, no se observa ninguna tendencia clara en cuanto a si, por ejemplo, una mayor tasa de error implica una mayor probabilidad de que la distribución sea normal. La interpretación que podemos hacer de estos resultados es que la distribución de probabilidad del estimador del error por el ratio mediante muestreo de unidades monetarias CELDA-DUS puede ser normal en algunos casos, pero no siempre. Para un nivel de significación del 5 %, la hipótesis de normalidad puede asumirse en 13 de las 40 poblaciones de prueba. Si consideramos un nivel de significación del 1 % serían 19 de las 40. Por tanto, este resultado indica que, bajo muestreo de unidades monetarias CELDA-DUS, la metodología bootstrap puede ser mejor que la teoría clásica, puesto que no precisa de hipótesis de partida al respecto de la distribución del estimador. En el apartado siguiente tratamos esta cuestión.

#### 4.10.4. Cota del ratio y cota bootstrap

De igual forma que calculamos estas dos cotas para las poblaciones con tasas de error entre el 1 y 5 %, hemos obtenido las estimaciones de las mismas para todas las muestras extraídas de las poblaciones de prueba con tasas de error entre el 10 y el 100 %, para un nivel de confianza del 95 %. El resumen de resultados puede verse en el anexo (pag. 228).

Tanto en la cota del ratio como la cota BST se produce una disminución de la dispersión relativa conforme aumenta la tasa de error, lo cual va parejo a la tendencia que muestra el sesgo relativo cuando se obtiene la estimación puntual. Desde este punto de vista, estos resultados corroboran la afirmación de que la aplicación del estimador del ratio es recomendable cuanto mayor sea la tasa de error. El coeficiente de correlación entre los coeficientes de variación de las estimaciones de estas dos cotas obtenidas para las 40 poblaciones de prueba toma un valor de 0.9683, lo cual es indicativo de la disminución paralela que se produce en la variación relativa de las dos cotas al aumentar el error.

En cuanto a los niveles de confianza reales producidos sí que se observan diferencias significativas con respecto a los obtenidos con las poblaciones con tasas del 1 al 5 %. Los cuadros siguientes muestran los niveles de confianza reales producidos por la cota del ratio y por la cota bootstrap para cada modelo generador y tasa de error poblacional. Como puede observarse, la confianza real producida por la cota basada en el ratio muestral es del 100 % en todos los casos excepto uno. Teniendo en cuenta los valores para el sesgo relativo vistos en el apartado anterior, queda patente la sobreestimación de la varianza del estimador para el cálculo de la cota superior. Con respecto a la expresión utilizada para el cómputo de la dispersión en cada muestra (ver apartado 4.6.4.), dijimos que era una aproximación a la misma, dado que no hay ninguna fórmula específica para su cálculo cuando se aplica un diseño muestral de unidades monetarias sin reemplazamiento CELDA-DUS. En este sentido, y considerando que para algunas poblaciones de prueba sí que puede asumirse normalidad, tal y como nos indican los contrastes de kolmogorov aplicados, habría que plantear un método aproximado para la obtención de la varianza del

estimador a partir de la muestra. Ante esta situación, la metodología bootstrap puede ser efectiva. Pero antes de introducir la varianza bootstrap, veamos cuales son las confianzas reales producidas por la cota del ratio y la cota BST (método del percentil).

***NIVEL DE CONFIANZA REAL PRODUCIDO POR LA COTA DEL RATIO EN FUNCION DEL MODELO GENERADOR Y LAS TASA DE ERROR***

	MODELO GENERADOR			
TASA DE ERROR	1	2	3	4
10 %	100,00%	96,80%	100,00%	100,00%
20 %	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
30 %	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
40 %	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
50 %	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
60 %	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
70 %	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
80 %	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
90 %	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
100 %	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

***NIVEL DE CONFIANZA REAL PRODUCIDO POR LA COTA BOOTSTRAP EN FUNCION DEL MODELO GENERADOR Y LA TASA DE ERROR***

	MODELO GENERADOR			
TASA DE ERROR	1	2	3	4
10 %	100,00%	84,60%	52,80%	87,40%
20 %	100,00%	93,20%	60,40%	97,00%
30 %	100,00%	95,00%	57,60%	98,20%
40 %	100,00%	97,80%	62,60%	93,20%
50 %	100,00%	82,00%	93,20%	100,00%
60 %	91,60%	100,00%	94,00%	97,40%
70 %	89,00%	100,00%	99,20%	100,00%
80 %	93,40%	100,00%	100,00%	94,80%
90 %	99,40%	99,80%	100,00%	99,40%
100 %	100,00%	100,00%	100,00%	99,60%

A la vista de los resultados, la cota del ratio, tal y como se ha calculado, resulta inadecuada para su aplicación en poblaciones contables bajo las características poblacionales establecidas y el diseño muestral aplicado. En cambio, la cota BST presenta un comportamiento notablemente mejor, dado que, excepto para las poblaciones de prueba del modelo 3, el resto produce unos niveles de confianza oscilantes alrededor el valor nominal (95 %), salvo en algunas poblaciones (6 del modelo uno, 4 del dos y 2 del 4) cuyo nivel real es del 100 %.

En cuanto al modelo 3, los bajos niveles de confianza producidos por la cota BST para las poblaciones con menores tasas de error son debidos al sesgo que en éstas presenta el estimador puntual, produciendo una infravaloración del error. Asumiendo que las estimaciones realizadas a partir de las muestras bootstrap están igual de sesgadas, es de esperar que este hecho afecte al cálculo de dicha cota en el mismo sentido.

Concluyendo, la aplicación de la metodología bootstrap para la obtención de una cota superior, por el método del percentil, puede ser efectiva y fiable en determinadas circunstancias. Así, por ejemplo, en poblaciones con características similares al modelo 3 no es aconsejable su aplicación cuando la tasa de error esperada sea menor al 50 %.

#### **4.10.5. Cota bootstrap asumiendo normalidad**

Hasta ahora, la cota BST calculada en todas las poblaciones de prueba para todas las tasas de error ha sido obtenida por el método del percentil. La gran ventaja del percentil reside en que no es necesario conocer la distribución de probabilidad del estimador. Para las poblaciones de prueba con tasas de error entre el 1 y el 5 %, el contraste de Kolmogorov aplicado al estimador puntual del error monetario por el ratio ha evidenciado claramente que no puede asumirse normalidad para el mismo, pero, en cambio, para las poblaciones con tasas de error mayores, en algunos casos, para un nivel de significación del 1 %, sí que podría asumirse. Esto implicaría que podamos asignarle cierta validez a la cota obtenida asumiendo una distribución normal para el estimador. Ahora bien, como hemos podido comprobar, la cota obtenida tal y como se expresa en el apartado 4.6.4. produce unas confianzas reales (para las poblaciones con tasas del 10 al 100 %) del 100 % en todos los casos menos uno, siendo la confianza nominal del 95 %. Puesto que, en función de los resultados obtenidos por simulación, puede asumirse que el sesgo del estimador es muy bajo en la mayor parte de poblaciones de prueba (apartado 4.10.3.1), la principal causa de los elevados niveles de confianza producidos radica en la sobreestimación que se produce de la varianza del estimador a partir de la muestra. Como ya dijimos la expresión utilizada para el cálculo de la dispersión es una aproximación, puesto que no hay ninguna expresión específica para el cálculo de la varianza del estimador cuando se aplica muestreo de unidades monetarias CELDA-DUS.

Ante esta situación, es decir, la posibilidad de poder admitir normalidad para el estimador en ciertas poblaciones, pero la inexistencia de una expresión matemática que nos dé una buena aproximación a la varianza del estimador, el bootstrap plantea una solución. En el apartado 2.3.2., en el que se introduce la metodología bootstrap, se encuentra la expresión para obtener la varianza de un estimador cuando la teoría estadística no puede establecer una expresión determinada para la misma. Concretamente, el cálculo de la desviación se realiza a partir de las estimaciones obtenidas de las B muestras bootstrap, en nuestro caso 1000 por cada muestra de origen. La varianza para el estimador sería la que corresponde a la distribución empírica producida por las 1000 muestras bootstrap.

El estimador puntual utilizado es el ratio muestral ( $\hat{r}$ ). Esto supone que para cada muestra de origen se han calculado 1000 estimaciones del mismo. De esta forma, la desviación típica bootstrap para el ratio sería la siguiente:

$$\hat{\sigma}_{\hat{r}(\text{BST})} = \sqrt{\frac{1}{1000-1} \sum_{b=1}^{1000} (\hat{r}^{*b} - \hat{r}^*)^2}$$

Dado que la estimación del error monetario total ( $\hat{D}$ ) se obtiene mediante el producto del ratio muestral por el valor total registrado de la población, la desviación del error monetario se obtendrá mediante el producto del valor total por la desviación del ratio muestral.

$$EM = \hat{D}$$

$$EM = V \cdot \hat{r}$$

$$\hat{\sigma}_{EM(\text{BST})} = V \cdot \hat{\sigma}_{\hat{r}(\text{BST})}$$

De esta forma, asumiendo normalidad para la distribución del estimador y considerando la varianza bootstrap, la cota superior para el error monetario, a la que identificamos por EMDBST(2), la calculamos del siguiente modo :

$$EMDBST(2) = EM + 1,64 \cdot \hat{\sigma}_{EM(\text{BST})}$$

Los niveles de confianza producidos por esta cota vienen expresados en la tabla siguiente.

***NIVEL DE CONFIANZA REAL PRODUCIDO POR LA COTA BOOTSTRAP (ASUMIENDO NORMALIDAD) EN FUNCION DEL MODELO GENERADOR Y LA TASA DE ERROR***

	<b>MODELO GENERADOR</b>			
<b>TASA DE ERROR</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
10 %	100,00%	84,00%	39,00%	87,20%
20 %	100,00%	93,20%	56,00%	95,60%
30 %	100,00%	92,20%	56,40%	97,60%
40 %	100,00%	96,20%	60,20%	92,80%
50 %	99,60%	81,00%	91,60%	100,00%
60 %	89,60%	100,00%	93,40%	97,20%
70 %	85,20%	100,00%	98,80%	100,00%
80 %	88,20%	100,00%	100,00%	94,60%
90 %	96,00%	100,00%	100,00%	99,60%
100 %	98,00%	100,00%	100,00%	99,80%

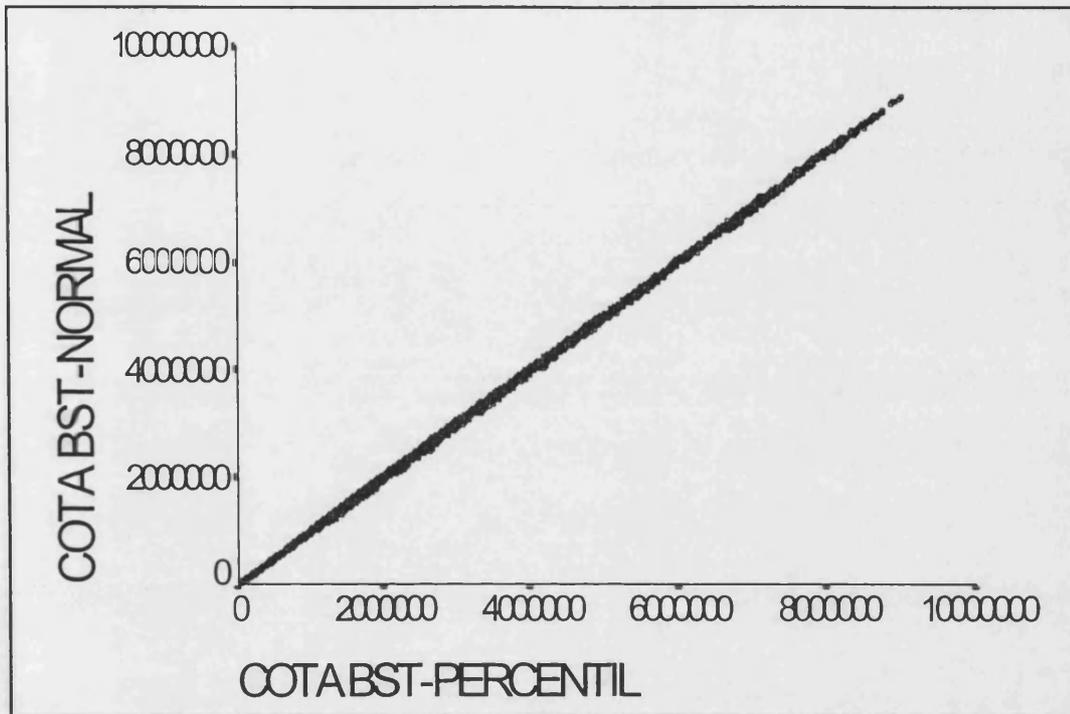
Si comparamos estos valores con los producidos por la cota BST por el método del percentil, podemos observar como las mayores diferencias se encuentran precisamente en aquellas poblaciones en que la cota del percentil produce unas confianzas menores. La diferencia entre los niveles de confianza reales producidos por las dos cotas BST, la cota obtenida por el percentil y la obtenida asumiendo normalidad, queda de manifiesto en el siguiente cuadro. Como puede observarse, las mayores diferencias se dan en las poblaciones de prueba generadas por el modelo 3 y menores tasas de error, precisamente aquellas en las que la cota BST-percentil produce una peor fiabilidad.

**DIFERENCIA ENTRE EL NIVEL DE CONFIANZA REAL PRODUCIDO POR LA COTA BST-PERCENTIL Y LA COTA BST ASUMIENDO NORMALIDAD**

TASA DE ERROR	MODELO GENERADOR			
	1	2	3	4
10%	0,00%	0,60%	13,80%	0,20%
20%	0,00%	0,00%	4,40%	1,40%
30%	0,00%	2,80%	1,20%	0,60%
40%	0,00%	1,60%	2,40%	0,40%
50%	0,40%	1,00%	1,60%	0,00%
60%	2,00%	0,00%	0,60%	0,20%
70%	3,80%	0,00%	0,40%	0,00%
80%	5,20%	0,00%	0,00%	0,20%
90%	3,40%	-0,20%	0,00%	-0,20%
100%	2,00%	0,00%	0,00%	-0,20%

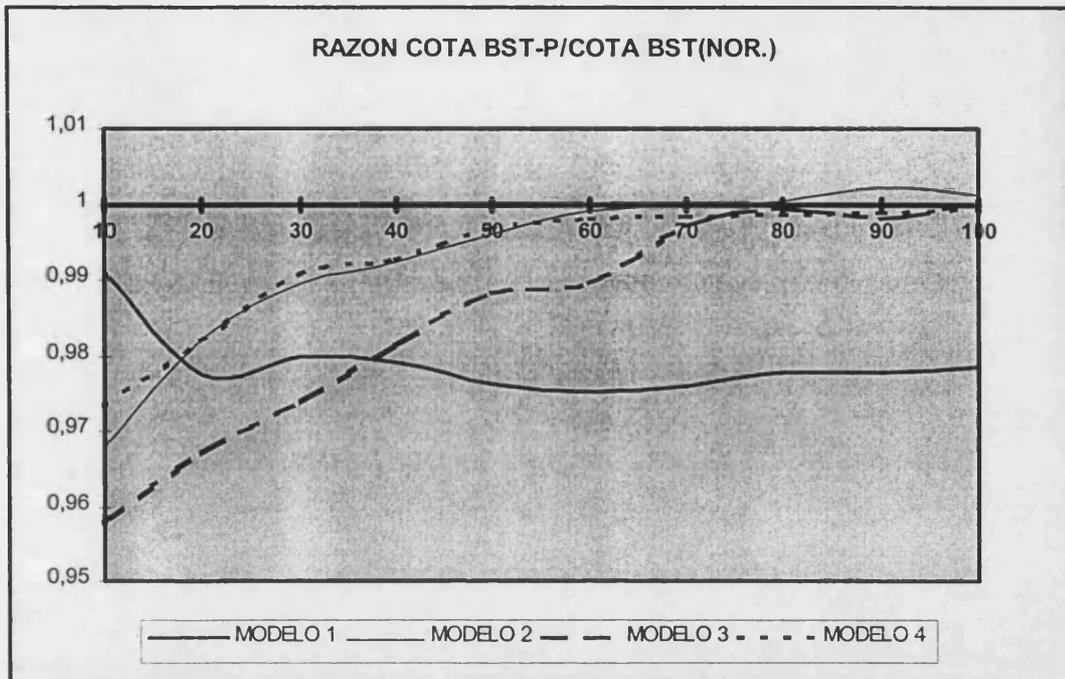
Efron (1993) señala que cuando la distribución del estimador es normal, los intervalos de confianza obtenidos por el percentil difieren muy poco de los obtenidos asumiendo normalidad. En este sentido, sin considerar las poblaciones para las que la cota BST-percentil produce una confianza del 100 %, podríamos establecer que cuanto menor sea la diferencia entre las confianzas reales producidas por las dos cotas BST consideradas, la distribución del estimador se aproximará más a una distribución normal.

Curiosamente, si representamos mediante un gráfico de dispersión la nube de puntos generada por las dos cotas con todas las estimaciones correspondientes a todas las muestras extraídas, el ajuste a una recta es casi perfecto. Si pensamos que una cota (eje vertical) ha sido obtenida mediante la distribución empírica bootstrap, y la otra lo ha sido asumiendo una distribución normal, el resultado es muy significativo. Es decir, en el primer caso no se ha hecho ningún supuesto en cuanto a la distribución de probabilidad, en cambio, en el segundo se ha asumido que ésta es normal. Dicho gráfico podemos verlo a continuación.



$$R^2 = 0,99997$$

El gráfico anterior revela la fuerte relación entre las dos cotas. Ahora bien, las pequeñas diferencias que se dan entre las mismas difieren en función del modelo generador y de la tasa de error poblacional. Estas diferencias podemos observarlas en el siguiente gráfico, en el cual se muestra, para cada modelo generador y tasa de error, como varía la razón entre las dos cotas. Como puede verse, excepto en el modelo 1, en el resto este indicador tiende a la unidad conforme aumenta la tasa de error. Esto podríamos interpretarlo de la siguiente forma : para las poblaciones de prueba procedentes de los modelos 2, 3 y 4, el hecho de que las dos cotas BST tiendan a tomar valores más similares con el aumento de la tasa de error es indicativo de la “normalización” que se produce en la distribución del estimador a mayor tasa de error poblacional. En cambio, en las poblaciones de prueba procedentes de modelo 1 no se da este fenómeno, sino que más bien la razón de las cotas se estabiliza en el intervalo (0.97, 0.98) a partir de un 20 % de error.



La relación entre las dos cotas BST ha quedado plasmada en los dos gráficos anteriores. En cuanto a la relación entre la cota BST (percentil) y la cota del ratio, en el apartado 4.8.1. se observa como, para las poblaciones con tasas de error entre el 1 y el 5 %, se produce un incremento en la dispersión de la cota BST conforme aumenta la cota del ratio, así como una relativa estabilidad en cuanto a la razón de las dos cotas. Una de las preguntas que nos habíamos planteado es si la variación del cociente entre ellas tendía a la unidad con el incremento de la tasa de error, o, por el contrario oscilaba alrededor de un determinado valor. En el apartado siguiente vamos a tratar de responder a estas cuestiones.

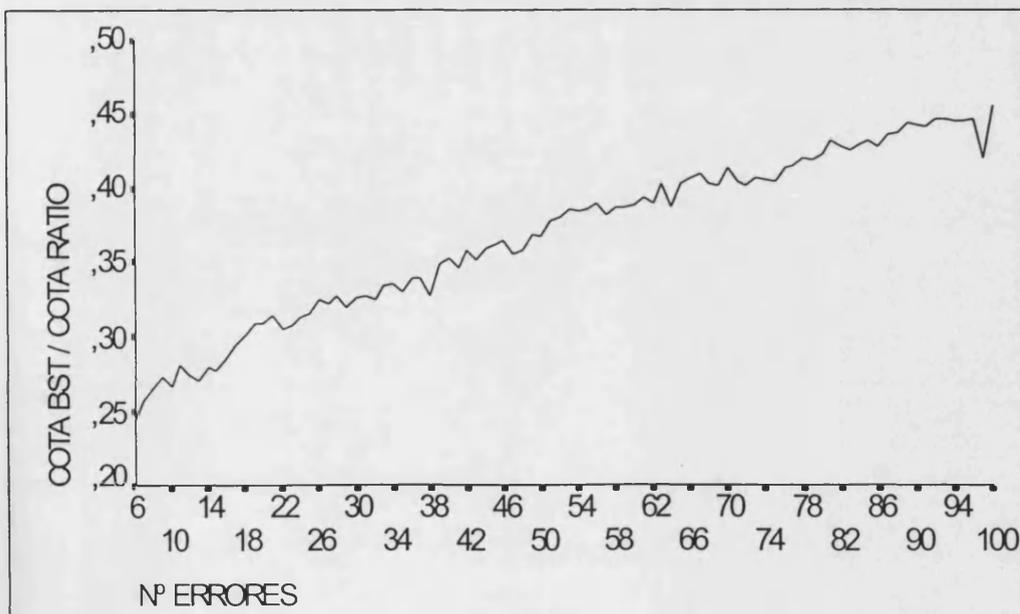
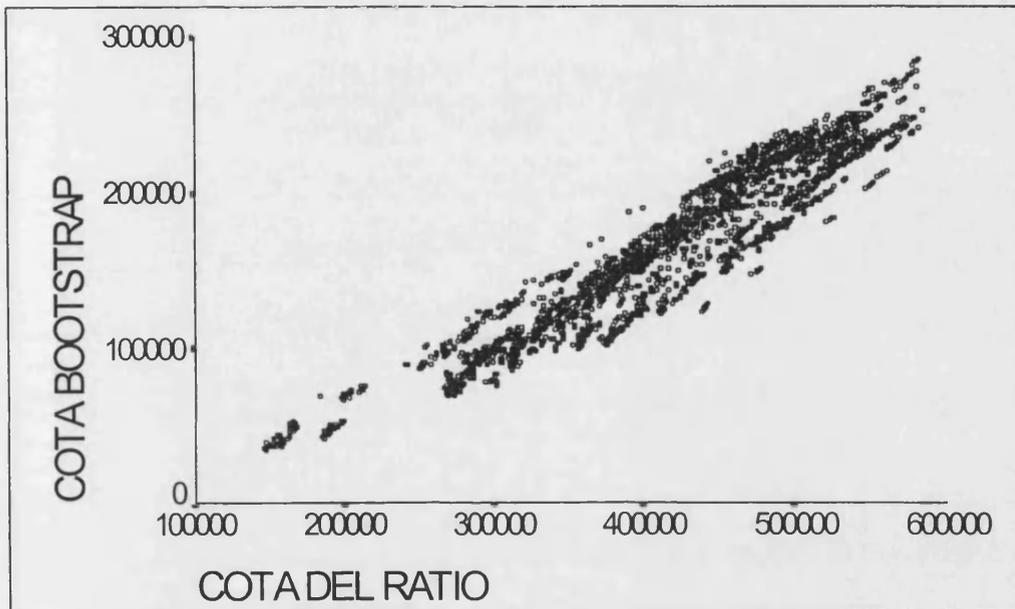
**4.10.6. La cota bootstrap en función del número de errores encontrados**

Así como en el apartado 4.8.1. pudimos observar una variación mínima en el cociente entre la media de las estimaciones de la cota del ratio y la media entre las estimaciones de la cota BST (por el método del percentil), coeficiente para el cual establecimos unos intervalos de confianza a partir de la regresión entre las cotas, a la vista de los resultados obtenidos con las poblaciones con tasas de error entre el 10 y el 100 % (ver anexo; pag. 231), no se puede decir lo mismo. Como puede observarse, para los cuatro modelos generadores, este indicador aumenta su valor claramente conforme aumenta la tasa de error, por lo que no podemos hablar de estabilidad relativa en su comportamiento como hicimos cuando se trataba de las poblaciones con tasas de error menores. A esto hay que añadir que en ninguno de los cuatro casos el cociente tiende a la unidad.

En cuanto a la variación que pudiera darse en la cota BST con el incremento de la cota del ratio, podemos observarla en los gráficos de dispersión que incluimos a continuación, y que muestran la nube de puntos generada por las estimaciones obtenidas por las dos cotas para cada modelo generador. Incluimos también, para cada modelo generador, otro gráfico que muestra la tendencia de la razón entre las dos cotas conforme aumenta el número de errores encontrados en la muestra.

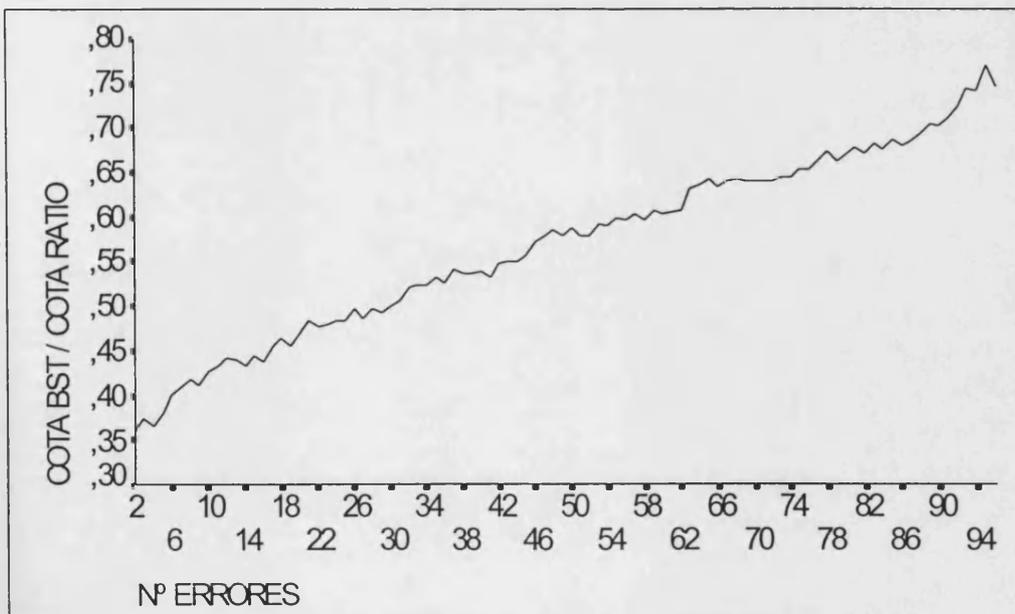
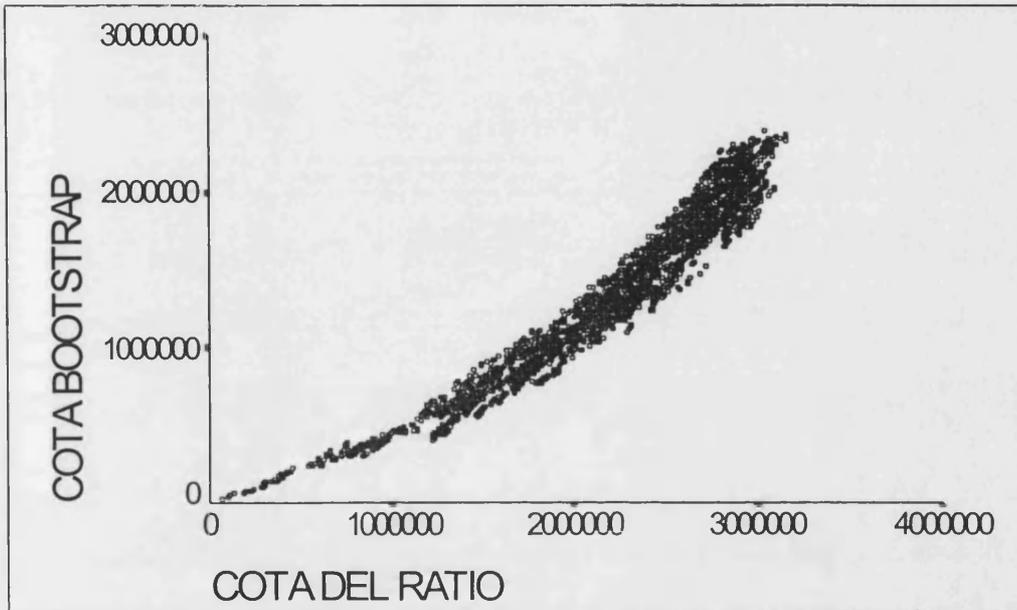
POBLACIONES GENERADAS POR EL MODELO 1

TASAS DE ERROR DEL 10 AL 100 %



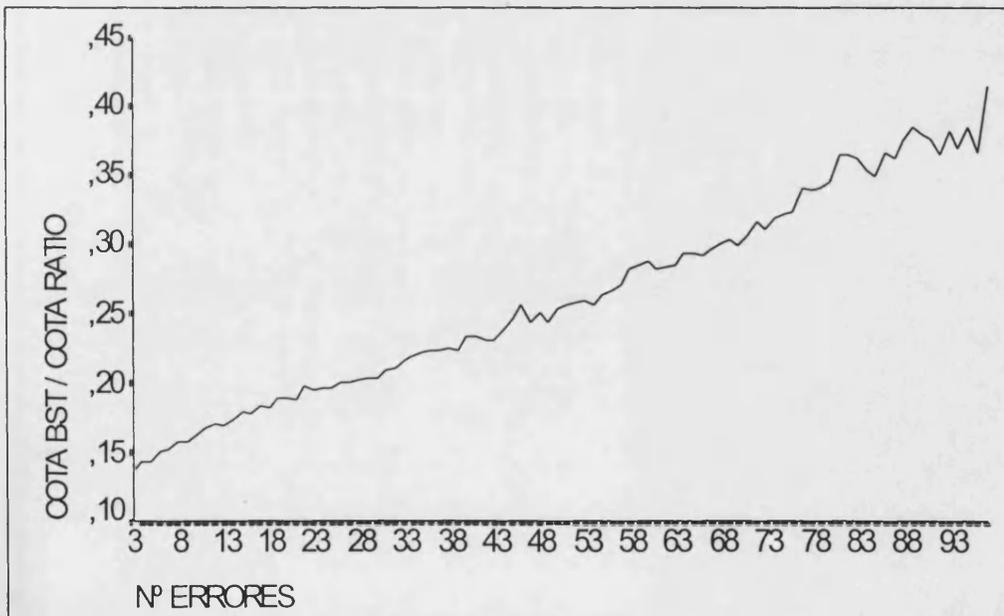
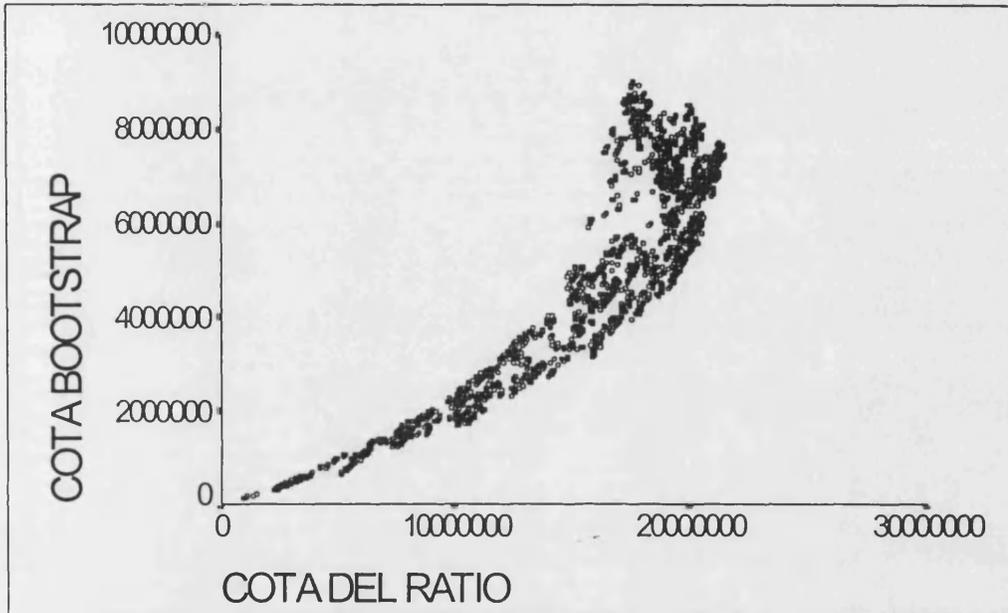
POBLACIONES GENERADAS POR EL MODELO 2

TASAS DE ERROR DEL 10 AL 100 %



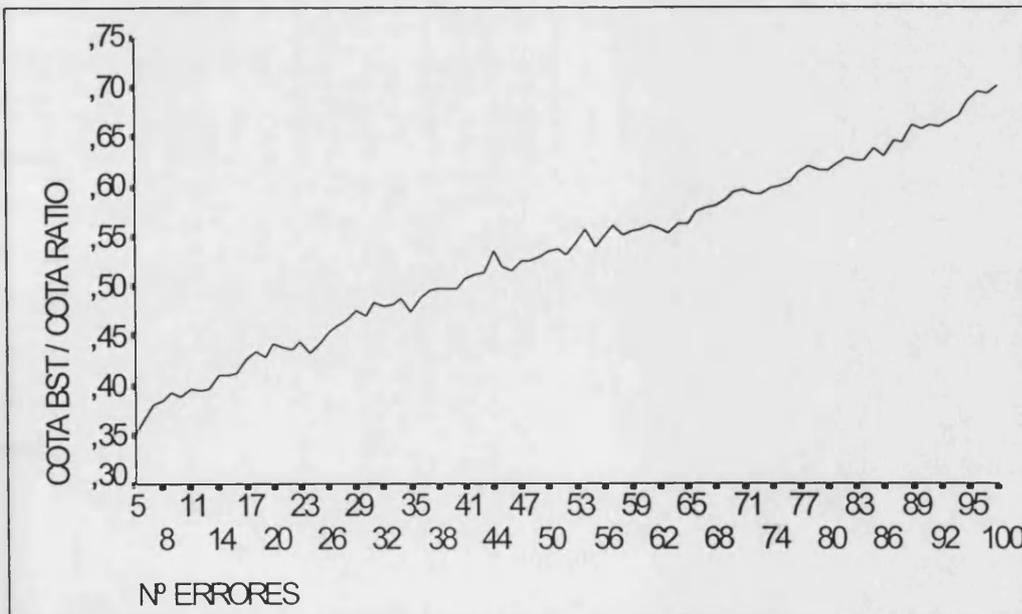
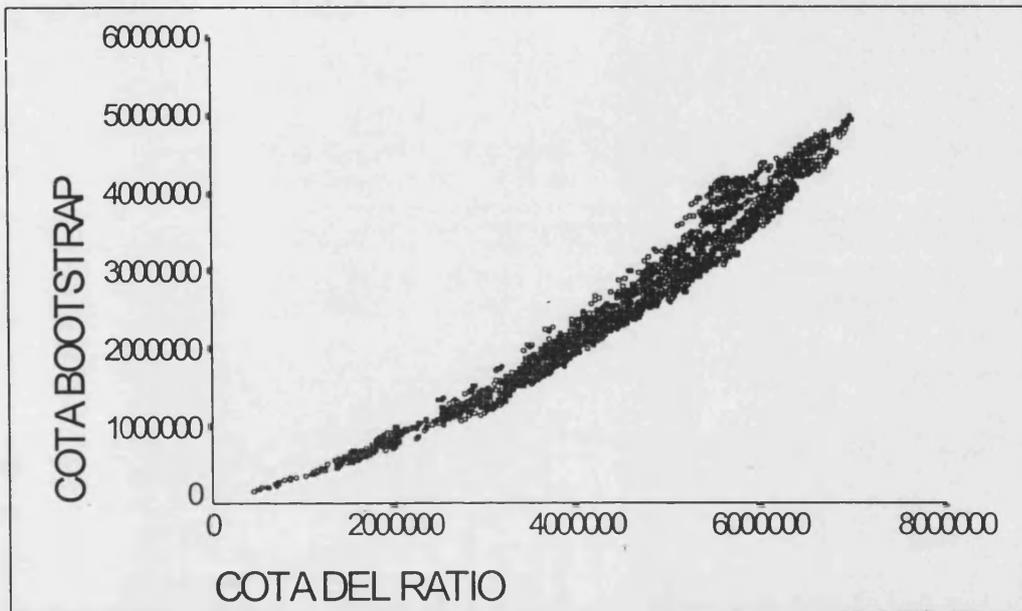
**POBLACIONES GENERADAS POR EL MODELO 3**

**TASAS DE ERROR DEL 10 AL 100 %**



**POBLACIONES GENERADAS POR EL MODELO 4**

**TASAS DE ERROR DEL 10 AL 100 %**



A la vista de los gráficos anteriores, se confirma el incremento de la dispersión de la cota BST (percentil) conforme aumenta la estimación de la cota por el ratio. Por tanto, sí que puede establecerse esta tendencia al alza de la desviación de la cota BST con el incremento de la tasa de error de la población. A pesar de que este resultado en si mismo no puede considerarse positivo, lo cierto es que, tal y como hemos visto en el apartado 4.10.4. las confianzas reales que produce esta cota se acercan más a la confianza nominal, por lo que, bajo los supuesto de partida, es preferible a la cota del ratio. En cuanto a si podemos establecer una función que nos relacione las estimaciones de las dos cotas, la nube de puntos en cada caso revela que una relación lineal no sería la adecuada, a excepción del modelo 1, sino que más bien podría utilizarse una función potencial.

Al respecto de la variable que representa el cociente entre la media de las estimaciones de las dos cotas, no converge a la unidad con el incremento de la tasa de error. Este resultado es positivo, puesto que la cota del ratio, como ya vimos, produce unas confianzas reales del 100 % en la mayoría de los casos, dada la sobreestimación de la varianza. Desde este punto de vista, como ya comentamos en otro apartado, la aplicación del bootstrap se presenta como una alternativa que corrige esta anomalía, acercando los niveles de confianza reales al nominal. Aunque los resultados, en cuanto a las confianzas reales, no son todo lo buenos que sería deseable, no cabe duda que son mejores que los producidos por la cota del ratio, por lo que la aplicación de esta metodología en poblaciones contables debe ser considerada. En este sentido, el bootstrap como técnica de remuestreo que permite, en base a la muestra inicial, obtener intervalos de confianza sin necesidad de conocer la distribución del estimador, debe ser objeto de mayor investigación, puesto que, si estos resultados que hemos obtenido, nos acercan en cierta forma a la realidad estudiada, es de esperar que una continuidad investigadora en esta línea pueda mejorar sensiblemente el estudio por muestreo de las poblaciones contables.

***CAPITULO 5. CONCLUSIONES***

El objetivo fundamental de este trabajo ha sido contrastar mediante simulación la adecuación de los métodos de estimación cota de Stringer, ratio y ratio-bootstrap a la investigación por muestreo en la Auditoría de Estados Financieros. El trabajo ha sido muy arduo, por el gran número de simulaciones que hemos tenido que hacer. Antes de pasar a esquematizar las conclusiones más relevantes que hemos podido deducir, conviene recordar una serie de líneas generales que han guiado, de alguna forma, el mismo:

- En primer lugar, el estudio se pretendió circunscribir a poblaciones con bajas tasas de error (del 1 al 5 %), por ser los casos más frecuentes con los que se encuentra el auditor en su praxis cotidiana, pero a la vista de los resultados obtenidos, lo extendimos a poblaciones con tasas de error mayores (del 10 al 100 %).

- El diseño muestral utilizado ha sido el muestreo de unidades monetarias, puesto que es el más usado en la práctica real del auditor financiero cuando utiliza métodos de muestreo.

- En cuanto a las diferentes hipótesis que se pueden introducir para las tasas y cuantías del error monetario, hemos admitido la existencia de una alta correlación entre los importes registrados de los documentos y los posibles errores de los mismos. Obviamente, podrían establecerse otras hipótesis, pero dada la viabilidad práctica de ésta, es en la que nos hemos basado.

Una vez reconsideradas estas líneas generales, pasamos a exponer las conclusiones más relevantes, las cuales hemos agrupado en nueve: las seis primeras hacen referencia a poblaciones con tasas de error del 1 al 5 % y las restantes a poblaciones con tasas de error del 10 al 100 %.

1. En cuanto a la cota de Stringer, hemos podido confirmar el gran “conservadurismo” que la caracteriza, en el sentido de que los niveles de confianza reales producidos por la misma superan al nominal o prefijado en todos los casos. Concretamente, para todos los grupos de 500 estimaciones correspondientes a cada una de las poblaciones de prueba y tamaños muestrales utilizados, el 100 % de las cotas estimadas están por encima del valor real del error. Esto supone que el riesgo  $\beta$  real será prácticamente nulo, pero en cambio, el riesgo  $\alpha$  puede ser elevado. Es decir, el uso de este estimador puede llevar al auditor en algún momento a decidir que hay materialidad cuando no la hay, pudiendo incurrir éste en un coste de “sobreauditoría” si decide incrementar el tamaño muestral por esta causa.

2. El estimador puntual del error monetario por el método del ratio se caracteriza, en la mayor parte de las poblaciones de prueba estudiadas, por un sesgo hacia la izquierda importante, dando lugar a estimaciones por debajo del valor real del parámetro. Los valores estimados para el sesgo relativo presentan diferencias claras en función del tipo de población y tasa de error. El sesgo disminuye conforme aumenta la tasa de error. Con respecto al tipo de población, las diferencias encontradas sugieren que la investigación de las poblaciones contables, en cuanto a establecer patrones de comportamiento que las caractericen en cada caso, debe potenciarse, puesto que se presenta como un factor a considerar que afecta al comportamiento de los estimadores

3. Con respecto a la cota superior para el error obtenida mediante la estimación por intervalo de confianza unilateral por el método del ratio, ésta se caracteriza por su baja fiabilidad, dado que la confianza real producida está muy por debajo de la nominal en la mayor parte de las poblaciones estudiadas..

4. La estimación de la cota superior para el error monetario por el criterio de Stringer es preferible a la correspondiente por el método del ratio en todas las poblaciones estudiadas. La variabilidad relativa en el primer caso es inferior a la del segundo. A pesar de que la confianza obtenida por la cota de Stringer es del 100 % en todos los casos, su variabilidad relativa es mucho menor. Incluso ciñéndonos sólo a aquellas estimaciones que contienen efectivamente el verdadero valor del parámetro, la dispersión de la cota por el método del ratio sigue siendo superior.

5. La aplicación de la metodología bootstrap al estimador del ratio (estimador ratio-bootstrap) produce una cota superior para el error monetario por el método del percentil (cota BST) con características a considerar si la comparamos con la cota obtenida directamente por el ratio. En primer lugar, la confianza real producida por la cota BST es inferior a la producida por el ratio. Si consideramos que la estimación puntual bootstrap es similar a la estimación puntual por el ratio, esto implica que el sesgo original se mantiene al aplicar el bootstrap, por lo que la reducción de la confianza real es debida a la reducción de la varianza del estimador. A pesar de que la aplicación de esta técnica no produce una estimación de una cota para el error con mayor fiabilidad, si que es cierto que, desde un punto de vista estadístico, hay que valorar positivamente la reducción que produce en la dispersión.

6. Desde la perspectiva del diseño muestral, el bootstrap se presenta como una alternativa a considerar para el establecimiento de intervalos de confianza bajo muestreo de unidades monetarias, puesto que debido al propio método de selección de la muestra, a las bajas tasas de error y la asimetría que caracteriza a las poblaciones contables, es difícil poder asumir una distribución de probabilidad para el estimador bajo estas condiciones.

7. El estimador puntual del error por el método del ratio presenta un sesgo mínimo en todas las poblaciones de prueba obtenidas a partir de los modelos generadores dos y cuatro. En cambio, no puede decirse lo mismo de las generadas a partir de los modelos 1 y 3. Esto nos confirma de nuevo la necesidad de investigar las características de las poblaciones en auditoría y la forma en que éstas afectan al comportamiento de los estimadores aplicados. A pesar de ello, es positivo el hecho que, bajo MUM CELDA-DUS, el estimador del ratio presente un sesgo prácticamente nulo en la mayoría de las poblaciones simuladas.

8. En cuanto a la cota superior para el error obtenida por el criterio del ratio, produce una confianza real del 100 % en todas las poblaciones estudiadas excepto en una. La principal causa es la sobreestimación de la desviación del estimador. La aplicación del bootstrap, en este caso, reduce esta confianza real llevándola en muchas poblaciones de prueba a valores que oscilan alrededor de la confianza nominal (95%). Este resultado es indicativo de que la metodología bootstrap puede ser realmente útil para el establecimiento de una cota superior para el error. Pero, al igual que en el caso anterior, el tipo de población y la tasa de error son factores determinantes en la fiabilidad de la misma

9. La cota BST calculada por el método del percentil se obtiene sin asumir ninguna hipótesis al respecto de la distribución del estimador. Ahora bien, hemos podido comprobar que para el estimador del ratio, bajo MUM CELDA-DUS y altas tasas de error, podría asumirse una distribución normal en algunos casos. Si se asume esta hipótesis, el bootstrap resuelve el problema de la estimación de la dispersión del estimador. De esta forma hemos obtenido la cota bootstrap asumiendo normalidad, es decir, sustituyendo la desviación estimada a partir de la muestra inicial por la desviación bootstrap. Curiosamente, los niveles de confianza reales generados por las dos cotas, una por el método del percentil y la otra asumiendo la hipótesis de normalidad, son muy similares, dado que las dos cotas producen resultados casi idénticos en todos los casos. Por tanto, en las situaciones que pueda asumirse la distribución normal, si por el diseño muestral u otras causas resulta complicada la estimación de la varianza del estimador, el bootstrap se presenta como una alternativa a considerar para la estimación de dicha dispersión.

En base a estas conclusiones aquí apuntadas pueden sugerirse algunas líneas de investigación sobre las que continuar trabajando, con la pretensión de poder desarrollar técnicas que los profesionales de la auditoría puedan aplicar con confianza y rigor, incrementando sus “herramientas” de trabajo de forma real, mejorando, de esta manera, su competitividad en un mercado en continuo crecimiento. En este sentido, las particulares características de las poblaciones contables hacen necesario seguir investigando en este campo, desarrollando nuevos modelos que describan mejor la realidad. Debe continuarse con la búsqueda de nuevos estimadores útiles en auditoría. La simulación, como método de investigación, puede permitir constatar el comportamiento estadístico de cualquier estimador propuesto, incrementando de esta forma la “evidencia estadística” al respecto, y los resultados obtenidos en ese “laboratorio de la simulación” siempre

deberán ser contrastados con la realidad. En este sentido, no nos cansaremos de insistir en la estrecha colaboración que debe presidir la relación entre los auditores y los estadísticos. Lo primeros son los que se enfrentan a la realidad día a día, siendo la fuente de información para que los estadísticos puedan modelizar poblaciones, diseñar estimadores, etc.. En definitiva, que puedan contrastar sus propuestas con la realidad que se pretende investigar.

# **ANEXO**

**MEDIA ESTIMACIONES (COTAS RATIO Y BST)****(TASAS DE ERROR = 1, 3, 5 %)**

<b>POBLACION DE PRUEBA</b>	<b>TAMAÑO MUESTRAL</b>	<b>COTA DEL RATIO</b>	<b>COTA BOOTSTRAP</b>	<b>TASA DE VARIACION</b>	<b>COCIENTE</b>
<b>P11</b>	80	5.975,75	1.571,07	-2,80	0,2629
	100	6.530,82	1.789,10	-2,65	0,2739
	120	5.627,24	1.538,34	-2,66	0,2734
<b>P13</b>	80	52.834,87	12.981,05	-3,07	0,2457
	100	42.117,85	10.095,06	-3,17	0,2397
	120	42.707,02	11.220,75	-2,81	0,2627
<b>P15</b>	80	64.501,10	16.529,61	-2,90	0,2563
	100	55.329,66	14.363,90	-2,85	0,2596
	120	53.243,24	14.583,01	-2,65	0,2739
<b>P21</b>	80	82.320,68	34.416,90	-1,39	0,4181
	100	92.600,47	36.734,22	-1,52	0,3967
	120	87.302,52	34.703,06	-1,52	0,3975
<b>P23</b>	80	463.016,25	195.673,67	-1,37	0,4226
	100	492.456,25	199.887,59	-1,46	0,4059
	120	462.904,13	196.128,60	-1,36	0,4237
<b>P25</b>	80	564.884,93	244.010,03	-1,32	0,4320
	100	575.576,99	240.824,50	-1,39	0,4184
	120	529.022,10	232.441,85	-1,28	0,4394
<b>P31</b>	80	2.217.636,24	347.078,20	-5,39	0,1565
	100	2.099.075,80	309.666,52	-5,78	0,1475
	120	2.102.453,02	335.736,47	-5,26	0,1597
<b>P33</b>	80	2.758.384,56	452.872,05	-5,09	0,1642
	100	2.389.960,14	384.208,32	-5,22	0,1608
	120	2.554.752,57	421.217,88	-5,07	0,1649
<b>P35</b>	80	3.356.183,58	552.076,44	-5,08	0,1645
	100	2.923.836,07	480.691,26	-5,08	0,1644
	120	2.900.892,31	488.275,83	-4,94	0,1683
<b>P41</b>	80	337.428,70	118.951,57	-1,84	0,3525
	100	369.629,41	135.335,91	-1,73	0,3661
	120	344.530,89	131.759,93	-1,61	0,3824
<b>P43</b>	80	968.670,66	357.337,93	-1,71	0,3689
	100	869.630,98	337.458,73	-1,58	0,3880
	120	875.089,31	336.142,66	-1,60	0,3841
<b>P45</b>	80	1.098.678,51	426.056,39	-1,58	0,3878
	100	996.747,21	400.110,83	-1,49	0,4014
	120	977.710,25	392.337,85	-1,49	0,4013

**DESVIACION TIPICA ESTIMACIONES (COTAS RATIO Y BST)**  
**(TASAS DE ERROR = 1, 3, 5 %)**

POBLACION DE PRUEBA	TAMAÑO MUESTRAL	COTA DEL RATIO	COTA BOOTSTRAP	TASA DE VARIACION	COCIENTE
P11	80	9.901,10	2.709,28	-2,65	0,2736
	100	11.753,23	3.322,01	-2,54	0,2826
	120	7.704,34	2.246,67	-2,43	0,2916
P13	80	49.930,95	10.987,83	-3,54	0,2201
	100	40.655,34	8.834,94	-3,60	0,2173
	120	42.334,08	10.921,95	-2,88	0,2580
P15	80	50.976,89	11.414,33	-3,47	0,2239
	100	40.014,32	9.281,15	-3,31	0,2319
	120	42.036,67	11.514,11	-2,65	0,2739
P21	80	142.497,50	59.254,48	-1,40	0,4158
	100	114.349,12	44.723,57	-1,56	0,3911
	120	100.881,84	39.560,62	-1,55	0,3921
P23	80	445.722,06	187.629,06	-1,38	0,4210
	100	304.319,39	114.533,92	-1,66	0,3764
	120	279.408,53	121.136,30	-1,31	0,4335
P25	80	423.727,54	184.411,24	-1,30	0,4352
	100	289.635,56	114.591,40	-1,53	0,3956
	120	283.731,27	125.469,62	-1,26	0,4422
P31	80	2.315.030,49	377.871,03	-5,13	0,1632
	100	1.854.827,97	282.607,42	-5,56	0,1524
	120	1.651.237,81	273.130,65	-5,05	0,1654
P33	80	2.206.193,06	385.002,09	-4,73	0,1745
	100	1.965.057,43	332.969,69	-4,90	0,1694
	120	1.447.125,10	243.574,69	-4,94	0,1683
P35	80	1.923.401,27	340.136,62	-4,65	0,1768
	100	1.685.871,06	287.915,84	-4,86	0,1708
	120	1.345.050,22	235.770,61	-4,70	0,1753
P41	80	524.132,42	186.047,88	-1,82	0,3550
	100	348.654,60	127.443,10	-1,74	0,3655
	120	363.417,72	145.850,07	-1,49	0,4013
P43	80	471.178,82	175.021,27	-1,69	0,3715
	100	468.836,89	192.415,74	-1,44	0,4104
	120	272.924,56	114.387,86	-1,39	0,4191
P45	80	424.395,09	163.972,38	-1,59	0,3864
	100	405.587,89	178.349,92	-1,27	0,4397
	120	228.135,49	102.307,02	-1,23	0,4484

***ASIMETRÍA ESTIMACIONES (COTAS RATIO Y BST)***  
***(TASAS DE ERROR = 1, 3, 5 %)***

<b>POBLACION DE PRUEBA</b>	<b>TAMAÑO MUESTRAL</b>	<b>COTA DEL RATIO</b>	<b>COTA BOOTSTRAP</b>	<b>TASA DE VARIACION</b>
<b>P11</b>	80	2,16	2,28	0,05
	100	2,40	2,53	0,05
	120	1,76	1,97	0,11
<b>P13</b>	80	0,81	0,56	-0,45
	100	0,78	0,57	-0,37
	120	0,46	0,44	-0,05
<b>P15</b>	80	0,69	0,41	-0,68
	100	0,26	-0,05	6,20
	120	0,33	0,37	0,11
<b>P21</b>	80	1,44	1,44	0,00
	100	0,81	0,78	-0,04
	120	0,70	0,68	-0,03
<b>P23</b>	80	0,51	0,47	-0,09
	100	-0,06	-0,30	0,80
	120	0,38	0,47	0,19
<b>P25</b>	80	0,49	0,48	-0,02
	100	-0,37	-0,53	0,30
	120	0,42	0,54	0,22
<b>P31</b>	80	0,83	0,87	0,05
	100	0,61	0,68	0,10
	120	0,12	0,15	0,20
<b>P33</b>	80	0,56	0,65	0,14
	100	0,62	0,78	0,21
	120	-0,29	-0,23	-0,26
<b>P35</b>	80	0,19	0,44	0,57
	100	0,31	0,50	0,38
	120	-0,27	-0,15	-0,80
<b>P41</b>	80	1,42	1,47	0,03
	100	0,20	0,14	-0,43
	120	0,68	0,79	0,14
<b>P43</b>	80	-0,07	-0,08	0,13
	100	-0,29	-0,22	-0,32
	120	-0,95	-0,63	-0,51
<b>P45</b>	80	-0,05	-0,19	0,74
	100	-0,18	-0,02	-8,00
	120	-0,79	-0,53	-0,49

**RESUMEN ESTIMACIONES PUNTUALES ERROR MONETARIO**  
**(TASAS DE ERROR : 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 %)**

MODELO GENERADOR	TASA DE ERROR	MEDIA ESTIMACIONES	DESV.TIP. ESTIMACIONES	COEF.VAR
1	10 %	36.226,61	9.183,02	0,2535
1	20 %	61.104,00	8.242,78	0,1349
1	30 %	72.913,09	9.233,34	0,1266
1	40 %	85.905,89	10.650,50	0,1240
1	50 %	109.581,05	11.790,19	0,1076
1	60 %	124.770,38	18.363,02	0,1472
1	70 %	136.659,69	17.504,99	0,1281
1	80 %	158.559,61	18.909,24	0,1193
1	90 %	175.364,72	13.503,04	0,0770
1	100 %	190.185,37	10.186,99	0,0536
2	10 %	197.758,71	72.954,38	0,3689
2	20 %	434.375,15	103.527,62	0,2383
2	30 %	642.310,09	140.228,97	0,2183
2	40 %	781.413,94	150.224,34	0,1922
2	50 %	931.836,58	182.208,54	0,1955
2	60 %	1.137.909,41	100.943,16	0,0887
2	70 %	1.408.434,93	90.581,40	0,0643
2	80 %	1.558.286,52	99.418,25	0,0638
2	90 %	1.718.158,84	110.776,77	0,0645
2	100 %	1.957.719,94	99.250,20	0,0507
3	10 %	335.229,34	163.332,76	0,4872
3	20 %	907.539,87	358.930,37	0,3955
3	30 %	1.495.292,65	472.307,77	0,3159
3	40 %	2.159.069,27	521.121,31	0,2414
3	50 %	3.283.866,91	507.358,47	0,1545
3	60 %	3.867.496,45	431.283,45	0,1115
3	70 %	4.939.630,26	488.876,16	0,0990
3	80 %	6.000.071,72	478.130,59	0,0797
3	90 %	6.353.556,12	510.906,26	0,0804
3	100 %	7.022.147,41	437.993,80	0,0624
4	10 %	384.139,35	122.658,66	0,3193
4	20 %	806.389,98	144.181,21	0,1788
4	30 %	1.222.630,83	187.790,57	0,1536
4	40 %	1.471.820,26	232.142,06	0,1577
4	50 %	1.824.443,93	172.601,64	0,0946
4	60 %	2.193.516,46	214.777,87	0,0979
4	70 %	2.606.685,46	221.294,52	0,0849
4	80 %	3.062.243,26	278.147,57	0,0908
4	90 %	3.467.224,09	257.387,64	0,0742
4	100 %	3.928.421,75	253.928,59	0,0646

**RESUMEN ESTIMACIONES COTA SUPERIOR PARA EL ERROR****MONETARIO POR EL RATIO****(TASAS DE ERROR : 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 %)**

MODELO GENERADOR	TASA DE ERROR	MEDIA ESTIMACIONES	DESV.TIP. ESTIMACIONES	COEF.VAR
1	10 %	219.943,29	56.649,40	0,2576
1	20 %	311.452,71	50.507,00	0,1622
1	30 %	334.751,85	40.170,95	0,1200
1	40 %	354.971,20	48.243,57	0,1359
1	50 %	396.506,50	47.446,04	0,1197
1	60 %	422.273,54	55.306,13	0,1310
1	70 %	443.064,63	51.561,44	0,1164
1	80 %	473.309,79	43.109,23	0,0911
1	90 %	497.127,39	38.550,56	0,0775
1	100 %	519.976,55	35.819,26	0,0689
2	10 %	863.390,01	335.191,40	0,3882
2	20 %	1.410.024,67	234.412,35	0,1662
2	30 %	1.738.419,03	249.484,70	0,1435
2	40 %	1.949.254,96	210.945,96	0,1082
2	50 %	2.134.369,98	220.697,18	0,1034
2	60 %	2.358.078,06	157.635,15	0,0668
2	70 %	2.604.283,76	180.051,67	0,0691
2	80 %	2.712.597,59	153.452,09	0,0566
2	90 %	2.813.128,53	146.257,44	0,0520
2	100 %	2.905.147,22	106.121,81	0,0365
3	10 %	3.886.622,74	1.609.819,04	0,4142
3	20 %	7.698.398,75	2.504.271,90	0,3253
3	30 %	10.549.667,94	2.119.103,21	0,2009
3	40 %	13.264.799,77	2.172.927,70	0,1638
3	50 %	16.919.003,26	1.525.045,11	0,0901
3	60 %	17.852.514,75	1.413.563,39	0,0792
3	70 %	19.336.335,06	1.120.245,90	0,0579
3	80 %	19.542.385,98	1.370.072,61	0,0701
3	90 %	19.712.634,85	1.366.239,16	0,0693
3	100 %	19.153.158,86	1.092.222,09	0,0570
4	10 %	1.589.239,93	400.625,83	0,2521
4	20 %	2.736.924,36	390.300,11	0,1426
4	30 %	3.456.411,27	326.776,99	0,0945
4	40 %	3.779.470,60	362.794,06	0,0960
4	50 %	4.285.898,66	315.413,13	0,0736
4	60 %	4.825.150,21	382.333,03	0,0792
4	70 %	5.284.186,66	376.637,48	0,0713
4	80 %	5.703.051,32	428.455,79	0,0751
4	90 %	6.024.787,68	402.041,46	0,0667
4	100 %	6.238.799,89	440.609,37	0,0706

**RESUMEN ESTIMACIONES COTA BOOTSTRAP PARA EL ERROR****MONETARIO****(TASAS DE ERROR : 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 %)**

MODELO GENERADOR	TASA DE ERROR	MEDIA ESTIMACIONES	DESV.TIP. ESTIMACIONES	COEF.VAR
1	10 %	60.147,82	17.050,71	0,2835
1	20 %	95.359,00	11.903,22	0,1248
1	30 %	108.667,08	11.536,94	0,1062
1	40 %	122.924,72	13.813,08	0,1124
1	50 %	149.707,64	14.295,93	0,0955
1	60 %	166.814,65	21.213,73	0,1272
1	70 %	179.772,04	19.966,29	0,1111
1	80 %	202.796,74	20.064,71	0,0989
1	90 %	220.535,02	15.687,93	0,0711
1	100 %	236.378,96	14.081,23	0,0596
2	10 %	356.450,74	125.727,12	0,3527
2	20 %	665.875,67	127.471,40	0,1914
2	30 %	895.744,77	161.777,02	0,1806
2	40 %	1.049.635,64	160.356,33	0,1528
2	50 %	1.204.382,70	191.923,02	0,1594
2	60 %	1.410.356,82	108.765,32	0,0771
2	70 %	1.676.354,11	99.870,86	0,0596
2	80 %	1.814.627,51	98.156,06	0,0541
2	90 %	1.957.873,31	107.374,50	0,0548
2	100 %	2.167.030,23	92.849,89	0,0428
3	10 %	627.505,29	290.892,59	0,4636
3	20 %	1.459.863,56	521.127,21	0,3570
3	30 %	2.229.627,06	595.031,27	0,2669
3	40 %	3.035.087,84	607.476,02	0,2002
3	50 %	4.345.988,82	536.889,20	0,1235
3	60 %	4.963.297,55	457.085,50	0,0921
3	70 %	6.022.352,09	509.554,02	0,0846
3	80 %	7.004.262,79	435.014,73	0,0621
3	90 %	7.358.992,49	441.068,98	0,0599
3	100 %	7.920.481,35	392.911,08	0,0496
4	10 %	634.231,85	184.060,00	0,2902
4	20 %	1.200.680,04	191.094,31	0,1592
4	30 %	1.668.922,33	219.016,11	0,1312
4	40 %	1.927.942,81	263.109,71	0,1365
4	50 %	2.299.668,41	202.002,43	0,0878
4	60 %	2.694.104,53	236.716,50	0,0879
4	70 %	3.118.949,35	233.993,04	0,0750
4	80 %	3.562.699,46	279.042,11	0,0783
4	90 %	3.952.946,10	254.416,72	0,0644
4	100 %	4.366.496,22	266.987,06	0,0611

**VARIACION MEDIA PRODUCIDA ENTRE LA COTA DEL RATIO Y LA COTA BOOTSTRAP**

**(TASAS DE ERROR : 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 %)**

MODELO GENERADOR	TASA DE ERROR	MEDIA ESTIMACIONES COTA RATIO	MEDIA ESTIMACIONES COTA BOOTSTRAP	TASA DE VARIACION	COCIENTE
1	10 %	219.943,29	60.147,82	-2,6567	0,2735
1	20 %	311.452,71	95.359,00	-2,2661	0,3062
1	30 %	334.751,85	108.667,08	-2,0805	0,3246
1	40 %	354.971,20	122.924,72	-1,8877	0,3463
1	50 %	396.506,50	149.707,64	-1,6485	0,3776
1	60 %	422.273,54	166.814,65	-1,5314	0,3950
1	70 %	443.064,63	179.772,04	-1,4646	0,4057
1	80 %	473.309,79	202.796,74	-1,3339	0,4285
1	90 %	497.127,39	220.535,02	-1,2542	0,4436
1	100 %	519.976,55	236.378,96	-1,1998	0,4546
2	10 %	863.390,01	356.450,74	-1,4222	0,4129
2	20 %	1.410.024,67	665.875,67	-1,1175	0,4722
2	30 %	1.738.419,03	895.744,77	-0,9408	0,5153
2	40 %	1.949.254,96	1.049.635,64	-0,8571	0,5385
2	50 %	2.134.369,98	1.204.382,70	-0,7722	0,5643
2	60 %	2.358.078,06	1.410.356,82	-0,6720	0,5981
2	70 %	2.604.283,76	1.676.354,11	-0,5535	0,6437
2	80 %	2.712.597,59	1.814.627,51	-0,4949	0,6690
2	90 %	2.813.128,53	1.957.873,31	-0,4368	0,6960
2	100 %	2.905.147,22	2.167.030,23	-0,3406	0,7459
3	10 %	3.886.622,74	627.505,29	-5,1938	0,1615
3	20 %	7.698.398,75	1.459.863,56	-4,2734	0,1896
3	30 %	10.549.667,94	2.229.627,06	-3,7316	0,2113
3	40 %	13.264.799,77	3.035.087,84	-3,3705	0,2288
3	50 %	16.919.003,26	4.345.988,82	-2,8930	0,2569
3	60 %	17.852.514,75	4.963.297,55	-2,5969	0,2780
3	70 %	19.336.335,06	6.022.352,09	-2,2108	0,3115
3	80 %	19.542.385,98	7.004.262,79	-1,7901	0,3584
3	90 %	19.712.634,85	7.358.992,49	-1,6787	0,3733
3	100 %	19.153.158,86	7.920.481,35	-1,4182	0,4135
4	10 %	1.589.239,93	634.231,85	-1,5058	0,3991
4	20 %	2.736.924,36	1.200.680,04	-1,2795	0,4387
4	30 %	3.456.411,27	1.668.922,33	-1,0710	0,4828
4	40 %	3.779.470,60	1.927.942,81	-0,9604	0,5101
4	50 %	4.285.898,66	2.299.668,41	-0,8637	0,5366
4	60 %	4.825.150,21	2.694.104,53	-0,7910	0,5583
4	70 %	5.284.186,66	3.118.949,35	-0,6942	0,5902
4	80 %	5.703.051,32	3.562.699,46	-0,6008	0,6247
4	90 %	6.024.787,68	3.952.946,10	-0,5241	0,6561
4	100 %	6.238.799,89	4.366.496,22	-0,4288	0,6999

**RESUMEN ESTIMACIONES COTA BOOTSTRAP (ASUMIENDO NORMALIDAD) PARA EL ERROR MONETARIO (TASAS DE ERROR : 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 %)**

MODELO GENERADOR	TASA DE ERROR	MEDIA ESTIMACIONES	DESV.TIP. ESTIMACIONES	COEF.VAR
1	10 %	59.609,15	15.680,30	0,2631
1	20 %	93.225,70	11.260,62	0,1208
1	30 %	106.467,80	11.535,02	0,1083
1	40 %	120.339,40	13.496,46	0,1122
1	50 %	146.145,80	14.099,19	0,0965
1	60 %	162.674,70	21.077,31	0,1296
1	70 %	175.452,40	19.733,72	0,1125
1	80 %	198.277,30	19.982,96	0,1008
1	90 %	215.647,80	15.427,34	0,0715
1	100 %	231.289,40	13.283,95	0,0574
2	10 %	344.990,10	123.484,26	0,3579
2	20 %	653.954,80	128.646,70	0,1967
2	30 %	886.389,00	163.199,57	0,1841
2	40 %	1.041.511,00	161.753,13	0,1553
2	50 %	1.199.438,00	193.281,16	0,1611
2	60 %	1.409.139,00	107.134,71	0,0760
2	70 %	1.675.512,00	98.084,77	0,0585
2	80 %	1.815.247,00	98.735,27	0,0544
2	90 %	1.962.096,00	105.886,01	0,0540
2	100 %	2.169.617,00	93.837,94	0,0433
3	10 %	600.962,00	281.895,11	0,4691
3	20 %	1.411.817,00	512.908,58	0,3633
3	30 %	2.171.397,00	592.472,83	0,2729
3	40 %	2.978.839,00	611.490,89	0,2053
3	50 %	4.295.019,00	540.182,88	0,1258
3	60 %	4.910.777,00	460.017,21	0,0937
3	70 %	6.003.604,00	526.043,52	0,0876
3	80 %	6.999.933,00	445.457,91	0,0636
3	90 %	7.344.213,00	462.022,72	0,0629
3	100 %	7.921.426,00	398.651,22	0,0503
4	10 %	617.317,70	179.295,71	0,2904
4	20 %	1.178.889,00	190.998,73	0,1620
4	30 %	1.653.641,00	218.611,32	0,1322
4	40 %	1.913.682,00	260.996,63	0,1364
4	50 %	2.292.088,00	195.819,63	0,0854
4	60 %	2.688.970,00	240.080,88	0,0893
4	70 %	3.113.503,00	234.776,98	0,0754
4	80 %	3.557.716,00	277.113,92	0,0779
4	90 %	3.948.104,00	254.757,53	0,0645
4	100 %	4.363.595,00	269.549,31	0,0618

**VARIACION MEDIA PRODUCIDA ENTRE LAS COTAS BST-PERCENTIL Y  
BST (ASUMIENDO NORMALIDAD)**

**(TASAS DE ERROR : 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 %)**

MODELO GENERADOR	TASA DE ERROR	MEDIA ESTIMACIONES COTA BST- PERCENTIL	MEDIA ESTIMACIONES COTA BST (VAR.BST Y NORMALIDAD)	TASA DE VARIACION	COCIENTE
1	10 %	60.147,82	59.609,15	-0,0090	0,9910
1	20 %	95.359,00	93.225,70	-0,0229	0,9776
1	30 %	108.667,08	106.467,80	-0,0207	0,9798
1	40 %	122.924,72	120.339,40	-0,0215	0,9790
1	50 %	149.707,64	146.145,80	-0,0244	0,9762
1	60 %	166.814,65	162.674,70	-0,0254	0,9752
1	70 %	179.772,04	175.452,40	-0,0246	0,9760
1	80 %	202.796,74	198.277,30	-0,0228	0,9777
1	90 %	220.535,02	215.647,80	-0,0227	0,9778
1	100 %	236.378,96	231.289,40	-0,0220	0,9785
2	10 %	356.450,74	344.990,10	-0,0332	0,9678
2	20 %	665.875,67	653.954,80	-0,0182	0,9821
2	30 %	895.744,77	886.389,00	-0,0106	0,9896
2	40 %	1.049.635,64	1.041.511,00	-0,0078	0,9923
2	50 %	1.204.382,70	1.199.438,00	-0,0041	0,9959
2	60 %	1.410.356,82	1.409.139,00	-0,0009	0,9991
2	70 %	1.676.354,11	1.675.512,00	-0,0005	0,9995
2	80 %	1.814.627,51	1.815.247,00	0,0003	1,0003
2	90 %	1.957.873,31	1.962.096,00	0,0022	1,0022
2	100 %	2.167.030,23	2.169.617,00	0,0012	1,0012
3	10 %	627.505,29	600.962,00	-0,0442	0,9577
3	20 %	1.459.863,56	1.411.817,00	-0,0340	0,9671
3	30 %	2.229.627,06	2.171.397,00	-0,0268	0,9739
3	40 %	3.035.087,84	2.978.839,00	-0,0189	0,9815
3	50 %	4.345.988,82	4.295.019,00	-0,0119	0,9883
3	60 %	4.963.297,55	4.910.777,00	-0,0107	0,9894
3	70 %	6.022.352,09	6.003.604,00	-0,0031	0,9969
3	80 %	7.004.262,79	6.999.933,00	-0,0006	0,9994
3	90 %	7.358.992,49	7.344.213,00	-0,0020	0,9980
3	100 %	7.920.481,35	7.921.426,00	0,0001	1,0001
4	10 %	634.231,85	617.317,70	-0,0274	0,9733
4	20 %	1.200.680,04	1.178.889,00	-0,0185	0,9819
4	30 %	1.668.922,33	1.653.641,00	-0,0092	0,9908
4	40 %	1.927.942,81	1.913.682,00	-0,0075	0,9926
4	50 %	2.299.668,41	2.292.088,00	-0,0033	0,9967
4	60 %	2.694.104,53	2.688.970,00	-0,0019	0,9981
4	70 %	3.118.949,35	3.113.503,00	-0,0017	0,9983
4	80 %	3.562.699,46	3.557.716,00	-0,0014	0,9986
4	90 %	3.952.946,10	3.948.104,00	-0,0012	0,9988
4	100 %	4.366.496,22	4.363.595,00	-0,0007	0,9993

**ESTIMACIONES DEL ERROR TOTAL POR EL RATIO  
CONTRASTES DE KOLMOGOROV  
(POBLACIONES CON TASAS DE ERROR DEL 1, 3 Y 5 %)**

**POBLACION P11 n = 80**

-----Kolmogorov - Smimov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 428,6732  
Standard Deviation: 727,4277

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,27783	,23862	-,27783	6,2125	,0000

**POBLACION P11 n = 100**

-----Kolmogorov - Smimov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 564,5444  
Standard Deviation: 1148,6006

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,31153	,27236	-,31153	6,9661	,0000

**POBLACION P11 n = 120**

-----Kolmogorov - Smimov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 456,4040  
Standard Deviation: 676,1572

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,24984	,20563	-,24984	5,5866	,0000

**POBLACION P13 n = 80**

-----Kolmogorov - Smimov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 3921,3228  
Standard Deviation: 3327,2332

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,13149	,12170	-,13149	2,9402	,0000

**POBLACION P13 n = 100**

-----Kolmogorov - Smimov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 3461,1409  
Standard Deviation: 3115,8516

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,15721	,15721	-,13332	3,5153	,0000

POBLACION P13 n = 120

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 4119,7231  
Standard Deviation: 4097,2471

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,22912	,22912	-,15733	5,1233	,0000

POBLACION P15 n = 80

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 5451,4810  
Standard Deviation: 4121,5610

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,13885	,13885	-,09297	3,1048	,0000

POBLACION P15 n = 100

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 5207,1016  
Standard Deviation: 3502,1062

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,10250	,10250	-,06975	2,2920	,0001

POBLACION P15 n = 120

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 5745,2222  
Standard Deviation: 5007,0313

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,17930	,17930	-,12560	4,0092	,0000

POBLACION P21 n = 80

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 11507,1748  
Standard Deviation: 20646,3535

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,34032	,34032	-,28865	7,6097	,0000

POBLACION P21 n = 100

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 12018,8125  
Standard Deviation: 14923,3477

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,23274	,23274	-,21030	5,2043	,0000

POBLACION P21 n = 120

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 11373,6953  
Standard Deviation: 13279,4824

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,21140	,21140	-,19586	4,7270	,0000

POBLACION P23 n = 80

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 74310,3672  
Standard Deviation: 72350,3281

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,18756	,18756	-,15219	4,1939	,0000

POBLACION P23 n = 100

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 72959,6016  
Standard Deviation: 39770,9336

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,14045	,09561	-,14045	3,1406	,0000

POBLACION P23 n = 120

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 74690,5313  
Standard Deviation: 48154,3242

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,16181	,16181	-,06654	3,6182	,0000

POBLACION P25 n = 80

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

## EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal            Mean: 98579,6953  
 Standard Deviation: 77424,6641

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,12668	,12668	-,10147	2,8326	,0000

POBLACION P25 n = 100

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

## EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal            Mean: 98111,2969  
 Standard Deviation: 49586,6836

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,09701	,07481	-,09701	2,1692	,0002

POBLACION P25 n = 120

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

## EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal            Mean: 100034,5234  
 Standard Deviation: 57347,3555

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,12599	,12599	-,06770	2,8172	,0000

POBLACION P31 n = 80

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

## EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal            Mean: 106160,7813  
 Standard Deviation: 115340,2578

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,32160	,32160	-,18300	7,1913	,0000

POBLACION P31 n = 100

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

## EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal            Mean: 100328,5313  
 Standard Deviation: 92507,9531

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,30541	,30541	-,17004	6,8292	,0000

POBLACION P31 n = 120

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 102832,5469  
Standard Deviation: 82152,5234

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,24153	,24153	-,20178	5,4007	,0000

POBLACION P33 n = 80

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 154152,6875  
Standard Deviation: 136266,9531

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,19093	,19093	-,12897	4,2694	,0000

POBLACION P33 n = 100

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 145192,5000  
Standard Deviation: 128495,6563

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,30335	,30335	-,17273	6,7832	,0000

POBLACION P33 n = 120

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 148176,0781  
Standard Deviation: 83004,0078

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,14385	,14385	-,13650	3,2167	,0000

POBLACION P35 n = 80

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 200465,5000  
Standard Deviation: 122698,2422

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,10199	,10199	-,05453	2,2805	,0001

POBLACION P35 n = 100

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 191940,3281  
Standard Deviation: 110060,7891

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,11552	,11552	-,11070	2,5832	,0000

POBLACION P35 n = 120

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 194410,6250  
Standard Deviation: 94383,9063

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,08555	,08555	-,07447	1,9130	,0013

POBLACION P41 n = 80

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 47749,3945  
Standard Deviation: 80454,0469

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,30424	,30424	-,27642	6,8030	,0000

POBLACION P41 n = 100

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 45519,2578  
Standard Deviation: 44194,1250

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,21761	,21761	-,15297	4,8660	,0000

POBLACION P41 n = 120

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 50211,9922  
Standard Deviation: 60143,2852

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,25066	,25066	-,20189	5,6048	,0000

POBLACION P43 n = 80

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 138622,8594  
Standard Deviation: 79729,7656

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,08767	,08767	-,05156	1,9604	,0009

POBLACION P43 n = 100

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 143856,2344  
Standard Deviation: 87809,7578

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,12270	,12270	-,10747	2,7437	,0000

POBLACION P43 n = 120

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 144808,5781  
Standard Deviation: 62548,3789

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,06011	,06011	-,05884	1,3442	,0539

POBLACION P45 n = 80

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 182468,0156  
Standard Deviation: 84859,0391

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,08132	,08132	-,04388	1,8184	,0027

POBLACION P45 n = 100

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 186742,4844  
Standard Deviation: 92151,8828

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,13254	,13254	-,07037	2,9638	,0000

POBLACION P45 n = 120

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM ERROR ESTIMADO (RATIO)

Test distribution - Normal Mean: 187589,0156  
Standard Deviation: 61066,6758

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,06694	,05409	-,06694	1,4968	,0226

ESTIMACIONES DEL ERROR TOTAL POR EL RATIOCONTRASTES DE KOLMOGOROV

(POBLACIONES CON TASAS DE ERROR DEL 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90,100 %)

POBLACION P110

----- Kolmogorov - Smimov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 36226,6094  
Standard Deviation: 9183,0244

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,10023	,09406	-,10023	2,2412	,0001

POBLACION P120

----- Kolmogorov - Smimov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 61104,0039  
Standard Deviation: 8242,7813

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,09069	,09069	-,05132	2,0278	,0005

POBLACION P130

----- Kolmogorov - Smimov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 72913,0859  
Standard Deviation: 9233,3389

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,05457	,05457	-,04682	1,2202	,1018

POBLACION P140

----- Kolmogorov - Smimov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 85905,8906  
Standard Deviation: 10650,5039

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,05081	,04760	-,05081	1,1361	,1512

POBLACION P150

----- Kolmogorov - Smimov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 109581,0547  
Standard Deviation: 11790,1934

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,05060	,05043	-,05060	1,1314	,1545

POBLACION P160

----- Kolmogorov - Smimov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 124770,3828  
Standard Deviation: 18363,0234

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,08888	,07505	-,08888	1,9874	,0007

POBLACION P170

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 136659,6875  
Standard Deviation: 17504,9922

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,09410	,09410	-,08831	2,1041	,0003

POBLACION P180

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 158559,6094  
Standard Deviation: 18909,2441

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,13317	,09567	-,13317	2,9778	,0000

POBLACION P190

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 175364,7188  
Standard Deviation: 13503,0381

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,10090	,10090	-,06958	2,2563	,0001

POBLACION P1100

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 190185,3750  
Standard Deviation: 10186,9922

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,06894	,06894	-,04934	1,5414	,0173

POBLACION P210

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 197758,7031  
Standard Deviation: 72954,3750

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,12465	,06282	-,12465	2,7873	,0000

POBLACION P220

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 434375,1563  
Standard Deviation: 103527,6172

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,04446	,03875	-,04446	,9942	,2763

POBLACION P230

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 642310,0625  
Standard Deviation: 140228,9688

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P

,07242 ,06711 -.07242 1,6194 ,0106  
POBLACION P240  
 ----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test  
 EM  
 Test distribution - Normal Mean: 781413,9375  
 Standard Deviation: 150224,3438  
 Cases: 500  
 Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,07377	,07377	-,03751	1,6495	,0087

POBLACION P250  
 ----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test  
 EM  
 Test distribution - Normal Mean: 931836,5625  
 Standard Deviation: 182208,5313  
 Cases: 500  
 Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,13796	,10328	-,13796	3,0848	,0000

POBLACION P260  
 ----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test  
 EM  
 Test distribution - Normal Mean: 1137909,3750  
 Standard Deviation: 100943,1563  
 Cases: 500  
 Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,04612	,04612	-,03074	1,0313	,2380

POBLACION P270  
 ----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test  
 EM  
 Test distribution - Normal Mean: 1408434,8750  
 Standard Deviation: 90581,3984  
 Cases: 500  
 Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,07237	,02521	-,07237	1,6182	,0106

POBLACION P280  
 ----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test  
 EM  
 Test distribution - Normal Mean: 1558286,5000  
 Standard Deviation: 99418,2500  
 Cases: 500  
 Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,04907	,04300	-,04907	1,0973	,1799

POBLACION P290  
 ----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test  
 EM  
 Test distribution - Normal Mean: 1718158,8750  
 Standard Deviation: 110776,7734  
 Cases: 500  
 Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,08207	,04686	-,08207	1,8352	,0024

POBLACION P2100  
 ----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test  
 EM  
 Test distribution - Normal Mean: 1957720,0000  
 Standard Deviation: 99250,2031  
 Cases: 500  
 Most extreme differences



POBLACION P370

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 4939630,5000  
Standard Deviation: 488876,1563

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,05272	,05272	-,04449	1,1790	,1241

POBLACION P380

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 6000071,5000  
Standard Deviation: 478130,5938

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,15468	,15468	-,07278	3,4588	,0000

POBLACION P390

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 6353556,0000  
Standard Deviation: 510906,2813

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,13514	,13514	-,08489	3,0218	,0000

POBLACION P3100

---- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 7022147,5000  
Standard Deviation: 437993,8125

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,11986	,11986	-,06081	2,6802	,0000

POBLACION P410

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 384139,3438  
Standard Deviation: 122658,6641

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,07131	,05080	-,07131	1,5945	,0124

POBLACION P420

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 806390,0000  
Standard Deviation: 144181,2188

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,11482	,05810	-,11482	2,5675	,0000

POBLACION P430

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 1222630,8750  
Standard Deviation: 187790,5781

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,06329	,03429	-,06329	1,4152	,0364

POBLACION P440

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 1471820,2500  
Standard Deviation: 232142,0625

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,08200	,08200	-,05842	1,8335	,0024

POBLACION P450

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 1824443,8750  
Standard Deviation: 172601,6406

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,08226	,08226	-,05022	1,8394	,0023

POBLACION P460

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 2193516,5000  
Standard Deviation: 214777,8594

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,03668	,02720	-,03668	,8201	,5118

POBLACION P470

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 2606685,5000  
Standard Deviation: 221294,5156

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,09139	,09139	-,04423	2,0436	,0005

POBLACION P480

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 3062243,2500  
Standard Deviation: 278147,5625

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P
,06023	,04188	-,06023	1,3467	,0532

POBLACION P490

----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test

EM

Test distribution - Normal            Mean: 3467224,0000  
Standard Deviation: 257387,6406

Cases: 500

Most extreme differences

Absolute	Positive	Negative	K-S Z	2-Tailed P

,06454 ,06454 -,04466 1,4431 ,0311  
**POBLACION P4100**  
----- Kolmogorov - Smirnov Goodness of Fit Test  
EM  
Test distribution - Normal Mean: 3928421,7500  
Standard Deviation: 253928,5938  
Cases: 500  
Most extreme differences  
Absolute Positive Negative K-S Z 2-Tailed P  
,05502 ,05502 -,04466 1,2302 ,0969

**GENERACION DE POBLACIONES DE PRUEBA****LENGUAJE : CLIPPER****PROGRAMAS : GEN0.PRG****GEN01.PRG → GEN0.EXE****GEN0.LOG**

```

do gen01
***** 'GEN0.PRG'*****
use p1          t=1
zap            t1=430
use p2          exi1=4
zap            do gen01
use p3          t=1
zap            t1=2212
use p4          exi1=8
zap            do gen01
*****
*'GENERACION V.R. P1'
*****
USE P1
p=1            t=1
con=1          t1=1211
append blank  exi1=32
t=1            do gen01
t1=3
exi1=0.01     t=1
ampli1=0.49   t1=587
do gen02      exi1=64
              do gen01
t=1
t1=3          t=1
exi1=0.5     t1=312
do gen01     exi1=128
              do gen01
GO con
REPLACE exi WITH 1      t=1
REPLACE ampli WITH 1   t1=101
con=con+1               exi1=256
APPEND BLANK            do gen01
t=1
t1=130
exi1=2                  t=1
                       t1=55
                       exi1=512

```

```

do gen01
t=1
t1=20
exi1=1024
do gen01

t=1
t1=2
exi1=2048
do gen01

t=1
t1=1
exi1=4096
ampli1=2774
do gen02

GO RECNO()
DELETE
PACK

REPLACE ALL ERROR1 WITH 0
REPLACE ALL ERROR3 WITH 0
REPLACE ALL ERROR5 WITH 0
REPLACE ALL TI1 WITH 0
REPLACE ALL TI3 WITH 0
REPLACE ALL TI5 WITH 0
REPLACE ALL ER1 WITH 0
REPLACE ALL ER3 WITH 0
REPLACE ALL ER5 WITH 0

**FINAL CONSTRUCCION V.R. P1'

*****
* 'GENERACION VR P2'
*****

USE P2
p=2
con=1
append blank
t=1
t1=38
exi1=0.5
do gen01

t=1
t1=37
exi1=1
do gen01
t=1

t1=91
exi1=2
do gen01

t=1
t1=174
exi1=4
do gen01

t=1
t1=275
exi1=8
do gen01

t=1
t1=440
exi1=16
do gen01

t=1
t1=594
exi1=32
do gen01

t=1
t1=712
exi1=64
do gen01

t=1
t1=749
exi1=128
do gen01

t=1
t1=753
exi1=256
do gen01

t=1
t1=628
exi1=512
do gen01

t=1
t1=551
exi1=1024
do gen01

t=1
t1=290
exi1=2048

```

do gen01	exi1=1
t=1	do gen01
t1=137	t=1
exi1=4096	t1=77
do gen01	exi=2
t=1	do gen01
t1=13	t=1
exi1=8192	t1=128
ampli1=1798	exi1=4
do gen02	do gen01
GO RECNO()	t=1
DELETE	t1=318
PACK	exi1=8
	do gen01
REPLACE ALL ERROR1 WITH 0	t=1
REPLACE ALL ERROR3 WITH 0	t1=556
REPLACE ALL ERROR5 WITH 0	exi1=16
REPLACE ALL TI1 WITH 0	do gen01
REPLACE ALL TI3 WITH 0	t=1
REPLACE ALL TI5 WITH 0	t1=744
REPLACE ALL ER1 WITH 0	exi1=32
REPLACE ALL ER3 WITH 0	do gen01
REPLACE ALL ER5 WITH 0	
**FINAL CONSTRUCCION V.R. P2'	t=1
	t1=829
*****	exi1=64
* 'GENERACION VR P3'	do gen01
*****	t=1
USE P3	t1=929
p=3	exi1=128
con=1	do gen01
append blank	t=1
t=1	t1=984
t1=6	exi1=256
exi1=0.01	do gen01
ampli1=0.49	t=1
do gen02	t1=778
t=1	exi1=512
t1=7	do gen01
exi1=0.5	
do gen01	t=1
t=1	t1=576
t1=25	exi1=1024

```

do gen01

t=1
t1=427
exi1=2048
do gen01

t=1
t1=293
exi1=4096
do gen01

t=1
t1=167
exi1=8192
do gen01

t=1
t1=108
exi1=16384
do gen01

t=1
t1=48
exi1=32768
do gen01

t=1
t1=26
exi1=65536
ampli1=32627
do gen02

GO RECNO()
DELETE
PACK

REPLACE ALL ERROR1 WITH 0
REPLACE ALL ERROR3 WITH 0
REPLACE ALL ERROR5 WITH 0
REPLACE ALL TI1 WITH 0
REPLACE ALL TI3 WITH 0
REPLACE ALL TI5 WITH 0
REPLACE ALL ER1 WITH 0
REPLACE ALL ER3 WITH 0
REPLACE ALL ER5 WITH 0

*'FINAL CONSTRUCCION VR P3'
*****

```

```

*'GENERACION VR P4'
*****

```

```

USE P4
p=4
con=1
append blank
t=1
t1=10
exi1=0.01
ampli1=0.49
do gen02

t=1
t1=24
exi1=0.5
do gen01

t=1
t1=26
exi1=1
do gen01

t=1
t1=79
exi1=2
do gen01

t=1
t1=68
exi1=4
do gen01

t=1
t1=172
exi1=8
do gen01

t=1
t1=251
exi1=16
do gen01

t=1
t1=281
exi1=32
do gen01

t=1
t1=475
exi1=64

```

```
do gen01
```

```
t=1
t1=509
exi1=128
do gen01
```

```
t=1
t1=522
exi1=256
do gen01
```

```
t=1
t1=420
exi1=512
do gen01
```

```
t=1
t1=346
exi1=1024
do gen01
```

```
t=1
t1=316
exi1=2048
do gen01
```

```
t=1
t1=268
exi1=4096
do gen01
```

```
t=1
t1=187
exi1=8192
do gen01
```

```
t=1
t1=79
exi1=16384
ampli1=8545
do gen02
```

```
GO RECNO()
DELETE
PACK
```

```
REPLACE ALL ERROR1 WITH 0
REPLACE ALL ERROR3 WITH 0
REPLACE ALL ERROR5 WITH 0
REPLACE ALL TI1 WITH 0
REPLACE ALL TI3 WITH 0
REPLACE ALL TI5 WITH 0
REPLACE ALL ER1 WITH 0
REPLACE ALL ER3 WITH 0
REPLACE ALL ER5 WITH 0
```

```
*FINAL CONSTRUCCION V.R. P4'
```

### GEN01.PRG

```
DO WHILE t<=t1
  GO con
  REPLACE exi WITH exi1
  REPLACE ampli WITH exi1
  con=con+1
  t=t+1
  APPEND BLANK
ENDDO
```

<b>GENERACION DE POBLACIONES DE PRUEBA ASIGNACION VR</b>
<b>LENGUAJE : SPSS</b>
<b>PROGRAMAS : GEN0.LOG</b>

## \*\*\*\*\* GEN0.LOG \*\*\*\*\*

\* GENERACION DE VR -X- .

\* DESORDENAMIENTO POBLACION.

\* GENERACION FICHEROS DBF.

\*\*\*\*\*

SET MORE OFF/LISTING OFF/ECHO OFF.

TRANSLATE FROM 'P1.DBF'/TYPE DB3.

SET/SEED 1000.

COMPUTE X=EXI+ UNIFORM(AMPLI)+1.

SET/SEED 50000.

COMPUTE ORDEN=RND(UNIFORM(100000)).

SET/SEED 2000.

COMPUTE ALEA=RND(UNIFORM(1000)).

COMPUTE POB=1.

SORT ORDEN (A).

SET/SEED 20000.

COMPUTE E1=RND(UNIFORM(1000)).

SET/SEED 21000.

COMPUTE E2=RND(UNIFORM(1000)).

SET/SEED 22000.

COMPUTE E3=RND(UNIFORM(1000)).

PC DEL P1.DBF.

TRANSLATE TO 'P1.DBF'/DROP ORDEN/TYPER DB3.

TRANSLATE FROM 'P2.DBF'/TYPE DB3.

SET/SEED 3000.

COMPUTE X=EXI+ UNIFORM(AMPLI)+1.

SET/SEED 60000.

COMPUTE ORDEN=RND(UNIFORM(100000)).

SET/SEED 4000.

COMPUTE ALEA=RND(UNIFORM(1000)).

COMPUTE POB=2.

SORT ORDEN (A).

```
SET/SEED 23000.
COMPUTE E1=RND(UNIFORM(1000)).
SET/SEED 24000.
COMPUTE E2=RND(UNIFORM(1000)).
SET/SEED 25000.
COMPUTE E3=RND(UNIFORM(1000)).
PC DEL P2.DBF.
TRANSLATE TO 'P2.DBF'/DROP ORDEN/TYPE DB3.
TRANSLATE FROM 'P3.DBF'/TYPE DB3.
SET/SEED 5000.
COMPUTE X=EXI+ UNIFORM(AMPLI)+1.
SET/SEED 70000.
COMPUTE ORDEN=RND(UNIFORM(100000)).
SET/SEED 6000.
COMPUTE ALEA=RND(UNIFORM(1000)).
COMPUTE POB=3.
SORT ORDEN (A).
SET/SEED 26000.
COMPUTE E1=RND(UNIFORM(1000)).
SET/SEED 27000.
COMPUTE E2=RND(UNIFORM(1000)).
SET/SEED 28000.
COMPUTE E3=RND(UNIFORM(1000)).
PC DEL P3.DBF.
TRANSLATE TO 'P3.DBF'/DROP ORDEN/TYPE DB3.
TRANSLATE FROM 'P4.DBF'/TYPE DB3.
SET/SEED 7000.
COMPUTE X=EXI+ UNIFORM(AMPLI)+1.
SET/SEED 80000.
COMPUTE ORDEN=RND(UNIFORM(100000)).
SET/SEED 8000.
COMPUTE ALEA=RND(UNIFORM(1000)).
COMPUTE POB=4.
SORT ORDEN (A).
SET/SEED 29000.
COMPUTE E1=RND(UNIFORM(1000)).
SET/SEED 31500.
COMPUTE E2=RND(UNIFORM(1000)).
SET/SEED 35600.
COMPUTE E3=RND(UNIFORM(1000)).
PC DEL P4.DBF.
TRANSLATE TO 'P4.DBF'/DROP ORDEN/TYPE DB3.
FIN.
```

**IDENTIFICACION ITEMS CON ERROR****LENGUAJE : CLIPPER****PROGRAMAS : ERROR.PRG****ERROR.PRG**

\*\*\*\*\*

**\* ASIGNACION DE ERRORES**

\*\*\*\*\*

USE P1

DO ERROR1

REPLACE ALL ER1 WITH 1 FOR E1&gt;=990

REPLACE ALL ER3 WITH 1 FOR E1&gt;=970

REPLACE ALL ER5 WITH 1 FOR E1&gt;=950

REPLACE ALL TI1 WITH E2/1000 FOR ER1=1

REPLACE ALL TI3 WITH E2/1000 FOR ER3=1

REPLACE ALL TI5 WITH E2/1000 FOR ER5=1

REPLACE ALL ERROR1 WITH X\*TI1 FOR ER1=1

REPLACE ALL ERROR3 WITH X\*TI3 FOR ER3=1

REPLACE ALL ERROR5 WITH X\*TI5 FOR ER5=1

USE P2

DO ERROR1

REPLACE ALL ER1 WITH 1 FOR E1&gt;=990

REPLACE ALL ER3 WITH 1 FOR E1&gt;=970

REPLACE ALL ER5 WITH 1 FOR E1&gt;=950

REPLACE ALL TI1 WITH E2/1000 FOR ER1=1

REPLACE ALL TI3 WITH E2/1000 FOR ER3=1

REPLACE ALL TI5 WITH E2/1000 FOR ER5=1

REPLACE ALL ERROR1 WITH X\*TI1 FOR ER1=1

REPLACE ALL ERROR3 WITH X\*TI3 FOR ER3=1

REPLACE ALL ERROR5 WITH X\*TI5 FOR ER5=1

USE P3

DO ERROR1

REPLACE ALL ER1 WITH 1 FOR E1&gt;=990

REPLACE ALL ER3 WITH 1 FOR E1&gt;=970

REPLACE ALL ER5 WITH 1 FOR E1&gt;=950

REPLACE ALL TI1 WITH E2/1000 FOR ER1=1

REPLACE ALL TI3 WITH E2/1000 FOR ER3=1  
REPLACE ALL TI5 WITH E2/1000 FOR ER5=1  
REPLACE ALL ERROR1 WITH X\*TI1 FOR ER1=1  
REPLACE ALL ERROR3 WITH X\*TI3 FOR ER3=1  
REPLACE ALL ERROR5 WITH X\*TI5 FOR ER5=1

USE P4

DO ERROR1

REPLACE ALL ER1 WITH 1 FOR E1>=990  
REPLACE ALL ER3 WITH 1 FOR E1>=970  
REPLACE ALL ER5 WITH 1 FOR E1>=950  
REPLACE ALL TI1 WITH E2/1000 FOR ER1=1  
REPLACE ALL TI3 WITH E2/1000 FOR ER3=1  
REPLACE ALL TI5 WITH E2/1000 FOR ER5=1  
REPLACE ALL ERROR1 WITH X\*TI1 FOR ER1=1  
REPLACE ALL ERROR3 WITH X\*TI3 FOR ER3=1  
REPLACE ALL ERROR5 WITH X\*TI5 FOR ER5=1

<b>EXTRACCION DE MUESTRAS DE TAMAÑO n MEDIANTE MUESTREO DE UNIDADES MONETARIAS</b>
--

<b>LENGUAJE : CLIPPER</b>
---------------------------

<b>PROGRAMAS : MUESTREO.PRG</b>
---------------------------------

<b>MUESTRE1.PRG      → MUESTREO.EXE</b>
---

```
***** 'EXTRACCION MUESTRAS MUM TAMAÑO n'
*****
```

```
n=100
a=0
muestras=500
```

```
@ 5,2 SAY 'GENERACION MUESTRAS MUM PARA LAS CUATRO
POBLACIONES'
```

```
@ 10,20 SAY 'TAMAÑO MUESTRAL:'
```

```
@ 10,40 say n
```

```
@ 12,20 SAY 'NUMERO DE MUESTRAS:'
```

```
@ 12,45 say muestras
```

```
* 'READ'
```

```
*****
```

```
* 'POBLACION 1'
```

```
*****
```

```
SELECT 1
USE P1
SELECT 2
USE MUMP1
ZAP
```

```
SELECT 1
REPLACE ALL mues WITH 0
SUM x TO v
```

```
im=v/n
```

```
GO 1
a=x
REPLACE xacum WITH a
```

\*\*\*\*\*'ACUMULADO X'

```
GO 2
DO WHILE .NOT. EOF()
  a=a+x
  REPLACE xacum WITH a
  SKIP
ENDDO
```

```
r=1
DO WHILE r<=muestras
  SELECT 1
  GO r
  DO MUESTRE1
  COPY TO M1 FOR mues=1
  SELECT 2
  APPEND FROM M1
  r=r+1
ENDDO
```

\*\*\*\*\*

\* 'POBLACION 2'

\*\*\*\*\*

```
SELECT 1
USE P2
SELECT 2
USE MUMP2
ZAP
SELECT 1
REPLACE ALL mues WITH 0
SUM x TO v
im=v/n
```

```
GO 1
a=x
REPLACE xacum WITH a
```

\*\*\*\*\*'ACUMULADO X'

```
GO 2
DO WHILE .NOT. EOF()
  a=a+x
  REPLACE xacum WITH a
  SKIP
```

ENDDO

```
r=1
DO WHILE r<=muestras
  SELECT 1
  GO r
  DO MUESTRE1
  COPY TO M1 FOR mues=1
  SELECT 2
  APPEND FROM M1
  r=r+1
ENDDO
```

\*\*\*\*\*

\* 'POBLACION 3'

\*\*\*\*\*

```
SELECT 1
USE P3
SELECT 2
USE MUMP3
ZAP
```

```
SELECT 1
REPLACE ALL mues WITH 0
SUM x TO v
im=v/n
```

```
GO 1
a=x
REPLACE xacum WITH a
```

\*\*\*\*\*'ACUMULADO X'

```
GO 2
DO WHILE .NOT. EOF()
  a=a+x
  REPLACE xacum WITH a
  SKIP
ENDDO
```

```
r=1
DO WHILE r<=muestras
  SELECT 1
  GO r
```

```
DO MUESTRE1
COPY TO M1 FOR mues=1
SELECT 2
APPEND FROM M1
r=r+1
```

```
ENDDO
```

```
*****
```

```
* 'POBLACION 4'
```

```
*****
```

```
SELECT 1
USE P4
SELECT 2
USE MUMP4
ZAP
```

```
SELECT 1
REPLACE ALL mues WITH 0
SUM x TO v
im=v/n
```

```
GO 1
a=x
REPLACE xacum WITH a
```

```
*****'ACUMULADO X'
```

```
GO 2
DO WHILE .NOT. EOF()
  a=a+x
  REPLACE xacum WITH a
SKIP
ENDDO
```

```
r=1
DO WHILE r<=muestras
  SELECT 1
  GO r
  DO MUESTRE1
  COPY TO M1 FOR mues=1
  SELECT 2
  APPEND FROM M1
```

```
r=r+1  
ENDDO
```

## MUESTRE1.PRG

```
SELECT 1  
REPLACE ALL mues WITH 0  
REPLACE ALL mues WITH 1 FOR x>=im
```

```
t=1  
w=1  
GO r+n  
a=(alea/1000)*im
```

```
GO 1  
n0=0
```

```
@ 10,35 say 'NUMERO MUESTRA, POB: '  
@ 32,35 say r  
@ 36,35 say pob
```

```
DO WHILE .NOT. EOF()
```

```
IF xacum>a .AND. n0<=n  
  REPLACE mues WITH 1  
  REPLACE nmues WITH r  
  n0=n0+1  
  a=a+im  
ENDIF
```

```
SKIP  
ENDDO
```

**CALCULO ESTIMACIONES : RATIO Y STRINGER**

**LENGUAJE : CLIPPER**

**PROGRAMAS : STRIN.PRG**

**STRIN1.PRG → STRIN.EXE**

**STRIN.PRG**

RESTORE FROM MEMORIA

reg=1

SELECT 2

USE STRIN

ZAP

SELECT 4

USE UELFACTO

SELECT 1

USE MUMP1

DO STRIN1

SELECT 1

USE MUMP2

DO STRIN1

SELECT 1

USE MUMP3

DO STRIN1

SELECT 1

USE MUMP4

DO STRIN1

**STRIN1.PRG**

```
public tamano
vpob=0
pob0=0
sumx0=0
ner0=0
muel0=0
sumer0=0
t=1
SELECT 1
GO BOTTOM
n=nmues

DO WHILE t<=n
  SELECT 1
  COPY TO TEMPOR FOR
  nmues=t

* 'TASA ERROR 1 %'

  SELECT 3
  USE TEMPOR
  COUNT TO tamano
  GO 1
  pob0=pob
  SUM x TO sumx0
  SORT TO TEMPOR0 ON ti1 /D
```

```
USE TEMPOR0
COUNT TO ner0 FOR er1=1
SUM error1 to ser1
p0=1
muel0=3

DO WHILE p0<=ner0
  GO p0
  SELECT 4
  GO p0+1
  z=strin95
  SELECT 3
  GO p0
  muel0=muel0+z*ti1
  p0=p0+1

ENDDO

IF pob0=1
  vpob=vp1
  np=np1
ENDIF
IF pob0=2
  vpob=vp2
  np=np2
ENDIF
IF pob0=3
  vpob=vp3
  np=np3
ENDIF
IF pob0=4
  vpob=vp4
  np=np4
ENDIF

muel0=muel0*vpob/tamano

SELECT 2
APPEND BLANK
GO reg
REPLACE pob WITH pob0
REPLACE nmues WITH t
REPLACE sumx WITH sumx0
```

```
REPLACE sumer WITH ser1
REPLACE ner WITH ner0
REPLACE r WITH sumer/sumx
REPLACE tipoerror WITH 1
REPLACE muel95 WITH muel0
REPLACE em WITH vpob*r
```

```
SELECT 3
REPLACE ALL a WITH 0
REPLACE ALL a WITH (error1-x*(ser1/sumx0))^2
SUM a to sa
var=sa/(tamano-1)
dt=var^0.5
```

```
SELECT 2
REPLACE emder WITH em+((np*1.64*dt)/(tamano^0.5))
REPLACE dtem WITH dt
reg=reg+1
```

```
* 'TASA ERROR 3 %'
```

```
SELECT 3
  USE TEMPOR
  SORT TO TEMPOR0 ON ti3 /D
  USE TEMPOR0
  COUNT TO ner0 FOR er3=1
  SUM error3 to ser1
  p0=1
  muel0=3
```

```
DO WHILE p0<=ner0
  GO p0
  SELECT 4
  GO p0+1
  z=strin95
  SELECT 3
  GO p0
  muel0=muel0+z*ti3
  p0=p0+1
```

```
ENDDO
```

```
IF pob0=1
  vpob=vp1
  np=np1
ENDIF
```

```
IF pob0=2
  vpob=vp2
  np=np2
ENDIF
```

```
IF pob0=3
  vpob=vp3
  np=np3
ENDIF
```

```
IF pob0=4
  vpob=vp4
  np=np4
ENDIF
```

```
muel0=muel0*vpob/tamano
```

```
SELECT 2
APPEND BLANK
GO reg
REPLACE pob WITH pob0
REPLACE nmues WITH t
REPLACE sumx WITH sumx0
REPLACE sumer WITH ser1
REPLACE ner WITH ner0
REPLACE r WITH sumer/sumx
REPLACE tipoerror WITH 3
REPLACE muel95 WITH muel0
REPLACE em WITH vpob*r
```

```
SELECT 3
REPLACE ALL a WITH 0
REPLACE ALL a WITH (error3-x*(ser1/sumx0))^2
SUM a to sa
var=sa/(tamano-1)
dt=var^0.5
```

```
SELECT 2
REPLACE emder WITH em+((np*1.64*dt)/(tamano^0.5))
REPLACE dtem WITH dt
reg=reg+1
```

\* 'TASA ERROR 5 %' \*\*\*\*\*

```
SELECT 3
  USE TEMPOR
  SORT TO TEMPOR0 ON ti5 /D
  USE TEMPOR0
  COUNT TO ner0 FOR er5=1
  SUM error5 to ser1
  p0=1
  muel0=3
```

```
DO WHILE p0<=ner0
  GO p0
  SELECT 4
  GO p0+1
  z=strin95
  SELECT 3
  GO p0
  muel0=muel0+z*ti5
  p0=p0+1
```

ENDDO

```
IF pob0=1
  vpob=vp1
  np=np1
ENDIF
```

```
IF pob0=2
  vpob=vp2
  np=np2
ENDIF
```

```
IF pob0=3
  vpob=vp3
  np=np3
ENDIF
```

```
IF pob0=4
  vpob=vp4
  np=np4
ENDIF
```

muel0=muel0\*vpob/tamano

```
SELECT 2
APPEND BLANK
GO reg
REPLACE pob WITH pob0
REPLACE nmues WITH t
REPLACE sumx WITH sumx0
REPLACE sumer WITH ser1
REPLACE ner WITH ner0
REPLACE r WITH sumer/sumx
REPLACE tipoerror WITH 5
REPLACE muel95 WITH muel0
REPLACE em WITH vpob*r
```

```
SELECT 3
REPLACE ALL a WITH 0
REPLACE ALL a WITH (error5-x*(ser1/sumx0))^2
SUM a to sa
var=sa/(tamano-1)
dt=var^0.5
```

```
SELECT 2
REPLACE emder WITH em+((np*1.64*dt)/(tamano^0.5))
REPLACE dtem WITH dt
reg=reg+1
t=t+1
ENDDO
```

**REMUESTREO SOBRE LAS MUESTRAS INICIALES  
GENERACION MUESTRAS BOOTSTRAP****LENGUAJE : CLIPPER****PROGRAMAS : BST.PRG  
                  BST1.PRG  
                  BST2.PRG → BST.EXE****BST.PRG**

```
PUBLIC regfinal, regalea
RESTORE FROM MEMORIA
regfinal=1
regalea=1
OPCION=0
DO WHILE OPCION=0
CLEAR
@10,10 SAY 'GENERACION MUESTRAS BOOTSTRAP'
@12,12 SAY 'SELECCIONAR TAMAÑO MUESTRAL'
@15,15 SAY ' 1.- n=80'
@17,15 SAY ' 2.- n=100'
@19,15 SAY ' 3.- n=120'
?
?
?
WAIT "OPCION SELECCIONADA"TO op
STORE VAL(OP) TO OP
IF op=1
RUN COPY C:\SIMUL\N80\MUMP?.DBF C:\BST\MUMPDBF
RUN COPY C:\BST\BSTN80.DBF D:\
OPCION=1
ENDIF
IF op=2
RUN COPY C:\SIMUL\N100\MUMP?.DBF C:\BST\MUMPDBF
RUN COPY C:\BST\BSTN100.DBF D:\
OPCION=1
ENDIF
```

```
IF op=3
RUN COPY C:\SIMUL\N120\MUMP?.DBF C:\BST\MUMPDBF
RUN COPY C:\BST\BSTN120.DBF D:\
OPCION=1
ENDIF
ENDDO
```

```
*****
```

```
* OBTENCION ESTIMACIONES BST n=80,100,120
```

```
*****
```

```
SELECT 6
USE RATIOBST
SELECT 4
IF OP=1
USE BSTN80
ENDIF
IF OP=2
USE BSTN100
ENDIF
IF OP=3
USE BSTN120
ENDIF
ZAP
SELECT 1
RUN COPY C:\BST\MUMPDBF\MUMP1.DBF D:\
USE MUMP1
DO BST1
SELECT 1
RUN COPY C:\BST\MUMPDBF\MUMP2.DBF D:\
USE MUMP2
DO BST1
RUN DEL D:\MUMP1.DBF
SELECT 1
RUN COPY C:\BST\MUMPDBF\MUMP3.DBF D:\
USE MUMP3
DO BST1
RUN DEL D:\MUMP2.DBF
SELECT 1
RUN COPY C:\BST\MUMPDBF\MUMP4.DBF D:\
USE MUMP4
DO BST1
RUN DEL D:\MUMP3.DBF
SELECT 4
```

```
IF OP=1
COPY TO C:\BST\BSTN80
ENDIF
IF OP=2
COPY TO C:\BST\BSTN100
ENDIF
IF OP=3
COPY TO C:\BST\BSTN120
ENDIF
RUN DEL C:\BST\MUMPDBF\MUMP?.DBF
```

**BST1.PRG**

```
SELECT 1
mues=1
** N° REPLICACIONES BST= b **
b=1000
*****
DO WHILE mues<=500
  SELECT 1
  COPY TO D:\MUESBASE FOR nmues=mues
  regalea=1
  DO BST2
  mues=mues+1
ENDDO
```

**BST2.PRG**

```
SELECT 2
USE MUESBASE
GO 1
pob0=pob
COUNT TO n
SELECT 3
USE ALEABST
```

```
* 'EXTRACCION MUESTRAS BOOTSTRAP B=1000' ****
```

```
r1=0
r3=0
r5=0
dt1=0
dt3=0
```

```
dt5=0
CLEAR
@5,15 SAY 'POBLACION = '
@5,30 SAY pob0
@7,15 SAY 'TAMAÑO MUESTRAL = '
@7,34 SAY n
@10,15 SAY 'MUESTRA= '
@10,25 SAY mues
```

```
IF pob0=1
  vpob=vp1
  np=np1
ENDIF
```

```
IF pob0=2
  vpob=vp2
  np=np2
ENDIF
```

```
IF pob0=3
  vpob=vp3
  np=np3
ENDIF
```

```
IF pob0=4
  vpob=vp4
  np=np4
ENDIF
```

```
muesbst=1
```

```
SELECT 6
ZAP
```

```
DO WHILE muesbst<=b
```

```
  @12,15 SAY 'MUESTRA BST = '
  @12,30 SAY muesbst
  SELECT 2
  REPLACE ALL A WITH 0
    max=1
    t=1
  DO WHILE t<=n
    SELECT 3
    GO REGALEA
  IF n=80
```

```
ALEAT=X80
ENDIF
IF n=100
ALEAT=X10
ENDIF
IF n=120
ALEAT=X12
ENDIF
SELECT 2
GO ALEAT
REPLACE A WITH a+1
IF max<a
max=a
ENDIF
t=t+1
regalea=regalea+1
ENDDO

SELECT 2
COPY TO M0
SELECT 5
USE TEMPOR
ZAP
SELECT 5
c=1

DO WHILE c<=max
cc=1
DO WHILE cc<=c
APPEND FROM M0 FOR a=c
cc=cc+1
ENDDO
c=c+1
ENDDO

SUM X TO X0
SUM ERROR1 TO SER1
SUM ERROR3 TO SER3
SUM ERROR5 TO SER5
r10=ser1/x0
r30=ser3/x0
r50=ser5/x0
r1=r1+r10
```

```
r3=r3+r30
r5=r5+r50
dt1=dt1+r10^2
dt3=dt3+r30^2
dt5=dt5+r50^2
** ESTIMADOR P-BST ****
SELECT 6
APPEND BLANK
GO MUESBST
REPLACE rr1 WITH ser1/x0
REPLACE rr3 WITH ser3/x0
REPLACE rr5 WITH ser5/x0
muesbst=muesbst+1
ENDDO

SELECT 6
USE RATIOBST
SORT TO PP ON RR1
USE PP
GO INT(0.975*b)
PR1=RR1
USE RATIOBST
SORT TO PP ON RR3
USE PP
GO INT(0.95*b)
PR3=RR3
USE RATIOBST
SORT TO PP ON RR5
USE PP
GO INT(0.95*b)
PR5=RR5
USE RATIOBST

** OBTENCION ESTIMACIONES BST **

SELECT 4
APPEND BLANK
GO regfinal
REPLACE POB WITH POB0
REPLACE nmues WITH mues
REPLACE tamaño WITH n
REPLACE rbst WITH r1/b
REPLACE dtrbst WITH ((dt1/b)-(r1/b)^2)^0.5
```

REPLACE embst WITH vpob\*rbst  
REPLACE emdbst WITH vpob\*pr1  
REPLACE tipoerror with 1  
regfinal=regfinal+1

APPEND BLANK  
GO regfinal  
REPLACE POB WITH POB0  
REPLACE nmues WITH mues  
REPLACE tamaño WITH n  
REPLACE rbst WITH r3/b  
REPLACE dtrbst WITH  $((dt3/b)-(r3/b)^2)^{0.5}$   
REPLACE embst WITH vpob\*rbst  
REPLACE emdbst WITH vpob\*pr3  
REPLACE tipoerror WITH 3  
regfinal=regfinal+1

APPEND BLANK  
GO regfinal  
REPLACE POB WITH POB0  
REPLACE nmues WITH mues  
REPLACE tamaño WITH n  
REPLACE rbst WITH r5/b  
REPLACE dtrbst WITH  $((dt5/b)-(r5/b)^2)^{0.5}$   
REPLACE embst WITH vpob\*rbst  
REPLACE emdbst WITH vpob\*pr5  
REPLACE tipoerror WITH 5  
regfinal=regfinal+1

SELECT 2  
USE M0  
SELECT 6  
ZAP

## ***BIBLIOGRAFIA***

A.I.C.P.A. (Comité sobre muestreo estadístico) (1962) "Statistical sampling and the independent auditor". *Journal of Accountancy*, Febrero 1962 pp. 60-62

A.I.C.P.A. (Declaración sobre procedimientos de Auditoría, SAP n° 33) (1963) "Auditing standars and procedures". AICPA, New York, diceimbre 1963, p.37

A.I.C.P.A. (Comité sobre muestreo estadístico) (1964) "Relationship of statistical sampling to generally accepted auditing Standars". *Journal of Accountancy*, Julio 1964, pp 56-58

A.I.C.P.A. (Declaración sobre procedimientos de Auditoría, SAP n° 54) (1972) "The Auditor's study and evaluation of internal control". AICPA, New York, Noviembre 1972, p.265

A.I.C.P.A. (Codificación de declaraciones sobre normas de auditoría, SAS n° 1) AICPA 1973

A.I.C.P.A. "Statement on Auditing Standards n° 39: Audit Sampling (AU Section 350). New York .1981

A.I.C.P.A. "Audit Sampling" 1992

Anderson, J.; Kraushaar, J. (1993) "Auditing measurement error and statistical sampling: The dependently occurring case" *Journal of Accounting, Auditing & Finance*, Vol. 8, No. 1, p: 53-75

Anderson, R. y Leslie D.A. (1975) "Discussion of considerations in choosing statistical sampling procedures in auditing". *Journal of Accounting Research*, supplement 1975, p.53-64

Anderson, R. y Teitlebaum A.D. (1973) "Dollar-unit Sampling. A solution to the audit sampling dilemma", *Canadian Chartered Accountant*. p 39-40

Arens A. y Loebbecke L.K.(1982) Sampling methods for the auditor. Mc-Graw Hill.  
New York

Arkin, H. (1974) Handbook of Sampling for Auditing and Accounting. MacGrw Hill.  
New York

Arkin, H. (1982) Sampling Methods for the auditor. McGraw-Hill. New York

Baker, R.L. y Copeland, R.M. (1979) "Evaluation of the Stratified Regression Estimator for Auditing Accounting Populatio's", *Journal of Accounting Researc*, Vol. 17 No. 2, p. 606-617

Bell, T. y Knechel W.R. (1994) "Empirical Analysis of Errors Discovered in Audits of Property and Casualty Insures" *Auditing : A Journal of Practice & Theory*, Vol. 13 No. 1 p. 84-100

Beran, R. (1987) "Prepivoting to reduce level error of confidence sets", *Biometrika*, 75, 457-468

Boockholdt, J.; Chang, S.; Finley, D. (1992) "Using DUDS to Detect Fraud", *Internal Auditor*, Vol. 49, No.4, p: 59-64

Burgstaheler, D., Jiambalvo, J. (1986) "Sample error characteristics and projection of error to audit populations" *The Accounting Review*, Vol. LXI, No. 2 p.233-248

Burgstaheler, D., Jiambalvo, J. (1986) "Isolation of errors in audit sampling" *CPA Journal*, No. 56 p. 66-71

Carpenter, B.; Dirsmith, M. (1993) "Sampling and the abstraction of knowledge in the auditing profession: An extended institutional theory perspective" *Accounting, Organizations & Society*, Vol. 18, No. 1,p: 41-63

Clayton H.R. (1994) "A Combined Bound for Errors in Auditing based on Hoeffding's inequality and the Bootstrap" *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 12 No. 4, p. 437-448

Chan, K Hung (1996) "Estimating accounting errors in audit sampling: Extensions and empirical tests of a decomposition approach" *Journal of Accounting, Auditing & Finance*, Vol 11 No. 2 p: 153-161

Chau, C. (1994) "Finding the bad egg: Audit sampling risk" *National Public Accountant*, Vol. 39, No. 8, p: 20-23

C.I.C.A. (Grupo de estudio sobre técnicas de auditoría) (1968) "Internal control and procedural audit test", Canadian Institute of Chartered Accountants, Toronto, Septiembre 1968

Cochran, W.G. (1978) *Técnicas de muestreo*. Compañía Editorial Continental, S.A. México

Cox, D.R. y Snell, E.J. (1979) "On Sampling and the Estimation of Rare Errors" *Biometrika*, 66, p. 125-132

Davison, A. ; Hinkley, D. ; Schectman, E. (1986) "Efficient Bootstrap Simulation" *Biometrika*, 73, p. 555-556

DeFond, M. ; Jiambalvo, J. (1991) "Incidence and Circumstances of Accounting Errors" *Accounting Review*, Vol. 66, No. 3, p. 643-655

DeFusco, R.; Karels, G.; Muralidhar, K. (1996) "Skewness persistence in US common stock returns: Results from bootstrapping tests" *Journal of Business Finance & Accounting* Vol. 23 No. 8, p. 1183-1195

Do, K. ; Hall, P. (1991) "On Importance Resampling for the Bootstrap" *Biometrika*, 78, p. 161-167

- Dowrin, L.; Grimlund, R.A. (1984) "Dollar Unit Sampling for Accounts Receivable and Inventory", *The Accounting Review*, 59, p.218-241
- Dusenbury, R.; Reimers, K.; Wheeler, S. (1994) "The Effect of Continment Information and Error Frecuency on Projection of Sample Errors to Audit Populations" *Accounting Review*, Vol. 69 No. 1, p. 257-264
- Efron, B. (1979) "Bootstrap Methods : Another Look at the Jackkife" *The Annals of Statistics*, 7, p. 1-26
- Efron, B.; Tibshirani, R.J. (1986) "Bootstrap Methods for Standard errors Confidence Intervals, and other Measures of Statistical Accuracy" *Statistical Science*, 1, p. 54-77
- Efron, B. (1987) "Better Bootstrap Confidence Intervals" *Journal of the American Statistical Association*, 85, p.171-185
- Efron, B. (1990) "More Efficient bootstrap Computations" *Journal of the American Statistical Association*, 82, p. 171-185
- Efron, B.; Tibshirani, R.J. (1993) *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman & Hall. New York
- Elliot R.K.; Rogers J.R., (1972) " Relating statistical sampling to audit objectives", *Journal of Accountancy*, Julio, p. 46-55
- Escuder, R. (1985) "Auditoría y métodos estadísticos: metodología general, y añáalisis de pruebas sustantivas mediante estimación de variables" *Estadística Española*, nº 108
- Escuder, R. (1995) *Métodos estadísticos aplicados a la auditoría*. I.A.C.J.C. Madrid

Escuder, R. (1997) Métodos de muestreo en auditoría e intervención. Instituto Vasco de Estadística. No. 36

Felix, W.R. y Grimlund, R.A. (1977) "A Sampling Model for Audit Tests of Composite Accounts" *Journal of Accountig Research* , Spring, p. 23-41

Fienberg, S.E., Neter, J., Leitch, R. (1977) "Estimating the Total Overstatement Error in Accounting Populations" *Journal of the American Statisitcal Association*, 72, p.295-302

Frost, P.A., Tamura, H. (1982) "Jackknifed ratio estimation in statistical auditing" *Journal of Accounting Research*, Vol. 20 No. 1, p. 103-120

Frost, P.A. y Tamura, H. (1986) "Accuracy of Auxiliary Information Interval Estimaction in Statistical Auditing", *Journal of Accounting Research*, Vol. 20 No. 1, p. 103-120

Jonhson, N.L., Leitch, R.A., Neter, J. (1981) "Characterization of Error in Accounts Receivable and Inventory Audits" *The Accounting Review*, Abril, p. 270-293

Godfrey, J. y Neter, J. (1984) "Bayesian bounds for monetary unit sampling in accounting and auditing" *Journal of Accounting Research* Vol. 22 No. 2, p. 497-525

Grimlund, R, William, J. (1987) "Simulation evidence and analysis of alternative methods of evaluating dollar-unit samples" *The Accounting Review*, Vol. LXII, Nº 3, p. 455-479

Hall, P. (1986) "On the Bootstrap and Confidence intervals" *Annals of Mathematical Statistics*, 42, 1887-1896

Hall, P. y Martin, M. (1988) "On Bootstrap Resampling and Iteration", *Biometrika*, 75, p. 661-672

Ham, J., Loseell, D. y Smieliauskas, W. (1985) "An empirical study of error characteristics in accounting populations" *The Accounting review*, p. 387-406

Hansen, S. (1993) "Strategic sampling, physical units sampling, and dollar units sampling" *Accounting Review*, Vol. 68, No. 2, p: 323-345

Hinkley, D. (1988) "Bootstrap Methods" *Journal of the Royal Statistical Society*, 50, p.321-337

Hitzig, N. (1995) "Audit sampling: A survey of current practice" *CPA Journal*, Vol. 65 No. 7, p: 54-57

Horgan, J. (1996) "The moment bound with unrestricted random, cell and sieve sampling of monetary units" *The Accounting Review*, Vol: 26 No.3 p. 215-223

Hubbard, A. (1991) "Experience and error frequency knowledge as potential determinants of audit expertise" *The Accounting Review*, Vol. 66 No. 2, p. 218-239

Johns, M.V. (1988) "Importance Sampling for Bootstrap Confidence Intervals" *Journal of the American Statistical Association*, 83, p. 709-714

Johnson, J., Leitch, R.A. y Neter, N. (1981) "Characteristics of Errors in Accounts Receivable and Inventory Audits" *The accounting Review*, Abril 1981, p.270-293

Kaplan, R. (1973) "Statistical sampling in auditing with auxiliary information estimators" *Journal of Accounting Research*, Vol. 11, No. 1 p. 238-258

Kaplan, R.S. (1975) "Sample size computations for dollar-unit-sample" *Journal of Accounting Research*, supplement p.126-133

Leger, C., Politis, D., Romano, J. (1992) "Bootstrap technology and applications" *Technometrics*, Vol. 34, No. 4 p.378-397

Leslie, D.; Teitlebaum, A., Anderson, R. (1980) Dollar-unit Sampling. A Practical Guide for Auditors. Pitman P. L.. Londres

Loebbecke, L. (1995) "On the use of Bayesian statistics in the audit process" *Auditing: A Journal of Practice & Theory* , Vol. 14 No. 2, p: 188-192

Malliaropulos, D. (1996) "Are long-horizon stock returns predictable? A bootstrap analysis" *Journal of Business Finance & Accounting* Vol 23 No 1 p: 93-106

Martin, M. (1990) "On Bootstrap Iteration for Coverage Correction in Confidence Intervals" *Journal of the American Statistical Association*, 85, p. 1105-1118

McRae, T.W. (1978) Muestreo estadístico para Auditoría y control. De. Limusa, S.A. México

Meikle, G.R. (1972) *Statistical Sampling in an Audit Context*. The Canadian Institute of Chartered Accountants. Toronto

Neter, J. y Loebbecke J.K. (1975) "Behavior of Major Statistical estimators in Sampling Accounting Populations- An Empirical Study" (AICPA)

Neter, J.; Johnson, J.; Leitch, R.A. (1985) "Characteristics of Dollar Unit Taints and Error Rates in Accounts Receivable and Inventory", *The Accounting Review*, Vol. 60, p. 488-499

Paz, J.V. (1988) *Un análisis de los diferentes planes de muestreo de unidades monetarias aplicados a la auditoría de estados financieros*. Tesis doctoral. Univ. de Valencia

Ponemon, L.; Wendell, J. (1995) "Judgmental versus random sampling in auditing: An experimental investigation" *Auditing: A Journal of Practice & Theory* , Vol 14 No 2 Fall , p: 17-34

Ramage J., Krieger A., Spero L. (1979) "An Empirical Study of Error Characteristics in Audit Populations" *Journal of Accounting Research*, Vol. 17 Suplemento p. 72-102

Renau, J.H. (1978) "CAV Bounds in Dollar Unit Sampling : Some Simulation Results" *The Accounting Review*, 53 (3) p. 669-680

Roberts, D. (1978) *Statistical Auditing*. (AICPA, 1978)

Smieliauskas, W. (1986) "A Simulation analysis of the power characteristics of some popular estimators under different risk and materiality levels" *Journal of Accountig Research*, Vol. 24 n°.1 Spring p. 217-230

Smith, TMF (1976) *Statistical Sampling for Accountants*. Accountancy Age Books. Haymarket Publishing Limited. London

Steele, A. (1996) *Audit Sampling: An Introduction*. *British Accounting Review* Vol 28 , No 1, p. 93

Stringer, K.W. (1963) "Practical Aspects of Statistical Sampling in Auditing", in *Proceedings of the Business and Economic Statistics Section* (American Statistical Associatiom) p. 405-411

Tamura, H., Frost, P. (1986) "Tightening CAV (DUS) Bounds by Using a Parametric Model" *Journal of Accounting Research*, Vol. 24 No.2 Autumn p.364-371

Tucker, J. (1994) "Initial efforts of Kenneth W. Stringer to develop a statistical sampling plan" *Accounting Historians Journal*, Vol. 21No., p: 233-254

Vazquez F.J. (1992) *Técnicas estadísticas Bayesianas en Auditoría. Un análisis de robustez*. Tesis doctoral. Univ. De las Palmas de G. C.

Wendell, J., Schemee, J. (1993) "Audit-specific calibration of a sample evaluation method using computer modeling" *Auditing : a Journal of Practice&Theory*, Vol 12. No. 2 p. 121-134

Wilburn, A.J. (1984) *Practical statistical sampling for auditors*. M..Dekker, Inc. New York

Wurst, J. ; Neter, J. ; Godfrey, J. (1991) "Effectiveness of Rectification in Audit Sampling", *Accounting Review*, Vol. 66, No. 2, p. 333-346