



UNIVERSITAT DE VALÈNCIA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES  
Departamento de Economía Financiera y Matemática

## MODELOS DE VOLATILIDAD EN EL MERCADO ESPAÑOL DE DIVISAS

Tesis doctoral presentada por  
**Paulina Marco Pont**

**Dra. D. María Bonilla Musoles**

Dirigida por:

**Dr. D. Ignacio Olmeda Martos**

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales	
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales	
Nº 712	1998
Fecha de Entrada 28 septiembre 1998	
Fecha de Lectura 18 diciembre 1998	
Calificación sobresaliente con honores	por unanimidad

Valencia, 1998.

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA	
CC. SOCIALS	
BIBLIOTECA	
Nº Registre 1220	
DATA 16	
SIGNATURA BID.T 647	
Nº LIBIS: 802345	
Nº DOBIS 802341	

UMI Number: U607274

All rights reserved

INFORMATION TO ALL USERS

The quality of this reproduction is dependent upon the quality of the copy submitted.

In the unlikely event that the author did not send a complete manuscript and there are missing pages, these will be noted. Also, if material had to be removed, a note will indicate the deletion.



UMI U607274

Published by ProQuest LLC 2014. Copyright in the Dissertation held by the Author.  
Microform Edition © ProQuest LLC.

All rights reserved. This work is protected against  
unauthorized copying under Title 17, United States Code.



ProQuest LLC  
789 East Eisenhower Parkway  
P.O. Box 1346  
Ann Arbor, MI 48106-1346



*A mi marido y a mi hijo*



## **Agradecimientos**

En el desarrollo de este trabajo son muchas las personas que me han apoyado y ayudado. Aunque no es posible realizar una enumeración completa de todas ellas, no sería justo dejar de recordar a aquellas personas sin cuya colaboración me habría sido imposible seguir adelante en esta tarea.

Así, en primer lugar, deseo manifestar mi más sincera gratitud a los Dres. Ignacio Olmeda Martos y María Bonilla Musoles, Directores de la Tesis Doctoral, por su dirección y estímulo continuado, sus valiosas y numerosas aportaciones, y por su eficaz intermediación para la obtención de la base de datos.

Asimismo, deseo agradecer a la Dra. Matilde Fernández Blanco, mi Tutora, por iniciarme en tareas docentes e investigadoras y, también, por los valiosos y desinteresados comentarios y apoyo permanente que me ha proporcionado.

Quiero mostrar mi agradecimiento a todos los compañeros del Departamento de Economía Financiera y Contabilidad, quienes con su apoyo y amistad han creado el ambiente propicio para que este trabajo pueda ver la luz, especialmente a Ana, Araceli, Angeles, Gustavo y Amalia.

También estoy muy agradecida a José Ramón Beltrán por los datos proporcionados para la elaboración de este trabajo y a la Fundación Caja Madrid por la financiación recibida.

Quiero agradecer a mis padres, hermanas y amigos el apoyo incondicional proporcionado desde el primer momento. Una mención especial a Rosa por todo lo que hemos compartido.

Por último, y no por ello menos importante, deseo mostrar con todo el cariño del mundo mi enorme gratitud a mi marido y a mi hijo; nunca les podré recompensar por su infinita paciencia, apoyo y comprensión.

Mi agradecimiento más sincero a las personas e instituciones referidas y a todas las que han hecho posible esta Tesis Doctoral, esperando que sepan disculpar los errores y omisiones que puedan existir y de los cuales debo ser considerada como la única responsable.

## Resumen

Es un hecho conocido la relevancia que la volatilidad del tipo de cambio tiene en el ámbito de la Economía Financiera de la Empresa, así como la necesidad de disponer de modelos que permitan predecir su evolución. El objetivo de la presente Tesis puede resumirse en *evaluar la posibilidad de predecir la volatilidad de los tipos de cambio, así como determinar cuáles son los modelos más exactos y apropiados*. Utilizamos una amplia base de datos, series de rendimientos diarios del tipo de cambio de la Peseta frente a seis monedas para un período de 25 años.

Para ello, tras realizar un detallado análisis estadístico de las series de rendimientos y volatilidades de los Tipos de Cambio, efectuamos una comparación exhaustiva sobre la calidad predictiva de los modelos tipo ARCH. Concluimos, a diferencia de otros autores, que los modelos ARCH tienen capacidad predictiva, aunque ningún modelo domina sistemáticamente a lo largo del tiempo y su calidad varía según la medida de error empleada. A continuación, analizamos la existencia de persistencia en la volatilidad. Mostramos una clara evidencia de que las series de volatilidades de los tipos de cambio objeto de análisis exhiben memoria a largo plazo y de que existe falta de acuerdo entre los contrastes empleados para su detección (RRM y GPH).

Seguidamente, proponemos una alternativa menos analizada en la literatura, el empleo de modelos no paramétricos (CART y LOESS) para predecir la volatilidad del tipo de cambio. A pesar de efectuar un análisis detallado de los modelos y de haber empleado un procedimiento cuidadoso para evitar el problema principal de sobreaprendizaje demostramos que, generalmente, no superan al modelo lineal. Asimismo, mediante la aplicación de contrastes de no linealidad (BDS), presentamos una sólida evidencia de que las series de volatilidades del tipo de cambio presentan dependencias no lineales, lo que justifica el empleo de modelos no paramétricos, ya que partimos del supuesto de que la forma funcional de la dependencia es desconocida.



Posteriormente, proponemos el uso de otra técnica no paramétrica, las Redes Neuronales Artificiales (RNA), para predecir la volatilidad del tipo de cambio de la peseta. En primer lugar, realizamos un exhaustivo análisis comparativo, en cuanto a capacidad predictiva, de las RNA frente a otros tipos de modelizaciones (ARCH, GARCH, EGARCH y GJR). Los resultados muestran que la capacidad predictiva de las Redes Neuronales Artificiales, en media, es algo superior a la de los modelos tipo ARCH.

Por último, planteamos nuevos modelos de predicción de volatilidad basados en las RNA, que utilizan conjuntamente las predicciones de los diferentes modelos y también construimos una combinación lineal de dichas predicciones. Nuestro fin es mostrar la mayor exactitud de estas RNA híbridas frente a las obtenidas con modelos individuales. Los resultados muestran que, generalmente, las redes superan claramente a la media de los modelos paramétricos; las RNA se comportan algo mejor que el modelo lineal; el comportamiento de ambos modelos muestra claras diferencias; tanto las redes, como la combinación lineal y el mejor modelo paramétrico tienen capacidad predictiva; no es posible decantarse absolutamente por alguno de los modelos considerados, ya que ninguno de ellos domina sistemáticamente a los otros y, por último, el modelo híbrido que proponemos, sí parece comportarse mejor que la media de los paramétricos y que los modelos de RNA que predicen a partir de la serie histórica de observaciones.

# Indice

Agradecimientos .....	iii
Resumen .....	v
Indice .....	vii

## **Planteamiento de la Tesis** **1**

Introducción .....	1
Estructura de la Tesis .....	7
Principales aportaciones .....	12
Referencias .....	17

## **Capítulo 1. Introducción** **21**

1.1 Introducción .....	21
1.2 Los mercados de divisas .....	22
1.3 Modelos teóricos del comportamiento de los tipos de cambio .....	26
1.4 Implicaciones para la gestión del riesgo financiero .....	44
1.5 Consideraciones finales .....	73
Referencias .....	76

## **Capítulo 2. Análisis comparativo de algunos modelos de predicción De volatilidad: Modelos ARCH y derivados** **89**

2.1 Introducción .....	89
2.2 Modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva (ARCH) .....	95
2.3 Análisis comparativo de la eficiencia predictiva de los modelos ARCH .....	109
2.3.1 Análisis preliminar de las series de tipos de cambio objeto de estudio .....	109
2.3.1.1 Análisis de los rendimientos .....	116
2.3.1.2 Análisis de las volatilidades .....	135
2.3.1.3 Análisis de las estimaciones mediante un proceso GARCH(1,1) .....	142
2.3.2 Criterios para la valoración de la capacidad predictiva .....	150

2.3.3	Resultados .....	154
2.4	Conclusiones .....	159
	Referencias .....	162
	Tablas y figuras del capítulo 2 .....	173

### **Capítulo 3. Otros modelos predictivos: modelos ARFIMA y no paramétricos 223**

3.1	Introducción .....	223
3.2	Memoria a largo plazo .....	229
3.3	Modelos Autorregresivos Fraccionalmente Integrados de Medias Móviles .....	232
3.4	Procedimientos para detectar la existencia de memoria a largo plazo .....	236
3.4.1	El Análisis del Rango Reescalado o Análisis R/S .....	237
3.4.2	El estadístico modificado de Lo .....	240
3.4.3	El contraste de Geweke y Porter-Hudak .....	243
3.5	Evidencia para la volatilidad del tipo de cambio de la peseta .....	245
3.6	La volatilidad del tipo de cambio. Métodos de predicción no paramétricos .....	252
3.6.1	Arboles de Regresión: Modelo de Partición Recursiva (CART) .....	253
3.6.2	El método de la Regresión Localmente Ponderada .....	263
3.6.3	Evidencia para el caso de la peseta .....	273
3.6.3.1	Resultados .....	277
3.7	Conclusiones .....	280
	Referencias .....	282
	Tablas del capítulo 3 .....	295

### **Capítulo 4. Redes Neuronales Artificiales y volatilidad del Tipo de Cambio 309**

4.1	No linealidad. Introducción .....	309
4.2	Detección de comportamientos no lineales. El contraste BDS .....	311
4.3	No linealidad en la volatilidad del tipo de cambio: El caso de la peseta .....	316
4.4	Redes Neuronales Artificiales .....	318
4.4.1	Evolución histórica .....	320
4.4.2	Concepto, características y funcionamiento de las Redes Neuronales Artificiales .....	326

---

4.4.3	Ventajas de las Redes Neuronales Artificiales .....	344
4.4.4	Principales aplicaciones de las Redes Neuronales Artificiales .....	345
4.5	Aplicación de las Redes Neuronales Artificiales a la predicción de la volatilidad del tipo de cambio de la peseta .....	347
4.5.1	RNA como modelos no paramétricos de predicción .....	347
4.5.2	RNA como modelos de agregación .....	349
4.5.3	Resultados .....	352
4.6	Conclusiones .....	358
	Referencias .....	362
	Tablas y figuras del capítulo 4 .....	373
	<b>Resumen y Conclusiones</b> .....	<b>387</b>
	Conclusiones y Consideraciones últimas .....	390
	Líneas futuras de investigación .....	402
	Referencias .....	403



# Planteamiento de la Tesis

## Introducción

El tipo de cambio representa el valor de una moneda expresado en términos de otra moneda y puede considerarse como uno de los precios más importantes en una economía. Las variaciones de los tipos de cambio tienen importantes repercusiones en los movimientos internacionales, tanto de bienes y servicios, como de flujos de capital, afectando al resto de variables macroeconómicas. Por ello, en última instancia, repercuten considerablemente en la empresa, incluso en los casos en que no realiza operaciones de carácter comercial o financiero a nivel internacional.

En consecuencia, la empresa está expuesta al riesgo de cambio, que se pone de manifiesto a través de la variabilidad de sus resultados y, por tanto, incertidumbre en cuanto a los mismos. Esta variabilidad, para las firmas que operan con el exterior, se produce fundamentalmente a través, tanto de las importaciones y exportaciones de bienes y servicios, como de las operaciones de inversión y financiación en moneda extranjera.

Todo lo anteriormente expuesto nos conduce a considerar que la variabilidad del tipo de cambio es de gran importancia para la empresa y que, por tanto, es necesario estimar, en la medida de lo posible, el riesgo de cambio para adoptar las políticas oportunas que permitan gestionarlo.

Además, desde la perspectiva de la teoría financiera, el disponer de un modelo correctamente especificado que permita predecir el riesgo o volatilidad, en nuestro caso, de los tipos de cambio, tiene importantes implicaciones, ya que muchas de sus aplicaciones requieren una estimación de la varianza condicional. Ejemplos de ello son la valoración, mediante la relación media-varianza, de carteras de inversión constituidas por activos denominados en distintas monedas, así como la valoración de opciones sobre divisas y el diseño de estrategias dinámicas de cobertura mediante opciones y futuros (Baillie y Myers, 1991; Engle et al., 1992).

Son numerosas las cuestiones que se plantean a la hora de establecer en qué sentido la variabilidad del tipo de cambio afecta a la empresa, en particular, y a la economía financiera, en general. En la presente Tesis no pretendemos contestar, como es lógico, a todas esas cuestiones; nuestro propósito es mucho más modesto, aunque no por ello menos importante. En concreto, en la Tesis tratamos de dar respuesta a dos cuestiones: *¿es predecible la volatilidad de los tipos de cambio?, ¿cuáles son los modelos más exactos y apropiados?*. En este trabajo nos centramos en los modelos para la varianza condicional de la serie de rendimientos del tipo de cambio de la Peseta frente al Dólar Americano, Marco Alemán, Lira Italiana, Libra Esterlina, Franco Francés y Yen Japonés para un extenso período de tiempo.

En consonancia con nuestro objetivo, consideramos de obligado cumplimiento efectuar un breve recorrido a lo largo de los diferentes modelos que desde sus orígenes surgen para determinar el tipo de cambio. Es bien conocido que, en principio, estos modelos únicamente se basaban en variables macroeconómicas. Dentro de este grupo podemos destacar: La Teoría de la Paridad del Poder Adquisitivo (PPA) (versión absoluta y relativa), (Cassel, 1916), los modelos de flujos (Meade, 1951; Fleming, 1962), y los modelos de activos (Frenkel, 1976; Dornbusch, 1976; Branson, 1976,1977). Un consenso generalizado de que estos modelos muestran una escasa eficacia predictiva motivó un nuevo enfoque, que intenta reflejar las regularidades empíricas observadas en la evolución temporal de los tipos de cambio. Este enfoque parte de la premisa de que el tipo de cambio debe considerarse como el precio de un activo financiero que se negocia en un mercado

(Mussa, 1979). De entre los modelos que parten de esta consideración, debemos mencionar los basados en la existencia de burbujas especulativas (Evans, 1986; Meese, 1986); los que proponen la existencia de dos tipos de agentes diferentes en el mercado: chartistas y fundamentalistas, (Frankel y Froot, 1990), así como los que pretenden detectar patrones de conducta en los mercados cambiarios. Dentro de este último grupo se encuentran, entre otros, los procesos de volatilidad condicional ARCH (Engle, 1982) y GARCH (Bollerslev, 1986), las modelizaciones basadas en la teoría del caos (Frank y Stengos, 1988) y, por último, los modelos de zonas objetivo o “target zones”(Krugman, 1991; Bertola y Caballero, 1992).

La mayoría de las investigaciones han centrado su atención en la posibilidad de predecir las variaciones de los tipos de cambio, suponiendo un comportamiento lineal de los mismos. Sin embargo, es posible que las variaciones de los tipos de cambio sean linealmente incorrelacionadas y, al mismo tiempo, presenten “dependencia no lineal”. Además, existe un respaldo teórico y empírico suficiente que justifica la dinámica no lineal de los tipos de cambio<sup>1</sup>. En este sentido, De Grauwe y Vansanten (1990) elaboran un modelo simple de balanza de pagos en el cual un efecto J de la balanza corriente junto con las expectativas de chartistas y fundamentalistas dan lugar a un comportamiento caótico y, por tanto, no lineal de los tipos de cambio.

El que los cuadrados de los rendimientos aparezcan correlacionados y, también, la existencia de asimetría y curtosis en la distribución incondicional de los rendimientos, muestran indicios de dependencia, aunque la serie de rendimientos no presente correlación. Así, la inexistencia de correlación no permite afirmar la independencia de una serie temporal, simplemente significa que ésta no se muestra linealmente dependiente, pudiendo aparecer, por el contrario, dependencias de carácter no lineal. Por ello, los avances más recientes en econometría financiera intentan ofrecer nuevas herramientas analíticas que permiten modelizar y predecir el comportamiento de diversos fenómenos económicos,

---

<sup>1</sup> Véase Mañas (1986) y Hsieh (1988), entre otros.



como el de la formación de los tipos de cambio, mediante la construcción de modelos teóricos que introducen elementos no lineales.

En este contexto podemos distinguir dos tipos de dependencia no lineal: dependencia aditiva y dependencia multiplicativa. La dependencia no lineal aditiva implica que la no linealidad se introduce sólo a través de la media condicional del proceso, por ello también recibe la denominación de *no linealidad en media*. Por el contrario, la dependencia multiplicativa postula que la no linealidad se introduce únicamente a través de la varianza condicional del modelo, por lo que se le llama *no linealidad en varianza* o multiplicativa. Determinar si la serie es o no lineal, así como si la dinámica no lineal procede de la media o de la varianza condicional, puede tener importantes implicaciones a la hora de realizar predicciones, ya que la existencia de no linealidad permite mejoras predictivas aún tratándose de procesos estocásticos.

En el campo de las Finanzas, la preocupación de numerosos investigadores ha residido en determinar la posibilidad de predecir los rendimientos del tipo de cambio. A excepción de algunos autores (Weigend et al., 1992), la opinión general es que ningún modelo es capaz de superar, en términos de predicción de rendimientos, al paseo aleatorio. Debemos resaltar que los modelos utilizados se centran en las dependencias en la media condicional, por tanto, es posible que su incapacidad para predecir resida en que la dependencia se encuentre en la varianza condicional o volatilidad del tipo de cambio. Si a lo anterior, unimos que los modelos caóticos y no lineales en media, en general, ofrecen escasas mejoras predictivas (Diebold y Nason, 1990), consideramos que la no linealidad más plausible es la no linealidad en varianza. Finalmente, es bien conocido que existe heterocedasticidad observada en los datos, es decir, hay indicios sólidos de una evolución variable en el tiempo de las varianzas así como su tendencia a agruparse (Mandelbrot, 1963), que las herramientas tradicionales no han sido capaces de capturar, y permiten analizar comportamientos no lineales y estocásticos. Es por ello, que en nuestra Tesis *nos centramos en la predicción de la volatilidad* que, además y como indicamos en líneas anteriores, tiene una enorme relevancia para la economía financiera en general, así como para la empresa en particular.

Para analizar la posibilidad de predecir la volatilidad del tipo de cambio, así como los modelos más apropiados para ello, contemplamos dos enfoques, el paramétrico y el no paramétrico, cuya adecuación depende de si la forma funcional de la dependencia es o no conocida. La dependencia multiplicativa puede revestir tres formas diferentes: lineal, no lineal conocida y no lineal desconocida. Los modelos paramétricos resultan adecuados en los casos en que la forma de la dependencia, sea lineal o no, es conocida. Así pues, cuando la dependencia no lineal en varianza es lineal, los procesos ARCH, de Engle (1982), y GARCH, de Bollerslev (1986), representan un medio adecuado de modelización. Por su parte, el modelo EGARCH, desarrollado por Nelson (1991) y el modelo GJR, debido a Glosten et al. (1993), son ejemplos de procesos capaces de capturar la no linealidad en varianza no lineal, pero conocida.

En este sentido, Engle y Ng (1993) demuestran, mediante la curva del impacto de la llegada de información sobre la volatilidad de los rendimientos (que refleja como se comporta dicha volatilidad ante la nueva información recibida) primero, que ésta es no lineal, por la asimetría de su respuesta frente a buenas y malas noticias y, segundo, que el modelo que mejor capta dicho comportamiento es el GJR (los conocidos efectos “sonrisa” y “mueca” en la volatilidad). En consecuencia, en nuestro planteamiento partimos del supuesto de que existe variabilidad o no linealidad en varianza (que justifica el empleo de modelos ARCH y GARCH) y que, además, ésta pudiera ser no lineal, motivo por el que empleamos los modelos EGARCH y GJR.

Por otra parte, dentro también del enfoque paramétrico, algunos autores desarrollan modelos estocásticos que, al contrario que los modelos de memoria a corto plazo (como los conocidos modelos ARMA), presentan dependencias incluso durante períodos de tiempo muy prolongados, por ejemplo, los modelos ARFIMA de Granger (1980) y Granger y Joyeux (1980). Estos modelos son capaces de recoger ciertos patrones de comportamiento, como la memoria a largo plazo, observados en los mercados financieros, además de otras características que muestran algunas variables financieras como el exceso de curtosis, distribuciones con colas anchas, etc.

Los estudios sobre la posibilidad de existencia de memoria a largo plazo se centran, en la mayoría de las ocasiones, en las series de rendimientos. No obstante, como indican Bollerslev et al. (1992), es bien conocido que las series de volatilidades de variables financieras, como los tipos de cambio, presentan un alto nivel de persistencia. En consecuencia, consideramos relevante analizar la existencia de dependencias a largo plazo en las series de volatilidades del tipo de cambio de la peseta, al objeto de determinar si el comportamiento de las mismas puede describirse a través de procesos como los ARFIMA.

Por otra parte, también consideramos una línea de investigación bien diferenciada, la metodología no paramétrica. Así, cuando la dependencia no lineal en varianza es no lineal y desconocida, es decir, no se conoce la forma funcional que relaciona la variable a predecir con las variables explicativas, hay que emplear modelos de la clase de los no paramétricos, de entre los que destacamos los árboles de regresión (CART), el modelo de regresión localmente ponderada (LOESS) y las redes neuronales artificiales (RNA), empleados en esta Tesis. Finalmente, como veremos, este último tipo de modelos permite combinar otros de manera sencilla, haciendo posible construir modelizaciones más complejas que aprovechen las ventajas de cada uno de los procesos individuales que se combinan.

A continuación, destacamos los *motivos* fundamentales que justifican que el centro de nuestro estudio sea la predicción de la varianza condicional:

1. Consideramos que la predicción de la volatilidad es muy interesante porque representa una medida del riesgo de los activos financieros. Así el poder estimarla y predecirla es de gran importancia en el ámbito empresarial, a la hora de gestionar el riesgo de cambio. Actualmente se han desarrollado nuevos modelos de gestión de riesgos financieros, como el VaR (Value at Risk) y el EAR (Earnings at Risk), para los cuáles es necesario disponer de una medida de la volatilidad. También ésta es necesaria en los modelos de valoración de activos financieros como el CAPM y el APT.

2. La predicción de la volatilidad es de gran utilidad en la valoración de activos derivados, cuyo precio depende en gran medida de dicha volatilidad. Un claro ejemplo de ello lo constituye el modelo de valoración de opciones de Black y Scholes (1973).
3. Dado que no se conoce ningún tipo de contraste empírico que permita detectar la fuente de la no linealidad, es decir, si ésta proviene de la media o de la varianza condicional del proceso, a lo que se une el hecho de que existe una abundante literatura empírica al objeto de contrastar la posibilidad de predecir los rendimientos de los tipos de cambio y que la opinión generalizada es que ningún modelo es capaz de superar (en términos de predicción de rendimientos) al paseo aleatorio. Si a lo anterior añadimos que prácticamente no se han llevado a cabo estudios en relación con la predictibilidad de la variabilidad del tipo de cambio de la peseta; *el objetivo de nuestra tesis es analizar la posibilidad de predecir la volatilidad de los tipos de cambio y determinar cuáles son los modelos más apropiados para tal fin.*

### **Estructura de la Tesis**

Con la finalidad de lograr los objetivos propuestos, la presente Tesis se estructura en cuatro capítulos que, aunque podrían considerarse independientemente, están estrechamente relacionados. Debemos destacar que intentamos aunar, de manera lógica, algunas de las líneas de investigación de reciente aparición, como la linealidad, la no linealidad en varianza, ya sea lineal o no lineal, pudiendo ser, ésta última, tanto conocida como desconocida, y la memoria a largo plazo. Por lo general, estos aspectos han sido analizados de forma independiente en la literatura financiera, sin embargo, consideramos que tratarlos conjuntamente puede ofrecer una visión más compleja y rica del comportamiento subyacente en el mercado de divisas.

En el capítulo primero, como nuestro objetivo es determinar la posibilidad de predecir la volatilidad del tipo de cambio y los modelos más apropiados para ello, realizamos una introducción de los mercados de divisas, su funcionamiento, participantes,

etc., ya que en ellos se fija el tipo de cambio de las monedas de diferentes países. A continuación, efectuamos un recorrido histórico de los modelos de determinación del tipo de cambio, con el fin de ofrecer una visión evolutiva de los mismos hasta la actualidad. Por último, analizamos la gran relevancia que la volatilidad del tipo de cambio, como consecuencia del riesgo cambiario que genera, tiene en el ámbito de la Economía Financiera de la Empresa. Precisamente, éste es el hecho que despierta nuestro interés por predecir dicha volatilidad. Así, llegamos a la conclusión de que la cobertura del riesgo de cambio es fundamental, tanto en el ámbito empresarial, como en el de la teoría financiera. En relación con la empresa, el conocer y gestionar la variabilidad del precio de las monedas permite prever y evitar posibles pérdidas futuras. En el contexto de la teoría financiera, la volatilidad del tipo de cambio se convierte en una variable relevante en la valoración de activos, especialmente de activos derivados, como las opciones sobre divisas.

El segundo capítulo presenta una primera aproximación a la no linealidad en las variaciones de los tipos de cambio (no linealidad en varianza), dentro de un enfoque paramétrico. Nuestro punto de partida lo constituyen, tanto el modelo de paseo aleatorio homocedástico, sustentado durante largo tiempo, teórica y empíricamente, en la literatura financiera, como la consistente evidencia a favor de la existencia de dependencias no lineales y heterocedasticidad en los tipos de cambio. Así, nos introducimos en los modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva, procesos ARCH y sus extensiones y generalizaciones. A continuación, efectuamos un análisis comparativo de la eficiencia predictiva de distintas clases de modelización ARCH, centrándonos en la predicción de la volatilidad de los tipos de cambio.

Para ello, utilizamos las series de observaciones diarias del tipo de cambio de la peseta frente a las 6 monedas anteriormente citadas. El período tratado abarca 25 años. Lógicamente, debido a la amplitud del intervalo temporal que utilizamos, el período es bastante heterogéneo, por lo que consideramos oportuno subdividirlo para efectuar los análisis que abordamos a lo largo de la presente Tesis, con la finalidad de que la mencionada heterogeneidad no reste validez a los resultados obtenidos.

El estudio que efectuamos en el capítulo segundo lo dividimos en dos partes. En la primera de ellas analizamos las regularidades empíricas que habitualmente se abordan en la literatura, mediante el empleo de las técnicas tradicionalmente utilizadas. Así, efectuamos el contraste de raíz unitaria, tanto de las series de tipos de cambio como de sus primeras diferencias, para determinar si son estacionarias. A continuación, estudiamos las características distribucionales básicas de las series y llevamos a cabo un análisis de normalidad y de correlación, tanto conjunta como a nivel individual, de las mismas. Este estudio lo realizamos para las series de rendimientos del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas objeto de análisis y, también, para las series de volatilidades. Consideramos interesante destacar que este primer análisis lo efectuamos tanto para la serie completa de observaciones, como para las nueve submuestras en que la dividimos, relacionando las características estadísticas de las series, observadas en cada período, con los acontecimientos sucedidos durante el mismo en el seno del Sistema Monetario Europeo.

Los resultados que ofrece este análisis preliminar ponen de manifiesto que existen indicios para afirmar que las series exhiben no linealidad en varianza o, lo que es lo mismo, heterocedasticidad. Por ello, en la segunda parte del estudio procedemos a predecir la volatilidad de las series de tipos de cambio mencionadas, mediante diferentes parametrizaciones de modelos ARCH, con el fin de comparar su capacidad predictiva, tanto entre sí, como en relación con el modelo homocedástico.

El capítulo 3 lo dedicamos al análisis de la volatilidad del tipo de cambio mediante otras clases de modelos diferentes de los ARCH: los modelos ARFIMA y no paramétricos. Así, en la primera parte del capítulo 3, consideramos una hipótesis alternativa, también dentro del enfoque paramétrico, recientemente abordada en la literatura, la existencia de memoria a largo plazo. En consecuencia, planteamos la posibilidad de existencia de componentes a largo plazo, modelizables mediante procesos fraccionalmente integrados.

El objetivo que perseguimos se centra en contrastar si las series de volatilidades de los tipos de cambio pueden describirse mediante procesos ARFIMA. Además, nuestro interés sobre esta cuestión se ve acrecentado porque en la mayoría de los estudios realizados sobre memoria a largo plazo se emplean series de rendimientos, sin embargo en nuestro trabajo utilizamos series de volatilidades, sobre las cuáles el fenómeno que nos ocupa prácticamente no ha sido abordado.

Para analizar la plausibilidad de la existencia de dependencias a largo plazo en las series de volatilidades del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas objeto de estudio (subdivididas en tres períodos), que las herramientas tradicionales son incapaces de detectar, nos centramos, de entre los diferentes métodos que existen, en los que consideramos poseen mayor relevancia: en primer lugar, aplicamos el estadístico modificado de Lo (1991), que consiste en una corrección del análisis del rango reescalado clásico o análisis del R/S, propuesto por Hurst (1951). Seguidamente, utilizamos el contraste propuesto por Geweke y Porter-Hudak (1983), por ser una de las aproximaciones concretas diseñadas para estimar el parámetro de diferenciación fraccional. En este estudio comprobamos también las posibles deficiencias y robustez de los contrastes propuestos.

En la segunda parte del tercer capítulo, abandonamos el enfoque paramétrico para adentrarnos en los modelos no paramétricos, con el objeto de predecir la volatilidad del tipo de cambio. Debemos destacar que estos modelos se muestran especialmente potentes en la modelización de dependencias no lineales. Así, la evidencia a favor de componentes no lineales en los datos, provengan éstos de la observación de fenómenos dinámicos o no, plantea el problema de la construcción de modelos de predicción que permitan aprovecharlos. Puesto que, a diferencia de la linealidad, los tipos de no linealidad son múltiples y desconocidos a priori, surge la necesidad de utilizar métodos funcionalmente flexibles que garanticen la aproximación al fenómeno que se pretende abordar.

El centro de atención del segundo estudio efectuado en el capítulo 3, consiste en analizar la posibilidad de predecir la volatilidad de las series del tipo de cambio de la

peseta mediante la técnica de los árboles de regresión (CART) y la regresión localmente ponderada (LOESS), pertenecientes ambas a la clase de modelos no paramétricos. Para comparar la capacidad predictiva de estos métodos en relación con el modelo lineal, efectuamos también las correspondientes predicciones mediante una regresión lineal. El estudio lo efectuamos empleando cinco y diez retardos, para cada una de las monedas y submuestras.

En el último capítulo de la presente Tesis aplicamos, en primer lugar, el contraste BDS de Brock et al. (1987) a los residuos de modelos lineales sobre las series de volatilidades con el objeto de determinar si las series de volatilidades del tipo de cambio contempladas en nuestro trabajo, durante los tres períodos en que subdividimos el conjunto muestral, se presentan independientes e idénticamente distribuidas (IID). Este análisis nos lleva a rechazar, en todos los casos, la hipótesis nula de independiente e idéntica distribución, lo que reafirma nuestra hipótesis de no linealidad en las series de volatilidades del tipo de cambio que analizamos, a la vez que justifica, al no conocer la forma funcional de dicha dependencia, la utilización de métodos no paramétricos, como los empleados en el capítulo anterior, y también las RNA que aplicamos en el presente capítulo.

Mediante el empleo de redes neuronales artificiales, no sólo predecimos, al igual que en el capítulo anterior, la volatilidad del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas contempladas, sino que, además, proponemos un modelo híbrido, basado en la utilización conjunta de las predicciones de los diferentes modelos, con el objeto de mostrar su mayor exactitud frente a las obtenidas con modelos individuales.

Además de lo que ya hemos expuesto para los capítulos segundo, tercero y cuarto, cabe decir que, por motivos expositivos, dichos capítulos son presentados mediante una introducción que nos sitúa en el contexto del tema a abordar. Adicionalmente, se acompañan de epígrafes cuyo objetivo es introducir todos aquellos conceptos teóricos sobre los que descansa cada uno de los análisis efectuados. Todos los capítulos los



terminamos con las principales conclusiones y referencias bibliográficas correspondientes a cada uno e ellos.

Para terminar, se presentan las conclusiones más destacables que emanan de la presente Tesis y que pretenden dar respuesta a las cuestiones que nos planteamos y que incentivaron nuestro interés por los temas abordados.

### **Principales aportaciones**

En la presente Tesis utilizamos numerosos modelos, recorriendo el ámbito de los lineales, no lineales, paramétricos y no paramétricos, con el fin de analizar y resolver un importante problema financiero, la determinación de la volatilidad de los tipos de cambio, de suma importancia para la gestión del riesgo empresarial y la valoración de opciones. Debemos destacar no sólo la dificultad que entrañan los fundamentos teóricos de muchas de las técnicas empleadas, sino también, su intensividad computacional derivada, en parte, de los procedimientos de cálculo iterativo.

Consideramos que el enfoque globalizado y la pluralidad de métodos utilizados, así como el ámbito al que los aplicamos (volatilidad de los tipos de cambio) permite que nuestras aportaciones resulten interesantes en el campo de la economía financiera y cuantitativa.

A continuación exponemos, brevemente, las principales aportaciones que surgen a lo largo de nuestro trabajo:

En primer lugar, debemos destacar que presentamos unificadamente los distintos modelos de predicción de volatilidad del Tipo de Cambio. Pensamos que el ofrecer un estudio conjunto de los mismos puede proporcionar una visión mucho más completa y clara de la dinámica subyacente en la volatilidad del tipo de cambio, que el tratar las diferentes posibilidades de modelización de manera inconexa.

En el capítulo segundo, tras realizar un detallado análisis estadístico de las series de rendimientos y volatilidades de los Tipos de Cambio, efectuamos una comparación exhaustiva sobre la calidad predictiva de los modelos tipo ARCH. En nuestro conocimiento, se trata de la comparación más extensa de las realizadas en la literatura, ya que empleamos series de tipos de cambio de la peseta frente a seis monedas y realizamos cientos de miles de predicciones. Como resultados principales destacamos los siguientes:

- 1- los modelos ARCH tienen capacidad predictiva. Este resultado difiere del que obtienen autores relevantes (Pagan y Schwert, 1990; West y Cho, 1995).
- 2- el modelo homocedástico es claramente inferior a los modelos tipo ARCH, lo que supone que la volatilidad es predecible en algún grado
- 3- ningún modelo domina sistemáticamente a lo largo del tiempo
- 4- la calidad de cada modelo varía según la medida de error empleada.

En el capítulo tercero, ponemos de manifiesto una clara evidencia de que las series de volatilidades de los tipos de cambio objeto de análisis exhiben memoria a largo plazo, es decir, el nivel de volatilidad es persistente en el tiempo. Desafortunadamente, no existen en la actualidad herramientas informáticas que permitan efectuar predicciones con procesos ARFIMA, por lo que, a pesar de su interés, nos ha sido imposible verificar si la existencia de memoria de largo plazo se traduce en mejoras significativas respecto de otros modelos. No obstante, los resultados teóricos muestran que una especificación incorrecta de los modelos fraccionales puede tener implicaciones muy adversas en el terreno predictivo a largo plazo (Crato, 1992; Ray, 1993). En este sentido, Ray y Crato (1994) indican que los modelos ARFIMA presentan una escasa eficiencia predictiva.

También en el capítulo tercero, ofrecemos una clara evidencia de que existe falta de acuerdo entre los contrastes empleados para detectar la existencia de dependencias a largo plazo (respecto del RRM y estadístico GPH) en cuanto al valor estimado del parámetro de diferenciación fraccional. Asimismo, mostramos que el procedimiento de GPH con las modificaciones propuestas por Künsch resulta inoperante para la identificación del modelo.

Otra de nuestras aportaciones, en este mismo capítulo, radica en que empleamos, por primera vez en la literatura, varios modelos no paramétricos para predecir la volatilidad del tipo de cambio. A pesar de efectuar un análisis detallado de los modelos y de haber empleado, a diferencia de Pagan y Schwert (1990) y West y Cho (1995), un procedimiento cuidadoso para evitar el problema del sobreaprendizaje o sobreparametrización, demostramos que, generalmente, no superan al modelo lineal. Pensamos que este resultado puede deberse a que hemos empleado una muestra fija, seleccionada a priori, tanto para la elección del modelo óptimo (fase de aprendizaje), como para la estimación de dicho modelo a partir del cuál predecimos (fase de predicción), lo cuál únicamente es consistente si el proceso generador de datos es estable, al impedir la incorporación en los modelos que empleamos de la llegada al mercado de nueva información.

Además, en nuestro contexto de regresión dinámica, consideramos que, posiblemente, la técnica del “bootstrapping” sea la más apropiada para seleccionar el modelo óptimo en la fase de entrenamiento.

En el capítulo cuarto, presentamos una sólida evidencia sobre la existencia de comportamientos no lineales en las series de volatilidades del tipo de cambio, lo que justifica el empleo de modelos no paramétricos, ya que partimos del supuesto de que la forma funcional de la dependencia es desconocida.

Otra aportación en el mismo capítulo se refiere a que proponemos el uso de Redes Neuronales Artificiales para predecir la volatilidad del tipo de cambio de la peseta. Además, realizamos un exhaustivo análisis comparativo, en cuanto a capacidad predictiva, de las RNA frente a otros tipos de modelizaciones (hasta la fecha no conocemos ningún estudio que efectúe un análisis de estas características tan extenso como el nuestro). Debemos destacar que las predicciones se obtienen de forma dinámica. Obtenemos los siguientes resultados:

1. ningún modelo (ARCH, GARCH, EGARCH, GJR y RNA) se muestra absolutamente superior para todas las monedas y horizonte de predicción.
2. la volatilidad es predecible en algún grado, pues el modelo homocedástico, generalmente, se muestra claramente inferior.
3. la capacidad predictiva de las Redes Neuronales Artificiales, en media, es algo superior a la de los modelos tipo ARCH.

Nuestra última aportación es que planteamos modelos de predicción de volatilidad basados en la técnica de las Redes Neuronales Artificiales, que utilizan conjuntamente las predicciones de los diferentes modelos anteriores (homocedástico y modelos de la clase ARCH), al objeto de mostrar su mayor exactitud frente a las obtenidas con modelos individuales. Los resultados muestran lo siguiente:

1. generalmente, las redes superan claramente a la media de los modelos paramétricos, presentando en algunos casos mejoras espectaculares.
2. el modelo lineal, que también combina las predicciones arriba mencionadas, mejora, en general, a la media de los paramétricos, no obstante, la mejora es más clara y significativa en el caso de las RNA.
3. el comportamiento de ambos modelos muestra claras diferencias, ya que en algunos casos domina la RNA, mientras que en otros el modelo lineal se muestra superior, según el horizonte de predicción y moneda tomada en consideración.
4. tanto las redes, como la combinación lineal y el mejor modelo paramétrico superan claramente al homocedástico, lo que muestra que tienen capacidad predictiva.
5. no es posible decantarse absolutamente por alguno de los modelos considerados (red neuronal, combinación lineal y mejor modelo paramétrico), ya que ninguno de ellos domina sistemáticamente a los otros.
6. la superioridad de algún modelo frente al resto de los contemplados depende de la moneda y momento del tiempo de que se trate.

7. el modelo híbrido que proponemos, sí parece comportarse mejor que la media de los paramétricos y que los modelos de RNA que predicen a partir de la serie histórica de observaciones.

## Referencias

- BAILLIE, R. y MYERS, R., (1991): "Modeling Commodity Price Distributions and Estimating the Optimal Futures Hedge", *Journal of Applied Econometrics* 6, pp. 109-124.
- BERTOLA, R. y CABALLERO, R., (1992): "Target Zones and Realignments", *The American Economic Review*, vol. 82, n° 3, pp. 520-536.
- BLACK, F. y SCHOLES, M., (1973): "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy*, Mayo-Junio, pp. 637-659. Traducido en *Cuadernos Económicos del ICE*, 32, 1986/1, pp. 33-50.
- BOLLERSLEV, T., (1986): "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics* 31, pp. 307-327.
- BOLLERSLEV, T., CHOU, R.Y. y KRONER, K.F., (1992): "ARCH Modelling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence", *Journal of Econometrics* 52, pp. 5-59.
- BRANSON, W.H., (1976): "Portfolio Equilibrium and Monetary Policy with Foreign and Nontraded Assets", en CLAASSEN, E. y SALIN, P. (eds.), *Recent Issues in International Economics*, Amsterdam, North - Holland, pp. 241-250.
- BRANSON, W.H., (1977): "Asset Markets and Relative Prices in Exchange Rate Determination", *Sozialwissenschaftliche Annalen*, 1, pp. 69-89.
- BROCK, W., DECHERT, W. y SCHEINKMAN, J., (1987): "A Test for Independence Based on the Correlation Dimension", Working Paper, University of Chicago.
- CASSEL, G., (1916): "The Present Situation on the Foreign Exchanges", *Economic Journal* 8, pp. 62-65.
- CRATO, N., (1992): "Long-Memory Time Series Misspecified as Nonstationary ARIMA", *American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section Proceedings*, pp. 82-87.

- DE GRAUWE, P. y VANSANTEN, K., (1990): "Deterministic Chaos in the Foreign Exchange Market", Discussion Paper 370, Centre for Economic Policy Research.
- DIEBOLD, F.X. y NASON, J.M., (1990): "Nonparametric Exchange Rate Prediction?", *Journal of International Economics* 28, pp. 315-332.
- DORNBUSCH, R., (1976): "Expectations and Exchange Rates Dynamics", *Journal of Political Economy* 84, pp. 1161-1176.
- ENGLE, R.F., (1982): "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica* 50, pp. 987-1008.
- ENGLE, R.F., HONG, C., KANE, A. y NOH, J., (1992): "Arbitrage Valuation of Variance Forecasts with Simulated Options", Discussion Paper 92-19, Department of Economics, University of California, San Diego.
- ENGLE, R.F. y NG, V.K., (1993): "Measuring and Testing the Impact of News on Volatility", *Journal of Finance*, 5., pp. 1749-1778.
- EVANS, G.W., (1986): "A Test for Speculative Bubbles in the Sterling-Dollar Exchange Rate : 1981-84", *American Economic Review* 76, pp. 621-636.
- FLEMING, J.M., (1962): "Domestic Financial Policies Under Fixed and Under Floating Exchange Rates", *IMF Staff Papers*, 9, pp. 369-379.
- FRANK, M. y STENGOS, T., (1988): "Chaotic Dynamics in Economic Time-Series", *Journal of Economic Surveys* 2, pp. 103-133.
- FRANKEL, J.A. y FROOT, K., (1990): "Chartists, Fundamentalists, and the Demand for Dollars", en COURAKIS, A. y TAYLOR, M. (eds.), *Private Behaviour and Government Policy in Interdependent Economies*, Oxford, Clarendon Press, pp. 73-128.
- FRENKEL, J.A., (1976): "A Monetary Approach to the Exchange Rate : Doctrinal Aspects and Empirical Evidence", *Scandinavian Journal of Economics* 78, pp. 200-224.
- GEWEKE, J. y PORTER-HUDAK, S., (1983): "The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models", *Journal of Time Series Analysis*, vol. 4, nº 4, pp. 221-238.

- GLOSTEN, L.R., JAGANNATHAN, R. y RUNKLE, D.E., (1993): "On the Relationship Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks", *Journal of Finance* 48, 5, pp.1779-1801.
- GRANGER, C.W.J., (1980): "Long Memory Relationships and the Aggregation of Dynamic Models", *Journal of Econometrics*, 14, pp. 227-238.
- GRANGER, C.W.J. y JOYEUX, R., (1980): "An Introduction to Long-Memory Time Series Models and Fractional Differencing", *Journal of Time Series Analysis*, 1, pp. 15-29.
- HSIEH, D.A., (1988): "The Statistical Properties of Daily Foreign Exchange Rates : 1974-1983", *Journal of International Economics* 24, pp. 129-145.
- HURST, H.E., (1951): "Long-Term Storage Capacity of Reservoirs", *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116, pp. 770-799.
- KRUGMAN, P., (1991): "Target Zones and Exchange Rate Dynamics", *Quarterly Journal of Economics* 106, pp. 669-682.
- LO, A.W., (1991): "Long-Term Memory in Stock Market Prices", *Econometrica*, vol. 59, n° 5, pp. 1279-1313.
- MANDELBROT, B., (1963): "The Variation of Certain Speculative Prices", *Journal of Business* 36, pp. 394-419.
- MAÑAS, L.A., (1986): "Contrastación de la Hipótesis del Paseo Aleatorio: El Caso del Tipo de Cambio de la Peseta-Dólar", *Información Comercial Española*, 632, pp. 25-43.
- MEADE, J.E., (1951): *The Theory of International Economic Policy*, Vol. 1, *The Balance of Payments*, Londres, Oxford University Press.
- MEESE, R.A., (1986): "Testing for Bubbles in Exchange Markets : A case of Sparkling Rates", *Journal of Political Economy* 94, pp. 345-373.
- MUSSA, M., (1979): "Empirical Regularities in the Behavior of Exchange Rates and Theories of the Foreign Exchange Market", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 11, pp. 9-57.
- NELSON, D.B., (1991): "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns : A New Approach", *Econometrica*, vol.59,2, pp. 347-370.



- PAGAN, A.R. y SCHWERT, G.W., (1990) : "Alternative Models for Conditional Stock Volatility", *Journal of Econometrics*, 45, pp. 267-290.
- RAY, B.K., (1993) : "Modeling Long Memory Processes for Optimal Long-Range Prediction", *Journal of Time Series Analysis*, 14, pp. 511-525.
- RAY, B.K. y CRATO, N., (1994) : "Model Selection and Forecasting of Long-Range Dependent Processes: Results of Simulation Study", diciembre, Mimeo.
- SOWELL, F., (1992) : "Maximum Likelihood Estimation of Stationary Univariate Fractionally Integrated Time Series Models", *Journal of Econometrics*, 53, pp. 165-188.
- WEIGEND, A.S., HUBERMAN, B.A. y RUMELHART, D.E., (1992) : "Predicting Sunspots and Exchange Rates with Connectionists Networks", en CASDAGLI, M. y EUBANK, S. (eds.), *Nonlinear Modelling and Forecasting*, Addison Wesley, Santa Fe, pp. 395-428.
- WEST, K.D. y CHO, D., (1995) : "The Predictive ability of Several Models of Exchange Rate Volatility", *Journal of Econometrics* 69, pp. 367-391.

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1 Introducción

En la presente Tesis analizamos y aplicamos numerosos modelos de predicción de la volatilidad del tipo de cambio. Como ya hemos comentado, el objetivo que pretendemos alcanzar con nuestro trabajo es obtener una evidencia empírica, hasta ahora prácticamente inexistente, a favor o en contra de la predictibilidad del tipo de cambio. Nuestro estudio, concretamente, hace referencia al tipo de cambio de la peseta frente a otras seis monedas.

Con el fin de seguir el desarrollo posterior del trabajo que efectuamos, así como de destacar la relevancia del mismo, consideramos necesario introducir este primer capítulo, en el cuál sentamos una serie de ideas básicas, dentro del ámbito en que se desenvuelve nuestro estudio. Así, en el presente capítulo, en la sección 1, pretendemos introducirnos en el concepto de divisa y tipo de cambio, ofrecer una imagen de la evolución de los modelos teóricos de determinación del tipo de cambio desarrollados en la literatura económica y financiera y, por último, fijar las ideas relevantes acerca de la importancia que la volatilidad del tipo de cambio (medida que cuantifica el riesgo de cambio) y su predicción tienen desde una perspectiva, tanto de la empresa en particular, como de la Economía Financiera en general.

La estructura del capítulo es la siguiente: en la sección 2, exponemos las características, funcionamiento y organización del mercado de divisas, así como el concepto de tipo de cambio. La sección 3 la dedicamos a ofrecer una imagen general de los diferentes modelos teóricos que describen el comportamiento de los tipos de cambio, desde sus orígenes, hasta la actualidad. En la sección 4 nos centramos en el concepto de riesgo de cambio y la medida del mismo, la volatilidad del tipo de cambio. A lo largo de la mayor parte de esta última sección nos ocupamos de destacar la relevancia de la volatilidad del tipo de cambio, así como de la gestión del riesgo que la misma conlleva, para la empresa. Además, extendemos nuestra exposición a la importancia que la mencionada volatilidad tiene en el contexto de los modelos de valoración de activos derivados, en nuestro caso, cuyo subyacente es la moneda extranjera.

## **1.2 Los mercados de divisas**

A mediados de la década de los setenta comienza una nueva etapa en las finanzas internacionales como consecuencia, básicamente, de la ruptura de la disciplina cambiaria nacida en Bretton - Woods y el desarrollo de los mercados financieros externos. Los principales hechos que caracterizan esta nueva etapa son: el crecimiento de los flujos financieros a nivel internacional, el dominio del mercado en la asignación de liquidez y la creciente eliminación de las restricciones reguladoras sobre tales flujos financieros. Todo ello conduce a una integración económica y financiera internacional cada vez más acusada.

En este contexto, las operaciones de carácter internacional, tanto de bienes y servicios, como financieras, cobran una gran importancia, lo que ocasiona, unido a la inestabilidad cambiaria producida tras el sistema de Bretton - Woods e implantación del sistema de tipos de cambio flotantes, que la determinación de los tipos de cambio adquiera un interés enorme.

Cuando se realizan transacciones económicas a nivel internacional surge el problema de que como cada país acuña su propia moneda, los cobros y pagos que dichas transacciones generan están denominados en diferentes unidades de cuenta. Este problema lo resuelve el

mercado de divisas pues, al establecer el valor de cambio de las distintas monedas, permite la homogeneización monetaria necesaria para poder efectuar operaciones, ya sean comerciales o financieras, a nivel internacional. Así, afirmamos que la principal función del mercado de divisas es canalizar las operaciones de carácter supranacional.

Una segunda función derivada de la anterior es que el mercado de divisas vincula los distintos segmentos de los mercados financieros internacionales, por lo cual se le considera como el mercado base de los mercados financieros internacionales y es el de mayor volumen de negociación. De lo anteriormente apuntado se desprende que, la justificación de la existencia del mercado de divisas reside en que los diversos países del mundo acuñan su propia moneda y, por tanto, emplean distintas monedas para denominar sus transacciones. Además, es el mercado financiero que ha experimentado un mayor crecimiento en los últimos años.

El momento en que se liquidan las transacciones es determinante del segmento de mercado en que se efectúa la operación, distinguiéndose entre mercado al contado (spot) y mercado a plazo (forward). El mercado de divisas, a través de su segmento a plazo, permite cubrirse del riesgo de cambio, es decir, del riesgo de fluctuación del valor de una moneda, porque en las operaciones a plazo se fija por adelantado el tipo de cambio. Por último, podemos añadir que el mercado de cambio proporciona financiación a las transacciones de carácter internacional.

El precio en el mercado de cambios, tiene un significado algo distinto del que cobra en los otros mercados. Es una relación de intercambio, que indica la cantidad de moneda de un país que hay que entregar para obtener un determinado montante de moneda nacional de otro país, y por ello recibe la denominación de tipo de cambio.

Hoy en día, el mercado de divisas se caracteriza por la gran integración existente entre los distintos mercados locales de divisas en un amplio mercado internacional, debido al perfeccionamiento de las comunicaciones entre dichos mercados nacionales y a la internacionalización de la actividad comercial y financiera, cada vez más acusada.

Ante lo expuesto, el mercado de divisas es un mercado "over the counter" (OTC), es decir, un mercado no organizado, que carece de una localización física y geográfica determinada, donde los negociadores se reúnen para intercambiar divisas. Es un mercado internacional, pues en él negocian bancos de un mismo país entre sí y también, con los bancos de otros países. Los operadores de este mercado (oferentes y demandantes) están situados en las oficinas de los bancos comerciales principales de todo el mundo y se comunican a través de terminales<sup>1</sup>, teléfonos, télex y otros sistemas de comunicación, por medio de los cuales realizan las operaciones.

El mercado de divisas funciona, prácticamente, durante las veinticuatro horas del día, pues cuando termina la jornada de contratación en una plaza financiera determinada, en otras continúa e incluso algunas comienzan a negociar. Debido a esto, el mercado produce cotizaciones constantemente a lo largo del día en diferentes partes del mundo y los bancos pueden operar durante las veinticuatro horas del día acudiendo al mercado correspondiente que esté en funcionamiento en ese momento. Cuando un centro abre, las operaciones que en dicho centro comienzan a efectuarse toman como tipo de cambio de referencia el de las últimas operaciones efectuadas, en el centro precedente.

La localización geográfica de las plazas operativas no influye en la organización y desarrollo global del mercado. Esto se debe a que, cualquier cambista puede conocer en cualquier momento los tipos de cambio a los cuales están operando los otros cambistas, así como operar con cualquiera de ellos, sea cual sea la plaza en que operan, debido a la interconexión continua del mercado, lo que le da ese carácter de mercado internacional cuasi perfecto.

La volatilidad de los precios, sobre todo de los precios spot, exige una gran rapidez de intervención de los cambistas. Por ello, un precio recién anunciado o cotizado a otro cambista, solamente es válido durante escasos segundos. En este mercado, dominado por un

---

<sup>1</sup> Tales como los sistemas de "Reuters" y "Telerate".

ambiente tan volátil, en que los precios cambian constantemente, el orden y la liquidez no se pueden mantener si no es gracias a una cierta deontología, que se puede resumir en dos reglas: respeto a la palabra dada y obligación recíproca de cotizar.

En relación a la obligación de cotizar, cualquier banco que pide cotización a otro con el que tiene límite operativo, está obligado a cotizarle en caso de que éste se lo solicite. Los grandes bancos se comprometen a ser *creadores de mercado* (“market makers”), es decir, son responsables de asegurar la liquidez del mercado. De este modo, los bancos se obligan a cotizar precios, regularmente, frente a los otros bancos.

El mercado se rige por el principio de cotización de precios en un doble sentido. Dicho principio consiste en que, cuando un banco recibe una llamada de otro pidiendo cotización, le cotizará un doble precio: comprador y vendedor, es decir, el precio al cual el banco que ofrece cotización está dispuesto a comprar y a vender, respectivamente, la divisa en cuestión. Cuando un banco cotiza un determinado precio, está obligado a negociar, al menos hasta unos importes limitados, al precio que cotiza. Estas reglas de comportamiento o deontología del mercado aseguran su liquidez y fiabilidad. En el mercado cambiario se imponen, necesariamente, normas muy estrictas de funcionamiento aceptadas por todos sus participantes. Esto se debe a que las transacciones se cierran verbalmente, por lo cual, dichas operaciones se basan en la confianza existente entre los operadores.

Los participantes en el mercado de divisas, frente a su posición, actúan para cubrirse del riesgo de cambio, como especuladores o como arbitrajistas. Estos tres comportamientos son los motores del desarrollo y liquidez del mercado y pueden ser adoptados por los distintos agentes, sucesiva o simultáneamente, según sus necesidades, su grado de aversión hacia el riesgo y sus expectativas.

Para finalizar añadimos que, el volumen más importante de operaciones en divisas se efectúa a través del mercado interbancario y que ésta ha sido la actividad bancaria que más se ha desarrollado en las últimas décadas. Así, dado el hecho de que las transacciones comerciales representan sólo una pequeñísima parte de las operaciones realizadas en el

mercado cambiario, cabe destacar la relevancia de las transacciones financieras frente a las de índole comercial. Pues bien, si a lo anterior unimos el que, debido a que la mayor parte de la operatoria en el mercado de divisas tiene lugar entre bancos creadores de mercado, sus acciones y expectativas dominan el componente especulativo que conlleva el proceso de fijación de los tipos de cambio. En consecuencia, algunos factores, utilizados como base de las decisiones adoptadas por los operadores interbancarios, son determinantes en el comportamiento de los tipos de cambio a corto plazo, mientras que otras variables macroeconómicas, como los déficits comerciales, el nivel de precios relativos, etc, aunque resulte paradójico, pueden tener una importancia limitada.

### 1.3 Modelos teóricos del comportamiento de los tipos de cambio

A continuación, vamos a ofrecer una visión panorámica sobre los principales modelos teóricos desarrollados para la determinación del tipo de cambio. En nuestro recorrido por los distintos modelos elaborados a lo largo del tiempo, seguimos, en líneas generales, los desarrollos de Bajo y Sosvilla (1993) y Del Río (1996). En la tabla 1.1 ofrecemos un resumen de los principales modelos que a continuación exponemos, con el fin de ofrecer una visión más clara de su evolución.

El primer esfuerzo formalizado de modelización del comportamiento de los tipos de cambio lo constituye la *Teoría de la Paridad del Poder Adquisitivo (PPA)*, que centra su poder explicativo en variables de carácter real. Existen dos versiones de esta teoría: la versión absoluta y la relativa.

En su *versión absoluta*, la PPA es una generalización de la “ley del precio único” que propone que, bajo la ausencia de restricciones a los intercambios y existencia de flexibilidad de precios, el precio de un mismo bien debe ser idéntico en los distintos países en que se negocia, por lo que el tipo de cambio nominal entre dos monedas debe ser aquél que iguale el poder adquisitivo de ambas monedas. Es decir, el tipo de cambio nominal de la moneda doméstica se determina por la relación entre los niveles de precios

domésticos y extranjeros. Ante la rigidez de esta versión, se formula la versión relativa de la PPA que es mucho más flexible.

**TABLA 1.1**

**Modelos de determinación del tipo de cambio**

MODELOS			REFERENCIAS
1- Teoría de la Paridad del Poder Adquisitivo (PPA)			Cassel (1916)
2- Modelos de flujos			Meade (1951), Fleming (1962)
3- Modelos de activos	Enfoque	Precios flexibles	Frenkel (1976), Mussa (1976)
	monetario	Precios rígidos	Dornbusch (1976), Frankel (1979)
	Modelo de equilibrio de cartera		Branson (1976,1977), Kouri (1976)
4- Modelos que consideran el tipo de cambio como el precio de un activo financiero			Mussa (1979)
5- Burbujas especulativas			Blanchard (1979), Evans (1986)
6- Modelos que proponen la existencia de chartistas y fundamentalistas en el mercado			Frankel y Froot (1990)
7- Modelos de volatilidad condicional ARCH, GARCH			Engle (1982), Bollerslev (1986)
8- Modelos basados en la teoría del caos			Frank y Stengos (1988)
9- Modelos de zonas objetivo			Krugman (1991)

La *expresión relativa* de la PPA establece que las variaciones del tipo de cambio deben compensar las fluctuaciones en los niveles de precios anteriormente mencionados. De este modo, la moneda de un país cuya tasa de inflación es relativamente superior (inferior) a la de otro debe depreciarse (apreciarse) frente a la de este último en un porcentaje similar al diferencial entre las tasas de inflación.

Las primeras versiones de este enfoque hacían referencia a relaciones únicamente bilaterales entre dos monedas. Sin embargo, las aproximaciones más recientes consideran



los efectos multilaterales, proporcionando una idea de variación de precios relativa con los países con los que se comercia, a través del concepto de tipo de cambio efectivo real (TCER).

La PPA en sus dos versiones ha sido objeto de múltiples contrastes empíricos, proporcionando resultados bastante desfavorables<sup>2</sup>. Este fracaso empírico puede deberse a ciertos factores como los costes de información y transporte, barreras al comercio internacional y otras imperfecciones de mercado, que pueden impedir la actuación de los arbitrajistas, dando así lugar a desviaciones respecto de la PPA. Otro elemento importante a considerar son los distintos métodos utilizados entre países al elaborar los índices agregados de precios, los cuáles suelen diferir en sus ponderaciones, así como que éstos incorporen bienes comerciables y no comerciables.

En definitiva, no podemos considerar la PPA como un teoría que explique estrictamente la formación del tipo de cambio a partir de los precios relativos sino, en el mejor de los casos, como una relación de equilibrio a largo plazo entre ambos.

A continuación, vamos a analizar un conjunto de modelos que explican la determinación del tipo de cambio a partir de otras variables macroeconómicas.

Los primeros modelos macroeconómicos, desarrollados en los años cincuenta, época de esplendor de los tipos de cambio fijos, son los denominados *modelos de flujos*. Según este enfoque, el tipo de cambio es un precio que se determina, como en cualquier mercado de bienes, por sus curvas de oferta y demanda, cuya formación depende de los flujos internacionales de bienes y servicios. Así, las variaciones del tipo de cambio permiten equilibrar la oferta y demanda de divisas, siendo la condición Marshall-Lerner la que garantiza la estabilidad del mercado cambiario.

---

<sup>2</sup> Véanse, por ejemplo, Frenkel (1981a) y Taylor (1988).

Este modelo no incorpora los movimientos de capital entre países, pues cuando se desarrolló, éstos eran prácticamente inexistentes, y las transacciones internacionales consistían, básicamente, en importaciones y exportaciones de mercancías. En este sentido, destaca la aportación realizada a este enfoque por Meade (1951), Fleming (1962) y Mundell (1963) que introducen los movimientos de capital en la determinación del tipo de cambio. La principal crítica a estos modelos radica en que “el modelo predeciría que el tipo de cambio podría estar en equilibrio aún en el caso en que el país registrase un déficit persistente por cuenta corriente, siempre y cuando el tipo de interés nacional fuese lo suficientemente elevado como para mantener unas entradas netas de capital. Ello tendría como consecuencia un endeudamiento potencialmente infinito frente a los no residentes, una situación que, como es obvio, no podría mantenerse indefinidamente”<sup>3</sup>.

Frente a los anteriores modelos que subrayan el papel de la cuenta corriente de la balanza de pagos surge, a comienzos de los setenta, coincidiendo con la crisis del sistema de Bretton Woods y el paso a la libre flotación de los tipos de cambio, el denominado *enfoque de activos* que pone el énfasis en la cuenta de capital de la balanza de pagos. Los modelos de activos proponen que las variaciones de los tipos de cambio flexibles tienen el objeto de equilibrar los movimientos de capitales entre diferentes países.

El enfoque de activos se bifurca en una doble vertiente: *los modelos monetarios* y *los modelos de equilibrio de carteras*. Ambos enfoques tienen en común su punto de partida: el supuesto de movilidad perfecta de capitales a nivel internacional. Su principal motivo de discrepancia es que el enfoque monetario considera a los activos nacionales y extranjeros como sustitutos perfectos, mientras que el enfoque de equilibrio de cartera relaja este supuesto.

Los *modelos monetarios* consideran que el tipo de cambio se determina por el equilibrio en el mercado de dinero, es decir por la oferta y demanda de dinero nacional y extranjero, ya que los inversores se muestran indiferentes ante componer sus carteras con

---

<sup>3</sup> Bajo y Sosvilla Rivero (1993, p.181).

activos nacionales o extranjeros, siempre que proporcionen idénticos rendimientos esperados, como consecuencia de la hipótesis de sustituibilidad perfecta entre los mismos.

Existen dos versiones del enfoque monetario: la de *precios flexibles*, propuesta por Frenkel (1976), Mussa (1976) y Bilson (1978) y la de *precios rígidos*, cuyos precursores son Dornbusch (1976) y Frankel (1979). La primera de ellas considera que el tipo de cambio se determina, en última instancia, por los niveles relativos, entre los dos países considerados, de la oferta y demanda monetaria. Esta última variable no se introduce explícitamente en el modelo, su repercusión se toma en consideración, indirectamente, a través del efecto que sobre la misma tienen los niveles relativos de la renta y los tipos de interés. El modelo monetario de precios rígidos coincide con el de precios flexibles en cuanto a la descripción del comportamiento del tipo de cambio a largo plazo. Sin embargo, en el corto plazo, al introducir el supuesto de rigidez de precios, ambas versiones presentan importantes discrepancias.

Que los precios sean rígidos a corto plazo implica que éstos sólo responden gradualmente a excesos de oferta o demanda en el mercado de bienes y que la PPA se cumple a largo plazo, pero no en el corto plazo. Por ello, en la versión de precios flexibles una mayor diferencia entre los tipos de interés nominales, favorable al mercado nacional, refleja un diferencial de tasas de inflación también mayor, lo que, en virtud de la PPA, conduce a una depreciación de la moneda doméstica, mientras que en el modelo de precios rígidos, como consecuencia de la rigidez de los precios a corto plazo e incumplimiento de la PPA, ese aumento del diferencial de los tipos de interés nominales del mercado local en relación con los del extranjero, proporciona un incentivo a la entrada de capitales que se traduce en una apreciación de la moneda nacional.

La versión de precios rígidos del modelo monetario presenta una destacable propiedad que consiste en que permite predecir la observada sobrerreacción que muestran los tipos de cambio en el corto plazo, como respuesta a actuaciones de política monetaria no anticipadas por los agentes, esto es; a corto plazo los tipos de cambio reaccionan en

exceso, apreciándose o depreciándose en una cuantía superior a la que les permitiría situarse en su valor de equilibrio a largo plazo.

Este fenómeno de sobrerreacción queda justificado, en último término, por la hipótesis de la diferente velocidad de ajuste en los mercados de bienes y de activos, puesto que ante la presencia de cualquier shock, los últimos se ajustarían de inmediato mientras que los mercados de bienes lo harían gradualmente.

Los modelos monetarios de precios rígidos han sido objeto de múltiples extensiones, como son los trabajos de Wilson (1979), Buitier y Miller (1981,1982) y Driskill y McCafferty (1985), entre otros, que generalizan la mencionada sobrerreacción de los tipos de cambio.

Por otra parte, Hooper y Morton (1982) incorporan, en este tipo de modelos, el efecto que la balanza por cuenta corriente ejerce en la determinación del tipo de cambio, el cual, anteriormente no se contemplaba en los mismos.

Así, estos autores, obtienen una ecuación para la determinación del tipo de cambio nominal que añade a la del modelo monetario de precios rígidos los efectos de la balanza corriente, que por una parte actúan directamente, por medio de una modificación de las expectativas sobre el tipo de cambio real de equilibrio y, por otra parte, indirectamente, a través de su influencia sobre la prima de riesgo.

Para llegar al resultado anterior, dichos autores modifican la versión de precios rígidos del modelo monetario, permitiendo tanto variaciones en el tipo de cambio real de equilibrio a largo plazo como la existencia de una prima de riesgo. El tipo de cambio real de equilibrio lo definen como “aquél que en el largo plazo equilibra el saldo de la balanza por cuenta corriente” y consideran que la prima de riesgo depende de los movimientos de capital, que a su vez poseen dos componentes : la balanza corriente y la variación de las reservas.

A pesar de todo lo expuesto, los modelos monetarios, tanto en su versión de precios rígidos como de precios flexibles, no proporcionan resultados satisfactorios a la hora de explicar las regularidades empíricas observadas en el comportamiento de los precios de las divisas.

El enfoque de cartera, por otra parte, subraya las diferencias que existen entre los activos nacionales y los extranjeros. La inexistencia de sustituibilidad perfecta entre dichos activos se debe, fundamentalmente, a factores como el riesgo de cambio, el riesgo crediticio asociado con activos financieros denominados en monedas distintas, el riesgo político, la existencia de controles de capital y la propia información que poseen los agentes sobre los activos.

El *modelo de equilibrio de cartera* es originalmente formulado por Branson (1976,1977) y Kouri (1976), quienes proponen que la riqueza financiera de los residentes nacionales puede invertirse tanto en dinero nacional, como en bonos, ya sean nacionales o extranjeros.

Este modelo supone, en primer lugar, que los residentes extranjeros no mantienen activos (dinero o bonos) nacionales, en éstos sólo invierten su riqueza los residentes nacionales, por lo que la demanda de activos nacionales por parte de no residentes no se incluye en el citado modelo. En segundo término, supone que en cada momento del tiempo las expectativas son estáticas y, además, los stocks de dinero nacional, bonos nacionales y bonos extranjeros que detentan los residentes nacionales están dados, es decir, son variables exógenas. Por último, que la economía nacional es pequeña y, en consecuencia, el tipo de interés extranjero también es exógeno.

El modelo concluye que la moneda nacional se aprecia (deprecia) cuando disminuye (aumenta) el stock de dinero, se reduce (se incrementa) el tipo de interés extranjero y aumenta (disminuye) la cantidad de bonos extranjeros en manos de residentes nacionales. La relación entre las variaciones del tipo de cambio y del stock de bonos nacionales no es única, pues depende de la sustituibilidad de los bonos nacionales en

relación con los bonos extranjeros y con el dinero. Ante una disminución (aumento) del stock de bonos nacionales, la moneda doméstica se aprecia (deprecia), solamente, si dentro de la cartera de inversión el dinero y los bonos nacionales, entre sí, son mejores sustitutos que los bonos nacionales y los extranjeros<sup>4</sup>.

De lo anteriormente expuesto podemos deducir que el tipo de cambio a corto plazo está determinado por las condiciones de equilibrio en los mercados de activos, no obstante, dicho tipo de cambio puede coexistir con un desequilibrio de la balanza corriente.

Siguiendo dentro del enfoque de activos, Kouri (1983), elabora un modelo dinámico y de equilibrio parcial, el cual relaciona el tipo de cambio y el saldo de la balanza corriente, saldo que supone igual a la acumulación de activos extranjeros en manos de residentes nacionales. El resto de hipótesis que considera el autor coinciden con las introducidas en el modelo anterior.

Según las ecuaciones de este modelo si la cantidad de activos extranjeros detentados por residentes nacionales, a corto plazo, es menor (mayor) que el stock de equilibrio a largo plazo, entonces, la moneda local estará depreciada (apreciada) en relación con su valor de equilibrio, por lo que se producirá un superávit (déficit) corriente y se acumularán (desacumularán) activos extranjeros, de manera que el tipo de cambio se apreciará (depreciará) hasta que el stock de bonos extranjeros y el tipo de cambio alcancen sus valores de equilibrio a largo plazo. Así, según este modelo, existe un tipo de cambio de equilibrio para el cual la acumulación de activos extranjeros deja de producirse y el saldo de la balanza por cuenta corriente está en equilibrio.

A diferencia del análisis anterior que, como apuntamos, hace referencia a una situación de equilibrio parcial, Dornbusch y Fischer (1980) elaboran un modelo de equilibrio general. De acuerdo con este modelo, al suponer que el mercado monetario está

---

<sup>4</sup> Para más detalles, véase Branson (1976).

permanentemente en equilibrio como consecuencia de la total flexibilidad de los precios, cuando la balanza por cuenta corriente de un país presenta un saldo positivo (negativo), el tipo de cambio real de la moneda de dicho país se apreciará (depreciará) de manera automática como respuesta a una perturbación no anticipada. Posteriormente, la tendencia apreciadora (depreciadora) del tipo de cambio real proseguirá, de acuerdo con las expectativas racionales de los agentes, a medida que se acumulen (desacumulen) activos extranjeros, hasta llegar a un nuevo tipo de cambio de equilibrio para el cual el saldo de la balanza por cuenta corriente se reequilibre.

Como muestran los estudios realizados por Frenkel (1976), Bilson (1978) y Frankel (1979) para los modelos monetarios y por Branson et al. (1977, 1979) y Branson y Halttunen (1979) para los modelos de cartera, en sus inicios estos modelos proporcionaron una evidencia empírica favorable y una buena capacidad explicativa del comportamiento de los tipos de cambio, sin embargo, no tardaron en presentarse nuevas evidencias que ponen en tela de juicio su relevancia en la explicación de la evolución reciente de los tipos de cambio<sup>5</sup>.

En este sentido, Meese y Rogoff (1983a, 1983b) ofrecen la crítica más sólida y determinante de la incapacidad de estos modelos a la hora de explicar el comportamiento de los tipos de cambio, sobre todo en el corto plazo. En el trabajo de Meese y Rogoff (1983a) se analiza el poder de predicción fuera de la muestra<sup>6</sup> del modelo monetario de precios flexibles de Frenkel, Mussa y Bilson, del monetario de precios rígidos desarrollado por Dornbusch y Frankel, del modelo de Hooper y Morton, que incorpora el papel de la balanza corriente en los modelos monetarios y, por último, del modelo de equilibrio de cartera de Branson y Kouři, obteniendo resultados bastante desfavorables, puesto que al compararlos con el modelo simple de paseo aleatorio concluyeron que éste último no se comporta peor, para un horizonte de predicción de uno a doce meses, que los modelos estructurales estudiados. En una aportación posterior, Meese y Rogoff (1983b),

---

<sup>5</sup> Véanse, entre otros, Dornbusch (1980), Frankel (1983, 1984) y Backus (1984), como crítica a los modelos monetarios y Dooley e Isard (1982), Frankel (1983, 1984) y Backus (1984), en lo que respecta a las deficiencias de los modelos de cartera.

<sup>6</sup> Medido mediante el error cuadrático medio de las predicciones.

complementan el anterior estudio intentando determinar si los resultados obtenidos son la consecuencia de pobres estimaciones de los parámetros o bien de una mala especificación de los modelos. Para ello, al efectuar las predicciones, restringen los valores de los coeficientes de los anteriores modelos en concordancia con los supuestos mantenidos por la teoría. La conclusión a la que llegan los autores es que el mal funcionamiento extramuestral de estos modelos se debe a problemas de especificación y no de estimación. Es decir, es un problema subyacente de las propias hipótesis de partida del modelo: paridad de intereses descubierta, la particular especificación de la demanda de dinero, las especificaciones de los mercados de bienes y las aproximaciones de las expectativas inflacionistas.

A finales de los setenta y principios de los ochenta, surgen nuevos desarrollos en la modelización del tipo de cambio que caracterizan al mismo como *el precio de un activo financiero*. Esta vía de investigación alternativa nace como consecuencia de la incapacidad de los modelos de activos (monetarios y de equilibrio de carteras) para explicar las regularidades empíricas detectadas en la evolución del tipo de cambio, a la que se unen dos elementos, primero, el comportamiento tan específico que presentan los tipos de cambio a raíz de la ruptura de la disciplina cambiaria de Bretton - Woods e implantación del sistema de tipos de cambio flexibles (comportamiento completamente diferente del de los precios de los bienes o índices de precios) y segundo, el hecho de que los precios de las divisas y de los activos financieros comparten muchos rasgos característicos.

En esta línea se encuentra el trabajo de Mussa (1979) que considera que un modelo de determinación del tipo de cambio debe tomar como punto de partida las regularidades empíricas observadas en su comportamiento y, además, tiene que ser capaz de explicarlas. Esto conduce a la elaboración de modelos más completos que los estructurales anteriormente analizados, modelos que consideran el tipo de cambio como el precio de un activo financiero y que incorporan las expectativas de los agentes en relación con las condiciones económicas prioritarias en la determinación de su valor, las cuales,



además, están enormemente influidas por la nueva información disponible sobre tales determinantes.

El fracaso de los modelos de activos, según Frenkel y Mussa (1985), se debe, en gran parte, a que no consideran lo suficiente el importante papel que las expectativas representan en la determinación del tipo de cambio. Siguiendo a Levich (1985), la caracterización del tipo de cambio como el precio de un activo financiero es la principal aportación de este nuevo enfoque.

El considerar la divisa como un activo financiero se debe a que, aunque posee importantes características específicas, el tipo de cambio, es decir su precio, debe reflejar en todo momento los valores futuros esperados actualizados, de una serie de variables exógenas o determinantes fundamentales del mismo. Así, en esta nueva situación, para determinar el tipo de cambio se deben considerar las condiciones, no sólo presentes sino también futuras, que se espera afecten al mercado cambiario. En este contexto, la llegada de nueva información cobra un papel esencial. Muestra de ello son los trabajos de Frenkel y Mussa (1980, 1985) y Mussa (1982, 1984). Además, de todo lo expuesto se desprende que el tipo de cambio está determinado por las expectativas presentes y futuras de las variables económicas fundamentales, por lo que es crucial la introducción de las expectativas en estos modelos dada su gran importancia.

Partiendo del modelo elaborado por Frenkel y Mussa (1980), la variación del tipo de cambio puede descomponerse en variación anticipada y variación no anticipada. La primera es una suma valorada al momento actual de las variaciones futuras esperadas en las condiciones económicas fundamentales que afectan al tipo de cambio, sin embargo, la variación no anticipada se corresponde con la suma actualizada de las variaciones en las expectativas acerca de las variables económicas básicas, basadas en la nueva información recibida. Siguiendo con este razonamiento, el tipo de cambio se puede caracterizar como un paseo aleatorio afectado tanto por las variaciones anticipadas como por las no anticipadas.

De todo lo anterior debemos resaltar el efecto del elemento no anticipado, la llegada de nueva información que sorprende al mercado. Siguiendo a Frenkel y Mussa (1985) la principal fuente de variación del tipo de cambio (dado que normalmente las variaciones anticipadas son pequeñas) viene dada por la nueva información disponible sobre las condiciones del mercado de divisas, las cuales se encuentran englobadas en las condiciones económicas fundamentales que afectan al tipo de cambio.

Este tipo de modelos supone una importante aportación en la comprensión del comportamiento de los tipos de cambio y mercado de divisas, sin embargo su contrastación empírica presenta problemas como consecuencia de la no observabilidad de las variables fundamentales con las que trabajan estos modelos. Este problema ha sido tratado por autores como Dornbusch (1980), Frenkel (1981b), Edwards (1982,1983), Copeland (1984) y Bomhoff y Korteweg (1983), entre otros, mediante la utilización de distintas variables como aproximación de las innovaciones o nueva información, no observable.

Un problema adicional, relacionado con el anterior, que presentan estos modelos es la imposibilidad de realizar predicciones, al estar fundamentados en la información no anticipada por los agentes cuando dichas predicciones se llevan a cabo. Por último, estos modelos no han sido capaces de explicar la fuerte volatilidad registrada en los mercados de divisas tras la ruptura de la disciplina cambiaria de Bretton - Woods.

Las investigaciones realizadas sobre el mercado de divisas ponen de manifiesto que, tal y como consideran Frenkel y Mussa (1980), para explicar la inestabilidad cambiaria ocurrida desde el comienzo de la libre flotación de los tipos de cambio, es esencial que éstos sean concebidos como precios de activos financieros, con lo que se consolida este enfoque. Cuando las variaciones de los tipos de cambio son fuertes e imposibles de predecir, y además, no responden a las fluctuaciones de los niveles de los precios relativos internos, se produce la mencionada turbulencia cambiaria. Esto supone que los precios de las divisas no se ajustan gradual y lentamente, sino que al igual que

sucede con el precio de otros activos financieros, se mueven en respuesta a la nueva información que el mercado recibe continuamente.

Una explicación adicional de la volatilidad del mercado de cambios que, además refuerza la tesis postulada por el enfoque de activos de que este mercado es un mercado financiero propiamente dicho, se basa en la posible existencia de *burbujas especulativas*. La burbuja especulativa aparece cuando el valor de un activo se aleja progresivamente de su nivel de equilibrio a largo plazo, establecido por sus determinantes fundamentales. Cuando la divisa está sobrevalorada (infravalorada), es decir, su tipo de cambio apreciado (depreciado) de acuerdo con sus determinantes fundamentales, se dice que existe burbuja positiva (negativa). En esta línea destacan los trabajos de Blanchard (1979), Blanchard y Watson (1982) y Tirole (1982), y directamente referidos a los tipos de cambio, los de Evans (1986), Meese (1986), y West (1987), entre otros. No obstante, como indican Frankel y Meese (1987) y Obstfeld (1987), los contrastes que emplean los citados autores adolecen de problemas, fundamentalmente, que les es imposible distinguir entre la existencia de burbujas especulativas y de cambios en las variables exógenas fundamentales del modelo. Todo esto es la causa de que actualmente este enfoque sea de escasa utilización práctica.

Los modelos anteriormente expuestos se basan en la teoría de expectativas racionales, sin embargo, los resultados del trabajo de Frankel y Froot (1987) basados en opiniones reales, es decir, expectativas obtenidas de diversas encuestas realizadas a varios agentes que operan en el mercado de divisas, sugieren la posibilidad de que los operadores de dicho mercado posean expectativas heterogéneas. Esto implica que el tipo de cambio puede variar según los mecanismos de formación de expectativas y las ponderaciones que se les asignen.

De acuerdo con estas ideas surgen, de la mano de Frankel y Froot, (1990), los modelos que proponen la existencia de dos tipos de agentes diferentes en el mercado, los llamados *chartistas* y los *fundamentalistas*. En líneas generales, estos modelos postulan que la variación esperada en el tipo de cambio durante un determinado período es una

media ponderada de las expectativas de los chartistas y fundamentalistas, basadas, dichas expectativas, en el comportamiento esperado en el futuro del precio de la divisa a partir de gráficas de su comportamiento pasado y de los modelos propuestos por la teoría económica, respectivamente. A pesar de la evidencia empírica a favor de este enfoque, proporcionada por Taylor y Allen (1992) y de los interesantes resultados de estos modelos en la explicación de la evolución pasada del tipo de cambio, presentan importantes limitaciones. El principal problema de estos modelos es su incapacidad de predecir. Esta se deriva del hecho de que dentro del grupo de los chartistas los procedimientos de predicción que utilizan, así como las posibles conclusiones de los mismos son altamente heterogéneos.

Debemos añadir que el carácter financiero del mercado de divisas se refuerza con este grupo de modelos que postulan la existencia de dos tipos de agentes que operan en los mercados de cambios y que poseen expectativas heterogéneas.

Al caracterizar el mercado de divisas como un mercado financiero propiamente dicho nace el debate sobre la eficiencia del mercado<sup>7</sup>. Un mercado es eficiente cuando los precios de los distintos activos que en él se negocian, en nuestro caso divisas, reflejan siempre toda la información disponible. El que los precios (tipos de cambio) recojan instantáneamente toda la información disponible tiene dos implicaciones muy importantes.

En primer lugar, que en el mercado los precios representan en todo momento el verdadero valor o valor intrínseco de los activos (divisas), por lo que los agentes participantes en el mismo pueden confiar en que compran o venden al precio justo. En segundo término, si los precios reflejan en cualquier momento toda la información disponible, entonces sólo cambian cuando llega nueva información, la cuál, como es lógico, no puede predecirse antes del momento correspondiente. Por tanto, las variaciones en los precios no pueden predecirse antes de que ocurran y deben reflejar únicamente lo

---

<sup>7</sup> Eficiencia débil, semifuerte y fuerte.

impredecible. En consecuencia, si el mercado es eficiente, los cambios en los precios son variables aleatorias e independientes, es decir, los precios siguen un modelo de paseo aleatorio. Esto significa que la información histórica y a disposición de todos los agentes que participan en el mercado no se puede utilizar para predecir los precios futuros y en base a ella, es imposible obtener beneficios extraordinarios. Los precios futuros dependen, única y exclusivamente, de la información futura.

Así, los modelos estructurales tradicionales basados en cuestiones macroeconómicas básicas se complementan con otras nuevas teorías que parten de una perspectiva diferente y tratan de encontrar una explicación al comportamiento de los precios en los mercados financieros. Es en este ámbito donde cobra especial importancia el análisis de las regularidades empíricas subyacentes en la evolución de las series cambiarias. Surge así una nueva línea de investigación que intenta determinar la dinámica del comportamiento de los tipos de cambio en base a la información obtenida a partir de la evolución seguida por los mismos en el pasado. Como muestra de ello podemos citar modelos que pretenden detectar patrones de conducta en los mercados cambiarios : estacionalidad, no linealidad, bien de carácter estocástico (modelos de volatilidad condicional, memoria a largo plazo), o bien determinista (dinámica caótica).

Los *modelos de volatilidad condicional* más frecuentemente utilizados para explicar la dependencia no lineal de la variación del tipo de cambio son los denominados modelos ARCH (Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva) y GARCH (ARCH Generalizados), introducidos por Engle (1982) y Bollerslev (1986), respectivamente<sup>8</sup>. Los modelos ARCH hacen depender la varianza condicional de las innovaciones o perturbación aleatoria, que representan la nueva información disponible, de los valores pasados de dichas innovaciones. La característica de los modelos GARCH es que añaden a la anterior dependencia los propios valores pasados de la varianza condicional.

---

<sup>8</sup> Estos modelos no son objeto de desarrollo en la presente sección, puesto que a ellos dedicamos el capítulo siguiente.

Los modelos basados en la *teoría del caos*<sup>9</sup> proporcionan una explicación alternativa de la dependencia no lineal de las fluctuaciones del tipo de cambio. Se dice que un fenómeno es caótico cuando su comportamiento dinámico parece aleatorio siendo, por el contrario, completamente determinista. Por tanto y, a diferencia de los modelos ARCH y GARCH, la dependencia no lineal no es estocástica sino determinista. Esto significa que es posible realizar predicciones partiendo de unas condiciones iniciales.

Las principales características de un fenómeno caótico son, en primer lugar, que su evolución temporal es altamente sensible a variaciones en las condiciones iniciales, es decir, que un cambio en la situación de partida, por pequeño que sea, genera un comportamiento en el tiempo de la variable considerada, por ejemplo el tipo de cambio, totalmente distinto. La segunda característica es que su evolución parece completamente aleatoria. Así, el recorrido de la serie de observaciones de la variable analizada comprende la totalidad de los valores del intervalo de definición y no muestra ninguna pauta definida. De este modo, al observar un fenómeno caótico se podría pensar que en los datos no existe una estructura subyacente, lo cual es incorrecto.

La justificación teórica de la existencia de una dinámica caótica en la evolución de los tipos de cambio se encuentra en la introducción de no linealidades en los mecanismos de generación de expectativas de los agentes que participan en el mercado. Por ejemplo, en un contexto de expectativas racionales de los agentes en relación con el valor del tipo de cambio en el futuro y con una función de reacción de la autoridad monetaria que varía estocásticamente de un régimen de intervención a otro, como muestra Hsieh (1992), el tipo de cambio puede presentar una dinámica caótica, al igual que en modelos de zonas objetivo para el precio de la divisa, en que la autoridad monetaria interviene con el fin de mantener el tipo de cambio de su moneda dentro de la banda de fluctuación permitida, como ponen de manifiesto los trabajos de Krugman (1991) y Froot y Obstfeld (1991). En esta misma línea, De Grauwe y Vansanten (1990) elaboran un modelo simple de balanza de pagos en el cual un efecto J de la balanza corriente junto con las expectativas de

---

<sup>9</sup> Un análisis detallado del tema puede encontrarse en Frank y Stengos (1988) y Olmeda y Perez.(1995), entre otros.

chartistas y fundamentalistas dan lugar a un comportamiento caótico de los tipos de cambio.

Aunque algunos trabajos iniciales<sup>10</sup> ofrecen evidencia consistente con la posible existencia de una dinámica caótica en las series de tipos de cambio, la evidencia reciente considera más apropiada una postura intermedia: la evolución de los rendimientos financieros presenta cierta estructura, es decir, poseen un componente puramente determinista, pero afectado por un cierto grado de aleatoriedad.

Otro de los temas cuestionados en el ámbito de los mercados de divisas es cuál es el sistema óptimo para regir los tipos de cambio<sup>11</sup>. Algunos abogan por un sistema de tipos de cambio fijos, amparándose en la idea de que la libre fluctuación de los mismos contribuye a una excesiva volatilidad e inestabilidad económica. Otros, por el contrario están a favor de un sistema de tipos de cambio flotantes porque consideran que es el mercado el que consigue el ajuste de los tipos de cambio y del resto de variables con ellos relacionados, conduciendo a una situación de estabilidad económica.

Esta controversia acerca del sistema de tipos de cambio más conveniente, existente con anterioridad a la ruptura de la disciplina cambiaria de Bretton - Woods, sigue vigente en nuestros días.

En este contexto surgen nuevos trabajos de investigación centrados en la cuestión de cuáles son los sistemas de tipos de cambio adecuados. Los modelos de *zonas objetivo* o "*target zones*" representan el máximo exponente dentro de esta nueva línea, destacando los trabajos de Krugman (1991), Svensson (1991a, 1991b) y Bertola y Caballero (1992).

La idea central en torno a la cual se desarrollan estos modelos es que las autoridades monetarias desean conocer cómo evoluciona la credibilidad en los sistemas de tipos de cambio que mantienen, porque así es posible prevenir la necesidad de futuras

---

<sup>10</sup> Véase, por ejemplo, Bajo, Fernández y Sosvilla (1992a,b).

<sup>11</sup> Para profundizar en el tema, véanse Singleton (1987) y Frenkel y Mussa (1980), entre otros.

intervenciones con el fin de que se cumpla el objetivo de tipo de cambio establecido y, también, porque proporciona evidencia, a favor o en contra, de que sea necesario modificar dicho objetivo.

Se dice que un sistema de tipos de cambio es creíble cuando el mercado espera que dicho sistema se mantenga en el futuro. Que la banda sea o no creíble afecta al tipo de cambio corriente, a través del efecto que esta credibilidad tiene sobre las expectativas que los agentes se forman en relación con los tipos de cambio futuros. Bajo esta idea subyace una teoría de valoración de activos para la determinación de los tipos de cambio.

Bertola y Caballero (1992) ponen de manifiesto que, en los sistemas en que el tipo de cambio puede fluctuar dentro de una banda establecida alrededor de su paridad central, la posibilidad de realineamientos dentro del sistema puede generar una inestabilidad incluso mayor que en un sistema de libre flotación de las monedas.

Estos modelos encuentran su mayor ámbito de aplicación dentro del contexto del Sistema Monetario Europeo (SME). El SME se fundó con el objetivo primordial de establecer una zona de estabilidad monetaria y cambiaria, entendida como una menor variabilidad de los tipos de cambio e interés, tal y como se desprende de los trabajos de Rogoff (1985), Artis y Taylor (1988) y Fratianni y Von Hagen (1990).

El efecto que un sistema de bandas de fluctuación, como el mencionado, ejerce sobre los tipos de cambio puede ser estabilizador o, por el contrario, desestabilizador, dependiendo de la credibilidad o falta de credibilidad existente en relación con las bandas preestablecidas<sup>12</sup>.

---

<sup>12</sup> Para más detalles, véase Krugman (1991) y Bertola y Caballero (1992).



#### 1.4 Implicaciones para la gestión del riesgo financiero

El tipo de cambio es uno de los precios más importantes en la economía. Es el precio de la moneda de un país en términos de otra moneda y, como tal, transforma los precios denominados en una moneda en precios expresados en otra moneda. El análisis económico implica que la rentabilidad y el valor de las principales empresas que operan a nivel internacional está influenciado por las variaciones del tipo de cambio, cuyo impacto está determinado por el hecho de que la posición económica neta de la empresa en moneda extranjera sea larga o corta. La rentabilidad de las empresas con una posición neta en divisas larga debe aumentar (disminuir) al producirse una depreciación (apreciación) inesperada de su moneda doméstica, pues los flujos netos de caja esperados en moneda extranjera se convierten en mayores (menores) flujos de caja denominados en moneda local. El mismo razonamiento, pero al contrario, implica que las empresas cuya posición neta en moneda extranjera es corta se benefician (perjudican) si se produce una apreciación (depreciación) de su moneda local. Las empresas con posiciones largas incluyen a las exportadoras y aquellas firmas que realizan operaciones en el exterior las cuáles proporcionan cobros corrientes o futuros denominados en moneda extranjera. Tienen posiciones netas en divisa cortas las empresas importadoras, ya sea de productos destinados a su consumo final o de inputs para su sistema de producción, así como aquellas cuyas operaciones internacionales generan pagos en moneda extranjera y también las que utilizan inputs disponibles en el mercado doméstico, cuyos precios están determinados en los mercados internacionales.

Desde un punto de vista más práctico, tal y como apuntan Levi (1990) y Shapiro (1975), tanto los analistas financieros como los directivos de las empresas consideran que las variaciones en la rentabilidad de las instituciones que operan en el ámbito internacional se deben, en gran medida, a las fluctuaciones del tipo de cambio. Así, desde el inicio del sistema de tipos de cambio flotantes, el riesgo de cambio se convierte en una de las principales preocupaciones de las empresas cuyas operaciones rebasan sus fronteras. Muchas empresas destinan importantes esfuerzos a la gestión del riesgo de cambio, frecuentemente concebido como un factor de riesgo que debe cubrirse

activamente. Como indica Mathur (1982), de 55 empresas estadounidenses encuestadas, por término medio, estas compañías cubren el 23 por cien de sus operaciones denominadas en moneda extranjera, acudiendo al mercado de divisas a plazo.

Todas las monedas tienden a fluctuar siendo, posiblemente, uno de los activos financieros más volátiles. El tipo de cambio es, aproximadamente, cuatro veces más volátil que los tipos de interés y diez veces más volátil que la inflación<sup>13</sup>. Las causas fundamentales de estas fluctuaciones pueden resumirse en las siguientes: la producción relativa de moneda por parte de un país, es decir, el mayor o menor ritmo de emisión monetaria del banco central, lo que repercute directamente en el índice de inflación; los tipos de interés relativos, esto es, en relación con los de otros países, lo cual se encuentra estrechamente relacionado con el comportamiento del índice de precios y las expectativas del mercado en cuanto a su evolución; el comportamiento de la balanza de pagos y las reservas de divisas, que reflejan las transacciones de bienes y servicios y los movimientos de capital y, por último; las expectativas de los participantes en el mercado cambiario acerca de la evolución futura de todas estas variables, así como de la cotización de las propias monedas.

Además de lo anterior, debemos considerar que, como el mercado de divisas es un mercado completamente internacional, frecuentemente, las perturbaciones se extienden de un mercado a otro. En consecuencia, podemos afirmar que las variaciones de los tipos de cambio, que oscilan no sólo en términos nominales, sino también reales, es decir, corregidas por la inflación, no se deben al azar.

Pues bien, las empresas, incluso las que no exportan e importan (como luego razonaremos), no quedan al margen de esas variaciones en la cotización de las divisas. Como ya hemos comentado, está claro que una empresa que importa, exporta, invierte capitales o se financia en el exterior está directamente expuesta al riesgo de cambio, entendido éste como la posibilidad de obtener ganancias o pérdidas derivadas de poseer

---

<sup>13</sup> Véase Jorion (1990).

activos o pasivos denominados en moneda extranjera, cuyo valor fluctúa. La exposición al riesgo cambiario es la medida de la cuantía de las potenciales pérdidas o ganancias. Las variaciones del tipo de cambio se traducen en alteraciones directas de los precios relativos entre bienes domésticos y extranjeros, lo cual afecta tanto a los flujos netos de caja corrientes como a los esperados en el futuro de las empresas con operaciones internacionales. Por otra parte, los cambios en la cotización de las divisas generan variaciones en el valor en moneda doméstica de los activos y pasivos denominados en moneda extranjera, razonamiento que añade una nueva dimensión a cómo el riesgo de cambio puede afectar al valor de las empresas con actividades internacionales.

Ahora bien, una apreciación de la moneda local de un país, abarata los productos importados denominados en moneda extranjera que, en consecuencia se hacen más competitivos frente a los nacionales, lo cual afecta a cualquier empresa local que produce tales productos o sustitutivos de los mismos, aunque dicha empresa no opere con el exterior, ya que podría ver reducidas sus ventas. El efecto de una depreciación de la moneda doméstica sería, por el contrario, una disminución de la competencia de productos extranjeros. Además de variaciones en los precios relativos y precios domésticos, las fluctuaciones de los tipos de cambio producen alteraciones en otras variables macroeconómicas, tales como la demanda agregada o los tipos de interés, que lógicamente afectan a las empresas que no realizan actividades internacionales directamente. Así, podemos observar como una variación de la cotización de la moneda afecta a cualquier empresa, aunque no comercie con el exterior. Por tanto, consideramos que la volatilidad de los tipos de cambio, así como el riesgo que la misma implica, es de suma importancia y debe ser tomada en consideración por todos los empresarios.

A continuación vamos a exponer brevemente algunos ejemplos<sup>14</sup> de empresas europeas que sufren importantes pérdidas de cambio como consecuencia de la fuerte volatilidad del dólar y de los tipos de interés, que posteriormente se extienden a otras

---

<sup>14</sup> Estos ejemplos han sido extraídos de Tornabell (1993).

monedas. Estas fluctuaciones les afectan enormemente por poseer exposiciones en monedas fuertes, básicamente en dólares.

A principios de 1982, en el Reino Unido, se produjo la quiebra de la línea aérea Laker Airways, como consecuencia de las importantes pérdidas de cambio. En el mismo período, aunque por diferentes causas, la compañía holandesa de aviación KLM, sufrió también fuertes pérdidas de cambio.

Las repercusiones del riesgo de cambio son evidentes. Para ganar cuota de mercado, los precios de los productos objeto de exportación se ajustan dentro de unos márgenes estrechos de beneficios. Así, con que la moneda en que se facturan las exportaciones sufra una depreciación superior a dicho margen, las operaciones se cierran con pérdidas.

El riesgo de cambio puede ser más pronunciado en el caso de las importaciones. Para países como España, con monedas relativamente débiles, es decir, con mayor tendencia a depreciarse, puede resultar fácil denominar las exportaciones en la propia moneda, con lo que se elimina el riesgo de cambio. Sin embargo, normalmente resulta difícil lograr que las importaciones estén expresadas en una moneda diferente a la del país del exportador, salvo que la moneda en que se pretenden denominar dichas importaciones sea una divisa fuerte y, en consecuencia, con menor riesgo de depreciación que la del país del proveedor extranjero.

Además, en el caso de un importador español, a menos que posea una posición de privilegio en el mercado, por disponer, por ejemplo, de una fuerte red de distribución, los proveedores extranjeros suelen facturar en su propia moneda, ya que normalmente se financian a tipos de interés inferiores de los que les supondría endeudarse en pesetas o en monedas más débiles que la suya.

De todo lo anterior podemos concluir que, dado que el riesgo derivado de las diferencias de cambio es capaz de eliminar la rentabilidad de una operación de comercio

exterior, la cobertura del mismo se convierte en una cuestión de suma importancia. Actualmente, las empresas confieren una enorme relevancia a la gestión de riesgos financieros (dentro de los cuáles se incluye el riesgo de cambio), aún más, Rawls y Smithson (1990) encuentran que uno de los principales objetivos de los departamentos financieros de las empresas es la cobertura de riesgos.

Existe una posibilidad de cubrir el riesgo de cambio de manera natural. Dicha alternativa consiste en denominar los cobros que generan las exportaciones y los pagos derivados de las importaciones en una misma moneda, con lo que se logra equilibrar el riesgo contraído en una determinada divisa (pagos futuros por importaciones) con las entradas previstas (por exportaciones) en la misma moneda. Ahora bien, el citado equilibrio es hipotético ya que sólo podría alcanzarse cuando las cantidades y los plazos fueran equivalentes, lo cual no suele suceder. En este caso, la única solución es recurrir a los medios de cobertura que los mercados financieros ofrecen, cuyo grado de sofisticación y flexibilidad varía enormemente de unos instrumentos a otros.

De entre ellos, el seguro de cambio, es decir contratar con una institución financiera una compra o venta de divisas, a un plazo futuro, asegurando en el momento actual el tipo de cambio al que se liquidará la transacción, constituye, probablemente, la técnica de cobertura más extendida entre los empresarios. El motivo es, posiblemente, su sencillez. No obstante, existen otros instrumentos más flexibles y que, a nuestro entender, pueden resultar más ventajosos, como son; las opciones, los futuros y los swaps, principalmente, cuya utilización y conocimiento puede ser de gran interés para la empresa. Ahora bien, no es posible dar una receta generalizada en relación con el tipo de cobertura a efectuar. El que una técnica resulte más o menos eficiente depende del coste que la misma suponga en cada momento y a cada empresario en particular, así como de los beneficios que pueda ocasionarle. Esto, a pesar de tratarse de productos financieros que se negocian en el mercado, varía según el instrumento, importe de la transacción cuyo riesgo de cambio se cubre, entidad con la que se negocia (comisiones, etc.) y empresa que solicita la cobertura (existen grandes empresas que reciben tratamientos privilegiados).

La utilización de instrumentos de cobertura fuera de balance, tales como los que acabamos de mencionar, ha aumentado enormemente en las últimas dos décadas. Estos mercados están dominados por las actuaciones de empresas e instituciones, no por inversores que operan de modo individual. Así, la aversión al riesgo no proporciona una explicación satisfactoria al observado aumento en el volumen de negociación de los mercados de instrumentos de cobertura. Además, la Teoría de Cartera implica que, dado un conjunto de inversores que diversifican bien sus carteras de inversión, el que las empresas cubran sus riesgos no beneficia a los accionistas mediante una reducción del coste de capital de las mismas. La moderna Teoría de Cartera hace hincapié en que los inversores no están dispuestos a pagar una prima por empresas que adoptan activas políticas de cobertura, si el riesgo de cambio puede ser diversificado. De lo anterior se desprende que el obtener unas ganancias más estables no altera el coste de capital ni aumenta el valor de la empresa. A pesar de ello y, como hemos mencionado anteriormente, la cobertura de riesgos, específicamente el de cambio desde el comienzo del sistema de tipos de cambio flexibles, se convierte en una de las principales preocupaciones de las empresas, sobre todo de las multinacionales. Como indica Jorion (1991), son muchas las compañías que dedican substanciales recursos a la gestión del riesgo de cambio, el cuál a menudo se considera como una fuente de riesgo que debe cubrirse activamente.

En consecuencia, la economía financiera ofrece hipótesis alternativas que permiten explicar el que las empresas adopten posiciones de cobertura. La teoría de valoración por arbitraje, que tiene su origen en el trabajo de Ross (1976), y ampliada por Solnik (1983) a un entorno internacional, postula que si la economía está descrita por un reducido número de factores relevantes, entonces estos elementos pueden correctamente ser valorados en el sentido de que los inversores desearán pagar una prima para eliminar estas fuentes de riesgo. Aún así, cuando el precio del riesgo es consistente a través del mercado de valores y del mercado de divisas, la cobertura puede disminuir el coste de capital de la empresa, sin embargo, también acarrea unos costes ex-ante, tales como los costes de transacción, de modo que el valor total de la empresa ajustado al riesgo permanece inalterado. Así, los inversores únicamente valoran la cobertura si existe un precio del riesgo de cambio en el

mercado de valores y si se presenta algún tipo de segmentación en el mercado. Por ejemplo, si el riesgo de cambio está valorado en el mercado de valores pero, por el contrario, no lo está en el mercado de divisas, es decir, si los tipos de cambio forward no contienen una prima de riesgo, entonces, la cobertura del riesgo cambiario puede alterar el coste de capital de la empresa<sup>15</sup>. Junto a este argumento, otras imperfecciones como los impuestos, los costes de quiebra o los costes de agencia pueden explicar el que las empresas adopten políticas de cobertura del riesgo de cambio.

Jorion (1990) estudia la exposición al riesgo de cambio de las multinacionales estadounidenses, identificando diferencias significativas en la relación entre el valor de dichas multinacionales y el tipo de cambio. También encuentra que esta asociación (valor de la empresa-tipo de cambio), denominada exposición, está correlacionada significativa y positivamente con el porcentaje de operaciones extranjeras de las empresas objeto de estudio. Por el contrario, la exposición no presenta diferencias entre las distintas empresas domésticas que no operan en divisas. Estos resultados tienen implicaciones directas en relación con los modelos de valoración de activos. Dado que el valor del dólar se presenta como un factor que afecta diferencialmente a las acciones de las empresas estadounidenses, la exposición al riesgo de cambio podría valorarse teóricamente a través de un modelo de valoración por arbitraje. Si así fuera, las empresas podrían disminuir su coste de capital adoptando políticas de cobertura del riesgo de cambio. No obstante, en Jorion (1988) aparece alguna evidencia preliminar, confirmada posteriormente en Jorion (1991), de que el riesgo de cambio se muestra diversificable.

En relación con lo anterior, Jorion (1991) analiza la valoración del riesgo de cambio en el mercado de valores de Estados Unidos. Para ello, utiliza dos modelos basados en la teoría de valoración por arbitraje (APT) de Ross (1976). El primero de ellos es un modelo de dos factores que incluye el mercado y el tipo de cambio, que puede interpretarse como un test del CAPM contra la alternativa de que el factor tipo de cambio no es diversificable. El segundo es una extensión del modelo de Chen, Roll y Ross (1986) de seis factores, en el cuál se incluye un séptimo elemento, el tipo de cambio. Los

---

<sup>15</sup> Para profundizar sobre este argumento véase, por ejemplo, Adler y Dumas (1983).

resultados empíricos indican que la relación entre los rendimientos de las acciones y el valor del dólar difiere sistemáticamente entre las diferentes industrias. Sin embargo, no sugieren que el riesgo de cambio esté valorado en el mercado de valores. La prima de riesgo incondicional que presenta la exposición en moneda extranjera es del orden del 0,2% anual, resultado que no es nada significativo ni desde el punto de vista estadístico, ni desde la óptica económica. En consecuencia el riesgo de cambio parece ser diversificable y las políticas de cobertura que activamente adoptan los administradores financieros no pueden alterar el coste de capital, por lo que debemos buscar otros motivos que expliquen el por qué las empresas cubren activamente el riesgo de cambio al que están expuestas. En este sentido, se considera que cubrir riesgos puede incrementar el valor de la firma al reducir el pago esperado de impuestos, los costes de quiebra esperados o los costes de agencia.

En consonancia con los estudios comentados, a los que podemos añadir los de Amihud (1993) y Bodnar y Gentry (1993), Bartov y Bodnar (1994) no encuentran una correlación significativa entre los rendimientos (medidos por el valor de las acciones) de una muestra de empresas estadounidenses que operan a nivel internacional y las fluctuaciones contemporáneas en el valor del dólar. El período de análisis abarca desde 1978 hasta 1989. Así, Bartov y Bodnar (1994) centran su trabajo en dos de las posibles explicaciones, que al menos existen, al por qué estos estudios no documentan a una mayor escala la exposición al riesgo de cambio. Dichas explicaciones hacen referencia, bien al procedimiento de selección de la muestra, o bien, a la existencia de valoraciones incorrectas, que surgen como consecuencia de errores sistemáticos en la estimación, por parte de los inversores, de la relación entre el valor de la empresa y las fluctuaciones del dólar, lo que implica que el ajuste entre la variación del tipo de cambio y el valor de las acciones tarda un tiempo en producirse, por lo que la inclusión de oscilaciones retardadas en el valor del dólar pueden mejorar los resultados. Estos autores encuentran que, como era de esperar y, de acuerdo con la segunda explicación que acabamos de mencionar, los cambios retardados en el valor del dólar son una variable significativa en la explicación de los rendimientos corrientes de las empresas de la muestra y, aún más, que dichos retardos



están relacionados negativamente con la rentabilidad de las acciones de las empresas objeto de estudio.

El objetivo fundamental de la Dirección Financiera de la Empresa es maximizar el valor de la misma para sus propietarios, por tanto, las actuaciones de la firma deben contribuir al cumplimiento de dicho fin. De acuerdo con la anterior afirmación, el que la empresa cubra cualquiera de los riesgos, como el de cambio, a que está expuesta sólo tiene sentido si le permite incrementar su valor, lógicamente actualizado.

Como sabemos, pues se trata de teoría financiera elemental, el valor de una empresa es la suma actualizada de todos sus flujos netos de caja esperados en el futuro. Así, la cobertura puede aumentar el valor de una firma por dos vías ; bien porque permite incrementar la cuantía de los flujos netos de caja esperados, o bien, por hacer disminuir el tipo de descuento de dichos flujos de caja, tipo que se corresponde con el coste de oportunidad del capital (o coste medio ponderado de capital) de la empresa.

La posición de Modigliani y Miller (1958) proporciona un conjunto de condiciones suficientes bajo las cuáles, para una determinada política de inversiones y actuación de la empresa, su valor es independiente de su estructura y política financieras<sup>16</sup>. La idea subyacente en la teoría de Modigliani y Miller es que el director financiero de una empresa no puede aumentar el valor de la misma mediante la realización de operaciones financieras que los propietarios pueden llevar a cabo individualmente.

En nuestro contexto, si extrapolamos la teoría de Modigliani y Miller a las decisiones de cobertura del riesgo de variación de la cotización de las monedas, por parte de la empresa, obviamente resulta que dichas decisiones no alteran el valor de la misma, dado que los accionistas pueden conseguir la misma reducción del riesgo que la empresa y, al igual que ella, sin soportar costes, acudiendo individualmente al mercado a efectuar la pertinente cobertura. Así, si la empresa no cubre una posición particular expuesta al

---

<sup>16</sup> Para un análisis detallado veáse Modigliani y Miller (1958).

riesgo de cambio que el propietario desea cubrir, éste puede hacerlo acudiendo al mercado para adoptar la posición de cobertura adecuada.

Sin embargo, como el entorno en que nos movemos está bastante alejado de ser perfecto, nos podemos preguntar ¿qué relevancia tienen las decisiones de cobertura del riesgo cambiario sobre el valor de la empresa en el contexto real ?.

Para dar respuesta a la cuestión anterior, vamos a exponer algunas imperfecciones de mercado, cuya existencia permite a la empresa aumentar su valor mediante la adopción de posiciones de cobertura del riesgo de cambio. Como ya hemos apuntado, una determinada decisión financiera únicamente aumenta el valor de la empresa si, después de tomar en consideración los impuestos, dicha decisión conlleva, bien un incremento en sus flujos netos de caja esperados, o bien, una disminución de la tasa de actualización de dichos flujos de caja. Por ello, vamos a centrarnos en la repercusión que las decisiones de cobertura del riesgo de fluctuación de las monedas adoptadas por la empresa tienen sobre; los flujos netos de caja esperados, los impuestos, políticas de inversión y coste de capital, de la misma.

La primera imperfección de mercado que introducimos es la existencia de costes de quiebra. Debemos considerar que, lógicamente, en el entorno en que la empresa desarrolla su actividad, la quiebra empresarial implica costes de liquidación, además de otros costes directos.

Cuando una firma mantiene sin cubrir importantes posiciones en moneda extranjera, se expone a obtener fuertes pérdidas, si los tipos de cambio evolucionan en su contra. Si el montante de dicho quebranto es elevado puede conducir o, al menos contribuir, a la insolvencia financiera, e incluso quiebra de la entidad.

Como anteriormente justificamos, si la quiebra no conlleva costes, no afecta al valor de la empresa como un todo. En realidad, por el contrario, resulta costosa, no sólo por los honorarios que hay que pagar a los liquidadores, abogados y asesores y por los

costes judiciales, sino también, por la potencial finalización de la actividad, pérdida de la clientela y reputación.

Incluso, sin necesidad de llegar a la bancarrota, la iliquidez de la empresa puede afectar significativamente a su cifra de negocios y, por tanto, a sus flujos netos de caja, por pérdida de credibilidad, clientela, etc., y, en consecuencia, a su valor. Así, si la cobertura del riesgo de cambio reduce la volatilidad de los flujos netos de caja de la empresa, consecuentemente, disminuye la probabilidad de insolvencia y quiebra de la misma. Por ello, se puede afirmar que la cobertura del riesgo de cambiario aumenta el valor actual de la empresa.

Debemos destacar que estos argumentos, en favor de la cobertura del riesgo de cambio, solamente tienen sentido si el mercado de capitales no es perfecto y, en consecuencia, existen costes de reorganización. En ausencia de dichos costes, si las pérdidas de cambio conducen a la quiebra, como, simplemente la propiedad de la empresa cambia de manos, ni las ventas, ni los empleados se ven afectados. Esto se debe a que los nuevos propietarios continúan con las actividades de la empresa, que sigue funcionando igual que antes.

En tercer lugar, debemos considerar los costes de refinanciación de la empresa. Los contratos de préstamo pueden incluir cláusulas de cancelación si los beneficios de la empresa caen por debajo de un determinado nivel, previamente establecido. Si tenemos en cuenta que ésto obliga a la empresa a refinanciarse, lo cual resulta, no sólo difícil, sino también costoso, podemos afirmar que la cobertura del riesgo de cambio, que disminuye la volatilidad de los beneficios de la empresa, es conveniente para la misma. Obviamente, los costes ligados a la refinanciación constituyen una imperfección del mercado de capitales.

De todo lo que acabamos de exponer podemos concluir que, en presencia de costes de reorganización empresarial, la empresa que posee activos y pasivos denominados en varias monedas, debe minimizar la probabilidad de quiebra, adoptando las posiciones de

cobertura que le permitan reducir al máximo la volatilidad de todos sus flujos netos de caja. Por tanto, la política de cobertura óptima consiste en minimizar la variabilidad de los flujos netos de caja de la empresa.

Mayers y Smith (1982) y Smith y Stulz (1985) postulan que la cobertura, al reducir la varianza del valor de la empresa, disminuye la probabilidad de quiebra de la misma y, por otra parte, aminora los costes esperados de quiebra<sup>17</sup>. La magnitud de dicha reducción en los costes es una función positiva de dos factores : la probabilidad de que la empresa, en caso de no cubrir el riesgo, se enfrente con problemas de liquidez y el volumen de los costes en que incurriría si se encontrase en situación de quiebra.

La probabilidad de que la empresa se encuentre en una situación de insolvencia financiera está directamente relacionada con el volumen de sus obligaciones de pago en relación con el valor de sus activos. Así, cuanto mayor es el ratio anterior, mayor importancia adquiere la cobertura para la firma.

El tamaño de la empresa también afecta a los incentivos de la misma para adoptar posiciones de cobertura. Las razones son las siguientes :

- 1- La insolvencia financiera puede llevar a la empresa a la quiebra y reorganización o liquidación, situaciones en la cuáles la firma tiene que soportar unos costes legales directos. Pues bien, Warner (1977) encuentra que estos costes directos de quiebra son menos que proporcionales al tamaño de la empresa, por lo que las empresas pequeñas deben tener una mayor tendencia a cubrir sus riesgos.
- 2- Block y Gallagher (1986) y Booth, Smith y Stolz (1984) argumentan la presencia de economías de escala informacional en las políticas de cobertura y que cuanto mayor es el tamaño de las empresas, mayor es la posibilidad de que

---

<sup>17</sup> Dicha afirmación es correcta en el supuesto de que la firma sea solvente, pues para empresas con problemas de liquidez, como postula Binder (1989), la cobertura puede incrementar los costes esperados de quiebra.

dispongan de directivos o asesores con información especializada para llevar a cabo un programa de cobertura de riesgos que se beneficie de dicha información. Este argumento implica que a mayor tamaño de la empresa, mayor es la probabilidad de que ésta adopte posiciones de cobertura.

- 3- Por último, existe una mayor probabilidad de que las grandes empresas decidan cubrir sus riesgos adoptando posiciones en los mercados de opciones, futuros o swaps, dado que en dichos mercados existen economías de escala significativas en la estructura de sus costes de transacción.

Así, de lo anterior podemos concluir que no existe una relación única entre cobertura y tamaño de la empresa.

Vamos a relajar otro de los supuestos introducidos por Modigliani y Miller (1958). Estos autores fundamentan la irrelevancia de la cobertura del riesgo de cambio en el hecho de que las decisiones financieras que adoptan individualmente los propietarios o accionistas sustituyen perfectamente a las que la empresa puede adoptar. Así, si un accionista considera deseable una determinada actuación financiera que la empresa no lleva a cabo, no existe problema alguno, porque la puede efectuar individualmente, obteniendo un resultado idéntico al que generaría el que la hubiese ejecutado la firma. Así, las decisiones financieras de la empresa y las de los propietarios a título individual se consideran equivalentes en un doble sentido: se supone que las operaciones financieras individuales producen los mismos efectos y se realizan a idénticos precios, que las transacciones financieras empresariales a las que sustituyen.

Sin embargo, en la práctica, las decisiones financieras y, por tanto, de cobertura, realizadas individualmente por los inversores no son sustitutos eficientes de las decisiones empresariales. Los motivos son los siguientes :

- En una situación real, los accionistas tienen un grado de información, con respecto a la exposición al riesgo de la empresa, mucho menor que los directivos de la misma. Por tanto, las operaciones de cobertura que los propietarios pueden

efectuar son bastante menos eficientes que la cobertura realizada a nivel empresarial.

- La empresa soporta costes de quiebra y de agencia, que no tienen sentido en el ámbito de los inversores individuales. Así, los propietarios, acudiendo por cuenta propia al mercado, no pueden adquirir contratos que permiten cubrir perfectamente dichos costes.

Lo anterior pone de manifiesto que las decisiones de cobertura, en general y, del riesgo de cambio, en particular, que adopta la empresa y los inversores individuales no son sustitutos perfectos. Ahora bien, podemos pensar que son sustitutos aproximados. En consecuencia, si los accionistas saben que si un determinado tipo de cambio evoluciona de una cierta forma puede generar pérdidas a la empresa, pueden invertir en carteras cuya composición tienda a proporcionar mayores rendimientos ante la descrita situación. Sin embargo, esta política de cobertura individual está lejos de ser tan eficiente como la que puede adoptar la empresa, porque el acceso a los instrumentos de cobertura por parte de individuos y empresas no es el mismo :

- Existen economías de escala que permiten a la empresa acceder a los mercados financieros y de cobertura en mejores condiciones que a los inversores individuales.
- Las restricciones a las denominadas ventas a corto proporcionan una razón adicional por la cuál la cobertura del riesgo de cambio a nivel empresarial es más eficiente. Los individuos no tienen un acceso fácil a la adquisición de préstamos en divisa ni a la venta a plazo de divisas. Es verdad que en los mercados de futuros es fácil tomar posiciones cortas, sin embargo, el tamaño de los contratos de futuros puede ser prohibitivo para algunos inversores individuales. Además, muchas de las monedas no se negocian en el mercado de futuros, por lo que la cobertura es, en todo caso, imperfecta.

Así, podemos afirmar que las operaciones de cobertura que adoptan las empresas, corporativamente, y los propietarios, individualmente, no son sustitutos perfectos, debido

a la mayor eficiencia de las primeras. Esta afirmación invalida la propuesta de Modigliani y Miller (1958) de que las decisiones de cobertura de la empresa no alteran el valor de la misma. Por el contrario, concluimos que la cobertura del riesgo de cambio es relevante para la firma, pues al no poderse sustituir por posiciones individuales de los accionistas, aumenta el valor de la misma, al disminuir la variabilidad de los flujos netos de caja y, en consecuencia, la posibilidad de pérdidas y quiebra.

Además, debemos considerar como ventaja adicional de las operaciones de cobertura, el que las mismas permiten disminuir los costes de agencia que soporta la empresa. Según Jensen (1986), los costes de quiebra no son el único vínculo entre las posiciones de cobertura y la actividad de la empresa. Los costes de agencia también generan un nexo de unión entre ambas.

Dichos costes de agencia surgen del conflicto de intereses entre los directivos, accionistas y acreedores de la empresa. Pueden repercutir sobre el montante de los salarios, los costes financieros y las decisiones de inversión, todas ellas, variables de suma importancia para la firma.

La cobertura del riesgo de cambio, al disminuir la volatilidad de los flujos netos de caja de la empresa, permite reducir el conflicto entre los diferentes grupos de interés de la misma, lo que, al mismo tiempo, aminora los costes de agencia. Además, puede aumentar la capacidad de endeudamiento de la firma y reducir su coste de capital. Todo ello contribuye a la consecución de su fin último : maximizar el valor de la empresa para sus accionistas.

Los intereses de los directivos y accionistas de la empresa pueden entrar en conflicto. La raíz de dicho problema se encuentra en que la riqueza de los directivos depende, en gran medida, de los rendimientos de la empresa. Entonces, si el directivo pretende maximizar sus ingresos, a través de la maximización del valor de la firma para sus propietarios, no surge conflicto de objetivos ni, por tanto, existen costes de agencia. Sin embargo, el fin personal del director financiero puede ser asegurarse unos ingresos

estables para el futuro, lo que, en ocasiones, puede chocar con el objetivo de la empresa y, por tanto, de los accionistas, lo que da lugar a los costes de agencia.

Si la empresa, por cualquier motivo, no cubre sus posiciones, el directivo puede reaccionar de dos formas. Primera, solicitando aumentos salariales como prima por el mayor riesgo que soporta. Segunda, puede rechazar oportunidades de inversión con rentabilidad neta positiva, en caso de que conlleven un alto nivel de riesgo, con lo cual actúa en consecuencia de su objetivo personal (estabilidad de su riqueza futura), pero en contra del fin de los propietarios, maximizar el valor de la empresa. Como la información de los accionistas en relación con las posibilidades de inversión que se presentan a la empresa es imperfecta, no pueden actuar frente a este comportamiento de los directivos. Por ello, aparecen los costes de agencia, bien reflejados en los mayores salarios de los directivos, o bien, en el coste de oportunidad que supone la renuncia a inversiones rentables, lo que no permite aumentar el valor de la empresa en el mercado.

De lo anterior, podemos concluir que la política más eficiente para la empresa consiste en cubrir los riesgos, como el de cambio, a que está expuesta. Con ello, al disminuir la variabilidad de los flujos netos de caja esperados de la empresa, se logra simultáneamente la cobertura de la riqueza personal de los directivos, la reducción del montante de los salarios y permite a los directores financieros llevar a cabo la política de inversión óptima, con lo que los propietarios también se benefician. Además, esta línea de actuación, al reducir el riesgo de quiebra, también aminora los potenciales conflictos de intereses que suelen aparecer cuando la empresa atraviesa dificultades financieras.

También pueden aparecer conflictos entre los accionistas y los acreedores, tal y como ilustran Myers (1977), Smith y Warner (1979), Mayers y Smith (1987) y Bessembinder (1991). Myers (1977) caracteriza el conjunto de posibilidades de inversión de la empresa como opciones y demuestra que, cuando una empresa tiene deudas a largo plazo en su estructura de capital, el llevar a cabo proyectos de inversión con un valor actual neto positivo puede reducir la riqueza de los accionistas si las ganancias se destinan primordialmente a amortizar deudas adquiridas, que ya están vencidas.



Consecuentemente, los accionistas pueden verse incentivados a rechazar proyectos rentables. Myers (1977) denomina este fenómeno como problema de *subinversión*. Adoptando posiciones de cobertura se puede controlar este problema, al restringir las situaciones en las cuáles la empresa puede incurrir en el impago de obligaciones. Así, cuanto mayores son las posibilidades de crecimiento en el conjunto de oportunidades de inversión de una empresa, mayor es la probabilidad de que la misma adopte posiciones de cobertura que conduzcan a una reducción de la varianza del valor de la firma. Además, las empresas con un mayor apalancamiento tendrán una mayor tendencia a cubrir sus riesgos, ya que el problema de la subinversión es más acentuado cuanto mayor es el peso de las deudas dentro de la estructura de capital. Esta razón para la adopción de posiciones de cobertura es proporcionada, en el contexto de países menos desarrollados y altamente endeudados, por Froot, Scharfstein y Stein (1989). Smith, Smithson y Wilford (1990) también fundamentan la cobertura en el razonamiento anterior. En esta misma línea, Stulz (1990) argumenta que la política de cobertura de riesgos puede aumentar el valor de la empresa reduciendo las distorsiones del programa de inversiones asociadas con el endeudamiento financiero.

Muy próxima a las anteriores explicaciones de la cobertura se encuentra la ofrecida por Lessard (1990) y Froot, Scharfstein y Stein (1993) quienes postulan que todas las teorías se basan en el pilar básico de que, sin cobertura, las empresas pueden verse obligadas a desinvertir como consecuencia de lo costoso o imposible que resulta aumentar la financiación externa. Concretamente, Froot, Scharfstein y Stein (1993) observan que si las fuentes de financiación externas son más costosas para la empresa que los fondos generados internamente, la cobertura beneficia a la entidad, pues aumenta su valor desde el momento que ayuda a la empresa a asegurarse de que dispone de los suficientes fondos internos para poder aprovechar las oportunidades de inversión atractivas que se le presenten. A continuación, demuestran que esta simple explicación tiene un amplio rango de implicaciones para el diseño de estrategias de gestión de riesgos (entre los que destacamos el cambiario), indicando que dichas estrategias deben depender de factores tales como los shocks que afectan a las inversiones y las posibilidades de financiación.

A continuación, introducimos la existencia de impuestos sobre beneficios. Siguiendo a Mayers y Smith (1982) y Smith y Stulz (1985), la desigualdad de Jensen implica que la cobertura de riesgos, en nuestro caso el de cambio, al reducir la variabilidad de los beneficios esperados, disminuye la carga fiscal, cuando el sistema impositivo efectivo es una función de los beneficios convexa en lugar de lineal. Además, cuanto mayor es la convexidad del sistema impositivo, mayor es la reducción del pago esperado de impuestos. Un ejemplo de función de tipos convexa se encuentra en los sistemas impositivos progresivos, es decir, aquellos en que el tipo de gravamen aumenta al crecer los beneficios. En este caso, el alisar la corriente de beneficios, mediante una política de cobertura, permite una reducción de la carga fiscal, por término medio.

En la práctica, la mayoría de países presentan un tipo de gravamen del impuesto de sociedades fijo. Sin embargo, normalmente, cuando los beneficios son negativos, las cuotas no son proporcionalmente negativas, pues, la cantidad susceptible de reembolso para la empresa está limitada a los impuestos, bien pagados en los años anteriores más recientes, o bien, que se pagarán en los próximos años posteriores, según los países. Como pone de manifiesto Zimmerman (1988), estos dos sistemas de compensación de cuotas negativas, en base a beneficios pasados o futuros, así como la existencia de tasas especiales, dan lugar a una ligera convexidad en el sistema impositivo<sup>18</sup>.

En consecuencia, bajo estos sistemas fiscales, la política de cobertura del riesgo de cambio también es aconsejable para la empresa, porque al disminuir la volatilidad de los beneficios, reduce los pagos, por término medio, de impuestos, lo que a su vez, aumenta los flujos de caja esperados y, en consecuencia, el valor de la empresa.

El cubrir el riesgo de cambio también puede proporcionar una mejora en la información para la adopción de decisiones internas en la empresa.

---

<sup>18</sup> Para más detalles véanse, por ejemplo, DeAngelo y Masulis (1980) y Gurel y Pyle (1984).

Las multinacionales multidivisionales necesitan conocer la rentabilidad de todas sus filiales. Si cada una de ellas adopta posiciones de cobertura del riesgo cambiario, al que están expuestos sus flujos netos de caja esperados, entonces la empresa matriz puede conocer la rentabilidad de las actividades de cada una de sus divisiones sin el ruido que introducen las variaciones inesperadas del valor de las monedas. Esto permite adoptar mejores decisiones a la empresa, lo que conlleva un incremento de los flujos de caja esperados y, en consecuencia, de su valor.

Pensamos que existe una evidencia empírica suficiente para proporcionar un soporte consistente a la afirmación de que debemos considerar la cobertura de riesgos, entre los que se encuentra el de cambio, como un componente más de las política financiera de la empresa. La evidencia acumulada sugiere que las decisiones de cobertura se adoptan con la misma finalidad que otras decisiones financieras : la empresa se cubre para reducir la carga fiscal esperada, para controlar los costes y problemas de agencia y para disminuir los costes de transacción esperados.

Sobre este tema versan numerosos trabajos empíricos, de entre los cuáles nos centramos, brevemente, en los siguientes. Booth, Smith y Stolz (1984), estudian 238 bancos y entidades de crédito y ahorro del este de los Estados Unidos, observando el uso, por parte de las mismas, de contratos de futuros sobre tipos de interés. Block y Gallagher (1986) analizan la utilización de opciones y futuros sobre tipos de interés de 193 empresas del índice Fortune 500. Houston y Mueller (1988) estudian la cobertura de la exposición al riesgo de cambio de 48 empresas. Wall y Pringle (1989) examinan un grupo de 250 usuarios de swaps. Mayers y Smith (1990) analizan otra forma de cobertura, la compra de contratos de reaseguro de 1276 compañías de seguros. Nance, Smith y Smithson (1993), proporcionan evidencia de que la política de cobertura de riesgos adoptada por la empresa permite aumentar el valor de la misma, por reducir la carga fiscal esperada, los costes esperados de quiebra y los costes de agencia. Para ello, analizan la utilización de contratos forward, futuros, opciones y/o swaps durante el período fiscal 1986, sobre una muestra de 169 empresas incluidas en los índice Fortune 500 y S & P 400. De entre las 169 empresas seleccionadas, durante el período objeto de estudio, 104 utilizan instrumentos de

cobertura, mientras que 65 no los emplean. Como las muestras difieren, podemos obtener inferencias más sólidas de la agregación de la evidencia de estos seis estudios, de entre los cuáles, solamente el de Mayers y Smith (1990) y Nance, Smith y Smithson (1993), emplean análisis de regresión, mientras que los otros cuatro, se basan en métodos de comparación de medias.

Los resultados de Nance, Smith y Smithson (1993) son consistentes con la proposición de que las empresas tienen una mayor propensión a adoptar posiciones de cobertura cuanto más convexos son sus sistemas impositivos. Los citados autores encuentran que las empresas que utilizan instrumentos de cobertura poseen sistemas impositivos significativamente más convexos que las que no se cubren.

Muchos trabajos examinan el tema de la cobertura en relación con la probabilidad de impago y los costes de quiebra. Booth, Smith y Stolz (1984) encuentran que las entidades de crédito y ahorro utilizan los futuros de tipos de interés en mayor medida que los bancos. Houston y Mueller (1988) determinan que las empresas cuya exposición en divisas es mayor se cubren más. Wall y Pringle (1989) observan que las empresas con menor calificación crediticia son las que emplean swaps con mayor frecuencia. Mayers y Smith (1990) encuentran que las compañías con un raiting más bajo se reaseguran más.

Cada uno de los trabajos contemplados analiza el tamaño de la empresa, pero la evidencia colectiva no sugiere que exista un único motivo dominante que explique la relación entre tamaño de la empresa y cobertura. Los estudios que examinan la cobertura mediante contratos de futuros, opciones, swaps y forwards generalmente concluyen que las empresas que más se cubren son las de mayor tamaño. Este resultado es consistente con la existencia de importantes economías de escala informacionales y en los costes de transacción. En relación con este punto, consideramos interesante destacar que, al contrario de los contratos forward, de opción y swap, que muestran economías de escala significativas en los costes de transacción, los contratos de futuros no las presentan, sin embargo, los resultados de Booth, Smith y Stolz (1984) y los de Block y Gallagher (1986) sugieren, específicamente, que existen fuertes economías de escala informacionales.

Block y Gallagher (1986) encuentran la existencia de una relación positiva, aunque estadísticamente insignificante, entre el ratio deuda - capital y la adopción de posiciones de cobertura. Los resultados de Nance, Smith y Smithson (1993) de que, en primer lugar, las empresas que utilizan instrumentos de cobertura tienen un gasto en investigación y desarrollo significativamente mayor y, segundo, que las empresas con mayores posibilidades de inversión poseen, tanto un menor apalancamiento, como mayores posiciones de cobertura, sugieren que las instituciones que utilizan instrumentos de cobertura tienen más oportunidades de crecimientos en su conjunto de posibilidades de inversión. Lewent y Kearney (1990) proporcionan un soporte anecdótico adicional al resultado que acabamos de exponer, al intentar explicar el motivo por el cuál la firma farmacéutica Merck decide cubrir su exposición al riesgo de cambio. Merck observa que los gastos en investigación y desarrollo suponen una proporción substancial de los gastos totales de una empresa farmacéutica. Aún más, percibe que los gastos en investigación y desarrollo no sólo constituyen la base para el crecimiento futuro, sino que además, el éxito en la industria farmacéutica exige un esfuerzo continuo para incrementar, a largo plazo, el nivel de los fondos destinados a la investigación. Sin embargo, los directivos de la empresa Merck descubren que la incertidumbre que ocasiona la volatilidad de los tipos de cambio sobre las ganancias conduce a una disminución en el crecimiento del gasto total en investigación. En consecuencia, Merck decide adoptar posiciones de cobertura del riesgo de cambio mediante la adquisición de opciones sobre divisa, con lo cuál la volatilidad de los tipos de cambio no ha ocasionado una disminución de la inversión en investigación y desarrollo.

Por último, Mayers y Smith (1990) analizan la aversión al riesgo como otro incentivo para que la empresa se cubra, concluyendo que las empresas cuyos propietarios no están muy diversificados adoptan posiciones de cobertura en mayor medida que aquéllas cuya propiedad es de carácter más diverso.

A continuación, resumimos algunas conclusiones fundamentales que de todo lo expuesto se desprenden. Dada la dificultad o, más bien imposibilidad, de predecir los

tipos de cambio, las empresas que exportan bienes o servicios, las que compran en el extranjero, las que se financian o invierten en moneda diferente a la de su país, así como aquéllas que compiten o pueden llegar a competir con productores extranjeros, en el futuro, están expuestas al riesgo de cambio. En consecuencia, la cobertura del mismo es esencial.

La proposición de Modigliani y Miller (1958) establece que las estrategias financieras que lleva a cabo la empresa, tales como la cobertura del riesgo de cambio, no pueden aumentar el valor de la misma. Resultado que sólo es cierto si los mercados son perfectos. Sin embargo, ante la existencia de sistemas impositivos convexos y costes de quiebra y agencia, el cubrir el riesgo de fluctuación del valor de las monedas puede incrementar el valor de la firma, bien porque permite aumentar el valor esperado de los flujos netos de caja de la misma, o bien, por posibilitar una reducción en el coste de capital de la empresa.

Desde este punto de vista, la decisión de no cubrir los activos y pasivos expuestos al riesgo de cambio, se considera una actuación especulativa. La cual no nos parece recomendable, porque la empresa debe centrar su atención en las actividades relacionadas con su objeto social y no en cómo poder beneficiarse de las diferencias de cambio que, además, en numerosas ocasiones pueden generar pérdidas.

Así, consideramos que la actuación óptima de la empresa es cubrir sus activos y obligaciones expuestos al riesgo cambiario, para así minimizar el efecto adverso que la volatilidad de la cotización de las monedas puede tener sobre sus operaciones, lo que le permite concentrar sus esfuerzos en la maximización del valor actualizado de los flujos netos de caja procedentes de su actividad empresarial habitual.

Aunque no está tan directamente relacionado con el valor de la empresa, dado que muchas de ellas invierten en mercados financieros internacionales, consideramos interesante comentar los resultados del trabajo de Glen y Jorion (1993). Dichos autores analizan los motivos de especulación y minimización del riesgo que conducen a

incorporar contratos de cobertura del riesgo de cambio en las carteras de inversión internacionales. Aunque la cobertura del riesgo de cambio reduce la volatilidad de la rentabilidad de una cartera, la cobertura sólo es beneficiosa si esta disminución del riesgo no se presenta acompañada de una reducción compensatoria en los rendimientos. Dentro del esquema del Modelo Internacional de Valoración de Activos, debido a Solnik (1974), la “performance” de una cartera de inversión mejora mediante la cobertura del riesgo de cambio únicamente si los contratos forward no están valorados justamente en el mercado. Así, como también indican Jorion (1991) y Korajczyk y Viallet (1992), la cobertura solamente puede cobrar valor para los inversores si el riesgo de cambio no está valorado consistentemente con otros riesgos.

Glen y Jorion (1993), toman en consideración cuatro aproximaciones a la cobertura. En la primera de ellas, el inversor compara una cartera óptima de acciones/bonos con una cartera óptima que además contiene contratos forward. En la segunda, a una posición predeterminada de acciones/bonos se añaden contratos de cobertura del riesgo de cambio. La tercera introduce restricciones a las ventas a corto en las carteras óptimas. Por último, en la cuarta, basándose en la información que contiene la prima forward, se introducen ratios de cobertura variables en el tiempo.

Los tests estadísticos sugieren que la cobertura incondicional del riesgo de cambio, mediante la inclusión de contratos forward, produce mejoras estadísticamente significativas en la performance de carteras óptimas que contienen bonos, durante el período que comprende desde 1974 hasta 1990. Sin embargo, esta forma de cubrir el riesgo de cambio no mejora significativamente la estrategia de cobertura unitaria, ni tampoco la universal. Con posiciones predeterminadas, ya sea en acciones o en bonos, existe una pequeña evidencia de mejora al añadir monedas, lo que pone de manifiesto que el intentar optimizar las divisas separadamente de los bonos se convierte en una alternativa subóptima.

Otro resultado interesante es que las estrategias de cobertura condicional mejoran significativamente la “performance” de carteras de acciones y bonos, tanto dentro como

fuera de la muestra, proporcionando rendimientos substancialmente superiores y sin soportar un riesgo adicional. Además, esta cobertura condicional supera los resultados de la estrategia de cobertura unitaria, así como de la universal y de la cobertura incondicional. Por otra parte, los resultados indican que las diferentes divisas que forman parte de la cartera juegan un importante papel en la optimización de carteras globales, sobre todo cuando se emplean estrategias condicionales de cobertura. Así, estos resultados proporcionan una clara evidencia de que el cubrir el riesgo de cambio es muy importante y ventajoso desde el punto de vista del inversor, ya sea éste un individuo o empresa.

Dada la importancia del riesgo para la empresa y, concretamente, el riesgo de cambio, como ponemos de manifiesto en las líneas anteriores, se ha avanzado considerablemente, en tiempos recientes, en la construcción de modelos<sup>19</sup> que permiten estimar y predecir la volatilidad de múltiples variables financieras como los tipos de cambio, tipos de interés, rentabilidad de acciones, etc.. Además, se han desarrollado potentes herramientas, como el VaR (Value at Risk) y el EaR (Earnings at Risk), que permiten cuantificar y gestionar el riesgo de mercado, las cuáles resultan de gran utilidad práctica para la empresa.

Así pues, a los anteriores factores que convierten la estimación y predicción de la volatilidad del tipo de cambio en una cuestión de suma relevancia en el ámbito empresarial, así como en el contexto de la teoría financiera en general, podemos añadir otros dos. En primer lugar, la determinación del modelo VaR exige la estimación de la volatilidad de todos los activos que componen la cartera de una institución. Como existen activos que están afectados por el riesgo de cambio, se hace necesario estimar este último, es decir, es preciso predecir la volatilidad del tipo de cambio, para obtener una medida correcta del riesgo de mercado de la cartera en cuestión. En segundo lugar, debemos considerar que la predicción de la volatilidad del tipo de cambio juega un papel esencial en los modelos de valoración de activos derivados, cuyo subyacente es la divisa, ya que el

---

<sup>19</sup> Nos referimos a modelos del tipo ARCH y GARCH (y sus extensiones), ARFIMA, técnicas no paramétricas, entre las que destacamos los árboles de regresión, regresión localmente ponderada, redes neuronales artificiales, etc..



precio de dichos activos derivados depende, fundamentalmente, de la volatilidad del activo sobre el que están denominados.

En los últimos años, parece que el interés por la cuantificación y gestión del riesgo se ha desplazado desde la preocupación por el riesgo de crédito al denominado riesgo de mercado, es decir, aquél que se deriva de la incertidumbre en relación con las pérdidas y ganancias que se espera que en el futuro genere una cartera, como consecuencia de las posibles fluctuaciones, más o menos predecibles, de los tipos de cambio e interés, precios de las acciones y materias primas o de cualquier otra variable relevante. El riesgo de mercado se ha convertido en el principal centro de atención, tanto por parte del ámbito regulador<sup>20</sup>, como para las instituciones e intermediarios financieros, los inversores institucionales y las grandes corporaciones empresariales, que muestran un creciente interés por lograr una medición más exacta del riesgo de mercado en que incurren. Aún más, el Banco Internacional de Pagos de Basilea (BIS) y el Grupo de los Treinta (G30) han elaborado unas directrices normativas sobre la necesidad de presentación de la medida ajustada del riesgo de mercado, del riesgo de crédito y de la interacción entre ambos, por parte de las instituciones financieras. Así, el BIS exige que, antes del 31 de diciembre de 1997, todas sus instituciones miembros sean capaces de implantar sistemas que permitan medir y gestionar el Valor en Riesgo, o VaR, de su riesgo de mercado. Además, todos los miembros del BIS deberán cuantificar y controlar el riesgo de crédito y sus interacciones con el riesgo de mercado, antes del 31 de diciembre de 1998<sup>21</sup>. En esta línea, la Directiva de la CEE sobre Adecuación de Capital de 1993, que entró en vigor en 1996, presenta exigencias paralelas a las que acabamos de comentar, concediendo, asimismo, a las instituciones la posibilidad de gestionar su riesgo a través de modelos internos.

---

<sup>20</sup> Así se desprende de la normativa emanada desde las Directivas de la CEE 89/299, sobre Fondos Propios, y 89/647, sobre Coeficiente de Solvencia (que recogen el Acuerdo de Capital de Basilea de julio de 1988), hasta la propuesta del Comité de Supervisión Bancaria de Basilea de 12 de abril de 1995, sobre Modelos Internos y la Directiva comunitaria 93/6, sobre Adecuación de Capital.

<sup>21</sup> Véanse las propuestas del Comité de Basilea (1995a, 1995b).

Según Longestaey (1995), las causas de esta gran preocupación por el riesgo de mercado pueden sintetizarse, entre otras, en la fuerte titulización de los mercados financieros, que favorece la desintermediación y negociación ; la globalización de los mercados, que desencadena un fuerte desarrollo de los mercados de divisas y de instrumentos derivados, fundamentalmente ; el importante cambio que se ha producido en las técnicas de gestión, que se traduce en la valoración de las posiciones de los operadores a precios de mercado, en lugar de a precios históricos con los correspondientes ajustes según los rendimientos devengados en el momento de la valoración y, por último, el cambio conceptual que han sufrido los indicadores de los resultados de las empresas, que pasan de evaluar únicamente los rendimientos, a tomar en consideración el riesgo, mediante la medición de los rendimientos en relación con la cuantía de los riesgos soportados para su consecución. Con todo ésto, cobra gran importancia la elaboración de herramientas, como el VaR y el EaR, que proporcionan una medida del riesgo.

Desde un punto de vista formal, podemos definir el VaR como un *método de medición del riesgo* que determina, mediante técnicas estadísticas, la máxima pérdida esperada durante un horizonte temporal determinado y para algún nivel de probabilidad o confianza seleccionado por el decisor. Así, el VaR permite obtener una medida de la incertidumbre asociada a los rendimientos futuros de una cartera, a través de la volatilidad de cada factor de riesgo, entre ellos el tipo de cambio, y sus covarianzas. En la actualidad, el valor en riesgo se considera como el método de medición y control del riesgo de mercado, al que se enfrenta una institución, más ampliamente aceptado. En el cálculo del VaR la volatilidad del tipo de cambio y la necesidad de predecirlo juegan un relevante papel.

Una medida alternativa al VaR para la medición del riesgo de mercado es el EaR o ganancias en riesgo. A diferencia del VaR, que mide el riesgo de mercado a partir de la volatilidad del valor de cada stock, el EaR toma como punto de partida la volatilidad del valor del flujo de ganancias de cada actividad o línea de negocio, para cuantificar el riesgo de mercado. Desde el momento en que las ganancias están expuestas al riesgo de cambio, es necesario estimar la volatilidad del precio de las monedas para obtener una medida

correcta del riesgo de mercado. EaR es un indicador ex-post, mientras que el VaR lo es ex-ante.

El EaR, que mide la volatilidad de las ganancias, puede utilizarse, también, como un indicador de la aversión al riesgo. Así, el empresario puede establecer un nivel de volatilidad que considere será aceptado por los proveedores de sus fondos, éstos es, accionistas, obligacionistas, depositantes, etc., para un determinado objetivo de rendimientos. Lo más interesante de esta medida es interpretar cómo se descompone entre los distintos departamentos de la empresa. Debemos destacar que, en empresas que realizan actividades diversas, como por ejemplo los bancos, como los resultados de las distintas actividades no son independientes entre sí, puede existir una reducción del riesgo por diversificación, de manera que, la volatilidad de las ganancias en su conjunto es menor que la suma de las volatilidades de las actividades componentes.

Tanto el Corporate Controlling de Swiss Bank Corporation, como la Federal Reserve Board en USA, consideran que este sistema de medición y control del riesgo es más robusto y fácil de aplicar que la metodología VaR, anteriormente expuesta y que cuenta con el apoyo del BIS de Basilea. No obstante, siguiendo a Pérez (1996), pensamos que es difícil decantarse por una de las metodologías expuestas, ya que deben tratarse como complementarias en lugar de sustitutivas.

En relación con la importancia de la predicción de la volatilidad del tipo de cambio en la valoración de opciones sobre divisas, comentada en líneas anteriores, debemos destacar que el precio futuro de las opciones depende, entre otros factores, de la volatilidad del activo subyacente, en nuestro caso la divisa, por lo que es necesario disponer de una estimación de la volatilidad del tipo de cambio. En nuestro país no se negocian opciones sobre divisas, por lo que la evidencia disponible sobre la bondad relativa del empleo de modelos de volatilidad cambiante es inexistente (sin embargo, esto no es así para otros activos: Bachiller et al., 1997 y Santamaría, 1995).

Normalmente, para predecir la prima de una opción, se han empleado modelos basados en la volatilidad implícita, derivada de las series históricas de precios de las mismas. Sin embargo, existe una segunda vía. Es posible utilizar modelos que predicen la volatilidad, en nuestro contexto del tipo de cambio, bien a partir de las series históricas de rendimientos del activo subyacente, ejemplo de ello son los modelos ARCH de Engle (1982) y sus extensiones y generalizaciones, o bien, en base a la serie de volatilidad observada, como hacen los modelos ARFIMA y no paramétricos (todos ellos son analizados en capítulos posteriores de la Tesis). Una vez se dispone de la predicción de la volatilidad, por cualquiera de los métodos mencionados, a partir de ella, se puede predecir el precio de la opción.

Siguiendo a Noh et al. (1994) y, de acuerdo con gran parte de la literatura financiera, la volatilidad del precio de los activos financieros y, por tanto, del tipo de cambio, sufre variaciones a lo largo del tiempo. Más concretamente, podemos afirmar que, ni la volatilidad implícita en el precio de una opción, ni la histórica, permanecen constantes en el tiempo. Muestra de ello son los trabajos de Pindyck (1984), French et al. (1987) y Schwert (1990), quienes concluyen que la volatilidad diaria no sólo es variable, sino que la velocidad de las fluctuaciones puede ser muy elevada. Además, dichos cambios en la volatilidad tienen fuertes repercusiones, no sólo en la rentabilidad de los activos, sino también sobre los precios de las opciones.

En este contexto, debemos destacar que la volatilidad implícita que se deriva del modelo de valoración de opciones de Black-Scholes (1973) es constante, por lo que resulta inconsistente con el planteamiento anterior de existencia de heterocedasticidad. Por el contrario, los modelos de predicción de volatilidad, anteriormente comentados, que utilizan rendimientos o volatilidades históricas, en lugar de las implícitas, permiten predecir volatilidades dinámicas, acordes con el comportamiento del mercado, sin necesidad de suponer ningún modelo de valoración de opciones, ni de utilizar el precio observado de las mismas.

Consideramos que el anterior argumento, reforzado con la evidencia empírica existente al respecto (Day y Lewis (1992), Harvey y Whaley (1992), Engle, Hong, Kane y Noh (1993), Engle, Kane y Noh (1993) y Noh, Engle y Kane (1994), entre otros), es lo suficientemente consistente para permitirnos afirmar que, la eficiencia de los modelos de predicción de volatilidad del tipo de cambio que no se basan en volatilidades implícitas es bastante mayor que la de aquéllos que sí se fundamentan en la misma. Por tanto, los modelos que predicen el precio de las opciones a partir de las volatilidades pronosticadas en base a series históricas de rendimientos o volatilidades superan, en términos de capacidad predictiva, a los que emplean volatilidades implícitas.

Pensamos que, en este ámbito cobra gran importancia nuestro trabajo, ya que, como predecimos la volatilidad del tipo de cambio, sin partir de la volatilidad implícita, nuestros resultados pueden ser de gran utilidad en la predicción del precio futuro de las opciones sobre divisas. Esto puede ser de gran ayuda tanto para los inversores, particulares o institucionales, que utilizan este instrumento, con fines bien especulativos o bien de cobertura del riesgo de cambio de sus carteras, como para las empresas que operan en el mercado de opciones sobre divisas para gestionar su exposición al riesgo de cambiario.

Para finalizar, creemos interesante introducir los resultados del trabajo de Noh, Engle y Kane (1994). Estos autores predicen el precio de opciones (straddle) sobre el índice S&P500. Para ello utilizan dos modelos de predicción de volatilidad, ya que su objetivo es comparar su calidad predictiva. El primero es un modelo de regresión de la volatilidad implícita, derivada del precio de la opción. El segundo es un proceso GARCH. A partir de las predicciones de volatilidad del S&P500 que ofrece cada uno de dichos modelos, predicen el precio de las opciones sobre el citado índice. Para comparar la eficiencia de los modelos empleados actúan del siguiente modo: compran cuando el precio de cierre del mercado de un día es inferior a la predicción del día siguiente y venden en caso contrario. Cada día calculan los rendimientos que supuestamente obtienen, siguiendo las predicciones de los dos modelos utilizados. Pues bien, las

ganancias que obtienen en base a la volatilidad ARCH son significativamente superiores que las que permite obtener el modelo de volatilidad implícita.

De todo lo comentado podemos concluir que, no sólo la predicción de la volatilidad del tipo de cambio es importante para pronosticar el valor futuro de las opciones sobre divisas, sino que, además, las predicciones del precio de la opción nos permiten comparar, en términos económicos, la capacidad predictiva de diversos modelos. Por otra parte, las predicciones de la volatilidad del precio de un activo financiero, en nuestro trabajo la divisa, permiten contrastar la hipótesis de eficiencia del mercado de opciones correspondiente. En este sentido, tanto Harvey y Whaley (1992), como Noh et al. (1994), concluyen que no se pueden obtener beneficios extraordinarios cuando se opera según los precios que permite predecir la volatilidad implícita, por el contrario, si los precios de la opción se predicen en base a la volatilidad que generan modelos como los GARCH, sí se pueden obtener ganancias. Esto sugiere que el mercado de opciones es eficiente con respecto a las predicciones basadas en volatilidad implícita, sin embargo, esta última no incorpora toda la información histórica. Por ello, las predicciones de volatilidad GARCH pueden añadir valor.

## 1.5 Consideraciones finales

En este capítulo introductorio hemos revisado la literatura existente en relación con la modelización del tipo de cambio, además de detallar algunas de las implicaciones del precio de las monedas para la empresa, lo que nos ha permitido efectuar varias reflexiones.

Es bien conocido que tanto la rentabilidad, como el valor de las principales empresas que operan en el ámbito internacional, están afectadas por las variaciones del tipo de cambio. De hecho, desde el inicio del sistema de tipos de cambio libremente fluctuantes, el riesgo de cambio se convierte en una de las principales preocupaciones de las empresas cuyas operaciones rebasan sus fronteras. Así pues, consideramos que la estimación y predicción de la volatilidad del tipo de cambio es una cuestión de suma

relevancia en el ámbito empresarial, pues ofrece una predicción del riesgo de cambio, que resulta de gran utilidad en el diseño de estrategias de cobertura y en la previsión de los resultados futuros de la empresa.

En segundo lugar, pensamos que la cobertura del riesgo de cambio es esencial para la empresa, pues ante la existencia de sistemas impositivos convexos y costes de quiebra y agencia, puede incrementar su valor, bien porque permite aumentar el valor esperado de los flujos netos de caja de la firma, o bien, por posibilitar una reducción en el coste de capital de la misma.

En tercer lugar, consideramos que la predicción de la volatilidad del tipo de cambio es fundamental para la determinación de los modelos VaR y EAR. El primero exige la estimación de la volatilidad de todos los activos que componen la cartera de una institución, mientras que el EAR toma como punto de partida la volatilidad del valor del flujo de ganancias de cada actividad o línea de negocio, para cuantificar el riesgo de mercado. Así, desde el momento en que, bien los activos, o bien las ganancias en cuestión están expuestas al riesgo de cambio, es necesario estimar la volatilidad del precio de las monedas.

En cuarto lugar, creemos que la predicción de la volatilidad del tipo de cambio juega un papel esencial en los modelos de valoración de activos derivados, cuyo subyacente es la divisa, ya que el precio de dichos activos derivados depende, fundamentalmente, de la volatilidad del activo sobre el que están denominados.

Nuestra quinta consideración es que, la labor llevada a cabo en la presente Tesis de predecir la volatilidad del tipo de cambio a partir de series históricas, ya sea de rendimientos o de volatilidades, en lugar de emplear la volatilidad implícita, puede ser de gran utilidad en la predicción del precio futuro de las opciones sobre divisas. Esta afirmación se fundamenta en dos cuestiones. Primero, existe una evidencia empírica suficiente (Day y Lewis (1992), Harvey y Whaley (1992), Engle, Hong, Kane y Noh (1993), Engle, Kane y Noh (1993) y Noh, Engle, Kane (1994), entre otros) para

permitirnos afirmar que, los modelos de predicción de volatilidad del tipo de cambio que se basan en datos históricos son bastante más eficientes que aquéllos que parten de la volatilidad implícita. Por tanto, los modelos que predicen el precio de las opciones a partir de las volatilidades que generan los modelos basados en observaciones históricas superan, en términos de capacidad predictiva, a los que emplean volatilidades implícitas. Segundo, la volatilidad implícita que se deriva del modelo de valoración de opciones de Black-Scholes (1973) es constante y, por tanto, inconsistente con la existencia de heterocedasticidad. Por el contrario, los modelos de predicción de volatilidad que utilizan rendimientos o volatilidades históricas, en lugar de las implícitas, permiten predecir volatilidades dinámicas, acordes con el comportamiento del mercado. Lo que permite concluir que estos últimos superan en términos predictivos a los que predicen la volatilidad a partir de la teoría de valoración de opciones.



## Referencias

- ADLER, M. y DUMAS, B., (1983): "International Portfolio Choice and Corporation Finance: A Synthesis", *Journal of Finance*, 38, pp. 925-984.
- ADLER, M. y DUMAS, B., (1984): "Exposure to Currency Risk: Definition and Measurement", *Financial Management*, 13, pp. 41-50.
- AMIHUD, Y., (1993): "Evidence on Exchange Rates and Valuation of Equity Shares", en AMIHUD, Y. y LEVICH, R. (eds.), *Exchange Rates and Corporate Performance*, Business One Irwin, Homewood, III.
- ARTIS, M. y TAYLOR, M., (1988): "Exchange Rates, Interest Rates, Capital Controls and the EMS: Assessing the Track Record", en GIAVAZZI, F. (ed.), *The European Monetary System*, Cambridge University Press.
- BACHILLER, A., LECHON, P. y SANTAMARIA, R., (1997): "Modelizaciones Ad-hoc de Volatilidad: Estrategias de Negociación en el MOE<sub>IBEX35</sub>", *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, vol.XXVI, 92, pp. 727-748.
- BACKUS, D., (1984): "Empirical Models of the Exchange Rate: Separating the Wheat from the Chaff", *Canadian Journal of Economics* 17, pp. 824-846.
- BAJO RUBIO, O., FERNANDEZ RODRIGUEZ, F. y SOSVILLA RIVERO, S., (1992a): "Chaotic Behaviour in Exchange - Rates Series. First Results for the Peseta - U.S. Dollar Case", *Economics Letters* 39, pp. 207-211.
- BAJO RUBIO, O., FERNANDEZ RODRIGUEZ, F. y SOSVILLA RIVERO, S., (1992b): "Volatilidad y Predecibilidad en las Series del Tipo de Cambio Peseta - Dólar: Un Enfoque Basado en el Caos Determinista", *Revista Española de Economía*, Monográfico "Mercados Financieros Españoles", pp. 91-109.
- BAJO RUBIO, O. y SOSVILLA RIVERO, S., (1993): "Teorías del Tipo de Cambio : Una Panorámica", *Revista de Economía Aplicada* 2, Vol. I, pp. 175-205.

- BARTOV, E. y BODNAR, M., (1994): "Firm Valuation, Earnings Expectations and the Exchange - Rate Exposure Effect", *Journal of Finance*, 44, pp. 1755-1785.
- BASLE COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION, (1995a): "*An Internal Model - Based Approach to Market Risk Capital Requirements*", Basilea, Suiza.
- BASLE COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION, (1995b): "*Planned Supplement to the Capital Accord to Incorporate Market Risks*", Basilea, Suiza.
- BECKSTROM, R., LEWIS, D. y ROBERTS, C., (1994): "VaR: Pushing Risk Management to the Statistical Limit", *Capital Markets Strategies*, 3, noviembre, pp. 9-15.
- BERTOLA, R. y CABALLERO, R., (1992): "Target Zones and Realignments", *The American Economic Review*, vol. 82, nº 3, pp. 520-536.
- BESSEMBINDER, H., (1991): "Forward Contracts and Firm Value : Investment Incentive and Contracting Effects", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 26, pp. 519-532.
- BILSON, J.F.O., (1978): "The Monetary Approach to the Exchange Rate : Some Empirical Evidence", *IMF Staff Papers*, 25, pp. 48-75.
- BINDER, J.J., (1989): "Asset Risk, Bankruptcy and Equity Risk", Paper nº 18, University of Illinois at Chicago.
- BLACK, F. y SCHOLES, M., (1973): "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economics*, Mayo-Junio, pp. 637-659. Traducido en *Cuadernos Económicos del ICE*, 32, 1986/1, pp. 33-50.
- BLANCHARD, O., (1979): "Speculative Bubbles, Crashes and Rational Expectations", *Economics Letters* 3, pp. 387-389.
- BLANCHARD, O. y WATSON, M., (1982): "Bubbles, Rational Expectations and Financial Markets", en WACHTEL, P. (ed.), *Crises in the Economic and Financial Structure*, Lexington : Lexington Books, pp. 295-315.
- BLOCK, S.B. y GALLAGHER, T.J., (1986): "The Use of Interest Rate Futures and Options by Corporate Financial Managers", *Financial Management*, 15, pp. 73-78.

- BODNAR, G.M. y GENTRY, W.M., (1993): "Exchange - Rate Exposure and Industry Characteristics: Evidence from Canada, Japan and the U.S.", *Journal of International Money and Finance* 12, pp. 29-45.
- BOLLERSLEV, T., (1986): "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics* 31, pp. 307-327.
- BOMHOFF, E., y KORTEWEG, P., (1983): "Exchange Rate Variability and Monetary Policy under Rational Expectations: Some Euro - American Experience 1973-1979", *Journal of Monetary Economics* 11, pp. 169-206.
- BOOTH, J.R., SMITH, R.L. y STOLZ, R.W., (1984): "The Use of Interest Futures by Financial Institutions", *Journal of Bank Research*, 15, pp. 15-20.
- BRANSON, W.H., (1976): "Portfolio Equilibrium and Monetary Policy with Foreign and Nontraded Assets", en CLAASSEN, E. y SALIN, P. (eds.), *Recent Issues in International Economics*, Amsterdam, North - Holland, pp. 241-250.
- BRANSON, W.H., (1977): "Asset Markets and Relative Prices in Exchange Rate Determination", *Sozialwissenschaftliche Annalen*, 1, pp. 69-89.
- BRANSON, W.H. y HALTTUNEN, H., (1979): "Asset Market Determination of Exchange Rates: Initial Empirical and Policy Results", en MARTIN, J.P. y SMITH, A., *Trade and Payments Adjustment Under Flexible Exchange Rates*, Londres, Macmillan, pp. 55-85.
- BRANSON, W.H., HALTTUNEN, H. y MASSON. P., (1977): "Exchange Rates in the Short Run: The Dollar - Deutschemark Rate", *European Economic Review* 10, pp. 303-324.
- BRANSON, W.H., HALTTUNEN, H. y MASSON. P., (1979): "Exchange Rates in the Short Run: Some Further Results", *European Economic Review* 12, pp. 395-402.
- BUITER, W.H. y MILLER. M., (1981): "Monetary Policy and International Competitiveness: The Problems of Adjustment", *Oxford Economic Papers* 33, pp. 143-175.

- BUITER, W.H. y MILLER, M., (1982): "Real Exchange Rate Overshooting and the Output Cost of Bringing Down Inflation", *European Economic Review* 18, pp. 85-123.
- CASSEL, G., (1916): "The Present Situation on the Foreign Exchanges", *Economic Journal* 8, pp. 62-65.
- CHEN, N.F., ROLL, R. y ROSS.S., (1986): "Economic Forces and the Stock Market", *Journal of Business*, 59, pp. 383-403.
- COPELAND, L.S., (1984): "The Pound Sterling/U.S. Dollar Exchange Rate and the News", *Economics Letters* 15, pp. 109-113.
- DAY, T. y LEWIS, C.M., (1992): "Stock Market Volatility and the Information Content of Stock Index Options", *Journal of Econometrics* 52, pp. 267-288.
- DE GRAUWE, P. y VANSANTEN, K., (1990): "Deterministic Chaos in the Foreign Exchange Market", Discussion Paper 370, Centre for Economic Policy Research.
- DeANGELO, H. y MASULIS, R.W., (1980): "Optimal Capital Structure Under Corporate and Personal Taxation", *Journal of Financial Economics*, 8, pp. 3-29.
- DEL RIO, C., (1996): "Tres Estudios Sobre Componentes Potencialmente Predecibles en las Series de Tipos de Cambio: Regularidades Empíricas y Efectos de los Ajustes en los Tipos de Cambio, Dependencias a largo Plazo y Dinámica Caótica", Tesis Doctoral, Universidad Pública de Navarra.
- DIARIO OFICIAL DE LAS COMUNIDADES EUROPEAS, (1989): Directiva del Consejo de 17 de abril de 1989, 89/299/CEE, relativa a los Fondos Propios de las Entidades de Crédito.
- DIARIO OFICIAL DE LAS COMUNIDADES EUROPEAS, (1989): Directiva del Consejo de 18 de diciembre de 1989, 89/647/CEE, sobre el Coeficiente de Solvencia de las Entidades de Crédito.
- DIARIO OFICIAL DE LAS COMUNIDADES EUROPEAS, (1993): Directiva del Consejo de 15 de marzo de 1993, 93/6/CEE, sobre la Adecuación del Capital de las Entidades de Crédito.

- DOOLEY, M. e ISARD, P., (1982): "A Portfolio-Balance Rational-Expectations Model of the Dollar-Mark Exchange Rate", *Journal of International Economics* 12, pp. 257-276.
- DORNBUSCH, R., (1976): "Expectations and Exchange Rates Dynamics", *Journal of Political Economy* 84, pp. 1161-1176.
- DORNBUSCH, R., (1980): "Exchange Rate Economics: Where do We Stand?", *Brookings Papers on Economic Activity* 1, pp. 143-185.
- DORNBUSCH, R. y FISCHER, S., (1980): "Exchange Rates and the Current Account", *American Economic Review* 70, pp. 960-971.
- DRISKILL, R. y McCAFFERTY, S., (1985): "Exchange Rate Dynamics with Wealth Effects: Some Theoretical Ambiguities", *Journal of International Economics* 19, pp. 329-340.
- EDWARDS, S., (1982): "Exchange Rate Market Efficiency and the New Information", *Economics Letters* 9, pp. 377-382.
- EDWARDS, S., (1983): "Floating Exchange Rates, Expectations and New Information", *Journal of Monetary Economics* 11, pp. 321-336.
- ENGLE, R.F., (1982): "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica* 50, pp. 987-1008.
- ENGLE, R.F., HONG, T., KANE, A. y NOH, J., (1993): "Arbitrage Valuation of Variance Forecasts", en CHANCE, D.M. y TRIPPI, R.R. (eds.), *Advances in Futures and Options Research*, Greenwich, Conn, pp. 393-415.
- ENGLE, R.F., KANE, A. y NOH, J., (1993): "Option-Index Pricing with Stochastic Volatility and the Value of Accurate Variance Forecasts", University of California, San Diego, Discussion Paper.
- EVANS, G.W., (1986): "A Test for Speculative Bubbles in the Sterling-Dollar Exchange Rate: 1981-84", *American Economic Review* 76, pp. 621-636.
- FAMA, E.F., (1965): "The Behavior of Stock Market Prices", *Journal of Business* 38, pp. 34-105.
- FLEMING, J.M., (1962): "Domestic Financial Policies Under Fixed and Under Floating Exchange Rates", *IMF Staff Papers*, 9, pp. 369-379.

- FRANK, M. y STENGOS, T., (1988): "Chaotic Dynamics in Economic Time-Series", *Journal of Economic Surveys* 2, pp. 103-133.
- FRANKEL, J.A., (1979): "On the Mark: A Theory of Floating Exchange Rates Based on Real Interest Differentials", *American Economic Review* 69, pp. 610-622.
- FRANKEL, J.A., (1983): "Monetary and Portfolio-Balance Models of Exchange Rate Determination", en BHANDARI, J.S. y PUTNAM, B.H. (eds.), *Economic Interdependence and Flexible Exchange Rates*, Cambridge, Mass., The MIT Press, pp. 84-115.
- FRANKEL, J.A., (1984): "Tests of Monetary and Portfolio Balance Models of Exchange Rate Determination", en BILSON, J.F.O. y MARSTON, R.C. (eds.), *Exchange Rate Theory and Practice*, Chicago, The University of Chicago Press, pp. 239-260.
- FRANKEL, J.A. y FROOT, K., (1987): "Using Survey Data to Test Standard Propositions Regarding Exchange Rate Expectations", *American Economic Review* 77, pp. 133-153.
- FRANKEL, J.A. y FROOT, K., (1990): "Chartists, Fundamentalists, and the Demand for Dollars", en COURAKIS, A. y TAYLOR, M. (eds.), *Private Behaviour and Government Policy in Interdependent Economies*, Oxford, Clarendon Press, pp. 73-128.
- FRANKEL, J.A. y MEESE, R.A., (1987): "Are Exchange Rates Excessively variable ?", *NBER Macroeconomics anual* 2, pp. 117-153.
- FRATIANNI, M. y VON HAGEN, J., (1990): "The EMS Ten Years After", en MELTZER, A. y PLOSSER, C. (eds.), *Carnegie Rochester Conference Series*, 32.
- FRENCH, K.R., SCHWERT, G.W. y STAMBAUGH, R.F., (1987): "Expected Stock Returns and Volatility", *Journal of Financial Economics* 19, pp. 3-30.
- FRENKEL, J.A., (1976) : "A Monetary Approach to the Exchange Rate : Doctrinal Aspects and Empirical Evidence", *Scandinavian Journal of Economics* 78, pp. 200-224.

- FRENKEL, J.A., (1981a): "The Collapse of Purchasing Power Parity During the 1970s", *European Economic Review* 16, pp. 145-165.
- FRENKEL, J.A., (1981b): "Flexible Exchange Rates, Prices and the Role of "News": Lessons from the 1970s", *Journal of Political Economy* 89, pp. 665-705.
- FRENKEL, J.A. y MUSSA, M., (1980): "The Efficiency of Foreign Exchange Markets and Measures of Turbulence", *American Economic Review* 70, pp. 374-381.
- FRENKEL, J.A. y MUSSA, M., (1985): "Asset Markets, Exchange Rates and the Balance of Payments", en JONES, R.W. y KENEN, P.B. (eds.), *Handbook of International Economics*, Vol. 2, Amsterdam, North-Holland, pp. 679-747.
- FROOT, K.A. y OBSTFELD, M., (1991): "Exchange-Rate Dynamics under Stochastic Regime Shifts : A Unified Approach", *Journal of International Economics* 31, pp. 203-229.
- FROOT, K.A., SCHARFSTEIN, D.S. y STEIN, J.C., (1989): "LDC Debt : Forgiveness, Indexation, and Investment Incentives", *Journal of Finance*, 44, pp. 1335-1350.
- FROOT, K.A., SCHARFSTEIN, D.S. y STEIN, J.C., (1993): "Risk Management : Coordinating Corporate Investment and Financing Policies", *Journal of Finance*, 48, pp. 1629-1658.
- GLEN, J. y JORION, P., (1993): "Currency Hedging for International Portfolios", *Journal of Finance*, 48, pp. 1865-1886.
- GRABBE, O.J., (1986) (1996) : *International Financial Markets*, Elsevier Science Publishing Co., New York.
- GUREL, E. y PYLE, D., (1984): "Bank Income Taxes and Interest Rate Risk Management : A Note", *Journal of Finance*, 39, pp. 1199-1206.
- HARRIS, G.R. y PURVIS, D.D., (1981): "Diverse Information and Market Efficiency in a Monetary Model of the Exchange Rate", *The Economic Journal* 91, pp. 829-947.

- HARVEY, C.R. y WHALEY, R.E., (1992): "Market Volatility Prediction and the Efficiency of the S & P 100 Index Option Market", *Journal of Financial Economics* 31, pp. 43-73.
- HENDRICKS, D., (1996): "Evaluation of VaR Models Using Historical Data", *Economic Policy Review*, Federal Reserve Bank of New York, abril, pp. 39-68.
- HOOOPER, P. y MORTON, J., (1982): "Fluctuations in the Dollar. A Model of Nominal and Real Exchange Rate Determination", *Journal of International Money and Finance* 1, pp. 39-56.
- HOUSTON, C.O. y MUELLER, G.G., (1988): "Foreign Exchange Rate Hedging and SFAS n° 52- Relatives or Strangers?", *Accounting Horizons*, 2, pp. 50-57.
- HSIEH, D.A., (1992): "A Nonlinear Stochastic Rational Expectations Model of Exchange Rates", *Journal of International Money and Finance* 11, pp. 235-250.
- JENSEN, M., (1986): "Agency Costs and Free Cashflow, Corporate Finance and Takeover", *American Economic Review*, mayo, pp. 323-329.
- FRENKEL, J.A. y MUSSA, M., (1980): "The Efficiency of Foreign Exchange Markets and Measures of Turbulence", *American Economic Review* 70, pp. 374-381.
- JORION, P., (1988): "The Pricing of Exchange Rate Risk in the Stock Market", Working Paper, New York : Columbia University.
- JORION, P., (1990): "The Exchange - Rate Exposure of U.S. Multinationals", *Journal of Business*, 63, pp. 331-345.
- JORION, P., (1991): "The Pricing of Exchange Rate Risk in the Stock Market", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 26, pp. 363-376.
- JORION, P., (1997): *Value at Risk*, Chicago, Mac Graw-Hill.
- J.P. MORGAN BANK, (1995): *RiskMetrics Technical Manual*, New York.
- J.P. MORGAN BANK, (1997): *Credit Metrics Technical Document*, New York.
- KORAJCZYK, R. y VIALLET, C., (1992): "Equity Risk and the Pricing of Foreign Exchange Risk", *Journal of International Economics*, 33, pp. 199-220.



- KOURI, P.J.K., (1976) : “The Exchange Rate and the Balance of Payments in the Short Run and in the Long Run : A Monetary Approach”, *Scandinavian Journal of Economics* 78, pp. 280-304.
- KOURI, P.J.K., (1983) : “Balance of Payments and the Foreign Exchange Market : A Dynamic Partial Equilibrium Model”, en BHANDARI, J.S. y PUTNAM, B.H. (eds.), *Economic Interdependence and Flexible Exchange Rates*, Cambridge, Mass., The MIT Press, pp. 116-156.
- KRUGMAN, P., (1991) : “Target Zones and Exchange Rate Dynamics”, *Quarterly Journal of Economics* 106, pp. 669-682.
- LEE, W.Y. y SOLT, M.E., (1997) : “The Exchange - Rate Risk Exposure of Asset Returns”, *Journal of Business*, 70, pp. 105-123.
- LESSARD, D., (1990) : “Global Competition and Corporate Finance in the 1990s”, *Continental Bank Journal of Applied Corporate Finance* 1, pp. 59-72.
- LEVI, M.D., (1990) : *International Finance*, 2ª ed., McGraw Hill, New York.
- LEVI, M.D. y SERCU, P., (1991) : “Erroneous and Valid Reasons for Hedging Foreign Exchange Rate Exposure”, *Journal of Multinational Financial Management* 1 (2), pp. 25-37.
- LEVICH, R.M., (1979) : *On Efficiency of Market for Foreign Exchange*, International Economic Policy, Johns Hopkins, Baltimore, MD.
- LEVICH, R.M., (1985) : “Empirical Studies of Exchange Rates : Price Behavior, Rate Determination and Market Efficiency”, en JONES, R.W. y KENEN, P.B. (eds.), *Handbook of International Economics*, Vol. 2, Amsterdam, North-Holland, pp. 979-1040.
- LEWENT, J.C. y KEARNEY, A.J., (1990) : “Identifying, Measuring and Hedging Currency Risk at Merck”, *Journal of Applied Corporate Finance* 2, pp. 19-28.
- LONGERSTAEY, J., (1995) : “VaR, RiskMetrics and Market Risk Metodology”, *Capital Market Strategies* 6, pp. 9-17.
- MATHUR, I., (1982) : “Managing Foreign Exchange Rate Risk Profitably”, *Columbia Journal of World Business*, 17, pp. 23-30.

- MATTEN, C., (1995): "Earnings Volatility as an Alternative Risk Capital Measure", *Economic and Financial Prospects* 6, pp. 2-5.
- MAYERS, D. y SMITH, C.W., (1982): "On the Corporate Demand for Insurance", *Journal of Business*, 55, pp. 281-296.
- MAYERS, D. y SMITH, C.W., (1987): "Corporate Insurance and the Underinvestment Problem", *Journal of Risk and Insurance*, 54, pp. 45-54.
- MAYERS, D. y SMITH, C.W., (1990): "On the Corporate Demand for Insurance : Evidence From the Reinsurance Market", *Journal of Business*, 63, pp. 19-40.
- MEADE, J.E., (1951): *The Theory of International Economic Policy*, Vol. 1, *The Balance of Payments*, Londres, Oxford University Press.
- MEESE, R.A., (1986): "Testing for Bubbles in Exchange Markets : A case of Sparkling Rates", *Journal of Political Economy* 94, pp. 345-373.
- MEESE, R.A. y ROGOFF, K., (1983a): "Empirical Exchange Rate Models of the Seventies : Do They Fit Out of Sample ?", *Journal of International Economics* 14, pp. 2-24.
- MEESE, R.A. y ROGOFF, K., (1983b): "The Out-of-Sample Failure of Empirical Exchange Rate Models : Sampling Error or Misspecification ?", en FRENKEL, J. (ed.), *Exchange Rates and International Macroeconomics*, Chicago, The University of Chicago Press, pp. 67-105.
- MEESE, R.A. y ROGOFF, K., (1985): "Was It Real ? The Exchange Rates Interest Differential Relation, 1973-1984", NBER working paper 1732.
- MODIGLIANI, F. y MILLER, M.H., (1958): "The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment", *American Economic Review* 48, junio, pp. 261-297.
- MUNDELL, R.A., (1963): "Capital Mobility and Stabilization Policy Under Fixed and Flexible Exchange Rates", *Canadian Journal of Economics and Political Science* 29, pp. 475-485.
- MUSSA, M., (1976): "The Exchange Rate, the Balance of Payments and Monetary and Fiscal Policy under a Regime of Controlled Floating", *Scandinavian Journal of Economics* 78, pp. 229-248.

- MUSSA, M., (1979) : "Empirical Regularities in the Behavior of Exchange Rates and Theories of the Foreign Exchange Market", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 11, pp. 9-57.
- MUSSA, M., (1982) : "A Model of Exchange Rate Dynamics", *Journal of Political Economy* 90, pp. 74-104.
- MUSSA, M., (1984) : "The Theory of Exchange Rate Determination", en BILSON, J.F.O. y MARSTON, R.C. (eds.), *Exchange Rate Theory and Practice*, Chicago, The University of Chicago Press, pp. 13-78.
- MYERS, S.C., (1977) : "The Determinants of Corporate Borrowing", *Journal of Financial Economics* 5, pp. 147-175.
- NANCE, D.R., SMITH, C.W. y SMITHSON, C.W., (1993) : "On the Determinants of Corporate Hedging", *Journal of Finance*, 48, pp. 267-284.
- NOH, J., ENGLE, R.F. y KANE, A., (1994) : "Forecasting Volatility and Option Prices of the S&P 500 Index", *Journal of Derivatives* 31, pp. 314-331.
- OBSTFELD, M., (1987) : "Peso Problems, Bubbles and Risk in the Empirical Assessment of Exchange-Rate Behavior", Working Paper 2203, National Bureau of Economic Research.
- OLMEDA, I. y PEREZ, J., (1995) : "Non-Linear Dynamics and Chaos in the Spanish Stock Market", *Investigaciones Económicas*, Vol. XIX (2), pp. 217-248.
- ONTIVEROS, E., BERGES, A., MANZANO, D. y VALERA, F.J., (1992) : *Mercados Financieros Internacionales*, Espasa Calpe, Madrid.
- PEREZ,F., (1996) : "Medición y Gestión del Riesgo de Mercado. EaR vs. VaR", *Análisis Financiero* 70, tercer trimestre, pp. 38-48.
- PI ANGUITA, J., (1985) : "La Eficiencia del Mercado de Divisas de la Peseta", *Investigaciones Económicas* 25, pp. 79-87.
- PINDYCK, R.S., (1984) : "Risk, Inflation and the Stock Market", *American Economic Review* 76, pp. 335-351.
- RAWLS, S.W. y SMITHSON, C.W., (1990) : "Strategic Risk Management", *Continental Bank Journal of Applied Corporate Finance* 1, pp. 6-18.

- ROGOFF, K., (1985): "Can Exchange Rates Predictability Be Achieved without Monetary Convergence?", *European Economic Review* 28, pp. 93-115.
- ROSS, S., (1976): "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", *Journal of Economic Theory*, 13, pp. 341-360.
- SANTAMARIA, R., (1995): "El Modelo de Valoración OGARCH. Primeros Resultados en el MOE<sub>IBEX35</sub>", *mimeo*.
- SCHWERT, G.W., (1990): "Stock Volatility and the Crash of 87", *Review of Financial Studies* 3, pp. 77-101.
- SERCU, P. y UPPAL, R., (1995): *International Financial Markets and the Firm*, South-Western College Publishing, Cincinnati, Ohio.
- SHAPIRO, A.C., (1975): "Exchange - Rate Changes, Inflation and the Value of the Multinational Corporation", *Journal of Finance*, 30, pp. 485-502.
- SINGLETON, K., (1987): "Exchange-Rates, Speculation and Volatility", *Series on Public Policy* 26, pp. 9-56.
- SMITH, C.W., SMITHSON, C.W. y WILFORD, D.S., (1990): *Strategic Risk Management*, Institutional Investor Series in Finance, Harper and Row, New York.
- SMITH, C.W. y STULZ, R.M., (1985): "The Determinants of Firms' Hedging Policies", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 20, pp. 391-405.
- SMITH, C.W. y WARNER, J.B., (1979): "On Financial Contracting : An Analysis of Bond Contracts", *Journal of Financial Economics*, 7, pp. 117-161.
- SOLNIK, B., (1974): "An Equilibrium Model of the International Capital Market", *Journal of Economic Theory*, 8, pp. 500-524.
- SOLNIK, B., (1983): "International Arbitrage Pricing Theory", *Journal of Finance*, 38, pp. 449-457.
- SOSVILLA-RIVERO, S., (1991): "Asset-Market Models of Exchange-Rate Determination : Basic Models, Empirical Evidence and Extensions", Documento de Trabajo 9124, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Complutense de Madrid.
- STULZ, R., (1990): "Managerial Discretion and Optimal Financing Policies", *Journal of Financial Economics*, 26, pp. 3-27.

- SVENSSON, L.E.O., (1991a) : "The Term Structure of Interest Rate Differentials in a Target Zone : Theory and Swedish Data", *Journal of Monetary Economics* 28, pp. 87-116.
- SVENSSON, L.E.O., (1991b) : "Target Zones and Interest Rate Variability", *Journal of International Economics* 31, pp. 27-54.
- STYBLO, T., (1995) : "VaR : Seductive but Dangerous", *Financial Analysts Journal*, septiembre-octubre, pp. 12-24.
- TAYLOR, M., (1988) : "An Empirical Examination of Long-Run Purchasing Power Parity Using Cointegration Techniques", *Applied Economics* 20, pp. 1369-1381.
- TAYLOR, M. y ALLEN, H., (1992) : "The Use of Technical Analysis in the Foreign Exchange Market", *Journal of International Money and Finance* 11, pp. 304-314.
- TIROLE, J., (1982) : "On the Possibility of Speculation under Rational Expectations", *Econometrica* 50, pp. 1163-1181.
- TORNABELL, R., (1993) : *Finanzas Internacionales : Transacciones, Mercados y Monedas. El Empresario y las Monedas*. Enciclopedia de Dirección y Administración de la Empresa 15, Orbis, S.A., Edición especial para el diario Expansión.
- WALL, L.D. y PRINGLE, J.J., (1989) : "Alternative Explanations of Interest Rate Swaps : An Empirical Analysis", *Financial Management*, 18, pp. 59-73.
- WARNER, J., (1977) : "Bankruptcy Costs : Some Evidence", *Journal of Finance*, 32, pp. 337-348.
- WEST, K.D., (1987) : "A Specification Test for Speculative Bubbles", *Quarterly Journal of Economics* 102, pp. 553-580.
- WILSON, C.A., (1979) : "Anticipated Shocks and Exchange Rate Dynamics", *Journal of Political Economy* 87, pp. 639-647.
- ZIMMERMAN, J.L., (1988) : "Taxes and Firm Size", *Journal of Accounting and Economics* 5, pp. 119-149.

## **Capítulo 2**

# **Análisis comparativo de algunos modelos de predicción de volatilidad: Modelos ARCH y derivados**

### **2.1 Introducción**

Como señalamos en el capítulo anterior, los principales desarrollos teóricos tradicionales, elaborados hasta principios de la década de los ochenta, para modelizar el comportamiento de los tipos de cambio, como los basados en la paridad del poder adquisitivo, los modelos estructurales fundamentados en las teorías macroeconómicas de la oferta y demanda relativa de dinero o en aspectos más amplios relacionados con el equilibrio de carteras, analizados en el capítulo anterior, fracasaron debido a su deficiente comportamiento empírico en la explicación de la evolución reciente de los tipos de cambio<sup>1</sup> y, particularmente, a su escaso poder de predicción extramuestral.

---

<sup>1</sup> Veáanse, entre otros, Dornbusch (1980) y Frankel (1983, 1984) para el caso del modelo monetario y, Dooley e Isard (1982) y Backus (1984), en lo que respecta a los modelos de equilibrio de cartera.

En relación con lo anterior, los trabajos de Meese y Rogoff (1983a, 1985) y Mañas (1986) para el mercado americano y de Dolado y Durán (1983) y Bajo Rubio (1986, 1987) para el mercado español, entre otros, ponen de manifiesto que el modelo simple de paseo aleatorio puede predecir mejor que los anteriormente mencionados.

Debido al fracaso empírico de los modelos de activos han aparecido una serie de enfoques alternativos (que también introducimos en el capítulo 1); como los modelos que incluyen nueva información, la existencia de burbujas especulativas y los modelos que descansan sobre el principio basado en que en los mercados de divisas los participantes pueden englobarse en dos grupos : chartistas y fundamentalistas.

La mayoría de las investigaciones han centrado su atención en la posibilidad de predecir las variaciones de los tipos de cambio, suponiendo un comportamiento lineal de los mismos. En ocasiones, los datos sugieren que las variaciones de los tipos de cambio son incorrelacionadas, sin embargo, dada la no normalidad de la diferencia logarítmica de los tipos de cambio, dicha falta de correlación no es suficiente para probar la independencia estadística<sup>2</sup>.

Es posible que las variaciones de los tipos de cambio sean linealmente incorrelacionadas y, al mismo tiempo, presenten “dependencia no lineal”. Teóricamente no existe ninguna razón que justifique que los sistemas económicos tengan que ser intrínsecamente lineales. Además, existe evidencia empírica de que los tipos de cambio presentan una dependencia no lineal<sup>3</sup>.

Así, los avances más recientes en econometría intentan ofrecer nuevas herramientas analíticas que permiten modelizar y predecir el comportamiento de diversos fenómenos económicos, como el de la formación de los tipos de cambio, mediante la construcción de modelos teóricos que introducen elementos no lineales.

---

<sup>2</sup> Véanse, por ejemplo, Westerfield (1977), Rogalski y Vinso (1978), Mañas (1986) y Hsieh (1988).

<sup>3</sup> Véase Mañas (1986), Hsieh (1988) y De Grauwe (1990), entre otros.

Si llamamos  $\varepsilon_t$  a los residuos o innovaciones de un modelo de regresión de la variable  $x_t$ , podemos distinguir dos tipos de dependencia no lineal en  $\varepsilon_t$  :

- Dependencia aditiva, que en términos matemáticos queda expresada de la forma :

$$\varepsilon_t = f(x_{t-1}, \dots, x_{t-k}, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-k}) + v_t \quad (2.1.1)$$

- Dependencia multiplicativa, que representamos mediante la siguiente expresión :

$$\varepsilon_t = f(x_{t-1}, \dots, x_{t-k}, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-k})v_t \quad (2.1.2)$$

donde  $v_t$  es una variable aleatoria independiente e idénticamente distribuida (IID) con media igual a cero e independiente de los valores pasados de  $x_t$  y  $\varepsilon_t$ , y  $f(\cdot)$  es una función arbitraria de los valores pasados de  $x_t$  y  $\varepsilon_t$ , para un número finito de retardos  $k$ .

La dependencia no lineal aditiva implica que la no linealidad se introduce sólo a través de la media condicional del proceso<sup>4</sup>, por ello también recibe la denominación de *no linealidad en media*. Por el contrario, la dependencia multiplicativa postula que la no linealidad se introduce únicamente a través de la varianza condicional del modelo, por lo que se le llama *no linealidad en varianza* o multiplicativa.

Ambos tipos de no linealidad llevan implícito que  $x_t$  no se distribuye IID y  $\varepsilon_t^2$  está autocorrelacionada con sus propios retardos. No obstante, difieren en cuanto a la

---

<sup>4</sup> Véase Priestley (1980).



consideración de las esperanzas condicionadas. La no linealidad en media o aditiva implica que :

$$E\left[\varepsilon_t \mid x_{t-1}, \dots, x_{t-k}, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-k}\right] \neq 0 \quad (2.1.3)$$

es decir, que la esperanza condicional de las innovaciones o errores de predicción, condicionada al conocimiento de las innovaciones pasadas y de la propia variable retardada, es distinta de cero.

En caso contrario, es decir, cuando la esperanza condicional arriba mencionada es igual a cero, se dice que la serie presenta no linealidad en varianza o multiplicativa :

$$E\left[\varepsilon_t \mid x_{t-1}, \dots, x_{t-k}, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-k}\right] = 0 \quad (2.1.4)$$

Determinar si la serie es o no lineal, así como si la dinámica no lineal procede de la media o de la varianza condicional, puede tener importantes implicaciones a la hora de realizar predicciones, ya que la existencia de no linealidad permite mejoras predictivas aún tratándose de procesos estocásticos. La distinción de la fuente de la no linealidad es fundamental en muchas aplicaciones financieras como la selección de carteras y la valoración de activos. La no linealidad en varianza también puede conllevar mejoras en los resultados de la predicción en la valoración de activos derivados.

El comportamiento cambiante de la varianza condicional o procesos de varianza condicional no lineal, que las herramientas tradicionales no han sido capaces de capturar, queda expresamente recogido en los modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva (ARCH)<sup>5</sup> y sus extensiones y generalizaciones, que analizaremos en la

---

<sup>5</sup> Introducidos originalmente por Engle (1982).

siguiente sección. En nuestro trabajo, nos centraremos, entre otros, en estos modelos porque consideramos que existe un respaldo teórico y empírico suficiente que justifica la dinámica no lineal de los tipos de cambio, como veremos más adelante.

Los argumentos teóricos que ofrecen causas generadoras de no linealidad en los tipos de cambio son numerosos y podrían explicar el fracaso empírico de los modelos estructurales lineales de determinación de los tipos de cambio. Así, en los mercados de divisas se pueden encontrar mecanismos e incentivos que pueden generar comportamientos no lineales de los tipos de cambio.

Según diversas líneas de investigación, la dinámica no lineal puede surgir, entre otras, de las siguientes causas: los mecanismos generadores de expectativas que utilizan los agentes, la deformación temporal basada en la diferenciación entre tiempo económico y tiempo de calendario, el efecto de las intervenciones, la existencia de burbujas intrínsecas y, también, la incorrecta especificación del modelo. Guarda y Salmon (1993) y Salmon (1993) analizan de forma rigurosa estas posibles fuentes de la no linealidad.

Por otra parte, debido a la incertidumbre del entorno económico y financiero actual, el estudio de la volatilidad de las rentabilidades de los activos financieros está cobrando un gran interés. En este trabajo nos centraremos en los modelos para la varianza condicional de la serie de rendimientos del tipo de cambio pta/DMK (Peseta/Marco Alemán), pta/F.F. (Peseta/Franco Francés), pta/LIT. (Peseta/Lira Italiana), pta/STG (Peseta/Libra Esterlina), pta/USD (Peseta/Dólar americano) y pta/YEN (Peseta/Yen Japonés).

Si pensamos en la mayoría de fenómenos económicos, es muy lógico considerar que la variabilidad de los mismos es variable en el tiempo. Así, como se pone de manifiesto en numerosos trabajos recientes<sup>6</sup>, la volatilidad, entendida como medida del riesgo, al contrario de lo que suponen los modelos econométricos tradicionales, no

---

<sup>6</sup> Véase, por ejemplo, Bollerslev, Chou y Kroner (1992).

permanece constante en el tiempo. Aún más, tiene una evolución temporal predecible en muchos mercados financieros, ya que las varianzas condicionales no son independientes de la información pasada.

Aunque hace ya bastante tiempo que se ha reconocido este hecho (Mandelbrot (1963) y Fama (1965)), la aplicación de modelos económicos y financieros que recogen explícitamente variaciones en el tiempo de momentos de segundo orden u orden superior no se ha producido hasta tiempos recientes.

Los modelos tipo ARCH tratan de recoger esa heterocedasticidad observada en los datos, es decir, la evolución variable en el tiempo de las varianzas así como su tendencia a agruparse, y permiten analizar comportamientos no lineales y estocásticos. No sólo podemos afirmar que la varianza de las rentabilidades de los activos financieros no es constante en el tiempo, sino que, además, siguiendo a Mandelbrot (1963), en los mercados financieros, las variaciones grandes (pequeñas) de precios suelen ir seguidas de cambios grandes (pequeños) de cualquier signo, es decir, tienden a agruparse.

El objetivo de los procesos ARCH, a diferencia de buena parte de las herramientas estadísticas y econométricas clásicas, no es modelizar la media de una variable aleatoria. Estos modelos pretenden modelizar y predecir la varianza de una variable dependiente, la cual estará especificada, en cada caso, por una ecuación que la relacione con los valores pasados de la variable dependiente y/o con algunas variables exógenas o independientes.

La predicción de la volatilidad es muy interesante porque representa una medida del riesgo de los activos financieros, pero además, es de gran utilidad en la valoración de activos derivados, cuyo precio depende en gran medida de dicha volatilidad<sup>7</sup>.

Al utilizar procesos ARCH hay que considerar que existen dos problemas de especificación, uno para la media y otro para la varianza. No obstante, en las aplicaciones

---

<sup>7</sup> Un ejemplo de la aplicación de los modelos ARCH y GARCH a la predicción del precio de las opciones puede encontrarse en Engle y Mustafa (1992) y en Noh, Engle y Kane (1994).

a los mercados financieros es frecuente suponer que la media es constante o incluso que su valor es nulo. En los casos en que se presenta dependencia tanto en media como en varianza, es necesario construir los modelos adecuados que capturen dichas relaciones. Además, se debe especificar antes la media que la varianza, pues una mala especificación en la ecuación de la varianza no tiene repercusiones negativas sobre las estimaciones de la media, sin embargo, errores al modelizar la media, invalidan las estimaciones de la varianza.

En este capítulo seguimos la siguiente estructura: en el siguiente epígrafe describimos algunos modelos tipo ARCH que permiten la modelización que acabamos de comentar. En la tercera sección realizamos un estudio comparativo de la capacidad predictiva de distintas clases de modelizaciones ARCH, que aplicamos al tipo de cambio de la peseta frente a otras seis monedas. Para ello, y con carácter previo, realizamos un análisis de las características estadísticas de las series de tipos de cambio que empleamos en nuestro trabajo. Cierran el capítulo las conclusiones.

## 2.2 Modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva (ARCH)

En muchas ocasiones la evolución del nivel del tipo de cambio se ha caracterizado como un paseo aleatorio<sup>8</sup>, representado, para el logaritmo del tipo de cambio,  $S_t$ , por la siguiente expresión :

$$S_t = S_{t-1} + \varepsilon_t ; \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (2.2.1)$$

es decir, como un modelo univariante que determina el valor de una variable en un momento determinado  $t$  por su valor en  $(t-1)$  más una perturbación aleatoria (término de error) distribuida normal, independiente e idénticamente (IID), con media cero y varianza constante. Es decir, que sigue un proceso de ruido blanco.

---

<sup>8</sup> Véase Mussa (1979).

Esto significa que, si llamamos  $x_t$  al aumento logarítmico del tipo de cambio :

$$x_t = S_t - S_{t-1} \quad (2.2.2)$$

éste es estadísticamente independiente de las observaciones pasadas.

Gran parte del éxito del modelo de paseo aleatorio se debe no sólo a la importante evidencia empírica que lo ha respaldado, sino también, a la consideración, sobre la cuál se basaban las líneas de investigación en relación con la eficiencia de los mercados financieros, de que la eficiencia del mercado de divisas deriva en que las series temporales de tipos de cambio siguen un proceso de paseo aleatorio.

Sin embargo, es abundante la literatura financiera que considera inapropiado este planteamiento<sup>9</sup>. El hecho de que los tipos de cambio se comporten como un paseo aleatorio no implica, ni está ocasionado, por la existencia de expectativas racionales o eficiencia del mercado.

En este sentido, siguiendo a Mañas (1988), el paseo aleatorio no caracteriza de modo adecuado la dinámica de los tipos de cambio, pues impone unas restricciones demasiado fuertes a las ecuaciones y variables del modelo de determinación del tipo de cambio, sobre todo si la perturbación es estadísticamente independiente. Además, que las variaciones del tipo de cambio, período a período, sean independientes, implica que las posibilidades de predecir los tipos futuros a partir de las series históricas de tipos de cambio son nulas.

Por otra parte, el modelo de paseo aleatorio no proporciona una descripción adecuada del comportamiento de las series de tipos de cambio pues, entre otras cosas, no permite explicar las importantes variaciones que en los últimos años ha sufrido la

---

<sup>9</sup> Véanse, por ejemplo, los trabajos de Lucas (1978), Levich (1979), Harris y Purvis (1981) y Pi Anguita (1985).

volatilidad de aquéllos. Esta afirmación, queda más formalmente respaldada al encontrarse una estructura sistemática en los momentos de primer y segundo orden de la serie de residuos del proceso de paseo aleatorio. Precisamente, en base a este hecho, Shamanath (1986) y Schinasi y Swamy (1989) pudieron adelantar que el modelo de paseo aleatorio podía quedar superado con la explotación de las mencionadas regularidades.

En este sentido, es de general aceptación que la variación del tipo de cambio, perturbación del modelo de paseo aleatorio, no es ruido blanco, pues si su media y su varianza cambian con el tiempo, no se distribuye independiente e idénticamente. Hsieh (1988), trabajando sobre las series de tipos de cambio diarios de cinco monedas para el período comprendido entre los años 1974 y 1983, rechaza la hipótesis nula de que  $x_t$  (variación logarítmica del tipo de cambio) es IID, concluyendo que este rechazo puede ser atribuido a que las medias y varianzas sean variables en el tiempo.

Esta no linealidad en varianza, estudiada anteriormente, no capturada por las herramientas tradicionales y donde las dependencias interesantes de las series están en los momentos de orden par, trata de explicarse muy a menudo en base a los modelos estocásticos no lineales heterocedásticos tipo ARCH y sus extensiones.

De entre todos los procesos estocásticos no lineales, el modelo de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva de Engle (1982) junto con su generalización, modelo GARCH de Bollerslev (1986), son los de mayor aceptación en las aplicaciones económicas<sup>10</sup>.

Además, la clase de modelos ARCH y GARCH constituyen un medio adecuado para la modelización y predicción de las variaciones de la volatilidad que presentan las variables monetarias y financieras. Por ello, estos modelos son de gran importancia y

---

<sup>10</sup> La evidencia para los rendimientos de series bursátiles es también significativa, por ejemplo, Bera y Higgins (1997) muestran, trabajando sobre tres series de datos : el tipo de rendimiento diario del índice Standard & Poor 500, la variación logarítmica del tipo de cambio diario de la Libra Esterlina en términos de Dólares americanos y la tasa de crecimiento anualizada del índice de producción industrial mensual americano, que, tanto en términos predictivos como de propiedades estadísticas, los modelos GARCH superan fuertemente al bilineal (Granger y Andersen, 1978) para las tres series de datos.

utilidad en los tiempos actuales, sobre todo, si tenemos en cuenta dos hechos ; en primer lugar, que en las últimas dos décadas los mercados financieros se han convertido en los más volátiles y, en segundo término, la creciente utilización de las opciones, cuyo precio depende fundamentalmente de la volatilidad del activo subyacente, en la gestión del riesgo financiero.

En esta línea, podemos citar algunos ejemplos para el caso del mercado bursátil. French, Schwert y Stambaugh (1987) y Schwert (1990) estiman la desviación típica anualizada de los rendimientos bursátiles mensuales, la cual oscila entre un nivel mínimo del dos por cien, al principio de los años sesenta, y un máximo del veinte por cien, a principios de los ochenta. La volatilidad diaria también presenta grandes fluctuaciones y puede variar muy rápidamente. Noh, et al. (1994) estiman que la desviación estándar anualizada de los rendimientos diarios aumentó desde aproximadamente un diecinueve por cien hasta alcanzar un nivel del ochenta y ocho por cien durante los diez días que rodearon el crash bursátil de octubre de 1987. Sin embargo, el tipo de variabilidad cayó por debajo del diez por cien, a comienzos de los noventa.

Las variaciones en la volatilidad de esta magnitud pueden tener importantes repercusiones sobre los rendimientos de los activos financieros y los precios de las opciones. Pindyck (1984) y French, Schwert y Stambaugh (1987) profundizan en el estudio de este efecto de realimentación que ejerce la volatilidad.

Así, la predicción de la volatilidad se ha convertido en una cuestión básica para el cálculo del ratio óptimo de cobertura y del precio de los contratos de opción. La dificultad existente en la modelización de la varianza condicional estriba en que ésta no es directamente observable. La utilización de densidades condicionales y, por tanto, medias y varianzas condicionales, se debe a que pueden proporcionar una descripción más adecuada de las variaciones en los precios de los activos a corto plazo que la densidad incondicional.

Los modelos ARCH sugieren una forma de heterocedasticidad, es decir, no estacionariedad en varianzas, en la cual la varianza condicional del error de predicción

depende del tamaño de las perturbaciones precedentes. Un proceso ARCH(P), es decir, de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva, está caracterizado por la siguiente expresión :

$$x_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^p \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 \quad (2.2.3)$$

donde los parámetros  $\omega$ ,  $\alpha_j$  y  $p$  (orden del proceso ARCH que indica el número de retardos) se estiman mediante procedimientos de máxima verosimilitud.

Como podemos observar, la varianza condicional es un proceso autorregresivo en los residuos al cuadrado, que además es heterocedástica y, por ello, recibe la denominación de proceso de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva.

Para construir la ecuación de la varianza condicional, como es lógico, necesitamos disponer de una serie de residuos ( $\varepsilon_t$ ) o término perturbación, los cuales están definidos por una ecuación de la media condicional como :

$$y_t = x_t \pi + \varepsilon_t ; \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (2.2.4)$$

El error de predicción o perturbación aleatoria representa la nueva información disponible para los agentes.

Un problema que plantea la formulación original del modelo ARCH es la restricción de no negatividad a que están sujetos los parámetros  $\omega$  y  $\alpha_j$  para asegurar que la varianza condicional sea positiva. Sin embargo, las restricciones de no negatividad pueden ser violadas en los casos en que es necesario incluir numerosos retardos para



modelizar correctamente el proceso. A pesar de ello, en muchas de las aplicaciones con el modelo lineal ARCH(p) es necesario introducir un elevado número de retardos (p), para que la modelización resulte adecuada, lo cual puede plantear problemas, debido a la posible violación de la mencionada restricción de no negatividad.

Una estructura de retardos alternativa y más flexible, que exige un número de variables retardadas mucho menor, es a menudo proporcionada por el modelo ARCH generalizado o GARCH(p,q), sugerido en Bollerslev (1986). Los modelos GARCH generalizan la dependencia de la varianza condicional de los residuos incluyendo los propios valores pasados de la varianza condicional. Así, ésta depende sólo de los valores pasados de la variable dependiente. Un proceso GARCH(p,q) tiene por expresión :

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^p \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^q \beta_k \sigma_{t-k}^2 ; \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (2.2.5)$$

donde se exige la condición de que  $\omega, \alpha_j$  y  $\beta_k > 0$ , con el fin de eliminar la posibilidad de que la varianza condicional sea negativa.

El modelo GARCH representa que la varianza condicional en el momento t depende de tres factores :

- una constante,  $\omega$ ,
- la información disponible en relación con la volatilidad pasada, representada por el cuadrado de los residuos de períodos anteriores, conocido como término ARCH,  $\varepsilon_{t-j}^2$ , y
- las predicciones de la varianza para los períodos anteriores a t, conocidas como término GARCH,  $\sigma_{t-k}^2$ .

Esta expresión de la varianza incorpora, al igual que los modelos ARCH, la tendencia a la agrupación de la volatilidad, que es tan evidente en las series de rendimientos financieros.

Siguiendo a Mandelbrot (1963) cambios grandes de precios en mercados financieros suelen ir seguidos de cambios grandes de cualquier signo y lo mismo ocurre con cambios pequeños ; sin embargo, el signo de estos cambios es impredecible<sup>11</sup>. Las variables financieras, en particular, a menudo exhiben períodos de tranquilidad seguidos por períodos de alta volatilidad, es decir, la volatilidad es variable en el tiempo. La varianza representada por un modelo GARCH es como una varianza muestral pero que proporciona mayores ponderaciones a las observaciones más recientes. La varianza condicional,  $\sigma_t^2$ , es la predicción a un día de la varianza, basada en la información pasada. Los procesos GARCH, como su propio nombre indica, cobran especial importancia en la modelización y predicción de los momentos de segundo orden de las series de datos cuando éstos presentan dependencia no lineal multiplicativa.

La ecuación de la varianza dada por la expresión (2.2.5) puede ampliarse con la inclusión de regresores exógenos,  $z_t$ , que cuando son positivos garantizan que la varianza también lo sea:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^p \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^q \beta_k \sigma_{t-k}^2 + \lambda z_t \quad (2.2.6)$$

Los modelos de regresión GARCH tienen una variedad de características que los hacen atractivos para aplicaciones econométricas.

Una de ellas hace referencia a la dependencia de las series temporales en  $\varepsilon_t^2$ . Si reordenamos términos en la expresión (2.2.5) ésta puede ser fácilmente interpretada como

---

<sup>11</sup> Ver Granger y Ding (1994).

un proceso ARMA(p,q) para  $\varepsilon_t^2$ , con parámetros  $\alpha_j + \beta_k$  autorregresivos,  $\beta_k$  medias móviles y secuencia de innovaciones  $\varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$  serialmente incorrelacionadas. Siguiendo a Bollerslev (1988), esta idea puede servir de base para la identificación de los órdenes  $p$  y  $q$ . No obstante, en la mayoría de aplicaciones se considera suficiente  $p = q = 1$ .

Gran parte de la Teoría Financiera moderna se desarrolla en términos de ecuaciones diferenciales estocásticas en tiempo continuo, sin embargo, los datos de series temporales financieras están disponibles en tiempo discreto. Nelson (1990) estudió este aparente desfase entre los modelos ARCH construidos para aplicaciones empíricas y la teoría financiera mencionada, concluyendo que el modelo GARCH(1,1) en tiempo discreto converge hacia el modelo de difusión en tiempo continuo a medida que se hace disminuir, arbitrariamente, el tamaño de los intervalos de la muestra. Así, ésta puede ser otra razón del empleo de los modelos GARCH.

Sin embargo, los modelos GARCH también presentan algunas deficiencias. Nelson (1991) sugiere que las restricciones de no negatividad pueden introducir dificultades a la hora de estimar los procesos GARCH. También considera que la modelización GARCH puede presentar inconvenientes en cuanto a la interpretación de la persistencia de los shocks de la varianza condicional. Numerosos estudios del comportamiento de series temporales de volatilidades de activos han centrado su atención en el análisis del tiempo durante el cual estos shocks persisten<sup>12</sup>. Según Poterba y Summers (1986), si los shocks de volatilidad persisten indefinidamente, pueden ocasionar cambios en toda la estructura de términos de la prima de riesgo, lo que probablemente tendrá un impacto significativo en las inversiones en activos de capital a largo plazo.

Siguiendo a Dueker (1997), a los modelos convencionales de volatilidad (especialmente a los procesos GARCH) les resulta difícil recoger dos factores importantes: en primer lugar, que cuando comienza un período de turbulencias, la volatilidad condicional puede aumentar sustancialmente durante un lapso de tiempo reducido y, en

---

<sup>12</sup> Véase, por ejemplo, Poterba y Summers (1986), French, Schwert y Stambaugh (1987) y Engle y Bollerslev (1986).

segundo término, que la volatilidad en los mercados financieros presenta un ratio de reversión a la media que fluctúa positiva y no linealmente en relación con el nivel de volatilidad. Dicho de otro modo, la volatilidad en los mercados financieros no permanece persistentemente en niveles del doble o triple de su nivel normal, puede persistir alrededor de un 30 o 40 por cien sobre lo normal.

Hamilton y Susmel (1994) y Lamoureux y Lastrapes (1993) destacaron las dificultades de predicción que pueden presentar los modelos GARCH convencionales, mostrando que pueden proporcionar peores resultados que los modelos de varianza constante en las predicciones de volatilidad multiperíodo. Concretamente, cuando la volatilidad es mayor de lo normal, las predicciones de volatilidad que ofrecen los procesos GARCH, para múltiples períodos, son demasiado altas.

Por otra parte, Friedman y Laibson (1989) estudiaron el resultado de la predicción de un modelo GARCH, sin permitir respuestas proporcionales de su varianza condicional ante shocks grandes y pequeños. Para ello, es necesario impedir que la varianza condicional del proceso sobrepase un determinado nivel (umbral), a partir del cuál se considera que las predicciones de la volatilidad son indeseablemente elevadas.

No obstante, este enfoque plantea una serie de problemas. La volatilidad condicional del modelo puede subestimar la verdadera varianza, en el sentido de no responder en la medida suficiente ante grandes shocks, por esta razón, nunca tiende a mostrar una gran reversión a la media. Así, este tipo de modelos de “umbral” no necesariamente incorporan los dos factores básicos arriba comentados.

Como anteriormente mencionamos, tanto los modelos ARCH como los GARCH imponen un conjunto de restricciones a los parámetros, del tipo  $\omega, \alpha_j, \beta_k > 0$ , para asegurar un valor positivo de la varianza. Una condición adicional que se introduce con el fin de garantizar la estabilidad del modelo es :

$$\sum_{j=1}^p \alpha_j + \sum_{k=1}^q \beta_k < 1 \quad (2.2.7)$$

Cuando se trabaja con datos financieros de alta frecuencia, es muy posible que los parámetros estimados por un modelo lineal GARCH(p,q) se encuentren en zonas próximas a la no estacionariedad<sup>13</sup>. Esto significa que las innovaciones de este proceso tienen una influencia permanente en las estimaciones de la varianza condicional. La información corriente o actual tiene una importante influencia a la hora de realizar predicciones, a cualquier horizonte, de la varianza condicional. Engle y Bollerslev (1986) denominan IGARCH (GARCH Integrados) a esta clase de modelos. De lo anteriormente expuesto se deriva que la varianza incondicional de los procesos IGARCH no existe.

Un fenómeno a menudo observado en los mercados financieros es que los rendimientos de los activos están correlacionados negativamente con las variaciones en la volatilidad de los mismos<sup>14</sup>. Así, la respuesta de la volatilidad es diferente ante malas y buenas noticias, es decir, ésta tiende a aumentar cuando los rendimientos caen por debajo de lo esperado y a disminuir si los rendimientos son mayores de lo esperado.

Los motivos de carácter económico que justifican este fenómeno no están claros. Black (1976) y Christie (1982) observan que tanto el apalancamiento financiero como el operativo juegan un importante papel, pero en base a ellos, únicamente, no es posible explicar la gran asimetría en la respuesta de la volatilidad ante excesos de rendimientos superiores o inferiores a los esperados. Schwert (1989a,b) pone de manifiesto que la volatilidad de los activos financieros es mayor durante períodos de crisis financieras y recesión, sin embargo sólo encuentra una débil relación entre las medidas de incertidumbre macroeconómicas y la volatilidad en los mercados de activos financieros<sup>15</sup>.

---

<sup>13</sup> Véase Guillaume et al (1997).

<sup>14</sup> Multitud de investigadores, comenzando con Black (1976), han encontrado evidencia empírica de este hecho.

<sup>15</sup> Véanse también Nelson (1988) y Pagan y Hong (1988).

No obstante, la respuesta asimétrica de la volatilidad, observada en las series de rendimientos financieros, muestra la existencia de un efecto apalancamiento que ocasiona variaciones diferentes en el riesgo previsto dependiendo del signo de la innovación. Esto sugiere que para las aplicaciones en la valoración de activos financieros sería preferible un modelo en el que  $\sigma_t^2$  responda asimétricamente ante residuos positivos y negativos. Sin embargo, tanto en los procesos ARCH como en los GARCH la varianza condicional depende sólo del tamaño de las  $\varepsilon_t$ , pero no de su signo. Además, estos modelos imponen restricciones a los parámetros para asegurar la positividad de  $\sigma_t^2$ . El modelo EGARCH o GARCH exponencial, propuesto en Nelson (1991) trata de superar estas limitaciones.

Si llamamos  $\sigma_t^2$  a la varianza de  $\varepsilon_t$ , condicionada al conjunto de información disponible en el momento  $t$ , lógicamente tiene que ser no negativa con probabilidad igual a uno. Los modelos GARCH aseguran esta condición al determinar  $\sigma_t^2$  como una combinación lineal de variables aleatorias positivas, con ponderaciones también positivas. Sin embargo, Nelson (1991) asegura la no negatividad de  $\sigma_t^2$  de un modo diferente. Trabaja con el logaritmo de  $\sigma_t^2$  haciendo que éste sea una función lineal de las innovaciones.

La especificación para la varianza del EGARCH(1,1) es:

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) + \alpha \left( \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \quad (2.2.8)$$

la cual es una función asimétrica de las innovaciones si  $\gamma \neq 0$ , lo que permite que el impacto sobre la volatilidad sea diferente según los valores retardados sean positivos o

negativos. El término  $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$  se introduce para centrar la media de  $\left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right|$  con respecto de

cero.

Esta formulación presenta las siguientes ventajas:

- i) debido a la transformación logarítmica, garantiza que la varianza sea siempre positiva,
- ii) como consecuencia de lo anterior, no impone restricciones a los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  para asegurar la no negatividad de la varianza condicional,
- iii) introduce efectos asimétricos y no lineales de las innovaciones sobre la varianza de la serie (lineales sobre el logaritmo). El proceso EGARCH, como  $\gamma$  puede adoptar valores distintos de cero, permite que la respuesta de la varianza condicional sea diferente ante variaciones de aumento o disminución de los rendimientos superiores a lo esperado, mientras que, los modelos ARCH y GARCH imponen una respuesta simétrica.

El modelo EGARCH recoge el impacto de los residuos más recientes de manera exponencial en lugar de cuadrática y, aunque la función de verosimilitud<sup>16</sup> resulta mucho más difícil de maximizar, se considera que es un modelo muy ventajoso.

Sin embargo, Hsieh (1993), trabajando con cambios del logaritmo de los precios diarios de los contratos de futuro sobre cuatro divisas<sup>17</sup>, al objeto de calcular los requerimientos de capital necesario para cubrir las pérdidas de una posición adoptada en el mercado de futuros a un día de negociación, así como emplear la simulación para determinar las exigencias de capital sobre períodos de predicción más largos, concluye que el modelo EGARCH presenta un excesivo grado de persistencia de la volatilidad.

Así, una variación grande del precio, independientemente de cual sea su signo, genera un incremento en la varianza condicional del modelo EGARCH, la cuál permanece elevada durante un largo período de tiempo, por lo que el proceso EGARCH puede producir resultados satisfactorios en la predicción a un día de la volatilidad y no resultar adecuado para realizar predicciones de la volatilidad para períodos de tiempo dilatados.

---

<sup>16</sup> Nelson (1991), pág. 355.

<sup>17</sup> Libra Esterlina, Marco Alemán, Yen Japonés y Franco Suizo.

Otro modelo que describe el impacto asimétrico de las innovaciones sobre la varianza es el GJR, también conocido como TARCH o proceso GARCH asimétrico de umbral, introducido por Glosten et al. (1993) y Zakoïan (1994). Este modelo permite diferentes reacciones de la volatilidad según cual sea el signo y la magnitud de los shocks.

El modelo GJR(1,1) representa la varianza de la siguiente forma :

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1} + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (2.2.9)$$

donde  $d_t = 1$ , si  $\varepsilon_t < 0$  y  $d_t = 0$ , en cualquier otro caso.

Así, cuando llegan buenas noticias, el signo de la innovación es positivo, es decir,  $\varepsilon_t > 0$  y, en consecuencia,  $d_t = 0$ , por lo que el impacto de dicha innovación es de  $\alpha$ . Por el contrario, ante la incorporación de innovaciones negativas,  $d_t = 1$  y su efecto sobre la varianza es de  $\alpha + \gamma$ .

Al realizar estimaciones en base a este modelo, cuando el valor del parámetro  $\gamma$  es significativamente distinto de cero, quiere decir que el efecto apalancamiento o asimetría está presente. Por otra parte, al predecir, el modelo GJR supone que la distribución de los residuos es simétrica, lo que implica que  $d_t = 1$  durante la mitad del horizonte temporal de la predicción, sin embargo, es imposible prever cuándo lo es.

Otro desarrollo que puede ser incorporado a cualquiera de los modelos anteriores es el proceso ARCH-M (ARCH en media) de Engle, Lilien y Robins (1987). Consiste en introducir el riesgo esperado, medido por la varianza condicional, en la ecuación de la media condicional del modelo. Así, ésta queda definida por la expresión:

$$y_t = \lambda \sigma_t^2 + \pi x_t + \varepsilon_t \quad (2.2.10)$$



donde, como podemos apreciar, la media condicional es una función explícita de la varianza condicional del proceso.

Este modelo es muy atractivo en las aplicaciones financieras, pues recoge una de las ideas básicas de la Teoría de Carteras, que postula que el rendimiento esperado de un activo o cartera es proporcional al riesgo esperado del mismo.

Dado que la volatilidad es variable en el tiempo, parece razonable que los inversores aversos al riesgo exijan primas de riesgo variables en el tiempo. El modelo ARCH-M nos proporciona una herramienta econométrica para el análisis de la influencia que el riesgo variable en el tiempo ejerce sobre las primas de riesgo exigidas por estos agentes.

Según Peña (1993), siguiendo esta idea, el parámetro  $\lambda$  se interpreta como el coeficiente de aversión relativa al riesgo de un agente representativo del mercado y, en consecuencia, el rendimiento en exceso de un activo o cartera, que se desprenda de la expresión (2.2.10), puede considerarse como una prima de riesgo variable en el tiempo.

Esta metodología ARCH ha sido aplicada con éxito en los modelos de valoración de activos. Engle y Bollerslev (1986), por ejemplo, utilizaron el GARCH (1,1) para modelizar la prima de riesgo en el mercado de divisas y, Bollerslev, Engle y Wooldridge (1988) extendieron el GARCH (1,1) a un contexto multivariante para elaborar un CAPM condicional con covarianzas de los rendimientos de los activos variables en el tiempo.

### **2.3 Análisis comparativo de la eficiencia predictiva de los modelos ARCH**

El objetivo de este epígrafe es comparar la capacidad predictiva de diversas clases de modelizaciones ARCH (de varianza condicional univariante), para predecir la volatilidad diaria de seis monedas contra la peseta, durante el período comprendido desde abril de 1972 hasta abril de 1997. El estudio lo realizamos sobre tipos de cambio diarios expresados en términos de pesetas. Las monedas utilizadas son el marco alemán, franco francés, lira italiana, libra esterlina, dólar estadounidense y yen japonés.

Los modelos analizados y, por tanto, objeto de comparación, son el modelo homocedástico, ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) y GJR(1,1). En nuestro trabajo, comparamos las realizaciones fuera de la muestra del cuadrado de la variación relativa diaria del tipo de cambio con el valor predicho por un modelo de varianza condicional, para horizontes de un día. Las medidas de eficiencia en que centramos nuestra atención son el error de predicción cuadrático medio (ecm), el error absoluto medio (eam), el error porcentual absoluto medio (epam), el error medio por exceso (eme) y el error medio por defecto (emd). La principal conclusión es que ninguno de los modelos es superior a los demás, a excepción del homocedástico que se muestra, por lo general, inferior.

Antes de entrar en la comparación de la eficiencia predictiva de los citados modelos, efectuamos un análisis preliminar de las series de tipos de cambio analizadas<sup>18</sup>.

#### **2.3.1 Análisis preliminar de las series de tipos de cambio objeto de estudio.**

La base de datos sobre la que trabajamos se compone de los tipos de cambio diarios de la peseta frente a cada una de las monedas arriba mencionadas, al cierre de la jornada de negociación.

---

<sup>18</sup> Los resultados obtenidos se reflejan en las tablas y gráficos que figuran al final del capítulo.

Expresamos el tipo de cambio peseta/moneda extranjera como la cantidad de pesetas equivalente a un marco alemán, un franco francés, una libra esterlina, un dólar estadounidense, 100 liras italianas y 100 yenes japoneses, ya que es la forma habitual de presentar las cotizaciones en el mercado español de divisas. Cada una de las series de tipos de cambio consta de 6.521 observaciones diarias, que se corresponden con las cotizaciones de los días hábiles de mercado del período que abarca desde el 24 de abril de 1.972 hasta el 21 de abril de 1.997. El haber seleccionado la apuntada fecha de inicio de la muestra se debe a que la misma se corresponde con la entrada en vigor del Acuerdo de Basilea, de 10 de abril de 1.972, que da comienzo a la denominada “*serpiente en el túnel*”.

En el análisis de series temporales, así como en su modelización, la estacionariedad es una condición necesaria. Además, se precisa el cumplimiento de esta condición para que sea posible realizar inferencia a partir de una única realización. Por ello, antes de efectuar cualquier estudio, vamos a analizar si las series de tipos de cambio con las que trabajamos son estacionarias.

El método clásico de determinar el cumplimiento de la condición de estacionariedad es el contraste de raíz unitaria. Así, la existencia de raíces unitarias se identifica con la no estacionariedad de la serie.

Si los datos no son estacionarios, se dice que contienen, al menos, un término integrado, lo que obliga a diferenciar las series, antes o durante el proceso de estimación.

En nuestro caso, el encontrar una raíz unitaria en la serie de tipos de cambio, como de hecho veremos que sucede, significa que contiene al menos un término integrado, lo que hace necesario tomar primeras diferencias en las citadas series<sup>19</sup>.

---

<sup>19</sup> Aunque posteriormente lo indicamos y justificamos, queremos adelantar que trabajamos con diferencias logarítmicas.

El siguiente paso consiste en analizar la estacionariedad de la serie diferenciada. Si en ésta no existe raíz unitaria, como sucede en nuestro caso, significa que es estacionaria. Por tanto, podemos afirmar que tan solo existe una raíz unitaria y, por ello, no hay que volver a diferenciar. Con esto finaliza el análisis de estacionariedad. Ahora bien, el análisis lo efectuamos sobre la serie de las primeras diferencias, debido a que se muestra estacionaria.

Si, por el contrario, tras diferenciar una vez la serie se sigue mostrando estacionaria, se hace necesario volver a diferenciar, lo que implica que existen al menos dos términos integrados. La diferenciación debe continuar hasta que se concluya que no existe raíz unitaria.

Para contrastar la existencia de raíz unitaria como posible causa de la no estacionariedad, aplicamos los contrastes tradicionales de raíz unitaria<sup>20</sup>, Dickey-Fuller aumentado (ADF) y Phillips-Perron (P-P). Ambos contrastes los efectuamos con y sin tendencia. Los dos estadísticos adoptan como hipótesis nula la existencia de raíz unitaria en las series, es decir, la no estacionariedad.

En resumen, la aceptación de la hipótesis nula muestra que la serie no es estacionaria y, por tanto, la necesidad de diferenciación o integración entera de las series.

Para la aceptación o rechazo de la hipótesis nula adoptamos los valores críticos de MacKinnon: para el ADF y P-P sin tendencia -2,86 (5%) y -3,43 (1%) y para ambos estadísticos con tendencia, -3,41 (5%) y -3,96 (1%). La hipótesis nula se acepta cuando el resultado del estadístico, en valor absoluto, es menor que el valor crítico, también en valor absoluto.

Hemos efectuado ambos contrastes tomando un número de retardos igual al tamaño de la muestra elevado a 0,25.

---

<sup>20</sup> Véanse, Said, S.E. y Dickey, D.A., (1984) y Phillips, P. y Perron, P., (1988).

Los contrastes ADF y P-P han sido aplicados a las tres primeras grandes submuestras en que, como relatamos y justificamos más adelante, subdividimos las series. El analizar las nueve submuestras realizadas lo consideramos exhaustivo, innecesario e incluso reiterativo.

Los resultados obtenidos con ambos contrastes (tablas 2.1 a 2.6), tanto cuando se trabaja bajo el supuesto de no existencia de una tendencia determinística, como cuando se contempla esta posibilidad, permiten aceptar la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria para las seis series de tipos de cambio, y, por el contrario, rechazarla para todas las series de primeras diferencias, en ambos casos, con un nivel de significación del 5%. Estos resultados se repiten en los tres períodos analizados.

Esto significa que, para las tres submuestras escogidas, las series de tipos de cambio de la peseta frente a las seis monedas analizadas son no estacionarias, mostrando estacionariedad las series diferenciadas. En consecuencia, efectuamos nuestro análisis sobre las primeras diferencias de los tipos de cambio.

Por tanto, optamos por trabajar con el logaritmo neperiano del cociente de los tipos de cambio cotizados en dos fechas hábiles consecutivas, o lo que es lo mismo, con las diferencias logarítmicas de los tipos de cambio. Es decir:

$$\text{Ln}\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = \text{Ln}(S_t) - \text{Ln}(S_{t-1}) = \Delta \text{Ln}(S_t) \quad (2.3.1)$$

siendo,  $S_t$  el tipo de cambio diario y  $S_{t-1}$  el tipo de cambio del día hábil inmediato anterior. Así, esta diferencia logarítmica del tipo de cambio se identifica con la variación relativa diaria del mismo.

El interés de trabajar con la serie de las primeras diferencias de los logaritmos naturales del tipo de cambio radica en que éstas constituyen una buena aproximación de la

rentabilidad. Esto es así porque  $\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$  es equivalente al  $\ln(1+i)$ , donde  $i$  representa el tanto instantáneo de rendimiento.

En nuestro análisis denominamos DMK, FFR, LIT, STG, USD y YEN a la diferencia logarítmica del tipo de cambio peseta/marco alemán, franco francés, lira italiana, libra esterlina, dólar estadounidense y yen japonés, respectivamente.

El estudio lo realizamos de la siguiente manera:

- 1°. analizamos la serie de diferencias logarítmicas de los tipos de cambio,
- 2°. estudiamos la serie de las citadas diferencias elevadas al cuadrado,
- 3°. trabajamos con las diferencias logarítmicas del tipo de cambio en valor absoluto,
- 4°. Analizamos las estimaciones de la varianza condicional de las diferencias logarítmicas del tipo de cambio, obtenidas a partir de un proceso GARCH(1,1).

El análisis del cuadrado de las diferencias logarítmicas lo efectuamos por tratarse de una medida de la volatilidad, al encontrarnos, como se pone de manifiesto en las tablas resumen que aparecen al final del capítulo, que las medias de las series son prácticamente nulas. Además, como es una medida alternativa de la volatilidad, estudiamos el valor absoluto de la tasa de variación natural diaria del tipo de cambio.

En cuanto al período analizado, primero estudiamos la serie completa de observaciones que comprende desde el 25 de abril de 1.972 hasta el 21 de abril de 1.997. Como es lógico, al diferenciar las series perdemos la primera observación, correspondiente al 24 de abril de 1.972.

A continuación, efectuamos el mismo análisis dividiendo el conjunto muestral en submuestras, algunas de las cuáles, en concreto las submuestras 3, 4 y 7, han sido, a su vez, subdivididas. Estos subperíodos los dividimos porque incluyen etapas de importantes

turbulencias, como la crisis del SME, que debemos tomar en consideración. Por ello, al analizar el tercer período (desde la entrada de la peseta al MCI del SME hasta el 21 de abril de 1997) lo subdividimos en los siguientes fragmentos: desde la adhesión de nuestra moneda a la disciplina cambiaria del SME hasta la reforma del mismo (submuestra 4), antes de la crisis (submuestra 5), el tramo de turbulencias (submuestra 6) y después de la crisis (submuestra 7). Dicha séptima submuestra es subdividida, a su vez, en dos partes: antes y después de la devaluación de la peseta de 6 de marzo de 1995 (subperíodos 8 y 9, respectivamente).

Las particiones del conjunto muestral se han llevado a cabo tomando en consideración eventos relevantes en la evolución de los tipos de cambio. A pesar de ello y debido a que el estudio se habría complicado en exceso, hemos tenido que obviar acontecimientos y realineamientos de paridades, algunos de ellos agrupados en el período comprendido entre junio de 1.992 y agosto de 1.993, caracterizado por las múltiples turbulencias y consiguientes realineamientos de paridades en el seno del SME. No obstante, debemos indicar que en este período se encuentran agrupadas todas las devaluaciones que sufre la peseta desde su incorporación al MCI del SME, salvo la última, de 6 de marzo de 1.995, en función de la cual (como acabamos de mencionar) se realiza una nueva y última subdivisión de la muestra.

Las fechas consideradas para efectuar las submuestras son las siguientes:

- 24 de abril de 1.972, momento en que entra en vigor el Acuerdo de Basilea de 10 de abril de 1.972, por el que se establece el acuerdo cambiario conocido como “serpiente” en el túnel. Dicha disciplina cambiaria establece que el tipo de cambio bilateral de las monedas de los países participantes en la misma tan sólo pueden fluctuar hasta un máximo del 2,25%. En un principio, los países que se adhieren a este acuerdo son: Bélgica, Francia, Alemania, Italia, Luxemburgo y Países Bajos. Con posterioridad se fueron incorporando otros países como Inglaterra, Irlanda, Dinamarca, Noruega y Suecia. De entre todos sus participantes, a lo largo del tiempo, algunos abandonan la disciplina.

• 13 de marzo de 1.979, fecha en que se firman los convenios para la puesta en funcionamiento del SME. En el momento de su creación está compuesto por el franco belga, el marco alemán, la corona danesa, el franco francés, la libra irlandesa, la lira italiana, el florín holandés y la libra esterlina. Las ocho monedas entran en la composición del ECU y todas, excepto la libra esterlina, se adhieren al Mecanismo de Cambios e Intervención (MCI) del SME. Esta disciplina cambiaria establece una banda de fluctuación para los tipos de cambio bilaterales de las monedas que en ella participan del +/- 2,5% (banda estrecha) alrededor de su paridad central. No obstante, permite que las monedas que se adhieren al sistema adopten, temporalmente, un margen variación del +/- 6% en torno a su tipo de cambio central bilateral, en relación con el resto de monedas pertenecientes a este mecanismo. La lira italiana, en principio, se incorporó con este margen conocido como banda ancha.

• 19 de junio de 1.989, en este momento se produce la incorporación de la peseta al SME, adhiriéndose al MCI dentro de la banda ancha de fluctuación. La entrada de la moneda española en la cesta del ECU se produce el 21 de junio del mismo año, acompañada del escudo portugués y aprovechando la revisión de la composición de la moneda comunitaria que tiene lugar en la fecha mencionada.

• 2 de junio de 1.992, se produce el no danés a Maastricht que hace dudar sobre la moneda común. Este hecho, al que se une el anuncio, el día siguiente, del Presidente francés François Mitterrand de la convocatoria de un referéndum sobre el Tratado de Maastricht, muestran la falta de credibilidad existente sobre el SME, que da comienzo a un período de inestabilidad en los mercados caracterizado por la elevada variabilidad de los tipos de cambio. A nuestro entender, éste es el detonante de una crisis que ya se estaba gestando, protagonizada por devaluaciones de numerosas monedas, entre otras de la peseta, así como por el abandono del Sistema de la libra esterlina (hasta ahora definitivo) y de la lira italiana, que se reincorpora el 25 de noviembre de 1.996.

• 2 de agosto de 1.993, se produce la reforma del MCI del SME, ampliándose los límites máximos de intervención obligatorios de las monedas a él adheridas hasta un +/- 15% alrededor de su paridad central bilateral. La reacción inmediata es una depreciación de la mayoría de monedas del SME frente al marco alemán, para posteriormente estabilizarse.



•6 de marzo de 1.995, se produce una nueva devaluación de la peseta, cifrada en el 7%. En su devaluación, la moneda española es acompañada por el escudo portugués que se devalúa en un 3,5%.

Al realizar las submuestras hemos eliminado el día del acontecimiento en cuestión, tomando las fechas inmediatas anterior y posterior en que el mercado está en funcionamiento.

A continuación vamos a analizar las series de las diferencias logarítmicas de los tipos de cambio. A lo largo de nuestro análisis empleamos con frecuencia el término moneda en lugar de tipo de cambio, o diferencia logarítmica del tipo de cambio, de la peseta frente a la correspondiente moneda.

### **2.3.1.1 Análisis de los rendimientos**

Durante el período muestral en su totalidad, es decir, desde la entrada en vigor del Acuerdo de Basilea hasta el 21 de abril de 1.997, tal y como refleja la tabla 2.7, para las seis monedas, la media incondicional no es estadísticamente distinta de cero. Esta tónica, como puede observarse en las tablas 2.13, 2.19, 2.25, 2.31, 2.37, 2.43, 2.49, 2.55 y 2.61, se mantiene a lo largo de todas las submuestras, para las que igualmente, las medias de las seis monedas analizadas son prácticamente iguales a cero.

La desviación típica incondicional diaria, para toda la muestra (tabla 2.7), se sitúa entre el 0,54 y 0,69%, para las seis monedas. Podemos observar que las monedas con mayor desviación con respecto de la media son el dólar y el yen, precisamente las que no forman parte del SME.

Al desglosar en submuestras, podemos apreciar en la tabla 2.13 que durante el período comprendido entre la entrada en vigor del Acuerdo de Basilea y la creación del SME (1ª submuestra), la desviación típica se sitúa entre los niveles del 0,68% para el dólar estadounidense y 0,79% para la lira italiana. Al contrario de lo que observamos para

todo el conjunto muestral, la moneda con menor volatilidad es el dólar, lo cual no es de extrañar, pues durante el período que abarca la primera submuestra todavía no está en funcionamiento el SME. Además, hasta 1.974 el Banco de España mantiene el compromiso de mantener el tipo de cambio peseta/dólar fijo. Desde 1.974, el Banco de España revoca su compromiso de intervención en el mercado en aras de mantener un tipo de cambio fijo frente al dólar, pero comienza un período de flotación vigilada de la peseta frente al dólar. Este período, a excepción del de la crisis del SME, resulta ser el más volátil, lo que parece lógico si pensamos en que no se había creado el SME y en que, mientras la disciplina de la serpiente estuvo en vigor, se produjeron múltiples realineamientos de paridades, así como, abandonos por parte de las monedas a ella pertenecientes.

También, observando las tablas 2.7 y 2.13, podemos apreciar que en ambas el valor máximo que alcanza cada una de las seis monedas coincide, lo que nos indica que esa gran variación de los tipos de cambio se produce durante ese primer período, previa creación del SME. A nuestro entender, ese alto valor máximo de la diferencia logarítmica del tipo de cambio es el reflejo de alguna de las dos importantes devaluaciones de la peseta frente al dólar, ocurridas el 9 de febrero de 1.976 y el 12 de julio de 1.977. Para el período completo y para el primer subperíodo, los valores máximos de las seis monedas oscilan, aproximadamente, entre 30 y 40 veces la desviación con respecto de la media. Por otra parte, los valores mínimos se sitúan entre 5,5 y 14 veces la desviación típica, aproximadamente.

En la tabla 2.19 se pone de manifiesto que, desde la creación del SME la volatilidad, medida por la desviación típica, de las variaciones relativas diarias del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas tratadas se reduce. En relación con la submuestra anterior, período en que el SME todavía no está en funcionamiento, para el marco, el franco y la lira llega a disminuir casi hasta la mitad; para la libra esterlina la reducción es algo menor, aunque también es considerable y, por último, lógicamente, al no pertenecer al SME, la variabilidad de las variaciones del tipo de cambio peseta/dólar y peseta/yen disminuye con mayor moderación.

Esta disminución de la volatilidad a raíz de la creación del SME (aunque la peseta todavía no se hubiese incorporado al mismo) es muy razonable, ya que durante este período, la política cambiaria de nuestro país se aproxima más a la flotación sucia que a la plena flexibilidad de los tipos de cambio y, aún más, el marco alemán, progresivamente, va desempeñando un papel creciente como moneda de referencia en decremento del dólar estadounidense, debido al creciente peso relativo de la C.E.E en el comercio internacional español.

Para esta segunda submuestra, los valores máximos de las variaciones diarias de los tipos de cambio oscilan entre el 6,39 y 8,3%, aproximadamente entre unas 12 y 18 veces la desviación típica. Los valores mínimos se sitúan en niveles de alrededor del -4%, más o menos entre 6 y 10 veces la desviación en relación con la media, salvo para el tipo de cambio peseta/lira italiana cuya mínima variación diaria es del -8%, 17 veces la desviación típica. Podemos observar como, por lo general, tanto los valores máximos como los mínimos disminuyen en relación con el período anterior a la puesta en marcha del SME.

Observando la tabla 2.25, podemos apreciar que en este tercer subperíodo, que comprende desde la entrada de la peseta en el MCI del SME hasta la actualidad, la desviación típica incondicional de las diferencias logarítmicas de los tipos de cambio disminuye ligeramente, en relación con el subperíodo anterior (desde la creación del SME hasta la incorporación de la peseta en el mismo), para los casos peseta/marco y peseta/franco francés, para los que no llega a alcanzar el 4%. Para la libra esterlina la volatilidad, de aproximadamente el 0,51%, prácticamente se mantiene en relación con el período previo a la pertenencia de la peseta al SME y, por último, la desviación típica sufre un aumento para las variaciones de los tipos peseta/lira italiana, dólar USA y yen japonés, para los que se sitúa entre el 0,5 (lira) y 0,68% (dólar y yen). El hecho de que la volatilidad frente al dólar y yen, no incorporadas al SME, aumente y sea mayor que para las monedas comunitarias es completamente lógico. Ahora bien, a la vista de los resultados de la tabla 2.25, parece que la incorporación de la peseta en el MCI del SME de

poco sirve para aumentar su estabilidad frente al resto de monedas, lo que a nuestro entender es erróneo. Lo que sucede es que en este período está incluida la crisis del SME que pensamos que enturbia los resultados. Por ello, consideramos más interesante analizar el período subdividido en los siguientes fragmentos: antes de la crisis (submuestra 5), el tramo de turbulencias (submuestra 6) y después de la crisis (submuestra 7), subdividida, a su vez, en dos partes.

En cuanto a los valores máximos y mínimos de las diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, la tabla 2.25 muestra que para las monedas adheridas al SME las variaciones máximas frente a la peseta (aproximadamente del 3,8%), que representan la depreciación diaria máxima de la peseta frente a la moneda correspondiente, se reducen aproximadamente a la mitad del valor alcanzado en el período en que el SME está en funcionamiento, antes de la incorporación de nuestra moneda (submuestra 2). Para el dólar y el yen, estas variaciones diarias máximas también se reducen bastante, aunque no tanto como a la mitad, con respecto a las de la 2ª submuestra, situándose en el 5,95 y 5,39%, respectivamente. Estas variaciones diarias máximas son aproximadamente de entre 6 y 10 veces la desviación típica. Los niveles mínimos, en relación con la submuestra 2, aumentan para el marco, el franco, la libra y el dólar, lo que significa que en relación con estas monedas, en algún momento, la peseta se ha apreciado en la cuantía indicada por dicho mínimo (6,11%, 5,70%, 5,33% y 5,30%, respectivamente para el marco, franco, libra y dólar). Para la lira italiana disminuye al 6,38% y, por último, para el yen japonés se mantiene prácticamente constante, en el nivel 4,48%.

Pasamos ahora al análisis de la 5ª submuestra, es decir el período que comprende desde la adhesión de la peseta al MCI del SME hasta el comienzo de la crisis del sistema<sup>21</sup>. En relación con el período anterior a la incorporación de la peseta al SME, durante este período, caracterizado por el buen funcionamiento del SME y por la ausencia de devaluaciones de la moneda española, la volatilidad, como refleja la tabla 2.37, se

---

<sup>21</sup> El estudio de la submuestra 4 (desde la entrada de la peseta en el SME hasta la reforma del mismo) lo efectuamos con posterioridad comparándolo con la submuestra 7 (desde la reforma del SME hasta el final de la muestra), porque creemos que es interesante analizar los cambios habidos tras la reforma del SME de 2 de agosto de 1.993.

reduce casi a la mitad, para las variaciones diarias relativas de la peseta frente a las monedas pertenecientes al citado Sistema. La desviación típica para el dólar y el yen, prácticamente no varía, hecho que resulta comprensible dado que estas divisas no están integradas en la mencionada disciplina cambiaria.

También en la tabla 2.37 podemos apreciar que los valores máximos se reducen enormemente para las seis monedas, situándose entre el 1 y 2,8%, aproximadamente entre 4 y 6,5 veces la desviación típica. Los valores mínimos, en valor absoluto, también se reducen considerablemente: para el marco, el franco y la lira se sitúan aproximadamente en el 0,9% y para la libra, el dólar y el yen en el 2,7%, 2,6% y 1,8%, respectivamente, entre 3 y 6,5 veces, en términos aproximados, la desviación en relación con la media. Estos resultados son completamente lógicos, puesto que durante gran parte de este período la peseta fue la moneda más fuerte del SME, encontrándose sobrevalorada. Los resultados obtenidos, tanto a partir de las volatilidades como de los valores máximos y mínimos de este subperíodo, ponen de manifiesto que es el de mayor estabilidad desde que comienza a funcionar el SME, para las monedas integrantes del mismo. Como posteriormente podremos observar, el período que abarca desde el 7-3-1.995 hasta el 21-4-1.997 (tras la última devaluación de la peseta), en general, presenta mayores volatilidades para las monedas comunitarias<sup>22</sup>, sin embargo se muestra más estable en relación con el dólar y el yen (tabla 2.61).

En la tabla 2.43, observamos como en el período que comprende desde el inicio de la crisis del SME (con el no danés a Maastricht) hasta la ampliación de las bandas de fluctuación del MCI al +/- 15% (submuestra 6), caracterizado por una fuerte inestabilidad en los mercados, la volatilidad es mucho más elevada que en el período previo a la crisis (submuestra 5). Así, como era de esperar, debido a las numerosas devaluaciones, en concreto tres de la peseta, e incluso al abandono del sistema por parte de la libra esterlina y la lira italiana, las desviaciones típicas en relación con el subperíodo anterior,

---

<sup>22</sup> La libra esterlina no forma parte de la disciplina cambiaria del SME. La abandona, junto con la lira italiana el 17 de septiembre de 1.992. Por otra parte, durante este período, la lira italiana se reincorpora a l MCI, concretamente el 25 de noviembre de 1.996.

aproximadamente se triplican para las monedas comunitarias (para la lira italiana se cuadruplican) y se duplican para el dólar y el yen, oscilando entre el 0,7 y el 1%.

Como es lógico, los valores máximos y mínimos (en valor absoluto) también aumentan enormemente en relación con el subperíodo anterior, como consecuencia de los múltiples realineamientos de paridades. Los niveles máximos se sitúan, aproximadamente, entre 3 y 5 veces la desviación típica (entre el 3,4 y el 5,9%) y los mínimos en valor absoluto entre 4 y 8,5 veces la desviación típica (entre el 4,4 y 6,3%).

En el período que abarca desde el 3 de agosto de 1.993 hasta el 21 de abril de 1.997 (submuestra 7), es decir, tras la crisis y reforma del SME, se vuelve a lograr la estabilidad. Comparado con el período de la crisis, la desviación típica se reduce a la mitad, o incluso más, para todas las monedas analizadas, salvo para el franco francés que se reduce a la tercera parte. No obstante, en relación con el período anterior a la crisis (5ª submuestra), debemos destacar que la volatilidad es algo mayor para el marco alemán, prácticamente igual para el franco francés, casi el doble para la lira italiana, bastante mayor (aunque no tanto como el doble) para la libra esterlina y menor para el dólar y el yen. Los considerables aumentos en las desviaciones típicas de la lira italiana y libra esterlina eran de esperar como consecuencia de su abandono del MCI del SME el 17 de septiembre de 1.992.

Tanto los valores máximos como los mínimos (en valor absoluto) disminuyen considerablemente en relación con los del período de crisis. Los valores máximos, para la submuestra 7ª, se encuentran entre 4 y 10 veces la desviación típica y los mínimos, entre 2,5 y 6,5 veces la desviación en relación con la media. Por lo general, estos valores son algo mayores que los máximos y mínimos, en valor absoluto, del período previo a la crisis (submuestra 5).

Los resultados anteriores ponen de manifiesto que, aunque tras la crisis y reforma del SME se ha ganado gran parte de la estabilidad que se perdió durante la misma dentro del conjunto de países integrantes del Sistema, todavía queda algo por recuperar.

Ahora vamos efectuar un análisis comparativo de las tablas 2.31 y 2.49 referidos, respectivamente, a los períodos anterior (submuestra 4) y posterior (7ª submuestra) a la reforma del MCI del SME, por la cual se amplían los márgenes de fluctuación de las monedas a él adheridas al +/- 15% alrededor de su paridad central.

Como podemos observar, tras la reforma, la desviación típica se reduce bastante para las seis monedas. La disminución más acusada se produce en la diferencia logarítmica del tipo de cambio peseta/franco francés, cuya volatilidad pasa a valer la mitad que en el período anterior a la citada reforma. Lógicamente, parece que la ampliación de las bandas de fluctuación abre paso a una nueva etapa de mayor estabilidad en los mercados que, a su vez, hace que se vaya recuperando la perdida credibilidad en el Sistema.

Como era de esperar, los valores máximos, así como los mínimos en valor absoluto, también se reducen considerablemente en el período posterior a la reforma del SME. Antes de la misma los valores máximos oscilan entre el 3,4 y 5,9% y tras la reforma, entre el 2 y el 3,1%. Los valores mínimos en valor absoluto de las variaciones diarias del tipo de cambio se sitúan entre el 4,4 y 6,3%, y entre el 1,2 y 3,1%, en los períodos previo y posterior, respectivamente, a la mencionada ampliación de las bandas de fluctuación.

No obstante y, a pesar de los resultados que acabamos de comentar, que ponen de manifiesto que, tras la reforma y finalización de la crisis, se recupera gran parte de la estabilidad perdida en el seno del SME, todavía no se ha logrado la estabilidad que caracteriza el período anterior al comienzo de la crisis. Ahora bien, creemos que es interesante analizar el período posterior a la crisis y reforma, fragmentado en dos tramos, antes y después de la última devaluación de la peseta de 6 de marzo de 1.995.

La submuestra 8 representa el período transcurrido desde la reforma del MCI del SME hasta la última devaluación de la peseta. En la tabla 2.55 observamos que las

desviaciones típicas de las variaciones diarias relativas del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas oscilan entre el 3 y el 6,4%. Así, para todas las monedas, excepto para la lira italiana y libra esterlina que disminuyen ligeramente, son algo superiores que las de la submuestra 7ª, tabla 2.49, (desde la reforma hasta el 21 de abril de 1.997, es decir, el período completo sin fragmentar en función de la devaluación de la peseta). Esto es lógico porque las tensiones existentes, centradas sobre todo en la peseta y el escudo portugués, que culminan con la devaluación de ambas monedas, se concentran en el tramo anterior a la devaluación (submuestra 8).

Las variaciones máximas de la submuestra 8 (tabla 2.55), al no haberse producido la devaluación de la peseta, son menores (salvo para el yen que permanece constante) que en la submuestra 7. En ambos subperíodos, las variaciones diarias mínimas para todas las monedas son prácticamente las mismas.

En relación con el período anterior a la crisis del SME (tabla 2.37) las volatilidades de la 8ª submuestra resultan elevadas, salvo para el caso del dólar, cuya desviación típica se reduce. También a excepción del dólar, todas las monedas presentan una variación relativa diaria máxima superior en el subperíodo que comprende desde la reforma del SME hasta la última devaluación de la peseta, que en el tramo desde la incorporación de nuestra moneda al SME hasta la crisis del mismo. Las variaciones mínimas en valor absoluto también son menores en la submuestra 5 que en la 8, excepto para la libra esterlina y el dólar estadounidense.

Por último, podemos observar (tabla 2.61) cómo desde la última devaluación de la peseta hasta abril de 1.997 (submuestra 9), la volatilidad, frente a la del período que abarca desde la reforma del SME hasta la citada devaluación (submuestra 8), se reduce bastante para el marco, franco francés y yen japonés, disminuye ligeramente en el caso del dólar y aumenta moderadamente para la lira y libra esterlina. Así, las desviaciones típicas para este último 9º subperíodo se sitúan entre el 0,24 y 0,54%.



Los valores máximos y mínimos en valor absoluto en el período postdevaluación oscilan, aproximadamente, entre un 0,9 y 2,6% (entre 3,75 y 6,5 veces la desviación típica, aproximadamente) y entre el 1,3 y 2,7% (entre 3,8 y 6,5 veces las desviaciones típicas), respectivamente, para el conjunto de monedas analizadas. En relación con el período anterior a la última devaluación de la peseta, como cabía esperar, los valores máximos son, para las seis monedas, de menor cuantía. Esto pone de manifiesto una estabilización del tipo de cambio de la peseta, frente al resto de monedas, alrededor de su paridad central bilateral. Este hecho se debe a que, la mencionada devaluación acerca a nuestra moneda a su valor de equilibrio dejando, por tanto, de estar sobrevalorada. En cuanto a los valores mínimos, podemos afirmar que, en relación con el tramo previo a la devaluación, prácticamente se mantienen para todas las monedas, a excepción del yen japonés, cuya variación diaria en valor absoluto se reduce casi hasta la mitad.

A continuación, pasamos a realizar un análisis comparativo de las submuestras 9 y 5, es decir, los períodos desde la última devaluación de la peseta hasta abril de 1.997 y desde la incorporación de nuestra moneda al SME hasta el inicio de la crisis del mismo, tablas 2.61 y 2.37, respectivamente. Pensamos que esta comparación es interesante para saber hasta qué punto, tras esa última devaluación de nuestra moneda, vuelve la calma y se reinstaura la credibilidad que antes de la crisis existía en el Sistema.

Las tablas mencionadas muestran que las variaciones diarias del tipo de cambio de la peseta frente al marco alemán y franco francés presentan prácticamente la misma volatilidad durante los dos períodos considerados. Probablemente debido al abandono del SME por parte de la lira italiana y de la libra esterlina, su desviación típica incondicional es bastante mayor en la submuestra 9 que en la 5. Para la lira casi se duplica, a pesar de su reincorporación al MCI del SME el 25 de noviembre de 1.996. Sin embargo, las diferencias logarítmicas del tipo de cambio de la peseta frente al dólar y frente al yen presentan una desviación en torno a la media bastante menor que en el período anterior a la crisis.

Los valores máximos de las variaciones diarias presentan, en los dos tramos objeto de comparación, diferencias de muy escasa consideración para todas las monedas, excepto para la lira italiana cuyo máximo en la submuestra 9 es casi el doble del que presenta en el período previo a la crisis. En relación con dicho período, el nivel mínimo, en valor absoluto, durante el período posterior a la última devaluación de la moneda española, de las diferencia logarítmicas del tipo de cambio peseta/ franco y yen es algo superior, para el marco se duplica, en el caso de la lira italiana se multiplica por tres, para el dólar norteamericano se reduce ligeramente y para la libra esterlina se reduce casi a la mitad.

A la luz de estos resultados, podemos concluir que tras la última devaluación de la peseta en relación con el marco alemán y el franco francés, nuestra moneda recupera toda la estabilidad perdida como consecuencia de la crisis del 92-93. Frente al dólar y al yen se presenta más estable y, por el contrario, se muestra más inestable en relación con la lira italiana y la libra esterlina. Así, con respecto a las monedas comunitarias analizadas, podemos considerar que el período desde la entrada de la peseta en el SME hasta el estallido de la crisis es el de mayor estabilidad para nuestra moneda. Sin embargo, frente a las monedas no comunitarias, el período en que la peseta ofrece un comportamiento más estable es el posterior a su última devaluación, de 6 de marzo de 1.995.

Siguiendo a Boothe y Glassman (1.987), podemos afirmar que, tanto a nivel de la economía de un país en general, como de la empresa en particular, es relevante conocer cómo se distribuyen las series de tipos de cambio. La razón que justifica la anterior afirmación es que las variaciones de los precios de las monedas tienen importantes repercusiones en los movimientos internacionales, tanto de bienes y servicios como de flujos de capital. Además, desde el punto de vista de la teoría financiera, tienen importantes implicaciones al valorar, mediante la relación media-varianza, carteras de inversión constituidas por activos denominados en diferentes monedas, así como en la valoración de opciones sobre divisas.

Existen numerosos autores que intentan determinar la distribución que caracteriza los tipos de cambio. Como muestra de ello podemos citar los trabajos de Granger y Orr

(1972), Westerfield (1977), Rogalski y Vinso (1978), Friedman y Vandersteel (1982), McFarland, Richardson y Sung (1982), Tsay (1986), Boothe y Glassman (1.987), Baillie y Bollerslev (1989) y Hsieh (1989), entre otros.

Sin embargo, a pesar de los numerosos estudios sobre este tema, no existe unanimidad en cuanto a cómo se distribuyen las series cambiarias. Únicamente existe consenso en cuanto a que la distribución incondicional que caracteriza el comportamiento de los tipos de cambio no es la normal.

Por todo lo anteriormente expuesto, consideramos interesante efectuar un análisis de la normalidad de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio de la peseta frente a las monedas que ocupan nuestro estudio.

En primer lugar analizamos de forma preliminar la hipótesis de normalidad. Para ello, nos basamos en los coeficientes de asimetría y curtosis, es decir, momentos de orden tres y cuatro, respectivamente, en relación con la media, porque permiten determinar de manera paramétrica si las variaciones de los tipos de cambio siguen una distribución normal. El valor de dichos coeficientes se encuentra en las tablas de estadísticos descriptivos correspondientes a las diferencias logarítmicas de los tipos de cambio para cada submuestra.

La asimetría y la curtosis las hemos calculado de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$Asimetr. = \frac{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (y_i - \bar{y})^3}{\sigma^3} \quad (2.3.2)$$

$$Curt. = \frac{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (y_i - \bar{y})^4}{\sigma^4} \quad (2.3.3)$$

donde,  $T$  es el número de observaciones de la muestra,  $y_t$ , representa el valor de la variable, en nuestro caso la diferencia logarítmica del tipo de cambio, en el momento  $t$ ,  $\bar{y}$ , es la media incondicional de la serie de observaciones objeto de estudio y  $\sigma$ , representa la desviación típica de la serie de datos tratados.

La asimetría de la distribución normal, al ser simétrica, obviamente es cero. En consecuencia, valores positivos de la misma representan una asimetría hacia la derecha. Por contra, la asimetría es hacia la izquierda cuando el valor de la misma es negativo.

La curtosis de la distribución normal es tres, así, cuando ésta es mayor significa que la distribución presenta colas más gruesas que las de la normal.

También hemos aplicado a las series objeto de análisis el estadístico Jarque-Bera<sup>23</sup> con el fin de contrastar la hipótesis nula de que la serie se distribuye normalmente. El estadístico viene dado por:

$$Jarque - Bera = T \left[ \frac{(Asimetr.)^2}{6} + \frac{(Curt.-3)^2}{24} \right] \quad (2.3.4)$$

Bajo la hipótesis de normalidad y, para un número de observaciones,  $T$ , lo suficientemente grande, este estadístico se distribuye según una  $\chi^2$  con dos grados de libertad. El valor del Jarque-Bera, junto con su probabilidad, lo presentamos también en la tabla de estadísticos descriptivos.

Para todas las submuestras analizadas obtenemos una asimetría distinta de cero, lo que nos da indicios para afirmar que la series de diferencias logarítmicas del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas analizadas no se distribuyen, en ninguno de los períodos del estudio, según una normal.

<sup>23</sup> Propuesto en Bera, A.K. y Jarque, C.M., (1981).

Los valores de los coeficientes de asimetría que, para las variaciones relativas diarias del tipo de cambio de la peseta en relación con las seis monedas contempladas en nuestro análisis, ofrecen las tablas 2.7 y 2.13, muestran que para la serie completa y primer subperíodo existe una fuerte asimetría hacia la derecha. Desde la creación del SME hasta la incorporación de nuestra moneda en el mismo, tabla 2.19, se detecta un descenso en los niveles de asimetría, en relación con los períodos anteriores, no obstante ésta sigue siendo positiva para las seis monedas, por lo que para todas ellas la asimetría sigue siendo hacia la derecha. La disminución de los niveles de asimetría con respecto a la muestra completa y submuestra 1, se mantiene para el resto de submuestras, para las que los resultados del coeficiente de asimetría de las diferentes monedas son dispares. En el período 20-6-1989 a 21-4-1997 (tabla 2.25) la serie de variaciones diarias peseta/marco se muestra simétrica, el franco francés, lira italiana y libra esterlina presentan asimetría hacia la izquierda, mientras que la asimetría del dólar y el yen es hacia la derecha. En la tabla 2.31, que resume los estadísticos descriptivos de la 4ª submuestra, observamos la existencia de simetría en el caso del marco, asimetría hacia la derecha para el franco, dólar y yen y hacia la izquierda en los casos de la lira y la libra. En el período que comprende desde la incorporación de la peseta al SME hasta el inicio de la crisis del mismo (tabla 2.37) todas las monedas presentan asimetría hacia la derecha, a excepción de la libra esterlina que la muestra hacia la izquierda. Durante el período de crisis en el seno del SME (tabla 2.43) la asimetría para las monedas europeas es hacia la izquierda, en el caso del dólar y el yen, por el contrario, es hacia la derecha. El análisis de la submuestra 7 (tabla 2.49) revela existencia de asimetría hacia la derecha para el marco y el franco y, hacia la izquierda en el caso del dólar; las otras tres monedas presentan simetría. Desde la reforma del SME hasta la última devaluación de la peseta (tabla 2.55) el marco se muestra simétrico y la asimetría para el resto de monedas, salvo el franco francés, es hacia la izquierda. Para terminar, a lo largo del período comprendido entre la última devaluación de nuestra moneda y abril de 1.997 (tabla 2.61) la libra, dólar y yen se muestran simétricas, mientras que el resto de monedas presentan asimetría, hacia la izquierda en el caso del marco y franco y hacia la derecha para la lira.

El que la asimetría se presente hacia la derecha (izquierda) significa que las desviaciones positivas (negativas), es decir por encima (debajo) de la media, son mayores que las negativas (positivas). En nuestro análisis, la asimetría hacia la derecha (izquierda) refleja que las depreciaciones (apreciaciones) de la peseta son mayores que las apreciaciones (depreciaciones) de la misma, frente a la moneda de que se trate.

En función de los valores de la curtosis, podemos afirmar que para todos los períodos analizados, las diferencias logarítmicas del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas objeto de estudio vienen caracterizadas por distribuciones leptocúrticas y, en consecuencia alejadas de la normalidad. El valor característico, tres, de las distribuciones mesocúrticas, como la normal, queda superado para todos los casos y, además, en la mayoría de ellos con amplitud. Al igual que sucede con la asimetría, la curtosis presenta un valor muy elevado para la serie completa y primera submuestra, descendiendo considerablemente en el resto de subperíodos.

La leptocurtosis pone de manifiesto la existencia de mayor probabilidad en las colas que en la distribución normal. La causa de este hecho, posiblemente, radica en la existencia de expectativas heterogéneas por parte de los agentes, que generan fluctuaciones importantes y repentinas. Este fenómeno se asocia en gran parte a la existencia de variabilidad en el tiempo de la varianza, es decir, que la serie presenta heterocedasticidad o no linealidad en varianza, lo que significa que el riesgo del activo en cuestión, en nuestro caso del tipo de cambio, al contrario de lo que suponen algunos modelos de valoración, no permanece constante.

Los resultados que ofrece el contraste Jarque-Bera, avalan los obtenidos anteriormente, es decir, que las series de diferencias logarítmicas no están caracterizadas por una distribución normal. En concreto, para todos los períodos que hemos estudiado (para todas las monedas contempladas en el análisis) el elevado valor del estadístico, así como su probabilidad, igual a cero en todos los casos, son concluyentes de un rechazo de la hipótesis nula, de que la distribución incondicional de las variaciones diarias del tipo de cambio de la peseta en relación con las respectivas monedas es normal.

El resultado que hemos obtenido, no normalidad de la serie de variaciones diarias relativas del tipo de cambio, coincide, además de con los trabajos citados, con los de Hsieh (1988), Mañas (1988), Peña (1989) y Del Río (1996). La principal implicación de dicho resultado es que resulta erróneo caracterizar las variaciones diarias del tipo de cambio a través de los parámetros media y varianza, o desviación típica, los cuáles no tienen porque permanecer constantes a lo largo del tiempo.

Para concluir el análisis de las diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, vamos a estudiar si en su comportamiento se detecta la existencia de dependencia lineal.

Para contrastar la hipótesis de independencia lineal utilizamos métodos lineales tradicionales en el estudio de series temporales: la función de autocorrelación y el contraste de Ljung-Box (1978), para el análisis individual y conjunto, respectivamente. De esta forma la independencia lineal y la incorrelación se consideran equivalentes.

Hemos calculado los coeficientes de autocorrelación ( $\rho$ ) de las series de observaciones, las variaciones diarias de los tipos de cambio, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\rho(\tau) = \frac{\sum_{t=1}^{T-\tau} (y_t - \bar{y})(y_{t+\tau} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2} \quad (2.3.5)$$

donde,  $\tau$  es el orden del retardo.

Un valor elevado del coeficiente de autocorrelación para el retardo de orden 1, significa que, a nivel individual, la serie presenta correlación serial.

El estadístico Ljung-Box, para el retardo  $i$ , lo determinamos del siguiente modo:

$$Q_{L-B}(i) = T(T+2) \sum_{j=1}^i \frac{[\rho(j)]^2}{T-j} \quad (2.3.6)$$

Este estadístico se emplea para contrastar la hipótesis nula de que todas las autocorrelaciones son iguales a cero, es decir, que la serie es ruido blanco<sup>24</sup>. Además, bajo la hipótesis nula, se distribuye según una  $\chi^2$ , con tantos grados de libertad como número de autocorrelaciones,  $i$ , en los casos en que la serie no ha sido previamente sometida al análisis ARIMA. Si la serie se compone de los residuos procedentes de una estimación a través de la modelización ARIMA, entonces, el número de grados de libertad coincide con el número de autocorrelaciones,  $i$ , menos el número de términos autorregresivos y medias móviles, previamente estimados<sup>25</sup>.

Como disponemos de un período sumamente largo y, a su vez, heterogéneo, creemos conveniente, al igual que en los estudios anteriores, subdividirlo para efectuar el análisis, con el ánimo de que la falta de homogeneidad no reste validez a los resultados y conclusiones. No obstante, a diferencia de los análisis anteriores, aparte del período conjunto, sólo vamos a considerar las tres primeras submuestras, con el objeto de no alargar el análisis y no complicar las interpretaciones teniendo que observar un excesivo número de tablas y subperíodos que, en el estudio de la autocorrelación, no resultan de gran importancia ni alteran las conclusiones.

Hemos seleccionado estas tres submuestras porque, a nuestro entender, atienden a los acontecimientos a priori más significativos, por el efecto que pueden tener en el comportamiento del tipo de cambio de nuestra moneda. Estos relevantes eventos, tomados en consideración al realizar esas tres particiones, son los siguientes: la entrada en vigor del Acuerdo de Basilea (24 de abril de 1972), la creación del SME (13 de marzo de 1979) y la entrada de la peseta en el SME (19 de junio de 1989).

<sup>24</sup> Definimos ruido blanco como una secuencia de variables aleatorias incorreladas con media y varianza constantes.

<sup>25</sup> Para profundizar más en este tema, véase Box y Pierce (1970).



En las siguientes líneas, vamos a analizar la autocorrelación de la serie completa de observaciones, con anterioridad al estudio de las mencionadas submuestras. Este procedimiento permite comprobar si existen cambios en el comportamiento de las variaciones diarias del tipo de cambio, además de analizar la sensibilidad de los resultados al período seleccionado.

El análisis de la existencia de dependencias lineales para las series completas de variaciones diarias del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas estudiadas se ofrece en la tabla 2.8.

Los coeficientes de autocorrelación muestran un comportamiento diferenciado entre el franco francés y el resto de monedas. Mientras la primera presenta indicios de que existe una pequeña dependencia lineal, las otras cinco divisas no.

En cuanto al contraste de existencia de correlación serial conjunta, el estadístico  $Q_{L-B}$ , para los retardos considerados (5, 10, 25, y 40), al 5% de significación, rechaza la hipótesis nula de que todas las autocorrelaciones son iguales a cero, para el marco alemán, el franco francés y la lira italiana, aceptándola, por el contrario, en el caso del dólar. Para la serie peseta/libra esterlina, tomando los retardos 5 y 10, existe correlación serial significativa, sin embargo la significatividad se desvanece progresivamente, de modo que para los retardos 25 y 40 la serie se muestra no correlacionada. El yen, por el contrario, se presenta incorrelacionado para el retardo 5, pero a partir del décimo, aparece correlación serial conjunta, dado el rechazo de la hipótesis nula al nivel de significación del 5%.

De los resultados obtenidos para la 1ª submuestra (tabla 2.14) las autocorrelaciones de las series de variaciones diarias del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas estudiadas ofrecen indicios de que no existe dependencia lineal, es decir, ninguna de las monedas da muestras de existencia de correlación serial a nivel individual. Así, el franco francés que para la serie completa de observaciones presenta una ligera correlación, en este subperíodo ya no la muestra.

En cuanto al contraste de Ljung-Box, el estadístico  $Q_{L-B}$ , para todos los retardos considerados, pone de manifiesto una clara aceptación al supuesto de no existencia de correlación (cuya significatividad aumenta cuanto mayor es el orden del retardo) para todas las monedas, salvo el franco. La moneda francesa, por contra, presenta correlación, sea cual sea el orden del retardo considerado. Tan sólo para esta moneda, así como para el dólar, se mantiene el resultado obtenido en el análisis de la muestra completa, mostrándose cambios significativos para el resto de monedas, a raíz de la entrada en vigor del Acuerdo de Basilea.

Los resultados ofrecidos por la tabla 2.20, para el período comprendido desde la creación del SME hasta la adhesión al mismo de la peseta, muestran un aumento significativo de los coeficientes de autocorrelación para las cuatro monedas europeas y, una disminución, pequeña para el dólar y considerable para el yen. A diferencia con el período anterior a la puesta en marcha del SME, el marco, el franco y la lira presentan correlación. La libra, el dólar y el yen permanecen incorrelacionadas a nivel individual, a pesar del comentado aumento en el caso de la libra esterlina.

El estadístico  $Q_{L-B}$ , para todos los retardos considerados, muestra un claro rechazo al supuesto de no existencia de correlación, para el marco, el franco y la lira. Para estas tres monedas aumenta enormemente la correlación, en relación con el período previo a la creación del SME y, todavía más, el marco y la lira que estaban incorrelacionadas, pasan a presentar una correlación claramente significativa. La libra esterlina, que en el período anterior tampoco muestra correlación, tras crearse el SME, salvo para el retardo 25, también presenta autocorrelación, aunque muy inferior a la de las otras monedas europeas que acabamos de comentar. El dólar y el yen siguen sin mostrar correlación, si bien, para ambas monedas, al aumentar el orden del retardo, el valor del estadístico y, por tanto, la autocorrelación, aunque no sea estadísticamente significativa, se incrementa. Además, debemos destacar que el  $Q_{L-B}(25)$  del yen está en el límite entre la existencia y no existencia de autocorrelación.

A la luz de los resultados que acabamos de exponer, podemos afirmar que la creación del SME ejerce un efecto diferenciador en la dinámica cambiaria frente a la peseta de todas las monedas. Ahora bien, dicho efecto es especialmente acusado para el marco, el franco y la lira, conclusión que parece lógica si tenemos en cuenta que estas tres monedas están incorporadas en el MCI del SME desde que el mismo se crea. Algo menos acusado es este efecto en el caso de la libra, ahora bien, a pesar de que hasta 1.990 el Reino Unido no entra a formar parte del SME, la libra está integrada en el ECU desde la creación del mismo y, por esta razón, su evolución también sufre un cambio considerable. La diferencia en la dinámica cambiaria del dólar y el yen, como es natural por su no vinculación al SME, es mucho más leve. No obstante, no podemos olvidar que las series que tratamos son diferencias logarítmicas del tipo de cambio de la peseta frente a todas las monedas citadas y, que España, a pesar de no pertenecer formalmente al SME hasta junio del 89, fija su política monetaria en términos de marcos con anterioridad. Por ello, parece coherente afirmar que el inicio del SME afecta a la evolución de la peseta y, en consecuencia a la dinámica de los tipos de cambio de la misma frente a otras monedas, incluso siendo ajenas a la política monetaria y cambiaria europea.

El análisis de la existencia de dependencias lineales para las series de variaciones diarias del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas estudiadas, desde que la peseta se incorpora al SME se ofrece en la tabla 2.26.

Los coeficientes de autocorrelación muestran un comportamiento diferenciado entre el franco y el resto de monedas. Así como la moneda francesa presenta indicios de que existe una ligera dependencia lineal, las otras cinco divisas no.

El contraste realizado mediante el estadístico  $Q_{L-B}$ , para los retardos considerados (5, 10, 25, y 40), al 5% de significación presenta un claro rechazo de la hipótesis nula de que todas las autocorrelaciones son iguales a cero, para las seis monedas contempladas. Es decir, todas las monedas objeto de análisis muestran correlación, incluso el dólar y el yen que en el período anterior aparecen incorrelacionadas. No obstante, en relación con dicho período, al entrar nuestra moneda en el SME la correlación disminuye para el marco

alemán, el franco francés y la lira italiana; mientras que aumenta para la libra, el dólar y el yen.

Como conclusión final de este análisis podemos decir que los resultados de esta tercera submuestra reafirman los obtenidos para el subperíodo anterior. Si la dinámica cambiaria de nuestra moneda frente al marco, franco, lira y libra ya muestra diferencias substanciales entre la existencia o no del SME, la pertenencia al mismo de la peseta hace permanecer dichas diferencias para las citadas monedas, extendiéndolas al dólar y al yen. Así, la pertenencia de España al SME genera cambios importantes en la evolución del tipo de cambio de la peseta, sobre todo en relación con las monedas ajenas al Sistema.

Por otra parte, podemos decir que la autocorrelación que presentan todas las monedas para la muestra completa, salvo el dólar, (tabla 2.8) se debe, probablemente, a la influencia que la creación y pertenencia de la peseta al SME ejercen sobre la misma.

Los resultados que acabamos de exponer se encuentran en la línea de los que se ofrecen en Del Río (1996).

### **2.3.1.2 Análisis de las volatilidades**

La razón por la que efectuamos este análisis se encuentra en el hecho de que, el cuadrado, así como el valor absoluto de las variaciones diarias relativas del tipo de cambio (como apuntamos al principio de este epígrafe) representan medidas alternativas de la volatilidad del mismo.

Los estadísticos descriptivos y autocorrelaciones de estas series los presentamos en las tablas correspondientes. Ahora bien, de entre todos los estadísticos descriptivos calculados, únicamente nos detenemos en la interpretación de aquellos que, a nuestro entender, poseen relevancia en cuanto a la dinámica de las series cambiarias: la media y el valor máximo.

Por los mismos motivos expuestos al analizar la autocorrelación de la serie de variaciones diarias del tipo de cambio, efectuamos el estudio del período conjunto y de las tres primeras submuestras realizadas en función de los acontecimientos que citamos a continuación: entrada en vigor del Acuerdo de Basilea (24 de abril de 1972), creación del SME (13 de marzo de 1979) y entrada de la peseta en el SME (19 de junio de 1989).

El análisis de las diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, tanto elevadas al cuadrado, como en valor absoluto, lo realizamos utilizando idénticas herramientas que para las variaciones diarias y siguiendo, exactamente, el mismo procedimiento.

En primer lugar analizamos la serie completa de observaciones, para posteriormente proceder al estudio de las mencionadas submuestras. Este procedimiento permite comprobar si existen cambios en el comportamiento de la volatilidad de las variaciones diarias del tipo de cambio, además de analizar la sensibilidad de los resultados al período seleccionado.

Los resultados de los estadísticos descriptivos obtenidos, tanto para las series de variaciones diarias en valor absoluto, como elevadas al cuadrado, para el tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas consideradas, durante el período 25 de abril de 1972 a 21 de abril de 1997, así como para las tres submuestras analizadas, se resumen en las tablas 2.9, 2.11, 2.15, 2.17, 2.21, 2.23, 2.27 y 2.29. Todos ellos ponen de manifiesto que, para todas las monedas, sea cual sea el período estudiado, la volatilidad media es prácticamente igual a cero.

A partir de ahora, y por sencillez, denominados volatilidad cuadrática a las diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado. Del mismo modo, llamamos volatilidad en valor absoluto a las mencionadas diferencias logarítmicas, en valor absoluto. Debemos destacar que las conclusiones que de ambas se derivan, durante todos los períodos muestrales considerados, son idénticas, pues, aunque una emplea el valor absoluto y la otra el cuadrático, las dos miden exactamente lo mismo, la volatilidad.

Observando las tablas 2.9, 2.11, 2.15 y 2.17, podemos apreciar que la volatilidad máxima para las seis monedas analizadas coincide en la serie completa de observaciones y en el primer subperíodo, que abarca desde la entrada en vigor del Acuerdo de Basilea hasta la creación del SME. Este resultado revela que el período de mayor variabilidad de las monedas contempladas es precisamente este primer tramo (tablas 2.15 y 2.17), resultado que se confirma a la luz de los valores que ofrecen las otras dos submuestras.

La volatilidad máxima, a lo largo de los mencionados períodos se sitúa entre el 4,6 y 4,8%, en términos cuadráticos, y entre el 21,5 y 22%, en valor absoluto. Las monedas que presentan esa mayor y menor volatilidad máxima son, respectivamente, el marco alemán y el dólar.

Con la creación del SME (tablas 2.21 y 2.23) la variabilidad máxima de las variaciones diarias se reduce, enormemente, para el conjunto de tipos de cambio analizados. Aproximadamente, entre 7 y 11 veces, si consideramos valores cuadráticos y a la tercera parte, trabajando en valor absoluto. La volatilidad cuadrática oscila entre el 0,40 y 0,69%, mientras que en términos absolutos adopta valores comprendidos entre el 6,39 y 8,31%. La lira italiana y la libra esterlina son las monedas cuya volatilidad máxima es mayor y menor, respectivamente, a lo largo de esta 2ª submuestra.

La entrada de la peseta en el MCI del SME vuelve a ejercer un efecto positivo sobre los mercados de las monedas analizadas, en el sentido de una importante reducción de la volatilidad máxima que todas ellas presentan, que podemos traducir como valores más estables de las seis divisas frente a la peseta. Reflejo de ello son las tablas 2.27 y 2.29, donde observamos que la variabilidad máxima se sitúa entre los niveles del 0,28 y 0,40% y los del 5,33 y 6,38%, respectivamente, en términos cuadráticos y absolutos. En relación con el período anterior a la adhesión de nuestra moneda al SME, la volatilidad cuadrática máxima disminuye casi hasta la mitad, y las monedas con mayor y menor variabilidad máxima siguen siendo, respectivamente, la lira y la libra.

Como resumen de las conclusiones que hemos expuesto podemos afirmar que, tanto la creación del SME como la incorporación al mismo de nuestra moneda, producen, por lo general, una importante disminución de la volatilidad máxima de las monedas analizadas, en relación de la peseta. Resultado que, en nuestra opinión, significa una mayor estabilidad cambiaria, acorde con los objetivos del SME desde su creación.

Pasamos ahora a analizar la autocorrelación que muestran las series de diferencias logarítmicas del tipo de cambio de la peseta, elevadas al cuadrado.

En la tabla 2.10, podemos observar que para la serie completa de observaciones (25-4-72 a 21-4-97), los coeficientes de autocorrelación revelan que, la volatilidad de las variaciones diarias del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas tratadas, no presenta correlación.

Igualmente, se obtienen valores muy bajos del estadístico  $Q_{L-B}$ , para todas las monedas y retardos considerados, por lo que claramente se rechaza el supuesto de existencia de autocorrelación, a nivel conjunto, en la volatilidad cuadrática.

Desde la entrada en vigor del Acuerdo de Basilea hasta la creación del SME (tabla 2.16) al igual que para la muestra completa, tanto los coeficientes de autocorrelación, como el contraste de Ljung-Box, para todos los retardos contemplados, muestran que las volatilidades están incorrelacionadas para las seis monedas. Además, debemos destacar que los valores obtenidos para el estadístico  $Q_{L-B}$  son todavía menores que en el caso de la muestra completa y, que su probabilidad, en todos los casos es del 100%.

Pensamos que, la ausencia de correlación que caracteriza al período completo se debe a la fuerte influencia que sobre el mismo ejerce la submuestra 1, cuyos coeficientes de autocorrelación para las series analizadas son exageradamente bajos.

Con la creación del SME (tabla 2.22) se produce un fuerte cambio, en relación con el período anterior. Los coeficientes de autocorrelación aumentan considerablemente para

las seis monedas. A pesar de ello, la variabilidad en términos cuadráticos para los casos del marco, dólar y yen, sigue mostrando incorrelación. Sin embargo, el franco, la lira y la libra, a diferencia del período anterior, presentan correlación en su volatilidad cuadrática.

En cuanto a las autocorrelaciones, a nivel conjunto, de las series de volatilidades en términos cuadráticos, podemos apuntar que el valor del estadístico  $Q_{L-B}$  aumenta enormemente con respecto al período precedente, para todas las monedas, siendo este aumento aún más acusado en los casos peseta/libra y peseta/lira. El marco y el franco son las monedas para las que el aumento es más moderado. Así, la lira, la libra, el dólar y el yen, para todos los retardos considerados, muestran correlación estadísticamente significativa. Aunque en menor medida que las anteriores, la volatilidad cuadrática del marco y del franco también presenta correlación, para 5 y 10 retardos. No obstante, el valor del  $Q_{L-B}$  se desvanece al aumentar el número de retardos, de forma que para 25 y 40 retardos, desaparece la presencia de correlación para estas dos monedas.

Los cambios que genera la creación del SME, se consolidan y agudizan al incorporarse España en el mismo. En la tabla 2.28 podemos observar el fuerte aumento de los coeficientes de autocorrelación de las volatilidades en términos cuadráticos, para las variaciones diarias del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas consideradas. Todas ellas muestran autocorrelación, a nivel individual. El contraste de Ljung-Box proporciona unos valores del estadístico muy superiores a los que se obtienen antes de que la peseta se adhiera al MCI del SME, para todos las monedas y retardos tomados en consideración. Este resultado revela claramente la existencia de correlación serial significativa en las series de volatilidades cuadráticas para las seis monedas, sea cual sea el número de retardos empleado.

A continuación, y para poner fin a este análisis, vamos a estudiar la autocorrelación que presentan las series de variaciones diarias del tipo de cambio de la peseta, en valor absoluto.



Para el período completo, es decir, desde la entrada en vigor del Acuerdo de Basilea hasta abril de 1997, (tabla 2.12), los coeficientes de autocorrelación muestran la existencia de correlación, a nivel individual, en la volatilidad en términos absolutos de las variaciones diarias del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas tratadas.

Además, se obtienen valores muy elevados del estadístico  $Q_{L-B}$ , para todas las monedas y retardos considerados, por lo que claramente se acepta el supuesto de existencia de autocorrelación significativa, a nivel conjunto, para todas ellas.

La tabla 2.18 muestra los resultados para la primera submuestra, desde la entrada en vigor del Acuerdo de Basilea hasta la creación del SME. En relación con la muestra completa, tanto los coeficientes de autocorrelación, como el valor del estadístico que ofrece el contraste de Ljung-Box, para todos los retardos contemplados, disminuyen considerablemente.

Los coeficientes de autocorrelación muestran que, al contrario que para toda la muestra, el marco, la libra y el dólar, se presentan incorrelacionados. Sin embargo, para el caso de la lira, el franco y el yen, la volatilidad en términos absolutos sigue mostrando autocorrelación, a nivel individual.

El  $Q_{L-B}$  muestra que existe autocorrelación significativa para el marco alemán, franco francés, lira italiana y yen japonés, para todos los retardos considerados. En el caso de la libra y el dólar, también existe correlación, aunque menos significativa, para 5 y 10 retardos. Sin embargo, el valor del estadístico decae para 25 y 40 retardos, para los cuáles la volatilidad en términos absolutos de ninguna de las dos monedas presenta autocorrelación, a nivel conjunto.

Con la creación del SME (tabla 2.24) se produce un fuerte cambio en relación con el período anterior. Los coeficientes de autocorrelación aumentan considerablemente para las seis monedas, adoptando, por lo general, valores incluso superiores a los que presenta la muestra completa. Así, la variabilidad, en términos absolutos, de las variaciones diarias

del tipo de cambio de la peseta, frente a todas las monedas analizadas, da muestras de existencia de correlación.

En cuanto a las autocorrelaciones, a nivel conjunto, de las series de volatilidades en valor absoluto, podemos apuntar que el valor del estadístico  $Q_{L-B}$  aumenta enormemente con respecto al período precedente, para todas las monedas y retardos. Este incremento es más pronunciado en los casos peseta/libra y peseta/dólar, que para las demás monedas. Así, las seis series incluidas en el estudio, para todos los retardos considerados, muestran correlación estadísticamente significativa.

La incorporación de la peseta al MCI del SME hace que los cambios que genera la creación del mismo, se consoliden y hagan más acusados. La tabla 2.30 muestra cómo los coeficientes de autocorrelación de las volatilidades en términos absolutos, para la variaciones diarias del tipo de cambio de la peseta frente a todas monedas consideradas, salvo el yen, vuelven a aumentar considerablemente en relación con el subperíodo anterior. Todas ellas muestran autocorrelación, a nivel individual. El valor que adoptan los citados coeficientes, para las seis monedas, superan con creces a los que corresponden a la muestra completa de observaciones (tabla 2.12).

El contraste de Ljung-Box proporciona unos valores del estadístico muy superiores a los que se obtienen antes de que la peseta se adhiera al MCI del SME, para todas las monedas, a excepción del dólar, y retardos tomados en consideración. Este resultado revela claramente la existencia de correlación serial significativa en las series de volatilidades en valor absoluto para las seis monedas, sea cual sea el número de retardos considerado. El valor de estos coeficientes, por lo general, es mucho mayor que los que se obtienen para el período completo.

La conclusión que podemos extraer del análisis de la autocorrelación de la volatilidad, ya sea cuadrática o en valor absoluto, de las variaciones diarias del tipo de cambio, es que se pone claramente de manifiesto que la creación del SME y, más aún, la incorporación de la peseta en el mismo, genera importantes efectos sobre la dinámica

cambiaría de la peseta frente a las seis monedas analizadas. En este sentido, presenciamos un cambio en el comportamiento de la volatilidad de las variaciones diarias del tipo de cambio de la peseta, a raíz de los mencionados acontecimientos. Se inicia así una etapa caracterizada, como era de esperar, por la elevada autocorrelación de las series de volatilidad de los tipos de cambio, autocorrelación que muestra un enorme y sostenido aumento, todavía más acusado al hacerse efectiva la incorporación de España en la disciplina cambiaria del SME.

Debemos destacar que la conclusión es la misma, sea cual sea la medida de volatilidad empleada. No obstante, cuando se expresa en términos cuadráticos, los cambios en el comportamiento de las series en función de su autocorrelación, quizás se ven más claros, al pasar de la no correlación significativa a la correlación, con la creación del SME. Esto ocurre, ni más ni menos, porque al elevar las diferencia logarítmicas al cuadrado, los resultados se exageran.

Para terminar, debemos indicar que la existencia de alta autocorrelación en las series de volatilidades muestra la existencia de no linealidad en varianza, o lo que lo mismo, heterocedasticidad. Y que, si esta no linealidad en varianza es lineal, los procesos GARCH representan el medio adecuado para su modelización.

### **2.3.1.3 Análisis de las estimaciones mediante un proceso GARCH (1,1)**

Como anteriormente hemos apuntado, debido a la leptocurtosis de las diferencias logarítmicas del tipo de cambio, así como a la elevada autocorrelación que las mismas, en valor absoluto, muestran, las series con que trabajamos presentan indicios de heterocedasticidad. Por ello, dadas las características de estas series y con el ánimo de completar y mejorar el análisis de la volatilidad de las variaciones diarias del tipo de cambio de la peseta, frente a las seis monedas objeto de estudio, concluimos nuestro análisis realizando la estimación, para cada una de las tres principales submuestras

consideradas a lo largo del trabajo, de un modelo GARCH (1,1)<sup>26</sup>, ya que, como exponemos en el epígrafe 2.2 es el más utilizado en la literatura financiera.

En el presente punto de nuestro trabajo estimamos la volatilidad, o varianza condicional, de las diferencias logarítmicas de los tipos de cambio de la peseta, para cada una de las tres primeras submuestras. Para ello, ajustamos un proceso GARCH (1,1) a cada uno de los citados períodos.

Una vez determinadas las series de volatilidades de cada tramo, calculamos su media, valores máximo y mínimo, así como su desviación típica.

En la figura 2.1 podemos observar, gráficamente, las series de volatilidades correspondientes al primer subperíodo, que abarca desde la firma del Acuerdo de Basilea (25-4-1.972) hasta la creación del SME (12-3-1.979).

Las volatilidades medias obtenidas, durante dicho período, son 8.89E-05, 5.37E-05, 0.000277, 5.08E-05, 7.18E-05 y 0.000328, para el marco, el franco, la lira, la libra, el dólar y el yen, respectivamente. Como podemos observar, las monedas que, por término medio, se presentan más volátiles son el yen, seguido de la lira italiana. Por otra parte, las monedas con menor varianza condicional media son la libra, seguida del franco francés.

El valor máximo que, en este primer período, llega a alcanzar la volatilidad de la diferencia logarítmica del tipo de cambio de la peseta frente al marco, franco, lira, libra, dólar y yen es, respectivamente, 0.007393, 0.000309, 0.162249, 0.000149, 0.002382 y 0.118720. Estos resultados ponen de manifiesto que las monedas cuya variabilidad, en un determinado momento, es más acusada, son claramente la lira, seguida del yen. Sin embargo, las monedas cuya volatilidad máxima es más reducida son la libra, seguida del franco francés.

---

<sup>26</sup> Véanse Engle (1982) y Bollerslev (1986).

Los valores mínimos se sitúan en los siguientes niveles : 8.23E-06 (marco alemán), 2.78E-06 (franco francés), 6.88E-06 (lira italiana), 6.07E-06 (libra esterlina), 3.32E-05 (dólar estadounidense) y 3.07E-06 (yen japonés). Evidentemente, las monedas cuya varianza condicional mínima alcanza el mayor y menor valor, respectivamente, son el dólar y el franco.

Por último, y a tenor de las desviaciones típicas obtenidas, 0.000318, 2.11E-05, 0.003950, 5.51E-06, 6.61E-05 y 0.003499, para el marco, franco, lira, libra, dólar y yen, respectivamente, podemos afirmar que las monedas que, durante este primer período, muestran una variabilidad frente a la peseta más volátil son, sin lugar a dudas, la lira, seguida del yen. Por el contrario, aquéllas cuya volatilidad es más estable son la libra y el franco francés. Estos resultados confirman los ofrecidos por los valores, tanto medios, como máximos, de la volatilidad : las monedas que, en esta primera submuestra se presentan como más arriesgadas son la lira italiana y el yen japonés. A su vez, las que muestran menor riesgo son la libra y el franco francés.

En la figura 2.2 representamos gráficamente las varianzas condicionales estimadas para la segunda submuestra, que comprende desde la creación del SME (14-3-1.979) hasta la adhesión al mismo de la moneda española (16-6-1.989).

Las volatilidades medias que ofrece dicho período son, para el marco, el franco, la lira, la libra, el dólar y el yen, respectivamente, 2.13E-05, 2.35E-05, 2.57E-05, 3.26E-05, 4.83E-05 y 4.29E-05. Como podemos observar, la varianza condicional media de la variación diaria del tipo de cambio de la peseta, frente a las seis monedas contempladas, se reduce considerablemente a raíz de la creación del SME. En relación con el período anterior, disminuye, aproximadamente, a la décima parte para la lira, a la séptima para el yen, a la cuarta parte, en el caso del marco y, para el franco, libra y dólar, a la mitad. Las monedas que, por término medio, se presentan más volátiles son el dólar y el yen, lo cuál es lógico por ser completamente ajenas a la disciplina cambiaria del Sistema Monetario Europeo. Por otra parte, las monedas con menor varianza condicional media son el marco, franco y lira italiana, resultado bastante coherente, puesto que estas tres monedas forman

parte del SME desde el momento de su creación. El puesto que ocupa la libra tampoco es de extrañar pues, aunque todavía no está integrada en el Sistema, desde su creación pertenece al ECU, motivo por el cuál no permanece ajena a la política monetaria y cambiaria que emana del MCI del SME.

El nivel máximo que, durante el segundo período, alcanza la varianza condicional de las series analizadas es, respectivamente, 0.000904, 0.000867, 0.003475, 0.000838, 0.000823 y 0.000828, para el marco, franco, lira, libra, dólar y yen. Podemos apreciar como, en relación con el primer período, a excepción del franco francés y la libra, la variabilidad máxima disminuye bastante para todas las monedas. La reducción más acusada la experimentan la lira italiana y el yen japonés. Estos resultados ponen de manifiesto que la moneda cuya volatilidad, en un momento determinado, es más pronunciada, es claramente la lira. La volatilidad máxima del resto de monedas es muy similar.

La volatilidad mínima está cifrada en los valores siguientes : 5.20E-06, 2.74E-06, 6.35E-06, 4.51E-06, 2.58E-06 y 8.91E-06, respectivamente para el tipo de cambio de la peseta frente al marco alemán, franco francés, lira italiana, libra esterlina, dólar estadounidense y yen japonés. Evidentemente, las monedas cuya varianza condicional mínima alcanza el menor y mayor valor, respectivamente, son el dólar, que en el período previo a la creación del SME presenta el mayor valor mínimo, y el yen. Como podemos observar, en relación con el período anterior, la volatilidad mínima se reduce para todas las monedas consideradas, salvo para el yen, cuyo valor mínimo aumenta considerablemente.

Por último, y observando las desviaciones típicas obtenidas, 3.80E-05, 4.26E-05, 0.000111, 3.92E-05, 4.86E-05 y 4.74E-05, para el marco, franco, lira, libra, dólar y yen, respectivamente, podemos afirmar que la volatilidad de las varianzas estimadas, disminuye para el conjunto de tipos de cambio analizados, salvo para el caso de las monedas francesa y británica. La divisa cuya volatilidad frente a la moneda española, durante este segundo período, es más variable es, obviamente, la lira, al igual que en

período precedente, lo que confirma el resultado que se desprende de los valores máximos. Por el contrario, aquéllas cuya varianza condicional es menos volátil son el marco alemán y la libra esterlina. El resto de monedas presentan desviaciones típicas similares.

Estos resultados ponen de manifiesto que, por lo general, la creación del SME reduce bastante la volatilidad de las monedas y, en consecuencia, el riesgo de cambio. Este resultado era de esperar como consecuencia de la disciplina cambiaria que impone el Sistema.

La figura 2.3 muestra gráficamente la evolución de las varianzas condicionales durante el tercer período, desde la incorporación de la peseta al MCI del SME (20-6-1.989) hasta el final de la muestra (21-4-1.997).

Las volatilidades medias obtenidas para esta tercera submuestra son,  $1.91E-05$ ,  $1.80E-05$ ,  $2.35E-05$ ,  $2.67E-05$ ,  $4.37E-05$  y  $4.66E-05$ , para el marco, el franco, la lira, la libra, el dólar y el yen, respectivamente. Estos resultados ponen de manifiesto que, con la adhesión de nuestra moneda al SME, salvo para el caso del tipo de cambio peseta/yen, cuya varianza condicional media aumenta ligeramente, la volatilidad que por término medio presenta la variación diaria del tipo de cambio de la peseta, frente a las monedas contempladas, se reduce bastante. En relación con el período anterior, las monedas cuya disminución es mayor son el marco, el franco y la libra. Las monedas que, por término medio, se presentan más volátiles son, al igual que en el período anterior (desde la creación del SME hasta la incorporación al mismo de la peseta), el dólar y el yen, lo que resulta natural porque están completamente desvinculadas del SME. Por otra parte, las monedas con menor varianza condicional media son el franco y el marco alemán, lo cual es bastante lógico, puesto que estas divisas son, probablemente, las más aferradas a la disciplina cambiaria del SME desde su creación. El hecho de que la lira y la libra se presenten algo más volátiles no es de extrañar. Estas monedas son objeto de fuertes ataques durante el período de crisis y, además, abandonan el MCI del SME, el 17 de

septiembre de 1.992. Debemos destacar, por otra parte, que la lira se reincorpora con posterioridad, sin embargo, la libra no ha regresado al Sistema.

El nivel máximo que, durante este tercer período, alcanza la varianza condicional de las series analizadas es, respectivamente, 0.001143, 0.001526, 0.000701, 0.000533, 0.000591 y 0.000632, para el marco, franco, lira, libra, dólar y yen. Podemos apreciar como, en relación con el período anterior a la incorporación de la peseta al SME, a excepción del marco y franco francés, la variabilidad máxima disminuye bastante para todas las monedas.

La volatilidad mínima se sitúa en los siguientes valores, 2.17E-06, 2.14E-06, 5.09E-06, 9.82E-07, 1.10E-05 y 7.31E-06, respectivamente para el tipo de cambio de la peseta frente al marco alemán, franco francés, lira italiana, libra esterlina, dólar estadounidense y yen japonés. Evidentemente, las monedas cuya varianza condicional mínima alcanza el menor y mayor valor, respectivamente, son la libra y el dólar. Como podemos observar, a excepción del dólar, en relación con el período anterior, la volatilidad mínima se reduce para todas las monedas consideradas.

Finalmente, pasamos a comentar los resultados que ofrecen las desviaciones típicas, cuyos valores quedan cifrados en : 5.36E-05, 6.61E-05, 5.09E-05, 4.10E-05, 4.48E-05 y 5.19E-05, para el marco, franco, lira, libra, dólar y yen, respectivamente. A la luz de estos resultados podemos afirmar que, la volatilidad de las varianzas estimadas, en relación con la submuestra anterior, aumenta para el conjunto de tipos de cambio analizados, salvo para el caso de la lira y el dólar. La divisas cuya volatilidad frente a la moneda española es más variable son el franco y el marco, lo que confirma el resultado que se desprende de los valores máximos. Por el contrario, aquéllas cuya varianza condicional es menos volátil son la libra esterlina y el dólar. El resto de monedas presentan desviaciones típicas similares.

Estos resultados ponen de manifiesto que, pese a presentar la menor varianza condicional, por término medio, las monedas cuya volatilidad, en un momento



determinado (valor máximo) y a lo largo del conjunto del período (desviación típica de la varianza), es más volátil, son claramente el franco francés y el marco alemán. Este resultado no es de extrañar si; no olvidamos que trabajamos con tipos de cambio de la peseta frente a otras monedas, que durante este período se produce la crisis del SME, que se salda con tres devaluaciones de nuestra moneda<sup>27</sup> y, que todos los realineamientos de paridades que se llevan a cabo, se realizan frente al marco. El franco, es víctima de bastantes ataques especulativos, no obstante es una moneda que generalmente se muestra muy alineada en relación con el marco.

Así, podemos afirmar que las monedas con menor nivel medio de riesgo, durante este tercer período, son el marco y el franco, ahora bien, su grado de variabilidad es más volátil que para el resto de monedas consideradas.

El conjunto de resultados obtenidos, ponen de manifiesto que, por lo general, con la incorporación de la peseta al SME continúa y se acentúa el proceso de disminución de la volatilidad de las monedas, que se inicia al crearse el SME. Este resultado revela que, tal y como se pretende desde la fundación del SME, su creación, así como la adhesión de la peseta al mismo, permiten una reducción de la volatilidad media de las monedas, que podemos interpretar como una mayor estabilidad de los mercados.

Estas conclusiones, en general, avalan las que ofrecen los análisis de volatilidad, anteriormente efectuados, en base a la desviación típica incondicional y las diferencias logarítmicas del tipo de cambio en valor absoluto.

Antes de finalizar esta sección, debemos destacar que los estadísticos obtenidos para el primer subperíodo, a pesar del tamaño muestral, pueden no resultar significativos, debido a dos importantes acontecimientos sucedidos en dicho período.

En primer lugar, en 1974 el Banco de España revoca su compromiso de intervenir en el mercado de divisas al objeto de mantener fijo el tipo de cambio peseta/dólar, lo que

---

<sup>27</sup> El 6 de marzo de 1.995 se produce una cuarta y última devaluación de la peseta.

da comienzo a un período de flotación vigilada. A partir de ese momento, con fecha de 9 de febrero de 1976 y 12 de julio de 1977, se producen dos fuertes devaluaciones de nuestra moneda frente a la estadounidense.

El segundo hecho que debemos destacar es la depreciación continua que, tras la crisis de febrero-marzo de 1973, experimenta el dólar con respecto a las divisas comunitarias. Esta situación conduce a los principales países comunitarios a dejar fluctuar, casi libremente, sus monedas frente al dólar, al tiempo que siguen interviniendo al objeto de mantener entre ellas el margen máximo de fluctuación que establece el acuerdo de la “serpiente” (2,25%). Desde finales de mayo, las fluctuaciones de la serpiente aumentan a un ritmo creciente y la continua tendencia depreciadora del dólar en relación con las monedas comunitarias obliga a la adopción de un acuerdo de intervención en los mercados cambiarios, con el fin de detener dicha tendencia. Sin embargo, algunas divisas comunitarias, al ser incapaces de afrontar esa fuerte apreciación frente a la moneda estadounidense que las demás imponen, tienen que mantenerse al margen de la flotación conjunta. A partir de ese momento, las monedas comunitarias abandonan y se reincorporan continuamente en la serpiente, de modo que en marzo de 1976, con el abandono del franco francés, culmina el acuerdo, convirtiéndose éste en una zona marco (Jordán, 1994).

Consideramos que los hechos que acabamos de comentar, restan significatividad a los estadísticos calculados para el primer período. En consecuencia, para la primera submuestra, siguiendo a Granger y Ding (1994), corregimos la serie de rendimientos a cuatro veces la desviación típica, con el fin de eliminar sesgos derivados de observaciones anómalas.

En las tablas 2.67 y 2.68 presentamos algunos coeficientes de autocorrelación y el estadístico de Ljung-Box, correspondientes al primer subperíodo, para la muestra corregida. La tabla 2.67 pone de manifiesto la inexistencia de correlación serial, a nivel individual, para las variaciones diarias del tipo de cambio de la peseta frente al conjunto de monedas analizadas, a excepción del franco francés y el dólar. El estadístico de Ljung-

Box muestra un claro rechazo a la hipótesis de inexistencia de autocorrelación, salvo en los casos de la lira italiana y el yen japonés, cuando se consideran diez retardos. El análisis de la autocorrelación de las diferencias logarítmicas del tipo de cambio en valor absoluto, tabla 2.68, refleja claramente que existe autocorrelación a nivel individual para todas las monedas consideradas. A nivel conjunto, los valores del estadístico  $Q_{L-B}$  y sus probabilidades asociadas permiten concluir que, sin lugar a dudas, la volatilidad del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas analizadas se presenta altamente autocorrelacionada.

### 2.3.2 Criterios para la valoración de la capacidad predictiva.

La variedad de modelos que permiten predecir y modelizar la volatilidad es muy amplia, por ello, ante la dificultad de abarcar el gran abanico de técnicas existente, en la presente sección nos centramos en cinco de las alternativas más populares para la modelización de la volatilidad. Además, nuestro objetivo no es proporcionar una comparación completa de los modelos existentes, sino ofrecer algunos resultados de aquéllos que se emplean con mayor frecuencia. Como los modelos que utilizamos son bien conocidos en la literatura financiera y, además, a excepción del homocedástico, han sido descritos en la sección anterior<sup>28</sup>, en las líneas siguientes sólo realizamos una breve descripción de la parametrización específica del modelo homocedástico.

En lo que sigue, asumimos que los rendimientos logarítmicos pueden representarse como :

$$R_t = \mu + \lambda R_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (2.3.7)$$

de manera que la media condicional de los rendimientos sigue un proceso AR(1). En primer lugar, nos centramos en predecir la varianza condicional  $\sigma_t^2$  mediante los siguientes modelos : homocedástico, ARCH, GARCH, EGARCH y TARCH o GJR.

<sup>28</sup> Para profundizar sobre los modelos empleados pueden referirse a Bollerslev et al. (1992).

El modelo *homocedástico* es el más sencillo de los propuestos en la literatura financiera<sup>29</sup>. Según dicho modelo, la varianza de un activo permanece constante. Si llamamos  $\sigma_t^2$  a la varianza condicional del activo, entonces el modelo homocedástico supone que :

$$\sigma_t^2 = \omega \quad (2.3.8)$$

Como comentamos con anterioridad y debido a la exhaustividad del análisis en caso de tomar en consideración las nueve submuestras en que hemos subdividido el conjunto muestral, al efectuar las predicciones nos centramos en los tres primeros subperíodos, los principales, efectuados en base a dos importantes acontecimientos : 13 de marzo de 1.979, la firma de los convenios para la puesta en funcionamiento del SME y 19 de junio de 1.989, momento en que se produce la incorporación de la peseta a dicho Sistema.

Para cada una de las tres submuestras, la estimación de los modelos la realizamos del siguiente modo. Para cada una de las monedas y subperíodos se utilizan las 250 primeras observaciones, en base a las cuáles se estima cada uno de los modelos y se predice la siguiente observación. A continuación, la ventana se desplaza una observación (así, el tamaño muestral permanece constante) y el procedimiento se repite hasta llegar a la última observación disponible. Para evitar posibles sesgos ocasionados por un “efecto anuncio”, se eliminan las últimas veinte observaciones del período. Además y siguiendo a Granger y Ding (1994), para evitar la presencia de sesgos derivados de la existencia de observaciones anómalas las series de rendimientos son truncadas a cuatro veces su desviación típica.

---

<sup>29</sup> En relación con los otros cuatro modelos utilizados, en la sección 2.2 se ofrece una descripción de los mismos.

Un análisis preliminar de las series con las que trabajamos (efectuado en la sección 2.3.1) muestra que el primer coeficiente de autocorrelación es significativo, sin embargo, los de orden superior no lo son. Por esta razón, como mencionamos con anterioridad, modelizamos la media condicional como un proceso autorregresivo de orden 1. Obviamente, aunque es muy comunmente utilizado en la literatura financiera, este modelo puede resultar inapropiado para algunas de las series, por lo que sería necesario incluir un mayor número de retardos, o bien, especificaciones alternativas mediante otros modelos. Sin embargo, modelos lineales más complicados no cubren todas las posibilidades plausibles de modelización capaces de generar dependencia débil en la media condicional, pero claramente dependiente en la varianza condicional (procesos estocásticos no lineales en media o memoria a largo plazo cíclica, por citar dos alternativas propuestas recientemente), característicos de las series temporales financieras y, en particular, series temporales de tipos de cambio, por tanto, una identificación más intensiva del modelo lineal para las series particulares, también obviaría alternativas plausibles.

Además, una identificación exhaustiva de la media condicional haría computacionalmente inviable nuestro problema. Por estas dos razones, nuestra elección representa un compromiso entre una adecuada modelización de la media condicional, como un paso previo a la modelización de la varianza condicional, y la obtención de resultados significativos empleando un número de predicciones considerable.

Los modelos son estimados por el bien conocido algoritmo BHHH (Berndt et al., 1974). Los parámetros iniciales son aleatorios y el número máximo de iteraciones del algoritmo lo fijamos en 1000, de manera que este elevado número de iteraciones, razonablemente, asegura la convergencia. Cuando el algoritmo no converge, se prueba un nuevo conjunto de parámetros iniciales y, si los problemas persisten, no se realiza la predicción. Como cada modelo se construye independientemente de los demás, el número total de predicciones independientes es, aproximadamente, 175.000, lo que pone de manifiesto el considerable esfuerzo computacional que conlleva este trabajo.

Para evaluar las predicciones utilizamos los siguientes criterios :

el *error cuadrático medio*, que calculamos mediante la siguiente expresión :

$$ecm = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{\sigma}_i^2 - \sigma_i^2)^2 \quad (2.3.9)$$

el *error absoluto medio* :

$$eam = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{\sigma}_i^2 - \sigma_i^2| \quad (2.3.10)$$

y el *error porcentual absoluto medio* :

$$epam = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{(\hat{\sigma}_i^2 - \sigma_i^2)}{\sigma_i^2} \right| \quad (2.3.11)$$

donde  $n$  es el número de predicciones,  $\hat{\sigma}_i^2$  es la varianza estimada por el modelo y  $\sigma_i^2$  la volatilidad efectivamente realizada, medida por los rendimientos al cuadrado.

Como podemos apreciar, las medidas de error precedentes están basadas en funciones de pérdidas simétricas que, generalmente, no se adecúan al comportamiento y preferencias de todos los decisores. Por ejemplo, una predicción de la volatilidad sesgada por defecto proporciona una estimación por defecto del precio de una opción de compra (call) y esta desviación es presumiblemente más importante para el vendedor que para el comprador de la misma. Por este motivo y siguiendo a Brailsford y Faff (1996) utilizamos, además de las anteriores, otras dos medidas del error que penalizan en mayor (menor) medida las estimaciones de la volatilidad sesgadas por exceso (defecto). El primer estadístico es el *error medio por exceso* :

$$eme = \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^n |\hat{\sigma}_i^2 - \sigma_i^2| + \sum_{i=1}^n \sqrt{|\hat{\sigma}_i^2 - \sigma_i^2|} \right] \quad (2.3.12)$$

y el segundo el *error medio por defecto* :

$$emd = \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^o \sqrt{|\hat{\sigma}_i^2 - \sigma_i^2|} + \sum_{i=1}^u |\hat{\sigma}_i^2 - \sigma_i^2| \right] \quad (2.3.13)$$

donde  $o$  y  $u$  son índices que recorren las predicciones por exceso y por defecto, respectivamente.

Adicionalmente, para cada uno de los subperíodos y monedas ajustamos la siguiente regresión :

$$\sigma_i^2 = \alpha + \beta \hat{\sigma}_i^2 \quad (2.3.14)$$

Tal y como argumentan Pagan y Schwert (1990), si las predicciones son insesgadas, el valor estimado de  $\alpha$  no debe ser significativamente distinto de cero, mientras que la estimación del parámetro  $\beta$  debe estar próxima a la unidad. Debemos destacar que la expresión (2.3.14) supone una función de pérdidas cuadrática, así pues un modelo podría proporcionar un  $R^2$  grande con tan sólo predecir altas volatilidades absolutamente normales. Por esta razón es conveniente ajustar, adicionalmente, la siguiente regresión :

$$\log(\sigma_i^2) = \alpha + \beta \log(\hat{\sigma}_i^2) \quad (2.3.15)$$

### 2.3.3 Resultados.

Los resultados obtenidos para las medidas de error están reflejados en las tablas 2.69 a 2.74. También calculamos, para cada una de dichas medidas, el cociente entre el error correspondiente a cada modelo y el error del modelo homocedástico, al que denominamos *ratio*. En consecuencia, un ratio menor que uno significa que el modelo en cuestión predice mejor que el homocedástico. Por otra parte, en la columna que denominamos

*orden*, establecemos, en base a cada uno de los errores calculados, una ordenación de los distintos modelos numerándolos de 1 a 5, de mayor a menor capacidad predictiva.

Observando las tablas 2.69 a 2.74 debemos destacar, en primer lugar, que ninguno de los modelos parece ser claramente superior a los otros, para todos los períodos de tiempo considerados : establecida la moneda y el criterio de medición de la eficiencia predictiva, el mejor modelo para un determinado subperíodo puede resultar ser el peor en otro período de tiempo (por ejemplo, según el *error cuadrático medio*, para el tipo de cambio peseta/yen, el modelo homocedástico se muestra como el mejor en el primer subperíodo, sin embargo es el que peor predice en la tercera submuestra. Lo mismo ocurre para el caso del marco alemán en virtud del *error cuadrático medio*, el modelo EGARCH aparece como el mejor y peor, respectivamente, para el primer y tercer subperíodo). Esta observación también se pone de manifiesto para el criterio de medición de la eficiencia o para la moneda seleccionada. Fijada la moneda y el período de tiempo, un modelo puede ser a su vez el mejor y el peor, según el criterio de medición del error que se tome en consideración. También, establecido el criterio de eficiencia y el período temporal, un modelo puede ser, al mismo tiempo, el mejor para una moneda y el peor para otra. En segundo lugar, tenemos que destacar que, a veces, las diferencias entre los errores no se reflejan completamente en las ordenaciones de los modelos. Por estos dos motivos que acabamos de exponer, es difícil extraer una imagen perfectamente clara de los resultados. Para resumir los resultados primordiales que hemos obtenido, nos basamos en el orden relativo de cada uno de los modelos de predicción utilizados respecto de todos y cada uno de los criterios de medición del error.

Según el *error cuadrático medio*, por lo general<sup>30</sup>, el mejor modelo es el homocedástico, seguido del EGARCH, para el primer período ; el GARCH seguido del GJR, para el segundo y, el GJR seguido del GARCH, para el tercero. El peor modelo, en los dos primeros subperíodos es el ARCH y el homocedástico, en el tercer período.

---

<sup>30</sup> Téngase en cuenta que ningún modelo se presenta como el mejor o peor para todas las monedas, por ello, hemos de extraer nuestras conclusiones en términos aproximados.



En función del *error absoluto medio*, los modelos con mejor capacidad de predicción, para el primero, segundo y tercer período son, respectivamente, el homocedástico, el GARCH y el GJR, seguidos, para cualquiera de las tres submuestras, del EGARCH. El peor modelo es el ARCH, en el primer subperíodo, y el homocedástico, para el segundo y tercero.

Los resultados ofrecidos por el *error porcentual absoluto medio* sugieren que ningún modelo se muestra claramente superior a los demás durante el primer período, y que el mejor modelo es el GARCH, para el segundo y el ARCH en el tercero (seguidos por el ARCH y GJR, respectivamente). El peor modelo para los tres subperíodos es el homocedástico (junto con el GARCH en el primero).

El *error medio por exceso* cobra el menor valor para la modelización ARCH, en los períodos primero y tercero, y para el modelo homocedástico, en el segundo subperíodo. El peor modelo es el homocedástico, en el primer período y el EGARCH, en el segundo y tercero.

Los resultados ofrecidos por el *error medio por defecto* indican que el mejor modelo en los subperíodos primero y segundo, respectivamente, es el EGARCH y el GARCH, en el tercer período los mejores modelos son el GJR y el EGARCH. El modelo que ofrece peores predicciones es el ARCH, para el primer período, y el homocedástico, para los períodos segundo y tercero.

Observando globalmente los resultados, el mejor modelo parece ser el EGARCH para la primera submuestra, el GARCH para la segunda y el GJR para el tercer período. El modelo que parece comportarse peor es el homocedástico para todos los períodos considerados.

En términos de tipos de cambio, en el primer período, el más impredecible parece ser el de la peseta frente al yen japonés, ya que el modelo homocedástico es el mejor en relación con tres de los criterios de evaluación empleados y, posiblemente, también los

tipos de cambio peseta/dólar y peseta/lira, puesto que el modelo homocedástico domina dos veces. Para el segundo y tercer período, muchos de los modelos utilizados muestran un comportamiento mejor que el del homocedástico, para las seis monedas analizadas. Este hecho pone de manifiesto que, con la puesta en funcionamiento del SME y la incorporación de la moneda española al mismo, no sólo se convierten en más predecibles los tipos de cambio de la peseta frente a las monedas europeas, sino también frente al dólar estadounidense y al yen japonés.

Los resultados de la regresión 2.3.14 quedan recogidos en las tablas 2.75 a 2.80 (columnas tercera a sexta). También hemos aplicado el test de Wald, para contrastar la hipótesis nula  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$ . El valor resultante de la  $\chi^2$ , junto con su probabilidad, tras aplicar el mencionado test, también lo mostramos en las citadas tablas (columna sexta). Lo primero que debemos destacar es que existe evidencia fuerte de predictibilidad para todas las series y períodos de tiempo : tan sólo en doce ocasiones, sobre un total de noventa, el coeficiente estimado de  $\beta$  no es significativo al nivel de significación del 5%, siendo, la mayoría de las veces, significativo al nivel del 1% y en tres ocasiones al 5% (representados tales niveles de significación por \*\* y \*, respectivamente, en las tablas). Podemos observar, en segundo término, que el valor estimado del coeficiente  $\alpha$  es generalmente significativo y positivo, de lo que podemos extraer que los modelos proporcionan predicciones sesgadas por defecto. El  $R^2$  de las regresiones (columna quinta) es mayor que los obtenidos por Pagan y Schwert (1990) utilizando datos de frecuencia mensual y West y Cho (1995) empleando datos semanales. A la luz del  $R^2$  que ofrecen las regresiones, la moneda más difícil de predecir parece ser la libra esterlina, para el primer período, la libra esterlina y el dólar estadounidense, para el segundo, y el marco alemán, dólar estadounidense y yen japonés, para el tercero. Las monedas más predecibles son el franco francés para todos los períodos, junto con la lira italiana en el segundo y el tercero.

Considerando conjuntamente todas las monedas y períodos de tiempo, el mayor  $R^2$  es obtenido siete veces por los modelos GARCH y GJR y dos veces por el ARCH y el

EGARCH. El modelo homocedástico, por el contrario, nunca proporciona el mejor ajuste. Para los períodos primero y tercero, el modelo GJR parece ser el mejor, ya que proporciona el mejor ajuste en tres ocasiones, mientras que para el segundo período es el modelo GARCH el que domina, proporcionando cuatro veces el mayor  $R^2$ .

El test de Wald muestra que, por lo general, los modelos son ineficientes, puesto que tan sólo en veinticuatro ocasiones de entre noventa el test acepta la hipótesis nula de inesgidez al nivel de significación del 10%, siendo el mejor modelo el homocedástico (ocho veces). De nuevo, estos resultados muestran que el criterio utilizado para la evaluación de los modelos es crucial a la hora de determinar la superioridad de alguno de ellos. Consideramos interesante destacar que para el tercer período, *todos* los modelos proporcionan predicciones inesgadas en los casos de las monedas estadounidense y japonesa.

Los resultados de la regresión 2.3.15 están reflejados en las columnas siete a nueve de las tablas 2.75 a 2.80. Como podemos observar, virtualmente, *todos* los modelos parecen tener capacidad predictiva, ya que el valor de  $\beta$  es significativo a cualquier nivel de significación convencional. La bondad del ajuste, medida por el  $R^2$ , es generalmente menor que en la regresión 2.3.14, lo que apunta a que los modelos son comparativamente superiores para predecir volatilidades altas. Sin embargo, podemos observar que, otra vez, los resultados son comparativamente mucho mejores que los que obtienen Pagan y Schwert (1990). El resultado más importante que debemos destacar es que el modelo GARCH domina claramente a los demás : proporciona el mejor ajuste doce veces sobre un total de dieciocho, seguido del GJR que lo proporciona tres veces. Nuevamente, el modelo homocedástico nunca proporciona el mejor ajuste, mostrándose como el peor para todos los períodos y monedas. En la tabla 2.81 resumimos los resultados, indicando para cada moneda, período de tiempo y criterio de evaluación cuál es el mejor y peor modelo, con el fin de ofrecer una imagen más clara de nuestras conclusiones.

## 2.4 Conclusiones.

En relación con el análisis de las características estadísticas de las seis series de tipos de cambio que utilizamos podemos extraer como principales conclusiones las siguientes: en primer lugar, debemos destacar que, al estudiar la estacionariedad de la serie se pone de manifiesto la existencia de una raíz unitaria, en las tres submuestras analizadas. En segundo término, la desviación típica de los rendimientos muestra que el período que abarca desde la incorporación de la peseta al MCI del SME, hasta el inicio de la crisis del mismo, el 2 de junio de 1992, es el de mayor estabilidad para el tipo de cambio de la peseta en relación con el resto de monedas comunitarias. Sin embargo, frente al dólar y yen, el período durante el cuál nuestra moneda se muestra más estable es el que comienza tras la última devaluación de la peseta (6 de marzo de 1995). En este sentido, el análisis de la volatilidad del tipo de cambio de la peseta, también muestra que, tanto la puesta en marcha del SME, como la adhesión de la peseta al mismo, conllevan una importante reducción de la volatilidad máxima, en relación con las seis monedas contempladas. En tercer lugar, del análisis de normalidad y, en consonancia con otros autores, concluimos que los rendimientos, para todas las monedas y períodos tomados en consideración, no se distribuyen normalmente. Sus distribuciones presentan asimetría y colas anchas. En cuarto término, en líneas generales, para el conjunto de las seis monedas tratadas, con la creación del SME se pasa de la incorrelación de rendimientos a la existencia de autocorrelación serial en los mismos, la cuál se mantiene al adherirse la peseta al MCI del mencionado Sistema. Este hecho muestra que la creación del SME y, más aún, la incorporación de la peseta en el mismo, tienen importantes efectos sobre la dinámica cambiaria. El análisis de existencia de dependencias lineales en la volatilidad de los tipos de cambio analizados, por cualquiera de las tres medidas de volatilidad empleadas, ofrece resultados similares que en el caso de los rendimientos.

Como conclusión última de este análisis estadístico preliminar podemos apuntar que, debido a la leptocurtosis de las diferencias logarítmicas del tipo de cambio, así como a la elevada autocorrelación que la volatilidad del mismo muestra, sobre todo en los períodos segundo y tercero, las series con que trabajamos presentan indicios de

heterocedasticidad. En consecuencia, si esta no linealidad en varianza es lineal, la modelización GARCH resulta adecuada para capturar las características de las series de tipos de cambio objeto de estudio.

En cuanto al análisis comparativo de la capacidad predictiva de los modelos ARCH permite obtener numerosas conclusiones. En primer lugar, pone claramente de manifiesto que ningún modelo domina a los demás para todos los criterios de evaluación, monedas y períodos de tiempo. En segundo lugar, el modelo homocedástico domina parcialmente en el primer período, sin embargo, se muestra claramente inferior en el segundo y tercero, sea cual sea la moneda y criterio de evaluación utilizado. Este resultado es consistente con el hecho de que la inexistencia, en el primer período, de una disciplina cambiaria y una intervención activa por parte de las autoridades monetarias, tanto la responsable de la moneda fuerte como de la débil, implicadas en un tipo de cambio, hacen más difíciles de predecir los tipos de cambio, así como su volatilidad, debido a las expectativas heterogéneas de los agentes. En tercer lugar, podemos concluir que las diferencias en cuanto a la capacidad de predicción de un modelo, según el período de tiempo considerado y el criterio de evaluación empleado, pueden ser dramáticas. Los mencionados hechos revelan la necesidad, tanto de una evaluación constante de cada uno de los modelos empleados para predecir la volatilidad, como de detectar cuál es el más adecuado, en cada situación particular.

Para terminar, consideramos importante destacar que estos resultados son preliminares y que cabe la posibilidad de que otras especificaciones de los modelos o estrategias de estimación proporcionen mejores predicciones. Además, los tests que hemos utilizado pueden ser complementados con otras herramientas que permiten confirmar la validez de nuestros resultados<sup>31</sup>. Finalmente, la significatividad *estadística* de las predicciones debería ser evaluada en términos *económicos* (como hacen Noh et al., 1993), es decir, proporcionando la significación económica de las ventajas del uso de un modelo sobre otro, buscando la superioridad económica que proporciona cada modelo.

---

<sup>31</sup> Véase, por ejemplo, West y Cho (1995).

Ahora bien, la evaluación de nuestras predicciones en términos económicos consiste en predecir los precios de las opciones sobre divisas, para los tipos de cambio que empleamos (Peseta frente al Marco Alemán, Franco Francés, Lira Italiana, Libra Esterlina, Dólar Estadounidense y Yen Japonés), partiendo de las predicciones de volatilidad que hemos obtenido con cada uno de los modelos utilizados. De este modo, el modelo óptimo será aquel cuyas predicciones permitan pronosticar con mayor exactitud los precios de las opciones correspondientes y, por tanto, posibilite adoptar posiciones en el mercado que proporcionen las mayores ganancias posibles al inversor. Sin embargo, nos es imposible efectuar esta tarea, puesto que en ninguno de los mercados financieros existentes se negocian en la actualidad opciones sobre divisas cuyo subyacente sea el tipo de cambio de la peseta.

## Referencias

- BACKUS, D., (1984): "Empirical Models of the Exchange Rate: Separating the Wheat from the Chaff", *Canadian Journal of Economics* 17, pp. 824-846.
- BAILLIE, R.; BOLLERSLEV, T., (1989): "Common Stochastic Trends in a System of Exchange Rates", *Journal of Finance*, 44, pp. 167-181.
- BAILLIE, R. y MYERS, R., (1991): "Modeling Commodity Price Distributions and Estimating the Optimal Futures Hedge", *Journal of Applied Econometrics* 6, pp. 109-124.
- BAJO RUBIO, O., (1986): "Modelos Monetarios del Tipo de Cambio y Evidencia Econométrica. Un Análisis de los Casos Peseta-Dólar y Peseta-Marco", *Información Comercial Española* 632, pp. 63-77.
- BAJO RUBIO, O., (1987): "Modelos Monetarios del Tipo de Cambio y Evidencia Econométrica. Nuevo Examen de los Casos Peseta-Dólar y Peseta-Marco", *Información Comercial Española* 647, pp. 125-143.
- BERA, A.K. y HIGGINS, M.L., (1997): "ARCH and Bilinearity as Competing Models for Nonlinear Dependence", *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 15, nº 1, pp. 43-50.
- BERA, A.K. y JARQUE, C.M., (1981): "An Efficient Large-Sample Test for Normality of Observations and Regression Residuals", Working Paper in Econometrics 40, Australian National University, Canberra
- BERNDT, E.R., HALL, B.H., HALL, R.E. y HAUSMAN, J.A., (1974): "Estimation and inference in nonlinear structural models", *Annals of Economic and Social Measurement*, 4, pp. 653-665.
- BLACK, F., (1976): "Studies of Stock Market Volatility Changes", *1976 Proceedings of the American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section*, pp. 177-181.
- BLANCHARD, O., (1979): "Speculative Bubbles, Crashes and Rational Expectations", *Economics Letters* 3, pp. 387-389.

- BLANCHARD, O. y WATSON, M., (1982) : “Bubbles, Rational Expectations and Financial Markets”, en WACHTEL, P. (ed.), *Crises in the Economic and Financial Structure*, Lexington : Lexington Books, pp. 295-315.
- BOLLERSLEV, T., (1986) : “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics* 31, pp. 307-327.
- BOLLERSLEV, T., (1988) : “On the Correlation Structure for the Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic Process”, *Journal of Time Series Analysis* 9, pp. 121-131.
- BOLLERSLEV, T., ENGLE, R.F. y WOOLDRIDGE, J.M., (1988) : “A Capital Asset Pricing Model with Time Varying Covariances”, *Journal of Political Economy* 96, pp. 116-131.
- BOLLERSLEV, T., CHOU, R.Y. y KRONER, K.F., (1992) : “ARCH Modelling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence”, *Journal of Econometrics* 52, pp. 5-59.
- BOMHOFF, E., y KORTEWEG, P., (1983) : “Exchange Rate Variability and Monetary Policy under Rational Expectations: Some Euro - American Experience 1973-1979”, *Journal of Monetary Economics* 11, pp. 169-206.
- BOOTHE, P. y GLASSMAN, D., (1987) : “The Statistical Distribution of Exchange Rates: Empirical Evidence and Economic Implications”, *Journal of International Economics* 22, pp. 297-319.
- BOX, y PIERCE., (1970) : “Distribution of Residual Autocorrelations in Autoregressive Integrate Moving Average Time Series Models”, *Journal of the American Statistical Association* 65, pp. 1.509-1.526.
- BRAILSFORD, T.J. y FAFF, R.W., (1996) : “An Evaluation of Volatility Forecasting Techniques”, *Journal of Banking and Finance* 20, pp. 419-438.
- BRANSON, W.H., HALTTUNEN, H. y MASSON. P., (1979) : “Exchange Rates in the Short Run: Some Further Results”, *European Economic Review* 12, pp. 395-402.
- CHRISTIE, A.A., (1982) : “The Stochastic Behavior of Common Stock Variances: Value, Leverage and Interest Rate Effects”, *Journal of Financial Economics* 10, pp. 407-432.



- CORREDOR, P., DEL RIO, C. y SANTAMARIA, R., (1998) : “Modelización de la Varianza en los Tipos de Cambio: Una Aproximación a Través de Procesos de Volatilidad Condicional”, *Actualidad Financiera*, Año III, nº 3, marzo, pp. 45-57.
- DE GRAUWE, P. y VANSANTEN, K., (1990) : “Deterministic Chaos in the Foreign Exchange Market”, Discussion Paper 370, Centre for Economic Policy Research.
- DEL RIO, C., (1996) : “Tres Estudios Sobre Componentes Potencialmente Predecibles en las Series de Tipos de Cambio: Regularidades Empíricas y Efectos de los Ajustes en los Tipos de Cambio, Dependencias a largo Plazo y Dinámica Caótica”, Tesis Doctoral, Universidad Pública de Navarra.
- DIEBOLD, F.X. y NASON, J.M., (1990) : “Nonparametric Exchange Rate Prediction?”, *Journal of International Economics* 28, pp. 315-332.
- DING, Z., GRANGER, C.W.J. y ENGLE, R.F., (1993) : “A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model”, *Journal of Empirical Finance*, pp. 83-106.
- DOLADO, J.J. y DURAN, J., (1983) : “Estimación de un Modelo Monetario del Tipo de Cambio Peseta-Dólar”, *Información Comercial Española* 604, pp. 95-108.
- DOOLEY, M. e ISARD, P., (1982) : “A Portfolio-Balance Rational-Expectations Model of the Dollar-Mark Exchange Rate”, *Journal of International Economics* 12, pp. 257-276.
- DORNBUSCH, R., (1980) : “Exchange Rate Economics : Where do We Stand?”, *Brookings Papers on Economic Activity* 1, pp. 143-185.
- DRISKILL, R. y McCAFFERTY, S., (1985) : “Exchange Rate Dynamics with Wealth Effects : Some Theoretical Ambiguities”, *Journal of International Economics* 19, pp. 329-340.
- DUECKER, M.J., (1997) : “Markov Switching in GARCH Processes and Mean-Reverting Stock-Market Volatility”, *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 15, nº 1, pp. 26-34.

- EDWARDS, S., (1982): "Exchange Rate Market Efficiency and the New Information", *Economics Letters* 9, pp. 377-382.
- EDWARDS, S., (1983): "Floating Exchange Rates, Expectations and New Information", *Journal of Monetary Economics* 11, pp. 321-336.
- ENGLE, R.F., (1982): "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica* 50, pp. 987-1008.
- ENGLE, R.F. y BOLLERSLEV, T., (1986): "Modelling the Persistence of Conditional Variances", *Econometric Reviews* 5, pp. 1-50, 81-87.
- ENGLE, R.F., HONG, C., KANE, A. y NOH, J., (1992): "Arbitrage Valuation of Variance Forecasts with Simulated Options", Discussion Paper 92-19, Department of Economics, University of California, San Diego.
- ENGLE, R.F., LILLIEN, D.M. y ROBINS, R.P., (1987): "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model", *Econometrica* 55, pp. 391-408.
- ENGLE, R.F. y MUSTAFA, C., (1992): "Implied ARCH models from Option Prices", *Journal of Econometrics* 52, pp. 289-311.
- ENGLE, R.F. y NG, V.K., (1993): "Measuring and Testing the Impact of News on Volatility", *Journal of Finance* , 5., pp. 1749-1778.
- FAMA, E.F., (1965): "The Behavior of Stock Market Prices", *Journal of Business* 38, pp. 34-105.
- FRANKEL, J.A., (1983): "Monetary and Portfolio-Balance Models of Exchange Rate Determination", en BHANDARI, J.S. y PUTNAM, B.H. (eds.), *Economic Interdependence and Flexible Exchange Rates*, Cambridge, Mass., The MIT Press, pp. 84-115.
- FRANKEL, J.A., (1984): "Tests of Monetary and Portfolio Balance Models of Exchange Rate Determination", en BILSON, J.F.O. y MARSTON, R.C. (eds.), *Exchange Rate Theory and Practice*, Chicago, The University of Chicago Press, pp. 239-260.
- FRANKEL, J.A. y MEESE, R.A., (1987): "Are Exchange Rates Excessively variable ?", *NBER Macroeconomics anual* 2, pp. 117-153.

- FRENCH, K.R., SCHWERT, G.W. y STAMBAUGH, R.F., (1987): "Expected Stock Returns and Volatility", *Journal of Financial Economics* 19, pp. 3-30.
- FRENKEL, J.A. y MUSSA, M., (1980): "The Efficiency of Foreign Exchange Markets and Measures of Turbulence", *American Economic Review* 70, pp. 374-381.
- FRENKEL, J.A. y MUSSA, M., (1985): "Asset Markets, Exchange Rates and the Balance of Payments", en JONES, R.W. y KENEN, P.B. (eds.), *Handbook of International Economics*, Vol. 2, Amsterdam, North-Holland, pp. 679-747.
- FRIEDMAN, B.M. y LAIBSON, D.I., (1989): "Economic Implications of Extraordinary Movements in Stock Prices", *Brookings Papers on Economic Activity* 2, pp. 137-189.
- FRIEDMAN, B.M. y VANDERSTEEL, S., (1982): "Short-Run Fluctuations in Foreign Exchange Rates: Evidence from the Data 1973-1979", *Journal of International Economics* 13, pp. 171-186.
- FROOT, K. y OBSTFELD, M., (1991): "Exchange-Rate Dynamics under Stochastic Regime Shifts: A Unified Approach", *Journal of International Economics* 31, pp. 203-229.
- GLOSTEN, L.R., JAGANNATHAN, R. y RUNKLE, D.E., (1993): "On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks", *Journal of Finance* 48, 5, pp.1779-1801.
- GONZALEZ - RIVERA, G., (1996): "Smooth Transition GARCH Models", Working Paper, Department of Economics, University of California at Riverside.
- GRANGER, C.W.J. y ANDERSEN, A.P., (1978): *An Introduction to Bilinear Time Series Models*, Vandenhoeck & Ruprecht : Göttingen.
- GRANGER, C.W.J. y DING, Z., (1994): "Stylized Facts on the Temporal and Distributional Properties of Daily Data from Speculative Markets", Working Paper, 94. Department of Economics, University of California, San Diego, USA.

- GRANGER, C.W.J. y ORR, D., (1972) : “Infinite Variance y Research Strategy in Time Series Analysis”, *Journal of the American Statistical Association* 67, pp. 275-285..
- GRANGER, C.W.J. y TERÄSVIRTA, T., (1992a) : “Experiments in Modeling Nonlinear Relationships Between Times”, en CASDAGLI, M. y EUBANK, S. (eds.), *Nonlinear Modeling and Forecasting*, Addison Wesley, Santa Fe, pp. 189-197.
- GRANGER, C.W.J. y TERÄSVIRTA, T., (1992b) : *Modeling Nonlinear Economic Relationships*, Oxford University Press.
- GUARDA, P. y SALMON, M., (1993) : “Testing for Intrinsic Bubbles in Foreign Exchange Markets”, Mimeo, European University Institute, Florence.
- GUILLAUME, D.M., DACOROGNA, M.M., DAVE, R.D., MÜLLER, U.A., OLSEN, R.B. y PICTET, O.V., (1997): “From the Bird’s Eye to the Microscope: A Survey of New Stylized Facts of the Intra-Daily Foreign Exchange Markets”, *Finance and Stochastics*, Vol. 1, pp. 95-129.
- HAMILTON, J.D. y SUSMEL, R., (1994) : “Autoregressive Conditional Heteroskedasticity and Changes in Regime”, *Journal of Econometrics* 64, pp. 307-333.
- HARRIS, G.R. y PURVIS, D.D., (1981) : “Diverse Information and Market Efficiency in a Monetary Model of the Exchange Rate”, *The Economic Journal* 91, pp. 829-947.
- HARVEY, C.R. y WHALEY, R.E., (1992) : “Market Volatility Prediction and the Efficiency of the S & P 100 Index Option Market”, *Journal of Financial Economics* 31, pp. 43-73.
- HOOPER, P. y MORTON, J., (1982) : “Fluctuations in the Dollar. A Model of Nominal and Real Exchange Rate Determination”, *Journal of International Money and Finance* 1, pp. 39-56.
- HSIEH, D.A., (1988) : “The Statistical Properties of Daily Foreign Exchange Rates : 1974-1983”, *Journal of International Economics* 24, pp. 129-145.
- HSIEH, D.A., (1989) : “Testing for Nonlinear Dependence in Daily Foreign Exchange Rates”, *Journal of Business*, vol. 62, n° 3, pp. 339-368.

- HSIEH, D.A., (1992): "A Nonlinear Stochastic Rational Expectations Model of Exchange Rates", *Journal of International Money and Finance* 11, pp. 235-250.
- HSIEH, D.A., (1993): "Implications of Nonlinear Dynamics for Financial Risk Management", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 28, nº 1, pp. 41-64.
- JORDAN, J.M., (1994): *Economía de la Unión Europeas*, Cívitas.
- LAMOUREUX, C. y LASTRAPES, W., (1993): "Forecasting Stock Return Variance: Toward an Understanding of Stochastic Implied Volatilities", *Review of Financial Studies* 5, pp. 293-326.
- LEVICH, R.M., (1979): *On Efficiency of Market for Foreign Exchange*, International Economic Policy, Johns Hopkins, Baltimore, MD.
- LEVICH, R.M., (1985): "Empirical Studies of Exchange Rates : Price Behavior, Rate Determination and Market Efficiency", en JONES, R.W. y KENEN, P.B. (eds.), *Handbook of International Economics*, Vol. 2, Amsterdam, North-Holland, pp. 979-1040.
- LJUNG, G.M. y BOX, G.E.P., (1978): "On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models", *Biometrika* , vol 66, pp. 297-303.
- LUCAS, R.E., (1978): "Asset Prices in an Exchange Economy", *Econometrica* 46, pp. 1429-1445.
- MC FARLAND, J., RICHARDSON, R. y SUNG, S., (1982): "The Distribution of Foreign Exchange Price Changes: Trading Day Effects and Risk Measurement", *The Journal of Finance* 37, pp. 693-715.
- MANDELBROT, B., (1963): "The Variation of Certain Speculative Prices", *Journal of Business* 36, pp. 394-419.
- MAÑAS, L.A., (1986): *Empirical Behavior of Flexible Exchange Rates : Statistical Analysis and Consistent Models*, Ph.D. Dissertation, University of Chicago.
- MAÑAS, L.A., (1988): "Dinámica de Corto Plazo de los Tipos de Cambio : Volatilidad y Opciones sobre Divisas", *Cuadernos Económicos de ICE* 38, pp. 9-47.

- MEESE, R.A., (1986) : “Testing for Bubbles in Exchange Markets : A case of Sparkling Rates”, *Journal of Political Economy* 94, pp. 345-373.
- MEESE, R.A. y ROGOFF, K., (1983a) : “Empirical Exchange Rate Models of the Seventies : Do They Fit Out of Sample?”, *Journal of International Economics* 14, pp. 2-24.
- MEESE, R.A. y ROGOFF, K., (1983b) : “The Out-of-Sample Failure of Empirical Exchange Rate Models: Sampling Error or Misspecification?”, en FRENKEL, J. (ed.), *Exchange Rates and International Macroeconomics*, Chicago, The University of Chicago Press, pp. 67-105.
- MEESE, R.A. y ROGOFF, K., (1985) : “Was It Real ? The Exchange Rates Interest Differential Relation, 1973-1984”, NBER working paper 1732.
- MUSSA, M., (1979) : “Empirical Regularities in the Behavior of Exchange Rates and Theories of the Foreign Exchange Market”, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 11, pp. 9-57.
- MUSSA, M., (1984) : “The Theory of Exchange Rate Determination”, en BILSON, J.F.O. y MARSTON, R.C. (eds.), *Exchange Rate Theory and Practice*, Chicago, The University of Chicago Press, pp. 13-78.
- NELSON, D.B., (1988) : “The Time Series Behavior of Stock Market Volatility and Returns”, Unpublished Doctoral Dissertation, M.I.T. Economics Department.
- NELSON, D.B., (1990) : “ARCH Models as Diffusion Approximations”, *Journal of Econometrics* 45, pp. 7-38.
- NELSON, D.B., (1991) : “Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns : A New Approach”, *Econometrica*, vol.59,2, pp. 347-370.
- NOH, J., ENGLE, R.F. y KANE, A., (1994) : “Forecasting Volatility and Option Prices of the S&P 500 Index”, *Journal of Derivatives* 31, pp. 314-331.
- OLMEDA, I. y PEREZ, J., (1995) : “Non-Linear Dynamics and Chaos in the Spanish Stock Market”, *Investigaciones Económicas*, Vol. XIX (2), pp. 217-248.
- PAGAN, A.R. y HONG, Y., (1988) : “Non-Parametric Estimation and the Risk Premium”, en BARNETT, W., POWELL, J. y TAUCHEN, G. (eds.),

- Nonparametric and Semiparametric Methods in Econometrics*, Cambridge, Cambridge University Press.
- PAGAN, A.R. y SCHWERT, G.W., (1990): "Alternative Models for Conditional Stock Volatility", *Journal of Econometrics*, 45, pp. 267-290.
- PEÑA, J.I., (1989): "Análisis Estadístico de los Tipos de Cambio Diarios de la Peseta", Centro Internacional Carlos V, Cuadernos de Discusión, nº 3
- PEÑA, J.I., (1993): "Medidas de Volatilidad en Mercados Financieros", *Revista Española de Financiación y Contabilidad* 77, Vol. XXII, pp. 937-948.
- PHILLIPS, P. y PERRON, P., (1988): "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", *Biometrika* 75, pp. 335-346.
- PI ANGUITA, J., (1985): "La Eficiencia del Mercado de Divisas de la Peseta", *Investigaciones Económicas* 25, pp. 79-87.
- PINDYCK, R.S., (1984): "Risk, Inflation and the Stock Market", *American Economic Review* 76, pp. 335-351.
- POTERBA, J.M. y SUMMERS, L.H., (1986): "The Persistence of Volatility and Stock Market Fluctuations", *American Economic Review* 76, pp. 1142-1151.
- PRIESTLEY, M.B., (1980): "State-dependent Models: A General Approach to Non-linear Time Series Analysis", *Journal of Time Series Analysis*, vol.1, nº 1, pp. 47-71.
- ROGALSKI, R.J. y VINSO, J.D., (1978): "Empirical Properties of Foreign Exchange Rates", *Journal of International Business Studies* 9, pp. 69-79.
- ROGOFF, K., (1985): "Can Exchange Rates Predictability Be Achieved without Monetary Convergence?", *European Economic Review* 28, pp. 93-115.
- SAID, S.E. y DICKEY, D.A., (1984): "Testing for Unit Root in Autoregressive-Moving Average Modems of Unknown Order", *Biometrika* 71, pp. 559-608.
- SAKAI, H. y TOKUMARU, H., (1980): "Autocorrelation of a Certain Chaos", *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1, pp. 588-590.
- SALMON, M., (1993): "On the Detection of Nonlinearity in Foreign Exchange Data", Mimeo, European University Institute, Florence.

- SCHEINKMAN, J.A., (1991): "No Linealidad en las Series Económicas : Herramientas Estadísticas Relacionadas con la Dinámica No Lineal", *Cuadernos Económicos de ICE* 47, pp. 311-317.
- SCHINASI, G. y SWAMY, P.A.V.B., (1989): "The Out of Sample Forecasting Performance of Exchange Rate when Coefficients are Allowed to Change", *Journal of International Money and Finance* 8, pp. 375-390.
- SCHWERT, G.W., (1989a): "Business Cycles, Financial Crises and Stock Volatility", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 31, pp. 83-126.
- SCHWERT, G.W., (1989b): "Why Does Stock Market Volatility Change over Time?", *Journal of Finance* 44, pp. 1115-1154.
- SCHWERT, G.W., (1990): "Stock Volatility and the Crash of 87", *Review of Financial Studies* 3, pp. 77-101.
- SENTANA, E., (1995): "Quadratic ARCH Models", *Review of Economic Studies* 62, pp. 639-661.
- SHAMANATH, V.S., (1986): "Efficient Exchange Rate Forecasts : Lagged Models Better than the Random Walk", *Journal of International Money and Finance* 5, pp. 195-220.
- SINGLETON, K., (1987): "Exchange-Rates, Speculation and Volatility", *Series on Public Policy* 26, pp. 9-56.
- SOSVILLA-RIVERO, S., (1991): "Asset-Market Models of Exchange-Rate Determination : Basic Models, Empirical Evidence and Extensions", Documento de Trabajo 9124, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Complutense de Madrid.
- TAYLOR, M.P., (1995): "The Economics of Exchange Rates", *Journal of Economic Literature* 33, pp. 13-47.
- TSAY, R., (1986): "Time Series Model Specification in the Presence of Outliers", *Journal of the American Statistical Association* 81, pp. 132-141.
- WEIGEND, A.S., HUBERMAN, B.A. y RUMELHART, D.E., (1992): "Predicting Sunspots and Exchange Rates with Connectionists Networks", en



- CASDAGLI, M. y EUBANK, S. (eds.), *Nonlinear Modelling and Forecasting*, Addison Wesley, Santa Fe, pp. 395-428.
- WEST, K.D., (1987) : “A Specification Test for Speculative Bubbles”, *Quarterly Journal of Economics* 102, pp. 553-580.
- WEST, K.D. y CHO, D., (1995) : “The Predictive ability of Several Models of Exchange Rate Volatility”, *Journal of Econometrics* 69, pp. 367-391.
- WESTERFIELD, J.M., (1977) : “An Examination of Foreign Exchange Risk under Fixed and Floating Rate Regimes”, *Journal of International Economics* 7, pp. 181-200.
- WHITE, H., (1980) : “A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and Direct Test for Heteroskedasticity”, *Econometrica* 48, pp. 817-838.
- WILSON, C.A., (1979) : “Anticipated Shocks and Exchange Rate Dynamics”, *Journal of Political Economy* 87, pp. 639-647.
- ZAKOŤAN, J.M., (1994) : “Threshold Heteroskedastic Models”, *Journal of Economic Dynamics and Control* 18, pp. 931-955.

Contraste de Raíz unitaria

Análisis de la 1ª Submuestra que abarca desde el 25-4-1972 hasta el 12-3-1979 (1.795 Observaciones).

**Tabla 2.1:** Contraste de raíz unitaria para las series tipos de cambio

Peseta/Divisa	ADF		P-P	
	S.Ten	C.Ten	S.Ten	C.Ten
DMK	-0.307776	-2.073899	-0.300594	-2.092127
FFR	-1.082844	-2.359164	-1.083972	-2.372011
LIT	-2.246771	-2.231353	-2.217152	-2.218413
STG	-2.512722	-2.218243	-2.493108	-2.190270
USD	-1.095860	-1.867031	-1.101828	-1.872317
YEN	-0.084009	-1.509953	-0.075957	-1.517266

**Tabla 2.2:** Contraste de raíz unitaria para las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

Peseta/Divisa	ADF		P-P	
	S.Ten	C.Ten	S.Ten	C.Ten
DMK	-14.99428	-14.99686	-44.38858	-44.38210
FFR	-15.49766	-15.49710	-45.37370	-45.36479
LIT	-16.90256	-16.91234	-41.82694	-41.82689
STG	-15.78239	-15.85178	-42.71733	-42.75177
USD	-16.17605	-16.17615	-44.09081	-44.08239
YEN	-15.70831	-15.75330	-44.89209	-44.92919

Análisis de la 2ª Submuestra que abarca desde el 14-3-1979 hasta el 16-6-1989 (2.679 Observaciones).

**Tabla 2.3: Contraste de raíz unitaria para las series tipos de cambio**

Peseta/Divisa	ADF		P-P	
	S.Ten	C.Ten	S.Ten	C.Ten
DMK	-1.216712	-0.661815	-1.215270	-0.661611
FFR	-1.571732	-1.700002	-1.562617	-1.720452
LIT	-1.628483	-1.616744	-1.645005	-1.662335
STG	-2.404375	-1.578473	-2.408253	-1.583333
USD	-1.548034	-0.732458	-1.550294	-0.731783
YEN	-0.672199	-1.615893	-0.673798	-1.644467

**Tabla 2.4: Contraste de raíz unitaria para las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.**

Peseta/Divisa	ADF		P-P	
	S.Ten	C.Ten	S.Ten	C.Ten
DMK	-16.12123	-16.16711	-61.83126	-61.87126
FFR	-16.55260	-16.56616	-62.58766	-62.59677
LIT	-17.22996	-17.23632	-64.83614	-64.83901
STG	-18.12485	-18.24885	-55.31518	-55.39410
USD	-17.56731	-17.69911	-53.44824	-53.52847
YEN	-18.03256	-18.04981	-52.65215	-52.65828

Análisis de la 3ª Submuestra que abarca desde el 20-6-1989 hasta el 21-4-1997 (2.046 Observaciones).

Tabla 2.5: Contraste de raíz unitaria para las series tipos de cambio

Peseta/Divisa	ADF		P-P	
	S.Ten	C.Ten	S.Ten	C.Ten
DMK	-0.551023	-1.512154	-0.544253	-1.504237
FFR	-0.383280	-1.768262	-0.374023	-1.770226
LIT	-2.451701	-2.224062	-2.525606	-2.323122
STG	0.418748	-1.351909	0.501984	-1.318427
USD	-0.749715	-2.592570	-0.759924	-2.619912
YEN	-0.733230	-1.118277	-0.732907	-1.114153

Tabla 2.6: Contraste de raíz unitaria para las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

Peseta/Divisa	ADF		P-P	
	S.Ten	C.Ten	S.Ten	C.Ten
DMK	-16.96368	-16.95970	-48.61540	-48.60247
FFR	-16.41067	-16.40928	-51.09586	-51.08558
LIT	-15.90751	-15.93590	-50.60229	-50.63744
STG	-16.75023	-16.88997	-49.89552	-50.10102
USD	-16.49308	-16.58175	-45.69547	-45.73172
YEN	-15.27183	-15.26865	-44.09450	-44.08456

Análisis con la serie completa que abarca desde el 25-4-1972 hasta el 21-4-1997 (6.520Observaciones).

Tabla 2.7: Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.000218	0.000103	-3.75E-05	5.17E-05	0.000124	0.000259
Mediana	0.000000	0.000000	-4.27E-06	0.000000	0.000000	0.000000
Máximo	0.220116	0.217482	0.216304	0.216304	0.215919	0.216268
Mínimo	-0.061137	-0.057042	-0.080200	-0.055742	-0.055737	-0.089870
Desv. típ.	0.005448	0.005472	0.005840	0.005794	0.006704	0.006919
Asimetría	11.62104	10.74481	8.105932	8.706447	5.879829	5.544438
Curtosis	449.3710	418.5399	326.5299	323.1155	182.4523	168.8788
Jarque-Bera	54267217	47027852	28502811	27916844	8784738.	7507374.
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabla 2.8: Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho_1(1)$	-0.089	-0.110	-0.071	-0.048	-0.027	-0.016
$\rho_1(2)$	0.001	0.000	-0.024	0.024	0.007	-0.001
$\rho_1(3)$	0.012	-0.013	-0.008	-0.004	0.005	0.008
$\rho_1(4)$	0.009	0.045	-0.016	0.007	0.024	0.022
$\rho_1(5)$	-0.005	-0.026	0.008	0.000	0.001	-0.014
$\rho_1(6)$	0.029	-0.002	-0.016	0.003	-0.004	-0.003
$\rho_1(7)$	0.018	0.039	0.002	-0.014	-0.006	0.016
$\rho_1(8)$	0.007	0.013	0.003	-0.001	-0.002	0.009
$\rho_1(9)$	-0.001	-0.018	-0.022	-0.009	0.000	0.005
$\rho_1(10)$	0.036	0.031	0.016	0.034	0.014	0.050
$\rho_1(15)$	-0.002	0.019	0.013	0.015	0.030	0.024
$\rho_1(20)$	0.011	-0.002	0.011	0.021	0.021	0.028
$\rho_1(25)$	0.008	-0.019	-0.015	0.000	-0.020	0.001
$\rho_1(30)$	0.008	0.006	-0.003	0.019	0.001	-0.008
$\rho_1(35)$	0.001	0.020	0.007	-0.004	0.023	0.021
$\rho_1(40)$	-0.001	-0.010	0.003	0.026	0.018	0.002
$Q_{L-B}(5)$	52.680 (0.000)	97.494 (0.000)	39.411 (0.000)	19.243 (0.002)	8.7722 (0.119)	6.4323 (0.266)
$Q_{L-B}(10)$	68.953 (0.000)	110.73 (0.000)	45.969 (0.000)	28.905 (0.001)	10.337 (0.411)	24.994 (0.005)
$Q_{L-B}(25)$	76.057 (0.000)	148.37 (0.000)	56.455 (0.000)	36.379 (0.066)	33.319 (0.123)	52.012 (0.001)
$Q_{L-B}(40)$	86.902 (0.000)	170.16 (0.000)	67.600 (0.004)	50.813 (0.118)	42.540 (0.362)	62.067 (0.014)

Tabla 2.9: Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	2.97E-05	2.99E-05	3.41E-05	3.36E-05	4.50E-05	4.79E-05
Mediana	3.18E-06	2.79E-06	2.86E-06	4.68E-06	5.88E-06	7.61E-06
Máximo	0.048451	0.047298	0.046787	0.046787	0.046621	0.046772
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Desv. típ.	0.000630	0.000612	0.000615	0.000603	0.000606	0.000622
Asimetría	71.00343	71.49165	68.47070	72.55742	70.62509	66.62397
Curtosis	5385.640	5458.096	5132.988	5570.754	5364.048	4914.996
Jarque-Bera	7.88E+09	8.09E+09	7.15E+09	8.43E+09	7.81E+09	6.56E+09
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabla 2.10: Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho_1(1)$	0.005	0.006	0.013	0.004	0.003	0.012
$\rho_1(2)$	0.005	0.003	0.006	0.001	0.003	0.007
$\rho_1(3)$	0.002	0.001	0.003	0.000	0.002	0.003
$\rho_1(4)$	0.003	0.002	0.003	0.000	0.002	0.004
$\rho_1(5)$	0.002	0.003	0.002	0.000	0.005	0.003
$\rho_1(6)$	0.001	0.002	0.003	0.000	0.002	0.000
$\rho_1(7)$	0.002	0.002	0.003	0.000	0.000	0.002
$\rho_1(8)$	0.000	0.001	0.005	0.000	0.002	0.003
$\rho_1(9)$	0.000	0.002	0.003	0.001	0.003	0.001
$\rho_1(10)$	0.000	0.000	0.002	0.004	0.000	0.002
$\rho_1(15)$	0.000	0.000	0.003	0.000	0.000	0.000
$\rho_1(20)$	0.000	-0.001	-0.001	0.002	0.000	0.000
$\rho_1(25)$	0.000	0.003	0.003	0.000	0.000	0.001
$\rho_1(30)$	0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001
$\rho_1(35)$	-0.001	0.000	0.000	-0.001	-0.001	-0.002
$\rho_1(40)$	-0.001	-0.001	0.000	-0.001	0.000	-0.001
$Q_{L-B}(5)$	0.4489 (0.994)	0.4030 (0.995)	1.5419 (0.908)	0.0956 (1.000)	0.3683 (0.996)	1.5359 (0.909)
$Q_{L-B}(10)$	0.4696 (1.000)	0.4838 (1.000)	1.9406 (0.997)	0.1946 (1.000)	0.4426 (1.000)	1.6565 (0.998)
$Q_{L-B}(25)$	0.5015 (1.000)	0.5835 (1.000)	2.5777 (1.000)	0.2517 (1.000)	0.4905 (1.000)	1.7254 (1.000)
$Q_{L-B}(40)$	0.5550 (1.000)	0.6897 (1.000)	2.8711 (1.000)	0.3849 (1.000)	0.5494 (1.000)	1.8488 (1.000)

**Tabla 2.11:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.002811	0.002735	0.002883	0.003284	0.003946	0.004142
Mediana	0.001784	0.001672	0.001691	0.002164	0.002424	0.002759
Máximo	0.220116	0.217482	0.216304	0.216304	0.215919	0.216268
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Desv. típ.	0.004671	0.004740	0.005079	0.004773	0.005421	0.005547
Asimetría	19.86332	18.46431	15.88683	16.97560	12.06338	12.21960
Curtosis	784.5922	699.9494	532.4711	652.3324	389.1155	370.4666
Jarque-Bera	1.66E+08	1.32E+08	76421486	1.15E+08	40653372	36840218
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.12:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho,(1)$	0.149	0.172	0.236	0.149	0.166	0.165
$\rho,(2)$	0.129	0.120	0.161	0.105	0.143	0.130
$\rho,(3)$	0.103	0.097	0.126	0.088	0.134	0.118
$\rho,(4)$	0.097	0.096	0.125	0.086	0.127	0.104
$\rho,(5)$	0.090	0.097	0.114	0.087	0.151	0.104
$\rho,(6)$	0.077	0.096	0.107	0.065	0.139	0.077
$\rho,(7)$	0.083	0.091	0.084	0.067	0.115	0.079
$\rho,(8)$	0.060	0.062	0.088	0.070	0.121	0.086
$\rho,(9)$	0.054	0.071	0.100	0.076	0.127	0.078
$\rho,(10)$	0.066	0.051	0.098	0.087	0.112	0.067
$\rho,(15)$	0.038	0.045	0.082	0.060	0.101	0.060
$\rho,(20)$	0.033	0.036	0.040	0.063	0.100	0.061
$\rho,(25)$	0.032	0.063	0.060	0.036	0.088	0.067
$\rho,(30)$	0.034	0.034	0.041	0.021	0.082	0.036
$\rho,(35)$	0.021	0.031	0.057	0.025	0.074	0.027
$\rho,(40)$	0.035	0.035	0.058	0.020	0.088	0.043
$Q_{L-B}(5)$	437.10 (0.000)	470.21 (0.000)	823.91 (0.000)	365.87 (0.000)	683.72 (0.000)	521.19 (0.000)
$Q_{L-B}(10)$	591.58 (0.000)	659.27 (0.000)	1123.9 (0.000)	541.72 (0.000)	1178.6 (0.000)	718.09 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	762.10 (0.000)	907.67 (0.000)	1615.7 (0.000)	807.26 (0.000)	2106.6 (0.000)	1092.1 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	832.37 (0.000)	1038.7 (0.000)	1906.4 (0.000)	868.74 (0.000)	2692.5 (0.000)	1264.6 (0.000)

**Análisis de la 1ª Submuestra que abarca desde el 25-4-1972 hasta el 12-3-1979 (1.795 Observaciones).****Tabla 2.13:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.000337	0.000128	-0.000167	-9.99E-05	3.75E-05	0.000253
Mediana	0.000000	0.000000	-0.000126	0.000000	0.000000	0.000000
Máximo	0.220116	0.217482	0.216304	0.216304	0.215919	0.216268
Mínimo	-0.060825	-0.046632	-0.057448	-0.055742	-0.055737	-0.089870
Desv. típ.	0.007829	0.007950	0.007980	0.007119	0.006859	0.007830
Asimetría	13.60566	12.43856	11.74822	16.98040	19.01071	12.41827
Curtosis	371.9529	332.8175	322.3039	505.0284	580.4023	356.4255
Jarque-Bera	10230784	8177536.	7662405.	18925640	25029215	9383103.
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.14:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho_1(1)$	-0.049	-0.065	0.015	-0.009	-0.038	-0.058
$\rho_1(2)$	-0.023	-0.019	-0.016	0.002	-0.032	-0.023
$\rho_1(3)$	0.045	-0.005	-0.002	0.013	0.002	0.018
$\rho_1(4)$	0.006	0.052	-0.041	0.006	0.001	0.013
$\rho_1(5)$	-0.008	-0.040	-0.011	0.003	0.000	-0.009
$\rho_1(6)$	0.009	-0.034	-0.024	-0.001	-0.009	-0.012
$\rho_1(7)$	0.049	0.078	-0.005	0.000	0.008	0.033
$\rho_1(8)$	-0.006	0.004	-0.026	-0.019	-0.006	-0.012
$\rho_1(9)$	0.000	-0.031	-0.005	-0.016	-0.007	-0.012
$\rho_1(10)$	0.031	0.017	-0.005	0.070	0.016	0.038
$\rho_1(15)$	0.010	0.031	0.002	0.020	0.020	0.028
$\rho_1(20)$	0.000	-0.018	0.015	0.001	0.011	0.011
$\rho_1(25)$	0.025	-0.019	-0.004	0.011	-0.007	0.032
$\rho_1(30)$	0.010	0.004	0.003	0.011	-0.006	0.005
$\rho_1(35)$	-0.006	0.023	-0.004	-0.001	0.007	0.004
$\rho_1(40)$	-0.008	-0.007	0.005	0.010	0.009	-0.008
$Q_{L-B}(5)$	8.9721 (0.110)	15.943 (0.007)	4.1314 (0.531)	0.5512 (0.990)	4.5161 (0.478)	8.0500 (0.154)
$Q_{L-B}(10)$	15.281 (0.122)	31.212 (0.001)	6.4756 (0.774)	10.467 (0.400)	5.3579 (0.866)	13.393 (0.203)
$Q_{L-B}(25)$	19.466 (0.774)	48.331 (0.03)	12.189 (0.985)	12.781 (0.979)	10.498 (0.995)	20.269 (0.733)
$Q_{L-B}(40)$	25.125 (0.968)	59.312 (0.025)	23.842 (0.980)	15.080 (1.000)	11.988 (1.000)	26.778 (0.946)



Tabla 2.15: Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	6.14E-05	6.32E-05	6.37E-05	5.07E-05	4.70E-05	6.13E-05
Mediana	3.20E-06	2.50E-06	1.52E-06	1.92E-06	1.07E-06	2.67E-06
Máximo	0.048451	0.047298	0.046787	0.046787	0.046621	0.046772
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Desv. típ.	0.001184	0.001153	0.001140	0.001137	0.001133	0.001158
Asimetría	38.62489	38.81729	38.80527	39.23172	39.21489	37.26639
Curtosis	1559.800	1575.963	1578.568	1598.203	1597.521	1480.117
Jarque-Bera	1.82E+08	1.85E+08	1.86E+08	1.91E+08	1.91E+08	1.64E+08
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabla 2.16: Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho_1$	-0.001	0.001	0.003	-0.001	-0.001	0.006
$\rho_2$	0.003	0.000	0.003	-0.001	0.000	0.005
$\rho_3$	0.000	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	0.000
$\rho_4$	0.000	0.000	-0.001	-0.001	-0.001	0.000
$\rho_5$	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001
$\rho_6$	-0.001	0.000	0.001	-0.001	-0.001	-0.002
$\rho_7$	0.000	0.001	-0.001	-0.001	-0.001	0.000
$\rho_8$	-0.002	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001
$\rho_9$	-0.001	0.000	0.000	-0.001	0.000	-0.001
$\rho_{10}$	-0.001	-0.001	0.000	0.002	-0.001	0.002
$\rho_{15}$	-0.001	-0.001	0.000	-0.001	-0.001	-0.001
$\rho_{20}$	-0.001	-0.002	-0.002	0.000	-0.002	-0.002
$\rho_{25}$	-0.001	0.001	0.002	-0.002	-0.001	-0.001
$\rho_{30}$	-0.001	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002
$\rho_{35}$	-0.002	-0.001	-0.001	-0.002	-0.002	-0.003
$\rho_{40}$	-0.002	-0.002	-0.001	-0.002	-0.001	-0.002
$Q_{L-B}(5)$	0.0245 (1.000)	0.0035 (1.000)	-0.0309 (1.000)	0.0141 (1.000)	0.0080 (1.000)	0.1027 (1.000)
$Q_{L-B}(10)$	0.0364 (1.000)	0.0101 (1.000)	0.0389 (1.000)	0.0301 (1.000)	0.0196 (1.000)	0.1210 (1.000)
$Q_{L-B}(25)$	0.0967 (1.000)	0.0514 (1.000)	0.1214 (1.000)	0.0759 (1.000)	0.0723 (1.000)	0.2003 (1.000)
$Q_{L-B}(40)$	0.1795 (1.000)	0.1314 (1.000)	0.2088 (1.000)	0.1526 (1.000)	0.1415 (1.000)	0.3348 (1.000)

Tabla 2.17: Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.003338	0.003240	0.002985	0.002611	0.002211	0.003078
Mediana	0.001789	0.001582	0.001232	0.001387	0.001033	0.001635
Máximo	0.220116	0.217482	0.216304	0.216304	0.215919	0.216268
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Desv. típ.	0.007090	0.007261	0.007402	0.006623	0.006493	0.007204
Asimetría	18.70721	16.92780	15.94705	21.44321	22.81967	17.95802
Curtosis	520.0196	448.0553	407.2914	638.0086	691.5689	467.9307
Jarque-Bera	20086009	14891730	12294041	30279364	35596704	16254423
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabla 2.18: Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho_1(1)$	0.073	0.105	0.191	0.054	0.066	0.118
$\rho_1(2)$	0.110	0.096	0.138	0.038	0.062	0.106
$\rho_1(3)$	0.077	0.070	0.092	0.034	0.017	0.072
$\rho_1(4)$	0.058	0.064	0.086	0.040	0.025	0.061
$\rho_1(5)$	0.045	0.059	0.076	0.027	0.020	0.043
$\rho_1(6)$	0.043	0.078	0.083	0.025	0.019	0.020
$\rho_1(7)$	0.072	0.092	0.057	0.019	0.017	0.031
$\rho_1(8)$	0.034	0.042	0.054	0.022	0.022	0.022
$\rho_1(9)$	0.032	0.063	0.076	0.026	0.023	0.018
$\rho_1(10)$	0.056	0.035	0.085	0.046	0.010	0.027
$\rho_1(15)$	0.026	0.046	0.082	0.018	0.020	0.026
$\rho_1(20)$	0.023	0.026	0.035	0.038	-0.004	-0.006
$\rho_1(25)$	0.022	0.070	0.065	-0.003	-0.006	0.020
$\rho_1(30)$	0.031	0.018	0.038	-0.010	-0.008	-0.001
$\rho_1(35)$	0.007	0.016	0.056	-0.009	-0.005	-0.031
$\rho_1(40)$	0.012	0.008	0.054	-0.001	-0.003	-0.015
$Q_{L-B}(5)$	51.482 (0.000)	58.921 (0.000)	139.16 (0.000)	14.116 (0.015)	17.143 (0.004)	64.655 (0.000)
$Q_{L-B}(10)$	73.491 (0.000)	97.632 (0.000)	186.20 (0.000)	21.930 (0.015)	20.329 (0.026)	69.957 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	93.060 (0.000)	146.59 (0.000)	317.93 (0.000)	30.744 (0.198)	22.989 (0.578)	78.190 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	100.43 (0.000)	162.91 (0.000)	410.56 (0.000)	33.342 (0.763)	26.742 (0.946)	82.807 (0.000)

Análisis de la 2ª Submuestra que abarca desde el 14-3-1979 hasta el 16-6-1989 (2.679 Observaciones).

**Tabla 2.19:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.000206	6.09E-05	3.10E-05	0.000125	0.000232	0.000367
Mediana	5.69E-05	0.000000	0.000000	2.83E-07	8.56E-06	0.000000
Máximo	0.075328	0.070856	0.083179	0.063972	0.076522	0.081408
Mínimo	-0.042189	-0.040377	-0.080200	-0.045909	-0.038732	-0.045905
Desv. típ.	0.004366	0.004477	0.004586	0.005262	0.006452	0.006264
Asimetría	2.227329	1.146721	0.656810	0.390629	0.500548	1.205567
Curtosis	44.67803	38.14270	83.73754	16.23294	12.59081	18.90374
Jarque-Bera Prob.	196041.0	138393.4	727554.1	19607.55	10375.66	28871.37
	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.20:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho,(1)$	-0.192	-0.202	-0.225	-0.069	-0.034	-0.017
$\rho,(2)$	0.027	0.010	-0.023	0.036	0.019	-0.011
$\rho,(3)$	-0.037	-0.031	-0.019	0.000	0.000	0.011
$\rho,(4)$	0.040	0.064	0.037	0.015	-0.003	-0.012
$\rho,(5)$	0.029	0.015	0.022	0.025	0.008	0.006
$\rho,(6)$	0.075	0.041	0.030	-0.002	0.006	-0.008
$\rho,(7)$	-0.021	-0.007	-0.001	-0.011	0.006	-0.003
$\rho,(8)$	0.036	0.028	0.011	-0.006	0.023	0.028
$\rho,(9)$	-0.013	-0.022	-0.005	0.007	0.018	-0.004
$\rho,(10)$	0.034	0.052	-0.006	-0.021	-0.022	0.033
$\rho,(15)$	-0.023	0.002	-0.013	0.019	0.034	0.037
$\rho,(20)$	0.029	0.017	0.002	-0.005	0.025	0.036
$\rho,(25)$	-0.035	-0.033	-0.044	-0.024	-0.050	-0.040
$\rho,(30)$	-0.011	-0.008	-0.006	0.030	-0.026	-0.044
$\rho,(35)$	0.012	0.018	0.023	-0.015	0.035	0.019
$\rho,(40)$	-0.014	-0.035	-0.009	0.014	0.000	0.003
$Q_{L-B}(5)$	110.53 (0.000)	123.25 (0.000)	142.54 (0.000)	18.622 (0.002)	4.2098 (0.520)	1.9303 (0.859)
$Q_{L-B}(10)$	133.63 (0.000)	138.56 (0.000)	145.43 (0.000)	20.426 (0.025)	8.0833 (0.621)	7.1585 (0.710)
$Q_{L-B}(25)$	148.21 (0.000)	155.30 (0.000)	169.54 (0.000)	35.152 (0.085)	28.546 (0.283)	37.785 (0.049)
$Q_{L-B}(40)$	158.92 (0.000)	172.16 (0.000)	178.023 (0.000)	61.348 (0.017)	41.344 (0.412)	55.620 (0.051)

**Tabla 2.21:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	1.91E-05	2.00E-05	2.10E-05	2.77E-05	4.17E-05	3.94E-05
Mediana	4.31E-06	3.95E-06	3.70E-06	6.90E-06	9.70E-06	9.74E-06
Máximo	0.005674	0.005021	0.006919	0.004092	0.005856	0.006627
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Desv. típ.	0.000127	0.000122	0.000191	0.000108	0.000142	0.000167
Asimetría	35.66244	29.40242	32.13538	25.03730	26.99050	26.98187
Curtosis	1517.936	1095.755	1108.204	833.4303	1053.910	963.9198
Jarque-Bera	2.57E+08	1.34E+08	1.37E+08	77229274	1.24E+08	1.03E+08
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.22:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho_1$	0.086	0.103	0.153	0.165	0.059	0.096
$\rho_2$	0.046	0.045	0.011	0.033	0.044	0.028
$\rho_3$	0.009	0.017	0.000	0.009	0.034	0.030
$\rho_4$	0.001	0.008	0.003	0.022	0.031	0.006
$\rho_5$	0.007	0.015	0.003	0.011	0.053	0.020
$\rho_6$	0.015	0.015	0.003	0.019	0.051	0.006
$\rho_7$	0.004	0.001	-0.002	0.044	0.022	0.010
$\rho_8$	0.012	0.015	0.001	0.032	0.032	0.096
$\rho_9$	0.000	0.003	-0.003	0.025	0.023	0.004
$\rho_{10}$	-0.002	0.003	0.003	0.065	0.026	0.006
$\rho_{15}$	0.009	-0.006	0.003	0.015	0.010	0.005
$\rho_{20}$	-0.005	0.002	-0.003	-0.006	0.020	0.013
$\rho_{25}$	-0.002	0.001	-0.003	0.044	0.013	0.036
$\rho_{30}$	-0.004	0.000	-0.002	-0.008	0.021	0.003
$\rho_{35}$	-0.001	-0.001	-0.004	0.003	0.022	0.001
$\rho_{40}$	0.015	0.015	0.006	0.004	0.045	0.009
$Q_{L-B}(5)$	26.072 (0.000)	35.413 (0.000)	63.422 (0.000)	77.465 (0.000)	27.617 (0.000)	30.382 (0.000)
$Q_{L-B}(10)$	27.115 (0.002)	36.622 (0.000)	63.509 (0.000)	99.154 (0.000)	41.779 (0.000)	55.602 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	30.843 (0.194)	37.335 (0.054)	69.060 (0.000)	110.26 (0.000)	56.722 (0.000)	71.469 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	32.132 (0.808)	38.557 (0.535)	69.521 (0.003)	112.36 (0.000)	74.234 (0.001)	77.729 (0.000)

**Tabla 2.23:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.002844	0.002852	0.002749	0.003646	0.004449	0.004290
Mediana	0.002076	0.001988	0.001923	0.002626	0.003115	0.003120
Máximo	0.075328	0.070856	0.083179	0.063972	0.076522	0.081408
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Desv. típ.	0.003319	0.003450	0.003670	0.003795	0.004678	0.004578
Asimetría	6.674841	6.115694	9.296996	3.744364	3.012561	4.115675
Curtosis	107.2913	83.46356	172.6086	39.35189	28.15493	45.82447
Jarque-Bera	1233541.	739127.0	3248506.	153710.6	74657.35	212196.9
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.24:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho,(1)$	0.192	0.217	0.255	0.195	0.156	0.184
$\rho,(2)$	0.122	0.124	0.103	0.097	0.151	0.081
$\rho,(3)$	0.095	0.094	0.053	0.075	0.150	0.115
$\rho,(4)$	0.069	0.079	0.067	0.077	0.143	0.073
$\rho,(5)$	0.081	0.087	0.069	0.058	0.171	0.078
$\rho,(6)$	0.075	0.075	0.053	0.035	0.151	0.057
$\rho,(7)$	0.046	0.035	0.016	0.072	0.127	0.036
$\rho,(8)$	0.058	0.061	0.017	0.065	0.125	0.106
$\rho,(9)$	0.026	0.032	0.019	0.041	0.117	0.059
$\rho,(10)$	0.026	0.039	0.036	0.071	0.131	0.040
$\rho,(15)$	0.029	0.011	0.000	0.040	0.084	0.046
$\rho,(20)$	0.001	0.023	-0.007	0.005	0.099	0.061
$\rho,(25)$	0.003	0.018	-0.014	0.024	0.093	0.078
$\rho,(30)$	-0.007	0.024	0.007	0.006	0.087	0.034
$\rho,(35)$	0.009	0.020	0.003	0.020	0.064	0.040
$\rho,(40)$	0.066	0.061	0.032	0.012	0.101	0.058
$Q_{L-B}(5)$	192.85 (0.000)	227.95 (0.000)	234.66 (0.000)	167.43 (0.000)	320.66 (0.000)	174.72 (0.000)
$Q_{L-B}(10)$	226.41 (0.000)	263.02 (0.000)	248.06 (0.000)	214.13 (0.000)	550.25 (0.000)	230.70 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	251.58 (0.000)	284.52 (0.000)	261.79 (0.000)	251.78 (0.000)	924.06 (0.000)	351.54 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	272.57 (0.000)	341.74 (0.000)	281.91 (0.000)	280.03 (0.000)	1188.8 (0.000)	446.22 (0.000)

Análisis de la 3ª Submuestra que abarca desde el 20-6-1989 hasta el 21-4-1997 (2.046 Observaciones).

**Tabla 2.25:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.000131	0.000135	-1.31E-05	8.78E-05	5.78E-05	0.000128
Mediana	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-7.42E-05
Máximo	0.038668	0.038166	0.038222	0.034361	0.059587	0.053975
Mínimo	-0.061137	-0.057042	-0.063830	-0.053309	-0.053044	-0.044847
Desv. típ.	0.003982	0.003712	0.005033	0.005126	0.006891	0.006880
Asimetría	0.092340	-0.118194	-1.228825	-0.297141	0.289064	0.742667
Curtosis	47.46775	50.70079	29.66824	14.45219	9.575547	9.213998
Jarque-Bera	168574.7	193979.7	61144.29	11210.88	3714.518	3479.904
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.26:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho_1$	-0.060	-0.115	-0.095	-0.085	-0.012	0.035
$\rho_2$	0.038	0.052	-0.044	0.043	0.025	0.029
$\rho_3$	-0.030	-0.018	-0.014	-0.042	0.008	-0.008
$\rho_4$	-0.026	-0.016	-0.017	-0.002	0.077	0.066
$\rho_5$	-0.051	-0.050	0.029	-0.045	-0.007	-0.045
$\rho_6$	0.021	0.043	-0.049	0.017	-0.011	0.016
$\rho_7$	-0.025	-0.027	0.020	-0.043	-0.029	0.019
$\rho_8$	0.004	0.017	0.055	0.032	-0.029	0.009
$\rho_9$	0.021	0.053	-0.074	-0.013	-0.005	0.044
$\rho_{10}$	0.053	0.047	0.083	0.044	0.050	0.078
$\rho_{15}$	-0.015	0.000	0.060	-0.008	0.028	0.004
$\rho_{20}$	0.022	0.024	0.017	0.085	0.037	0.037
$\rho_{25}$	0.020	0.003	-0.006	0.018	0.000	0.008
$\rho_{30}$	0.031	0.046	-0.011	0.018	0.039	0.017
$\rho_{35}$	-0.003	0.006	0.008	0.008	0.040	0.039
$\rho_{40}$	0.039	0.029	0.008	0.073	0.049	0.011
$Q_{L-B}(5)$	18.881 (0.002)	38.626 (0.000)	25.279 (0.000)	26.512 (0.000)	13.986 (0.016)	17.598 (0.003)
$Q_{L-B}(10)$	27.769 (0.002)	55.017 (0.000)	62.915 (0.000)	37.457 (0.000)	23.028 (0.011)	35.509 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	51.077 (0.002)	90.167 (0.000)	101.68 (0.000)	75.764 (0.000)	39.754 (0.031)	66.240 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	68.420 (0.003)	106.35 (0.000)	117.32 (0.000)	93.307 (0.000)	65.705 (0.006)	79.302 (0.000)

**Tabla 2.27:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	1.59E-05	1.38E-05	2.53E-05	2.63E-05	4.75E-05	4.73E-05
Mediana	2.17E-06	1.99E-06	3.39E-06	5.60E-06	1.20E-05	1.29E-05
Máximo	0.003738	0.003254	0.004074	0.002842	0.003551	0.002913
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Desv. típ.	0.000108	9.71E-05	0.000136	9.63E-05	0.000139	0.000136
Asimetría	24.01554	23.02030	19.30077	15.81739	13.66041	11.33666
Curtosis	734.7220	667.0092	489.0259	387.6096	286.5365	184.8362
Jarque-Bera	45840978	37768136	20264885	12695880	6917130.	2862564.
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.28:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho,(1)$	0.332	0.348	0.264	0.289	0.159	0.220
$\rho,(2)$	0.037	0.055	0.116	0.237	0.120	0.119
$\rho,(3)$	0.054	0.055	0.188	0.126	0.148	0.101
$\rho,(4)$	0.275	0.202	0.207	0.075	0.138	0.256
$\rho,(5)$	0.282	0.303	0.176	0.165	0.315	0.237
$\rho,(6)$	0.074	0.097	0.108	0.072	0.097	0.115
$\rho,(7)$	0.038	0.035	0.219	0.040	0.073	0.104
$\rho,(8)$	0.020	0.022	0.351	0.072	0.110	0.059
$\rho,(9)$	0.030	0.032	0.171	0.143	0.128	0.146
$\rho,(10)$	0.012	0.008	0.076	0.094	0.039	0.036
$\rho,(15)$	-0.001	-0.004	0.122	0.046	0.048	0.041
$\rho,(20)$	0.005	0.005	0.010	0.133	0.048	0.084
$\rho,(25)$	0.009	0.004	0.024	0.056	0.032	0.048
$\rho,(30)$	0.002	0.008	0.008	0.016	0.016	0.024
$\rho,(35)$	0.005	0.008	0.014	0.035	0.015	0.035
$\rho,(40)$	-0.004	0.013	0.014	0.000	0.021	0.049
$Q_{L-B}(5)$	553.13 (0.000)	532.22 (0.000)	394.04 (0.000)	386.90 (0.000)	368.56 (0.000)	398.85 (0.000)
$Q_{L-B}(10)$	570.16 (0.000)	557.29 (0.000)	841.54 (0.000)	471.74 (0.000)	460.81 (0.000)	501.82 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	587.76 (0.000)	580.20 (0.000)	964.66 (0.000)	759.16 (0.000)	631.11 (0.000)	645.19 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	588.86 (0.000)	581.80 (0.000)	968.67 (0.000)	777.02 (0.000)	657.83 (0.000)	713.31 (0.000)

Tabla 2.29: Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.002307	0.002141	0.002971	0.003402	0.004809	0.004878
Mediana	0.001473	0.001409	0.001840	0.002367	0.003461	0.003589
Máximo	0.061137	0.057042	0.063830	0.053309	0.059587	0.053975
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Desv. típ.	0.003249	0.003035	0.004061	0.003835	0.004935	0.004852
Asimetría	6.781125	7.107553	5.208526	3.634442	2.796092	2.866514
Curtosis	84.72031	90.15919	51.23536	27.83578	18.94705	18.86392
Jarque-Bera	584997.8	664847.1	207597.8	57087.89	24345.77	24256.31
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabla 2.30: Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho_1$	0.368	0.376	0.345	0.305	0.197	0.174
$\rho_2$	0.180	0.179	0.287	0.258	0.126	0.173
$\rho_3$	0.172	0.167	0.295	0.211	0.157	0.151
$\rho_4$	0.250	0.221	0.297	0.184	0.128	0.164
$\rho_5$	0.247	0.242	0.270	0.240	0.194	0.187
$\rho_6$	0.173	0.158	0.231	0.172	0.174	0.143
$\rho_7$	0.137	0.119	0.230	0.147	0.111	0.159
$\rho_8$	0.123	0.102	0.259	0.161	0.130	0.122
$\rho_9$	0.122	0.096	0.248	0.203	0.152	0.146
$\rho_{10}$	0.112	0.083	0.200	0.174	0.105	0.109
$\rho_{15}$	0.050	0.034	0.163	0.154	0.103	0.077
$\rho_{20}$	0.076	0.050	0.103	0.165	0.114	0.129
$\rho_{25}$	0.071	0.051	0.127	0.122	0.072	0.092
$\rho_{30}$	0.065	0.073	0.090	0.092	0.068	0.058
$\rho_{35}$	0.056	0.064	0.116	0.093	0.059	0.065
$\rho_{40}$	0.048	0.070	0.101	0.051	0.071	0.083
$Q_{L-B}(5)$	657.16 (0.000)	633.25 (0.000)	923.08 (0.000)	606.34 (0.000)	273.34 (0.000)	297.40 (0.000)
$Q_{L-B}(10)$	844.75 (0.000)	767.63 (0.000)	1487.3 (0.000)	911.64 (0.000)	466.29 (0.000)	490.24 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	1145.1 (0.000)	1004.0 (0.000)	2101.8 (0.000)	1649.5 (0.000)	762.29 (0.000)	837.36 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	1246.7 (0.000)	1089.5 (0.000)	2349.5 (0.000)	1854.9 (0.000)	904.93 (0.000)	1051.4 (0.000)



Análisis de la 4ª Submuestra que abarca desde el 20-6-1989 hasta el 30-7-1993 (1.075 Observaciones).

**Tabla 2.31:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.000256	0.000249	4.43E-05	0.000101	0.000140	0.000438
Mediana	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Máximo	0.038668	0.038166	0.038222	0.034361	0.059587	0.053975
Mínimo	-0.061137	-0.057042	-0.063830	-0.053309	-0.053044	-0.044847
Desv. ttp.	0.004456	0.004223	0.005444	0.005576	0.007947	0.007584
Asimetría	-0.003953	0.174512	-1.752029	-0.342398	0.445493	1.032733
Curtosis	53.21537	52.34983	37.65628	17.56949	9.022055	9.767233
Jarque-Bera	112840.9	108989.9	54296.78	9520.072	1658.390	2240.256
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.32:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho,(1)$	-0.128	-0.155	-0.153	-0.125	-0.014	0.026
$\rho,(2)$	0.087	0.090	0.001	0.067	0.033	0.049
$\rho,(3)$	-0.025	-0.022	-0.017	-0.056	0.023	0.043
$\rho,(4)$	-0.026	-0.001	-0.048	0.025	0.087	0.085
$\rho,(5)$	-0.052	-0.036	0.072	-0.053	0.001	-0.072
$\rho,(6)$	0.038	0.054	-0.044	0.030	0.000	0.029
$\rho,(7)$	-0.005	-0.008	0.059	-0.041	-0.029	0.057
$\rho,(8)$	0.002	0.009	0.070	0.067	-0.034	0.014
$\rho,(9)$	0.029	0.055	-0.098	-0.001	0.023	0.044
$\rho,(10)$	0.068	0.069	0.076	0.089	0.036	0.071
$\rho,(15)$	-0.013	-0.005	0.123	0.007	0.040	0.021
$\rho,(20)$	0.051	0.038	0.063	0.112	0.052	0.058
$\rho,(25)$	0.015	0.014	0.030	0.022	0.004	0.022
$\rho,(30)$	0.041	0.035	0.030	0.049	0.062	0.048
$\rho,(35)$	0.027	0.040	0.014	0.009	0.059	0.056
$\rho,(40)$	0.023	0.018	0.006	0.065	0.038	0.008
$Q_{L-B}(5)$	30.170 (0.000)	36.716 (0.000)	33.611 (0.000)	28.857 (0.000)	10.110 (0.072)	18.892 (0.002)
$Q_{L-B}(10)$	37.711 (0.000)	48.552 (0.000)	61.538 (0.000)	45.019 (0.000)	14.236 (0.162)	31.137 (0.001)
$Q_{L-B}(25)$	57.702 (0.000)	74.247 (0.000)	108.18 (0.000)	105.69 (0.000)	30.202 (0.217)	57.189 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	71.002 (0.002)	83.925 (0.000)	124.93 (0.000)	120.72 (0.000)	47.142 (0.204)	70.852 (0.002)

Tabla 2.33: Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	1.99E-05	1.79E-05	2.96E-05	3.11E-05	6.31E-05	5.77E-05
Mediana	2.79E-06	2.35E-06	2.71E-06	4.76E-06	1.62E-05	1.45E-05
Máximo	0.003738	0.003254	0.004074	0.002842	0.003551	0.002913
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Desv. típ.	0.000143	0.000128	0.000179	0.000126	0.000179	0.000173
Asimetría	19.23841	18.59518	15.66186	13.02140	11.62918	9.938741
Curtosis	448.1650	417.1476	303.2987	245.7959	193.0050	131.4076
Jarque-Bera	8934442.	7737336.	4079431.	2668357.	1639767.	755541.7
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabla 2.34: Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho_1(1)$	0.343	0.361	0.275	0.304	0.143	0.210
$\rho_1(2)$	0.025	0.036	0.092	0.235	0.105	0.098
$\rho_1(3)$	0.051	0.056	0.194	0.121	0.142	0.080
$\rho_1(4)$	0.289	0.212	0.211	0.075	0.130	0.277
$\rho_1(5)$	0.297	0.325	0.185	0.162	0.328	0.249
$\rho_1(6)$	0.065	0.101	0.109	0.067	0.082	0.109
$\rho_1(7)$	0.025	0.024	0.232	0.032	0.059	0.069
$\rho_1(8)$	0.008	0.019	0.376	0.071	0.101	0.028
$\rho_1(9)$	0.022	0.031	0.179	0.143	0.118	0.142
$\rho_1(10)$	0.001	0.005	0.069	0.096	0.006	0.012
$\rho_1(15)$	-0.009	-0.007	0.128	0.035	0.025	0.009
$\rho_1(20)$	-0.001	0.001	0.006	0.140	0.032	0.034
$\rho_1(25)$	-0.005	-0.004	0.016	0.050	0.012	0.026
$\rho_1(30)$	-0.005	-0.004	0.002	0.006	-0.012	0.003
$\rho_1(35)$	0.002	0.005	0.008	0.029	-0.002	0.008
$\rho_1(40)$	-0.008	-0.006	0.005	-0.009	-0.001	0.016
$Q_{L-B}(5)$	315.22 (0.000)	307.87 (0.000)	216.16 (0.000)	209.59 (0.000)	190.12 (0.000)	214.78 (0.000)
$Q_{L-B}(10)$	321.13 (0.000)	321.04 (0.000)	480.40 (0.000)	253.37 (0.000)	227.37 (0.000)	255.61 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	325.92 (0.000)	328.13 (0.000)	543.67 (0.000)	407.85 (0.000)	295.74 (0.000)	288.23 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	326.48 (0.000)	328.66 (0.000)	544.69 (0.000)	414.48 (0.000)	300.44 (0.000)	298.63 (0.000)

**Tabla 2.35:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.002479	0.002334	0.002885	0.003396	0.005597	0.005269
Mediana	0.001671	0.001533	0.001647	0.002181	0.004019	0.003814
Máximo	0.061137	0.057042	0.063830	0.053309	0.059587	0.053975
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Desv. tıp.	0.003711	0.003528	0.004615	0.004423	0.005641	0.005470
Asimetría	7.407550	7.325299	5.881853	3.957695	2.748177	2.995514
Curtosis	88.01715	85.43754	55.55483	28.29590	17.88490	19.07578
Jarque-Bera	333271.3	313723.8	129792.7	31438.48	11266.72	13170.96
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.36:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho,(1)$	0.386	0.404	0.429	0.387	0.169	0.156
$\rho,(2)$	0.123	0.135	0.286	0.283	0.094	0.158
$\rho,(3)$	0.149	0.165	0.353	0.249	0.142	0.114
$\rho,(4)$	0.243	0.226	0.347	0.226	0.091	0.164
$\rho,(5)$	0.248	0.264	0.335	0.258	0.162	0.180
$\rho,(6)$	0.131	0.159	0.265	0.192	0.146	0.145
$\rho,(7)$	0.062	0.078	0.272	0.161	0.078	0.117
$\rho,(8)$	0.046	0.071	0.322	0.189	0.104	0.080
$\rho,(9)$	0.058	0.078	0.307	0.220	0.131	0.143
$\rho,(10)$	0.034	0.054	0.212	0.213	0.048	0.078
$\rho,(15)$	-0.025	0.005	0.190	0.183	0.062	0.018
$\rho,(20)$	0.028	0.021	0.096	0.219	0.084	0.084
$\rho,(25)$	0.003	0.013	0.111	0.132	0.034	0.080
$\rho,(30)$	0.023	0.032	0.089	0.091	0.016	0.019
$\rho,(35)$	0.020	0.039	0.105	0.095	0.020	0.025
$\rho,(40)$	0.011	0.027	0.100	0.051	0.030	0.054
$Q_{L-B}(5)$	331.51 (0.000)	354.97 (0.000)	672.20 (0.000)	441.68 (0.000)	99.282 (0.000)	131.44 (0.000)
$Q_{L-B}(10)$	361.29 (0.000)	404.18 (0.000)	1091.2 (0.000)	649.71 (0.000)	161.87 (0.000)	204.72 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	399.89 (0.000)	465.94 (0.000)	1461.3 (0.000)	1206.1 (0.000)	240.45 (0.000)	302.14 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	408.07 (0.000)	478.15 (0.000)	1577.9 (0.000)	1327.1 (0.000)	261.44 (0.000)	351.73 (0.000)

Análisis de la 5ª Submuestra que abarca desde el 20-6-1989 hasta el 1-6-1992 (771 Observaciones).

**Tabla 2.37:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	-2.02E-05	-7.08E-06	-6.18E-05	-7.22E-05	-0.000284	-0.000121
Mediana	-9.51E-06	-7.15E-06	-0.000120	0.000000	-4.98E-05	-0.000257
Máximo	0.010138	0.010925	0.013042	0.028390	0.024280	0.026773
Mínimo	-0.009301	-0.009787	-0.009324	-0.027877	-0.026252	-0.018695
Desv. típ.	0.002705	0.002531	0.002556	0.003855	0.006844	0.006119
Asimetría	0.255514	0.365297	0.282158	-0.385354	0.074092	0.389617
Curtosis	4.516033	4.859770	5.151876	11.91353	4.537811	3.989771
Jarque-Bera	82.11746	128.0930	158.7812	2568.113	76.57716	50.91146
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.38:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho,(1)$	-0.149	-0.195	-0.234	-0.055	0.056	0.084
$\rho,(2)$	0.036	0.041	0.012	-0.011	-0.073	-0.042
$\rho,(3)$	-0.056	-0.046	-0.026	-0.062	-0.021	0.029
$\rho,(4)$	-0.021	-0.026	0.004	0.056	0.044	0.021
$\rho,(5)$	-0.003	-0.005	-0.007	0.009	0.067	-0.008
$\rho,(6)$	-0.076	-0.082	-0.081	-0.044	-0.019	-0.018
$\rho,(7)$	-0.002	0.003	0.000	-0.063	-0.064	0.058
$\rho,(8)$	0.027	0.009	-0.015	0.007	0.036	0.060
$\rho,(9)$	-0.006	0.037	-0.007	0.020	-0.005	0.034
$\rho,(10)$	0.065	0.048	0.076	-0.034	0.071	0.056
$\rho,(15)$	-0.051	-0.040	-0.038	0.002	0.053	0.011
$\rho,(20)$	0.039	0.032	0.011	-0.051	0.012	0.037
$\rho,(25)$	0.005	-0.001	0.025	-0.040	0.005	0.005
$\rho,(30)$	-0.031	-0.042	-0.009	-0.042	0.043	0.010
$\rho,(35)$	-0.006	0.007	-0.016	-0.053	0.033	0.035
$\rho,(40)$	0.052	0.061	0.075	-0.003	0.070	0.031
$Q_{L-B}(5)$	20.944 (0.001)	32.920 (0.000)	42.872 (0.000)	7.9168 (0.161)	11.874 (0.037)	7.9310 (0.160)
$Q_{L-B}(10)$	29.312 (0.001)	41.078 (0.000)	52.771 (0.000)	13.755 (0.184)	20.312 (0.026)	16.991 (0.075)
$Q_{L-B}(25)$	38.079 (0.045)	49.148 (0.003)	64.052 (0.000)	44.411 (0.010)	33.375 (0.122)	30.381 (0.210)
$Q_{L-B}(40)$	51.201 (0.110)	67.887 (0.004)	77.665 (0.000)	79.542 (0.000)	54.903 (0.058)	42.357 (0.370)

**Tabla 2.39:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	7.31E-06	6.40E-06	6.53E-06	1.48E-05	4.69E-05	3.74E-05
Mediana	2.27E-06	1.96E-06	1.81E-06	3.15E-06	1.51E-05	1.27E-05
Máximo	0.000103	0.000119	0.000170	0.000806	0.000689	0.000717
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Desv. tıp.	1.37E-05	1.26E-05	1.33E-05	4.92E-05	8.81E-05	6.44E-05
Asimetría	3.650901	4.134393	5.020066	11.52391	3.759440	3.957007
Curtosis	18.76086	24.45701	42.04442	169.4449	19.91898	27.19814
Jarque-Bera	9680.217	16964.89	52144.10	905876.4	10997.70	20795.83
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.40:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho,(1)$	0.182	0.228	0.155	0.051	0.114	0.053
$\rho,(2)$	0.142	0.194	0.130	0.019	0.048	0.083
$\rho,(3)$	0.132	0.108	0.091	0.005	0.045	0.026
$\rho,(4)$	-0.018	-0.010	0.007	0.063	0.024	-0.012
$\rho,(5)$	-0.017	-0.025	-0.026	0.040	0.100	0.073
$\rho,(6)$	-0.010	-0.012	0.021	0.088	0.069	0.050
$\rho,(7)$	-0.004	-0.012	-0.007	0.020	0.051	0.117
$\rho,(8)$	-0.018	-0.015	0.006	0.018	0.029	0.048
$\rho,(9)$	0.006	0.045	0.120	0.074	0.005	0.004
$\rho,(10)$	0.038	0.063	0.080	0.133	0.004	0.045
$\rho,(15)$	-0.033	-0.020	-0.042	0.032	0.073	-0.020
$\rho,(20)$	-0.036	-0.042	0.008	0.077	0.056	0.019
$\rho,(25)$	-0.034	-0.039	0.024	0.023	0.058	0.013
$\rho,(30)$	0.020	0.022	0.026	0.026	0.000	0.027
$\rho,(35)$	0.009	-0.002	-0.035	0.010	-0.006	0.000
$\rho,(40)$	0.108	0.144	0.059	0.014	0.028	0.014
$Q_{L-B}(5)$	55.077 (0.000)	79.022 (0.000)	38.659 (0.000)	6.6080 (0.251)	21.682 (0.001)	12.300 (0.031)
$Q_{L-B}(10)$	56.571 (0.000)	84.098 (0.000)	55.417 (0.000)	31.318 (0.001)	28.118 (0.002)	28.292 (0.002)
$Q_{L-B}(25)$	73.143 (0.000)	113.45 (0.000)	72.907 (0.000)	63.736 (0.000)	56.474 (0.000)	51.280 (0.001)
$Q_{L-B}(40)$	88.128 (0.000)	140.66 (0.000)	91.069 (0.000)	71.089 (0.002)	74.939 (0.001)	70.645 (0.002)

**Tabla 2.41:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.001995	0.001854	0.001856	0.002604	0.005062	0.004598
Mediana	0.001507	0.001400	0.001345	0.001775	0.003891	0.003569
Máximo	0.010138	0.010925	0.013042	0.028390	0.026252	0.026773
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Desv. típ.	0.001826	0.001722	0.001757	0.002842	0.004612	0.004035
Asimetría	1.619321	1.742763	1.795752	3.255606	1.628443	1.354088
Curtosis	6.066233	6.868490	7.432786	22.75228	6.170880	5.289922
Jarque-Bera	638.1561	869.9111	1044.264	13877.60	662.8988	403.5429
Prob.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.42:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho_1(1)$	0.184	0.239	0.172	0.225	0.114	0.057
$\rho_1(2)$	0.112	0.166	0.131	0.115	0.000	0.075
$\rho_1(3)$	0.117	0.125	0.126	0.104	0.047	0.053
$\rho_1(4)$	-0.013	0.007	0.023	0.180	0.041	0.023
$\rho_1(5)$	-0.026	-0.027	-0.032	0.135	0.072	0.105
$\rho_1(6)$	0.017	0.015	0.068	0.179	0.085	0.068
$\rho_1(7)$	0.022	0.001	0.002	0.105	0.054	0.090
$\rho_1(8)$	-0.023	-0.015	0.021	0.120	0.032	0.048
$\rho_1(9)$	0.022	0.030	0.086	0.134	0.049	0.021
$\rho_1(10)$	0.040	0.030	0.077	0.187	0.043	0.078
$\rho_1(15)$	-0.046	-0.014	-0.049	0.184	0.083	-0.032
$\rho_1(20)$	-0.019	-0.044	0.000	0.129	0.089	0.039
$\rho_1(25)$	-0.026	-0.030	0.029	0.095	0.046	0.051
$\rho_1(30)$	0.011	0.027	0.014	0.112	0.013	0.057
$\rho_1(35)$	-0.033	-0.059	-0.046	0.094	0.012	-0.003
$\rho_1(40)$	0.113	0.120	0.071	0.112	0.044	0.055
$Q_{L-B}(5)$	47.306 (0.000)	78.135 (0.000)	49.631 (0.000)	97.265 (0.000)	17.129 (0.004)	17.988 (0.003)
$Q_{L-B}(10)$	49.956 (0.000)	79.921 (0.000)	64.008 (0.000)	183.13 (0.000)	29.161 (0.001)	34.889 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	61.196 (0.000)	96.976 (0.000)	79.076 (0.000)	369.50 (0.000)	64.447 (0.000)	68.940 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	79.122 (0.000)	132.03 (0.000)	107.27 (0.000)	492.24 (0.000)	78.750 (0.000)	89.111 (0.000)

**Análisis de la 6ª Submuestra que abarca desde el 3-6-1992 hasta el 30-7-1993 (304 Observaciones).**

**Tabla 2.43: Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.**

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.000960	0.000898	0.000312	0.000541	0.001221	0.001867
Mediana	0.000187	0.000181	0.000269	0.000512	0.000524	0.000821
Máximo	0.038668	0.038166	0.038222	0.034361	0.059587	0.053975
Mínimo	-0.061137	-0.057042	-0.063830	-0.053309	-0.053044	-0.044847
Des. STD.	0.007157	0.006816	0.009410	0.008507	0.010173	0.010303
Asimetría	-0.292175	-0.146744	-1.298524	-0.374779	0.521364	0.983510
Curtosis	28.24189	27.17948	15.05567	10.29901	9.279902	8.291808
Jarque-Bera	8048.365	7382.256	1920.057	679.6961	511.6212	402.3890
Probabil.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.44: Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.**

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
$\rho,(1)$	-0.135	-0.156	-0.139	-0.166	-0.110	-0.050
$\rho,(2)$	0.095	0.097	-0.002	0.105	0.141	0.107
$\rho,(3)$	-0.026	-0.026	-0.016	-0.056	0.061	0.033
$\rho,(4)$	-0.040	-0.002	-0.058	0.007	0.124	0.121
$\rho,(5)$	-0.080	-0.057	0.086	-0.087	-0.093	-0.158
$\rho,(6)$	0.068	0.092	-0.037	0.066	0.012	0.050
$\rho,(7)$	-0.016	-0.022	0.070	-0.032	-0.002	0.035
$\rho,(8)$	-0.017	-0.001	0.086	0.096	-0.130	-0.051
$\rho,(9)$	0.032	0.052	-0.116	-0.015	0.041	0.033
$\rho,(10)$	0.060	0.068	0.076	0.151	-0.022	0.061
$\rho,(15)$	-0.011	-0.003	0.153	0.008	0.011	0.007
$\rho,(20)$	0.046	0.033	0.073	0.194	0.086	0.059
$\rho,(25)$	0.010	0.009	0.030	0.051	-0.007	0.009
$\rho,(30)$	0.058	0.052	0.036	0.093	0.064	0.061
$\rho,(35)$	0.027	0.042	0.019	0.041	0.068	0.051
$\rho,(40)$	0.006	-0.004	-0.007	0.097	-0.011	-0.029
$Q_{L-B}(5)$	11.060 (0.050)	11.547 (0.042)	9.3643 (0.095)	15.173 (0.010)	18.429 (0.002)	16.935 (0.005)
$Q_{L-B}(10)$	14.131 (0.167)	16.593 (0.084)	19.666 (0.033)	26.981 (0.003)	24.490 (0.006)	20.413 (0.026)
$Q_{L-B}(25)$	23.559 (0.545)	28.726 (0.276)	39.476 (0.033)	63.941 (0.000)	40.176 (0.028)	42.010 (0.018)
$Q_{L-B}(40)$	32.852 (0.781)	37.756 (0.572)	47.030 (0.207)	74.888 (0.001)	59.490 (0.024)	50.776 (0.118)

Tabla 2.45: Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DM <sup>2</sup>	FF <sup>2</sup>	LIT <sup>2</sup>	STG <sup>2</sup>	USD <sup>2</sup>	YEN <sup>2</sup>
Media	5.20E-05	4.71E-05	8.84E-05	7.24E-05	0.000105	0.000109
Mediana	4.86E-06	3.55E-06	8.97E-06	1.02E-05	2.38E-05	2.22E-05
Máximo	0.003738	0.003254	0.004074	0.002842	0.003551	0.002913
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Des. STD.	0.000267	0.000238	0.000330	0.000220	0.000303	0.000303
Asimetría	10.25872	9.915455	8.380726	7.949966	7.915030	5.963247
Curtosis	127.9972	119.1721	87.67002	88.64120	78.87720	45.05702
Jarque-Bera	202571.5	175351.5	94055.73	95788.68	75850.25	24126.81
Probabil.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabla 2.46: Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DM <sup>2</sup>	FF <sup>2</sup>	LIT <sup>2</sup>	STG <sup>2</sup>	USD <sup>2</sup>	YEN <sup>2</sup>
$\rho,(1)$	0.331	0.348	0.244	0.302	0.127	0.198
$\rho,(2)$	0.005	0.015	0.053	0.227	0.095	0.064
$\rho,(3)$	0.032	0.036	0.159	0.093	0.141	0.050
$\rho,(4)$	0.277	0.198	0.177	0.032	0.131	0.282
$\rho,(5)$	0.286	0.314	0.150	0.138	0.360	0.239
$\rho,(6)$	0.047	0.083	0.070	0.020	0.062	0.080
$\rho,(7)$	0.006	0.004	0.199	-0.013	0.037	0.028
$\rho,(8)$	-0.011	-0.001	0.350	0.033	0.093	-0.011
$\rho,(9)$	0.003	0.011	0.143	0.111	0.119	0.125
$\rho,(10)$	-0.019	-0.017	0.028	0.047	-0.020	-0.029
$\rho,(15)$	-0.029	-0.028	0.090	-0.011	-0.011	-0.026
$\rho,(20)$	-0.021	-0.020	-0.040	0.106	0.000	-0.002
$\rho,(25)$	-0.025	-0.026	-0.030	0.005	-0.026	-0.011
$\rho,(30)$	-0.026	-0.026	-0.046	-0.048	-0.044	-0.037
$\rho,(35)$	-0.019	-0.017	-0.040	-0.020	-0.030	-0.029
$\rho,(40)$	-0.030	-0.030	-0.043	-0.066	-0.036	-0.021
Q <sub>L-B</sub> (5)	82.791 (0.000)	80.200 (0.000)	43.485 (0.000)	52.642 (0.000)	59.283 (0.000)	56.357 (0.000)
Q <sub>L-B</sub> (10)	83.661 (0.000)	82.490 (0.000)	102.43 (0.000)	57.687 (0.000)	68.214 (0.000)	63.777 (0.000)
Q <sub>L-B</sub> (25)	85.048 (0.000)	83.940 (0.000)	113.38 (0.000)	81.431 (0.000)	83.419 (0.000)	66.968 (0.000)
Q <sub>L-B</sub> (40)	88.170 (0.000)	87.000 (0.000)	123.20 (0.000)	91.154 (0.000)	87.735 (0.000)	69.446 (0.003)



**Tabla 2.47:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.003717	0.003556	0.005509	0.005421	0.006972	0.006984
Mediana	0.002206	0.001885	0.002996	0.003195	0.004874	0.004713
Máximo	0.061137	0.057042	0.063830	0.053309	0.059587	0.053975
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Des. STD.	0.006187	0.005880	0.007629	0.006571	0.007498	0.007792
Asimetría	5.016999	4.930238	3.560280	2.840409	2.845423	2.710420
Curtosis	36.11167	34.85802	20.78321	14.80731	16.06973	12.94699
Jarque-Bera	15112.93	14041.05	4632.681	2167.515	2565.444	1620.142
Probabil.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.48:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
$\rho,(1)$	0.399	0.405	0.370	0.383	0.182	0.168
$\rho,(2)$	0.080	0.078	0.191	0.270	0.145	0.159
$\rho,(3)$	0.112	0.126	0.278	0.222	0.193	0.096
$\rho,(4)$	0.262	0.229	0.285	0.147	0.101	0.203
$\rho,(5)$	0.270	0.286	0.277	0.222	0.212	0.176
$\rho,(6)$	0.111	0.142	0.171	0.092	0.163	0.139
$\rho,(7)$	0.024	0.043	0.191	0.078	0.060	0.077
$\rho,(8)$	0.012	0.037	0.254	0.115	0.135	0.040
$\rho,(9)$	0.018	0.036	0.225	0.158	0.170	0.167
$\rho,(10)$	-0.016	0.006	0.103	0.122	0.009	0.015
$\rho,(15)$	-0.071	-0.046	0.090	0.075	-0.003	-0.015
$\rho,(20)$	-0.009	-0.020	-0.042	0.154	0.031	0.050
$\rho,(25)$	-0.042	-0.034	-0.026	0.027	-0.026	0.033
$\rho,(30)$	-0.027	-0.024	-0.058	-0.047	-0.034	-0.069
$\rho,(35)$	-0.021	0.003	-0.033	-0.034	-0.017	-0.022
$\rho,(40)$	-0.065	-0.050	-0.056	-0.116	-0.030	-0.005
$Q_{L-B}(5)$	98.415 (0.000)	98.304 (0.000)	125.90 (0.000)	104.43 (0.000)	45.078 (0.000)	41.609 (0.000)
$Q_{L-B}(10)$	102.65 (0.000)	105.98 (0.000)	185.96 (0.000)	125.62 (0.000)	69.430 (0.000)	58.819 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	109.31 (0.000)	115.01 (0.000)	207.00 (0.000)	185.66 (0.000)	86.681 (0.000)	71.357 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	121.95 (0.000)	126.65 (0.000)	234.92 (0.000)	208.42 (0.000)	93.918 (0.000)	77.708 (0.000)

Análisis de la 7ª Submuestra que abarca desde el 3-8-1993 hasta el 21-4-1997 (971 Observaciones).

**Tabla 2.49:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
Media	2.03E-05	6.14E-05	-3.53E-05	0.000115	2.08E-05	-0.000173
Mediana	-1.27E-05	0.000000	0.000000	0.000156	0.000000	-0.000249
Máximo	0.029079	0.020902	0.025887	0.022983	0.026605	0.031283
Mínimo	-0.020145	-0.012989	-0.026903	-0.018082	-0.024960	-0.031968
Des. STD.	0.003315	0.002796	0.004450	0.004494	0.005366	0.005928
Asimetría	0.454485	0.494151	-0.056742	-0.057758	-0.141504	0.010835
Curtosis	14.98634	9.582084	8.350775	4.711498	5.412842	5.447954
Jarque-Bera	5840.152	1790.482	1157.682	118.9288	238.5351	242.2150
Probabil.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.50:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
$\rho_1$	0.086	0.007	0.009	-0.002	0.002	0.062
$\rho_2$	-0.045	0.023	-0.102	0.018	0.028	0.008
$\rho_3$	-0.002	0.018	0.012	-0.007	-0.007	-0.070
$\rho_4$	-0.005	-0.004	0.052	-0.040	0.049	0.038
$\rho_5$	-0.058	-0.056	-0.024	-0.030	-0.004	0.001
$\rho_6$	-0.027	0.027	-0.037	0.009	-0.022	0.002
$\rho_7$	-0.085	-0.067	-0.040	-0.051	-0.029	-0.055
$\rho_8$	0.016	0.057	0.028	-0.026	-0.024	-0.005
$\rho_9$	0.027	0.062	-0.042	-0.014	-0.068	0.038
$\rho_{10}$	-0.003	-0.029	0.070	-0.017	0.036	0.051
$\rho_{15}$	0.030	0.014	-0.020	0.001	0.016	0.022
$\rho_{20}$	-0.010	0.024	-0.043	0.053	0.020	0.019
$\rho_{25}$	0.006	-0.018	-0.051	-0.010	-0.001	-0.002
$\rho_{30}$	-0.027	-0.014	-0.103	-0.021	-0.012	-0.024
$\rho_{35}$	-0.036	-0.037	0.024	0.043	0.019	0.010
$\rho_{40}$	0.041	-0.007	0.001	0.073	0.036	0.021
$Q_{L-B}(5)$	12.496 (0.029)	3.9579 (0.555)	13.437 (0.020)	2.7769 (0.734)	3.1495 (0.677)	9.8677 (0.079)
$Q_{L-B}(10)$	21.262 (0.019)	16.807 (0.079)	23.704 (0.008)	6.4904 (0.773)	10.871 (0.368)	16.860 (0.078)
$Q_{L-B}(25)$	41.600 (0.020)	40.168 (0.028)	80.656 (0.000)	30.902 (0.192)	23.965 (0.521)	23.195 (0.566)
$Q_{L-B}(40)$	74.553 (0.001)	61.552 (0.016)	112.09 (0.000)	53.149 (0.080)	49.137 (0.152)	40.293 (0.457)

**Tabla 2.51:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DM <sup>2</sup>	FF <sup>2</sup>	LIT <sup>2</sup>	STG <sup>2</sup>	USD <sup>2</sup>	YEN <sup>2</sup>
Media	1.10E-05	7.82E-06	1.98E-05	2.02E-05	2.88E-05	3.51E-05
Mediana	1.72E-06	1.66E-06	4.19E-06	6.75E-06	8.02E-06	1.14E-05
Máximo	0.000846	0.000437	0.000724	0.000528	0.000708	0.001022
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Des. STD.	4.11E-05	2.30E-05	5.37E-05	3.89E-05	6.05E-05	7.41E-05
Asimetría	12.04479	10.06172	7.726838	5.187117	5.515433	6.553504
Curtosis	203.3095	154.0520	85.25874	45.72780	45.92883	68.69244
Jarque-Bera	1645129.	938542.5	283131.5	78137.12	79401.15	181361.3
Probabil.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.52:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DM <sup>2</sup>	FF <sup>2</sup>	LIT <sup>2</sup>	STG <sup>2</sup>	USD <sup>2</sup>	YEN <sup>2</sup>
$\rho,(1)$	0.179	0.151	0.079	0.031	0.113	0.184
$\rho,(2)$	0.144	0.218	0.344	0.112	0.021	0.138
$\rho,(3)$	0.041	0.076	0.106	0.165	0.051	0.139
$\rho,(4)$	0.089	0.133	0.170	0.075	0.116	0.083
$\rho,(5)$	0.073	0.089	0.074	0.162	0.155	0.127
$\rho,(6)$	0.145	0.082	0.084	0.087	0.106	0.114
$\rho,(7)$	0.174	0.125	0.043	0.067	0.031	0.182
$\rho,(8)$	0.125	0.078	0.049	0.042	0.040	0.117
$\rho,(9)$	0.105	0.116	0.086	0.133	0.160	0.153
$\rho,(10)$	0.137	0.091	0.141	0.072	0.121	0.103
$\rho,(15)$	0.055	0.045	0.053	0.096	0.085	0.079
$\rho,(20)$	0.052	0.033	0.047	0.037	0.061	0.117
$\rho,(25)$	0.071	0.064	0.067	0.076	0.017	0.054
$\rho,(30)$	0.019	0.014	0.056	0.029	0.090	0.033
$\rho,(35)$	0.018	0.047	0.069	0.031	0.053	0.078
$\rho,(40)$	0.020	0.036	0.074	0.042	0.041	0.041
$Q_{L-B}(5)$	65.986 (0.000)	99.960 (0.000)	166.27 (0.000)	70.928 (0.000)	52.101 (0.000)	92.752 (0.000)
$Q_{L-B}(10)$	160.53 (0.000)	148.23 (0.000)	204.25 (0.000)	107.00 (0.000)	105.12 (0.000)	184.72 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	310.04 (0.000)	223.76 (0.000)	341.59 (0.000)	167.57 (0.000)	141.80 (0.000)	319.93 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	351.27 (0.000)	265.60 (0.000)	391.26 (0.000)	185.85 (0.000)	172.16 (0.000)	356.13 (0.000)

**Tabla 2.53:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.002093	0.001879	0.003031	0.003374	0.003891	0.004414
Mediana	0.001312	0.001289	0.002047	0.002598	0.002831	0.003380
Máximo	0.029079	0.020902	0.026903	0.022983	0.026605	0.031968
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Des. STD.	0.002570	0.002071	0.003257	0.002969	0.003693	0.003958
Asimetría	3.669517	2.801562	2.596736	1.730786	1.878743	1.984275
Curtosis	25.14661	16.20565	13.50120	7.434717	8.309790	9.564770
Jarque-Bera	22000.15	8317.107	5547.083	1279.155	1710.133	2378.343
Probabil.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.54:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
$\rho_s(1)$	0.301	0.226	0.129	0.070	0.146	0.155
$\rho_s(2)$	0.257	0.225	0.253	0.145	0.064	0.147
$\rho_s(3)$	0.177	0.179	0.166	0.116	0.093	0.176
$\rho_s(4)$	0.234	0.201	0.192	0.098	0.132	0.126
$\rho_s(5)$	0.213	0.166	0.134	0.192	0.185	0.166
$\rho_s(6)$	0.220	0.147	0.148	0.110	0.155	0.112
$\rho_s(7)$	0.269	0.174	0.123	0.092	0.080	0.181
$\rho_s(8)$	0.241	0.176	0.111	0.074	0.092	0.146
$\rho_s(9)$	0.236	0.179	0.135	0.155	0.150	0.135
$\rho_s(10)$	0.264	0.168	0.165	0.082	0.117	0.125
$\rho_s(15)$	0.169	0.122	0.114	0.054	0.091	0.111
$\rho_s(20)$	0.141	0.077	0.121	0.039	0.096	0.127
$\rho_s(25)$	0.157	0.082	0.116	0.079	0.035	0.026
$\rho_s(30)$	0.089	0.075	0.072	0.051	0.066	0.058
$\rho_s(35)$	0.106	0.109	0.119	0.066	0.076	0.072
$\rho_s(40)$	0.103	0.100	0.076	0.039	0.065	0.014
$Q_{L-B}(5)$	280.98 (0.000)	196.51 (0.000)	159.17 (0.000)	83.411 (0.000)	83.721 (0.000)	117.06 (0.000)
$Q_{L-B}(10)$	579.07 (0.000)	336.71 (0.000)	251.65 (0.000)	139.35 (0.000)	157.52 (0.000)	215.74 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	1003.7 (0.000)	539.62 (0.000)	433.00 (0.000)	219.69 (0.000)	228.33 (0.000)	367.19 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	1236.9 (0.000)	691.92 (0.000)	550.31 (0.000)	266.13 (0.000)	270.49 (0.000)	417.20 (0.000)

Análisis de la 8ª Submuestra que abarca desde el 3-8-1993 hasta el 3-3-1995 (415 Observaciones).

**Tabla 2.55:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.000163	0.000153	-0.000352	-6.13E-05	-0.000271	-2.32E-05
Mediana	0.000129	6.20E-05	-0.000149	0.000000	-0.000286	0.000000
Máximo	0.020971	0.016789	0.016005	0.012334	0.016839	0.031283
Mínimo	-0.020145	-0.011794	-0.026424	-0.016113	-0.024786	-0.031968
Des. STD.	0.003576	0.003071	0.004266	0.004229	0.005617	0.006431
Asimetría	-0.016248	0.356053	-0.371950	-0.285627	-0.298050	-0.110627
Curtosis	9.039820	6.570607	7.368910	3.874373	4.488013	5.910035
Jarque-Bera	629.2883	228.6717	338.8031	18.81733	44.32420	146.9227
Probabil.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000082	0.000000	0.000000

**Tabla 2.56:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
$\rho,(1)$	0.055	-0.027	-0.005	0.020	0.020	0.084
$\rho,(2)$	-0.055	0.012	-0.018	-0.050	0.054	-0.013
$\rho,(3)$	-0.032	0.044	-0.039	-0.001	-0.030	-0.096
$\rho,(4)$	-0.003	-0.027	0.026	0.017	0.085	0.012
$\rho,(5)$	0.004	-0.038	-0.059	-0.041	-0.017	-0.032
$\rho,(6)$	-0.018	0.062	0.042	0.054	-0.038	-0.036
$\rho,(7)$	-0.182	-0.139	-0.034	-0.013	-0.092	-0.123
$\rho,(8)$	0.017	0.060	0.085	0.005	-0.016	0.020
$\rho,(9)$	0.034	0.104	0.034	0.007	-0.031	-0.004
$\rho,(10)$	-0.039	-0.090	-0.029	0.004	0.071	0.029
$\rho,(15)$	0.032	0.047	-0.043	-0.002	0.072	0.025
$\rho,(20)$	-0.008	0.033	0.059	0.054	0.093	-0.028
$\rho,(25)$	0.030	0.026	-0.106	0.033	0.060	-0.034
$\rho,(30)$	-0.050	-0.047	-0.112	-0.060	0.052	-0.059
$\rho,(35)$	-0.011	-0.010	0.007	0.056	-0.040	-0.005
$\rho,(40)$	0.015	-0.019	0.019	0.072	0.019	0.037
$Q_{L-B}(5)$	2.9554 (0.707)	2.0853 (0.837)	2.5487 (0.769)	2.0686 (0.840)	4.9180 (0.426)	7.3614 (0.195)
$Q_{L-B}(10)$	18.385 (0.049)	21.380 (0.019)	7.6503 (0.663)	3.4157 (0.970)	11.777 (0.300)	14.831 (0.138)
$Q_{L-B}(25)$	37.348 (0.053)	41.872 (0.019)	27.157 (0.348)	22.765 (0.591)	30.112 (0.220)	22.261 (0.621)
$Q_{L-B}(40)$	49.391 (0.147)	55.490 (0.053)	43.538 (0.323)	43.018 (0.343)	48.910 (0.158)	32.849 (0.781)

**Tabla 2.57:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DM <sup>2</sup>	FF <sup>2</sup>	LIT <sup>2</sup>	STG <sup>2</sup>	USD <sup>2</sup>	YEN <sup>2</sup>
Media	1.28E-05	9.43E-06	1.83E-05	1.78E-05	3.15E-05	4.13E-05
Mediana	2.78E-06	2.45E-06	3.96E-06	6.73E-06	1.03E-05	1.18E-05
Máximo	0.000440	0.000282	0.000698	0.000260	0.000614	0.001022
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Des. STD.	3.63E-05	2.24E-05	4.65E-05	3.04E-05	5.95E-05	9.17E-05
Asimetría	8.010051	6.333922	8.788082	3.878849	4.490064	6.586435
Curtosis	83.72074	61.64625	115.5053	23.26004	32.25627	61.98486
Jarque-Bera	116825.3	62097.54	223669.8	8118.731	16155.87	63009.73
Probabil.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.58:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DM <sup>2</sup>	FF <sup>2</sup>	LIT <sup>2</sup>	STG <sup>2</sup>	USD <sup>2</sup>	YEN <sup>2</sup>
$\rho_1(1)$	0.046	0.137	0.127	0.021	0.127	0.192
$\rho_1(2)$	0.229	0.294	0.275	0.064	0.038	0.159
$\rho_1(3)$	0.060	0.095	0.102	0.183	0.023	0.138
$\rho_1(4)$	0.080	0.144	0.158	0.028	0.109	0.052
$\rho_1(5)$	0.026	0.153	0.068	0.152	0.149	0.140
$\rho_1(6)$	0.057	0.089	0.011	-0.014	0.097	0.102
$\rho_1(7)$	0.360	0.194	0.033	0.143	0.067	0.200
$\rho_1(8)$	0.073	0.047	0.017	0.081	0.052	0.122
$\rho_1(9)$	0.205	0.199	0.037	0.190	0.086	0.198
$\rho_1(10)$	0.165	0.117	0.005	0.085	0.175	0.094
$\rho_1(15)$	0.009	0.021	0.009	0.051	0.084	0.108
$\rho_1(20)$	0.042	0.032	0.017	0.052	0.023	0.144
$\rho_1(25)$	0.067	0.024	0.046	0.045	-0.006	0.025
$\rho_1(30)$	0.006	0.027	0.035	0.086	-0.006	0.023
$\rho_1(35)$	0.031	0.052	-0.004	0.021	0.009	0.064
$\rho_1(40)$	0.005	0.012	-0.001	0.052	-0.015	0.055
$Q_{L-B}(5)$	27.361 (0.000)	66.181 (0.000)	55.071 (0.000)	26.036 (0.000)	21.939 (0.001)	43.409 (0.000)
$Q_{L-B}(10)$	115.51 (0.000)	109.02 (0.000)	56.313 (0.000)	55.909 (0.000)	45.061 (0.000)	91.560 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	153.46 (0.000)	122.57 (0.000)	59.493 (0.000)	92.379 (0.000)	56.890 (0.000)	168.52 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	164.45 (0.000)	134.08 (0.000)	65.940 (0.006)	104.78 (0.000)	62.707 (0.012)	178.01 (0.000)

**Tabla 2.59:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.002468	0.002158	0.002995	0.003240	0.004160	0.004705
Mediana	0.001669	0.001564	0.001990	0.002594	0.003216	0.003429
Máximo	0.020971	0.016789	0.026424	0.016113	0.024786	0.031968
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Des. STD.	0.002591	0.002188	0.003055	0.002715	0.003778	0.004378
Asimetría	2.833663	2.225484	2.351214	1.407307	1.595719	2.090814
Curtosis	15.79072	10.27149	12.74248	5.628544	6.495957	10.27180
Jarque-Bera	3376.188	1253.827	2018.747	255.8398	386.5207	1213.797
Probabil.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.60:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
$\rho,(1)$	0.150	0.168	0.141	0.060	0.142	0.206
$\rho,(2)$	0.271	0.217	0.231	0.084	0.044	0.175
$\rho,(3)$	0.160	0.132	0.137	0.156	0.062	0.200
$\rho,(4)$	0.186	0.163	0.137	0.080	0.130	0.126
$\rho,(5)$	0.127	0.184	0.093	0.127	0.168	0.193
$\rho,(6)$	0.118	0.096	0.005	0.010	0.123	0.160
$\rho,(7)$	0.259	0.131	0.077	0.121	0.077	0.210
$\rho,(8)$	0.146	0.092	0.021	0.033	0.064	0.158
$\rho,(9)$	0.219	0.174	0.087	0.169	0.094	0.178
$\rho,(10)$	0.208	0.150	0.005	0.098	0.105	0.142
$\rho,(15)$	0.029	0.047	0.029	0.016	0.061	0.200
$\rho,(20)$	0.056	0.029	0.045	0.016	0.056	0.152
$\rho,(25)$	0.118	0.081	0.083	0.075	-0.004	0.006
$\rho,(30)$	0.044	0.072	0.019	0.100	-0.010	0.059
$\rho,(35)$	0.103	0.133	0.014	0.063	0.017	0.089
$\rho,(40)$	0.056	0.081	-0.002	0.052	0.009	0.019
$Q_{L-B}(5)$	71.987 (0.000)	64.136 (0.000)	49.895 (0.000)	24.095 (0.000)	29.874 (0.000)	69.626 (0.000)
$Q_{L-B}(10)$	154.06 (0.000)	101.32 (0.000)	55.820 (0.000)	46.959 (0.000)	48.849 (0.000)	131.69 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	211.80 (0.000)	138.05 (0.000)	70.922 (0.000)	73.604 (0.000)	59.484 (0.000)	249.64 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	238.61 (0.000)	189.25 (0.000)	89.850 (0.000)	99.281 (0.000)	68.959 (0.003)	269.97 (0.000)

Análisis de la 9ª Submuestra que abarca desde el 7-3-1995 hasta el 21-4-1997 (556 Observaciones).

**Tabla 2.61:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
Media	-0.000139	-4.44E-05	0.000186	0.000214	0.000225	-0.000324
Mediana	-0.000129	-2.93E-05	0.000165	0.000336	0.000168	-0.000489
Máximo	0.013356	0.009103	0.025887	0.022983	0.026605	0.021719
Mínimo	-0.018179	-0.012989	-0.026903	-0.018082	-0.024960	-0.019582
Des. STD.	0.002850	0.002418	0.004563	0.004625	0.005160	0.005452
Asimetría	-0.647529	-0.367482	0.114503	-0.026232	0.033441	0.040649
Curtosis	11.59039	7.111813	8.875090	4.900922	6.267505	4.328034
Jarque-Bera	1745.289	403.4660	799.4109	83.62590	246.9996	40.93781
Probabil.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.62:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
$\rho,(1)$	0.027	-0.011	0.016	-0.020	-0.012	0.005
$\rho,(2)$	-0.125	-0.045	-0.146	0.051	0.007	-0.005
$\rho,(3)$	0.019	-0.018	0.028	-0.001	0.002	-0.065
$\rho,(4)$	0.075	0.074	0.052	-0.049	0.014	0.059
$\rho,(5)$	-0.171	-0.071	0.025	-0.019	0.025	0.025
$\rho,(6)$	-0.010	0.040	-0.080	-0.007	-0.019	0.053
$\rho,(7)$	-0.002	0.008	-0.049	-0.074	0.022	0.007
$\rho,(8)$	-0.048	0.037	-0.012	-0.048	-0.039	-0.035
$\rho,(9)$	-0.039	-0.017	-0.069	-0.030	-0.092	0.063
$\rho,(10)$	0.010	0.021	0.098	-0.028	-0.005	0.063
$\rho,(15)$	0.051	0.008	-0.019	0.010	-0.026	0.037
$\rho,(20)$	0.025	0.021	-0.073	0.047	-0.084	0.042
$\rho,(25)$	-0.013	-0.038	-0.055	-0.035	-0.069	-0.013
$\rho,(30)$	-0.003	0.015	-0.110	0.012	-0.033	0.003
$\rho,(35)$	0.020	-0.018	0.011	0.054	0.077	0.083
$\rho,(40)$	0.022	0.018	-0.028	0.056	0.038	-0.040
$Q_{L-B}(5)$	28.935 (0.000)	7.2943 (0.200)	14.323 (0.014)	3.2433 (0.663)	0.5608 (0.990)	4.6852 (0.455)
$Q_{L-B}(10)$	31.183 (0.001)	9.4516 (0.490)	27.436 (0.002)	8.6454 (0.566)	6.7112 (0.752)	11.503 (0.320)
$Q_{L-B}(25)$	76.658 (0.000)	34.531 (0.097)	55.302 (0.000)	27.318 (0.340)	25.534 (0.433)	20.825 (0.702)
$Q_{L-B}(40)$	103.82 (0.000)	48.737 (0.162)	86.490 (0.000)	37.458 (0.585)	43.051 (0.342)	40.892 (0.431)



Tabla 2.63: Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DM <sup>2</sup>	FF <sup>2</sup>	LIT <sup>2</sup>	STG <sup>2</sup>	USD <sup>2</sup>	YEN <sup>2</sup>
Media	8.13E-06	5.84E-06	2.08E-05	2.14E-05	2.66E-05	2.98E-05
Mediana	1.13E-06	1.15E-06	4.26E-06	6.75E-06	6.81E-06	1.13E-05
Máximo	0.000330	0.000169	0.000724	0.000528	0.000708	0.000472
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Des. STD.	2.66E-05	1.45E-05	5.85E-05	4.23E-05	6.12E-05	5.43E-05
Asimetría	6.936377	5.565544	7.135615	5.316183	6.240188	4.180282
Curtosis	63.35995	45.45331	71.20417	47.65957	55.39952	25.15897
Jarque-Bera	88702.34	44543.03	112282.9	48736.51	67096.48	12971.26
Probabil.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabla 2.64: Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, elevadas al cuadrado.

	DM <sup>2</sup>	FF <sup>2</sup>	LIT <sup>2</sup>	STG <sup>2</sup>	USD <sup>2</sup>	YEN <sup>2</sup>
$\rho,(1)$	0.317	0.216	0.051	0.028	0.097	0.083
$\rho,(2)$	0.099	0.095	0.373	0.097	0.006	0.061
$\rho,(3)$	0.065	0.135	0.101	0.181	0.071	0.129
$\rho,(4)$	0.083	0.162	0.171	0.070	0.120	0.149
$\rho,(5)$	0.187	0.126	0.060	0.170	0.140	0.094
$\rho,(6)$	0.248	0.125	0.092	0.116	0.111	0.095
$\rho,(7)$	0.189	0.192	0.046	0.040	0.006	0.170
$\rho,(8)$	0.174	0.182	0.052	0.030	0.018	0.091
$\rho,(9)$	0.130	0.148	0.100	0.122	0.206	0.080
$\rho,(10)$	0.188	0.105	0.113	0.083	0.085	0.138
$\rho,(15)$	0.227	0.170	0.045	0.130	0.089	-0.009
$\rho,(20)$	0.077	0.087	0.050	0.037	0.052	0.059
$\rho,(25)$	0.064	0.029	0.061	0.090	0.018	0.016
$\rho,(30)$	0.062	0.019	0.081	0.010	0.159	0.077
$\rho,(35)$	0.036	0.094	0.117	0.034	0.083	0.089
$\rho,(40)$	0.062	0.051	0.105	0.035	0.087	0.023
$Q_{L-B}(5)$	87.393 (0.000)	64.909 (0.000)	103.22 (0.000)	43.107 (0.000)	27.243 (0.000)	32.662 (0.000)
$Q_{L-B}(10)$	188.88 (0.000)	132.00 (0.000)	123.67 (0.000)	64.346 (0.000)	62.684 (0.000)	73.236 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	389.69 (0.000)	266.82 (0.000)	140.80 (0.000)	111.06 (0.000)	90.112 (0.000)	150.55 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	480.08 (0.000)	308.13 (0.000)	200.46 (0.000)	125.96 (0.000)	137.16 (0.000)	198.87 (0.000)

**Tabla 2.65:** Estadísticos descriptivos de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
Media	0.001765	0.001636	0.003049	0.003448	0.003684	0.004165
Mediana	0.001065	0.001071	0.002063	0.002598	0.002609	0.003363
Máximo	0.018179	0.012989	0.026903	0.022983	0.026605	0.021719
Mínimo	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Des. STD.	0.002241	0.001780	0.003398	0.003086	0.003617	0.003528
Asimetría	3.204022	2.319116	2.722364	1.795861	2.129059	1.636494
Curtosis	16.49301	10.02647	13.70662	7.677870	10.05924	6.703560
Jarque-Bera	5159.749	1639.202	3336.399	804.3555	1571.676	564.9161
Probabil.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabla 2.66:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DM	FF	LIT	STG	USD	YEN
$\rho_1$	0.384	0.255	0.110	0.064	0.137	0.056
$\rho_2$	0.214	0.161	0.256	0.154	0.069	0.086
$\rho_3$	0.181	0.223	0.172	0.104	0.112	0.139
$\rho_4$	0.240	0.196	0.220	0.085	0.125	0.120
$\rho_5$	0.252	0.160	0.139	0.222	0.179	0.128
$\rho_6$	0.233	0.181	0.203	0.154	0.174	0.036
$\rho_7$	0.272	0.223	0.141	0.073	0.075	0.165
$\rho_8$	0.231	0.230	0.143	0.095	0.094	0.123
$\rho_9$	0.244	0.192	0.150	0.146	0.181	0.096
$\rho_{10}$	0.255	0.140	0.187	0.083	0.122	0.120
$\rho_{15}$	0.301	0.200	0.132	0.083	0.114	-0.008
$\rho_{20}$	0.139	0.110	0.134	0.053	0.101	0.084
$\rho_{25}$	0.115	0.023	0.116	0.068	0.036	0.022
$\rho_{30}$	0.081	0.078	0.118	0.031	0.118	0.069
$\rho_{35}$	0.078	0.075	0.184	0.063	0.110	0.049
$\rho_{40}$	0.123	0.067	0.105	0.044	0.115	0.015
$Q_{L-B}(5)$	194.57 (0.000)	114.61 (0.000)	98.225 (0.000)	53.373 (0.000)	46.829 (0.000)	33.914 (0.000)
$Q_{L-B}(10)$	367.72 (0.000)	222.81 (0.000)	176.86 (0.000)	90.714 (0.000)	98.909 (0.000)	71.967 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	715.86 (0.000)	384.19 (0.000)	280.20 (0.000)	160.63 (0.000)	166.28 (0.000)	129.06 (0.000)
$Q_{L-B}(40)$	846.48 (0.000)	454.79 (0.000)	412.19 (0.000)	203.21 (0.000)	235.33 (0.000)	168.64 (0.000)

1ª Submuestra (corregida) que abarca desde el 25-4-1972 hasta el 12-3-1979 (1795 Observaciones).

**Tabla 2.67:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho(1)$	-0.076	-0.112	0.032	-0.028	-0.139	-0.047
$\rho(2)$	-0.049	-0.027	-0.019	0.013	-0.058	-0.033
$\rho(3)$	0.057	-0.011	-0.025	0.017	0.002	0.033
$\rho(4)$	0.027	0.091	-0.071	0.030	0.032	0.039
$\rho(5)$	-0.027	-0.092	-0.012	0.009	0.011	-0.003
$Q_{L-B}(10)$	39.19 (0.000)	93.39 (0.000)	15.29 (0.122)	27.62 (0.002)	48.73 (0.000)	16.30 (0.091)
$Q_{L-B}(25)$	52.50 (0.000)	149.09 (0.000)	38.74 (0.039)	39.34 (0.034)	74.18 (0.000)	47.90 (0.004)

**Tabla 2.68:** Coeficientes de autocorrelación de las series diferencias logarítmicas de los tipos de cambio, en valor absoluto.

	DMK	FFR	LIT	STG	USD	YEN
$\rho(1)$	0.232	0.287	0.465	0.234	0.308	0.294
$\rho(2)$	0.263	0.272	0.306	0.167	0.223	0.229
$\rho(3)$	0.209	0.192	0.233	0.157	0.105	0.201
$\rho(4)$	0.145	0.163	0.206	0.138	0.080	0.156
$\rho(5)$	0.168	0.167	0.199	0.122	0.098	0.138
$Q_{L-B}(10)$	611.57 (0.000)	712.40 (0.000)	1091.1 (0.000)	359.44 (0.000)	383.45 (0.000)	460.34 (0.000)
$Q_{L-B}(25)$	864.71 (0.000)	1103.7 (0.000)	1928.8 (0.000)	499.39 (0.000)	476.43 (0.000)	568.66 (0.000)

**TABLA 2.69: MARCO ALEMÁN**

1er. período: 24/4/72-12/3/79

	nobs	ecm	ratio	orden	eam	ratio	orden	epam	ratio	orden	eme	ratio	orden	emd	ratio	orden	e/d
arch	1526	9,63	2,75	5	3,33	1,11	5	917	0,81	1	1,42	0,95	3	3,29	1,03	5	341/1185
garch	1527	3,72	1,06	3	3,17	1,06	4	4050	3,57	5	1,38	0,92	1	3,28	1,02	4	358/1169
egarch	1515	3,39	0,97	1	2,97	0,99	1	1894	1,67	3	1,44	0,96	4	3,09	0,96	1	367/1148
gjr	1501	3,88	1,11	4	3,08	1,03	3	2883	2,54	4	1,41	0,94	2	3,14	0,98	2	364/1137
histórica	1527	3,51	1,00	2	3,00	1,00	2	1136	1,00	2	1,50	1,00	5	3,21	1,00	3	342/1185

2° período: 13/3/79-18/6/89

	nobs	ecm	ratio	orden	eam	ratio	orden	epam	ratio	orden	eme	ratio	orden	emd	ratio	orden	e/d
arch	2410	1,51	1,00	5	1,74	0,97	4	2320	0,78	4	1,21	1,04	2	2,35	0,92	4	635/1775
garch	2408	1,46	0,97	2	1,70	0,95	1	2265	0,76	3	1,23	1,06	4	2,27	0,89	1	666/1742
egarch	2408	1,50	1,00	3	1,72	0,96	2	2183	0,73	1	1,24	1,07	5	2,27	0,89	2	663/1745
gjr	2394	1,43	0,95	1	1,73	0,97	3	2221	0,75	2	1,22	1,05	3	2,31	0,91	3	657/1736
histórica	2410	1,51	1,00	4	1,79	1,00	5	2981	1,00	5	1,16	1,00	1	2,55	1,00	5	572/1838

3er. período: 19/6/89-21/4/97

	nobs	ecm	ratio	orden	eam	ratio	orden	epam	ratio	orden	eme	ratio	orden	emd	ratio	orden	e/d
arch	1755	2,63	1,34	4	1,79	1,07	5	4148	0,41	1	0,89	0,95	1	2,41	0,99	4	361/1394
garch	1771	1,72	0,87	1	1,54	0,92	2	5554	0,55	3	0,94	1,01	4	2,13	0,88	3	399/1372
egarch	1771	6,78	3,44	5	1,71	1,03	4	4737	0,47	2	1,04	1,11	5	1,98	0,82	2	444/1725
gjr	1727	2,27	1,15	3	1,43	0,86	1	5874	0,58	4	0,94	1,00	2	1,96	0,81	1	416/1311
histórica	1774	1,97	1,00	2	1,67	1,00	3	10051	1,00	5	0,94	1,00	3	2,42	1,00	5	350/1424

En la primera columna (*nobs*) se muestra el número de predicciones efectuadas para cada uno de los modelos. Las columnas segunda, quinta, octava, decimoprimer y decimocuarta recogen el error cuadrático medio (*ecm*), el error absoluto medio (*eam*), el error porcentual absoluto medio (*epam*), el error medio por exceso (*eme*) y el error medio por defecto (*emd*) de las predicciones multiplicados por  $10^9$ ,  $10^5$ ,  $10^0$ ,  $10^3$  y  $10^3$ , respectivamente. Las columnas tercera, sexta, novena, decimosegunda y decimoquinta muestran el cociente entre los errores respectivos y el error del modelo homocedástico. Las columnas cuarta, séptima, décima, decimotercera y decimosexta señalan el orden creciente respecto de estos ratios. La última columna recoge el número de veces que el modelo predice un nivel de volatilidad superior al realizado y el número de veces que predice una volatilidad inferior a la real.

TABLA 2.70: FRANCO FRANCÉS

1er. período: 24/4/72-12/3/79

	<i>nobs</i>	<i>ecm</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>epam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eme</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>emd</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>e/d</i>
<i>arch</i>	1527	4,55	1,20	5	3,13	1,03	5	199	0,90	4	1,32	0,95	1	3,25	0,99	4	309/1218
<i>garch</i>	1522	3,66	0,97	3	2,94	0,97	3	134	0,60	3	1,35	0,97	2	3,07	0,93	3	341/1181
<i>egarch</i>	1527	3,51	0,93	1	2,80	0,92	1	101	0,45	1	1,41	1,01	3	2,90	0,88	1	349/1178
<i>gjr</i>	1516	3,52	0,93	2	2,82	0,93	2	128	0,58	2	1,39	1,00	5	2,93	0,89	2	340/1176
<i>histórica</i>	1527	3,78	1,00	4	3,03	1,00	4	222	1,00	5	1,39	1,00	4	3,29	1,00	5	306/1221

2º período: 13/3/79-18/6/89

	<i>nobs</i>	<i>ecm</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>epam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eme</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>emd</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>e/d</i>
<i>arch</i>	2410	1,76	1,02	5	1,82	0,95	3	28,2	0,92	4	1,30	1,05	4	2,32	0,91	3	663/1747
<i>garch</i>	2399	1,61	0,93	1	1,78	0,93	2	26,2	0,86	1	1,27	1,03	3	2,28	0,89	2	675/1724
<i>egarch</i>	2400	1,69	0,98	3	1,77	0,92	1	26,8	0,88	2	1,31	1,07	5	2,21	0,87	1	693/1707
<i>gjr</i>	2360	1,65	0,95	2	1,83	0,95	4	27	0,88	3	1,25	1,01	2	2,34	0,91	4	664/1696
<i>histórica</i>	2410	1,73	1,00	4	1,92	1,00	5	30,6	1,00	5	1,23	1,00	1	2,56	1,00	5	596/1814

3er. período: 19/6/89-21/4/97

	<i>nobs</i>	<i>ecm</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>epam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eme</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>emd</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>e/d</i>
<i>arch</i>	1756	1,53	0,97	4	1,35	0,96	4	514	0,74	1	0,84	0,97	1	2,09	0,95	4	390/1366
<i>garch</i>	1773	1,42	0,90	3	1,32	0,94	3	558	0,80	2	0,88	1,02	3	1,96	0,89	3	428/1345
<i>egarch</i>	1773	1,39	0,88	2	1,28	0,91	2	636	0,91	4	0,91	1,05	5	1,90	0,86	2	426/1347
<i>gjr</i>	1729	1,37	0,87	1	1,25	0,89	1	587	0,84	3	0,88	1,02	4	1,86	0,84	1	425/1304
<i>histórica</i>	1774	1,58	1,00	5	1,41	1,00	5	697	1,00	5	0,87	1,00	2	2,21	1,00	5	362/1412

En la primera columna (*nobs*) se muestra el número de predicciones efectuadas para cada uno de los modelos. Las columnas segunda, quinta, octava, decimoprimer y decimocuarta recogen el error cuadrático medio (*ecm*), el error absoluto medio (*eam*), el error porcentual absoluto medio (*epam*), el error medio por exceso (*eme*) y el error medio por defecto (*emd*) de las predicciones multiplicados por  $10^9$ ,  $10^5$ ,  $10^3$  ( $10^6$  3er. p),  $10^3$  y  $10^3$ , respectivamente. Las columnas tercera, sexta, novena, decimosegunda y decimoquinta muestran el cociente entre los errores respectivos y el error del modelo homocedástico. Las columnas cuarta, séptima, décima, decimotercera y decimosexta señalan el orden creciente respecto de estos ratios. La última columna recoge el número de veces que el modelo predice un nivel de volatilidad superior al realizado y el número de veces que predice una volatilidad inferior a la real.

**TABLA 2.71: LIRA ITALIANA**

**1er. período: 24/4/72-12/3/79**

	<i>nobs</i>	<i>ecm</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>epam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eme</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>emd</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>e/d</i>
<i>arch</i>	1527	42,82	7,42	4	5,65	1,61	5	1240	0,59	1	1,13	0,87	1	3,87	1,09	5	285/1242
<i>garch</i>	1525	16,96	2,94	3	4,00	1,14	3	9942	4,76	5	1,18	0,90	4	3,32	0,93	2	292/1233
<i>egarch</i>	1519	71,30	12,36	5	4,38	1,25	4	1850	0,89	3	1,17	0,90	3	3,39	0,95	3	290/1229
<i>gjr</i>	1506	12,30	2,13	2	3,60	1,03	2	1890	0,90	2	1,15	0,88	2	3,16	0,89	1	294/1214
<i>histórica</i>	1527	5,77	1,00	1	3,50	1,00	1	2090	1,00	4	1,30	1,00	5	3,57	1,00	4	252/1275

**2° período: 13/3/79-18/6/89**

	<i>nobs</i>	<i>ecm</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>epam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eme</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>emd</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>e/d</i>
<i>arch</i>	2397	1,81	0,93	2	1,76	0,92	1	899	0,80	3	1,20	1,03	3	2,35	0,90	3	598/1799
<i>garch</i>	2401	1,81	0,93	1	1,79	0,93	3	872	0,77	1	1,20	1,04	4	2,33	0,89	2	624/1777
<i>egarch</i>	2410	1,88	0,96	4	1,79	0,93	2	914	0,81	4	1,24	1,07	5	2,29	0,88	1	638/1772
<i>gjr</i>	2378	1,88	0,96	3	1,83	0,95	4	884	0,79	2	1,20	1,03	2	2,37	0,91	4	615/1763
<i>histórica</i>	2410	1,95	1,00	5	1,92	1,00	5	1126	1,00	5	1,16	1,00	1	2,61	1,00	5	557/1853

**3er. período: 19/6/89-21/4/97**

	<i>nobs</i>	<i>ecm</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>epam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eme</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>emd</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>e/d</i>
<i>arch</i>	1752	3,89	0,97	4	2,71	0,99	4	6,74	0,88	1	1,28	0,97	1	2,89	0,98	4	411/1341
<i>garch</i>	1771	3,62	0,90	3	2,60	0,95	3	7,4	0,96	2	1,35	1,02	5	2,68	0,91	2	471/1300
<i>egarch</i>	1771	3,39	0,84	2	2,54	0,93	2	8,25	1,08	5	1,32	1,00	4	2,74	0,93	3	437/1334
<i>gjr</i>	1744	3,36	0,84	1	2,52	0,92	1	8,09	1,05	4	1,31	0,99	2	2,66	0,90	1	449/1295
<i>histórica</i>	1774	4,02	1,00	5	2,74	1,00	5	7,67	1,00	3	1,32	1,00	3	2,95	1,00	5	400/1374

En la primera columna (*nobs*) se muestra el número de predicciones efectuadas para cada uno de los modelos. Las columnas segunda, quinta, octava, decimoprimer y decimocuarta recogen el error cuadrático medio (*ecm*), el error absoluto medio (*eam*), el error porcentual absoluto medio (*epam*), el error medio por exceso (*eme*) y el error medio por defecto (*emd*) de las predicciones multiplicados por  $10^9$ ,  $10^5$ ,  $10^3$  ( $10^6$  3er. p),  $10^3$  y  $10^3$ , respectivamente. Las columnas tercera, sexta, novena, decimosegunda y decimoquinta muestran el cociente entre los errores respectivos y el error del modelo homocedástico. Las columnas cuarta, séptima, décima, decimotercera y decimosexta señalan el orden creciente respecto de estos ratios. La última columna recoge el número de veces que el modelo predice un nivel de volatilidad superior al realizado y el número de veces que predice una volatilidad inferior a la real.

TABLA 2.72: LIBRA ESTERLINA

1er. período: 24/4/72-12/3/79

	<i>nobs</i>	<i>ecm</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>epam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eme</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>emd</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>e/d</i>
<i>arch</i>	1527	68,34	2,36	5	2,83	1,24	5	5,23	0,78	3	1,11	0,96	1	3,03	1,03	5	305/1222
<i>garch</i>	1521	40,18	1,39	3	2,40	1,05	3	4,99	0,75	2	1,20	1,04	5	2,76	0,93	3	316/1205
<i>egarch</i>	1506	56,39	1,95	4	2,41	1,05	4	5,40	0,81	4	1,18	1,01	4	2,61	0,88	2	334/1172
<i>gir</i>	1490	30,04	1,04	2	2,19	0,96	1	2,10	0,31	1	1,14	0,99	2	2,59	0,88	1	329/1161
<i>histórica</i>	1527	28,99	1,00	1	2,29	1,00	2	6,67	1,00	5	1,16	1,00	3	2,95	1,00	4	287/1240

2º período: 13/3/79-18/6/89

	<i>nobs</i>	<i>ecm</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>epam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eme</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>emd</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>e/d</i>
<i>arch</i>	2410	2,47	1,00	3	2,74	0,99	4	7,51	0,91	1	1,56	0,99	1	3,08	0,98	4	636/1774
<i>garch</i>	2409	2,46	1,00	1	2,69	0,97	1	13,55	1,64	4	1,58	1,01	4	2,96	0,94	1	657/1752
<i>egarch</i>	2410	2,54	1,03	4	2,72	0,99	2	13,50	1,63	3	1,59	1,02	5	2,99	0,95	3	658/1752
<i>gir</i>	2375	2,63	1,07	5	2,73	0,99	3	14,35	1,73	5	1,57	1,00	3	2,98	0,95	2	646/1729
<i>histórica</i>	2410	2,46	1,00	2	2,76	1,00	5	8,28	1,00	2	1,56	1,00	2	3,15	1,00	5	622/1788

3er. período: 19/6/89-21/4/97

	<i>nobs</i>	<i>ecm</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>epam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eme</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>emd</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>e/d</i>
<i>arch</i>	1774	4,99	1,32	5	3,01	1,10	5	5,10	0,91	4	1,40	0,96	2	3,05	1,04	5	440/1334
<i>garch</i>	1770	3,48	0,92	1	2,75	1,00	2	3,21	0,57	2	1,39	0,96	1	2,87	0,98	3	455/1315
<i>egarch</i>	1773	4,44	1,18	4	2,79	1,02	3	5,03	0,90	3	1,41	0,97	3	2,79	0,95	1	488/1285
<i>gir</i>	1773	3,73	0,99	2	2,82	1,03	4	3,16	0,56	1	1,43	0,99	4	2,85	0,97	2	480/1293
<i>histórica</i>	1774	3,77	1,00	3	2,74	1,00	1	5,60	1,00	5	1,45	1,00	5	2,93	1,00	4	437/1377

En la primera columna (*nobs*) se muestra el número de predicciones efectuadas para cada uno de los modelos. Las columnas segunda, quinta, octava, decimoprimer y decimocuarta recogen el error cuadrático medio (*ecm*), el error absoluto medio (*eam*), el error porcentual absoluto medio (*epam*), el error medio por exceso (*eme*) y el error medio por defecto (*emd*) de las predicciones multiplicados por  $10^9$ ,  $10^5$ ,  $10^7$  ( $10^8$  3er. p),  $10^3$  y  $10^3$ , respectivamente. Las columnas tercera, sexta, novena, decimosegunda y decimoquinta muestran el cociente entre los errores respectivos y el error del modelo homocedástico. Las columnas cuarta, séptima, décima, decimotercera y decimosexta señalan el orden creciente respecto de estos ratios. La última columna recoge el número de veces que el modelo predice un nivel de volatilidad superior al realizado y el número de veces que predice una volatilidad inferior a la real.

**TABLA 2.73: DÓLAR ESTADOUNIDENSE**

1er. período: 24/4/72-12/3/79

	<i>nobs</i>	<i>ecm</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>epam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eme</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>emd</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>e/d</i>
<i>arch</i>	1527	20,87	7,30	5	2,46	1,44	5	9,22	0,33	2	8,68	0,97	3	2,55	0,98	2	298/1229
<i>garch</i>	1527	9,79	3,42	4	2,39	1,40	4	11,55	0,41	4	8,31	0,93	1	2,66	1,03	5	286/1241
<i>egarch</i>	1520	7,62	2,66	2	2,15	1,26	2	7,32	0,26	1	8,84	0,99	4	2,48	0,96	1	304/1216
<i>gjr</i>	1527	7,96	2,78	3	2,29	1,34	3	11,47	0,41	3	8,48	0,95	2	2,63	1,01	4	289/1238
<i>histórica</i>	1527	2,86	1,00	1	1,71	1,00	1	28,24	1,00	5	8,94	1,00	5	2,60	1,00	3	264/1263

2º período: 13/3/79-18/6/89

	<i>nobs</i>	<i>ecm</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>epam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eme</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>emd</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>e/d</i>
<i>arch</i>	2409	7,54	1,21	5	4,79	1,05	5	1,44	0,84	1	2,18	0,99	4	3,91	1,03	4	672/1737
<i>garch</i>	2405	6,26	1,01	4	4,65	1,02	4	1,77	1,04	3	2,11	0,95	1	3,92	1,03	5	664/1741
<i>egarch</i>	2409	6,22	1,00	2	4,63	1,02	3	2,45	1,44	5	2,15	0,98	2	3,87	1,02	3	687/1722
<i>gjr</i>	2394	6,21	1,00	1	4,62	1,01	2	1,94	1,14	4	2,17	0,98	3	3,82	1,00	2	694/1700
<i>histórica</i>	2410	6,22	1,00	3	4,56	1,00	1	1,70	1,00	2	2,21	1,00	5	3,80	1,00	1	675/1735

3er. período: 19/6/89-21/4/97

	<i>nobs</i>	<i>ecm</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>epam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eme</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>emd</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>e/d</i>
<i>arch</i>	1774	8,26	0,98	4	5,02	0,99	4	63,31	0,87	4	2,13	1,00	1	4,07	0,98	4	455/1319
<i>garch</i>	1772	8,00	0,95	3	4,84	0,95	3	42,49	0,58	1	2,15	1,01	3	3,90	0,94	3	483/1319
<i>egarch</i>	1771	7,74	0,92	1	4,77	0,94	1	45,12	0,62	3	2,19	1,02	5	3,83	0,92	1	482/1289
<i>gjr</i>	1769	7,86	0,93	2	4,78	0,94	2	44,41	0,61	2	2,16	1,01	4	3,83	0,92	2	489/1280
<i>histórica</i>	1774	8,43	1,00	5	5,07	1,00	5	72,70	1,00	5	2,14	1,00	2	4,16	1,00	5	444/1330

En la primera columna (*nobs*) se muestra el número de predicciones efectuadas para cada uno de los modelos. Las columnas segunda, quinta, octava, decimoprimer y decimocuarta recogen el error cuadrático medio (*ecm*), el error absoluto medio (*eam*), el error porcentual absoluto medio (*epam*), el error medio por exceso (*eme*) y el error medio por defecto (*emd*) de las predicciones multiplicados por  $10^9$ ,  $10^5$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^3$  y  $10^3$ , respectivamente. Las columnas tercera, sexta, novena, decimosegunda y decimoquinta muestran el cociente entre los errores respectivos y el error del modelo homocedástico. Las columnas cuarta, séptima, décima, decimotercera y decimosexta señalan el orden creciente respecto de estos ratios. La última columna recoge el número de veces que el modelo predice un nivel de volatilidad superior al realizado y el número de veces que predice una volatilidad inferior a la real.



TABLA 2.74: YEN JAPONÉS

1er. período: 24/4/72-12/3/79

	<i>nobs</i>	<i>ecm</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>epam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eme</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>emd</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>e/d</i>
<i>arch</i>	1526	6,25	1,59	4	2,96	1,09	3	44,2	1,43	2	1,28	0,96	3	3,11	1,00	2	327/1199
<i>garch</i>	1527	5,88	1,50	3	3,26	1,20	4	66,8	2,16	3	1,25	0,93	2	3,28	1,05	5	332/1195
<i>egarch</i>	1524	5,30	1,35	2	2,85	1,05	2	120	3,88	4	1,34	1,00	4	2,90	0,93	1	355/1169
<i>gir</i>	1499	8,06	2,05	5	3,38	1,25	5	202	6,54	5	1,25	0,93	1	3,25	1,04	4	338/1161
<i>histórica</i>	1527	3,93	1,00	1	2,71	1,00	1	30,89	1,00	1	1,34	1,00	5	3,11	1,00	3	319/1208

2° período: 13/3/79-18/6/89

	<i>nobs</i>	<i>ecm</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>epam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eme</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>emd</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>e/d</i>
<i>arch</i>	2391	4,65	0,97	2	3,67	0,98	2	20,01	0,97	3	1,77	1,00	4	3,57	0,98	2	618/1773
<i>garch</i>	2378	4,34	0,90	1	3,59	0,96	1	19,46	0,95	1	1,76	1,00	2	3,51	0,96	1	640/1738
<i>egarch</i>	2410	5,04	1,05	5	3,78	1,01	5	20,07	0,98	4	1,81	1,02	5	3,58	0,98	3	640/1770
<i>gir</i>	2380	4,85	1,01	4	3,77	1,01	4	19,75	0,96	2	1,77	1,01	3	3,59	0,98	4	619/1761
<i>histórica</i>	2410	4,81	1,00	3	3,74	1,00	3	20,56	1,00	5	1,76	1,00	1	3,66	1,00	5	610/1800

3er. período: 19/6/89-21/4/97

	<i>nobs</i>	<i>ecm</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>epam</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>eme</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>emd</i>	<i>ratio</i>	<i>orden</i>	<i>e/d</i>
<i>arch</i>	1774	8,10	0,98	4	4,89	0,99	4	0,76	1,04	5	2,14	1,01	3	4,03	0,98	4	482/1292
<i>garch</i>	1773	7,72	0,94	3	4,84	0,98	3	0,71	0,97	3	2,11	1,00	1	4,00	0,98	3	486/1287
<i>egarch</i>	1772	7,71	0,94	2	4,73	0,95	2	0,71	0,97	2	2,21	1,05	5	3,80	0,93	1	513/1259
<i>gir</i>	1755	7,29	0,88	1	4,69	0,95	1	0,7	0,96	1	2,16	1,02	4	3,85	0,94	2	498/1257
<i>histórica</i>	1774	8,24	1,00	5	4,96	1,00	5	0,73	1,00	4	2,12	1,00	2	4,10	1,00	5	478/1296

En la primera columna (*nobs*) se muestra el número de predicciones efectuadas para cada uno de los modelos. Las columnas segunda, quinta, octava, decimoprimer y decimocuarta recogen el error cuadrático medio (*ecm*), el error absoluto medio (*eam*), el error porcentual absoluto medio (*epam*), el error medio por exceso (*eme*) y el error medio por defecto (*emd*) de las predicciones multiplicados por  $10^9$ ,  $10^5$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^3$  y  $10^3$ , respectivamente. Las columnas tercera, sexta, novena, decimosegunda y decimoquinta muestran el cociente entre los errores respectivos y el error del modelo homocedástico. Las columnas cuarta, séptima, décima, decimotercera y decimosexta señalan el orden creciente respecto de estos ratios. La última columna recoge el número de veces que el modelo predice un nivel de volatilidad superior al realizado y el número de veces que predice una volatilidad inferior a la real.

TABLA 2.75. MARCO ALEMÁN

1er. Período: 24/4/72-12/3/79

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
arch	1526	0,0000214 (0,0000021)	0,098 (0,056)	0,020	256,8 (0,00)	-2,87 (0,811)	0,884** (0,075)	0,083
garch	1527	0,0000092 (0,0000017)	0,486** (0,067)	0,098	57,73 (0,00)	-3,655 (0,628)	0,808** (0,057)	<u>0,118</u>
egarch	1515	0,0000067 (0,0000019)	0,640** (0,091)	<u>0,109</u>	15,58 (0,00)	-3,509 (0,679)	0,818** (0,061)	0,105
gjr	1501	0,0000112 (0,0000026)	0,440** (0,097)	0,094	34,71 (0,00)	-3,58 (0,635)	0,810** (0,057)	0,120
histórica	1527	0,0000053 (0,0000027)	0,770** (0,128)	0,038	3,91# (0,14)	-3,010 (1,104)	0,875** (0,102)	0,048

2° período: 13/3/79-18/6/89

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
arch	2410	0,0000075 (0,0000021)	0,501** (0,147)	0,040	12,54 (0,00)	-2,402 (1,074)	0,915** (0,095)	0,036
garch	2408	0,0000059 (0,0000019)	0,621** (0,140)	<u>0,060</u>	9,34 (0,00)	-2,408 (0,983)	0,910** (0,087)	<u>0,049</u>
egarch	2408	0,0000074 (0,0000018)	0,534** (0,129)	0,038	5,50 (0,00)	-3,765 (0,930)	0,789** (0,082)	0,039
gjr	2394	0,0000077 (0,0000015)	0,472** (0,101)	0,047	27,68 (0,00)	-3,436 (0,894)	0,819** (0,079)	0,046
histórica	2410	0,0000047 (0,0000028)	0,676** (0,176)	0,006	3,58# (0,17)	-1,970 (1,720)	0,966** (0,155)	0,015

3er. período: 19/6/89-21/4/97

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
arch	1755	0,0000076 (0,0000017)	0,291* (0,116)	0,079	41,05 (0,00)	-3,681 (0,783)	0,830** (0,068)	0,087
garch	1771	0,0000036 (0,0000021)	0,666** (0,179)	<u>0,113</u>	3,45# (0,17)	-1,725 (0,767)	0,987** (0,065)	<u>0,124</u>
egarch	1771	0,0000120 (0,0000010)	0,037 (0,030)	0,003	1026 (0,00)	-2,81 (0,898)	0,887** (0,076)	0,087
gjr	1727	0,0000084 (0,0000016)	0,226 (0,148)	0,040	28,27 (0,00)	-1,787 (0,911)	0,978** (0,077)	0,104
histórica	1774	0,0000034 (0,0000018)	0,713** (0,149)	0,020	3,94# (0,14)	-3,707 (0,966)	0,834** (0,084)	0,055

Resultados de las regresiones (13) y (14). Bajo la hipótesis de predictores insesgados  $\alpha=0$ ,  $\beta=1$  (los errores estándar consistentes con heterocedasticidad según la corrección de White (1980) son mostrados entre paréntesis). (\*) significativo al nivel del 5%, (\*\*) significativo al nivel del 1%. El mayor R<sup>2</sup> está subrayado. Los valores bajo la  $\chi^2$  son los estadísticos del test de Wald para la hipótesis nula  $\alpha=0$ ,  $\beta=1$  (los valores de la probabilidad son mostrados entre paréntesis), # significa que se acepta la hipótesis nula al nivel del 10%.

TABLA 2.76. FRANCO FRANCÉS

1er. Período: 24/4/72-12/3/79

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
arch	1527	0,000012 (0,0000024)	0,371** (0,089)	0,073	49,54 (0,00)	-4,151 (0,918)	0,808** (0,083)	0,060
garch	1522	0,0000053 (0,0000021)	0,675** (0,102)	0,110	10,19 (0,00)	-4,080 (0,783)	0,808** (0,070)	0,076
egarch	1527	0,0000040 (0,0000025)	0,797** (0,129)	0,126	2,59# (0,27)	-3,917 (0,820)	0,817** (0,073)	0,073
gjr	1516	0,0000043 (0,0000025)	0,770** (0,122)	<u>0,130</u>	3,55# (0,17)	-3,810 (0,804)	0,826** (0,072)	<u>0,078</u>
histórica	1527	0,0000040 (0,0000022)	0,767** (0,109)	0,055	4,53 (0,10)	-2,914 (1,146)	0,927** (0,105)	0,051

2° período: 13/3/79-18/6/89

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
arch	2410	0,0000089 (0,0000019)	0,475** (0,132)	0,034	22,05 (0,00)	-4,615 (1,179)	0,725** (0,104)	0,021
garch	2399	0,0000586 (0,0000019)	0,646** (0,141)	<u>0,064</u>	9,19 (0,01)	-4,234 (0,950)	0,756** (0,083)	<u>0,032</u>
egarch	2400	0,0000065 (0,0000019)	0,645** (0,144)	0,041	15,20 (0,00)	-5,835 (0,973)	0,613** (0,085)	0,020
gjr	2360	0,0000082 (0,0000015)	0,466** (0,105)	0,044	29,21 (0,00)	-5,382 (0,873)	0,655** (0,076)	0,029
histórica	2410	0,0000048 (0,0000022)	0,687** (0,145)	0,013	4,82 (0,09)	-7,151 (1,576)	0,506** (0,141)	0,006

3er. período: 19/6/89-21/4/97

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
arch	1756	0,00000446 (0,00000183)	0,497** (0,157)	0,163	11,38 (0,00)	-3,745 (0,843)	0,830** (0,072)	0,063
garch	1773	0,0000029 (0,0000020)	0,674** (0,191)	0,159	3,09# (0,21)	-3,039 (0,748)	0,881** (0,063)	<u>0,091</u>
egarch	1773	0,0000034 (0,0000013)	0,701** (0,120)	<u>0,169</u>	7,48 (0,02)	-3,297 (0,810)	0,857** (0,068)	0,074
gjr	1729	0,0000041 (0,0000020)	0,557** (0,201)	0,123	4,86 (0,09)	-2,655 (0,759)	0,910** (0,067)	0,087
histórica	1774	0,0000022 (0,0000016)	0,775** (0,163)	0,024	2,01# (0,37)	-4,549 (1,031)	0,768** (0,088)	0,040

Resultados de las regresiones (13) y (14). Bajo la hipótesis de predictores inesgados  $\alpha=0$ ,  $\beta=1$  (los errores estándar consistentes con heterocedasticidad según la corrección de White (1980) son mostrados entre paréntesis). (\*) significativo al nivel del 5%, (\*\*) significativo al nivel del 1%. El mayor R<sup>2</sup> está subrayado. Los valores bajo la  $\chi^2$  son los estadísticos del test de Wald para la hipótesis nula  $\alpha=0$ ,  $\beta=1$  (los valores de la probabilidad son mostrados entre paréntesis), # significa que se acepta la hipótesis nula al nivel del 10%.

**TABLA 2.77. LIRA ITALIANA**

**1er. Período: 24/4/72-12/3/79**

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
arch	1527	0,0000182 (0,0000019)	0,103** (0,026)	<u>0,082</u>	1152 (0,00)	-5,177 (0,101)	0,743** (0,056)	0,101
garch	1525	0,0000184 (0,0000024)	0,146* (0,060)	0,056	210,3 (0,00)	-4,118 (0,663)	0,828** (0,058)	0,117
egarch	1519	0,0000229 (0,0000020)	0,029 (0,027)	0,010	1282 (0,00)	-4,159 (0,640)	0,825** (0,056)	<u>0,121</u>
gir	1506	0,0000165 (0,0000019)	0,180** (0,047)	0,067	298,4 (0,00)	-4,234 (0,691)	0,817** (0,060)	0,110
histórica	1527	0,0000091 (0,0000026)	0,566** (0,101)	0,020	18,63 (0,00)	-5,976 (0,936)	0,685** (0,085)	0,041

**2º período: 13/3/79-18/6/89**

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
arch	2397	0,0000024 (0,0000035)	0,905** (0,259)	0,049	2,48# (0,29)	-3,282 (1,248)	0,848** (0,110)	0,021
garch	2401	0,0000038 (0,0000023)	0,784** (0,175)	<u>0,063</u>	3,52# (0,17)	-2,294 (0,943)	0,877** (0,083)	<u>0,039</u>
egarch	2410	0,0000049 (0,0000028)	0,747** (0,210)	0,043	5,34 (0,07)	-4,732 (1,000)	0,715** (0,088)	0,025
gir	2378	0,0000067 (0,0000022)	0,566** (0,154)	0,053	9,03 (0,01)	-4,539 (0,887)	0,734** (0,078)	0,030
histórica	2410	0,0000070 (0,0000023)	0,547** (0,163)	0,005	8,80 (0,01)	-8,681 (1,472)	0,373** (0,132)	0,003

**3er. Período: 19/6/89-21/4/97**

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
arch	1752	0,0000083 (0,0000021)	0,546** (0,095)	0,102	22,70 (0,00)	-3,927 (0,669)	0,797** (0,059)	0,094
garch	1771	0,0000047 (0,0000019)	0,743** (0,101)	0,139	7,05 (0,03)	-3,555 (0,607)	0,821** (0,053)	<u>0,118</u>
egarch	1771	0,0000021 (0,0000032)	0,868** (0,163)	0,143	0,69# (0,71)	-3,511 (0,634)	0,830** (0,056)	0,103
gir	1744	0,0000044 (0,0000019)	0,733** (0,102)	<u>0,161</u>	6,75 (0,03)	-3,596 (0,615)	0,819** (0,054)	0,113
histórica	1774	0,0000073 (0,0000021)	0,664** (0,097)	0,033	13,28 (0,00)	-3,794 (0,725)	0,814** (0,065)	0,075

Resultados de las regresiones (13) y (14). Bajo la hipótesis de predictores insesgados  $\alpha=0$ ,  $\beta=1$  (los errores estándar consistentes con heterocedasticidad según la corrección de White (1980) son mostrados entre paréntesis). (\*) significativo al nivel del 5%, (\*\*) significativo al nivel del 1%. El mayor R<sup>2</sup> está subrayado. Los valores bajo la  $\chi^2$  son los estadísticos del test de Wald para la hipótesis nula  $\alpha=0$ ,  $\beta=1$  (los valores de la probabilidad son mostrados entre paréntesis), # significa que se acepta la hipótesis nula al nivel del 10%.

TABLA 2.78. LIBRA ESTERLINA

1er. Período: 24/4/72-12/3/79

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
arch	1527	0,0000155 (0,0000014)	0,057** (0,020)	0,005	2052 (0,00)	-5,037 (1,502)	0,812** (0,134)	0,017
garch	1521	0,0000145 (0,0000018)	0,123 (0,074)	0,007	138,0 (0,00)	-3,900 (1,524)	0,901** (0,134)	<u>0,031</u>
egarch	1506	0,0000150 (0,0000014)	0,035 (0,025)	0,001	1385 (0,00)	-6,426 (1,585)	0,676** (0,138)	0,017
gjr	1490	0,0000114 (0,0000017)	0,287** (0,088)	<u>0,020</u>	66,86 (0,00)	-4,733 (1,591)	0,820** (0,139)	0,023
histórica	1527	0,0000128 (0,0000037)	0,243 (0,203)	0,001	13,83 (0,00)	-14,08 (3,628)	0,001** (0,320)	0,000

2º período: 13/3/79-18/6/89

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
arch	2410	0,0000113 (0,0000028)	0,493** (0,116)	0,037	18,93 (0,00)	-5,918 (1,902)	0,616** (0,177)	0,005
garch	2409	0,0000113 (0,0000023)	0,506** (0,101)	<u>0,042</u>	24,44 (0,00)	-6,435 (1,624)	0,564** (0,149)	<u>0,007</u>
egarch	2410	0,000014 (0,0000024)	0,400** (0,101)	0,025	35,58 (0,00)	-7,774 (1,666)	0,440* (0,154)	0,004
gjr	2375	0,000014 (0,0000017)	0,357** (0,074)	0,029	77,77 (0,00)	-6,868 (1,518)	0,525** (0,139)	0,007
histórica	2410	0,0000106 (0,0000029)	0,534** (0,118)	0,006	15,69 (0,00)	-8,323 (2,484)	0,392** (0,232)	0,001

3er. período: 19/6/89-21/4/97

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
arch	1774	0,0000142 (0,0000023)	0,328** (0,089)	0,091	57,47 (0,00)	-2,808 (1,157)	0,902** (0,107)	0,052
garch	1770	0,0000069 (0,0000022)	0,626** (0,098)	<u>0,154</u>	14,47 (0,00)	-0,370 (1,073)	1,117** (0,099)	<u>0,094</u>
egarch	1773	0,000014 (0,0000041)	0,347** (0,171)	0,061	14,47 (0,00)	-0,718 (1,165)	1,082** (0,107)	0,084
gjr	1773	0,0000091 (0,0000020)	0,536** (0,090)	0,128	26,47 (0,00)	-0,900 (1,028)	1,066** (0,095)	0,090
histórica	1774	0,0000089 (0,0000027)	0,643** (0,124)	0,026	10,40 (0,00)	-0,971 (1,481)	1,072** (0,137)	0,050

Resultados de las regresiones (13) y (14). Bajo la hipótesis de predictores insesgados  $\alpha=0$ ,  $\beta=1$  (los errores estándar consistentes con heterocedasticidad según la corrección de White (1980) son mostrados entre paréntesis). (\*) significativo al nivel del 5%, (\*\*) significativo al nivel del 1%. El mayor R<sup>2</sup> está subrayado. Los valores bajo la  $\chi^2$  son los estadísticos del test de Wald para la hipótesis nula  $\alpha=0$ ,  $\beta=1$  (los valores de la probabilidad son mostrados entre paréntesis), # significa que se acepta la hipótesis nula al nivel del 10%.

**TABLA 2.79. DÓLAR ESTADOUNIDENSE**

1er. Período: 24/4/72-12/3/79

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
arch	1527	0,0000106 (0,0000015)	0,076 (0,056)	0,042	276,0 (0,00)	-4,27 (0,894)	0,807** (0,077)	<u>0,079</u>
garch	1527	0,0000093 (0,0000018)	0,133 (0,076)	0,058	147,0 (0,00)	-5,252 (0,828)	0,762** (0,071)	0,073
egarch	1520	0,0000112 (0,0000012)	0,029 (0,020)	0,001	2295 (0,00)	-5,055 (0,835)	0,739** (0,072)	0,072
gjr	1527	0,0000084 (0,0000016)	0,182** (0,067)	<u>0,091</u>	162,0 (0,00)	-5,094 (0,824)	0,739** (0,071)	0,071
histórica	1527	0,0000044 (0,0000041)	0,614 (0,334)	0,004	1,33# (0,51)	-4,236 (0,183)	0,829** (0,161)	0,018

2º período: 13/3/79-18/6/89

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
arch	2409	0,0000354 (0,0000035)	0,143 (0,079)	0,005	117,1 (0,00)	-4,776 (0,948)	0,674** (0,093)	0,026
garch	2405	0,0000191 (0,0000034)	0,508** (0,085)	0,035	33,43 (0,00)	-2,835 (0,773)	0,863** (0,075)	<u>0,057</u>
egarch	2409	0,0000187 (0,0000035)	0,530** (0,089)	0,031	28,67 (0,00)	-3,819 (0,857)	0,767** (0,084)	0,038
gjr	2394	0,0000182 (0,0000032)	0,546** (0,082)	<u>0,036</u>	37,78 (0,00)	-3,633 (0,079)	0,783** (0,077)	0,047
histórica	2410	0,0000202 (0,0000044)	0,535** (0,118)	0,009	21,25 (0,00)	-3,499 (1,272)	0,799** (0,124)	0,021

3er. período: 19/6/89-21/4/97

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
arch	1774	0,0000097 (0,0000048)	0,772** (0,118)	0,050	4,05# (0,13)	-2,012 (1,078)	0,954** (0,106)	0,043
garch	1772	0,0000059 (0,0000051)	0,872** (0,130)	0,083	1,43# (0,49)	-2,077 (0,956)	0,942** (0,093)	0,056
egarch	1771	0,0000054 (0,0000052)	0,903** (0,135)	0,080	1,70# (0,42)	-2,597 (1,006)	0,889** (0,098)	0,046
gjr	1769	0,0000070 (0,0000045)	0,852** (0,119)	<u>0,091</u>	2,70# (0,26)	-2,345 (0,889)	0,912** (0,086)	<u>0,056</u>
histórica	1774	0,0000075 (0,0000045)	0,822** (0,113)	0,032	2,75# (0,25)	-2,827 (1,160)	0,876** (0,114)	0,030

Resultados de las regresiones (13) y (14). Bajo la hipótesis de predictores insesgados  $\alpha=0$ ,  $\beta=1$  (los errores estándar consistentes con heterocedasticidad según la corrección de White (1980) son mostrados entre paréntesis). (\*) significativo al nivel del 5%, (\*\*) significativo al nivel del 1%. El mayor R<sup>2</sup> está subrayado. Los valores bajo la  $\chi^2$  son los estadísticos del test de Wald para la hipótesis nula  $\alpha=0$ ,  $\beta=1$  (los valores de la probabilidad son mostrados entre paréntesis), # significa que se acepta la hipótesis nula al nivel del 10%.

TABLA 2.80. YEN JAPONÉS

1er. Período: 24/4/72-12/3/79

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
<i>arch</i>	1526	0,000016 (0,000002)	0,175* (0,070)	0,027	137,8 (0,00)	-5,171 (1,357)	0,720** (0,123)	0,028
<i>garch</i>	1527	0,0000146 (0,0000018)	0,205** (0,055)	<u>0,033</u>	201,7 (0,00)	-5,951 (0,950)	0,647** (0,085)	0,043
<i>egarch</i>	1524	0,0000158 (0,0000017)	0,206** (0,050)	0,024	246,8 (0,00)	-4,961 (1,085)	0,728** (0,097)	0,046
<i>gjr</i>	1499	0,0000161 (0,0000016)	0,128** (0,036)	0,027	583,3 (0,00)	-5,926 (0,976)	0,645** (0,087)	<u>0,047</u>
<i>histórica</i>	1527	0,0000060 (0,0000031)	0,708** (0,162)	0,012	3,74# (0,15)	-6,011 (1,681)	0,647** (0,153)	0,012

2º período: 13/3/79-18/6/89

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
<i>arch</i>	2391	0,0000062 (0,0000057)	0,764** (0,178)	<u>0,048</u>	2,67# (0,26)	-2,516 (1,251)	0,908** (0,120)	<u>0,029</u>
<i>garch</i>	2378	0,0000114 (0,0000003)	0,592** (0,106)	0,035	17,76 (0,00)	-4,120 (1,049)	0,752** (0,100)	0,029
<i>egarch</i>	2410	0,0000190 (0,0000034)	0,395** (0,102)	0,018	34,6 (0,00)	-4,723 (1,065)	0,694** (0,101)	0,023
<i>gjr</i>	2380	0,0000174 (0,0000038)	0,418** (0,113)	0,027	26,79 (0,00)	-5,139 (1,002)	0,655** (0,095)	0,023
<i>histórica</i>	2410	0,0000059 (0,0000032)	0,773** (0,104)	0,022	4,93 (0,08)	-2,728 (1,313)	0,891** (0,126)	0,022

3er. período: 19/6/89-21/4/97

	nobs	$\sigma_t^2$			$\chi^2$	$\log(\sigma_t^2)$		
		alfa	beta	R <sup>2</sup>		alfa	beta	R <sup>2</sup>
<i>arch</i>	1774	0,0000071 (0,0000062)	0,826** (0,150)	0,045	1,36# (0,50)	-4,238 (1,163)	0,722** (0,114)	0,020
<i>garch</i>	1773	0,0000057 (0,0000048)	0,825** (0,120)	0,093	3,32# (0,31)	-2,995 (0,907)	0,842** (0,089)	<u>0,046</u>
<i>egarch</i>	1772	0,0000030 (0,0000054)	0,953** (0,145)	0,088	0,75# (0,68)	-3,924 (1,057)	0,747** (0,103)	0,029
<i>gjr</i>	1755	0,0000033 (0,0000054)	0,905** (0,141)	<u>0,097</u>	0,44# (0,80)	-3,926 (0,911)	0,748** (0,088)	0,038
<i>histórica</i>	1774	0,0000096 (0,0000056)	0,762** (0,137)	0,029	3,02# (0,22)	-4,318 (1,199)	0,716** (0,118)	0,018

Resultados de las regresiones (13) y (14). Bajo la hipótesis de predictores insesgados  $\alpha=0$ ,  $\beta=1$  (los errores estándar consistentes con heterocedasticidad según la corrección de White (1980) son mostrados entre paréntesis). (\*) significativo al nivel del 5%, (\*\*) significativo al nivel del 1%. El mayor R<sup>2</sup> está subrayado. Los valores bajo la  $\chi^2$  son los estadísticos del test de Wald para la hipótesis nula  $\alpha=0$ ,  $\beta=1$  (los valores de la probabilidad son mostrados entre paréntesis), # significa que se acepta la hipótesis nula al nivel del 10%.





FIGURA 2.1 :

Representación gráfica de la varianza condicional estimada mediante un GARCH(1,1).

1ª Submuestra que abarca desde el 25-4-1972 hasta el 12-3-1979 (1.795 Observaciones).

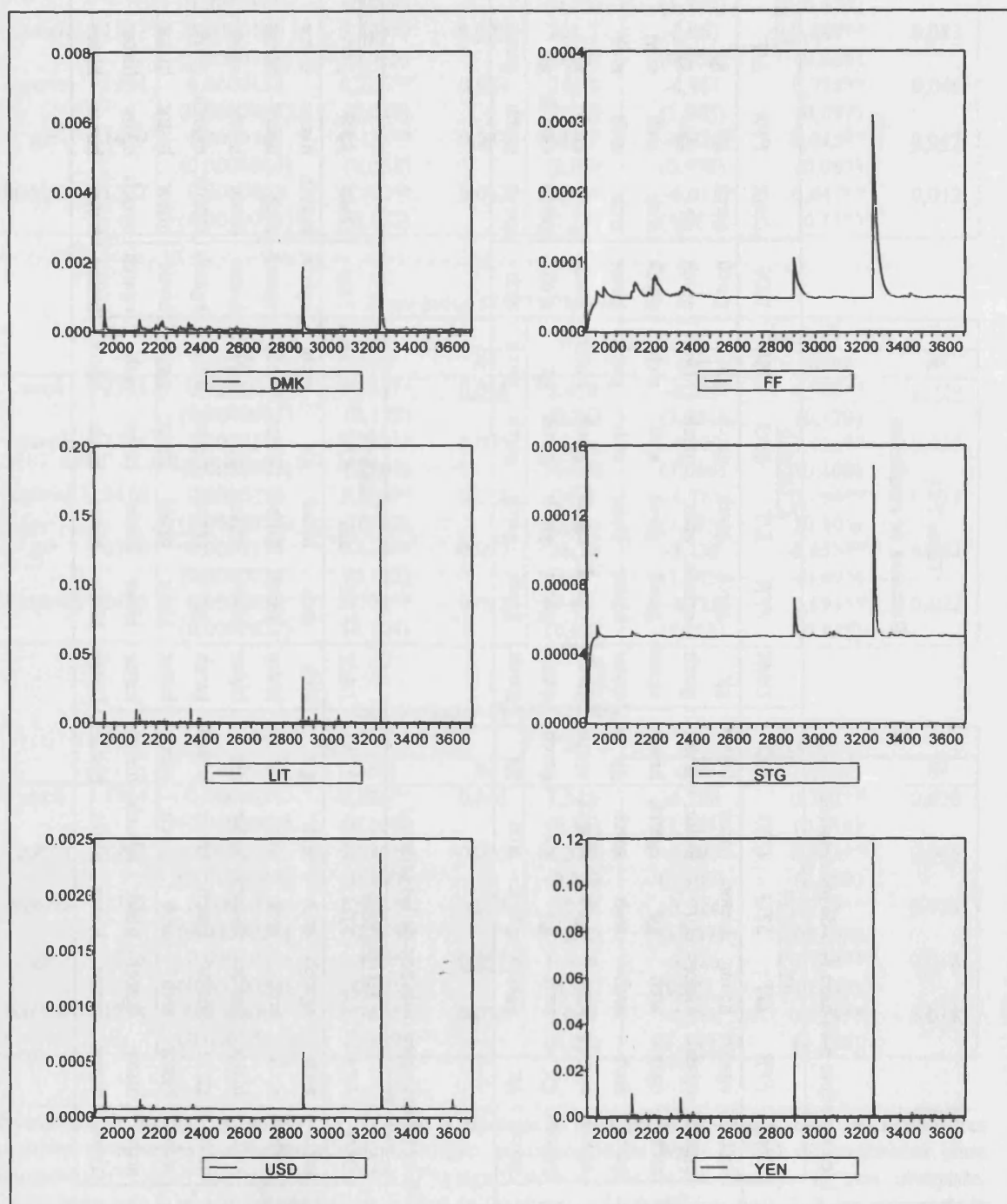


FIGURA 2.2 :

Representación gráfica de la varianza condicional estimada mediante un GARCH(1,1).

2ª Submuestra que abarca desde el 14-3-1979 hasta el 16-6-1989 (2.679 Observaciones).

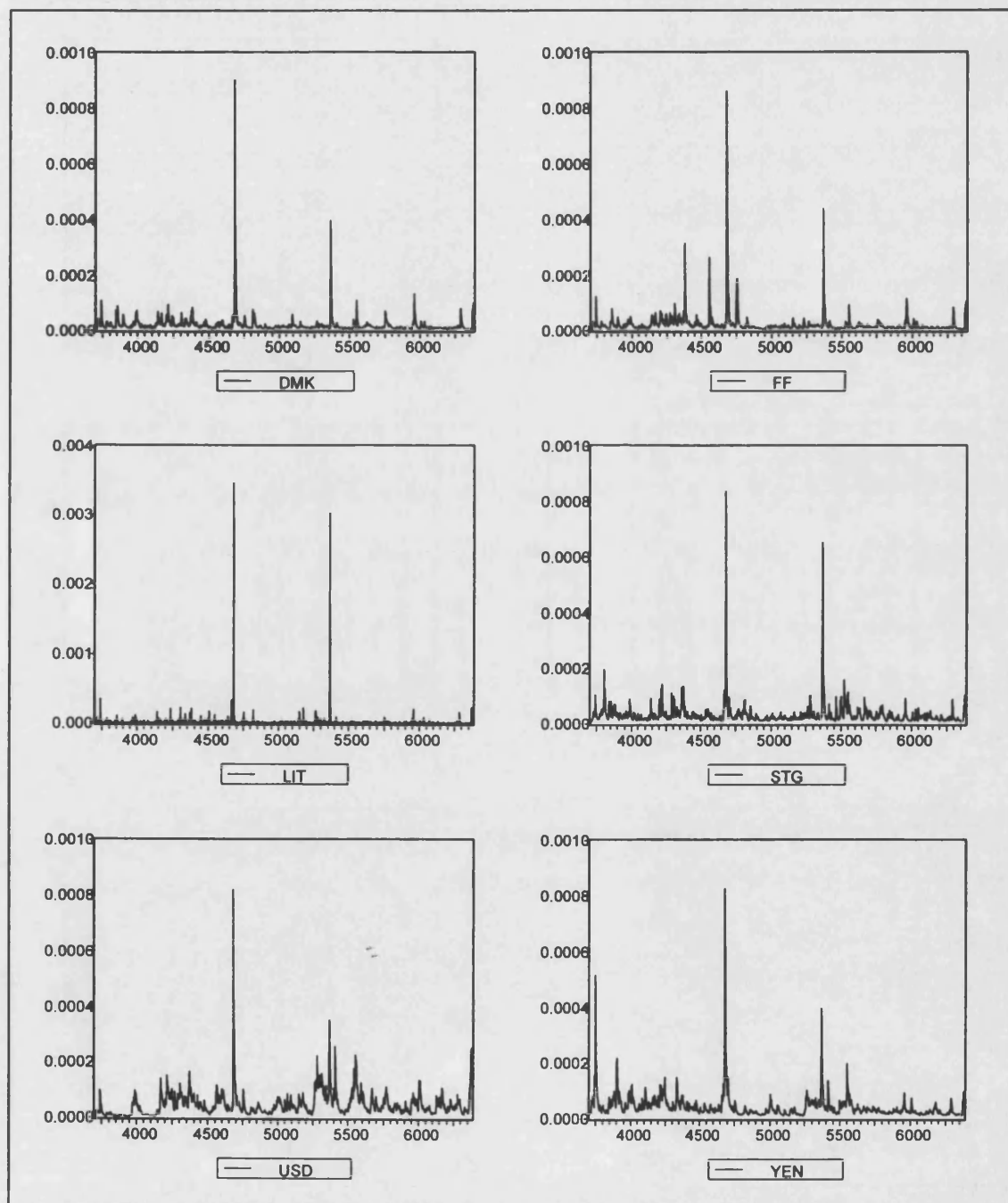
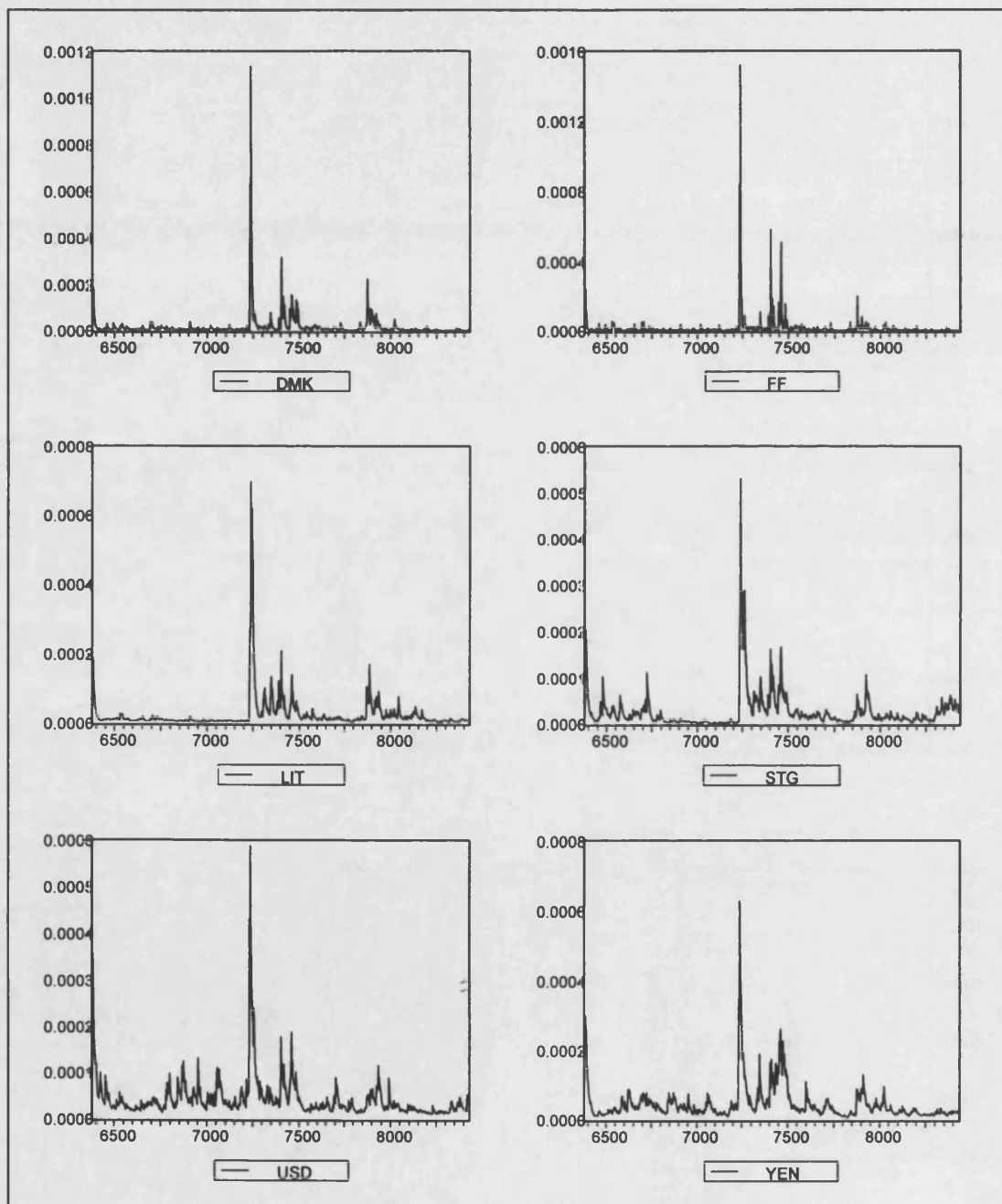


FIGURA 2.3 :

Representación gráfica de la varianza condicional estimada mediante un GARCH(1,1).

3ª Submuestra que abarca desde el 20-6-1989 hasta el 21-4-1997 (2.046 Observaciones).



# Capítulo 3

## Otros modelos predictivos:

## Modelos arfima y no paramétricos

### 3.1 Introducción

En el capítulo anterior nos centramos en el análisis y predicción de la volatilidad del tipo de cambio mediante modelos paramétricos de volatilidad del tipo ARCH y sus extensiones. Sin embargo, es posible que esta clase de modelos no capte correctamente la dinámica de la volatilidad del tipo de cambio.

En este sentido, si, como argumentan Breidt et al. (1995), la función de autocorrelación de la serie de volatilidades presenta un decaimiento hiperbólico, los procesos ARCH no permiten reflejar este tipo de comportamiento, mientras que otros modelos, que denominamos *modelos de memoria a largo plazo*, como los ARFIMA, sí son capaces de recogerlo. Por otra parte, cabe también la posibilidad de que las series exhiban algún tipo de no linealidad diferente de la que captan los modelos EGARCH y GJR. En este caso, en que la aplicación de los modelos anteriormente mencionados resulta inadecuada y, además, la forma de la no linealidad existente es desconocida, la utilización de *modelos de predicción no paramétricos* puede ser la alternativa más apropiada.

Como consecuencia de lo que acabamos de exponer, el presente capítulo lo dedicamos al análisis de las dos técnicas mencionadas, en concreto, los modelos autorregresivos fraccionalmente integrados de medias móviles o ARFIMA y algunos de los métodos no paramétricos existentes. Al final del capítulo los utilizamos para predecir la volatilidad del tipo de cambio de la peseta, frente a las seis monedas tomadas en consideración. Consideramos que el abordar estos modelos, complementa el estudio de la predicción de la volatilidad del tipo de cambio de la peseta efectuado en el capítulo 2, ofreciendo una visión más amplia del tema que analizamos.

Nuestro interés por el empleo de estas técnicas se ve acrecentado por los siguientes motivos: en relación con la primera de ellas, los modelos ARFIMA, la evidencia existente en el tratamiento de la volatilidad del tipo de cambio es muy reducida. En cuanto a los métodos no paramétricos, podemos afirmar que, hasta ahora, prácticamente no se han utilizado en la predicción de volatilidades.

Recientemente, una parte de la literatura financiera ha centrado su atención en el estudio de las dependencias a largo plazo<sup>1</sup>, también conocidas como *memoria a largo plazo, persistencia o fenómeno Hurst* (1951), que exhiben algunas series temporales. Tales estudios están a menudo motivados por los claros patrones de comportamiento cíclico, aunque no periódico, que a lo largo del tiempo muestran los gráficos típicos de las series de datos económicos. Esta particular característica de los datos, que se presenta con bastante frecuencia, es considerada por Granger (1966) como la “típica forma espectral de una variable económica”. Mandelbrot y Wallis (1968) denominan al fenómeno de la persistencia “efecto José”, por la referencia bíblica de este profeta del Antiguo Testamento que profetizó : “siete años de abundancia llegarán a la tierra de Egipto, pero siete años de hambre los seguirán” (Génesis 41, 29-30).

---

<sup>1</sup> Esta cuestión se aborda, entre otros, en los trabajos de Aydogan y Booth (1988), Baillie et al (1996), Beran (1994), Booth et al. (1982), Breidt et al. (1995), Cheung (1993a, b), Cheung y Lai (1993), Del Río (1996), Diebold y Rudebusch (1989), Greene y Fielitz (1977), Hosking (1996), Kaen y Rosenman (1986), Lo (1991), Olmeda (1996), Robinson (1995) y Shea (1991).

Mandelbrot (1971) es uno de los primeros en considerar la posible existencia de memoria a largo plazo, así como sus implicaciones, en series de rendimientos financieros. Posteriormente, numerosos trabajos empíricos corroboran y extienden las conclusiones obtenidas por el citado autor.

En relación con el mercado de valores, Greene y Fielitz (1977) encuentran muestras de dependencia a largo plazo en las series de rendimientos diarios de la mayoría de valores negociados en el NYSE. Más recientemente, Fama y French (1988) y Poterba y Summers (1988) determinan que la rentabilidad de las acciones se presenta positivamente correlacionada para datos de frecuencia alta, por el contrario, para datos de frecuencia baja, la correlación es negativa. Estos resultados pueden ser indicios de la existencia de memoria a largo plazo en las series de rentabilidades bursátiles.

Esta idea es acorde con los procesos de reversión a la media, que pueden identificarse con la presencia de correlación serial negativa en las series de rentabilidades de activos financieros. En este sentido, Poterba y Summers (1988) indican que, si entre las cotizaciones del mercado y los precios de equilibrio acordes con los fundamentos del mismo existen diferencias, pero las fuerzas especulativas del mercado son capaces de eliminarlas, entonces las cotizaciones de mercado de los activos tienen que revertir a su valor medio.

En cuanto a los mercados de divisas, Huizinga (1987) y Glen (1992), en vista de los resultados ofrecidos por sus trabajos, consideran que las series de tipos de cambio reales muestran reversión a la media, puesto que las mismas, a largo plazo, exhiben correlación serial negativa. Por el contrario, más recientemente, Nageswaran (1995), utilizando las series de tipos de cambio reales mensuales, que abarcan los períodos de tiempo (1957-1974) y (1974-1991), correspondiéndose, respectivamente, con los sistemas de tipos de cambio fijos y flotantes, concluye la inexistencia tanto de reversión a la media, como de memoria a largo plazo, como consecuencia de la aceptación, para los dos períodos mencionados, del modelo de paseo aleatorio.

En este contexto, debemos destacar que, concretamente, en el mercado de divisas, “la existencia de reversión a la media se pone de manifiesto, posiblemente, cuando las variaciones de los tipos de cambio nominales generan divergencias en relación con los niveles de equilibrio determinados por la Teoría de la Paridad del Poder Adquisitivo, pero estas desviaciones tienden a desaparecer a lo largo del tiempo. Si ésto sucede, utilizando de manera adecuada la información disponible, es posible predecir las futuras fluctuaciones en los tipos de cambio reales” (Nageswaran, 1995).

En el terreno que nos ocupa (predicción de la volatilidad), en fechas aún más recientes, se ha postulado que la volatilidad de un activo financiero y, en concreto, de los tipos de cambio, posiblemente también exhibe memoria a largo plazo. Aunque la justificación teórica de este potencial fenómeno todavía no ha sido acometida con rigor, sí existen diversas justificaciones basadas en las regularidades empíricas observadas en las series de volatilidades. En concreto, la función de autocorrelación de la serie de volatilidades muestra un decaimiento hiperbólico, diferente del decaimiento exponencial exhibido por series simuladas de procesos tipo ARCH (Breidt et al., 1995). Este hecho sugiere que, posiblemente, los modelos tipo ARCH no resulten los más apropiados. Como veremos, otros modelos paramétricos (los ARFIMA) sí muestran este comportamiento. En este sentido, Diebold (1986) y Lamoreux y Lastrapes (1990) ponen en tela de juicio la plausibilidad de los modelos tipo ARCH, argumentando que detrás de la persistencia captada por dichos modelos, aparecen cambios en la varianza que podrían entenderse como cambios estructurales.

Los modelos de la clase ARCH incorporan la persistencia a través de modelizaciones próximas a la raíz unitaria, que generan una fuerte autocorrelación a corto plazo e impide, a este tipo de modelos, explicar el decaimiento hiperbólico a largo plazo de la función de autocovarianza, característico de los patrones de memoria a largo plazo (Breidt et al., 1996). Sin embargo, este comportamiento sí lo exhiben los procesos de memoria a largo plazo, como los modelos ARFIMA (a los que dedicamos parte de este capítulo), y otros desarrollados posteriormente, como los modelos de volatilidad estocástica a largo plazo o LMSV (Harvey, 1993; Breidt et al., 1995), los procesos

GARCH fraccionalmente integrados (Baillie et al., 1996) y los modelos EGARCH fraccionalmente integrados (Bollerslev y Mikkelsen, 1996).

A continuación, exponemos las conclusiones del trabajo de Breidt et al. (1995), pues consideramos que ilustran con bastante acierto la plausibilidad de los modelos ARFIMA, así como la incapacidad de los procesos tipo ARCH para captar la memoria a largo plazo que presentan las series de volatilidades financieras. Los citados autores utilizan series de rendimientos diarios de varios índices de mercado ponderados, proporcionadas por el Center of Research in Security Prices (CRSP), desde julio de 1962 hasta julio de 1989. Ajustan un proceso GARCH, IGARCH y EGARCH a dichos datos, cuyos parámetros estimados emplean para simular 1.000 series a partir de cada uno de los tres tipos de modelos anteriores. Tras calcular la función de autocorrelación del logaritmo del cuadrado de cada una de las 1.000 realizaciones de cada modelo, ajustan también un modelo ARFIMA al logaritmo de las series del VCRSP, elevadas al cuadrado, cuya función de autocorrelación es también calculada. Por último, calculan la función de autocorrelación de las series reales de volatilidad, al objeto de compararla con las anteriores.

El resultado que obtienen, ilustrado en Breidt et al. (1995, p. 27, figura 2), pone de manifiesto que, en comparación con la serie de volatilidades realmente observadas, el decaimiento de la función de autocorrelación de los modelos GARCH e IGARCH es demasiado lento, es decir, muestran demasiada persistencia, mientras que el modelo EGARCH, por el contrario, presenta un decaimiento exponencial en su función de autocorrelación. Sin embargo, el modelo ARFIMA ofrece una función de autocorrelación, cuyo decaimiento hiperbólico es muy similar al de la serie de volatilidad real.

En consecuencia, tras efectuar (en el capítulo 2) un análisis predictivo de la volatilidad del tipo de cambio de la peseta, mediante modelizaciones ARCH, dado que parece que los modelos ARFIMA se muestran superiores a los anteriores para captar la dinámica de comportamiento de la volatilidad, consideramos que es interesante analizar la



existencia de memoria a largo plazo en las series de volatilidades que ocupan nuestro estudio, así como la posibilidad de modelizarla mediante procesos ARFIMA.

Sin embargo, a pesar de que los investigadores en finanzas generalmente están de acuerdo en que la volatilidad varía con el tiempo (French et al., 1987) existe una falta de acuerdo acerca de la forma funcional específica de esta dependencia (Hull y White, 1987; Baillie y DeGennaro, 1990; Heynen et al., 1994). No obstante, aunque la forma de la volatilidad está todavía sujeta a cierto debate, su importancia para la valoración de activos derivados es incuestionable. Baillie y Stulz (1989) demuestran que existe una interpretación económica del modelo de valoración de opciones cualquiera que sea el modelo que se asuma para la volatilidad. Por otra parte, Savit (1989) demuestra que existen diferencias significativas de precios según las opciones se valoren de manera estocástica u homocedástica (Brockman y Chowdhury, 1997).

Como consecuencia de lo anterior, debemos contemplar otras posibilidades de modelización de la volatilidad del tipo de cambio. Por ejemplo, las características que exhiben las series de volatilidades, de *sobrerreacción y sonrisa de la volatilidad* (Engle y Ng, 1993), acordes con un comportamiento no lineal de la misma, no se pueden detectar mediante modelos paramétricos y lineales como los ARFIMA.

En este sentido, consideramos interesante comentar los resultados del trabajo de Engle y Ng (1993). Estos autores construyen una curva que representa el efecto que las nuevas noticias ejercen sobre la volatilidad de los rendimientos, a la que denominan “curva del impacto de la llegada de información sobre la volatilidad de los rendimientos”. La forma de dicha curva muestra que el comportamiento de la volatilidad es no lineal y que el modelo GJR es el que mejor capta dicho comportamiento. No obstante, y de acuerdo con la falta de consenso en relación con la forma de la volatilidad, consideramos que este modelo no tiene porque ser el más idóneo para predecir la volatilidad del tipo de cambio. En consecuencia, nos vemos obligados a recurrir a algún tipo de modelización capaz de recoger la mencionada no linealidad observada en los datos. Las técnicas paramétricas de estimación de la varianza condicional acordes con comportamientos no

lineales, como por ejemplo, los procesos EGARCH y GJR, han sido analizadas en el capítulo anterior, así pues, en el presente capítulo ampliamos nuestros horizontes a otra línea de investigación, los *modelos no paramétricos*, que debido a la flexibilidad que los caracteriza permiten modelizar comportamientos no lineales, aun cuando la estructura de dicha no linealidad es desconocida a priori. Nuestro objetivo consiste en determinar si la calidad en términos de predicción y estimación de la volatilidad de los tipos de cambio de los modelos no paramétricos supera a la de las técnicas anteriormente contempladas.

El presente capítulo ha sido estructurado del siguiente modo : en la sección segunda definimos formalmente lo que se entiende por memoria a largo plazo, haciendo referencia a sus principales características. En la siguiente, exponemos los procesos fraccionalmente integrados, más concretamente los ARFIMA, por su capacidad para captar el comportamiento de memoria a largo plazo. En la sección cuarta, introducimos los enfoques propuestos para el estudio de este tipo de fenómenos, centrando nuestra atención en un conjunto de métodos que permiten su detección. En la quinta sección, contrastamos la existencia de dependencias a largo plazo en las series de volatilidades de los tipos de cambio acordes con los modelos ARFIMA. En la sección sexta, nos introducimos en los métodos de predicción no paramétricos, centrándonos en dos de ellos: *los árboles de regresión o CART y la regresión localmente ponderada o LOESS*, contrastando su evidencia empírica para el caso del tipo de cambio de la peseta. Para cerrar el capítulo presentamos las principales conclusiones y referencias citadas.

### 3.2 Memoria a largo plazo

La detección de patrones de dependencia a largo plazo en las series temporales cobra mayor interés en el ámbito de la hidrología, en el cuál, el hidrólogo H.E. Hurst realiza los primeros estudios sobre la persistencia, descubriendo que el flujo del Nilo mostraba un comportamiento regular, es decir, que exhibía dependencia entre hechos que distaban entre sí largos períodos de tiempo. Aportaciones posteriores a otros campos de las ciencias, como la Economía, se deben a Mandelbrot y Van Ness (1968), Mandelbrot y

Wallis (1969), Wallis y Matalas (1970), Mandelbrot (1972), Mandelbrot (1977) y Mandelbrot y Taqqu (1979).

En el campo de las finanzas, el interés por el *análisis de la persistencia* comienza con los primeros estudios estadísticos sobre series económicas, llevado a cabo por Granger (1966). El citado autor muestra que numerosas series temporales económicas comparten la característica de presentar una densidad espectral muy similar, con un polo en el origen, la cuál se mantiene para cualquier longitud de la serie empleada. Es decir, que para cualquier lapso de tiempo, las observaciones futuras exhiben correlación en relación con las pasadas, por lo que se dice que presentan *memoria a largo plazo*. Este fenómeno implica que, al contrario de los modelos de memoria a corto plazo (como los procesos ARMA para rendimientos y los ARCH para volatilidades) cuya función de autocorrelación decae a un ritmo rápido (exponencial), en presencia de memoria a largo plazo la función de autocorrelación exhibe un decaimiento más lento (hiperbólico).

El fenómeno de la persistencia, en sus inicios, también es abordado por Mandelbrot (1972), como una extensión de su trabajo efectuado sobre distribuciones no gaussianas para series económicas (Mandelbrot, 1964), las cuáles muestran memoria a largo plazo, entendida como un comportamiento observado en las series temporales, caracterizado porque valores altos (bajos) están seguidos por valores altos (bajos) del mismo signo. Mandelbrot, para detectar y modelizar la memoria a largo plazo, también denominada dependencia fuerte, utiliza procesos de la forma de ruidos Gaussianos fraccionales en tiempo discreto. Siguiendo a Mandelbrot y Van Ness (1968), estos procesos son equivalentes a los movimientos Brownianos fraccionales, con la única diferencia de que éstos últimos están determinados en tiempo continuo.

Siguiendo a Olmeda (1996), una implicación de carácter financiero del movimiento Browniano es la siguiente: se puede comprobar que el valor medio del cuadrado de la diferencia entre dos observaciones, que siguen un proceso Browniano, en distintos momentos del tiempo, es independiente de su valor en el momento más alejado en el tiempo de los dos considerados y proporcional al lapso temporal transcurrido. Por

ello, podemos afirmar que si los precios de un activo están caracterizados por un movimiento Browniano, sus rendimientos son ruido blanco.

La posibilidad de detectar la presencia de persistencia en las series financieras y, en concreto, de volatilidades del tipo de cambio, obliga a establecer formalmente bajo qué condiciones la serie exhibe dependencia o memoria a largo plazo. En este sentido, entendemos que una serie es fuertemente dependiente cuando su función de autocorrelación,  $\rho(S)$ , presenta un decaimiento hiperbólico. En términos matemáticos, decimos que un proceso exhibe memoria a largo plazo cuando su función de autocorrelación verifica lo siguiente :

$$\rho(S) = \frac{1}{2} [|S+1|^{2H} - 2|S|^{2H} + |S-1|^{2H}] \quad (3.2.1)$$

estando el valor del parámetro autosimilar  $H$  comprendido entre 0,5 y 1. Pues sólo en este caso, es decir para  $\frac{1}{2} < H < 1$ , se cumple que :

$$\sum \rho(S) = \infty \quad (3.2.2)$$

con lo que podemos afirmar que el proceso presenta memoria a largo plazo.

Para poder desarrollar un método que detecte la existencia de memoria a largo plazo, es necesario diferenciar claramente entre lo que se entiende por dependencia estadística a corto y a largo plazo. Uno de los conceptos más ampliamente utilizados para definir la dependencia a corto plazo o dependencia débil es el de “strong - mixing”, debido a Rosenblatt (1956). Heurísticamente, se dice que una serie temporal es “strong - mixing” si la dependencia máxima entre dos observaciones cualesquiera de la serie disminuye a medida que aumenta la distancia temporal entre ellas. Por el contrario, muchos fenómenos naturales, al igual que fenómenos económicos y financieros, exhiben memoria a largo plazo. Esto ha conducido a numerosos autores a desarrollar modelos estocásticos que presentan dependencia incluso durante períodos de tiempo muy

prolongados, tales como los modelos de series temporales AutoRegresivos Fraccionalmente Integrados de Medias Móviles o ARFIMA (p,d,q), debidos a Granger (1980), Granger y Joyeux (1980), Hosking (1981) y Mandelbrot y Van Ness (1968). Estos procesos estocásticos no son “strong – mixing” y poseen funciones de autocorrelación cuyo decaimiento se produce a un ritmo mucho más lento que el de los procesos débilmente dependientes. Así, los procesos ARFIMA son modelos lineales, discretos, que establecen un orden de diferenciación no entero en las series temporales, permitiendo captar el comportamiento de memoria a largo plazo que las mismas exhiben.

### 3.3 Modelos Autorregresivos Fraccionalmente Integrados de Medias Móviles

El modelo autorregresivo fraccionalmente integrado de medias móviles o ARFIMA (p,d,q) es un modelo intermedio entre un ARMA (p,q) y un ARIMA (p,d,q), pues no tiene una o más raíces unitarias enteras como los ARIMA (p,d,q), ni tampoco es estacionario en los niveles como los ARMA (p,q).

Los modelos ARIMA (p,d,q) se definen como sistemas homogéneos no estacionarios y son expresados del siguiente modo :

$$B(L)(1-L)^d X_t = D(L)\varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma) \quad (3.3.1)$$

donde  $B(L)$  y  $D(L)$  son polinomios *AR* y *MA* de órdenes  $p$  y  $q$ , respectivamente, en el operador de retardos  $L$ ,  $\varepsilon_t$  son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (IID) con media cero y desviación típica  $\sigma$  y  $(1-L)^d$  es el operador de diferenciación donde :

$$(1-L)^d X_t = (X_t - X_{t-1}) - (X_{t-1} - X_{t-2}) - \dots - (X_{t-d+1} - X_{t-d}) \quad (3.3.2)$$

dado que  $LX_t = X_{t-1}$ ,  $L^2X_t = X_{t-2}, \dots$

En los procesos ARIMA (p,d,q) el parámetro de diferenciación  $d$  puede tomar, únicamente, valores enteros. Pues bien, los modelos ARFIMA (p,d,q) pueden ser vistos como una generalización de los clásicos ARIMA (p,d,q) en los que el parámetro de diferenciación  $d$  adquiere un valor no entero.

Si suponemos que  $d$  es un parámetro real, el operador de diferenciación se puede formular del siguiente modo:

$$(1 - L)^d = \sum_{k=0}^d \binom{d}{k} (-1)^k L^k \tag{3.3.3}$$

donde el coeficiente binomial  $\binom{d}{k}$  está representado por la siguiente expresión:

$$\binom{d}{k} = \frac{d!}{k!(d-k)!} = \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(d-k+1)} \tag{3.3.4}$$

siendo  $\Gamma( )$  la función gamma. El hecho de que el orden de diferenciación  $d$  en los modelos ARFIMA (p,d,q) sea fraccional, les otorga capacidad para capturar la existencia de memoria a largo plazo, así como para estudiar el comportamiento de las series temporales con una mayor flexibilidad y precisión.

De acuerdo con Granger y Joyeux (1980) y Hosking (1981), decimos que un *proceso es fraccionalmente integrado puro*, también conocido como *proceso ruido blanco fraccionalmente integrado*, cuando carece de memoria o dependencia a corto plazo y sí exhibe memoria a largo plazo. Estos procesos, caracterizados por la ausencia de componentes autorregresivos y de medias móviles, representan el caso más sencillo de procesos ARFIMA, el ARFIMA (0,d,0), que refleja el comportamiento de las series temporales que exhiben, tan sólo, dependencia a largo plazo.

Los teoremas de Hosking (1981) desarrollan las propiedades de los procesos ruido blanco fraccionalmente integrados, que son las siguientes :

1. Cuando el valor del parámetro de diferenciación es menor que 0,5 ( $d < 0,5$ ), entonces  $\{X_t\}$  es un proceso estacionario y puede representarse a través de un modelo MA ( $\infty$ ).
2. En los casos en que el parámetro de diferenciación adopta un valor mayor que -0,5 ( $d > -0,5$ ),  $\{X_t\}$  es invertible y puede ser representado mediante un proceso AR( $\infty$ ).
3. La función de autocovarianzas de  $\{X_t\}$  queda definida por la expresión :

$$\gamma_k = E(X_t X_{t-k}) = \frac{(-1)^k (-2d)!}{(k-d)!(-k-d)!} \quad (3.3.5)$$

4. El proceso  $\{X_t\}$  presenta la siguiente función de autocorrelación :

$$\rho_k \sim \frac{(-d)!}{(-d-1)!} k^{2d-1}, \text{ con } k \rightarrow \infty \quad (3.3.6)$$

Reflexionando sobre las anteriores propiedades podemos obtener las siguientes conclusiones :

- El parámetro de diferenciación fraccional de los modelos ARFIMA, necesariamente tiene que estar comprendido entre los valores -0,5 y 0,5, para que el proceso sea estacionario e invertible al mismo tiempo. Ya que si  $|d| \geq 0,5$  el proceso  $\{X_t\}$  presenta varianza infinita y, en consecuencia, es no estacionario.
- La función de autocorrelación de los procesos ARFIMA, decae hiperbólicamente (es decir, a un ritmo menor que los coeficientes de

autocorrelación de los procesos de memoria a corto plazo, cuyo decaimiento es exponencial) a medida que aumenta la distancia temporal que separa a las observaciones.

- Los modelos ARFIMA pueden capturar las dependencias existentes entre observaciones muy alejadas en el tiempo, ya que cuando el valor de  $d$  está comprendido entre 0 y 0,5, la suma de los coeficientes de autocorrelación no es finita. Por esta razón, cuando  $d$  es positivo y, lógicamente menor que 0,5, los modelos ARFIMA son considerados como procesos capaces de representar la memoria a largo plazo. Así, el modelo ARFIMA puro o ARFIMA (0,d,0) recoge sólo dependencias a largo plazo, sin embargo, el proceso ARFIMA (p,d,q) es capaz de captar, simultáneamente, la existencia de memoria a largo y a corto plazo, es decir, dependencias intermedias entre las descritas por los procesos ARIMA (p,d,q) y las recogidas por los modelos ARMA (p,q).

Como acabamos de comentar, los procesos ARFIMA (p,d,q) son entendidos como procesos de memoria a largo plazo, identificada con la existencia de una elevada correlación entre observaciones separadas por dilatados intervalos de tiempo, cuando el valor del parámetro de diferenciación  $d$  es positivo y menor que 0,5 ( $0 < d < 0,5$ ). No obstante, no existe unanimidad en relación con el significado que cobra el proceso en los casos en que ( $-0,5 < d < 0$ ), ésto es, cuando el orden de diferenciación fraccional adopta un valor negativo y mayor que -0,5. Lo (1991) considera que el proceso exhibe memoria a largo plazo, con independencia de que el valor del parámetro de diferenciación sea positivo o negativo. Por el contrario, Mandelbrot (1964, 1975), Mills (1993) y Peters (1994), entre otros, califican como “antipersistentes”, a los procesos que presentan un valor del parámetro  $d$  negativo, considerando, únicamente cuando  $d$  es positivo, la existencia de memoria a largo plazo. Según Peters (1991, 1994) una serie temporal se considera antipersistente cuando en la misma se producen variaciones de sentido inverso y con mayor frecuencia que en una serie de carácter aleatorio. Es decir, que cuando el sistema en el período previo tiende al aumento, en el período siguiente es más que probable que presente un descenso.



En nuestro estudio, vamos a identificar la existencia de memoria a largo plazo con la presencia de valores del parámetro de diferenciación fraccional positivos y menores que 0,5, es decir,  $0 < d < 0,5$ .

De todo lo anteriormente expuesto se desprende que, para la detección de la existencia de patrones de memoria a largo plazo es fundamental estimar el valor del parámetro de diferenciación fraccional  $d$ , para lo cual (como analizamos en el siguiente epígrafe) existen una pluralidad de métodos, entre los cuales nos centraremos en los que consideramos poseen mayor relevancia.

### **3.4 Procedimientos para detectar la existencia de memoria a largo plazo**

Las alternativas propuestas en la literatura estadística y econométrica para detectar la existencia de las dependencias a largo plazo que, frecuentemente, exhiben las series temporales, son numerosas. Dichas alternativas, por una parte, dependiendo de que se basen, bien en el análisis en el dominio del tiempo, o bien , en el dominio de frecuencias y, por otra, según asuman o no una forma funcional determinada, pueden encuadrarse dentro de los enfoques paramétrico, semiparamétrico o no paramétrico.

En el conjunto de estrategias disponibles para detectar la memoria a largo plazo se encuentran, entre otros, el método sugerido por Granger y Joyeux (1980), que consiste en aplicar el procedimiento del paso hacia adelante para estimar el valor del parámetro  $d$ . Esta técnica exige la selección previa y arbitraria de un conjunto de valores de  $d$ , por lo que, como indican los propios autores, posee un elevado grado de subjetividad y se presenta como subóptima. Hosking (1981) propone dos procedimientos para estimar el parámetro de diferenciación fraccional, el primero de ellos consiste en estimar  $d$  por máxima verosimilitud a través de los métodos de McLeod y Hipel (1978) y, el segundo, se basa en el análisis del rango reescalado o exponente R/S, propuesto por Hurst (1951), para la estimación de  $d$ . Geweke y Porter-Hudak (1983) sugieren un contraste semi-paramétrico en el dominio de frecuencias, basado en la obtención de un estimador mínimo cuadrático del parámetro  $d$ , a partir de los parámetros de una regresión lineal. De otro

lado, Davies y Harte (1987) proponen el contraste denominado beta-óptimo. Lo (1991) propone un procedimiento no paramétrico en el dominio del tiempo, derivado del análisis del rango reescalado o R/S, desarrollado por Hurst (1951). Robinson (1991) y Agiakloglou et al (1994) estiman  $d$  a partir de multiplicadores de Lagrange. Wu (1992) sugiere el contraste localmente invariante para la estimación del parámetro de diferenciación fraccional. Adicionalmente, Sowell (1992a, b) desarrolla un procedimiento directo de máxima verosimilitud para estimar  $d$ <sup>2</sup>.

Como queda patente en nuestra exposición, las alternativas disponibles para la detección de la persistencia a largo plazo (a través de la estimación del parámetro  $d$ ) son tan numerosas, que la exposición detallada de todas ellas resultaría de cierta complejidad técnica y considerable extensión. Por ello, en nuestro estudio, tan sólo nos referimos al *análisis del rango reescalado*, propuesto por Hurst (1951), ya que sobre él se desarrolla el *estadístico modificado de Lo* (1991), al que también hacemos referencia, y por último al *contraste de Geweke y Porter-Hudak* (1983). No cabe duda de que estos contrastes son los más conocidos, además de que, según Cheung (1993), poseen un adecuado tamaño y poder frente a alternativas fraccionales, por lo que son de gran utilidad en las aplicaciones prácticas. No obstante, como exponemos a continuación, dichos estadísticos dependen de ciertos parámetros que impiden extraer, generalmente, conclusiones definitivas.

### 3.4.1 El Análisis del Rango Reescalado o Análisis R/S

El primer método desarrollado para detectar la existencia de memoria a largo plazo, frente a la simple correlación serial, está basado en un procedimiento propuesto (en el campo de la hidrología) por Hurst (1951) y desarrollado, posteriormente, por Mandelbrot y Wallis (1969), Wallis y Matalas (1970), Mandelbrot (1972, 1975) y Mandelbrot y Taqqu (1979), denominado *análisis de rango reescalado o análisis R/S*.

La utilidad de este método radica en que permite determinar la existencia de ciclos aperiódicos o dependencias a largo plazo como consecuencia de la tendencia que

---

<sup>2</sup> Para más detalles véanse Mills (1991) y Beran (1994), entre otros.

presentan las observaciones a desviarse del valor medio durante un período de tiempo más o menos dilatado. El análisis R/S se basa en la construcción del estadístico R/S, que mide el rango de las desviaciones de las sumas parciales de una serie temporal respecto de su media, reescalado por la desviación típica de la serie.

Existen diversas formas que permiten calcular el rango reescalado o estadístico R/S, sin embargo, todas ellas se derivan de una misma formulación analítica que podemos expresar del siguiente modo :

$$R/S = \frac{R_n}{S_n} = \frac{\max_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_n) - \min_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_n)}{\left[ \left( \frac{1}{n} \right) \sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_n)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (3.4.1)$$

donde  $X_j, j = 1, 2, \dots, n$  es una serie temporal univariante, que representa una submuestra de  $n$  observaciones consecutivas de la serie temporal de las que han sido extraídas,  $\bar{X}_n$  es la media muestral de las  $n$  observaciones que constituyen la submuestra, definida como :

$$\bar{X}_n = \left( \frac{1}{n} \right) \sum_{j=1}^n X_j \quad (3.4.2)$$

y,  $S_n$  es el estimador máximo verosímil de la desviación estándar de las observaciones submuestrales.

El numerador de la expresión 3.4.1 es la diferencia, denominada rango ( $R_n$ ), entre los valores máximo y mínimo de las sumas parciales de las primeras  $k$  desviaciones de  $X_j$  respecto de la media muestral de las  $n$  observaciones que forman la submuestra. Como es lógico, el rango es siempre positivo, puesto que el máximo de las mencionadas sumas parciales es siempre no negativo, mientras que el mínimo es no positivo.

La diferencia que existe entre las distintas formas de calcular el estadístico R/S radica en la elección del tamaño de las subseries ( $n$ ) y en los puntos de partida de las mismas. Existen diferentes aproximaciones alternativas que permiten determinar los dos factores mencionados. Entre dichas aproximaciones destacamos las desarrolladas por Mandelbrot y Wallis (1969), Wallis y Matalas (1970), Feder (1988), Peters (1989) y Blasco y Santamaría (1994a, 1996).

Una de las causas de la importancia del análisis del rango reescalado es que permite determinar el denominado *exponente de Hurst* ( $H$ ) que caracteriza el comportamiento de las series, a través de la siguiente expresión :

$$\frac{R_n}{S_n} = an^H \quad (3.4.3)$$

es decir, el estadístico R/S es igual a una constante  $a$  por el número de observaciones que forman la submuestra elevado a  $H$ , que es el exponente de Hurst.

La transformación logarítmica de la expresión (3.4.3) permite obtener:

$$\text{Ln}\left(\frac{R_n}{S_n}\right) = \text{Ln}(a) + H\text{Ln}(n) \quad (3.4.4)$$

Hurst (1951) descubre que cuando la serie temporal es un paseo aleatorio puro, entonces el estadístico R/S converge a  $n^H$  con un valor de  $H=0,5$ . En esta línea, Mandelbrot (1975) comprueba que el valor del exponente  $H$  está acotado entre 0 y 1. Además, el valor que adopta  $H$  es determinante del comportamiento subyacente de la serie objeto de estudio. Cuando el valor del exponente  $H$  es 0,5, significa que el proceso subyacente exhibe memoria a corto plazo, es decir, es débilmente dependiente, como los clásicos modelos ARMA ( $p,q$ ). Cuando se trata de un proceso gaussiano, si  $H$  está comprendido entre 0 y 0,5, significa que las observaciones se muestran dependientes, siendo su dependencia de signo negativo, es decir, que el proceso es antipersistente.

Finalmente, un valor del exponente  $H$  comprendido entre 0,5 y 1, indica que existe dependencia a largo plazo positiva en la serie temporal, es decir, que el proceso es persistente o, dicho de otro modo, presenta memoria a largo plazo.

Analíticamente,  $H$  se calcula a partir de una regresión lineal del  $\ln\left(\frac{R_n}{S_n}\right)$  sobre  $\ln(n)$ . Sin embargo, siguiendo a Aydogan y Booth (1988), este método no es robusto frente a la existencia de dependencia serial y algunos tipos de no estacionariedad de la serie. Para subsanar esta deficiencia, Peters (1994) propone aplicar el análisis R/S a los residuos de procesos autorregresivos de primer orden (AR(1)) y emplear el valor esperado del estadístico bajo la hipótesis nula de un proceso ruido blanco, utilizando los resultados obtenidos en Anis y Lloyd (1976). No obstante, este procedimiento además de asumir que el proceso generador de los datos es un AR(1), no permite un contraste estadístico formal.

### 3.4.2 El estadístico modificado de Lo

A pesar de la superioridad que Mandelbrot y Wallis (1969), Mandelbrot (1972, 1975) y Mandelbrot y Taqqu (1979) otorgan al análisis del R/S para detectar la presencia de memoria a largo plazo, este método no tiene en cuenta los efectos que algunos fenómenos como la dependencia a corto plazo y la heterocedasticidad, que como es bien conocido, con frecuencia están presentes en las series de datos financieros<sup>3</sup>, pueden tener sobre el estadístico R/S. Tal y como indican Davies y Harte (1987) y Cheung (1993), la presencia de dichos fenómenos enturbia los resultados del mencionado estadístico, pudiéndose dar el caso de que detecte memoria a largo a plazo sin que realmente exista. Al objeto de superar estas deficiencias se desarrollan algunos contrastes alternativos, caracterizados por poseer una mayor robustez para la finalidad perseguida por el análisis del R/S clásico.

Así, Lo (1991) propone una modificación del análisis del rango reescalado clásico, que se muestra, tal y como demuestran Lo (1991) y Cheung (1993), mediante el método

<sup>3</sup> Véase, por ejemplo, Bollerslev et al (1992).

de la simulación de Monte Carlo, robusto frente a las dependencias a corto plazo y a la heterocedasticidad. Lo (1991) propone utilizar el estadístico de *rango reescalado modificado (RRM)*, basándose en el hecho de que cuando existen dependencias a corto plazo, la varianza de las sumas parciales ha de incluir las autocovarianzas de los términos individuales y no sólo las varianzas de los mismos, como sucede en el análisis del R/S tradicional. Así, el estadístico RRM se formula en los siguientes términos :

$$RRM = \frac{R_n}{\sigma_n} \quad (3.4.5)$$

donde,  $R_n$  es el rango, tal y como se define en el apartado 3.4.1 al exponer el análisis R/S clásico y,  $\sigma_n$  es un estimador de la desviación típica consistente a heterocedasticidad y autocorrelación, que se determina mediante la siguiente expresión :

$$\sigma_n = \left[ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_n)^2 + \frac{2}{n} \sum_{j=1}^q \omega_j(q) \left( \sum_{i=j+1}^n (X_i - \bar{X}_n)(X_{i-j} - \bar{X}_n) \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.4.6)$$

siendo  $q$  el parámetro de truncado, que se corresponde con la parte entera de la siguiente formulación :

$$\left( \frac{3}{2} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{2\rho}{(1-\rho^2)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.4.7)$$

donde  $\rho$  se identifica con el coeficiente de autocorrelación para el primer retardo. Las ponderaciones  $\omega_j(q)$  pueden ser, bien las propuestas por Newey y West (1987) :

$$\omega_j(q) = 1 - \left| \frac{j}{q} \right| \quad (3.4.8)$$

o bien, las sugeridas por Andrews (1991) :

$$\omega_j(q) = 1 - \frac{j}{(q+1)} \quad (3.4.9)$$

Podemos apreciar fácilmente que el estadístico R/S tradicional es un caso particular del estadístico RRM, pues cuando  $q = 0$ , ambos coinciden.

Una importante ventaja que ofrece este procedimiento es que, a diferencia del análisis R/S clásico, permite un contraste estadístico formal de sus resultados. Lo (1991) demuestra que bajo la hipótesis nula de independencia o dependencia a corto plazo, el estadístico  $V^* = \frac{RRM}{\sqrt{n}}$  converge débilmente a un proceso estocástico con distribución conocida, lo cual permite efectuar contrastes para cualquier nivel de significación. El rechazo de la hipótesis nula motiva la aceptación de procesos que exhiben memoria a largo plazo. La aceptación o rechazo de la hipótesis nula está determinada por el valor que adopta  $V^*$  para cada uno de los valores de  $q$  seleccionados. Los valores críticos del estadístico  $V^*$  están recogidos en Lo (1991, pág. 1288, Tabla II). Otra ventaja de este método es que el estadístico RRM posibilita la determinación del exponente de Hurst ( $H$ ), con tan sólo aplicar la siguiente expresión :

$$H = \frac{\text{Ln}(RRM)}{\text{Ln}(n)} \quad (3.4.10)$$

Las diferencias entre el rango reescalado modificado, formulado por Lo (1991), y el R/S clásico pueden resumirse en dos: en primer lugar, siguiendo a Cheung y Lai (1993), el RRM analiza la serie de forma global, mientras que el R/S tradicional subdivide la serie para trabajar con submuestras de la misma. La segunda diferencia consiste en la inclusión de la suma de las autocovarianzas muestrales, ponderadas, en la estimación de la desviación típica muestral ( $\sigma_n$ ) del rango reescalado modificado. Con ello se consigue una estimación consistente a heterocedasticidad y dependencias a corto plazo.

El RRM, a pesar de su superioridad frente al R/S clásico, presenta algunas deficiencias nada despreciables. La más importante es la elección del parámetro de truncado  $q$ . Tal elección, como demuestra Pagan (1995), debe realizarse con cierta cautela, pues valores de  $q$  relativamente grandes con respecto del número de observaciones no permiten rechazar la hipótesis nula de independencia o dependencia a corto plazo, mientras que cuando se selecciona un valor de  $q$  reducido la evidencia frente a la hipótesis alternativa es favorable. Además, como señalan Lo y Mackinlay (1988), la utilización de un  $q$  reducido puede conducir a ignorar la importancia de las autocovarianzas de períodos más dilatados que deberían tenerse en cuenta y ser incorporadas en la suma ponderada. En esta misma línea, Andrews (1991) propone un sistema de elección del parámetro de truncado óptimo, sin embargo, éste únicamente se comporta de manera óptima en procesos AR(1) y puede ser inadecuado frente alternativas débilmente dependientes más generales.

Lo (1991) pone de manifiesto otro de los inconvenientes del RRM, derivado de la exigencia de que existan momentos finitos de orden superior a cuatro, hecho que, como muestran Jansen y Vries (1991) y Loretan y Philips (1993), para los rendimientos de algunas variables financieras, no siempre se verifica. Por último, según Cheung (1993), como el estadístico RRM tiene cierto poder frente a alternativas de tipo ARCH, en caso de que se rechace la hipótesis nula es necesario llevar a cabo un análisis ulterior que permita determinar cuál es la alternativa más idónea.

### 3.4.3 El contraste de Geweke y Porter-Hudak

Geweke y Porter-Hudak (1983) proponen un contraste semi-paramétrico (*contraste GPH*, de aquí en adelante), basado en una estimación mínimo cuadrática, que proporciona una estimación del parámetro  $d$  que indica la existencia de memoria a largo plazo en la serie. Este método, que se fundamenta en la función de densidad espectral de la serie temporal cuya dinámica se analiza, se centra en la idea, sugerida por Granger y Joyeux (1980) y Hosking (1981), de que para frecuencias bajas el comportamiento de la serie está



parametrizado por  $d$ . Más formalmente, la densidad espectral de un proceso autorregresivo de medias móviles fraccionalmente integrado, ARFIMA (p,d,q), puede expresarse del siguiente modo :

$$f_x = |1 - e^{-i\omega}|^{-2d} f_u(\omega) = (2 \text{sen}(\omega / 2))^{-2d} f_u(\omega) \quad (3.4.11)$$

donde  $u_t = B^{-1}(L)D(L)\varepsilon_t$  es un proceso estacionario y  $f_u(\omega)$  representa su densidad espectral para la frecuencia  $\omega$ . Como puede observarse en Geweke y Porter-Hudak (1983), realizando una serie de operaciones algebraicas sobre la expresión (3.4.11) obtenemos la siguiente formulación del periodograma de la serie :

$$\text{Ln}\{I(\omega_j)\} = \alpha_0 - \alpha_1 \text{Ln}\{4 \text{sen}^2(\omega_j / 2)\} + \varepsilon_j, \quad j=1,2,\dots,n \quad (3.4.12)$$

donde  $I(\omega_j)$  representa el periodograma de la serie temporal para la frecuencia  $\omega_j$ , lo que permite estimar el parámetro  $d$  mediante una simple regresión (3.4.12), dado que  $d$  se corresponde con el estimador mínimo cuadrático ordinario de  $\alpha_1$ . El principal problema que presenta el contraste GPH es la selección de las frecuencias utilizadas en la regresión 3.4.12. Siguiendo a Olmeda (1996), si se utilizan frecuencias elevadas, como es un estadístico elaborado para determinar el comportamiento para frecuencias bajas, queda desvirtuada la naturaleza del mismo, mientras que el empleo de frecuencias muy próximas al origen genera una estimación de  $d$  no consistente.

Geweke y Porter-Hudack (1983) demuestran la consistencia y normalidad asintótica de  $\alpha_1$  para  $n = g(T)$  con  $\lim_{T \rightarrow \infty} g(T) = \infty$  y  $\lim_{T \rightarrow \infty} g(T)/T = 0$ , en consecuencia, el estadístico t correspondiente es una herramienta válida para valorar su significación. Normalmente, se toma  $g(T) = T^\mu$ , con valores del parámetro  $\mu$  comprendidos entre 0 y 1. No obstante, el valor de dicho parámetro es un tanto arbitrario. En este sentido, Geweke y Porter-Hudack (1983) y Porter-Hudack (1990) sugieren la utilización de un valor de  $\mu$  comprendido entre .5 y .75. El rango que nosotros emplearemos es (.5, .65).

Para terminar, debemos destacar que el contraste GPH permite calcular el exponente de Hurst ( $H$ ), puesto que dicho exponente y el parámetro de diferenciación fraccional ( $d$ ) mantienen la siguiente relación :  $d = H - 1/2$ . Olmeda (1995a) sugiere que es muy importante comparar las estimaciones que el estadístico GPH proporciona del parámetro  $d$ , con las que se obtienen del análisis R/S, para la generación de modelos plausibles, ya que las estimaciones de  $d$  derivadas del contraste GPH no son, generalmente, robustas.

### 3.5 Evidencia para la volatilidad del tipo de cambio de la peseta

Como indicamos anteriormente, los estudios sobre la posibilidad de existencia de memoria a largo plazo se centran, en la mayoría de las ocasiones, en las series de rendimientos. No obstante, como indican Bollerslev et al. (1992) y Breidt et al. (1995), es bien conocido que las series de volatilidades de variables financieras, como los tipos de cambio, presentan un alto nivel de persistencia. La volatilidad frecuentemente se describe de un modo directo a través de modelos ARIMA, como lo hacen French et al. (1987), mediante los procesos de tipo ARCH propuestos en Engle (1982) o bien, utilizando modelos de más reciente aparición, como los de cambio de régimen sugeridos por Hamilton y Susmel (1994).

En consecuencia, consideramos relevante analizar la existencia de dependencias a largo plazo en las series de volatilidades del tipo de cambio de la peseta, al objeto de determinar si el comportamiento de las mismas puede describirse a través de procesos, como los ARFIMA, capaces de modelizar la presencia de memoria a largo plazo o persistencia.

En nuestro estudio utilizamos las series de volatilidades, calculadas como el cuadrado de los rendimientos logarítmicos del tipo de cambio, o diferencias logarítmicas del tipo de cambio al cuadrado, ( $R_t^2$ ). La razón por la que utilizamos esta medida de la volatilidad reside en el hecho de que, generalmente y de acuerdo con Bollerslev et al

(1992), la volatilidad de las variables financieras se describe mediante modelos de tipo GARCH (p,q), cuya varianza condicional  $\sigma_t^2 = E[R_t^2 | R_{t-1}, R_{t-2}, \dots]$ , siguiendo a Engle y Bollerslev (1986), puede reexpresarse en términos de un proceso ARCH de orden infinito con un decaimiento exponencial de sus ponderaciones de la forma:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j R_{t-j}^2 \quad (3.5.1)$$

de forma que la persistencia en volatilidad implica persistencia en los rendimientos cuadrados.

A continuación, empleando los contrastes descritos en el epígrafe 3.4, analizamos la posible existencia de memoria a largo plazo en el cuadrado de los rendimientos logarítmicos de las series empleadas anteriormente<sup>4</sup>.

En resumen, trabajamos sobre la volatilidad diaria de la peseta frente a las seis monedas contempladas en los estudios efectuados a lo largo de la presente Tesis, para el período que comprende desde el 24 de abril de 1972 hasta el 21 de abril de 1997, al igual que en el análisis llevado a cabo en el capítulo anterior. Ahora bien, como disponemos de un período sumamente largo y, a su vez, heterogéneo, creemos conveniente, al igual que en el capítulo anterior, subdividirlo para efectuar el análisis, con el ánimo de que la falta de homogeneidad no reste validez a los resultados y conclusiones. No obstante, como comentamos en el capítulo precedente y debido a la exhaustividad del análisis en caso de tomar en consideración las nueve submuestras en que hemos dividido el conjunto muestral, al analizar la posible existencia de persistencia nos centramos en los tres primeros subperíodos, los principales, efectuados en base a dos importantes acontecimientos: 13 de marzo de 1979, la firma de los convenios para la puesta en funcionamiento del SME y 19 de junio de 1989, momento en que se produce la incorporación de la peseta a dicho Sistema. Al realizar las submuestras hemos eliminado

---

<sup>4</sup> Los resultados los ofrecemos en las tablas 3.1 a 3.3 que aparecen al final del capítulo.

el día del acontecimiento en cuestión, tomando las fechas inmediatas anterior y posterior en que el mercado está en funcionamiento.

Como trabajamos con un elevado número de series, no efectuamos un análisis formal ni identificamos la linealidad de los procesos. En algunos casos, ésto puede suponer, claramente, un defecto de nuestro modo de proceder. Así, podría suceder que, para algunas monedas la hipótesis nula de independencia no fuera rechazada, lo que haría innecesario la identificación de posibles alternativas. En todo caso, nuestro objetivo es determinar algunas conclusiones generales, independientemente de que algún resultado sea en cierta medida discutible. En este sentido, consideramos que las conclusiones obtenidas resultan totalmente válidas.

Nuestro primer análisis se basa en la aplicación del *contraste de Lo* (1991). En virtud del mismo, calculamos los valores del parámetro de diferenciación fraccional  $d$  a partir del estadístico  $RRM$ , mediante la siguiente relación:

$$d = \frac{\log(RRM)}{\log(n)} \quad (3.5.2)$$

donde  $n$  representa el tamaño de la muestra.

Para calcular el valor del estadístico, para cada uno de los tipos de cambio y subperíodos considerados, empleamos 0, 5 y 25 retardos de truncado ( $q$ ). El motivo por el que consideramos la corrección en las autocovarianzas para diferente número de retardos ( $q$ ) es que permite comprobar la robustez de los resultados. Sin embargo, no empleamos factores de corrección más elevados puesto que, como demuestra Pagan (1995), la distribución del estadístico se degrada cuando se emplea un factor de corrección alto en relación con el tamaño muestral.

En la Tabla 3.1 se recogen los resultados obtenidos. Indicamos con un asterisco (\*) cuando el valor estimado del estadístico  $V^*$  es significativo, empleando los valores críticos calculados en Lo (1991, pág. 1288), igualmente, obtenemos el valor asociado de  $d$  según (3.5.2). Como puede comprobarse en la tabla anterior, existe evidencia de integración fraccional para todas las monedas, en los tres períodos, a excepción de la libra esterlina en el segundo, que no muestra indicios de persistencia. Puede también comprobarse que para los tipos de cambio de la peseta frente a la libra esterlina y yen japonés, en el primer período, y frente al marco alemán, franco francés, libra esterlina, dólar estadounidense y yen japonés, en el tercero, la evidencia de memoria a largo plazo desaparece cuando se consideran correcciones en la autocovarianza de 25 retardos, más aún, para el caso del tipo de cambio peseta/dólar durante el primer período, así como para las cotizaciones de la peseta frente al marco y lira, en el segundo, los indicios de dependencia a largo plazo desaparecen al utilizar un parámetro de truncado de 5 retardos, lo que sugiere que la persistencia es débil.

También podemos observar que los valores del parámetro fraccional que son significativos están comprendidos entre .089 y .250, los cuáles al pertenecer al intervalo  $[0, 0.5]$ , son consistentes con la hipótesis de existencia de memoria a largo plazo.

Utilizamos, a continuación, el *procedimiento propuesto por Geweke y Porter-Hudak* (1983) para determinar el valor del parámetro de diferenciación fraccional  $d$  y comprobar si los resultados son consistentes con los obtenidos anteriormente. Empleamos, además, una modificación sugerida por Künsch (1986) que consiste en eliminar las frecuencias cercanas al origen para obtener estimadores consistentes de  $d$ . No obstante, la elección de los valores de  $K$ , o número de frecuencias eliminadas, es arbitraria, puesto que Künsch (1986) no propone el rango de frecuencias que deben eliminarse. En nuestro estudio, obtenemos el estadístico suprimiendo las  $K$  ( $K=0, 5$  y  $10$ ) primeras frecuencias y calculando la regresión (3.4.12) sobre  $0 \leq K \leq j \leq n^{\mu}$ , para valores de  $\mu$  pertenecientes al intervalo (.5, .65).

Las Tablas 3.2 y 3.3 reflejan los resultados obtenidos. Hemos señalado con un asterisco cuando el estadístico es significativo a un nivel del 10% y con dos asteriscos cuando lo es a un nivel del 5%. Lo primero que podemos destacar es la gran variabilidad de las estimaciones de  $d$  para los distintos valores de  $K$  y  $\mu$ . De los resultados obtenidos se desprende, al igual que en Olmeda (1997), que el procedimiento de G-P-H con las modificaciones propuestas por Künsch resulta inoperante para la identificación del modelo. Por ejemplo, para el tipo de cambio peseta/libra, durante el tercer período, obtenemos  $d_{max} - d_{min} = 2.256 - .319 = 1.937$ , siendo ambos estimadores significativos al 5%, análogamente, para la lira italiana, también en el período tercero, dicha diferencia máxima asciende a .949. Además, consideramos inconsistente obtener un valor de 2.256 (bastante mayor que .5) para el parámetro de diferenciación fraccional.

En todo caso y, con independencia de las consideraciones anteriores, la evidencia encontrada por el estadístico G-P-H es similar a la que ofrece el contraste de Lo (1991). Existen indicios de integración fraccional para todas las monedas durante los tres períodos considerados, a excepción de la lira italiana en el segundo. Esta evidencia se mantiene a lo largo de las correcciones por  $K$  en los casos de la libra esterlina, en el primer período, el marco alemán, la libra esterlina y el dólar estadounidense, durante el segundo y para las seis monedas objeto de análisis, en el tercer tramo en que subdividimos la muestra. Por el contrario, no se mantiene para el tipo de cambio peseta/marco, franco, lira, dólar y yen, durante el primer período, y para las monedas francesa y japonesa, en el segundo. En relación con el yen a lo largo de los dos primeros subperíodos y el franco francés en el segundo, podemos observar un decaimiento de los indicios de integración fraccional al incrementar la corrección por  $K$ , en este sentido, debemos destacar que, en los tramos mencionados, estas monedas sólo dan muestras de persistencia cuando no se elimina ninguna frecuencia, lo que parece indicar que la memoria a largo plazo que podrían exhibir es bastante débil. Para el marco alemán, durante el segundo período, los indicios aparecen, únicamente, cuando se eliminan las 5 y 10 primeras frecuencias. Por otra parte, la evidencia no parece ser muy convincente en el caso del tipo de cambio de la peseta

frente al dólar estadounidense durante el primer período, ya que, la inclusión de frecuencias elevadas, es decir,  $\mu > .60$ , no permite confiar en los resultados.

Por otra parte, el grado de acuerdo entre los dos contrastes efectuados no parece ser muy elevado en ciertas ocasiones. Para la libra esterlina, durante el segundo período, el estadístico G-P-H muestra una clara evidencia de memoria, por el contrario, el contraste de Lo (1991) no encuentra indicios de la misma. El tipo de cambio peseta/lira, en el período segundo, al contrario que en el caso anterior, no presenta indicios de persistencia según el estadístico G-P-H, sin embargo el contraste de Lo (1991) encuentra una firme evidencia de memoria a largo plazo. Durante el primer período, para las monedas alemana, francesa e italiana, ambos contrastes presentan indicios de integración fraccional, no obstante, dichos indicios son menores según el estadístico G-P-H que por el contraste de Lo (1991), sin embargo, para los tipos de cambio de la peseta frente a la libra esterlina y el dólar estadounidense, ocurre lo contrario. Las muestras de memoria a largo plazo que presenta el estadístico G-P-H son mayores que las ofrecidas por el contraste de Lo (1991) para el marco, en el segundo período y para la totalidad de monedas, salvo la lira, en el tercero. Ahora bien, en los casos del franco francés y yen japonés, en el segundo tramo en que dividimos la muestra, la evidencia presentada por el contraste de Lo (1991) es muy clara, mientras que la ofrecida por el estadístico G-P-H es muy débil. Por último, debemos destacar que así como los valores estimados del parámetro de integración fraccional por el contraste de Lo (1991) son consistentes, al verificar que  $0 < d < .5$ , las estimaciones del procedimiento G-P-H, en numerosas ocasiones no lo son, superando el valor .5, lo que hace aumentar nuestra desconfianza en este método.

Como consecuencia de todos los resultados anteriores, consistentes con algunos y discrepantes con otros de los obtenidos por otros autores, con monedas y horizontes muestrales distintos, podemos extraer la conclusión general de que la volatilidad del tipo de cambio de la peseta frente a las monedas contempladas en nuestro análisis exhibe memoria a largo plazo. Ahora bien, aunque ante la existencia de memoria a largo plazo parece que los modelos autorregresivos fraccionalmente integrados de medias móviles, o ARFIMA (p,d,q), pueden aportar mejoras predictivas, no los hemos podido utilizar para

predecir la volatilidad del tipo de cambio debido a la inexistencia de herramientas o metodologías que permitan su ejecución.

No obstante, debemos destacar que la utilización de modelos ARFIMA exige ser muy cauteloso y que no parecen ser eficientes en el ámbito predictivo. La estimación de estos modelos presenta importantes dificultades, además de que la evidencia empírica en relación, tanto con la capacidad predictiva de estos modelos, como con el efecto del procedimiento de estimación utilizado sobre la calidad de las predicciones es prácticamente inexistente. A esta problemática se unen los resultados teóricos que muestran que una especificación incorrecta de los modelos fraccionales puede tener implicaciones muy adversas en el terreno predictivo a largo plazo (Crato, 1992; Ray, 1993). En este sentido, Ray y Crato (1994) efectúan un extensivo trabajo de simulación, que les permite realizar un análisis comparativo de la capacidad predictiva de modelos ARMA y ARFIMA, teniendo en cuenta diferentes procedimientos de estimación y criterios de selección del modelo. Las conclusiones que obtienen los citados autores, como ilustran las tablas 1 a 90 (pp.18 a 71) del mencionado trabajo, apuntan a que los modelos ARFIMA presentan una escasa eficiencia predictiva. Por lo general, los modelos ARMA que estiman, aún en presencia de memoria a largo plazo, superan a los procesos ARFIMA o generan resultados similares, en cuanto a calidad de las predicciones que generan. Debido a la dificultad de seleccionar el modelo ARFIMA adecuado y a la gran varianza de los parámetros estimados, la utilización de este tipo de procesos con fines predictivos únicamente está justificada cuando la persistencia es muy fuerte y el número de observaciones disponible es elevado. En este sentido, debemos destacar que Ray y Crato (1992) consideran que la dependencia es muy fuerte cuando el orden de diferenciación fraccional  $d$  es igual o mayor que cuatro (mucho mayor que el obtenido, por lo general, en nuestro estudio) y que el número de observaciones es elevado cuando supera a las 360.



### 3.6 La volatilidad del Tipo de Cambio. Métodos de predicción no paramétricos

Existe una gran variedad de técnicas estadísticas que permiten tratar los problemas de estimación y predicción de series temporales financieras. Dentro de esta amplia tipología de modelos podemos distinguir entre métodos paramétricos y no paramétricos, según conozcamos o no la forma de la función que explica la variable dependiente.

Los **métodos paramétricos** parten de una función de distribución conocida y tratan de estimar los parámetros del modelo de forma que ajusten lo mejor posible las observaciones de la muestra. Es decir, siguiendo a Olmeda (1993), si consideramos que una determinada variable dependiente  $Y$  puede ser explicada mediante una función del conjunto de variables independientes  $f(x)$  y un término de error,  $\varepsilon$ , del siguiente modo:  $Y = f(x) + \varepsilon$ , el enfoque paramétrico supone que la forma de la función  $f(x)$  es conocida, por ejemplo, el simple caso donde  $f(x) = ax + b$ , donde  $a$  y  $b$  son parámetros reales. En consecuencia, el problema consiste únicamente en la determinación del valor de los parámetros que indexan la familia de funciones lineales a la que se supone pertenece  $f(x)$ . La limitación que presenta este enfoque es que cuando el modelo no está correctamente especificado, es decir, cuando  $f(x)$  forma parte de otra familia, conduce a conclusiones erróneas. A este problema se une una limitación adicional de los métodos paramétricos, el hecho de que los mismos carecen de la robustez necesaria ante errores en los datos.

Por los motivos que acabamos de exponer, existe una tendencia generalizada a eliminar las restricciones del enfoque paramétrico, es decir, suprimir las restricciones relacionadas con la forma de la función  $f(x)$ .

Para salvar estas limitaciones se han desarrollado procedimientos inferenciales, denominados **modelos no paramétricos**.

En resumen, el objetivo que se pretende en la modelización es formular una función  $\hat{f}(x)$  que sea una buena aproximación de  $f(x)$ . Si conocemos la forma paramétrica adecuada de  $f(x)$ , entonces podemos emplear un modelo de regresión paramétrica para estimar los parámetros o coeficientes desconocidos de la función. Por el contrario, si la forma paramétrica de la función  $f(x)$  es desconocida, tenemos que utilizar técnicas de regresión no paramétricas que, al mismo tiempo que determinan los parámetros de la función, estiman una buena aproximación de la misma, cuya forma no se conoce.

### 3.6.1 Árboles de Regresión: Modelo de Partición Recursiva (CART)

Los árboles de decisión son una técnica no paramétrica de clasificación binaria que reúne las características del modelo clásico univariante y las propias de los sistemas multivariantes. Originalmente fueron propuestos para separar las observaciones que componen la muestra asignándolas a grupos establecidos a priori, de forma que se minimice el coste esperado de los errores cometidos. Esta técnica fue presentada por Friedman en 1977, pero sus aplicaciones a las finanzas no han sido muy numerosas, si bien cabe destacar dos estudios: el trabajo de Frydman, Altman & Kao (1985) en el que utilizan el modelo para clasificar empresas, comparando su capacidad clasificadora con el clásico análisis discriminante; y el trabajo de Marais et. al (1984) que, por el contrario, lo aplican a préstamos. En ambos se ha llegado a demostrar la gran potencia que presenta este modelo como técnica de clasificación.

Por motivos expositivos, plantearemos en primer lugar los modelos CART como modelos de clasificación, para posteriormente referirnos a esta técnica como modelos de regresión, tal como son empleados en la presente Tesis.

El modelo CART supone esencialmente que los “desconocidos” a clasificar son extraídos de una distribución  $\phi$  en  $L \times X$ , donde  $L$  es el espacio de categorías y  $X$  el espacio de características. Las densidades condicionales  $\phi(x/l)$  difieren al variar  $l$  y las probabilidades marginales  $\phi(l)$  son conocidas. El proceso utiliza la muestra  $S$  como

conjunto de entrenamiento para la estimación no paramétrica de una regla de clasificación que permita particionar directamente el espacio  $X$  de características. Para cada  $l$  de  $L$ , el subconjunto  $S_l$  del conjunto de entrenamiento  $S$  constituye una muestra aleatoria de la distribución condicional  $\phi(x/l)$  en  $X$ .

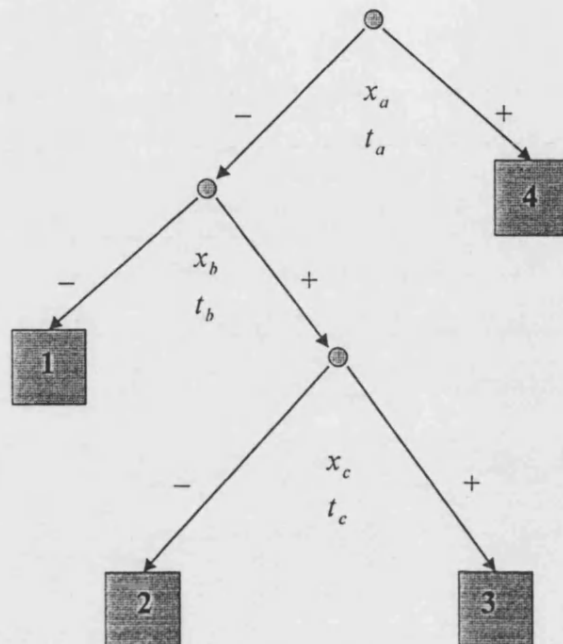
Así pues, el proceso consiste en dividir sucesivamente la muestra original en submuestras, sirviéndose para ello de reglas univariantes que buscarán aquella variable independiente que permita discriminar mejor la división. Con ello se pretende obtener grupos compuestos por observaciones que presenten un alto grado de homogeneidad, incluso superior a la existente en el grupo de procedencia, también denominado “nodo madre”.

Con objeto de encontrar la mejor regla de división, el algoritmo estudiará cada una de las variables explicativas, analizando sus puntos de inflexión para de este modo elegir aquella que mayor homogeneidad aporte a los nuevos subgrupos. El proceso finaliza cuando resulte imposible realizar una nueva división que mejore la homogeneidad existente.

Se representa mediante una estructura de árbol compuesto de una sucesión de nodos y ramas, que constituyen respectivamente los grupos y las divisiones que se van realizando de la muestra original. Cada uno de los nodos terminales representa aquel grupo cuyo coste esperado de error sea menor, es decir, aquéllos que presenten menor riesgo. El riesgo total del árbol se calcula sumando los correspondientes a cada uno de los nodos terminales.

En el gráfico siguiente podemos observar la estructura general que presenta este modelo:

$T_0$



$T_{Max}$

Sabiendo que  $x_i$  representa la variable independiente que va a permitir la división de la muestra y  $t_i$  los valores de dichas variables. Así pues, un árbol, tal y como lo definen los profesores Breiman, Friedman, Olshen y Stone en su libro (1984), es un conjunto no vacío de  $T$  números enteros positivos y dos funciones *derecha* ( $\bullet$ ) e *izquierda* ( $\bullet$ ) de  $t$  a  $T \cup \{0\}$ , los cuales juntos satisfacen las siguientes propiedades:

- 1.- Para cada  $t \in T$ , o bien  $derecha(t) = izquierda(t) = 0$  o bien  $izquierda(t) > t$  y  $derecha(t) > t$
- 2.- Para cada  $t \in T$ , distinta del menor entero en  $T$ , hay exactamente un  $s \in T$  tal que o bien  $t = izquierda(s)$  o bien  $t = derecha(s)$

En nuestra exposición  $T$  será el árbol y nos referiremos a cada elemento de  $T$  como los nodos. El elemento mínimo de  $T$  se denomina raíz y viene denotado en el gráfico por  $T_0$ . Si  $s, t \in T$  y  $t = izquierda(s)$  o bien  $t = derecha(s)$ , entonces  $s$  se denomina “madre” de  $t$ . Como puede observarse la raíz de  $T$  no tiene madre, pero cualquier otro nodo en  $t$  la tiene.

Un nodo  $t$  se denomina nodo terminal si no es madre de ningún otro, esto ocurre cuando tanto la derecha como la izquierda de  $t$  son cero. Los nodos terminales se obtendrán multiplicando cada uno de los pasos tomados, los cuales vienen representados por las ramas y determinan las decisiones de división adoptadas,  $H$ ,

$$\begin{aligned}
 B_1 &= H[-(x_a - t_a)] \cdot H[-(x_b - t_b)] \\
 B_2 &= H[-(x_a - t_a)] \cdot H[+(x_b - t_b)] \cdot H[-(x_c - t_c)] \\
 B_3 &= H[-(x_a - t_a)] \cdot H[+(x_b - t_b)] \cdot H[+(x_c - t_c)] \\
 B_4 &= H[+(x_a - t_a)]
 \end{aligned} \tag{3.6.1}$$

Si denotamos con  $\tilde{T}$  al conjunto de todos los nodos terminales de  $T$ , los elementos de  $T - \tilde{T}$  se denominan nodos no terminales. Asimismo,  $s$  es el antecesor de un nodo  $t$  si  $s = madre(t)$  y  $s = madre(madre(t))$ . De igual modo  $t$  es descendiente de  $s$  si es un antecesor de  $t$ . Por tanto si  $s$  es un antecesor de  $t$ , se dice que hay un único camino de  $s$  a  $t$ .

Dado un subconjunto no vacío de  $T_1$  en  $T$ , podemos definir la *derecha* ( $\bullet$ ) e *izquierda* ( $\bullet$ ) de  $T_1$  a  $T_1 \cup \{0\}$  mediante las siguientes expresiones,

$$\begin{aligned}
 derecha_1(t) &= \begin{cases} der.(t), & \text{si } der.(t) \in T_1 \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases} \\
 izquierda_1(t) &= \begin{cases} izq.(t), & \text{si } izq.(t) \in T_1 \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Entonces podemos decir que  $T_1$  es un subárbol de  $T$  si la derecha y la izquierda de  $T_1$  forman un árbol, y también, si  $T_1$  es un subárbol de  $T$  y  $T_2$  es un subárbol de  $T_1$  entonces  $T_2$  es un subárbol de  $T$ . Al conjunto de todos los subárboles se denomina rama.

La construcción entera de un árbol gira en torno a tres elementos básicos: la elección de las divisiones, la decisión de cuándo calificar un nodo como terminal o continuar con la división y, por último, la asignación de cada nodo terminal a una clase determinada. Así pues, la esencia del problema radica en cómo utilizar los datos para determinar las divisiones, los nodos terminales y sus asignaciones a las categorías establecidas a priori.

En definitiva, el *algoritmo de partición recursiva (CART)* puede resumirse (Marais et al., 1984) en los siguientes cuatro pasos:

1.- El primer paso consiste en encontrar, de entre todas las posibles particiones del conjunto de características, aquella que mejore más la homogeneidad de la región “madre”. Es un proceso de búsqueda, en el que se pretende obtener la mejor división binaria de una combinación lineal de variables independientes, entendiendo por “la mejor” aquella que sea más homogénea. Para ello se estudiarán todas las variables como posibles candidatas para la división.

Existen diversos criterios para seleccionar la mejor división de cada nodo, todos ellos buscan siempre aquella división que reduzca más la impureza del nodo, definida ésta mediante la siguiente expresión,

$$i(t) = - \sum_j p(j/t) \cdot \log[p(j/t)] \quad (3.6.2)$$

siendo  $p(j/t)$  la proporción de la clase  $j$  en el nodo  $t$ . Como medida de la homogeneidad o impureza se utiliza una extensión de la medida de Gini para respuestas categóricas. Así pues, la impureza del nodo  $V$  se obtiene mediante la siguiente expresión,

$$V = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K \lambda(i/j) \cdot p(i/t) \cdot p(j/t) \quad (3.6.3)$$

siendo  $\lambda(i/j)$  el coste de error soportado al clasificar un objeto de la clase  $j$  como objeto de la clase  $i$ , y  $p(i/t)$  el porcentaje de nodo de clase  $i$ , es decir, fracción de las clases incluidas en el nodo  $t$  que pertenecen a la clase  $i$ ,  $i=1, \dots, K$ .

El algoritmo optará por aquella división que más disminuya la impureza, disminución que se mide comparando la que presenta el nodo madre con la suma de la correspondiente a las dos regiones obtenidas en la partición.

2.- El paso anterior se repite hasta que, o bien resulte imposible mejorar la situación realizando otra división, o bien el nodo obtenido presente el tamaño mínimo. En esta fase del algoritmo se obtiene el árbol binario  $T_{max}$ , en el cual cada uno de sus nodos interiores es una división binaria del eje de características.

Las frecuencias de los puntos que relacionan cada categoría en una región proporcionan estimaciones de las densidades condicionales  $\phi(x/l)$  en esa región, que junto con la estructura de pérdida de error verifican el coste mínimo de asignación de una categoría a una observación cuyo vector de características cae en esta región. De este modo, las reglas de clasificación derivan de los subárboles que se van originando entre el inicio del árbol  $T_0$ , y el final del mismo  $T_{max}$ , cuando se ha alcanzado la división máxima.

Ahora bien, este procedimiento, tal y como ha sido expuesto, presenta un grave problema: el sobreaprendizaje. En principio cada región puede ser forzada a contener un sólo punto, evitando, de este modo, el error de clasificación. Así pues, necesitamos algún medio para seleccionar un árbol de clasificación intermedia entre  $T_0$  y  $T_{max}$ , sin que esto

ocasiona una parada prematura del algoritmo, lo que conduciría a pasar por alto grandes mejoras que podrían haberse obtenido si el proceso hubiese continuado, por ejemplo, a través de nodos que aisladamente aportan pequeñas mejoras. Para evitar este problema Friedman (1977) propuso la siguiente solución: desarrollar el árbol al máximo y posteriormente ir “podándolo” (eliminando divisiones y, por lo tanto, nodos) hasta encontrar el tamaño óptimo, que será aquel cuyo coste de complejidad sea menor.

3.- La complejidad de cada uno de los subárboles que componen el árbol de división máxima,  $T_{Max}$ , se mide mediante el número de nodos terminales,  $|T|$  y el coste de complejidad que viene definido por la siguiente expresión,

$$R_K(T) = [R(T) + K \cdot |T|] \quad (3.6.4)$$

donde;

$R_K(T)$  .- Coste de complejidad del árbol  $T$  para un determinado valor del parámetro  $K$

$R(T)$  .- Riesgo de errar en la clasificación.

$K \geq 0$  .- Se denomina parámetro de complejidad y penaliza la complejidad del árbol.

$|T|$  .- Número de nodos terminales

El proceso consiste en encontrar para cada  $K$  el subárbol  $T(K)$  que minimice el coste  $R_K(T)$ . Este cálculo puede interpretarse como la valoración del coste  $K$  para cada uno de los nodos terminales del árbol; una división que origine dos nodos terminales tan sólo se mantendrá si el resultado mejora  $R(T)$  al menos tanto como su coste  $K$ . Cuando  $K=0$  entonces  $T(K)=T_{Max}$ , y a medida que se incremente  $K$ ,  $T_{Max}$  será podado aproximándose cada vez más a  $T_0$  mediante una secuencia de pasos discretos conexos a niveles críticos de la complejidad de los parámetros. De este modo, el algoritmo elimina, “corta”, las ramas de enlaces débiles, pues mantener un gran número de nodos incrementa considerablemente el coste.



Con todo lo dicho, la poda de un subárbol  $T_l$  de  $T$  se dice que es una *poda óptima* del subárbol  $T$  con respecto a un  $K$  determinado si se verifica que,

$$R_K(T_l) = \min_{T' \leq T} R_K(T') \quad (3.6.5)$$

Ahora bien, la poda de las ramas origina un aumento sucesivo del riesgo de error,  $R(T)$ . Sin embargo, mediante los test de simulación se ha demostrado que una estimación insesgada del coste esperado de error generalmente alcanza su mínimo para un valor intermedio de  $T(K)$ . Por esta razón el algoritmo intenta corregir el sobreaprendizaje en  $R(T)$  y seleccionar la estructura en el menor coste de error esperado.

4.- El cuarto y último paso consiste en encontrar todos los valores críticos de  $K$  y utilizar la técnica de validación cruzada para cada uno de ellos, con objeto de estimar  $R(T(K))$ , eligiendo aquel árbol  $T^*$  al que le corresponda el mejor valor estimado de  $R(T(K))$ .

La elección de la estructura adecuada  $T^*$  buscará minimizar el error de estimación cambiando sesgo y varianza. Con amplias regiones de partición, correspondientes a grandes  $K$ , los sesgos de las estimaciones de los ratios de la densidad condicional  $\phi(x/l)$  son necesariamente grandes pues la estimación es constante sobre cada región. Sin embargo, cuando las regiones de partición son pequeñas, cada región contiene relativamente menos observaciones y las varianzas de las estimaciones de los ratios aumentan.

Así pues, el principal problema con el que se enfrenta este modelo es la complejidad de su estructura que, como ya hemos indicado, fácilmente puede desembocar en el sobreaprendizaje de las observaciones que componen la muestra. Por esta razón, no sólo se persigue el crear conjuntos homogéneos con bajo riesgo, sino que también se pretende obtener aquella estructura que presente una complejidad óptima. Bajo este doble objetivo resulta necesario penalizar la excesiva complejidad del árbol.

El modelo CART, tal y como lo hemos expuesto, es el resultado de un proceso recursivo e iterativo que tan sólo requiere la especificación de los siguientes elementos:

1. Un conjunto  $Q$  de cuestiones de la forma “si...entonces...” en las que se fundamentarán todas las posibles divisiones.
2. Una regla que permita seleccionar la mejor división para cada nodo.
3. Un criterio para elegir el tamaño óptimo del árbol.

Se trata de un método de clasificación de gran potencia debido principalmente a su gran flexibilidad y utilidad. Han sido utilizados en gran cantidad de disciplinas (química, física, medicina,..) pues proporciona un modo natural e instructivo de entender la estructura del problema. A este respecto Breiman et al. (1984) apuntan:

- 1.- Siempre y cuando la formulación del conjunto de cuestiones  $Q$  sea apropiada, el método es válido cualquiera que sea la estructura de los datos que deban utilizarse.
- 2.- La clasificación final presenta una forma muy simple, que puede ser guardada de forma muy concisa y capaz de clasificar eficientemente nuevos datos.
- 3.- Utiliza con intensidad información condicional en el manejo de relaciones no homogéneas.
- 4.- Automáticamente utiliza el modelo de selección de variables paso a paso, stepwise, y la reducción de complejidad.
- 5.- Proporciona, sin esfuerzo adicional, no sólo la clasificación, sino también estima la probabilidad de errar en la clasificación de una observación.
- 6.- Dada una estructura de datos estándar, es independiente de todas las transformaciones monótonas del orden individual de las variables.
- 7.- El modelo resulta potente con respecto a las observaciones extrañas y a los puntos mal clasificados en la muestra.
- 8.- Las salidas o resultados obtenidos por el árbol aportan información en cuanto a la estructura predictiva de los datos.

En su trabajo Frydman et al. (1985) encuentran esta técnica muy superior al tradicional análisis discriminante, pues según ellos, y como ya hemos indicado anteriormente, "... combina, bajo una forma no paramétrica, las características propias de los modelos multivariantes con la simplicidad de los univariantes, resultando un modelo de gran potencia clasificadora y predictora". Las principales diferencias respecto al análisis discriminante son:

1.- La forma en que dividen la variable espacio: el análisis discriminante divide, mediante un hiperplano, el espacio en dos regiones, cada una de ellas correspondiente a los grupos establecidos a priori, mientras que el CART se sirve de regiones rectangulares.

2.- El CART elimina todas las hipótesis de partida, excepto la que establece que los grupos deben ser discretos, identificables e independientes, lo que va a reportar grandes ventajas, ya que en los modelos económicos difícilmente se cumple la normalidad de las variables así como la igualdad de la matriz de varianzas-covarianzas.

3.- Esta técnica no paramétrica presenta el grave inconveniente de que asigna la misma probabilidad a todas las observaciones situadas en la misma rama, mientras que el análisis discriminante asigna una probabilidad distinta a cada una de las observaciones.

Como mencionamos, los modelos CART pueden ser empleados también como modelos de regresión. Para ello, simplemente es necesario considerar una función de pérdida distinta a la de la expresión (3.6.2). Por ejemplo, en el contexto en que nos encontramos es útil emplear el error cuadrático medio como función de pérdida.

Por otra parte, es necesario modificar las funciones (3.6.1), empleando funciones lineales o splines en lugar de funciones de Heaviside, lo que permite obtener una respuesta continua. Salvo las anteriores modificaciones, el algoritmo CART es idéntico.

### 3.6.2 El método de la Regresión Localmente Ponderada

La conocida regresión polinomial puede ser de gran utilidad en muchas situaciones, sin embargo, la decisión de qué términos considerar puede resultar complicada. Una elección equivocada puede, tanto exagerar enormemente pequeños efectos, como que éstos sean ignorados por completo.

Para evitar este problema, otra posibilidad de analizar series temporales cuyo comportamiento da muestras de no linealidad es ajustar una curva localmente a los datos, como hace la *regresión localmente ponderada*<sup>5</sup>. Así, en cualquier punto, la curva en dicho punto depende únicamente de las observaciones correspondientes al mismo y a algunos vecinos especificados. Este tipo de ajuste proporciona una estimación de la variable respuesta con menor variabilidad que la respuesta realmente observada, por ello el resultado de este procedimiento se denomina *alisado*. Una característica que aumenta el atractivo de este tipo de ajuste es que, al pertenecer a la clase de métodos de regresión *no paramétrica*, la tarea de especificar la forma del modelo recae sobre los datos.

El *procedimiento de regresión localmente ponderada*, permite ajustar una superficie de regresión a los datos a través de un alisado multivariante. De esta forma, la variable dependiente es alisada como una función de las variables independientes de una forma móvil, similar a como se calcula una media móvil de una serie temporal. El esquema básico es el siguiente: llamamos  $y_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) a los valores de la variable dependiente y  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$  (siendo  $i=1, 2, \dots, n$ ) a las  $n$  observaciones de las  $p$  variables independientes. Suponemos que el proceso generador de datos es  $y_i = g(x_i) + \varepsilon_i$ . Consideramos, como es frecuente en el método de regresión, que  $\varepsilon_i$  son variables aleatorias independientes que se distribuyen según una normal con media 0 y varianza constante  $\sigma^2$ . En el esquema básico, también supondríamos que  $g$  pertenece a una clase de funciones paramétricas, tales como las polinomiales, sin embargo, nosotros no lo suponemos. En nuestro caso únicamente consideramos que  $g$  es una función alisada

<sup>5</sup> A partir de ahora emplearemos indistintamente los términos regresión localmente ponderada y LOESS.

de variables independientes, puesto que, mediante el ajuste local podemos estimar una amplia tipología de funciones alisadas, efectivamente, mucho mayor de las que razonablemente podríamos esperar estimar a partir de cualquier clase específica de funciones paramétricas.

El alisado por ajuste local es una antigua idea que está altamente desarrollada en la metodología de series temporales. Por ejemplo, Watson (1964), Stone (1977) y Cleveland (1979) introducen métodos de ajuste local dentro del caso más general de análisis de regresión. Hastie y Tibshirani (1986) realizan el ajuste local un paso hacia delante; en cualquier caso en que una variable dependiente depende de variables independientes, es posible llevar a cabo un procedimiento de verosimilitud local.

La metodología de ajuste local objeto de análisis en el presente epígrafe, regresión localmente ponderada, es introducida por Cleveland (1979) y, posteriormente, ampliada y caracterizada matemáticamente por Devlin (1986). La importancia de esta técnica se debe, fundamentalmente, a las tres razones siguientes:

- Proporciona una herramienta gráfica muy útil para analizar las series temporales con las que trabajamos. La representación gráfica de superficies alisadas que están ajustadas a los datos puede proporcionar una interesante información acerca del comportamiento de las series, lo que es de gran ayuda para seleccionar el modelo o modelos paramétricos adecuados.
- Permite obtener diagnósticos adicionales de la regresión para comprobar la adecuación de los modelos paramétricos ajustados a las observaciones utilizadas.
- Es posible utilizar la estimación que proporciona la regresión localmente ponderada como superficie de la regresión estimada, sin necesidad de recurrir a funciones paramétricas.
- El método de regresión localmente ponderada puede emplearse para efectuar predicciones.

El alisado multivariante es una simple extensión del método de alisado univariante, introducido en Cleveland (1979). La regresión localmente ponderada proporciona una estimación  $\hat{g}(x)$  de la superficie de la regresión para cualquier valor de  $x$  en el espacio  $p$ -dimensional de variables independientes. Dado un determinado valor de  $q$ , que es un íntegro comprendido entre 1 y  $n$  ( $1 \leq q \leq n$ ), la estimación de  $g$  en  $x$  utiliza las  $q$  observaciones cuyos valores  $x_i$  son los más cercanos a  $x$ . Es decir, definimos una vecindad en el espacio de variables independientes, cuyos puntos se ponderan en función de su distancia respecto de  $x$ . Los puntos próximos a  $x$  poseen pesos elevados, por el contrario, a los puntos alejados de  $x$  se les asignan ponderaciones bajas. Sobre la base de estos pesos asignados, aplicando mínimos cuadrados ponderados, se ajusta una función lineal o cuadrática de las variables independientes a la variable dependiente. La estimación  $\hat{g}(x)$  se corresponde con el valor de esta función ajustada en  $x$ . Como este proceso debe repetirse para cada valor de  $x$  para el cuál se desea obtener la estimación  $\hat{g}(x)$ , la regresión localmente ponderada se considera una técnica computacionalmente intensiva, no obstante, como exponen Cleveland, Devlin y Grosse (1988), existen algoritmos que permiten realizar estos cálculos de un modo eficiente.

Concretando, el método de regresión localmente ponderada consiste en construir la función alisada  $g(x)$  en cada punto del siguiente modo:

1° Toma un punto u observación, por ejemplo  $x$  y busca los  $q$  vecinos más próximos a dicho punto, constituyendo así una vecindad  $N(x)$ . El número de vecinos  $q$  se especifica como un porcentaje de la cantidad total de observaciones  $n$ , al que denominamos  $f = q/n$ .

2° Calcula la distancia máxima entre  $x$  y cualquier punto del vecindario:

$$\Delta(x) = \max_{N(x)} |x - x_i| \quad (3.6.6)$$

3° Asigna pesos a cada uno de los puntos de la vecindad  $N(x)$  a través de la función de ponderación tri-cúbica:

$$W\left(\frac{|x - x_i|}{\Delta(x)}\right) \quad (3.6.7)$$

donde:

$$W(u) = \begin{cases} (1-u^3)^3, & \text{para } 0 \leq u < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.6.8)$$

4° Ajusta, mediante mínimos cuadrados ponderados, la función  $g(x)$  sobre el vecindario  $N(x)$ . Con ello obtiene el valor ajustado  $\hat{g}(x)$ .

5° Repite este procedimiento para cada valor de la variable predictor para el cuál se desea obtener una estimación  $\hat{g}(x)$ .

En relación con el proceso que acabamos de describir debemos destacar una serie de aspectos; en primer lugar, para llevar a cabo la regresión localmente ponderada es necesario definir una medida de la distancia en el espacio de variables independientes. Nosotros consideramos que la distancia se corresponde con la diferencia en valor absoluto,  $|x - x_i|$ . Si las variables independientes están medidas en escalas distintas, antes de aplicar una función estándar de la distancia es apropiado dividir cada variable por una estimación de la escala, por ejemplo, por la desviación típica. En los casos en que alguna de las series temporales univariantes de las variables independientes posea observaciones anómalas, es aconsejable estandarizar con una medida de escala resistente, tal como el rango intercuartílico.

Segundo, el método de regresión localmente ponderada también exige la determinación de una función de ponderación. En nuestro trabajo empleamos la función tricúbica, expresión (3.6.8), que utilizamos del siguiente modo. Si llamamos  $\Delta(x)$  a la distancia entre la observación  $x$  y su  $q$ -ésimo vecino más alejado  $x_i$  (expresión 3.6.6), entonces la ponderación de la observación  $(y_i, x_i)$  queda definida por la expresión

(3.6.7). De esta forma, el valor de las ponderaciones aumenta cuanto más cerca de  $x$  se encuentran las observaciones  $x_i$ , disminuye cuando la distancia entre  $x$  y  $x_i$  aumenta y, toma un valor nulo para el  $q$ -ésimo vecino  $x_i$  más lejano en relación con  $x$ .

Por último, debemos destacar que para aplicar la regresión localmente ponderada también se requiere la determinación del tamaño del vecindario, no obstante, en lugar de referirnos al número de observaciones (vecinos) de una vecindad,  $q$ , trabajamos en términos de  $f = q/n$ , es decir, la proporción que sobre el total de la muestra representa el número de observaciones que constituyen un vecindario. Cuanto mayor es  $f$ , más alisada es la función estimada  $\hat{g}(x)$ . La elección del parámetro de alisado  $f$ , no es tarea fácil. En este sentido, el gráfico  $M$ , que exponemos más adelante, puede ser una buena ayuda en dicha selección.

Si se utiliza un ajuste localmente lineal, las variables de ajuste son, tan sólo, las variables independientes. Sin embargo, cuando la superficie de la regresión tiene una curvatura sustancial, el ajuste localmente cuadrático proporciona resultados mucho mejores. Si se emplea este tipo de ajuste, el conjunto de variables de ajuste comprende no sólo las variables independientes, sino también sus cuadrados y productos cruzados.

A continuación vamos a comentar las propiedades estadísticas del procedimiento de regresión localmente ponderada. Debemos destacar que de forma similar a lo que sucede en los procedimientos estadísticos utilizados para el ajuste de funciones paramétricas, el método *LOESS* permite generar estadísticos cuyas distribuciones muestrales pueden ser aproximadas por distribuciones conocidas.

Como comentamos anteriormente, la regresión localmente ponderada proporciona una estimación  $\hat{g}(x)$  de la superficie de la regresión para cualquier valor de  $x$  en el espacio  $p$ -dimensional de variables independientes. La función estimada  $\hat{g}(x)$  es una combinación lineal de la variable  $y_i$ , que adopta la siguiente forma:



$$\hat{g}(x) = \sum_{i=1}^n l_i(x) y_i \quad (3.6.9)$$

donde la función  $l_i(x)$  depende de las variables  $x_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ),  $W, f y$ , también, de la medida de la distancia utilizada, pero no de  $y_i$ . Denominamos:  $\hat{y}_i = \hat{g}(x_i)$  a los valores ajustados,  $\hat{\varepsilon}_i = y_i - \hat{y}_i$  a los residuos del ajuste y, por último,  $y = (y_1, \dots, y_n)'$ ,  $\hat{y} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)'$  y  $\hat{\varepsilon} = (\hat{\varepsilon}_1, \dots, \hat{\varepsilon}_n)'$ . Como cada  $\hat{y}_i$  es una combinación lineal de los elementos de  $y$ , entonces  $\hat{y} = Ly$ , siendo  $L$  (regresión localmente ponderada) una matriz  $n \times n$  y  $\hat{\varepsilon} = (I - L)y$ , donde  $I$  representa una matriz identidad de dimensión  $n \times n$ . Siguiendo a Devlin (1986), este procedimiento es similar a los mínimos cuadrados paramétricos, donde los valores ajustados son  $Gy$ , siendo  $G$  (Gauss) el operador proyección sobre el espacio que abarca el conjunto de variables de ajuste. En consecuencia, la aplicación tanto del operador  $G$ , como del  $L$ , a los valores de una de las variables de ajuste, proporciona idénticos resultados. Sin embargo, a diferencia de  $G$ , la matriz  $L$  no es simétrica ni idempotente.

A la hora de discutir la variabilidad muestral de la estimación *LOESS* hay que tomar en consideración tres cuestiones básicas:

- que  $\hat{g}(x)$  es una combinación lineal de la variable  $y_i$ ,
- la hipótesis de normalidad de la variable  $y$ , y
- el suponer que  $\hat{g}(x)$  es una estimación insesgada de  $g$ .

Tanto para el ajuste localmente lineal como para el cuadrático, la hipótesis de insesgades tan sólo puede ser completamente verdadera cuando, respectivamente, la función  $g$  es efectivamente lineal o cuadrática. No obstante, el objetivo de la etapa de diagnóstico y el gráfico  $M$ , que exponemos más adelante, es precisamente encontrar estimaciones con sesgo insignificante.

La conclusión más importante que podemos extraer de las propiedades estadísticas comentadas es que muchos de los estadísticos de la regresión localmente ponderada se definen similarmente a los empleados en el ajuste de funciones paramétricas por mínimos cuadrados, por lo que las distribuciones de estos últimos pueden considerarse buenas aproximaciones de las de los estadísticos *LOESS*. La principal implicación de esta propiedad es que se pueden hacer inferencias basadas en la regresión localmente ponderada mediante las técnicas que generalmente utilizamos y conocemos, lo que aumenta enormemente el atractivo de dicho método de regresión. Por ejemplo, es posible estimar intervalos de confianza de  $g(x)$  basados sobre  $\hat{g}(x)$ .

La técnica de regresión localmente ponderada tiene un ámbito de aplicación mucho más extenso que el ajuste de funciones paramétricas, tan frecuentemente utilizado. Sin embargo, este método se fundamenta en ciertas hipótesis críticas como que las innovaciones,  $\varepsilon_i$ , son variables aleatorias independientes, distribuidas según una normal de varianza constante, y que la función ajustada recoge correctamente el comportamiento de los datos, es decir, que proporciona una estimación prácticamente insesgada. Pues bien, dichos supuestos deben ser comprobados. Cuando se violan estas hipótesis de partida, frecuentemente es posible efectuar correcciones similares a las que se realizan en regresión paramétrica. En Belsley et al. (1980), Chambers et al. (1983) Cook y Weisberg (1982) y Daniel y Wood (1971), entre otros, pueden encontrarse procedimientos de diagnóstico para modelos de regresión. Muchos de ellos son aplicables a la regresión localmente ponderada, por ejemplo, para comprobar el cumplimiento de la hipótesis de normalidad se puede efectuar un gráfico de la probabilidad normal de  $\hat{\varepsilon}_i$ ; la representación gráfica de  $|\hat{\varepsilon}_i|$  contra  $\hat{y}_i$  permite comprobar el supuesto de varianza constante; y el gráfico de  $\hat{\varepsilon}_i$  frente a las variables independientes permite observar la existencia de sesgo, pues sugiere si la superficie estimada representa o no el comportamiento de la serie temporal. Cuando una determinada estimación no supera la fase de diagnóstico se debe; bien modificar el valor del parámetro  $f$ , bien ajustar una función diferente, ya sea localmente lineal o cuadrática, a la previamente empleada, o bien introducir ambas modificaciones. Además de estas transformaciones, también se pueden

realizar cambios sobre las variables independientes, por ejemplo, Cleveland y Devlin (1988) toman la raíz cúbica de una de las variables independientes, con lo que, junto con el cambio de la función de ajuste (pasan de emplear la localmente lineal a utilizar la localmente cuadrática), consiguen superar la etapa de diagnóstico.

Mallows (1966) introduce un procedimiento llamado  $C_p$  que ayuda en la elección de un subconjunto de variables independientes, basándose en estimaciones del error cuadrático medio de cada subconjunto. Mallows (1973) amplía este método a una clase más general de estimaciones y lo aplica en el contexto de la regresión. Este procedimiento, de acuerdo con Cleveland y Devlin (1988), puede extenderse a la regresión localmente ponderada para ayudar a seleccionar el valor de  $f$ . Los citados autores introducen, basándose en la idea de Mallows (1966, 1973) y efectuando las correcciones adecuadas al nuevo contexto, el gráfico  $M$ .

El gráfico  $M$  representa una estimación del error cuadrático medio contra los grados de libertad del ajuste, que son equivalentes al número de parámetros efectivos del mismo (una medida de la cantidad de alisado proporcionada por el procedimiento de ajuste local). Constituye una herramienta que muestra el intercambio entre la contribución de la varianza y el sesgo al error cuadrático medio, cuando  $f$  varía. La importancia del gráfico  $M$  se debe a que sirve de ayuda en la elección de la cantidad de alisado, es decir, el tamaño del vecindario,  $f$ , del alisado multivariante.

Debemos destacar que el objetivo del gráfico  $M$  no consiste en generar normas fuertes y rápidas para la selección de  $f$ . Más bien, nos ayuda a formarnos una opinión sobre el tamaño adecuado del vecindario, mostrando el intercambio entre sesgo y varianza cuando se producen variaciones de  $f$  y, también, ofreciendo alguna información sobre la variabilidad muestral. La decisión que adoptemos depende de la finalidad de nuestro análisis. Por ejemplo, si nuestro objetivo es la predicción, es decir, utilizar la estimación  $\hat{g}(x)$  para predecir valores de la variable dependiente, entonces nos interesa minimizar el error cuadrático medio. Cuando el tamaño de la muestra es pequeño o, simplemente, pretendemos obtener una descripción del comportamiento de las series temporales que

capte sus características relevantes, elegimos un valor de  $f$  que proporcione una varianza pequeña, aunque como contrapartida presente un sesgo mayor. Si nuestro objetivo es efectuar un análisis gráfico de los datos a partir de la estimación de la regresión localmente ponderada, el sesgo cobra una especial relevancia, en consecuencia seleccionamos un tamaño del vecindario que genere un sesgo reducido, ya que, se pueden tolerar pequeños ruidos, sin embargo, es imposible rescatar efectos que la estimación no toma en consideración. Debemos notar que la varianza y el sesgo son variables fundamentales para la elección del valor de  $f$ <sup>6</sup>.

El método de regresión localmente ponderada presenta ciertas características que lo convierten en un procedimiento muy atractivo. El *LOESS* puede considerarse como una parte integral del estudio en gran parte de los análisis de regresión. Representa una nueva aproximación en relación con la metodología que actualmente se aplica con mayor frecuencia. El procedimiento de regresión localmente ponderada puede potencialmente afrontar un estudio de regresión con mayor profundidad que otros métodos cuando la variable dependiente es una función no lineal de variables independientes. Las dos aproximaciones que, actualmente, se emplean con mayor frecuencia para ajustar superficies no lineales son: la búsqueda de transformaciones de las variables que linealizan la superficie y el ajuste de polinomios a las variables independientes. Sin embargo, estos métodos no proporcionan una clase de superficies lo suficientemente amplia que permita modelizar adecuadamente la gran variedad de superficies encontradas en la práctica. Además, incluso cuando el resultado final de un análisis de regresión es una superficie paramétrica, el método de regresión localmente ponderada puede ayudar sustancialmente en la validación del ajuste.

El método *LOESS*, a pesar de sus ventajas, no deja de presentar una serie de limitaciones. Una restricción de la aplicación de esta metodología es la hipótesis de normalidad y varianza constante de los errores. No obstante, Cleveland (1979) introduce la regresión localmente ponderada robusta, que permite estimar la función  $g(x)$  exigiendo,

---

<sup>6</sup> En Cleveland y Devlin (1988, pág. 602) se puede encontrar un análisis detallado del gráfico *M*.

únicamente, que los errores sean simétricos. Otro inconveniente es que el *LOESS* no permite determinar hasta qué punto cada variable independiente es relevante en la explicación de la variable dependiente. Para eliminar esta limitación es necesario encontrar el modo de incorporar dentro del procedimiento de regresión localmente ponderada algún método para la selección de un subconjunto de variables independientes.

Por último, un problema adicional que presenta la regresión localmente ponderada, aunque no supone una deficiencia del método, es que cuando se incrementa el número de variables independientes,  $p$ , una cantidad fija de observaciones,  $n$ , puede resultar escasa. En consecuencia, no debe permitirse que  $f$  permanezca constante cuando  $p$  aumenta, porque cuando se incrementa el número de variables independientes, el número de parámetros efectivos del ajuste aumenta si  $f$  permanece fijo. Lógicamente, debemos controlar el número de parámetros efectivos del ajuste, para lo cual no tenemos más que incrementar el valor de  $f$ . Así, si mantenemos el control y no permitimos que el número de parámetros efectivos del ajuste se convierta en una alta proporción de  $n$ , podemos esperar que el alisado multivariante se comporte adecuadamente y proporcione resultados fiables. Cleveland y Devlin (1988) obtienen buenos alisados multivariantes para conjuntos de datos con dos y tres variables independientes. Fowlkes (1986) demuestra que el alisado con más de tres variables independientes es razonable en ciertas circunstancias, aún cuando se trabaja con series temporales de tamaño moderado. Evidentemente, cuando para un valor de  $n$  fijo,  $p$  y  $f$  aumentan, disminuye la cantidad de curvatura que puede ser estimada sin que exista un sesgo importante. Sin embargo, en opinión de Cleveland y Devlin (1988), el problema mencionado no es un defecto del procedimiento, sino un fenómeno que introduce complicaciones en la regresión.

### 3.6.3 Evidencia para el caso de la peseta

En la presente sección aplicaremos los modelos no paramétricos descritos para predecir la volatilidad que, como justificamos en puntos anteriores del presente trabajo, medimos mediante el cuadrado de los rendimientos logarítmicos del tipo de cambio,  $R_t^2$ . Para validar nuestros resultados empleamos también un modelo sencillo de regresión lineal. El modelo lineal es uno de los más sencillos de entre los propuestos en la literatura financiera. Según dicho modelo, la volatilidad de un activo en un determinado período depende linealmente de las volatilidades que el mismo presenta en los períodos anteriores. Si llamamos  $R_t^2$  a la volatilidad del activo en el momento  $t$ , entonces el modelo de regresión lineal supone que :

$$R_t^2 = c_0 + c_1 R_{t-1}^2 + c_2 R_{t-2}^2 + \dots + c_p R_{t-p}^2 + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (3.6.10)$$

donde  $c_i \ i=1,2,\dots,p$  representan constantes a estimar,  $\varepsilon_t$  las perturbaciones aleatorias y  $p$  el número de retardos del proceso.

Por su parte, y como señalamos anteriormente, los modelos no paramétricos tratan de estimar  $f$  en la regresión:

$$R_t^2 = f(R_{t-1}^2, R_{t-2}^2, \dots, R_{t-p}^2, \theta) + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (3.6.11)$$

donde  $\theta$  es el conjunto de parámetros a estimar de los que depende el modelo.

En nuestro trabajo, estimamos y predecimos los tres modelos (lineal, CART y LOESS), tomando en consideración  $p=5$  y  $p=10$  retardos. Es decir, en cualquiera de las técnicas aplicadas repetimos el procedimiento, suponiendo que la variable respuesta  $R_t^2$  depende de los 5 y de los 10 retardos inmediatamente anteriores, que constituyen el conjunto de variables predictor. Siguiendo a Granger y Ding (1994), para evitar la presencia de sesgos derivados de la existencia de observaciones anómalas, las series de

volatilidades son truncadas a cuatro veces su desviación típica. Además, las observaciones, dentro de cada submuestra, han sido desordenadas con anterioridad a la aplicación de los procedimientos correspondientes.

Puesto que en la formulación que aquí proponemos, los modelos con los que tratamos son, esencialmente, modelos de regresión, no es necesario conservar la dependencia temporal de las 5 y 10-historias. Por este motivo y para evitar la posible existencia de períodos de volatilidad excesivamente alta o baja, las h-historias son extraídas aleatoriamente para configurar los conjuntos de entrenamiento, validación y test (de manera que, digamos, el patrón 1534 del conjunto de entrenamiento no guarda ninguna relación temporal con su antecesor, el 1533 o predecesor, el 1535).

Como comentamos con anterioridad y debido a la exhaustividad del análisis en caso de tomar en consideración las nueve submuestras en que hemos subdividido el conjunto muestral, al efectuar las predicciones nos centramos en los tres primeros subperíodos, los principales, efectuados en base a dos importantes acontecimientos : 13 de marzo de 1979, la firma de los convenios para la puesta en funcionamiento del SME y 19 de junio de 1989, momento en que se produce la incorporación de la peseta a dicho Sistema.

Para cada una de las tres submuestras, la estimación de los modelos y predicción la realizamos del siguiente modo; cada una de ellas se divide en dos tramos: el conjunto de ajuste, que se compone del 75% de observaciones (las primeras 1341, 2003 y 1528 observaciones, de cada uno de los tres períodos, respectivamente) y el conjunto de test o predicción, el cuál comprende el 25% de los datos (las 449, 670 y 512 últimas observaciones, respectivamente, en los períodos primero, segundo y tercero). Para cada una de las monedas y subperíodos se utilizan las observaciones del conjunto de ajuste, en base a las cuáles se estima cada uno de los modelos y se predicen las 25% siguientes y últimas observaciones que componen el conjunto de test. Con carácter previo a la etapa anterior o de predicción, al aplicar los métodos no paramétricos, tiene lugar la etapa de entrenamiento en la que determinamos el modelo óptimo, que definitivamente

utilizamos en la fase de predicción. Para ello, dividimos el conjunto de ajuste de cada submuestra en dos: el conjunto de entrenamiento, que abarca el 50% de observaciones del período (las primeras 892, 1333 y 1017, respectivamente, para las tres submuestras) y el conjunto de validación, que comprende las 25% siguientes observaciones (449, 670 y 511, para las submuestras primera, segunda y tercera, respectivamente). Para cada una de las monedas y subperíodos se utilizan las observaciones del conjunto de entrenamiento, en base a las cuáles se estima cada uno de los modelos y se predicen las 25% siguientes observaciones que componen el conjunto de validación. El modelo que proporciona las mejores predicciones en la etapa de entrenamiento es el que se utiliza en la fase de predicción. Así, en *árboles de regresión (CART)* se utiliza el modelo con grado de complejidad que proporciona mejores resultados en la fase de entrenamiento, en *LOESS* se decide en cuanto al tamaño del vecindario y en *redes neuronales* en relación con el número de neuronas intermedias.

Obsérvese que el enfoque seguido en el presente capítulo difiere claramente del adoptado en el capítulo anterior. Puesto que los modelos no paramétricos son computacionalmente intensivos, no hubiera sido posible adoptar el enfoque dinámico seguido en el capítulo anterior, en el que uno de los modelos es estimado sobre una muestra, empleado para predecir y re-estimado sobre una muestra distinta. Esto hace que los resultados aquí obtenidos no resulten directamente comparables a los presentados en el anterior capítulo. Por otra parte, al efectuar las predicciones, el modelo empleado es siempre el mismo, es decir, no incorpora la información que aparece en el mercado. Este proceder, como comentamos más adelante, puede justificar la suboptimalidad de los resultados que ahora presentaremos.

Para determinar el árbol de regresión óptimo, que como expusimos con anterioridad se basa en el algoritmo de partición recursiva, Breiman et al. (1984), probamos modelos con distinto grado de complejidad, medido por el parámetro de complejidad  $k$ . Lógicamente, a mayor valor de este parámetro más complejo es el árbol, es decir, está menos recortado y posee mayor cantidad de nodos. En las tablas 3.6 y 3.8 recogemos los resultados obtenidos de las pruebas con valores del parámetro de



complejidad  $k = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ , así como con el árbol sin podar, tanto para el modelo con cinco como con diez retardos. No obstante, también probamos con valores de  $k = 0.1, 0.5$  y  $0.7$ , pero no los incluimos en las tablas por no engrosar sin necesidad los resultados, ya que los que proporcionan son similares a los anteriores.

En la determinación del modelo de *regresión localmente ponderada* óptimo, tabla 3.12, hemos utilizado vecindarios de tamaño comprendido entre un setenta y un noventa y cinco por cien del tamaño de la muestra. También probamos con tamaños de la vecindad  $f = 0.1, 0.3$  y  $0.5$ , sin embargo, al mostrarse substancialmente inferiores que los modelos con vecindarios de tamaños superiores, no los incluimos en nuestra tabla de resultados. Asimismo, debemos destacar que tanto en la etapa de entrenamiento, como en la de predicción, hemos ajustado funciones de grado uno y que, por motivos de impotencia computacional de las herramientas disponibles, nos ha resultado imposible estimar y predecir mediante el método *LOESS*, tomando en consideración diez retardos.

Del procedimiento seguido, que acabamos de exponer, se deduce que el esfuerzo computacional realizado, así como el tiempo que le dedicamos es considerable. Sólo para elaborar los resultados presentados, sin tomar en consideración las pruebas efectuadas cuyos resultados no presentamos, en la etapa de predicción, estimamos dieciocho modelos y obtenemos treinta y seis vectores de predicciones, dieciocho dentro y dieciocho fuera de la muestra, cada vez, para 5 y 10 retardos. Además, en la fase de entrenamiento, realizada sólo para los métodos no paramétricos, estimamos noventa modelos y noventa vectores de predicciones. Así pues, para el conjunto de técnicas utilizadas estimamos 360 modelos y realizamos 450 veces la tarea de predecir.

Para evaluar las predicciones utilizamos los siguientes criterios :  
el *error cuadrático medio*, que calculamos mediante la siguiente expresión :

$$ECM = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\hat{R}_t^2 - R_t^2)^2 \quad (3.6.12)$$

el error absoluto medio :

$$EAM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{R}_i^2 - R_i^2| \quad (3.6.13)$$

donde  $n$  es el número de predicciones,  $\hat{R}_i^2$  es la volatilidad estimada por el modelo y  $R_i^2$  la volatilidad efectivamente realizada, medida por los rendimientos al cuadrado.

### 3.6.3.1 Resultados

Los resultados obtenidos para las medidas de error están reflejados en las tablas 3.4 a 3.9, 3.12 y 3.13. También calculamos, como muestran las tablas 3.10, 3.11 y 3.14, para los errores cuadráticos medios, el cociente entre el error correspondiente a cada modelo y el error del modelo lineal, al que denominamos ratio<sup>7</sup>. En consecuencia, un ratio menor que uno significa que, según el error cuadrático medio, el modelo en cuestión predice mejor que la regresión lineal.

Observando la tabla 3.10 podemos apreciar que, según el error cuadrático medio, los árboles de regresión para cinco retardos, siempre se comportan peor que el modelo lineal en predicción fuera de la muestra, con independencia del período y moneda de que se trate. Los resultados son, aproximadamente, entre un 0.7 y 26 % peores, aunque en la mitad de los casos el empeoramiento es de alrededor del 5 %. En predicción dentro de la muestra sólo superan a la regresión lineal en cinco ocasiones, para los tipos de cambio de la peseta frente a la lira italiana en los tres períodos, para el yen japonés en el primero y para el franco francés en el segundo tramo en que dividimos la muestra. Es de destacar que estas mejoras son bastante elevadas, pues en el segundo período se sitúan sobre el 16 y 17 %, mientras que en los tramos primero y tercero alcanzan desde un 23 hasta un 30 %. De estos resultados se desprende que el CART, tomando en consideración cinco retardos de la variable dependiente como variables predictor, no

<sup>7</sup> Todas estas tablas aparecen al final del presente capítulo.

aprende lo suficiente, y su tamaño es insuficiente como para captar la estructura del modelo, a excepción de los cinco casos mencionados. Además, para cualquiera de los períodos y monedas analizadas, predice peor que el simple modelo lineal. Este empeoramiento, está cifrado, aproximadamente, entre el 1 y el 8%, en la mayoría de los casos, ahora bien, para determinadas monedas, como el marco alemán, franco francés y lira italiana, alcanza valores muy superiores, del orden del 20 – 25 %. La comparación de las tablas 3.4 y 3.7 pone también de manifiesto que, en virtud del error absoluto medio, los árboles de regresión para cinco retardos, en predicción dentro de la muestra, salvo en los mismos casos que según el error cuadrático medio, empeoran el resultado de la regresión lineal. Sin embargo, en cuanto a predicción fuera de la muestra, los resultados difieren ligeramente del error cuadrático medio, pues la mejoran para el caso de la moneda italiana en los tres períodos analizados.

La tabla 3.11 recoge los ratios de los árboles de regresión para diez retardos. Como podemos apreciar, en predicción dentro de la muestra, mejoran el modelo lineal en ocho de entre dieciocho de las ocasiones, es decir, en el primer período, para todas las monedas a excepción de la libra esterlina y el dólar estadounidense, cifrándose la mejora entre el 24 y el 30 %, para el marco alemán en el segundo período (el resultado es un 23 % mejor que en el modelo lineal) y, en los casos del franco francés, lira italiana y libra esterlina, en el tercero, presentando una mejora, respectivamente, del 10, 22 y 21 %, en términos aproximados. Sin embargo, en cuanto a predicción fuera de la muestra sólo presenta un resultado mejor, en un 5%, que el modelo lineal la moneda italiana en el primer período. Para el resto de monedas las predicciones son, aproximadamente, entre un 1 y un 15 % peores, aunque en la mayor parte de los casos el empeoramiento se sitúa alrededor del 5 %. Debemos destacar que el pasar de incluir cinco a diez retardos mejora sensiblemente los resultados en relación con la regresión lineal. Las tablas 3. 5 y 3.9 muestran también que, en virtud del error absoluto medio, el CART para diez retardos, en predicción dentro de la muestra, mejora el resultado de la regresión lineal en los mismos ocho casos que según el error cuadrático medio. Sin embargo, en cuanto a predicción fuera de la muestra, los resultados del error medio, medido en términos absolutos, difieren de los que ofrece el error cuadrático medio. Así, los árboles de

regresión superan el modelo lineal no sólo para la lira italiana, en el primer tramo, sino también para el caso del marco alemán, en el primer período y franco francés y libra esterlina, durante el tercero.

La tabla 3.14 pone de manifiesto que el *LOESS* presenta mejoras de entre un 2 y un 13 %, aproximadamente, en relación con el modelo lineal, en cuanto a ajuste dentro de la muestra, para todas las monedas y períodos considerados. No obstante, en predicción fuera de la muestra, únicamente presenta mejores resultados que la regresión lineal en cinco de entre los dieciocho casos analizados, en el primer período para el marco alemán, lira italiana y dólar estadounidense y, en el segundo, para la lira italiana y el yen japonés. Estas mejoras son muy reducidas, oscilando entre un 1 y un 6 %. Los resultados que muestra el error absoluto medio (tablas 3.4 y 3.13) difieren algo más que en los árboles de regresión, de los presentados por el error cuadrático medio. En virtud del error absoluto medio el *LOESS*, en predicción dentro de la muestra, mejora el resultado de la regresión lineal para todas las monedas consideradas, durante el primer período, para todas ellas, a excepción del marco alemán y yen japonés, en el segundo, y para las seis monedas, salvo el dólar estadounidense, en el tercero. En lo que se refiere a predicción fuera de la muestra, los resultados del error absoluto medio ponen de manifiesto que la regresión localmente ponderada mejora el modelo lineal para las seis divisas consideradas, durante el período primero, para el dólar estadounidense en el segundo y en los casos de las monedas francesa, italiana y británica, durante el período tercero. Debemos destacar que, en el período segundo, el error absoluto medio de predicción coincide, para los modelos *LOESS* y lineal, en el caso del tipo de cambio de la peseta frente a la libra esterlina. Además, las diferencias encontradas, según esta medida del error, entre estos dos métodos y durante los dos últimos períodos, son prácticamente insignificantes.

Como resumen, podemos señalar que, a pesar de haber empleado un procedimiento cuidadoso para evitar el problema del sobreaprendizaje, los modelos no paramétricos empleados resultan inferiores a un sencillo modelo lineal. Existen varias justificaciones de porqué estos resultados pudieran producirse; en primer lugar, los

modelos son estimados sobre una muestra estática y empleados para predecir, sin permitir incorporar la información aparecida en el mercado. Este proceder no debería afectar si suponemos que la función a estimar es constante en el tiempo, es decir, si el proceso generador de datos es estable. Existen diferentes motivos por los que ésto no resulta muy plausible, por ejemplo, ciertas circunstancias coyunturales (macroeconómicas) han de afectar a las expectativas de los agentes, variando el nivel de volatilidad. Puesto que los modelos lineales agregan de manera más sencilla los efectos, es de esperar que resulten menos afectados por estos cambios en el proceso generador. Por otra parte, hemos de señalar que la selección de los modelos se efectúa empleando una muestra (fija) seleccionada a priori. Es posible que este proceder no sea el más oportuno en un contexto de regresión dinámica (Olmeda y Fernández, 1996) haciendo necesario el empleo de técnicas computacionalmente intensivas como el “bootstrapping”.

### 3.7 Conclusiones.

En este capítulo hemos efectuado dos estudios en relación con el comportamiento de la volatilidad del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas contempladas. El primero de ellos consiste en la detección de existencia de memoria a largo plazo. En el segundo, predecimos las mencionadas volatilidades mediante dos métodos no paramétricos, el *CART* y el *LOESS*, comparando su calidad predictiva con la del modelo lineal.

Nuestro primer análisis permite obtener numerosas conclusiones, no sólo en cuanto a la dinámica subyacente en las series de volatilidades del tipo de cambio de la peseta, sino también en relación con la robustez de los métodos de detección de dependencias a largo plazo que utilizamos. En primer lugar, los resultados de la aplicación del contraste de Lo (1991), así como del procedimiento propuesto por Geweke y Porter-Hudak (1983), ponen claramente de manifiesto que existe evidencia de integración fraccional para todas las monedas, en los tres períodos considerados, a excepción, según el RRM, de la libra esterlina y, de acuerdo con el GPH, de la lira

italiana, que no exhiben indicios de memoria a largo plazo durante el segundo período analizado. En segundo lugar, de lo anterior podemos concluir que, en determinadas ocasiones, existe una falta de acuerdo entre estos dos contrastes. En tercer término, podemos destacar que las estimaciones del parámetro de diferenciación fraccional,  $d$ , que ofrece el GPH, presentan valores muy diferentes para los distintos valores de  $K$  y  $\mu$ , aún siendo significativas al 5%. Además, en ocasiones, los valores estimados, a través de este método, del parámetro  $d$  superan enormemente el 0.5, hecho que consideramos inconsistente. Por tanto, podemos concluir que el procedimiento de G-P-H con las modificaciones propuestas por Künsch resulta inoperante para la identificación del modelo. En cuarto lugar, como la volatilidad del tipo de cambio de la peseta frente a las monedas contempladas en nuestro análisis, en general, exhibe memoria a largo plazo, consideramos que los modelos ARFIMA  $(p,d,q)$  podrían ser adecuados para la modelización y predicción de la misma.

Por último, el análisis predictivo de la volatilidad del tipo de cambio de la peseta mediante los dos métodos no paramétricos utilizados, a pesar de haber empleado un procedimiento cuidadoso para evitar el problema del sobreaprendizaje, permite extraer la conclusión de que dichos modelos no superan, por lo general, al modelo lineal. A nuestro entender, este resultado puede estar ocasionado por haber utilizado una muestra fija, seleccionada a priori, tanto para escoger el modelo óptimo (fase de aprendizaje), como para estimar dicho modelo a partir del cuál predecimos (fase de predicción). Esta forma de proceder impide a los modelos que empleamos para predecir la incorporación de la llegada al mercado de nuevas noticias y esto sólo es consistente si el proceso generador de datos (PGD) es estable. Sin embargo, en nuestro caso debemos pensar que el PGD no es estable, sobre todo si tenemos en cuenta que a pesar de dividir en tres tramos el conjunto muestral, cada uno de ellos abarca un período de tiempo bastante dilatado y heterogéneo. Por otra parte, en nuestro contexto de regresión dinámica, pensamos que, probablemente, la técnica del “bootstrapping” sea la más apropiada para seleccionar el modelo óptimo en la fase de entrenamiento.

## Referencias

- AGIAKLOGLOU, C.P., NEWBOLD, P. y WOAHR, M., (1994) : “Lagrange Multiplier Tests for Fractional Diference”, *Journal of Time Series Analysis*, 15, pp. 253-262.
- ANDREWS, D.W.K., (1991) : “Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation”, *Econometrica*, 59, pp. 817-858.
- ANIS, A. y LLOYD, E., (1976) : “The Expected Values of the Adjusted Rescaled Hurst Range of Independent Normal Summands”, *Biometrika*, 63, pp. 111-116.
- AYDOGAN, K. y BOOTH, G.G., (1988): “Are There Long Cycles in Common Stocks Returns?”, *Southern Economic Journal*, vol. 55, nº 1, pp. 141-149.
- BAILLIE, R.T. y DeGENNARO, R.P., (1990) : “Stock Returns and Volatility”, *Journal of Financial and Quantitative Analisis*, 25, pp. 203-214.
- BAILLIE, R.T., BOLLERSLEV, T. y MIKKELSEN, H.O., (1996) : “Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics*, 74, pp. 3-30.
- BAILLIE, R.T. y STULZ, R., (1989) : “The Pricing of Stock Index Options in a General Equilibrium Model”, *Journal of Financial and Quantitative Analisis*, 24, pp. 1-12.
- BELSLEY, D.A., KUH, E. y WELSCH, R.E., (1980) : *Regression Diagnostics*, John Wiley, New York.
- BERAN, J., (1994) : *The Statistics of Long-Memory Processes*. Chapman and Hall, New York.
- BLACK, F., (1986) : “Noise”, *Journal of Finance*, 41, pp. 529-543.
- BLASCO, N. y SANTAMARIA, R., (1994a): “Memoria a Largo Plazo en el Mercado de Valores Español: Una Aproximación mediante el Análisis R/S”, *Investigaciones Económicas*, vol. XVIII, 3, pp. 571-583.

- BLASCO, N. y SANTAMARIA, R., (1994b): “¿Son las Rentabilidades de las Acciones Series Fraccionalmente Integradas?”, *Revista de Economía Aplicada*, vol. 2, 6, pp. 5-28.
- BLASCO, N. y SANTAMARIA, R., (1996): “Testing Memory Patterns in the Spanish Stock Market”, *Applied Financial Economics*, 6, pp. 401-411.
- BOLLERSLEV, T., (1986): “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics* 31, pp. 307-327.
- BOLLERSLEV, T., CHOU, R.Y. y KRONER, K.F., (1992): “ARCH Modelling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence”, *Journal of Econometrics* 52, pp. 5-59.
- BOLLERSLEV, T. y MIKKELSEN, H.O.A., (1996): “Modeling and Pricing Long Memory in Stock Market Volatility”, *Journal of Econometrics* 73, pp. 151-184.
- BOOTH, G.G., KAEN, F.R. y KOVEOS, P.E., (1982): “R/S Analysis of Foreign Exchange Rates Under Two International Monetary Regimes”, *Journal of Monetary Economics*, 10, pp. 407-415.
- BREIDT, F.J., CRATO, N. y DE LIMA, P., (1994): “Modeling Long Memory Stochastic Volatility”, Working Paper in Economics nº 323, Johns Hopkins University.
- BREIDT, F.J., CRATO, N. y DE LIMA, P., (1995): “On the Detection and Estimation of Long Memory in Stochastic Volatility”, Paper presented at the Conference in Honor of Professor Carl Christ, Johns Hopkins University, April.
- BREIDT, F.J., CRATO, N. y DE LIMA, P., (1996): “Modeling the Persistent Volatility of Asset Returns”, Mimeo.
- BREIMAN, L., (1991): “Comments on Friedman”, *The Annals of Statistics* 19 (1), pp. 82-91.
- BREIMAN, L. y FRIEDMAN, J., (1985): “Estimating Optimal Transformations for Correlation and Regression”, *Journal of the American Statistical Association* 80, pp. 580-598.



- BREIMAN, L., FRIEDMAN, J.H., OLSHEN, R.A. y STONE, C.J., (1984): *Classification and Regression Trees*, Wadsworth & Brooks, Belmont, C.A.
- BREIMAN, L. y MEISEL, W.S., (1976): "General Estimates of the Intrinsic Variability of Data in Nonlinear Regression Models", *Journal of the American Statistical Association* 71, pp. 301-307.
- BROCKMAN, P. y CHOWDHURY, M., (1997): "Deterministic Versus Stochastic Volatility: Implications for Option Pricing Models", *Applied Financial Economics*, 7, pp. 449-505.
- CHAMBERS, J.M., CLEVELAND, W.S., KLEINER, B. y TUKEY, P.A., (1983) : *Graphical Methods for Data Analysis*, CA: Wadsworth, Monterey.
- CHEUNG, Y.W., (1993a): "Long Memory in Foreign - Exchange Rates", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 11, nº 1, pp. 93-101.
- CHEUNG, Y.W., (1993b): "Test for Fractional Integration: A Monte Carlo Investigation", *Journal of Time Series Analysis*, vol. 14, nº 4, pp. 331-345.
- CHEUNG, Y.W. Y LAI, K., (1993): "Do Gold Market Returns Have Long Memory?", *The Financial Review*, vol. 28, nº 2, pp. 181-202.
- CLEVELAND, W.S., (1979): "Robust Locally Weighted Regression and Smoothing Scatterplots", *Journal of the American Statistical Association* 74, pp. 829-836.
- CLEVELAND, W.S. y DEVLIN, S.J., (1988): "Locally Weighted Regression: An Approach to Regression Analysis by Local Fitting", *Journal of the American Statistical Association* 83, pp. 596-610.
- CLEVELAND, W.S., DEVLIN, S.J. y GROSSE, E., (1988): "Regression by Local Fitting: Methods, Properties and Computational Algorithms", *Journal of Econometrics* 37, pp. 87-114.
- COOK, R.D. y WEISBERG, S., (1982): *Influence and Residuals in Regression*, Chapman and Hall, New York.
- CRATO, N., (1992): "Long-Memory Time Series Misspecified as Nonstationary ARIMA", *American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section Proceedings*, pp. 82-87.

- CRAVEN, P. y WAHBA, G., (1979): "Smoothing Noisy Data with Spline Functions. Estimating the Correct Degree of Smoothing by the Method of Generalized Cross - Validation", *Numerische Mathematik* 31, pp. 317-403.
- DANIEL, C. y WOOD, F., (1971): *Fitting Equations to Data*, John Wiley, New York.
- DAVIES, R.B. y HARTE, D.S., (1987): "Tests for Hurst Effects", *Biometrika*, 74, pp. 95-101.
- DEL RIO, C., (1996): "Tres Estudios Sobre Componentes Potencialmente Predecibles en las Series de Tipos de Cambio: Regularidades Empíricas y Efectos de los Ajustes en los Tipos de Cambio, Dependencias a largo Plazo y Dinámica Caótica", Tesis Doctoral, Universidad Pública de Navarra.
- DEVLIN, S.J., (1986): "Locally - Weighted Multiple Regression: Statistical Properties and Its Use to Test for Linearity", Technical Memorandum, Bell Communications Research, Piscataway, NJ.
- DIEBOLD, F.X., (1986): "On Modeling the Persistence of Conditional Variances", *Econometric Review*, 5, pp. 51-56.
- DIEBOLD, F.X. y RUDEBUSCH, G.D., (1989): "Long Memory and Persistence in Aggregate Output", *Journal of Monetary Economics*, 24, pp. 189-209.
- ENGLE, R.F., (1982): "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica* 50, pp. 987-1008.
- ENGLE, R.F. y BOLLERSLEV, T., (1986): "Modelling the Persistence of Conditional Variances", *Econometric Reviews* 5, pp. 1-50, 81-87.
- ESTEBAN, M<sup>a</sup>.V., (1996): "Tres Ensayos de Economía Financiera: Regularidades, Variabilidad Predecible y Regularidades a Largo Plazo", Tesis Doctoral, Departamento de Economía Aplicada III, Econometría y Estadística, Universidad del País Vasco, Bilbao.
- FAMA, E.F. y FRENCH, K.R., (1988): "Permanent and Temporary Components of Stock Prices", *Journal of Political Economy* 96, pp. 246-273.
- FEDER, J., (1988): *Fractals*. New York: Plenum Press.

- FISHER, L., (1966) : “Some New Stock-Market Indexes”, *Journal of Business*, 39, pp. 191-225.
- FOWLKES, E.B., (1986) : “Some Diagnostics for Binary Logistic Regression Via Smoothing” (with discussion), in *Proceedings of the Statistical Computing Section, American Statistical Association*, pp. 54-64.
- FRENCH, K.R., SCHWERT, G.W. y STAMBAUGH, R.F., (1987) : “Expected Stock Returns and Volatility”, *Journal of Financial Economics* 19, pp. 3-30.
- FRIEDMAN, J.H., (1977): “A Recursive Partitioning Decision Rule for Nonparametric Classification”, *IEEE Transactions on Computers*, C-26, abril, págs. 404-409.
- FRIEDMAN, J.H., (1991) : “Multivariate Adaptive Regression Splines (with discussion)”, *The Annals of Statistics* 19, pp. 1-141.
- FRYDMAN, H., ALTMAN, E.I. y KAO, D., (1985): “ Introducing Recursive Partitioning for Financial Classification: The Case of Financial Distress” *The Journal of Finance*, vol.40, 1, págs. 269-291.
- GEWEKE, J. y PORTER-HUDAK, S., (1983) : “The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models”, *Journal of Time Series Analysis*, vol. 4, n° 4, pp. 221-238.
- GLEN, J.D., (1992) : “Real Exchange Rates in the Short, Medium ,and Long Run”, *Journal of International Economics*, 33, pp. 147-166.
- GRANGER, C.W.J., (1966) : “The Typical Spectral Shape of an Economic Variable”, *Econometrica*, 34, pp. 150-161.
- GRANGER, C.W.J., (1980) : “Long Memory Relationships and the Aggregation of Dynamic Models”, *Journal of Econometrics*, 14, pp. 227-238.
- GRANGER, C.W.J. y DING, Z., (1994) : “Stylized Facts on the Temporal and Distributional Properties of Daily Data from Speculative Markets”, Working Paper, 94. Department of Economics, University of California, San Diego, USA.

- GRANGER, C.W.J. y JOYEUX, R., (1980) : “An Introduction to Long-Memory Time Series Models and Fractional Differencing”, *Journal of Time Series Analysis*, 1, pp. 15-29.
- GREENE, M. y FIELITZ, B.D., (1977) : “Long-Term Dependence in Common Stock Returns”, *Journal of Financial Economics*, 4, pp. 339-349.
- HAMILTON, J.D. y SUSMEL, R., (1994) : “Autoregressive Conditional Heteroskedasticity and Changes in Regime”, *Journal of Econometrics* 64, pp. 307-333.
- HARVEY, A.C., (1993) : *Time Series Models*. Ed. Harvester Wheatsheaf, Segunda Edición.
- HARVEY, A.C., (1993) : “Long Memory in Stochastic Volatility”, Mimeo, LSE.
- HASLETT, J. y RAFTERY, A.E., (1989): "Space - Time Modelling with Long - Memory Dependence: Assessing Ireland's Wind Power Resource" (with discussion), *Journal of the Royal Statistical Society, series C - Applied Statistics*, 38, pp. 1-50.
- HASTIE, T.J. y TIBSHIRANI, R.J., (1986) : “Generalized Additive Models”, *Statistical Science* 1, pp. 297-318.
- HEYNEN, R., KEMNA, A. y VORST, T., (1994) : “Analysis of the Term Structure of Implied Volatilities”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 29, pp. 31-56.
- HODGES, S., (1995) : “Arbitrage in a Fractal Brownian Motion Market”, Financial Options Research Centre, University of Warwick, March.
- HOSKING, J.R.M., (1981) : “Fractional Differencing”, *Biometrika*, 68, pp. 165-176.
- HOSKING, J.R.M., (1995) : “Asymptotic Distributions of the Sample Mean, Autocovariances and Autocorrelations of Long-Memory Time Series”, *Journal of Econometrics*, 73, pp. 261-284.
- HUIZINGA, J., (1987) : “An Empirical Investigation of the Long-Run Behavior of Real Exchange Rates”, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 27, pp. 149-214.

- HULL, J. y WHITE, H., (1987): "The Pricing of Options on Assets With Stochastic Volatilities", *Journal of Finance*, 42, pp. 281-300.
- HURST, H.E., (1951): "Long-Term Storage Capacity of Reservoirs", *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116, pp. 770-799.
- JANSEN, D. y DE VRIES, C., (1991): "On the Frequency of Large Stock Returns: Putting Booms and Busts Into Perspective", *Review of Economic and Statistics*, 73, pp. 18-24.
- KAEN, F.R. y ROSENMAN, R.E., (1986): "Predictable Behavior in Financial Markets: Some Evidence in Support of Heiner's Hypothesis", *American Economic Review*, vol. 76, n° 1, pp. 212-220.
- KUNSCH, H., (1986): "Discrimination Between Monotonic Trends and Long-Range Dependence", *Journal of Applied Probability*, 23, pp. 1025-1030.
- LAMOUREUX, C.G. y LASTRAPES, W.D., (1990): "Persistence in Variance, Structural Change, and the GARCH Model", *Journal of Business and Economic Statistics* 8, pp. 225-234.
- LEWIS, P.A.W. y STEVENS, J.G., (1991): "Nonlinear Modeling of Time Series Using Multivariate Adaptive Regression Splines (MARS)", *Journal of the American Statistical Association* 86, pp. 864-877.
- LO, A.W., (1991): "Long-Term Memory in Stock Market Prices", *Econometrica*, vol. 59, n° 5, pp. 1279-1313.
- LO, A.W. y MACKINLAY, C., (1988): "Stock Market Prices Do No Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test", *Review of Financial Studies*, 1, pp. 41-66.
- LO, A.W. y MACKINLAY, C., (1989): "The Size and Power of the Variance Ratio Test in Finite Samples: A Monte Carlo Investigation", *Journal of Econometrics*, 40, pp. 203-238.
- LO, A.W. y MACKINLAY, C., (1990): "When Are Contrarian Profits Due to Stock Market Overreaction", *Review of Financial Studies*, 3, pp. 175-206.
- LORETAN, M. y PHILLIPS, P.C.B., (1993): "Testing the Covariance Stationarity of Heavy-Tailed Time Series: An Overview of the Theory with

- Applications to Several Financial Datasets”, *Journal of Empirical Finance*, 1, pp. 211-248.
- MAHESWARAN, S., (1990) : “Predictable Short-Term Variation in Asset Prices: Theory and Evidence”, Working Paper, Carlson School of Management, University of Minnesota.
- MAHESWARAN, S. y SIMS, C., (1990) : “Empirical Implications of Arbitrage Free Asset Markets”, Discussion Paper, Department of Economics, University of Minnesota.
- MALLOWS, C.L., (1966) : “Choosing a Subset Regression”, unpublished paper presented at the annual meeting of the American Statistical Association, Los Angeles.
- MALLOWS, C.L., (1973) : “Some Comments on  $C_p$ ”, *Technometrics* 15, pp. 661-675.
- MANDELBROT, B.B., (1964) : “The Variation of Certain Speculative Prices”, en COOTNER, P. (ed.), *The Random Character of Stock Prices*, MIT Press.
- MANDELBROT, B.B., (1971) : “When Can Price Be Arbitraged Efficiently? A Limit To the Validity of the Random Walk and Martingale Models”, *Review of Economic and Statistics*, 53, pp. 543-553.
- MANDELBROT, B.B., (1972) : “A Statistical Methodology for Non-Periodic Cycles: From the Covariance to R/S Analysis”, *Annals of Economic and Social Measurement*, 1, pp. 259-290.
- MANDELBROT, B.B., (1975) : “Limit Theorems on the Selfnormalized Range for Weakly and Strongly Dependent Processes”, *Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete*, 31, pp. 271-285.
- MANDELBROT, B.B., (1977) : *Fractals, Form, Chance and Dimension*. Freeman, San Francisco, CA.
- MANDELBROT, B.B., (1983) : *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman, San Francisco, CA.
- MANDELBROT, B.B. y TAQQU, M., (1979) : “Robust R/S Analysis of Long-Run Serial Correlation”, *Bulletin of International Statistical Institute*, 48, Book 2, pp. 59-64.

- MANDELBROT, B.B. y VAN NESS, J.N., (1968): "Fractional Brownian Motions, Fractional Noises, and Applications", *SIAM Review*, 10, pp. 422-437.
- MANDELBROT, B.B. y WALLIS, J.R., (1969): "Robustness of the Rescaled Range R/S in the Measurement of Noncyclic Long Run Statistical Dependence", *Water Resources Research*, 5, pp. 967-988.
- MARAIS, M.L., PATELL, J.M. y WOLFSON, M.A., (1984): "The Experimental Design of Classification Models: An Application of Recursive Partitioning and Bootstrapping to Commercial Bank Loan Classifications" *Journal of Accounting Research*, vol.22, suplemento 1984, págs. 87-114.
- MCLEOD, A.I. y HIPEL, K.W., (1978): "Preservation of Rescaled Adjusted Range: A Reassessment of the Hurst Phenomenon", *Water Resources Research*, June, pp. 491-508.
- MEESE, R. y ROSE, A., (1991): "An Empirical Assessment of Non-linearities in Models of Exchange Rate Determination", *Review of Economics and Statistics* 58, pp. 603-619.
- MILLS, T.C., (1991): "Assessing the Predictability of UK Stock Market Returns Using Statistics Based on Multiperiod Returns", *Applied Financial Economics*, 1, pp. 241-245.
- MILLS, T.C., (1993): *The Econometric Modelling of Financial Time Series*. Ed. Cambridge.
- MORGAN, J.N. y SONQUIST, J.A., (1963): "Problems in the Analysis of Survey Data, and a Proposal", *Journal of the American Statistical Association* 58, pp. 415-434.
- NAGESWARAN, V.A., (1995): "Mean-Reversion, Random Walk and Jumps in Real Exchange Rates", *The Journal of Finance*, vol. 7, nº 1, pp. 1040-1062.
- NEWAY, W. y WEST, K., (1987): "A Simple Positive Definite, Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix", *Econometrica*, 55, pp. 703-705.
- OLMEDA, I., (1993): "Aprendizaje y Generalización", en OLMEDA, I. y BARBA-ROMERO, S., *Redes Neuronales Artificiales: Fundamentos y*

- Aplicaciones*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Alcalá de Henares, Madrid, pp. 43-63.
- OLMEDA, I., (1994): "On Long Term Memory in Stock Returns", *Mimeo*, Universidad de Alcalá.
- OLMEDA, I., (1995a): "Persistence in Stock Markets", *Euro XIV*, Jerusalem, Israel.
- OLMEDA, I., (1995b): "Modelos No Lineales en Finanzas", Tesis Doctoral no Publicada, Universidad de Alcalá.
- OLMEDA, I., (1995c): "On Nonlinearity and Long Term Memory in Stock Returns", *Intl. Symp. On Nonlinear Theory and Applications*, Las Vegas, USA, I, pp. 837-840.
- OLMEDA, I., (1996): "Memoria de Largo Plazo y Modelos Fractales", en OLMEDA, I. (eds.), *Avances Recientes en Predicción Bursátil*, Ediciones de la Universidad de Alcalá, Colecciones de Economía, pp. 141-164.
- OLMEDA, I., (1997): "Algunos Resultados sobre Memoria de Largo Plazo en Series Bursátiles", Documento de Trabajo 97-09, Laboratorio de Finanzas Computacionales, Universidad de Alcalá.
- OLMEDA, I. y BARBA-ROMERO, S., (1993): *Redes Neuronales Artificiales: Fundamentos y Aplicaciones*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Alcalá de Henares, Madrid.
- OLMEDA, I. y FERNÁNDEZ, E. (1996): "Nonparametric estimation of fully nonlinear models for asset returns," *Proc. of the Intl. Symposium on Machine Learning, Forecasting and Optimization*, pp. 115-128, Getafe, Spain.
- PAGAN, A., (1995): "The Econometrics of Financial Markets", Working Paper, University of Rochester.
- PETERS, E.E., (1989): "Fractal Structure in the Capital Markets", *Financial Analysts Journal*, July-August, pp. 32-37.
- PETERS, E.E., (1991): *Chaos and Order in the Capital Markets*. John Wiley & Sons, New York, NY.



- PETERS, E.E., (1994): *Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics*. John Wiley & Sons, New York, NY.
- PORTER-HUDAK, S., (1990): "An Application of the Seasonal Fractionally Differenced Model to the Monetary Agregates", *Journal of the American Statistical Association*, 85, pp. 338-344.
- POTERBA, J.M. y SUMMERS, L.H., (1988): "Mean Reversion in Stock Prices: Evidence and Implications", *Journal of Financial Economics*, 22, pp. 27-60.
- PRIESTLEY, M.B., (1988): *Non-linear and Non-Stationary Time Series*, Academic Press, New York.
- RAY, B.K., (1993): "Modeling Long Memory Processes for Optimal Long-Range Prediction", *Journal of Time Series Analysis*, 14, pp. 511-525.
- RAY, B.K. y CRATO, N., (1994): "Model Selection and Forecasting of Long-Range Dependent Processes: Results of Simulation Study", diciembre, Mimeo.
- ROBINSON, P.M., (1991): "Testing for Strong Serial Correlation and Dynamic Conditional Heteroskedasticity in Multiple Regression", *Journal of Econometrics*, 47, pp. 67-84.
- ROBINSON, P.M., (1995): "Log-Periodogram Regression of Time Series with Long Range Dependence", *Annals of Statistics*, 23, pp. 1048-1072.
- ROSENBLATT, M., (1956): "A Central Limit Theorem and a Strong Mixing Condition", *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 42, pp. 43-47.
- SAVIT, R., (1989): "Nonlinearities and Chaotic Effects in Option Prices", *Journal of Futures Markets*, 9, pp. 507-518.
- SEPHTON, P.S., (1994): "Cointegration Tests on MARS", *Computational Economics* 7, pp. 23-35.
- SHEA, G.S., (1991): "Uncertainty and Implied Variance Bounds in Long-Memory Models of the Interest Rate Term Structure", *Empirical Economics*, 16, pp. 287-312.

- SIMS, C., (1984) : “Martingale-Like Behavior of Asset Prices and Interest Rates”, Discussion Paper n° 205, Center for Economic Research, Department of Economics, University of Minnesota.
- SOWELL, F., (1990) : “The Fractional Unit Root Distribution”, *Econometrica*, 58, pp. 495-506.
- SOWELL, F., (1992a) : “Maximum Likelihood Estimation of Stationary Univariate Fractionally Integrated Time Series Models”, *Journal of Econometrics*, 53, pp. 165-188.
- SOWELL, F., (1992b) : “Modeling Long-Run Behavior with the Fractional ARIMA Model”, *Journal of Monetary Economics*, 29, pp. 277-302.
- STONE, C.J., (1977) : “Nonparametric Regression and Its Applications (with discussion)”, *The Annals of Statistics* 5, pp. 595-645.
- STONE, C.J., (1982) : “Optimal Rates of Convergence for Nonparametric Regression”, *The Annals of Statistics* 10, pp. 1040-1053.
- SUMMERS, L., (1986) : “Does the Stock Market Rationally Reflect Fundamental Values?”, *Journal of Finance*, vol. 41, n° 3, pp. 591-602.
- TRIOLA, M.F. y FRANKLIN, L.A., (1995): *Business Statistics*, Addison Wesley, Wilmington, Delaware.
- VIREN, M., (1997) : “Analysing Long Memory and Asymmetries in Financial and Nonfinancial Time Series”, Discussion Paper, *EURO Working Group on Financial Modelling*, Venice, October.
- WALLIS, J.R. y MATALAS, N.C., (1970) : “Small Sample Properties of H and K Estimators of the Hurst Coefficient h”, *Water Resources Research*, 6, pp. 1583-1594.
- WATSON, G.S., (1964) : “Smooth Regression Analysis”, *Sankhya*, Ser. A, 26, pp. 359-372.
- WERBOS, P., (1974): *Beyond Regression: New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Sciences*, Ph. D. Disertation, Harvard University, Department of Applied Mathematics.



**TABLA 3.1**  
**Contraste de Lo**  
**1er. período: 24/4/72-12/3/79**

peseta/divisa	q=0	q=5	q=25
DMK	.204* (4.00)	.156* (2.89)	.104* (2.03)
FFR	.231* (4.84)	.177* (3.34)	.113* (2.16)
LIT	.244* (5.25)	.184* (3.50)	.126* (2.36)
STG	.159* (2.95)	.134* (2.49)	.084 (1.78)
USD	.117* (2.22)	.077 (1.69)	.044 (1.35)
YEN	.172* (3.22)	.112* (2.14)	.075 (1.67)

**2º. período: 13/3/79-18/6/89**

peseta/divisa	q=0	q=5	q=25
DMK	.089* (1.90)	.068 (1.63)	.043 (1.36)
FFR	.172* (3.46)	.136* (2.66)	.108* (2.18)
LIT	.116* (2.31)	.085 (1.84)	.080 (1.78)
STG	.078 (1.76)	.054 (1.48)	.019 (1.15)
USD	.219* (4.86)	.182* (3.73)	.125* (2.46)
YEN	.156* (3.07)	.126* (2.47)	.093* (1.96)

**3er. período: 19/6/89-21/4/97**

peseta/divisa	q=0	q=5	q=25
DMK	.162* (3.08)	.102* (2.03)	.061 (1.52)
FFR	.170* (3.26)	.104* (2.05)	.057 (1.49)
LIT	.250* (5.65)	.171* (3.28)	.101* (2.01)
STG	.219* (4.58)	.156* (2.94)	.089 (1.85)
USD	.148* (2.80)	.113* (2.19)	.058 (1.50)
YEN	.141* (2.67)	.107* (2.10)	.055 (1.47)

**Nota:** Valores del parámetro de diferenciación fraccional  $d$  estimados a partir del estadístico  $RRM$  (Rango Reescalado Modificado), es decir, mediante la aplicación del contraste de Lo (1991), para distintos valores del parámetro de truncado  $q$ .  $d$  se obtiene a partir de la relación  $d = \log(RRM) / \log(n)$ , siendo  $n$  el tamaño de la muestra. La probabilidad asociada al estadístico  $V^* = RRM / \sqrt{n}$  entre paréntesis. Consideramos la corrección de las autocovarianzas para  $q=0, 5$  y  $25$  retardos. (\*) significativo empleando valores críticos calculados en Lo (1991, pág.1288).

TABLA 3.2  
ESTADISTICO DE GEWEKE-PORTER-HUDAK

1er. período: 24/4/72-12/3/79

Pta./divisa	K=0				K=5				K=10			
	$\mu=.50$	$\mu=.55$	$\mu=.60$	$\mu=.65$	$\mu=.50$	$\mu=.55$	$\mu=.60$	$\mu=.65$	$\mu=.50$	$\mu=.55$	$\mu=.60$	$\mu=.65$
DMK	.459** (.002)	.501** (.001)	.365** (.001)	.270** (.001)	.644** (.036)	.666** (.013)	.356** (.043)	.207* (.081)	.642 (.263)	.700* (.096)	.227 (.352)	.075 (.618)
FFR	.476** (.002)	.371** (.002)	.363** (.000)	.348** (.000)	.900** (.002)	.512** (.011)	.451** (.001)	.397** (.000)	.714 (.178)	.217 (.472)	.264 (.171)	.265* (.050)
LIT	.387** (.002)	.384** (.000)	.313** (.002)	.233** (.004)	.474** (.032)	.437** (.008)	.284* (.073)	.169 (.132)	.295 (.467)	.327 (.198)	.140 (.525)	.042 (.768)
STG	.473** (.001)	.491** (.000)	.502** (.000)	.327** (.001)	.617** (.046)	.575** (.011)	.574** (.002)	.260* (.067)	.460 (.421)	.455 (.191)	.524** (.043)	.114 (.531)
USD	.293** (.039)	.269** (.008)	.268** (.003)	.111 (.111)	.562* (.064)	.378** (.037)	.331** (.020)	.052 (.604)	.910 (.109)	.401 (.149)	.318 (.107)	-.057 (.657)
YEN	.238 (.127)	.186 (.143)	.214** (.049)	.201** (.016)	.202 (.530)	.106 (.630)	.188 (.267)	.179 (.130)	-.263 (.629)	-.169 (.603)	.074 (.745)	.110 (.459)

2° período: 13/3/79-18/6/89

Pta./divisa	K=0				K=5				K=10			
	$\mu=.50$	$\mu=.55$	$\mu=.60$	$\mu=.65$	$\mu=.50$	$\mu=.55$	$\mu=.60$	$\mu=.65$	$\mu=.50$	$\mu=.55$	$\mu=.60$	$\mu=.65$
DMK	-.043 (.725)	.052 (.584)	.092 (.185)	.081 (.166)	.003 (.986)	.184 (.184)	.205** (.027)	.149** (.046)	.264 (.283)	.424** (.014)	.345** (.001)	.217** (.013)
FFR	.193 (.117)	.226* (.060)	.170* (.069)	.182** (.013)	-.106 (.629)	.110 (.571)	.067 (.618)	.125 (.205)	.091 (.792)	.349 (.208)	.189 (.286)	.218* (.071)
LIT	.059 (.691)	.073 (.529)	-.017 (.851)	-.048 (.487)	-.159 (.569)	-.019 (.924)	-.127 (.318)	-.136 (.142)	-.233 (.615)	.032 (.904)	-.141 (.397)	-.151 (.184)
STG	.048 (.688)	.161 (.113)	.212** (.024)	.135* (.052)	.170 (.370)	.346** (.021)	.363** (.006)	.193** (.034)	.375 (.225)	.536** (.012)	.468** (.007)	.205* (.068)
USD	.488** (.000)	.376** (.000)	.346** (.000)	.362** (.000)	.436* (.071)	.252 (.103)	.253** (.018)	.314** (.000)	-.091 (.812)	-.091 (.671)	.065 (.629)	.220** (.029)
YEN	.311** (.016)	.149 (.125)	.100 (.168)	.154** (.008)	.313 (.183)	.004 (.975)	-.020 (.849)	.105 (.174)	.179 (.650)	-.222 (.315)	-.156 (.248)	.058 (.543)

**TABLA 3.3**  
**ESTADISTICO DE GEWEKE-PORTER-HUDAK**

3er. periodo: 19/6/89-21/4/97

Pta./divisa	K=0				K=5				K=10			
	$\mu=.50$	$\mu=.55$	$\mu=.60$	$\mu=.65$	$\mu=.50$	$\mu=.55$	$\mu=.60$	$\mu=.65$	$\mu=.50$	$\mu=.55$	$\mu=.60$	$\mu=.65$
DMK	.252** (.001)	.196** (.001)	.224** (.000)	.368** (.000)	.430** (.005)	.238** (.021)	.278** (.000)	.489** (.000)	.411 (.136)	.112 (.465)	.233** (.038)	.535** (.000)
FFR	.261** (.000)	.226** (.000)	.239** (.000)	.399** (.000)	.452** (.000)	.294** (.001)	.295** (.000)	.531** (.000)	.393* (.093)	.175 (.194)	.235** (.015)	.577** (.000)
LIT	.325** (.010)	.586** (.000)	.529** (.000)	.508** (.000)	.471** (.035)	.943** (.000)	.710** (.000)	.615** (.000)	.629 (.131)	1.274** (.000)	.784** (.000)	.629** (.000)
STG	.826** (.000)	.619** (.000)	.521** (.000)	.388** (.000)	1.472** (.000)	.754** (.001)	.535** (.001)	.319** (.005)	2.256** (.000)	.681* (.051)	.404* (.079)	.168 (.237)
USD	.442** (.000)	.380** (.000)	.310** (.000)	.384** (.000)	.523** (.030)	.355** (.020)	.241** (.025)	.381** (.000)	1.168** (.000)	.557** (.007)	.309** (.023)	.468** (.000)
YEN	.262 (.116)	.261** (.032)	.257** (.006)	.302** (.000)	.341 (.308)	.293 (.155)	.273* (.053)	.335** (.001)	-.066 (.910)	.091 (.762)	.161 (.390)	.289** (.031)

Nota: Valores estimados de  $d$  en la regresión  $\ln(I(\omega_j)) = \alpha_0 - \alpha_1 \ln(4 \text{sen}^2(\omega_j/2)) + \varepsilon_j$ ,  $j = k, \dots, n^h$ . Los valores del estadístico  $t$  correspondiente figuran entre paréntesis. (\*) Significativo al 10%, (\*\*) significativo al 5%.  $K = 0, 5$  y  $10$ , representa que se eliminan las primeras 0, 5, y 10 frecuencias, respectivamente, de acuerdo con la modificación propuesta por Künsch (1986) que consiste en eliminar las frecuencias cercanas al origen al objeto de obtener estimadores consistentes de  $d$ .

TABLA 3.4

## Regresión lineal con cinco retardos

1er. período: 24/4/72-12/3/79

Peseta/divisa	ECMa	ECMp	EAMa	EAMp
DMK	3.058	2.581	2.837	2.501
FFR	3.658	2.499	2.911	2.518
LIT	3.401	4.115	2.699	2.897
STG	2.297	1.634	2.004	1.905
USD	1.820	1.000	1.591	1.323
YEN	2.781	1.811	2.519	2.300

2º. período: 13/3/79-18/6/89

Peseta/divisa	ECMa	ECMp	EAMa	EAMp
DMK	1.323	1.993	1.663	1.956
FFR	1.382	1.902	1.679	2.002
LIT	1.446	1.880	1.693	1.869
STG	2.068	3.099	2.579	2.985
USD	4.376	4.827	4.010	4.251
YEN	3.484	4.688	3.467	3.861

3er. período: 19/6/89-21/4/97

Peseta/divisa	ECMa	ECMp	EAMa	EAMp
DMK	1.252	1.569	1.402	1.410
FFR	0.967	1.264	1.174	1.229
LIT	2.348	2.012	2.211	2.168
STG	2.438	2.418	2.465	2.491
USD	4.770	6.187	4.247	4.752
YEN	4.713	4.376	4.201	4.145

Nota: Las columnas primera y tercera muestran el error de ajuste dentro de la muestra y las columnas segunda y cuarta reflejan el error de predicción. Dichos errores han sido obtenidos mediante el siguiente modelo de regresión:  $R_t^2 = c + R_{t-1}^2 + R_{t-2}^2 + R_{t-3}^2 + R_{t-4}^2 + R_{t-5}^2 + \varepsilon_t$ , para cada una de las monedas y períodos objeto de análisis.  $R_t^2$  representa el cuadrado del rendimiento logarítmico del tipo de cambio (medida de la volatilidad) en el momento  $t$ . Las medidas de error utilizadas son el *ECM* y el *EAM*. Los valores del *ECM* están multiplicados por  $10^{-9}$  y los del *EAM* por  $10^{-5}$ .

**TABLA 3.5**

**Regresión lineal con diez retardos**

**1er. período: 24/4/72-12/3/79**

Peseta/divisa	ECMa	ECMp	EAMa	EAMp
DMK	2.628	3.679	2.584	2.887
FFR	3.421	2.859	2.762	2.683
LIT	3.374	3.962	2.623	2.832
STG	2.011	2.440	1.932	2.078
USD	1.430	2.161	1.407	1.634
YEN	2.346	3.099	2.267	2.597

**2º. período: 13/3/79-18/6/89**

Peseta/divisa	ECMa	ECMp	EAMa	EAMp
DMK	1.604	1.142	1.853	1.675
FFR	1.558	1.327	1.879	1.718
LIT	1.628	1.323	1.857	1.626
STG	2.533	1.632	2.878	2.434
USD	4.246	4.903	3.992	4.073
YEN	3.631	4.151	3.549	3.706

**3er. período: 19/6/89-21/4/97**

Peseta/divisa	ECMa	ECMp	EAMa	EAMp
DMK	1.054	2.117	1.253	1.570
FFR	0.787	1.785	1.076	1.396
LIT	2.155	2.403	2.132	2.066
STG	2.207	2.974	2.363	2.591
USD	4.948	5.098	4.311	4.385
YEN	4.512	4.631	4.172	4.108

**Nota:** Las columnas primera y tercera muestran el error de ajuste dentro de la muestra y las columnas segunda y cuarta reflejan el error de predicción. Dichos errores han sido obtenidos mediante el siguiente modelo de regresión:  $R_t^2 = c + R_{t-1}^2 + R_{t-2}^2 + R_{t-3}^2 + R_{t-4}^2 + R_{t-5}^2 + R_{t-6}^2 + R_{t-7}^2 + R_{t-8}^2 + R_{t-9}^2 + R_{t-10}^2 + \varepsilon_t$ , para cada una de las monedas y períodos objeto de análisis.  $R_t^2$  representa el cuadrado del rendimiento logarítmico del tipo de cambio (medida de la volatilidad) en el momento  $t$ . Las medidas de error utilizadas son el ECM y el EAM. Los valores del ECM están multiplicados por  $10^{-9}$  y los del EAM por  $10^{-5}$ .



TABLA 3.6

**Arboles de regresión con cinco retardos  
Determinación del modelo óptimo**

**1er. período: 24/4/72-12/3/79**

Pta./divisa	k=0.2		k=0.4		k=0.6		k=0.8		sin podar	
	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM
DMK	3.341*	3.052	3.341*	3.052	3.407	2.820	3.946	3.006	4.299	3.117
FFR	4.328*	3.216	4.328*	3.216	4.394	3.039	5.252	3.277	5.785	3.396
LIT	4.509	3.196	4.509	3.196	3.654*	2.534	3.900	2.613	4.205	2.702
STG	2.160*	2.092	2.160*	2.092	2.210	1.955	2.499	2.008	2.727	2.074
USD	1.785*	1.666	1.785*	1.666	1.826	1.682	2.197	1.792	2.479	1.849
YEN	3.486	2.875	3.486	2.876	3.433*	2.659	3.979	2.843	4.368	2.954

**2°. período: 13/3/79-18/6/89**

Pta./divisa	k=0.2		k=0.4		k=0.6		k=0.8		sin podar	
	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM
DMK	1.338*	1.635	1.338*	1.635	1.365	1.607	1.521	1.718	1.641	1.758
FFR	0.961	1.629	0.961	1.629	0.916*	1.419	1.055	1.550	1.183	1.632
LIT	1.068	1.685	1.068	1.685	1.067*	1.523	1.289	1.665	1.417	1.698
STG	1.896*	2.619	1.896*	2.619	2.033	2.544	2.401	2.754	2.636	2.853
USD	3.695*	4.061	3.695*	4.061	3.971	4.051	4.870	4.323	5.476	4.502
YEN	3.306*	3.510	3.306*	3.510	3.649	3.482	4.458	3.751	4.914	3.888

**3er. período: 19/6/89-21/4/97**

Pta./divisa	k=0.2		k=0.4		k=0.6		k=0.8		sin podar	
	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM
DMK	0.800*	1.345	0.800*	1.345	0.845	1.333	1.062	1.435	1.237	1.503
FFR	0.613*	1.118	0.613*	1.118	0.628	1.026	0.742	1.122	0.821	1.156
LIT	2.646	2.486	2.646	2.486	2.301*	2.112	2.430	2.257	2.506	2.308
STG	1.917*	2.449	1.917*	2.449	1.940	2.281	2.275	2.433	2.497	2.509
USD	4.308*	4.200	4.308*	4.200	4.537	4.201	5.615	4.571	6.327	4.777
YEN	3.606*	3.953	3.606*	3.953	4.018	3.926	5.149	4.390	5.870	4.621

Nota: Errores de predicción obtenidos mediante árboles de regresión, para cada una de las monedas y períodos objeto de análisis. La tabla recoge los resultados de los árboles sin podar y podados.  $k$  es el valor del parámetro de complejidad. El error lo medimos mediante el *ECM* y el *EAM*. No obstante, para seleccionar el árbol óptimo, es decir con parámetro de complejidad que minimiza el error de predicción fuera de la muestra, nos basamos en el *ECM* por ser más coherente con la metodología utilizada. Hemos señalado con un asterisco (\*) y en negrita los *ECM* cuyo valor es mínimo. Los valores del *ECM* están multiplicados por  $10^{-9}$  y los del *EAM* por  $10^{-5}$ .

**TABLA 3.7**

**Arboles de regresión con cinco retardos  
Resultados de la aplicación del modelo óptimo**

**1er. período: 24/4/72-12/3/79**

<b>Peseta/divisa</b>	<b>ECMa</b>	<b>ECMp</b>	<b>EAMa</b>	<b>EAMp</b>
<b>DMK</b>	3.341	2.999	3.054	2.821
<b>FFR</b>	4.123	2.761	3.244	2.846
<b>LIT</b>	2.407	4.410	2.218	2.735
<b>STG</b>	2.389	1.729	2.122	2.070
<b>USD</b>	1.928	1.162	1.684	1.471
<b>YEN</b>	2.135	2.149	2.163	2.354

**2º. período: 13/3/79-18/6/89**

<b>Peseta/divisa</b>	<b>ECMa</b>	<b>ECMp</b>	<b>EAMa</b>	<b>EAMp</b>
<b>DMK</b>	1.397	2.007	1.714	1.984
<b>FFR</b>	1.149	1.995	1.531	2.035
<b>LIT</b>	1.216	1.933	1.490	1.812
<b>STG</b>	2.164	3.194	2.674	3.073
<b>USD</b>	4.609	5.082	4.197	4.396
<b>YEN</b>	3.693	4.852	3.589	4.045

**3er. período: 19/6/89-21/4/97**

<b>Peseta/divisa</b>	<b>ECMa</b>	<b>ECMp</b>	<b>EAMa</b>	<b>EAMp</b>
<b>DMK</b>	1.348	1.932	1.479	1.608
<b>FFR</b>	1.056	1.603	1.227	1.371
<b>LIT</b>	1.824	2.425	1.884	2.152
<b>STG</b>	2.794	2.772	2.668	2.720
<b>USD</b>	5.136	6.598	4.418	4.927
<b>YEN</b>	5.080	4.761	4.380	4.320

**Nota:** Las columnas primera y tercera muestran el error de ajuste dentro de la muestra y las columnas segunda y cuarta reflejan el error de predicción. Dichos errores han sido obtenidos mediante el árbol de regresión óptimo, para cada una de las monedas y períodos objeto de análisis. Las medidas de error utilizadas son el *ECM* y el *EAM*. Los valores del *ECM* están multiplicados por  $10^{-9}$  y los del *EAM* por  $10^{-5}$ .

TABLA 3.8

Arboles de regresión con diez retardos  
Determinación del modelo óptimo

1er. período: 24/4/72-12/3/79

Pta./divisa	k=0.2		k=0.4		k=0.6		k=0.8		sin podar	
	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM
DMK	3.372	2.979	3.372	2.979	2.963*	2.498	3.207	2.591	3.494	2.679
FFR	3.191	3.034	3.191	3.034	3.151*	2.714	3.892	3.032	4.364	3.177
LIT	3.907	3.182	3.907	3.182	3.756*	2.641	4.715	2.838	5.261	2.937
STG	2.700*	2.222	2.700*	2.222	2.749	2.143	3.097	2.366	3.383	2.512
USD	2.072*	1.580	2.072*	1.580	2.110	1.517	2.265	1.612	2.372	1.666
YEN	2.646	2.425	2.646	2.425	2.598*	2.169	2.951	2.386	3.282	2.526

2º. período: 13/3/79-18/6/89

Pta./divisa	k=0.2		k=0.4		k=0.6		k=0.8		sin podar	
	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM
DMK	1.591	1.882	1.591	1.882	1.579*	1.767	1.829	1.946	2.015	2.026
FFR	1.622*	1.951	1.622*	1.951	1.684	1.811	1.900	1.923	2.054	1.991
LIT	1.867*	1.935	1.867*	1.935	1.931	1.822	2.231	1.961	2.423	2.032
STG	1.979*	2.780	1.979*	2.780	2.099	2.671	2.626	2.956	2.980	3.099
USD	4.997*	4.407	4.997*	4.407	5.226	4.256	6.096	4.600	6.682	4.779
YEN	4.173*	3.760	4.173*	3.760	4.421	3.765	5.326	4.156	5.941	4.335

3er. período: 19/6/89-21/4/97

Pta./divisa	k=0.2		k=0.4		k=0.6		k=0.8		sin podar	
	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM
DMK	1.708*	1.489	1.708*	1.489	1.712	1.345	1.874	1.477	2.039	1.565
FFR	1.419	1.248	1.419	1.248	1.385*	1.144	1.426	1.240	1.478	1.300
LIT	2.968	2.551	2.968	2.551	2.569*	2.165	2.907	2.294	3.251	2.419
STG	2.360	2.559	2.360	2.559	2.178*	2.237	2.279	2.362	2.427	2.459
USD	4.558*	4.413	4.558*	4.413	4.764	4.122	5.678	4.520	6.280	4.729
YEN	4.662*	4.231	4.662*	4.231	4.765	3.975	5.558	4.396	6.062	4.585

Nota: Errores de predicción obtenidos mediante árboles de regresión, para cada una de las monedas y períodos objeto de análisis. La tabla recoge los resultados de los árboles sin podar y podados.  $k$  es el valor del parámetro de complejidad. El error lo medimos mediante el *ECM* y el *EAM*. No obstante, para seleccionar el árbol óptimo, es decir con parámetro de complejidad que minimiza el error de predicción fuera de la muestra, nos basamos en el *ECM* por ser más coherente con la metodología utilizada. Hemos señalado con un asterisco (\*) y en negrita los *ECM* cuyo valor es mínimo. Los valores del *ECM* están multiplicados por  $10^{-9}$  y los del *EAM* por  $10^{-5}$ .

TABLA 3.9

**Arboles de regresión con diez retardos**  
**Resultados de la aplicación del modelo óptimo**

**1er. período: 24/4/72-12/3/79**

Peseta/divisa	ECMa	ECMp	EAMa	EAMp
DMK	1.991	3.730	2.131	2.713
FFR	2.419	3.155	2.306	2.697
LIT	2.377	3.783	2.193	2.723
STG	2.142	2.462	2.089	2.131
USD	1.558	2.265	1.500	1.709
YEN	1.797	3.638	1.970	2.810

**2º. período: 13/3/79-18/6/89**

Peseta/divisa	ECMa	ECMp	EAMa	EAMp
DMK	1.233	1.270	1.608	1.695
FFR	1.658	1.423	1.957	1.847
LIT	1.786	1.483	1.959	1.733
STG	2.667	1.689	2.980	2.592
USD	4.601	5.090	4.261	4.331
YEN	3.871	4.308	3.695	3.902

**3er. período: 19/6/89-21/4/97**

Peseta/divisa	ECMa	ECMp	EAMa	EAMp
DMK	1.222	2.313	1.377	1.719
FFR	0.712	1.833	0.910	1.321
LIT	1.679	2.784	1.803	2.119
STG	1.759	3.175	2.000	2.532
USD	5.372	5.779	4.549	4.678
YEN	4.915	5.248	4.348	4.439

**Nota:** Las columnas primera y tercera muestran el error de ajuste dentro de la muestra y las columnas segunda y cuarta reflejan el error de predicción. Dichos errores han sido obtenidos mediante el árbol de regresión óptimo, para cada una de las monedas y períodos objeto de análisis. Las medidas de error utilizadas son el *ECM* y el *EAM*. Los valores del *ECM* están multiplicados por  $10^{-9}$  y los del *EAM* por  $10^{-5}$ .

TABLA 3.10

Ratio entre *ECM* (árboles de regresión-modelo lineal) con cinco retardos

1er. período: 24/4/72-12/3/79

Peseta/divisa	ECMa	ECMp
DMK	1.093	1.162
FFR	1.127	1.105
LIT	0.708	1.072
STG	1.040	1.058
USD	1.059	1.162
YEN	0.768	1.187

2º. período: 13/3/79-18/6/89

Peseta/divisa	ECMa	ECMp
DMK	1.056	1.007
FFR	0.831	1.049
LIT	0.841	1.028
STG	1.046	1.031
USD	1.053	1.053
YEN	1.060	1.035

3er. período: 19/6/89-21/4/97

Peseta/divisa	ECMa	ECMp
DMK	1.077	1.231
FFR	1.092	1.268
LIT	0.777	1.205
STG	1.146	1.146
USD	1.077	1.066
YEN	1.078	1.088

Nota: La primera columna muestra el ratio para el error de ajuste dentro de la muestra y la segunda refleja el cociente entre los errores de predicción.

TABLA 3.11

Ratio entre *ECM* (árboles de regresión-modelo lineal) con diez retardos

1er. período: 24/4/72-12/3/79

Peseta/divisa	ECMa	ECMp
DMK	0.758	1.014
FFR	0.707	1.104
LIT	0.705	0.955
STG	1.065	1.009
USD	1.090	1.048
YEN	0.766	1.174

2º. período: 13/3/79-18/6/89

Peseta/divisa	ECMa	ECMp
DMK	0.769	1.112
FFR	1.064	1.072
LIT	1.097	1.121
STG	1.053	1.035
USD	1.084	1.038
YEN	1.066	1.038

3er. período: 19/6/89-21/4/97

Peseta/divisa	ECMa	ECMp
DMK	1.159	1.093
FFR	0.905	1.027
LIT	0.779	1.159
STG	0.797	1.068
USD	1.086	1.134
YEN	1.089	1.133

**Nota:** La primera columna muestra el ratio para el error de ajuste dentro de la muestra y la segunda refleja el cociente entre los errores de predicción.

TABLA 3.12

Loess con cinco retardos  
Determinación del modelo óptimo

1er. período: 24/4/72-12/3/79

Pta./divisa	$f=0.70$		$f=0.80$		$f=0.85$		$f=0.90$		$f=0.95$	
	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM
DMK	3.203	2.905	3.144	2.788	<b>3.115*</b>	2.735	3.122	2.745	3.147	2.753
FFR	4.262	3.035	4.243	2.994	4.201	2.899	4.170	2.871	<b>4.070*</b>	2.885
LIT	3.803	2.764	3.796	2.558	3.793	2.576	<b>3.790*</b>	2.568	3.840	2.596
STG	2.152	2.073	2.136	1.968	2.137	1.928	<b>2.131*</b>	1.936	2.133	1.946
USD	1.883	1.928	1.679	1.593	1.646	1.528	1.636	1.504	<b>1.628*</b>	1.490
YEN	3.391	2.789	3.369	2.720	3.354	2.691	3.377	2.659	<b>3.322*</b>	2.636

2°. período: 13/3/79-18/6/89

Pta./divisa	$f=0.70$		$f=0.80$		$f=0.85$		$f=0.90$		$f=0.95$	
	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM
DMK	1.262	1.539	1.259	1.561	1.255	1.567	<b>1.253*</b>	1.586	1.255	1.579
FFR	<b>0.860*</b>	1.428	0.869	1.469	0.875	1.491	0.873	1.482	0.868	1.469
LIT	0.953	1.549	0.943	1.514	0.943	1.517	0.946	1.536	<b>0.942*</b>	1.548
STG	<b>1.831*</b>	2.530	1.846	2.558	1.850	2.566	1.846	2.561	1.844	2.552
USD	3.478	3.726	<b>3.469*</b>	3.710	3.471	3.709	3.470	3.697	3.469	3.698
YEN	3.288	3.506	3.243	3.441	3.223	3.420	3.206	3.410	<b>3.178*</b>	3.397

3er. período: 19/6/89-21/4/97

Pta./divisa	$f=0.70$		$f=0.80$		$f=0.85$		$f=0.90$		$f=0.95$	
	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM	ECM	EAM
DMK	0.834	1.302	0.816	1.238	0.822	1.269	0.830	1.287	<b>0.815*</b>	1.273
FFR	0.830	1.386	0.653	1.117	0.602	1.030	0.584	1.001	<b>0.572*</b>	0.989
LIT	2.082	2.004	<b>2.067*</b>	2.064	2.070	2.098	2.084	2.101	2.102	2.116
STG	1.731	2.294	1.689	2.185	1.679	2.147	1.677	2.139	<b>1.671*</b>	2.151
USD	4.026	4.049	4.012	4.066	4.008	4.076	4.000	4.086	<b>3.985*</b>	4.087
YEN	3.745	3.892	3.725	3.882	3.706	3.870	3.673	3.850	<b>3.653*</b>	3.868

Nota: Errores de predicción obtenidos mediante el método de regresión localmente ponderada, para cada una de las monedas y períodos objeto de análisis. La tabla recoge los resultados de las regresiones para vecindarios de tamaño diferente.  $f$  es el tamaño del vecindario expresado como el número de vecinos de cada vecindad dividido entre el total de observaciones de la muestra. El error lo medimos mediante el *ECM* y el *EAM*. No obstante, para seleccionar el modelo óptimo, es decir con la proporción de vecinos que minimiza el error de predicción fuera de la muestra, nos basamos en el *ECM* por ser más coherente con la metodología utilizada. Hemos señalado con un asterisco (\*) y en negrita los *ECM* cuyo valor es mínimo. Los valores del *ECM* están multiplicados por  $10^{-9}$  y los del *EAM* por  $10^{-5}$ .

TABLA 3.13

**Loess con cinco retardos**  
**Resultados de la aplicación del modelo óptimo**

1er. período: 24/4/72-12/3/79

Peseta/divisa	ECMa	ECMp	EAMa	EAMp
DMK	2.840	2.500	2.717	2.432
FFR	3.488	2.552	2.795	2.477
LIT	3.157	3.941	2.480	2.705
STG	2.225	1.708	1.909	1.882
USD	1.746	0.940	1.528	1.284
YEN	2.655	1.960	2.400	2.240

2º. período: 13/3/79-18/6/89

Peseta/divisa	ECMa	ECMp	EAMa	EAMp
DMK	1.286	2.042	1.666	1.982
FFR	1.342	1.947	1.667	2.016
LIT	1.367	1.852	1.662	1.872
STG	2.025	3.150	2.534	2.985
USD	4.269	4.893	3.896	4.210
YEN	3.432	4.678	3.471	3.867

3er. período: 19/6/89-21/4/97

Peseta/divisa	ECMa	ECMp	EAMa	EAMp
DMK	1.142	1.822	1.298	1.417
FFR	0.865	1.483	1.062	1.220
LIT	2.061	2.192	2.037	2.156
STG	2.252	2.531	2.310	2.408
USD	4.676	6.283	4.254	4.812
YEN	4.652	4.417	4.199	4.177

Nota: Las columnas primera y tercera muestran el error de ajuste dentro de la muestra y las columnas segunda y cuarta reflejan el error de predicción. Dichos errores han sido obtenidos mediante el modelo de regresión localmente ponderada óptimo, para cada una de las monedas y períodos objeto de análisis. Las medidas de error utilizadas son el *ECM* y el *EAM*. Los valores del *ECM* están multiplicados por  $10^{-9}$  y los del *EAM* por  $10^{-5}$ .



TABLA 3.14

Ratio entre *ECM* (loess-modelo lineal) con cinco retardos

1er. período: 24/4/72-12/3/79

Peseta/divisa	ECMa	ECMp
DMK	0.929	0.969
FFR	0.954	1.021
LIT	0.928	0.958
STG	0.969	1.045
USD	0.959	0.940
YEN	0.955	1.082

2º. período: 13/3/79-18/6/89

Peseta/divisa	ECMa	ECMp
DMK	0.972	1.025
FFR	0.971	1.024
LIT	0.945	0.985
STG	0.979	1.016
USD	0.976	1.014
YEN	0.985	0.998

3er. período: 19/6/89-21/4/97

Peseta/divisa	ECMa	ECMp
DMK	0.912	1.161
FFR	0.895	1.173
LIT	0.878	1.089
STG	0.924	1.047
USD	0.980	1.016
YEN	0.987	1.009

Nota: La primera columna muestra el ratio para el error de ajuste dentro de la muestra y la segunda refleja el cociente entre los errores de predicción.

# Capítulo 4

## Redes Neuronales Artificiales y volatilidad del tipo de cambio

### 4.1 No linealidad. Introducción.

Como expusimos en el capítulo segundo, el objetivo de numerosos estudios lo constituye la posibilidad de predecir las variaciones de los tipos de cambio, partiendo, para ello, de que la dinámica subyacente en los mismos es lineal. No cabe duda que el denominado modelo lineal (Yule, 1927; Slutsky, 1927) protagoniza una larga etapa de la modelización dinámica en la Economía del siglo XX. No obstante, la razón de su éxito se encuentra, más bien en la facilidad de su comprensión y tratamiento analítico, que en el soporte teórico y empírico del mismo. A lo anterior se une una ventaja adicional, en los casos en que el modelo lineal conduce a decisiones económicas erróneas, éste puede quedar justificado debido a la incorporación de comportamientos no esperados en el término perturbación aleatoria.

No obstante, los modelos lineales son incapaces de explicar numerosos fenómenos económicos y financieros. Además del fracaso empírico de dichos modelos en múltiples ámbitos, como el de los mercados financieros, sus fundamentos teóricos también son cuestionables. Los modelos lineales no permiten generar ciclos económicos aperiódicos,

ni incorporar shocks como algo intrínseco en la evolución económica. Por ello, nos vemos obligados a extender nuestro campo de estudio a los modelos dinámicos no lineales que, a la hora de modelizar determinados fenómenos resultan mucho más potentes que el modelo lineal, sin embargo, exigen elevados requisitos computacionales, así como un tratamiento analítico mucho más complejo.

Tradicionalmente, la existencia de independencia lineal se ha justificado en base a la función de autocorrelación, no obstante, la incorrelación no es suficiente para probar la independencia estadística<sup>1</sup>. En ocasiones, las series de variables financieras se presentan incorrelacionadas mostrando, por el contrario, dependencia no lineal. Además, existe una evidencia empírica suficiente a favor de que los tipos de cambio exhiben una dependencia no lineal<sup>2</sup>.

Así, recientemente, aparecen nuevas herramientas econométricas que, mediante la construcción de modelos teóricos que introducen elementos no lineales, ofrecen la posibilidad de modelizar y predecir la evolución de diversos fenómenos económicos y financieros, como el de la formación de los tipos de cambio y determinación de la volatilidad de los mismos. Sin embargo, ante todo, es fundamental detectar si la serie es o no lineal, al objeto de establecer el modelo que mejor capte su comportamiento subyacente. Esto puede tener importantes implicaciones en el terreno predictivo, puesto que la existencia de no linealidad, si ésta es correctamente detectada, permite mejorar las predicciones, aún en el caso de procesos estocásticos.

Puesto que, las herramientas tradicionales, como la función de autocorrelación, no permiten esclarecer ciertos tipos de comportamientos no lineales, en los dos epígrafes siguientes nos centramos en el análisis de una nueva técnica capaz de determinar en mayor medida la existencia de no linealidad, el *estadístico BDS* (Brock et al., 1987), así como en su aplicación en la detección de comportamientos no lineales en la volatilidad del tipo de cambio de la peseta. La sección 4 del presente capítulo la dedicamos al estudio

---

<sup>1</sup> Véanse, por ejemplo, Westerfield (1977), Rogalski y Vinso (1978), Mañas (1986) y Hsieh (1988).

<sup>2</sup> Véase Mañas (1986) y Hsieh (1988), entre otros.

de las Redes Neuronales Artificiales (RNA), al constituir una técnica no paramétrica de modelización con gran capacidad para modelizar y predecir dinámicas no lineales. En el epígrafe 5 efectuamos una aplicación de las RNA a la predicción de la volatilidad del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas contempladas en nuestro análisis (las mismas que en los estudios anteriormente efectuados). En cuanto al estudio que, como acabamos de comentar, efectuamos en el último epígrafe mediante RNA, debemos destacar dos cuestiones: primero, nuestro enorme interés por llevarlo a cabo, debido a que los antecedentes de la aplicación de RNA en el ámbito predictivo de volatilidad de series cambiarias son, hasta nuestros días, prácticamente inexistentes. En segundo lugar, que con las RNA que construimos, no sólo predecimos (al igual que en los capítulos anteriores) la volatilidad del tipo de cambio de la peseta, sino que, además, proponemos un modelo híbrido, que basado en una sencilla combinación de diferentes modelos, permite construir modelizaciones más complejas que aprovechan las ventajas de cada uno de los modelos individuales. Las conclusiones y referencias citadas cierran el capítulo.

#### **4.2 Detección de comportamientos no lineales. El contraste BDS**

En la literatura económica y financiera se conoce una multitud de procesos capaces de modelizar comportamientos no lineales, de entre los que podemos destacar, el modelo de medias móviles no lineal (Robinson, 1979), el modelo autorregresivo de umbral (Tong y Lim, 1980), el modelo bilineal (Granger and Andersen, 1978), el modelo de cambio de régimen de Hamilton (Hamilton, 1989) y (notablemente) el modelo de heterocedasticidad condicional autorregresiva (ARCH) (Engle, 1982).

En el caso concreto de la modelización de la varianza condicional, como comentamos anteriormente, es un hecho reconocido que los rendimientos de los tipos de cambio presentan una dinámica no lineal (no linealidad en varianza o heterocedasticidad). Esta no linealidad multiplicativa puede presentarse, a su vez, de dos maneras distintas, a saber, como una dependencia lineal, o bien, como una dependencia no lineal, pudiendo, esta última, ser conocida o desconocida. Para analizar la posibilidad de predecir la volatilidad del tipo de cambio, así como cuáles son los modelos más exactos para ello, lo

primero que necesitamos conocer es si el tipo de dependencia que exhiben las series objeto de estudio es o no lineal.

Así, tras detectar el tipo de dependencia, seleccionaremos el modelo o modelos más apropiados dentro de alguno de los dos enfoque que contemplamos en la presente Tesis, el paramétrico y el no paramétrico, cuya adecuación depende de si la forma funcional de la dependencia es conocida o, por el contrario, desconocida. Los modelos paramétricos resultan apropiados cuando la forma de la dependencia es conocida, tanto si es lineal como si no lo es. Así pues, cuando la dependencia no lineal en varianza es lineal, los procesos ARCH, de Engle (1982), y GARCH, de Bollerslev (1986), representan un medio adecuado de modelización. El modelo EGARCH, desarrollado por Nelson (1991) y GJR, debido a Glosten et al. (1993), son ejemplos de procesos capaces de capturar la no linealidad multiplicativa no lineal, pero conocida. (analizamos todos estos modelos en el capítulo 2). Por otra parte, cuando la dependencia no lineal en varianza es no lineal y desconocida, como, a diferencia de la linealidad, los tipos de no linealidad son múltiples, su desconocimiento requiere la utilización de métodos funcionalmente flexibles que garanticen la aproximación al fenómeno que se pretende abordar. Es decir, hay que emplear modelos de la clase de los no paramétricos, ya que se muestran especialmente potentes en la modelización de dependencias no lineales. Dentro de los modelos de la clase de los no paramétricos, tras analizar, en el capítulo anterior, los árboles de regresión (CART) y el modelo de regresión localmente ponderada (LOESS), en el presente capítulo abordaremos la metodología de una potente herramienta, las redes neuronales artificiales (RNA).

Aunque (como comentábamos en el capítulo 3) las series de volatilidades, en nuestro contexto del tipo de cambio, exhiben algunas características como la sobre-reacción y sonrisa de la volatilidad (Engle y Ng, 1993), acordes con un comportamiento no lineal de las mismas. Consideramos de obligado cumplimiento detectar, mediante la aplicación de un contraste formal de reciente aparición, el BDS (Brock et al., 1987), la presencia de componentes no lineales en las series de volatilidades del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas contempladas. Esta forma de

proceder nos permite, tras determinar que efectivamente las series de volatilidades con que trabajamos exhiben un comportamiento no lineal, justificar, con mayor rigor que en los capítulos anteriores, porqué empleamos, a lo largo de nuestra Tesis, diferentes tipos de modelos de predicción no lineales, como los modelos EGARCH, GJR y no paramétricos.

En consecuencia, en el presente epígrafe vamos a realizar una exposición formal del estadístico BDS, que en la sección 3 aplicaremos en aras de detectar comportamientos no lineales en las series de volatilidades del tipo de cambio de la peseta.

Un nuevo procedimiento no paramétrico es introducido en 1987 por Brock, Dechert y Scheinkman, el denominado contraste BDS (Brock et al., 1987). Dicho estadístico, que supera gran parte de las deficiencias de otros contrastes, permite contrastar si las observaciones de una serie son Independientes e Idénticamente Distribuidas (IID). Este contraste nace en el ámbito de la teoría del Caos y se fundamenta en algunos de los conceptos habitualmente empleados en dicha teoría, como la integral de correlación. Así pues, el BDS establece una medida de dependencia basada en la integral de correlación, a partir de la cuál posibilita la detección de si la hipótesis de Independiente e Idéntica Distribución es o no cierta, considerando que, si las observaciones de la serie no son IID, puede deberse a una triple causa: no linealidad, no estacionariedad o existencia de caos<sup>3</sup>.

El primer concepto que precisamos para definir el estadístico BDS es la integral de correlación. Dada una secuencia de observaciones de una serie temporal  $x_t = x_1, x_2, \dots, x_n$ , denominamos h-historias a los vectores h-dimensionales  $x_t^h = (x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+h-1})$ ,  $t = 1, \dots, n - h + 1$ . Esto significa que, una h-historia de una observación  $x_t$  es un vector de dimensión h, cuyas coordenadas se corresponden con las observaciones de la serie para los  $t+i$  ( $i=0, 1, \dots, h-1$ ) momentos futuros. Desde un punto de vista geométrico, tomar h-historias es equivalente a transformar una serie univariante de  $n$  observaciones, en una

---

<sup>3</sup> Nuestro objetivo es exponer los aspectos más relevantes del procedimiento, no obstante, para un análisis más exhaustivo véase Brock et al. (1991).

serie multivariante de dimensión  $h$  compuesta por  $n-h+1$  observaciones. Por lo general, cuando se efectúa este proceso se dice que se realiza una inmersión de la serie temporal y, lógicamente, denominamos  $h$  a la *dimensión de inmersión*.

La integral de correlación viene dada por la siguiente expresión:

$$C_h(\varepsilon, n) = \frac{2}{n_h(n_h - 1)} \sum_{i < s} I_\varepsilon(x_i^h, x_s^h) \quad (4.2.1)$$

siendo  $n_h = n - h + 1$ ,  $\varepsilon \in \mathbb{R}^+$  y  $I_\varepsilon(x_i^h, x_s^h) = 1$  si  $\|x_i^h - x_s^h\| < \varepsilon$ , donde  $\|\cdot\|$  es la norma del supremo.

La integral de correlación, intuitivamente, representa la proporción de pares de  $h$ -historias que se encuentran separadas entre sí por una distancia menor que  $\varepsilon$ , siendo  $\varepsilon$  una distancia arbitraria. Así, puede considerarse, en los casos en que el número de observaciones tiende a infinito, que la integral de correlación es un estimador de la probabilidad de que dos  $h$ -historias  $x_i^h, x_s^h$  estén más cercanas que  $\varepsilon$ . Es decir:

$$C_h(\varepsilon, n) \rightarrow \Pr ob(|x_{t+i} - x_{s+i}| < \varepsilon, \forall i = 0, 1, 2, \dots, h-1) \text{ cuando } n \rightarrow \infty \quad (4.2.2)$$

Brock et al. (1987) afirman que bajo la hipótesis de que la secuencia de observaciones de una serie temporal  $x_t$  son independientes, debe verificarse lo siguiente:

$$C_h(\varepsilon, n) \rightarrow \prod_{i=0}^{h-1} \Pr ob(|x_{t+i} - x_{s+i}| < \varepsilon) \text{ cuando } n \rightarrow \infty \quad (4.2.3)$$

y que si además  $x_t$  están idénticamente distribuidos, también se cumple:

$$C_h(\varepsilon, n) \rightarrow C_1(\varepsilon, n)^h \quad (4.2.4)$$

con probabilidad uno en los casos en que  $n \rightarrow \infty$

De manera que el estadístico BDS puede representarse mediante la formulación:

$$BDS = \frac{1}{n^2} (C_h(\varepsilon, n) - C_1(\varepsilon, n)^h) \quad (4.2.5)$$

Brock et al. (1987) demuestran que si se verifica la hipótesis nula de Independiente e Idéntica Distribución, entonces el estadístico BDS se distribuye asintóticamente según una  $N(0, \sigma_h(\varepsilon))$ , siendo posible obtener una estimación consistente de la desviación típica  $\sigma_h(\varepsilon)$ . Esto garantiza la posibilidad de contrastación de la hipótesis nula de IID para cualquier nivel de significación. Debemos destacar que, aunque nuestro objetivo consiste en la detección de dependencias no lineales, si el BDS ofrece un rechazo de la hipótesis nula, la causa del mismo puede residir también en la existencia de dependencia lineal o la no estacionariedad de la serie.

Como comentamos con anterioridad, el estadístico BDS está basado en la integral de correlación, por ello, el cálculo de ambos presenta problemas similares: la selección de los parámetros  $\varepsilon$  y  $h$ . Un valor de  $\varepsilon$  demasiado elevado proporciona un valor constante de la integral de correlación para cada  $h$ , ya que todos los puntos están a una distancia menor que  $\varepsilon$ . Por el contrario, un  $\varepsilon$  demasiado pequeño ofrece estimadores poco exactos y fiables, debido a que la integral de correlación recoge un número de puntos demasiado reducido. El segundo problema, la elección de la dimensión de inmersión, está relacionado con el tamaño de la muestra. El problema surge porque al aumentar  $h$ , el número de  $h$ -historias no solapadas se reduce, lo que ocasiona que en muestras de moderado tamaño, la utilización de valores elevados de  $h$  produce estimadores de escasa fiabilidad.

En este sentido, Brock et al.(1991) aconsejan que el valor de  $\varepsilon$  esté comprendido entre la mitad y dos veces la desviación estándar de los datos. En cuanto a la selección del parámetro  $h$ , el que éste sea más o menos adecuado depende, básicamente, del tamaño de



la muestra. Parece ser que un valor de  $h=8$  es el máximo admisible en el caso más optimista. Brock et al. (1991), además, ponen de manifiesto que el estadístico BDS tiene un adecuado tamaño y poder, incluso en los casos en que el tamaño muestral es moderado, frente a una pluralidad de alternativas, tanto lineales como no lineales. Este contraste también presenta superioridad en relación con otros contrastes, en el sentido de que posibilita la detección de clases más generales de no linealidad. Por ejemplo, el BDS es capaz de detectar la dinámica no lineal subyacente en los procesos de tipo ARCH cuya varianza condicional depende de sus valores pasados de una manera no lineal, sin embargo, otros contrastes no la detectan.

### 4.3 No linealidad en la volatilidad del tipo de cambio: El caso de la peseta

Como comentamos en la sección anterior, existe una sólida evidencia a favor de la existencia de componentes no lineales en series de volatilidades financieras. Por ello, consideramos de interés el análisis de si la volatilidad del tipo de cambio de nuestra moneda, frente a las seis que contemplamos, presenta una dinámica no lineal<sup>4</sup>. En las secciones siguientes, dada la manifiesta no linealidad que las mencionadas series exhiben, intentamos predecir las volatilidades del tipo de cambio de la peseta mediante una técnica no paramétrica de reciente aparición, las *Redes Neuronales Artificiales*.

El centro de atención del presente epígrafe lo constituye el análisis de la existencia de componentes no lineales en las series de volatilidades diarias del tipo de cambio de la peseta, medidas mediante el cuadrado de los rendimientos del tipo de cambio diario. Las series con que trabajamos y los períodos en que las dividimos son los mismos que en los estudios anteriormente efectuados. En cuanto al análisis de las características estadísticas de las series utilizadas, éste ha sido abordado en el segundo capítulo de la presente Tesis.

Al objeto de eliminar la dependencia lineal, hemos ajustado a las seis series de volatilidades que utilizamos en nuestro trabajo, durante los tres períodos en que dividimos

---

<sup>4</sup> Los resultados los presentamos en las tablas incorporadas al final del capítulo.

el conjunto muestral, modelos AR(p) con un número de retardos,  $p = 1, 2, \dots, 20$ , seleccionando la estructura, u orden p, que minimiza el Criterio de Información de Akaike (Akaike, 1974) (Tabla 4.1). Para comprobar la eficacia del filtrado, hemos calculado los coeficientes de autocorrelación y el estadístico Ljung-Box, para 50 retardos, de los residuos de los modelos seleccionados, para cada una de las monedas y períodos considerados. Como, en todos los casos analizados, los coeficientes de autocorrelación no son significativamente distintos de cero y, además, el estadístico de Ljung-Box permite aceptar la hipótesis de inexistencia de autocorrelación conjunta en los residuos, podemos afirmar que hemos depurado completamente las series de volatilidades de cualquier tipo de dependencia lineal.

Brock (1987) demuestra que si en lugar de la serie original (en nuestro caso las volatilidades) se emplea la serie de los residuos de un modelo lineal, por ejemplo un proceso autorregresivo como los que utilizamos en nuestro análisis, la distribución del estadístico BDS no resulta afectada. Esto también se cumple para ciertos modelos no lineales, con la excepción de los modelos de tipo ARCH. Así, basándonos en este resultado, calculamos el contraste BDS para los residuos de los modelos AR(p) seleccionados (Tabla 4.1).

Siguiendo a Brock et al. (1991), deben emplearse valores de  $\varepsilon$  comprendidos en el rango de entre la mitad y el doble de la desviación típica de la serie y, dimensiones de inmersión de entre 2 y 8. En consecuencia, hemos utilizado un valor de  $\varepsilon$  igual a la desviación típica de la serie de residuos de los modelos lineales, así como dimensiones de inmersión,  $h$ , comprendidas entre 2 y 5. Como podemos observar en la Tabla 4.2, la hipótesis nula es claramente rechazada a cualquier nivel de significación convencional, para todos los valores de  $h$  empleados, por lo que podemos afirmar que las series de volatilidades del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas contempladas, durante los tres períodos analizados, no son IID. Esto implica que la serie considerada no es estacionaria o que los residuos no son independientes.

Como la estructura lineal ha sido eliminada previamente, el rechazo de la hipótesis nula concretamente implica que, o bien los residuos (y por lo tanto las volatilidades) son no estacionarios, o bien existe algún tipo de dependencia no lineal, siendo esta última hipótesis consistente con los resultados, anteriormente expuestos (capítulo 2), de presencia de elevada autocorrelación en las series de volatilidades y leptocurtosis en las diferencias logarítmicas del tipo de cambio.

Las conclusiones que acabamos de exponer nos conducen al empleo de técnicas no paramétricas, como el CART y el LOESS, utilizados en el capítulo tercero, así como las Redes Neuronales Artificiales, que aplicamos a continuación, para predecir la volatilidad del tipo de cambio de la peseta, ya que debido a su mayor flexibilidad y potencia, en relación con los métodos paramétricos, son capaces de captar estructuras más complejas como las de tipo no lineal.

#### **4.4 Redes Neuronales Artificiales**

Edward Smith puede considerarse como el precursor de los estudios sobre el cerebro. Este autor identifica las zonas del cerebro y sus funciones, asignando a cada parte del mismo una función específica. Las Redes Neuronales Artificiales, como posteriormente estudiaremos, son modelos inspirados en el sistema nervioso animal y, más concretamente, en el cerebro.

Debemos destacar que aunque son muchos los que “identifican” las Redes Neuronales Artificiales como una parcela de la Inteligencia Artificial, existen importantes diferencias entre ambas. Las Redes Neuronales Artificiales, como afirma Fernández (1996), tienen entidad propia y su metodología es bien distinta de la empleada en Inteligencia Artificial, “aún cuando” los orígenes de ambas “disciplinas” se encuentran en la misma década y se desarrollan en paralelo.

A diferencia de la Inteligencia Artificial, que únicamente trata de imitar “ciertas” funciones del cerebro, las Redes Neuronales Artificiales también intentan emular la

estructura del mismo que, como comentaremos más adelante, se articula en torno a las neuronas y sus interconexiones, configurando las denominadas *redes de neuronas*. Esto dota a las Redes Neuronales Artificiales de dos propiedades básicas: la capacidad de aprender y de generalizar.

Así, podemos afirmar que un aspecto fundamental que diferencia este modelo computacional de la Inteligencia Artificial más tradicional (Sistemas Expertos), es el hecho de que el conocimiento de las Redes Neuronales Artificiales no se programa de forma directa, sino que es adquirido, utilizando diversos ejemplos reales que se le van introduciendo.

Se deben puntualizar además las siguientes diferencias importantes:

i) En las Redes Neuronales Artificiales, al igual que en el cerebro, y a diferencia de la Inteligencia Artificial, el conocimiento no se encuentra localizado en átomos de conocimiento, sino que los hechos se memorizan por la activación de una familia específica de neuronas. En consecuencia, añadir una regla o suprimir un dato, no tiene porque tener consecuencias imprevisibles.

ii) La Inteligencia Artificial basa el razonamiento en la lógica, mientras que el funcionamiento de las redes, siguiendo a su patrón (el cerebro humano), consiste en la evolución dinámica de las actividades neuronales.

iii) Las Redes Neuronales Artificiales aprenden sin la necesidad de añadir nuevos átomos de conocimiento como en la Inteligencia Artificial. El proceso de aprendizaje de un hecho que se parece a otro conocido se realiza mediante un refuerzo de las conexiones entre las neuronas, actividad necesaria para memorizarlo.

iv) El soporte neuronal consiste en procesadores paralelos que permiten poner en marcha simultáneamente millones de neuronas, resolviendo cuestiones que los ordenadores convencionales no podrían resolver.

Así pues, debemos destacar que el funcionamiento de las Redes Neuronales Artificiales se basa en la utilización de numerosos procesadores interconectados y muy poco potentes. Así pues, nos podemos preguntar qué ventajas presentan. Algunas de ellas podrían ser: en primer lugar, que el paralelismo masivo le da velocidad de proceso. En segundo término, que si deja de funcionar alguno de los procesadores el sistema sigue funcionando (“tolerancia a fallos”). Y, por último, que las Redes Neuronales Artificiales en algunos ámbitos de aplicación pueden ser muy útiles por su capacidad de aprender a partir de ejemplos reales.

#### 4.4.1 Evolución histórica

Aunque las Redes Neuronales Artificiales reciben el calificativo de nuevas tecnologías, empezaron a desarrollarse en las primeras décadas del presente siglo. Así pues, ya en 1913, S. Russell describe el primer modelo de Red Neuronal Artificial, que consistía en un dispositivo hidráulico (Russell, 1913). En 1936, Alan Turing estudia el cerebro desde una óptica computacional. Sin embargo, hasta los años cuarenta no se desarrollan los modelos considerados como los auténticos precursores de las actuales Redes Neuronales Artificiales. En 1943, de la mano de Warren McCulloch y Walter Pitts surge el primer modelo matemático de Red Neuronal Artificial. Así, en su trabajo (McCulloch y Pitts, 1943), basándose en los fundamentos de la computación neuronal, lanzan el primer modelo de neurona explicando el funcionamiento de las mismas. Construyen una red neuronal simple mediante circuitos eléctricos que, a pesar del gran avance que supone en la investigación de las Redes Neuronales Artificiales, tiene una importante limitación: la incapacidad de aprender.

En 1949, Donald Hebb publicó su libro “La organización del comportamiento” (Hebb, 1949) en el que intentaba modelizar el comportamiento del ser humano y describió un método por el cual las neuronas podían aprender. Este método da origen al *algoritmo de aprendizaje Hebbiano*, que constituye el antecedente inmediato de los que actualmente se emplean en Redes Neuronales Artificiales.

Las ideas de Hebb fueron puestas en práctica inicialmente por Nathaniel Rochester, de IBM. Rochester creó un sistema interconectando cientos de neuronas simuladas, capaz de responder a estímulos de su entorno. Sin embargo, el resultado que obtuvo fueron series de datos numéricos a los que no pudo dar ninguna interpretación. Esta experiencia puede considerarse como la primera simulación de Red Neuronal Artificial.

Los primeros resultados con Redes Neuronales Artificiales vieron la luz en 1954 de la mano de Marvin Minsky (Minsky, 1954). Minsky, con la ayuda de Dean Edmons, crea una máquina capaz de aprender utilizando aprendizaje Hebbiano, constituida por cuarenta neuronas. Estos autores intentaron construir programas que modelizaran los principios de la mente, basándose en los modelos de McCulloch y Pitts, con el fin de aplicarlos a la resolución de problemas.

En este entorno, en 1956, Albert Uttley (Uttley, 1956) desarrolla el *modelo Informon*, que sirve de inspiración a Frank Rosenblatt quien, en 1957, construye un modelo de red neuronal para la retina, capaz de interpretar patrones tanto abstractos como geométricos: el denominado *Perceptron* (Rosenblatt, 1957, 1958, 1959). Este sistema de clasificación de patrones podía someterse a un proceso de aprendizaje para posteriormente realizar generalizaciones: una vez ha aprendido una serie de patrones es capaz de reconocer otros patrones similares aunque no se le hayan presentado antes. Además, tenía un elevado grado de flexibilidad, al ser capaz de entrenar sin errores y generalizar, a pesar de que algunas células hubiesen sido dañadas o incluso destruidas. Sin embargo, aunque supuso un importante avance, el Perceptron adolecía de fuertes limitaciones, pues era incapaz de clasificar clases no separables linealmente, es decir, “es incapaz de resolver otros problemas que aquéllos en que las clases pueden ser separadas mediante una función discriminante lineal”.

En paralelo al desarrollo del Perceptron, Bernard Widrow, con la ayuda del estudiante al que tutelaba Marcian Hoff, introduce la primera red aplicada a un problema real, el modelo *Adaptive Linear Element*, denominado *Adaline* (Widrow, 1960; Widrow,

1962; Widrow y Hoff, 1960). La red Adaline consistía en un conjunto de filtros adaptativos capaces de eliminar ecos en las líneas telefónicas. Esta red, además permitió eliminar el ruido materno en las grabaciones electrocardiográficas del latido del corazón de un feto humano. Como indica Fernández (1993), una aportación importante de Widrow es que demostró que el Adaline y, debido a su gran parecido, el Perceptron, podían clasificar un espacio de entrada en dos regiones linealmente separables. Además, Widrow formó redes de unidades Adalines, a las que denominó *Madalines*.

Los éxitos sobre el Perceptron y el Adaline propiciaron el interés sobre el estudio de las Redes Neuronales Artificiales. No obstante, éste se vio frenado en 1969 cuando Minsky y Papert publicaron su libro, "Perceptrons" (Minsky y Papert, 1969), en el que se formalizaron las capacidades e incapacidades de este modelo. Demostraron que el Perceptron es capaz de clasificar clases linealmente separables, sin embargo, no puede clasificar clases no linealmente separables. Además, Minsky y Papert probaron que un Perceptron con varias capas de neuronas, es decir, una red de Perceptron interconectados, podía superar la anterior limitación, sin embargo, como no se conocía un algoritmo de aprendizaje que pudiese entrenar este tipo de estructuras cuando la salida era incorrecta (esta limitación fue denominada *problema de asignación de créditos*), se concluyó que los estudios sobre el Perceptron tenían escaso valor.

Estos resultados causaron el desánimo e incluso abandono de muchos investigadores en el campo de las Redes Neuronales Artificiales. A partir de aquí se produce una época de olvido, durante la cuál algunos investigadores como Frank Rosenblatt, James Anderson y Stephen Grossberg continuaron sus estudios intentando dar respuesta a los problemas del Perceptron planteados por Minsky y Papert. De hecho, muchos de los modelos de Redes Neuronales que se emplean en la actualidad tienen sus orígenes en los análisis acometidos en esa temporada de escepticismo.

James Anderson construye un modelo de asociación distribuida denominado *Asociador Lineal*, así como una extensión del mismo, el modelo *BSB* (Brain-State-In-A-Box) (Anderson, 1970; Anderson, 1973). Para ello se inspiró en los modelos de

almacenamiento y recuperación de la memoria y en los principios de Hebb sobre las conexiones entre neuronas.

Stephen Grossberg contribuyó enormemente al desarrollo de la investigación en el ámbito de la computación neuronal. Diseñó una clase de redes (Grossberg, 1976), utilizadas para el desarrollo de su *Teoría de la Resonancia Adaptativa (ART)*, cuyas neuronas artificiales pueden adoptar valores de activación reales comprendidos entre un máximo y un mínimo, utilizando como función de salida la sigmoidea. El proceso de entrenamiento de estas redes se caracteriza por lo siguiente: es un proceso en el cual los pesos se alteran en función, únicamente, de los valores pre y post-sinápticos, que además no necesita la presencia de un “profesor” externo para aprender, pues la red por sí misma se autoorganiza.

También en la década de los setenta, Teuvo Kohonen concentró sus esfuerzos en el estudio de las memorias adaptativas y del aprendizaje competitivo, cuyos resultados, los *Mapas Autoorganizativos*, ven la luz en Kohonen (1977) y Kohonen (1984). Las memorias adaptativas, que incluyen memorias de autocorrelación matricial, constituyen una formalización de los principios Hebbianos. Además, son un caso particular de los modelos de Anderson (*Asociador Lineal y BSB*). Los *Mapas Autoorganizativos* se basan en la propiedad “topológica” del cerebro. Dicha propiedad significa que el orden de las neuronas es determinante, pues unidades con estructuras idénticas pueden representar funciones bien distintas, como consecuencia de la diferente evolución de ciertos parámetros internos, según cuál sea la ordenación de las células. Así pues, los *Mapas Autoorganizativos* absorben la estructura topológica de las características de los datos de entrada que se le presentan, de forma que no sólo proporcionan una clasificación de los estímulos, sino que también ponen de manifiesto y mantienen las relaciones que existen entre las distintas clases obtenidas.

Kohonen realiza otra aportación de gran valor a las Redes Neuronales Artificiales: el principio de aprendizaje competitivo (las neuronas compiten para ofrecer salidas a las entradas que reciben), que es un tipo de aprendizaje no supervisado.



Las Redes Neuronales Artificiales con aprendizaje no supervisado son aquéllas que entrenan sin necesidad de un “supervisor” o “entrenador” externo, pues son capaces de organizar sus parámetros internamente adaptándose al entorno del mejor modo posible. La Red, una vez se le presentan las entradas, es capaz de determinar, por sí sola, las características, correlaciones, regularidades o categorías de las mismas, proporcionando una salida codificada. Por ello, podemos afirmar que estas redes poseen propiedades de autoorganización.

A pesar de las relevantes aportaciones comentadas con anterioridad, el verdadero renacimiento de las Redes Neuronales Artificiales no se produjo hasta 1982, fecha en que John Hopfield presentó un trabajo de computación neuronal (el primero desde 1960) en la Academia Nacional de Ciencias estadounidense. Este trabajo (Hopfield, 1982), que levantó el interés por las Redes Neuronales Artificiales, consistía en el diseño de un Red: el llamado *Modelo de Hopfield*. Esta red, inspirada en las redes de Grossberg, consistía en un conjunto de neuronas artificiales totalmente interconectadas, que intentaba alcanzar el estado de mínima energía. Esta Red Neuronal Artificial se emplea para recuperar información; es una Red Autoasociativa. A partir de un fragmento de un carácter es capaz de recuperar el carácter completo.

En 1984, Geoffrey Hinton y Terrence Sejnowski construyeron la Red Neuronal Artificial conocida como *Máquina de Boltzman* (Hinton y Sejnowski, 1984). Este modelo ha sido aplicado, fundamentalmente, en el área de la visión.

David Rumelhart y James McClelland trabajaron en la aplicación de las redes a la comprensión de funciones mentales, diseñando la primera red neuronal aplicada al reconocimiento de palabras. En 1982 fundaron uno de los grupos de investigación que más frutos ha aportado en el campo de las Redes Neuronales Artificiales, el grupo PDP

(Parallel Distributed Processing). Los esfuerzos investigadores de este grupo se ponen de manifiesto en Rumelhart, McClelland y PDP (1986)<sup>5</sup>.

La importancia de los trabajos de Rumelhart no se limita a lo que acabamos de comentar, pues fue este investigador quien, en paralelo con otros, desarrolló el algoritmo de aprendizaje conocido como *Algoritmo de Retropropagación de Errores* o *Backpropagation* (probablemente el que más se emplea en la actualidad).

Bart Kosko diseñó la denominada *Adaptive Bidirectional Associative Memory (ABAM)* (Kosko, 1986). Esta Red Neuronal Artificial está inspirada en el modelo de Grossberg. Las salidas de la red se obtienen por el proceso de resonancia pseudoadaptativa. Otras contribuciones importantes de Kosko son el hecho de relacionar la lógica borrosa con las Redes Neuronales Artificiales y la construcción de los modelos *FCM (Fuzzy Cognitive Map)* y *FAM (Fuzzy Associative Memory)*.

Además de los modelos y contribuciones en el ámbito de las Redes Neuronales Artificiales que acabamos de exponer, debemos destacar: los trabajos de K. Fukushima que diseña el modelo *Neocognitron* (Fukushima, 1970, 1980), las investigaciones de Gail Carpenter y Stephen Grossberg que perfeccionan la *Teoría de la Resonancia Adaptativa (ART)* (Carpenter y Grossberg, 1986), los avances de Sejnowski y Szu en el desarrollo de las *Máquinas de Boltzman y Cauchy* (Sejnowski, 1986; Szu, 1986) y, por último, la labor de Robert Hetch-Nielsen que construye el modelo de Red Neuronal Artificial conocido como *Counter-Propagation* (Hetch-Nielsen, 1987).

Posteriormente se han propuesto con éxito distintas arquitecturas y algoritmos de aprendizaje capaces de resolver problemas hasta entonces no resueltos.

El inicio del actual apogeo de las Redes Neuronales Artificiales se puede situar en 1986, cuando el interés en esta área de investigación se ve incrementado de forma notable, como demuestran el gran número de congresos organizados especializados en la materia,

---

<sup>5</sup> Esta obra es considerada, actualmente, como un clásico de las Redes Neuronales Artificiales.

así como la aparición de revistas científicas y empresas interesadas en la utilización de esta tecnología. Como muestra de ello podemos citar lo siguiente: la *International Joint Conference on Neural Networks*, publicó, en 1.989, 430 artículos; la reunión anual *Neural Information Processing Systems*, celebrada en Denver, Colorado, desde 1.987; la revista oficial de la Sociedad Internacional de Redes Neuronales: *Neural Networks*; la *International Neural Network Society*; la *European Neural Network Society*; la *Japanese Neural Network Society* y las secciones particulares sobre Redes Neuronales Artificiales de organizaciones de ingeniería e informática, como el *IEEE*, entre otros.

En la actualidad las Redes Neuronales Artificiales se están aplicando a multitud de campos científicos, aunque debe señalarse que los algoritmos de aprendizaje todavía pueden considerarse lentos y costosos. En España, el desarrollo de las redes comenzó hace relativamente escasos años, y pueden entenderse como una herramienta muy novedosa en el mundo de la economía.

#### **4.4.2 Concepto, características y funcionamiento de las Redes Neuronales Artificiales**

Las Redes Neuronales Artificiales tratan de emular el sistema nervioso, de forma que son capaces de reproducir algunas de las principales tareas que desarrolla el cerebro humano, al reflejar las características fundamentales de comportamiento del mismo. Lo que realmente intentan modelizar las redes neuronales es una de las estructuras fisiológicas de soporte del cerebro, la neurona y los grupos estructurados e interconectados de varias de ellas, conocidos como redes de neuronas. De este modo, construyen sistemas que presentan un cierto grado de inteligencia. No obstante, debemos insistir en el hecho de que los Sistemas Neuronales Artificiales, como cualquier otra herramienta construida por el hombre, tienen limitaciones y sólo poseen un parecido superficial con sus contrapartidas biológicas.

Como afirman Kuan y White (1994), las redes neuronales artificiales, en relación con el procesamiento de información, heredan tres características básicas de las redes de

neuronas biológicas: paralelismo masivo, respuesta no lineal de las neuronas frente a las entradas recibidas y procesamiento de información a través de múltiples capas de neuronas.

Una de las principales propiedades de este sistema es la capacidad de aprender y generalizar a partir de ejemplos reales. Es decir, la red aprende a reconocer la relación (que no deja de ser equivalente a estimar una dependencia funcional) que existe entre el conjunto de entradas proporcionadas como ejemplos y sus correspondientes salidas, de modo que, finalizado el aprendizaje, cuando a la red se le presenta una nueva entrada (aunque esté incompleta o posea algún error), en base a la relación funcional establecida en el mismo, es capaz de generalizarla ofreciendo una salida.

En consecuencia, podemos definir una red neuronal artificial como un sistema inteligente capaz, no sólo de aprender, sino también de generalizar. Una RNA se compone de un conjunto de procesadores simples altamente interconectados, denominados *nodos* o *elementos de proceso*, los cuáles se organizan en grupos, llamados *capas*, que permiten la conexión con el exterior y el procesamiento de información. Pueden distinguirse tres tipos de capas:

- 1.- La capa de entrada, mediante la cuál se presentan los datos a la red. Está formada por nodos de entrada que reciben la información directamente del exterior.
- 2.- La capa de salida, que representa la respuesta de la red a una entrada dada, siendo esta información transferida al exterior.
- 3.- Las capas ocultas o intermedias, que se encargan de procesar la información, se interponen entre las capas de entrada y salida. Son las únicas que no tienen conexión con el exterior.

La estructura de red más conocida es la que representamos en la figura 4.4.1, denominada *red alimentada hacia delante* o "*feedforward*", puesto que las conexiones entre neuronas se establecen en un único sentido, por el siguiente orden: capa de entrada, capa(s) oculta(s) y capa de salida. Por ejemplo, en la figura se muestra una red con dos

capas ocultas. No obstante, existen también *redes retroalimentadas* o "feedback", que pueden tener conexiones hacia atrás, es decir, de nodos de una capa a elementos de proceso de capas anteriores, así como *redes recurrentes*, que pueden poseer conexiones, tanto entre neuronas de una misma capa, como de un nodo a sí mismo. La figura 4.4.2 ilustra un modelo de red en que coexisten los distintos tipos de conexiones que hemos comentado, es decir, hacia delante, hacia atrás y recurrentes, mostrando una interconexión total.

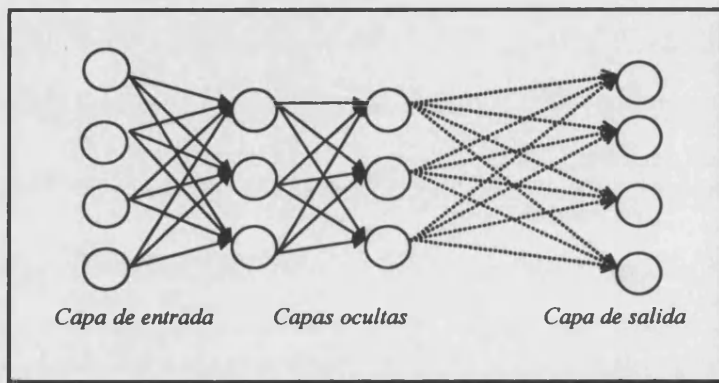


Figura 4.4.1

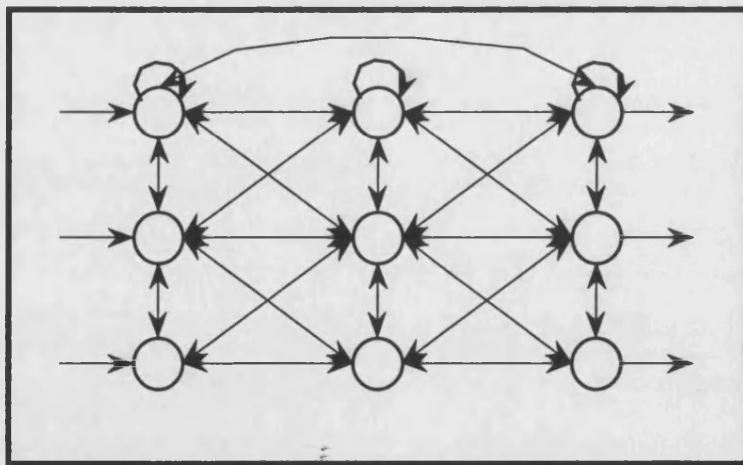


Figura 4.4.2

Una red neuronal artificial no es más que la conexión de varias neuronas. Así, las neuronas artificiales, denominadas también unidades, nodos o elementos de proceso, constituyen la unidad básica de una red neuronal (análoga a la neurona biológica). Dichas

neuronas artificiales operan a modo de microprocesadores simples, cuya función consiste en dar respuesta a un determinado patrón de entrada. Cada elemento de proceso, al igual que ocurre en una neurona biológica, recibe entradas procedentes de otros nodos vecinos, o del exterior, en el caso de la capa de entrada, y su función consiste en transformar, mediante sencillos cálculos internos, dichas entradas en un sólo valor de salida que envía al resto de nodos (constituyendo la entrada de éstos) o bien, al exterior, si la neurona en cuestión pertenece a la capa de salida. Las conexiones entre elementos de proceso llevan asociadas un *peso* o *fuerza de conexión*,  $W$ , que determina cuantitativamente el efecto que producen unos elementos sobre otros. Es decir, en los pesos se almacena la información de la red, al igual que sucede en las redes de neuronas biológicas.

El que una entrada tenga un efecto excitatorio o inhibitorio, depende de que el signo del peso correspondiente sea, respectivamente, positivo o negativo. La efectividad de las entradas está determinada por la fuerza de la conexión, representada por el valor absoluto de los pesos. Así, cada uno de los elementos,  $w_{ij}$ , de la matriz de pesos,  $W$ , conocida como patrón de conexiones, representa la intensidad y sentido de la relación del elemento de proceso  $j$ , con respecto al elemento de proceso  $i$ .

Siguiendo el planteamiento de Kuan y White (1994), el proceso de transformación de las entradas en salidas, en una red neuronal artificial alimentada hacia delante, con  $r$  entradas, una única capa oculta, compuesta de  $q$  elementos de proceso, y una unidad de salida (figura 4.4.3), puede resumirse en la siguiente formulación:

$$\hat{f}(x, W) = F\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j G(x' \gamma_j)\right) \tag{4.4.1}$$

donde,  $\hat{f}(x, W)$  es la salida de la red, el vector  $x = (1, x_1, x_2, \dots, x_r)'$  representa las entradas de la red (el 1 se corresponde con el sesgo de un modelo tradicional),  $\gamma_j = (\gamma_{j0}, \gamma_{j1}, \dots, \gamma_{ji}, \dots, \gamma_{jr})'$   $\in \mathfrak{R}^{r+1}$  son los pesos de las neuronas de la capa de entrada a las de la intermedia u oculta,  $\beta_j, j = 0, \dots, q$ , representa la fuerza de conexión de las unidades ocultas a las de salida ( $j=0$

indexa la unidad sesgo),  $q$  es el número de unidades intermedias, es decir, el número de nodos de la capa oculta,  $F: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  es la función de activación de la unidad de salida y  $G: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  se corresponde con la función de activación de las neuronas intermedias.  $W$  es un vector que incluye todos los pesos de la red, es decir,  $\gamma_j$  y  $\beta_j$ .

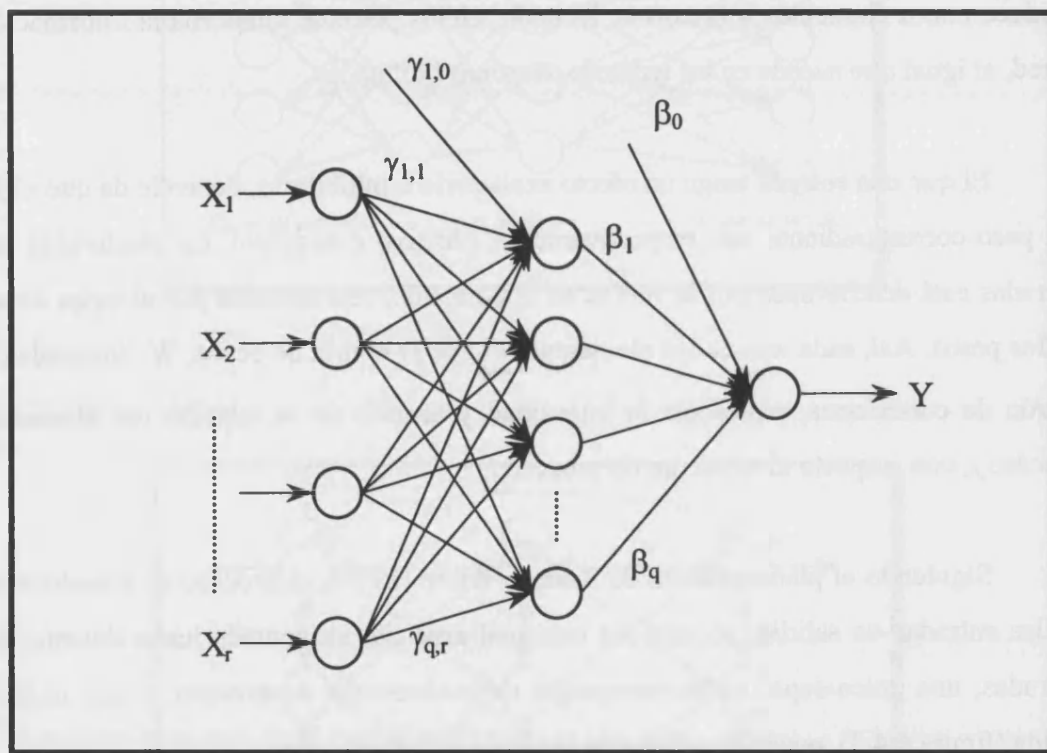


Figura 4.4.3

La función de activación permite incorporar en los modelos de redes neuronales artificiales una de las propiedades de los sistemas biológicos que, a su vez, introduce la importante característica de respuesta no lineal en las redes de neuronas artificiales. Este fenómeno puede resumirse en la tendencia de ciertas clases de neuronas a ponerse en actividad sólo cuando el nivel de actividad de su entrada supera un umbral determinado, en caso contrario permanecen estables.

Históricamente, en principio se emplearon funciones de umbral, cuyo efecto es que las unidades se activan bruscamente, ésto es, o no se activan, o se activan de golpe. La respuesta sólo puede ser blanco o negro, por ello, éstas funciones son adecuadas para tareas de clasificación y reconocimiento. Con el tiempo, se introdujeron funciones de activación que permiten que las neuronas se activen gradualmente a medida que el nivel de actividad de sus entradas aumenta, en lugar de que su estado pueda ser, únicamente, activación - desactivación. En concreto, la función que se propone es la sigmoideal o logística (Cowan, 1967),  $G(a) = 1/(1+exp(-a))$ , que produce una respuesta sigmoideal alisada. Como podemos observar, si volvemos a la notación de la expresión 4.4.1 y consideramos que  $a = x'\gamma_j$ , nos encontramos con que  $G(x'\gamma_j)$  se corresponde con el conocido modelo logit de probabilidad binaria<sup>6</sup>.

En general, las funciones  $F$  y  $G$  pueden adoptar cualquier forma. Ahora bien, es práctica habitual considerar, bien que la función de activación de las neuronas de salida y de las intermedias es idéntica,  $F(a) = G(a)$ , y que se corresponde con la función sigmoideal, o bien, que  $F(a) = a$ , es decir, que es la función identidad y que  $G(a)$  se corresponde con la función logística o sigmoideal, lo que es equivalente a considerar que sólo existe función de activación (la sigmoideal) en las unidades ocultas. Esta última hipótesis es la que suponemos, a partir de ahora, en nuestro planteamiento, porque, además de simplificar enormemente la notación, es la que con mayor frecuencia se adopta en la construcción de redes neuronales artificiales. También debemos apuntar que empleamos la función sigmoideal, que es la más habitualmente utilizada, ya que sus propiedades le permiten adaptarse a algoritmos de aprendizaje como el de retropropagación de errores, que utilizamos en nuestro trabajo. La justificación formal de este hecho reside en que una RNA con una capa oculta y función de activación sigmoideal es capaz de aproximar cualquier función medible (Hornik et al., 1989).

---

<sup>6</sup> Para un análisis detallado, véase, por ejemplo, Amemiya (1981, p.268).



Suponiendo, como hemos indicado, que sólo existe función de activación en las neuronas intermedias y que ésta se corresponde con la sigmoïdal, la expresión 4.4.1 se transforma en:

$$\hat{f}(x, W) = \beta_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j G(x' \gamma_j) \quad (4.4.2)$$

Otra posibilidad, de gran utilidad en aplicaciones econométricas, es considerar que en la red que representamos, una red neuronal artificial alimentada hacia delante, con  $r$  entradas, una única capa oculta, compuesta de  $q$  elementos de proceso, y una unidad de salida, también existen conexiones directas entre la capa de entrada y la de salida. En este caso, la salida de la red se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\hat{f}(x, W) = x' \alpha + \beta_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j G(x' \gamma_j) \quad (4.4.3)$$

donde  $\alpha$  es un vector de dimensión  $r \times 1$  que representa los pesos de las conexiones directas entre las capas de entrada y salida. Como es lógico, ahora  $W$ , que recoge la totalidad de pesos de la red, se compone de  $\alpha$ ,  $\gamma_j$  y  $\beta_j$ .

Para interpretar la expresión 4.4.3 podemos descomponerla en dos partes. La primera de ellas, que se corresponde con los dos primeros términos, representa un modelo lineal, de manera que, si tomamos como variables de entrada  $r$  retardos de la variable  $x$ , se convierte en una regresión lineal sobre las variables de entrada retardadas, que actúan como variables explicativas, y una constante ( $\beta_0$ ). Es decir, en un contexto de series temporales en que  $x = x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-r}$  puede considerarse como un modelo autorregresivo de orden  $r$ ,  $AR(r)$ . Esta primera parte, como es lógico, capta las dependencias lineales entre los patrones de entrada y las salidas de la red. La segunda parte, que es el tercer término de la formulación anterior, recoge, en caso de que existan, las dependencias no lineales entre las variables de entrada y la salida de la red, dado que la función empleada es no lineal. Concretando, este tercer término es una composición, ponderada con los pesos sinápticos

de las neuronas intermedias a las de salida ( $\beta_j$ ), de funciones sigmoideas de las entradas de la red, ponderadas, éstas últimas, por la fuerza de conexión de las unidades de entrada a las intermedias. Este modelo puede considerarse una extensión de los conocidos y, tan frecuentemente utilizados, modelos lineales, ya que se compone de un modelo lineal, aumentado con términos no lineales.

Como podemos apreciar, la red que describimos mediante la expresión 4.4.2, goza de tal grado de flexibilidad que permite ajustar todo tipo de funciones, por ello se caracteriza a las redes neuronales artificiales como “aproximadores universales”. Es decir, una red neuronal artificial es capaz de aprender cualquier función. En este sentido y, según demuestran Carroll y Dickinson (1989), Cybenko (1989), Hecht-Nielsen (1989), Hornik et al. (1989, 1990) y Stinchcombe y White (1989), entre otros, una red neuronal artificial alimentada hacia delante, con una única capa oculta compuesta de un número suficiente de neuronas intermedias, puede aproximar en cualquier grado a cualquier función medible. Este resultado, en principio, se demuestra para el caso en que la función de transferencia es sigmoidea, no obstante, también se puede demostrar que se verifica para cualquier función no lineal. Sin embargo, debemos considerar que para los diferentes tipos de funciones, las propiedades de aproximación difieren.

Siguiendo a Olmeda (1993), el modelo de redes neuronales artificiales debe considerarse como uno más dentro del conjunto de los no paramétricos, al que se pueden aplicar los resultados de la inferencia estadística. Así, el abanico de oportunidades no se limita a las redes neuronales artificiales, sino que, por el contrario, cabe destacar múltiples alternativas como, los árboles de regresión y clasificación (CART) (Breiman et al., 1984), estimadores de núcleo (Parzen, 1962), projection pursuit regression (Friedman y Stuetzle, 1981), splines de regresión multivariante adaptativa (MARS) (Friedman, 1991) y regresión localmente ponderada (LOESS) (Devlin, 1986), entre otros, algunos de los cuáles han sido aplicados en nuestro estudio, efectuado en el capítulo anterior.

Tras diseñar una red neuronal artificial, lo que pretendemos conseguir con la misma es que, para ciertas entradas, o patrones ejemplo que suministramos a la red, ésta sea capaz

de generar una salida deseada. Para ello, además de que la topología de la red (entendida como la estructura de la red) sea adecuada, se requiere que la misma aprenda a proporcionar soluciones correctas, es decir, es necesario someter a la red a un proceso de aprendizaje o entrenamiento. El aprendizaje puede entenderse como un procedimiento de prueba y error que permite la estimación estadística de los parámetros del modelo de red neuronal empleado.

Podemos distinguir tres tipos básicos de aprendizaje; cuando el entrenador proporciona a la red la salida deseada, se dice que el *aprendizaje es supervisado*. En caso contrario, nos encontramos ante un *aprendizaje no supervisado*. Por último, un tipo intermedio de *aprendizaje* es el *reforzado*, en el cuál el entrenador sólo proporciona a la red una indicación de si la respuesta a una entrada dada es buena o mala.

Las Redes Neuronales Artificiales con *aprendizaje no supervisado* son aquéllas que entrenan sin necesidad de un “supervisor” o “entrenador” externo que proporcione a la red la salida deseada, pues son capaces de organizar sus parámetros internamente adaptándose al entorno del mejor modo posible. La Red, una vez se le presentan las entradas, es capaz de determinar, por sí sólo, las características, correlaciones, regularidades o categorías de las mismas, proporcionando una salida codificada. Por ello, podemos afirmar que estas redes poseen propiedades de autoorganización.

Este tipo de aprendizaje únicamente debe utilizarse cuando existe algún grado de redundancia en los patrones de entrada que se le presentan a la red (Barlow, 1989). En caso contrario, la red es incapaz de detectar las pautas de comportamiento y características de los datos que se le presentan.

La estructura de la red debe ser la adecuada para el tipo de datos de entrada que se le presentan, pues en función de cuál sea la arquitectura de la Red Neuronal Artificial con aprendizaje no supervisado, ésta podrá detectar un tipo de patrón u otro.

Siguiendo a Isasi (1993a), los sistemas neuronales con aprendizaje no supervisado se caracterizan por lo siguiente: en primer lugar, suelen poseer arquitecturas simples, puesto que las leyes de aprendizaje ya complican bastante su funcionamiento. En segundo término, la mayor parte de ellas son redes alimentadas hacia adelante, o “feed-forward” (con la excepción de la Teoría de la Resonancia Adaptativa), con una sólo capa intermedia u oculta. Tercero, por lo general, el número de neuronas es menor que el de entradas (en los Mapas de Kohonen suele suceder lo contrario). En cuarto y último lugar, suelen ser redes que poseen más analogías con los sistemas neurobiológicos que con los puramente computacionales. Los modelos más característicos que entrenan mediante aprendizaje no supervisado son, posiblemente, los de Kohonen (1977,1984) y Grossberg (1976).

Debemos destacar que, en ocasiones, aunque sea posible aplicar el aprendizaje supervisado, los métodos de aprendizaje no supervisado pueden resultar de gran utilidad, e incluso ofrecer mejores resultados. Por ejemplo, el Algoritmo de Retropropagación de Errores (BackPropagation) en redes multicapa es muy lento, como consecuencia de que el valor que adopta cada peso depende de los valores que toma en las demás capas. Para evitar este problema podría emplearse, bien un método de aprendizaje no supervisado, o bien un sistema híbrido, que permita a algunas capas autoorganizarse antes de que sus salidas pasen a la red supervisada. Por otra parte, debemos destacar que puede ser aconsejable efectuar algún tipo de entrenamiento no supervisado a redes previamente entrenadas mediante mecanismos de aprendizaje supervisado. La finalidad de este modo de proceder es permitir que la red se adapte paulatinamente a los posibles cambios del entorno.

El *aprendizaje reforzado*, como hemos mencionado, es intermedio entre el supervisado y el no supervisado. En este tipo de aprendizaje, al igual que en el supervisado, existe un “profesor” o “supervisor” externo. Sin embargo, se diferencian en que el “entrenador” no proporciona a la red las salidas deseadas, pues su comportamiento se evalúa de manera global, ésto es, sólo es posible decidir e indicar a la red si su respuesta es buena o mala y en que grado se comporta bien.

El fundamento del aprendizaje reforzado (Widrow et al., 1973; Williams, 1986) reside en que se deben reforzar aquellas acciones que generan una mejora en el comportamiento y respuesta de la Red Neuronal Artificial.

Análogamente que en el aprendizaje supervisado, la Red Neuronal Artificial responde generando un conjunto de salidas, correspondientes a los patrones de entrada que se le presentan. Ahora bien, como no se proporcionan salidas deseadas al sistema, es imposible computar la fracción de error que comete cada una de las unidades de salida. Tan sólo se dispone de un indicador del éxito o fracaso de la red, similar a una función de utilidad, que la evalúa de forma global. Esto exige el empleo de algoritmos de aprendizaje mucho más complejos que en el supervisado, así como mayores exigencias en cuanto a tamaño de la muestra.

Puesto que en nuestro trabajo únicamente empleamos RNA alimentadas hacia adelante y con aprendizaje supervisado, solamente nos detendremos en detallar la formalización del aprendizaje en este caso.

El proceso de *aprendizaje supervisado* de una red neuronal artificial pretende que la misma llegue a determinar la relación existente entre dos fenómenos de interés, las entradas y salidas deseadas, que denotamos, respectivamente, por  $X$  e  $Y$ . Considerando el caso más general (suponemos que son variables aleatorias) podemos agrupar los pares entrada-salida deseada en una variable aleatoria  $Z = (X, Y)$ . Dado que los pesos sinápticos ( $W$ ) recogen la relación entre las entradas y salidas de cada una de las unidades de una red neuronal, podemos definir de manera sencilla el aprendizaje como el proceso por el cual la red modifica dichos pesos hasta encontrar la configuración adecuada de los mismos, es decir, la que mejor capta la mencionada relación. Esto se consigue mediante reglas de aprendizaje que, a partir de una serie de  $n$  patrones-ejemplo,  $z^n = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ , siendo  $z_i = (x_i, y_i)$  con  $x_i \in \mathfrak{R}^r$ ,  $y_i \in \mathfrak{R}^p$ , que proporcionan a la red una muestra de  $n$  ejemplos de la relación existente entre la entrada ( $x_i$ ) y la salida deseada ( $y_i$ ), van cambiando los pesos ( $W$ ), hasta que sus valores son los adecuados.

Generalmente, el método que emplea el algoritmo de aprendizaje para conocer el grado de adecuación de los pesos consiste en comparar la salida de la red ( $\hat{f}(x, W)$ ) con la deseada ( $y$ ), es decir, calcular el error cometido ( $e_i = e(\hat{f}(x_i, W), y_i)$ ). De este modo, cuando se producen errores se reajustan los pesos y reinicializa el proceso, hasta lograr la estructura de pesos idónea, ésto es, la que minimiza el error de salida de la red ( $e_i \in \mathfrak{R}^p$ ) a lo largo del conjunto de ejemplos ( $z^n$ ), al que normalmente nos referimos como conjunto de entrenamiento o aprendizaje.

A continuación, basándonos en el desarrollo seguido en White (1989b) y Olmeda (1993), exponemos en términos formales el proceso de aprendizaje supervisado, comentado anteriormente en líneas generales. Como ya hemos expuesto, consideramos que las variables de interés, X e Y, son aleatorias y, por tanto, Z también lo es. Debido a la aleatoriedad de las citadas variables, su comportamiento está gobernado por leyes de probabilidad. La ley de probabilidad  $\nu$ , que gobierna a Z, representa la frecuencia relativa de ocurrencia de cada par de observaciones,  $z_i = (x_i, y_i)$ , que componen Z. Así, puesto que Z engloba dos variables, las entradas de la red (X) y las salidas deseadas (Y), la ley de probabilidad  $\nu$  puede descomponerse en dos partes. La primera es una ley de probabilidad de entorno,  $\mu$ , que gobierna el comportamiento de X y, la segunda, que representa la relación entre X e Y, es una ley de probabilidad de Y condicionada a X,  $W$ , que refleja el comportamiento de Y para un valor dado de X.

Como expusimos con anterioridad, el objetivo del aprendizaje supervisado es que la red llegue a determinar la relación existente entre X e Y, por ello, el centro de atención de este proceso lo constituye  $W$ , dado que capta todo lo que se puede conocer acerca de la relación entre las citadas variables y que, dentro de la formulación de red neuronal que hemos planteado, denominamos *pesos*. Llegado este punto, nuestro problema puede plantearse como la necesidad de determinar la esperanza de Y condicionada a X,  $E(Y/X)$ , ya que permite conocer el valor de Y, en media, para cualquier valor dado de X. Además, se puede demostrar que en términos del error cuadrático medio, para un valor determinado de X, la regresión es el mejor predictor de Y.

Como pone de manifiesto la expresión 4.4.1, la salida que genera una red,  $\hat{f}(x, W)$ , depende de las entradas y de los pesos entre las diferentes unidades de la misma, tanto los que representan la conexión entre las neuronas de entrada y las intermedias,  $\gamma_j$ , como los que relacionan a estas últimas con las unidades de salida,  $\beta_j$ .

Una vez disponemos de la salida de la red,  $\hat{f}(x, W)$ , necesitamos algún indicador de si la misma es capaz de reflejar correctamente el proceso generador de nuestros datos. A esta medida, que no es más que una función de pérdida en el sentido de la estimación clásica, la denominamos función de comportamiento de la red,  $\pi: \mathfrak{R}^p \times \mathfrak{R}^p \rightarrow \mathfrak{R}$ , de manera que, para un par de entrenamiento entrada – salida deseada  $(x, y)$ , el comportamiento de la misma viene representado por  $\pi(y, f(x, W))$ . Normalmente, esta función se corresponde con

el error cuadrático medio  $\left( \pi(y, \hat{f}(x, W)) = \frac{\|y - \hat{f}(x, W)\|^2}{2} \right)$ , debido a que, como comentamos

anteriormente, resulta apropiado en la estimación de la esperanza de Y condicionada a X. No obstante, existen otras funciones de pérdida y debe emplearse aquella que mejor refleje nuestro criterio de optimalidad.

Así pues, sea cuál sea la función de comportamiento utilizada, podemos definirla, en términos esperados, del siguiente modo:

$$\Pi(W) = \int \pi(y, f(x, W)) v(dx, dy) \quad (4.4.4)$$

Como podemos apreciar en la expresión (4.4.4), la función esperada de comportamiento es una especie de media ponderada, (siendo las ponderaciones la frecuencia de los ejemplos en la muestra) de la desviación que se produce entre la salida deseada y la generada por la red, para todos y cada uno de los ejemplos del conjunto de entrenamiento. También podemos observar que,  $\Pi(W)$  al ser función tan sólo de  $W$ , es decir, del patrón de conexiones de la red, mide el comportamiento intrínseco de la misma.

En consecuencia, podemos afirmar que el objetivo del proceso de aprendizaje es determinar la estructura de pesos óptima, es decir, aquel  $W^*$  que verifique la siguiente expresión:

$$W_{\text{arg}}^* = \min_{W \in \Theta} II(W) \quad (4.4.5)$$

En este punto de la exposición, podemos definir el concepto de generalización. Una red neuronal generaliza en un sentido óptimo, si para cualquier observación seleccionada aleatoriamente que se le presente, aunque no forme parte del conjunto de entrenamiento, la salida que genera minimiza la función de comportamiento esperado (expresión 4.4.4). Dicho de otro modo, si su estructura de pesos verifica la formulación 4.4.5.

Tras lo expuesto, podemos apreciar que, formalmente, el proceso del aprendizaje consiste en resolver un problema de mínimos cuadrados no lineales. Para ello, hay que emplear métodos numéricos de optimización como el de *retropropagación de errores* ("Backpropagation"), que surge de la mano de Werbos (1974), atribuible también a Parker (1982, 1985) y Le Cun (1985). Este método se fundamenta en el algoritmo de aproximación estocástica de Robbins y Monro (1951). Actualmente, viene siendo el algoritmo más utilizado.

Como hemos comentado, el proceso de aprendizaje consiste en modificar los pesos de la red (donde se acumula la información), hasta que el patrón de conexiones,  $W$ , resulta óptimo, es decir, que verifica la expresión 4.4.5. En este sentido, si la red aprende, el conocimiento acumulado en el momento  $t+1$ ,  $W_{t+1}$ , debe ser mayor que el acumulado en el momento  $t$ ,  $W_t$ , de manera que,  $W_{t+1} = W_t + \Delta_t$ .  $\Delta_t$  representa la cantidad de conocimiento aprendida por la red, o modificación de los pesos, entre los momentos  $t$  y  $t+1$ . Esta variación de los pesos depende, lógicamente, de los pares entrada - salida deseada que se proporcionan a la red y de los pesos de la misma, es decir,  $\Delta_t = \psi_t(Z_t, W_t)$ . Pues bien, un algoritmo de aprendizaje, como es lógico, debe proporcionar la forma de ir cambiando los pesos al objeto de optimizar el comportamiento de la red. El algoritmo de retropropagación



de errores propone la siguiente regla, basada en el descenso del gradiente, para modificar adecuadamente los pesos:

$$W_{t+1} = W_t + a \nabla \hat{f}(x_t, W_t) (Y_t - \hat{f}(x_t, W_t)) \quad (4.4.6)$$

siendo  $a$  una constante denominada tasa de aprendizaje y  $\nabla \hat{f}(x_t, W_t)$  el gradiente de la salida que genera la red en el momento  $t$ ,  $\hat{f}(x_t, W_t)$ , en relación con los pesos en dicho instante,  $W_t$ . Esta expresión muestra que el valor de un peso en un determinado momento depende del valor adoptado en el instante anterior, de la tasa de aprendizaje, del error cometido por la red en el momento anterior y de la sensibilidad del output del modelo ante las variaciones de dicho peso.

El algoritmo retropropagación de errores (expresión 4.4.6), según propone White (1987), no es más que un caso particular del método de aproximación estocástica (Robbins y Monro, 1951), aplicado a problemas de mínimos cuadrados no lineales<sup>7</sup>, cuya formulación es la siguiente:

$$W_{t+1} = W_t + a_t \nabla \hat{f}(x_t, W_t) (Y_t - \hat{f}(x_t, W_t)) \quad (4.4.7)$$

Como podemos apreciar, la expresión 4.4.7 únicamente difiere de la formulación del algoritmo de retropropagación (4.4.6) en que la tasa de aprendizaje es variable en el tiempo, mientras que el método de propagación de errores la considera constante. Este hecho tiene importantes implicaciones, si tenemos en cuenta que estos algoritmos buscan mínimos locales. En este sentido, la variabilidad de la tasa de aprendizaje permite recorrer en paralelo múltiples veces la superficie de los datos, lo que facilita el alcanzar un mínimo global.

<sup>7</sup> Puede encontrarse un análisis detallado de esta aplicación en Albert y Gardner (1967).

Antes de iniciarse el proceso de aprendizaje, los pesos toman valores aleatorios relativamente pequeños, para que la red no se sature con grandes pesos, y de este modo comenzar en un punto aleatorio de la superficie de error.

Una vez finalizado el aprendizaje se debe proceder a testear la red. La fase de test consiste en introducir nuevos patrones de entrada y comprobar la eficacia del sistema generado. Si no resulta aceptable se repite la fase de entrenamiento utilizando nuevos patrones-ejemplo, e incluso puede ser necesario modificar la estructura de la red.

Para finalizar, y analizada la estructura y funcionamiento de las redes neuronales, debemos puntualizar tres aspectos relevantes para la correcta utilización de esta herramienta. El primero de ellos está relacionado con la presencia de problemas de convergencia u optimización en la red.

El algoritmo de entrenamiento de retropropagación de errores busca minimizar la función de error, entendido como la diferencia entre la salida obtenida y la deseada. Como es un método de descenso del gradiente, se trata de una técnica local, por tanto, es posible que ofrezca una solución que constituya un mínimo local, en lugar de global. En caso de alcanzar un mínimo local, la solución no será óptima, es decir, a pesar de que el error siga siendo excesivamente elevado, por haber alcanzado un mínimo el entrenamiento cesa ( $\nabla \hat{f}(x_i, W_i) = 0$ ).

Con el fin de evitar este problema, se han propuesto distintas alternativas, de entre las cuáles destacamos las siguientes: la primera consiste en partir de varias estructuras de pesos iniciales, para así aumentar las posibilidades de que alguna de ellas pertenezca al dominio del mínimo global, lo que tiene como contrapartida su excesiva intensidad computacional. La segunda es el empleo de una técnica eficiente, de entre las múltiples existentes, de optimización global<sup>8</sup>. Otra posibilidad se basa en cambiar los parámetros de aprendizaje.

---

<sup>8</sup> Para obtener una visión detallada del tema, véase Olmeda (1993),

Respecto a esta última solución, debe subrayarse que, si el factor de aprendizaje,  $\alpha$ , es muy pequeño, la red converge lentamente pero evitando en mayor medida el problema de mínimos locales. Mientras que, si el factor de aprendizaje es demasiado elevado, la red puede oscilar dando grandes saltos a lo largo de la superficie de error, lo que dificulta el logro de la convergencia. Esto se debe a que si los incrementos de los pesos son excesivamente elevados, puede suceder que la red pase por encima del mínimo global, sin detenerse en él.

Otro problema que pueden presentar las redes neuronales artificiales (que es común a todos los métodos no paramétricos) es el del sobreaprendizaje o sobreajuste, que está relacionado con el tamaño o número de parámetros de la red. No existe una regla específica para determinar el tamaño que debe tener una red de neuronas artificiales y, el encontrar la estructura óptima consiste en un intercambio sesgo-varianza (Geman et al., 1992), lo cuál entraña un alto grado de dificultad. Como señala Olmeda (1993), se trata de una cuestión de vital importancia, pues sólo cuando existe equilibrio entre la estructura del modelo y el problema a resolver se logra una generalización adecuada.

Una red infradimensionada, es decir, cuyo número de parámetros es menor al que requiere el problema, nunca puede llegar a aprender la relación entre las variables entrada-salida deseada del conjunto de entrenamiento. En consecuencia, es incapaz de generalizar correctamente. Por el contrario, una red sobredimensionada memoriza el conjunto de aprendizaje y lo reproduce. Sin embargo, al no aprender la relación entre las variables de interés, es incapaz de generalizar.

En general, análogamente al conocido dicho “lo bueno, si breve, dos veces bueno”, la mejor red, con mayor poder de generalización, es la más sencilla, siempre que su comportamiento a lo largo del conjunto de aprendizaje sea eficiente.

El número de unidades que debe utilizarse en las capas de entrada y de salida suele ser bastante evidente; tantas neuronas de entrada como variables explicativas y de salida

como variables a predecir. El problema reside en determinar el número de nodos de las capas ocultas. Una de las técnicas utilizadas para determinar el tamaño óptimo de la red consiste en comenzar con una red de un nodo y añadir otros cuando es necesario. La técnica opuesta empieza con una red muy grande, cuyos nodos innecesarios se eliminan paulatinamente.

De entre los métodos más conocidos para evitar el sobreaprendizaje podemos destacar: la detención prematura del aprendizaje, el establecimiento de un control estadístico del tamaño de la red, la reducción el tamaño de la red por cualquiera de los métodos posibles y el empleo de arquitecturas autogenerativas (Olmeda, 1993).

Para finalizar este punto, consideramos interesante destacar ciertos aspectos en cuanto a las características que debe reunir el conjunto de entrenamiento, para que el proceso de aprendizaje no resulte fallido y la red neuronal artificial sea capaz de generalizar correctamente. Para entrenar la red, por regla general, es aconsejable utilizar tan sólo un subconjunto de los datos disponibles y utilizar los restantes para comprobar que la red realiza la asociación entrada realizada-salida deseada que se pretende.

También, resulta importante asegurarse de que los datos del conjunto de entrenamiento cubren todo el espacio de entradas esperado. Es decir, si la red tiene que funcionar en un entorno con ruido, en el conjunto de datos de aprendizaje deben incluirse vectores de entrada con ruido. Además, es preciso seleccionar aleatoriamente los pares de entrenamiento que se van a utilizar, con el fin de evitar entrenar la red con vectores de una sólo clase, para pasar posteriormente a otra clase, ya que este modo de actuación puede conducir a que la red no recuerde el primer entrenamiento.

Por último, simplemente indicar que, las redes neuronales se aplican con éxito a numerosos campos de las ciencias, incluidas la economía y las finanzas, al objeto de facilitar la toma de decisiones de los inversores y analistas financieros, así como, para resolver múltiples tipos de problemas en el ámbito empresarial. En particular, las redes neuronales artificiales suelen ofrecer muy buenos resultados en determinados ámbitos de la

estadística y econometría como, la estimación no paramétrica y, la modelización y predicción de series temporales y sistemas dinámicos.

### 4.4.3 Ventajas de las Redes Neuronales Artificiales

Como hemos comentado, las Redes Neuronales Artificiales, debido a su estructura y sus fundamentos, poseen características muy similares a las del cerebro humano. Son capaces de aprender de la experiencia. Estos modelos se intentan aplicar a todas aquellas funciones que el hombre puede realizar satisfactoriamente y para cuyo desempeño, sin embargo, los sistemas tradicionales resultan inoperativos.

Los problemas que pueden resolver de forma eficiente pueden englobarse en tres grupos: optimización, reconocimiento y generalización. En ellos pueden encuadrarse numerosas cuestiones muy útiles para la gestión empresarial; pues se trata de modelos muy especializados para ser aplicados a situaciones concretas que ayuden a la toma de decisiones.

Por tanto, siguiendo a Maren et al. (1.990), este tipo de tecnología ofrece numerosas ventajas. Estas ventajas son las siguientes:

***Aprendizaje adaptativo.*** Los sistemas neuronales no tienen que ser programados externamente como los computadores tradicionales. Son capaces de aprender ciertas tareas mediante un proceso de entrenamiento a partir de ejemplos, de manera que puedan responder al entorno, adaptándose continuamente a las nuevas condiciones. Se trata, por tanto, de sistemas dinámicos y autoadaptativos.

***Autoorganización.*** Tienen capacidad para autoorganizar la información que perciben durante el aprendizaje y, posteriormente, durante la operación. Por ejemplo, si la información que se introduce consiste en observaciones históricas de una serie temporal, la Red Neuronal Artificial la organiza de tal forma que es capaz de generar predicciones futuras en base a dichas observaciones.

**Tolerancia a fallos.** A diferencia de los sistemas tradicionales en los que cualquier error en la memoria provoca su inoperatividad, los Sistemas Neuronales Artificiales al estar compuestos de múltiples elementos de proceso dotados todos ellos de información, el fallo de alguno de ellos tan sólo dañará débilmente al sistema. Asimismo, también son tolerantes a los fallos de los datos; pueden aprender a reconocer patrones distorsionados o incompletos, es decir, entrenan aún cuando existen ruidos.

**Operación en tiempo real.** Como respuesta a la necesidad de realizar grandes procesos de forma muy rápida, los computadores neuronales están compuestos por muchos procesadores elementales que operan de forma paralela. Esto supone que las funciones se realizan de forma simultánea, permitiendo acelerar el proceso de cálculo y la toma de decisiones. Se dice que las Redes Neuronales Artificiales pueden operar en tiempo real.

Una vez enunciadas las ventajas principales que ofrecen las redes neuronales, se debe aclarar que también poseen importantes limitaciones, no son la panacea, son modelos muy especializados que deben aplicarse a situaciones muy concretas, lo que limita su utilidad como herramienta de ayuda en la toma de decisiones.

#### 4.4.4 Principales aplicaciones de las Redes Neuronales Artificiales

La capacidad de las Redes Neuronales Artificiales para enfrentarse a complejos problemas reales se ha puesto de manifiesto con la aparición de un gran número de aplicaciones, tanto comerciales, como militares. Agrupándolas según las distintas disciplinas obtenemos las siguientes aplicaciones:

**Empresa:** Evaluación de probabilidad de formaciones geológicas y petrolíferas, identificación de candidatos para posiciones específicas, explotación de bases de datos, optimización de plazas y horarios en líneas de vuelo y reconocimiento de caracteres escritos, entre otras.

**Medio Ambiente:** Analizar tendencias y patrones, previsión del tiempo, etc.

**Finanzas:** Previsión de la evolución de los precios y volatilidades, valoración del riesgo de los créditos, identificación de falsificaciones, interpretación de firmas.

**Manufacturación:** Robots automatizados y sistemas de control, control de producción en líneas de proceso e inspección de la calidad, entre otras.

**Medicina:** Analizadores del habla para la ayuda de audición de sordos profundos, diagnóstico y tratamiento a partir de síntomas y/o de datos analíticos, monitorización en cirugía, predicción de reacciones adversas a los medicamentos, lectores de rayos X, entendimiento de la causa de los ataques epilépticos, etc.

A continuación, vamos a comentar brevemente alguna de las aplicaciones comerciales más extendidas:

#### Procesamiento de señales

La eliminación del ruido en las líneas telefónicas ha sido, y sigue siendo, una de las principales aplicaciones comerciales de las Redes Neuronales Artificiales.

#### Predicción meteorológica

Consiste en utilizar una amplia historia de datos sobre variables meteorológicas (presión atmosférica, temperatura, dirección y velocidad del viento, etc...) para hacer aprender a la red. Tras haber entrenado, la red es capaz de predecir variables meteorológicas con un alto grado de fiabilidad.

De igual modo, las Redes Neuronales Artificiales han sido empleadas en economía y en finanzas para la realización de todo tipo de predicciones de variables económicas y financieras, depuraciones y obtención de propiedades en series temporales, clasificación de

conjuntos difusos o difícilmente caracterizables, entre otros. Esto se traduce en las siguientes aplicaciones:

- Análisis del riesgo en la concesión de créditos.
- Análisis de carteras de activos.
- Análisis y clasificación de balances y otros estados financieros.
- Estudio y predicción de series temporales en magnitudes macroeconómicas, en el mercado de capitales y monetario, en el mercado de divisas, etc.

Los buenos resultados obtenidos por los sistemas neuronales ha provocado que grandes compañías hayan invertido en la investigación en esta área, así como en la creación de ordenadores neuronales, que incrementen la velocidad de computación.

#### **4.5 Aplicación de las Redes Neuronales Artificiales a la predicción de la volatilidad del tipo de cambio de la peseta**

En el presente capítulo ofrecemos dos aplicaciones de las RNA a la predicción de volatilidades. Nuestra primera aportación será similar a la realizada en el capítulo 3, es decir, emplearemos las RNA como una herramienta no paramétrica para encontrar la forma funcional de la volatilidad. En segundo lugar proponemos un modelo “híbrido” de volatilidad consistente en la integración, mediante una RNA, de los modelos paramétricos empleados en el capítulo 2. Como veremos, para ambos enfoques, es posible obtener, en algunos casos, modelos predictivos más exactos que los analizados con anterioridad.

##### **4.5.1 RNA como modelos no paramétricos de predicción.**

Al igual que en el capítulo 3, emplearemos los rendimientos al cuadrado de las series de tipos de cambio como una aproximación a la volatilidad. En dicho capítulo, el problema consistía en encontrar una función  $f$  tal que

$$\sigma_t^2 = f(\sigma_{t-1}^2, \sigma_{t-2}^2, \dots, \sigma_{t-5}^2) \quad (4.5.1)$$



donde  $\sigma_{t-p}^2$  son los rendimientos al cuadrado para el instante  $t-p$ . Es decir, en nuestra formulación particular intentamos encontrar una función que permita predecir la volatilidad a partir de las cinco observaciones inmediatamente anteriores de la misma. Puesto que las RNA son modelos mucho más intensivos en parámetros que los otros modelos no paramétricos empleados anteriormente (CART y LOESS) evitamos emplear las diez observaciones inmediatamente anteriores (a diferencia del capítulo 3, en los que los modelos son estimados con cinco y diez retardos), ya que conduciría a un excesivo número de pesos para el tamaño muestral que utilizamos.

Otra diferencia fundamental que incluimos en nuestro actual análisis consiste en que los modelos son estimados de manera dinámica de la siguiente forma: para cada una de las monedas e instantes de tiempo consideramos las últimas 100 observaciones pasadas y estimamos una RNA que empleamos para predecir la observación siguiente. Acto seguido desplazamos nuestra ventana observacional un día (eliminando la observación más antigua e incluyendo otra nueva disponible) y repetimos el procedimiento. De esta manera, cada una de las predicciones se basa en un modelo independiente estimado sobre las 100 observaciones anteriores. Obsérvese que en el capítulo 3 el modelo estimado permanece constante a la hora de efectuar la predicción del conjunto de test, mientras que en el análisis ahora realizado, el modelo va incorporando la información que aparece día a día. Nuestro proceder está motivado por los malos resultados obtenidos en el capítulo anterior que, sugerimos, podrían estar debidos a un proceso generador cambiante.

Tras experimentar exhaustivamente con diferentes parámetros (número de neuronas de la capa oculta, funciones de activación, tasa de aprendizaje, etc...) determinamos que una RNA con 2 neuronas ocultas, una tasa de aprendizaje igual a  $10^{-3}$  y funciones de activación sigmoideas para la capa oculta y lineales para la de salida, ofrecía los mejores resultados (en particular, también se experimentó con 3, 4 y 5 neuronas ocultas). Dicha especificación se mantuvo constante para todas las monedas, con el fin de evitar problemas asociados al “data snooping” (el empleo particularizado de especificaciones de modelos con el fin de obtener mejoras predictivas).

Para determinar el período predictivo se partió, por ningún motivo particular, de la observación correspondiente al 1-9-1995 (observación 8000 de nuestra base de datos original)<sup>9</sup>. Para cada una de las monedas, la primera red emplea, por tanto, las observaciones 8000 a 8.099 para estimar el modelo y predice la observación 8.100. Después empleamos las observaciones 8.001 a 8.100 para estimar y predecimos la observación 8.002, y así sucesivamente. Cuando hemos efectuado 100 predicciones (de la 8.100 a la 8.199) computamos el error absoluto medio y lo etiquetamos con EAMRNA(1). El proceso descrito anteriormente continúa, desplazando una unidad las sucesivas ventanas involucradas. Así, el EAMRNA (2) corresponde al error absoluto medio cometido por 100 RNA para el horizonte diario de predicción 8.101-8.200.

Para comparar la capacidad predictiva del modelo de RNA estimamos, de manera similar a las redes, cada uno de los modelos del capítulo 2, esto es, ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1), GJR(1,1) y homocedástico y procedemos de manera similar. De esta forma, EAMARCH(1) corresponde al error absoluto medio cometido por 100 modelos ARCH(1), etc. Obsérvese que, por ejemplo, el ratio  $EAMRNA(t)/EAMARCH(t)$  proporciona una medida de la ventaja comparativa del empleo de una RNA frente a un modelo ARCH para las 100 sesiones anteriores al instante  $t$ . Si a lo largo del horizonte predictivo dicho ratio es consistentemente menor que uno, existe evidencia de una superior capacidad predictiva de las RNA frente al modelo ARCH. Si por el contrario este ratio es muy variante, existe evidencia de que la optimalidad de uno u otro modelo es inestable. Finalmente, un ratio superior a uno indica peor comportamiento predictivo.

#### 4.5.2 RNA como modelos de agregación

En nuestro segundo estudio proponemos el empleo de las RNA como modelo de agregación de otros modelos individuales de volatilidad. La agregación de modelos de

---

<sup>9</sup> Nuestra base de datos original consta de 8427 observaciones, desde el 1-1-1965 hasta el 21-4-1997, no obstante y como ya comentamos, en nuestros anteriores análisis empleamos el tramo que abarca desde el 25-4-1972 hasta el 21-4-1997.

predicción fue propuesta originalmente por Bates y Granger (1969) con el fin de explotar las posibles ventajas comparativas de cada uno de los modelos. Granger y Ramanathan (1984) extienden el enfoque anterior proponiendo la construcción de modelos combinados mediante una regresión lineal de la variable a predecir sobre las predicciones de los diferentes modelos. Sin embargo, el enfoque lineal no es necesariamente óptimo y es posible que otras agregaciones no lineales permitan combinar los diferentes modelos más eficientemente.

El problema de la agregación no lineal de modelos de predicción ha sido abordado únicamente en fechas muy recientes: por ejemplo, Kamstra y Kennedy (1998) proponen un modelo de agregación paramétrico (basado en el logit), mientras que Olmeda y Fernández (1997) y Kumar y Olmeda (1997) proponen la agregación con métodos no paramétricos. En nuestra Tesis proponemos el empleo de RNA como modelo de agregación. A conocimiento nuestro, no existe hasta la fecha una propuesta de combinar las predicciones de los modelos de volatilidad a través de RNA.

Hemos de hacer notar que nuestra propuesta incluye otras formulaciones (por ejemplo la agregación mediante logit (Kamstra y Kennedy, 1998) y lineal (Granger y Ramanathan, 1984) como casos particulares. Como resulta obvio de nuestra exposición anterior sobre las RNA, los modelos lineales y logit pueden ser vistos como modelos anidados de una RNA; en el primer caso no se trata más que de una RNA sin unidades intermedias y con función de activación lineal, mientras que en el segundo caso es posible entender el modelo logit como una RNA con una sola unidad intermedia con función de activación logística y función de salida lineal. Pensamos, por tanto, que nuestra propuesta puede resultar atractiva, ampliando, aún más, las herramientas disponibles de predicción.

Formalmente, el problema consiste en encontrar  $f$  tal que:

$$\sigma_t^2 = f(\sigma_{(ARCH)_t}^2, \sigma_{(GARCH)_t}^2, \sigma_{(EGARCH)_t}^2, \sigma_{(GJR)_t}^2, \sigma_{(HOM)_t}^2) \quad (4.5.2)$$

mediante el empleo de una RNA capaz de aproximar  $f$ , donde  $\sigma_{(EGARCH)_t}^2$  es, por ejemplo, la predicción del modelo EGARCH para la observación  $t$ . Obsérvese que, en este caso, el procedimiento de construcción del modelo es notablemente más complejo, puesto que cada una de las estimaciones de los modelos exige, a su vez, un conjunto premuestral sobre el que obtener estimaciones y predicciones de cada uno de los modelos que integran el modelo híbrido propuesto.

Para la construcción de las predicciones en este caso actuamos del siguiente modo; en cada instante de tiempo empleamos las 250 observaciones anteriores para estimar cada uno de los modelos paramétricos. Dichos modelos son entonces utilizados para predecir la siguiente observación. Finalmente construimos un 5-vector compuesto por las predicciones de los diferentes modelos. Seguidamente, empleamos 120 5-vectores de predicciones para estimar una RNA con cuatro unidades ocultas e intentamos predecir la volatilidad contemporánea de las predicciones. Obsérvese que en el caso anterior nos enfrentamos a un problema de regresión dinámica (en concreto, a un problema de estimar un modelo autorregresivo no lineal de orden 5) mientras que en el presente contexto el problema se plantea como uno de regresión no lineal estática. El resto del procedimiento es análogo al caso anterior, esto es, MAE(t) tiene la misma interpretación que antes: se trata del error absoluto medio de las 100 predicciones anteriores a  $t$ , por lo que las figuras tienen la misma significación.

Al igual que en el caso anterior, se probaron diferentes parámetros para las redes, así como distintos conjuntos de información; en concreto, se estimaron los modelos de RNA sobre 60 5-predicciones en vez de sobre 120 5-predicciones, en todos los casos los resultados resultaban inferiores a los aquí presentados.

Por último, con el fin de comparar las posibles ventajas de agregar linealmente las predicciones o, por el contrario, emplear una RNA para conseguir una agregación no lineal, también aplicamos, en cada uno de los estudios, la metodología descrita, empleando funciones lineales.

### 4.5.3 Resultados

En el análisis efectuado predecimos la volatilidad del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas contempladas, utilizando, para ello, como comentamos anteriormente, un método recursivo, mediante los siguientes modelos: homocedástico, ARCH, GARCH, EGARCH, GJR, RNA y regresión lineal, empleando como conjuntos de información las volatilidades pasadas, en el primer estudio, o las predicciones de los modelos paramétricos, en el segundo.

La presentación de los resultados obtenidos la efectuamos separadamente para cada uno de los dos estudios efectuados<sup>10</sup>, cuya metodología acabamos de exponer, respectivamente, en las secciones 4.5.1 y 4.5.2. En el primero de ellos (RNA como modelos no paramétricos de predicción) utilizamos, únicamente, observaciones históricas de las series con que trabajamos, a partir de las cuáles predecimos la volatilidad del tipo de cambio de la peseta frente a cada una de las seis monedas. Los modelos que empleamos son el homocedástico, ARCH, GARCH, EGARCH y GJR. Obtenidas las predicciones que genera cada uno de los anteriores modelos, calculamos el cociente entre el error correspondiente a cada modelo y el error del modelo homocedástico, al que denominamos ratio (por ejemplo, RATARCH representa dicho ratio para el modelo ARCH). En consecuencia, un ratio menor que uno significa que el modelo en cuestión predice mejor que el homocedástico. Los resultados de este análisis, que nos permiten comparar la capacidad predictiva de cada uno de los modelos paramétricos de la clase ARCH empleados en relación con el homocedástico y, también, entre sí, los ilustramos en las figuras 4.1 a 4.6.

Para la volatilidad del tipo de cambio peseta/marco alemán (figura 4.1), durante los sesenta días que comprende nuestro período de evaluación de predicciones, todos los modelos superan al homocedástico en cuanto a capacidad predictiva, a excepción del EGARCH hasta el tercer día en que evaluamos nuestras predicciones. Debemos destacar

---

<sup>10</sup> Los resultados los presentamos en las figuras que aparecen al final del capítulo.

que la mejora es significativa, entre el 5 y el 15%, aproximadamente, dependiendo de los modelos. El modelo GARCH es el que mejor se comporta hasta el día 32 y, a partir de este momento, el modelo GJR supera a los demás. De entre los modelos tipo ARCH, el EGARCH y el ARCH son los que presentan menor calidad predictiva.

La figura 4.2 muestra los resultados para el caso del franco francés. Como podemos observar, en todo el horizonte de predicción, las cuatro modelizaciones ARCH superan al modelo homocedástico en términos predictivos. Generalmente, las mejoras son significativas. El modelo que peor se comporta es el ARCH, no obstante, llega a conseguir mejoras de alrededor del 6%. El modelo que predice con mayor eficiencia es el GARCH hasta el día 48, en que es relevado por el GJR. Estos modelos llegan a superar al homocedástico, en términos aproximados, en un 13%.

La figura 4.3 muestra que, para la volatilidad del tipo de cambio peseta/lira italiana, el comportamiento del modelo homocedástico es peor que el de los demás modelos analizados, a lo largo de todo el período considerado. A excepción del modelo ARCH, todos consiguen mejoras significativas, que para el caso del proceso GARCH llegan a superar el 30%. Los modelos con mayor capacidad predictiva son el GARCH y, tras cuarenta días de evaluación, el GARCH y el GJR, cuyo comportamiento es idéntico.

Los resultados son completamente distintos en el caso de la libra esterlina (figura 4.4). Por lo general todos los modelos se muestran incapaces de superar al homocedástico. Los modelos que mejor se comportan son el GARCH, hasta el vigésimo quinto día de evaluación de las predicciones y el EGARCH desde entonces hasta el día cuarenta y siete, en que se sigue mostrando como el mejor, junto con la modelización GJR. El empeoramiento, en ningún caso supera el 3%.

Para la volatilidad del tipo de cambio de la peseta frente al dólar estadounidense (figura 4.5), el único modelo que durante los sesenta días no supera al homocedástico es el EGARCH. Los procesos ARCH, GARCH y GJR, normalmente se comportan mejor, siendo los dos últimos, en algunos momentos, significativamente mejores. Los modelos

más eficientes son, durante los primeros 21 días, el GARCH junto con el GJR, mostrándose, a partir de este momento, superior el GJR.

La figura 4.6 muestra que, en relación con la moneda japonesa, todos los modelos mejoran al homocedástico, salvo el EGARCH en ciertos tramos. Por lo general, el modelo que mejor se comporta es el GARCH, seguido muy de cerca del GJR. Estos modelos llegan a superar casi en un 10% al homocedástico. Todo lo que acabamos de exponer permite concluir que ningún modelo se muestra absolutamente superior para todas las monedas, sin embargo, todos ellos parecen tener capacidad predictiva al superar, en la mayor parte de las ocasiones, al homocedástico.

A continuación, siguiendo con nuestro primer análisis, construimos, para cada una de las monedas, una red neuronal artificial. Recordemos que esta red es empleada para predecir, también de manera dinámica, la volatilidad del tipo de cambio de nuestra moneda, a partir de las observaciones históricas. Calculamos además la media de los errores de los cuatro modelos tipo ARCH considerados. Al objeto de comparar el modelo de red neuronal con la media de los ARCH, determinamos el ratio (RATMED) entre el error de la red y el error medio de los modelos paramétricos, de modo que si éste es menor que uno, significa que, en media, las redes neuronales artificiales poseen mayor capacidad predictiva que los modelos paramétricos de heterocedasticidad condicional que hemos analizado. En las figuras 4.7 a 4.12 mostramos el ratio entre el EAM de una RNA y el EAM medio de los modelos paramétricos (excluyendo al modelo homocedástico), estas figuras proporcionan una indicación de la mejora o empeoramiento del empleo de una red frente a los modelos paramétricos en su conjunto.

Como podemos observar, la red supera clara y significativamente a los modelos paramétricos considerados en los casos del marco, lira y libra. Las mejoras llegan a situarse en el 10%, 13% y 4%, respectivamente, para las tres monedas mencionadas. En cuanto a la predicción de la volatilidad del tipo de cambio peseta/franco francés, la red neuronal artificial, en media, mejora a los modelos paramétricos sólo hasta el décimo día de evaluación de las predicciones. Desde ese momento, la media de los modelos de la clase

ARCH supera a la red, aunque las mejoras, en ningún momento, alcanzan el 3%. Podemos observar, también, que en los casos del dólar estadounidense y yen japonés los modelos paramétricos, en media, presentan una mayor eficiencia predictiva que la RNA que construimos. Para la volatilidad del tipo de cambio peseta/dólar, la mejora sobre la red se sitúa alrededor del 6%, sin embargo, en el caso del yen, la cuantía de esta mejora es, por lo general, muy reducida.

En el segundo estudio (RNA como modelos de agregación) construimos, para cada moneda, dos modelos: una red neuronal artificial y un simple modelo lineal. Recordemos que, estos modelos se construyen ahora combinando las predicciones de los cinco modelos paramétricos anteriores, es decir, el homocedástico, ARCH, GARCH, EGARCH y GJR. Esto significa, que dichas predicciones son las variables explicativas (entradas de las RNA) de ambos modelos. Las redes construidas, según el procedimiento expuesto, constituyen una forma de modelización híbrida que proponemos en el presente trabajo, al objeto de mejorar la calidad de las predicciones que generan los demás modelos.

En este segundo análisis, en primer lugar, comparamos la capacidad predictiva de las RNA y del modelo lineal (agregados) con la de la media de los modelos paramétricos tipo ARCH, siguiendo un procedimiento idéntico al de la parte anterior de este estudio. Las figuras 4.13 a 4.18 ilustran los resultados de los ratios de errores obtenidos, a los que denominamos RATMEDRNA y RATMEDLIN, para la RNA y modelo lineal, respectivamente. Podemos observar que, durante todo el horizonte temporal considerado, la capacidad predictiva del modelo híbrido de red neuronal que hemos diseñado es claramente superior a la de la media de modelos paramétricos para todas las monedas, a excepción de la libra esterlina y el dólar estadounidense. En los casos del marco alemán y la lira italiana, las mejoras son espectaculares, pues llegan a situarse, respectivamente, en el 32% y 18%. Para la moneda estadounidense, la red neuronal domina claramente a los modelos paramétricos, en media, hasta el punto 55, a partir del cuál los empeora ligeramente. En el caso de la volatilidad del tipo de cambio peseta/libra esterlina, la red que construimos se muestra claramente inferior (hasta un 16%) a la media de los modelos paramétricos.



El modelo lineal se muestra claramente superior a la media de los ARCH para el marco, lira y yen, durante todo el horizonte de predicción. En los casos del dólar y franco, transcurridos respectivamente 40 y 48 días de evaluación de predicciones, el modelo lineal aparece como inferior, no siendo dicha inferioridad significativa. Para la volatilidad del tipo de cambio peseta/libra esterlina, sin embargo, los modelos paramétricos, en media, superan significativamente al modelo lineal.

Estas figuras también nos permiten comparar la capacidad predictiva de los modelos lineal y de RNA que hemos diseñado. Así, podemos observar que las redes neuronales, por lo general, superan claramente al modelo lineal para el tipo de cambio de la peseta frente a la lira italiana y al dólar. En el caso del dólar, esta superioridad es, en algunos momentos, altamente significativa. Para las monedas francesa y japonesa no podemos afirmar la superioridad clara de alguno de los modelos. Finalmente, el modelo de red queda superado por el lineal, generalmente, en los casos del marco y la libra. La mejora del modelo lineal es muy reducida para la moneda alemana, sin embargo, es bastante elevada para la moneda británica.

En segundo lugar, comparamos las redes neuronales artificiales y los modelos lineales (híbridos) con el mejor de los modelos paramétricos (obtenido en el primer estudio). Debemos destacar que este es el juicio más duro que se puede hacer a las redes neuronales, pues seleccionamos como patrón comparativo el modelo que, a posteriori, ha resultado ser el más eficiente de entre los paramétricos. Para cada uno de los modelos (red, lineal y mejor), calculamos el cociente (ratio) entre el error correspondiente a cada modelo y el error del modelo homocedástico, a los que llamamos RATRNA, RATLIN y MEJOR, respectivamente. En consecuencia, un ratio menor que uno significa que el modelo en cuestión predice mejor que el homocedástico. Los resultados están reflejados en las figuras 4.19 a 4.24. Debemos considerar que como las comparaciones de las redes neuronales frente al modelo lineal y modelos de la clase ARCH versus homocedástico las efectuamos con anterioridad, a continuación nos centramos en comparar la eficiencia predictiva de las

redes y el modelo lineal, frente al homocedástico y mejor modelo de entre los paramétricos.

Como ilustran las figuras anteriores, para todas las monedas, a excepción del dólar estadounidense y libra esterlina, tanto las redes neuronales, como el modelo lineal y el mejor de entre los paramétricos, muestran una eficiencia predictiva, por lo general, significativamente mayor que la del modelo homocedástico. En algunos casos la mejora se cifra en el 40%. En el caso del dólar el modelo homocedástico domina a lo largo de un tramo muy reducido, desde el día 37 al modelo lineal, desde el 51 a la red neuronal y desde el 54 al mejor paramétrico. Para el tipo de cambio peseta/libra esterlina, el modelo homocedástico supera claramente a todos los demás.

En relación con el análisis comparativo efectuado entre las redes neuronales, la combinación lineal y el mejor de los modelos paramétricos podemos observar que, para el tipo de cambio peseta/marco los modelos con mayor capacidad predictiva son el lineal y la RNA. La red neuronal domina entre los días 37 y 50, sin embargo, durante el resto del período la combinación lineal se muestra superior. Las mejoras de estos modelos frente al mejor de los paramétricos son significativas, pues llegan a situarse en el nivel del 30%, aproximadamente. En el caso del franco francés, el modelo lineal se comporta mejor que los demás hasta el punto 37 y, a partir de dicho momento, domina la red neuronal. En los últimos diez días del período la mejora de la red es significativa, llegando a alcanzar, aproximadamente, el 6%. Para la moneda italiana, por lo general, el mejor modelo paramétrico se muestra superior a los demás, mientras que, el modelo lineal es el que peor se comporta. Las mejoras, sin embargo, no son muy significativas. Generalmente, el mejor modelo paramétrico supera a la RNA en un 2%, aproximadamente, y la mejora de la red frente a la combinación lineal es algo menor. En el caso de la libra esterlina el mejor modelo de entre los paramétricos domina clara y significativamente (mejoras de hasta el 20%) durante todo el período de predicción. En este caso, el modelo que peor se comporta es el de red neuronal. Para el tipo de cambio peseta/dólar estadounidense, entre los días cuatro y cuarenta y ocho del período que consideramos, la RNA supera a los demás modelos, ofreciendo mejoras de hasta el 6%. Durante el resto del período el modelo

dominante es el mejor paramétrico. Para finalizar, en el caso del yen, la red neuronal supera al resto de modelos hasta el punto 26, a partir del cuál domina el modelo lineal. Las mejoras que consiguen estos modelos en relación con el mejor de los paramétricos son del 4%, en términos aproximados.

A la luz de los resultados anteriores, debemos destacar que no podemos afirmar que ninguno de los modelos considerados (red neuronal, combinación lineal y mejor modelo paramétrico) domine sistemáticamente a los demás. El dominio de algún modelo frente a otros depende de la moneda y momento del tiempo de que se trate. Sin embargo estos resultados muestran que, generalmente, los modelos que utilizamos tienen capacidad predictiva.

#### 4.6 Conclusiones

En este capítulo hemos efectuado dos análisis en relación con el comportamiento de la volatilidad del tipo de cambio de nuestra moneda frente a las seis divisas contempladas. El primero de ellos consiste en la detección, mediante la aplicación de un contraste formal de reciente aparición, el BDS (Brock et al., 1987), de componentes no lineales en las series de volatilidades objeto de estudio. En el segundo, predecimos las mencionadas volatilidades mediante una potente herramienta no paramétrica, con gran capacidad para modelizar y predecir dinámicas no lineales, las redes neuronales artificiales, comparando su calidad predictiva con la de otros modelos: homocedástico, ARCH, GARCH, EGARCH, GJR y modelo lineal. Además, proponemos un modelo híbrido de redes neuronales artificiales, que basado en una sencilla combinación de diferentes modelos, permite construir modelizaciones más complejas que aprovechan las ventajas de cada uno de los modelos individuales.

El primer análisis nos permite concluir que las series de los residuos de modelos lineales estimados sobre las series de volatilidades del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas contempladas, durante los tres períodos analizados, no son IID. Esto implica que la serie considerada no es estacionaria o que los residuos no son

independientes. Como la estructura lineal ha sido eliminada previamente, el rechazo de la hipótesis nula concretamente implica que, o bien los residuos (y por lo tanto las volatilidades) son no estacionarios, o bien existe algún tipo de dependencia no lineal. Dado que esta última hipótesis es consistente con los resultados obtenidos en capítulos anteriores, concluimos finalmente que existen componentes no lineales en las series de volatilidades del tipo de cambio con que trabajamos. Esta conclusión justifica de manera rigurosa la utilización de distintas clases de modelos de predicción no lineales, como los procesos EGARCH, GJR y no paramétricos, que empleamos en la presente Tesis.

El segundo estudio, en que aplicamos RNA a la predicción de la volatilidad del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas contempladas, permite extraer numerosas e interesantes conclusiones. Debemos destacar que efectuamos un exhaustivo análisis comparativo, en cuanto a capacidad predictiva, de las RNA frente a otros tipos de modelizaciones y que las predicciones se obtienen de forma dinámica. En la primera parte de este estudio, que descomponemos dos etapas, comparamos la capacidad predictiva de cada uno de los modelos paramétricos de la clase ARCH empleados en relación con el homocedástico y, también, entre sí. En este análisis, las predicciones de la volatilidad del tipo de cambio de la peseta se obtienen a partir de observaciones históricas de las series con que trabajamos. Los resultados que obtenemos permiten concluir que ningún modelo se muestra absolutamente superior para todas las monedas, sin embargo, todos ellos parecen tener capacidad predictiva al superar, en la mayor parte de las ocasiones, al homocedástico.

A continuación, comparamos el modelo de red neuronal que construimos, para cada una de las monedas, con la media de los procesos ARCH. Las predicciones de la volatilidad del tipo de cambio de la peseta, las obtenemos a partir de las observaciones históricas. La conclusión que podemos obtener es que la capacidad predictiva de las redes que hemos diseñado, en media, parece ser similar a la de los modelos tipo ARCH, ya que la red se muestra superior en la mitad de las ocasiones. Ahora bien, los resultados, posiblemente, apuntan a una ligera superioridad de las redes neuronales artificiales, ya que

la cuantía de las mejoras que consiguen es bastante mayor que el importe de los empeoramientos frente a los modelos ARCH.

En el segundo análisis de RNA construimos, para cada moneda, dos modelos de agregación, es decir, una red neuronal artificial y un simple modelo lineal, que combinan las predicciones de los modelos homocedástico, ARCH, GARCH, EGARCH y GJR. Con ello, pretendemos mejorar la calidad de las predicciones, por tanto, realizamos una extensa comparación de estos modelos frente a los paramétricos en media y, también, frente al modelo paramétrico que mejor se comporta, con el fin de verificar si efectivamente logramos nuestro objetivo. Podemos concluir que, en general, las redes híbridas superan claramente a la media de los modelos paramétricos, presentando en algunos casos mejoras espectaculares. El modelo lineal de agregación también mejora, generalmente, a la media de los paramétricos, ahora bien, la mejora es más clara y significativa en el caso de las RNA. En cuanto a la capacidad predictiva de las redes neuronales frente a la combinación lineal, debemos apuntar que las redes neuronales parecen comportarse algo mejor. Ahora bien, debemos destacar que el comportamiento de ambos modelos muestra claras diferencias, ya que en algunos casos domina la RNA, mientras que en otros el modelo lineal se muestra superior, según el horizonte de predicción y moneda tomada en consideración. Por tanto, la selección de un modelo u otro con fines predictivos, depende de los factores mencionados. En relación con el modelo homocedástico debemos destacar que, en la mayor parte de las ocasiones, tanto las redes, como la combinación lineal y el mejor modelo paramétrico superan claramente al homocedástico. Ahora bien, si comparamos entre sí los tres modelos que acabamos de mencionar, no podemos afirmar que alguno de ellos domine claramente a los demás. Así, podemos apuntar que no es posible decantarse absolutamente por alguno de los modelos considerados (red neuronal, combinación lineal y mejor modelo paramétrico), ya que ninguno de ellos domina sistemáticamente a los otros. El dominio de algún modelo frente al resto de los contemplados depende de la moneda y momento del tiempo de que se trate, por tanto la determinación del modelo de predicción óptimo será diferente según los casos.

Ahora bien, con generalidad, podemos afirmar que los modelos analizados tienen capacidad predictiva, dado que superan al homocedástico. Por otro lado, queremos resaltar que el modelo híbrido que proponemos, sí parece comportarse mejor que la media de los paramétricos y que los modelos de RNA que predicen a partir de la serie histórica de observaciones. No obstante, como los antecedentes de la aplicación de RNA en el ámbito predictivo de volatilidad de series cambiarias son, hasta nuestros días, prácticamente inexistentes, debemos destacar que éste es un campo cuasi virgen para la investigación y donde, actualmente, todavía queda mucho por hacer.

## Referencias

- AKAIKE, H. (1974): "A New Look at the Statistical Model Identification". *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19, pp. 716-723.
- ALBERT, A.E. y GARDNER, L.A., (1967): *Stochastic Approximation and Nonlinear Regression*, Cambridge: M.I.T. Press.
- AMEMIYA, T., (1981): "Qualitative response models: a survey". *Journal of Economic Literature*, 19, pp. 1483-1536.
- ANDERSON, J.A., (1970): "Two Models for Memory Organization Using Interacting Traces". *Mathematical Biosciences*, 26, pp. 175-185.
- ANDERSON, J.A., (1973): "A Theory for the Recognition of Items From Short Memorized List". *Psychological Review*, 80, pp.137-160.
- ANDERSON, J., SILVERSTEIN, J., RITZ, S. y JONES, R., (1977): "Distinctive Features, Categorical Perception and Probability Learning: Some Applications on a Neural Model". *Psychological Review*, 84, pp. 413-451.
- BARLOW, H.B., (1989): "Unsupervised Learning of Constrained Nonlinear Transformations", *Computer*, Junio, pp. 67-76.
- BATES, J.M. y GRANGER, C.W.J., (1969): "The combination of forecasts", *Operational Research Quarterly*, 20, 451-468.
- BLUM, J.; KIEFER, J. y ROSENBLATT, M. (1961): "Distribution free tests on independence based on the sample distribution function". *Ann. Math. Stat.*, 32, pp. 485-498.
- BREIMAN, L., FRIEDMAN, J.H., OLSHEN, R.A. y STONE, C.J., (1984): *Classification and Regression-Trees*, Wadsworth & Brooks, Belmont, C.A.
- BROCK, W. (1987): "Notes on nuisance parameter problems in BDS type tests for IID". Working Paper. University of Wisconsin.
- BROCK, W., DECHERT, W. y SCHEINKMAN, J., (1987): "A Test for Independence Based on the Correlation Dimension", Working Paper, University of Chicago.

- BROCK, W.; HSIEH, D. y LEBARON, B., (1991): "Nonlinear Dynamics, Chaos and Inestability". The MIT Press. Cambridge, MA.
- CARPENTER, G. y GROSSBERG, S., (1986): "Adaptive Resonance Theory: Stable Self-Organization of Neural Recognition Codes in Response to Arbitrary List of Inputs Patterns", *Eighth Annual Conference of the Cognitive Science Society*. Lawrence Erlbaum Associates. Hillsdale, NJ., pp. 45-62.
- CARROLL, S.M. y DICKINSON, B.W., (1989): "Construction of Neural Nets Using the Random Transform", en *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, Washington D.C., New York: IEEE Press, pp. I: 607-611.
- CHAN, K. (1990): "Testing for threshold autoregression". *The Annals of Statistics*, 18, pp. 1886-1894.
- CHAN, K. y TONG, H. (1986): "On estimating thresholds in autoregressive models". *Journal of Time Series Analysis*, 8, pp. 178-190.
- COWAN, J., (1967): "A Mathematical Theory of Central Nervous Activity", Unpublished Ph.D. Dissertation, University of London.
- CYBENKO, G., (1989): "Approximation by Superpositions of a Sigmoid Function". *Mathematics of Control, Signals and Systems*, 2, pp. 303-314.
- DEVLIN, S.J., (1986): "Locally - Weighted Multiple Regression: Statistical Properties and Its Use to Test for Linearity", Technical Memorandum, Bell Communications Research, Piscataway, NJ.
- DICKEY, D.A. y FULLER, W.A., (1979): "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root". *Journal of the American Statistical Association*, 74, pp. 427-431.
- DUTTA, S. y SHERKHAR, S., (1988): "Bond Rating: A Non-Conservative Application on Neural Networks". *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, pp. II443-II450. Publicado en Trippi y Turban, (1992): *Neural Networks in Finance and Investing*, Probus Publishing Company, Chicago.



- ENGLE, R.F., (1982): "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica* 50, pp. 987-1008.
- FAMA, E. (1970): "Efficient capital markets: a review of theory and empirical work". *Journal of Finance*, 25, pp. 383-417.
- FERNANDEZ, E., (1993): "Modelos Conexionistas: Conceptos Generales, Origen y Evolución", en OLMEDA, I. y BARBA-ROMERO, S., *Redes Neuronales Artificiales: Fundamentos y Aplicaciones*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Alcalá de Henares, Madrid, pp. 3-22.
- FERNANDEZ, E., (1996) : "Introducción a las Redes Neuronales Artificiales", en OLMEDA, I. (eds.), *Avances Recientes en Predicción Bursátil*, Ediciones de la Universidad de Alcalá, Colección de Economía, nº 3, pp. 181-208.
- FRIEDMAN, J. y STUETZLE, W. (1981): "Projection Pursuit Regression". *J. American Statistical Association*, 76, pp. 817-823.
- FRIEDMAN, J.H., (1991): "Multivariate Adaptive Regression Splines (with discussion)", *The Annals of Statistics* 19, pp. 1-141.
- FUKUSHIMA, T., (1975): "Cognitron: A Self-Organizing Multi-Layered Neural Network", *Biological Cybernetics* 20, pp. 121-136.
- FUKUSHIMA, T., (1980): "Neocognitron: A Self-Organizing Neural Network for a Mechanism of Pattern Recognition Unaffected by a Shift in Position", *Biological Cybernetics* 36, pp. 193-202.
- GEMAN, S., BIENENSTOCK, E. y DOURSAT, R., (1992): "Neural Networks and the Bias/Variance Dilemma", *Neural Computation*, 4, pp. 1-58.
- GRANGER, C.W.J. y ANDERSEN, A.P., (1978): *An Introduction to Bilinear Time Series Models*, Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen.
- GRANGER, C.W.J. y RAMANATHAN, R. (1984): "Improved Methods of Forecasting", *Journal of Forecasting*, 3, 197-204.
- GRANGER, C.W.J. y TERÄSVIRTA, T., (1992): *Modeling Nonlinear Economic Relationships*, Oxford University Press.

- GROSSBERG, S., (1976): "Adaptive Pattern Classification and Universal Recoding: Part I. Parallel Development and Coding of Neural Feature Detectors", *Biological Cybernetics* 23, pp. 121-134.
- HAMILTON, J.D., (1989): "A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the Business Cycle", *Econometrica*, 57, pp. 357-384.
- HEBB, D.O., (1949): *The Organization of Behavior*. John Wiley & Sons, New York, NY.
- HECHT-NIELSEN, R., (1987): "Counterpropagation Networks", *Proceedings of the IEEE First International Conference on Neural Networks*, San Diego, CA., Vol. II, pp. 19-32.
- HECHT-NIELSEN, R., (1988): "Neurocomputing: Picking the Human Brain ". *IEEE Spectrum*, 25, pp.36-41.
- HECHT-NIELSEN, R., (1989): "Theory of the Back-Propagation Neural Network", en *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, Washington D.C., New York: IEEE Press, pp. I: 593-606.
- HILERA, J.R. y MARTÍNEZ, V.J., (1995): *Redes neuronales artificiales: Fundamentos, modelos y aplicaciones*. Ed. Ra-ma, Madrid.
- HINICH, M., (1982): "Testing for gaussianity and linearity of a stationary time series". *Journal of Time Series Analysis*, 3, pp. 169-167.
- HINTON, G.E. y SEJNOWSKI, T.J., (1984): *Boltzmann Machines: Constraint Satisfaction Networks that Learn*, Pittsburg: Carnegie-Mellon University. Dpt. of Computer Science.
- HOPFIELD, J.J., (1982): "Neural Networks and Physical Systems with Emergent Collective Computational Abilities". *Proc. of the Natl. Acad. Sci. USA*, 79, pp. 2554-2558.
- HORNIK, K., STINCHCOMBE, M. y WHITE, H., (1989): "Multilayer feedforward networks are universal approximators". *Neural Networks*, 2, pp. 359-366.
- HORNIK, K., STINCHCOMBE, M. y WHITE, H. (1990): "Universal Approximation of an Unknown Mapping and its Derivatives Using Multilayer Feedforward Networks". *Neural Networks*, 3, pp. 551-560.

- HSIEH, D. (1991): "Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets". *Journal of Finance*, 46, pp. 1839-1877.
- HSIEH, D.A., (1988): "The Statistical Properties of Daily Foreign Exchange Rates: 1974-1983", *Journal of International Economics* 24, pp. 129-145.
- HSIEH, D.A., (1989): "Testing for Nonlinear Dependence in Daily Foreign Exchange Rates", *Journal of Business*, vol. 62, n° 3, pp. 339-368.
- ISASI, P., (1993a): "Aprendizaje no Supervisado: Redes de Kohonen", en OLMEDA, I. y BARBA-ROMERO, S., *Redes Neuronales Artificiales: Fundamentos y Aplicaciones*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Alcalá de Henares, Madrid, pp. 83-102.
- ISASI, P., (1993b): "Aprendizaje Competitivo: Teoría de la Resonancia Adaptativa", en OLMEDA, I. y BARBA-ROMERO, S., *Redes Neuronales Artificiales: Fundamentos y Aplicaciones*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Alcalá de Henares, Madrid, pp. 103-116.
- KAMSTRA, M. y KENNEDY, p. (1998): "Combining qualitative forecasts using logit", *International Journal of Forecasting*, 14, 83-93.
- KEENAN, D. (1985): "A Tuckey nonadditivity-type test for time series nonlinearity". *Biometrika*, 72, pp. 39-44.
- KOHONEN, T., (1977): *Associative Memory: A System Theoretical Approach*, Springer Verlag, New York, NY.
- KOHONEN, T., (1984): *Self-Organization and Associative Memory*, Springer Verlag, Berlin.
- KOHONEN, T., (1988): "An Introduction to Neural Computing". *Neural Networks*, vol. 1, pp. 3-16.
- KOSKO, B., (1986): "Bidirectional Associative Memories", *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-18, pp.42-60.
- KUAN, C.M. y WHITE, H., (1994): "Artificial Neural Networks: an Econometric Perspective". *Econometric Reviews*, 13, pp. 1-91.

- KUMAR, A. y OLMEDA, I., (1997): "A Study of Hybrid Models for Knowledge Discovery", *INFORMS Conference on Information Systems and Technology*, San Diego, CA, 1-5.
- LAFFARGA, J., MARTÍN, J.L. y VÁZQUEZ, M.J., (1986): "El Pronóstico a Largo Plazo del Fracaso en las Instituciones Bancarias: Metodología y Aplicaciones al Caso Español", *Esic-Market*, 54, octubre-diciembre, pp. 113-123.
- LE CUN, Y., (1985): "Une Procedure D'Apprentissage pour Reseau a Seuil Assymetrique", *Proceedings of Cognitiva*, 85, pp. 599-604.
- LEE, T.; WHITE, H. y GRANGER, C., (1989): "Testing For Neglected Nonlinearity in Time Series Models: A Comparison of Neural Networks and Alternative Tests". Dept. of Economics. University of California San Diego.
- LJUNG, G.M. y BOX, G.E.P. (1978): "On a measure of lack of fit in Time-Series models". *Biometrika*, 65, pp. 297-303.
- LORETAN, M. y PHILLIPS, P.C.B., (1993): "Testing the Covariance Stationarity of Heavy-Tailed Time Series: An Overview of the Theory with Applications to Several Financial Datasets", *Journal of Empirical Finance*, 1, pp. 211-248.
- LUKKONEN, R.; SAIKKONEN, P. y TERASVIRTA, T. (1988a): "Testing linearity against smooth transition autoregressions". *Biometrika*, 74, pp. 491-499.
- LUKKONEN, R.; SAIKKONEN, P. y TERASVIRTA, T. (1988b): "Testing linearity in univariate time series models". *Scandinavian Journal of Statistics*, 15, pp. 161-175.
- MAÑAS, L.A., (1986): *Empirical Behavior of Flexible Exchange Rates : Statistical Analysis and Consistent Models*, Ph.D. Dissertation, University of Chicago.
- MAREN, A.J., HARSTON, C.T. y PAP, R.M. (1990): *Handbook of Neural Computing Applications*, Ed. Academic Press.
- MCCULLOCH, W.S. y PITTS, W.A., (1943): "A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity", *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 5, pp. 115-133.
- MCLEOD, A. y LI, W., (1983): "Diagnostic checking ARMA time series models using squared-residual autocorrelations". *Journal of Time Series Analysis*, 4, pp. 269-273.

- MINSKY, M., (1954): *Neural-Analog Network and the Brain Model Problem*, PhD Thesis, MIT.
- MINSKY, M. y PAPERT, S., (1969): *Perceptrons: An Introduction to Computational Geometry*, The MIT Press. Cambridge, MA
- NEWBY, W. (1985): "Maximum likelihood specification testing and conditional moment tests". *Econometrica*, 53, pp. 1047-1070.
- OLMEDA, I. y BARBA-ROMERO, S., (1993): *Redes Neuronales Artificiales: Fundamentos y Aplicaciones*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Alcalá de Henares, Madrid.
- OLMEDA, I. y FERNÁNDEZ, E. (1997): "Hybrid classifiers for financial multicriteria decision making: the case of Bankruptcy prediction", *Computational Economics*, 10, 317-335.
- OLMEDA, I. y PEREZ, J., (1995): "Non-Linear Dynamics and Chaos in the Spanish Stock Market", *Investigaciones Económicas*, Vol. XIX (2), pp. 217-248.
- OLMEDA, I., (1993): "Aprendizaje y Generalización", en OLMEDA, I. y BARBA-ROMERO, S., *Redes Neuronales Artificiales: Fundamentos y Aplicaciones*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Alcalá de Henares, Madrid, pp. 43-63.
- PARKER, D.B., (1982): "Learning Logic Invention". Report S81-64, file 1, Office of Technology Licensing, Stanford University.
- PARKER, D.B., (1985): "Learning Logic", MIT Center for Computational Research in Economics and Management Science Technical Report TR-47.
- PARZEN, E., (1962): "On estimation of a probability density function and mode". *Annals of Mathematical Statistics*. 33, pp. 1065-1076.
- PHILLIPS, P. y PERRON, P., (1988): "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", *Biometrika* 75, pp. 335-346.
- RIOS, J., (1993): "Redes de Neuronas Artificiales en Problemas de Predicción", en OLMEDA, I. y BARBA-ROMERO, S., *Redes Neuronales Artificiales:*

- Fundamentos y Aplicaciones*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Alcalá de Henares, Madrid, pp. 183-196.
- ROBBINS, H. Y MONRO, S., (1951): "A stochastic approximation method". *The annals of Mathematical Statistics*. 22, pp. 400-407.
- ROBINSON, P.M., (1979): "The Estimation of a Nonlinear Moving Average Model". *Stochastic Processes and their Applications*, 5, pp. 81-90.
- ROBINSON, P.M., (1991): "Consistent nonparametric entropy-based testing". *Review of Economic Studies*. 58, pp. 437-453.
- RODRÍGUEZ, J.M.,(1989): "The Crisis in Spanish Private Banks: A Logit Analysis", *Finance*, vol 10, 1, pp. 69-85.
- ROGALSKI, R.J. y VINSO, J.D., (1978): "Empirical Properties of Foreign Exchange Rates", *Journal of International Business Studies* 9, pp. 69-79.
- ROSENBLATT, F. (1957): *The Perceptron: A Perceiving and Recognizing Automation*, Cornell Aeronautical Laboratory Report, 85-460-1.
- ROSENBLATT, F., (1958): "The Perceptron: A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain". *Psychological Review*, 65, págs. 386-408.
- ROSENBLATT, F. (1959): *Principles of Neurodynamics*, Spartan Books, New York.
- RUMELHART, D.E., HINTON, G. E. y WILLIAMS, R.J. (1986): "Learning Internal Representations by Error Propagation", en RUMELHART, D.E. et al. (eds.): *Parallel Distributed Processing: Explorations in the microstructure of cognition*. The MIT Press, Cambridge, MA.
- RUMELHART, D.E.; MCCLELLAND, J.L. y el Grupo PDP, (1986): *Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition*. The MIT Press, Cambridge, MA. Compilación y traducción al español por Alianza Editorial, colección Alianza Psicología. Aps. 37, 1992.
- RUSSELL, S., (1913): "A Practical Device to Simulate the Working of Nervous Discharges". *Journal of Animal Behaviour*, 3, pp. 1-15.
- SEJNOWSKI, T., (1986): "Higher-Order Boltzmann Machines", en DENKER, J. (Ed.): *AIP Conference Proceedings 151: Neural Networks for Computing*, American Institute of Physics, New York, pp. 398-403.

- SERRANO CINCA, C., (1994): "Las Redes Neuronales Artificiales en el Análisis de la Información Contable". Tesis Doctoral. Universidad de Zaragoza.
- SIMON, H. A., (1960): *The New Science of Management Decision*, Ed. Harper & Row, New York
- SLUTZKY, E.E., (1927): "The summation of random causes as the source of cyclical processes, en *The problems of Economic Conditions*". Conjecture Institute, Moscow.
- STINCHCOMBE, M. y WHITE, H., (1989): "Universal Approximation Using Feedforward Networks with Non-Sigmoid Hidden Layer Activation Functions", en *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, Washington D.C., New York: IEEE Press, pp. I: 612-617.
- SUBBA RAO, T. y GABR, M. (1980): "A test for linearity of stationary time series". *Journal of Time Series Analysis*, 1-2, pp. 145-158.
- SWANSON, N. y WHITE, H. (1992): "A model selection approach to assesing the information in the term structure using linear models and artificial neural networks". UCSD, Dept. of Economics, Working Paper.
- SZU, H., (1986): "Fast Simulated Annealing", en DENKER, J. (Ed.): *AIP Conference Proceedings 151: Neural Networks for Computing*, American Institute of Physics, New York, pp. 420-425.
- TAUCHEN, G. (1985) "Diagnostic testing and evaluation of maximum likelihood models". *The Journal of Econometrics*. 30, pp. 415-443.
- TONG, H. (1990): *Nonlinear Time Series: A Dynamical Systems Approach*. Clarendon Press, Oxford.
- TONG, H. y K.S LIM (1980): "Threshold autoregression, limit cycles and cyclical data". *Journal of the Royal Statistical Society B42*, pp. 245-292.
- TSAY, R.S. (1989): "Testing and modeling Threshold Autoregressive Processes". *Journal of the American Statistical Association*, 84, pp. 231-240.
- UTTLEY, A. (1956): *Temporal and Spatial Patterns in a Conditional Probability Machine*, en SHANNON, C. y McCARTHY, J., (Eds.): *Automata Studies*, Princenton University Press.

- WERBOS, P., (1974): "Beyond Regression: New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Sciences", Ph. D. Disertation, Harvard University, Department of Applied Mathematics.
- WESTERFIELD, J.M., (1977) : "An Examination of Foreign Exchange Risk under Fixed and Floating Rate Regimes", *Journal of International Economics* 7, pp. 181-200.
- WHITE, H., (1987): "Some Asymptotic Results for Back-Propagation, *Proceedings of the IEEE First International Conference on Neural Networks*, San Diego, New York: IEEE Press, pp. III: 261-266.
- WHITE, H. (1989a): "An additional hidden unit test for neglected nonlinearity in multilayer feedforward networks". Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, San Diego, CA.
- WHITE, H. (1989b): "Some asymptotic results for learning in single hidden layer feedforward network models". *Journal of the American Statistical Association*, 84, pp. 1003-1013.
- WIDROW, B., (1960): *An Adaptive "Adaline" Neuron Using Chemical "Memistors"*, Stanford Electronics Laboratory Technical Report, 1553-2.
- WIDROW, B., (1962): "Generalization and Information Storage in Networks of Adaline Neurons", en YOVITZ, M., JACOBI, G. y GOLDSTEIN, G. (Eds.): *Self-Organizing Systems*, Spartan Books, Washington, DC, pp. 435-461.
- WIDROW, B., GUPTA, N. y MAITRA, S., (1973): "Punish/Reward: Learning with a Critic in Adaptive Threshold Systems". *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 5, pp. 455-465.
- WIDROW, B. y HOFF, M.E., (1960): "Adaptive Switching Circuits". *IRE WESCON Convention Record*, part. 4, pp. 96-104.
- WILLIAMS, R., (1986): "Reinforcement Learning in Connectionist Networks: A Mathematical Analysis. Institute for Cognitive Science, Tech. Rep. 8605. University of California, San Diego.
- YULE, G.U. (1927): "On a method of investigating periodicities in disturbed series, with special reference to Wolfer's sunspot numbers". *Philos. Trans. Roy. Soc. London*. Ser A 226, pp. 267-298.



ZAFRA, J.L., CARPINTERO, A. y OLMEDA, I., (1993): “Algunas Aplicaciones de la Redes Neuronales Artificiales”, en OLMEDA, I. y BARBA-ROMERO, S., *Redes Neuronales Artificiales: Fundamentos y Aplicaciones*, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Alcalá de Henares, Madrid, pp. 197-214.

**TABLA 4.1**

**Orden (p) del proceso AR(p) que minimiza el AIC**

Peseta/divisa	1er. período: 24/4/72-12/3/79	2°. período: 13/3/79-18/6/89	3er. período: 19/6/89-21/4/97
DMK	10	13	18
FFR	19	5	17
LIT	18	1	8
STG	20	8	20
USD	12	10	15
YEN	3	13	16

**Nota:** Valores del parámetro  $p$ , que representa el número de retardos del proceso AR(p) que minimiza el criterio de información de Akaike (AIC).

**TABLA 4.2**  
**Estadístico BDS**

**1er. período: 24/4/72-12/3/79**

peseta/divisa	$h=2$	$h=3$	$h=4$	$h=5$
DMK	11.72	14.97	16.22	17.24
FFR	11.38	15.02	16.67	17.75
LIT	19.62	20.01	20.75	21.84
STG	8.30	8.97	9.58	9.41
USD	15.94	15.75	14.93	14.16
YEN	16.08	16.89	17.07	17.11

**2°. período: 13/3/79-18/6/89**

peseta/divisa	$h=2$	$h=3$	$h=4$	$h=5$
DMK	10.14	10.46	10.52	10.73
FFR	9.11	9.81	10.12	10.48
LIT	13.84	13.99	13.80	13.41
STG	7.56	7.78	8.06	8.00
USD	7.82	10.37	12.26	14.03
YEN	9.19	9.24	9.40	9.69

**3er. período: 19/6/89-21/4/97**

peseta/divisa	$h=2$	$h=3$	$h=4$	$h=5$
DMK	13.05	15.86	16.96	17.25
FFR	14.81	16.84	17.10	16.91
LIT	18.05	20.10	20.85	21.39
STG	13.61	15.66	16.25	16.88
USD	6.64	7.23	7.57	7.96
YEN	7.86	9.69	10.28	10.98

**Nota:** Valores del estadístico BDS (Brock et al., 1987) para la hipótesis nula de que los residuos de los modelos estimados son IID. Valores críticos: 1.645 (10%); 1.960 (5%); 2.326 (2%); 2.576 (1%).

Análisis comparativo de los modelos de Heterocedasticidad Condicional frente al Homocedástico

Figura 4.1: DMK

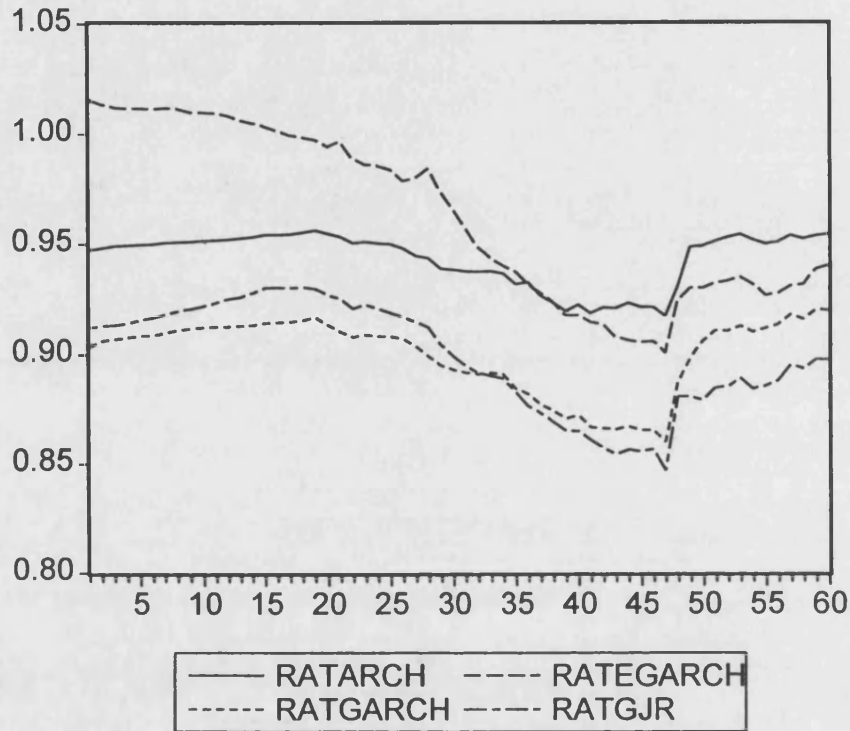
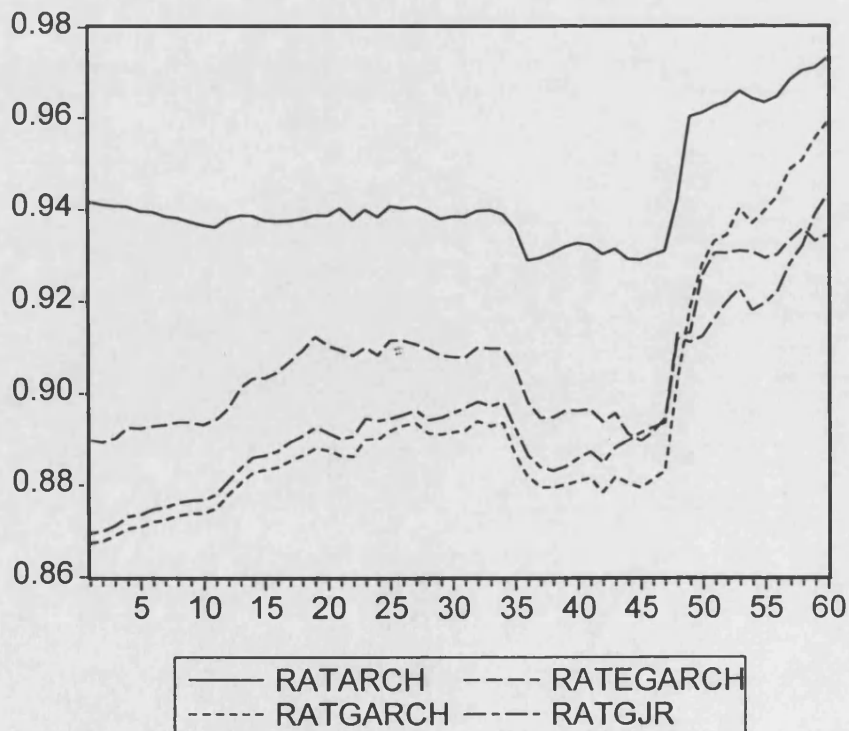


Figura 4.2: FFR



Análisis comparativo de los modelos de Heterocedasticidad Condicional frente al Homocedástico

Figura 4.3: LIT

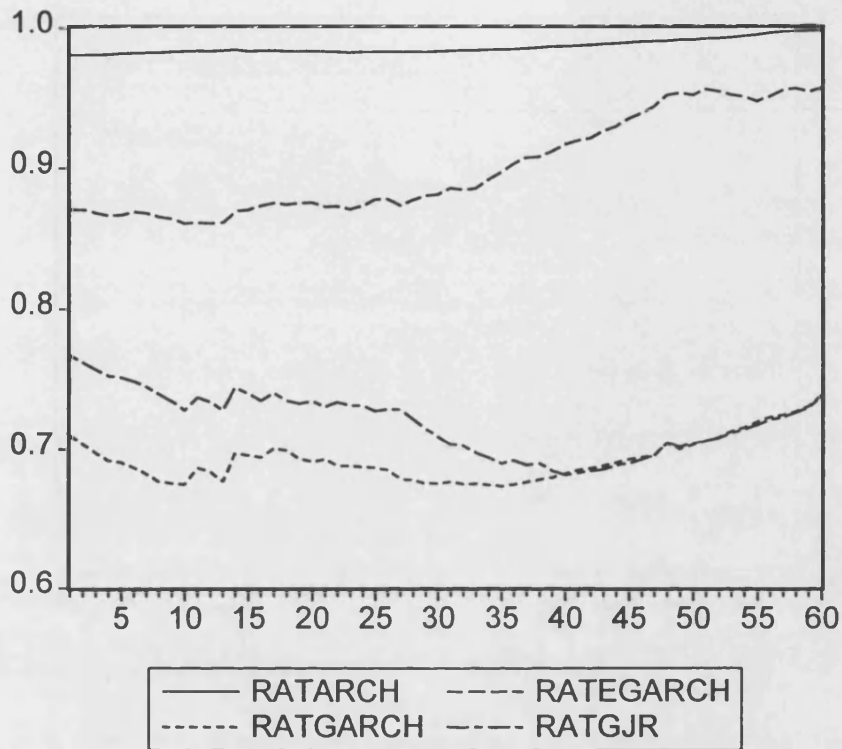
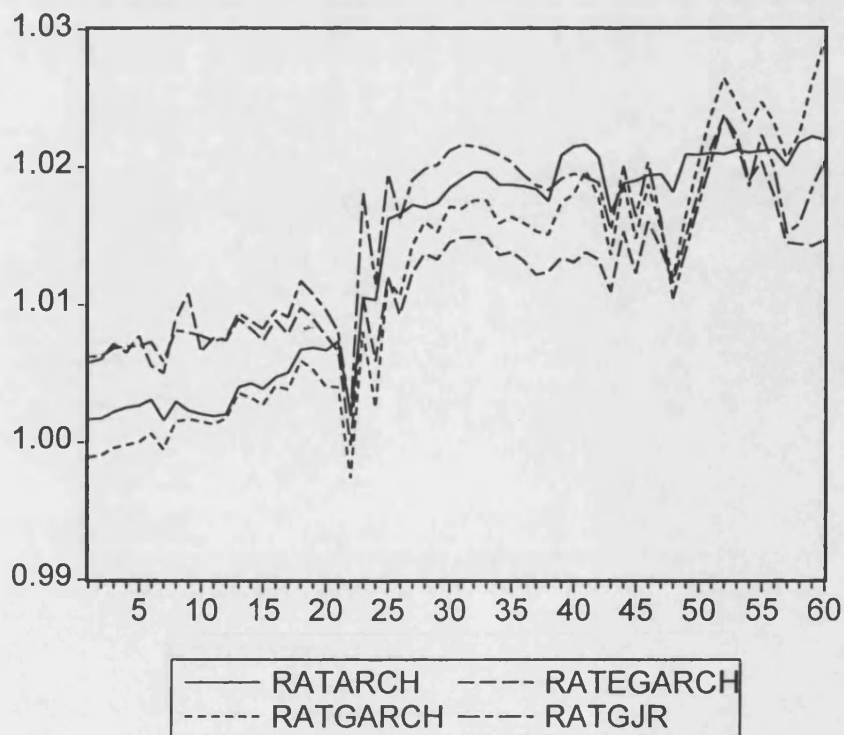


Figura 4.4: STG



Análisis comparativo de los modelos de Heterocedasticidad Condicional frente al Homocedástico

Figura 4.5: USD

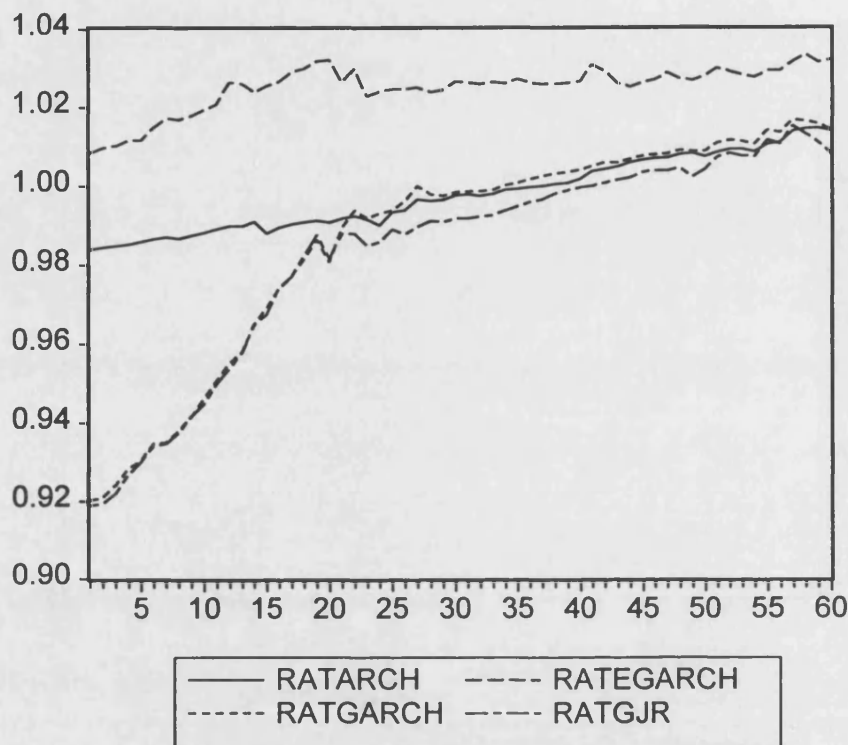
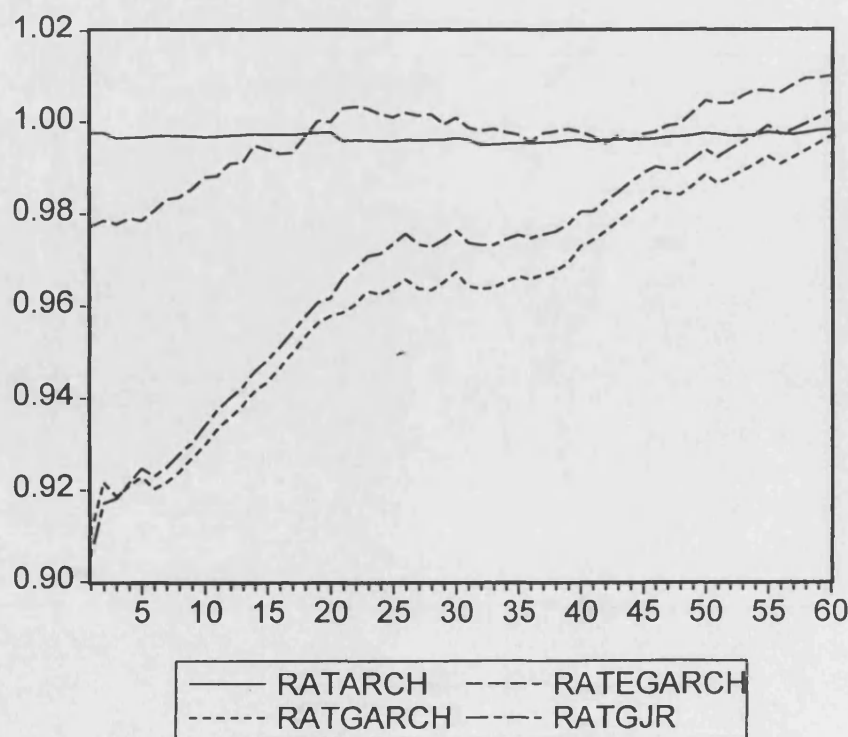


Figura 4.6: YEN



Análisis comparativo de los RNA en relación con la media de los modelos de la clase ARCH

Figura 4.7: DMK

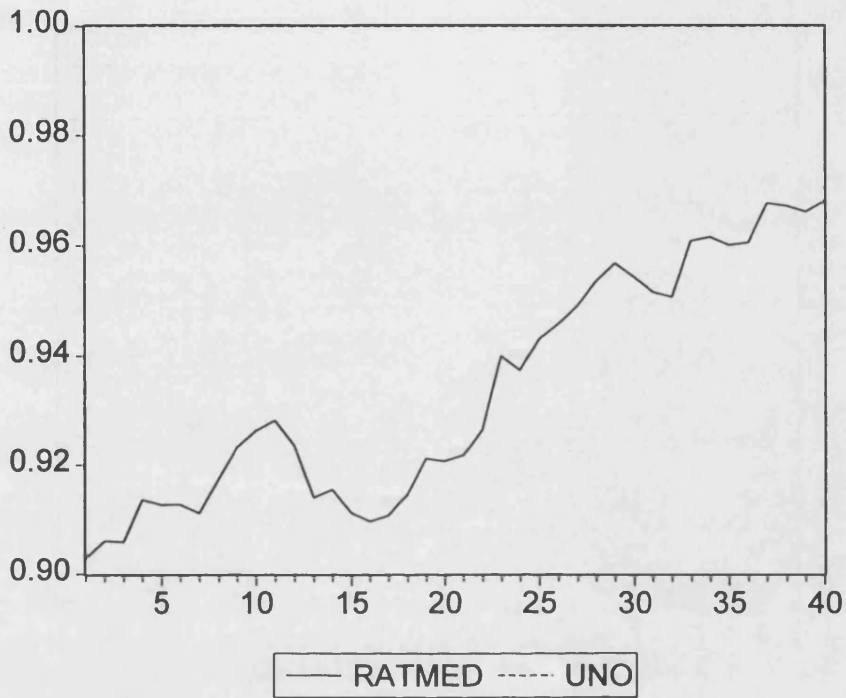
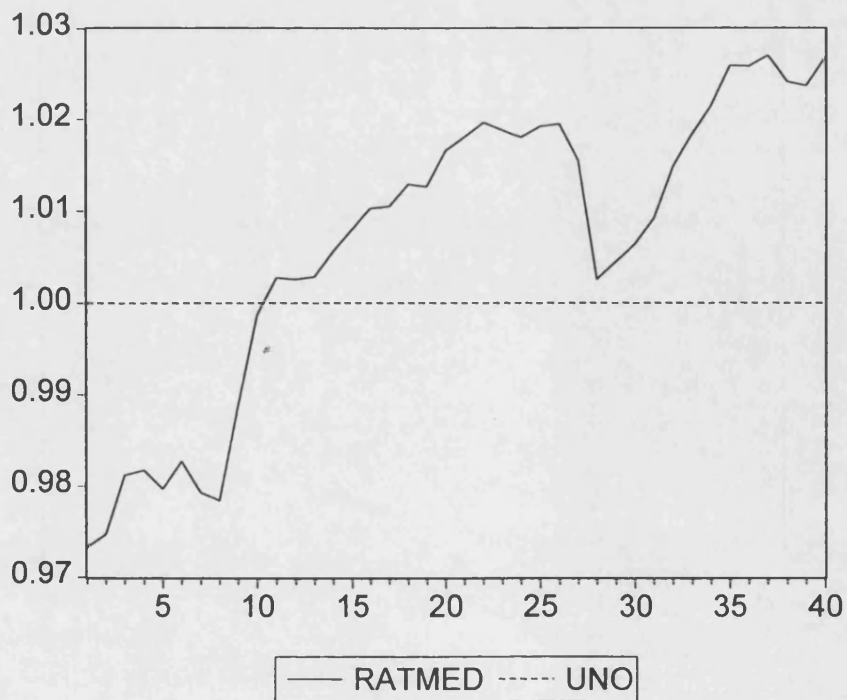


Figura 4.8: FFR



Análisis comparativo de los RNA en relación con la media de los modelos de la clase ARCH

Figura 4.9: LIT

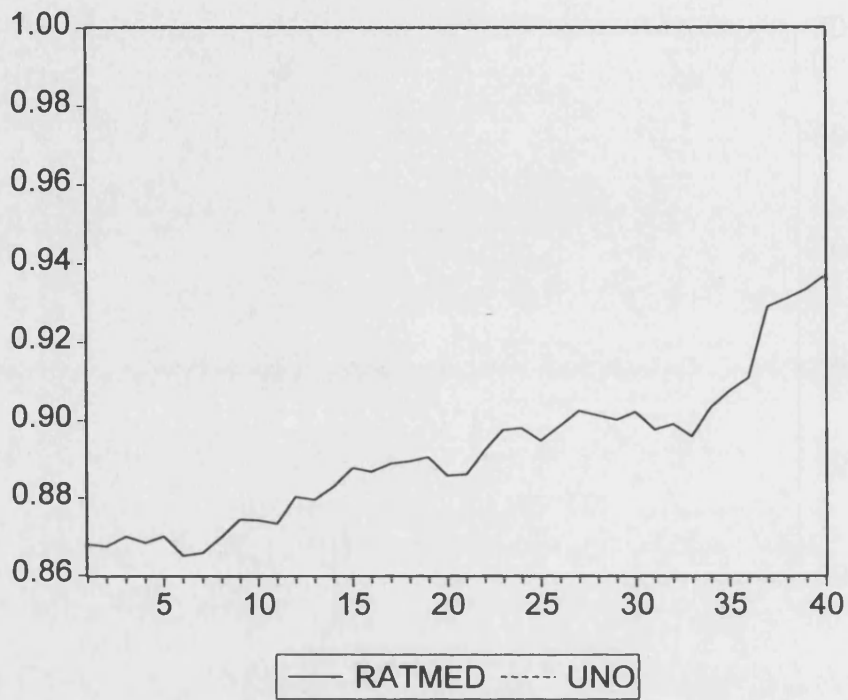
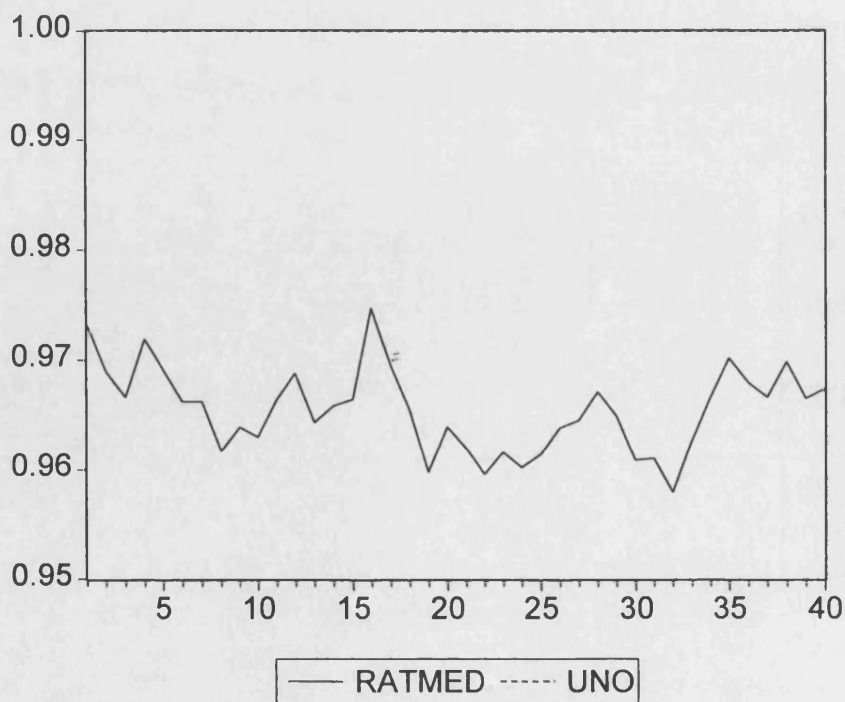


Figura 4.10: STG



Análisis comparativo de los RNA en relación con la media de los modelos de la clase ARCH

Figura 4.11: USD

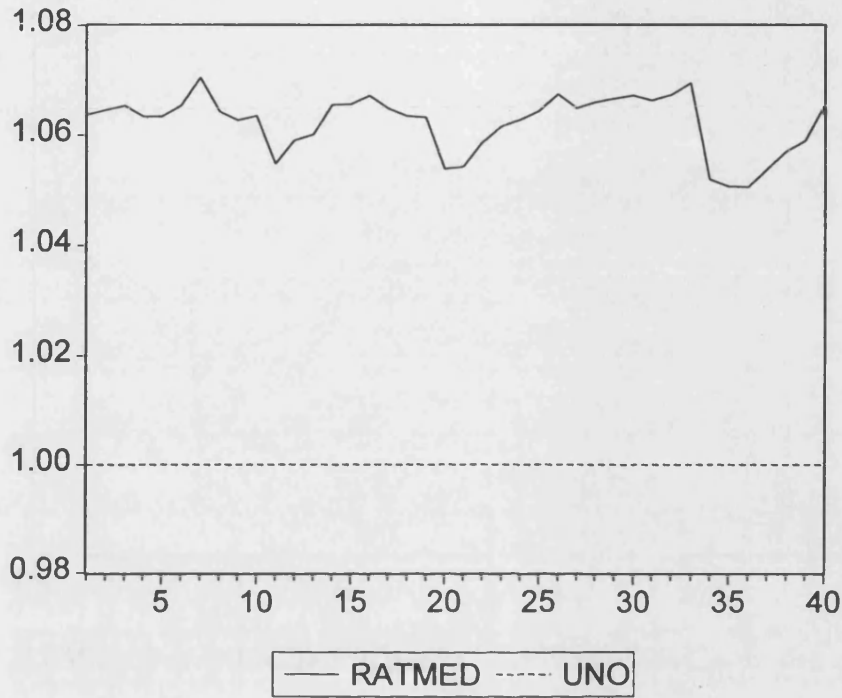
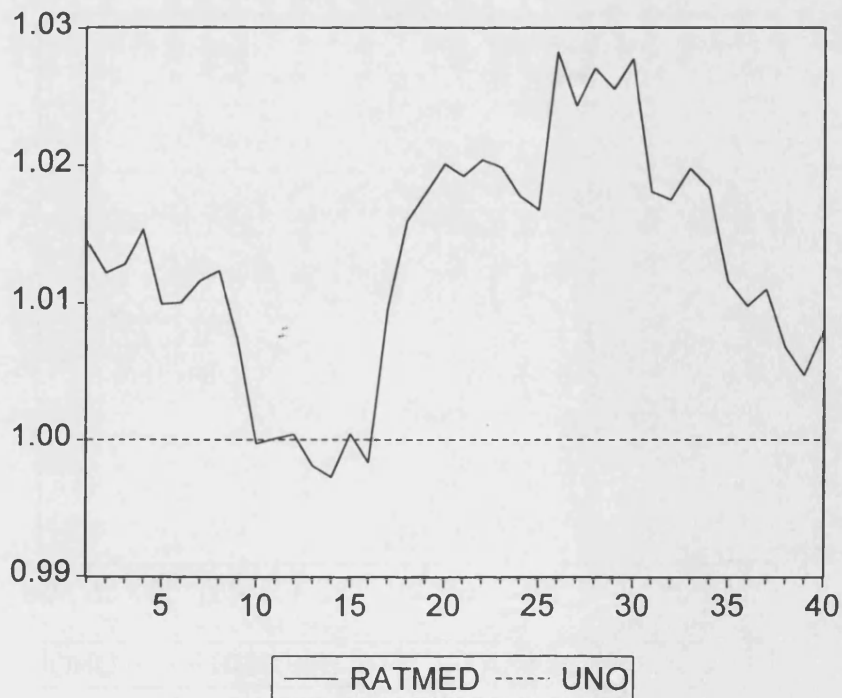


Figura 4.12: YEN





Análisis comparativo de los modelos híbridos (RNA y Lineal) frente a la media de los modelos de Volatilidad Condicional

Figura 4.13: DMK

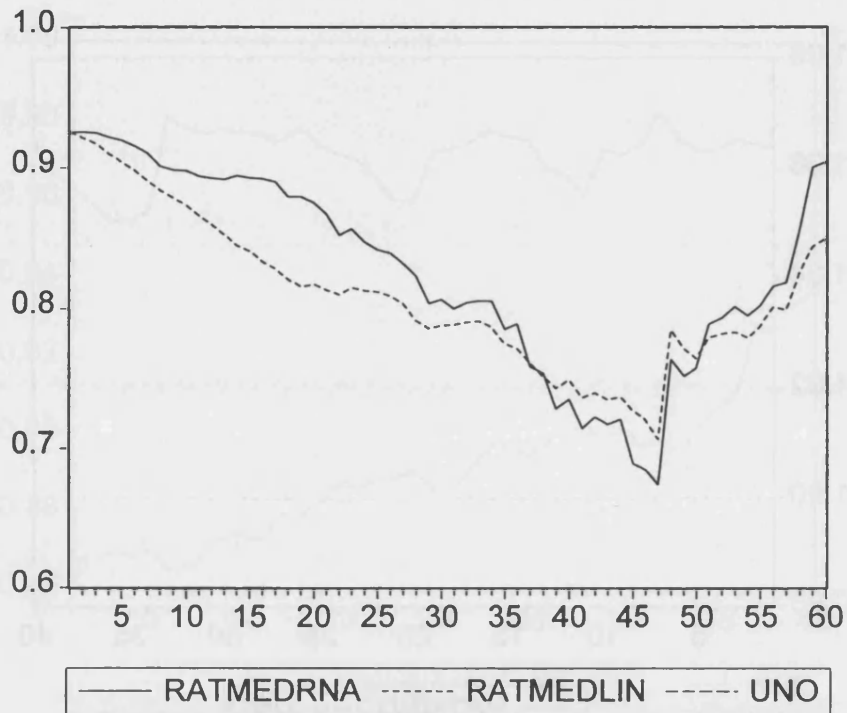
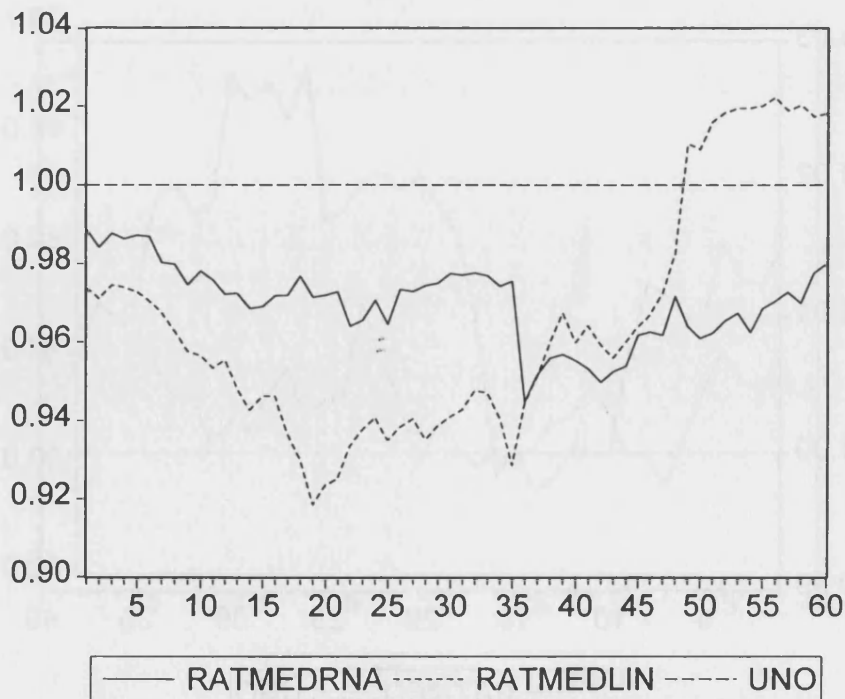


Figura 4.14: FFR



Análisis comparativo de los modelos híbridos (RNA y Lineal) frente a la media de los modelos de Volatilidad Condicional

Figura 4.15: LIT

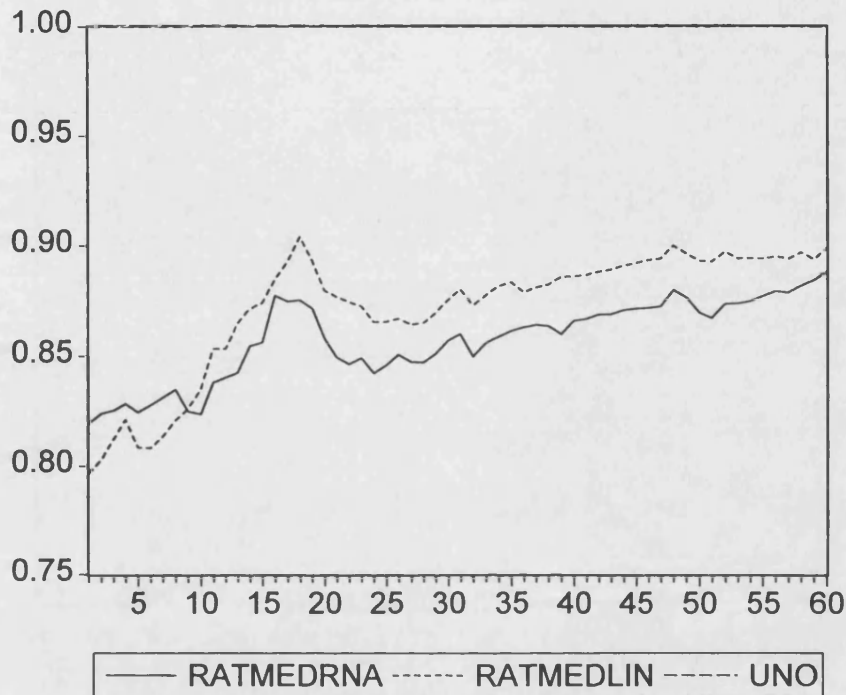
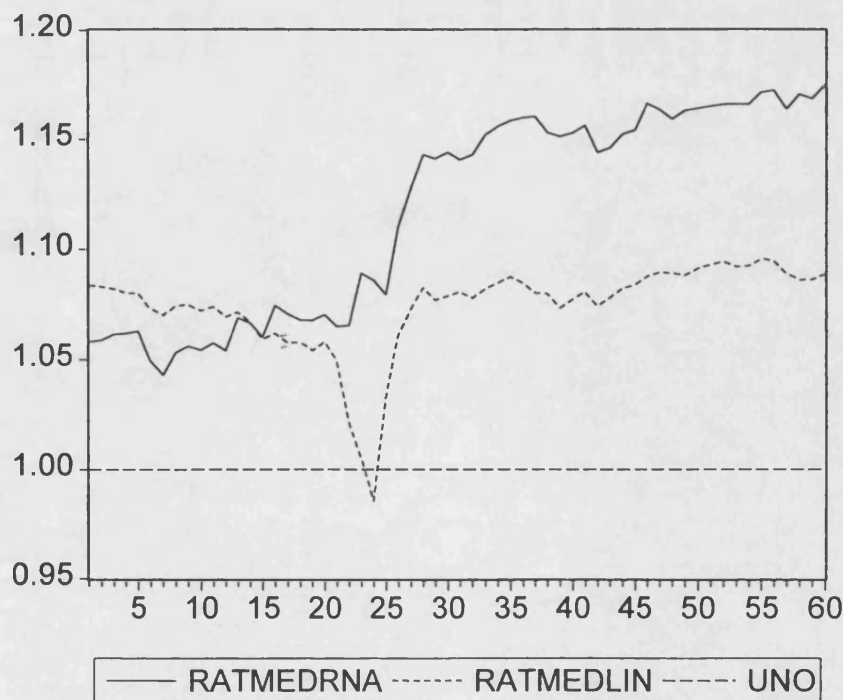


Figura 4.16: STG



Análisis comparativo de los modelos híbridos (RNA y Lineal) frente a la media de los modelos de Volatilidad Condicional

Figura 4.17: USD

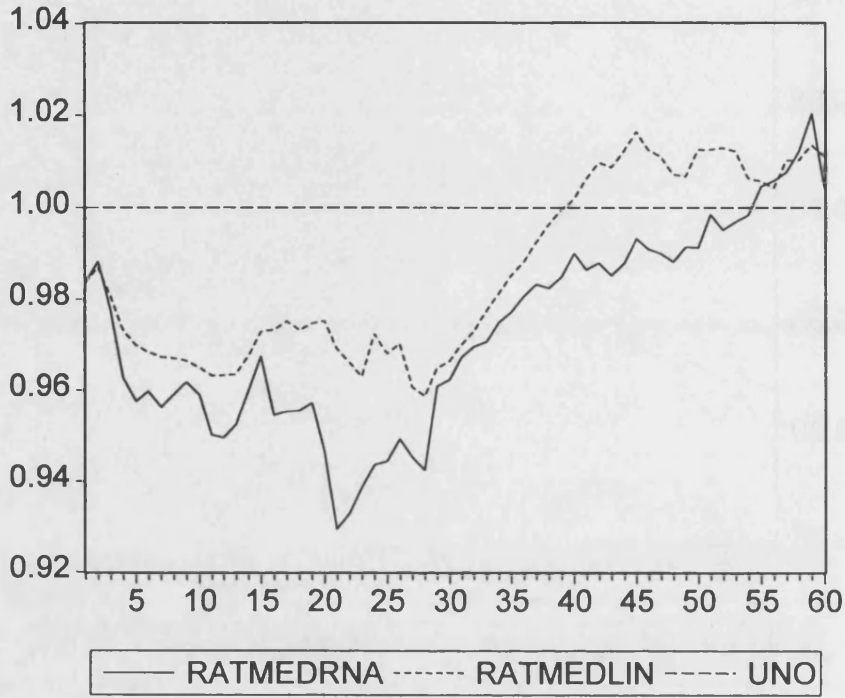
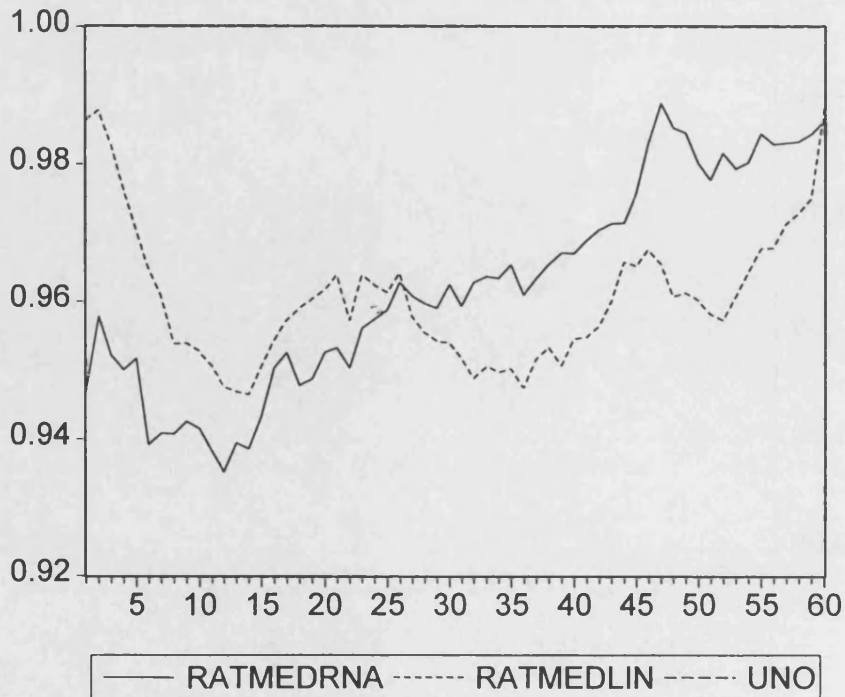


Figura 4.18: YEN



Análisis comparativo de los modelos híbridos (RNA y Lineal) frente al modelo paramétrico que mejor se comporta

Figura 4.19: DMK

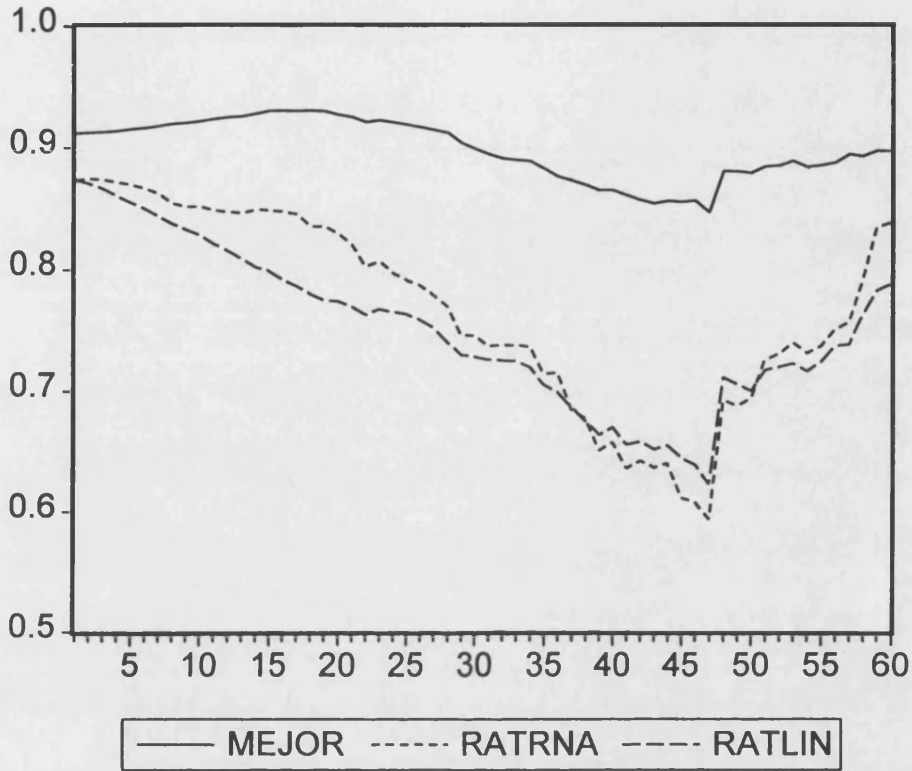
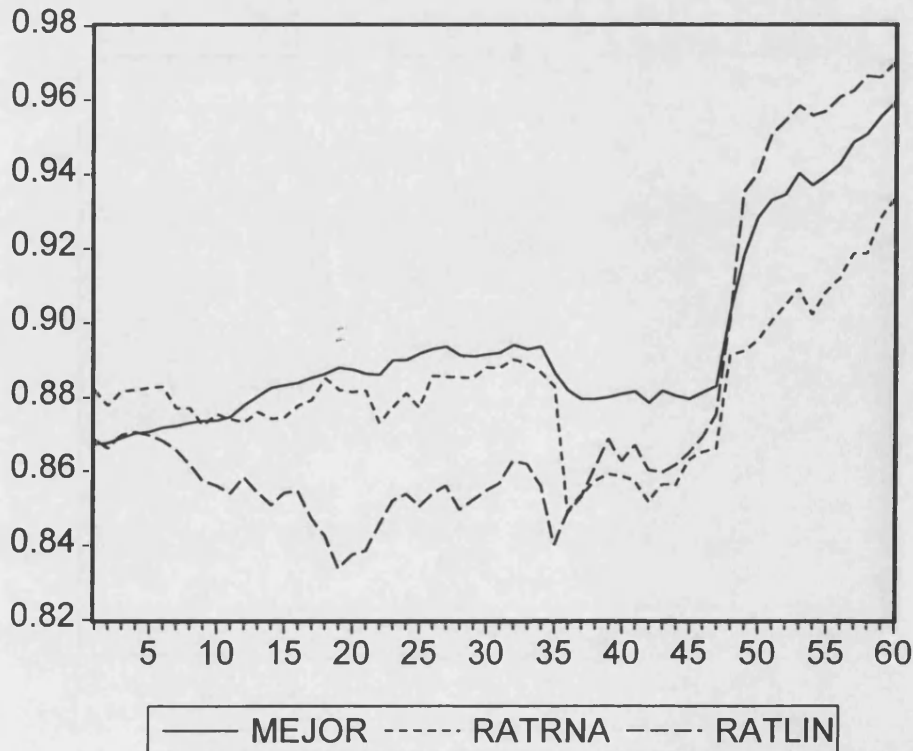


Figura 4.20: FFR



Análisis comparativo de los modelos híbridos (RNA y Lineal) frente al modelo paramétrico que mejor se comporta

Figura 4.21: LIT

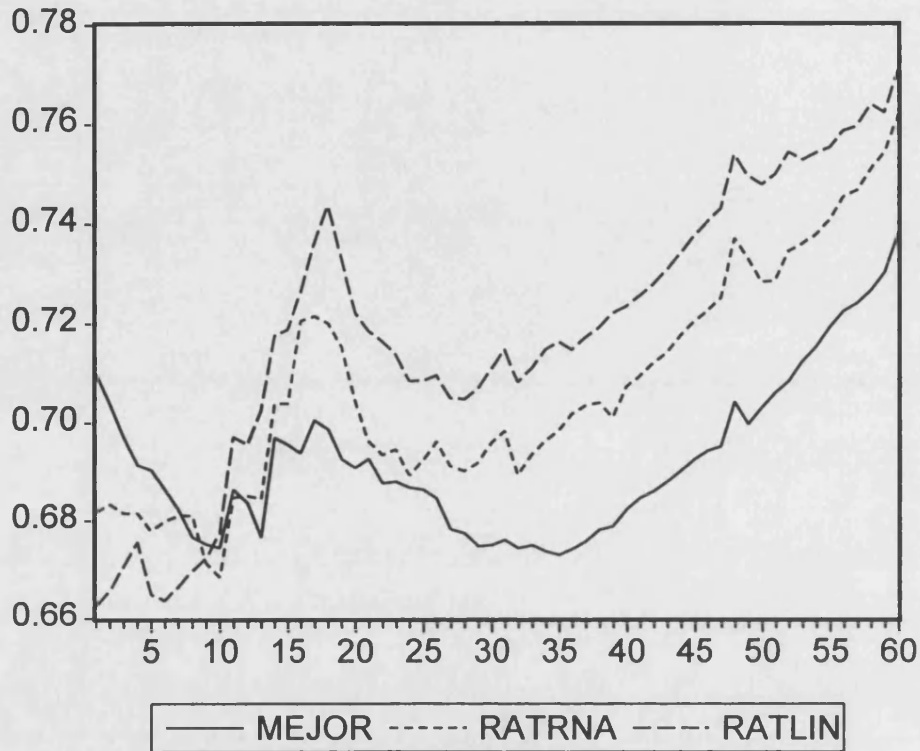
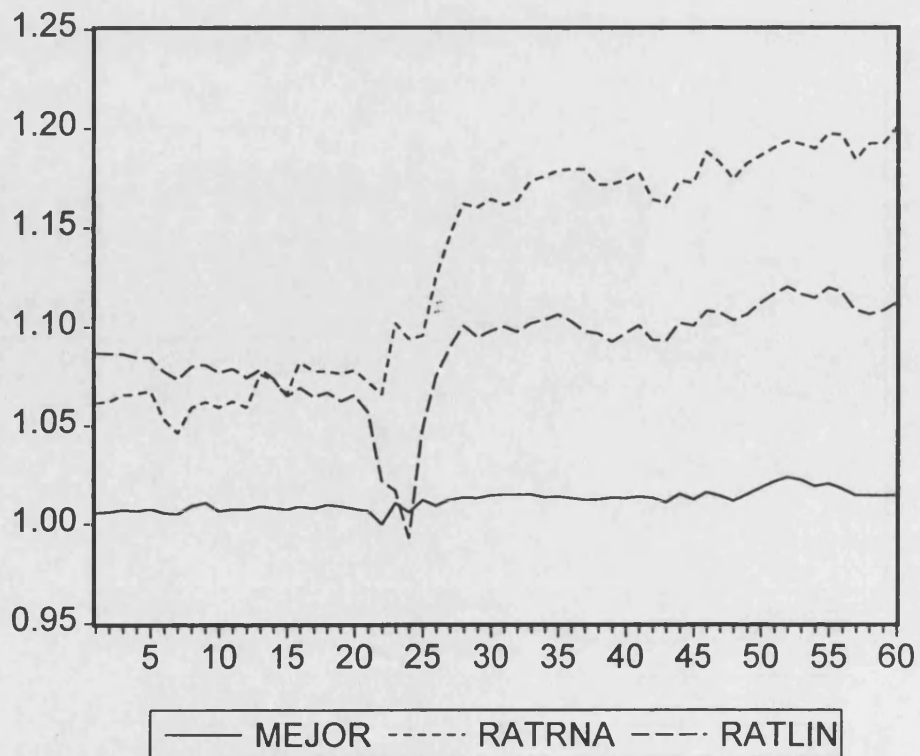


Figura 4.22: STG



Análisis comparativo de los modelos híbridos (RNA y Lineal) frente al modelo paramétrico que mejor se comporta

Figura 4.23: USD

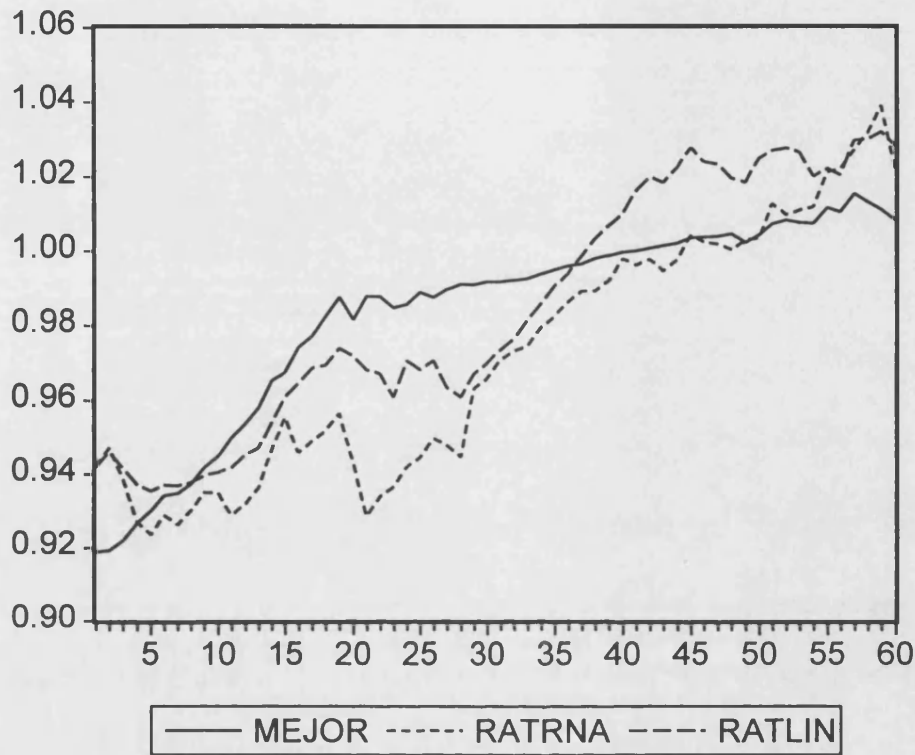
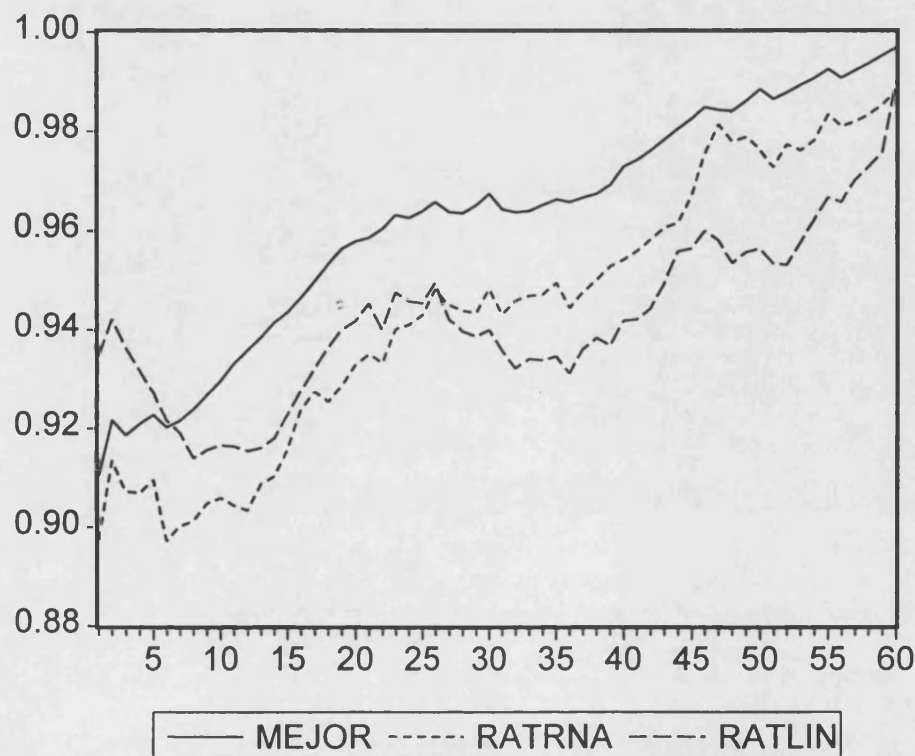


Figura 4.24: YEN





# Resumen y Conclusiones

Para finalizar la presente Tesis, a pesar de que en cada uno de los análisis efectuados en los capítulos anteriores hemos ido exponiendo los resultados y conclusiones que de ellos se pueden derivar, consideramos interesante aunarlos en este último capítulo, además de introducir algunas consideraciones adicionales. Estas consideraciones recogen el motivo de nuestro esfuerzo investigador, así como las evidencias obtenidas a la luz de los resultados de los estudios efectuados a lo largo de esta Tesis.

En el presente trabajo presentamos modelos para la determinación de la volatilidad del tipo de cambio diario de la peseta frente a diferentes monedas cotizadas en el mercado español de divisas al contado, con lo que hemos pretendido lograr los siguientes fines:

1. Describir las características que muestra la evolución de esos tipos de cambio durante nueve períodos de tiempo bien diferenciados a lo largo de los veinticinco años, que comprenden desde abril de 1972 hasta abril de 1997, abarcados en nuestros análisis.
2. Aproximarnos a la correcta caracterización de la dinámica subyacente en las series de volatilidades del tipo de cambio utilizadas. Debemos destacar que presentamos unificadamente los distintos modelos de predicción de volatilidad



del tipo de cambio, con el fin de ofrecer una imagen conjunta de los mismos, en lugar de tratar las diferentes posibilidades de modelización de manera inconexa. Creemos que el plantear así el tema puede ofrecer una visión mucho más completa y acertada de la dinámica subyacente en la volatilidad del tipo de cambio.

3. Determinar la posibilidad de predecir la volatilidad de las variaciones diarias del tipo de cambio.
4. Establecer cuáles son los modelos más adecuados para predecir la volatilidad de los rendimientos diarios del tipo de cambio, que puedan constituir un instrumento de utilidad para los agentes cuyas decisiones están altamente relacionadas con los precios de las distintas monedas cotizadas en el mercado cambiario, como instituciones financieras, empresas que comercian con el exterior, instituciones o individuos que invierten o se financian en moneda extranjera, empresas turísticas, etc.
5. Proponer un nuevo enfoque de RNA, un modelo híbrido, que basado en una sencilla combinación de diferentes modelos, permite construir modelizaciones más complejas que aprovechan las ventajas de cada uno de los modelos individuales.

Somos conscientes de que nuestro estudio podría haberse abordado con una mayor extensión, en dos sentidos; por una parte, podíamos haber utilizado un número de particiones más elevado, al objeto de tomar en consideración acontecimientos como la liberalización del mercado de capitales en nuestro país, o los diferentes realineamientos de paridades acaecidos en el seno del SME, sobre todo durante el período de crisis iniciado en 1992. En segundo lugar, efectuamos un análisis de las características estadísticas básicas de las series mediante herramientas tradicionales, pudiendo haber empleado contrastes más potentes.

Sin embargo, el no haber afrontado este análisis estadístico preliminar con mayor exhaustividad responde a una doble causa: en primer lugar, trabajar con más de nueve submuestras hubiese resultado prácticamente inoperante; por el mismo motivo, en los

estudios posteriores de carácter predictivo nos centramos en los tres primeros períodos, los principales, únicamente. En segundo término, no efectuamos un análisis más completo debido, sobre todo, a que este estudio, aunque permite extraer numerosas e importantes conclusiones en cuanto al comportamiento de los tipos de cambio y los cambios en su dinámica, y que es de obligado cumplimiento para el tratamiento posterior de las series con que trabajamos, en cierta medida se escapa del fin último de la Tesis que presentamos.

El análisis lo limitamos al tipo de cambio de la peseta frente a seis monedas: el marco alemán, franco francés, lira italiana, libra esterlina, dólar estadounidense y yen japonés. Los criterios en que se fundamenta la elección de estas seis monedas, y no otras alternativas, hacen referencia a la posibilidad de obtener conclusiones en cuanto a los efectos de la existencia o no del SME y de la pertenencia de la moneda española a dicho Sistema, la importancia sobre el volumen total de operaciones en divisas efectuadas en los mercados financieros, así como el peso relativo del país de la moneda en cuestión en relación con la totalidad de intercambios comerciales de nuestro país con el exterior.

De entre las monedas seleccionadas, destacamos una pluralidad de situaciones en relación con su pertenencia o no al MCI del SME. Por ejemplo, el marco alemán y el franco francés, desde la creación del Sistema, siempre han estado incorporadas en la disciplina cambiaria del mismo. El dólar estadounidense y el yen japonés obviamente nunca han pertenecido al SME. Por último, la lira italiana que se adhiere en el momento de su puesta en funcionamiento y la libra esterlina, que aún perteneciendo al SME desde su creación, no se incorpora al MCI de dicho Sistema hasta el ocho de octubre de 1990, abandonan el MCI el 17 de septiembre de 1992, para reincorporarse al mismo, en el caso de la lira italiana, el 25 de noviembre de 1996. La libra esterlina, por el contrario, no ha vuelto a adherirse a la disciplina cambiaria del SME.

En la Tesis que presentamos adoptamos un enfoque predictivo, basado en el empleo de sofisticadas técnicas de análisis cuantitativo, con el fin de obtener modelos que, a partir de las observaciones pasadas, permiten realizar predicciones de la volatilidad de los tipos de cambio considerados en nuestro análisis. Así, queda fuera de nuestro objetivo establecer

algún tipo de relación entre el tipo de cambio o su volatilidad con aquellas variables que diferentes modelos económicos consideran relevantes en su determinación.

La razón por la que hemos seleccionado este ámbito de estudio radica, básicamente, en las importantes implicaciones que en el campo de la economía financiera conllevan los tipos de cambio, así como su volatilidad. Las predicciones constituyen una herramienta de gran utilidad a la hora de adoptar decisiones de carácter económico y financiero, pues reducen el nivel de incertidumbre del decisor, al tiempo que le proporcionan una imagen de la probable información futura de la variable de interés.

En nuestro trabajo, utilizamos series de tipos de cambio diarios, no obstante, al constituir éstas un ejemplo típico de series temporales financieras, la metodología que empleamos a lo largo de nuestros análisis es susceptible de aplicación a otras series de la misma naturaleza, a saber, cotizaciones de acciones, tipos de interés, etc.

### **Conclusiones y Consideraciones últimas**

En este apartado resumimos los resultados y conclusiones más relevantes que pueden extraerse de los análisis efectuados para las series de volatilidades diarias de los tipos de cambio de la peseta frente a las seis monedas seleccionadas. Por motivos de organización y claridad, presentamos las conclusiones por bloques, cuyo orden es acorde con la estructura de la presente Tesis.

1- En el primer capítulo revisamos la literatura existente en relación con la modelización del tipo de cambio, además de detallar algunas de las implicaciones del mismo para la economía financiera, en general, y para la empresa, en particular. Esto nos ha permitido efectuar las siguientes reflexiones:

Como bien sabemos, las variaciones del tipo de cambio afectan tanto a la rentabilidad, como al valor de las principales empresas que operan en el ámbito internacional. Muestra de ello es que desde el comienzo del sistema de tipos de cambio

flotantes, el riesgo de cambio se convierte en una de las principales preocupaciones de las empresas cuyas operaciones rebasan sus fronteras. Por tanto, pensamos que, en el contexto empresarial, la estimación y predicción de la volatilidad del tipo de cambio es una cuestión primordial, al generar una medida del riesgo de cambio, necesaria para diseñar las estrategias de cobertura adecuadas y para prever los resultados futuros de la empresa.

Además, consideramos que el gestionar el riesgo de cambio es fundamental para la empresa, pues en presencia de ciertos factores como sistemas impositivos convexos y costes de quiebra y agencia, puede aumentar su valor.

Por otra parte, para determinar el modelo VaR es necesario estimar la volatilidad de todos los activos que componen la cartera de una institución, mientras que el cálculo del EaR está basado en la volatilidad del valor del flujo de ganancias de cada actividad o línea de negocio, para cuantificar el riesgo de mercado. Así pues, desde el momento en que, bien los activos, o bien las ganancias en cuestión están expuestas al riesgo de cambio, es necesario estimar la volatilidad del precio de las monedas. Es en este punto donde vuelve a ponerse de manifiesto la relevancia de la predicción de la volatilidad del tipo de cambio.

También consideramos que, como el precio de los activos derivados depende, en gran medida, de la volatilidad del activo subyacente, la predicción de la volatilidad del tipo de cambio es fundamental en los modelos de valoración de activos contingentes, cuyo subyacente es la divisa. En este sentido, consideramos que el trabajo llevado a cabo en la presente Tesis, de predecir la volatilidad del tipo de cambio utilizando observaciones históricas, bien de rendimientos o bien de volatilidades, en lugar de emplear la volatilidad implícita, puede resultar de gran utilidad en la predicción del precio futuro de las opciones sobre divisas.

La justificación de este argumento reside en dos cuestiones. En primer lugar, que existe una evidencia empírica suficiente (Day y Lewis (1992), Harvey y Whaley (1992),

Engle, Hong, Kane y Noh (1993), Engle, Kane y Noh (1993) y Noh, Engle, Kane (1994), entre otros) a favor de que, los modelos que predicen la volatilidad del tipo de cambio a partir de datos históricos son bastante más eficientes que aquéllos que emplean la volatilidad implícita. En consecuencia, en relación con la predicción del precio de las opciones, los modelos que se basan en las volatilidades generadas mediante modelizaciones que parten de observaciones históricas presentan una calidad predictiva superior a la de aquéllos que utilizan volatilidades implícitas. En segundo término, al contrario del modelo de valoración de opciones de Black-Scholes (1973), que supone una volatilidad implícita constante y, en consecuencia, inconsistente con la existencia de heterocedasticidad, los modelos de predicción de volatilidad que parten de las series de rendimientos o volatilidades históricas permiten predecir volatilidades dinámicas, acordes con el comportamiento del mercado. Por ello, podemos concluir que estos últimos poseen una mayor eficiencia predictiva que aquellos modelos que predicen la volatilidad a partir de la teoría de valoración de opciones.

2- a) En el análisis preliminar de las series de tipo de cambio objeto de estudio, efectuado en el segundo capítulo, donde estudiamos las características estadísticas de las mencionadas series, se pone de manifiesto que, para las tres submuestras escogidas, el nivel del tipo de cambio diario de la peseta frente a las seis divisas consideradas presenta una única raíz unitaria, por lo que las fluctuaciones diarias se muestran estacionarias

Al analizar los rendimientos del tipo de cambio, podemos concluir que para las nueve submuestras consideradas y las seis monedas, la media incondicional es prácticamente igual a cero.

La desviación típica de los rendimientos muestra que el período que abarca desde la incorporación de la peseta al MCI del SME, hasta el inicio de la crisis del mismo, el 2 de junio de 1992, es el de mayor estabilidad para el tipo de cambio de la peseta en relación con el resto de monedas comunitarias. Sin embargo, frente al dólar y yen, el período durante el cuál nuestra moneda se muestra más estable es el que comienza tras la

última devaluación de la peseta (6 de marzo de 1995). Los períodos más volátiles son el comprendido entre la entrada en vigor del Acuerdo de Basilea y la creación del SME, junto con el de la crisis del SME.

El análisis de la volatilidad del tipo de cambio de la peseta, también muestra que, tanto la puesta en funcionamiento del SME, como la incorporación de la peseta en el mismo, conllevan una importante disminución de la volatilidad máxima, en relación con las seis monedas contempladas. Así, consideramos que se produce un importante avance en relación con la consecución de uno de los objetivos primordiales del SME desde su creación, la estabilidad cambiaria.

El análisis de normalidad, mediante la determinación, tanto de los coeficientes de asimetría y curtosis, como del contraste Jarque-Bera, nos permite afirmar, en consonancia con otros autores, que los rendimientos, para todas las monedas y períodos tomados en consideración, no se distribuyen según una normal. Sus distribuciones presentan asimetría y colas anchas. Esto nos permite concluir que, debido a la leptocurtosis que caracteriza las distribuciones, la varianza no permanece constante en el tiempo, es decir, existe heterocedasticidad, lo que significa que el riesgo del activo en cuestión, en nuestro caso del tipo de cambio, al contrario de lo que suponen algunos modelos de valoración, es variable. En consecuencia, una distribución normal con parámetros media-varianza fijos no explica de forma adecuada el comportamiento de las fluctuaciones de las series cambiarias analizadas, por lo que resulta erróneo adoptar como medida de la volatilidad de los tipos de cambio la desviación típica muestral.

En líneas generales, para el conjunto de las seis monedas tratadas, con la creación del SME se pasa de la incorrelación de rendimientos a la existencia de autocorrelación serial en los mismos, la cuál se mantiene al adherirse la peseta al MCI del mencionado Sistema. Este hecho muestra que la dinámica cambiaria frente a la peseta de todas las monedas se ve alterada con la creación del SME y, más aún, con la incorporación de la peseta en el mismo, que ejerce un efecto diferenciador sobre la misma. El impacto de la puesta en marcha del SME, como era de esperar, es más notable para las tres monedas

(marco, franco y lira) que pertenecen al MCI del SME desde su creación. La evolución del tipo de cambio peseta/libra, aunque menos acusado, también sufre un cambio considerable, lo que no resulta extraño ya que, a pesar de que hasta 1990 el Reino Unido no entra a formar parte del MCI del SME, la libra está integrada en el ECU desde la creación del mismo. La diferencia en la dinámica cambiaria de las monedas japonesa y estadounidense, como es lógico por ser ajenas al SME, es mucho más ligera. La adhesión de nuestro país al MCI del SME genera cambios importantes en el comportamiento del tipo de cambio de la peseta, sobre todo en relación con las monedas no vinculadas al Sistema. Así, el efecto diferenciador que genera la creación del SME en la dinámica cambiaria de la peseta frente al marco, franco, lira y libra, permanece al incorporarse nuestra moneda en el SME y se propaga al dólar y al yen.

El análisis de existencia de dependencias lineales en la volatilidad de los tipos de cambio analizados, por cualquiera de las tres medidas de volatilidad empleadas (cuadrado y valor absoluto de las diferencias logarítmicas del tipo de cambio y estimaciones GARCH (1,1)), ofrece resultados similares que en el caso de los rendimientos. La puesta en marcha del SME y, más aún, la pertenencia al mismo de la peseta, afecta considerablemente al comportamiento de las series analizadas, ocasionando importantes cambios en la dinámica cambiaria de la peseta frente a las seis monedas seleccionadas. La creación del SME abre paso a una etapa caracterizada, como cabía esperar, por la elevada autocorrelación de la volatilidad del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas contempladas, autocorrelación que muestra un enorme y sostenido aumento, el cuál se acentúa considerablemente con la adhesión de nuestro país al MCI del SME.

De las conclusiones obtenidas a lo largo de este análisis, leptocurtosis de las diferencias logarítmicas del tipo de cambio, así como elevada autocorrelación en la volatilidad de las mismas, sobre todo en los períodos segundo y tercero, se desprende que la dinámica de las series con que trabajamos presenta indicios heterocedasticidad. En consecuencia, si la forma de esta no linealidad en varianza es conocida (lineal o no lineal), los procesos ARCH representan el medio adecuado para su modelización.

b) Como acabamos de comentar, los resultados que ofrece el análisis de las características estadísticas de las series contempladas apuntan a la existencia de indicios de no linealidad en varianza o, lo que es lo mismo, heterocedasticidad. Esto nos conduce a efectuar, también en el capítulo 2, un segundo estudio en el que acometemos la labor de predecir la volatilidad de las mencionadas series de fluctuaciones de los tipos de cambio, a través de diferentes tipos de procesos ARCH, al objeto de comparar su calidad en términos predictivos, tanto entre sí, como en relación con el modelo homocedástico. Para ello empleamos una pluralidad de medidas del error de predicción, tanto simétricas como asimétricas.

Debemos destacar que, no es fácil obtener una imagen completamente clara de los resultados que se desprenden del estudio realizado, aunque sí permite extraer importantes conclusiones: ningún modelo domina sistemáticamente a los demás, para todos los períodos de tiempo, criterios de medición de la eficiencia o para todas las monedas consideradas. La capacidad predictiva de cada uno de ellos varía, presentando en algunos casos grandes diferencias, en función de la medida de error utilizada y del período de tiempo considerado. Estas conclusiones ponen de manifiesto que es necesario, no sólo evaluar continuamente cada uno de los modelos utilizados para predecir la volatilidad, sino también detectar cuál es el óptimo, para cada situación particular.

El modelo homocedástico se muestra, en general, claramente inferior a los modelos tipo ARCH, lo que permite obtener una conclusión fundamental: la volatilidad del tipo de cambio de la peseta, frente a las seis monedas consideradas, es predecible en algún grado.

Así, observando globalmente los resultados, los modelos con mayor capacidad predictiva parecen ser el EGARCH, el GARCH y el GJR, para los períodos primero, segundo y tercero, respectivamente. El modelo que, por lo general, peor se comporta en los tres períodos analizados es el homocedástico.



El modelo homocedástico domina parcialmente en el primer período, por el contrario, sus resultados son claramente inferiores en el segundo y tercero, para todas las monedas y criterios de evaluación empleados. Este resultado permite concluir que la posibilidad de predecir la volatilidad del tipo de cambio de la peseta, no sólo en relación con las monedas europeas, sino también frente al dólar estadounidense y al yen japonés, aumenta considerablemente a raíz de la creación del SME y de la adhesión al mismo de nuestra moneda. Consideramos que la anterior conclusión resulta completamente coherente si tenemos en cuenta que, en el primer período, al no estar en funcionamiento el SME, no existe una disciplina cambiaria que obligue a las autoridades monetarias a intervenir (intervención marginal) activamente en el mercado para evitar que sus monedas (las dos, débil y fuerte, implicadas en el tipo de cambio que se desequilibra) sobrepasen los límites de la banda de fluctuación permitida. Lógicamente, la mencionada ausencia de disciplina en materia de tipos de cambio dificulta la posibilidad de predecir, tanto los tipos de cambio, como su volatilidad, debido a las expectativas heterogéneas de los agentes.

A la luz de los resultados de las regresiones que ajustamos al objeto de determinar la insesgadez de las predicciones, podemos concluir, en primer lugar, que para todas las monedas y períodos de tiempo contemplados, existe una fuerte evidencia de predictibilidad. Segundo, las predicciones que ofrecen los modelos analizados están sesgadas por defecto. En tercer término, observando el  $R^2$  que ofrecen las regresiones, se pone de manifiesto que, al parecer, la moneda más difícil de predecir, en el primer período, es la británica, durante el segundo, la libra esterlina y el dólar, y las monedas alemana, estadounidense y japonesa, para el tercero. Las monedas más predecibles son el franco francés para todos los períodos, junto con la lira italiana en el segundo y tercero.

Si tomamos en consideración todas las monedas y períodos de tiempo, conjuntamente, los modelos que proporcionan el mayor  $R^2$  son el GARCH y GJR, seguidos del ARCH y EGARCH. Debemos destacar que el modelo homocedástico nunca proporciona el mejor ajuste. El modelo GJR parece ser el que, por lo general, proporciona el mejor ajuste durante los períodos primero y tercero, sin embargo, el modelo GARCH es

el que domina, proporcionando con mayor frecuencia el mayor  $R^2$ , a lo largo del segundo período.

El test de Wald permite concluir que, por lo general, los modelos son ineficientes, lo que reafirma la conclusión de que el sistema empleado para evaluar los diferentes modelos es fundamental para juzgar la bondad de los mismos. No obstante, en los casos del tipo de cambio de la peseta frente al dólar y al yen, durante el tercer período, las predicciones que ofrecen todos los modelos son insesgadas.

Además, a la luz de los resultados que ofrece la segunda regresión, parece ser que los modelos se muestran comparativamente superiores para predecir volatilidades altas. Debemos remarcar que el mejor ajuste nunca lo proporciona el modelo homocedástico, que otra vez ofrece el peor comportamiento para todos los tipos de cambio y períodos tomados en consideración. Sin embargo, el modelo GARCH domina claramente a los demás.

3- a) Siguiendo en nuestra intensa búsqueda de modelos que permitan caracterizar la volatilidad del tipo de cambio, en el capítulo 3, nos introducimos en el estudio de la existencia de dependencias a largo plazo en las series de volatilidades del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas seleccionadas, y durante los tres períodos escogidos, con el fin de determinar si el comportamiento de las mismas puede describirse a través de procesos, como los ARFIMA, capaces de captar este tipo de comportamiento.

El análisis que realizamos permite obtener numerosas conclusiones, no sólo en cuanto a la dinámica subyacente en las series de volatilidades del tipo de cambio de la peseta, sino también en relación con la robustez de los métodos de detección de dependencias a largo plazo que utilizamos. En primer lugar, los valores que ofrece el estadístico del rango reescalado modificado (Lo, 1991), así como los del procedimiento propuesto por Geweke y Porter-Hudak (1983), ponen claramente de manifiesto que existe evidencia de integración fraccional para todas las monedas, en los tres períodos

considerados, a excepción, según el RRM, de la libra esterlina y, de acuerdo con el GPH, de la lira italiana, que no exhiben indicios de memoria a largo plazo durante el segundo período analizado. En segundo lugar, de lo anterior podemos concluir que, en determinadas ocasiones, el grado de acuerdo entre ambos estadísticos no parece demasiado elevado, pues al contrario que el RRM, según el contraste GPH la única moneda cuya volatilidad no exhibe indicios de integración fraccional es la lira italiana en el segundo período. En tercer lugar, destacamos que el contraste GPH con las modificaciones propuestas por Künsch no parece ser un método robusto para la identificación del modelo. Esto se debe, tanto a que las estimaciones del parámetro de diferenciación fraccional  $d$  que este método ofrece muestran grandes diferencias para los distintos valores de  $K$  y  $\mu$  (aún siendo significativas al 5%), como a que, en numerosas ocasiones, genera valores exageradamente elevados de dicho parámetro. En cuarto lugar, dado que la volatilidad del tipo de cambio de la peseta frente a las monedas contempladas en nuestro análisis, en general, exhibe memoria a largo plazo, consideramos que los modelos ARFIMA  $(p,d,q)$  pueden resultar apropiados para la modelización y predicción de la misma.

b) Los resultados que se extraen del análisis efectuado en el capítulo 2, muestran indicios de existencia de no linealidad en varianza en las series de rendimientos del tipo de cambio que analizamos. En este contexto, teniendo en cuenta que, esta no linealidad en varianza puede ser no lineal y además, la forma funcional de esta dependencia, que puede revestir múltiples modalidades, es a priori desconocida, nos vemos en la necesidad de emplear modelos con un grado de flexibilidad suficiente para poder captar este tipo de comportamiento. Por ello, en la segunda parte del capítulo 3, acometemos la labor de predecir la volatilidad de las series de tipos de cambio de la peseta, frente a las seis monedas escogidas, a través de dos técnicas no paramétricas (CART y LOESS), al objeto de determinar si su capacidad predictiva supera a la del simple modelo lineal autorregresivo

Los resultados obtenidos, a pesar de haber empleado un procedimiento cuidadoso para evitar el problema del sobreaprendizaje, permiten extraer la conclusión de que dichos

modelos no superan, por lo general, al modelo lineal. Consideramos que la razón de este resultado puede residir en alguno de los siguientes hechos: primero, porque los modelos que empleamos para predecir no pueden incorporar la llegada al mercado de nuevas noticias, al haber sido estimados previamente sobre una muestra estática. Como la volatilidad del tipo de cambio, lógicamente, está afectada, a través de las expectativas de los agentes, por múltiples variables instrumento de la política económica y monetaria, que cambian con el tiempo, debemos pensar que el proceso generador de datos (PGD) no es estable. En consecuencia, nuestro modo de proceder (partiendo de una muestra estática) no resulta ser el más apropiado. Únicamente sería correcto si el PGD fuese estable y, por tanto, la función a estimar resultase ser invariante a lo largo del tiempo. Los cambios en el PGD deben afectar en menor medida al modelo de regresión lineal, ya que combina de manera más sencilla los efectos, y ésta puede ser, por tanto, una causa de su superioridad. Además, debemos considerar que en nuestro caso, a pesar de dividir en tres tramos el conjunto muestral, cada uno de ellos abarca un período de tiempo bastante dilatado, lo que aumenta la plausibilidad de que el PGD no sea estable. Otra justificación posible de nuestros resultados puede residir en que en nuestro contexto de regresión dinámica, el seleccionar el modelo a partir de una muestra fija escogida a priori, no sea el procedimiento más adecuado. Lo que nos invita a pensar que, probablemente, la técnica del “bootstrapping” sea más apropiada.

4- a) En el capítulo 4, la aplicación de un contraste formal ofrece la evidencia necesaria a favor de la existencia de componentes no lineales en las series de volatilidades del tipo de cambio de la peseta frente a las seis monedas contempladas, tras obtener un rechazo significativo, para los tres períodos analizados, de que los residuos de modelos lineales son IID. Esto implica que la serie considerada no es estacionaria o que los residuos no son independientes. Como la estructura lineal ha sido eliminada previamente, el rechazo de la hipótesis nula concretamente implica que, o bien los residuos (y por lo tanto las volatilidades) son no estacionarios, o bien existe algún tipo de dependencia no lineal. Dado que esta última hipótesis es acorde con los resultados obtenidos en capítulos anteriores, concluimos que existen componentes no lineales en las series de volatilidades del tipo de cambio con que trabajamos. Esta conclusión justifica de manera rigurosa la

utilización de distintas clases de modelos de predicción no lineales, como los procesos EGARCH, GJR y no paramétricos, que empleamos en la presente Tesis.

b) En el capítulo 4, utilizamos otro método no paramétrico de predicción, las Redes Neuronales Artificiales, que constituyen una potente herramienta, con gran capacidad para modelizar y predecir dinámicas no lineales. Así, comparamos su capacidad predictiva con la de otros modelos: ARCH, GARCH, EGARCH y GJR, además de comparar la eficiencia de estos modelos entre sí y en relación con el homocedástico. En este primer estudio sobre las RNA, las predicciones son obtenidas a partir de las observaciones históricas de las series.

Los resultados que emanan de este estudio nos permiten obtener interesantes conclusiones: en primer lugar, que ningún modelo de entre los la clase ARCH se muestra absolutamente superior para todas las monedas y períodos de tiempo, sin embargo, todos ellos parecen tener capacidad predictiva al superar, en la mayor parte de las ocasiones, al homocedástico. Segundo, que la capacidad predictiva de las redes que hemos diseñado, en media, parece ser similar a la de los modelos tipo ARCH, ya que la red se muestra superior en la mitad de las ocasiones. Ahora bien, los resultados, posiblemente, apuntan a una ligera superioridad de las RNA, ya que la cuantía de las mejoras que consiguen es bastante mayor que el importe de los empeoramientos frente a la media de los modelos ARCH.

c) En un segundo análisis, dentro del enfoque no paramétrico, proponemos un modelo híbrido de RNA, que basado en una sencilla combinación de diferentes modelos, permite construir modelizaciones más complejas que aprovechan las ventajas de cada uno de los modelos individuales. Concretamente, para cada moneda, construimos dos modelos híbridos, es decir, una red neuronal artificial y un simple modelo lineal, que combinan las predicciones de los modelos homocedástico, ARCH, GARCH, EGARCH y GJR.

Al objeto de determinar si con el modelo que proponemos logramos mejorar la calidad de las predicciones, realizamos una extensa comparación de este modelo frente a la combinación lineal, los paramétricos en media y, también, frente al modelo paramétrico que mejor se comporta. Las conclusiones que obtenemos son las siguientes: en primer lugar, las redes, por lo general, superan claramente a la media de los modelos paramétricos, presentando en algunos casos mejoras espectaculares. En segundo término, el modelo lineal también mejora, generalmente, a la media de los paramétricos, ahora bien, la mejora es más clara y significativa en el caso de las RNA. Tercero, la capacidad predictiva del modelo híbrido de redes neuronales es algo superior a la de la combinación lineal. Cuarto, en la mayoría de los casos, tanto las redes, como la combinación lineal y el mejor modelo paramétrico superan claramente al homocedástico. En quinto lugar, de entre los tres modelos que acabamos de mencionar, no podemos afirmar que alguno de ellos domine claramente a los demás. En este sentido, cabe indicar que no es posible decantarse absolutamente por alguno de los modelos considerados (red neuronal, combinación lineal y mejor modelo paramétrico), ya que ninguno de ellos domina sistemáticamente a los otros. Sexto, la superioridad de algún modelo frente al resto de los contemplados depende de la moneda y momento del tiempo de que se trate, por tanto la determinación del modelo de predicción óptimo será diferente según los casos.

Debemos destacar que el modelo híbrido que proponemos, sí parece comportarse mejor que la media de los paramétricos y que los modelos de RNA que predicen a partir de la serie histórica de observaciones.

Para terminar, deseamos manifestar nuestra intención de continuar en esta línea de investigación, para así poder mejorar y enriquecer los resultados y conclusiones obtenidas, pues pensamos que todo trabajo se puede mejorar y que la presente Tesis obviamente no es el fin, sino el principio de nuestra trayectoria investigadora.

### **Líneas futuras de investigación**

La realización de la presente Tesis nos ha motivado para continuar en el estudio de una pluralidad de aspectos que no hemos podido abordar en el trabajo que presentamos. No obstante, nuestra inquietud nos conduce a pensar que en un futuro próximo seguiremos nuestra trayectoria investigadora al objeto de introducirnos en dichas materias, que podemos resumir en las siguientes líneas.

- Analizar los modelos de volatilidad estocástica para la valoración de opciones, con el fin, no sólo de predecir el precio futuro de dichos instrumentos, sino también de contrastar la eficiencia del mercado de opciones y la eficiencia, en términos económicos, de diferentes modelos de predicción de volatilidad.
- Contrastar la capacidad predictiva de los modelos ARFIMA, así como el impacto que el criterio de selección del modelo y las técnicas de estimación del mismo tienen sobre la calidad de las predicciones.
- Aplicar otras técnicas no paramétricas, el MARS (extensión del CART) y Project Pursuit Regression, a la predicción de la volatilidad del tipo de cambio.
- Utilizar la metodología no paramétrica que acabamos de mencionar, junto a la desarrollada en la presente Tesis, al objeto de predecir si la volatilidad va a aumentar o disminuir (caso discreto).

Pensamos que estas líneas de investigación pueden ayudar a enriquecer el trabajo que hemos efectuado y a comprender, en mayor medida, el comportamiento de la volatilidad de los tipos de cambio, así como a determinar la posibilidad de predecir dichas volatilidades y encontrar el modelo más exacto para tal fin.

## Referencias

- BLACK , F. y SCHOLLES, M., (1973) : "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economics*, Mayo-Junio, pp. 637-659. Traducido en *Cuadernos Económicos del ICE*, 32, 1986/1, pp. 33-50.
- DAY, T. y LEWIS, C.M., (1992) : "Stock Market Volatility and the Information Content of Stock Index Options", *Journal of Econometrics* 52, pp. 267-288.
- ENGLE, R.F., HONG, T., KANE, A. y NOH, J., (1993) : "Arbitrage Valuation of Variance Forecasts", en CHANCE, D.M. y TRIPPI, R.R. (eds.), *Advances in Futures and Options Research*, Greenwich, Conn., pp. 393-415.
- ENGLE, R.F., KANE, A. y NOH, J., (1993) : "Option-Index Pricing with Stochastic Volatility and the Value of Accurate Variance Forecasts", University of California, San Diego, Discussion Paper.
- GEWEKE, J. y PORTER-HUDAK, S., (1983) : "The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models", *Journal of Time Series Analysis*, vol. 4, nº 4, pp. 221-238.
- HARVEY, C.R. y WHALEY, R.E., (1992) : "Market Volatility Prediction and the Efficiency of the S & P 100 Index Option Market", *Journal of Financial Economics* 31, pp. 43-73.
- LO, A.W., (1991) : "Long-Term Memory in Stock Market Prices", *Econometrica*, vol. 59, nº 5, pp. 1279-1313.
- NOH, J., ENGLE, R.F. y KANE, A., (1994) : "Forecasting Volatility and Option Prices of the S&P 500 Index", *Journal of Derivatives* 31, pp. 314-331.





