
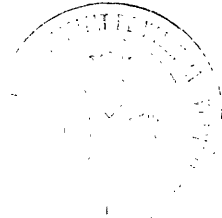


B10.7 2480

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
FACULTAT DE FILOSOFIA I CIÈNCIES DE L'EDUCACIÓ
DEPARTAMENT DE METAFÍSICA I TEORIA DEL CONEIXEMENT

	UNIVERSITAT DE VALÈNCIA REGISTRE GENERAL ENTRADA
26 MAYO 2000	
N.º 10.524	
HORA	
OFICINA AUXILIAR NÚM. 19	

**ALGUNOS PROBLEMAS ONTOSEMÁNTICOS EN
LA FILOSOFÍA DE BERTRAND RUSSELL ENTRE 1896 Y 1919**



Tesis doctoral presentada por
Francisco Manuel Saurí Mercader

Dirigida por
Dr. Jesús Alcolea Banegas

Valencia, Mayo de 2000

UMI Number: U607431

All rights reserved

INFORMATION TO ALL USERS

The quality of this reproduction is dependent upon the quality of the copy submitted.

In the unlikely event that the author did not send a complete manuscript and there are missing pages, these will be noted. Also, if material had to be removed, a note will indicate the deletion.



UMI U607431

Published by ProQuest LLC 2014. Copyright in the Dissertation held by the Author.
Microform Edition © ProQuest LLC.

All rights reserved. This work is protected against
unauthorized copying under Title 17, United States Code.



ProQuest LLC
789 East Eisenhower Parkway
P.O. Box 1346
Ann Arbor, MI 48106-1346

D. 991194
L. 991195

Signature BID I 2480
Date: 6-novembre-2009
Reg. de l'Etat n° 62-126
JOHN...
Y C O...
PRO...
...



UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

FACULTAT DE FILOSOFIA I CC.EE.

Departament de Lògica i Filosofia de la Ciència

Apt. 22.109

E-46071 VALÈNCIA

Jesús Alcolea Banegas

Tel. (96) 3864433-3864780 - Fax 3864809

e-mail: Jesus.Alcolea@uv.es

Jesús Alcolea Banegas, Director del trabajo que presenta D. Francisco Manuel Saurí Mercader, con el título *Algunos problemas ontosemánticos en la filosofía de Bertrand Russell entre 1896 y 1919*, para la obtención del grado de doctor,

INFORMA: Que el trabajo reúne las condiciones legales y académicas requeridas para que sea presentado y defendido ante el correspondiente tribunal.

Valencia, 8 de mayo de 2000



JAlcolea

Índice

	Página
Lista de manuscritos utilizados.....	5
Introducción.....	7
Capítulo 1. El papel de Kant en la primera filosofía de Russell.....	13
1.1.La crítica de Russell a Kant.....	15
1.2.El método de la filosofía de la geometría de Russell en 1897.....	19
1.3.Trascendentalismo Kantiano en el Russell decimonónico.....	24
Capítulo 2. La teoría relacional de la proposición y la conceptualización del espacio.....	35
2.1. La proposición matemática en <i>An Analysis</i>	36
2.2. La ontología consiguiente de las proposiciones en <i>An Analysis A</i> . La cuestión de las relaciones y la paradoja de Bradley.....	40
2.3. El giro ontológico de 1899.....	46
2.4. Los manuscritos de <i>The Principles of Mathematics</i> y un nuevo cambio en la concepción russelliana de la proposición.....	56
2.5. De la filosofía de la geometría de Kant a la de Russell pasando por la discusión sobre el espacio de Bradley.....	60
Capítulo 3. La estructura de la proposición en <i>The Principles</i>	71
3.1. ¿Cuál es la forma de una proposición matemática?	73
3.2. ¿Qué es una proposición en <i>The Principles</i> ?.....	79
3.3. Denotación y sujeto de la proposición matemática.....	84
3.4. Función proposicional y predicado de la proposición matemática.....	88
Capítulo 4. La ontología de las proposiciones en <i>The Principles</i> y los artículos sobre Meinong.....	95
4.1. Juicio y proposición.....	96
4.2. La subsistencia de las proposiciones falsas.....	100
4.3. La afirmación y de nuevo la paradoja de Bradley.....	106
4.4. El fracaso del enfoque ontológico de Russell.....	114
Capítulo 5. La teoría de la proposición y "On Denoting".....	123
5.1. La teoría de la denotación y la ontología de la proposición tras <i>The Principles</i>	124
5.2. El embrollo inextricable de la teoría de la denotación a que Russell se enfrenta en "On Denoting": la paradoja de Bradley.....	139
5.3. La solución de "On Denoting".....	151
5.4. Consecuencias de "On Denoting".....	153

Capítulo 6. Bradley vs. Russell.....	163
6.1. La concepción del juicio en la filosofía de Bradley.....	164
6.2. Las concepciones del juicio y la proposición en las filosofías de Bradley y Russell.....	173
6.3. La paradoja de Bradley y su presencia en la filosofía de Russell.....	185
Apéndice: cronología y contenido de la correspondencia entre Bradley y Russell.....	188
Capítulo 7. La teoría del juicio de la relación múltiple de Russell y la paradoja de Bradley.....	193
7.1. Juicio, verdad y proposición hasta 1913: de la teoría sustitucional a la teoría del juicio de la relación múltiple.....	194
7.2. <i>Theory of Knowledge</i>	209
7.3. Forma lógica y juicio en <i>The Theory of Knowledge</i>	213
7.4. Juicio y proposición en <i>The Theory of Knowledge</i>	224
7.5. La teoría del juicio de la relación múltiple y las objeciones de Wittgenstein o Bradley redivivo.....	227
7.6. La teoría del juicio de la relación múltiple y la ontología en las conferencias sobre la "Filosofía del Atomismo Lógico".....	230
7.7. Russell descarta la teoría del juicio de la relación múltiple.....	236
Conclusiones.....	241
Bibliografía.....	245



Lista de manuscritos utilizados

En la siguiente lista figuran los manuscritos y obras de Russell tal como son citados a lo largo del texto del presente trabajo. Se encuentran ordenados alfabéticamente.

Nombre utilizado	Nombre completo	Año	Edición utilizada
<i>An Analysis</i>	<i>An Analysis on Mathematical Reasoning</i>	1898	Russell 1990, ítems 18 a, b y c.
Are Euclid's Axioms Empirical?	"Are Euclid's Axioms Empirical?"	1898	Russell 1990, ítem 22
Artículos sobre Meinong	"Meinong's Theory of Complexes and Assumptions"	1904	Russell 1994, ítem 17
Dependent Variables and Denotation	"Dependent Variables and Denotation"	1903	Russell 1994, ítem 12
Do Differences Differ?	"Do Differences Differ?"	1900	Russell 1993, appendix I.I
<i>Essay</i>	<i>An Essay on the Foundations of Geometry</i>	1897	Russell 1897
Insolubilia	"On 'Insolubilia' and Their Solution by Symbolic Logic"	1906	Russell 1973, ítem 9
Knowledge by	"Knowledge by Acquaintance and Knowledge by Description"	1911	Russell 1992, ítem 15
<i>Leibniz</i>	<i>A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz</i>	1899	Russell 1900
<i>Logical Atomism</i>	<i>The Philosophy of Logical Atomism</i>	1918	Russell 1986, ítem 17
On Denoting	"On Denoting"	1905	Russell 1994, ítem 16
On Functions	"On Functions"	1904	Russell 1994, ítem 6
On Fundamentals	"On Fundamentals"	1905	Russell 1994, ítem 15
On Meaning and Denotation	"On Meaning and Denotation"	1903	Russell 1994, ítem 14
On the Axioms of Geometry	"On the Axioms of Geometry"	1899	Russell 1990, ítem 25
On the Meaning and Denotation of Phrases	"On the Meaning and Denotation of Phrases"	1903	Russell 1994, ítem 11
On the Nature of Truth and Falsehood	"On the Nature of Truth and Falsehood"	1910	Russell 1910 b, ítem 7
On the Notion of Order	"On the Notion of Order"	1901	Russell 1993, ítem 7

Nombre utilizado	Nombre completo	Año	Edición utilizada
On the Principles of Arithmetic	"On the Principles of Arithmetic"	1898	Russell 1990, ítem 19
On the Relations of Number and Quantity	"On the Relations of Number and Quantity"	1897	Russell 1990, ítem 7
Points about Denoting	"Points about Denoting"	1903	Russell 1994, ítem 13
<i>Principia</i>	<i>Principia Mathematica</i>	1910	Russell 1910 a
Recent Italian Work on the Foundations of Mathematics	"Recent Italian Work on the Foundations of Mathematics"	1901	Russell 1993, ítem 9
Recent Works on the Principles of Mathematics	"Recent Works on the Principles of Mathematics"	1901	Russell 1993, ítem 10
Some Difficulties	"On Some Difficulties in the Theory of Transfinite Numbers and Order Types"	1905	Russell 1973, ítem 7
Some explanations in Reply to Mr. Bradley	"Some explanations in Reply to Mr. Bradley"	1910	Russell 1992, ítem 31
Substitutional Theory	"On the Substitutional Theory of Classes and Relations"	1906	Russell 1973, ítem 8
The <i>a priori</i> of Geometry	"The <i>a priori</i> of Geometry"	1896	Russell 1983, ítem 44
The Classification of Relations	"The Classification of Relations"	1899	Russell 1990, ítem 16
The Logic of Geometry	"The Logic of Geometry"	1896	Russell 1983, ítem 42
The Monistic Theory of Truth	"The Nature of Truth" partes 1 y 2.	1910	Russell 1910 b, ítem 6
The Nature of Truth (artículo)	"The Nature of Truth"	1907	Russell 1910 b, ítem 6
The Nature of Truth (conferencia)	"The Nature of Truth"	1905	Russell 1994, ítem 21
<i>The Principles</i>	<i>The Principles of Mathematics</i>	1903	Russell 1903
<i>The Principles 1</i>	<i>The Principles of Mathematics</i> . Primer borrador.	1900	Russell 1993, ítem 1
<i>The Principles 2</i>	<i>The Principles of Mathematics</i> . Segundo borrador.	1901	Russell 1993, ítem 2
<i>Theory of Knowledge</i>	<i>Theory of Knowledge</i>	1913	Russell 1984

INTRODUCCIÓN

La extrema longevidad de Bertrand Russell (nacido en 1872, murió a los 98 años) ha permitido que su figura haya sido importante por distintos motivos y en distintos periodos de tiempo.

Desde el punto de vista de la filosofía profesional, Russell comienza a ser relevante en el seno del ambiente intelectual coetáneo del grupo Bloomsbury, el cual se enfrentaba a las ideas establecidas en la Inglaterra de finales del XIX. Russell se enfrentará, a su vez, al neohegelianismo imperante con una obra de 1900 titulada *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz*. Y con G. E. Moore iniciará la filosofía analítica. Pero su salto a la fama profesional se produce con sus *The Principles of Mathematics* (1903). *Principia Mathematica* (1910) lo consagrará como un referente en la filosofía de las matemáticas y de la lógica. Las paradojas, el logicismo, la teoría de las descripciones, la teoría de los tipos serán tesis y temas asociados permanentemente a Russell.

Pero el presente trabajo trata de una parte de la filosofía teórica de Russell y en él no entraremos en la fascinante vida de Russell¹. Sólo señalaremos un detalle: Russell tuvo una infancia desgraciada marcada por la temprana muerte de sus padres y la educación puritana de su abuela; su único refugio fue el claro y sereno mundo de las matemáticas. A tenor de la atormentada vida privada de nuestro filósofo buena falta le hacía esa serenidad². Y el resultado de esa huida fue el descubrimiento de que el mundo de las abstracciones no era tan claro ni tan sereno.

Por otra parte, es de todos sabido que Russell, junto a Moore, son los iniciadores de la filosofía analítica. También suele saberse menos que Russell fue neohegeliano en sus primeros tiempos de filósofo profesional, de 1896 a 1899. El filósofo más importante de esta época fue Francis Herbert Bradley, un miembro del Merton College en su más rancia tradición, y a quien Russell dirigió estas palabras en 1922:

¹ Al respecto, Monk 1996 es una lectura obligada.

² *Idem*. Sus relaciones amorosas fueron problemáticas, e incluso enfermizas, al principio de su vida. Su hijo se suicidó, y sus nietos han despotricado de un abuelo progre en su juventud y que terminó educándolos a la manera de sus mayores.

Por favor, acepte mi agradecimiento por su amabilidad al enviarme la nueva edición de su *Lógica*³. Me alegro mucho de que haya una nueva edición y estoy muy orgulloso de tenerla como un regalo suyo. Su *Lógica* fue el primer libro filosófico que leí cuidadosamente, hace ya casi treinta años; y la admiración que siento por él nunca ha desaparecido. Veo que hay nuevos materiales que leeré en el primer momento disponible⁴.

Russell siempre se mostró muy respetuoso con Bradley en la correspondencia que inició con éste cuando Russell era aún un principiante. Y el motivo del inicio de la correspondencia fue un tema constante: en sus publicaciones, Russell entendía muy a su manera la filosofía de Bradley, lo cual desataba el enfado de Bradley. Así, la carta anterior a la citada, de 8 años atrás, estaba suscitada por una queja de Bradley por la forma en que Russell le trataba en su obra *Our Knowledge of the External World as a Field of Scientific Method in Philosophy*.

Precisamente, un primer objetivo de este trabajo es demostrar la presencia de la denominada paradoja de Bradley en las dificultades que las tesis de Russell presentan a lo largo del periodo entre 1896 y 1919. Esta paradoja resume el tenor de las objeciones que Bradley siempre hizo a Russell. Como veremos, éste pretendía que el mundo estaba hecho de átomos lógico-ontológico-epistemológicos, los términos, y estos términos se relacionaban entre sí mediante otros términos, las relaciones. Así las cosas, Bradley solía preguntarle a Russell cómo explicaba la relación entre una relación-término y otro término cualquiera. Si Russell se atrevía a responder, no le quedaba más remedio que acudir a otro término que relacionaba el término en cuestión y la relación-término y así sucesivamente en un regreso infinito. He aquí la paradoja de Bradley.

Lo más curioso, ironías de la historia, es que la objeción que Wittgenstein puso a la teoría del juicio de la relación múltiple que subyace al atomismo lógico de Russell es una versión de la paradoja de Bradley. Lo veremos en el último capítulo.

La relación de la filosofía de Russell con la paradoja de Bradley la estudiaremos en el contexto de un recorrido histórico por la teoría del juicio y la proposición en la filosofía de Russell desde 1896 hasta 1919, que es el segundo objetivo del presente trabajo.

Como hemos dicho, Russell es uno de los padres de la filosofía analítica. Cabe ver su principio metodológico fundamental en el principio de Occam de no

³ Russell se refiere a *The Principles of Logic*, que se editó por primera vez en 1893 (Bradley 1893).

⁴ Carta de Russell a Bradley del 20 de Noviembre de 1922. Se trata de la última carta que existe de la correspondencia entre ambos (véase el apéndice del capítulo 6). Bradley moriría en 1924 a los 78 años de

multiplicar los entes sin necesidad aplicado a todos los casos de proposiciones que siguen una mala gramática. En su *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz*, Russell señala que el estudio de la filosofía ha de ser un estudio de las proposiciones. La frase suele ser citada como lema de la filosofía analítica o de la filosofía del lenguaje. Pero en el contexto de dicha obra, "proposición" se refiere a una entidad platónica y no a un elemento lingüístico. Por la vía del análisis Russell terminará eliminando las proposiciones como entidades platónicas y también pretenderá resolver la paradoja que lleva su nombre y que afecta a las clases: las clases tampoco son entidades.

Ontológica y epistemológicamente, Russell es atomista. El análisis manifiesta el carácter fundamental de la lógica y ésta exige el atomismo. Russell concibe el mundo como si estuviera formado por átomos y su conocimiento también se atiene a la captación de átomos de inteligibilidad (conocidos por familiaridad) que se articulan para poder conocer el mundo (conocido por descripción). Veremos cómo Russell evolucionará desde considerar a las proposiciones como átomos del mundo a considerarlas como mero lenguaje.

Para conseguir nuestro doble objetivo de rastrear los efectos de la paradoja de Bradley y seguir la evolución de las teorías del juicio y la proposición en Russell, en el primer capítulo, se estudiarán los primeros pasos de la filosofía de Russell. Éste presenta un enfoque epistemológico y metodológico kantiano que intenta adaptar la concepción kantiana a la concepción de la matemática de finales del siglo XIX.

En el segundo capítulo, se estudia la ontosemántica de la proposición en el contexto de la ontología de Russell hasta el momento en que Russell adopta las relaciones externas, así como las razones de esta adopción. En este periodo la paradoja de Bradley actúa como freno a las relaciones externas. Pero en Russell concurrirán diversas razones para no hacer caso a los problemas de las relaciones externas. Observa que a través las relaciones internas no pueden expresarse conceptualmente las relaciones de orden (y, consiguientemente, del espacio) y que la adopción de las relaciones externas conllevaba la resolución de diversos dilemas en los que estaba estancada su filosofía. Pese a ello la paradoja de Bradley pesa lo suficiente como para que Russell exprese su deseo de que sea resuelta.

El capítulo 3 muestra la estructura de la proposición en *The Principles of Mathematics* al tiempo que muestra que el rechazo de la estructura sujeto-predicado en

edad y los nuevos materiales a que Russell se refiere son una serie de apéndices que Bradley añadió al texto original para la edición del mismo año de la carta.

su libro sobre Leibniz no se mantiene en la obra de 1903. Russell rechazó esta estructura al mezclarla con la ontología de la sustancia y el atributo. En 1903, Russell se da cuenta de que una cosa no está necesariamente ligada a la otra. En *The Principles* en una proposición se dice un predicado (la función proposicional) de un sujeto (el término o términos de la proposición).

Sin embargo, como veremos en el capítulo 4, eso no obsta para que Russell mantuviera, al mismo tiempo, que la estructura ontológica de la proposición era la de dos términos relacionados por lo que denomina la cualidad de afirmación que, además, transformaba un predicado o relación en el modo de ser término (como cosa o entidad) en un predicado o relación en el modo de ser del significado (predicado "predicante" - Griffin- o relación relacionante) para así evitar la paradoja de Bradley. Esta tesis está ligada a otras que intentan apuntalar un atomismo platónico frente al neohegelianismo. Sin embargo, pese a los esfuerzos de Russell para resolver el problema el resultado era la paradoja de Bradley y otras dificultades en la articulación de su ontología de las clases, los complejos denotantes y las proposiciones.

Precisamente, lo que se intenta mostrar en el capítulo 5 es que "On Denoting" echa por tierra el intento de Russell de superar la paradoja de Bradley a través, entre otras cosas, pero principalmente, de la distinción en los términos (entre los que se cuentan las proposiciones) de su modo de ser como término y como significado: el significado como un modo de ser tiene una ontología paradójica que exige transformarlo en una entidad meramente lingüística.

Así, en el capítulo 6, se explora más de cerca la relación filosófica entre las teorías del juicio de Bradley y Russell, para destacar cómo la paradoja de Bradley aparece reiteradamente en la filosofía de Russell hasta 1905.

Finalmente, el capítulo 7 recorre el nacimiento y caída de la teoría del juicio de la relación múltiple de Russell. Tras repasar su teoría del juicio de la relación diádica, se recorre el tránsito desde la teoría sustitucional a la teoría del juicio de la relación múltiple que hará que Russell deje de creer en las proposiciones como términos. Sin embargo, eso no le libraría de la paradoja de Bradley. Pero hará falta que Wittgenstein señale a Russell el problema: sin nombrarla, seguramente porque la desconocía, Wittgenstein le dirá a Russell que su explicación ontológica del conocimiento cae en la paradoja de Bradley. Russell reiterará sus posiciones, con leves matices, en las conferencias sobre el atomismo lógico, no haciendo caso a Wittgenstein. En 1919, Russell disuelve el sujeto cognoscente para evitar la paradoja de Bradley,

descartando la teoría del juicio de la relación múltiple. Se cerraba así un ciclo en la evolución intelectual de nuestro filósofo, pues ahora el estudio de la proposición le acercaba al conductismo, muy lejos del empleo lógico de la palabra "proposición".

Capítulo 1

EL PAPEL DE KANT EN LA PRIMERA FILOSOFÍA DE RUSSELL

En sus comienzos como filósofo profesional, allá por 1896, Russell formó parte de la corriente filosófica mayoritaria de la Inglaterra de la época liderada por F.H. Bradley. Dicha corriente estaba fuertemente influenciada por Kant¹ y así lo refleja Russell en sus primeros trabajos.

Por lo que respecta a Hegel, su influencia sobre Russell no fue directa y, al leerlo hacia 1896, la opinión de éste sobre aquél no era muy favorable, por lo menos en lo tocante a las matemáticas². Las influencias directas son Kant, Bradley y Ward³, este último profesor de Russell. En este ambiente Russell formulará lo que Griffin ha llamado el programa de Tiergarten, una especie de plan de su trabajo filosófico ideado mientras paseaba por dicho lugar. Por lo que se refiere a la filosofía teórica, el programa se empeñaba en un sistema de las ciencias mediante un método kantiano (¿Cuáles son las condiciones que permiten la experiencia del objeto de tal ciencia?) y cuya estructura fuese dialéctica (en cada ciencia aparecen unas contradicciones que se solucionan al pasar de una ciencia a otra ciencia, esta última con un objeto más comprensivo conceptualmente). De todos modos, el carácter dialéctico se queda en una mera pretensión, pues podemos leer en un manuscrito⁴ que las contradicciones que son auténticamente dialéctico-hegelianas aparecen en ciencias cuya noción es fundamentalmente autocontradictoria y dicha noción ha de ser *reemplazada* en cualquier construcción metafísica de lo real. Nada hay, pues, de la superación de las contradicciones en un todo superior, ni de la experiencia de la conciencia. Hay lo estático de un sistema de las ciencias cuyos nexos de unión son esas contradicciones. En el trabajo de Russell hay poco de dialéctica y algo más de método trascendental, como comprobaremos en lo que sigue. Sin embargo, aunque su plan nunca sería completado, el esquema que se intuye a través de sus escritos publicados e inéditos sería el siguiente: la matemática, entendida como ciencia de la cantidad, exige el paso a

¹ Griffin 1991, p. 50.

² Russell 1990, p. xiii.

³ Griffin 1991, p. 79.

⁴ Russell 1990, ítem 1.

la geometría, de ahí a la física y luego a la psicología, aunque de este último paso Russell apenas llega a proponer nada.

En el presente capítulo nos vamos a centrar en algunas cuestiones epistemológicas y metodológicas (que sin embargo revisten consecuencias ontológicas directas) del primer libro de Russell, *An Essay on Foundations of Geometry*⁵ de 1897, y de dos artículos previos relacionados "The Logic of Geometry" y "The A priori in Geometry"⁶, así como de otros dos en respuesta a sus críticos "Are Euclid's Axioms Empirical?" de 1898 y "On the Axioms of Geometry" de 1899. Russell también publicó "On the Relations of Number and Quantity"⁷ y produjo otro abundante material que nunca publicó sobre matemáticas y física. Además durante esta época podemos encontrar ya un manuscrito que es el antecedente más remoto, aunque todavía en términos neohegelianos, de una obra completa sobre filosofía de las matemáticas como la que luego sería *The Principles of Mathematics*. Se trata del manuscrito *An Analysis on Mathematical Reasoning* de 1898⁸. El análisis de estos últimos escritos quedará para el siguiente capítulo, si bien conviene precisar que el carácter kantiano del método de Russell permanecerá, por lo menos, hasta 1899, momento en que se produce un cambio en la ontología de Russell (véase 2.3).

Así pues, en la primera sección de este capítulo (1.1), veremos la crítica de Russell a las nociones kantianas de *a priori*, juicios analíticos y sintéticos y tomaremos un primer contacto con el método de Russell. En la segunda (1.2), retornaremos al método de Russell, en su aplicación en el *Essay*, de la mano de la rebaja que Russell hace de las pretensiones de Kant. En la sección 1.3 defenderemos el carácter trascendental del método de Russell, veremos el papel de la intuición y cómo Russell es atacado por Moore, precisamente por su enfoque kantiano del método de análisis y síntesis (el método trascendental).

⁵ Russell 1897, normalmente será citado como *Essay*.

⁶ Russell 1893, ítems 42 y 44.

⁷ Russell 1890, ítems 22, 25 y 7, respectivamente.

1.1. La crítica de Russell a Kant

En el *Essay*, Russell establece que el carácter filosófico de una investigación reside en su carácter lógico-epistemológico: la filosofía es análisis lógico o conceptual (§§3,4,10,12)⁹, autoconcepción que veremos confirmada. Desde esa perspectiva, el conocimiento se toma como dato para ser analizado y clasificado (§3). El primer epistemólogo fue Kant, y a Kant se debe la formulación moderna del problema que quiere tratar Russell en su libro: concepto y valor epistemológico del espacio y la geometría. Fiel a ese planteamiento, se trata de buscar las condiciones *a priori* de la experiencia (§§4 y 181). Pero las tesis de Kant se han vuelto insostenibles en ciertos aspectos como vamos a ver en esta sección. Russell va a criticar la noción kantiana de *a priori* y la distinción entre juicios sintéticos y analíticos. Ello también nos conducirá a un primer contacto con el método de Russell.

Russell resume así la posición de Kant: 1º Si la geometría euclídea es apodíctica, entonces el espacio euclídeo es *a priori*. 2º Si el espacio euclídeo es *a priori* entonces la geometría euclídea es apodíctica (§§1 y 53). La existencia de las geometrías no euclídeas hace falsa la primera de las afirmaciones aunque no la segunda. Con dichas geometrías en la mano no se puede probar que la geometría euclídea no es apodíctica. Como tampoco es una cuestión de consistencia (dada la consistencia relativa de todas las geometrías) y el propio Kant sitúa la cuestión del lado de la síntesis, sólo se puede atacar a Kant desde la filosofía (§52).

Russell comienza atacando la noción de *a priori* de Kant. Ésta ya es oscura en el propio Kant. Según Russell, éste identifica *a priori* con subjetivo, entendido esto último como "estado mental cuya causa próxima está en el sujeto"; esto se contrapondría a sensación, producto de una causación del mundo externo (§2); lo subjetivo es materia de la psicología (§4). Dejando de lado la justicia de las afirmaciones de Russell sobre Kant, el hecho es que para nuestro filósofo lo *a priori* es el producto de un análisis lógico del conocimiento: desde su punto de vista el conocimiento ha de ser tomado como dato para ser analizado y clasificado (§§3 y 4).

Además, según Russell, Kant pensó que lo que era primero desde el punto de vista de la lógica lo era también psicológicamente (§183) y Russell afirma, por el

⁸ *Ibid.*, ítem 18.

⁹ Si no se indica lo contrario, los párrafos entre paréntesis se refieren a *An Essay on Foundations of Geometry*.

contrario, que es posible una investigación puramente lógica de lo *a priori* (que correspondería a la epistemología (§§4 y 5). De qué manera están conectados ambos es una cuestión metafísica (una cuestión de límites entre ciencias -§§5 y 193) y, a dicha cuestión metafísica, Kant da una solución errónea (§183), cuyo resultado ha sido las estériles disputas sobre la intuición pura (§4).

Frente a Kant, Russell va a proponer una prueba de *aprioridad* "puramente lógica"¹⁰: si ciertos axiomas o postulados se negasen, ¿sería imposible la experiencia? O, en un sentido más restringido, que proporciona lo que Russell llama un *a priori* relativo y que constituye los elementos *a priori* de una ciencia concreta: sin cierto axioma o postulado, ¿sería imposible la experiencia como objeto de esa ciencia? (§5). Tal prueba reside, como en Kant, en la necesidad. Pero Russell precisa el carácter de esa necesidad creyendo conformarlo a la lógica de Bradley. La necesidad, según este enfoque, se predica siempre de una conexión, que es la que va a calificarse de necesaria, conexión que se supone que existe. Que tal conexión existe se afirma mediante un juicio categórico, lo cual significa que se afirma meramente un hecho. La afirmación de la existencia de este hecho se denomina fundamento o hipótesis de la necesidad. Según Russell, la *aprioridad* se determina mostrando el carácter necesario y su fundamento (§6).

Tal fundamento puede ser, para Russell, la propia ciencia (en el caso del *Essay*, la geometría) como hecho (como conjunto de teoremas) y, además, el objeto de esa ciencia. Partiendo del primer fundamento, esto es, de la geometría como hecho, como conjunto de proposiciones, se intenta determinar los axiomas y nociones indispensables para el razonamiento en esa ciencia; es el proceso analítico. Partiendo del segundo se procede sintéticamente, deduciendo de la noción del objeto de la ciencia dichos axiomas. Así ambos procedimientos conducen al mismo objetivo "lo esencial de la experiencia del objeto de la ciencia" (§§7 y 8).

Ni que decir tiene que estamos ante el método de análisis y síntesis, o regresivo y progresivo como prefería llamarlo Kant, y Russell apela aquí explícitamente al maestro. En este punto, conviene precisar dos cosas. Primera, que la necesidad de un fundamento no se puede atribuir a Bradley, sino al propio Kant: el método trascendental

¹⁰ Todo lo que se ha dicho hasta este momento constituye el "objetivismo" de Russell frente a la epistemología de corte kantiano. Suele atribuirse a Bradley el mérito de iniciar esta tendencia, así Palmer 1988 (cap. 1) y Rodríguez Consuegra 1991 b (pp. 156-158). Sin embargo, Bradley permanecerá atado a una lógica que, como Hylton 1990 ha señalado, es una mezcla de lo que llamamos ahora lógica (formal) y epistemología y cuya concepción básica de la inferencia es kantiana.

siempre ha de partir de una validez, de un hecho que no se pone en cuestión, que en el caso de Kant es el propio conocimiento científico. La segunda cosa es que no hay que confundir el análisis, tal como lo practicaban Russell y Kant, y la axiomatización (y de hecho, los axiomas que aparecerán en el curso del trabajo de Russell ni siquiera son suficientes para la geometría con la que trabaja¹¹). Contrariamente a su posterior logicismo, Russell está todavía en una epistemología y en una lógica más antiguas.

De acuerdo con Richards¹², en la Inglaterra de esta época, la geometría se pensaba como un estudio conceptual, no como un estudio formal o lógico. La geometría era la ciencia del espacio y partía de su descripción. Esta descripción da lugar a definiciones y axiomas, haciendo posible deducir teoremas. El criterio de verdad de estos teoremas no depende tanto de los axiomas de los que se deducen y del propio proceso de deducción, como del hecho de que ellos recogen nuestra comprensión intuitiva del espacio. Los "axiomas" describen el resultado intelectual de la intuición espacial: el concepto de espacio. El método de Russell trata con estos elementos y no con deducciones. Esto tiene que ver con el concepto de implicación de Russell por esta época. En 1898¹³ mantenía que la relación de implicación tenía lugar entre conceptos: el antecedente debía ser un concepto complejo y así poder ser definido en términos del consecuente¹⁴.

Ello se ve confirmado en la respuesta de Russell a la reseña que Couturat realizó del *Essay*¹⁵. Tal respuesta consistió en un artículo¹⁶ titulado "Les Axiomes propres Euclide, sont-ils empiriques?". Allí Russell señala que la necesidad (la *aprioridad*), es algo que percibimos "como percibimos que el cielo es azul" aunque "en ciertos casos hay pruebas subordinadas de necesidad"¹⁷. A continuación establece que un ejemplo de tal prueba es el siguiente principio: si A es necesario entonces, si de A se sigue B, entonces B es necesario. Según sostiene fue con una prueba de este tipo con la que estableció la necesidad de una intuición *a priori* en el *Essay*. Así lo ejemplifica: 1º) existen una serie de juicios necesarios en la matemática (por evidencia), 2º) todo juicio exige diversidad real¹⁸; 3º) a partir del anterior principio establecido, se concluye que la

¹¹ Griffin 1991, p. 142.

¹² Richards 1988, pp. 60 y ss.

¹³ Russell 1990, ítem 18.

¹⁴ Rodríguez Consuegra 1991 a, pp. 64-65.

¹⁵ *Revue de metaphysique et de morale* 6 (1898), pp. 354-380.

¹⁶ *Ibid.*, 1898, 6, 759-776. Ahora en Russell 1990, ítem 22, pp. 325 y ss.

¹⁷ Russell 1990, pp. 333-334.

¹⁸ Para esta afirmación véase la sección 1.2.

diversidad real es condición necesaria de las matemáticas. Dado que la condición necesaria de la diversidad es la exterioridad mutua entre entidades, la exterioridad es necesaria para la matemática¹⁹. Russell precisa que para que este método sea correcto, hemos de empezar con la necesidad de ciertas proposiciones que denominamos axiomas, cuya necesidad, en última instancia, tendrá ese carácter intuitivo señalado.

Es obvio que éste no es el punto de vista de Russell en *The Principles*. El método logicista de Russell ha sido caracterizado por Irvine²⁰ como método regresivo. Por ejemplo, en matemáticas, los matemáticos están de acuerdo con algunos teoremas tales como el teorema de Pitágoras porque piensan que están lejos de toda duda razonable. De estos teoremas podemos deducir más teoremas, así como, regresivamente, justificar otras proposiciones. Esta justificación regresiva ocurre cuando deducimos esos teoremas fuera de toda duda razonable de otras proposiciones: procedemos regresivamente cuando buscamos el menor número y las premisas más simples lógicamente de las que los teoremas se pueden deducir²¹. Pero esta concepción sólo se comenzará a elaborar a partir de la conversión peanianiana de Russell en el Congreso Mundial de Filosofía de París de 1900²².

Hasta aquí las precisiones que Russell ha hecho al concepto de *a priori* de Kant y una primera introducción en el método de Russell. Pero Russell también va a rechazar la *utilidad* epistemológica de la distinción entre juicios analíticos y juicios sintéticos (§56). Aquí Russell apela a Bradley sobre la concepción lógica del juicio. Según esta doctrina, tal como la interpreta Russell, el juicio combina partes en un todo y analiza un todo en partes²³. Así las cosas, en todo juicio rige el principio de no contradicción, pero además éste sólo puede regir cuando ya hay conocimiento; debe haber conocimiento, esto es, síntesis, unión de conceptos, antes de que se pueda aplicar dicho principio de no contradicción. Dice Russell:

[...] porque aunque [un juicio] es una determinación más allá de un todo dado, y así es analítico, también conlleva la emergencia de *nuevas* relaciones con este todo, y así es sintético (§56; cursiva de Russell).

¹⁹ De nuevo, para esta argumentación, véase la sección 1.2.

²⁰ Irvine 1989.

²¹ *Ibid.*, p. 309 y ss.

²² Véase el capítulo 2 de este trabajo.

²³ Desde luego no es esta una interpretación correcta de la teoría del juicio de Bradley (véase capítulo 6). Lo más probable es que sea una interpretación libérrima de Russell (véase la sección 2.7).

Así la distinción puede ser lógicamente relevante, pero no lo es epistemológicamente. Según Russell, al propio Kant no le hace falta la distinción, porque, en opinión de Russell, Kant argumenta, independientemente de la distinción, que hay ciertas proposiciones fundamentales no deducibles de la lógica (cuyas contradictorias no son autocontradictorias), sin las cuales la experiencia sería imposible. Éstas forman la posibilidad (el concepto) de experiencia, que junto al principio de no contradicción bastan para obtener los resultados kantianos. De este modo, Russell modifica la noción de *a priori* de Kant y su concepción del distinción entre juicios analíticos y sintéticos.

1.2. El método de la filosofía de la geometría de Russell en 1897

Sin embargo, Russell irá más allá, pues pretende reducir el alcance de las pretensiones kantianas. De una parte de ello nos ocupamos en esta sección, lo cual nos conducirá, de nuevo, al método empleado por Russell y la conexión de éste con la matemática de la época. La mentada reducción de las pretensiones kantianas tiene estas partes: 1ª) no es necesario para la experiencia el espacio euclídeo, sino la diversidad real de cosas distintas (que Russell concreta en su mutua exterioridad y que por ello la llama forma de exterioridad -o espacio vacío), cuyo *concepto* encuentra Russell en la geometría proyectiva; 2ª) ni uno ni otra sirven para distinguir entre el yo y el mundo externo, lo único que hay es distinción entre mi cuerpo y otros cuerpos (§185); 3ª) la forma de exterioridad no es meramente conceptual, pero no puede decidirse epistemológicamente si es sensible o intuitiva (esto es, intuición pura, aunque Russell niega todo papel a la intuición pura, pues la relación entre *a priori* y subjetivo es solucionada por Kant erróneamente según Russell). No nos extenderemos en la segunda restricción pues se sale del contexto del presente trabajo; dejaremos la tercera para la sección siguiente y nos ocupamos inmediatamente de la primera.

A este respecto, Russell sigue el punto de partida kantiano sobre el valor epistemológico de la geometría, pero, siguiendo las tendencias matemáticas de la época²⁴, ya no es la geometría euclídea la más básica sino la geometría proyectiva, "la más simple y completa expresión de los requisitos indispensables de cualquier razonamiento geométrico" (§103). El proceso que va a seguir Russell en el *Essay*, para

²⁴ Véase al final de esta sección.

obtener la forma de exterioridad y establecer su papel epistemológico, va a ser el siguiente.

Primero, tras la introducción y los dos primeros capítulos históricos, el capítulo tercero²⁵ gana el concepto de la exterioridad mutua de cosas realmente distintas (forma de exterioridad) aplicando el método regresivo y progresivo. Obtiene esa noción atendiendo a la geometría proyectiva. Russell identifica la forma de exterioridad que busca con las condiciones necesarias de la semejanza proyectiva; semejanza proyectiva que, según Russell, equivale a la identidad cualitativa. Así pues, cuando se da la identidad cualitativa y estamos ante figuras diversas (precisamente el resultado de actuar proyectivamente sobre una figura), estamos ante la exterioridad de unas cosas de las otras, estamos ante cosas distintas. Russell llega a esta conclusión deduciendo el principio proyectivo general de la definición de cualidad en geometría (§118). A su vez, la definición de cualidad la obtiene Russell buscando las condiciones bajo las que se pueden distinguir los elementos (los puntos) que son los términos de las relaciones espaciales (§119); hasta aquí el procedimiento analítico de remontarse hasta los postulados fundamentales de la geometría proyectiva a partir de la propia ciencia en cuestión (el fundamento de necesidad). Russell se adelanta entonces al presentar el objeto de la geometría proyectiva y demuestra que dos figuras que están proyectivamente relacionadas son cualitativamente similares porque la única razón, en la geometría proyectiva, para no ver las figuras proyectivas como realmente idénticas es la percepción intuitiva de la diferencia de posición. "Esto es fundamental y debe ser aceptado como dato" dice Russell (§121). Con ello estamos ante el fundamento progresivo (de la síntesis), el objeto de la geometría proyectiva, aunque Russell todavía deber terminar, y así lo hace, el proceso analítico-regresivo extrayendo tres axiomas y tres propiedades correspondientes (§§122-125). Luego progresivamente, los deduce de la propia noción de forma de exterioridad (§§126-140). Con ello, ha establecido lo que denomina el carácter de *a priori* relativo de dichos axiomas y propiedades: los requisitos para poder tener la experiencia del objeto de una ciencia determinada, en este caso la geometría proyectiva.

Todo este trabajo queda dentro de los meros conceptos. Y obtiene necesidad (conceptual) porque lo que su análisis rinde son los componentes de un concepto. Así, en la geometría proyectiva, Russell busca un concepto, el concepto de la diferencia

²⁵ En su parte A. La parte B está dedicada a la geometría métrica y no añade nada sustancial al respecto.

entre cosas (forma de exterioridad) y los axiomas que obtiene describen los elementos del concepto.

Pero Russell pretende demostrar que el concepto forma de exterioridad, tal como es definido por esos axiomas y propiedades, es además un *a priori* absoluto, esto es, condición para la experiencia en general (§7 nota y §57). Y también aquí Russell se limita a los meros conceptos, excepto por el supuesto (el fundamento de la necesidad) de la existencia de conocimiento. En efecto, según Russell, si se experimenta la diversidad (esto es, la exterioridad: multiplicidad coexistente de cosas interrelacionadas - §141), debería haber una forma de exterioridad con tales y tales propiedades (§127); cuáles son esas propiedades es algo que Russell ya ha expuesto. Pero, ¿tienen dichas propiedades importe existencial? (§127). En términos kantianos, ¿se refieren *a priori* a objetos? Y así, en segundo lugar, en el capítulo cuarto (§§180-193), progresivamente (sintéticamente), Russell va a llegar a la noción de un mundo constituido por una pluralidad de entes que no están dispuestos en serie. Si el argumento es aceptable y si el conocimiento existe, el mundo debe ser una pluralidad de entes: la diversidad real es condición para el conocimiento. El carácter de *a priori* absoluto de la forma de exterioridad ha sido demostrado.

Observemos el argumento de Russell con detalle. Russell parte de la supuesta premisa lógica de Bradley, según la cual el juicio analiza un todo en partes y combina partes en un todo. Y se pregunta, si el objeto de percepción inmediata fuese siempre simple, ¿podría ser complejo el objeto mental -esto es, en este sentido, el objeto de conocimiento-? (§189). Dicho de otra manera, ¿nos podemos inventar la pluralidad? La respuesta va a ser que no. Para ello, en el siguiente párrafo (§190), Russell explicita un supuesto de la anterior pregunta: todo conocimiento comienza con la percepción inmediata. Y plantea el siguiente dilema: o sólo podemos conocer nuestra percepción presente o podemos compararla con otras.

Russell desecha el primer cuerno apelando a la teoría del juicio de Bradley. Como Griffin²⁶ ha señalado, a lo que Russell se está refiriendo al hablar de percepción es al objeto mental y no al objeto que le corresponde en la realidad, de lo contrario habría una petición de principio. Respecto al segundo cuerno, Russell arguye que, para que haya otra percepción, por lo menos, ha de ocurrir en otro tiempo. Esto ya proporciona la necesaria diversidad, no sólo porque habrá diversas percepciones, sino

²⁶ Griffin 1991, p.168.

porque en cada percepción presente se distinguirá entre lo que es idéntico a otras y lo que es específico de ellas. Pero el tiempo no basta. La forma de exterioridad no puede tener sólo una dimensión. En primer lugar, porque los cambios sólo serían de una sustancia y consiguientemente, según Russell, tendríamos otro dilema: o la cosa ya sería el sí mismo, o en el otro caso, la autoconciencia nunca aparecería. Es obvio que hay autoconciencia y, por tanto, hay que añadir que la diversidad ha de ser real y no meramente mental. Pero Russell lleva más allá el argumento para rechazar una forma de exterioridad de una sola dimensión (y, consiguientemente, un mundo con la estructura de una serie), pues ello imposibilitaría utilizar el principio de causalidad: la cosa en cuestión sería una mónada leibniziana, pero sin el Dios fuera que arreglase los cambios, lo cual es incompatible con la diversidad real demostrada.

El argumento muestra el kantismo del punto de vista de Russell. Si leemos la "Refutación del idealismo" de Kant en su *Crítica de la razón pura* podremos comprobar hasta que punto Russell intenta remedar a Kant en su argumentación²⁷. Y así afirma Russell:

El fundamento de la necesidad surge de la mente; pero de ahí no se sigue que la verdad de lo que es necesario dependa sólo de la constitución de la mente. Donde éste no es el caso, cuando un fragmento de conocimiento es declarado a priori, nuestra conclusión sólo puede ser: debido a la constitución de la mente la experiencia será imposible a menos que el mundo acepte ciertas propiedades (§181; cursivas de Russell).

El referido argumento que acabamos de ver se expone en la primera mitad del capítulo cuarto del *Essay*. Insistiremos en él en la sección siguiente. El resto del capítulo cuarto del *Essay* no sólo recoge una serie de paradojas dialécticamente útiles en el proyecto del sistema de las ciencias de Russell, sino que éste concluye que la unidad también la aporta la propia realidad: el orden espacial refiere a la materia atómica cuyas conexiones aportan la unidad (§208). El mundo es, pues, una pluralidad de entes realmente relacionados (como partes del todo) por una relación inherente al todo relacionado.

²⁷ Agradezco al profesor José Luis Blasco, el haber llamado mi atención sobre este texto de Kant.

Antes de pasar a la siguiente sección, conviene llamar la atención sobre el carácter plenamente incardinado en las tendencias matemáticas del momento del enfoque de Russell y sus consecuencias ontológicas. Russell intenta actualizar a Kant con un buen conocimiento de lo que se fraguaba en la matemática de su época. En 1872 Klein formula el programa de Erlangen que pretende articular toda la matemática mediante el concepto de grupos de transformaciones sobre multiplicidades. Programa fruto de la convergencia de la matemática analítica (análisis y álgebra) y de la sintética (métodos geométricos ligados a los éxitos de la geometría proyectiva) y la pregunta por la consistencia de las geometrías no euclídeas.

Como Klein, Russell rechazará la teoría de conjuntos de Cantor hasta que no le quede otro remedio. Pero en la línea de la actualidad matemática de su época, para Russell "Todo el objeto de la geometría puede verse como una teoría de grupos continuos que define todas las posibles colineaciones y movimientos" (§45). Como la mayoría de los matemáticos, Russell pensaba en conjuntos o multiplicidades a la hora de perseguir la unificación de los ámbitos matemáticos (cf. §65). Russell cita favorablemente a Riemann, para quien el espacio euclídeo aparece a través de la clasificación de éste como especie del género espacio:

Los axiomas de la geometría, como las marcas de una definición escolástica, aparecen como alteraciones sucesivas de conceptos-clase, terminando en el espacio euclídeo (§18).

Esta forma de definir el espacio euclídeo necesita de la noción de multiplicidad que, en Riemann, según Russell, es inadecuada por oscura (§§59-64) y está ligada a conceptos métricos no pertinentes (los conceptos métricos estarían ligados a la cantidad y, en todo caso, serían subsiguientes lógicamente a los conceptos de la geometría proyectiva; véase más abajo). Aunque para Russell el tratamiento del espacio como multiplicidad es fundamental, la pone entre paréntesis para aclararla. Lo único que le parece claro es la necesidad de relaciones (§19). De todos modos Russell siempre permanecerá fiel a la idea de que hay que partir de las "multiplicidades" o "conjuntos" (incluso en esta etapa neohegeliana, en 1896, 1897 y 1898, hay testimonios de ello²⁸).

Así pues, Russell se aleja de Kant al tomar como referencia la geometría proyectiva y no la geometría euclídea. Sin embargo, lo hace dentro del espíritu

²⁸ Respectivamente, Russell 1983, ítem 42 y 44, Russell 1897 y Russell 1990, ítem 2, nota XV.

kantiano, porque el método de análisis y síntesis, tal como lo emplea Russell, merece el calificativo de método trascendental, como vamos a ver en la siguiente sección.

1.3. Trascendentalismo kantiano en el Russell decimonónico

En efecto, creemos que hay argumentos para mantener que Russell hacía argumentos trascendentales²⁹. Desde luego, ello no es posible, dado lo que hemos visto, si consideramos que los argumentos trascendentales proporcionan algo que va más allá de lo que se puede conseguir mediante el análisis de conceptos³⁰. Pero los argumentos trascendentales no son así, porque Kant llama trascendental a "todo conocimiento que se ocupa, no tanto de los objetos, cuanto de nuestro modo de conocerlos, en cuanto que tal modo ha de ser posible *a priori*" (B 25). Los argumentos trascendentales, pues, no tienen unas características formales especiales, sino que tratan de algo distinto de otros argumentos: del modo de conocer *a priori*. También es característico de ellos que parten de un hecho que se considera incontrovertible, en Kant, uno de esos hechos es el conocimiento científico.

Pero a parte de eso, como todas las investigaciones filosóficas, las investigaciones trascendentales no han podido llevarse a cabo sino mediante el método de análisis y síntesis: el método para trabajar con conceptos; el mismo método que utilizó Kant. Y Russell, como Kant en la *Crítica de la razón pura*, lo utiliza, en el capítulo cuarto de su *Essay*, para argumentar en favor de sus posiciones. Si los análisis que hace Russell allí deben tener consecuencias existenciales, dependerá de que aceptemos que hay conocimiento científico: eso que Russell atribuye a la lógica de Bradley y que denomina el fundamento de la necesidad (véase las secciones anteriores), y que es tan kantiano como lo demás, ya que Kant parte de un hecho incontrovertiblemente válido como es el conocimiento científico. Veamos otras objeciones.

Así, Rodríguez Consuegra ha señalado que el rechazo de la división kantiana de los juicios por Russell (véase la sección 1.1), le llevó a la imposibilidad de obtener necesidad a la manera kantiana en geometría³¹: no hay juicios sintéticos *a priori*. Esto explicaría el recurso de Russell a la deducción de propiedades desde la

²⁹ Ver Saurí 1996 y Grayling 1996 para esta conclusión conseguida independientemente.

³⁰ Esta es la objeción de Griffin 1991, p. 134.

³¹ Rodríguez Consuegra 1990 b, p. 99.

noción de exterioridad para demostrar que las propiedades en cuestión son necesarias para la forma de exterioridad.

Ello sería el comienzo de graves problemas para el carácter kantiano de las argumentaciones de Russell. Según Rodríguez Consuegra, para Russell el "elemento" kantiano de la forma de exterioridad es la diversidad³², para introducir la cual, Russell debe modificar la Estética de Kant³³. Obviamente, Kant la introduce con la intuición pura del espacio³⁴, pero Russell debe modificar la Estética kantiana porque Russell ha forjado la noción forma de exterioridad como un puro concepto, algo proveniente del entendimiento³⁵, para luego pasar al espacio real³⁶ mediante Bradley³⁷. Esto significaría que la forma de exterioridad sería un extraño híbrido entre concepto e intuición, pues en Kant sólo la intuición en geometría puede producir certeza apodíctica, necesidad³⁸. Pero la argumentación de Russell puede interpretarse de la manera que hemos visto en la sección anterior para no ir por los derroteros que indica Rodríguez Consuegra .

Por su parte, la utilización de Bradley, a la que Rodríguez Consuegra se refiere, es un pretendido argumento antisolipsista en el capítulo IV del *Essay*.³⁹ Un argumento antisolipsista es el de "The *A priori* of Geometry" de 1896⁴⁰, pero no es ese el caso en el *Essay*. Creemos que hay que insistir en la correcta estructura argumentativa del *Essay* que, en nuestra opinión, es la siguiente: primero, después de la introducción y de los dos primeros capítulos históricos, el tercer capítulo trata del concepto de la real recíproca exterioridad de cosas diferentes (la forma de exterioridad), a través del método regresivo y progresivo aplicado a la geometría proyectiva. Regresivamente, Russell (§§118-125) obtiene tres axiomas y las tres propiedades correspondientes. Progresivamente, dichos axiomas y propiedades son deducidos de la forma de exterioridad (§§126-140). Segundo, en el capítulo cuarto (§§180-193) Russell llega progresivamente a la conclusión de que el mundo consiste en una pluralidad no seriada de entidades. Las premisas son que el conocimiento empírico es unidad-identidad (del sujeto de la realidad) en la diversidad-pluralidad (de sus atributos) y que el conocimiento usa el principio de causalidad. Si se aceptan sus razones y el

³² *Ibid.*, p. 96.

³³ *Ibid.*, p. 99.

³⁴ *Ibid.*, pp. 96-97.

³⁵ *Ibid.*, p. 94.

³⁶ *Ibid.*, p. 98.

³⁷ *Ibid.*, pp. 99 y 102.

³⁸ *Ibid.*, pp. 99 y 110.

³⁹ *Ibid.*, pp. 98, 99 y 102. Véase también Griffin 1991, p. 170.

⁴⁰ Russell 1983, ítem 44.

conocimiento existe, el mundo es una pluralidad de entidades: la diversidad real (necesaria para el conocimiento) está probada. Más aún, a pesar de las apariencias, el resto del capítulo cuarto no es meramente la exposición de un conjunto de paradojas útiles dialécticamente, sino que Russell establece que la unidad en el conocimiento procede de la realidad (como la diversidad): el orden espacial se refiere a la materia atómica cuyas conexiones constituyen su unidad (§208); el mundo es una pluralidad de entidades verdaderamente relacionadas por una relación inherente al todo relacionado.

En cuanto a la crítica al carácter de híbrido de la forma de exterioridad remite a otra crítica que hace Rodríguez Consuegra. Éste también ha objetado que Russell habla de Deducción y no de Exposición trascendentales, que es lo que correspondería al tratamiento kantiano de la forma de la sensibilidad que sería la forma de exterioridad para Russell⁴¹. Pero Russell no hace, ni lo pretende, ninguna Exposición Trascendental ni tampoco una Deducción Trascendental, como afirma Rodríguez Consuegra⁴². Russell ni siquiera utiliza la palabra *deduction* o *exposition* sino *argument* (§§122, 123) y *proof* (§68), porque esas palabras evitan precisamente hacer la distinción entre Estética y Analítica que Exposición y Deducción conllevan. Russell quiere prescindir de esa dicotomía. La razón creemos que hay que buscarla en el antipsicologismo en el que Russell se hallaba embarcado, algo que compartía con las tendencias de su época, así la filosofía de Bradley o la lógica de Frege.

Russell busca explícitamente la eliminación de la dicotomía kantiana entre Estética y Analítica para eliminar las discusiones de Kant sobre el *origen* de nuestras representaciones⁴³, lo cual consideró que era síntoma de psicologismo. En realidad, no se trata de un enfoque original de Russell, sino hegeliano. Kant articula su crítica de la pura razón tomando pie en una psicología de las facultades (sensibilidad, entendimiento, razón) de una mente que se enfrenta a la cosa en sí. Así, la distinción entre lo puesto (por el entendimiento o la razón) y lo dado (la sensibilidad) se realiza desde la conciencia. Y la lógica formal, que permite en la razón llegar a las ideas del alma, el mundo y Dios, es restringida en la lógica trascendental por el espacio y el tiempo en los que todo lo experimentado debe darse para ser objetivo, dejando así fuera del conocimiento el alma, el mundo o Dios. Por contra, Hegel piensa que esa restricción

⁴¹ Rodríguez Consuegra 1990 b, pp. 93-94.

⁴² *Ibid.*, pp. 91 y 87, respectivamente.

⁴³ Podemos ver un interés análogo en su libro sobre Leibniz cuando afirma: "La distinción de lo empírico y lo *a priori* parece depender de la confusión entre fuentes de conocimiento y fundamentos de verdad" (Russell 1900, §12).

de la lógica formal se da en el mismo elemento lógico entendido dialécticamente: al fin y al cabo, lo sensible sólo puede ser dicho, e incluso meramente referido, mediante lo universal, mediante el pensamiento (véase, por ejemplo, *La fenomenología del Espíritu*, capítulo 1), cuya estructura viene dada en la lógica (dialéctica).

La misma cuestión se puede rastrear cuando Russell trata la última restricción a Kant de la que hablamos en la sección anterior: para Russell no cabe determinar si la forma de exterioridad es sensible o puramente intuitiva. Russell insiste en que la forma de exterioridad es un concepto que comprende toda posible intuición que haga la función que hace con nosotros el espacio (dar la diversidad). Hace falta, pues, alguna forma de percepción sensible cuya concepción caiga bajo la forma de exterioridad. Dicha percepción sería *a priori* (§181). Pero para Russell esto no establece ninguna relación entre *a priori* y subjetivo. Al comparar su concepción con la de Kant (§183), Russell dice que la forma de exterioridad no es para él "mera concepción o mera inferencia sino que debe ser un elemento dado en la percepción sensible". El problema es que Kant, al hacerlo dado, también lo hizo subjetivo. La *aprioridad* en Kant no es sólo lógica sino también psicológica. Pero según Russell:

Si llamamos intuitivo a cualquier cosa dada en la percepción sensible, entonces podemos sostener que una forma de exterioridad debe ser intuitiva; pero si es una intuición pura, en el sentido de Kant o no, es irrelevante para nosotros... (§183).

Con ello, Russell está sosteniendo que se nos da la diversidad, es un dato, es intuición, pero es indiferente -dice Russell- por qué hay intuición de la forma de exterioridad:

[...] si por una armonía preestablecida, por adaptación darwiniana a nuestro entorno, por la subjetividad de un elemento necesario en la percepción sensible o por una fundamental identidad y unidad entre nosotros y el resto de la realidad, es una cuestión posterior que pertenece más bien a la metafísica que a nuestra presente línea de argumentación (§193).

Si caemos en la cuenta de que "metafísico" para Russell aquí, significa lo que tiene que ver con relaciones entre las ciencias (§§4 y 5), vemos que con ello Russell está lanzando la cuestión de la disputa sobre el *tipo* de intuición de la forma de exterioridad al terreno puramente empírico, puramente psicológico. Russell se niega a

establecer una distinción entre nuestras representaciones con el criterio de su *origen*: existe la distinción entre lo dado y lo construido, pero esa distinción no obedece a su distinto origen o bien, lo que daría igual, puede haber distintos orígenes pero esto es irrelevante para la filosofía como tarea lógico-epistemológica.

El papel de la intuición en la evolución de Russell ha sido tratado por Griffin⁴⁴. Griffin cree que una clave de esta evolución es la intuición en el sentido kantiano: Russell trataría de reconciliar el psicologismo y la lógica en el *Essay*, pero Moore persuadió a Russell de que había fracasado⁴⁵, aunque Griffin señala correctamente⁴⁶ que los argumentos de Moore son erróneos. En el *Essay*, si seguimos a Griffin⁴⁷, lo que Russell considera filosóficamente importante en una ciencia es lo que depende de la intuición. Pero poco a poco Russell relegó la intuición hasta rechazarla.

De acuerdo con Griffin⁴⁸, podemos observar una primera reacción contra la intuición en los primeros escritos de Russell: el formalismo de "On the Axioms of Geometry" (1899)⁴⁹. Griffin⁵⁰ sostiene que este formalismo y la tendencia abstracta fueron restringidos por la intuición. Pero esta afirmación sobre la intuición no es coherente con lo que dice⁵¹ en otro momento, donde Russell aparece como un anti-intuicionista al conectar la intuición con el psicologismo. Creemos que hay que estar de acuerdo con lo que Griffin dice en las pp. 135 y siguientes, al señalar que el interés de Russell en la geometría proyectiva está relacionado con el aspecto intuitivo y que la geometría proyectiva era importante para Russell (ver también p. 158). Pero cabe pensar que Griffin atribuye erróneamente a Russell la idea de que la intuición es una forma de imaginación. De hecho, Russell rechaza la importancia epistemológica de la imaginación en contraste con la importancia de la conceptualización y la descripción (§§68, 183, 193).

Russell tiene de la intuición otro concepto también kantiano; a saber, como representación de un individuo⁵². La opinión de Russell es que la geometría proyectiva desarrolla el concepto correcto de la exterioridad mutua entre cosas realmente diferentes (la forma de exterioridad) y que sin éste es imposible la experiencia de

⁴⁴ Griffin 1991, §3.4.

⁴⁵ *Ibid.*, p. 96 nota 49.

⁴⁶ *Ibid.*, pp. 133-134.

⁴⁷ *Ibid.*, p. 97.

⁴⁸ *Ibid.*, pp. 98-99.

⁴⁹ Russell 1990, pp. 394-415.

⁵⁰ Griffin 1991, pp. 143-144.

⁵¹ *Ibid.*, pp. 131-132.

⁵² Hintikka 1973, capítulo V, §9 y ss.

individuos diferentes. Más aún, como hemos visto, hay razones suficientes para pensar que, en el *Essay*, Russell trata de mostrar que el mundo es una pluralidad de individuos independientes, con independencia de cómo los conozcamos (§193).

Este pluralismo de Russell es una constante y de nuevo lo podemos encontrar en la matemática pura y conectado con la intuición. Russell piensa, en esta época, que los números son producto del conteo y rechaza los infinitesimales, límites y la teoría de conjuntos de Cantor (con el consiguiente problema de cómo reconstruir el cálculo). Anellis⁵³ piensa que el atomismo aritmético y geométrico de Russell (relacionado con el atomismo de Boscovich que subyace al *Essay*) dependen de la posición filosófica del atomismo pluralista. Según Anellis, Russell mantiene que "los objetos (matemáticos) individuales son unidades físicas del universo y el concepto de unidad es la referencia para la pura abstracción, el número *uno*"⁵⁴. Rodríguez Consuegra⁵⁵ concuerda con este papel del atomismo, pero añade, y he aquí lo que nos interesa, la conexión epistemológica que explica el rechazo a Cantor por Russell. Cantor usa un concepto de intuición demasiado cercano a la imaginación. Más aún, aunque Russell está de acuerdo con Cantor en la búsqueda de la esencia de los conceptos, discrepa sobre el criterio de esa esencia. En vez de utilizar el sentido usual de las palabras para obtener el significado verdadero de los conceptos, Cantor intenta construir el verdadero significado por medio de conceptos previamente definidos. Así, desaparece la posibilidad de terminar el análisis con entidades fundamentales individuales, la contraparte objetiva de los conceptos. Esto era inaceptable para Russell. Es pluralista y su evolución desde el neohegelianismo a sus posteriores posiciones hace pensar que tiene bastante del intento de ganar un pluralismo consecuente⁵⁶.

Sea como sea, Moore señalará a Russell que la eliminación del psicologismo que pretende el *Essay* no tiene éxito. La clave está en el fundamento de la necesidad. Dice Moore:

[...] mostrar que una 'forma de exterioridad' es necesaria para la posibilidad de la experiencia, sólo puede significar mostrar que se presupone en nuestra experiencia real. Y esto nunca puede probar que alguna experiencia no sea posible sin tal forma, a menos que asumamos

⁵³ Anellis 1987 c.

⁵⁴ Anellis 1987 c, p. 308. Ver también Anellis 1987 a y b.

⁵⁵ Rodríguez Consuegra 1991 a, pp. 86-90.

⁵⁶ Véase el siguiente capítulo.

que nuestra experiencia real es, ella misma, necesaria, esto es, que ninguna otra experiencia es posible⁵⁷.

Esta circularidad sólo puede superarse por el camino que toma Russell: "poner el fundamento de necesidad en un hecho psicológico."⁵⁸ Así pues, el concepto de experiencia posible, aunque concepto, está tomado de la experiencia humana y, como tal, no puede servir de fundamento *a priori* de nada: es un mero hecho.

Con ello Moore atacaba el corazón del kantismo que había en Russell: la necesidad de partir de un hecho que se supone válido desde el comienzo. En Kant era el conocimiento empírico ligado a la ciencia moderna y la matemática ligada a los procedimientos constructivos euclidianos. En Russell es análogo, aunque ya no haya geometría euclídea, sino proyectiva. Si el propio Russell ya había abjurado de la "metafísica" kantiana de las facultades, lo cual, seguramente, no le alejaba excesivamente del espíritu de Kant, ahora la crítica se centraba sobre el propio método, no, claro está, en su carácter progresivo-regresivo, sino en la peculiaridad kantiana de partir de un *hecho* que es válido de antemano. Russell aceptará la crítica en 1899, a la par que cambia su ontología (véase 2.3) y puede prescindir de la intuición en lo que se refiere al espacio y el tiempo (véase 2.5).

Russell había tenido la oportunidad de optar por otras tendencias epistemológicas en la matemática. En el *Essay*, Russell se opone al empirismo y al convencionalismo. El rechazo del convencionalismo está en una cuestión técnico-conceptual. Para Russell el convencionalismo parte de la posibilidad de obtener las geometrías no euclídeas por alteración de la definición de distancia euclídea (Cayley y Klein). Como se trata de una definición, Russell señala que se podría obviar la pregunta por la verdad de la geometría euclídea, pues cualquier geometría valdrá para "representar" el mundo con solo alterar adecuadamente otras partes de nuestro conocimiento. Pero, según Russell, esto es insostenible porque parte de un error de interpretación del significado de los términos matemáticos.

En efecto, en la época de Russell, el terreno común sobre el que podían hablar los geómetras era la geometría proyectiva; sobre ella se efectuaban las variaciones en la definición de distancia. Pero Russell señala que esto es erróneo porque supone hablar de medida y cantidad en el seno de la geometría proyectiva, la cual se limita a tratar con las diferencias y semejanzas de figuras prescindiendo de sus medidas.

⁵⁷ Moore 1899 b, p. 399.

De este modo, es lógico que discutir sobre cual es la mejor expresión de la distancia no puede dejar de ser resultado de la convención: no tiene sentido definir correctamente la distancia en un ámbito, como es el de geometría proyectiva, en el que cualquier medida y cantidad están fuera de lugar (§§32-34).

Según Russell, el resultado de este desbarajuste conceptual es la incapacidad de reducir, filosóficamente, la geometría métrica a la geometría proyectiva. Tal reducción, sí que había sido realizada técnicamente, matemáticamente. Pero no "filosóficamente", esto es, en la interpretación correcta de los términos de la teoría que la había hecho posible. Para Russell, cuando se habla de distancia en la geometría proyectiva no se puede hablar de lo mismo que en la geometría métrica; sería una utilización equívoca del término. Porque la distancia es un concepto métrico que se debe definir tomando pie en la geometría proyectiva, la cual no necesita de ese concepto, sino que, por el contrario, tal definición necesita, previamente, de la geometría proyectiva.

Obsérvese que Russell no está enmendando la plana a los matemáticos en cuestiones "técnicas", sino realizando un diagnóstico filosófico. Aunque la geometría métrica es históricamente anterior a la geometría proyectiva, esta última es lógicamente anterior a la primera y, en ello, están de acuerdo los matemáticos. Pero a la hora de sacar consecuencias filosóficas no se dan cuenta de que ello es así porque, según Russell, la geometría proyectiva es puramente cualitativa y la geometría métrica cuantitativa. Y para hacer juicios de cantidad, según Russell, hace falta suponer lógicamente una teoría que explicita los supuestos de la identidad cualitativa, pues la cantidad supone lógicamente la cualidad (§§48, 79 y 80). Qué sea la identidad y la diferencia cualitativas es algo que define la geometría proyectiva (§84) como ya hemos visto.

Por otra parte, Russell critica a Riemann de quien, aparte de la oscuridad de sus conceptos básicos, considera inaceptable su filosofía empirista (§§16-23 y 59-65). Riemann pretende que el espacio ha de ser homogéneo -en lo que Russell está de acuerdo- pero porque el concepto de espacio se deduce del concepto de conjunto métrico. A parte del error que ello conlleva, Russell critica a Riemann por pretender averiguar el que ello es así empíricamente. Ello es absurdo, porque como Russell

⁵⁸ *Ibid.*, p. 400.

también critica a Helmholtz, otro empirista, no existe experiencia sin reglas de juego previas:

Helmholtz asume siempre que el conocimiento empírico debe ser completamente empírico, que no pueden haber condiciones *a priori* de la experiencia en cuestión, que la experiencia siempre será posible y *puede dar cualquier tipo de resultado* (§67, el subrayado es nuestro).

Helmholtz también es criticado por confundirse en la interpretación de los términos de una teoría. Helmholtz es bastante excéntrico en defender que los espacios no euclídeos sí pueden imaginarse. Russell ve en su procedimiento para ello -la reinterpretación de los términos de la teoría euclídea- un error: no es lo mismo concebir y describir que imaginar.

En este contexto, Russell hace una consideración que deja muy claro su enfoque en lo que tiene de kantiano, antes de la crítica de Moore:

Para un kantiano puro, que mantiene que ninguno de los axiomas [de la geometría] pueden probarse, esta cuestión es muy importante. Pero si, como yo he mantenido, alguno de los axiomas es susceptible de prueba trascendental, mientras otros pueden verificarse empíricamente, la cuestión está libre de implicaciones psicológicas y la imaginabilidad o no de los espacios metageométricos carece de importancia (§68).

En conclusión, Russell parte de una filosofía muy cercana a la de Kant en sus primeros trabajos, adaptando dicha filosofía a los nuevos hallazgos científicos (modificación del concepto de *a priori*, del juicio -sección 1.1- y del método de Kant -sección 1.2 y primera mitad de la sección 1.3-). Y esta cercanía a Kant es más sobresaliente que la influencia de Bradley que, sin embargo, condicionaba, no siempre evidentemente, a Russell, como veremos más adelante. Desde el primer momento, Russell tacha de no relevante la cuestión de la intuición del espacio en la epistemología (segunda mitad de la sección 1.3); pero no podrá prescindir de ella hasta que consiga la conceptualización del espacio (véase 2.5) en el contexto de conseguir un pluralismo (atomista) coherente. Mientras tanto, el método de Russell será ortodoxamente kantiano, como hemos visto (sección 1.3). Cuando, aceptando la crítica de Moore, rechace la peculiaridad del método de Kant (el partir de un hecho, válido de antemano), Russell ya habrá encontrado el camino hacia una matematización de la lógica (véase de

nuevo, 2.5) que, sin embargo, abrirá nuevos problemas en la consecución de su pluralismo. Lo que Irvine⁵⁹ ha llamado el método regresivo de Russell estaba a punto de surgir.

⁵⁹ Irvine 1989.

Capítulo 2

LA TEORÍA RELACIONAL DE LA PROPOSICIÓN Y LA CONCEPTUALIZACIÓN DEL ESPACIO

El propósito del presente capítulo es estudiar la evolución de la teoría de la proposición en Russell, en conexión con su ontología pluralista, desde el *Essay* (1897) hasta *The Principles* (1903). Dejaremos el estudio de este último para el siguiente capítulo. En este periodo, Russell utiliza la palabra "juicio" para referirse al significado de un enunciado, sin entrar a analizar la distinción entre el acto mental involucrado y el objeto juzgado, así como las relaciones de ambos aspectos. Pero como veremos, en consonancia con sus intenciones objetivistas (véase 1.1), implícitamente, da preeminencia al segundo aspecto, el de objeto juzgado. De hecho, hacia 1899 empezará hablar de proposición en vez de juicio y en 1904 reservará la palabra "juicio" para el acto mental y "proposición" para el objeto juzgado. Entre 1897 y 1903, Russell realizará tres cambios de doctrina al respecto. Para Russell, el juicio en el *Essay* de 1897 es interpretado desde relaciones de todo y parte: un juicio combina partes en un todo y analiza un todo en partes (parágrafo 189). Sin embargo, en el antecedente más remoto de borrador de *The Principles of Mathematics*, el manuscrito *An Analysis of Mathematical Reasoning* de 1898¹ esa ya no es la posición que sostiene Russell. Aquí, un juicio es decir algo, el predicado, de un término, el sujeto (En ese año todavía las relaciones son internas para Russell, pero en 1899, cambiará de opinión al respecto). Pero tras el Congreso Internacional de Filosofía de París de 1900, adoptará una posición que retomará algunos elementos abandonados en 1898. Esto significará que al primer borrador prácticamente terminado de *The Principles of Mathematics*², aparte de otras modificaciones, le será añadida una nueva parte que expondrá la nueva concepción³. Las múltiples dificultades técnicas del nuevo enfoque harán que tal parte sea remodelada hasta alcanzar la versión publicada.

¹ Ahora en Russell 1990, ítem 18 a. De este manuscrito se conserva un borrador más antiguo: *ibid.*, ítem 18c.

² Russell 1993, ítem 1. Aunque Russell sabe de Peano y Cantor, la influencia del primero no será fundamental hasta después del Congreso Mundial de Filosofía de 1900. En cuanto al segundo, todavía en este manuscrito, Russell no acepta los números transfinitos (véase ítem 1, caps. 4 y 5 de la parte V).

³ *Ibid.*, ítem 2.

Comenzaremos, pues, con la postura sostenida por Russell sobre el juicio en 1898 en *An Analysis* (sección 2.1). En la sección siguiente (2.2) analizaremos la ontología consiguiente en la que tiene especial relevancia la concepción de las relaciones. En la sección 2.3 estudiaremos el cambio de la ontología y la concepción del juicio que se produce en 1899. La sección 2.4 tratará de las consecuencias del Congreso Mundial de Filosofía para los temas que nos ocupan y que se observan en los cambios a los manuscritos de *The Principles*. Propondremos la transición desde el *Essay* (1897) a *An Analysis* (1898) hasta la sección 2.5, en la que se puede observar la influencia de Bradley sobre Russell.

2.1. La proposición matemática en *An Analysis*

*An Analysis of Mathematical Reasoning*⁴ es el primer manuscrito conservado en el que Russell intenta una fundamentación completa de las matemáticas, que se inscribe en su sistema, pretendidamente dialéctico, de las ciencias⁵. En esta sección estudiaremos la concepción que presenta Russell de los juicios matemáticos en ese manuscrito, las nociones de término, concepto, concepción y predicación. Respecto a esta última veremos las objeciones de Russell a la forma sujeto-predicado del juicio y cómo, sin embargo, termina inclinándose por que ésta sea la forma canónica de los juicios.

En la introducción de ese manuscrito, Russell señala que su objetivo es dar con las concepciones indefinibles (o categorías puras -p. 165) y aprehender el significado que portan (p. 163). Además de esas concepciones fundamentales, hay juicios fundamentales: axiomas, las premisas mayores de argumentos en los que se utilizan concepciones fundamentales (p. 163). En efecto, la matemática es una ciencia deductiva (p. 163) y los axiomas o juicios fundamentales consisten en conexiones necesarias (cuando tenemos dos o más concepciones fundamentales) y esta necesidad es más frecuentemente reconocida que la de las concepciones indefinibles. Tales conexiones son de dos formas: 1ª) Si una cosa es A, entonces es B. 2ª) Si una cosa tiene una propiedad A referente a otra cosa, entonces la otra cosa tiene un adjetivo B

⁴ En adelante *An Analysis* A. Russell 1990., ítem 18a. En adelante, hasta nuevo aviso, las páginas entre paréntesis se refieren a esos manuscrito y edición.

⁵ Véase el capítulo anterior, sección 1.1.

referente a la primera -por ejemplo, cuando una relación está entre más de dos cosas- (p. 163).

Pero, ¿cómo son los juicios? Son los

Juicios que afirman conexiones necesarias de contenidos:

(a) Cuando los contenidos pueden ser predicados del mismo sujeto: Humano implica mortal, Triple implica numérico.

(b) Cuando los contenidos, si se predicán, deben afirmarse de diferentes términos. Propositiones aritméticas y la mayoría de los axiomas de las matemáticas (p. 173).

La correcta inteligibilidad de lo que ha dicho Russell depende de qué entiende éste por concepción, contenido, término y predicación. Precisamente el capítulo I del libro I del manuscrito que nos ocupa está enfocado como una búsqueda del significado de la predicación (pp. 174, 176), búsqueda guiada por una clasificación de los términos a partir de los juicios.

Russell denomina "término"⁶ a todo aquello que puede ser sujeto lógico (p. 167). Y puede ser sujeto lógico todo aquello que no sea contradictorio (p. 168). A todo sujeto lógico le corresponde el predicado *uno* (opuesto a varios) y sólo a los sujetos lógicos les corresponde el predicado *uno* (pp. 167-168). Todo ha de ser un posible sujeto: todo sujeto, por el hecho de serlo, posee una diferencia respecto a cualquier otro sujeto, diferente de la diferencia conceptual y material, y que Russell propone llamar diferencia de ser. Esa diferencia, y su correspondiente identidad y unidad, es la que permite que sean contados los sujetos⁷ (p. 168).

Por su parte, los predicados presentan una distinción de "aspecto": todos los predicados pueden transformarse en sujetos, por lo que un predicado en un juicio puede funcionar como sujeto en otro. Cuando digo "Sócrates es humano", "humano" es un predicado. Pero al decir "humano es diferente de animal", "humano" es un sujeto. Al funcionar como sujeto, el predicado pierde su peculiaridad: ser significado⁸. Ser significado o tener diversidad de contenido o significado, por un lado, y ser sujeto o poseer ser, por otro, son "aspectos" alternativos para los predicados: la transformación en sujeto de un predicado o al revés, hace que se intercambien esas características. De todos modos, Russell no se aparta de la doctrina según la cual aunque todos los

⁶ La introducción de esta noción es fundamental en la evolución ontológica de Russell, pues es reflejo de su pluralismo atomista. Véase la sección 2.5.

⁷ Y consiguientemente, según la teoría de Russell, que haya números.

⁸ Ver la sección siguiente.

predicados pueden ser sujetos, no todos los sujetos pueden ser predicados: dichos términos son los existentes (p. 176). La distinción da lugar exactamente a lo que Russell llamara en *The Principles* "cosas" y el aristotelismo llamaba "sustancias": un particular del mundo independiente ontológicamente.

Las concepciones, que Russell también llama categorías en la introducción del manuscrito, son los predicados fundamentales.

Así pues, tanto los existentes como los predicados son términos. El carácter de término de los predicados permite realizar ciertas operaciones con ellos⁹. Cuando ciertos predicados, considerados como términos, forman una clase y cuando todos los términos de la clase tienen un predicado que no pertenece a ningún término ajeno a la clase (por ejemplo, "ser un concepto captado por primera vez por Russell"), entonces estos términos forman la extensión de su predicado común (el conjunto de los conceptos captados por primera vez por Russell). Cuando ciertos predicados como significados se unen como significado, forman un nuevo predicado (por ejemplo, "tener la propiedad reflexiva, simétrica y transitiva", forma el predicado "ser relación de equivalencia"). Esta operación la denomina Russell "síntesis" (y es expresada en juicios de intensión -pp. 173 y 169-170). Por contra, si reunimos varios predicados como términos lo único que tenemos es una clase formada por términos que son predicados (la reunión de términos como tales la llama Russell "adición" -expresada en juicios de extensión -pp. 173 y 169-170). La intensión correspondiente a una extensión se define como el punto de acuerdo, como significado, entre todos los términos de la extensión (p. 176).

Pese a que, en el anterior análisis, Russell utiliza la forma sujeto-predicado, él mismo señala que no todo juicio se adapta a la forma sujeto-predicado. Russell se refiere, por ejemplo, a los juicios de inclusión¹⁰ y los juicios puros de intensión. Estos últimos afirman relaciones entre los predicados como tales, como en "humano implica animal" y, como ya hemos visto, son fundamentales para las matemáticas¹¹; aquí, según Russell, los predicados no se predicán de nada, ni se toman como sujetos (p. 172). Por ejemplo: al juicio de inclusión "el rojo es un color" le corresponde el juicio de intensión "rojo implica coloreado"; al juicio de inclusión "3 es número" le corresponde

⁹ Imposibles en otro caso. Véase la sección 2.5: Russell sólo puede hacer lógica matemática con los predicados si los convierte en cuasi-cosas; esto es, en términos.

¹⁰ Véase sección 2.3.

¹¹ Véase al principio de esta sección.

el juicio de intensión "tres"¹² implica varios"¹³. La importancia de estos juicios es grande porque los juicios puros de intensión coinciden con la primera forma de los axiomas matemáticos.

Russell señala entonces que tanto "rojo" como "tres", parecen tener un significado simple, no analizable en una diversidad sintetizada de significado y, sin embargo, "rojo" implica coloreado y "tres" implica varios. Y sólo por medio de las relaciones podemos asignar un predicado común a todos los colores (el predicado "ser color") y a todos los números (el predicado "ser número"): cada color, si se predica de una cosa, implica que esa cosa tiene el predicado "color" y cada número, si se dice de un agregado, implica que el agregado tiene diversidad de ser, es varios (o es numérico, si está formado por cosas):

Aunque 3 puede, por medio de relaciones, adquirir un predicado común a todos los números, parece que 3 no tiene predicados distintos de esas relaciones (p.182).

Dicho de otro modo, los contenidos con significado simple también pueden combinarse en un juicio, también puede encontrarseles un predicado en común, pero tal predicado ha de ser una relación. En la medida en que son simples no podemos descomponerlos para buscar los predicados componentes comunes (no es posible hacer juicios analíticos en el sentido kantiano), pero podemos encontrar que distintos conjuntos de esos contenidos simples (números o colores, por ejemplo) tiene una relación con un predicado común (varios o color).

Otro caso distinto que, sin embargo, confirma el mismo punto de vista, es el de las clasificaciones que distinguen entre género y especie: por ejemplo las clasificaciones biológicas. Aquí los contenidos no implican otros o, si lo hacen, pueden verse como resultado de síntesis de contenidos independientes. El contenido definitorio de la especie es el resultado de sintetizar el contenido definitorio del género y otro contenido independiente que da la diferencia específica (pp. 183-184). Sea el juicio "hombre es animal racional". Aquí tampoco hay otros predicados que los que afirman

¹² "Tres" es "3" como significado para Russell.

¹³ Inicialmente considera que es "triple implica numérico", pero rechaza esa posibilidad en la p. 182. "Numérico" es la cualidad de consistir en varios y por ser una cualidad se aplica a cosas y no a otro tipo de términos. Igualmente ocurre con "triple"; cuando tres cosas se toman como una, tiene la cualidad de ser tres cosas: la cualidad de la triplicidad. Pero el número 3 no es ningún tipo de existente, por lo que no podemos acudir a numérico, ni a triple para formular el juicio de intensión correspondiente a 2b. Hay que

relaciones. Así de "la humanidad es necesariamente conectada con la racionalidad" podemos decir que da un predicado a humanidad. Pero no podemos decir que la humanidad es racional, o mortal, o que tiene dos piernas. Todas las especies de animalidad tienen un predicado común, que expresa la identidad de su relación a animalidad. Pero ese predicado no puede ser sino una relación.

Así pues, Russell ha trazado las nociones de término, concepto, concepción y predicación en el contexto de un análisis de los juicios cuya forma canónica es la forma sujeto-predicado. Pero para poder inscribir dentro de esa forma todos los juicios, ciertos predicados han de ser relaciones. Russell afirma que en el juicio "rojo implica coloreado" hay un sujeto que es "rojo" y un predicado que es "implica ser coloreado" y para "tres implica varios" el predicado es "implica varios" (p. 183).

2.2. La ontología consiguiente al análisis de las proposiciones en *An Inquiry Into Meaning and Truth*. La cuestión de las relaciones y la paradoja de Bradley

Como hemos visto, pese a la insistencia en las relaciones y el ya señalado análisis de los juicios puros de intensión, que son los fundamentales en las matemáticas, Russell no abandona la estructura sujeto-predicado. Además, Russell defiende que las relaciones no son términos (en el sentido técnico de Russell que hemos visto en la sección anterior) y, lógicamente, cualquier proposición relacional puede reducirse a una sin relaciones. Eso se consigue reduciendo cualquier relación a propiedades intrínsecas que refirieren a algo, en conjunción con relaciones de identidad, diversidad y unidad.

En efecto, una relación consiste, o bien en diversidad de contenido, o bien en identidad de contenido, o bien en la unidad, especialmente la de una clase (p. 167). Un caso de la identidad a la que se está refiriendo Russell viene ejemplificada por la discusión sobre las relaciones necesarias que hemos visto con los ejemplos de "rojo" y "tres". El hecho de que rojo y color estén relacionados no quiere decir que haya un término (la relación entre rojo y color) que conecte a los términos rojo y color, sino, en este caso, que rojo y color se dicen de *lo mismo*. O en el caso de las clasificaciones todas las especies de animalidad tienen un predicado común, que expresa la identidad de su relación a animalidad. Estas relaciones de identidad, unidad y diferencia son relaciones entre las propiedades de lo relacionado por lo que no son relaciones que,

acudir a 3 como significado ("tres") y a la versión no cualitativa de numérico que es varios (pp. 181-

como términos, conectasen los términos relacionados. Esto es, son relaciones internas y no relaciones externas.

En lo que sigue estudiaremos las razones de esa posición, ligadas a la llamada "paradoja de Bradley" y el doble aspecto de los predicados, como término y como significado (esto último ya introducido en la sección anterior). Ello nos permitirá abordar la organización de la ontología de Russell en este momento.

La razón de la concepción de las relaciones internas puede verse expresada en palabras de Russell así:

Si el predicado se considera como teniendo ser, la predicación involucra dos términos, y así expresa una relación entre los dos. Sea el predicado P, y sean los sujetos de los que se predica A, B, C,..... Entonces P tienen la relación de predicación con A, B, C, ... Pero esta relación, en cada caso, es un término nuevo; podemos considerar toda relación de predicación como un nuevo predicado de P, y así tenemos tantas relaciones distintas como sujetos haya de los que P se afirma. La cuestión es, ¿cómo puede ser P un predicado común de A, B, C,.....? No lo podemos decir porque la relación es la misma en cada caso. Para cada relación hay un predicado separado de P, y entonces, en nuestra teoría presente, un término distinto. Estos términos distintos, ya que tienen diversidad de ser entre ellos, sólo pueden ser los mismos en contenido, esto es, ellos sólo pueden coincidir en tener un predicado común. Así la cuestión de cómo los términos pueden tener un predicado común aparece de nuevo como lo hacía en las relaciones de predicación, y un intento de solución en esta línea conduce a un regreso infinito. No debemos, por tanto, ver el predicado común como un término; debemos decir, todos los términos que tienen el predicado P son el mismo desde el punto de vista del significado. Ésta es la interpretación de la identidad de contenido. No hay un predicado que cuelgue de los términos, como un peso cuelga de una polea, sino que hay varios términos, cada uno de los cuales tiene un significado, y coinciden, en significado, con los otros términos (p. 175).

El regreso infinito que Russell ha planteado como inaceptable se ha denominado "la paradoja de Bradley"¹⁴. La paradoja de Bradley recibe este nombre de F. H. Bradley a través de quien Russell tuvo noticia de una paradoja ya antigua. En *Appearance and Reality*¹⁵, Bradley plantea el problema con un intento de dar cuenta de la inteligibilidad de los conceptos de cosa y cualidad en el capítulo 2. Allí, tras rechazar la inherencia entre cosa y cualidad, Bradley intenta la solución de convertir la relación entre ambas en una entidad. Pero entonces:

182).

¹⁴ Wilkin 1979.

La relación C que ha sido admitida como diferente de A y B no se predica de ellas. Pero, sin embargo, parece que se debe decir algo de esta relación C; y también, de A y B. Y este algo no será la adscripción de uno a otro. Si es así, aparecería otra relación, D, en la que C, por un lado, y, por el otro, A y B, estarían relacionados. Pero ello conduce a un regreso infinito. La nueva relación D no puede predicarse de C, o de A y B; y por tanto debemos recurrir a otra relación E, la cual estaría entre D y cualquier otra que tuviésemos antes. Pero esto debería llevar a otra, F; y así, indefinidamente (p. 18).

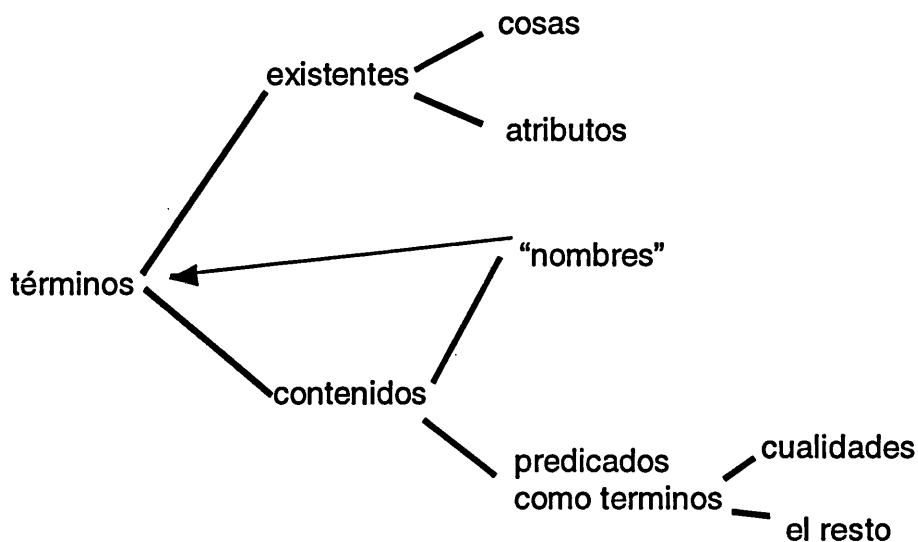
Bradley concluye que las nociones de cualidad y relación son ininteligibles. En el capítulo III, el objetivo es el mismo pero por otra vía: las cualidades no son nada sin las relaciones y las relaciones sin las relaciones son ininteligibles y que las relaciones son ininteligibles con o sin las cualidades.

La paradoja de Bradley se produce siempre que las relaciones se convierten en términos, esto es, siempre que las relaciones son relaciones externas. Así pues, si Russell no quería caer en la paradoja de Bradley debía, como lo estaba haciendo, seguir sosteniendo las relaciones internas: las relaciones no podían ser términos. Por tanto, según Russell, entre los diversos tipos de términos no se podían encontrar las relaciones. En realidad, Russell introduce la cita de *An Analysis* transcrita más arriba, para justificar la diferencia de uso de los predicados como sujeto y como significado. En efecto, si la relación de predicación fuese un término se generaría un regreso infinito: el predicado que hace de tal en un juicio no puede ser un término, sino que ha de ser un significado que está en el término sujeto del juicio y en otros términos de los que se puede decir el mismo predicado-significado. En consecuencia, el doble papel de los predicados tiene la función de permitir su cosificación, su conversión en términos, sin generar la paradoja de Bradley¹⁶.

Con lo dicho podemos abordar la organización de la ontología de Russell en este momento mediante el esquema del comienzo de la página siguiente:

¹⁵ Bradley 1883.

¹⁶ Cosificación cuya importancia veremos en la sección 2.5.



Dentro de los términos (y recordemos que en Russell esa palabra no tiene significado lingüístico), hay que distinguir entre existentes y no existentes. A estos últimos los denomina contenidos y tenemos que dentro de estos se encuentran los predicados y ciertos contenidos que son "nombres" para los términos de una clase (pp. 176-177).

Russell se refiere a estos "nombres" como términos tales como *una cosa, un número, cualquier punto o cualquier momento*, que siendo contenidos, sin embargo, no son predicados (pp. 176-177). Supongamos el juicio "3 es un número", *un número* es un contenido que actúa como "nombre" de cualquier término de la clase de los números. Cuando la clase está definida por un predicado común, tales "nombres" implican ese predicado, pero son distintos de él (p. 177). Conviene recalcar que estos "nombres" no son nada lingüístico, sino que se trata de ciertos contenidos, ciertos significados, que se refieren a términos cualesquiera.

La relevancia absolutamente determinante de este tipo de contenidos, los "nombres", solo podremos comprobarla en el análisis que realizaremos sobre la denotación en el capítulo dedicado a *The Principles*. En efecto, ese "nombrar" es la

primera mención que conservamos de Russell del concepto de "denotación"¹⁷ y como representa la flecha del esquema pueden utilizarse para remitir a cualquier tipo de término.

Un existente es un "esto". Russell, implícitamente, distingue entre aquellos existentes que poseen otros existentes o contenidos pero no pueden ser poseídos por otros existentes, las cosas (este hombre, esta casa, etc.), y los atributos que pueden poseer y ser poseídos por otros términos (rojo, grande, pesado etc.). Las cosas poseen el predicado -como significado- de coseidad y los atributos la atributeidad (p. 177 y p. 178)

En cuanto a los predicados (cuando son tomados como términos, esto es, cuando se puede decir de ellos el predicado -como significado- *ser predicado*) pueden ser cualidades, cuando pueden ser particularizados en atributos (la rojez, la grandeza, etc.) y, consiguientemente, es posible predicarlos de las cosas (que lo sean o no o que tal predicación sea verdadera o falsa es una cuestión empírica), -dicho de otra manera hay una relación lógica especial entre ser cualidad y la coseidad, ser cosa, (p. 170-171)-. El resto de predicados son los que no cumplen esa condición: coseidad, humanidad, etc.

Como se ha podido observar a lo largo de la explicación del esquema, Russell insiste en hacer corresponder a cada tipo de términos los predicados que les corresponden; evidentemente, predicados como significado, predicados que se dicen efectivamente de esos términos: de las cosas se dice la coseidad; de los "nombres" todos los predicados, excepto la existencia, comunes a los miembros de la clase correspondiente; en el caso de los atributos y los propios predicados como términos, Russell establece una distinción. En efecto, toda cosa que es roja es también coloreada, pero ¿el existente rojez y el existente coloreado son el mismo o distintos existentes? Que podamos decir que esto tiene más rojez que lo otro y a la vez que esto tiene menos color que lo otro, indicaría que son distintos existentes. Pero entonces habrá que ver cual es la relación entre ambos existentes. Russell insiste en distinguir entre atributos y cualidades, esto es, entre esta rojez y ser rojo, o entre ser el atributo de una cosa y ser el predicado de una cosa. Si no realizamos esta distinción, entonces el predicado rojo sería rojo, que sería rojo, etc.: el resultado es un regreso infinito. Por tanto, la rojez existente no es roja, como tampoco el color existente no es coloreado. Russell concluye, en primer lugar, que la relación entre el existente rojez y el existente color es que ambos

¹⁷ Como muy bien se ha señalado en Griffin 1996, pp. 29-37.

existen en el mismo lugar: donde quiera que haya rojez debe haber color, o sea, "rojo implica coloreado"; y, en segundo lugar, y más importante, que aquí la relación involucrada es la de predicación:

Por medio de relaciones, también, podemos asignar un predicado común a todos los colores. Todos los colores, si se predicán de las cosas, implican que estas cosas tienen el predicado color. Este juicio confiere a los colores un predicado común constituido por relaciones de predicación (pp.182-183).

Para ello remite a la necesidad de juicios puros de intensión y el predicado que en ellos se encuentra¹⁸ (p. 178). De este modo, la clasificación de los términos se vuelve sobre sí misma: todos los términos se pueden poner en conexión con los predicados.

Aparte de esta clasificación, hay que atender a la que Russell establece entre concepciones fundamentales y las que no lo son (véase el principio de la sección 2.1). Aunque Russell no lo dice explícitamente, todo hace pensar que tales concepciones son predicados primitivos que va a llamar también categorías. Russell hace aquí una distinción entre las categorías puras y de la intuición (p. 165). Para Russell, la posibilidad de juicios necesarios en la matemática es una prueba de que las concepciones fundamentales de las matemáticas pueden distinguirse de los aspectos inmediatos de los sentidos: caliente, rojo, dulce, etc. estos se definen por ostensión de aquello a lo que se aplican, se transforman en significados por abstracción y sus conexiones son empíricas. Las concepciones matemáticas son inmediatamente dadas, no hace falta introducir las cosas a las que se aplican, sus conexiones son necesarias y son significados desde el principio (no se abstraen de los datos de los sentidos) (p.164). Este último rasgo, indica que Russell dota de existencia independiente de los existentes (las cosas del mundo empírico) a los predicados. Existe un mundo del significado, en términos tradicionales, de los universales, lo que hace de Russell un realista de los universales, un platónico.

Sin embargo, una de las cosas en las que Russell ha hecho hincapié es que el significado es único: no se puede hablar de significados (p.175). Hay pues, una tensión entre los átomos de significado que son los predicados como términos y el significado

¹⁸ Véase la sección anterior en su último párrafo y el primero de ésta.

como aquello que no admite pluralidad, tensión que generara muchos de los desarrollos posteriores de las tesis de Russell.¹⁹

En cuanto a las categorías de la intuición son una especie de categorías intermedias con lo sensible y que son la mayor parte de las utilizadas en la matemática: expresan alguna propiedad del espacio o el tiempo o de lo que está en ellos (p.164)²⁰ y que, como veremos en la sección siguiente, son muy importantes.

En conclusión, Russell sostiene la concepción de las relaciones internas en 1898, lo que conlleva que las relaciones no son términos sino propiedades de un término. La razón es el regreso infinito que se denomina "paradoja de Bradley". Pese a ello, Russell cosifica los predicados (por los motivos que veremos en 2.5), lo cual le obliga a adoptar el doble aspecto (como término y como significado o contenido) de éstos para evitar dicha paradoja. Además, Russell tiene como elementos de su ontología los términos que divide en existentes y contenidos; entre estos últimos se encuentran los remotos antecedentes de los conceptos denotativos de *The Principles*. Pese a que los predicados han adquirido el carácter de cosas, Russell sigue manteniendo que las cosas existentes lo son debido a una diversidad material que da el espacio y el tiempo. Pero poco de esta ontología va a mantenerse a partir de 1899.

2.3. El giro ontológico de 1899

El artículo "On the Notion of Order"²¹, terminado antes del Congreso Mundial de Filosofía de París de 1900, con ser más matemático que filosófico, expresa bien a las claras el por qué de los cambios en la filosofía russelliana en 1899. Como dice Russell al principio del artículo, los filósofos sostienen una concepción de las relaciones como relaciones internas que es incompatible con la posibilidad de formar series. Éstas son fundamentales en matemáticas y en filosofía. En este último caso para la concepción del mundo: éste, en el idealismo, se ve como una serie de fenómenos o

¹⁹ Véase la sección 2.5 para aspectos relevantes.

²⁰ Russell precisa de ellas lo que sigue. Su universalidad hace que se apliquen universalmente. Su homogeneidad hace que lo que es verdad de una parte lo sea de otra (a menos que la propiedad predicada sea justo en qué partes diferentes difiere). Su ser únicos (como todos y en sus partes), hace que las concepciones aplicables al todo o a cierta posición única o parte, no se aplique a series de instancias (como si ocurre en las abstraídas de los sentidos) -pp. 164-165. Pero, como las derivadas de los sentidos, pueden definirse indicando aquello a lo que se aplican (p.165).

²¹ "On the Notion of Order" *Mind* n.s. 10 (January 1901), 30-51. Ahora en Russell 1993, ítem 7, pp. 291-309.

apariencias²². Hay pues, según Russell, una incoherencia interna en el mundo tal como lo pintan los filósofos idealistas.

En la presente sección estudiaremos como Russell se deshace de la ontología de 1898, iniciando supuestamente, junto a Moore, una nueva filosofía distinta del neohegelianismo dominante en la Gran Bretaña de la época. Veremos como las contradicciones (y que se resumen en la contradicción de la relatividad) que invadían el sistema de las ciencias²³ de Russell y que en 1898 constituyen su carácter dialéctico, pasan a ser un argumento contra las concepciones que les dan lugar, especialmente la concepción de las relaciones internas. Finalmente, veremos cuales son las nuevas consecuencias relevantes en la ontología de Russell a raíz del rechazo de las relaciones internas y la aceptación de las relaciones externas.

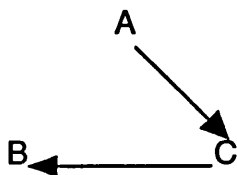
He comenzado señalando que las relaciones internas eran inadecuadas para dar razón de las relaciones de orden. Consideremos, pues, relaciones de precedencia espacial entre los términos A , B , C . Para Russell en 1898, toda relación depende de las propiedades intrínsecas de A , B y C , lo cual se sigue de la doctrina de las relaciones internas que Russell mantiene en este periodo. Si ello es así²⁴, requeriremos de la relación R que sea tal que asigne una propiedad R_1 ("es anterior a") a A y otra R_2 ("es posterior a") a B , donde R_1 y R_2 son propiedades que se refieren en cada caso al otro término de la relación. Esta referencia externa, y el término al que refiere, son esenciales a las propiedades, así que éstas serán más adecuadamente nombradas como R_{1B} y R_{2A} . A partir de lo dicho, ambas propiedades se leerán: " A es anterior a B " y " B es posterior a A ", respectivamente. Consideremos un tercer término C . Si C tiene las propiedades R_{1A} y R_{1B} , entonces a A y B se les añadirá, a cada uno, la propiedad R_{2C} (" A es posterior a C " y " B es posterior a C ") y deberemos poner nuestros términos en el orden C, A, B , (puesto que A es anterior a B y B posterior a A). Igualmente si C tiene la propiedad R_{2A} y R_{2B} , nuestros términos estarán en el orden A, B, C (A y B tendrán cada uno la propiedad R_{1C}). Pero si C tiene las propiedades R_{2A} y R_{1B} y, por tanto, a A se le añade la propiedad R_{1C} y a B la propiedad R_{2C} , entonces C tiene hacia A la misma relación que tiene B y hacia B la misma relación que tiene hacia A . Así los términos

²² No es extraño, por tanto, que llamase la atención de Bradley.

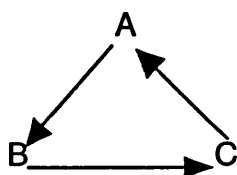
²³ Véase el comienzo del capítulo anterior.

²⁴ Lo que sigue esta tomado de Russell 1990, ítem 19, "On the Principles of Arithmetic", p. 252.

deben estar dispuestos, por ejemplo, en los vértices de un triángulo de forma que se siga el orden A, C, B .



Pero queda un caso más. Supongamos que C tenga las propiedades R_{1A} y R_{2B} . Entonces a A se le añadirá la propiedad R_{2C} y a B la R_{1C} . C deberá estar antes de A y después de B , esto es, el orden C, A, B, C . Esto es un sinsentido si no permitimos que la misma cosa este en dos lugares a la vez. Otra alternativa es, precisamente, la que muestra la figura siguiente:



Pero como muy bien señala Russell, a esta figura llegamos, no mediante las propias relaciones (internas) sino porque identificamos el C de llegada y el de partida mediante la ayuda del espacio y el tiempo que introducen subrepticamente la propiedad transitiva: si A está antes que B y B antes que C , entonces A está antes que C . En conclusión, mediante las relaciones internas no es posible expresar *conceptualmente* el orden porque la propiedad transitiva es inexpresable.

Las consecuencias filosóficas de esta ineptitud técnica de las relaciones internas se anticiparon en la conferencia leída en el Cambridge Moral Sciences Club en 1899²⁵ (p. 144). Allí ya rechaza que las relaciones sean internas: las relaciones son términos tan últimos y fundamentales como los predicados (p. 145); son, pues, relaciones externas²⁶. Russell señala que la propia predicación es una relación (p. 141) y afirma que sostener lo contrario está ligado a tesis sustancialistas. La explicación de esto ultimo la podemos encontrar en su *Leibniz*²⁷

Russell va argumentar contra la sustancia como una noción dilemática (*Leibniz*, §§17 y 21). A este respecto, Russell comienza señalando que la estructura sujeto-predicado de la proposición más la noción de tiempo da lugar a la sustancia

²⁵ Russell 1990, ítem 16, "The Classification of Relations".

²⁶ Russell sostiene que la forma sujeto-predicado de la proposición conduce a negar las relaciones como términos (*Leibniz*, parágrafos 24-25).

²⁷ Russell 1900; que es producto de un curso impartido en 1899. Se cita por párrafos.

como lo permanente en el tiempo. Ello unido a la tesis según la cual hay sujetos que no pueden ser predicados, conduce a la noción de sustancia. Pero esta noción plantea un dilema: la sustancia, o carece de significado (y no puede distinguirse una de otra) o se reduce a sus cualidades (y no es una sustancia). Este dilema es el resultado, según Russell, de admitir, como elementos de las proposiciones, términos que no tienen significado; esto es, términos que no son lo que podemos llamar ideas o conceptos, lo que Russell llama existentes en *An Analysis A*.

Así pues, Russell ha argumentado contra la diferencia entre cosas y conceptos a la par que contra la estructura sujeto-predicado de la proposición. Este mismo rechazo se observa en la conferencia antes referida (pp. 142-143): los juicios sujeto-predicado, en realidad, ocultan alguna forma de relación entre términos. En toda proposición se afirma una relación entre los términos de la proposición (p. 145). Dicho de otra manera, toda proposición tiene una ontología, como mínimo, triádica (sujeto-relación-predicado) y no hay ninguna dual (sujeto-predicado): las proposiciones que aparentan lo segundo son en realidad de la primera forma.

Conviene observar, porque tiene consecuencias para lo que veremos en la sección siguiente, que Russell, en su crítica del *Leibniz*, está asumiendo que la estructura sujeto-predicado de la proposición conlleva, necesariamente, la ontología de la sustancia y el atributo. Hacer un juicio, decir algo (el predicado) de un sujeto *es* atribuir, esto es, decir que tal sustancia *tiene* tal atributo, que el atributo inhiere en la sustancia. Pero como muy bien decía el propio Russell en *An Analysis A* eso no es lo que *siempre* queremos decir en un juicio (la caracterización de los juicios de la matemática que hemos hecho en la sección 2.1 y los juicios de inclusión, que Russell también distingue, no caen bajo este esquema). En su *Leibniz* Russell se desliza entonces desde el hecho de que históricamente la estructura sujeto-predicado de la proposición llevo a la doctrina de la sustancia y los atributos hasta una conexión necesaria entre ambas posiciones, cosa que corregirá más adelante (como veremos en 2.4).

Además de la cuestión técnica de que las relaciones internas no podían dar cuenta de las relaciones asimétricas, se puede señalar un elemento interno que debió contribuir a este cambio. Recuérdese (véase la sección anterior) que en *An Analysis A* hay una tensión en los predicados entre su carácter de términos y su carácter de contenidos o significados (los primeros sólo aceptarían relaciones externas y los segundos internas). Algo parecido ocurre en el *Essay* donde Russell exige diversidad

real (*Essay* párrafo 235 nota y párrafo 187) y hace de los elementos de la multiplicidad meros términos de relaciones internas que, de este modo, los constituyen (*Essay* párrafos 116-117). Como ha señalado Griffin²⁸, Russell es incoherente siempre que es pluralista, y lo es casi siempre. En el *Essay*, por ejemplo, Russell rechaza el realismo relacional, las proposiciones relacionales irreductibles y el monismo. Pero, obviamente, si se rechaza el monismo hay que aceptar las otras dos. La vía de escape de Russell eran las relaciones de identidad, diversidad y unidad.

A pesar, pues, de caer de nuevo en la paradoja de Bradley, Russell admitió cambiar al modelo de relaciones externas. Que Russell era consciente de este problema se puede ver en "The Classification of Relations" ya citado. El texto de esa conferencia terminaba así:

Finalmente, debo confesar que la teoría anterior hace aparecer una cuestión muy difícil. Cuando dos términos tienen una relación, ¿la relación está relacionada con cada uno? Responder afirmativamente conllevaría un regreso infinito; responder negativamente deja sin explicar cómo la relación puede pertenecer a los términos. Soy totalmente incapaz de resolver esta dificultad, pero no estoy convencido de que sea insoluble. De todos modos, la dificultad parece igualmente afectar a las teorías anteriores. Cuando un sujeto tiene un predicado, ¿es la predicabilidad del predicado un nuevo predicado del sujeto? Esta cuestión parece dar lugar precisamente a la misma dificultad para la teoría opuesta que la primera cuestión daba lugar en la mía. Resolver esta dificultad -si es soluble-sería, creo, la más valiosa contribución que un filósofo moderno pueda hacer a la filosofía (p.146).

La paradoja de Bradley era, de nuevo, a lo que se debía enfrentar Russell.

Pero el cambio, sin embargo, venía a solucionar otros dilemas además de los problemas ya señalados. Por ejemplo el que se producía al asociar la teoría de las relaciones con la concepción del espacio. Russell establecerá una relación entre posiciones sobre la teoría reductiva de las relaciones y concepciones del espacio²⁹. Russell asoció la teoría relacional del espacio con la teoría monadística (las propiedades intrínsecas se referían a un término) y la teoría adjetiva del espacio (de lo lleno) con la teoría monística (las propiedades intrínsecas se refiere al todo relacionado; en ésta, a diferencia de la primera, no hay diferencia irreductible entre adjetivos -atributos- y relaciones). La decisión entre ambas concepciones ontológicas es calificada como una

²⁸ Griffin 1991, p. 327.

²⁹ Russell 1990, ítem 11, fechado en 1897.

"cuestión fundamental de la metafísica"³⁰. Si en el *Essay* sostiene una teoría relacional, en 1898 trabaja sobre una teoría adjetiva. Esto choca con su tesis de que la doctrina del espacio lleno, conectada con la doctrina adjetiva, niega la diversidad sustancial, diversidad que es una constante en Russell. La solución a tantos dilemas será precisamente el rechazo de la concepción interna de las relaciones.

A todo ello cabría añadir otra dificultad que se puede rastrear a lo largo de *An Analysis A* y que es irresoluble como se mostrara en *The Principles*³¹. Se trata de la distinción entre clase y agregado.

Según Russell, en el capítulo II, libro I de *An Analysis A*, si consideramos un esto que tiene rojez, decimos "Esto es rojo" y es evidente que todas las rojezes existentes pertenecen a una clase; así decimos: "el rojo es un color" que es un juicio de inclusión en una clase. Lo mismo se plantea con los predicados de predicados (tomados como sujetos estos últimos). Por ejemplo, no decimos "3 es numérico", que es un auténtico juicio sujeto-predicado, sino "3 es un número" que es un juicio de inclusión en una clase. Según Russell, en todos estos casos es más natural interpretar los juicios pertinentes como juicios de inclusión en una clase (p. 177). Russell, pues, contrapone los juicios sujeto-predicado, entendidos como aquellos juicios en los que se dice que un término tiene un predicado a aquellos en que se dice que el sujeto pertenece a una clase (p. 174).

En el capítulo III de *An Analysis A*, la unidad de una clase, según Russell, es la de un sujeto lógico, aunque esté formada por varios términos; en ningún caso significa identidad de contenido (p. 179). Se diferencia de los términos en que contiene diversidad de ser. Se construye por la operación de adición y se define por enumeración (p. 180). Pero hay una segunda forma de definir una clase: utilizando la idea de *todos*. Siempre que esta idea se puede aplicar podemos definir la clase de otro modo que por enumeración (p. 180): todos los términos a los que se aplica un predicado forman una clase (p. 179). Y entonces es significativo afirmar que un término pertenece a la clase. Sólo en este último caso, según Russell, cabe hablar propiamente de clase o conjunto (p. 180); cuando esto no ocurre, estamos ante lo que denomina una agregado (p. 184). El problema es encontrar el predicado definitorio (p. 180-181) para todo agregado; de lo contrario no habría predicados correspondientes a todos los agregados. Y esto es lo que va a confirmar Russell.

³⁰ *Ibid.* p. 297.

En el capítulo IV de *An Inquiry Into Meaning and Truth*, se plantea si, admitiendo disyunciones y relaciones³² como predicados, se podría presentar todos los agregados como clases. En el caso de la disyunción, porque si dos clases tienen respectivamente el predicado *a* y el predicado *b*, entonces "*a* o *b*" será un nuevo predicado y consiguientemente da lugar a una nueva clase. En cuanto a las relaciones, si dos clases, cada una con su predicado *a* y su predicado *b* respectivamente, tienen términos en común, estos formarían una clase puesto que *a* y *b* se pueden unir para formar una sola intensión, un solo predicado (p. 185). Pero según Russell esto no es posible, sin nombrarla, Russell trae a colación la contradicción de la relatividad.

La contradicción de la relatividad se puede plantear en los siguientes términos: sean *a* y *b* dos cosas distintas de una colección homogénea de cosas. Para concebir la diferencia que las distingue hay que considerar sus relaciones (por ejemplo estar en dos lugares diferentes del espacio, donde el espacio se considera meramente relacional). Toda relación depende de las propiedades intrínsecas de *a* y *b* (esto se sigue de la doctrina de las relaciones internas que Russell mantiene en este período). Por tanto, si son distintas, *a* y *b* deberán tener determinadas propiedades intrínsecas diferentes, y, en consecuencia, *a* y *b* no son homogéneas, lo cual contradice la hipótesis de partida. Obviamente, el problema no se plantea si las relaciones son externas.

Dadas las relaciones internas, pues, siempre hay un momento en el que nos encontramos con diversidad material³³ sin diversidad de contenido y, entonces, cualquier subconjunto de términos del conjunto previamente seleccionado no tendrá un predicado definitorio (p. 186). Queda pues, descartada, debido a la contradicción de la relatividad, la posibilidad de hallar siempre un predicado definitorio: la distinción entre agregados y clases es insuperable. Cabría conjeturar que Russell albergó la esperanza de eliminar esa asimetría al adoptar las relaciones externas, dado que la contradicción de la relatividad depende de las relaciones internas.

De todos modos, el hecho es que Russell, al adoptar las relaciones externas, eliminó un buen conjunto de dilemas que se acumulaban en su filosofía, si bien, en una filosofía que pretendía ser dialéctica esas tensiones no eran un argumento en contra. Debió pesar más la necesidad de considerar que toda entidad, sin posible atenuante, era

³¹ Véase sección 3.3.

³² Russell las define implícitamente como términos comunes a dos clases, en congruencia con la opción por las relaciones internas.

³³ Que viene dada por el espacio y el tiempo.

susceptible de ser sujeto, de ser un término³⁴: relaciones y predicados incluidos, y solo así era posible la matematización de la lógica. Como ha señalado Rodríguez Consuegra³⁵, el pluralismo de Russell es sólo posible partiendo de la imposibilidad de admitir que los predicados sean meras apariencias lingüísticas sin implicaciones ontológicas. Más aún, no sólo poner al mismo nivel sujeto y predicado hace posible ver las relaciones como entidades genuinamente externas³⁶, sino que las relaciones deben ser externas, si el pluralismo atomista de Russell ha de sostenerse, como Bradley puntualizó³⁷. Si, y desde un punto de vista lógico más fundamental, las relaciones externas permitían algo que las internas no permitían (la posibilidad de construir un cálculo lógico), la tentación del cambio debió ser irresistible.

Al parecer, fue la ontología de Moore la que vino en ayuda de Russell para esa generalización de la entidad término. Moore en "The Nature of Judgment"³⁸ de 1899 sostiene que un juicio, una proposición como prefiere decir Moore, es una combinación necesaria de conceptos (p. 192). Un concepto es un "significado universal" (p. 177). La noción está tomada de Bradley. De lo que dice Moore se desprende que son átomos de inteligibilidad (p. 183): evidentes por sí mismos. Y ni más ni menos que una molécula de inteligibilidad es una proposición: un concepto complejo (p. 180). La única diferencia es que esa combinación es verdadera o falsa (p. 180): Esos conceptos están relacionados entre ellos de una determinada manera y dependiendo de la naturaleza de la relación la proposición es verdadera o falsa; el tipo de relación que hace a la proposición verdadera o falsa es indefinible pero intuitiva (p. 180). Moore la llama "afirmación" (p. 183). Así pues, la verdad o la falsedad ocurre con independencia de la relación de la proposición con otras cosas (por ejemplo, la realidad). Ello se extiende también a las proposiciones existenciales (pp. 180 y 192). Además, un concepto, y recordemos que ello incluye a las proposiciones, no es un universal o propiedad que tiene menos sustancialidad que las cosas, sino que tiene tanta entidad como éstas. Es más, para Moore, lo que habitualmente se describe como lo más sustantivo no es más que una colección de conceptos (p. 192): el mundo es una colección de conceptos (p. 182), y cuando se dice que algo existe, la colección de conceptos que forma ese algo tiene también el concepto de existencia (p. 183).

³⁴ En las secciones 2.4 y 2.5 de este capítulo se insistirá en la importancia de este extremo ligado a consideraciones técnicas.

³⁵ Rodríguez Consuegra 1991a, p. 215.

³⁶ *Idem.*

³⁷ Rodríguez Consuegra 1992 a, p. 66.

La nueva filosofía de Moore, se traducirá para Russell en los siguientes puntos relevantes: primero, que es importante por que se dirá en la sección siguiente, que no hay distinción entre cosas y concepto; segundo, los juicios sujeto-predicado ocultan alguna forma de relación-término entre términos. Ésa es la posición que Russell adopta en 1899. Pero que abandonará luego en parte (véase la sección siguiente).

Suele admitirse que Moore es quien "inventa" la nueva filosofía que Russell hace valer en su giro ontológico. Rodríguez Consuegra³⁹ la ha denominado atomismo metodológico y mantiene sin concesiones, tomando como referencia el *Leibniz* de Russell, la primacía de Moore en la reflexión filosófica sobre la nueva filosofía contraneoidealista: Russell toma de Moore la nueva filosofía en lo sistemático y lo metodológico.

Sin embargo, ese atomismo metodológico aparece en *An Analysis A*, sobre todo en lo que se refiere a que todo ha de ser término (ser sujeto posible de un juicio) y, a tenor de lo que cuenta Griffin⁴⁰, no hay justificación documental concluyente acerca de si fue Moore o fue Russell quien inventó el atomismo metodológico. Russell no conoció los escritos de Moore relevantes hasta después del citado *An Analysis*, ni Moore los de Russell, aunque sí mantuvieron al menos dos largas discusiones mientras Russell realizaba el citado manuscrito y Moore se dedicaba a su disertación de fin de carrera, antecedente de sus posteriores artículos críticos sobre el idealismo.

Sí es un hecho que el artículo citado de Moore influyó en Russell cuando lo leyó en diciembre de 1899, de tal modo que Russell lo calificará de expresión de la nueva filosofía⁴¹. Griffin insiste en la posición habitual de que el inventor de la nueva filosofía fue Moore y, aquí, las propias declaraciones de Russell en favor de esto suelen pesar. Pero en cuestión de haberes y deberes filosóficos, podemos dudar de que Russell fuese exacto. Así Russell agradece a Moore su conversión al pluralismo, cuando Russell era pluralista desde el *Essay*⁴². Habría que destacar la facilidad de Russell para fagocitar elementos provenientes de otros autores y útiles para sus fines: a la par que el autor en

³⁸ Moore 1899 a. Las referencias de paginación entre paréntesis en este párrafo se refieren a este artículo.

³⁹ Rodríguez Consuegra 1990 a.

⁴⁰ Griffin 1991, pp. 296 y ss.

⁴¹ Griffin 1991, p. 302.

⁴² En efecto, en el *Essay* el pluralismo es muy restringido y, de hecho, es un monismo inconsecuente. Véase el capítulo anterior sección 1.2. Sin embargo, la tendencia de Russell hacia el pluralismo, estrictamente hablando, está presente ya en esa obra. Véase la sección 2.5.

cuestión (por ejemplo, Whitehead) desarrollaba algo útil para los intereses de Russell, éste lo aprendía y lo transformaba para dichos intereses⁴³.

Como quiera que fuese, el hecho es que Russell y Moore compartieron, a partir de 1899, la ontología cuyos rasgos generales y puntos fuertes para Russell se han descrito más arriba. Sin embargo, posteriormente, en *The Principles*, Russell adopta una posición que, como veremos en la sección que sigue (y el capítulo siguiente), retoma elementos de la posición de 1898. En el primer manuscrito de *The Principles*⁴⁴ no existe ninguna parte similar a la primera parte de *The Principles of Mathematics* tal como se publicó. La única referencia a las proposiciones es su calificación de unidades⁴⁵, en la misma línea en que lo hará en la versión publicada de *The Principles* en el capítulo XVI, párrafo 135. Pero el borrador posterior de 1901⁴⁶, si que aporta elementos nuevos, ya congruentes con la primera parte de la versión publicada como vamos a ver en la sección siguiente.

En resumen, en esta sección hemos visto cómo Russell se da cuenta de que las relaciones internas no permiten expresar las relaciones de orden y, junto con las diferentes dificultades ontológicas (la tensión entre contenidos y términos, la contradicción de la relatividad, la concepción del espacio, la distinción entre clase y agregado), le hará rechazar las relaciones internas y adoptar una filosofía que denominaremos mooreana. Y ello pese a la paradoja de Bradley que aparecía a consecuencia de este cambio. Pero Russell no perseverará en la filosofía mooreana. Ésta no permitía distinguir entre cosas y conceptos (entre lo que sólo puede ser sujeto y lo que puede ser sujeto y predicado, respectivamente). Esta posición se mostrará matemáticamente insostenible.

⁴³ Véase el caso en Rodríguez Consuegra 1991 a, párrafo 1.3.

⁴⁴ Russell 1993, ítem 1. En adelante, *The Principles 1*.

⁴⁵ Russell 1993, ítem 1, pp. 37-38.

⁴⁶ Ahora en Russell 1993, ítem 2. En adelante, *The Principles 2*.

2.4. Los manuscritos⁴⁷ de *The Principles of Mathematics* y un nuevo cambio en la concepción russelliana de la proposición

El cambio puede observarse en *The Principles 2*⁴⁸. Éste es un borrador que, aunque desechado para la publicación, la mayor parte de sus párrafos pasarán literalmente al texto definitivo de *The Principles*, aunque con enormes adiciones. Especialmente relevante es un pasaje del capítulo segundo⁴⁹. Permítaseme citarlo por extenso:

En toda proposición, podemos distinguir uno o más términos respecto de los que se dice algo, del algo que se dice que es verdad de esos términos. Si hay un único término del que se dice algo, el término único se llama el sujeto, y lo que se dice se llama el predicado. Si, por otra parte, una afirmación se hace respecto de dos o más términos, puede ser de dos tipos. Puede afirmar un número de los términos, en cuyo caso los términos pueden llamarse una colección, o puede afirmar una relación, en cuyo caso los términos se llaman los términos de la relación. Ilustremos estas observaciones con ejemplos. Si yo digo "Sócrates es humano", Sócrates es el sujeto y *humano* es el predicado. Si yo digo "la humanidad es predicable", humanidad se ha convertido en el sujeto. Si yo digo "Sócrates y Platón son dos", la afirmación es respecto a Sócrates y Platón, y el número *dos* es lo que se afirma. Pero si yo digo "Sócrates precede a Platón", afirmo una relación cuyos términos son Sócrates y Platón. [...]

En cada proposición, entonces, hay al menos un término que es, en un sentido no más explicable, afirmado de otro término o términos de la proposición. [...]

Un concepto es un término que puede ser afirmado de otros términos. Esta es la definición de un concepto, si tomamos el significado de afirmación como indefinible.

Evidentemente, en este pasaje hay un aspecto que no es compatible con lo que Russell sostenía en "The Classification of Relations" y el *Leibniz*. Russell puede que siga manteniendo la doctrina de las relaciones externas pero la estructura sujeto-predicado de la proposición ya no debe significar la ontología de la sustancia y el atributo porque Russell acepta que las proposiciones tienen cosas como sujetos, con lo que la vuelta a la forma canónica sujeto-predicado de las proposiciones está servida para *The Principles*⁵⁰. Sin embargo, esto último embarcará a Russell en problemas,

⁴⁷ Se hace referencia a los manuscritos citados al final de la sección anterior que llevan explícitamente el nombre de *The Principles of Mathematics*.

⁴⁸ Russell 1993, ítem 2.

⁴⁹ *Ibid.* pp. 189-190.

⁵⁰ Como veremos en el capítulo siguiente.

como anticipa el carácter indefinible de la afirmación, de la relación, que no sabemos si es término o no, que conecta sujeto y predicado, y que dejaremos para el siguiente capítulo.⁵¹

Repasemos, sin embargo, la situación para luego adentrarnos en las razones del cambio de Russell hacia la distinción entre cosas y conceptos. *An Analysis A* tiene un elemento en común con *The Principles* que se pierde hasta después del primer manuscrito completo de esta obra. Se trata de la aceptación de sujetos que no pueden ser predicados: la diferencia entre existentes o cosas y significados. Recordemos que *An Analysis A* se parece mucho a *The Principles of Mathematics*. De hecho se parece más que las obras intermedias: *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz*, por ejemplo y, de manera relevante, a *The Principles I*, previo al Congreso de Filosofía en que Russell sufre su conversión peaniana. En efecto, *An Analysis A* y *The Principles* difieren en que el primero todavía está basado en la concepción de las relaciones internas, mientras el segundo no lo está. Pero, a parte de eso, ambos comparten la distinción entre cosas y conceptos. Russell no sostiene esa tesis en su *Leibniz*, en su conferencia sobre las relaciones y en *The Principles I*.

Si Moore influyó en el giro ontológico de 1899 esa influencia era ya sólo la de un intento en 1900 después del congreso:

El esfuerzo de la filosofía del señor Moore, que yo he seguido -dice Russell en 1900- fue llevar a cabo la completa negación del dualismo entre *que* y el *que*⁵², lo cual, confesadamente, subyace a las contradicciones. Pero admito que requeriría mucho desarrollo hacer creíble esta negación⁵³.

Obsérvese que Russell habla en pasado de Moore después del Congreso de París. De Moore sólo quedaba la intención. Precisamente la razón está en que Russell, manteniendo la necesidad de considerar término a todo, había aceptado de nuevo la distinción entre cosas y conceptos contra la ontología que en la sección anterior he calificado de mooreana. Conviene destacar que el esquema sujeto-predicado no es directamente incompatible con la ontología "mooreana": la concepción que no distingue entre cosas y conceptos puede permanecer como alternativa a la que interpreta sujeto-

⁵¹ Este punto es extremadamente importante. Lo trataremos en el capítulo siguiente, sección 3.5. Hay argumentos para afirmar que Griffin 1993 (p. 167) se equivoca al posponer el carácter entitativo de esta relación hasta 1904.

⁵² Se trata de la conocida distinción bradleyana entre el *that* y el *what* y que groseramente podríamos traducir como *existencia* y *esencia*.

⁵³ Carta de Russell a Bradley del 16 de Noviembre de 1900.

predicado como sustancia atributo. Desde ese punto de vista, cuando yo afirmo algo de un sujeto, establezco una relación entre dos términos; a saber, la relación de afirmación. Si en todos los casos esos términos relacionados fuesen el mismo tipo de términos, la visión "mooreana" podría permanecer intacta en este aspecto: la predicación podría continuar interpretándose como relaciones (afirmaciones) entre términos.

Pero Russell no adopta el esquema predicativo de la proposición de ese modo sino que, acercándose más a la concepción tradicional, restablece la distinción entre cosa y concepto. Russell podría haber optado por una ontología sin existentes (cosas en sentido técnico russelliano; véase 2.2), precisamente siguiendo a Moore o, por lo menos, renunciando menos a Moore. Haciendo lo contrario, Russell está rechazando hasta el fondo las propuestas de su *Leibniz* y, con ello, a Moore ¿Por qué?

Voy a utilizar un artículo previsto para *Mind*, nunca publicado y que data de 1901⁵⁴. Russell señala que Peano ha mostrado la diferencia entre las relaciones entre proposiciones y relaciones entre clases y que las primeras son lógicamente más fundamentales. Pero "el más importante avance que Peano ha hecho en lógica [...] es la distinción entre la relación de un individuo con su especie, y la de especie con su género, que han sido hasta ahora identificadas por todos los autores (por lo que yo sé) con la excepción de Frege." (p. 354) Dicho de otra manera, Russell se hace eco de la diferencia entre inclusión y pertenencia.

La importancia filosófica de esta diferencia es que, cuando ambas relaciones se identifican, "es necesario ver un individuo como *infima species* de la clase, y ver la clase como producto de la suma de sus individuos." (p. 355). Russell critica aquí las consecuencias de esta postura a través de su asunción por Schröder en su *Algebra de la lógica*. Respecto a lo segundo, Russell señala que el supuesto, implícito, para sostener tal postura, es que toda clase si no es finita, es al menos numerable: esto es claramente falso, pues los números reales entre 0 y 1 forman una clase infinita no numerable. Según Russell, para trabajar con clases infinitas hace falta la palabra "cualquier" y su expresión requiere el uso de la pertenencia y la implicación y "no la mera y sucesiva especificación de clases más y más restringidas." (p. 355).

En lo que se refiere a la mera y sucesiva especificación de clases más y más restringidas, Russell señala que aunque esto pueda no parecer inadecuado, pongamos por caso, para *hombre*, pues podemos obtener *Sócrates* aplicando un número suficiente

de especificaciones, no ocurre lo mismo en el caso de puntos o instantes, porque en ambos casos el concepto y el miembro individual de la clase son conceptos simples:

el punto particular, por ejemplo, no se obtiene añadiendo especificaciones al concepto *punto*. No hay tales especificaciones, excepto relaciones con otros puntos particulares, el uso de las cuales involucra un círculo vicioso. Un punto particular no es, en ningún sentido, una especie del género *punto*, como *hombre* es una especie de *animal*: por el contrario, el uno es tan simple como el otro, y decir "*P* es un punto" es expresar una cierta relación directa entre dos términos simples, *P* y *punto*. Y parejamente, 3 no es un *tipo* de número: la relación de 3 con número es obviamente diferente de la de número *primo* o *impar*. Esta diferencia es la diferencia entre [pertenencia e inclusión] (p. 356).

Russell está retomando la misma posición que, en 1898 en *An Analysis A*⁵⁵, había sostenido y que la argumentación de su *Leibniz* destruía, como hemos visto en la sección anterior. Y así, con su aceptación de la diferencia entre inclusión y pertenencia, Russell acepta algo que en su *Leibniz* había rechazado: esa diferencia conlleva distinguir sujetos que pueden ser predicados de los que no lo pueden ser.

La crítica que Russell hace a Schröder se le podría haber hecho al propio Russell en su *The Principles I*. Allí Russell señala que las colecciones se forman mediante la combinación de términos (todos o simples) que se expresa por \forall (p. 17⁵⁶). Las colecciones pueden formar términos (todos) y están formadas por términos (términos simples como sus partes) (pp. 16 y 35). Los todos son de dos tipos: los que pueden especificarse por la enumeración de sus partes y los que no; estos últimos son las proposiciones. Así, pues, los primeros son los agregados (pp. 36-37) y, consiguientemente, Russell no acepta las clases infinitas no numerables (por lo que no acepta los números transfinitos cantorianos), como en efecto se puede comprobar en los capítulos 4 y 5 de la parte V de *The Principles I*.

Así pues, en un primer momento tras *An Analysis*, Russell abandona la diferencia entre cosas y conceptos. Pero luego se echa atrás debido a la diferencia entre pertenencia e inclusión y la aceptación de los números transfinitos de Cantor. No será inútil señalar que Russell, en 1906, argüirá contra los que pretenden que no se puede distinguir entre un término y su naturaleza (su significado, los conceptos que lo

⁵⁴ Ahora en Russell 1993, ítem 9, "Recent Italian Work on the Foundations of Mathematics". A partir de ahora las páginas entre paréntesis corresponden a esta edición.

⁵⁵ Ver sección 2.1.

⁵⁶ Russell 1993, ítem 1.

describen)⁵⁷. Si esa distinción no se hace, dice Russell, ¿cómo se mantienen unidos los predicados? Conviene destacar que el argumento va contra el monismo neoidealista y que reconoce que la postura contraria conduce a la paradoja de Bradley.

Resumiendo, Russell rechaza su primera teoría sobre el juicio en 1898 (la del *Essay*) y adopta (en *An Inquiry Into Meaning and Truth*) la estructura sujeto-predicado. La necesidad técnica y, ligado a ello, la necesidad de hacer valer un pluralismo estricto⁵⁸ tal vez en mayor medida que las contradicciones de su filosofía o la influencia de Moore, le llevaron a adoptar las relaciones externas, lo que le lleva a rechazar la estructura sujeto-predicado de la proposición (por lo que toda proposición tiene como mínimo dos sujetos y una relación) y la distinción entre cosas y conceptos. Por contra en 1901, aun manteniendo la ontología de las relaciones externas, Russell adopta de nuevo la estructura sujeto-predicado de la proposición, aunque no su interpretación que hace corresponder al sujeto y al predicado, la sustancia y el atributo, respectivamente. También adoptará la distinción cosa-concepto para poder hacer justicia a la necesaria distinción entre pertenencia e inclusión, así como la aceptación de Cantor. Pero surgía el problema de explicar en que consistía la relación de afirmación evitando, además, la paradoja de Bradley, como se puede constatar en *The Principles*.

2.5. De la filosofía de la geometría de Kant a la de Russell pasando por la discusión sobre el espacio de Bradley

En la sección 2.3 hemos señalado que el rechazo de las relaciones internas estaba ligado al insistente pluralismo atomista de Russell. Y recordemos que Russell en el *Essay*, contra el monismo de Bradley, insiste en una mayor independencia de los entes que componen la realidad, lo cual es establecido mediante un argumento trascendental: el mundo está formado por individuos que hacen que aquél presente diversidad real ¿Qué razones podría haber tenido Russell para insistir en la diversidad real y en el consiguiente pluralismo atomista? Lo que deseamos sostener, en primer lugar, es que las tesis de Bradley, en la interpretación de Russell, harían imposibles las matemáticas por no permitir tratar con individuos; de este modo se reforzaría la interpretación que ofrecimos en la sección 2.3 sobre la aceptación de las relaciones externas. En segundo lugar, conjeturar el cambio de concepción del juicio entre el

⁵⁷ "The Monistic Theory of Truth" en Russell 1910 b, pp. 144-145.

Essay y An Analysis. Finalmente, veremos las conexiones entre la cosificación de predicados (los predicados son términos) y el abandono por Russell de las peculiaridades otorgadas por Kant al espacio.

Para ello, en primer lugar, habremos de recordar el papel de la geometría en el proyecto de Russell que, recuérdese lo dicho en el capítulo 1 de este trabajo, tiene carácter kantiano. Este papel, como en Kant, está ligado a la posibilidad de explicar cómo la matemática se aplica a la realidad, o, si se prefiere, como es posible una ciencia físico-matemática de los fenómenos. Para Kant, ello ocurre en la medida en que todos los fenómenos son magnitudes extensivas (principio de los Axiomas de la Intuición, correspondiente a las Categorías de la Cantidad), siendo la geometría las matemáticas de la extensión (A163-B204), y también en la medida en que dichos fenómenos no son más que relaciones, pues, como dice Kant, "no se nos dan a través del sentido externo más que representaciones de relación" (B67). En Russell ocurre análogamente: "Dada una multiplicidad en la que los elementos no tiene una naturaleza intrínseca, sino relativa, ¿qué postulados son necesarios *a priori* para su exacto tratamiento cuantitativo?"⁵⁹. La respuesta para Russell es: la forma de exterioridad⁶⁰ (el concepto que capta la diferencia cualitativa) más el número. Otra forma de decirlo es: sintetizar el número (discreto, intelectual y preciso) con la cantidad (continua, sensible y vaga -se refiere al mero más o menos-⁶¹). El resultado es una magnitud que es posible medir, esto es, que es posible dar el número exacto de unidades⁶². En los mismos términos se pronuncia en el *Essay* (Capítulo III, sección B, especialmente parágrafo 178). Además, Russell y Kant piensan los números de una manera análoga: son el resultado de contar unidades, que en Russell tienen una naturaleza intrínseca⁶³, son una especie de átomos que forman el mundo, la pluralidad que se había demostrado en el argumento del capítulo IV del *Essay*.⁶⁴

Russell precisa sus tesis sobre la cantidad en "On the Relations of Number and Quantity"⁶⁵ publicado en *Mind* en 1897. Este artículo merecerá la alabanza de Couturat, filósofo corresponsal de Russell, porque le parecía una pieccecita de dialéctica

⁵⁸ La razón la veremos en la siguiente sección.

⁵⁹ Russell 1983, p. 286, ítem 42, fechado en 1896.

⁶⁰ Ver el capítulo anterior de este trabajo.

⁶¹ Russell 1990, p. 81, ítem 7.

⁶² Russell 1983, pp. 300-301, ítem 44.

⁶³ *Ibid.*, p. 286, ítem 42 de 1896.

⁶⁴ Ver capítulo anterior.

⁶⁵ Ahora en Russell 1990, ítem 7.

sutil⁶⁶. Y ello a pesar de que, como ha mostrado Griffin⁶⁷, el artículo no consigue atinar los argumentos.

Para abordar dicho artículo, hemos de recordar que, en Kant, los principios correspondientes a las categorías matemáticas afirman que todo fenómeno es una magnitud extensiva (principio de los Axiomas de la Intuición) y una magnitud intensiva (principio de las Anticipaciones de la Percepción). Lo primero liga los fenómenos a una caracterización según la cual son "intuidos como agregados (conjuntos de partes previamente dadas)." (A163-B204). Lo segundo a su carácter graduado (A166-B207 ss). Ambas confieren a los fenómenos la propiedad de la continuidad (A169-B211).

En el artículo que nos ocupa, Russell rechaza que la cantidad sea un indefinible o que sea un dato sensible. Es un concepto derivado, pues. Se enfrenta, entonces, a la cuestión de si es una propiedad intrínseca rechazando este extremo. La cantidad expresa la posibilidad de cierto tipo de comparación, de relación; algo es una cantidad cuando cumple los requisitos para compararse cuantitativamente. Por otra parte, la distinción entre cantidad extensiva e intensiva no es tal, lógicamente considerada, sino una forma de darse. De este modo la distinción kantiana entre magnitud extensiva e intensiva es superada.

Por otra parte, Russell esgrime aquí la contradicción de la relatividad lo que le sirve para rechazar la continuidad: "la cantidad sólo es aplicable a clases de datos inmediatos reales o posibles y no a cualquier material completamente comprendido"⁶⁸ y manifiesta la "inadecuación del pensamiento a la sensibilidad o, si se prefiere, la irracionalidad fundamental de lo sensible"⁶⁹. Russell señalará que sólo el espacio permite evitar la ambigüedad de las cantidades con signo. Decir que "A está a más una milla de B" o que "B está a menos una milla de A" es equivalente a decir que "A y B están a una milla". Lo cual se puede generalizar en que toda cantidad -incluidas aquéllas con signo- puede expresarse en una diferencia de cantidades. La única posibilidad de evitar las ambigüedades que la posibilidad de tal reducción conlleva es recurrir a las posiciones del espacio⁷⁰. Por plantearlo de otra manera: es imposible conceptualmente expresar la diferencia entre girar en el sentido de las agujas del reloj o

⁶⁶ *Ibid.*, p. 69.

⁶⁷ Griffin 1991, pp. 253 y ss.

⁶⁸ Russell 1990, ítem 7, p. 71.

⁶⁹ *Ibid.*, p. 82. Recordemos que el rechazo de la continuidad enfrentaba a Russell a la tarea de reconstruir el cálculo con base en los números producto del conteo de unidades discretas; el problema, tras varias vicisitudes, terminará con la asunción de la teoría de conjuntos de Cantor después de 1900.

⁷⁰ *Ibid.*, pp. 132-133.

al contrario si no es recurriendo de alguna manera al espacio intuido, p.e., mediante flechas, mientras no se acepten las relaciones externas⁷¹. Esa es todavía la concepción de *An Analysis A*⁷²

Por su parte, Bradley en *Apariencia y realidad*, afirma lo siguiente con respecto al espacio: "¿La forma del espacio hace imposible nuestra realidad? ¿Es su existencia una cosa incompatible con el absoluto? Tal cuestión, a mi juicio, requiere poca discusión." (p. 195) Y continúa: "[...] como vimos en nuestro primer libro, [la forma del espacio] es enteramente inconsistente. Intenta alcanzar algo que trasciende sus poderes [...]. El espacio busca perderse en una más alta percepción, donde la individualidad se gana sin pérdida de variedad" (p. 195). "Y contra la posibilidad de que el espacio sea absorbido por una consumación no espacial, nada se que se oponga. Por supuesto, cómo puede ser esto en particular no podemos afirmarlo. Pero nuestra ignorancia en el detalle no es objeción contra la posibilidad general. Y esta posible absorción, como hemos visto, es también necesaria" (p.196). En el capítulo XXII de *Apariencia y realidad*, Bradley discute las relaciones entre el espacio y la naturaleza (pp. 236-238) y descarta su identificación, aunque precisa: "Pero ya que en todo caso *nuestro* mundo físico es extenso, y ya que la hipótesis de otro tipo de Naturaleza no tiene interés, esta idea puede ser abandonada. Tomaré, por tanto, la Naturaleza como apareciendo siempre en la forma del espacio" (pp. 238).

Así pues, Bradley mantiene el espacio como forma de la Naturaleza -las apariencias que forman la Naturaleza-, pero esta indicando claramente que su concepto puede ser reducido algo no espacial, aunque Bradley no sabe cómo. Esto es el síntoma de un intento de enmendar la plana a Kant en un aspecto muy concreto: el papel de la sensibilidad, cuyas formas son el espacio y el tiempo, como donadora de diferencia numérica, material. Para Bradley esta queda reducida a diferencia de contenidos, de significados. Para Kant, no es así:

Si un objeto se nos presenta muchas veces y siempre con las mismas determinaciones internas (*qualitas et quantitas*), entonces, si lo consideramos como objeto del entendimiento puro, es siempre el mismo. No es muchas cosas, sino una sola (*numerica identitas*). Pero si es fenómeno, entonces ya no se trata de la comparación de conceptos, sino que, por muy idéntico que sea todo con respecto a estos, la diferencia de lugares de ese fenómeno a un mismo tiempo justifica suficientemente la *diferencia numerica* del objeto (de los sentidos) mismo. Así, podemos

⁷¹ *Ibid.*, ítem 19, p 252.

⁷² Ver sección 2.2.

prescindir de todas las diferencias internas (de cualidad y de cantidad) que haya en dos gotas de agua. Basta que las intuyamos simultáneamente en lugares distintos para considerarlas como numéricamente distintas (A263- B319).

Como ya hemos visto, la postura de Russell coincide con la de Kant y éste continua, después de la cita anterior, echándole en cara a Leibniz que, por no dar cuenta adecuada del papel del espacio y el tiempo, hizo del principio de identidad de los indiscernibles un principio indiscutible. De modo relevante, Bradley no acepta más principio de identidad y diferencia que la identidad y diferencia de contenidos, esto es, el principio de identidad de los indiscernibles⁷³ aunque lo matiza en *Apariencia y realidad*. Allí, al hablar de las cosas y su identidad dice:

Ahora no estoy aquí tratando la cuestión completa de la Identidad de los Indiscernibles. Estoy señalando que la continuidad, que es necesaria a una cosa, parece depender de que mantenga una identidad de carácter. Una cosa *es* una cosa por ser lo que *era*. [...] [una cosa es] la *relacion* de episodios de su propia historia. Y si afirmamos que la cosa es esta relación inclusiva, que trasciende cualquier tiempo dado, seguramente permitimos que la cosa, aunque no completamente una idea, sea esencialmente una idea. [...] Entonces las cuestiones de identidad se convierten siempre en semejanza de carácter y la razón por la que aquí no se puede responder generalmente [si un objeto es realmente el mismo], es que no conoces este carácter general que se toma para producir la esencia de la cosa. [...] La naturaleza general de la identidad de una cosa parece residir, primero, en la evitación de cualquier ruptura absoluta en su existencia y, además de esto, consiste en alguna semejanza cualitativa que difiere de las cosas diferentes (pp. 62-63).

El matiz, sin embargo, no impide que Bradley siga manteniendo que la diferencia entre cosas es una diferencia conceptual. Pero esta postura de Bradley tiene una grave consecuencia. A Bradley se le puede dirigir la acusación de intelectualista que Kant dirigió a Leibniz en su "Anfibología de los conceptos de reflexión" de la *Critica de la razón pura*: no es lo mismo tratar con conceptos que tratar con individuos, no son el mismo tipo de entidades. Pero Bradley las trata igual, como Leibniz. Kant supone que las intuiciones puras proporcionan los necesarios individuos necesarios para la matemática (aritmética -el tiempo- y geometría -el espacio-)⁷⁴. La acusación de Kant no sería más que muestra de una trifulca entre filósofos, si no fuera porque se puede

⁷³ Bradley 1883, Bk I, Ch II, §§31 y 32.

⁷⁴ "Estética trascendental", *passim*. Otra cosa es que ello le sirva a Kant para construir un sistema que pretenda solucionar más cuestiones metafísicas, por ejemplo, la "idealidad trascendental de los fenómenos" (A28-B44; A36-B52).

traducir en unos términos que ya hemos visto relevantes para Russell y la evolución de la lógica y la matemática: no es lo mismo la pertenencia que la inclusión⁷⁵.

En efecto, Russell solo llegará a separar claramente tales conceptos mucho después del congreso de Filosofía de París, como hemos comprobado en la sección anterior (un individuo no es una *infima species*), pero la evolución que hemos comprobado en Russell muestra que, precisamente porque era un buen conocedor de la matemática y sus exigencias, no las dejaba de lado gratuitamente. Es más, consideraba que tenían consecuencias ontológicas que había que atender. No sería, por tanto, descabellado, pensar que la insistencia en el pluralismo estuviese ligada a exigencias lógicas de la consideración de individuos. Con ello podemos dar por alcanzado el primer objetivo de esta sección: Russell pudo haber renunciado a parte de la filosofía bradleyana porque no se conciliaba con las necesidades de las matemáticas interpretadas éstas como teorías que habían de tener consecuencias ontológicas absolutamente verdaderas.

De todos modos, Russell también se había alejado de Kant en que ya desde *An Analysis A*, los predicados son cosificados: son términos, y sólo así cabe tratarlos matemáticamente, pues, como dice en *An Analysis A* (p. 194), los predicados son tratados en el cálculo lógico como términos y nunca como significados. Ello condicionaría el cambio de concepción del juicio entre el *Essay* y *An Analysis*, que es lo que vamos a estudiar ahora y con lo que entramos en el segundo objetivo de esta sección.

En efecto, cuando Russell adopta el método kantiano, con interesantes reformas, y el pluralismo en el *Essay*, podría estar haciéndolo pensando en las exigencias de las matemáticas cuya unificación, como he señalado en el primer capítulo de este trabajo, iban en la línea de considerar clases y sus elementos. Cabría conjeturar entonces, que el primer intento de dar una teoría del juicio congruente con esa postura es la interpretación de la supuesta teoría del juicio de Bradley como análisis de un todo en sus partes y combinación (síntesis) de las partes en un todo (*Essay* parágrafo 189).

⁷⁵ Evidentemente, esa relevancia depende del supuesto russelliano de que las consecuencias ontológicas de las teorías verdaderas son necesarias. La incapacidad de las tesis de Bradley para dar lugar a los individuos russellianos no debería haber significado que la metafísica de Bradley no podía admitir los individuos necesarios para hacer matemáticas. De todos modos, en este aspecto, tanto Bradley como Russell fueron culpables. Bradley nunca entendió las innovaciones lógicas de Russell y al no incluirlas en su nueva edición de *The Principles of Logic* se quedó varado en el kantismo por lo que se refiere a la inferencia en matemáticas. Por su parte, Russell se empeñó en dar por verdades absolutas las consecuencias ontológicas de sus trabajos matemáticos. Véase el capítulo 6 de este trabajo.

Los todos y las partes serían, extensionalmente, las clases de individuos e, intensionalmente, los predicados.

Pero *An Analysis C*⁷⁶, plantea que individuos y concepciones no se comportan igual. Russell puntualiza que no es posible reproducir las relaciones entre cosas y conceptos entre los conceptos mismos. Yo puedo tener varias cosas diferentes que caigan bajo el mismo conjunto de conceptos y eso forma un conjunto que es la extensión de un concepto: el conjunto de cosas redondas de mi casa, por ejemplo. Pero las concepciones no se pueden comportar así. Por ejemplo, supongamos una concepción *A* cuyas supuestas instancias sean: *a'*, *a''*, *a'''* etc. *A* se podrá analizar en sus distintos componentes. Pero si ello es así, esos componentes serán *a'*, *a''*, *a'''* etc. con lo que las supuestas instancias de *A* no son más que sus componentes (p. 242). En otras palabras, Russell está diciendo que no es lo mismo la relación entre género y especie que la relación de instanciación. Como dice Russell, sólo pueden ser sujetos los existentes (las cosas, véase sección 2.2), que son las entidades que al estar en el espacio y el tiempo tienen diversidad auténtica (p. 242).

Evidentemente, muchas veces hacemos juicios en los que el sujeto es un concepto: "la blancura es bella", "la paternidad es un yugo", etc. Por lo que Russell está asumiendo dos cosas. Primera, que predicar es atribuir en el sentido más tradicional: una propiedad inhiere en una sustancia (véase 2.3). Y, por eso, los conceptos no tienen la suficiente sustancialidad para establecer esa relación de inherencia. Así pues, la segunda cosa que Russell ha de asumir es alguna forma de concepción reductiva de los juicios que tienen como sujeto un concepto. Dado que por esta época el juicio es concebido por Russell como alguna forma de relación entre el todo y la parte, podemos conjeturar que la reducción podría realizarse mediante la relación de inclusión entre las extensiones y mediante la relación que se establece entre un concepto que se puede analizar en otro⁷⁷.

⁷⁶ Recordemos que este manuscrito (Russell 1990, ítem 18c) es el más antiguo, de los tres que se conservan pertenecientes a *An Analysis of Mathematical Reasoning*, por tanto el más cercano al *Essay*.

⁷⁷ Desde ese punto de vista no hay órdenes en el mismo sentido que lo hay en la lógica cuantificacional: estrictamente hablando el mundo de los conceptos es "plano" y las únicas conexiones que hay entre ellos son las de inclusión de sus extensiones y las correspondientes de análisis y síntesis de los conceptos. Así los existentes están por un lado y las concepciones sirven para entenderlos. Como Russell declara en el manuscrito que nos ocupa, hay dos tipos de términos: cosas o existentes y concepciones que forman especies dentro de una concepción general (p. 240). La cosas tienen diferencia numérica, y a las cosas se aplican las concepciones (p. 239). Lo que sigue es congruente con esto.

Por otra parte, Bradley hubiera rechazado de plano esta interpretación del juicio. Véase Bradley 1883, Bk I, Ch I, §16.

En *An Analysis A*, Russell niega que los significados tengan partes, no son uno ni muchos (p. 176), por lo que el cálculo lógico, que trata de la categoría de todo y parte (p. 194), no puede tratar de los predicados como significados (*idem*): la matematización de los predicados sólo es posible en tanto que términos. Así, extensionalmente, hay que añadir a los individuos los predicados como términos y la intensión corresponde a los predicados como significados. (Esto está ligado a la aceptación de Russell de juicios puros de intensión, aquellos que, como "humano implica mortal", relacionan predicados como tales y que son fundamentales en matemáticas. Véase 2.1).

En el propio *An Analysis A*, Russell ya ha desechado la opinión de *An Analysis C*, al considerar que, todo lo que puede ser sujeto lógico, como hemos visto en la sección 2.1, es un uno y es, por tanto, un término. En efecto, si los predicados pueden ser términos y, en ese caso, pueden tener predicados, los términos con un predicado común no necesitan ser existentes. Russell introduce así la dualidad término-significado de los predicados. Con ello conseguía la necesaria materia prima para las matemáticas, individuos, y por otra, pretendía superar la paradoja de Bradley (véase 2.2).

La posibilidad de convertir a los predicados en términos no es una cuestión de detalle sino, por el contrario, una cuestión de hondo calado, pues permite su matematización. Para verlo volvemos a la noción de espacio de Kant y entramos en el tercer tema de esta sección. Recuérdese que para Kant el espacio no es un concepto. El espacio es una intuición *a priori* y no un concepto y ello hace que tenga ciertas peculiaridades:

El espacio se representa como una magnitud *dada*. Se debe pensar cada concepto como un representación que esta contenida en una infinita cantidad de diferentes representaciones posibles (como su característica común) y que, consiguientemente, las *subsume*. Pero ningún concepto, en cuanto tal, puede pensarse como conteniendo en si una multitud de representaciones. Así es, no obstante, como se piensa el espacio, ya que todos sus partes coexisten *ad infinitum*. La originaria representación del espacio es, pues, una *intuición a priori*, no un concepto (B40).

Lo que quiere decir Kant aquí depende de cómo interpretemos las expresiones "subsumir representaciones" o "contener en sí representaciones". Friedman⁷⁸ da la siguiente interpretación. Los conceptos (predicados) monádicos

⁷⁸ Friedman 1985.

pueden tener extensiones infinitas: un número infinito de objetos puede ser subsumido bajo cualquier fórmula monádica dada. Pero los conceptos monádicos, a diferencia de las fórmulas poliádicas, no puede forzar sus extensiones al infinito, no pueden contener en sí una infinidad de objetos en su idea auténtica. Por tanto, ya que la idea del espacio tiene esta última propiedad no puede ser un concepto (monádico; cuando Kant habla de conceptos siempre son expresados por predicados monádicos)⁷⁹. Con estas expresiones, Kant estaría contrastando la relación de predicación y la relación de parte-todo: la relación del espacio a espacios no es la de un concepto general a sus instancias, sino de un todo individual a sus partes. Por tanto, el espacio es una representación singular (intuición) y no una general (concepto). De hecho, esto es lo que explícitamente hace Kant en la Disertación Inaugural parágrafo 15.B. Pero, ¿por qué Kant cambió de formulación en la *Critica de la razón pura*?⁸⁰

Kant quería mostrar que nuestra aprehensión cognitiva de la noción del espacio es intuitiva más que conceptual y el contraste entre la relación parte-todo y la de predicación no lo establece. En la primera tenemos un espacio singular; en la segunda el concepto general del espacio que se predica de los espacios. ¿Por qué dar preferencia cognitiva a la primera como afirma Kant (A25-B39)?⁸¹ Porque la geometría ha de ser intuitiva debido a que ningún concepto de relaciones espaciales puede dar lugar a la infinitud que es esencial a la geometría (A25). El pasaje de Kant antes citado (B40) está mostrando que eso es un defecto general de los conceptos⁸²: de los conceptos (predicados) en una lógica monádica, no relacional, claro está.

Hasta aquí, pues, por qué Kant hizo intuitivo el espacio. Sencillamente no poseía una lógica relacional o poliádica. Russell sigue esa pauta todavía en *An Inquiry Into Meaning and Truth*, como se puede seguir de lo dicho en la sección 2.2 y al principio de esta sección. Pero ya había dado un paso fuera de la concepción kantiana cuando en el *Essay* se negaba a calificar de epistemológica la cuestión del tipo de intuición del espacio⁸³. El siguiente paso fue la ya comentada dualidad de los predicados. Y el paso definitivo fue cuando, en su giro ontológico de 1899, acepta las relaciones externas que le permiten cosificar totalmente los predicados. En "The Classification of Relations" Russell identifica la identidad material y de contenido: cuando una cosa es distinta de otra es

⁷⁹ Friedman 1985, p. 467.

⁸⁰ *Ibid.*, p. 470.

⁸¹ *Ibid.*, p. 472.

⁸² *Ibid.*, p. 473.

⁸³ Ver capítulo anterior sección 1.1.

porque tiene predicados distintos⁸⁴. Pero esto le conducía directamente a las objeciones kantianas si no fuera porque si bien al aceptar las relaciones externas ello le exigía una lógica poliádica o relacional, Russell ya estaba en condiciones de proporcionarla (Recuérdese, no obstante, que luego se echó atrás en parte distinguiendo entre cosas y conceptos).

Como dirá Russell en 1901⁸⁵, lo que arruina la posición de Kant es la reducción lógica de la geometría, no tanto las geometrías no euclídeas⁸⁶. Sólo en la medida en que Russell podía confiar en resolver, sin recurrir a la intuición del espacio, esto es, por medios puramente conceptuales, problemas como el de la expresión del orden (véase 2.3), podía llegarse a la matematización de la lógica. Porque sólo entonces los conceptos podían ser tratados matemáticamente. Y, por su parte, sólo podían tratarse matemáticamente los conceptos cuando los predicados fueran cosificados, convertidos en términos, independientemente del espacio y el tiempo (intuidos) que sitúan las cosas en el mundo ordinario⁸⁷. Eso lo hace posible la dualidad de los predicados, predicados como significado - predicados como términos, en la medida que Russell quisiese salvar la síntesis de conceptos y la unidad de las proposiciones.

Así pues, en esta sección hemos visto que Russell tendría un buen motivo para abandonar posturas bradleyanas por la imposibilidad que veía, en su interpretación de ellas, de aportar los necesarios individuos que las matemáticas exigen y que, dada los conocimiento lógicos de Kant, Bradley y Russell en este momento, sólo se podían obtener mediante el artificio de la intuición. Pero la primera postura que Russell adopta al respecto, la del *Essay*, es abandonada al encontrarse con dificultades en la articulación entre extensión (términos) e intensión (significados) y el interés de Russell

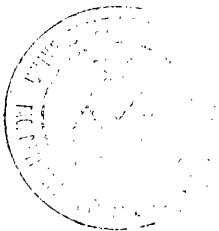
⁸⁴ Russell 1990, ítem 16, p. 143.

⁸⁵ Russell 1993, ítem 10, "Recent Work on the Principles of Mathematics", p. 379. Publicado por vez primera en *International Monthly* 4 (1901), pp. 83-101. El propio Russell ya había señalado este extremo en el *Essay*, parágrafo 52.

⁸⁶ Y ello sólo en la medida en que, como Russell, se piense que la teoría lógica tiene consecuencias ontológicas directas. Kant no puede echar mano de la geometría para apuntalar su propuesta y la síntesis *a priori* puede interpretarse como una parte de la lógica cuantificacional, pero eso no quita para argumentar en favor de una interpretación ontológica de la restricción de la lógica cuantificacional por el espacio y el tiempo. El que algo sea conceptualizable no quiere decir que no deje de ser un individuo y si hay que destruir esa pretensión hay que argumentar.

⁸⁷ Evidentemente, mientras los predicados, los conceptos, no se cosificasen, no era posible la lógica matemática de orden superior. Ya he señalado que el mundo conceptual de Russell antes de *An Analysis A*, que es el mundo de la lógica tradicional, es un mundo sin órdenes, plano: el mundo conceptual aristotélico ordenado en géneros y especies. En interpretación extensional: la clase universal de todos los entes, clase universal que está dividida en otras clases que tienen entre ellas relaciones de inclusión e intersección; esas clases clasifican a las distintas sustancias en su lugar. En ese mundo no cabe tratar a cada concepto como una cosa independiente y, por consiguiente, no se le pueden aplicar los mismos instrumentos que a las cosas.

en la cosificación de los predicados para poder matematizar la lógica. La alternativa fue la concepción de la proposición y la ontología consiguientes de *An Analysis* que hemos visto en la sección 2.1. y que, además de resaltar la importancia de las relaciones (todavía internas), manifiesta que, pese a las dificultades de esta perspectiva, hace falta ver las entidades desde el doble punto de vista de término y de significado: el primero para que los predicados puedan ser objeto de tratamiento matemático; el segundo para dar lugar a *todos* sin caer en la paradoja de Bradley (sección 2.2). Entonces se cruzaron en su camino dos descubrimientos sucesivos. El primero, que vimos en la sección 2.3, la ineptitud de las relaciones internas para dar cuenta de las relaciones de orden, lo que le lleva a aceptar las relaciones externas. El segundo, que vimos en la sección 2.4, la necesaria distinción entre pertenencia e inclusión y que le lleva a retomar la distinción entre cosas y conceptos. Como hemos visto en esta sección, cuando Russell adoptó una ontología leibniziano-mooreana, se debió encontrar con las advertencias hechas por Kant, que fueron salvadas por la aceptación de las relaciones externas que Russell ya podía ligar con una lógica poliádica o de relaciones, nueva razón para la aceptación de estas pese al barullo ontológico de la paradoja de Bradley.



Capítulo 3

LA ESTRUCTURA DE LA PROPOSICIÓN EN *THE PRINCIPLES*

En el §3 de *The Principles of Mathematics* Russell cree estar en disposición de decirnos qué es lo que se conoce en las matemáticas, cual es su materia, qué son los entes matemáticos. La tesis que Russell va a sostener es que las matemáticas son un conjunto de proposiciones con ciertas características (§1). Russell va a justificar esta tesis mostrando a lo largo de *The Principles of Mathematics* que todo lo que se ha llamado "matemáticas", hasta ese momento, cae dentro de esa definición (§2).

Russell contempla (§9) las matemáticas como un sistema axiomático: hay unas proposiciones indemostrables, denominadas premisas, de las que se deducirían el resto de proposiciones matemáticas. Dichas proposiciones contendrían constantes lógicas y variables (§9, cf. §1; se considera que la variable es la noción más difícil y se le dedica una pequeña introducción en los §§6 a 8). La lógica que Russell está suponiendo es, como muestra el capítulo II, la lógica de Peano (véase también §4). En última instancia, Russell considera (§10) que matemática y lógica estudian partes de un mismo todo: la lógica es el conjunto de las proposiciones indemostrables de las matemáticas y otras proposiciones, todas ellas formadas por constantes lógicas; una vez dado ese aparato lógico las proposiciones matemáticas se deducen de él (*ibid.*). Las constantes lógicas son resolubles en términos de indefinibles que, pese a serlo lógico-matemáticamente, son susceptibles de estudio filosófico (§§1 y 2). Con todo ello, estamos ante la tesis logicista de Russell.

Así pues, una vez dado el aparato lógico, el de Peano, filosóficamente queda el análisis de esas constantes lógicas (§9) o nociones lógicas (§3) en las que se resuelve una proposición matemática ¿Qué quiere decir realmente una proposición matemática? (§3). Una proposición no es algo mental, Russell rechaza el idealismo y el empirismo (§3). Dentro de ese rechazo se incluye la intuición *a priori* del espacio y el tiempo de carácter kantiano (§§4 y 5). Precisamente, la lógica de Peano permite descartar cualquier intromisión no formal en los razonamientos matemáticos.

Las explicaciones de Friedman sobre Kant¹ sirven para aclarar esto último que sostiene Russell. La diferencia entre la lógica antigua y la moderna es que ni Euclides, ni Kant, tenían una lógica cuantificacional que es necesaria para expresar los axiomas existenciales necesarios para la matemática; sólo tenían la lógica monádica (silogística). Esa insuficiencia era compensada, p.e. en la geometría, mediante un proceso de construcción: el procedimiento de construcción con regla y compás. Las tesis de Kant sobre la intuición pura es la versión epistemológica de ese proceso de construcción. Ese proceso iterativo sólo pudo captarse formalmente mediante la lógica cuantificacional (y que Russell no entendió totalmente hasta tiempo después de *The Principles*)².

Descartado todo idealismo y el empirismo en filosofía de las matemáticas (§§3 y 4), cabe preguntarse cuál es la alternativa de Russell: si el campo de las matemáticas ha sido definido como un conjunto de proposiciones, qué sea una proposición y, más concretamente, qué sea una proposición matemática, será la respuesta a la pregunta de cuál es la materia de la matemática.

Por otra parte, qué sea una proposición en *The Principles* es un punto fundamental para confirmar lo dicho en el capítulo anterior sobre la ontología de Russell en general y de la proposición en particular. Recordemos que, pese al carácter relacional de la proposición desde el punto de vista ontológico, Russell había terminado optando por la estructura sujeto-predicado desde el punto de vista lógico.

Para ello, pues, comenzaremos por investigar la forma que tiene una proposición matemática para Russell y formularemos sus restantes tesis sobre las proposiciones matemáticas (sección 3.1). En la sección 3.2 mostraremos que la proposición matemática tiene la estructura sujeto-predicado. A continuación, en la sección 3.3, veremos como la noción de denotación sirve para dar cuenta del sujeto de la proposición matemática. Por su parte, la sección 3.4 nos aclarará que la función proposicional constituye el predicado de la proposición matemática. Las consecuencias ontológicas de estas posiciones quedarán, en su mayor parte, para el capítulo siguiente.

¹ Friedman 1985. Ver sección 2.5 en el capítulo anterior del presente trabajo.

3.1. ¿Cuál es la forma de una proposición matemática?

Al presentar la definición russelliana de las proposiciones matemáticas en la sección anterior, sólo nos hemos referido a una de las características de las proposiciones matemáticas: son constituidas por constantes lógicas. No es ésta una característica específica de la proposición matemática, pues, como hemos visto, es común a la proposición lógica según la tesis logicista de Russell; la otra característica, esta sí peculiar de las proposiciones matemáticas, es que afirman implicaciones formales (§10, cf. §§1 y 5)³.

Russell sostiene que una implicación formal tiene la forma " $\Phi(x, y, z, \dots)$ implica $\Psi(x, y, z, \dots)$, cualquiera que sean los valores de x, y, z, \dots "; donde $\Phi(x, y, z, \dots)$ y $\Psi(x, y, z, \dots)$, para todo conjunto de valores de x, y, z, \dots , son proposiciones"⁴ (§6). Ya hemos señalado que, como muestra el capítulo II de *The Principles*, la lógica en la que Russell está tomando pié es la lógica de Peano: lo que Russell llama implicación formal es una expresión formal peaniana⁵. Es esa lógica la que va a ser analizada para que rinda los indefinibles que se van a analizar filosóficamente.

El objetivo de Russell a lo largo de toda la primera parte de *The Principles* (capítulos del III al VIII) es demostrar que la implicación formal no es una noción lógica fundamental, sino que se resuelve en otras nociones lógicas. Las proposiciones matemáticas son proposiciones lógicas si y sólo si las implicaciones formales son proposiciones que se resuelven en las nociones o constantes lógicas fundamentales. Demostrar eso es una parte de la tesis logicista, y para ello, mientras que en el cálculo del capítulo II la implicación formal es un indefinible, Russell va a tratarla como algo analizable lógicamente, reducible a otras nociones lógicas (§17), para luego analizar filosóficamente sus componentes. Russell ve en las implicaciones formales la forma de las proposiciones matemáticas y va a mostrar que esa forma se resuelve en nociones

³ En una línea parecida argumenta Hintikka 1973 (*passim*, pero especialmente pp. 241 y 242), quien señala que la intuición kantiana está dirigida a presentar individuos, es decir, a dar una alternativa en el razonamiento matemático de la inexistente regla de instanciación existencial.

³ Aunque, como vamos a ver, esa peculiaridad termina desapareciendo, precisamente en la línea de la tesis logicista: una implicación formal se resuelve en una proposición formada por una función proposicional y otros elementos característicos de naturaleza lógica.

⁴ Para evitar malas interpretaciones, conviene precisar que las proposiciones a las que se refiere Russell son las que resultan de sustituir las variables por constantes en las funciones proposicionales.

⁵ Véase Rodríguez Consuegra 1991 a. Cap. 3. sección 1.

lógicas: la función proposicional, la variable y los cuantificadores⁶, de cuyo análisis filosófico también se va a ocupar.

En el capítulo III se pueden rastrear, implícitas, las tesis en que Russell resuelve su pretensión de que las implicaciones formales son analizables en nociones lógicas. Primera tesis (§40): lo expresado por "todos los hombres son mortales", "cada hombre es mortal" y "cualquier hombre es mortal", es equivalente (lógicamente, no en significado -ver §89) a las implicaciones formales, por ejemplo, lo expresado por " x es un hombre implica x es mortal"⁷. Segunda tesis (§40): tanto las implicaciones formales como lo expresado por los otros enunciados ("todos los hombres son mortales", etc.) no son equivalentes a proposiciones (que Russell denomina intensionales) que establecen relaciones entre los conceptos, por ejemplo, *hombre* y *mortal*; como veremos, eso se traduce en que las implicaciones formales poseen un sujeto, algo sobre lo cual es la implicación formal. Tercera tesis (§42): en una implicación formal una sola función proposicional se afirma como verdadera para todos los valores de sus variables; mediante ella decimos algo del sujeto (lo que tradicionalmente se ha denominado predicado). Cuarta tesis (§§40 y 41): una implicación formal es una proposición. Quinta tesis (§41): las implicaciones formales de la lógica y la matemática son proposiciones verdaderas⁸.

En el mismo capítulo III, Russell da, en algunos casos, los primeros elementos de juicio sobre las tesis que va a mantener. Así la quinta tesis está implícita en el §41, pero ya había aparecido explícitamente en el §7 de la Introducción. En el §41, Russell sostiene que la variable x tiene como campo de variación todos los términos, que la variable se refiere a toda entidad que ha sido, es y será de cualquier tipo que sea, siempre que la implicación formal sea verdadera⁹. Pero Russell ya había declarado en el §7 que toda implicación formal que pertenezca al conjunto de las

⁶ Entenderemos por cuantificadores las entidades, sean cuales sean, indicadas (en el sentido técnico de Russell, véase sección 3.2) por las palabras siguientes: "todos", "cualquier", "cada" y "algún", que forman parte del conjunto al que Russell denomina "palabras denotantes".

⁷ Russell añade "para todos los valores de x " en la primera cita de este ejemplo. Pero no lo vuelve a hacer. El contexto indica que " x es hombre implica x es mortal, para todos los valores de x " equivale a " x es hombre implica x es mortal", por lo menos para este capítulo. Precisamente una de las cosas que Russell va a intentar hacer es dar el significado de los "cuantificadores" (ver nota anterior) y sus conexiones lógicas.

⁸ Véase Griffin 1980 (especialmente p. 125) para una interpretación similar sobre la posición de Russell.

⁹ Esto puede plantear que es primero la implicación formal (o mejor, la función proposicional correspondiente) verdadera o la variable. Pero para Russell la función proposicional y la variable no se pueden separar. Ver §85.

proposiciones matemáticas es verdadera: la implicación es verdadera para cualquier valor de las variables.

Una alternativa a esto, que Russell va a rechazar, es que lo expresado por " x es un hombre implica x es mortal" se afirmase sólo de los términos que fuesen hombres. El campo de variación de la variable sería el conjunto de aquellas entidades que son hombres y no caballos, mesas o cualesquiera otras entidades no humanas. Pero esta posición, según Russell, haría que el antecedente de la implicación formal estableciese el significado del símbolo x . Tendríamos entonces que el antecedente diría: " x " significa "cualquier hombre". Y el consecuente: " x es mortal". El resultado sería que lo que se afirma mediante " x es un hombre implica x es mortal" se puede afirmar igualmente mediante "cualquier hombre es mortal". Si la proposición expresada por esta proposición pudiese analizarse sin reintroducir la implicación formal y la variable, lo cual Russell mantiene que no es posible, habría que inclinarse por esta alternativa (lo cual va contra la primera tesis). Russell no se entretiene en rechazar esto último (aunque sí lo hará en el capítulo V dedicado a la denotación) y sólo aduce, por ahora (§41), que no hay ninguna justificación a la restricción de la variable para que lo expresado por " x es hombre implica x es mortal" realmente sea una proposición. Esto nos conduce a la cuarta tesis.

Respecto a la tercera tesis, Russell señala (§42) que la función proposicional ha de ser única porque la variable es única. La x de " x es un hombre implica x es mortal" es la misma en " x es un hombre" y en " x es mortal", lo cual quiere decir que siempre que x se sustituya por un valor habrá de ser el mismo valor en el antecedente y el consecuente de la implicación formal. Queda por desentrañar, dice Russell entonces, qué es lo que permite que Sócrates varíe en "Sócrates es hombre implica Sócrates es mortal", para obtener la implicación formal expresada por " x es un hombre implica x es mortal", y opina que debe ser alguna relación más estrecha que la de implicación. Necesitamos alguna conexión lógica que permita deducir " x es un hombre implica x es mortal" de "Sócrates es hombre implica Sócrates es mortal".

Russell descarta (§42, *vid.* §40) que sea la inclusión entre las clases de los hombres y los mortales¹⁰, pues no cubre todos los casos. Será al contrario: lo que buscamos definirá y explicará dicha relación. Más casos, sostiene, cubre la noción de

¹⁰ Esta es la interpretación de Peano, según Russell.

afirmación. Con esto último, Russell introduce lo que, como vamos a comprobar, es un desarrollo que no parece encajar bien en la primera parte de *The Principles*.

Russell inicia el análisis de la implicación formal (§44) diciendo que los cuatro capítulos siguientes, necesarios para analizar los constituyentes de la proposición, justificarán dicho análisis de la implicación formal. Se trata de la distinción entre sujeto y afirmación. Pero el resultado de dichos capítulos será, no la justificación de esa distinción, sino precisamente su rechazo. Veamos en qué consiste dicha distinción y cómo la introduce y rechaza. Los párrafos involucrados son del 42 al 45 y del 81 al 82; los primeros en el capítulo III y los segundos en el VII. En medio sólo hay una breve referencia en los §§46 y 48 del capítulo IV.

En el §43 introduce el análisis de una proposición en sujeto y afirmación. Descalifica la división entre sujeto y predicado en las proposiciones por no dar cuenta del verbo. Si tenemos la proposición "Sócrates es un hombre", *Sócrates* es el sujeto y *hombre* el predicado; *es* sería el verbo, al que se atiende a veces, según Russell, bajo el nombre de cópula, lo cual, de nuevo según Russell, es lamentable, porque el verbo es más importante de lo que usualmente se cree¹¹. Propone entonces dividir la proposición en *Sócrates*, el sujeto, y *es un hombre*, la afirmación. Como lo expresa en el §46 (Capítulo IV), en toda proposición hay algo afirmado (la afirmación) y algo de lo cual se hace la afirmación (que Russell denomina el término, o sujeto, de la proposición). Según el §48 (en el capítulo IV), lo único que tienen en común las afirmaciones es el hecho de poseer una relación¹². Como Russell ha advertido en el §42, abandona la cuestión en el §44 (excepto la breve referencia en los §§46 y 48) para retomarla en el §81.

En dicho §81, ya en el capítulo VII, Russell señala que, en las proposiciones del tipo expresado por "Sócrates es un hombre", el análisis en sujeto y afirmación es plenamente legítimo. Podemos separar el sujeto, "Sócrates", y lo que se afirma de él, la afirmación, "es un hombre" o, como Russell lo expresa, "x es un hombre".

El punto decisivo (§82) es si las implicaciones formales están correctamente analizadas al interpretarlas como la relación entre dos afirmaciones (la del antecedente y la del consecuente) sobre el mismo sujeto o sujetos como había establecido en el §44.

¹¹ Esa importancia reside en que expresa la relación de afirmación entre el sujeto y el predicado (o entre los sujetos y la relación, si es una proposición relacional). De esto nos ocuparemos en el capítulo siguiente).

¹² Russell dice "un verbo", pero en el capítulo IV establece que la entidad indicada (en el sentido técnico de Russell; ver sección 3.2) por un verbo es una relación.

En dicho §44, Russell señalaba que las implicaciones formales pueden interpretarse en términos de sujeto y afirmación, de dos maneras. La que va a rechazar inmediatamente en el §44 es aquella que analiza la anterior proposición en "Sócrates" y una afirmación sobre él. Dicha proposición tiene una relación, la de implicación que relaciona dos términos "Sócrates es un hombre" y "Sócrates es un mortal", y cuando una proposición relacional se analiza en sujeto y afirmación, el sujeto debe ser uno de los términos de los que se afirma la relación. Es, pues, evidente (supuesta la irreductibilidad de las proposiciones relacionales), que hay que rechazar esa alternativa y asumir la interpretación que analiza la proposición objeto de análisis en una relación de dos afirmaciones sobre el mismo sujeto (o sujetos).

En el §82 retoma la objeción que había puesto, en el §44, a esta última alternativa y cuyo análisis había pospuesto. El problema, según Russell, es que en el método de génesis de una implicación formal, mediante el análisis en sujeto y afirmación, se obtiene "... es un hombre implica ... es un mortal." Para obtener otra vez una proposición hay que garantizar que el mismo término será sustituido en los lugares indicados por los puntos suspensivos. Da igual que término sea, pero ha de ser el mismo en ambos sitios. Esto está garantizado por la repetición de la x , la variable, que en una función proposicional aparecería en lugar de los puntos suspensivos; pero no está garantizado en el anterior análisis en sujeto y afirmación.

En todos los casos parece que Russell está utilizando "afirmación"¹³ como correspondiente a predicación: decir algo (el predicado, en términos tradicionales) de algo (el sujeto); la distinción entre sujeto y afirmación parece idéntica a la distinción entre sujeto y predicado de la lógica tradicional. Cambiar la palabra "predicado" por "afirmación" hubiera sido útil, si de lo que se trataba era de apartarse de la doctrina de que toda proposición era reducible ontológicamente a una proposición sustancia-atributo, cosa que Russell rechazaba desde 1899 (véase 2.3 y 2.4). Russell podría haber hecho equivaler la afirmación a las funciones proposicionales, que se afirman de los valores de sus variables (§93), a falta del desarrollo de. Primero, la noción de variable (recuérdese lo dicho respecto a la expresión con puntos suspensivos); y segundo, para el caso de las proposiciones relacionales, el carácter orientado de la función proposicional

¹³ Russell utiliza sistemáticamente el verbo *to assert* (aisladamente *to affirm*) y el sustantivo correspondiente (*assertion*), que ha sido traducido por "afirmar" y "afirmación", repetidas veces y en variados contextos aparte del establecimiento de tesis propias. Por ejemplo, se afirman implicaciones (§§5, 6, 13, 14) e implicaciones formales (§§10, 13, 77, 106), la verdad o falsedad (§§16, 89), las proposiciones (§38), eventos (§62), la identidad (§§64, 77), la función proposicional (§93).

(para permitir expresar el sentido de la relación). Pero Russell insiste en que la afirmación siempre lo es de un solo sujeto (§§44 y 48); lo cual utiliza como otra razón en su contra: al analizar una proposición relacional en sujeto y afirmación es imposible conservar el sentido de la relación (§82), y que, dado lo dicho, viene a querer decir que una proposición relacional no es reducible a una proposición sujeto-predicado. Con ello convierte en inútil la afirmación como puente entre los predicados de la lógica tradicional y las funciones proposicionales.

Russell da otra razón contra el análisis en sujeto y afirmación pero, en realidad, no va contra dicho análisis: Russell habla explícitamente de funciones proposicionales y no hace ninguna referencia a las afirmaciones (§82, segunda mitad del primer párrafo). Y aunque Russell sostiene al final del §45 que debe analizar los constituyentes de la proposición para justificar la tesis de que una implicación formal es una relación entre dos afirmaciones, la noción de afirmación no parece tener ningún papel definido. En realidad, como veremos en la sección 3.4, lo que Russell quiere demostrar es que la implicación formal sólo está constituida por una función proposicional y no por varias (tercera tesis).

Finalmente, cabría liberar a las discusiones sobre la afirmación del calificativo de "extrañas" remitiendo a una especie de crítica a Frege. Pero cabe dudar dado el apéndice en *The Principles* referido a él. Creemos que hay que insistir en el (los) lugar(es) que ocupa la discusión sobre la afirmación en *The Principles* (véase más arriba) y que no parecen tener nada que ver con una polémica con las tesis de Frege.

Russell pues, va a intentar demostrar las cinco tesis que he distinguido y que servirán para demostrar que las implicaciones formales, esto es, las proposiciones matemáticas, son proposiciones analizables tan sólo en términos lógicos. Recordémoslas: Primera, "todos los tales son cuales", "cada tal es cual" y "cualquier tal es cual" es equivalente a lo expresado por " x es tal implica x es cual". Segunda, las proposiciones matemáticas no expresan relaciones entre conceptos; en ellas hay un sujeto (o sujetos, en el caso de las proposiciones relacionales, lo veremos) del que se dice algo. Tercera, en una implicación formal, una sola función proposicional es verdadera para todos los valores de sus variables o, dicho de otra manera, se afirma o dice una función proposicional de un sujeto (o sujetos). Cuarta, la implicación formal es una proposición (consecuencia de la segunda y la tercer tesis según cierta concepción de proposición que veremos en la sección siguiente). Quinta, las implicaciones formales de las matemáticas son proposiciones siempre verdaderas: verdades formales.

3.2. ¿Que es una proposición en *The Principles*?

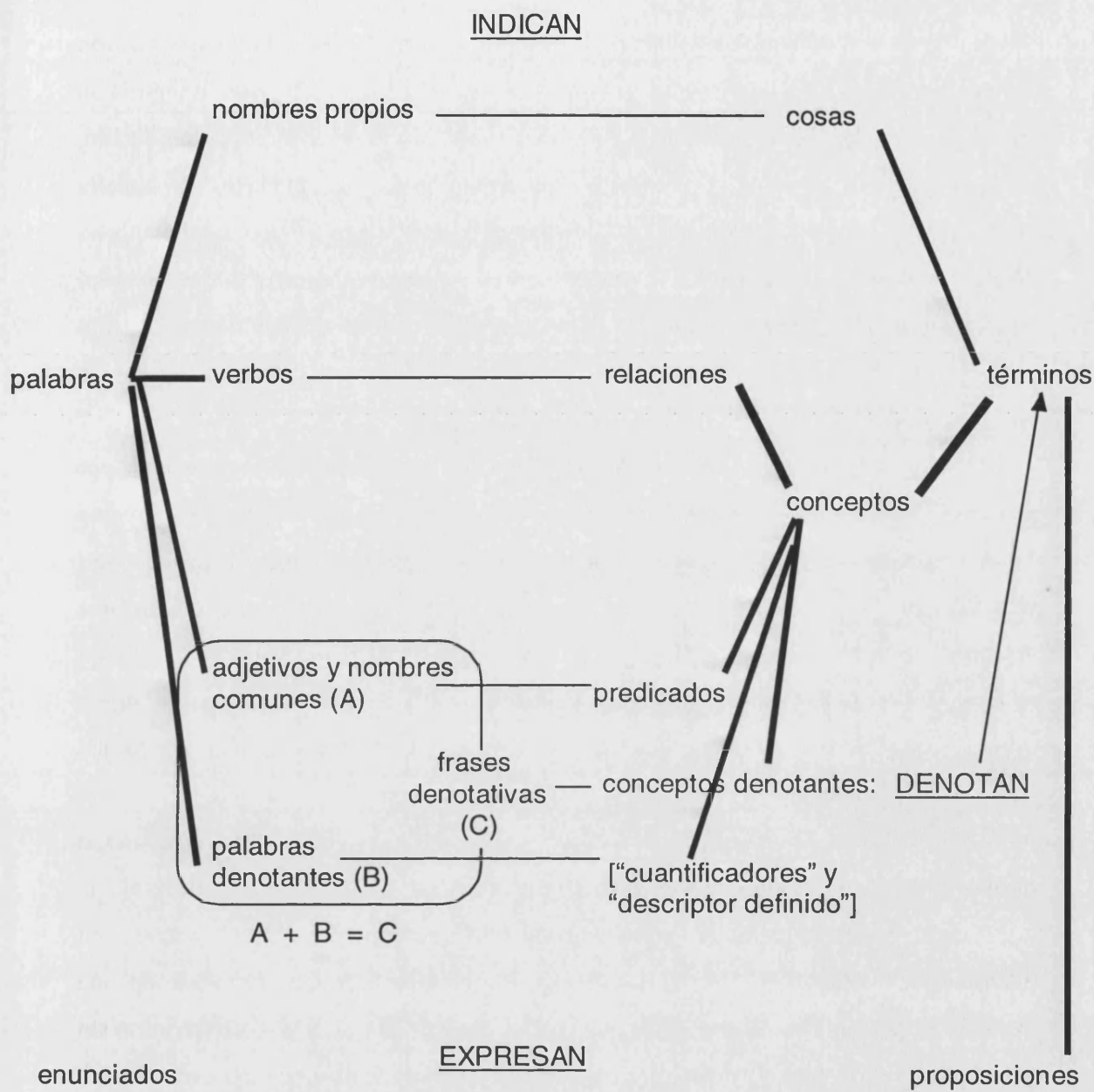
A la hora de proponer lo que hemos llamado las cinco tesis del capítulo III, Russell ha utilizado la definición del §13 para hablar de proposición: una proposición es lo que puede ser verdadero o falso. Existe otra definición que Russell da en el capítulo II dedicado a la lógica simbólica (de Peano): una proposición es lo que se implica a sí mismo (§16). Pero para establecer el carácter de proposición de las implicaciones formales, Russell va a analizar los constituyentes de una proposición (capítulo IV) para luego comprobar que éstos se encuentran en las implicaciones formales (y, también, que entre esos constituyentes no se encuentra la verdad -§1). La tesis central de Russell en su doctrina de la proposición elaborada a partir del capítulo IV es que toda proposición está formada por al menos dos términos (§47), uno en función de sujeto y otro en función de predicado (en el sentido de decir algo del sujeto o sujetos y que, consiguientemente, puede ser, dicho en términos actuales, predicado monádico o poliádico-relacional). De todo ello nos ocupamos ahora.

En el §46 del capítulo IV, Russell anuncia su propósito de hacer gramática filosófica como punto de partida útil a la hora de establecer diferencias filosóficas. En dicho párrafo, a Russell le parece relevante destacar tres partes de la oración: sustantivos, adjetivos y verbos. Russell considera adjetivos a todo lo que pueda serlo por la sustitución de los sufijos adecuados. Así considera adjetivo a "humano" y "humanidad", aunque gramaticalmente, el primero sí es un adjetivo, pero el segundo es un sustantivo; de este modo, los adjetivos son las partes de la oración que utilizamos para referirnos a las propiedades, mientras los sustantivos son las partes de la oración que utilizamos para referirnos a aquello que tiene propiedades. Pero Russell rechaza la distinción entre sustantivo y adjetivo, porque un concepto puede ser sustantivo o adjetivo según el caso: yo puedo decir que *Sócrates es humano* y también que *La humanidad es perversa*. Lo que le interesa a Russell es la diferencia entre nombres propios y nombres comunes, o mejor, precisa él, las entidades correspondientes a las palabras, no las palabras mismas. Correlativamente, lo que le interesan no son las oraciones, sino lo que éstas expresan: las proposiciones. Russell, pues, busca los constituyentes de la proposición. Falta, en lo dicho, el verbo que, como veremos, indica una relación.

En el siguiente párrafo, el 47, Russell se ocupa de lo que considera son dichas entidades: los términos. Todo lo que puede ser objeto de pensamiento, puede ocurrir en una proposición verdadera o falsa o puede ser contado como uno, lo llama término. Unidad, individuo y entidad son sus sinónimos: un término es uno y *es* en algún sentido. Según Russell, posee las cualidades atribuidas a las sustancias: es un sujeto lógico; es inmutable e indestructible; tiene identidad numérica consigo mismo y diversidad numérica respecto a los demás términos: la identidad y diversidad numéricas son la fuente de la unidad y pluralidad. A partir de lo que dice en los §§46-48 (y el 58, para las frases denotantes) podemos elaborar el esquema que figura en la página siguiente sobre los tipos de términos que Russell distingue y su correspondencia con las palabras.

El esquema tiene como objetivo fundamental esa correspondencia entre términos y palabras y, por ello, pierde de vista la restante complejidad de la parte derecha, de la ontología. Recordemos que, en *An Analysis*, Russell distinguía entre aquellos predicados que pueden ser particularizados (los atributos) y los que no (la humanidad, la coseidad - véase 2.2). Si como veremos en el capítulo 4 (véase 4.2 y 4.3) Russell hace una distinción parecida para las relaciones en *The Principles* (entre relaciones particularizadas y universales), cabe suponer que la complejidad de *An Analysis* debe permanecer aquí.

Obsérvese que cada una de las partes de la oración, las palabras, distinguidas en la parte izquierda de la tabla, le corresponde, en la parte derecha, un tipo de término. Esa relación, Russell la denomina indicación. Los nombres propios indican cosas (particulares), como por ejemplo, "Juan" nombra a mi vecino. Los adjetivos y nombres comunes indican predicados, como por ejemplo, *humanidad o verde*. Los verbos indican relaciones; así "leer" indica la relación entre el lector y lo leído. Cuando Russell se refiere a palabras las pone entre comillas, mientras que el término correspondiente lo pone en cursiva (aunque normalmente sólo en el caso de los conceptos). Las enunciados también van entre comillas, pero Russell habla aquí de expresar y no de indicar. En ambos casos se va de las palabras a los términos: las enunciados están formadas por palabras y las proposiciones por términos, nunca por palabras (§51). A su vez, como se puede ver en el esquema, las proposiciones son términos (véase 4.1). No se ha incluido el enunciado como un tipo de palabra porque,



como veremos en el capítulo siguiente, el hecho de nombrar una proposición es una cuestión a discutir.

Mención aparte merece la denotación, de la que se ocupa por extenso en el capítulo V y que es una relación entre términos, nunca entre palabras y términos, aunque Russell alguna vez cometa el desliz de utilizar la palabra "denotar" contradiciendo su propio uso técnico. Esto es especialmente relevante en la expresión "frases denotantes" y "palabras denotantes". Una frase como conjunto de palabras nunca puede denotar, si hacemos caso al sentido técnico de denotación que Russell

utiliza; igual ocurre con las palabras. Así pues, la indicación y la expresión son relaciones entre el lenguaje y las entidades a las que este se refiere, mientras la denotaciones entre términos: los conceptos denotantes y cualquier término (predicado, relación, cosa o proposición). Sin embargo, una frase denotante es, para Russell, aquella frase con la que indicamos un concepto denotante. Igualmente una palabra denotante es aquella palabra que indica uno de los siguientes conceptos: *todos, cualquier, cada, algún, un y el*. Denominaremos a los primeros "cuantificadores" y al último "descriptor" por sus similitudes con los conceptos habituales que las palabras correspondientes significan.

Según Russell, del mismo modo que los enunciados están formados por palabras, las proposiciones están formadas por unos constituyentes y todo constituyente de una proposición puede ser contado como uno y ninguna proposición puede tener menos de dos constituyentes (§47). Así pues, toda proposición contiene, al menos, dos términos. Las proposiciones están formadas por términos. Conviene observar, y esto será relevante para el capítulo siguiente, que Russell habla de dos constituyentes (sujeto y predicado) y no de tres (sujeto, predicado y su relación), como sería lógico por lo que vimos en el capítulo anterior (véase 2.3) y veremos en el siguiente (véase 4.3).

Russell denomina "términos de una proposición" a los términos, uno o varios (la precisión es de Russell -§48), que pueden ser tomados como sujetos de la proposición, esto es, aquello de lo que dice o afirma algo la proposición. ("Sócrates" en "Sócrates es humano"; "A" y "B" en "A es diferente de B"). Los términos de una proposición tienen la característica de que pueden ser reemplazados por otro término sin que la proposición deje de serlo (otra cosa es que pueda ser falsa: "Platón es humano", "Fido es humano", "el círculo es humano"). El resto, en una proposición sujeto-predicado, son el verbo y el predicado (y aquí abandona la distinción sujeto y afirmación con la que, sin embargo, había comenzado la discusión en el §48). Los predicados son los conceptos que ocurren en una proposición que sólo tiene un término de la proposición (o sujeto). Al ser reemplazados por otras entidades podemos no tener una proposición. Por su parte, las cosas sólo pueden ser términos (sujetos) de una proposición pero un predicado puede ser, además de predicado, sujeto ("la humanidad pertenece a Sócrates") (§48). Por tanto, por lo menos en una proposición sujeto-predicado, hay siempre dos términos, pero con funciones distintas: un término en función de sujeto (en función de "término de la proposición") y otro en función de predicado.

Conviene no confundir la función de predicado en la proposición con el tipo de términos que Russell ha distinguido y denomina predicados, aunque, en efecto, están íntimamente relacionados. El tipo de término denominado predicado puede estar tanto en función de sujeto de la proposición, como en función de predicado de la proposición. Sin embargo, lo que Russell denomina cosas sólo puede estar en función de sujeto de la proposición, nunca en función de predicado de la proposición. Es evidente que Russell está en la misma línea que vimos en el capítulo anterior en cuanto al doble modo de ser de los predicados.

Por otra parte, conviene tener siempre presente el carácter primario de ser sujeto para todos los términos: todo término tiene una entidad calcada de las cosas, son sustancias, y el que los términos que Russell llama predicados (en general todos los conceptos) sirvan para decir algo de otros términos es secundario para su entidad. A este respecto, Russell se refiere a una relación, el otro tipo de conceptos junto con los predicados, como relación en sí misma, cuando está en función de sujeto, y relación relacionante, cuando actúa de concepto, cuando efectivamente relaciona varios términos.

Así pues, en una proposición se dice algo (un predicado) de un sujeto o sujetos (el término o términos de la proposición). Cuando digo "Sócrates es hombre" digo algo, "es hombre", de algo que llamo "Sócrates". Es más, como veremos en la sección siguiente, esto ocurre incluso en las proposiciones relacionales: en ellas se dice o afirma la relación de los términos relacionados que son, aquí, los términos o sujetos de la proposición.

Resumiendo, siguiendo a Dau¹⁴, la opción de Russell a la hora de dar cuenta de la estructura lógica de la proposición se puede explicar en los siguientes términos. Consideremos las proposiciones expresadas por "Frege es astuto" y "Cualquier lógico es astuto". Podemos sostener, como es ahora normal, que ambas tienen formas lógicas distintas. Pero también, y ésa es la opción de Russell, podemos hacer caso a nuestras intuiciones gramaticales (explícita alternativa elegida por Russell en el §46) y continuar sosteniendo que ambas son proposiciones sujeto-predicado. Pero, si el objetivo de Russell es dar cuenta de las implicaciones formales como proposiciones, ¿qué es el sujeto (el término de la proposición) en las proposiciones matemáticas en las que no hay nombres propios que indiquen claramente cuál es el término de la proposición (como

¹⁴ Dau 1986, pp. 139-140.

también ocurre en el segundo ejemplo de este párrafo)? Y ¿qué es el predicado, sobre todo si tenemos en cuenta el carácter irreductible de las proposiciones relacionales? Y, por último, ¿qué es decir de o afirmar sobre? Veámoslo.

3.3. Denotación y sujeto de la proposición matemática

La respuesta a lo primero, vamos a verlo, es la noción de denotación, como la respuesta a lo segundo, que veremos en la sección 3.4, es la función proposicional (la tercera pregunta tardará más en ser respondida: véase 4.2). Así pues, la demostración de la cuarta tesis (que las implicaciones formales son proposiciones), exige, en primer lugar, la demostración de la segunda: proporcionar un sujeto a las implicaciones formales para que sean proposiciones. O también se puede expresar de otra manera. Recordemos que en la introducción de este capítulo he señalado las deficiencias que Russell encontraba en la lógica formal anterior a Peano: un razonamiento matemático exige una lógica que permita instanciar existencialmente; eso es lo que remedaba la síntesis a priori kantiana y que la lógica de Peano ha hecho inútil. Así pues, la matemática exige trabajar con individuos, con términos de proposiciones (sujetos), en otras palabras: generalizar a partir de ellos e instanciarlos existencialmente y, por tanto, las proposiciones matemáticas deben poseer términos de la proposición en el mismo sentido que lo que nombramos por "Sócrates" lo es en la proposición "Sócrates es hombre". Las proposiciones matemáticas no pueden ser mera síntesis de conceptos (segunda tesis).

Y eso precisamente es lo que señala en el §40 y de lo que acusa a Bradley en el §87: las proposiciones matemáticas, las implicaciones formales, no son proposiciones intensionales (tesis segunda). Por ejemplo, si yo digo "el hombre es el único animal que tropieza dos veces en la misma piedra", mi afirmación no es sobre el concepto *hombre*, sino sobre cada uno de los hombres particulares: "si x es un hombre, entonces x es el único que tropieza dos veces en la misma piedra". O, como dice Russell en el § 56, en la proposición expresada por "cualquier número finito es par o impar", no es el concepto indicado por "cualquier número finito" lo que es par o impar, sino cada número concreto. En efecto, en el §58 (tercero del capítulo V dedicado a la denotación), Russell acusa a los lógicos de haberse ocupado de la combinación de conceptos para obtener conceptos complejos y no de la combinación de términos para obtener términos complejos. Para Russell, la lógica se ha limitado al estudio de la combinación, por

ejemplo, de los conceptos *animalidad* y *racionalidad* para dar lugar al concepto de *persona*, pero no, por ejemplo, de las reuniones de términos como puede ser la clase o los cuantificadores. Y dichas reuniones de términos son importantes porque de ellas depende la naturaleza de los números y la variable. Así, las matemáticas necesitan dar cuenta formal de razonamientos que involucran, no sólo conceptos, sino uno o varios de los individuos que caen bajo uno o varios conceptos. Recordemos en este punto la sección 2.5 que muestra que este desacuerdo con Bradley era ya antiguo; si bien, como veremos en el capítulo 6, ese desacuerdo estaba basado en la mala interpretación de Bradley por parte de Russell: Bradley jamás sostuvo aquello de lo que le acusaba Russell.

Con ello estamos ante la situación que hace necesario el sentido técnico de "denotación" en Russell:

Un concepto *denota* cuando, si ocurre en una proposición, la proposición no es *sobre* el concepto, sino sobre un término conectado en cierta manera peculiar con el concepto (§56).

Dicho de otra manera, lo que ha confundido a los lógicos es que muchos enunciados (por ejemplo, los del párrafo anterior) inducen a pensar que el sujeto de la proposición, aquello sobre lo que es la proposición, aquello de lo cual se dice algo en la proposición, es un concepto, pero en realidad no es el concepto sino el término o términos denotados por dicho concepto.

El caso más claro de lo que está intentando introducir Russell con la noción de denotación está en el concepto correspondiente a lo que luego se llamo descripción definida, que es uno de los seis tipos de conceptos denotantes que distingue (*todos, cualquier, cada, algún, un, el*):

Es debido a esta noción -la descripción definida- que las matemáticas pueden dar definiciones de términos que no son conceptos.

Y continúa más adelante:

Es una paradoja curiosa, que confunde a la mente simbólica, que las definiciones, teóricamente, no son sino afirmaciones de abreviaturas simbólicas, irrelevantes al razonamiento e insertadas sólo por conveniencia práctica, mientras que, en el desarrollo de una materia, siempre requieren mucha reflexión y a veces encarnan alguno de los más grandes logros del análisis. Este hecho parece que es explicado por la

teoría de la denotación. Podemos atender a un objeto sin conocer ningún concepto del que dicho objeto sea *la* instancia; y el descubrimiento de dicho concepto no es una mera mejora en la notación. La razón por la que éste parece ser el caso es que, tan pronto como se encuentra la definición, se convierte en completamente innecesario para el razonamiento recordar el objeto real definido, ya que sólo los conceptos son relevantes en nuestras deducciones (§63).

Russell, pues, se enfrenta, con la denotación, al problema de cómo referirse a cosas mediante conceptos. Dicho de otro modo, en lo que Russell está insistiendo es que, en matemáticas, necesitamos referirnos a individuos de manera distinta a nombrándolos, de manera distinta a indicarlos mediante palabras¹⁵. El §64 es a este respecto de una claridad meridiana. En las afirmaciones de identidad, como por ejemplo "Eduardo VII es el rey", el sujeto es el término que indicamos por el nombre "Eduardo VII"; y en el predicado lo que hay es un concepto ("el -presente- rey -de Gran Bretaña en la época de Russell-") que denota el término en cuestión y que lo sustituye. En la frase "El presente Papa es el último superviviente de su generación", Russell señala que el término ni siquiera se menciona, está meramente denotado: el término de la proposición (el sujeto, aquél del que algo se dice, aquél sobre el que es la proposición) no es ninguno de los dos conceptos sino el término que cada uno de los conceptos denota.¹⁶

Lo que Russell hace, pues, es buscar todos esos casos en los que el aparente sujeto es un concepto y proporcionar los términos que son denotados por el concepto. Y así también, tenemos que en matemáticas no sólo hemos de referirnos a un término concreto de manera distinta a nombrarlo (como mediante el descriptor definido), también nos referimos a varios términos: la clase.

Russell distingue entre agregados (clases como uno) y colecciones (clases como muchos). La diferencia entre estas dos formas de entender las clases está en que, mientras que el agregado puede ser sujeto lógico, la colección no lo puede ser. Si bien todo agregado es una colección, no todas las colecciones forman agregados, debido a que las primeras pueden no tener un predicado definitorio debido a la paradoja de Russell (la clase como uno puede ser un término de sí misma entendida como clase como muchos, mientras que un todo complejo no puede ser nunca un constituyente de sí mismo; por ejemplo: "las clases son una entre las clases", que es el equivalente

¹⁵ Recuérdese lo dicho en la sección 2.5.

¹⁶ Evidentemente ese término puede ser un concepto dado el doble aspecto de los predicados que Russell hace extensivo a todo concepto.

extensional de "la clase es un concepto-clase"). Las colecciones se obtienen por enumeración de los términos (§70).

Veamos las colecciones o clases como muchos (punto de vista lógico de la extensión) y el tipo de concepto que las denota (punto de vista lógico de la intensión). En el §67, para Russell *hombre* es un concepto-clase (a efectos prácticos, equivalente al predicado *humano* - §79), que no denota en solitario, mientras sí que denotan *hombres* y *todos los hombres* (cuyas expresiones son sinónimas y por lo tanto el concepto es el mismo) y que Russell denomina el concepto de la clase (§§67 y 70); lo denotado es, en este caso, lo que denomina "clase de todos los hombres". En términos de funciones proposicionales (que en Russell, lo veremos, será sinónimo de los términos llamados conceptos), el concepto-clase es *x tal que Φx* ¹⁷ y el concepto de una clase (*todos*) *los x tales que Φx* ¹⁸ que denota la clase (como muchos; una colección) de todos los *x* para los que Φx es verdadera (§§84, 93).

"Todos" es una palabra que indica un tipo de entidad (que hemos convenido en llamar "cuantificador") que hace que el concepto al que acompaña denote lo que Russell denomina una conjunción numérica: una combinación de términos tomados colectivamente (§§59-61). Dicho de otro modo, la cuantificación por *todos* de la función proposicional Φx denota una combinación de términos tomados colectivamente: eso es una clase (como muchos, una colección).

Tal colección se puede formar extensionalmente reuniendo los términos mediante *y*: A y B y C y ... etc. Pero Russell rechaza que *y* forme parte del concepto de colección. En primer lugar, porque la clase unitaria es una clase y no lo necesita; en segundo lugar, porque entonces *y* sería una relación y consiguientemente el resultado sería, no una clase, sino una proposición (§71). Tenemos pues, dos tipos de términos complejos, de términos formados por otros términos: la clase y las proposiciones.

Pero con ello Russell no ha completado el inventario de las entidades matemáticamente relevantes en la denotación: falta la variable. La variable verdadera, la que ocurre en las implicaciones formales, es denotada por el concepto *cualquier término* (§§86, 88 y 93). En el §93 Russell precisa que *cualquier término* "no denota, propiamente hablando, una reunión de términos, sino que denota un término, sólo que no un término particular definido" (cf. §§59-61).

¹⁷ Russell escribe "*x tal que Φx* ", esto es, entre comillas y no en cursiva. Realizamos el cambio en aras de la uniformidad.

¹⁸ *Vid.* nota anterior. El caso es el mismo.

Con ello la demostración de la segunda tesis ha sido completada: las implicaciones formales (de las que todavía hay que demostrar que son proposiciones) poseen sujeto, son acerca de algo (su o sus términos o sujetos). La denotación, tanto en lo que respecta a los cuantificadores, como en lo que respecta al descriptor definido, permite mostrar que proposiciones aparentemente intensionales en ciertos casos, como las equivalentes a las implicaciones formales, no lo son. Pero al demostrar que las implicaciones formales poseen sujeto (en el sentido que Russell da a "término de una proposición"), también se ha dado el primer paso para demostrar la cuarta tesis: el carácter proposicional de las implicaciones formales, puesto que una proposición debe tener términos sobre los que es la proposición y ello acaba de ser demostrado para las implicaciones formales. Para el segundo paso hay que demostrar la tercera tesis: en la implicación formal una sola función proposicional es verdadera para todos los valores de sus variables; consiguientemente, la implicación formal será una proposición: en ella se dice algo (la función proposicional) de una cosa (el término -o términos- de la proposición o sujeto/s). Esto es lo que vamos a comprobar ahora.

3.4. Función proposicional y predicado de la proposición matemática

Russell se ocupa de la función proposicional en el capítulo VII. A lo largo de todos los capítulos anteriores, el tipo de proposición que ha servido como modelo de análisis es la proposición sujeto-predicado de la lógica tradicional, aunque siempre teniendo en mente que las proposiciones relacionales no son reducibles a ella. También a la hora de hablar de la función proposicional, Russell sigue la misma estrategia, para luego ampliar las tesis demostradas a las proposiciones relacionales.

Ello tiene como consecuencia que, aunque en el capítulo IV haya distinguido entre los conceptos a predicados y relaciones, sus argumentaciones hayan estado dedicadas principalmente a los predicados en el sentido tradicional, esto es, predicados monádicos (o a las afirmaciones, ya hemos visto su fracasado papel; pero como el análisis en sujeto y afirmación tiene un carácter único en las proposiciones sujeto predicado y ese análisis no añade nada nuevo a las distinciones habituales, la cuestión es aquí indiferente).

Las funciones proposicionales de una sola variable son los predicados tradicionales. Ya hemos visto que, en el §84, Russell afirma que el concepto-clase correspondiente al concepto de la clase *todos los x tales que Φx es x tal que Φx* . Con

ellos Russell está traduciendo en términos de funciones proposicionales lo que en el §67 había establecido sin éstas: la distinción entre el concepto de la clase y el concepto-clase. Dada la equivalencia práctica entre concepto-clase y predicado, nada más fácil de justificar que la equivalencia entre funciones proposicionales (con un argumento) y predicados.

Sin embargo, aunque en todo momento Russell manifiesta la equivalencia, a efectos prácticos, entre predicado y concepto-clase, nunca los llega a identificar funcionalmente, lo cual es relevante. "Concepto-clase" y "predicado" designan un mismo tipo de término conceptual: aquél que ocurre en las proposiciones sujeto-predicado como su parte predicativa, como el término que dice algo del sujeto o término de la proposición. Pero debido a la entidad correspondiente a las palabras "todos", "cualquier", "el" etc., ese término adopta funciones diversas. Por ejemplo, el término conceptual indicado por "ser hombre" o "humanidad" puede ser sujeto, como en "la humanidad es un concepto que posee el rasgo de la mortalidad", y también predicado, como en "Sócrates es hombre". Igualmente, en "el hombre que llevaba la gabardina roja", el concepto indicado por "ser hombre" forma parte de la contraparte conceptual de lo que ahora denominamos una descripción definida y que denota un hombre concreto e individual, mientras que si digo "Cualquier hombre es mortal", el concepto indicado por "ser hombre" se utiliza para denotar una variable.

Evidentemente, se supone justificado que "ser hombre", la expresión "hombre es" cuando ocurre en un enunciado, "humanidad", etc. indican el mismo término conceptual. Y eso es lo que permite hablar de función proposicional: la identidad conceptual a través de las vicisitudes gramaticales y lógicas. Russell habla reiteradamente de la verdad de una función proposicional de uno o varios términos: también una función proposicional con varias variables se afirma de sus términos y ello puede ser el caso de una proposición relacional ($\Phi x, y, z$ puede ser el concepto de la proposición $Rabc$). En todos estos casos, Russell mantiene que la función proposicional se dice o afirma (§93) o es verdadera de los valores de su (o sus) variables (§92).

Obviamente, si sólo fuese esto cabría preguntarse para qué tantas alforjas para este viaje: introducir la nueva noción de función proposicional para garantizar la identidad conceptual a través de las vicisitudes gramaticales y lógicas no sería muy productivo. No obstante, conviene no olvidar el objetivo russelliano de matematizar la lógica y, a este respecto, la garantía de identidad es absolutamente necesaria. La variable sería también una fuerte razón en favor de la función proposicional, pero

todavía hay un elemento más que la hace necesaria: el carácter "orientado" de lo que se dice de los términos de una proposición relacional. En una relación simétrica no es lo mismo decir aRb que bRa : si yo soy hijo de mi padre, mi padre no es hijo mío. Los predicados de la lógica tradicional, que están por atributos, no pueden dar cuenta de esta situación, porque en una proposición sustancia-atributo, el predicado se dice siempre de un sólo sujeto; la función proposicional debe poder hacer converger la característica de los predicados de decir algo de un término, pero también de las relaciones: decir algo de varios términos manteniendo que lo que se dice establece un orden determinado en la relación de los términos de la proposición. La función proposicional está justificada en proposiciones sujeto-predicado tradicionales (§81), pero se hace imprescindible en cualquier proposición relacional¹⁹.

Esto último lo va a demostrar Russell en conexión con lo que le interesa sobre las implicaciones formales (tercera tesis: en una implicación formal se afirma una sola función proposicional que se afirma verdadera de todos los valores de sus variables).

Sin embargo, hay otra dificultad. Si la función proposicional se afirma de los valores de sus variables, si es verdadera de éstos, o, lo que es equivalente, si la función proposicional se dice de los términos de la proposición de la cual es el constituyente conceptual, ¿no volvemos a la forma tradicional sujeto-predicado (sustancia-atributo)?

¹⁹ Por otra parte, la función proposicional, normalmente, es un universal complejo, compuesto de otros universales elementales. Cocchiarella 1980 a argumenta en favor de la distinción entre universales (los conceptos o significados elementales, atómicos, russellianos) y funciones proposicionales en *The Principles*. Y cabría apoyarla, en el sentido de que, si Russell no hubiese aceptado esa distinción, hubiera sido incoherente. Si llamamos universales a ciertos átomos del mundo, los universales y las funciones proposicionales sólo coinciden cuando estamos ante predicados atómicos. En efecto, las funciones proposicionales son entidades intensionales, pertenecen al significado. Pero, por lo menos, algunas de ellas no son "atómicas". Con ello quiero decir que, por ejemplo, la función proposicional "x es un mamífero" (A) puede descomponerse en otras funciones proposicionales ("x tiene riñones" (A1), "x es vertebrado" (A2), etc.). Dado el pluralismo atomista de Russell, hay que admitir que habrá algunas de esas funciones que sean inanalizables, pues Russell habla de predicados y relaciones como términos: sería absurdo que A fuese término en el mismo sentido que A2, pues ¿cómo puede tener las mismas características ontológicas el todo y la parte en una concepción atomista que supone que las partes componen realmente el todo? Así las cosas debe haber funciones proposicionales atómicas y éstas deben tener un carácter especial: ser las partes del mundo, los componentes del universo, a diferencia de las funciones proposicionales que se pueden componer a partir de otras (Como veremos, un razonamiento análogo sobre la parte y el todo cabría aplicar a las proposiciones en lo que se refiere a sus constituyentes). Por otra parte, en "On the Nature of Truth" de 1907, Russell argüirá contra los neohegelianos en el sentido de que pretenden que no se puede distinguir entre un término y su naturaleza (su significado, los conceptos que lo describen). Si esa distinción no se hace, dice Russell, ¿cómo se mantienen unidos los predicados? No parece probable suponer que Russell había dejado de pensar en los significados como susceptibles de síntesis (véase 2.1). Por otra parte, Russell reconoce que su postura conduce a la paradoja de Bradley. Véase el capítulo 4.

Tenemos, pues, dos cuestiones que Russell ha de resolver: primera, si en toda proposición matemática hay una sola función proposicional que se dice del (de los) sujeto(s) de la proposición; segunda, qué diferencias hay con la forma tradicional sujeto-predicado de la proposición y la que Russell propone. Comencemos por lo primero: Russell ha de demostrar que en una implicación formal sólo hay una función proposicional que se dice del término o términos de la implicación formal y no dos funciones proposicionales relacionadas.

En el §84, recordemos, Russell ataca la división en sujeto y afirmación señalando que mediante el análisis en sujeto y afirmación, se obtiene "... es un hombre implica ... es un mortal." Para obtener otra vez una proposición hay que garantizar que el mismo término será sustituido en los lugares indicados por los puntos suspensivos. Da igual que término sea, pero ha de ser el mismo en ambos sitios. Esto está garantizado, en una función proposicional, por la repetición de la x que aparecería en lugar de los puntos suspensivos. Pero no está garantizado en el anterior análisis en sujeto y afirmación. Que lo que Russell debería haber dicho es que una implicación formal no está formada por dos funciones proposicionales, lo muestra el §92:

Pero debe asumirse, pienso yo, que una clase en extensión está definida por cualquier función proposicional y en particular que *todos* los términos forman una clase, ya que muchas funciones proposicionales (por ejemplo, todas las implicaciones formales) son verdaderas de *todos* los términos. Aquí, como con las implicaciones formales, es necesario que la función proposicional completa, cuya verdad define la clase, quedase intacta, y no, incluso donde esto sea posible para todo valor de x , dividida en funciones proposicionales separadas. Por ejemplo, si a y b son dos clases, definidas por Φx y Ψx , respectivamente, su parte común está definida por el producto $\Phi x \cdot \Psi x$, donde el producto tiene lugar para todo valor de x , y entonces x varía consiguientemente. Si esto no se hace, podemos no tener necesariamente la misma x en Φx y Ψx .

Russell está sosteniendo que la implicación formal está constituida por una sola función proposicional. Es más, en matemáticas, la implicación formal es siempre verdadera (recuérdese que ésta es la quinta tesis), ya que la función proposicional correspondiente es verdadera de todos los términos de su variable (que forman la extensión de la función proposicional). La pregunta es ahora qué es lo que hace suponer a Russell que una implicación formal tenga como uno de sus constituyentes una sola función proposicional y no varias. La respuesta intenta demostrar que la implicación formal habla de un conjunto definido de términos (la clase de los sujetos para los que es

verdadera), se descomponga como se descomponga. La función proposicional puede ser compleja, como es el caso de la implicación formal, fruto de la combinación de otras funciones proposicionales y aparecer explícitamente esa composición. Para que, en efecto, se mantenga la unidad de la función proposicional en la diversidad combinatoria de su expresión a través de otras funciones proposicionales que la componen, hace falta que, en cada una de esas funciones proposicionales componentes, la variable sea la misma, o dicho de otro modo, el conjunto de los términos para los que es verdadera es el mismo en cada una de sus funciones proposicionales componentes; eso es lo que garantiza que varias funciones proposicionales puedan tomarse como una sola y eso es lo que dice Russell que ocurre en las implicaciones formales. Así pues, para él, cada implicación formal constituye una sola proposición, porque la variable del antecedente y la del consecuente es la misma.

Russell añade (§82) que sólo con la función proposicional es posible expresar proposiciones que contienen funciones cuyos valores son iguales a cierta función de sí mismas²⁰.

Ahora, a Russell le queda justificar todo ello para funciones proposicionales con dos (o más) argumentos, para *toda* proposición en que intervengan relaciones (incluyendo que sea una implicación formal). Es "evidente", dice Russell literalmente, que, lo mismo que se ha dicho para las funciones proposicionales de un argumento vale para las funciones proposicionales con dos argumentos, con la razón añadida de que sólo mediante la función proposicional es posible expresar la orientación de las relaciones (§82). Conviene reiterar algo que ya vimos en la sección 3.1: Russell argumenta en favor de sus posiciones para proposiciones sujeto-predicado, esto es, para proposiciones cuya función proposicional sólo tiene un argumento, y luego lo extiende al resto de funciones proposicionales sin apenas justificación. La razón de peso que aduce es que la función proposicional está diseñada para expresar relaciones asimétricas: si digo "A es padre de B" no puede darse que "B sea padre de A", donde "x es padre de y" sería la función proposicional.

Con ello, Russell ha completado la demostración de su tercera tesis según la cual en una implicación formal se dice una sola función proposicional de los valores de las variables. Esto es, en una implicación formal, no sólo tenemos sujetos (primera tesis), sino también un predicado o relación (la función proposicional). Pero esto tiene

²⁰ Russell, ya lo hemos señalado, da otra razón en el mismo §82, pero en realidad no es pertinente.

una importante consecuencia, porque con ello Russell ha establecido como modelo de la proposición matemática la que tiene la estructura sujeto-predicado: en una proposición matemática se dice un predicado (la función proposicional) de uno o varios sujetos (los términos de la proposición). En consecuencia, se sigue la cuarta tesis²¹: las implicaciones formales son proposiciones. Obsérvese pues que Russell ha desarrollado qué sea una proposición a la par que demostraba las tesis segunda y tercera partiendo del supuesto de que una proposición estaba formada por dos constituyentes. En una proposición matemática se realiza la predicación de un concepto (la función proposicional) del término o los términos (sujetos) de la proposición, y tanto dichos términos como la función proposicional son constituyentes de la proposición: la implicación formal es una proposición (cuarta tesis).

Nos queda pendiente responder a la pregunta de si no volvemos a la forma tradicional sujeto-predicado (sustancia-atributo) con estas cuatro tesis de Russell. La respuesta es no. La predicación que tiene en mente Russell no tiene el significado ontológico ligado al esquema sustancia-atributo; y aquí se muestra la importancia de las consideraciones ontosemánticas que, desarrolladas para el sujeto de la proposición en anteriores secciones, todavía está pendiente de incorporar las precisiones que aporta la función proposicional. Porque hemos visto que, para Russell, en una proposición se afirma una función proposicional de un sujeto o sujetos, lo que en lenguaje tradicional significa que la función proposicional es un predicado. Pero, para él, *predicado* no significa que la función proposicional (el concepto de la proposición) inhiera en *un* sujeto, esto es, sea una atributo. Russell necesita proposiciones que contengan varios sujetos relacionados, lo cual implica que la lectura sujeto-predicado de la proposición debe separarse de la doctrina ontológica sustancia-atributo, según la cual "Sócrates es hombre implica Sócrates es mortal" significa que Sócrates tiene la propiedad de que si es hombre, entonces es mortal²².

Russell añadirá que dicha proposición significa también que hay una cualidad de afirmación, y esto le envuelve en serios problemas. Lo veremos en el capítulo 4.

Antes, señalaremos que el carácter proposicional de las implicaciones formales se ve confirmado indirectamente en la demostración de la primera tesis: la

²¹ Y, también, la tesis logicista. Véase el comienzo de este capítulo.

equivalencia entre la implicación formal y las proposiciones que se expresan de la forma "Todos los tal son cual" o "Cada tal es cual" o "Cualquier tal es cual". Se demuestra en los §§62, 73, 89 y 90. Russell habla de cuatro palabras denotantes, cuya indicación es lógicamente equivalente. *Todos* y *cada* (versión distributiva de *todos*), aunque tienen significados distintos, son lógicamente equivalentes: es posible expresarlos lógicamente mediante *cualquier*, al igual que *un* y *algún*. De este modo, las descripciones definidas debieron ser como una piedra en el zapato de un esquema que estaba surgiendo en la cabeza de Russell (§59, al principio).

Por otra parte, Russell concluye que las implicaciones formales que forman el conjunto de proposiciones matemáticas y lógicas son siempre verdaderas. Esto constituía la quinta tesis. En efecto, las proposiciones matemáticas tienen una sola función proposicional con variables auténticas, esto es, sus campos de variación son todos los términos. Sustituyendo una variable por un término cada vez, obtendremos un conjunto de proposiciones. En el caso de las proposiciones matemáticas, todas estas proposiciones resultantes son verdaderas: las implicaciones formales de la matemática y la lógica²³ son lo que Russell llama verdades formales (§§92 y 93).

En conclusión pues, Russell articula en *The Principles* una concepción de la proposición que sigue el esquema sujeto-predicado. En toda proposición se afirma un predicado de uno o varios sujetos: ese predicado es una función proposicional. Recordemos que esta posición, en lo que respecta al esquema sujeto-predicado, era la que Russell tenía en 1898 antes de su giro ontológico (véase 2.3) y de la que no le hemos visto todavía renunciar, aunque la asunción de ontología de corte mooreano hiciese suponer lo contrario. Ahora Russell nos ha mostrado ciertos rasgos de como conectó esta ontología con la estructura sujeto-predicado de la proposición. Pero ha dejado pendientes muchas cosas. La pregunta más importante que ha de responder Russell es qué es afirmar una proposición *ontológicamente*. Esa respuesta y su exigencia, debida a sus posiciones teóricas, serán el tema del próximo capítulo.

²² Vuillemin 1968 (pp. 106-107) señala, mediante un cuidadoso análisis, la unilateralidad de la interpretación lógico-ontológica de Russell. De manera relevante, esa misma estructura es la que ofrece el análisis del juicio de Bradley, sólo que el sujeto no es un particular, sino el Todo. Véase capítulo 6.

²³ Russell no hace esta precisión. Hay que suponer que piensa siempre en implicaciones formales bien formadas.

Capítulo 4

LA ONTOLOGÍA DE LAS PROPOSICIONES EN *THE PRINCIPLES* Y LOS ARTÍCULOS SOBRE MEINONG.

En el capítulo anterior, hemos mostrado que, en *The Principles*, Russell sostiene la estructura sujeto-predicado de la proposición. Sin embargo, dicha concepción ha de separarse de su correspondiente ontológica tradicional, pues, para él, en una proposición sujeto-predicado, no se dice que un atributo inhiere en una sustancia. Pero el desarrollo de esta alternativa de Russell conllevaba graves complicaciones ontológicas que se observan en *The Principles* y en sus artículos sobre Meinong¹, estos últimos publicados en 1904.

En la sección 4.1, veremos como Russell diferencia entre juicio y proposición, considera ésta como entidad independiente y distingue varias formas de darse una proposición. La sección 4.2 trata de parte de la justificación que hace Russell de la subsistencia de las proposiciones falsas en sus artículos sobre Meinong. Comprobaremos que esto está ligado a una determinada concepción de la relación que interviene en una proposición. Russell justifica esa concepción tanto en sus artículos sobre Meinong como en *The Principles*. Pero veremos que ello está ligado al mantenimiento de la afirmación como cualidad que caracteriza a la proposición y la consiguiente paradoja de Bradley. En la sección 4.3 se estudian los argumentos de *The Principles* en favor de la mentada concepción de la relación y su conexión con el doble aspecto de los predicados y relaciones (como términos y como significados), finalizando con los últimos argumentos de Russell, en los artículos sobre Meinong, en favor de la subsistencia de las proposiciones falsas. En la sección 4.4 veremos como Russell se encuentra en graves problemas para casar el doble aspecto término-significado de los predicados y relaciones con la unidad e identidad de la proposición.

¹ "Meinong's Theory of Complexes and Assumptions", ahora en Russell 1994, ítem 17, pp. 431 y ss. A partir de ahora, si no se dice lo contrario, las referencias entre paréntesis a páginas son de esta obra y edición y las referencias de párrafos a *The Principles of Mathematics*.

4.1. Juicio y proposición

En los artículos sobre Meinong, Russell sostiene que el objeto de toda consideración epistemológica (incluyendo la percepción normal -pp. 441-442) es la proposición: hay un acto mental, su contenido, que es la proposición, y la relación entre ambos (la relación conocer). Russell amplía el sentido habitual de percepción para referirse a lo que también llama considerar² proposiciones: conocer proposiciones sin enjuiciarlas. Russell admite tres sentidos de "percepción": percepción de las proposiciones autoevidentes, percepción de proposiciones autoevidentes concernientes a partes particulares del tiempo y percepción de proposiciones existenciales. En esta relación, la clase siguiente siempre está incluida en la anterior (p. 444).

Pero una proposición también puede ser objeto del acto mental de enjuiciar, lo que conlleva cierta actitud de afirmar o negar y poseer creencia o convicción (pp. 445 y 448). Russell inaugura así su diferencia en el uso de "proposición" y "juicio". Pero además, Russell distingue diversas formas de darse una proposición. Veamos lo primero.

Tanto en los artículos sobre Meinong como en *The Principles*, está claro que la proposición es una entidad separada, independiente, distinta del hecho de que alguien la crea o no mediante un juicio. Ya vimos en el capítulo 3 que una proposición estaba compuesta de uno o varios sujetos y un predicado o relación (dados por la función proposicional). El sujeto (o sujetos) podía ser denotado o nombrado y el término correspondiente al verbo podía ser un predicado (una función proposicional de una sola variable) o una relación (una función proposicional de dos o más variables). Russell señala en *The Principles* (§54) que la unidad de la proposición depende del verbo, o mejor dicho, de la entidad indicada por él. La proposición verdadera posee una cualidad (§52), la afirmación que, hay que pensar, es la que añadida a la entidad indicada por un nombre verbal (el predicado como término y la relación como término), hace que se convierta en lo indicado por un verbo (el predicado como significado o la relación relacionante).

Por contra, recordemos (capítulo 2) que antes de que Russell adoptase la ontología de corte mooreano en 1899, Russell sostenía que los términos de la proposición se unen gracias a la transmutación en términos o significados que pueden

sufrir predicados o relaciones. Para Russell en *The Principles* la unión viene dada por la cualidad de afirmación -una entidad, seguramente de origen mooreano (véase 2.3)-, que convierte el predicado o relación de término a término que predica o relaciona, respectivamente. Así, la proposición está formada por términos y es, a la vez, un término; pero no un término meramente complejo, un *agregado* de términos, sino algo más: tiene una unidad peculiar (§52 y capítulo XV *passim* de *The Principles*) dada por la afirmación. Insistiremos en esto en las secciones 4.3 y 4.4.

En los artículos sobre Meinong, Russell argumenta por extenso en favor del carácter de término de la proposición al hilo de la crítica de Russell a Meinong. La razón de la insistencia de Russell en mantener las proposiciones como términos es la argumentación de Russell que se dirige a rechazar la opinión de Meinong, según la cual, el objeto de un juicio, la proposición, siempre es inmanente a la mente. Russell, como en el *Essay* (véase 1.3), es realista.

En primer lugar, porque un objeto inmanente a la mente no sería un objeto. Un objeto inmanente no existe, ni siquiera como parte del estado mental existente del cual es objeto, de lo contrario dos personas no podrían creer la misma proposición.

En segundo lugar, Russell analiza la relación que hay en el juicio. En el caso de un juicio correcto, según Russell, la proposición de un juicio sería uno de los términos de la relación mientras el otro sería el mero darse cuenta de la proposición. Pero lo que parece peculiar de la relación de conocimiento es que esa relación y el término de darse cuenta de la proposición, de algún modo, parecen formar parte uno del otro; y esto no ocurre en ninguna otra relación (p. 461). Es más, dice Russell, sería como si el término mental de la relación fuese complejo, no sólo por eso, sino porque el otro término relacionado, la proposición, formase parte de él. Según Russell eso es lo que querría decir Meinong al hablar de inmanencia. Y aquí Meinong, según Russell, ha sufrido una confusión: no es posible describir un juicio particular más que como el juicio de que tal y tal, esto es, por medio de su objeto, la proposición. El juicio es solo contenido y acto y, en ningún caso, tiene como parte el objeto, esto es, la proposición (p. 462). Como dice más adelante, el ser de una relación no se identifica con el ser de la proposición en la que esta relación aparece relacionando (pp. 462-463)³. (En favor de

² Russell no admite la distinción de Meinong entre asumir (siempre lo complejo) y presentar (lo simple). Véase la sección 4.2.

³ Lo cual es una forma de reiterar que las proposiciones están formadas por términos independientes y, también, es una forma de reconocer que su unidad viene dada por esa cualidad que se añade a la relación como término (la afirmación) para dar lugar a la relación relacionante. La relación relacionante no es más

esto argumentará también en *The Principles*; se trata de las argumentaciones de Russell contra las relaciones particularizadas que veremos en 4.2 y 4.3). Hay que rechazar, por tanto, que el objeto del juicio, la proposición, sea una parte de la mente, algo inmanente a ésta (p. 462). Russell, pues, está señalando que la relación epistemológica entre sujeto y objeto, aunque lo parezca, no es una relación interna, sino externa, como todas las demás; no es una relación especial.

El resultado del rechazo al carácter inmanente a la mente de la proposición, como muy bien puntualiza Russell, nos plantea dos alternativas: o bien el juicio no tiene objeto, o bien las proposiciones falsas son tan objeto de juicio (pueden ser creídas y subsisten) como las verdaderas (pp. 462 y 463-464).

Contra la primera alternativa se puede señalar que siempre se cree *algo*, que varias personas pueden creer la *misma* cosa y, aunque eso podría indicar sólo identidad de contenido, se puede aducir también que es posible contar proposiciones, formar clases con ellas, etc., y ello tanto con proposiciones verdaderas como falsas (p. 462), lo cual nos lleva al segundo miembro de la disyunción, posición ontológicamente un tanto extraña. Continuaremos la justificación de esta posición en la sección siguiente.

Por su parte, vimos más arriba que Russell sostenía que había diversas formas de darse una proposición. En efecto, en el §38 de *The Principles*, Russell había distinguido entre proposición realmente afirmada y proposición considerada meramente como concepto complejo. Russell justifica esta diferencia por la necesidad de distinguir aquellas proposiciones "sueltas" en un paso de una deducción lógica (que serían proposiciones afirmadas), de aquéllas que ocurren dentro de otras proposiciones y que hay que distinguir para aplicar una regla de deducción. Ejemplo del segundo caso lo constituye las proposiciones que ocurren como atómicas en una molecular: la proposición molecular está afirmada, las proposiciones atómicas componentes de una molecular no.

Sin embargo, no es la proposición como concepto complejo el único tipo de proposición no afirmada. Russell sostiene que al cambiar el verbo de una proposición afirmada en nombre verbal lo que obtenemos es un concepto proposicional⁴ (parágrafos 52 y 55); por ejemplo, de "César murió" obtenemos "la muerte de César".

o menos que la relación como término; lo único que pasa es que tiene un añadido: la cualidad de afirmación.

⁴ El problema es que Russell afirma también que un nombre verbal indica una relación en sí misma, una relación como término o sujeto (§§54 y 55), y cabe preguntarse que es lo que da unidad al concepto proposicional

Como en el §52 dice, lo que es verdadero o falso, en el ejemplo, es el morir, la muerte de César. Pero, como luego repetirá en el §55, las proposiciones así convertidas son sujetos lógicos (términos) y, por tanto, no pueden ser verdaderas o falsas (§52). Tenemos, pues, proposiciones afirmadas y no afirmadas y entre las no afirmadas tenemos las atómicas en una molecular y el resultado de convertir una proposición en concepto proposicional.

Dentro de este último habría que incluir la mención de proposiciones. Como dice en el §52, la cuestión de la afirmación o no de una proposición, la diferencia entre proposición afirmada y no afirmada, no depende de la forma gramatical. Estamos ante la misma situación cuando decimos "*César murió* es una proposición" que al decir "El morir de César". En ninguno de los dos casos la proposición afirma que César murió. Ambas son proposiciones no afirmadas: tanto en la mención de una proposición como en el concepto proposicional; ambas, para Russell, son equivalentes, pues no permite que se haga caso de la diferencia gramatical.

Resumiendo, Russell distingue tres formas de darse las proposiciones. En primer lugar, el concepto proposicional que abarcaría a las proposiciones cuando son mencionadas y lo que resulta de ellas al transformar el verbo en nombre verbal en sus correspondientes enunciados. Su existencia está justificada por la posibilidad de hablar de las proposiciones, con las mismas razones que da Russell para la caracterización de los conceptos como términos: todo constituyente de una proposición ha de poder ser sujeto, ha de poder decirse algo de ello (§52). Así el concepto proposicional es la consideración de la proposición como término. En segundo lugar, tenemos la proposición como concepto complejo que es una proposición en la medida que admite que se diga de ella que es verdadera o falsa dentro de otra proposición (es el caso de las atómicas en una molecular) o nos permite distinguir dentro de una proposición sus componentes para aplicar una regla de deducción. Finalmente, en tercer lugar, Russell habla de proposiciones afirmadas. La afirmación es psicológica en las proposiciones falsas, pero es una cualidad en las verdaderas (§52). Las proposiciones verdaderas (afirmadas) son términos como lo son el correspondiente concepto proposicional, pero mientras en las primeras está cualidad de afirmación, en el segundo no (§52) -véanse los esquemas de la sección 5.1-.

Parecería lógico reducir las formas de presentación a dos: como término y como proposición afirmada. Pero Russell no lo puede hacer porque surge el problema de cómo dar cuenta de la partes que en una proposición es necesario distinguir para

poder aplicar reglas de deducción o considerar su carácter veritativo-funcional. Por un lado, Russell sostiene que un término no puede ser verdadero o falso y eso vale también para las proposiciones (§52); como dice en el §59 en una conjunción no se unen términos, sino proposiciones. Sin embargo, Russell no puede sostener que esas proposiciones sean auténticas proposiciones, proposiciones afirmadas, porque, como ya sabemos (véase 3.4), una proposición está formada por uno o varios sujetos y *una sola* función proposicional. En consecuencia, si Russell quiere poder distinguir dentro de la proposición afirmada ciertas partes para poder aplicar reglas de deducción, esas partes no pueden ser proposiciones afirmadas; pero tampoco pueden ser términos porque, como ya hemos visto, Russell señala que en una conjunción, generalizando, en una proposición molecular, sus atómicas no son términos sino proposiciones (§§52 y 59). Russell encuentra un ambiguo término intermedio en el significado: la proposición como concepto complejo.

Así las cosas, Russell se encuentra con dos cuestiones problemáticas que están intrínsecamente relacionadas. La primera cuestión problemática es qué sea esa misteriosa cualidad de "afirmación" (en el sentido de *The Principles*) que conecta el sujeto y el predicado de las proposiciones. Para llegar a ello, deberemos resolver primero las dificultades con que se encuentra Russell ante las proposiciones falsas. Lo veremos en la sección 4.2. Ligada a esa primera cuestión está la segunda: el papel del significado en las tesis de Russell en *The Principles* y sus artículos sobre Meinong. Vamos primero con la cuestión de la subsistencia de las proposiciones falsas. En la sección 4.3 se comenzará a hablar de la segunda cuestión.

4.2. La subsistencia de las proposiciones falsas

¿Son o no son las proposiciones falsas tan cosas como las verdaderas? Russell sostiene en *The Principles* que sí lo son. En sus artículos sobre Meinong ello es argumentado por extenso⁵. En esta sección estudiaremos estos últimos argumentos y

⁵ Russell trata esta cuestión en el contexto de una discusión epistemológica para decidirse por una de las siguientes cinco posturas: (1) El conocimiento no difiere de lo conocido, esto es, no hay objeto de conocimiento. (2) Se admite la distinción entre contenido y objeto, pero el segundo es inmanente. (3) El objeto sólo es inmanente cuando es falso y trascendente si es verdadero. (4) Cuando el juicio es falso ni tan siquiera hay objeto. (5) El objeto siempre es trascendente (p. 464). La postura (1) junto con la (2) forman los dos polos entre los que oscila el idealismo. Contra (1) cabe objetar la inspección directa; por ejemplo, la obvia diferencia entre contenido y objeto (por ejemplo, la presentación del pasado es presente). Además, tiene la consecuencia de que no podría haber la misma presentación en diferentes instancias, lo cual es insostenible (pp. 464-465). (2) es la opinión de Meinong referente a los juicios. Para

mostraremos sus posibles conexiones con otros sostenidos en *The Principles*. Ello nos conducirá, interrumpiendo la exposición de Russell en sus artículos sobre Meinong, a la pregunta por la peculiaridad de las proposiciones frente a otros términos complejos, la cuestión de la afirmación, lo que aboca a Russell, de nuevo, a la paradoja de Bradley.

Hay tres posturas posibles respecto a lo dicho: que el objeto de los juicios erróneos sea un objeto inmanente a la mente y trascendente cuando el juicio es correcto (1), que no haya objeto (2), que el objeto sea trascendente a la mente (3) (p. 467).

(1) Una primera objeción, a la tesis de que el objeto sólo es inmanente cuando es falso y trascendente si es verdadero, es que en el caso de los juicios verdaderos también debería haber objetos inmanentes, pues de lo contrario se diferenciarían de los falsos por mera inspección. Además, según Russell, es difícil suponer que nada es objetivamente falso (p. 467).

(2) Según esta tesis, cuando el juicio es erróneo, parece que el error consiste en que no hay el hecho (o lo que es lo mismo, la proposición) correspondiente.

Si juzgamos que A es el padre de B, juzgamos sobre la subsistencia de una relación, la cual, si juzgamos correctamente, subsiste independientemente de nuestro juicio, y así es un objeto trascendente. Pero si A no es el padre de B, entonces la relación en cuestión no subsiste, y parece no haber objeto para el juicio. Sin embargo, parece haber *algo* involucrado que no es un hecho, y ese algo parece distinto de nuestro juicio e independiente de él. Más aún "A no es el padre de B" es, en este caso, un hecho, y parece equivalente a "es falso que A sea el padre de B". Pero si este último es trascendente, también lo es "A es el padre de B"; porque el todo no puede ser trascendente a menos que las partes lo sean (p. 468).

Russell pasa a examinar esto preguntándose cómo se distingue entre enjuiciar una proposición y considerar la misma proposición. Señala que, dado que toda consideración tiene un objeto, esto tiene como consecuencia el siguiente dilema: o todos los juicios (incluyendo los incorrectos) tienen un objeto o considerar una

éste, la percepción interna proporciona el contenido de un juicio. Para Russell resulta evidente que, si hay objeto inmanente, debe haber objeto trascendente. De lo contrario no habría darse cuenta de lo que no es parte del presente estado psíquico: darse cuenta del pasado o de lo que se ha movido en el espacio. En consecuencia, la cuestión se resuelve en la pregunta por la relación entre el objeto inmanente y el trascendente (p. 465). En el caso de los juicios verdaderos, hay una identidad entre ambos (pp. 465 y 467). El problema está en los juicios falsos. En el texto, están numeradas como 1, 2 y 3 las posiciones que deberían ser, respectivamente 3, 4 y 5.

proposición es considerar una proposición verdadera. Pero, si se sostiene que hay objeto (mental) tanto en el caso de juicios verdaderos como de juicios falsos y si sólo los juicios correctos han de tener objetos trascendentes, entonces hay que aceptar el punto de vista de Meinong de que la asunción (consideración de un objeto complejo) es distinta de la presentación (consideración de un objeto simple) (p. 468). Veamos como Russell explica el por qué de esto y termina rechazando la distinción entre presentación y asunción y, consiguientemente, se inclina por la subsistencia de las proposiciones falsas.

Suponiendo la diferencia entre presentación y asunción, Russell se pregunta si cualquier relación de presentaciones (siempre de simples) puede generar una asunción (siempre de complejos). Si ello fuese posible, un juicio erróneo podría componerse de las presentaciones de sus constituyentes adecuadamente relacionados y no tener un objeto correspondiente. Russell señala contra esto que la presentación de una relación no es una relación y por tanto no permite la conexión. Aunque podría suponerse que el complejo estuviese conectado por una relación distinta de la que figura en el supuesto hecho. Así, el juicio estaría constituido por presentaciones y el objeto del juicio (si fuese correcto) estaría constituido por una relación diferente aunque correlativa entre los objetos de las presentaciones; en caso contrario, en la asunción o el juicio esa relación estaría ausente.

El problema es que la relación entre presentaciones siempre está presente independientemente de que aceptemos esta teoría o no (aunque en una nota al pie señala que hay razones para dudar de esto). Y entonces, aunque tuviésemos complejos de presentaciones, no tendríamos presentación de complejos, ya que las presentaciones relacionadas no pueden engendrar nuevas y diferentes presentaciones (p. 469)⁶.

La teoría opuesta es que la presentación de un complejo no sea ella misma compleja, sino simple. Cuando existe una palabra para expresar el complejo es fácil pensar que su presentación es simple. Cuando no es así (por ejemplo "la ejecución de Carlos II"), la presentación es compleja (p. 470).

Russell resume la cuestión que se plantea así:

⁶ En realidad, la diferencia entre conocimiento por familiaridad y conocimiento por descripción y la teoría del juicio de la relación múltiple supone aceptar, con modificaciones, lo que dice en este y en el anterior párrafos: la "relación distinta" al hecho juzgado que, sin embargo, conecta el complejo es la relación cognoscitiva de la teoría de la relación múltiple.

(a) Cuando a y b no tienen la relación R, ¿puede haber una entidad tal como "Relación R entre a y b" [la relación particularizada]? Por tomar un ejemplo concreto, si tengo una mesa marrón, ¿hay una cosa como lo negro de mi mesa? (b) Y, si hay tal cosa, ¿es el objeto del juicio "mi mesa es negra"? (c). Y si es así, ¿puede este objeto llamarse falso, y que significa llamarlo así? (p. 470).

Supongamos afirmativas las respuestas a las preguntas (a) y (b). Veamos, en ese caso, la respuesta a (c). Es claro que, si aRb , cuando es verdadera, involucra una relación particularizada, esto no es lo que la proposición aRb afirma; y entonces no es la relación particularizada, "lo negro de la mesa", lo que es verdadero o falso. La proposición, por tanto, debe ser algo distinguible de tales complejos; pero, en ese caso, es difícil ver lo que es la proposición (p. 471). Russell, pues, no acepta esta posibilidad que se sigue de responder afirmativamente a (b) y a (a).

Continuemos suponiendo que la respuesta a la pregunta (a) es afirmativa. En ese caso, otra posibilidad para (b) distinta de la ya rechazada (c), es que en una proposición aRb ocurra la relación abstracta, no la relación particularizada por sus términos. Russell objeta que si en el caso donde aRb es verdadera, hay la entidad de la relación particularizada, cuando aRb es falsa no hay tal entidad. Esta entidad, cuando subsiste, es distinta de la proposición, y entonces cabe preguntarse qué se niega cuando la relación particularizada se dice que no subsiste (p. 471). Así pues, la respuesta afirmativa a (b) tiene un nuevo argumento en contra además de las consecuencias de (c).

Pero Russell, además del carácter inaceptable de sus consecuencias, las respuestas a (b) y (c), se inclina por responder negativamente a pregunta (a) por otra razón. Según Russell, lo fundamental es la proposición, ése es el punto de partida, y así no hay lo negro de mi mesa: hay lo negro, la mesa y la proposición "la mesa es negra"; "lo negro de mi mesa" es otra expresión para "la mesa es negra" (pp. 470-471)⁷.

Por tanto, agotadas todas las formas que puede adoptar, la posibilidad (2) ha de ser descartada. Reparemos en la conclusión colateral de ese rechazo, el que no hay relaciones particularizadas, porque vamos a considerarla enseguida.

⁷ En otro momento, en un paralelismo relevante con *The Principles*, Russell señala que "la muerte de César" (es una enunciación que) expresa el estado de la mente de considerar una proposición y "César murió" expresa el juicio, pero ambas indican el mismo objeto (p. 463).

Queda pues la última posibilidad, la (3), según la cual el objeto de los juicios erróneos es trascendente a la mente: las proposiciones falsas subsisten. Continuaremos, sin embargo, su estudio hacia la mitad de la sección 4.3.

Interrumpimos, pues, el hilo de la argumentación de Russell en sus artículos sobre Meinong, porque conviene reparar en que Russell ha extraído una conclusión en dichos artículos, en favor de la cual, también se argumentaba en *The Principles*: se trata de que no hay relaciones particularizadas. A diferencia del contexto epistemológico de los artículos sobre Meinong, en *The Principles*, el contexto es lógico y ontológico.

Recordemos que una de las consecuencias de lo que sostenía Russell sobre las proposiciones en *The Principles* es que hay una forma de considerar la proposición como sujeto, como término (véase la sección anterior). Sin embargo, esa posición genera un problema ontológico: hay otros términos, también complejos, formados por otros términos, que no son proposiciones. La diferencia la establece Russell al hablar de los todos en el capítulo XVI de *The Principles*, donde distingue dos tipos: unidades y agregados. Los últimos son las clases tomados como uno, las primeras son las proposiciones. Ambos están formados por términos, pero tienen la suficiente consistencia para ser considerados como sujetos. Russell traza una diferencia intuitiva entre agregados y proposiciones al señalar (§71) que, si una clase puede caracterizarse por varios términos unidos por y, y no puede ser una relación, pues de lo contrario estaríamos ante una proposición, en su presentación de concepto proposicional. El reto al que debe hacer frente Russell es dar cuenta ontológicamente de esa diferencia intuitiva.

En efecto, hay dos formas de caracterizar la proposición: como aquello en que se afirma algo de un sujeto, como hemos visto en el capítulo anterior, y como un término compuesto de otros términos, como término complejo. La paradoja aparece en este último caso, en el tratamiento como término, compuesto de otros términos, de la proposición. La variedad de los términos constituyentes de una proposición puede mostrarse acudiendo a las siguientes proposiciones:

(1) "Sócrates es un-hombre". Expresa la identidad de Sócrates con un individuo ambiguo (§57); más abajo de ese párrafo dice que en "Sócrates es un-hombre" (véase la nota de dicho párrafo) tenemos un término Sócrates, una relación *es* y una disyunción.

(2) "Sócrates es-un hombre". Expresa la relación de Sócrates con el concepto-clase hombre (§57).

(3) "Sócrates tiene humanidad". Expresa la relación entre el término Sócrates y el término humanidad (§57).

(4) "Sócrates es humano". Expresa una proposición sujeto-predicado: un término y un concepto (predicado) (§§27, 57 y 94).

(5) "Sócrates pertenece a la raza humana". Expresa la relación entre el término Sócrates y el término raza humana (la clase de los seres humanos considerada como un todo) (§76).

(6) "Sócrates es uno entre los hombres". Expresa la relación del término Sócrates con varios términos (los hombres, esto es, la clase de los seres humanos como muchos) (§§68 y 76).

Todas estas proposiciones sobre Sócrates son equivalentes. Pero no significan lo mismo. Según lo que hemos visto, desde un punto de vista lógico, el modelo es el de la predicación: se dice algo de uno o varios términos, por tanto, el modelo es la proposición (4). Las implicaciones formales también tendrían esa estructura según ello. Pero ontológicamente no es ese el modelo. El modelo, para Russell, es la relación, cualquiera que sea, entre términos, y así ocurre en todas las demás proposiciones: todas expresan la relación entre términos. Entonces cabe preguntarse, ¿dónde está la relación en una proposición sujeto-predicado?. Es más, dado que, lógicamente, todas las proposiciones son sujeto-predicado, o sea, toda proposición tiene sujetos y, además, una función proposicional (relación o un predicado), ¿dónde se encuentra la relación entre la función proposicional y los términos de la proposición? Dicho de otra manera, ¿qué es la afirmación? El intento de dar respuestas a estas preguntas va a conducir, de nuevo, a la paradoja de Bradley y a un intento de salvarla en el contexto de la cual aparece el argumento contra las relaciones particularizadas en *The Principles*.

Recordemos que habíamos empezado esta sección preguntándonos por el estatuto ontológico de las proposiciones falsas. Y que habíamos interrumpido la argumentación de Russell en favor de la subsistencia de las proposiciones falsas en los artículos sobre Meinong para reparar en que dicho argumento llevaba aparejado un argumento contra las relaciones particularizadas. Otro argumento con el mismo objetivo se encuentra en *The Principles* dentro del intento de Russell de aclarar la afirmación, la

relación entre sujeto(s) y función proposicional, y salvar la paradoja de Bradley. Veamos cómo es ello en la sección siguiente.

4.3. La afirmación y de nuevo la paradoja de Bradley

En esta sección veremos la respuesta de Russell a la pregunta por la relación entre el sujeto y el predicado (la función proposicional) de una proposición: la respuesta es que dicha relación está meramente implicada por la proposición (§§53 y 99). Además, Russell sostiene que esa relación es la afirmación, un carácter que da a una proposición su condición de afirmada en el sentido que esa expresión tiene en *The Principles*. En esta obra, Russell utiliza "assertion" y (una vez) "affirmation" que corresponden a la palabra española "afirmación", para referirse a lo que hace posible que un término (predicado o relación) esté indicado por el verbo del enunciado correspondiente a la proposición considerada; ontológicamente la afirmación es una cualidad y lógicamente expresa la unidad de la proposición (este sentido es totalmente distinto del que utiliza en sus artículos sobre Meinong; allí es lo opuesto a negar y es del orden del juicio, no del orden de la proposición, como por el contrario ocurre en *The Principles*). En esta sección, también completaremos la argumentación de Russell a favor de la subsistencia de las proposiciones falsas.

Veamos primero la cuestión de la relación entre el sujeto y el predicado de una proposición. Conviene llamar la atención sobre el hecho de que la relación de afirmación en *The Principles* no es la que puede ocurrir en una proposición relacional, sino la que conecta el (los) término(s) de una proposición con la función proposicional (bien de una sola variable como en el predicado en una proposición sujeto-predicado tradicional, bien de varias como es el caso de la relación en una proposición relacional). Pero Russell se encuentra con un dilema aquí. Si quiere poder hablar de la conexión entre función proposicional y término de la proposición, no le queda más remedio que convertir esa conexión en término, en posible sujeto (§49). Pero entonces, si Russell identificase la afirmación con una relación que conecta los términos de la proposición y la función proposicional, caería en la paradoja de Bradley (§99): si la afirmación es una relación que relaciona, por ejemplo, un objeto a y una función proposicional Φx , podemos volver a plantearnos qué es lo que une a y la afirmación, y lo que une Φx y la afirmación, y así sucesivamente. Russell encuentra la solución negando el carácter de

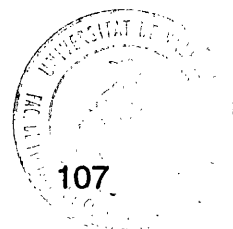
constituyente de una proposición de su afirmación correspondiente. En efecto, en el §99 Russell va a argumentar que no forma parte del significado de una proposición relacional la relación (esto es, la afirmación) entre cada término y la relación relacionante de la proposición. Dicha relación sólo está como constituyente de proposiciones implicadas por la primera.

Russell comienza analizando la posición según la cual "forma parte del auténtico significado de una proposición relacional que la relación involucrada tiene hacia los términos la relación expresada al decir que ésta los relaciona"; ello explica la diferencia entre relación relacionante y relación en sí misma (§99). O sea, que la diferencia entre relación en sí misma y relación relacionante sería una mera cuestión de función en un contexto determinado y no afecta para nada a la relación. Pero a Russell no parece convencerle esta conclusión, aunque no da razones en su contra.

Pero esas razones existen. Porque el rechazo de esta posición significa el rechazo del doble aspecto de los predicados tal como había sido configurado en *An Analysis* (véase 2.1): allí ese doble aspecto era una transmutación que se producía entre el ser significado y el ser cosa (término). Y ahora el doble aspecto reside en tener (en la relación relacionante) o no tener (en la relación en sí misma) una entidad llamada afirmación: en *The Principles*, Russell ha convertido en entidad la conversión de relación término en relación relacionante⁸. La relación relacionante (o el predicado cuando funciona como tal y no como término) aparece debido a algún tipo de entidad, que ha denominado afirmación.

¿Por qué Russell cambia de opinión? Conviene recordar (véase 4.2) la tensión que la transmutación de los predicados y relaciones introducía en la ontología de Russell. En *An Analysis*, Russell reconoce que no hay significados, que el significado es único, esto es, que el significado tiene un carácter holístico, no congruente con su transformación en término, transformación que era necesaria para su matematización. Por tanto, Russell tenía una buena razón para optar por la relación de afirmación y descartar la dualidad término-significado de los predicados y relaciones.

Otra razón se halla en la necesidad de tener en cuenta el sentido de la relación en las relaciones simétricas (véase la letra *e* del final de esta sección). Si la relación relacionante y la relación en sí misma han de ser lo mismo, la transformación del modo de ser término al modo de ser significado no explica el que haya relaciones



que tienen un sentido ("A es más grande que B" no puede ser lo mismo que "B es más grande que A" aunque ambos tienen, de entrada, los mismos constituyentes).

Así pues, Russell considera (§99) que la alternativa es sostener que ese elemento indefinible de la afirmación es lo que distingue a la relación relacionante de la relación en sí misma. Pero, objeta Russell, no cabe encontrar diferencias de significado entre las expresiones correspondientes a la relación relacionante y la relación en sí misma: en el concepto correspondiente a la expresión "la diferencia (o el diferir) de a y b", la diferencia relaciona a y b tanto como en la proposición "a y b difieren". Pero Russell insiste en que hace falta ese elemento indefinible; esto es, insiste en que debe haber una diferencia entre la relación relacionante y la relación en sí misma que es la cualidad que hace que una proposición esté afirmada. La razón es que, para Russell, no es posible distinguir la diferencia entre a y b y la diferencia desnuda, esto es, distinguir *esta* diferencia y el universal diferir. En efecto, si el término *diferencia de a y b* es el mismo término que *diferencia*, habrá que explicar cómo la misma *diferencia* sirve para diferenciar pares de cosas distintas. Y Russell opta por señalar a la afirmación como responsable. Este posicionamiento tiene la consecuencia de que no es posible encontrar diferencia entre la diferencia entre a y b y la diferencia desnuda, entre una relación particularizada y el universal correspondiente. Esto es argumentado por extenso en el §55.

Allí Russell utiliza la relación de diferencia para tales propósitos. Distingue tres posibles interpretaciones de la relación de diferencia. Una primera interpretación distinguiría en la relación de diferencia una relación como concepto general sin instancias más una diferencia específica, una cualidad peculiar de cada caso de diferencia que pertenecería a los términos diferentes, que no tendría carácter relacional⁹. La segunda interpretación consistiría en lo mismo que la anterior, excepto por el hecho de que la diferencia específica sí sería relacional. La tercera y última interpretación elimina la diferencia específica y sostiene la existencia de un solo concepto general sin instancias .

A la primera interpretación, Russell objeta que el carácter no relacional de la diferencia específica hace que dicha diferencia no establezca una conexión entre los

⁸ Hay razones, pues, contra la postura de Griffin 1993 (p. 167), quien sostiene que la relación de afirmación no tiene carácter de término hasta después de *The Principles*.

⁹ En realidad, este es un caso de un conjunto más amplio de posibilidades. Russell intenta justificar esa reducción, por lo menos en parte, en "Do differences differ?" (ahora en Russell 1993, apéndice I.I, pp. 555-557), pero no lo consigue. Véase Griffin & Zak 1982, pp. 55-58.

términos en los que inhiere y el concepto relacional general; es una teoría que no cumple lo que promete.

Griffin y Zak¹⁰ han señalado que la objeción de Russell carece de fuerza ya que Russell afirma que

[...] incluso si la diferencia de A y B fuese absolutamente peculiar a A y B, todavía los tres términos A, B y diferencia de A y B, no reconstruyen la proposición 'A difiere de B' mas de lo que lo hace A y B y diferencia (§55).

La expresión "diferencia de A y B" habría que interpretarla como "la diferencia de A y B", esto es, como el concepto proposicional de "A difiere de B". En ese caso, según dichos autores, el concepto proposicional es un término, por lo que Russell no tiene razón al rechazar la interpretación que nos ocupa.

Rodríguez Consuegra¹¹ ha objetado que Russell insiste en que, en una proposición, la relación se refiere a sus términos de una forma completamente diferente a cómo se refiere la proposición a la relación misma.

En efecto, pero la crítica relevante es que aquéllos se equivocan en la interpretación textual. Russell está rechazando la posición que hace de la diferencia específica algo no relacional *en la propia proposición*. Cuando Russell dice que A, B y *diferencia de A y B* no reconstruyen la proposición, está diciendo que eso sería equivalente a intentar formar una proposición con A, B y la relación en sí misma (como término) *diferencia*. -Recordemos que el planteamiento del argumento global en el que se inscribe esta argumentación es si cabe encontrar diferencia entre la *diferencia de A y B* y la relación *diferir* en sí misma (§99) y de qué tipo es-¹².

¹⁰ Griffin & Zak 1982, pp. 60-61.

¹¹ Rodríguez Consuegra 1991 a, pp. 218-219.

¹² Sin embargo, véase Winslade 1971. Según Winslade (pp. 95-101), Russell es incoherente al sostener que las relaciones no son particularizadas y que las relaciones son constituyentes de los hechos; la incoherencia se puede producir cuando se sostiene, como afirma Winslade que hacía Russell, que los relatos en los hechos son ontológicamente prioritarios sobre las relaciones; pero no aporta justificación. Otra incoherencia sería que las relaciones son constituyentes de los hechos relacionales y que las relaciones no sean particularizadas; contra esto cabe argüir lo mismo que contra Griffin y Zak. Winslade señala también que la negación de las relaciones particularizadas iría contra la teoría de los tipos según declaración del propio Russell en *Logical Atomism*, p. 335: "La concepción de la relación como un tercer término entre los otros dos va contra la doctrina de los tipos, y debe ser evitada con el mayor cuidado". Sin embargo, Russell no está refiriéndose aquí a la relación relacionante de una proposición (que hemos visto, tiene la forma sujeto-predicado) sino a la relación que hay entre la función proposicional y los sujetos. Y, en efecto, de lo que llevamos dicho no se sigue precisamente que Russell no fuese consciente de la situación: la paradoja de Bradley es lo que estaba acechando. La misma paradoja que surge siempre que se intenta explicar predicación o ejemplificación mediante una relación, como señala Winslade. Él

A la segunda interpretación, que consiste en que se diferencia en la relación de diferencia una relación como concepto general sin instancias más una diferencia específica de carácter relacional, Russell propone dos objeciones. La primera que Russell rechaza: como cada diferencia, cada relación concreta, no estaría en ningún otro par de términos, cada diferencia difiere de otra y así hacía el infinito. Esto, según Russell, constituye un caso de infinito no rechazable: no involucra el significado de cada relación sino el número de proposiciones necesario para dar cuenta de dicha relación¹³. Hay una segunda objeción que Russell sí acepta. Esta interpretación conlleva que no haya dos pares de términos con la misma relación. Pero si eso es así tiene la consecuencia inaceptable de que ningún par de términos tenga nada en común: la forma más común de que un par de términos tengan algo en común es que cada uno tenga una relación a otro término dado. Por ejemplo, dos cosas son blancas porque cada una tiene una relación con "lo blanco"; si las relaciones de ambas cosas con lo blanco son distintas, no se puede afirmar que dichas cosas tengan algo en común.

A la tercera interpretación, que es la que Russell acepta¹⁴, que las relaciones son conceptos generales sin instancias, se le puede poner una objeción común a todas las anteriores: no se puede introducir en el significado de una relación la relación entre ella y cada uno de los términos, pues si se hace así, se genera un regreso infinito rechazable. Esto manifiesta la intención de Russell en el §53 al sostener que la relación entre el sujeto y el predicado en una proposición sujeto-predicado (generalizando: la relación entre la función proposicional y un término como sujeto), está meramente implicada, pues para dar cuenta de la relación hay que añadir una proposición distinta.

Resumiendo, Russell acaba de justificar lo siguiente. Primero, que las relaciones son conceptos generales sin instancias, como ya sabemos (véase 4.2) que reiterará en sus artículos sobre Meinong. Segundo, consecuencia de lo anterior, que hay

mismo sugiere que Russell intentó eliminar los particulares transformándolos en conjuntos de cualidades para salvar la situación, pero no lo consiguió, porque dichas cualidades plantean el mismo problema que los particulares.

¹³ En Griffin & Zak 1982, se señala que Russell es inconsistente aquí, pues en el §38 considera que hay que evitar el regreso infinito planteado por Lewis Carroll ("What the Tortoise said to Achilles", *Mind* 4 (1895), pp. 278-280). Pero Russell dice (§38): "[...] si p y q son proposiciones, entonces p con "p implica q" implica q. A primera vista, podría pensarse que esto nos permitiría afirmar q dado que p es verdadera e implica q. Pero el rompecabezas en cuestión muestra que no es este el caso, y que, hasta que tengamos un nuevo principio, caeremos en un regreso infinito de más y más complicadas implicaciones sin llegar nunca a la afirmación de q." El problema es de fondo y ya lo vimos planteado en la sección 4.1 al señalar que Russell se enfrentaba a la necesidad de dar cuenta de que las proposiciones fuesen susceptibles de división en partes y, a la vez, que solo fuese una la función proposicional involucrada, que dote de unidad a la proposición. Ver la sección 4.4.

una diferencia entre la relación relacionante y la relación en sí misma que es la cualidad relacional que hace que una proposición esté afirmada. Tercero, que esa cualidad relacional, la relación entre el término o términos de una proposición y la función proposicional, no forma parte del significado de la proposición, sino de proposiciones implicadas, con lo que la unidad ontológica de la proposición desaparece de la propia proposición. Como ha señalado Vuillemin, el objetivo, por tanto, de la conclusión según la cual las relaciones no tienen instancias es impedir las relaciones generadoras de la paradoja de Bradley¹⁵.

Conviene precisar respecto a la primera conclusión, el que las relaciones son conceptos generales sin instancias, que, como también ha señalado Vuillemin¹⁶, no hay que interpretarla como una oposición entre predicación y relación. Del mismo modo que en una proposición sujeto-predicado singular, como la expresada por "Sócrates es hombre", se puede obtener la función proposicional "x es un hombre", en una proposición relacional como "Sócrates instruye a Platón", se puede obtener la función proposicional "x instruye a y". "La constancia de la forma lógica por referencia a sus instancias es la misma en los dos casos y es imposible interpretar la doctrina de Russell como si ella opusiese a la generalidad de la predicación la singularidad de la relación".¹⁷

Hemos visto que Vuillemin señalaba el papel de la tesis de que las relaciones no tienen instancias respecto a la paradoja de Bradley. El propio Vuillemin llama la atención sobre el hecho de la tesis de que las relaciones no tienen instancias impide separar la relación de sus argumentos y con ello se impide destruir el orden de la relación ligado al lugar que ocupan los términos relacionados cuando se analiza la proposición¹⁸. Dado que, como consecuencia de ello, no puede haber una función proposicional de un argumento correspondiente a otra de dos argumentos, pues ello significaría destruir dicho orden,¹⁹ dicha doctrina sirve de apoyo a las pretensiones russellianas de que las proposiciones relacionales son irreducibles. De este modo, habría que añadir, el rechazo de las relaciones particularizadas y el que las funciones proposicionales de dos argumentos no sean reducibles a las que tienen uno, es la contraparte semántica y lógica del rechazo de la inherencia como explicación de la

¹⁴ Como se señala en Griffin & Zak 1982, p. 63, Russell llega a esta conclusión por eliminación en un conjunto de posibilidades que limita injustificadamente.

¹⁵ Vuillemin 1968, Cap. III, p. 118.

¹⁶ Vuillemin 1968, Cap. III, pp. 102-110.

¹⁷ *Ibid.* p. 105.

¹⁸ *Ibid.* p. 109.

¹⁹ *Ibid.* pp. 105 y 109.

predicación. Esto es, si se abre la posibilidad de que para toda función proposicional de dos o mas argumentos existe otra de un solo argumento se abre la posibilidad de volver a la doctrina según la cual todos los hechos involucran sustancia y atributo y ningún hecho consiste en la relación real entre dos o mas términos. Dicho de otra manera, negar las relaciones particularizadas tiene la virtud de eliminar el monadismo. Al aceptarlas cabría la posibilidad de pensar un mundo de monadas puesto que las relaciones podrían no existir, como en el mundo leibniziano contra el cual viene luchando Russell desde su *Essay*. Si a ello unimos que la introducción de la teoría de los términos tiene como pretensión declarada por Russell acabar con la teoría de los grados de realidad (§49), precisamente contra el monismo de Bradley, queda bastante clara la articulación de la tesis de que no hay relaciones particularizadas con el resto de la ontología de Russell.

Desde el punto de vista de las clases también se puede formular la misma cuestión. De nuevo es Vuillemin²⁰ el que apunta a ello. El que la doctrina de que las relaciones no tienen instancias permita mantener el sentido de la relación en la proposición, conduce a que no toda clase posee un predicado en el sentido tradicional: no toda clase es el conjunto de instancias de un predicado, sino que las clases pueden ser también lo que Russell llama dominio y dominio converso de una relación (§96). Es más, como consecuencia de esto la noción de "tal que" es primitiva e indefinible (§80) porque los individuos pueden, de este modo, ser considerados como independientes de sus propiedades permitiendo componer expresiones del tipo "la clase de los términos que tienen tal relación con tal cosa". Si no pudiesen considerarse individuos independientemente de sus propiedades, entonces "tal que", necesariamente, admitiría una reducción a un juicio analítico y volveríamos a lo criticado por Russell en su *Leibniz*.

Por tanto, el rechazo de las relaciones particularizadas no puede ser tomado como algo secundario a los ojos de Russell. Y recordemos también que en sus artículos sobre Meinong el rechazo de las relaciones particularizadas estaba ligado a aceptar la tesis de que las proposiciones falsas subsistían (véase 4.2).

Precisamente, establecida la importancia de que las relaciones no sean particularizadas, queda insistir en la argumentación de Russell en sus artículos sobre Meinong en favor de la subsistencia de las proposiciones falsas: (3) cualquier juicio

²⁰ *Ibid.* p. 109.

erróneo tiene un objeto trascendente y éste (cautelosamente Russell añade: "en algunos casos") parece indistinguible de un complejo. Consideremos:

- (1) "Fui a la ciudad ayer";
- (2) "Tu ida a la ciudad fue de lo más arriesgado"
- (3) "No fui a la ciudad ayer"
- (4) "Tu ida a la ciudad habría sido de lo mas imprudente".

(1), (2) y (4) conciernen a un objeto: "Yo (o tú) fui a la ciudad ayer". Este objeto lo llamaremos p ; (1) afirma p ; (2) presupone la afirmación de p y adscribe un adjetivo a p ; (4) presupone la negación de p y adscribe un adjetivo a p . En cuanto a (3), se puede sostener que también está relacionada con p y la niega, o puede sostenerse que afirma $\text{no-}p$. Russell asume lo segundo. Los adjetivos no califican al juicio sino a la proposición. Así (4) dice: "Si hubieses ido a la ciudad, ello habría sido imprudente", o sea, " p implica que p es imprudente", que es verdadera sea p verdadera o falsa y, por tanto, debe existir p , aunque p sea falsa. Esto se aplica a toda implicación, pues de lo contrario no ocurriría que " $\text{no } q$ implica $\text{no } p$ ". Sólo permitiendo la existencia de p , incluso cuando es falsa, es posible la implicación (material) y hablar de los futuros hipotéticos.

La verdad y la falsedad, por tanto, son predicados de las proposiciones. De una proposición como término²¹ se puede predicar la verdad o la falsedad, lo que forma una nueva proposición. Y Russell señala que la diferencia entre verdad y falsedad es lo mismo que la diferencia entre rosas rojas y blancas: es un predicado indefinible.

Sólo hay una dificultad. Dado que Russell utiliza explícitamente la distinción entre juicio y proposición cabe preguntarse si hay proposiciones que contienen negaciones o es la negación meramente una expresión de no creencia. Dicho de otra manera, lo que se pregunta Russell es si subsisten proposiciones negativas o no. La respuesta de Russell es que hay proposiciones negativas: cuando p es falsa y creemos $\text{no } p$, creemos una verdad. Russell afirma que

Parece que todas las proposiciones negativas que creemos se derivan por inferencia de las proposiciones afirmativas, por medio de implicación de la forma " p implica $\text{no-}q$ ", y esto parece suficiente para dar cuenta de la

²¹ Véase Russell 1994, ítem 15 (p. 381, §32).

sensación de que las proposiciones verdaderas afirmativas expresan un hecho en un sentido en el que no lo hacen otras (p. 474).

Por tanto, las proposiciones, en tanto que términos, pueden aceptar la cualidad de verdad o falsedad. Tenemos así nuevas proposiciones que tienen como sujeto la proposición como término y como predicado la verdad o la falsedad. Estas proposiciones que predicán la verdad o la falsedad, como las demás, pueden ser creídas o no. Esto constituye un cambio respecto a la posición de *The Principles* donde la proposición como término (el concepto proposicional) no podía ser verdadera o falsa y por ello se introducía la noción de proposición como concepto complejo (véase 4.1). El problema es, entonces, cómo explicar que hay ciertos términos (los conceptos proposicionales) que sean verdaderos o falsos y como dar cuenta de las distinciones internas de una proposición necesarias para dar cuenta del carácter veritativo funcional y la aplicación de reglas de deducción. Volveremos a ello en la sección siguiente.

En resumen, Russell da por probado en *The Principles* y reafirma en los artículos sobre Meinong que a) las proposiciones falsas subsisten como las verdaderas, lo cual tiene uno de sus apoyos en lo que sigue; b) que las relaciones son conceptos generales sin instancias, como ya hemos visto que reiterará en sus artículos sobre Meinong; c) consecuencia de lo anterior, que hay una diferencia entre la relación relacionante y la relación en sí misma que es debida a una entidad, la afirmación, que hace que una proposición esté afirmada; d) que esa entidad, que es la relación entre el término o términos de una proposición y la función proposicional, no forma parte del significado de la proposición, sino de proposiciones implicadas, con lo que la unidad ontológica de la proposición desaparece del significado de la propia proposición; e) dado que la relación relacionante no es una instancia de la relación universal y que ésta vale para cualquier caso de una relación simétrica, y dado que lo que diferencia la relación relacionante y la relación como término es la afirmación, la entidad afirmación es la portadora del sentido de la relación.

4.4. El fracaso del enfoque ontológico de Russell

Respecto a la consecuencia de la conclusión d), según la cual la unidad de la proposición desaparece del significado de la proposición, Russell la hace explícita al hablar del carácter falseador e incompleto del análisis. Viene a reconocer que Bradley

tiene razón: la descomposición que realizamos de la proposición, al analizarla, no nos proporciona todos los elementos de la proposición, pues en ella no está la causa de su unidad. Y eso es tanto como reconocer el fracaso de sus propuestas *metafísicas* de *The Principles*. Veámoslo en esta sección.

Russell sostiene su posición afirmando que el verdadero significado de la proposición no incluye las relaciones entre la relación de la proposición y sus términos. Pero, ¿qué es el significado de una proposición? En el §6 de *The Principles*, Russell habla del verdadero significado de una proposición: se trata de dar la verdadera forma lógica de la proposición. En la proposición "Todos los hombres son mortales" el verdadero significado es "Para todo x , si x es hombre, entonces x es mortal". Así, el verdadero significado de una proposición es dar con los términos adecuados que constituyen la proposición, lo cual ha de ser el resultado del análisis. Hemos visto que Russell sostiene que el regreso al infinito en una proposición relacional afecta a las proposiciones implicadas y no al significado. Puesto que el significado de una proposición es dar con los términos adecuados que constituyen la proposición, tenemos que, lo que Russell está diciendo es que, entre los términos constituyentes de la proposición no se incluye la relación entre la relación relacionante de la proposición y los términos de la proposición (en el sentido técnico de esta expresión en Russell: los sujetos lógicos). Russell se está limitando, pues, a afirmar que no acepta que el análisis de una proposición incluya las relaciones de los términos que componen la proposición.

En un sentido, esto conduce a la quiebra de las pretensiones de Russell. La quiebra se da supuestas, por un lado, la pretensión de análisis completo de las proposiciones²² y, por otro, que las proposiciones figuren como componentes del mundo. En efecto, conviene no olvidar que las proposiciones no sólo son el lugar donde se da el análisis, sino que, a su vez, son auténticas piezas del rompecabezas del mundo: no puede ser de otro modo, si las proposiciones falsas subsisten. El mundo, literalmente, está hecho de proposiciones (podríamos decir que son los átomos del mundo), pues Russell sostiene que su unidad es distinta a la suma de sus partes. Esta posición ya la criticó Bradley (véase el capítulo 6) señalando que un atomista no puede sostener que el todo es mayor que la suma de sus partes.

Desde estos supuestos, poco vale que Russell tache como no propio de la filosofía de la matemática la verdad. Y mucho menos podría ser una respuesta a la

²² Como se ha señalado en Griffin & Zak 1982, pp. 60-61.

paradoja de Bradley, el que, de hecho, no hace falta que nos preocupemos de regresos infinitos como los de esa paradoja. Dice Russell:

no veo forma posible de decidir si son o no posibles las proposiciones de complejidad infinita; pero es, al menos, claro, que todas las proposiciones que conocemos (y, al parecer, todas las proposiciones que *podemos* conocer) son de complejidad finita. Es sólo por la obtención de tales proposiciones sobre clases infinitas que podemos tratar con la infinitud; y es un hecho remarcable y afortunado que este método sea exitoso. Así la cuestión de si o no hay unidades infinitas debe dejarse irresuelto; la única cosa que podemos decir, a este respecto, es que tales unidades no ocurren en ningún departamento del conocimiento humano, y que por tanto, ninguna de ellas son relevantes para los fundamentos de las matemáticas (§141).

Pese a las dificultades, Russell insiste en sus posiciones en sus tres artículos sobre Meinong. Los complejos son identificados con las proposiciones y "se caracterizan por cierto tipo de unidad, aparentemente no definible, y que no es un constituyente de los complejos en los que ocurre." (p. 463)²³. Russell continúa en la opinión de que la unidad de un complejo supera la mera enumeración de los términos y las relaciones (p. 437). Nada parece cambiar en lo sostenido por Russell en *The Principles* a este respecto.

Sin embargo, Russell reconoce, en sus artículos sobre Meinong, el fracaso de la pretendida solución de *The Principles*. El que la unidad de un complejo supere la mera enumeración de los términos y sus relaciones lleva a Russell un dilema: o la ya mencionada paradoja de Bradley (si tenemos una relación y dos términos, podemos preguntarnos cómo se relacionan los términos y la relación; podemos luego volver a preguntarnos cómo esa nueva relación se relaciona con la primera relación y con los términos y así sucesivamente en un regreso infinito) o la destrucción del concepto de denotación de *The Principles* (que permitía explicar las deducciones matemáticas; véase el capítulo 3), volviendo a la idea de que una proposición es una síntesis de conceptos.

En efecto, Russell atiende (p. 456) a la objeción de Meinong de que hay juicios en los que no es admisible que se está estableciendo la realidad de una relación. Russell admite la evidencia de que hay casos en los que se puede pensar que estamos

²³ En sus artículos sobre Meinong, Russell distingue, congruentemente con *The Principles*, dos tipos de objetos: simples y complejos. Russell va reducir los segundos, en un primer momento, a las proposiciones (pp. 435-437), pero, siguiendo el análisis lógico de *The Principles*, luego (p. 454) es más cauteloso: los complejos siempre involucran proposiciones. Posteriormente (p. 456) reitera que la combinación que da como resultado lo complejo es una proposición, pero termina admitiendo que no se pueden identificar.

ante un complejo sin la presentación de una relación (por ejemplo, "la cruz que es roja"). Por otra parte, señala Russell, el regreso infinito de la paradoja de Bradley sugiere lo mismo: que puede haber complejos sin relaciones (si hay complejos y en ellos la consideración de relaciones conlleva una paradoja, debe haber una forma distinta de entenderlos): los significados formados por síntesis a partir de otros significados. Pero, obviamente, después de todo lo dicho en *The Principles* sobre la detonación, Russell se resiste a volver a la vieja posición de que una proposición es una síntesis de conceptos. En términos de *The Principles*, se trata de mantener la distinción entre proposición como término y concepto proposicional. Según Russell, debe haber algún elemento lógico que lo explique, pese a que aparenta ser una mera diferencia subjetiva de énfasis y no haya encontrado dicho aspecto lógico:

[...], una proposición relacional parece ser sobre sus términos, en un sentido en el que no es sobre la relación. Y distinguimos entre 'A es padre de B' y 'la paternidad que hay entre A y B': la última, pero no la primera, es sobre la paternidad tanto como sobre A y B, y afirma, mientras que la primera no lo hace, una relación de paternidad entre A y B.

Russell afirma que no sabe como formular esto lógicamente (pp. 456-457). Esto es, admite que, en su intento de eliminar el significado como fuente de unidad de la proposición, sus tesis sobre la afirmación son un fracaso y que la pretendida solución a la paradoja de Bradley de *The Principles* no es tal solución (dados los supuestos mencionados más arriba). Russell continúa, desde 1900, perseguido por dicha paradoja²⁴.

Es más, Russell sostenía que al cambiar el verbo de una proposición en nombre verbal lo que obtenemos es un concepto proposicional (§55), la proposición como término. El problema es que Russell afirma también que un nombre verbal indica una relación en sí misma, una relación como término o sujeto (§§54 y 55) o, si se prefiere expresar de otra manera, que el concepto proposicional es un término formado por términos y cabe preguntarse qué es lo que le da unidad. De nuevo la paradoja de Bradley y el fracaso de distinguir entre sí clases, conceptos proposicionales y proposiciones afirmadas.

²⁴ Si hacemos caso a Linsky 1992 (*passim*, pero especialmente p. 260), existe otro grave motivo que Russell tenía para rechazar su análisis: su doctrina de los términos (incluidas las proposiciones como términos) era incoherente con la aceptación del teorema de Cantor (véase *The Principles*, §§347-349); la existencia de la clase universal con irrestrictas combinaciones entre sus elementos no podía sino generar graves problemas.

Resumiendo, nos encontramos, por tanto, que al realizar la interpretación ontológica de la lógica de la proposición (recuérdese su carácter predicativo) Russell se ve enredado en graves problemas. Desde un punto de vista lógico, la proposición es un predicado (la función proposicional) que se dice de uno o varios sujetos (según la proposición sea no relacional o relacional, respectivamente). Pero en la interpretación ontológica, Russell continúa con una concepción relacional de la proposición: toda proposición, aunque no sea relacional, tiene al menos tres componentes: el sujeto, una función proposicional (de una variable, en el caso más simple) y la relación entre ambos. Esa relación es la afirmación. Pero en cuanto Russell plantea la cuestión en estos términos se ve abocado a la paradoja de Bradley. Al mismo tiempo, si no se deja caer en la paradoja de Bradley, ha de renunciar a la noción de denotación de *The Principles*. Y, ligado a esto último, sólo con la relación de afirmación se puede distinguir una proposición ("afirmada" en el sentido de *The Principles*) de un concepto proposicional, los cuales, así concebidos, generan también la paradoja de Bradley.

Sin embargo, es explicable su posición. Russell tenía en mente la matematización de la lógica desde muy al principio de su trabajo filosófico, como ya hemos visto (véase 2.5). Y, en mi opinión, este es el motivo que subyace a la lucha de Russell contra el carácter inmanente a la mente de las proposiciones y a su insistencia en considerarlas como términos hasta que definitivamente en 1910, con la teoría de los símbolos incompletos y la teoría del juicio de la relación múltiple, encuentre una alternativa. Russell necesita términos para su matematización de la lógica y si las proposiciones han de ser tratadas matemáticamente, han de ser términos; por lo menos en este momento. Sólo cuando, a partir de "On Denoting", aplique sistemáticamente la idea de símbolo incompleto, podrá prescindir de ellas: ello ocurrirá definitivamente en 1910 en los *Principia*.

Russell, pues, había optado por una ontología en 1899 que le condujo a graves problemas a la hora de concretar sus propuestas. Las dificultades no tenían nada que ver con el esquema sujeto-predicado que se asienta en *The Principles*, sino con la colisión de diversas pretensiones ontológicas. Por un lado, en el contexto de su pluralismo atomista, a Russell se le planteaba el problema de diferenciar proposiciones, clases y conceptos proposicionales; por otro lado, estaba el problema, que hacía peligrar su noción de denotación, de que sus tesis sobre la unidad de la proposición (y la unidad

del concepto proposicional²⁵) provocaban la reaparición de la paradoja de Bradley. Griffin ha señalado²⁶ que ambos problemas dependen, del doble aspecto de los predicados y relaciones. Sin embargo, hay que precisar esa opinión. Eso es verdad si quiere decir lo que Russell señaló en sus artículos sobre Meinong: que no encontraba la forma de distinguir entre "César murió" y "la muerte de César" (véase lo dicho más arriba en esta sección). Pero no es exactamente verdad si ello se interpreta en el sentido del doble aspecto de los términos sostenido en *An Analysis*. Ya vimos en 2.5, que dicho doble aspecto obedecía a la necesidad de matematizar la lógica: la matemática sólo puede tratar con términos y no con significados; pero los significados permiten entender la unidad de la proposición, mientras sólo como términos las proposiciones se pueden matematizar. Pero en *The Principles*, Russell ha insistido en que el carácter de significado sobra y la distinción entre relación en sí misma y relación relacionante puede dejar de ser esa extraña transmutación (véase las razones en la sección anterior). Russell sugiere que una relación relacionante o un predicado en función de tal se distinguen de sus correspondientes términos debido a una entidad que califica de cualidad: la afirmación (véase 4.3). Y esto tiene sus propios problemas: la paradoja de Bradley.

Así, Russell ha abandonado la distinción entre relación relacionante y relación en sí misma según la diferencia entre significado y término. Y es evidente entonces porqué reaparecía la paradoja de Bradley: Russell había eliminado aquello que podía sortearla, que era el modo de ser como significado. En cuanto al problema de la diferencia entre las proposiciones y clases, la diferencia entre una agregación de términos, la clase, y una proposición, reside en la unidad proporcionada por la relación relacionante (o el predicado como tal), con lo que venimos a parar a lo mismo.

El problema de la afirmación tiene una vertiente epistemológica. La cualidad de "afirmado" es un intento de caracterizar la relación entre sujeto y objeto del conocimiento de una manera peculiar que Rorty ha caracterizado como sigue:

²⁵ Y de la clase.

²⁶ Griffin 1993, pp. 165 y ss. Cabe argumentar en contra de Griffin, quien sostiene que, en "On Functions" (Russell 1994, ítem 6), Russell descarta la opinión de que un constituyente de la proposición es responsable de la unidad de la proposición. En efecto, en *The Principles*, Russell pone a la relación relacionante como aquello que da unidad a la proposición, pero la relación relacionante es fruto del añadido de una cualidad a la relación como término (evidentemente lo mismo vale para los predicados): la afirmación. Y esa afirmación ha de tomarse como entidad; véase lo que sigue.

El movimiento analítico en filosofía estaba basado en un acuerdo tácito para fingir que Hegel nunca había existido. Russell, como Husserl, decidió que la tarea de la filosofía era repetir el éxito de Kant en "poner a la filosofía en el seguro camino de una ciencia" por un redescubrimiento de lo formal, pero sin una teoría de la relación Sujeto y Objeto. El descubrimiento de la lógica cuantificacional pareció proporcionar la matriz permanente en la que situar los resultados de cualquier investigación empírica futura²⁷.

Sólo un par de precisiones. En primer lugar, la ausencia de la teoría de la relación sujeto y objeto, no es tanto una ausencia como una negativa a caracterizar esa relación de una manera especial. Y eso es lo que podemos comprobar en la insistencia de Russell en considerar las proposiciones, a la vez, bajo el enfoque predicativo expuesto e insistiendo en su composición en términos. Pero precisamente, y ésta es la segunda precisión, esta forma de enfocar la relación sujeto y objeto en el conocimiento sí que es seguro que procede de Moore, quien afirmó:

De nuestra descripción de un juicio [vale decir: del conocimiento] debe desaparecer toda referencia a nuestra mente o al mundo²⁸.

Y sin embargo, esta última influencia de Moore debía desaparecer. Recordemos (véase 4.3) que Russell había terminado admitiendo que los conceptos proposicionales, las proposiciones como término, podían ser verdaderas o falsas. Esto implicaba eliminar el papel de las proposiciones como conceptos complejos. Entonces, el problema era cómo explicar que había ciertos términos que eran verdaderos o falsos frente a otros que no lo podían ser (esta silla, por ejemplo) y cómo dar cuenta de la posibilidad de distinguir en las proposiciones las partes que permitiesen explicar la aplicación de una regla de deducción cuando se mantiene que la proposición es una unidad (una sola función proposicional que se dice de uno o varios sujetos). Por otra parte, permanecía el problema de la unidad de la proposición y la diferencias entre las proposiciones, las clases y los conceptos proposicionales.

En resumen, tras la aceptación de las relaciones externas y la ontología mooreana, Russell abandona la ontología de las proposiciones de *An Analysis*. La ontología de la proposición que Russell traza en *The Principles* y sus artículos sobre Meinong cae en la paradoja de Bradley. Según esta concepción, la función proposicional (el predicado) está relacionado con el sujeto o sujetos mediante la

²⁷ Rorty 1978, p. 133.

cualidad de la afirmación (que depende ontológicamente de la entidad correspondiente al predicado). Pero si la propuesta de la afirmación no se aceptaba debido a la paradoja de Bradley, se dejaba inexplicada la diferencia entre la unidad de una proposición, una clase y un concepto proposicional; es más había que explicar, en cada caso, en qué consistía esa unidad.

· Cuando uno sabe cómo continuó Russell su evolución, la respuesta a estos problemas viene enseguida: eliminando clases y proposiciones. El mundo está formado por unos individuos y propiedades que entran en relación mutua. Esos individuos, propiedades y relaciones son las partes del mundo y el mundo no es más que sus partes. Pero al hablar no hablamos de todo el mundo sino de ciertas partes, los hechos. Y para hablar de los hechos utilizamos el lenguaje que al no ser lógicamente perfecto introduce expresiones que aparentan entidades; esas aparentes entidades siempre se reducen a la combinación de los individuos, propiedades y relaciones simples mediante medios lingüísticos.

Dicho de otra manera, Russell había emprendido un camino que le exigía radicalizar su pluralismo atomista y que, pasando por la eliminación de los significados como un modo de ser de los términos, conducía a la teoría de los símbolos incompletos y la teoría del juicio de la relación múltiple. Así, sólo cuando a partir de "On Denoting" aplique sistemáticamente la idea de símbolo incompleto, podrá llegar a prescindir de las proposiciones y resolver algunos de estos problemas: ello ocurrirá definitivamente en 1910 en los *Principia*. Y sin embargo, el proceso no fue tan lineal. Cómo llegó a abrirse ese camino ante Russell será el asunto del siguiente capítulo.

²⁸ Moore 1899 a, p.193.

Capítulo 5

LA TEORÍA DE LA PROPOSICIÓN Y "ON DENOTING"

En el capítulo anterior, hemos visto que desde 1903 Russell sostenía que tanto las proposiciones verdaderas como las falsas subsistían y constituían componentes del mundo. También, que Russell ofrece un conjunto de formas de darse una proposición, pero su vertiente ontológica resulta difícil de precisar, sobre todo en sus diferencias, cuestión ésta que cabe extender a las diferencias con las clases. Los artículos sobre Meinong articulan dichas posiciones con otras como la distinción entre juicio y proposición, el rechazo de las relaciones particularizadas o la tesis de Russell contra Meinong de que la presentación de objetos no es distinta para los objetos simples o compuestos.

Russell realizará cambios en esta situación, que culminaran en 1905 con "On Denoting". En la sección 5.1 veremos cómo se inicia ese proceso. Russell tenía planteados varios problemas ontológicos tras *The Principles*, aunque no fueron éstos los motores directos de su evolución. Russell estaba más preocupado por las paradojas. Para solucionarlas pensó en utilizar la teoría de la denotación. Para ello vió necesario rehacer la propia teoría de la denotación (eliminar los objetos), lo cual tuvo consecuencias sobre la concepción de la proposición (en las formas de darse una proposición: especialmente como significado y como término). En la sección 5.2 veremos los problemas que condujeron a "On Denoting". La nueva articulación hacía más patente el carácter problemático tanto de la distinción entre ser término y ser concepto (entre relación en sí misma y relación relacionante), entendida como una diferencia de modo de ser, como de la concepción de la denotación entendida como nombrar. Ontológicamente los problemas conducían a la paradoja de Bradley. En la sección 5.3 veremos cómo se solucionan dichos problemas mediante la nueva teoría de la denotación que permite expresar las descripciones definidas en términos de predicados-relaciones y variables cuantificadas. La sección 5.4 servirá para ver las consecuencias de "On Denoting": en primer lugar, permite explicar las peculiaridades de las afirmaciones de identidad, de existencia y de aquéllas que remiten a entidades ficticias y contradictorias sin introducir entidades exóticas. En esta teoría, en segundo lugar, las descripciones definidas tienen unas nuevas expresiones lógicas equivalentes.

En tercer lugar, se introduce la distinción entre familiaridad y descripción que apoya una concepción de lo simple y lo complejo que permite superar las dificultades que, respecto a la forma de darse las proposiciones, aparecían en *The Principles*. En cuarto lugar, Russell se ve obligado a deshacerse del significado como modo de ser.

5.1. La teoría de la denotación y la ontología de la proposición tras *The Principles*

En *The Principles*, la proposición es el término que puede ser verdadero o falso (o, también, que se implica a sí mismo) y tiene la siguiente estructura: el predicado se dice del sujeto o sujetos de la proposición (véase el capítulo 3 de este trabajo). Sin embargo, ontológicamente, esa caracterización no se corresponde con la doctrina tradicional sustancia-atributo, esto es, para Russell, cuando decimos un predicado de un sujeto, no estamos estableciendo que un atributo inhiere en una sustancia (véase la sección 3.4). Por el contrario, Russell sostiene (véase el capítulo 4) que entre el sujeto (o sujetos) y el predicado existe una relación que denomina afirmación. Es más, la proposición podía darse de diversas maneras (afirmada, no afirmada, etc.; véase la sección 4.1; volveremos a esto más abajo en esta sección) además de poder ser enjuiciada, en cuyo caso entraba en una relación diádica con el sujeto cognoscente. Pero todas estas tesis ontológicas de Russell se enfrentaban a graves problemas. Sin embargo, Russell no tendrá como primer objetivo resolver estos problemas ontológicos. Tras *The Principles*, se enfrentaba a la necesidad de resolver adecuadamente las paradojas lógicas y semánticas que se le habían ido presentando. Y en ello, como muy bien ha señalado Wahl¹, está involucrada la teoría de la denotación. Teoría de la denotación que Russell involucrará en su cambio de la ontología de la proposición. En esta sección, nos ocupamos de todo ello.

Russell tuvo un proyecto primitivo en *The Principles* con su concepto de denotación: resolver cómo una proposición puede contener un concepto en la posición de sujeto pero que en realidad no es el sujeto auténtico sino que denota a dicho sujeto auténtico. A este respecto ya nos hemos extendido en capítulos anteriores. Pero a este proyecto se le superpuso otro que se convirtió en el principal en el posterior desarrollo de la distinción entre significado y denotación tras *The Principles* y que, sin embargo,

¹ Wahl 1993. Landini 1998 a, pp. 48-51, tiene la misma opinión. Véase también Rodríguez Consuegra 1989 b.

en 1908 fue abandonado por la teoría de tipos: resolver la paradoja de Russell² y las paradojas semánticas³. Veamos en que consistió el segundo proyecto.

Este segundo proyecto nació del hecho de que la denotación permitía manipular aquellos entes que no pueden ser presentes para nosotros. Por ejemplo, en ningún caso es posible poder abarcar, mediante algo así como una intuición, a todos los números naturales, pero sí podemos hablar de ese conjunto mediante una descripción definida: "la clase de los x tales que.....". Así la denotación permitía hablar de las colecciones, las clases que no pueden ser auténticas unidades, porque la función proposicional correspondiente genera la paradoja de Russell⁴. Yo puedo hablar ahora de la clase de todas las clases que no se contienen a sí mismas. Esa clase no puede tener existencia matemática porque genera la paradoja de Russell, pero puedo hablar de ella gracias a la denotación. El proyecto de Russell consistió en adaptar su filosofía para que las funciones proposicionales generadoras de paradojas no pudiesen convertirse en entidades y, consiguientemente, no pudiesen dar lugar a una proposición que las tenga como sujeto, ni generar una clase como uno o, en general, referir con éxito a una entidad en el contexto de un complejo denotativo⁵. En esta sección analizaremos este proyecto.

Para ello, en primer lugar, recordemos la distinción que Russell establecía en el modo de ser de las relaciones. Russell distinguía entre ser como términos, que es el modo de ser que corresponde a una relación en sí misma, esto es, el modo de ser que le corresponde por ser un término, algo que tiene ser por sí mismo (véase el capítulo 3): la relación de paternidad o la relación de igualdad, etc.; por otra parte estaba el ser relación relacionante, esto es, la relación que ocurre en una proposición en la que se

² En ejemplo tomado de Lackey, la clase de todas las piedras no es miembro de sí misma, ya que no es una piedra, pero la clase de las cosas que no son piedras es un miembro de sí misma, ya que la clase de las cosas que no son piedras no es, ella misma, una piedra. Considérese ahora, la clase S de todas las clases que no son miembros de sí mismas. Si suponemos que S es un miembro de sí misma, por la definición de S , se sigue que S no es un miembro de sí misma. Por tanto S no es miembro de sí misma. Pero si S no es miembro de sí misma, por la definición de S , se sigue que S es miembro de sí misma. Así que S es miembro de sí misma, si y sólo si no lo es..

³ Wahl 1993, pp. 72, 80 y 93. Se suele calificar de paradojas semánticas aquellas que involucran la verdad y la falsedad, como la paradoja del mentiroso. Según esta última, se afirma lo siguiente: "Epiménides es cretense y afirma que todos los cretenses mienten". Dado esto, si Epiménides es cretense y todos los cretenses mienten, entonces cuando Epiménides afirma: "Todos los cretenses mienten", afirma una proposición que es verdadera. Por lo tanto, Epiménides no miente cuando afirma que todos los cretenses (incluyendo Epiménides) mienten. En consecuencia: 1. Epiménides miente si y sólo si no miente (esto es, dice la verdad). 2. Epiménides no miente (esto es, dice la verdad) si y sólo si miente.

⁴ Russell las llama formas cuadráticas.

⁵ Wahl 1993, pp. 81-85. Wahl enfatiza que este proyecto es distinto de la teoría de tipos y que ofrece una versión del principio de círculo vicioso anterior al artículo de Poincaré "Les mathématiques et la logique".

conectan dos o más sujetos: "ser padre de" en la proposición "A es padre de B" o "ser igual a" en "A es igual a B". Los predicados también estaban en la misma situación, hay el modo de ser del predicado como término y el modo de ser del predicado "predicante", de tal manera que se podía hablar de los universales o conceptos (predicados y relaciones) como término y como significado (véase 4.3). Para las proposiciones también existe una distinción parecida en *The Principles* y los artículos sobre Meinong. Las proposiciones pueden adoptar el modo de ser como términos (complejos), esto es, entidades que tienen ser por sí mismas. Russell habla en *The Principles* (§§52 y 55) del concepto proposicional (véase 4.1; esto cambiará en este periodo, véase más abajo en esta misma sección) pero también pueden adoptar el modo de ser como concepto complejo o como proposición afirmada. Russell pensó, por un corto espacio de tiempo, que podía utilizar el doble modo de ser de las funciones proposicionales (o conceptos sintetizados: predicados y relaciones -véase 3.4) y, consiguientemente, de las proposiciones, para resolver las paradojas que había encontrado.

Dicho proyecto de Russell que intentaba resolver la paradoja que lleva su nombre y la del mentiroso utilizando los modos de ser de los conceptos, condujo, señala Wahl correctamente, a que Russell considerara necesario volver a rehacer sus tesis sobre la conexión entre esos modos de ser. Pero Wahl no dice por qué.

La razón está en la paradoja de Bradley. Recordemos (véase 4.4) que debido a la afirmación, concebida como cualidad, la paradoja de Bradley infectaba las proposiciones de Russell. Russell renuncia a esa entidad, renunciando a caracterizar la afirmación como algo lógico, sosteniendo ya en 1903⁶ que la afirmación es algo psicológico. Pero la paradoja de Bradley era el cuerno de un dilema cuyo otro cuerno era destruir la noción de denotación de *The Principles*, como ya vimos en la sección 4.4. Recordemos que en los artículos sobre Meinong (p. 456)⁷, Russell atiende a la objeción de Meinong de que hay juicios en los que no es admisible que se está estableciendo la realidad de una relación. Russell admite la evidencia de que hay casos en los que se puede pensar que estamos ante un complejo sin la presentación de una relación (por ejemplo, "la cruz que es roja"). Esto es, Russell se plantea la dificultad, dadas sus tesis, de distinguir una proposición de complejos como los correspondientes a

⁶ Russell 1994, ítem 14, fechado en 1903, pp. 320 y ss. Siempre que no se cite la procedencia de una página se supone que pertenece a esta edición donde se reúnen "On Denoting" y los manuscritos que le precedieron.

las descripciones definidas en los que la relación no es una relación relacionante, pero gozan de unidad. Por otra parte, señala Russell, el regreso infinito de la paradoja de Bradley sugiere lo mismo: que puede haber complejos sin relaciones (si hay complejos y en ellos la consideración de relaciones conlleva una paradoja, debe haber una forma distinta de entenderlos). Esos complejos han de ser los significados formados por síntesis a partir de otros significados. Pero, obviamente, después de todo lo dicho en *The Principles* sobre la denotación, Russell se resiste a volver a la vieja posición de que una proposición es una síntesis de conceptos. En términos de *The Principles*, como ya sabemos (véase 4.3), se trata de mantener la distinción entre proposición como significado y como término para superar la paradoja de Bradley. Dado que la afirmación no ha funcionado como tal en *The Principles*, porque también lleva a la paradoja de Bradley, Russell va a recurrir a la distinción entre significado y denotación para mantenerla. Puesto que la cualidad de afirmación de *The Principles* fracasa en explicar la unidad de la proposición, es el éxito en la denotación por parte de un complejo de significado lo que justifica que lo denotado tenga una entidad.

En esta intención, el primer cambio que Russell efectuará será la eliminación de los objetos. Como hemos visto en los primeros párrafos de esta sección, Russell podía utilizar la denotación para poder hablar de las supuestas entidades generadas por las funciones proposicionales que generaban paradojas, por ejemplo las clases imposibles de las funciones proposicionales que generaban la paradoja de Russell. Sin embargo, esa denotación debía fracasar en el caso de funciones proposicionales generadoras de paradojas, esto es, aquellas funciones proposicionales que generaban colecciones, pero no clases como uno. Esto quiere decir que la teoría debía explicar que yo podía hablar de tales entidades paradójicas pero, a la vez, la denotación fracasaba, no podía referirme a tales entidades con éxito, porque la entidad no existía. Pero la denotación, tal como había sido diseñada en *The Principles*, incluía casos en los que lo denotado era una combinación de entidades que tenía una unidad peculiar (combinación colectiva, distributiva, etc. -véase más abajo en esta sección). Sin embargo, puesto que el objetivo era mantener la posibilidad de hablar de tales entidades paradójicas sin que se presupusiese su existencia (sin suponer entidades meinongianas), debía cerrarse al máximo esta posibilidad de la denotación: solo así las colecciones no adquirirían cierta credencial de entidad. Por tanto, Russell debía asegurarse de que la

⁷ Russell 1994, ítem 17.

denotación no podía, legítimamente, denotar *varias* entidades a la vez, si éstas no formaban, en conjunto, un nuevo término. La denotación debía pasar a ser una relación de un significado a *un* término. De ahí la eliminación de los objetos que mantenían una pluralidad difícil de casar con las nuevas necesidades de la filosofía de Russell. Veamos, en lo que nos interesa, la historia de estos objetos.

Precisamente, a la hora de referirse a los problemas ontológicos de *The Principles*, suele citarse el que aparece en el §56 del capítulo V, donde Russell señala que una combinación de términos, lo que él llama también término complejo, constituye un objeto⁸. En la primera nota a dicho párrafo, Russell se hace eco de la contradicción que supone el que sea necesario utilizar una palabra distinta a "término" para referirse a las entidades de su ontología, dado su supuesto de que todo lo que es uno es un término.

Entre los objetos se encuentran las combinaciones. La noción de combinación es introducida por Russell al tratar de la denotación de(l significado de⁹) las frases denotativas que contienen lo que ahora calificaríamos de cuantificadores¹⁰ (§§59-62). *Todos, cada, un, cualquier, algún* denotarían, respectivamente, una clase (todos los elementos de un conjunto tomados colectivamente), todos los miembros de un conjunto tomados distributivamente, una disyunción variable, la variable, una disyunción constante. Russell deja claro, en el §59, que las combinaciones no se obtienen mediante ningún tipo de relaciones. Pero también Russell asocia, ya desde este momento, la denotación de(l significado de) las frases denotativas a las clases. En condiciones normales, podríamos decir, las combinaciones forman clases que tienen conceptos correspondientes que las denotan. Esto hará posible una fácil eliminación de las combinaciones en favor de una nueva concepción de la denotación que afecta también a las proposiciones.

Dicho cambio es formulado por Russell explícitamente en el manuscrito de 1903, "On the Meaning and Denotation of Phrases"¹¹, donde (pp. 287-288), nos ilustra con un preciso resumen de la semántica de *The Principles*, de la que Russell solo se desmarca en un punto, que es la concepción de la denotación en el siguiente aspecto:

⁸ Véase Griffin 1996, pp. 39-42, para algunas precisiones (no relevantes para la presente argumentación) sobre la evolución de la elaboración en *The Principles* de este concepto de Russell.

⁹ Recordemos el abuso de sus propios términos por Russell.

¹⁰ A este respecto, nos atenemos, en la terminología, a lo dicho en el capítulo 3.

¹¹ Russell 1994, ítem 11. Si no se dice lo contrario, todas las citas de páginas se refieren a Russell 1994.

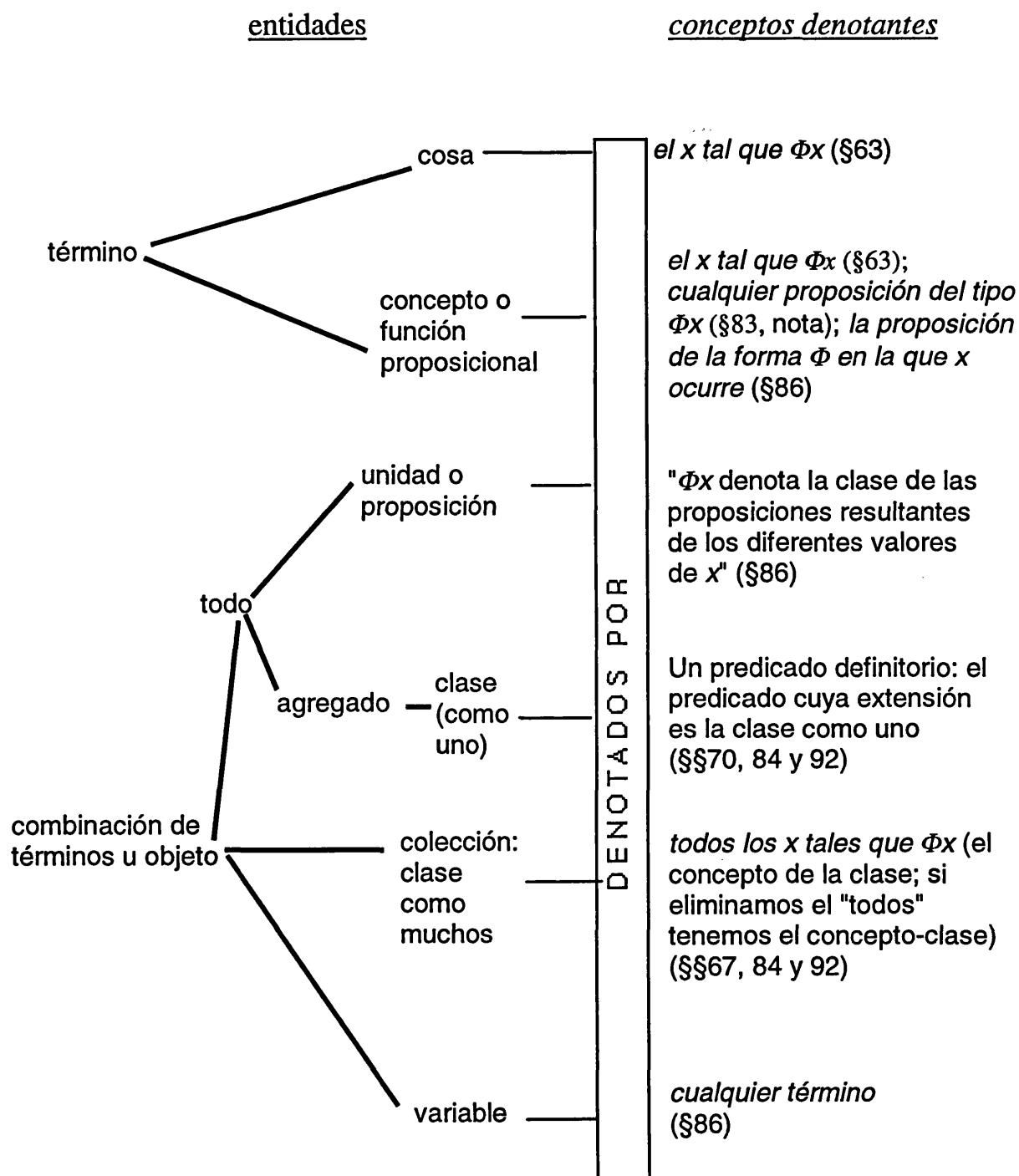
Para nuestros propósitos, *toda* complejidad es complejidad de significado, y cualquier cosa que pueda ser denotada puede verse, cuando es denotada, como simple, incluso cuando lo que es denotado es un significado complejo; esto es, la complejidad involucrada es de significado, no de denotación (p. 288).

Conviene recordar cuál es el uso que Russell está haciendo aquí de la palabra significado. Ésta se aplica a la intensión, al modo de ser de los conceptos cuando no están en su modo de ser de términos, por ejemplo el caso de lo que luego llamaré en *The Principles* la relación relacionante. Hablar de significado es hablar del modo de ser de los conceptos cuando no son tomados como términos sino que están haciendo el papel de predicados que predicán o de relaciones relacionantes.

Así pues, para Russell, toda complejidad va a ser ahora de significado, de intensión, del modo de ser opuesto a ser término, y esto tiene la consecuencia de que no hay "objetos" en el sentido de *The Principles*: la complejidad que resultaba del análisis de las frases que contenían las palabras denotativas "todos", "algún", "un", etc. es asignada al concepto denotante y no al objeto denotado. En *The Principles*, Russell ya había advertido sobre el carácter un tanto extraño de las combinaciones (§62). Si el concepto denotativo *todos los hombres* denota claramente una clase para Russell, *algún hombre* no denota a Smith o a Brown sino que involucra a todos los hombres sin tomarlos como una colectividad. Lo mismo, declara Russell, pasa con el resto de casos (excepto con el descriptor definido del que habla en el §63). Como comienza diciendo en el §62 la denotación es la misma en todos los casos aunque el objeto denotado cambie. En 1903, en el manuscrito citado más arriba, Russell mantiene que la denotación es la misma pero ahora lo denotado tiene un punto común en todo caso: siempre es algo que puede ser considerado como un término, contra la opinión sostenida en *The Principles* que le obligaba a introducir los objetos, las combinaciones de términos.

Recordemos la situación de *The Principles* en el esquema de la página siguiente:

Esquema I



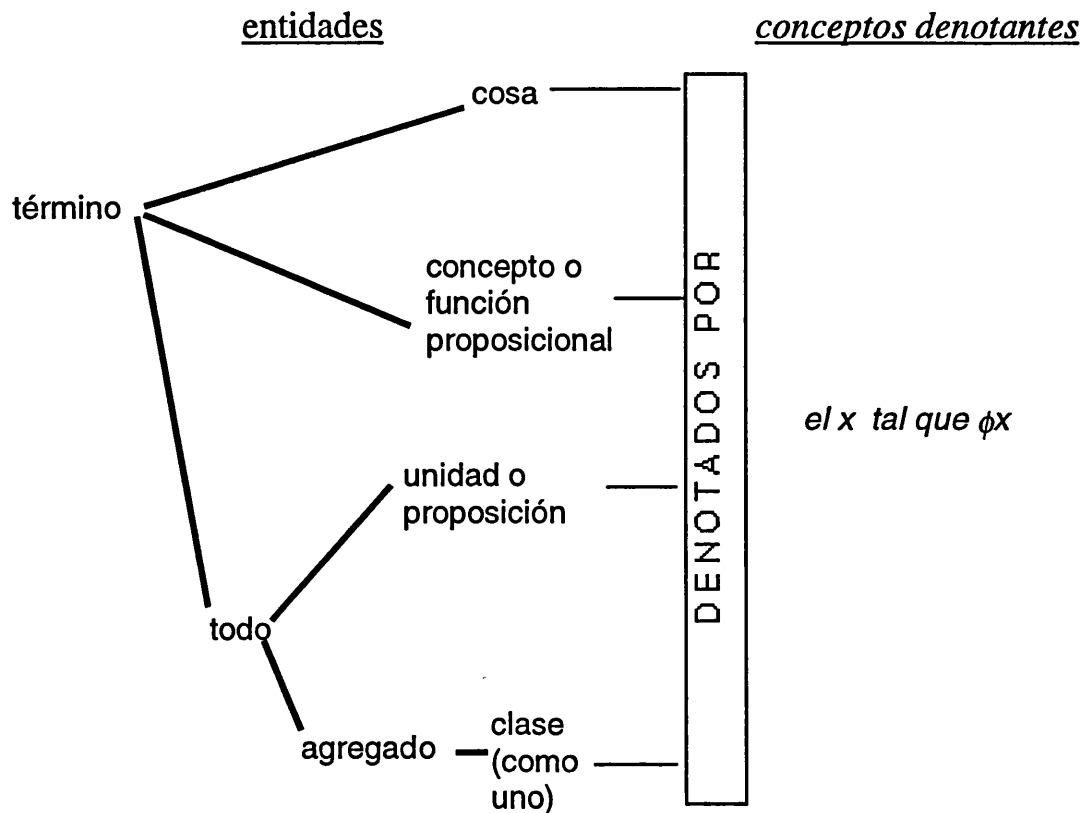
A falta de las combinaciones, el esquema I viene a desarrollar el esquema de la sección 3.2 en la parte donde se inserta DENOTACIÓN. Se ha seguido al pie de la letra las afirmaciones que Russell hace sobre la cuestión en *The Principles*. El esquema

pretende ser completo excepto en que no aparecen las combinaciones de términos eliminadas por Russell según se acaba de explicar. Combinaciones, clases y proposiciones constituyen, como ya hemos visto, lo que Russell llama en *The Principles* "objetos" o "términos complejos" (*The Principles* §58 y su primera nota). Es obvio que los términos complejos constituían en *The Principles* una categoría heterogénea. No sólo incluía los objetos ligados a las clases sino también las proposiciones; Russell llama a las proposiciones "unidades"¹². Y las clases son distinguidas de las colecciones. En efecto, en el capítulo VI de *The Principles*, Russell distingue entre clase como muchos y clase como uno. Como se podía sospechar, la importancia de la distinción esta ligada a la posibilidad de que una clase como muchos no tenga un concepto correspondiente que la denote por incurrir éste en lo que luego se llamará la paradoja de Russell (§70). De este modo, la clase como uno que siempre tiene un concepto que la denote (*ídem*), constituye un término, algo que puede ser sujeto (*ídem*). Frente a ellas, puede haber otras colecciones de términos (§71) que podemos formar, por ejemplo, por enumeración, que no constituyan un término complejo (§§71 y 135). Así, en el capítulo XVI de *The Principles*, Russell señalará que los todos pueden ser agregados y unidades (§135), los primeros son las clases (§139), los segundos las proposiciones (§§135 y 136).

Con el cambio de postura en el manuscrito de 1903 citado, podemos obtener el esquema II de la página siguiente a partir del esquema I:

¹² Russell se limita a afirmar esto en *The Principles*, aunque en los artículos sobre Meinong (véase el capítulo anterior) no termina de decidirse por identificar unidades y proposiciones. Recordemos (sección 4.4) que éste era un problema al que Russell ya se había enfrentado.

Esquema II



Obsérvese que, en el esquema II, la variable desaparece. En el capítulo V de *The Principles* la variable aparece como un objeto, pero en el capítulo VIII (§93) dice Russell:

[...] *cualquier término* no denota, propiamente hablando, un conjunto de términos, sino que denota un término, solo que no un término definido particular.

Ya en *The Principles*, Russell caracteriza la variable como algo que no es un conjunto de entidades, sino como una forma de referirse a algo "individual" (§93). El hecho de que Russell ya no la considera un tipo más de denotación, manifiesta hasta que punto había alcanzado un grado de fundamentalidad esta noción, lo cual se manifestaría definitivamente en "On Denoting".

Obsérvese que también desaparecen las colecciones, aquel conjunto de términos que no pueden ser agrupados bajo la extensión de un concepto (debido a que este genera, por ejemplo, la paradoja de Russell), pero que a veces, por enumeración

pueden reunirse; y desaparecen porque no pueden ser denotadas y, consiguientemente, no son entidades. Sólo quedan como todas las proposiciones y las clases como uno (los agregados) y pasan a formar parte de los términos sin atender su consideración de simples o complejos, en la medida en que pueden ser denotados por una descripción definida (evidentemente un todo es un término complejo en la medida que está formado por partes separables que constituyen a su vez términos, pero Russell insiste en que lo importante es que se puede tomar como una unidad). En cuanto a la proposición, esto tiene la consecuencia de que su unidad se manifiesta en la posibilidad de ser denotada y Russell mantiene sus tesis fundamentales con una reorganización de su ontología. Para ello realizará importantes cambios.

En efecto, como dije más arriba en esta sección, Russell transformará la doble condición de la proposición como afirmada y no afirmada en, respectivamente, la denotación y el significado de una proposición. Como dice en otro manuscrito de 1903 "Dependent Variables and Denotation"¹³:

Lo que yo he llamado la proposición no afirmada es el significado, la proposición afirmada es la denotación (p. 303).

Veamos que quiere decir esto. En *The Principles* Russell distinguía (véase 4.1) tres formas de darse las proposiciones. En primer lugar, el concepto proposicional que abarcaría a las proposiciones cuando son mencionadas ("César murió" en "César murió es una proposición") y lo que resulta de una proposición afirmada al transformar el verbo en nombre verbal (De "César murió" obtenemos "El morir de César" o "La muerte de César"). Su existencia la garantiza la posibilidad de hablar de las proposiciones, con las mismas razones que da Russell para la caracterización de los conceptos como términos: todo constituyente de una proposición ha de poder ser sujeto, ha de poder decirse algo de ello. Así el concepto proposicional es la consideración de la proposición como término (*The Principles* §§52 y 55). En segundo lugar, tenemos la proposición como concepto complejo que es una proposición en la medida que admite que se diga de ella que es verdadera o falsa dentro de otra proposición o nos permite distinguir dentro de una proposición sus componentes para aplicar una regla de deducción (es el caso de las atómicas en una molecular: "César murió" en "César murió y César fue dictador en Roma"). Finalmente, en tercer lugar Russell habla de

¹³ Russell 1994, ítem 12.

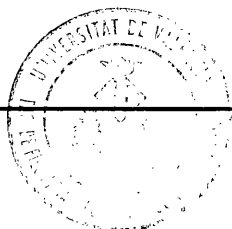
proposiciones afirmadas ("César murió"). Russell sostiene que en las proposiciones falsas la afirmación es puramente psicológica, mientras que en las verdaderas la afirmación es una cualidad: la cualidad de afirmación de la que hemos hablado en el capítulo 4 (*The Principles* §52). Según eso, las proposiciones afirmadas (verdaderas) son términos que poseen la cualidad de afirmación mientras que el concepto proposicional no posee esa cualidad. La tabla que sigue resume lo dicho.

Modo de darse la proposición	Ejemplo	Estatuto ontológico
proposiciones afirmadas (verdaderas)	César murió	término con afirmación
proposición como concepto complejo (las atómicas en una molecular): -las proposiciones que se distinguen dentro de una proposición para aplicar una regla de deducción -una proposición en la medida que admite que se diga de ella que es verdadera o falsa dentro de otra proposición	"César murió" en "César murió y César fue dictador en Roma"	significado
concepto proposicional: -lo que resulta de una proposición afirmada al transformar el verbo en nombre verbal -proposiciones cuando son mencionadas	"El morir de César" o "La muerte de César" "César murió" en "César murió es una proposición"	término sin la cualidad de afirmación

Según la última cita de más arriba, estas distinciones sufren en 1903, tras *The Principles*, un radical cambio en sus relaciones y en su función. En primer lugar, ya

no es, como ocurría en *The Principles*, la proposición como concepto proposicional lo que constituye la forma de darse la proposición como término. La proposición se presenta como término cuando tenemos una proposición afirmada ("César murió") y el concepto proposicional y la proposición como concepto complejo son la proposición como significado. En segundo lugar, la proposición afirmada, la ahora proposición como término, es denotada por el concepto proposicional: "el morir de César" denota "César murió". Así pues, el significado sigue siendo, también en la proposición, lo opuesto al ser como término, pero Russell lo identifica con las proposiciones no afirmadas (como concepto complejo y concepto proposicional) a diferencia de lo que hacía en *The Principles*. El resultado es la tabla siguiente.

Modo de darse la proposición	Ejemplo	Estatuto ontológico
proposiciones afirmadas	César murió	término
proposición como concepto complejo (las atómicas en una molecular):	"César murió" en "César murio y César fue dictador en Roma"	significado
concepto proposicional: denota la proposición afirmada	"El morir de César" o "La muerte de César" denota "César murió"	significado



Aunque con un cambio en su articulación, Russell mantiene, por tanto, la distinción en la proposición de su modo de ser como término y como significado y, consiguientemente, como ya sabemos, pretende sortear la paradoja de Bradley; pero como también ya sabemos, este expediente no tenía éxito (véase 4.4). Pero sin solucionar ninguno se hacen patentes otros problemas. Así, sea la proposición "César murió". "El morir de César", el significado de la proposición, denota un término: la proposición "César murió". Hay que conceder que la entidad llamada "César" forma parte del significado y del término. Pero la proposición "César murió" también puede ser denotada por "El morir del miembro más famoso de la familia Julia". Cabe preguntarse si "El morir del miembro más famoso de la familia Julia" u otros significados análogos (como "El morir del autor de la *Guerra de las Galias*), tienen también como un constituyente la entidad César. Entraremos en esta importante cuestión en la sección siguiente.

Previamente, para acabar este nuevo esquema de la proposición y la denotación, a Russell le quedaba responder a la pregunta por la entidad a la que atribuir la verdad y la falsedad y si las proposiciones falsas tenían denotación. Lo primero se refiere a que en *The Principles* era de la proposición afirmada de la que se decía que era verdadera o falsa. El problema es si Russell puede mantener, dados los cambios, un esquema parecido. El segundo plantea la cuestión de la denotación de las proposiciones falsas. En el caso de una proposición verdadera, su significado denota la proposición como término, la pregunta es si, en una proposición de la que decimos que es falsa, su significado denota o no (si existe o subsiste o no lo hace la entidad pretendidamente denotada) y si lo hace, qué es lo que denota. Comenzaremos primero por el problema de la denotación de las proposiciones falsas.

Todavía en Junio de 1905 ("On Denoting" se publica en Octubre), en la conferencia "The Nature of Truth"¹⁴, Russell mantiene lo siguiente:

[...] podemos decir que cuando la proposición [A difiere de B] es verdadera este concepto denota un objeto, que *es* la diferencia entre A y B, mientras que cuando la proposición es falsa, el concepto no denota un objeto (p. 505).

[...] la única diferencia entre las proposiciones verdaderas y falsas -e incluso esto está abierto a duda- es que, conectada con cada proposición, se encuentra asociado el concepto de entidad, obtenido

¹⁴ Russell 1994, ítem 21.

gramaticalmente convirtiendo el verbo en un nombre verbal, y que este concepto denota una entidad cuando la proposición es verdadera, pero no cuando es falsa (p. 506).

Russell duda, pues, de la ausencia de denotación cuando la proposición es falsa, esto es, duda de que las proposiciones falsas no subsistan. El por qué Russell declara esto "abierto a duda" está explícito en el mismo manuscrito de 1903 citado más arriba. Russell compara dos afirmaciones "Shakespeare era ciego" y "El autor de la *Iliada* era ciego". En la primera no hay un fallo de denotación en sus constituyentes como lo hay en la segunda (esto es, en la primera no hay involucradas descripciones definidas o frases denotativas en general). Pero se puede decir que en la primera sí hay un fallo en la denotación del todo: no existe la ceguera de Shakespeare. Así, *La ceguera de Shakespeare* denota la proposición expresada por "Shakespeare era ciego" pero, del mismo modo que "El autor de la *Iliada* era ciego" es falsa, porque *Homero* no existía, "Shakespeare era ciego" es falsa, porque la ceguera de Shakespeare no existe.

Russell deja abierta su decisión sobre esta teoría sobre la denotación de las proposiciones falsas al darse cuenta de que condiciona en general cuál sea la entidad a la que se atribuye la verdad y la falsedad. Russell señala que si se decide que en toda proposición falsa hay un error de denotación, habría que sostener que la verdad y la falsedad atañen a los significados, no a las denotaciones (pp. 286-287): es el significado de la proposición a lo que cabe predicar ser verdadero o falso (si y sólo si denota - existe la entidad correspondiente- o no, respectivamente). Esto supondría un cambio respecto a lo sostenido en los artículos sobre Meinong (véase 4.3) en los que la verdad era una propiedad de las proposiciones como términos (la proposición afirmada: un término con la cualidad de afirmación).

Con ello entramos en la cuestión planteada más arriba sobre la entidad a la que se atribuye verdad o falsedad ¿Por qué era, pues, problemático atribuir la verdad a los significados en vez de a los términos? ¿Por qué Russell considera que la respuesta a la cuestión sobre la denotación de las proposiciones falsas condiciona aquello de lo que cabe decir que es verdadero o falso? Russell sigue manteniendo que lo verdadero no es algo subjetivo, sino objetivo. Lo que es verdadero está del lado del objeto, no del lado del sujeto, ni de la relación entre sujeto y objeto y así lo declara todavía en la citada conferencia de 1905 (p. 496¹⁵). El que Russell dude apunta al hecho de que para Russell

¹⁵ Russell 1994, ítem 21, "The Nature of Truth", donde también dice: [...] en "mi idea de 'la Tierra girando alrededor del Sol' ", mi idea es de un cierto complejo, 'la Tierra girando alrededor del Sol', en el

ahora, el concepto de significado se ha acercado a la concepción actual: significado lingüístico, significado de signos y no un modo de ser o entidades platónicas. Insistiremos en esto en secciones siguientes porque está involucrado en la pregunta que hemos dejado planteada más arriba y que íbamos a responder en la siguiente sección: si "El morir del miembro más famoso de la familia Julia" u otros significados análogos - como "El morir del autor de la *Guerra de las Galias*"-, tienen como un constituyente la entidad César, como ocurre en "César murió".

Pero, además, sostener que las proposiciones falsas no tienen denotación significa que no hay contraparte ontológica de las proposiciones falsas. Y recordemos que la no existencia de las proposiciones falsas entraña la existencia de relaciones particularizadas (véase 4.3 y la sección siguiente de este capítulo). Y recordemos también que éstas, para Russell, tenían la consecuencia de devolverle a la paradoja de Bradley, además de permitir dentro de su esquema la filosofía de la sustancia y el atributo y la teoría de los grados de realidad (véase 4.3). Nada podía ser más negativo.

En resumen, con su modificación de la teoría de la denotación debida a su intento de resolver las paradojas, Russell se encuentra con la pregunta sobre el portador del valor de verdad (si bien, al no resolverla, manifiesta que su teoría no le resulta satisfactoria), y sobre la subsistencia de las proposiciones falsas. Además, recordemos que el objetivo de utilizar el significado y la denotación aplicados a las proposiciones era mantener la noción de denotación de *The Principles* (lo que significaba mantener el doble modo de ser, como término y como significado, de las proposiciones) sin caer en la paradoja de Bradley. Pero no sólo se mantienen los problemas que acabamos de ver sino que la paradoja de Bradley reaparece. El resultado de esa situación es "On Denoting". Vamos a verlo.

que son constituyentes la Tierra y el Sol mismos. Es sobre este tipo de entidad sobre el que deseo llamar la atención directamente, porque este tipo de entidad es el que, en mi opinión, es verdadero o falso. Si no hay tal entidad, entonces "mi idea de 'la Tierra girando alrededor del Sol'" es una idea de nada después de todo; si hay tal entidad, entonces es el tipo de entidad que comúnmente se llama *hecho*, y al que, al aceptar la astronomía copernicana, atribuimos *verdad*. (pp. 494-495).

5.2. El embrollo inextricable de la teoría de la denotación a que Russell se enfrenta en "On Denoting": la paradoja de Bradley

En esta sección, mostraremos cómo las dificultades a las que se enfrenta Russell en "On Denoting" remiten a la paradoja de Bradley. "On Denoting" es el resultado de que Russell se da cuenta de que el significado, diseñado como un modo de ser para salvar la paradoja de Bradley, es muy problemático.

Observemos las consecuencias de los conceptos de significado y denotación aplicados a las proposiciones del modo que se ha explicado en la sección anterior. Sea la proposición "César murió". "El morir de César", el significado de la proposición, denota un término: la proposición "César murió". Pero esta última también puede ser denotada por "El morir del miembro más famoso de la familia Julia". En el primer caso ("El morir de César"), está claro que César forma parte del significado de la proposición. En el segundo, cabe preguntarse si "El morir del miembro más famoso de la familia Julia" tiene como un constituyente la entidad César. O, si se prefiere plantear de otra manera, ¿es la relación de denotar una forma de nombrar? La respuesta ha de ser negativa.

Veamos como plantea Russell en "On Denoting" el mismo problema:

La evidencia para la anterior teoría [la que sostiene en "On Denoting"] se deriva de las dificultades que parecen inevitables si vemos las frases denotantes como estando por constituyentes genuinos de la proposición en cuyas expresiones verbales ocurren (p. 418).

La afirmación de Russell es, en cierta medida, ambigua. Russell puede querer decir: primero, que el problema está en que los significados (en el sentido de modo de ser de los términos correspondientes) de las frases denotantes (las descripciones definidas, por ejemplo) son entidades problemáticas si se consideran constituyentes de la proposición; o, segundo, que las entidades denotadas son problemáticas en el mismo caso. En realidad, Russell dice ambas cosas, como vamos a ver, en el cuerpo de su argumentación. La idea subyacente es que la teoría de la denotación tiene graves problemas con las entidades inexistentes, que se agravan porque presupone una entidad inexistente: el significado.

Sin embargo, Russell comienza criticando las posturas de Meinong y Frege de un modo que sugiere una crítica directa a la posición resultante de la segunda

interpretación. Analicemos primero, dice Russell (p. 418), las consecuencias de la teoría de Meinong, quien supone que toda frase denotativa gramaticalmente correcta está por una entidad. Así las entidades ficticias, imaginarias e incluso contradictorias (el cuadrado redondo) son alguna forma de entidad. La consecuencia de admitir esto es que tales entidades no están sujetas al principio de no contradicción: es correcto decir del actual rey de Francia que existe como decir lo contrario. Pero el hecho es que hacemos proposiciones sobre ese tipo de entidades, sobre entidades que no existen o son contradictorias. Este es un hecho que una teoría sobre la denotación debe ser capaz de explicar.

Russell hace una segunda propuesta que atribuye a Frege y que equivale a la teoría de la denotación de Russell tal como ha quedado expuesta en la sección anterior. Toda frase denotante expresa un significado y denota una denotación; el significado es complejo y lo denotado es una única entidad (pp. 418-419). Pero el problema de la teoría anterior se mantiene en ésta cuando no existe la entidad denotada. Dado que hacemos proposiciones en las que la denotación del sujeto no existe (por ejemplo, "el actual rey de Francia es calvo") no podemos decir que *toda* frase denotativa tiene significado y denotación (o que todos los significados denotan). Una posible solución es asignar una denotación convencional para esos casos, pero Russell encuentra esto ontológicamente insatisfactorio (p. 420).

A continuación Russell plantea lo que llama tres rompecabezas (p. 420):

(1) Si dos cosas son idénticas, es posible sustituirlas en una proposición sin que se altere el valor de verdad. Pero esto parece que no se cumple en contextos oblicuos para las descripciones definidas. Supongamos que Jorge IV deseaba saber si Scott era el autor de *Waverley*; y de hecho Scott era el autor de *Waverley*. Por tanto podemos sustituir *Scott* por *el autor de Waverley* y así probamos algo que es falso: que Jorge IV deseaba saber si Scott era Scott.

(2) Las proposiciones que tienen como sujeto gramatical a descripciones definidas cuya entidad denotada no existe parecen ir contra el principio del tercero excluido. De las dos proposiciones: "el actual rey de Francia es calvo" y "el actual rey de Francia no es calvo" una debe ser verdad. Pero si el actual rey de Francia no existe la proposición parece que no tenga por qué ser verdadera o falsa.

(3) Las proposiciones que tienen como sujeto gramatical una descripción definida cuya entidad denotada no existe y en las que se dice la no existencia de esa entidad parecen contradictorias. Y si se admite que todo sujeto de una proposición es

alguna forma de entidad caemos en la misma contradicción que Meinong (véase más arriba).

Resumiendo. La teoría de la denotación de Russell (tal como ha quedado tras las modificaciones que hemos visto en la sección anterior) se enfrenta a dificultades porque hace que las descripciones definidas estén por constituyentes genuinos de la proposición en cuyas expresiones verbales ocurren. Esto se manifiesta en el caso de las descripciones definidas cuya denotación no es una entidad existente (los rompecabezas (2) y (3)). Por otra parte, su teoría permite hablar de la identidad entre expresiones singulares: en "Scott es el autor de *Waverley*", identifico las denotaciones y mantengo una diferencia de significado (p. 419). Sin embargo, esto no funciona en contextos oblicuos. Cualquier teoría alternativa deberá salvar ambos tipos de dificultades.

Pero Russell añade que

La relación del significado a la denotación involucra ciertas curiosas dificultades, las cuales en ellas mismas, parecen suficientes para probar que la teoría que subyace a tales dificultades debe estar equivocada (p. 421).

Con las "curiosas dificultades" nos encontramos con la otra vertiente del problema de las entidades correspondientes a las frases denotantes. Russell insiste en plantear la cuestión como un problema de relación entre el significado y la entidad denotada (¿denotar es nombrar?) pero su argumentación tiene en las "curiosas dificultades" consecuencias sobre el propio significado. Por ponerlo en los términos en los que lo plateábamos más arriba: Russell sostenía que había un problema con los significados (en el sentido de modo de ser de los términos correspondientes) de las frases denotantes (las descripciones definidas, por ejemplo): son entidades paradójicas, si se consideran constituyentes de la proposición. Pero también planteaba que las entidades denotadas son problemáticas en el mismo caso. Hemos visto este último punto. Ahora vamos con el primero: como vamos a ver, las curiosas dificultades afectan, en primera instancia, a los significados (en tanto que complejos de significado denotante) como entidad constituyente de la proposición, pero conducen no sólo a su eliminación, sino a la eliminación de la propia entidad denotada por el significado (como complejo denotante) como constituyente de la proposición.

La interpretación de las "curiosas dificultades" ha sido objeto de innumerables exégesis. La lectura de los manuscritos preparatorios a "On Denoting"

("On the Meaning and Denotation of Phrases", "Dependent Variables and Denotation", "Points about Denoting" y "On Meaning and Denotation" de 1903 y, sobre todo, "On Fundamentals" de 1905¹⁶) proporcionan bastante ayuda a los enrevesados argumentos¹⁷ de "On Denoting". Entre las aportaciones más antiguas Casin 1971 sigue siendo válida. Véase Hylton 1990, Rodríguez Consuegra 1992 b, Wahl 1993, Pakaluk 1993 y Noonan 1996, entre las últimas aportaciones. Rodríguez Consuegra 1992 b y Wahl 1993 (ya citado) son, en nuestra opinión, los más útiles, a las que se ha unido Landini 1998 (pp. 59-67) en la misma línea.

Seguiré aquí a Rodríguez Consuegra, quien sugiere que para desentrañar estos argumentos hemos de dirigirnos tanto a "On Fundamentals" como al artículo "Knowledge by Acquaintance and Knowledge by Description" de 1911¹⁸. El argumento de Russell, en "On Denoting", comienza estableciendo el modo en el que expresamos un significado dentro de una proposición. Russell había utilizado en *The Principles* para tal propósito las palabras correspondientes en cursiva. Ahora en "On Denoting" se inclina por la propuesta, también hecha en *The Principles* (§56), del entrecomillado. Si yo estoy escribiendo de una cosa como la primera línea de la Elegía de Gray, diré por ejemplo que

(1) La primera línea de la Elegía de Gray establece una proposición.

Pero si quiero hablar del concepto expresado por las ocho primeras palabras de la proposición anterior escribiré

(2) "La primera línea de la Elegía de Gray" no establece una proposición.

En términos generales, dada una descripción definida C, ésta tiene significado y denotación; cuando queremos hablar de su significado escribimos "C". Cuando C ocurre como sujeto de una proposición denota el sujeto lógico de la proposición; cuando ocurre "C" el sujeto lógico es el propio significado de C.

¹⁶ Respectivamente ítems 11, 12, 13, 14 y 15 de Russell 1994.

¹⁷ Que como ha señalado Rodríguez Consuegra 1992 b, tienen su origen en la costumbre de Russell de insertar pasajes de sus manuscritos sin el suficiente contexto (p. 198).

¹⁸ Russell 1992, ítem 15, pp. 148-161. Publicado por primera vez en *Proceedings of the Aristotelian Society* 11, pp. 108-128, había sido leído en Marzo de 1911, y reimpresso en *Mysticism and Logic*, pp. 209-232.

Según la teoría de *The Principles* (con las modificaciones que ya conocemos) es el significado de una descripción definida lo que denota su denotación. Esto quiere decir que las palabras indican un significado y ese significado está relacionado con un término que se denomina su denotación: la denotación es entre términos, no entre palabras y términos. Russell habla también de una relación lógica frente a una meramente lingüística. Esa relación lógica se expresa en *The Principles* así

Todo concepto denotante, como vimos, se deriva de conceptos-clase; y *a* es un concepto-clase cuando "*x* es un *a*" es una función proposicional. Los conceptos denotantes asociados con *a* no denotarán nada cuando y sólo cuando "*x* es un *a*" sea falso para todos los valores de *x* (§73)¹⁹.

Así pues, ser un concepto denotante exige tener alguna instancia, que en el caso de los correspondientes a las descripciones definidas será única. Si aplicamos esto a los propios conceptos denotantes al ser, a su vez, denotados, el carácter lógico de la relación de denotación exige que los conceptos denotantes ocurran como entidades²⁰. La teoría de *The Principles* (y la modificada que hemos visto en la sección anterior) exige, como ya sabemos, un doble modo de ser a todos los predicados y relaciones y a los complejos que las incluyen (como los complejos denotantes): como término y como significado.

Como Rodríguez Consuegra ha destacado²¹, se puede establecer un paralelismo entre lo dicho en "On Denoting" y lo que sigue de "On Fundamentals":

Cuando un concepto tiene significado y denotación, si deseamos decir algo sobre el significado, debemos ponerlo en una posición-entidad [como sujeto] pero si lo ponemos a él mismo en una posición-entidad, estaremos realmente hablando sobre la denotación, no sobre el significado, porque ése es siempre el caso cuando un complejo denotativo se pone en una posición-entidad [debido a cómo ha sido establecido el concepto de denotación]. Así para hablar sobre el significado, debemos sustituir por el significado algo que *denote* el significado. Así los significados de los complejos denotativos solo pueden ser capturados por medio de complejos que denotan esos significados. Esto es lo que son los complejos entrecomillados. Si decimos "cualquier hombre" es un complejo denotativo", "cualquier hombre" está por "el significado del complejo "cualquier hombre" ", que es un complejo denotativo (pp. 381-382).

¹⁹ Landini 1998 a, p. 65, precisa que es necesario añadir una condición de unicidad en los casos de las descripciones definidas.

²⁰ Landini 1998 a, pp. 65-66.

²¹ Rodríguez Consuegra 1992 b (p. 202).

Si se observa atentamente la cita, puede verse que el complejo denotativo no es una frase, esto es, un conjunto de palabras, sino la forma de ser término del significado. Frente a ello, Russell habla en "On Denoting" de frase denotativa, pero esto es un abuso de su propio lenguaje (repetido en *The Principles*), pues debería haber dicho, en ese contexto, complejo denotativo (significado) y no frase denotativa (palabras, lenguaje). De otra manera no tendría sentido lo que dice Russell como conclusión del argumento que estamos analizando:

En el momento que ponemos *el complejo* en una proposición, la proposición es sobre la denotación; y si hacemos una proposición en la que el sujeto es "el significado de C", entonces el sujeto es el significado (si lo hay) de la denotación que no es lo que se quería (p. 422; la cursiva es propia).

Por tanto, cuando Russell habla del "significado de C", no está hablando del significado del conjunto de palabras que llamamos C, sino el modo de ser significado correspondiente al término C.

En consecuencia, cuando al dar los ejemplos

(1) La primera línea de la Elegía de Gray establece una proposición.

(2) "La primera línea de la Elegía de Gray" no establece una proposición.

y suponiendo que las primeras ocho palabras se pueden sustituir por C, C es un término en su modo de ser como tal y "C" el modo de ser significado del término C.

Pero la teoría, así planteada, razona Russell, tiene problemas. Porque si C tiene significado y denotación, al hablar de "el significado de C", lo que obtenemos no es el significado de C, "C", sino el significado de la denotación de C. Tenemos entonces que "El significado de la primera línea de la Elegía de Gray" es "El significado de 'The curfew tolls the knell of parting day' " y no "El significado de 'la primera línea de la Elegía de Gray' ". Por esta vía, hablando de "el significado de C" no se puede nombrar el significado, sino que obtenemos una nueva forma de denotar

The curfew tolls the knell of parting day

Russell continua en "On Denoting" señalando que tampoco se puede capturar el significado hablando de "la denotación de C". Supongamos el siguiente significado "C": "el complejo denotativo que aparece en la línea 19 de la página 421 de *The Collected Papers of Bertrand Russell* vol. 4"²². "La denotación de C" será:

The curfew tolls the knell of parting day.

De nuevo fracasamos en capturar el significado. Resumiendo ("On Denoting" p. 422:5-9 y "On Fundamentals" p. 382:15-19), cuando un complejo denotante ocurre en una proposición no hay forma de evitar que denote incluso cuando pretendemos hablar de él, con lo que nunca conseguimos hablar de él. Como dice Russell

En el momento que ponemos el complejo en una proposición, la proposición es sobre la denotación; y si hacemos una proposición en la que el sujeto es "el significado de C", entonces el sujeto es el significado (si lo hay) de la denotación que no es lo que se quería (p. 422).

El final del párrafo donde se encuentra la anterior cita de "On Fundamentals" es :

[...] si decimos "el significado de cualquier hombre", esto estará por el significado de la denotación de cualquier hombre, que no es lo que queremos (p. 382)

O sea, el entrecomillado no resuelve nada. Russell señala entonces, que la dificultad podría estar en distinguir entre el complejo denotativo, su significado y su denotación. Es decir, Russell señala que distinguir entre el complejo como término y como significado produce problemas. En efecto, dice en "On Denoting":

Esto nos lleva a decir que, cuando distinguimos significado y denotación, debemos tratar con el significado: el significado tiene denotación y es un complejo, y no hay otro que el significado, que pueda llamarse el complejo, y se dice que *tiene* significado y denotación. La frase correcta, en el punto de vista en cuestión, es que algunos significados tienen denotaciones (p. 422).

²² Y que reza así, traducida al español: "*La primera línea de la Elegía de Gray*" no establece una proposición.

Este texto está más claro cuando lo ponemos en el contexto que tiene en "On Fundamentals":

La frase "el significado de un complejo denotativo" está mal formada; porque supongamos que C es un complejo denotativo; entonces "el significado de C" pone C en una posición-entidad, y por tanto significa "el significado de la denotación de C", mientras que lo que queremos es el significado del significado de C, como opuesto al significado de la denotación de C y la denotación del significado de C. Cuando distinguimos significado y denotación,

Russell continúa aquí exactamente en la misma forma que en la cita anterior de "On Denoting". La conclusión, por tanto, es que no es correcto decir "el significado de un complejo denotativo", porque el complejo denotativo coincide con el significado. Esto supone echar por la borda un rasgo fundamental de la teoría de la denotación de Russell. En efecto, ser un concepto denotante exige tener alguna instancia, que en el caso de las descripciones definidas será única. Si aplicamos esto a los propios conceptos denotantes al ser, a su vez, denotados, el carácter lógico de la relación de denotación exige que los conceptos denotantes ocurran como entidades. Pero al echar por la borda este rasgo, al prohibir que en el complejo para denotar el significado pueda entrar a formar parte el propio complejo de significado, como en "el significado de C" ("On Denoting" -p. 422), debido a que se rechaza que haya tales complejos como término, se pierde la relación intrínseca entre un complejo de significado C y la expresión del significado como tal "C".

De este modo, oscuro, Russell reúne las dos posibles interpretaciones de su afirmación de que en su teoría de la denotación hay dificultades que parecen inevitables "si vemos las frases denotantes como estando por constituyentes genuinos de la proposición en cuyas expresiones verbales ocurren". Los significados son entidades inexistentes y plantean los problemas al ser denotados que plantean tales entidades (como habíamos visto en la teoría de Meinong o la suya).

Russell, pues, prueba a rechazar que haya complejos de significado como término y como significado. Pero entonces se pierde la relación intrínseca entre un complejo de significado C y la expresión del significado como tal "C". Y esto tiene graves consecuencias:

[...] y no hay regreso desde las denotaciones a los significados, porque cada objeto puede denotarse por un infinito número de frases denotativas diferentes (p. 422)²³.

Y también,

Así parecería que "C" y C son entidades diferentes, tales que "C" denota C, pero esto no puede ser una explicación, porque a relación de "C" a C permanece completamente misteriosa; y ¿dónde encontraremos el complejo denotativo "C" que denote C? (p. 422).

Para explicar esto, Rodríguez Consuegra sugiere que atendamos al siguiente pasaje de "Knowledge by Acquaintance and Knowledge by Description"²⁴

Llamemos al significado de "el autor de Waverley" M. Así M es lo que "el autor de Waverley" significa. Entonces estamos suponiendo que "Scott es el autor de Waverley" significa "Scott es la denotación de M". Pero aquí estamos explicando nuestra proposición por otra de la misma forma, y así no hacemos ningún progreso hacia la explicación auténtica. Ambas, "la denotación de M", como "el autor de Waverley", tienen significado y denotación, en la teoría que estamos examinando. Si llamamos a su significado M', nuestra proposición se convierte "Scott es la denotación de M' ". Pero esto lleva de nuevo a un regreso infinito (p. 159).

En efecto, obsérvese que si convertimos la relación entre un complejo de significado y el complejo que lo denota en una relación convencional, esto es en un nombrar, se genera un regreso infinito. Es más, como nos señala Rodríguez Consuegra, el regreso infinito nace ya del hecho de pretender establecer la distinción misma entre significado y denotación: cada expresión tendrá ambas, generando por tanto dos nuevas expresiones, cada una de las cuales tendrá ambas..... La conclusión es que las descripciones definidas no son nombres y la denotación no es nombrar. Por tanto, esta argumentación conduce a que debemos eliminar los significados (como modo de ser) de la teoría y concebir la relación de denotar de manera distinta a la relación de nombrar.

Para apoyar esta interpretación podemos señalar que la cita anterior de "Knowledge by..." forma parte de una extensa argumentación en contra de la identificación de la relación de denotación con la relación de nombrar. Y en el curso de

²³ O sea, como ya había destacado Frege, distintos sentidos determinan una misma referencia, pero una referencia jamás determina un sentido.

²⁴ Russell 1992, ítem 15.

esa argumentación se reproduce el argumento de "On Denoting" que sostiene la necesidad de hablar de significados. Veamos este argumento.

Dice Russell en "On Denoting":

Más aún, cuando C ocurre en una proposición, no es *solo* la denotación lo que ocurre (como veremos en el siguiente párrafo); [...] (p. 422).

El párrafo al que se refiere Russell señala que no es posible prescindir de los significados incluso cuando lo relevante es lo denotado al afirmar que "Scott fue el autor de *Waverley*" no decimos lo mismo que en "Scott fue Scott". A la pregunta de quien escribió *Waverley* responde lo primero, no lo segundo. En el manuscrito "On Fundamentals"²⁵ de 1905 plantea esto como sigue. Consideremos C= "La gente se sorprendió de que Scott fuese el autor de *Waverley*", donde A= el autor de *Waverley* y B= Scott fue el autor de *Waverley*. Si sustituimos A por Scott en C, tenemos: "la gente se sorprendió de que Scott fuese Scott", con lo que una proposición verdadera se ha convertido en una falsa (p. 370 §10).

En "Knowledge by ..." Russell dice lo siguiente

cuando decimos "Scott es el autor de *Waverley*", el *significado* de "el autor de *Waverley*" es relevante para nuestra afirmación. Porque si sólo la denotación fuese relevante, cualquier otra frase con la misma denotación daría la misma proposición. Así "Scott es el autor de *Marmion*" sería la misma proposición que "Scott es el autor de *Waverley*" (p. 158)²⁶.

Dicho de otra manera, hay que conseguir alguna forma de teoría que permita tener en cuenta lo que el significado nos permite expresar. Concluye Russell en "On Denoting":

Esto es un lío imposible de desenredar, y parece probar que la distinción completa entre significado y denotación se ha ["la he" debería decir Russell] concebido erróneamente (p. 422).

Recapitemos el embrollo en que está metido Russell:

²⁵ Russell 1994, ítem 15, pp. 359 y ss.

²⁶ Russell 1992, ítem 15.

1º) Si las proposiciones falsas tienen denotación. En el contexto de la ontología de Russell, negarlo, como hemos visto en la sección anterior, conducía a la ontología de la sustancia y el atributo, la teoría de los grados de realidad y la vuelta de la paradoja de Bradley.

2º) La concepción de la relación de denotación. Russell no podía echar por la borda la intención última de la teoría de la denotación: referirse a entidades sin nombrarlas. Pero la denotación había sido concebida como una especie de nombrar (un término "nombra"- denota otro término) y eso no se podía mantener como hemos visto a lo largo de esta sección.

Recordemos, desde un punto de vista lógico, porque al hacer que las descripciones definidas estén por constituyentes genuinos de la proposición, en cuyas expresiones verbales ocurren, se generan los rompecabezas (2) y (3): se violan los principios lógicos de tercero excluido y de contradicción. Por otra parte, su teoría permitía hablar de la identidad entre expresiones singulares: en "Scott es el autor de *Waverley*", identifico las denotaciones y mantengo una diferencia de significado. Sin embargo, esto no funciona en contextos oblicuos. Ontológicamente, y en relación a las proposiciones, eso se traducía en las "curiosas dificultades": que las proposiciones no pueden tener como un constituyente suyo la denotación de los complejos denotativos (significados) que aparentemente contienen, ni los propios complejos denotativos.

3º) De qué podemos decir que es verdadero o falso y la naturaleza ontológica del significado. Russell se resiste a atribuir la verdad y la falsedad al significado, lo cual, está ligado a un cambio en su concepción ontológica: Russell entreveía, y "On Denoting" lo confirma, que el significado es lenguaje. Pero recordemos que el objetivo de utilizar el significado y la denotación aplicados a las proposiciones era mantener la noción de denotación de *The Principles*, lo que significaba mantener el doble modo de ser, como término y como significado, para así no caer en la paradoja de Bradley. Russell renuncia a mantener la distinción entre ser como término y ser como significado, como hemos visto.

En "Knowledge by ...", el argumento para esto se basa en la previa demostración de que la denotación de un complejo denotativo no puede ser un constituyente de la proposición. Russell sostiene que supuestos: (1) "el autor de *Waverley* es el autor de *Marmion*" expresa identidad; (2) la denotación común a ambas

descripciones, Scott, no es un constituyente de la proposición (como se ha demostrado antes); (3) los significados de las descripciones no son idénticos (pp. 159-160); (4) si los significados de las palabras de una proposición son los constituyentes de la proposición, entonces hay palabras que nombran individuos, como en "Scott", o universales, como en "autor" (p. 160). Dados (1) a (4),

[...] si "el autor de Waverley" fuese un complejo subordinado en la anterior proposición, su *significado* habría de ser lo que se dice idéntico con el *significado* de "el autor de Marmion". Esto no es claramente el caso; y la única escapatoria es decir que "el autor de Waverley" no tiene, por sí mismo, significado, aunque las frase de las que es parte sí tienen significado. Esto es, en un análisis correcto de la anterior proposición, "el autor de Waverley" debe desaparecer (p. 160).

Obsérvese que Russell ha cambiado el orden de los argumentos respecto de "On Denoting". Mientras que aquí (en "Knowledge by ...") se da por supuesto que denotar no es nombrar (véase más arriba punto 2º), en "On Denoting" era al contrario, se demuestra esto último suponiendo que el significado no puede existir como término.

Pero el resultado es el mismo. Recordemos la siguiente cita de "On Denoting" que ya hemos visto más arriba:

cuando distinguimos significado y denotación, debemos tratar con el significado: el significado tiene denotación y es un complejo, y no hay otro que el significado, que pueda llamarse el complejo, y se dice que *tiene* significado y denotación (p. 422).

Pero con ello la forma de ser significado ha de desaparecer. El significado pasa a ser algo lingüístico. Es importante destacar que, en el aspecto ontológico, el argumento en contra del significado como modo de ser que Russell desarrolla en "On Denoting" (así como en "Knowledge by ..." y "On Fundamentals") y que hemos recorrido a lo largo de esta sección, puede asimilarse a la paradoja de Bradley, como ha visto Rodríguez Consuegra²⁷. En efecto, en los tres argumentos lo que tenemos es que la distinción entre significado y denotación conduce a que cualquier intento de hablar sobre el significado o la denotación de una frase denotativa conduce a otra frase que, si la teoría es correcta, necesita tener significado y denotación lo cual conduce a un regreso infinito. Rodríguez Consuegra señala que esto es algo equivalente a la paradoja de Bradley contra las relaciones: si decimos que las relaciones son entidades que

relacionan términos, entonces hemos de dar cuenta de cómo ellas se relacionan con esos términos, lo cual inmediatamente nos lleva a un regreso infinito. Pero, dicho así, esto es insuficiente para conectar el regreso infinito de Russell con la paradoja de Bradley: en ambos casos hay un regreso infinito, pero en uno es de relaciones y en otro de distinción significado-término. La conexión se encuentra en que para evitar el regreso infinito de la paradoja de Bradley, Russell introduce la distinción entre término y significado (véase 2.2), pero esa distinción conduce también a un regreso infinito como acabamos de ver aquí.

En conclusión, el embrollo fundamental al que Russell se enfrentaba era que sus tesis, en otros aspectos exitosas, le conducían ontológicamente a la paradoja de Bradley. Y el primer paso para superarla era convertir a los significados en algo lingüístico, eliminar su carácter de modo de ser.

5.3. La solución de "On Denoting"

Así pues, Russell debía renunciar a los significados como un modo de ser de los entes. En esta sección referiremos cómo se consiguió esto y dejaremos para la siguiente las consecuencias. Comencemos recordando que, en *The Principles*, Russell considera como un todo lo que ahora consideramos la teoría lógica cuantificacional y las relaciones semánticas entre significados y términos cuando involucran la descripción definida; ése es el ámbito de lo que Russell entiende por teoría de la denotación²⁸. En ese contexto, la excepción del descriptor definido en la interdefinibilidad lógica de todas palabras denotativas debió ser como una piedra en el zapato de un esquema que estaba surgiendo en la cabeza de Russell en *The Principles* (§59, al principio). En "On Denoting", Russell pone a la variable y a los cuantificadores como nociones fundamentales para la denotación (p. 416), a las que se reducen todas las otras nociones explicadas en el capítulo V de *The Principles*, especialmente el descriptor definido (p. 417).

²⁷ Rodríguez Consuegra 1992 b, pp. 203 -204.

²⁸ Véase Dau 1986. Russell no andaba descaminado. Véase la interpretación de la teoría cuantificacional por parte de Hintikka 1973 (caps. III-V) como juegos del lenguaje para buscar y encontrar.

Expresado en términos contemporáneos, Russell mantiene en "On Denoting" que las expresiones "El x tal que Fx existe" y "El x tal que Fx tiene la propiedad G " se reducen respectivamente a:

(1) "(Hay un x tal que Fx) y (para todo x y z (si Fx y Fz , entonces $z=x$))"

(2) "Hay un x tal que (Fx y Gx y para todo z (si Fz , entonces $z=x$))"

La primera expresión se descompone en dos partes:

- 1) existencia: podemos encontrar el individuo que cumple la propiedad F .
- 2) unicidad: si hay otro individuo que cumple la propiedad F , en realidad, es el mismo individuo.

La segunda añadiría a las dos primeras esta tercera:

- 3) subsunción: cualquier individuo que satisfaga F , satisfará G .

En primer lugar, desde un punto de vista lógico, la concepción de "On Denoting" de las descripciones definidas soluciona el rompecabezas de los contextos oblicuos. La proposición "Scott es el autor de *Waverley*" no contiene el constituyente "el autor de *Waverley*" y por ello no hay nada que podamos sustituir por "Scott". Lo que tenemos es "uno y solo un individuo escribió *Waverley* y ese individuo es Scott". Igualmente la teoría permite que no se ataquen los principios de no contradicción y de tercero excluido (rompecabezas (3) y (2) respectivamente). Una descripción que no denote hace a la proposición en que aparece sencillamente falsa: la cláusula "Hay un x tal que....." es falsa. Todo ello siempre que se elija una adecuada interpretación del alcance de los cuantificadores²⁹.

Desde un punto de vista ontológico, Russell acaba con los problemas que le generaba su concepción del significado: los significados dejan de ser un modo de ser. La equivalencia lógica que "On Denoting" propone para las descripciones definidas permite obviar ese intermediario ontológico que constituye el modo de ser significado. Y además, la entidad denotada tampoco forma parte de la proposición: la relación de denotación no es una forma de relación de nombre a cosa. Todo ello tuvo consecuencias de mucho alcance.

²⁹ Cuestión que en "On Denoting" aparece en las discusiones sobre ocurrencias primaria y secundaria.

5.4. Consecuencias de "On Denoting"

En esta sección veremos que Russell, en "On Denoting", logra mantener los presupuestos fundamentales que habían motivado *The Principles* solucionando buena parte de los problemas que había generado. La teoría de la denotación de *The Principles* pretendía ajustar la concepción lógica del razonamiento matemático al quehacer matemático efectivo: los sujetos de las proposiciones pueden expresarse de manera distinta a nombrarlos, de tal manera que ciertas proposiciones que parecen tener como sujetos a conceptos, en realidad tienen como sujetos a individuos, aunque estos individuos sean expresados de manera peculiar (las distintas modalidades de la denotación).

Las dificultades que hemos visto (sección 5.2) conducirán a una modificación de la teoría de la denotación que se plasma en "On Denoting". La nueva teoría tiene las siguientes consecuencias. En primer lugar, permite explicar las peculiaridades de las afirmaciones de identidad, de existencia y de aquellas que remiten a entidades ficticias y contradictorias sin introducir entidades exóticas. En esta teoría, en segundo lugar, las descripciones definidas tienen unas nuevas expresiones lógicas equivalentes. En tercer lugar, se introduce la distinción entre familiaridad y descripción que apoya una concepción de lo simple y lo complejo que permite superar las dificultades que, respecto a la forma de darse las proposiciones, aparecían en *The Principles*. Para ello, en cuarto lugar, Russell se ve obligado a deshacerse del significado como modo de ser. Este punto, núcleo de "On Denoting", remite a la eliminación de entidades exóticas pero con la intención primera de la teoría de la denotación de *The Principles*: las proposiciones matemáticas no hablan tanto de conceptos como de individuos. Pero el lugar ontológico de las proposiciones todavía no estaba establecido definitivamente, porque Russell va a seguir insistiendo, como en *The Principles*, en que las proposiciones son átomos ontológicos. Esto permitirá no plantear problemas respecto de que se puede decir que es verdadero o falso (véase 5.1) que sigue siendo la proposición. Veamos todo esto en detalle.

Como ya hemos señalado, desde un punto de vista lógico, la nueva equivalencia lógica para las descripciones definidas solucionaba el rompecabezas de los contextos oblicuos. La proposición "Scott es el autor de *Waverley*" no contiene el constituyente "el autor de *Waverley*" y por ello no hay nada que podamos sustituir por

"Scott", para dar lugar a "Scott es Scott". Lo que tenemos es "uno y sólo un individuo escribió *Waverley* y ese individuo es Scott". De este modo se puede abarcar dentro de la teoría las afirmaciones de identidad: en ellas se establece que dos expresiones se refieren a la misma entidad o que la entidad que tiene tales predicados es la misma que tiene tales otros (el maestro de Platón = el tábano de Atenas) o que la entidad que tiene tal nombre es la misma que aquélla a la que corresponden tales predicados (Scott = el autor de *Waverley*).

Igualmente la teoría permite que no se ataquen los principios de no contradicción y de tercero excluido (rompecabezas (3) y (2) respectivamente) al hablar de entidades imaginarias o contradictorias. Una descripción que no denote hace a la proposición en que aparece sencillamente falsa: la cláusula "Hay un x tal que....." es falsa. Esto nos exime de la necesidad de postular entidades meinongianas como la montaña de oro o el círculo cuadrado que al ser consideradas constituyentes de la proposición se convierte en existentes contra lo que efectivamente decimos. Claro está que el problema que aquí soluciona Russell se plantea porque Russell es pluralista y sigue manteniendo que las proposiciones están constituidas por los átomos del mundo (y a la vez son átomos del mundo - véase más abajo); lo que ahora hace es restringir esta afirmación lo que supone el abandono de un referencialismo estricto (véase también más abajo).

Es precisamente por esto por lo que ciertas proposiciones de existencia se convertían en paradójicas: que el círculo cuadrado no exista es un hecho que, dado los presupuestos de Russell, conduce a suponer que hay algo así como el círculo cuadrado del que, paradójicamente, decimos que no existe. Con la nueva teoría de la denotación, la existencia se expresa mediante una frase denotativa: "Hay algún.....", el cuantificador existencial.

Además Russell ha conseguido expresar todas las frases denotantes en términos de variables cuantificadas y predicados-relaciones. Recordemos que la teoría de la denotación había sido diseñada por Russell para hacer patente que nos podíamos referir a individuos de una manera distinta a nombrándolos y, consiguientemente, que muchas proposiciones tenían un sujeto gramatical que ocultaba el sujeto lógico auténtico, el término de la proposición. Además la teoría de la denotación para Russell incluye no solo la teoría de lo que luego se denominó de las descripciones definidas sino la teoría de la cuantificación. Independientemente de las peculiaridades que la teoría de la variable tuvo en Russell, el hecho es que Russell consigue reducir las

nociones primitivas de su teoría de la denotación en "On Denoting" al eliminar de entre ellas el descriptor definido y ser capaz de expresarlo en términos de predicados-relaciones y variables cuantificadas.

Esto tiene como consecuencia que todas las proposiciones, para Russell, ya no van a tener la estructura sujeto predicado que veíamos en el capítulo 3. Esta estructura la conservan las proposiciones singulares, pero no, evidentemente, el resto. Las proposiciones que, por ejemplo, tienen descripciones definidas, obedecen al patrón que Russell establece en "On Denoting" y que hemos visto en la sección anterior.

Por otra parte, Russell descarta como problemáticos los significados como modos de ser. Dado que para Russell el lenguaje ha de expresar el mundo y dado que los significados, según se demuestra en "On Denoting", conducen a contradicciones, algo que el mundo no puede soportar, los significados no existen. Esto tiene contrapartes semánticas y ontológicas.

Como vimos en 2.1, el concepto de significado es introducido en *An Analysis*: ser significado o tener diversidad de contenido o significado, por un lado, y ser sujeto o poseer ser, por otro, son "aspectos" alternativos para los predicados, de tal modo que la transformación en sujeto de un predicado o al revés, hace que se intercambien esas características. Ya aquí Russell se dió cuenta de la naturaleza difícil del significado tal como había sido articulada en su teoría. Porque el significado para Russell es único, un ámbito que no se puede dividir en átomos; pero a la vez, Russell insistía en que los significados son convertibles en términos. Esta tensión era fruto de la evitación de la paradoja de Bradley: precisamente para evitarla, a la vez que se permitía a los predicados ser términos -para así hacer posible la matematización de la lógica-, se había diseñado esa distinción (véase 2.2, 2.3 y 2.5). En *The Principles* y los artículos sobre Meinong, el problema se volvió a plantear (véase 4.1 y 4.4). Russell pretendió endosar la transformación término-significado a lo que llamó la cualidad de afirmación. Las posibles razones de Russell para este cambio fueron: la ya mencionada tensión entre el holismo del significado y la necesidad de atomizarlo; la necesidad de adjudicar un lugar ontológico al sentido de las relaciones asimétricas; finalmente, los argumentos ligados a las argumentaciones contra las relaciones particularizadas (véase 4.3). Pero esta nueva postura no salvaba la paradoja de Bradley (véase 4.4). En "On Denoting" el peso de dicha paradoja es insoportable (véase 5.2). Así Russell ha de abandonar el significado como modo de ser y restringirlo a una noción lingüística.

Lo dicho tiene más consecuencias. Para llegar a "On Denoting", Russell debió cambiar su teoría sobre las relaciones entre los signos y lo que significan. Hasta "On Denoting", Russell mantiene que a toda expresión le corresponde una entidad. Esto es, en última instancia, todos los signos significan como los nombres. En "On Denoting", las frases denotativas "no tienen significado en sí mismas." (p. 423), no están directamente por una entidad, no significan como los nombres. En "On Denoting", Russell opta por eliminar su referencialismo: la relación uno a uno entre expresiones y cosas. Al eliminar la relación uno a uno entre expresiones y cosas, las descripciones definidas ya no son nombres de un significado (ontológicamente entendido), constituyente de la proposición, el cual, a su vez, denota un término, que es lo que caracteriza a la teoría de *The Principles*. Ahora, en "On Denoting", las descripciones definidas son símbolos incompletos, símbolos que no remiten, por sí mismos, a una entidad. Para que haya esa remisión a una entidad un símbolo incompleto debe formar parte de un todo. En "On Denoting" ese todo es la proposición.

Desde el punto de vista ontológico, la única consecuencia directa sobre las proposiciones de "On Denoting" resulta una vieja conocida: Russell vuelve a estar inerme ante el problema de la unidad de la proposición (véase 4.4). Para comprobarlo comenzaremos recordando la incoherencia de Russell en el tratamiento ontológico de las proposiciones, mencionaremos la teoría sustitucional, para terminar analizando la distinción entre conocimiento por familiarización y conocimiento por descripción que nos llevará a otros aspectos.

En "On Denoting", no se añaden argumentos en contra de que las proposiciones son términos; en efecto, términos compuestos de otros términos (universales e individuos), pero que tienen la suficiente entidad para ser unidades. Es más, son partes del mundo: el mundo está compuesto de términos, y si entre los términos están las proposiciones, las proposiciones son partes del mundo.

Evidentemente esto conlleva una incoherencia que Bradley había señalado: no se puede decir que los universales y los individuos son los átomos del mundo y decir, a la vez, como hace Russell, que también son átomos del mundo los compuestos de universales e individuos, o sea, las proposiciones. Pero tal incoherente posición se sigue de la constante afirmación de Russell de que el análisis no puede descomponer completamente una proposición y su insistencia en considerarlas términos. Sin embargo, Russell nunca hace caso de la objeción bradleyana y "On Denoting" no añade argumentos en contra (véase el capítulo siguiente para más detalles de esta polémica).

Sin embargo, "On Denoting" eliminaba la diferencia de modalidades de ser: ser significado frente a ser término. Y esto afectaba a la proposición también. Recordemos que Russell había mantenido siempre esa distinción para las proposiciones, aunque después de *The Principles* la había modificado (véase 5.1). En las proposiciones, dado lo dicho en "On Denoting", no podía mantenerse la distinción entre su ser como significado y su ser como término. Si cabía hablar del primero había que hacerlo en el sentido habitual: significado lingüístico. Entonces, si para referirme a "César murió" digo "'La muerte de César' tiene un significado complicado" habrá que interpretar la expresión según las nuevas tesis de "On Denoting" para evitar paradojas. Sin embargo, Russell confiaba en que al mencionar una proposición, la estábamos nombrando, con lo que había que mantener el carácter de individuo de las proposiciones: "*Cesar murió* tiene un significado complicado".

Esto está en consonancia con la teoría sustitucional de 1906 presentada en una conferencia titulada "On the Substitutional Theory of Classes and Relations."³⁰ Tanto en ésta como en el artículo del mismo año "On 'Insolubilia' and their Solution by Symbolic Logic"³¹ se insiste en las proposiciones entendidas como hechos que forman parte del mundo³². Las únicas entidades existentes son individuos, entre los que se cuentan las proposiciones tanto verdaderas como falsas, pero no generales³³.

El carácter ontológicamente simple de (al menos ciertas) proposiciones se ve en la distinción epistemológica entre conocimiento por familiaridad y por descripción (pp. 415 y 427)³⁴. Para llegar a ella, el primer paso lo dará en una discusión semántica en el manuscrito "On Meaning and Denotation" de 1903³⁵. Russell se plantea allí (p. 322), en una discusión que califica de no lógica, sino psicológica, que los significados no pueden ser designados, sino siempre denotados, como ya hemos

³⁰ Publicada en Russell 1973, pp. 165-189. Como no se dispone del volumen 5 de *The Collected Papers of Bertrand Russell* que cubre este periodo (1906-1908), no podemos clarificar los últimos entresijos del cambio de opinión de Russell, del que posteriormente renegaría en *Principia*. Podemos, sin embargo, recurrir a lo que hay publicado de ese periodo en Russell 1973; véase el capítulo 7 de este trabajo para mayor abundamiento en este aspecto.

³¹ Publicado como "Les Paradoxes de la Logique" en *Revue de Metaphysique et de Morale* 14, pp. 627-650, traducido al inglés en Russell 1973, "On 'Insolubilia' and their Solution by Symbolic Logic", pp. 190-214.

³² p. 207 de la edición citada.

³³ *Idem*. Éstas son formas de hablar de conjuntos de proposiciones -p. 206.

³⁴ Cappio 1981, pp. 197-198, ha sostenido que Russell no tenía por qué estar comprometido con que los nombres propios eran nombres lógicamente propios en el sentido de datos sensibles incluso en "On Denoting". No obstante, la adopción de esa postura por Russell era necesaria dado su atomismo (platónico -Hylton 1990- o metodológico -Rodríguez Consuegra 1990 a- que se puede observar desde el *Essay* (véase los capítulos 1 y 6 de este trabajo).

³⁵ Russell 1994, ítem 14, pp. 320-324.

visto en "On Denoting". No podemos hablar sobre el significado de, por ejemplo, "el actual primer ministro de Inglaterra" si no es a través de descripciones. Igualmente, si conocemos una proposición de la forma "a difiere de b", es claro que debe haber la entidad "la diferencia de a y b", pero no se puede llegar a esa entidad sino es por tal descripción. Y si inventamos un nombre para una entidad como las de los ejemplos, ese nombre sólo expresará "el significado del complejo tal y tal", donde el complejo es nombrado por la descripción definida correspondiente (p. 322).

Sin embargo, aunque esto es así para ese caso, no se puede extender, dice Russell, a todas las relaciones concretas. Russell señala que "[...] percibimos inmediatamente las semejanzas de colores y podemos juzgar que una semejanza es mayor que otra" (p. 324). Consiguientemente conocemos inmediatamente la relación misma a pesar de que no tengamos un nombre para nombrarla³⁶. De este modo, tenemos cosas, por ejemplo los significados, que sólo podemos conocer a través de significados, y no estamos en contacto directo con ellos (lo cual, dado lo visto, viene a querer decir que, realmente, no existen o son producto de la composición de partes). Pero no todo lo que hay en el mundo se conoce así. Independientemente de que haya nombres o no, está sosteniendo Russell, el hecho es que estamos en contacto directo con ciertos componentes del mundo. Como Russell señala, es claro que estos son los nuevos candidatos a ser conocidos directamente. Tenemos así individuos y proposiciones que conocemos directamente y otros que sólo conocemos mediante descripción. Respecto a estos últimos, Russell no precisa cuales son: sólo podemos decir que al menos las proposiciones cuantificadas (que portan frases denotativas y que son una forma de expresar un conjunto de proposiciones simples), forman parte de esos objetos conocidos por descripción. Pero la teoría sustitucional mantenía la posición paradójica que señalábamos más arriba: no se puede decir que los individuos son los átomos del mundo y decir, a la vez, como hace Russell, que también son átomos del mundo los compuestos de tales individuos, o sea, las proposiciones.

Frente a este problema, semánticamente, la nueva teoría tenía la ventaja de que se mantenía la entidad a la que atribuir la verdad y la falsedad: la proposición. Recordemos que Russell no estaba convencido de atribuir la verdad o la falsedad a entidades lingüísticas por su menor objetividad. Igualmente, la no existencia de las proposiciones falsas entrañaba la existencia de relaciones particularizadas las cuales

tenían consecuencias inaceptables para Russell (véase 5.1). Con la teoría sustitucional esto se evitaba al mantener la existencia de las proposiciones tanto verdaderas como falsas.

Epistemológicamente, la distinción entre conocimiento por descripción y por familiaridad ayudaba a evitar la noción de proposición como concepto complejo (véase 4.1). Ésta era una forma de darse la proposición en la medida que admite que se diga de ella que es verdadera o falsa dentro de otra proposición (es el caso de las atómicas en una molecular), o nos permite distinguir dentro de una proposición sus componentes para aplicar una regla de deducción. Como ya sabemos (véase 3.4) en *The Principles* una proposición está formada por uno o varios sujetos y *una sola* función proposicional. En consecuencia, si Russell quiere poder distinguir dentro de la proposición afirmada ciertas partes para poder aplicar reglas de deducción, esas partes no pueden ser proposiciones afirmadas. Pero tampoco pueden ser términos porque Russell señala que en una conjunción, generalizando, en una proposición molecular, sus atómicas no son términos, sino proposiciones (*The Principles*, §§52 y 59). Russell encuentra un ambiguo término intermedio en el significado: la proposición como concepto complejo. Este recurso desaparece con los significados en "On Denoting", pero la distinción entre conocimiento por descripción y por familiaridad viene en ayuda de Russell. Hay unas proposiciones atómicas que son epistemológicamente primitivas (se conocen por familiaridad). El resto se construye lingüísticamente (son moleculares y se conocen por descripción) y eso permite hacer distinciones dentro de la función proposicional de una proposición (molecular).

Si combinamos esto con las posibilidades que ofrecen los recursos de "On Denoting" de eliminar del catálogo ontológico todo aquello que es conocido meramente por descripción, mediante una descripción definida, es evidente la reducción de la ontología de Russell que se produce. Hasta tal punto que ya no depende de su expresión lingüística el que algo sea una entidad o no: desaparece el referencialismo; el que algo sea una auténtica entidad dependerá de que se quiera considerar que algo se conoce por familiaridad y no por descripción, lo cual es algo que no depende más que de la opción filosófica que se quiera asumir (véase el capítulo 6).

En cuanto a la unidad de las proposiciones Russell palia el problema de diferenciar las proposiciones del resto de conjuntos de términos. Las proposiciones

³⁶ Esto constituye un argumento contra la tesis de que las proposiciones falsas no tienen denotación (p.



atómicas son unidades genuinas, que se conocen por familiaridad: son intuitivamente unidades frente a, por ejemplo, las clases que son, por la misma razón, una variedad de términos; dado que los complejos de significado han desaparecido el problema ya no se plantea respecto a estos. Pero sigue sin ser explicado por qué un término, Sócrates, por ejemplo, es una entidad independiente y, a la vez, forma parte (suponiendo que fuese una entidad genuina) de una proposición atómica como "Sócrates atrajo a Platón". Ya vimos que en *The Principles* la proposición es un término complejo, en el que las relaciones (y los predicados) se transforman de una manera peculiar: pasan a ser relaciones relacionantes (y predicados como tales). Antes de *The Principles* había una postura análoga. Pero si antes de esta obra debía interpretarse como la posibilidad de los universales (predicados y relaciones) de cambiar de modo de ser, de ser término a ser significado, en *The Principles* esa unidad viene dada por la relación de afirmación. Posteriormente, Russell da por fracasado ese intento porque conduce a la paradoja de Bradley y parece volver a los universales, a los significados (como modo de ser), como fuente de unidad de la proposición. Pero el significado, como modo de ser, tampoco podía ser utilizado por la misma razón, según mostraba "On Denoting" (véase 5.2). Así pues de nuevo se planteaba el problema de la unidad de las proposiciones. Evidentemente Russell no desesperaba de hallar la solución confiando en que se puede nombrar las proposiciones.

Lo que aquí tenemos es un continuo movimiento de péndulo que está originado en la paradoja de Bradley. Si no se quiere caer en la paradoja de Bradley hay que postular algo que tenga esa consistencia plástica del significado: es un todo, pero se puede trocear sin perder nada y, además, puede abrazar, como la plastelina puede rodear las canicas, otros términos, otras cosas. Pero el significado tiene una ontología tan problemática que cada vez que a Russell no le queda más remedio que agarrarse a él como un clavo ardiendo, termina quemándose.

En conclusión, Russell logra con "On Denoting" una teoría de la denotación que permite explicar las peculiaridades de las afirmaciones de identidad, de existencia y de aquellas que remiten a entidades ficticias y contradictorias. En esta teoría, el descriptor definido es expresado lógicamente en términos de predicados-relaciones y variables cuantificadas. La distinción entre familiaridad y descripción apoya una concepción de lo simple y lo complejo que permite superar las dificultades

324), pero en el contexto de una teoría distinta de la de "On Denoting".

que, respecto a la forma de darse las proposiciones, aparecían en *The Principles*. Para ello Russell se ve obligado a deshacerse del significado como modo de ser. Pero el lugar ontológico de las proposiciones todavía no estaba establecido definitivamente, porque Russell seguía insistiendo, como en *The Principles*, que las proposiciones son átomos ontológicos. Esto permitía no plantear problemas respecto al portador del valor de verdad. Pero se mantenía la vigencia de la paradoja de Bradley.

Capítulo 6

BRADLEY vs. RUSSELL

A lo largo de los anteriores capítulos, hemos observado cómo Russell se inicia en la filosofía neohegeliana de Bradley y puntualmente hemos visto surgir la paradoja de Bradley en distintos momentos. En los textos de Russell, la presencia de Bradley está permanentemente sometida a la crítica y al rechazo. Y Russell nunca reconoce explícitamente las objeciones de Bradley como tales. En los textos de Russell, Bradley parece ser una lejana antigüedad. Pero esta imagen es errónea. Porque las críticas de Bradley persiguieron a la filosofía de Russell y no de manera externa sino en sus propios cimientos, en su coherencia interna. Se hace necesario, por tanto, recoger todos los argumentos que hemos ido desgranando para establecer en su justa medida la importancia de dichas críticas. Lo veremos en la sección 6.3.

Allí, revisaremos la presencia de la paradoja de Bradley en la filosofía de Russell hasta "On Denoting", dejando para el próximo capítulo la presencia de la paradoja después de 1905. Veremos cómo ya en 1898, Russell conoce la paradoja de Bradley y, pese a saber que la concepción externa de las relaciones lleva a ella, adopta esa concepción, aunque con cierta inquietud. A partir de aquí, la paradoja está presente en *The Principles*, donde ensaya una solución que permanecerá hasta "On Denoting". En efecto, podremos comprobar cómo Russell se mantuvo, hasta ese momento, fiel a la idea de que la solución de la paradoja de Bradley en el contexto de su filosofía tenía su solución en la distinción entre el modo de ser como significado y como término en las proposiciones. "On Denoting" hará manifiesto que esta postura es imposible. Sin embargo, habrá que esperar hasta 1913 para que Russell intente una nueva solución. Para estudiarla habrá que esperar al próximo capítulo.

Previamente, en la sección 6.1, veremos la teoría del juicio de Bradley para luego (en la sección 6.2) analizar las interacciones entre las filosofías de Bradley y Russell, lo cual, aunque nos llevará a textos posteriores a "On Denoting" nos mantendrá en el mismo planteamiento. Comprobaremos cómo Russell malinterpretó a Bradley; recordaremos que aunque Russell rechazó en su *Leibniz* la forma sujeto-predicado, la retomará en *The Principles* y lo hará desligando esa forma de la doctrina de la sustancia y el atributo, algo en lo que Bradley se le había adelantado. Veremos que Bradley nunca

rechazó la forma sujeto-predicado sino diversas interpretaciones de esta posición. La correspondencia pondrá en claro cómo se articula en el contexto de la filosofía de ambos autores la cuestión de las relaciones, la identidad y la verdad, así como el fundamento último de su discrepancia: la creencia de Russell en las consecuencias ontológicas absolutas de las teorías lógicas y matemáticas.

6.1. La concepción del juicio en la filosofía de Bradley

Para Bradley un "Juicio es el acto que refiere un contenido ideal (reconocido como tal) a una realidad más allá del acto."¹ En el juicio se aísla una parte de la realidad y se identifica como la instancia de una idea. Al decir "Sócrates es sabio" circunscribimos la parte de realidad llamada Sócrates y ésta queda como instancia de "ser sabio".

Respecto a la concepción del juicio de Bradley, el supuesto ataque de Bradley contra la forma sujeto-predicado es un lugar común en la literatura sobre este autor y que permite introducirnos en ella. Así, Wollheim, en su monografía clásica sobre Bradley, sostiene que éste critica el punto de vista tradicional sujeto-predicado de los juicios. Según Wollheim, Bradley argumenta así:

(.) En una predicación afirmamos, digamos, que A es B. Entonces:

(1) Todos los juicios sujeto-predicado son juicios de identidad.

(2) Todos los juicios de identidad son tautologías.

(3) Todas las tautologías son falsas.

(..) Por tanto, si queremos sostener que los juicios son verdaderos y que tienen la forma sujeto-predicado, debemos afirmar que sujeto y predicado forma un adjetivo y este adjetivo es un predicado de la realidad completa, la cual es el sujeto metafísico de cualquier juicio².

De acuerdo con Allard y Griffin esta reconstrucción es errónea³. Así, sobre (1) "Todos los juicios sujeto-predicado son juicios de identidad", Wollheim admite que Bradley nunca afirma esto explícitamente pero cree encontrar soporte contextual para

¹ Bradley 1883 (a veces nos referiremos a esta obra como PL), Bk I, Ch I, p. 10.

² Wollheim 1959, pp. 73-89. Cf. Allard 1986, p. 28 y Griffin 1983, pp. 200-201.

³ Allard 1986, p. 27 y Griffin 1983, p. 214 *ad finem*.

ello⁴, cuando en realidad no hay ninguno. De hecho hay un texto donde Bradley establece que los juicios de identidad son un tipo de juicios junto a otros. "A es B" puede significar: inclusión, identidad o pertenencia al significado de un sujeto⁵. Pero esto, sostiene Bradley, no da la esencia del juicio. Y cuando Bradley habla de la identidad, se refiere a ella de una manera peculiar. Según Bradley⁶, en cualquier juicio, afirmamos, directamente, la conexión de varios atributos con una referencia indirecta a un sujeto idéntico, o afirmamos directamente la identidad del sujeto con la implicación de diferentes atributos. Cada juicio⁷ involucra ambos aspectos –la conexión de las diferencias y la identidad del sujeto- pero podemos enfatizar un aspecto u otro. En el primer caso, leemos el juicio en intensión, y en el segundo en extensión. Cada juicio tiene un sujeto idéntico, esto es, el fundamento del juicio, pero este sujeto puede afirmarse indirectamente (intensión) o directamente (extensión)⁸.

Aunque Wollheim erró en su reconstrucción, Griffin ha intentado algo parecido⁹. Él resume el argumento así:

La conclusión que Bradley buscaba derivar es que todos los juicios sujeto-predicado sobre parte de lo dado eran falsos. Para derivar de ellos un juicio verdadero, uno tiene que añadir que son verdaderos sólo con la condición de que el resto de lo que está dado es así y así. Así los juicios verdaderos sobre lo dado no son categóricos sino condicionales. Pero ya que lo dado se supone que no es separable de lo no dado, podemos obtener conclusiones más amplias. Cualquier juicio no puede ser verdadero y de la forma sujeto-predicado, ya que sea lo que sea a lo que el sujeto refiera está inseparable conectado con el resto de la realidad, y el juicio es verdadero sólo con la condición de que el resto de la realidad sea tomado en cuenta. Parece, que no tenemos un argumento contra el juicio sujeto-predicado en el que la expresión del sujeto se refiere al todo de la realidad.....

⁴ Wollheim 1959, pp.73 y 74.

⁵ Bradley 1883, Bk I, Ch I, §16. Véase Allard 1986, p. 33 y Griffin 1983, pp. 201-207.

⁶ Bradley 1883, BK I, Ch V, §12.

⁷ *Ibid.*, §11.

⁸ Respecto a (2) "Todos los juicios verdaderos de identidad son tautologías." Estamos ante una cuestión disputada que además nos aleja de nuestro objetivo. Sólo diremos que Griffin (1983, pp. 207-208) puntualiza, contra Wollheim, que Bradley rechaza el punto de vista de que las identidades son tautologías (PL, Bk I, Ch V, §§1 y 2), pero Rodríguez Consuegra (1991b, pp. 158 y 170-171) sigue a Wollheim. Respecto a (3) "Todas las tautologías son falsas" Bradley no mantiene que los juicios no sean en ningún sentido verdaderos, sino que sostiene que, si tomamos un juicio como afirmando la existencia de su contenido como un hecho dado, no tenemos garantías de que esto sea así. La falsedad ocurre cuando una fracción de la verdad se usa para cualificar al todo. Profundizaremos en este aspecto un poco más abajo. Podemos adelantar que lo que Bradley sostiene es que los juicios son falsos si se toman unilateralmente como verdades absolutas.

⁹ Griffin 1983, pp. 214-221. Nota pp. 217-218.

Hasta aquí tenemos afirmaciones correctas sobre Bradley que ampliaremos más abajo, pero Griffin continúa intentando probar que Bradley sostiene que, cuando el sujeto es lo Absoluto, los juicios sujeto-predicado son falsos. Esto, si no completamente falso, no es adecuado: sería un argumento contra todo juicio. Pero dicho argumento no se encuentra en Bradley.

Allard ha puntualizado, por su parte, que no hay sólo un argumento contra las proposiciones sujeto-predicado, sino varios, conectados con distintos tipos de proposiciones¹⁰.

En el capítulo 3 de su libro sobre la metafísica de Bradley¹¹, Mander sostiene que hay cuatro argumentos bradleyanos contra los juicios sujeto-predicado. El primero: "Para él [Bradley], la unidad básica de significado es el juicio concreto, que no puede pensarse como roto en contenido proposicional y actitud." Cuando negamos, dudamos o preguntamos, la forma sujeto-predicado no está presente¹². Segundo argumento¹³: Bradley rechaza que "A es B" sólo signifique inclusión, identidad o pertenencia al significado de un sujeto. El tercer argumento¹⁴: "En términos simbólicos [Bradley sostiene que] el juicio completo es homogéneo y una idea, o al menos que cualquier división en su seno es arbitraria. Así pretende que lo que existe ante la mente es una idea, no un complejo sujeto-predicado"¹⁵, y esta idea se predica de la realidad. El cuarto argumento¹⁶ es contra determinado punto de vista sobre el juicio, personalizado en Herbart, según el cual el juicio es una combinación de ideas que son como la contraparte mental de la realidad. Esto merecerá un mayor comentario inmediatamente.

En efecto, las pruebas textuales apunta a que Wollheim está equivocado en su reconstrucción del argumento de Bradley. Sin embargo, no lo está en la conclusión, por lo menos completamente. Bradley no rechaza los juicios sujeto-predicado, como sostienen Griffin, Allard o Mander, sino que ataca la idea de que haya algún juicio cuyo sujeto sea la realidad desnuda. No hay juicios categóricos, si un juicio categórico es un juicio que afirma o niega un hecho¹⁷ y un hecho se interpreta como una copia o reflejo de la realidad¹⁸. Este es el cuarto supuesto argumento de Mander, que ocupa buena

¹⁰ Allard 1986, p. 38.

¹¹ Mander 1994.

¹² *Ibid.*, pp. 62-63.

¹³ *Ibid.*, pp. 63-65.

¹⁴ *Ibid.*, pp. 65-69.

¹⁵ *Ibid.*, p. 68 *ad finem*.

¹⁶ *Ibid.*, pp. 69 y ss.

¹⁷ Bradley 1883, Bk I, Ch II, §3.

¹⁸ *Ibid.*, 6.

parte del capítulo II de *The Principles of Logic*, y que es la fuente de la pretendida evidencia textual para Griffin. Pero no es un argumento contra los juicios sujeto-predicado. El segundo argumento de Mander rechaza algunas concepciones de los juicios sujeto-predicado como la esencia de los juicios que tienen esa forma, pero no ella misma¹⁹. El tercer argumento de Mander implica que si queremos mantener la afirmación de que hay juicios verdaderos con la estructura sujeto-predicado, debemos suponer que el sujeto y el predicado forman un adjetivo que se predica de toda la realidad. Pero no hay aquí un argumento contra los juicios sujeto-predicado, sino un rechazo contra una determinada interpretación de este punto de vista, que se conecta con el cuarto argumento de Mander y que tampoco es contra los juicios sujeto-predicado, sino contra los juicios categóricos.

En efecto, en el capítulo II de *The Principles of Logic*, Bradley sostiene que un juicio categórico es un juicio que establece que un hecho se afirma o niega (§3)²⁰. Y ya que ningún juicio puede hacer esto, todo juicio es hipotético (§3). Bradley comienza mencionando a Herbart, quien se equivoca cuando acepta que los juicios son sobre cosas: Herbart sostiene que tenemos una unión o síntesis de ideas en la mente y esta conjunción expresa una conjunción similar de hechos fuera de la mente. Verdad y hecho son lo mismo, pero en distintas esferas. Bradley objeta que si un juicio es una unión de ideas y la verdad sólo puede encontrarse en los juicios, ¿cómo se relacionan realidades e ideas? El hecho es individual, sustancial, autoexistente; la idea, universal, adjetiva y simbólica (§3), esto es, que la realidad y la verdad son distintas (§§ 4-5). Por tanto, los hechos no pueden ser reflejados como un espejo en nuestra mente. Además, en ese caso, habría hechos negativos, hechos hipotéticos o hechos disyuntivos (§6), lo cual Bradley no acepta.

Bradley sostiene que los juicios sujeto-predicado son insuficientes, pero no rechaza este punto de vista de la proposición²¹: rechaza interpretaciones concretas de este punto de vista, como ha rechazado en el capítulo I otras interpretaciones, como que la estructura sujeto-predicado signifique exclusivamente inclusión, identidad o pertenecer al significado de un sujeto²². En el capítulo II, lo que está rechazando es que haya juicios categóricos, juicios que, según su definición, contengan o reflejen la realidad sin intermediarios.

¹⁹ *Ibid.*, §16.

²⁰ Bradley 1883, Bk I, Ch II, mientras no se diga lo contrario.

²¹ *Ibid.* p, 163.

Para ello, en el resto de dicho capítulo II, Bradley parte de una clasificación de los juicios. Bradley comienza por los juicios singulares y, de entre ellos, los que él llama juicios singulares analíticos que "hacen una afirmación sobre lo que ahora se percibe, siente, o sobre alguna parte de ello y, simplemente, es analizado" (§7). Estos juicios serían los más cercanos a los hechos.

En tales juicios, cuando se dice "Fuego" o "Llueve", "ciertamente se está juzgando sin ningún otro sujeto que el todo sensible presente" (§15, I, A, a). En otras preferencias lingüísticas podemos decir, por ejemplo, "corre" cuando nos referimos a un lobo que vemos. "Puede decirse, sin duda, que el sujeto está elíptico, pero esto sería un mero prejuicio lingüístico. El sujeto genuino no es una idea, elíptica o expresa, sino su presentación sensible inmediata." (*Ibid.*, b). En estos juicios, cuando el sujeto está expreso "El contenido ideal [el significado] del predicado está aquí referido a otra idea [a otro signo], que está como sujeto. Pero, en este caso, como antes, el sujeto último no es una idea [signo], sino lo real en su presentación. Es a éste a lo que se atribuye el contenido de ambas ideas, con su relación" (§15, B). En resumen, en los juicios más cercanos a los hechos, los singulares analíticos, una parte del entorno real presente es el sujeto auténtico del que se afirma un todo complejo de ideas. Si decimos que este pájaro es amarillo:

no es la idea desnuda, simbolizada por "este pájaro", de la que afirmamos el predicado. Es el hecho, distinguido y cualificado por "este pájaro", a lo que se atribuye realmente el adjetivo "amarillo". El sujeto genuino es la cosa como percibida, el contenido de la cual ha sido dividido por nuestro análisis en "este pájaro" y "amarillo", y del que predicamos indirectamente esos elementos ideales en su unión (§16).

Tras lo dicho en la cita anterior, Bradley afirma lapidariamente, "Si niegas esto, entonces muéstrame donde trazas la línea, y en qué punto de la escala de juicios la idea toma contacto con el hecho sensible y se convierte en sujeto verdadero" (*idem.*).

Esta explicación es válida para todo juicio singular. Todo juicio singular tiene una parte que circunscribe y simboliza una parte de la realidad, pero especificándola mediante un contenido ideal (un significado) del que afirmamos alguna idea o predicado. No hay hechos desnudos, sino que el sujeto real es la realidad de la que afirmamos algo. El caso de los nombres lógicamente propios justifica esto claramente. Bradley rechaza que haya nombres lógicamente propios en el sentido de

²² Bradley 1883, Bk I, Ch I, §16..

Russell. Los nombres propios tienen connotación, intensión: un nombre propio es un signo que significa un individuo que permanece y es reidentificable a través del tiempo y del espacio. Entonces un nombre propio significa un significado universal. "Si dices tal cosa como "esto" y "aquí", es meramente el equivalente ideal de apuntar, entonces *tiene* un significado, pero desafortunadamente ese significado es un universal impreciso. Porque todo y nada es "esto" y "aquí" ". Y "Tú puedes no tener ni idea de lo que connota "William", pero, si es así, difícilmente puedes saber por lo que está." (§17).

Bradley añade que el tiempo y el espacio no son principios de individuación:

no hay nada en la idea de una serie para sostener que no puede haber cualquier número de series, internamente indistinguibles de la primera. [...] y es ocioso decir "mi" [serie], porque es sólo en *mi* elemento que lo tuyo y lo mío se encuentran. Fuera de ello son indiferentes, y la expresión "mi" no distinguirá un mundo de otro (§21).

Es único lo que está dado: "Es por la referencia de nuestra serie a lo real, como aparece directamente en este punto de contacto, o indirectamente en el elemento continuo con este punto, que estas series se convierten en exclusivas" (§22). En consecuencia, para Bradley no es posible mediante ningún método intelectual dar cuenta de la individualidad, de la particularidad (ampliaremos esto unos párrafos más abajo) y, consiguientemente nunca podemos decir que estamos ante las cosas verdaderas.

Como consecuencia, lo que interesa destacar ahora es que los juicios singulares, los supuestamente más cercanos a los hechos, no pueden reflejar la realidad como un espejo, según Bradley. Como lo expresa en el §61, los juicios singulares analíticos son falsos en la medida en que se quedan cortos respecto de los hechos. "Y es precisamente este quedarse corto, y poner una parte como si fuese el todo, lo que hace la falsedad del juicio [singular] analítico." Y en el §67:

Ahora no estoy recomendando que el juicio [singular] analítico no sea, en ningún sentido, verdadero. Estoy diciendo que, si lo tomas como afirmando la existencia de su contenido como un hecho dado, tu procedimiento no está garantizado. Y pregunto ¿con base en qué principio pretendes el derecho de seleccionar lo que deseas del todo presentado y tratar ese fragmento como una cualidad real? [...] Una parte de la verdad, aquí como en todas partes, se convierte en falsedad completa, porque se usa para calificar el todo.

Por esta razón, los juicios no son falsos sino falsos y categóricos o, por el contrario, condicionados y, consistentemente, no categóricos. Dice Bradley: "Afirmar de la presentación particular, debe siempre suponer un contenido más allá, el cual cae fuera de la fracción que afirma" (§68). En el §71, Bradley considera una objeción: "Admitido que en la serie de los fenómenos todo elemento es relativo al resto y es a causa de algo más, el juicio puede ser categórico. El algo más, aunque no podemos traerlo al juicio, aunque no podamos nunca conocerlo y realizarlo en el pensamiento, es, después de todo, hecho." Dado que el "a causa de" es un fundamento real, entonces el juicio es verdadero y categórico. Bradley contraargumenta que el "a causa de" no se puede realizar. Bradley dice, en un argumento kantiano, que la condición de "a causa de" es que todo existe, que tenemos toda condición del espacio y el tiempo, lo cual es imposible (§75).

Bradley insiste (§§ 73-74) en que su posición no significa que la mente distorsione la realidad. "La realidad está dada y está presente a los sentidos; pero no se puede, [...], convertir esta proposición, y decir que cualquier cosa presente y dada es, como tal, real. Lo presente no es meramente la sección de los fenómenos en el espacio y el tiempo que se nos manifiesta. No es simplemente lo mismo con su apariencia" (§74).

Bradley sostiene que sólo conocemos juzgando y que cuando juzgamos estamos en presencia de las apariencias. Esto no significa que "[...] la cosa siempre sea una apariencia. Queremos decir que su carácter es tal que se convierte en una, tan pronto la juzgamos. Y este carácter, lo hemos visto a través de nuestro trabajo, es la idealidad. La apariencia consiste en la desconexión del contenido de la existencia; y, a causa de este auto-extrañamiento, todo aspecto finito se llama apariencia. Y hemos encontrado que en cualquier lugar del mundo tal idealidad prevalece" (p. 430)²³. Contenido (significado) y existencia son los efectos de una distinción no de una división: "Si tomamos cualquier cosa considerada real, no importa lo que sea, encontraremos en ella dos aspectos. Siempre hay dos cosas que decir sobre ella; y, si no podemos decir las dos, no tenemos realidad. Hay un "que" y un "qué", una existencia y un contenido, y los dos son inseparables" (p. 143).

En *The Principles of Logic*, la existencia había sido caracterizada por ser "esto": la particularidad (véase el §23). La particularidad es el carácter de no poder agotar sus aspectos o cualidades. La particularidad involucra ser representado en una

²³ A partir de ahora las citas de páginas son de Bradley 1893.

serie; pero esto no agota la particularidad. Un particular está en una serie externamente exclusiva y ello sólo ocurre cuando esa serie es la sola realidad (recuérdese lo dicho más arriba al respecto). La existencia es la apariencia de ese fondo permanente que nuestras ideas o predicados nunca agota: lo Absoluto, la Realidad. Un particular no es el todo de la realidad: las apariencias son reales, pero no son toda la realidad. Entonces la distinción entre contenido y existencia aparece como el fundamento de lo que siempre es en la forma del pensamiento, como significado, como contenido, como signo, como símbolo, como relación, en una palabra, como apariencia²⁴.

Bradley sostiene que ser apariencia, en el sentido ya visto un poco más arriba, es un ser en el pensamiento, donde pensamiento no es nada subjetivo, pues debe interpretarse en el sentido de lenguaje. El pensamiento trabaja con ideas. Una idea es, lógicamente, un símbolo. En los símbolos, Bradley distingue entre lo que significan y aquello por lo que están. Lo primero son esos atributo por los que reconocemos lo segundo: es lo intensional, lo universal, lo ideal, lo cualitativo, lo simbólico. Lo segundo es lo real, lo particular, lo extensional y remite a lo que hace verdadero al significado²⁵.

La intensión puede ser extensión, la intensión puede ser referida. Primero porque una idea es siempre un hecho y un símbolo²⁶. Segundo, porque la extensión refiere, en última instancia, a lo real, pero puede significar directamente: a) cualquier otra idea más concreta que contenga la intensión (por ejemplo, si tenemos caballo, caballo de raza), o b) cualquier individual del que se puede predicar la intensión (este caballo)²⁷.

Por tanto, en Bradley una apariencia (un símbolo, idea, etc.) está, en última instancia, por la realidad.

En tanto en cuanto el contenido está por algo otro que su propio significado, en tanto en cuanto lo que existe realmente es más o menos de lo que esencialmente debe implicar, en esa medida estamos relacionados con mera apariencia y no con genuina realidad. Y hemos encontrado que prevalece esa discrepancia de aspectos en toda región. El ser interno de todo lo finito depende de lo que está mas allá de ello (pp. 403-404).

²⁴ Bradley 1883, Bk I, Ch I, §§1, 2, 3, 9 y 10. Bradley 1893, p. 148.

²⁵ Bradley 1883, Bk I, Ch VI, §§1 y 2 y Ch I, §22.

²⁶ Bradley 1893, p. 166; Bradley 1883, Bk I, Ch I, §§1-9.

²⁷ Bradley 1883, Bk I, Ch VI, §1.

Las apariencias son, pues, el resultado de predicar un significado (o idea, símbolo, apariencia etc., palabras equivalentes para Bradley, siempre entendidas en sentido objetivo) de la realidad. Es decir, en un juicio identificamos un significado concreto o contenido concreto con el contenido de la cosa: nosotros no estamos ante las cosas en sí mismas, sino siempre ante cosas entendidas, esto es, ante cosas que son tal o cual. Así al enjuiciar se compara el significado de la cosa, su estar identificada como tal cosa, con otro significado, se compara una apariencia (la de la cosa) con otra, y el resultado es también apariencia, es decir, relatividad (pp. 160 y 146). Por esa razón no hay juicios categóricos: no hay juicios que reflejen la realidad desnuda como en un espejo.

Bradley insiste en que todo es experiencia, incluyendo el significado. Esa es la única caracterización del significado. Hablar de las apariencias (contenidos, símbolos, relaciones, etc.) es tanto como hablar de significados. De hecho Bradley afirma: "La realidad, en resumen, significa aquello por lo que está, y está por aquello que significa." (p. 198). La realidad significaría despojarse de símbolos, apariencias, significados; pero esto es imposible para nosotros: siempre estamos en la presencia de apariencias. Las apariencias remiten al todo que nunca se presenta a sí mismo - es una X- pero siempre aparece como significado. Y esto significa relación, idealidad es relatividad: "La forma relacional es un compromiso en el que está el pensamiento" (p. 159). Las apariencias son significado porque son siempre incompletas, siempre remiten a otra cosa. Esto es ser significado: ser incompleto, relativo. Toda apariencia remite, por otra parte, a su existencia, lo Absoluto, la Realidad, lo Otro, que no puede ser pensado completamente. Por otra parte, las apariencias, por su contenido, remiten a otras apariencias, al sistema ideal de apariencias, que, sin embargo, nunca abarcará el todo de la Realidad Absoluta.

Bradley comparte así la concepción originada en el idealismo alemán del juicio como síntesis de representaciones. Desde el punto de vista del idealismo alemán, al enjuiciar no se conectan conceptos y mucho menos la cosa en sí con conceptos, lo que se conecta son representaciones. Las representaciones son el material del juicio, las cualificaciones que recibe la realidad. La conexión entre representaciones es lo que se denomina síntesis: una representación de que la cosa es tal o cual y otra en la que se dice algo de la cosa. Enjuiciar, tanto para el idealismo como para Bradley, nos mantiene siempre dentro de las representaciones, de los significados y los conceptos, si queremos, pero no significados o conceptos en el sentido subjetivo, algo dentro de mi

cabeza, sino en el sentido objetivo, público. *Nuestro* conocimiento no maneja las cosas en sí mismas sino representaciones, aunque sean empíricas: así, "esto", dicho mientras señalo algo a alguien, nos remite a algo tangible, objetivo, pero ni siquiera en un caso tan aparentemente desprovisto de conceptos, de aspectos inteligibles, abandonamos un marco compartido de conceptos, de significados, de lenguaje. De tal modo que la cosa señalada sólo es para nosotros a través de lo que entendemos de ella, esto es, de los conceptos compartidos que le aplicamos o, si queremos, del lenguaje con el que hablamos de ella.

Así pues, Bradley afirma que ningún juicio es categórico sino hipotético o condicional en el sentido de que el juicio es incompleto y lo completa lo Otro (*todos* nuestros conceptos o todo el lenguaje). Y, por tanto, no hay juicios categóricos, si estos se conciben como afirmando o negando un desnudo: los juicios nunca muestran una realidad desnuda. Ese es el sentido auténtico de los argumentos que se suelen atribuir a la intención de destruir la forma sujeto-predicado para los juicios y que, además, difiere radicalmente del enfoque de Russell, como vamos a ver ahora.

6.2. Las relaciones de las teorías del juicio y la proposición en las filosofías de Russell y Bradley.

Las teorías del juicio y la proposición de Bradley y Russell se encontraron por primera vez en la primera obra publicada de Russell *An Essay on Foundations of Geometry* (1897). Allí (§189) Russell afirma compartir con Bradley que el juicio combina partes en un todo y analiza un todo en partes. Esto, en ningún caso, puede calificarse de concepción bradleyana. Por lo que ya hemos visto en 6.1, Russell erraba en su caracterización del juicio en Bradley. Pero este error todavía no merecería el comentario de Bradley, porque seguramente nunca conoció el texto y habría que esperar a la publicación del *Leibniz* de Russell en 1900 para que éste fuese objeto de la atención de Bradley.

Aunque la primera carta de Bradley a Russell se ha perdido, sabemos de su existencia por la respuesta de Russell (16-11-1900; carta 1²⁸). En el primer párrafo de la carta de Russell, éste reconoce que no había estado muy acertado, aunque reitera sus discrepancias fundamentales. Entre otras cosas, Russell se preguntaba, en su *Leibniz* (en

el contexto de su puesta en cuestión de Bradley), si cabe aplicar universalmente la forma sujeto-predicado²⁹. Esto es importante porque, como ya sabemos, Russell volverá a esta posición en *The Principles*. Lo que ocurre es que, como también sabemos, Russell desligará ese esquema de la doctrina de la sustancia-atributo (véase 2.4 y 3.4).

Lo interesante es que Russell no es original en esto. Rieber ha señalado correctamente que en la primera parte de *Appearance and Reality* Bradley sostiene que "una teoría que concibe la realidad como dividida en lo particular y lo general debe ser capaz de *explicar* la inherencia de propiedades en los objetos que cualifican", pero "con una teoría que divide la realidad en lo particular y lo general, el problema de explicar la inherencia de propiedades lógicamente independientes en objetos lógicamente independientes no tiene una solución sostenible"³⁰. El objetivo central de Bradley es la crítica de las teorías existentes sobre (hablando con el vocabulario de Russell) relaciones y términos³¹, y, en general, teorías del juicio; y en concreto, para Bradley, la relación de predicación no se puede interpretar como inherencia sino que cuando hacemos un juicio

el juicio refiere más allá de él porque se aplica la verdad al contenido. Pero también debe formar parte del enjuiciar reconocer que la realidad es cualificada *aparte del acto* y que el juicio, si es verdadero, es solo verdadero *de* la realidad, y no confiere cualidades a la realidad³².

Russell sólo aceptó esta última parte de la lección bradleyana: cuando se afirma un predicado de un sujeto, no debo concebir esa relación como si estableciera la inherencia de un atributo en una sustancia. Russell debió seguir el consejo de Bradley (lo que se deduce de la primera carta de Russell a Bradley; carta 1) de que se leyera *Appearance and Reality*.

²⁸ Para facilitar las citas, las cartas se citan por su número de orden según el listado del Apéndice del final de este capítulo.

²⁹ En su *Leibniz* (Russell 1900), Russell cita por primera vez a Bradley en el §10 para señalar que, para éste, "toda proposición adscribe un predicado a la Realidad, como el único último sujeto." Y se pregunta si la forma sujeto-predicado es universal. La siguiente referencia se encuentra en el §22 (nota), donde insiste en la misma cuestión señalando que la Realidad bradleyana será una sustancia sin significado. En los §§ 23 y 25, Russell señala que Bradley sostiene que toda diversidad es de contenido (lo cual se convierte en un argumento contra el pluralismo, pluralismo que Russell defiende). Finalmente, la última referencia se realiza en el §110, donde Russell señala que Bradley realiza un argumento para demostrar que la existencia de algo es metafísicamente necesaria en *The Principles of Logic*, Bk I, Ch. II-IV.

³⁰ Rieber 1997, p. 115.

³¹ *Ibid.*, p. 119.

³² *Ibid.*, pp. 122-123.

Por contra, se ha querido ver en Bradley una especie de antecedente de Russell en el rechazo de la forma sujeto-predicado. Ya hemos visto en la anterior sección que Bradley nunca argumentó contra la forma sujeto-predicado sino contra interpretaciones de esa forma. Por otra parte, como vimos en el capítulo 3, Russell volvió a sostener la estructura sujeto predicado para las proposiciones desde el punto de vista de la estructura lógica, después de haber sostenido lo contrario en su *Leibniz*.

Además, Stock³³ ha argumentado correctamente que Russell y Bradley estaban de acuerdo en que había una experiencia inmediata de la realidad anterior a su conocimiento en el juicio, la cual se presentaba como sujeto lógico del juicio. Sin embargo, hay una diferencia fundamental: Bradley se negará a establecer una distinción entre juicios que nos ponen en contacto directo con la realidad y los que no, posición que, sin embargo, Russell asentó definitivamente en "On Denoting" al distinguir entre conocimiento por descripción y familiaridad. Para Bradley toda relación cognitiva con la realidad exige la mediación del pensamiento (o lenguaje), la experiencia inmediata nunca es conocimiento a diferencia de lo que ocurre para Russell³⁴. Es lo que Bradley expresa diciendo que no hay juicios categóricos.

Rodríguez Consuegra³⁵ ha afirmado que Bradley sostuvo, antes que Moore y Russell, que el juicio ha de interpretarse como una unión de conceptos. Moore en "The Nature of Judgment"³⁶ de 1899, como ya vimos en el capítulo 2, sostiene que un juicio, una proposición como prefiere decir Moore, es una combinación necesaria de conceptos. Y para Moore, lo que habitualmente se describe como lo más sustantivo no es más que una colección de conceptos: el mundo es una colección de conceptos, y cuando se dice que algo existe, la colección de conceptos que forma ese algo tiene también el concepto de existencia.

Sin embargo, de lo dicho en la primera sección de este capítulo, se desprende que hay que precisar la antedicha tesis de Rodríguez Consuegra, porque los conceptos forman la realidad para Moore y, para Bradley, las apariencias brotan de la realidad pero no se identifican con ella. En Bradley, como hemos visto, el juicio no nos pone delante de la realidad en sí misma, sino ante apariencias. Las apariencias, por su contenido, remiten a otras apariencias, al sistema ideal de apariencias, que, sin embargo, nunca abarcará el todo de la Realidad Absoluta. Es en este sentido en el que

³³ Stock 1972. Esto exige matizar las afirmaciones de Rodríguez Consuegra 1992 a, p. 51 y ss.

³⁴ *Ibid.* p. 470.

³⁵ Rodríguez Consuegra 1991b, p. 165

Bradley afirma que ningún juicio es categórico sino hipotético o condicional: el juicio es incompleto y lo completa lo Otro (toda la realidad, nunca alcanzable completamente). Esto es todo lo contrario de lo que Russell creyó a lo largo de toda su carrera, por lo menos hasta 1919, y que se plasma en la pretensión del lenguaje lógicamente perfecto. El lenguaje, sometido al tamiz del análisis, nos permitirá estar ante la realidad auténtica, ante las entidades auténticamente existentes. En *The Principles* las proposiciones nos ponen ante la realidad desnuda; tras "On Denoting" existen determinadas proposiciones que nos ponen en relación directa con la realidad, el conocimiento por familiaridad, aunque en otras no sea así (conocimiento por descripción). Russell identifica "conocer auténticamente" con "conocimiento sin intermediarios".

En una fase posterior en las relaciones de nuestros dos autores se repiten los mismos esquemas. Russell publica *The Principles of Mathematics* en 1903 y, de nuevo, suscita las críticas de Bradley. Éste rechaza la afirmación de Russell en *The Principles* (§87) según la cual confundiría el significado de una afirmación sobre un hombre individual con la afirmación sobre el concepto de hombre. Y, en efecto, Bradley tenía razón. Éste afirma³⁷:

'Todo A es B', será una método abreviado de establecer que este A es B, y ese A es B, y el otro A es B, y así hasta terminar con todos.

O también³⁸

Podemos remarcar que, si 'A es B' significa 'las cosas que son A son las cosas que son B' el juicio debe ser singular, si se denota un conjunto de cosas existentes [...].

Nada más lejos de estas expresiones que la confusión que le atribuye Russell. El hecho es que Bradley rechaza que la extensión se reduzca a la intensión³⁹. Si bien metafísicamente cabría esperar que todo se resolviese lingüísticamente, que llegásemos a la perfecta inteligibilidad de todo de tal manera que nada quedase fuera de lo inteligible, que todo fuese conceptualizado, este ideal ha de ser ignorado en lógica

³⁶ Moore 1899 a.

³⁷ Bradley 1883, Bk I, Ch II, §45.

³⁸ *Idem.*, nota.

³⁹ Bradley 1883, Bk I, Ch VI, §2.

según Bradley. Éste expresa de manera muy actual en que consistiría la perfecta conceptualización metafísica:

[...]que las palabras significasen aquello por lo que están y que estuviesen por lo que significan⁴⁰.

La crítica más evidente a Russell en *The Principles* es que, como dirá Bradley en 1910 en la polémica pública entre nuestros dos filósofos⁴¹, Russell sostiene premisas incoherentes. Bradley le recriminará a Russell que éste sostenga que las unidades o proposiciones son complejas y que no pueden ser analizadas⁴². Russell contestó que él no decía eso. En parte eso es verdad. Lo que Russell dice en *The Principles* es que las proposiciones tienen una unidad que no le es posible explicar.

Yo admito -dice Russell- que ninguna *enumeración* de sus constituyentes las reconstruye, ya que cualquier enumeración tal da una pluralidad, no una unidad. Pero no admito que no estén compuestas de sus constituyentes⁴³.

O sea, Russell reconoce que no puede explicar la unidad de las proposiciones desde su postura pluralista, pero insiste en dicha postura y en la unidad de las proposiciones. Con ser inexacta, la afirmación de Bradley no deja de estar, pues, justificada y en el cierre por Bradley de la polémica pública así se manifestó⁴⁴. Russell sostiene que el mundo está hecho de términos (cosas, conceptos, proposiciones, clases - como uno); y entre esos términos están las proposiciones que están hechas, a su vez, de términos (cosas y conceptos). Tenemos por tanto que entre los átomos del mundo hay unos átomos que están formados por otros átomos. Esta objeción afecta a las tesis de *The Principles*, dado que allí Russell supone que el mundo está formado por individuos y proposiciones y éstas contienen individuos como sus constituyentes. Esta objeción sólo pudo ser solucionada con la teoría del juicio de la relación múltiple, tras convertir las proposiciones en símbolos incompletos, desapareciendo, por tanto, las proposiciones de la ontología de Russell. No debe perderse de vista que Bradley publica sobre Russell

⁴⁰ *Idem.*

⁴¹ "On Appearance, Error and Contradiction". *Mind*, n.s. 19 (April 1910), pp. 153-185. Reimpreso en Bradley 1914. Las partes referidas a Russell quedan reimprimadas en Russell 1992, Appendix III, pp. 389-394 y p. 351. El artículo de Bradley fue replicado por Russell en "Some explanations in Reply to Mr. Bradley". *Mind* 19 (Julio 1910), pp. 373-378, reimpreso en Russell 1992, ítem 31.

⁴² Russell 1992, Appendix III, p. 389.

⁴³ Russell 1992, ítem 31, p. 354.

en 1910 cuando *Principia* sale a la luz y este problema ha desaparecido; sin embargo, permanecían otros problemas mucho más fundamentales que hacían verdadera la acusación de incoherencia de Bradley.

Estos elementos se manifestarán en la correspondencia y en la polémica pública que tuvo lugar a partir de 1907 cuando Russell publica de "The Nature of Truth"⁴⁵. En este artículo de 1907⁴⁶, Russell sostiene que la teoría monística de la verdad, que atribuye a Bradley, se resume para él en que nada puede considerarse verdadero si no es en relación con el todo. Entonces Russell señala diversas consecuencias indeseables de esta posición.

En primer lugar, el concepto monista de todo (el todo "significativo") es un sin sentido (p. 134). Russell aplica lo que ya había dicho en *The Principles* sobre los todos y las partes para mostrar la incoherencia lógica de la noción monista de todo (y que, simplificando, equivale a que el todo es mayor que las partes). Esta crítica ya se encontraba en el *Leibniz*⁴⁷ de Russell, pero aquí, como Bradley ya había indicado que se equivocaba al calificar su Realidad como una especie de gigantesco particular desnudo, Russell opta por la aplicación de su distinción de todo y parte en una petición de principio: puede que en matemáticas sea conveniente esa concepción, pero metafísicamente eso no tiene por qué ser así. En todo caso Russell debería justificar por qué ésa es la concepción adecuada. Aquí, sencillamente, lo que se ve es el choque entre una metafísica monista y otra pluralista, aunque Russell se cree justificado en que las matemáticas exigen esta posición.

En segundo lugar, toda proposición, para el monista, sólo expresa una verdad parcial y nunca es completamente falsa (p. 134) con lo que el carácter distintivo del error no puede estar en el juicio, ya que todo juicio es parcialmente verdadero y parcialmente falso. Russell parece identificar el ámbito lógico y el metafísico. Pero podría distinguirse entre dar cuenta metafísica del juicio (por ejemplo, la relación trascendental entre lenguaje y realidad) y el carácter verdadero o falso de un juicio.

⁴⁴ *Ibid.*, apendix III, p. 395.

⁴⁵ *Proceedings of the Aristotelian Society* 7, 28-49. Reimpreso sólo en sus dos primeras partes, de las tres que constaba, como "The Monistic Theory of Truth" en *Philosophical Essays* (Russell 1910 b, pp. 131-146). No debe confundirse con el "The Nature of Truth", fechado en 1905, que no se publicó, sino que fue leído como conferencia.

⁴⁶ La paginación se refiere a las dos primeras partes del artículo tal como fueron reimpresas en *Philosophical Essays* (Russell 1910 b, pp.131-146) bajo el título "The Monistic Theory of Truth". De la tercera parte nos ocuparemos en el capítulo 7.

⁴⁷ En el §22 (nota): La Realidad bradleyana es calificada de una sustancia sin significado.

En tercer lugar, señala Russell, tal posición no explica el significado de verdad y falsedad (p. 136); pero esta objeción es fácilmente aplicable al propio Russell en 1903, antes de su teoría del juicio de la relación múltiple y la eliminación de las proposiciones. Ya en *The Principles* Russell había dejado de lado la aclaración de qué fuese la verdad y la falsedad por el expediente de considerarlas nociones no lógicas y, por tanto, no involucradas en el trabajo que estaba realizando. Esta postura se mantendrá en los artículos sobre Meinong y, en general, hasta la teoría del juicio de la relación múltiple: el que algo es verdadero o falso se intuye como las rosas son rojas (véase el capítulo 4 y 5.1).

En cuarto lugar, la teoría monística de la verdad es equivalente, según Russell, a lo que llama axioma de las relaciones internas: toda relación está fundada en la naturaleza de los términos relacionados. Esto tiene como consecuencia que si dos objetos tienen una relación, ello implica complejidad en cada uno de los objetos, esto es, implica algo en la naturaleza de los objetos, en virtud de lo cual tienen la relación en cuestión. Dicho de otra manera, desde la posición que está criticando Russell no puede haber términos y, por tanto, lo que se está haciendo es reiterar el pluralismo.

En quinto lugar, si nada puede considerarse completamente verdadero excepto en relación con el todo, se sigue que no podemos distinguir entre una cosa y su naturaleza. Y de esto se sigue que si A está relacionado con B, A y B están relacionados con todo (pp. 139-140) ¿Y qué tiene de malo esto? Pues que iba en contra de la distinción entre pertenencia e inclusión y a favor la conversión en analítica de las expresiones que utilizan *tal que*, cosa rechazada por Russell (véase los capítulos 2 y 3 de este trabajo).

Y en efecto, en sexto lugar y en relación con esto último, Russell argumenta (pp. 144-145) que las posiciones anteriores tienen la consecuencia de que toda proposición verdadera que atribuye el predicado al sujeto es puramente analítica, ya que el predicado es parte de la naturaleza del sujeto. Y entonces, ¿qué es lo que une los predicados en un sujeto? De todos modos, Russell señala que lo contrario también tiene dificultades: conduce al regreso al infinito en la relación entre un término y su naturaleza. O sea, la paradoja de Bradley.

En séptimo lugar, según Russell, el axioma de las relaciones internas conlleva que no hay relaciones. Sólo hay un sujeto y un predicado: donde hay una relación es en realidad un adjetivo del todo compuesto de los términos de la supuesta relación y, por tanto, al final solo hay un sujeto y un predicado. Pero esto conlleva una

distinción de dos cosas (sujeto y predicado) que, dado lo dicho, no puede ser completamente verdadera (p. 142). Esta, en realidad, no era una postura bradleyana, pero sí era la posición que Russell había defendido en su *Essay* (§208) como así le señaló Bradley (carta 16), pues éste en *Appearance and Reality*⁴⁸ niega explícitamente la postura que se le atribuye.

Finalmente, Russell también critica un argumento típico a favor de las relaciones internas: Si A y B están relacionados, entonces lo que no esté relacionado así será distinto de A y B y, por tanto, debe haber algo en ellos que es esencial para su estar relacionados como lo están (pp. 143-144). Russell objeta que eso solo demuestra que lo que no está relacionado como A y B debe ser numéricamente distinto de A y B. O sea, que la posición correcta para Russell es que hay términos en el sentido que él da a esa palabra.

Conviene observar que toda esta polémica está en el contexto de unos artículos que llevan por título la verdad⁴⁹. Pero a partir del tercer argumento, Russell reduce la cuestión a la disputa sobre las relaciones⁵⁰ y como hemos visto, este problema remite a la insistencia de Russell en el pluralismo de los términos. En la correspondencia se aclaran estas conexiones.

Como señalará Bradley: "[...] para entender las cosas, se debe tomarlas como un todo y no se puede hacer esto si las partes se hacen "independientes". [...] El hecho *dado*, [...], es un todo no relacional. [...] si asumimos términos independientes, un aspecto de lo "sensible" dado se pierde. [...] Usted [Russell] dice que reemplaza esto por las relaciones externas" (16). Russell reacciona afirmando que "Difícilmente pienso que *asuma* [yo = Russell] que un esquema relacional sea satisfactorio" (17). Russell continúa señalando que lo que pretende es responder a unas objeciones contra las relaciones que cree basadas en presupuestos dogmáticos⁵¹.

Las cosas se ponen en claro en las siguientes cartas. Russell insistía en que "no pienso que la relatividad implique complejidad" (17), a lo que Bradley respondía

⁴⁸ Bradley 1893, p. 17.

⁴⁹ Russell en el ya citado "The Nature of Truth" de 1907 cuya última parte será sustituida por un nuevo ensayo ("On the Nature of Truth and Falsehood") al ser incluido en los *Philosophical Essays* (Russell 1910 b). En cuanto a Bradley en "On Some Aspects of Truth", *Mind* Julio 1911. Reimpreso en *Essays on Truth and Reality* (Bradley 1914, pp. 311-314).

⁵⁰ Véase Baldwin 1998, especialmente secciones I y II, para la verdad en Bradley, sobre todo en lo que se refiere a su conexión con la concepción de las relaciones.

⁵¹ Aquí la posición de Russell es ambigua. La carta de Russell es de 1907 y en ese año, Russell publica sobre la teoría del juicio de la relación múltiple; pero en 1906 mantenía que las proposiciones son entidades. Véase el capítulo siguiente.

(18): "usted no puede, en última instancia, separar términos y relaciones" y finalmente (20): "Para mí [Bradley] el "esto" [lo dado; expresado por palabras como "mío", "aquí", "ahora", etc. (18)] es *siempre* complejo y olvide que es de otro modo para usted [Russell]". He aquí la clave del desacuerdo entre Bradley y Russell. Para éste hay átomos ontológicos, epistemológicos y semánticos absolutos: los términos. Bradley opina que todo lo dado es siempre complejo, siempre es posible analizarlo y obtener nuevas partes y así sucesivamente o, dicho de otra manera, lo dado nunca es completamente analizable o inteligible⁵².

Pero entonces, la cuestión de las relaciones se resuelve en la cuestión de la diversidad numérica. En efecto, Russell, en "The Nature of Truth" de 1907, ha argumentado en contra de la pretensión bradleyana de que toda diversidad es de significado, de contenido. En "On Appearance, Error and Contradiction", Bradley responde a la objeción en la forma de crítica a la explicación de la noción de "tal que". "Si esta frase -dice Bradley- no significa que una particular es también un universal [...] no tiene significado. Pero cómo justificar esta necesaria inconsistencia no nos lo dice el señor Russell." (Russell 1992, p. 390). Como se ha señalado en el capítulo 4, "tal que" expresa la separación de los individuos de los significados que les pueden corresponder, con lo que hay individuos separados de estos, diversidad numérica (absoluta), algo absurdo para Bradley.

En la correspondencia, Russell expresa claramente la centralidad de este aspecto: "Respondo a un argumento en favor de la doctrina fundamental de la cual su [de Bradley] objeción a la diversidad numérica es un corolario" (17).

Bradley le señalará a Russell que el problema es más directo, pues implica el problema de la abstracción: si en última instancia es pensable la diversidad numérica por sí misma (18). Russell le contestará que, además, la legitimidad de la abstracción se resuelve en el problema de las relaciones y remite a *The Principles* §55 para una discusión que tiene que ver con este tema.

Del §55 de *The Principles* ya nos hemos ocupado en la sección 4.3. En este párrafo, Russell argumenta que no es posible encontrar diferencia entre la relación concreta de una proposición relacional y la relación universal que interviene en la proposición como un constituyente suyo. Así las cosas cuando mediante el análisis obtengo un átomo de inteligibilidad, si se quiere un concepto simple, inanalizable

⁵² Véase la misma opinión en "On Appearance, Error and Contradiction" (en Bradley 1914, pp. 281-282 o

(como ocurre en el §55) esto tiene una consecuencia ontológica, estamos ante un término, un individuo. Russell lo expresa así dirigiéndose a Bradley (carta 21):

Sostengo que la percepción de un complejo es una cosa diferente de la percepción de las partes y sus relaciones⁵³, el paso de uno a otro es lo que constituye el análisis. Pero no veo que esto sea incompatible con el punto de vista de que el complejo está realmente compuesto por las partes.

En este contexto hay que entender la sugerente afirmación de Cappio⁵⁴, quien precisa que Russell no tenía por qué estar comprometido en "On Denoting" con los nombres lógicamente propios. Desde *The Principles*, Russell ha eliminado una buena cantidad de símbolos que tienen significado por sí mismos. Pero no los ha eliminado todos: los nombres (lógicamente) propios. El resultado del análisis en términos de la teoría de las descripciones deja algunos símbolos que tienen significado independiente porque hay algo que ellos significan independientemente⁵⁵. Pero Russell, según Cappio, no tenía por qué estar comprometido en "On Denoting" con los nombres lógicamente propios. Cuando habla en términos de nombres propios en este escrito puede referirse a nombres propios ordinarios. En efecto, puede que Cappio tenga razón, pero la evolución de Russell debía ir en la dirección en que fue si no quería darle la razón a Bradley. Lo que Cappio está diciendo sería la interpretación que Bradley (y en general los seguidores del idealismo) podría haber hecho de la teoría de las descripciones si se hubiera molestado en entenderla y utilizarla, dado que no exige que haya átomos ontológicos (que a la vez lo son, para Russell, de inteligibilidad). Pero el pluralista atomista Russell no podía aceptar algo que tiene como consecuencia que *no tiene por qué* haber una pluralidad de entidades independientes. Porque, como señala Cappio, sólo si se distinguen los nombres propios de los lógicamente propios se puede asegurar significados aislados, pues de lo contrario nos podemos encontrar con nombres que no nombran nada o con que nos embarcamos en un proceso infinito buscando el final del análisis.

Así las cosas, se entiende que Russell conecte la cuestión de las relaciones con la abstracción o, si se prefiere, con el análisis. Russell está suponiendo que el análisis tiene consecuencias ontológicas. Su análisis está dirigido por diversos intereses

en Russell 1992, pp. 389-390).

⁵³ Obsérvese que esta postura es la de "On Denoting" y no la de los artículos sobre Meinong o *The Principles*. Véase el capítulo 5.

⁵⁴ Cappio 1981.

lógicos y matemáticos, entre los que hemos destacado la matematización de la lógica (véase 2.5), y ese interés exige convertir a los conceptos (relacionales o no) en individuos, en términos. Por tanto, los términos existen⁵⁶. Y eso es lo que Bradley, con buen criterio, le objeta, si bien en ningún sitio donde responde directamente a Russell, brilla por la largueza de argumentos explícitos.

Y los términos no pueden sino existir independientemente de sus relaciones. Y lo cual justifica que Bradley no entendiese nada. En efecto, lo que nos permite entender la realidad, para Bradley, es el significado o contenido. Ese significado o contenido está hecho de relaciones, relaciones que constituyen las apariencias en que consiste el mundo y que, por lo menos para Bradley, son relaciones internas. Russell está diciendo, por el contrario, que en el proceso de entender la realidad llegamos a unos átomos de inteligibilidad. La realidad se entiende porque se juntan esos átomos. Entender cada uno de esos átomos no es explicable, sólo se intuye. Esos átomos son los términos: las cosas, los predicados, las relaciones (externas) y (hasta la teoría del juicio de la relación múltiple) las proposiciones.

Esos términos se juntan para componer la realidad. Pero cómo se juntan esos términos es algo que se queda fuera del esquema en Russell. Es una yuxtaposición, es un *poner al lado de*. Y Bradley tiene razón al decir que si buscamos una completa inteligibilidad y aplicamos el procedimiento de Russell caemos en la paradoja de Bradley. La alternativa es la suya, la de Bradley, concebir la realidad como internamente relacionada. Lo cual no quiere decir, de nuevo, que la inteligibilidad sea completa, pero sí que se va un paso más allá de Russell⁵⁷.

Por lo dicho, se entiende por qué la cuestión del análisis, en general del conocimiento, remite a las relaciones. Lo que Russell dijera sobre la verdad y, en general, sobre la relación de conocimiento, estaría condicionado por el hecho de que consideraría que la relación de conocimiento es externa tanto al cognoscente como a lo conocido: la relación de conocimiento sería otra relación al lado de todas las demás y sin ningún privilegio, de tal modo que hablar de la estructura del mundo ya es hablar de

⁵⁵ Cappio 1981, pp. 197-198.

⁵⁶ "Para Russell la decisión en favor del pluralismo y las relaciones externas estaba determinada por la ciencia empírica y por tanto tomo la tarea filosófica como la construcción de una teoría del juicio *compatible* con la existencia de tal universo pluralista." Stock 1972, p. 473.

⁵⁷ Por lo menos en opinión de Bradley. Éste tiene, por lo menos, una sólida convicción: el todo se puede reunir como tal todo. Esa convicción no está lejana de Russell que, sin embargo, la interpreta de otra forma. Desde un punto de vista de eficacia técnica, fue obvio que la opción russelliana era más adecuada, lo que no quita para que se pueda adaptar a la filosofía de Bradley. Pero recordemos que Bradley se quejaba de no entender nada de matemáticas.

la relación de conocimiento. Y, en general, hablar del mundo desde el análisis era hablar desde el ojo de Dios. Conocer para Russell es entrar en relación con los constituyentes del mundo. Hasta que Russell adopte la teoría del juicio de la relación múltiple, entre ellos se cuentan las proposiciones; pero incluso con ella las cosas tampoco cambiarán. Como veremos en el siguiente capítulo, desde el punto de vista del tipo de entes involucrados sólo cambia que ya no hay proposiciones, pero sigue siendo cierto que conocer para Russell es estar ante los constituyentes del mundo en una relación adecuada.

Pero tanto la teoría del juicio de la relación diádica como la de la relación múltiple atentaban contra la concepción de Bradley quien sostiene que no hay juicios categóricos: conocer no es una especie de contacto con la realidad desnuda. Nunca estamos, contra Russell, en alguna forma de conocimiento por familiaridad: para Bradley estamos inmersos en el todo de la experiencia que forma la realidad, pero nuestro conocimiento da lugar a apariencias no a la auténtica y desnuda realidad, sobre todo en lo que se refiere al conocimiento de la propia relación de conocer. Y es aquí donde la paradoja de Bradley afecta a la coherencia interna de las tesis de Russell. Lo veremos en la sección siguiente.

En conclusión, la diferencia fundamental entre las teorías del juicio y la proposición de Bradley y Russell residen en la pretensión que éste tiene de que las consecuencias ontológicas resultantes del análisis de una ciencia, en concreto de las matemáticas, tienen validez ontológica absoluta. Esto le lleva a anteponer la necesidad de términos en las matemáticas a otras argumentaciones metafísicas. Pero ello no es sólo una cuestión de discrepancia entre Bradley y Russell, porque aquí había dificultades involucradas que socavaban la propia coherencia interna de la concepción de Russell: la paradoja de Bradley. Lo vemos en la siguiente sección.

Por lo demás, la relación entre Bradley y Russell fue bastante negativa para el primero. Aunque Russell pretendió sin justificación que los resultados lógico-matemáticos eran determinantes en favor de una doctrina metafísica y Bradley tenía claro que esto no era así, que si en lógica las cosas pueden ser de una manera, no tienen por qué ser del mismo modo en la metafísica, la balanza se inclinó claramente a favor de Russell. La lógica matemática hubiera podido caber perfectamente en la filosofía de Bradley, pero en la segunda edición de *The Principles of Logic* de 1922, Bradley no recogerá nada de la nueva lógica, quedándose así anticuado en su epistemología. De este modo hizo buena, en parte, una profecía suya:

Lo que espero es que algún día usted escriba un libro sobre Lógica general, pero posiblemente, incluso entonces, yo no pueda seguirlo (Carta de Bradley a Russell del 4-2-1904).

Conviene recordar la advertencia de Hylton⁵⁸ de que la "lógica" decimonónica es epistemología (modo kantiano) y lógica (formal) a la vez. Russell podría haber dicho, con más justicia en relación a todo lo que dijo sobre Bradley, casi siempre errado, que la lógica de Bradley no dejaría lugar a inferencias matemáticas *formales* porque no permite instanciar-generalizar sobre individuos si no se hace psicológicamente, por autoevidencia, esto es, kantianamente (§37), lo que, sin embargo, no anula automáticamente el valor filosófico de las propuestas de Bradley⁵⁹. Como ya se ha señalado, el problema de Bradley es que se había quedado anticuado en lógica formal.

6.3. La paradoja de Bradley y su presencia en la filosofía de Russell

Incluso con riesgo de caer en la reiteración, en esta sección repasaremos la aparición de la paradoja de Bradley en las tesis de Russell sobre el juicio y la proposición que ya hemos ido desgranando en los anteriores capítulos. Ello nos servirá para abordar el capítulo final de este trabajo.

Russell lanzó en 1897 su primera teoría del juicio (véase 2.5). Desde el punto de vista de su pretensión de explicar las inferencias matemáticas, esa primera teoría tenía el defecto de no hacer posible explicar los juicios en los que los predicados funcionan como sujetos. Esta dificultad tenía otra cara. Russell necesitaba que los predicados pudiesen ser tratados como términos para así poder aplicar los instrumentos matemáticos en la tarea de manipular matemáticamente las nociones lógicas. Alrededor de 1898, Russell introduce un doble modo de ser de los predicados: como significado, concepto o contenido, por un lado, y como término o sujeto, por otro. El primero ha de mantenerse porque de lo contrario se cae en la paradoja de Bradley: ¿qué relaciona el sujeto y el predicado? Si decimos que otro término surge la pregunta de qué relacionará ese nuevo término y el sujeto, por un lado, y, por otro, qué relacionará el nuevo término

⁵⁸ Hylton 1990, pp. 74-75.

⁵⁹ Véase Allard 1998, donde se señala el carácter que tenía la inferencia para Bradley en conexión con Hegel y J. S. Mill; también las secciones 2. 7 y 3.1 de este trabajo.

y el predicado; y esto se puede repetir en un regreso infinito. El modo de ser como término de los predicados, por su parte, es necesario para una teoría coherente del juicio y la inferencia en la que los elementos puedan ser manipulados matemáticamente.

Sin embargo, en 1899, Russell adopta las relaciones externas y con ellas rechaza la forma sujeto-predicado y el modo de ser como significado. Ya vimos en 2.3 los diversos motivos de ello, en parte matemáticos (la incompetencia de las relaciones interna para dar cuenta del orden) y, en parte, filosóficos (entre otras, la tensión entre el holismo del significado y la necesidad de atomizarlo; la necesidad de adjudicar un lugar ontológico al sentido de las relaciones asimétricas; los argumentos ligados a las argumentaciones contra las relaciones particularizadas). Sin embargo, Russell era consciente de que esto ponía sus tesis a merced de la paradoja de Bradley. En "The Classification of Relations" de 1899, Russell señala que ése es el gran problema a resolver.

La nueva postura de Russell se enfrentaba con la dificultad de que no distinguía entre las relaciones de pertenencia e inclusión. Su filosofía, de un corte que hemos llamado mooreano, no distinguía entre cosas y conceptos, lo cual tenía tan inoportuna consecuencia. Pese a que ésa es la filosofía del libro inaugural de la filosofía analítica, su *Leibniz*, Russell dio marcha atrás y volvió a mantener la distinción entre aquello que sólo puede ser sujeto en una proposición (cosas) y aquello que puede ser sujeto y predicado (conceptos). Lo primero sólo puede estar en relación de pertenencia y lo segundo en relación de inclusión.

Con ello, de nuevo estamos ante el doble modo de ser de los predicados; así, la nueva filosofía parecía tener la providencial consecuencia de evitar la paradoja de Bradley.

Sin embargo, había una importante diferencia. Russell insistió en que la diferencia entre una relación en sí misma (un concepto en su modo de ser como término) y una relación relacionante (un concepto ocupando el lugar de predicado en una proposición) se debía a una cualidad que inhería en la relación. No era un cambio de modo de ser, sino que en la relación relacionante había un añadido: la cualidad de afirmación (véase el capítulo 4).

Russell se empeña en mantener que esa cualidad es una entidad, seguramente porque, de lo contrario, y según un principio suyo, no podría hablarse de ella. Sorteaba entonces la acechante paradoja de Bradley señalando que la relación entre el término o términos de una proposición (sujeto o sujetos) y la función proposicional (el

predicado) no forma parte del significado de la proposición sino de proposiciones implicadas. Aquí "significado" significa lo que se puede obtener por el análisis (véase 4.4), con lo que Russell mantiene, está sencillamente prohibiendo que busquemos en la proposición la causa de su unidad. Esto va en contra del imperio del análisis pero esta va a ser la postura de Russell hasta su cambio de teoría del juicio.

En efecto, durante toda esta época, Russell mantiene que un juicio es la relación de un cognoscente con una proposición. Las proposiciones, tanto verdaderas como falsas, subsisten. Desde un punto de vista lógico, la proposición es un predicado (la función proposicional) que se dice de uno o varios sujetos (según la proposición sea no relacional o relacional, respectivamente). Pero ontológicamente Russell mantiene que una proposición siempre tiene, al menos, tres componentes: el sujeto, la función proposicional (de una variable en el caso más simple) y la relación entre ambos (la afirmación). Ya hemos visto que eso conduce a la paradoja de Bradley. Pero Russell no puede huir de la afirmación porque es lo único que puede distinguir entre las proposiciones, las clases y los conceptos complejos.

Como vimos en 5.1, Russell intenta solucionar ese nuevo planteamiento de la paradoja de Bradley con los mismos instrumentos con los que intentaba deshacerse de otras paradojas: con la distinción entre significado y denotación. Obsérvese que pese a sus distintas formas, el significado ha aparecido repetidamente como el recurso que soluciona la paradoja de Bradley. Es el comodín que hace que los términos dejen de ser objetos "duros" y pasen a ser lo suficientemente "plásticos" para fundirse unos con otros. El problema, como vio Bradley, es que Russell pretendía que los términos fuesen ambas cosas. Lo que "On Denoting" demuestra (véase 5.2) es que el significado no puede seguir siendo un comodín ontológico. Al evitar la paradoja de Bradley, la introducción del significado genera sus propios regresos infinitos.

Sin embargo, todavía quedaba situar adecuadamente las proposiciones en la ontología de Russell y ello, junto a otros problemas, iba a cambiar radicalmente la firme opinión de Russell de la existencia de las proposiciones. Pero eso no le libraba de la paradoja de Bradley. Lo veremos en el siguiente capítulo.

**APÉNDICE: CRONOLOGÍA Y CONTENIDO DE LA CORRESPONDENCIA
ENTRE BRADLEY Y RUSSELL**

Russell publica su Leibniz (1900)

1- Russell a Bradley, 16 de Noviembre de 1900

Russell se refiere a las quejas de Bradley sobre los juicios inexactos sobre él en el *Leibniz* de Russell. Hay, pues, una carta anterior desaparecida de Bradley a Russell.

Russell publica su artículo sobre el orden (1901)

2- Bradley a Russell, 28 de enero de 1901

"On the notion of Order" *Mind*, n.s. 10 (January 1901), pp. 30-51 Ahora en Russell 1993 (ítem 7, pp. 291-309).

Bradley apunta, correctamente, que el problema de las relaciones es secundario. Lo importante es como Russell va a dar cuenta de la verdad.

Bradley intenta comprender dicho artículo en las siguientes cartas.

3- Bradley a Russell, 21 de Junio de 1901

4- Russell a Bradley, 22 de Junio de 1901

5- Bradley a Russell, 23 de Junio de 1901

Bradley pide que Moore aclare sus premisas

Russell publica The Principles (1903)

6- Bradley a Russell, 31 de Mayo de 1903

Bradley acusa recibo de los *Principios*

7- Bradley a Russell, 4 de Febrero de 1904

Bradley se queja de las definiciones de Russell en *The Principles* sobre la identidad y la diversidad.

Bradley protesta de la interpretación que hace Russell del juicio en *The Principles* p. 90.

8- Russell a Bradley, 11 de Febrero de 1904

Nada relevante, pues faltan las notas que deberían acompañar a la carta

9- Bradley a Russell, 17 de Febrero de 1904

Bradley insiste en la misma dirección.

Cartas sobre MacColl y lo posible

10- Bradley a Russell, 9 de diciembre de 1904

11- Russell a Bradley, 12 de diciembre de 1904

12- Bradley a Russell, 13 de diciembre de 1904

Russell publica "On Denoting" (1905). Meinong y Joachim

13- Bradley a Russell, 6 de Noviembre de 1906

Bradley le habla de su artículo sobre Meinong y de los de Russell "Meinong's Theory of Complexes and Assumptions", *Mind* 13, pp. 204-219, 336-354, 509-524. Ahora en Russell 1994, item17, pp.432-474.

14- Russell a Bradley, 11 de Noviembre de 1906

No está la carta. Bradley la cita en la carta siguiente

Bradley sigue leyendo The Principles

15- Bradley a Russell, 11 de Marzo de 1907

Referencia a un artículo de Russell sobre la predicación (¿"On Denoting"?).

Russell publica "On the Nature of Truth"

16- Bradley a Russell, 21 de Octubre de 1907

Bradley acusa recibo de "On the Nature of Truth", *Proceedings of the Aristotelian Society* 7, [1906-1907], pp. 28-49. Reimpreso sólo en sus dos primeras partes, de las tres que constaba, como "The Monistic Theory of Truth", en *Philosophical Essays*.

Pone objeciones.

17- Russell a Bradley, 29 de Octubre de 1907

Russell responde las objeciones. Replicas y contrarreplicas:

18- Bradley a Russell, sin fecha

19- Russell a Bradley, 12 de Noviembre de 1907

20- Bradley a Russell, sin fecha

21- Russell a Bradley, 15 de Enero de 1908

22- Bradley a Russell, 22 de Enero de 1908

Bradley publica sobre Russell

23- Bradley a Russell, 20 de Febrero de 1910

Bradley anuncia un artículo sobre Russell, "On Appearance, Error and Contradiction", *Mind*, n.s. 19 (April 1910), pp.153-185. Ahora en *Essays on Truth and Reality*, Oxford University Press, 1914. Las partes referidas a Russell ahora en Russell 1992, Appendix III, pp. 389-394 y p. 351.

24- Russell a Bradley, 9 de Abril de 1910

Russell responde en esta carta al artículo de Bradley en *Mind*, "On Appearance, Error and Contradiction", *Mind*, n.s. 19 (April 1910), pp. 153-185. Las partes referidas a Russell, ahora en Russell 1992, Appendix III, pp. 389-394 y p. 351

25- Bradley a Russell, 11 de Abril de 1910

Referencias crípticas a un artículo. No desarrolla ningún tema.

26- Bradley a Russell, 20 de Abril de 1910

Consideraciones sobre la tarea filosófica.

27- Bradley a Russell, 22 de Junio de 1910

Bradley se hace eco del puesto de Russell en Cambridge

Referencia a unas pruebas de imprenta que le envía Russell; puede referirse a la respuesta que Russell dio en *Mind* al artículo de Bradley ("Some Explanations in Reply to Mr. Bradley" en Russell 1992, ítem 31. *Mind*, n.s. 19 (Julio 1910), pp. 373-378).

Russell publica en respuesta a Bradley

28- Bradley a Russell, 23 de Septiembre de 1910

Referencia a unas pruebas de imprenta enviadas por Russell.

De nuevo felicitaciones por el puesto en Cambridge.

Referencia a la próxima publicación de objeciones a las replicas de Russell.

"Replay to Mr. Russell's Explanations", *Mind*, n.s. 20 (Jan. 1911) Ahora en Russell 1992, Apendix III, pp. 394-397

Bradley publica su contrarréplica

29- Russell a Bradley, 2 de Marzo de 1911

Referencia al artículo de Bradley en *Mind* Enero de 1911. "Replay to Mr. Russell's Explanations", *Mind*, n.s. 20 (Jan. 1911). Ahora en Russell 1992, Apendix III, pp.394-397.

Respuestas de Russell. Russell anuncia un artículo suyo "The Basis of Realism", *Journal of Philosophy, Psychology and Scientific Methods* 8 (March 1911), pp. 158-161.

30- Bradley a Russell, 15 de Marzo de 1911

Bradley anuncia un artículo extenso: "On Some Aspects of Truth", *Mind* July 1911. Ahora en *Essays on Truth and Reality* (1914, pp. 311-314)

Referencia a un "Aristotelian paper" enviado por Russell a Bradley. Seguramente se trata de "Knowledge by Acquaintance and Knowledge by Description",

Proceedings of the Aristotelian Society 11 (1910-1911), pp. 108-128. Leído en la Sociedad el 6 de Marzo de 1911. Ahora en Russell 1992, ítem 15, pp. 148-161.

Bradley publica su anunciado artículo sobre la verdad. La correspondencia languidece.

31- Bradley a Russell, 14 de Diciembre de 1912

Referencia al envío por Russell de dos artículos. Bradley ha leído el que habla sobre Bergson. Se debe tratar de "The Philosophy of Bergson", *The Monist* 22 (July 1912), pp. 321-347. Ahora en Russell 1992, ítem 28, pp. 320-337.

32- Russell a Bradley, 30 de Enero de 1914

Alabanza a Bradley; consideraciones sobre su método de descubrimiento. Referencia velada a Wittgenstein.

33- Bradley a Russell, 31 de Enero de 1914

Consideraciones análogas de Bradley.

34- Bradley a Russell, 27 de Septiembre 1914

Bradley le agradece a Russell el envío de su último libro. Debe tratarse de *Our Knowledge of the External World As a Field of Scientific Method in Philosophy*. Se queja airadamente de cómo le deja Russell en la historia.

35- Russell a Bradley, 20 de Noviembre de 1922

Russell acusa recibo de la nueva edición de *The Principles of Logic* de Bradley. Russell halaga a Bradley.

CAPÍTULO 7

LA TEORÍA DEL JUICIO DE LA RELACIÓN MÚLTIPLE DE RUSSELL

En este capítulo veremos el ascenso y caída de la teoría del juicio de la relación múltiple (TJRM en adelante) en el cuadro de las teorías de Russell. Hasta por lo menos 1906, Russell mantendrá una teoría del juicio en la que el sujeto cognoscente se relaciona con una proposición; podemos denominar a esta teoría la teoría del juicio de la relación diádica.

La sección 7.1 abarca la evolución de Russell, en lo que a la teoría del juicio y la proposición se refiere, desde *The Principles* hasta 1913. En esta sección, recorreremos la evolución de la teoría sustitucional que va a desembocar en la TJRM y cómo ésta está presente en *Principia*, todo ello motivado por las diversas paradojas. Veremos cómo Russell entrelaza sus investigaciones en la teoría sustitucional y la TJRM y cómo existe una discusión sobre la articulación de ambas tesis de Russell en este periodo. También abordaremos cómo Russell evoluciona en sus tesis sobre el lugar del sentido de la relación desde *The Principles* a *The Theory of Knowledge* pasando por *The Problems of Philosophy*. La investigación se ve dificultada por la no publicación del volumen 5 de *The Collected Papers of Bertrand Russell*.

El perfilado de la TJRM en el contexto de una concepción más amplia se produce en el manuscrito de 1913 *The Theory of Knowledge*. En la sección 7.2 nos introduciremos en las grandes líneas que presiden este manuscrito sólo parcialmente publicado en el momento de su realización.

En la sección 7.3 estudiaremos cómo queda en dicho manuscrito el juicio y los intentos de introducir un sustituto de la afirmación de *The Principles*. Dos puntos relevantes: primero, que Russell, con el concepto de forma lógica, desarrolla un tema ya presente en *The Principles*; segundo, Russell mantiene que la forma lógica es una entidad haciéndose vulnerable a la paradoja de Bradley. En la sección 7.4 veremos cómo Russell ultimó en *Theory of Knowledge* los detalles de la TJRM en especial el lugar ontológico del sentido de las relaciones. La sección 7.5 desarrolla por extenso la presencia de la paradoja de Bradley en las tesis de *Theory of Knowledge* y establece su conexión con las objeciones de Wittgenstein a la TJRM.

Finalmente, la sección 7.6 muestra cómo Russell mantiene las tesis conseguidas sobre la proposición y el juicio en las conferencias sobre el Atomismo Lógico sin hacer caso a las objeciones de Wittgenstein y la sección 7.7 cómo Russell abandona la TJRM aunque, no toda la ontología que había resultado.

7.1. Juicio, verdad y proposición hasta 1913: de la teoría sustitucional a la teoría del juicio de la relación múltiple

Ya en *The Principles*, Russell intentó una primera respuesta a las paradojas que fue la teoría de tipos del Apéndice B. En la teoría, distingue entre individuos, rangos de individuos (todos los individuos que satisfacen cierta función), rangos de rangos de individuos, etc. Cada nivel en esta jerarquía se llama "tipo", y se estipula que para que ' x ' es un ' u ' tenga sentido, u debe ser de un tipo superior que x . Russell comprobó que esta teoría no resolvía la paradoja de Cantor. Cantor había probado (en 1889) que el número de conjuntos en una colección dada de términos es mayor que el número de términos de la colección. Esto se daba también en la colección de todos los conjuntos. Así el número de conjuntos en la colección de todos los conjuntos debe ser mayor que el número de conjuntos de la colección de todos los conjuntos, una clara contradicción. Cantor no publicó la paradoja y Russell la desarrolló independientemente en los §§344, 348 y 349 de *The Principles*, denominándola "la dificultad concerniente al mayor cardinal".

Tras *The Principles*, Russell se había embarcado en la utilización de las nociones de significado y denotación para intentar salvar las paradojas que le acosaban (véase 5.1). Como vimos, eso le condujo a "On Denoting" con la transformación de la noción de denotación y la eliminación del significado como un modo de ser (véase el capítulo 5).

Como Lackey ya señaló como editor de *Essays in Analysis* de Russell¹, "On Denoting" permitirá a Russell sortear las dificultades que los primeros intentos de una teoría que eliminaba las clases había generado (debido a las nociones de denotación y significado) y que llevó a Russell a mantener las clases durante 1904².

Por su parte, según Rodríguez Consuegra³, Russell concibe la idea de solucionar las paradojas lógicas eliminando la subsistencia ontológica de las clases

¹ Russell 1973, introducción a la parte IV. Véase también Rodríguez Consuegra 1989 b, p. 137.

² Russell 1973, introducción a la parte IV.

³ Rodríguez Consuegra 1989 b, pp. 136-137.



como unidades. Esto le lleva a la teoría de las descripciones y de ahí a la teoría de tipos pasando por diversas teorías sustitucionales (relación esta última señalada por Grattan-Guinness), que serían una generalización de los métodos de "On Denoting".

Las paradojas lógicas son del tipo de la de Cantor y podemos dar dos ejemplos más de paradojas lógicas a las que Russell se enfrentó.

En primer lugar, la Paradoja de Burali-Forti (1897). Se puede demostrar que (1) toda serie bien ordenada tiene un número ordinal; (2) una serie de ordinales superiores a un ordinal dado excede al ordinal dado en 1; (3) las series de ordinales en orden de magnitud están bien ordenadas. Consideremos la serie de todos los ordinales. De (1) y (3) se sigue que esta serie tiene un número ordinal. Llamémosle Z . De (2) se sigue que la serie de todos los ordinales tiene el ordinal $Z+1$. Por tanto, Z no puede ser el número ordinal de la serie de todos los ordinales.

Una segunda paradoja lógica es la Paradoja de Russell (1901) a la que ya aludimos en un capítulo anterior. Algunos conjuntos son miembros de sí mismos y otros no. El conjunto de todas las piedras, por ejemplo, no es un miembro de sí mismo, ya que no es una piedra, pero el conjunto de las no piedras es un miembro de sí mismo, ya que el conjunto de las no piedras no es una piedra. Consideremos el conjunto S de todos los conjuntos que no son miembros de sí mismos. Si asumimos que S es un conjunto de sí mismo, por la definición de S se sigue que no es un miembro de sí mismo. Ya que las proposiciones que implican sus opuestos deben ser falsas, se sigue que S no es un miembro de sí mismo. Pero si S no es un miembro de sí mismo, por la definición de S , se sigue que es un miembro de sí mismo. Así S es a la vez, miembro y no miembro de sí mismo.

Hacia finales de 1905, Russell había desarrollado una primera teoría sustitucional con perspectivas de éxito que lograba salvar las paradojas lógicas. Dos textos existen publicados hasta ahora. El primero, "On Some Difficulties in the Theory of Transfinite Numbers and Order Types" (Noviembre de 1905), se leyó en la London Mathematical Society el 14 de diciembre de 1905 y se publicó en sus *Proceedings* en Marzo de 1906⁴. El segundo es "On the Substitutional Theory of Classes and Relations". Recibido en la misma institución el 24 de mayo de 1906 y leído en abril⁵.

⁴ Ahora en *Essays in Analysis*, Russell 1973, ítem 7, pp. 127-134. Para abreviar será citado como "Some Difficulties".

⁵ Ahora en *Essays in Analysis*, Russell 1973, ítem 8, pp. 135-164. Para abreviar será citado como "Substitutional Theory".

En "Some Difficulties", el diagnóstico de Russell sobre las paradojas lógicas es que

[...], hay algunas propiedades tales que, dada cualquier clase de términos en la que todos tienen tal propiedad, podemos siempre definir un nuevo término que tiene la propiedad en cuestión. Por tanto, nunca podemos coleccionar todos los términos que tienen dicha propiedad en un todo; porque siempre que esperemos tenerlos todos, la colección que tenemos inmediatamente procede a generar un nuevo término que también tiene dicha propiedad (p. 144)⁶.

Una solución a esta situación estaría en sostener que no siempre se puede considerar que una función proposicional determina una clase o relación, que hay casos en que esta posibilidad ha de quedar excluida (p. 145). Otra alternativa sería sostener que no hay clases, ni relaciones, ni funciones (p. 145). La teoría sustitucional que Russell propone en este artículo es del segundo tipo.

La teoría consiste en utilizar las proposiciones (junto a constantes y la operación de sustitución) y no las funciones proposicionales para definir las clases. Sea p una proposición, y a un constituyente de p (podemos decir que a es un constituyente de p si a se menciona al afirmar p). Entonces ' $p(x/a)$ ' denota en lo que p se convierte cuando a se sustituye por x en el lugar o lugares donde a ocurre en p . Para diferentes valores de x , esto dará lo que estamos acostumbrados a llamar diferentes valores de una función proposicional. En lugar de la función proposicional tenemos ahora dos variables, p y a : en relación a los diferentes valores de $p(x/a)$, podemos llamar a p el prototipo y a a el origen o sujeto inicial (porque a puede ser tomada como el sujeto de p). Consideremos ahora afirmaciones como ' $p(x/a)$ es verdadera de todos los valores de x '. Sea b una entidad que no es un constituyente de p , y sea $q=p(b/a)$; entonces ' $q(x/b)$ es verdadera para todos los valores de x ' es equivalente a ' $p(x/a)$ es verdadera para todos los valores de x '. Así, sujeto a cierta reserva⁷, la afirmación ' $p(x/a)$ es verdadera para todos los valores de x ' es independiente del sujeto inicial a , y así puede decirse que depende sólo de la forma de p . Las afirmaciones de este tipo reemplazan lo que sería afirmaciones que tuviesen funciones proposicionales como sus argumentos. Por

⁶ Si no se dice lo contrario, las referencias de páginas se refieren a Russell 1973.

⁷ La reserva, dice Russell en nota al pie, es meramente que el sujeto inicial no debe ocurrir en el prototipo excepto en los lugares que deseamos que sea variable. Por ejemplo, si nuestro prototipo es ' 3 es mayor que 2 ', y nuestro sujeto inicial es 3 , la sustitución de x por 3 da ' x es mayor que 2 '. Pero si ahora tomamos 2 como nuestro sujeto inicial, nuestro prototipo será ' 2 es mayor que 2 ', la sustitución de x da ' x es mayor que x ', lo cual no es la función proposicional que queremos.

ejemplo, en vez de ' Φ es una función unitaria' (esto es 'Hay uno y sólo un x tal que Φx es verdadero'), tendremos 'Hay una entidad b tal que $p(x/a)$ es verdadera cuando y sólo cuando x es idéntico a b '. No habrá ahora ninguna entidad número uno aislada. Pero podremos definir lo que queremos decir en 'Uno y sólo una proposición del tipo $p(x/a)$ (para un p y a) es verdadera'. En vez de decir 'La clase u es una clase que tiene sólo un miembro' diremos 'Hay una entidad b tal que $p(x/a)$ es verdadera cuando y sólo cuando x es idéntico a b '. Aquí los valores de x para los que $p(x/a)$ es verdadera reemplazan a la clase u ; pero no asumimos que estos valores colectivamente formen una entidad singular que es la clase compuesta de ellos (p. 155).

En "Substitutional Theory", Russell precisa que en $p(x/a)$, llamamos (x/a) una sustitución y en $p/a;x$, p/a es una matriz ($(p(x/a)$ o $p/a;x$ es equivalente al resultado de sustituir a por x en p) (p. 169) Precisamente p/a representa una clase y $p/(a,b)$ una relación diádica (p. 170). También introduce los tipos.

Una matriz de la forma p/a se dice que es del primer tipo; una de la forma $p/(a,b)$ se dice que es del segundo tipo, y así sucesivamente (p. 176-177).

Pero Russell señala que no es obvio qué es el tipo de una matriz (p. 177):

Aunque es fácil explicar lo que queremos decir por un tipo, no es estrictamente posible definir lo que queremos decir por un tipo, o hacer afirmaciones generales sobre tipos, porque las afirmaciones que son significantes para un tipo no son en general significantes para otro (p. 177).

En "Substitutional Theory"⁸, Russell afirma que su teoría sustitucional parte del principio, puesto en práctica en "On Denoting", de que

[...], en cualquier sentencia, una sola palabra, o una frase componente, puede carecer de significado cuando está separado de su contexto (p. 165).

De este modo, continúa Russell, si la palabra o frase componentes se toman, equivocadamente, como poseyendo significado, se comete una abstracción falsa. La teoría sustitucional supone que las clases y relaciones son abstracciones falsas (p. 166). En realidad, al hablar de clases y relaciones lo único que hacemos es utilizar una forma

⁸ La teoría sustitucional es debida en parte a Maxime Bocher (según declaración de Russell, p. 167).

más corta de hablar (p. 166).

Russell afirma que una matriz no es una entidad. Y precisa que al decir esto se quiere decir que una matriz es un conjunto de símbolos que no tiene significado por sí mismo, pero que con otros símbolos da lugar al nombre de algo.

Así, la matriz p/a es un símbolo para la frase 'el resultado de reemplazar a en p por ...', que es incompleta y sin sentido; para que adquiera significado debemos añadir el nombre de la entidad que reemplaza a a .

Y añade en nota que estrictamente hablando, la frase se convierte en significativa cuando hacemos una afirmación sobre el resultado de la sustitución (p. 170). Russell señala que la teoría de matrices consigue evitar las contradicciones (pp. 172-74).

Según Landini hay un tercer texto, "On Substitution" del 22 de Diciembre de 1906, donde se axiomatiza la teoría⁹. En el cálculo de la teoría cualquier fórmula se puede nominalizar para formar un término: una proposición. La distinción entre ocurrir como sujeto y como predicado no se abandona (aunque ya hemos visto que sí su explicación -véase el capítulo anterior). La teoría sólo admite un tipo de variable, la variable de entidad, por lo que sólo hay un tipo de entidades. (Russell afirma en "Substitutional Theory" que en la teoría sustitucional es conveniente pensar que p y q son proposiciones, pero eso no es necesario; basta con que sean nombres de entidades genuinas -p. 168). Hay problemas en las proposiciones generales en lo que a sus consuyentes se refiere, pero lo que está claro es que éstas no pueden ocurrir como entidades.¹⁰

Sin embargo, Russell todavía mantiene que la naturaleza predicable de propiedades y relaciones es necesaria para la unidad de la proposición (pero no explica cómo). Y la teoría sustitucional está diseñada para que toda fórmula bien formada abierta de su lenguaje esté por una entidad con naturaleza individual y predicable a la vez sin caer en paradoja¹¹. Russell estaba satisfecho de su teoría sustitucional a ese respecto, porque al final de "Substitutional Theory" señala que las proposiciones son lo

⁹ Landini 1998 b, sección 4.0.

¹⁰ *Ibid.* secciones 4.1-4.8.

¹¹ *Ibid.*, sección 5.0. Es de destacar que la teoría es agnóstica sobre si hay universales que comprendan las fórmulas complejas bien formadas (las funciones proposicionales) y tampoco necesita clases. Se trata de una teoría que no tiene tipos, pero sí que hay una estratificación de la gramática, lo que soluciona las paradojas.

único peligroso, pero que no encuentra ninguna contradicción y que no tiene por qué no haber proposiciones.

Pero Landini señala que Russell sólo logrará abordar satisfactoriamente todas las paradojas mediante la teoría sustitucional¹² en "Les paradoxes de la logique" (de 1906; en inglés "On 'Insolubilia' and Their Solution by Symbolic Logic"¹³). Russell se enfrenta aquí a las paradojas semánticas. Es el caso de las siguientes paradojas.

Paradoja del ordinal indefinible mínimo. El número total de definiciones posibles de los ordinales trasfinitos es A , pero el número total de ordinales trasfinitos es mayor que A . Por tanto hay ordinales indefinibles, y de éstos debe haber uno mínimo. Consecuentemente, el ordinal indefinible mínimo tiene una definición, es el ordinal indefinible mínimo.

Paradoja de Richard. Consideremos todos los decimales definibles en un número finito de palabras. Si E es la clase de tales decimales, E tiene \aleph_0 términos; por tanto, sus miembros pueden ordenarse como el primero, segundo, tercero, etc. Sea N un número definido como sigue. Si la cifra n -ésima en el n -ésimo decimal es x , sea la n -ésima cifra en N $x+1$. Así N no puede ser un miembro de E , ya que la n -ésima cifra en N es siempre diferente de la n -ésima cifra en el n -ésimo decimal en E . Pero hemos definido N en un número finito de palabras, así que N debe estar en E .

Paradoja de Berry. Consideremos "el entero mínimo no nombrable en menos de 19 sílabas" [the last integer no nameable in fewer than nineteen syllables]. La última sentencia en inglés da este entero un nombre que usa 18 sílabas.

Paradoja de Epiménides o del mentiroso. Se puede formular respecto al enunciado "yo miento". Si el hablante miente, está diciendo la verdad. Pero si su enunciado es verdadero, debe estar mintiendo. Tenemos una contradicción.

Para Russell, en "Insolubilia", las paradojas semánticas son debidas a un círculo vicioso. Para evitarlo hace falta aplicar el "principio del círculo vicioso" que dice: "Aquello que involucre una variable aparente no debe estar entre los posibles valores de esa variable." Esto tiene la consecuencia de que las proposiciones generales sobre proposiciones no son proposiciones. Las afirmaciones sobre todas las proposiciones involucran una proposición como variable aparente. Para evitar círculos viciosos ninguna proposición puede contener una variable aparente. Por tanto las

¹² *Ibid.*, secciones 8.0 y 8.1.

afirmaciones sobre todas las proposiciones deben ser o sin sentidos o afirmaciones sobre algo que no es una proposición en el sentido habitual que Russell da a esa palabra. Russell habla de afirmaciones, en vez de proposiciones y da el siguiente ejemplo: "Para todo x , ' $x=x$ ' no es una proposición sino una afirmación que afirma de manera ambigua las proposiciones de la forma ' $x=x$ '" (p. 204). Para Russell, en el resto de la discusión, "proposición" es lo que es afirmado en una afirmación que no contenga una variable aparente¹⁴ (p. 207). Una proposición, ha dicho antes, tiene una correspondencia con un hecho (p. 207), cosa que no ocurre con las afirmaciones que no son proposiciones.

Russell señala que hay que construir entonces una teoría lógica que incluya el principio del círculo vicioso (p. 205). Para ello hay que conseguir que la teoría permita solamente que las variables irrestrictas lo sean de términos y nunca de lo que no sea un término, de tal forma que toda expresión que contenga una variable aparente (que contenga lo que en *The Principles* llamaba palabras denotativas) no sea más que una forma de hablar (p. 206).

Landini demuestra¹⁵ que el cálculo lógico que Russell propone para ello no hace posible la generación de los números naturales y que una adición a ese cálculo que haga posible la generación de los números naturales genera una inconsistencia. Dicha inconsistencia pertenece al grupo de las paradojas lógicas y no semánticas e impide el proyecto logicista.

En 1907, Russell intenta otro proyecto que se plasma en "Mathematical Logic as Based on the Theory of Types"¹⁶, aunque para conocer su alcance hay que adentrarse en los diversos manuscritos relacionados con este artículo¹⁷. Según Landini¹⁸, Russell introduce la jerarquía de órdenes de proposiciones, la cual había sido evitada antes, pero consigue recuperar la expresión de la matemática en el sistema evitándose todas las paradojas. En esta versión de la teoría utiliza variables de

¹³ Ahora en *Essays in Analysis*, Russell 1973, ítem 9, pp. 190-214. Será citado como "Insolubilia".

¹⁴ Russell afirma en nota al pie que esto sólo vale para su actual discusión, pues "Para todos los casos probablemente se probaría que es inconveniente." Veremos más adelante que esto puede tener una interpretación muy relevante.

¹⁵ Landini 1998 b, secciones 8.1, 8.9 y 9.0.

¹⁶ *American Journal of Mathematics* 30, pp. 222-262. Publicado en 1908, en realidad fue escrito bastante antes en 1907.

¹⁷ De los que no es posible disponer, dada la no publicación del volumen 5 de *The Collected Papers of Bertrand Russell*.

¹⁸ Landini 1998 b, capítulo 9 y 10.1.

predicado en el vocabulario de la teoría, pero semánticamente son eliminables, por lo que se mantiene que sólo hay un tipo de entidades.

A partir de aquí, la pregunta es por qué y cómo Russell descarta la teoría sustitucional en la que las proposiciones son entidades para dar lugar a *Principia*. Conviene observar que, en este punto, Russell ha introducido los tipos y los órdenes en su teoría (como luego haría en *Principia*) pero manteniendo las proposiciones como entidades y resolviendo las paradojas. Rodríguez Consuegra refiere las diversas hipótesis anteriores sobre el abandono de la teoría sustitucional¹⁹. Grattan-Guinness defiende que es la aparición de la teoría del juicio de la relación múltiple, aunque como veremos parece que esta teoría del juicio fue una consecuencia y no una causa. Hylton²⁰ protesta contra esta explicación pero sus pretendidas pruebas documentales son refutadas por Rodríguez Consuegra y Landini.

Landini, por su parte, defiende que *Principia* es una profundización del planteamiento de la teoría sustitucional de 1907²¹. La razón se encuentra en que la teoría de 1907 aunque evita las paradojas, no es coherente con la pretensión de que hay sólo un tipo de variables, las variables de entidad. La palabra "entidad" en esta teoría no tiene un significado unívoco. Esto es filosóficamente inaceptable para Russell; no puede aceptar que haya entidades de tipo 0, de tipo 1, etc. Estas afirmaciones violan el orden de estratificación²². Es decir, el problema es el carácter incorrecto de la jerarquía.

Pero Rodríguez Consuegra²³ ha señalado que Russell coqueteaba con la teoría del juicio de la relación múltiple en 1906, ya que en el manuscrito de Septiembre de ese año "The paradox of the liar", Russell argumenta en contra de la teoría diádica con dos argumentos:

- 1) La primera dificultad en tal punto de vista [que sólo las proposiciones verdaderas subsisten objetivamente] es explicar lo que queremos decir con creer lo que es falso. En orden a explicar esto habremos de ver lo que se llama creencia en una proposición sin un pensamiento relacionado con la proposición, sino más bien con un pensamiento relacionado con los constituyentes de la proposición. Esto es, si yo creo que A es B, tengo un pensamiento relacionado con A y con B, pero no con la proposición 'A es B'.
- 2) Es necesario para la anterior teoría sostener que una creencia, ..., no sea un solo estado de la mente, sino uno complejo, presumiblemente involucrando transición. Porque si hubiese una creencia para cada

¹⁹ Rodríguez Consuegra 1989 b, pp. 143 y ss.

²⁰ "Russell's Substitutional Theory", *Synthese* 45 (1980), 1-31.

²¹ Landini 1998 b, capítulo 10.

²² *Ibid.*, sección 9.8.

²³ Rodríguez Consuegra 1989 b, pp. 143 y ss.

proposición, entonces ya que las creencias han de ser individuos, habrá al menos tantos individuos como proposiciones, lo cual es imposible. Por tanto, una creencia en una proposición compleja no ha de verse como un solo estado de la mente, sino como una secuencia o coexistencia de varios.

Para Rodríguez Consuegra, esto sirve de argumento para proponer una alternativa en la evolución desde la teoría sustitucional a la teoría de tipos. Los anteriores argumentos van en contra de las proposiciones antes de 1907 y Rodríguez Consuegra piensa que para esa fecha el estatuto ontológico de las proposiciones ya estaba en cuestión²⁴. Se podría añadir que en "Insolubilia", publicado en Septiembre de 1906, en una nota al pie²⁵, Russell señala que la caracterización de la proposición tal como se define en este artículo, esto es, como entidad, puede no ser conveniente. En conclusión, según esta postura, Russell, al exponer su teoría de 1907 en 1908 mediante su artículo "Mathematical Logic as Based on the Theory of Types", trataba de sortear la consecuencia que muestran los dos argumentos anteriores (que no han de existir proposiciones) porque no tenía lista una alternativa. Al final Russell deberá aceptar lo que ya sabía desde 1906: que las proposiciones no podían seguir siendo entidades.

El problema al juzgar entre las posiciones de Landini y Rodríguez Consuegra es que no hay nada que explícitamente desmienta una de las dos. Landini hace pivotar su tesis en un supuesto, posiblemente justificado por el actuar de Russell, pero no asumido explícitamente por éste aquí, y es el objetivo de conseguir una variable unívoca de entidad. Rodríguez Consuegra hace lo mismo pero con otro supuesto: Russell se había dado cuenta de los problemas que generaban las proposiciones, pero al no tener lista una alternativa, sencillamente fue ambiguo. Así pues, ambos comentaristas parten de marcos interpretativos distintos.

Juega a favor de Rodríguez Consuegra que en 1907 con la tercera parte de su artículo "The Nature of Truth"²⁶, Russell lanza la TJRM como una hipótesis a tener en cuenta. Russell eliminará esa tercera parte y el texto así resultante junto a otros artículos se unirá al único artículo original de *Philosophical Essays* "On the Nature of Truth and Falsehood"²⁷, artículo en el que dará carta de naturaleza en su filosofía a su nueva teoría del juicio.

²⁴ Rodríguez Consuegra 1989 b, pp. 153-159.

²⁵ Russell 1973, p. 207.

²⁶ *Proceedings of the Aristotelian Society* 7, pp. 28-49. Reimpreso sólo en sus dos primeras partes, de las tres que constaba, como "The Monistic Theory of Truth" en Russell 1910 b, pp. 131-146.

²⁷ Russell 1910 b, pp.147-159. Este nuevo artículo reimpreso en Russell 1992.

De todos modos, "Some Difficulties" se publica en Marzo de 1906, "Substitutional Theory" se recibe en la Mathematical Society en Abril y se lee en Mayo, pero hay un manuscrito de entre Abril y Mayo de 1906 titulado "Logic in which Propositions are not Entities"²⁸. Esto quiere decir que en plena vigencia de la teoría sustitucional ("Insolubilia" se publica en Septiembre de 1906, "The Paradox of the Liar" es de Septiembre de 1906 y el rechazo de Russell a publicar "Substitutional Theory" fue en Octubre de 1906²⁹), Russell estaba probando con la desaparición de las proposiciones. Por otra parte, en la introducción de *Essays in Analysis*, Lackey cita³⁰ la correspondencia de Whitehead y Russell en la que se observa que a Whitehead le caía muy mal la teoría sustitucional por ser ajena al razonamiento matemático habitual (o sea, la teoría sustitucional no es conveniente como Russell decía en "Insolubilia").

En cuanto a *Principia*, Landini argumenta que hemos de interpretar el cálculo de *Principia* desde un punto de vista nominalista. Y que las variables de predicado no son auténticas, sino limitadas semánticamente. Esa limitación semántica se ve en la justificación de la gramática del cálculo en lo que se refiere a órdenes y tipos. Los propios Russell y Whitehead en *Principia* justificaron por separado órdenes y tipos.

La justificación del tipo procede del argumento de la "inspección directa" (*Principia*, pp. 47-48) de las funciones proposicionales. Consideremos "F(G)". Si la semántica asigna "F" a la fórmula "...es un hombre" y asigna "G" a "...es mortal" la interpretación semántica de "F(G)" será no-gramatical: "...es mortal es un hombre". Sin embargo, si "F" se asigna a "Toda cosa es tal que ..." entonces el resultado es "Toda cosa es tal que es mortal." El índice de tipo de F ha de ser superior al de G para que el requisito semántico de la fórmula asignada a G deba ocupar una posición de predicado en la fórmula asignada a F³¹.

La justificación del orden se encuentra en las definiciones recursivas de las condiciones de verdad de las fórmulas bien formadas (*Principia*, pp. 41-47). Estas condiciones, para ser expresadas, exigen órdenes³². Para Russell³³ (*Principia*, p. 42), una proposición cuantificada universalmente de la que se dice que es verdadera se lee diciendo que son verdaderas todas las proposiciones atómicas que son valores de la

²⁸ Landini 1998 b, p. 206.

²⁹ Russell 1973, p.130.

³⁰ Russell 1973, p. 131.

³¹ Landini 1998 b, 10.8.

³² *Ibid.*, 10.10.

función proposicional correspondiente a la proposición cuantificada. Russell llama “primera verdad” a la verdad de cualquiera de las proposiciones atómicas y “segunda verdad” a la de la proposición cuantificada. Evidentemente, una proposición cuantificada con variables de individuos es un proposición de primer orden (*Ibid.*, p. 54), por lo que parecería más conveniente utilizar “verdad de primer orden” que “segunda verdad” como hace Russell. Pero lo que aquí se expresa es que hay un nivel inferior de verdad en las proposiciones atómicas respecto de las cuantificadas: las proposiciones atómicas son verdaderas cuando existe el hecho correspondiente y falsas cuando no (*Ibid.*, p. 44) y eso es de nivel inferior a la verdad del proposición cuantificada. De este modo, toda proposición tiene un orden de verdad superior en uno a su propio orden. Y así, dice Landini³⁴, que "Porque los sentidos de verdad y falsedad descienden en este sentido, está claro que las funciones proposicionales cuantificadas deben ser tales que no involucren otros cuantificadores cerrados que los que son para individuos, valores que no son capaces de tener 'primer orden de verdad'. Es en este descenso que las variables cerradas se limitan a los órdenes y se explica la jerarquía ramificada." De este modo, continúa Landini, se resuelve la paradoja del mentiroso como Russell indica en *Principia*.

[...] Aplicando estas consideraciones a la proposición "(p). p es falsa", vemos que el tipo de falsedad en cuestión debe especificarse. Si, por ejemplo, la primera falsedad es significativa, la función " $\neg p$ tiene primera falsedad" sólo es significativa cuando p es del tipo de proposición que tiene primera falsedad o primera verdad. Por tanto, "(p). p es falsa" [...] tiene *segunda* falsedad, y no es posible un argumento para la función " $\neg p$ tiene *primera* falsedad" (pp. 42-43).

De acuerdo con *Principia*, la proposición "(p). p es falsa" afirma todas las proposiciones que son valores admisibles de la función " $\neg p$ es falsa". Pero cuando la noción de "falsedad" se fija, digamos, como "primera-falsedad", los valores admisibles excluyen proposiciones cuantificadas³⁵.

Por otra parte, cuando de una afirmación genuinamente atómica se dice "es verdadera" se está expresando una descripción definida disfrazada³⁶. Cuando decimos

³³ Landini 1991, pp. 42-44.

³⁴ Landini 1991, p. 43.

³⁵ Landini 1991, p. 43. Además, continúa Landini, "la limitación del rango de las variables de proposiciones cerradas a las proposiciones de un orden dado se genera directamente de los sentidos de "verdad" y "falsedad" dados por la teoría de la relación múltiple".

³⁶ Landini 1998 b, 10.11. Esto va en contra de la posición de que es la teoría de tipos la que es fundada en

que "'a está relacionado con b' es verdadero" tenemos una descripción definida disfrazada en la afirmación mencionada que hace que la afirmación en cuestión quede así:

Es verdadero que "Para una mente m, el complejo (o el hecho) correspondiente a la comprensión de m con respecto a y R y b".

Y con ello desaparecen las proposiciones de la ontología de Russell y estamos ante la teoría del juicio de la relación múltiple (TJRM). En *Principia* los universales o particulares son valores de variables individuales. Los particulares incluyen complejos (hechos) tales como *a-en-relación-R-a-b*, y complejos de creencia como *m-es-en-relación-cree-a-a-y-humanidad*; e individuales existentes no complejos. Los universales incluyen cualidades sensibles (rojez) y relaciones de espacio y tiempo. Pero no hay la asunción de que fórmulas bien formadas siempre estén por entidades singulares, esto es por funciones proposicionales en el sentido ontológico. No hay tipos u órdenes de entidades platónicas, porque los tipos u órdenes están sólo en la gramática, como en la teoría de 1907.

Con TJRM, en un juicio el sujeto cognoscente entra en relación con los llamados en *The Principles* constituyentes de la proposición, de tal modo que si juzgo "esto es rojo", lo que ocurre es una relación entre la mente, el "esto" y rojo. Cuando el juicio es verdadero, una parte de la realidad es lo que hasta ahora conocíamos por proposición (proposición-hecho), bien advertido que ahora las proposiciones no tienen existencia por sí mismas, son abstracciones -falsas- (*Principia*, p. 44). Por decirlo de alguna manera la proposición es un trocito de realidad sacado fuera del todo. Y fuera de ese todo no tiene existencia propia, solo existen los términos que la componen (su sujeto o sujetos, sus predicados o propiedades y sus relaciones) y el universo en el que se inscribe, el cual, por otra parte, debe toda su existencia a las partes que lo componen: todos los objetos con sus propiedades y relaciones³⁷. En pocas palabras, los términos de *The Principles* se han visto reducidos en *Principia* a particulares y

la teoría del juicio y que podemos ver en Griffin 1985. Véase 7.5.

³⁷ De este modo el juicio es, en efecto, pasivo. Esto es visto por Candlish 1996 como un defecto de la teoría del juicio de Russell pues haría imposible el juicio falso. Candlish reconoce que esta cuestión no tuvo ningún papel en los cambios de Russell en sus tesis (p. 124). En lo que no se puede estar de acuerdo es en que la pasividad impida el juicio falso. Desde una posición en la que la mente se concibe como pasiva, el juicio falso ocurre, precisamente, cuando la mente no es suficientemente pasiva y en ella se crea la ficción de que hay una relación donde no la hay. Otra cosa es que Russell debería explicar la conexión entre la mente y la realidad cosa que todos concedemos que no está clara.

universales³⁸. Y sólo ello es lo que forma el mundo. Y las proposiciones generales o que contienen conectivas lógicas (y, o, etc.) no son más que formas de expresar dicho mundo que, al fin y al cabo, es algo individual.³⁹

En "On the Nature of Truth and Falsehood"⁴⁰ de 1910 ya citado, Russell sostiene que las cosas a las que atribuimos verdad o falsedad son los juicios⁴¹. Al objetivismo de Russell, sin embargo, le preocupa esta situación y deja bien claro que eso no quiere decir que la verdad o la falsedad dependa de la persona que juzga (pp. 149-150).

Russell señala que está claro que en los juicios verdaderos los hechos son los que los hacen verdaderos pero ¿y en los falsos? Una posible posición es la que Russell mantenía antes de desechar las proposiciones⁴²: hay proposiciones verdaderas (que podemos identificar con lo que ahora llama hechos) y proposiciones falsas que subsisten. Pero Russell señala que las proposiciones son símbolos incompletos (p. 151). Es muy relevante atender al tono que Russell emplea aquí. Russell señala que el hecho de que las proposiciones sean símbolos incompletos no es "decisivo" (p. 151). Sin embargo, su segundo argumento podría ser interpretado como una burla para los que hemos seguido hasta aquí su evolución. Russell se atreve a decir que la posición que hace de las falsedades objetivas un subsistente es "casi increíble" (p. 152); aunque, se concede a sí mismo Russell, "no es lógicamente imposible" (*Idem.*).

Russell diagnostica que para poder mantener una concepción de la verdad en la que ésta depende de la existencia de una entidad, el hecho, mientras que la falsedad conlleva su inexistencia, esto es, una teoría de la correspondencia, lo que hay que hacer es desechar la idea de que el juicio es una relación binaria entre un objeto y el cognoscente (pp. 152-153).

Lo que sigue es la teoría del juicio de la relación múltiple (pp. 153-156).

Así, si yo juzgo que *A* ama a *B*, esto no es una relación de yo a 'el amor de *A* por *B*'; sino una relación entre yo y *A* y *amor* y *B* (p. 155).

³⁸ En su "On the Relations of Universals and Particulars" leído en 1911 (y publicado el año siguiente en los *Proceedings of the Aristotelian Society* 12, pp. 112 y ss; reimpresso en Russell 1992, ítem 16) Russell intenta argumentar en contra de la reducibilidad de los particulares a los universales.

³⁹ Esto no es un anacronismo respecto a lo que luego surgiría de la relación entre Russell y Wittgenstein. Como Rodríguez Consuegra 1992 c ha señalado, citando el manuscrito de Russell de 1906 titulado "The paradox of the liar", Russell ya había considerado la posibilidad que no hubiese constantes lógicas.

⁴⁰ Russell 1910 b, pp. 147-159. Este artículo ahora en Russell 1992.

⁴¹ Que identifica con las creencias (p. 148 nota).

Russell señala como un mérito de esta teoría que distingue percibir de juzgar (pp. 156-157). Al percibir estamos en una relación binaria con el objeto percibido, así que cuando percibimos no nos podemos equivocar, mientras que sí puede ocurrir el error cuando juzgamos. Al alucinar, estamos percibiendo y lo percibido es indubitable; en lo que nos equivocamos es en juzgar basándonos en la percepción. Russell nos remite aquí a la discusión sobre la relación entre los datos sensibles (lo percibido directamente) y la realidad independiente de lo que percibimos. En otras palabras la distinción entre conocimiento por familiaridad y por descripción.

Un punto fundamental que queda por aclarar de su nueva posición es dónde está el sentido de la relación para el caso de las relaciones simétricas en las que el juicio establece diferencias. En palabras de Russell:

Sea el juicio 'A ama a B'. Este consiste en la relación de la persona que juzga a A y amar y B, esto es, los dos términos A y B y la relación 'amar'. Pero el juicio no es el mismo que en el juicio 'B ama a A'; [...] (p. 158).

Mientras que en la teoría del juicio de la relación diádica, por ejemplo en *The Principles*, Russell adjudica el sentido a la cualidad de afirmación que transforma una relación en sí misma (amar) como relación relacionante (...ama a ...), Russell ahora afirma que

Sea el juicio 'A ama a B'. Este consiste en una relación de la persona que juzga a A y amor y B, esto es a los dos términos A y B y la relación 'amor'. Pero el juicio no es el mismo que el juicio 'B ama a A'; así la relación no debe estar abstractamente ante la mente, sino que debe estar antes procediendo de A a B más bien que de B a A. El objeto complejo 'correspondiente' que se requiere para hacer a nuestro juicio verdadero consiste en A relaciona a B por la relación que estaba ante nosotros en nuestro juicio. Podemos distinguir dos 'sentidos' de una relación según vaya de A a B o de B a A. Entonces la relación tal como entra en el juicio debe tener un 'sentido' y en el complejo correspondiente debe tener el mismo sentido (p. 158).

Por referirnos al estudio más moderno, Candlish⁴³ señala que en 1910 Russell intenta separar lo que en 1903 estaba unido: la unidad de la proposición y el sentido de la relación. Candlish dice que la unidad de las antiguas proposiciones queda

⁴² En el artículo no se refiere a sí mismo, sino a Meinong.

⁴³ Candlish 1996.

ahora en manos del acto del juicio y señala, junto a otros⁴⁴, que el sentido de la relación a la propia relación juzgada y que entonces hay un problema: si las relaciones relacionantes son las que portan el sentido, entonces la teoría de la relación múltiple no puede pretender que en el juicio, ante la mente, tenemos los constituyentes del juicio que entran al acto de juzgar separadamente y son unidos en él. Separadamente, una relación simétrica es indiferente al sentido hasta que estamos ante un caso concreto: la relación de amar es simétrica, pero en ella puede darse el caso de que "A ama a B" o también "B ama a A". Esto hace imposible sostener, desde la teoría del juicio de la relación múltiple, la teoría de la correspondencia que Russell sostiene, la cual exige una relación entre el hecho y el juicio. Si Russell quiere mantener su nueva teoría del juicio, éste no debe relacionar el cognoscente, A, amar y B, sino estos elementos y algo que introduzca el sentido.

Como Candlish también señala junto a otros⁴⁵, en *The Problems of Philosophy* de 1912, Russell tiene una teoría sobre la cuestión del sentido de la relación que difiere de la anterior; ahora el sentido vendría dado por el propio juicio. En efecto, Russell dice que "la relación de juzgar tiene lo que se llama un 'sentido' o 'dirección'"⁴⁶. Esto se ve apoyado en una carta (6-3-1911) de Russell a Stout para responder a la crítica de éste contra su anterior posición, vista más arriba, de que el sentido estaba en la relación objeto de juicio⁴⁷. Dice Russell:

Nunca ha de haber ninguna relación que tenga sentido en un complejo excepto la relación relacionante del complejo: por tanto, en el acto de juzgar, el sentido debe confinarse al juicio, y no debe aparecer en R [la R del complejo juzgado aRb]

Según Candlish, Russell estaría unificando lo que había separado en 1910: sentido y unidad pertenecen al juicio. Como Russell señalaría en 1913⁴⁸ en esta teoría si a precede a b, el juicio no contribuye en nada al orden de los términos y si no ocurre así, entonces el juicio no podrá dar lugar al orden requerido. La posición de 1912, como señala Rodríguez Consuegra⁴⁹, conduce a un peligroso subjetivismo al no ser las

⁴⁴ Candlish 1996, p.112. También Griffin 1985 a; este autor remite a apreciaciones antiguas de Geach, Prior o Mackie, véase la p. 217.

⁴⁵ Griffin 1985 a.

⁴⁶ Russell 1912, p. 73.

⁴⁷ Stout, G. G. "The object of thought and real being", *Proceedings of the Aristotelian Society* 11, pp. 187-208, reimpresso en *Studies in Philosophy and Psychology* London: Macmillan, 1930, pp. 335-352.

⁴⁸ Russell 1984, p. 116.

⁴⁹ Rodríguez Consuegra 1991 a, sección 5.4.

proposiciones conocidas por familiaridad, lo que sería resuelto en 1913 en *Theory of Knowledge* con la reducción de las relaciones simétricas a otras que no lo son y sosteniendo que hay proposiciones que son conocidas por familiaridad (las que expresan la forma lógica).

Este mismo comentarista señala⁵⁰ que esta evolución está ligada a la oscilación de Russell dentro de un concepto ambiguo de los conceptos (predicados y relaciones). Ya hemos señalado a lo largo de secciones anteriores cómo Russell introduce el doble modo de presentación de predicados y relaciones: relación relacionante y relación en sí misma (término); predicado "predicante" y predicado como término. La explicación ontológica de ese doble modo de presentación, como también hemos visto, pasa por diversos avatares. Sin embargo, con la aceptación de TJRM, la cuestión deja de plantearse aparentemente y con ello la paradoja de Bradley. Y hay que decir aparentemente porque, como veremos, la TJRM también caía en la paradoja de Bradley.

En resumen, Russell elimina las proposiciones y propone su teoría del juicio de la relación múltiple que reorganizaba sus tesis sobre éste y sobre la verdad, en el contexto de la evolución de su teoría sustitucional. Russell ahora sostenía una teoría de la verdad como correspondencia, y atribuía la verdad o la falsedad al juicio, en el sentido de creencia. Russell pasó por varias fases en esta teoría en lo que se refiere al lugar ontológico del sentido de las relaciones. La teoría de Russell encontrará su versión definitiva a este respecto en su manuscrito *Theory of Knowledge* de 1913.

7.2. *Theory of Knowledge*

La investigación sobre los manuscritos de Russell ha permitido establecer⁵¹ que, en 1913, Russell intentó elaborar un cuadro completo de su filosofía teórica desde la perspectiva epistemológica. El resultado fue un libro inacabado que se conserva en parte como manuscrito y en parte como artículos publicados⁵² y cuya versión popular fue *Our Knowledge of External World*, que tuvo su antecedente en *The Problems of Philosophy*⁵³.

⁵⁰ *Idem.*

⁵¹ Véase la introducción del editor de Russell 1984. Este libro será citado con el título que el editor le ha dado: *The Theory of Knowledge*.

⁵² *Idem.*

⁵³ Respectivamente Russell 1914 y Russell 1912.

En *Theory of Knowledge* el punto de partida ya no son las proposiciones o las entidades que las sustituyen, sino que el punto de partida es cómo el sujeto experimenta esa realidad. Russell comienza en los capítulos 1 y 2 atacando diversas teorías de la experiencia. La suya se muestra en el capítulo 3: el carácter básico de la distinción entre conocimiento por familiaridad y por descripción, y el carácter fundamental (en el sentido de fundamentador) del primero. Según Russell, la posibilidad de error en cualquier ocurrencia cognitiva muestra que la ocurrencia no es un conocimiento por familiaridad, en el que solo están involucrados el objeto y el sujeto (p. 49⁵⁴). Todas las demás relaciones cognitivas tiene más de dos relatos y están expuestas a error. En el capítulo 4 define los hechos cognitivos como

los hechos que involucran familiaridad o alguna relación que la presupone (p. 45)⁵⁵.

Para Russell mediante el conocimiento por familiaridad se conocen los particulares en la sensación (capítulo 5), la memoria (capítulo 6) y la imaginación (capítulo 5), mientras habla de concepción para los universales (capítulos 7 -relaciones- y 8 -predicados-; véase 7.5). Habría una tercera forma de familiaridad que es la comprensión (en cierto sentido técnico de Russell, véase más abajo) de la pura forma lógica (capítulo 9). La "relación" a la que se refiere la cita es el caso del conocimiento bien por descripción (tanto de los particulares como de los universales), bien mediante una relación múltiple en el caso del juicio (Russell lo llama "creencia" -p. 136) y de la comprensión de proposiciones (p. 137; véase 7.4 y 7.5). Como señala en el capítulo 4: nuestro mundo habitual es el producto de una construcción (p. 49) y *todos* los objetos de la ciencia son producto de la inferencia⁵⁶ (p. 44).

Evidentemente, Russell está partiendo ya de una ontología de la relación de conocimiento que le permite suponer que el conocimiento por familiaridad involucra una única entidad y que, por consiguiente, ese conocimiento no es susceptible de error. La petición de principio puede hacerse más evidente apelando a lo que Bradley le diría (véase el capítulo anterior de este trabajo): ¿por qué lo conocido por familiaridad no puede ser objeto de una descomposición ulterior? O dicho de otra manera ¿Con base en

⁵⁴ En adelante, si no se dice lo contrario las referencias de página son a la edición del manuscrito citado de Russell 1984.

⁵⁵ Como el propio Russell señala, esto está lejos de cualquier cartesianismo: no se habla de particulares mentales, sino de hechos y, por tanto, de relaciones (p. 45).

⁵⁶ No darse cuenta de esto da lugar a teorías análogas a las de Meinong, señala Russell (véase 4.2).

qué razones Russell identifica los puntos de partida (en el sentido de fundamentación) del conocimiento (lo conocido por familiaridad) con los átomos de los que supuestamente está formada la realidad? La tesis de la conexión necesaria entre la ontología y la epistemología sólo se puede sostener si se asocia el conocimiento por familiaridad al conocimiento de átomos de realidad, conexión que no es necesaria en ningún sentido. Es más, si, como vamos a ver inmediatamente, la epistemología para Russell tiene buena parte de psicología y, consiguientemente, buena parte de la epistemología es empírica, cabe concluir que la conexión entre átomos de conocimiento y átomos ontológicos es una cuestión de hecho, con lo que la ontología iría variando con nuestros conocimientos científicos. No parece posible que Russell admitiese esta conclusión.

En efecto, Russell señala que para deducir cierto cuerpo de proposiciones pueden escogerse muy variados conjuntos de premisas; pero en el conocimiento de lo que se trata es de escoger aquellas que no se siguen de otras⁵⁷. En la medida en que, según Russell, consideraciones distintas de la inferencia (que pertenece a la lógica) caen del lado de la psicología, la epistemología involucra cuestiones psicológicas (p. 50).

Pero esto no significa psicologismo, como se puede mostrar recurriendo al capítulo 2 de la segunda parte. En primer lugar (pp. 120-123), Russell intenta justificar que

Podemos estar familiarizados con un complejo sin ser capaces de descubrir, por un esfuerzo introspectivo, que estamos familiarizados con los objetos que, de hecho, son sus constituyentes (p. 121, cursiva de Russell).

Con ello, Russell están intentando descalificar que lo que se nos aparece, la evidencia, constituya un criterio adecuado en el análisis. Como dice en el párrafo siguiente no es la inspección directa lo que puede revelar los constituyentes de un complejo sino el que "lo experimentado tiene propiedades de las que no vemos como dar cuenta por cualquier otra hipótesis." En segundo lugar (pp. 123-128), Russell advierte contra la confusión entre la atención selectiva que podemos prestar a las partes de un todo que estamos percibiendo y el análisis. Si estamos ante un complejo y atendemos a una de sus partes eso no constituye análisis (p. 127; pp. 123-127) porque

⁵⁷ Evidentemente esta opinión difiere mucho de la actual basada en las investigaciones metalógicas, pero, precisamente, de lo que se trata es de señalar qué es lo que entiende Russell por epistemología.

la familiaridad involucrada, la familiaridad con el complejo, esta siempre presente, es la misma, cuando la atención está dirigida al todo que cuando se dirige a cada una de las partes:

[...] toda familiaridad con complejos debe involucrar familiaridad con sus partes en la medida dada al nombrarlos por medio de sus partes [por ejemplo, aRb] (p. 127).

Dicho de otra manera, un complejo es un complejo porque esta formado por partes, si no, no sería un complejo y no tendría partes. El problema es como analizar tal entidad, lo cual, como el propio Russell señala (p. 128) puede parecer infantil:

Puede decirse que todo el autentico trabajo de análisis esta hecho cuando se da un nombre complejo de este tipo. Como asunto de experiencia psicológica, esto es, sin duda, verdadero [...] esto no plantea un nuevo problema epistemológico. Quedan, sin embargo, ciertos problemas (p. 128).

Tales problemas ya los conocemos:

¿Como se determina el significado de un nombre complejo tal como " aRb " cuando se conocen los significados de los nombres simples constituyentes? ¿Cual es el significado de 'a es parte de aRb '? ¿Que quiere decir ' aRb ' consiste en a y R y b unidos en la forma general de un complejo dual? (p. 128).

Problemas que no son otros que los que conducen a la paradoja de Bradley.

Su omnipresencia se puede mostrar en lo que sigue. Winslade⁵⁸ ha señalado que la insistencia de Russell en sostener que no hay relaciones particularizadas y, a la vez, que éstas conectan particulares, hubiera exigido una explicación alternativa de la ejemplificación o instanciación pero, en vez de eso, Russell eliminó los particulares; no se trata de decir que esto es rojo, sino que la rojez está presente. Winslade no anda descaminado en señalar que Russell necesitaba una explicación alternativa de la instanciación. Recordemos (capítulo 3 de este trabajo) que Russell concebía las implicaciones formales como generalizaciones de proposiciones; ahora, en *Theory of Knowledge*, Russell extiende esto y mantiene que:

⁵⁸ Winslade 1971, pp. 99-100.

La comprensión de una forma pura es, de acuerdo con nuestra teoría, un hecho lógicamente más simple que la comprensión de una proposición, la cual es una instancia de la forma; es, más aún, parte de lo que realmente ocurre cuando comprendemos una instancia (p. 132).

Sustituyamos las referencias a proposiciones por referencias a universales y particulares: un particular es una instancia de un universal y el universal forma parte (relación interna) del significado del particular; tesis que, para Russell, conduce al monismo. Esa es la teoría (llamémosla "idealista") que Russell ha pretendido destruir al sostener que los particulares y los universales son términos y que entran en relación externa entre ellos. El problema, para Russell, es unir esas entidades, pero ni el significado, ni luego la relación de afirmación, ni luego otra vez el significado, de los que ya hemos hablado, ni la forma lógica, que veremos, consiguen lo que Russell pretende. Si, como hace Russell, se rechaza la instanciación como la expresión de que, de alguna forma, el universal forma parte del significado del particular, el resultado es que hay que proponer alguna forma alternativa de unión. El problema es que Russell sólo puede encontrar algo que reproduce lo que se quiere rechazar: el doble aspecto de los universales, como términos y como conexiones de un hecho. Y todos los intentos terminan convirtiendo las conexiones de las proposiciones o de los hechos en cosas, en términos (véase la sección siguiente) para no reproducir la teoría idealista, con lo cual Russell siempre está arrojado al dilema: o Bradley (monismo-idealismo) o la paradoja de Bradley, cayendo finalmente en este último cuerno. Insistiremos en esto más adelante.

7.3. Forma lógica y juicio en *The Theory of Knowledge*

En efecto, Russell va a reiterar en *Theory of Knowledge* diversos aspectos de su filosofía que ya conocemos:

Un 'complejo' es cualquier cosa analizable, algo que tiene *constituyentes* (p. 79).

Y

Puede preguntarse si un complejo es o no lo mismo que un 'hecho', donde un 'hecho' puede describirse como lo que hay cuando un juicio es verdadero, pero no cuando es falso (p. 79).

Russell asume que son idénticos (p. 80), lo cual significa, dado lo que ya conocemos de la ontología de Russell después de la TJRM, que un complejo es un fragmento del mundo.

Hay dos tipos de complejos: atómicos y moleculares. Los primeros tienen dos tipos de constituyentes: los términos relacionados y la relación; en un complejo atómico solo hay una relación relacionante (p. 80).

Tanto los particulares como los universales (simples, véase el siguiente párrafo) se conocen por familiaridad. Entre los universales distingue predicados y relaciones. A justificar la familiaridad con las relaciones dedica el capítulo 7. Russell comienza cautamente:

Es obvio que poseemos cierto tipo de familiaridad de la que se deriva nuestro conocimiento de las relaciones, pero no es obvio si esto es familiaridad con las relaciones mismas, o con otras entidades de las que pueden inferirse las relaciones (p. 81).

Para Russell

Todas las descripciones contienen universales, y por tanto nada puede ser conocido por descripción a menos que algunos universales se puedan comprender de otro modo (p. 81).

Pero Russell señala que la familiaridad con un complejo que, por ejemplo, constituya una sucesión temporal, no implica necesariamente la familiaridad con la relación de precedencia:

Así la familiaridad con un complejo no conlleva necesariamente la familiaridad con su relación relacionante. Parece claro que la familiaridad con un complejo puede ocurrir en un estadio inferior del desarrollo mental que la familiaridad con su relación relacionante, o cualquier otra familiaridad que nos permita 'comprender' el nombre de la relación (p. 82).

Dicho de otra manera, desde el punto de vista de *nuestro conocimiento*, podemos conocer antes lo que es complejo y producto de términos ontológicamente

más simples; sólo después, mediante el análisis, daremos con lo ontológicamente simple⁵⁹.

Russell se embarca entonces en las objeciones contra la posición según la cual necesitamos sólo la familiaridad con las similitudes entre complejos que contienen la misma relación y no la sola familiaridad con la relación relacionante misma en cada caso (pp. 82-83). Russell reproduce algunos aspectos de una argumentación que ya conocemos (véase 4.3). En el párrafo 55 de *The Principles*, Russell distingue tres posibles interpretaciones de la relación de diferencia. Una primera interpretación distinguiría en la relación de diferencia una relación como concepto general sin instancias más una diferencia específica, una cualidad peculiar de cada caso de diferencia que pertenecería a los términos diferentes, que no tendría carácter relacional. La segunda interpretación consistiría en lo mismo que la anterior, excepto por el hecho de que la diferencia específica sí sería relacional. La tercera y última interpretación, que es la que Russell aceptó, elimina la diferencia específica y sostiene la existencia de un solo concepto general sin instancias.

Recordemos que a la segunda interpretación, Russell propone dos objeciones. Una primera que no tiene fuerza y la segunda que es la importante. Recordemos en qué consistía la primera objeción: como cada diferencia, cada relación concreta, no estaría en ningún otro par de términos cada diferencia difiere de otra y así hacia el infinito. Esto, según Russell, constituye un caso de infinito no rechazable: no involucra el significado de cada relación sino el número de proposiciones necesario para dar cuenta de dicha relación. En *Theory of Knowledge*, Russell pone la misma objeción y contraargumenta de manera análoga (pp. 82-83), aunque en términos más epistemológicos:

Parece, sin embargo, que el descubrimiento de los términos de un complejo es más fácil, psicológicamente, que el descubrimiento de la relación; así es probablemente un error tratar los dos tipos de análisis en el mismo nivel (p. 83).

Pero continúa (p. 84) señalando que, pese a todo, la cuestión no se soluciona. El problema está en la dirección de la relación. Que C preceda a D no se puede reducir al complejo formado por C y D y que tiene similaridad con la

⁵⁹ Y recordemos que, ahora, el criterio determinante del análisis es la ausencia de alternativa frente al anterior poder del análisis. Véase la sección anterior.

precedencia de A sobre B, porque no podemos distinguir entre que C preceda a D y que D preceda a C. El argumento de Russell es, en parte, contra sí mismo, pues, como veremos, Russell mantiene que es posible reducir las relaciones simétricas a complejos que no las incluyen. Recordemos, sin embargo, que el objetivo aquí era rechazar que se pueden reducir las relaciones a la similaridad de complejos.

Aunque sin dar pruebas a favor, Russell concluye que

no hay dificultad en la admisión de la familiaridad con la relación abstracta desnuda misma (p. 88).

La razón para aceptar que las relaciones atómicas son relaciones universales sin instancias, las mismas en todo hecho en que intervengan, son negativas: a Russell no le convencen otras teorías. Sin embargo, en *Theory of Knowledge*, se hace justicia al nombre editorial. El enfoque es epistemológico: ¿cuáles son los conocimientos de los que no se puede dudar, los datos? Por ahora los particulares (datos sensibles) y las relaciones.

Pero falta saber si ocurre lo mismo con los predicados: si éstos también son dados. Para Russell hay relaciones de predicación, pero, de nuevo con cautela al principio, Russell señala que es dudoso que existan complejos con solo dos entidades: un término y un predicado (pp. 80-81). De todos modos, Russell afirma al final del capítulo 8:

La conclusión de nuestra discusión parece ser, por tanto, que, aunque con menos certidumbre que en el caso de las relaciones, todavía hay buenas razones para creer que hay predicados, y que con certeza tenemos familiaridad de ellos (p. 96).

Russell justifica, en primera instancia, la existencia de los predicados a través de la existencia de proposiciones⁶⁰ sujeto-predicado. Las razones para sostener esto es que sujetos y predicados difieren lógicamente, que sería muy raro que no existiesen complejos de dos constituyentes y que términos como 'blanco', 'doloroso', etc. reclaman sujetos en el mismo sentido que las relaciones demandan términos. La razón mas interesante es la primera, que no es más que la reiteración del "descubrimiento" de la diferencia entre pertenencia e inclusión (véase 2.4).

⁶⁰ En la página 80, en una nota al pie, afirma que: "Por una 'proposición', aquí, entiendo una frase que es gramaticalmente capaz de expresar un juicio; [...]". En la misma línea se reafirma Russell en la p. 105.

Russell apunta contra los predicados que pueden ser eliminados lógicamente a través de las relaciones simétricas y transitivas aunque esto no le parece una razón de peso (pp. 90-91). Russell pasa luego a atacar diversos objetivos que ya conocemos. Así la concepción tradicional ontológica de la sustancia (la 'cosa' del sentido común) y el atributo (pp. 91-92) proponiendo la alternativa de la conjunción de datos sensibles. Luego pasa a criticar, sin novedades, la visión platónica de los predicados (p. 92), contra los universales escolásticos (pp. 92-93), contra la noción de que el predicado es constituyente actual de su sujeto y contra la opinión de que las proposiciones sujeto-predicado son analíticas (p. 93). En este último caso, critica la noción de cosa (como sustancia) y la disuelve en datos sensibles, rechaza que las proposiciones universales afirmativas sean equivalentes a proposiciones de relaciones entre conceptos, la identificación de la clase unitaria con su elemento y que "una proposición que contenga un sujeto *nombrado*, como 'Sócrates', sea vitalmente diferente en forma de una que contenga un sujeto *descrito*, como 'todos los hombres'" (pp. 93-95; la cita corresponde a la p. 94). Esto último lo que viene a decir es que la forma sujeto-predicado es básica y que la diferencia entre proposiciones singulares y cuantificadas depende de la distinción entre nombrar y describir-denotar (véase el capítulo 5).

A continuación, Russell intenta justificar la familiaridad con los predicados. Y para ello recurre a la inspección directa (p. 95). La conclusión (p. 96) es que nada hay que se oponga ni a la familiaridad con los predicados, ni a su existencia y remite a la psicología para saber con qué predicados tenemos familiaridad:

Para nuestros propósitos, es suficiente saber que tal familiaridad probablemente ocurre, y que no hay ningún obstáculo teórico en asumirlo donde sirve para explicar los datos (p. 96).

Hasta este momento tenemos la familiaridad con particulares y universales, en este último caso, tanto relaciones como predicados. Pero Russell, en el capítulo 9, admite la posibilidad de familiaridad con ciertas entidades lógicas. (Hay que destacar la continúa referencia a la "posibilidad" y a "no hay obstáculos teóricos" de todos estos capítulos. Russell no se mueve en el terreno de las certidumbres, sino siempre en el terreno de lo probable: recordemos que la epistemología es a medias empírica, incluye psicología). Russell introduce aquí la noción de forma lógica como

el sentido en el que los constituyentes están combinados en el complejo (p. 98).

Sin la forma lógica, sostiene Russell, sería imposible entender la palabras "relación" (pp. 98-99). Russell retoma un tema que aparecía *The Principles* y que desarrolla algo mas en la parte siguiente del manuscrito que nos ocupa.

En efecto, el capítulo 1 de la segunda parte de *The Theory of Knowledge* trata de la "comprensión de proposiciones". Russell se demora en diversas consideraciones sobre la definición o caracterización lingüística de la proposición (pp. 105-107). Luego, de manera somera, reproduce el camino argumentativo que le ha conducido a estimar que las proposiciones son símbolos incompletos (pp. 107-110); resumiendo lo que sería un argumento para los filósofos pero que esconde toda la complejidad que vimos en la sección anterior:

[...] ya que es repugnante admitir la realidad de las proposiciones falsas, esto nos fuerza a admitir una teoría la cual ve las proposiciones verdaderas o falsas como arreales, esto es, como símbolos incompletos (p. 109).

Lo que sigue es la TJRM. En análoga posición insiste más adelante (pp. 114-116), si bien lo que dice está velado, como en todo este manuscrito, por la precaución: Russell cree en algo pero no lo puede demostrar concluyentemente.

Lo más interesante al respecto es, como ya se ha señalado, el papel que toma la forma lógica. Y esto, ya se ha dicho, estaba anticipado en *The Principles of Mathematics*. Rodríguez Consuegra ha destacado⁶¹ que la forma o constancia de forma era un indefinible de *The Principles*, necesario para explicar la relación entre proposiciones de la misma forma y las entidades que pueden darse en una función proposicional:

Para cada función proposicional, hay una relación indefinible entre proposiciones y entidades, la cual se puede expresar diciendo que todas las proposiciones tienen la misma forma, pero diferentes entidades que entran a formar parte de ella (*The Principles*, §33).

Se puede añadir que Russell trata este tema más adelante. Es necesario citar a Russell por extenso:

⁶¹ Rodríguez Consuegra 1992 c, p. 880.

Es ciertamente innegable que 'Platón es hombre implica Platón es mortal' es, en un sentido u otro, la *misma* función de Platón como nuestra previa proposición [expresada por 'Sócrates es hombre implica Sócrates es mortal'] lo es de Sócrates. La interpretación natural de esta afirmación sería que una proposición tiene con Platón la misma relación que la otra tiene con Sócrates. Pero esto requiere ver la función proposicional en cuestión como definible por medio de su relación con la variable. Tal punto de vista, sin embargo, requiere una función proposicional más complicada que la primera que estábamos considerando. Si representamos 'x es hombre implica x es mortal' por Φx , el punto de vista en cuestión mantiene que Φx es el término que tiene a x la relación R , donde R es una relación definida. La afirmación formal de este punto de vista es como sigue: Para todos los valores de x e y , 'y es idéntico a Φx ' es equivalente a 'y tiene la relación R con x '. Es evidente que esto no es una explicación, ya que tiene mucha más complejidad que lo que estaba intentando explicar. Parecería seguirse que las proposiciones tienen cierta constancia de forma, expresada en el hecho de que son instancias de una función proposicional dada, sin que sea posible analizar las proposiciones en un factor constante y otro variable. Tal punto de vista es curioso y difícil: la constancia de forma, en todos los otros casos, es reducible a la constancia de relaciones, pero la constancia involucrada aquí está presupuesta en la noción de constancia de relación, y no puede por tanto explicarse en el sentido usual (§82).

Este texto es presentado por Russell como una razón contra el que la implicación formal sea analizable en dos funciones proposicionales relacionadas. Pero, aparte de esto, está explícito que Russell está hablando de la relación entre una función proposicional y cada uno de los posibles valores de su variable, esto es, la cualidad (relación) de afirmación, y reconoce que ese punto de vista es un mal análisis de lo que ocurre en una proposición. En efecto, Russell se pregunta por la relación (R) entre la función proposicional y su variable (o los valores de las constantes de las proposiciones resultado de sustituir la variable por constantes). Esta relación es la que ya sabemos que Russell ha denominado afirmación (véase el capítulo 4). La afirmación ha de ser posible sujeto, pero aunque formalmente esto parece que no conlleva problemas, tal expediente no explica lo que se pretende (la relación entre la función proposicional y su sujeto o sujetos) dado que es más complicado de analizar que el punto de partida. Russell se refiere entonces a cierta constancia de forma.

Obsérvese que Russell habla de la constancia de forma como algo que se resiste a su reducción a relaciones. En *Theory of Knowledge*, Russell está haciendo efectiva la dificultad de *The Principles*, renunciando a cualquier forma de relación como fuente de la unidad de la proposición (como era el caso de la relación de

afirmación -véase el capítulo 4; pero pasa por alto que no le había quedado más remedio que renunciar al significado -capítulo 5) y poniendo en su lugar la forma lógica⁶². Con ésta tenemos una relación de familiaridad, pero al integrar particulares y relaciones da lugar a lo que Russell llama pensamiento proposicional, el cual incluye, entre otras formas de relación con la realidad, el juicio (véase más abajo). Es verdad que el problema de la unidad de la proposición ya no se plantea como antes, en la medida que las proposiciones han desaparecido de la ontología de Russell. Sin embargo, persiste la necesidad de que la teoría del juicio de la relación múltiple dé cuenta de diversos aspectos para los que la forma lógica se hace necesaria.

Vamos a verlo inmediatamente en conexión con las diversas formas de pensamiento proposicional, pero antes, conviene no perder de vista que Russell insiste en *Theory of Knowledge* en convertir la forma lógica en una entidad, en la medida que la hace objeto de conocimiento por familiaridad (p. 116) y no se expresa mediante un símbolo incompleto (p. 114). O lo mismo dicho de otro modo y literalmente por Russell:

Ya que deseamos dar el nombre 'forma' a objetos genuinos más bien que a ficciones simbólicas, dimos el nombre al 'hecho' 'algo es de algún modo relacionado con algo'. Si hay tal cosa como la familiaridad con formas, como hay buenas razones para creer que la hay, entonces una forma debe ser un objeto genuino; por otra parte, tales 'hechos' absolutamente generales como 'algo está de algún modo relacionado con algo' no tienen constituyentes, son inanalizables, y deben, consecuentemente, llamarse simples. Tienen, por tanto, todas las características esenciales requeridas de las formas puras (p. 129).

Así pues, un objeto genuino se conoce por familiaridad; cuando es inanalizable es simple. Las formas son "hechos absolutamente generales" y simples. De este modo Russell parece desmentir algo que había dicho en la primera parte de su manuscrito, en el capítulo 9 dedicado a los datos lógicos. Allí Russell dice que "la forma no es una 'cosa', no es otro constituyente junto con los objetos que son relacionados en esa forma" (p. 98). El ejemplo que da Russell es el de la cópula en un juicio sujeto-predicado; si la cópula fuese lo que relaciona el sujeto y el predicado

⁶² Puede preguntarse por qué Russell no habla de la forma en *Principia*. Rodríguez Consuegra (1992 c, pp. 880-881) sugiere, acertadamente, que es una cuestión de adecuación de la Introducción de *Principia* a su cometido: presentar los elementos estrictamente necesarios para dar cuenta de la eliminación de las proposiciones falsas en un libro que no era tanto filosófico como matemático. Se podría añadir que *Theory of Knowledge* es a *Principia* lo que en su momento fueron los artículos sobre Meinong a *The Principles*.

cabría preguntarse que es lo que relaciona el sujeto con la cópula y ésta con el predicado y así sucesivamente: la paradoja de Bradley. La explicación está en que Russell no piensa en la forma como en una relación en ese sentido. La forma es un objeto con el que entramos en relación en el juicio pero que no forma parte del complejo, del hecho, del fragmento del mundo sobre el que juzgamos. No hace falta irse muy lejos para recordar lo que Russell decía en *The Principles* sobre la diferencia entre lo que forma parte del significado de una proposición y las proposiciones implicadas por esa proposición.

De esta manera, esto plantea la pregunta por el lugar ontológico de la forma y de la lógica en general. Porque para Russell las formas de los complejos son el objeto de la lógica (capítulo 9 *passim*). Epistemológicamente se llega a ellas por una especie de abstracción (*idem*) que no es otra cosa que el proceso de sustitución de constantes por variables llevado al límite (*idem*). La comprensión del significado de los cuantificadores o las conectivas, así como la comprensión de palabras como "predicado", "relación", etc. depende del ámbito lógico, del ámbito de la forma. La pregunta que entonces surge es que, si la forma de un complejo no entra a formar parte del complejo juzgado sino que se manifiesta como objeto en la relación que se ocasiona al juzgar ¿no será algo meramente lingüístico y no una entidad?

Veamos las funciones que Russell reserva para la forma lógica. Para ello conviene comenzar ocupándose de los modos de lo que Russell llama "pensamiento proposicional". Para Russell, de la misma manera que hay diversos tipos de relación dual con objetos (familiaridad, atención, sensación, memoria e imaginación -véase más arriba), hay diversos tipos de pensamiento proposicional, esto es, de relaciones con objetos distintas de las relaciones duales y, por tanto, susceptibles de error (limitándonos al conocimiento): comprensión, creencia, duda, análisis, síntesis. De la misma manera que la familiaridad es básica en las relaciones duales, la comprensión de proposiciones es básica respecto a las demás: no se puede creer, dudar, etc., una proposición, si no se la comprende previamente (p. 110). En todas ellas entra a formar parte la forma.

Para explicar el papel de la forma, Russell descarta, en primer lugar, que sea necesario introducir la cuestión del sentido de las relaciones (pp. 110-112). A continuación, Russell procede a definir la forma de un complejo, luego argumenta en favor de que en la comprensión de una proposición hay familiaridad con una forma y,

finalmente, describe la estructura lógica del hecho consistente en que un sujeto comprenda una proposición dada (p. 113).

Respecto a lo primero, Russell se limita a sostener que la forma de los complejos sujeto predicado es "algo tiene algún predicado" y las de los complejos duales es "algo tiene alguna relación con alguna cosa" y que los demás tienen definiciones similares (p. 114).

Respecto a lo segundo, la definición de la forma de un complejo, remite a la necesidad de que los términos y la relación del complejo estén unidos, sintetizados:

El proceso de 'unir' que *podemos* efectuar en el pensamiento es el proceso de ponerlos en relación con la forma general de los complejos duales. [...] No sé cómo hacer este punto más evidente, y debo por tanto dejarlo a la inspección de lector, en la esperanza de que llegue a la misma conclusión (p.116).

Visto todo el trayecto que llevamos en el estudio de Russell, esto ha de sonar patético. Russell está insistiendo por enésima vez en que un complejo está formado por constituyentes y que éstos se unen por algo que los relaciona (la afirmación primero, la forma ahora), aunque no es capaz de decir cómo. Incluso en la cita habla de relacionar los constituyentes con la propia forma, como vamos a ver ahora mismo, con lo que el regreso infinito de las relaciones correspondientes, la paradoja de Bradley, es inevitable.

Russell termina el capítulo preguntándose por la "estructura lógica" del hecho que consiste en que un sujeto comprenda una proposición dada. Russell señala que en la comprensión de una proposición como "A y B son similares" interviene la familiaridad con A, con B, con la similaridad y con la forma "algo y algo están en alguna relación" (p. 117). Éstos y el sujeto que comprende son los que han de unirse en un complejo si el sujeto en efecto comprende la proposición. Y Russell continúa:

No puede existir ningún otro complejo compuesto de ellos que entre a formar parte del que nos ocupa, ya que ellos no necesitan forma ningún complejo y, si lo hacen, no necesitamos estar familiarizados con él. Pero ellos mismos deben entrar a formar parte del que nos ocupa ya que, si no, sería, al menos teóricamente, posible comprender la proposición sin estar familiarizados con ellos. En este argumento, apelo al principio de que, cuando comprendemos, esos objetos con los que debemos estar familiarizados cuando comprendemos, y éstos sólo, son objetos-constituyentes (esto es, constituyentes distintos de la comprensión misma y del sujeto) del complejo-comprensión (p. 117).

Para Russell el sujeto se relaciona con A, B, la forma $R(x,y)$ y la similaridad, la similaridad se relaciona con A y B, y la forma con la similaridad (pp. 117-118).

Russell insiste en que la familiaridad con la forma entra en la constitución de la comprensión de proposiciones en el capítulo 3 de la segunda parte (p. 129); lo que ocurre es que no le prestamos atención (pp. 129-130). Lógicamente, la forma es más simple que una proposición relacional, pero psicológicamente nos fijamos, primero, en los relatos, y luego, en la relación (pp. 129-130; también p. 132).

Russell señala que la comprensión de una forma lógica está en una situación peculiar. Si la forma se expresa mediante una proposición, como es "algo tiene alguna relación con algo", se supone que debería ser objeto de comprensión y no de familiaridad, pero, para Russell en este caso, no hay diferencia entre comprensión y familiaridad. Normalmente la comprensión es neutra respecto a la verdad y la familiaridad con un hecho (expresado por la proposición) sólo existe cuando el hecho es verdadero (cf. p. 133: lo que se denomina percibir el hecho); pero en el caso de la forma, el hecho de la proposición correspondiente existe siempre. Por otra parte, al estar involucrada una proposición, la relación entre los constituyentes del hecho correspondiente y el sujeto cognoscente, debería ser, como mínimo, triple. Pero, en el caso de las formas, la comprensión es dual al ser el hecho simple (p. 130 y p. 133).

Lo que aquí surge es un atomismo consecuente. Si los universales exigían universales simples de los que los demás se compusiesen, ahora los hechos necesitan hechos simples. Pero tales hechos simples no son, como cabría aventurar, los hechos atómicos, sino los hechos 'forma pura' o 'forma lógica' (atómicos; los moleculares serían la disyunción, conjunción, negación, etc. -p. 132), correspondientes a las proposiciones que no tienen constantes (p. 131).

La forma lógica tiene una segunda función. Como ha señalado Wahl⁶³, la forma lógica permite entender que hagamos juicios falsos: como dice Russell, en un juicio verdadero no necesitamos la forma, mientras que en uno falso debe haber alguna forma de sugerir que los términos del complejo están unidos (véase la p. 116). La forma lógica es el lugar de la experiencia lógica (véase las pp. 97-98)⁶⁴. Como señala Wahl⁶⁵

⁶³ Wahl 1986, p. 396.

⁶⁴ Griffin 1980 señala esto.

⁶⁵ Wahl 1986, p. 397.

la forma lógica marca el terreno de los juicios posibles. Lo cual es otra forma de decir lo señalado más arriba: la forma lógica, como el adjetivo indica, es la presencia de la lógica en el juicio.

Pero la forma lógica no tiene el papel de la afirmación de asumir el sentido de la relación. Aquí hay una reordenación de papeles. Es la propia relación del complejo la que asume esta función. Veremos esto en la sección siguiente.

7.4. Juicio y proposición en *The Theory of Knowledge*.

Russell afirma que:

Aquí, por 'proposición' entiendo una frase que es gramaticalmente capaz de expresar un juicio; [...] (p. 80).

En la misma línea se reafirma Russell en la p. 105. Pero su objetivismo no desaparece completamente en lo que se refiere a las proposiciones. Russell sigue manteniendo que hay un significado no psicológico de la palabra "proposición" (p. 134), esto es, no dependiente del juicio sino de cierto complejo que tiene como significado (lingüístico).

Russell insiste en distinguir el juicio de la concepción, esto es, el significado de una proposición no es, meramente, un concepto complejo, sino que tiene algo más. Las razones que da Russell para distinguir juicio y concepción comienzan con el caso de los juicios existenciales, a la que se añade su teoría de la denotación (p. 139). Russell sostiene que cuando digo que algo existe, ese algo del que digo que existe ha de ser conocido por descripción; sólo entonces la palabra "existe" tiene significado. Cuando, por el contrario digo que existe algo, nombrando ese algo por un nombre lógicamente propio, la palabra "existir" no tiene significado. Acudiendo a la interdefinibilidad de los cuantificadores existencial y universal (desde la estructura sujeto-predicado desde la que Russell ve las proposiciones universales afirmativas y particulares afirmativas -véase el capítulo 3), Russell rechaza que el predicado "existencia" no añada nada al sujeto del que se dice y, consiguientemente, no se pueda distinguir los conceptos de lo expresado por las proposiciones y las creencias del conocimiento por familiaridad (pp. 138-139). Dicho de otro modo, la existencia, es un predicado con significado (con contenido, no un mero énfasis), esto es, es un concepto

más, cuando estamos en el conocimiento por descripción y en el juicio; aunque no lo es cuando estamos en el conocimiento por familiaridad.

En conexión con esto, Russell reitera su teoría de la denotación (pp. 139-140). Al juzgar no decimos que se relacionan ideas (en "el mercurio es más denso que el oro", la idea del mercurio se relacionaría con la del oro), sino que decimos que las cosas, de las que supuestamente son las ideas, se relacionan efectivamente. La captación por el sujeto cognoscente de ello constituye un hecho que Russell describe mediante la teoría del juicio de la relación múltiple.

Russell, ahora ya sin dudas, señala que esto tiene como consecuencia que la verdad y la falsedad atañen al complejo como significado (lingüístico) y no como término (p. 134). El problema de que la verdad ataña al significado (la posible falta de objetividad) se soluciona al hacer que las proposiciones atómicas sean idénticas con sus condiciones de verdad y las proposiciones moleculares herramientas lingüísticas para expresar un conjunto de proposiciones atómicas.

Así las cosas aparece bastante perfilado el esquema ontosemántico de Russell en este momento. El mundo está formado por particulares (datos sensibles), universales (predicados y relaciones) y ciertos hechos simples que son las formas lógicas. El mundo se reduce a esas partes. Cuando emito una proposición (en el sentido de enunciado), estoy transmitiendo un significado (de las palabras) que puede expresarse en forma no enunciativa, no judicativa, como una descripción definida que denotará un hecho, cuando la proposición sea verdadera, o no denotará nada existente en caso contrario⁶⁶. Los hechos son fragmentos del mundo o, dicho de otra manera, el mundo es un gigantesco hecho del que seleccionamos ciertas partes para nuestros intereses y que constituyen lo que normalmente llamamos hechos. Ese mundo, el mundo objetivo, no es posible conocerlo directamente; el conocimiento que de él tenemos es producto de una construcción. Nosotros tenemos familiaridad con ciertas partes suyas y, a partir de ahí, construimos el mundo que conocemos. Sin embargo, la filosofía nos permite hallar las auténticas partes del mundo acudiendo al análisis filosófico. Ese análisis nos permite inferir que las partes del mundo son los ya señalados datos sensibles, predicados, relaciones y formas lógicas. El sujeto al enjuiciar pretende que hay cierta ordenación de estas partes. Si la hay, su proposición será verdadera, falsa en caso contrario.

⁶⁶ Véase Landini 1991, pp. 45-48, para la formulación de los complejos denotativos correspondientes a las proposiciones moleculares.

Queda por aclarar un elemento fundamental. Se trata de dónde reside el sentido de la relación en las proposiciones que expresan relaciones simétricas. Para Russell (pp. 110-112), las proposiciones en las que se expresan relaciones que pueden tener diversos sentidos son más complicadas de lo que aparentan: involucran otras proposiciones que explicitan los complejos que en realidad están involucrados. Al decir que "A precede a B", no está involucrado el sencillo complejo formado por los términos A, B y la relación de precedencia, sino que además, existen otros términos que expresan el sentido en cada caso. Russell supone que esos complejos pueden explicarse en función de otros (más complejos -pp. 134-135) que no involucran sentido en el modo que lo hacen las relaciones simétricas.

En el capítulo V de la segunda parte, dedicado a la verdad y la falsedad, Russell intenta justificar su posición por extenso (pp. 145-147). Russell, en primer lugar, plantea la cuestión con un ejemplo. Dos complejos A-antes-de-B y A-después-de-B están compuestos de los constituyentes A, B y la relación de secuencia. Esto es, en ambos complejos existe los mismos constituyentes, pero sus expresiones lingüísticas difieren porque las *posiciones* de los constituyentes son distintas (y, consiguientemente, el complejo es distinto): en un caso A está primero y en el otro es B lo que está primero. Para distinguirlos, Russell propone que la proposición correspondiente al complejo A-antes-de-B se analice en la siguiente proposición molecular: "Hay un complejo en el que A está antes y B después" Aquí hay cuatro constituyentes: A, B, antes y después, y, además, la proposición es molecular.

En general, esto significa que todo complejo con una relación simétrica puede analizarse en otro añadiendo las posiciones dentro del complejo de los constituyentes relacionados. Dicho de otra manera, las relaciones aparentemente se resuelven en n-tuplas ordenadas; digo aparentemente, porque Russell señala que es mejor la expresión simbólica que se lee "el complejo tal en que el primer objeto relacionado está en la relación 1 con el complejo, el segundo en la relación 2, etc." para evitar la referencia al espacio⁶⁷.

Russell reconoce (p. 148) que así las cosas, habrá que considerar los posibles problemas que plantean las creencias que involucran complejos no atómicos

⁶⁷ Y volver así a la situación de la que Russell partió. Véase el capítulo 2.

sino moleculares (y que se extenderían a las creencias expresables en proposiciones generales); este tema correspondería a la tercera parte del libro que nunca fue escrita⁶⁸.

7.5. La teoría del juicio de la relación múltiple y las objeciones de Wittgenstein o Bradley redivivo.

En la revisión de las objeciones a la teoría del juicio de la relación múltiple de Russell, Wahl⁶⁹ distingue dos grandes tipos de objeciones que se han planteado a la TJRM. El primer tipo se refiere al hecho de que esta teoría no cubriría todos los casos posibles. Russell no llegó a elaborarla para las proposiciones moleculares (incluidas las cuantificadas); sin embargo, la extensión no es difícil⁷⁰. Más dificultoso se presenta el segundo tipo de objeciones, constituido por tres objeciones. Comencemos por la segunda; ésta se refiere a que, en la TJRM, las relaciones que en la proposición son relacionantes ocurren como términos, no como relaciones relacionantes. Si ello es así, cabe preguntarse dónde se encuentra el sentido de la relación para el caso de las relaciones simétricas. Como hemos visto en la sección anterior, *Theory of Knowledge* lo soluciona mostrando como las proposiciones que contienen relaciones simétricas son engañosamente simples: son analizables en otras en las que el sentido queda especificado. Por su parte, la primera y la tercera objeciones conducen a la teoría de tipos. La primera pregunta cómo poner a las funciones proposicionales en el papel de sujeto sin generar paradojas. La última objeción pregunta cómo la teoría de la relación múltiple impide combinaciones de términos sin sentido, como por ejemplo "el perro lana carne". En efecto, estas dos últimas objeciones conducen a la necesidad de una teoría de tipos, tipos que se harían presentes mediante la forma lógica.

⁶⁸ Puede ponerse una dificultad. Cocchiarella 1980 y 1987 a (representando a lo que Landini llama la concepción heredada, común a otros autores) señala que hay que sostener que las funciones proposicionales son los universales atómicos de los que habla Russell, por lo menos en *Principia*. Si admitiésemos esto, la teoría del juicio de la relación múltiple y la explicación que acabamos de ver de Russell sobre los complejos con relaciones asimétricas se enfrenta al problema de que no es veritativo funcional: Russell puede sostener que "A cree que p y q" tiene el mismo valor de verdad que "A cree que p y A cree que q"; pero sin embargo, "A cree que p o q" no tiene por que tener el mismo valor de verdad que "A cree que p o A cree que q". Sin embargo, en Cocchiarella 1980 y 1987 se articula una solución partiendo del carácter de universales -cuasi-atómicos- de las funciones proposicionales. Parece preferible la posición de Landini 1991 (especialmente pp. 46-48), la cual permite extender la teoría de la relación múltiple a las proposiciones moleculares. Véase, para una relación de contribuciones antiguas al respecto, Griffin 1985 a, p. 218; y véase la posición de Griffin en la p. 226.

⁶⁹ Wahl 1986, pp. 389-395.

⁷⁰ Véase la última nota de la sección anterior.

Desde luego, no puede ser la necesidad de la teoría de tipos una objeción: se puede o no estar de acuerdo con ella pero no tiene nada de imposible. Y el hecho de que podamos eliminar los tipos mediante una adecuada teoría de los signos como postulaba Wittgenstein, no tenía necesariamente por qué conducir a Russell a rechazar sus propias tesis.

Sin embargo, la última de las objeciones, sería tal en la medida que, como Sommerville (y Griffin) ha sostenido⁷¹, Russell pretendía fundamentar la teoría de tipos en la teoría del juicio. Pero como ha señalado Wahl⁷², la teoría de tipos es lógicamente independiente de la teoría del juicio adoptada o, como ha mostrado Landini⁷³, ésta es consecuencia -filosófica- de la primera.

No obstante, se atribuye a Sommerville haber interpretado el significado correcto de la objeción de Wittgenstein que Russell consideró fundamental. En su carta de Junio de 1913, Wittgenstein señalaba a Russell que desde la teoría del juicio de éste era imposible conseguir en un análisis correcto que, *sin premisas adicionales*, se siguiera (aRb o no aRb) de la proposición "A juzga que a está en relación R a b". Sommerville señala que Wittgenstein se refiere al §*13.3 de *Principia*. Si se hace caso de la exégesis de Sommerville, en ese contexto, Russell ofrece un criterio implícito para la significatividad de los juicios. Sommerville sostiene, interpretando a Wittgenstein, que ese criterio falla porque Russell necesita suponer la forma lógica. Esto es inaceptable para Wittgenstein.

La razón de esto reside en la filosofía del primer Wittgenstein. El primer Wittgenstein sostenía que el mundo es la totalidad de los hechos, los cuales están formados por cosas. Las cosas se nombran y, consiguientemente, hay una relación entre cosas y palabras. Igualmente, si una combinación de cosas es un hecho atómico, una combinación de palabras es una proposición atómica (este atomismo lógico es en parte compartido con Russell; véase la sección siguiente). Las proposiciones atómicas representan hechos atómicos en el sentido de que las primeras son una representación, cuadro o pintura de los segundos; las proposiciones atómicas y los hechos atómicos son isomórficos. Las proposiciones atómicas que no representan hechos atómicos carecen de significado, de tal modo que, como dirá Wittgenstein, los límites de mi lenguaje significan los límites de mi mundo.

⁷¹ Sommerville 1981; Griffin 1985 a, p. 217 y p. 226 y ss.

⁷² Wahl 1986 pp. 394 y 386-395.

⁷³ Landini 1998 b, sección 10.11.

Y las proposiciones mediante las cuales se descubre el esqueleto lógico del lenguaje, la naturaleza esencial del lenguaje, no son ni proposiciones atómicas ni su combinación (funciones de verdad). Consiguientemente carecen de significado. No se puede hacer proposiciones sobre el lenguaje y el isomorfismo del lenguaje con la realidad, sino simplemente mostrar lo que hay.

Precisamente, lo que Russell necesitaba para que sus tesis funcionasen es que tales relaciones del lenguaje y entre el lenguaje y la realidad fuesen términos (sujetos) de proposiciones. Sin embargo, la paradoja de Bradley le ponía las cosas difíciles para salvar la coherencia de esos planteamientos. Russell sostenía que la forma lógica es un objeto a la hora de juzgar, pero no está en el hecho (sí en el juicio) como un término más, es producto de una abstracción. Así Russell pretendía evitar la paradoja de Bradley. Pero esta paradoja vuelve a surgir en la objeción de Wittgenstein: las *premisas adicionales* son la entidad de la forma lógica. Veámoslo con detalle.

Para Russell en *Theory of Knowledge*, las formas son "hechos absolutamente generales" y simples, y, consiguientemente, objetos. De este modo, Russell parece desmentir algo que había dicho en la primera parte del libro, en el capítulo 9 dedicado a los datos lógicos. Allí Russell dice que "la forma no es una 'cosa', no es otro constituyente junto con los objetos que son relacionados en esa forma" (p. 98). La razón está en que, por ejemplo, en el caso de la cópula de un juicio sujeto-predicado, si la cópula fuese lo que relaciona el sujeto y el predicado, cabría preguntarse qué es lo que relaciona el sujeto con la cópula y ésta con el predicado y así sucesivamente: estaríamos ante la paradoja de Bradley. Pero Russell pensó que podía salvar la cuestión incluso insistiendo en el carácter entitativo de la forma: Russell sugiere que la forma no es como una relación en el sentido que genera la paradoja de Bradley. La forma es un objeto con el que entramos en relación en el juicio pero que no forma parte del complejo, del hecho, del fragmento del mundo sobre el que juzgamos, se abstrae de él para dar lugar a una proposición distinta⁷⁴.

Pero la abstracción, ya lo sabemos (véase el capítulo anterior), ya había sido criticada por Bradley. Recordemos que Russell rechazaba que la relatividad implicase complejidad, a lo que Bradley respondía que no era posible separar términos y relaciones. Lo primero remite a la cuestión de la diversidad numérica (para Russell, los

⁷⁴ Evidentemente, esto no deshace la objeción de Bradley a otro nivel: qué relaciona las partes (datos sensibles, relaciones, propiedades....) del mundo russelliano. Pero Russell ha dejado ya de prestar

términos no son distintos porque estén en relaciones distintas, sino porque son numéricamente distintos); lo segundo, remite a la cuestión de la abstracción, que también está conectado con ésta última porque, como Bradley señaló, cabe preguntarse si es pensable la diversidad numérica por sí misma. Russell respondió que cuando mediante el análisis obtengo un átomo de inteligibilidad, si se quiere, un concepto simple, inanalizable, esto tiene una consecuencia ontológica: estamos ante un término, un individuo. Pero como ya vimos (capítulo 6) esto es un supuesto sin ninguna justificación. Sin embargo, esta crítica es externa; puede influir en nuestra preferencia sobre la filosofía de Russell, pero no afecta a su coherencia interna.

Pero Russell piensa que puede estar en misa y repicando y es aquí donde la paradoja de Bradley afecta a la coherencia de las tesis de Russell. La teoría del juicio permite, según Russell, eliminar las proposiciones y evitar la paradoja de Bradley porque al juzgar tengo ante mí los términos del hecho juzgado y, gracias a la abstracción, también mi propio juzgar. Como ya vimos en el capítulo anterior esto era inaceptable para Bradley... y para Wittgenstein. Y lo que éste hace con sus críticas es recordarle esto, dicho por Bradley allá por 1908. Como dice Rodríguez Consuegra⁷⁵, Wittgenstein se limita a reiterar siempre que Russell habla de aquello de lo que no puede hablarse (por lo menos en el momento de juzgar): de la relación entre lo conocido y el cognoscente. Es imposible referirse a la relación cognoscitiva que la teoría de la relación múltiple introduce porque, al hacerlo, introducimos otra proposición con lo que habría, a su vez, que referirse a la relación entre esta última y aquello a lo que apunta, y así *ad nauseam*. Como el propio Rodríguez Consuegra señala, Bradley (y Moore) ya lo había dicho. Hemos visto cómo.

7.6. La TJRM y la ontología en las conferencias sobre la "Filosofía del Atomismo Lógico"

Las conferencias *The Philosophy of Logical Atomism*⁷⁶ constituyen una versión exotérica de *Theory of Knowledge* con ciertos retoques pero sin, en ningún caso, responder al nuevo planteamiento de la paradoja de Bradley que Wittgenstein

atención a esta objeción bradleyana. Su pluralismo atomista sencillamente la deja atrás: la ontología verdadera es la que se sigue de la lógica y la matemática que empleamos (véase el capítulo anterior).

⁷⁵ Rodríguez Consuegra 1992 c, pp. 887-892.

⁷⁶ Russell 1986, pp. 160-244, ítem 17. En adelante *Logical Atomism*. Los números entre paréntesis, si no se dice lo contrario, remiten a las páginas de esta edición.

había puesto sobre la mesa. No debemos olvidar que el motivo de estas conferencias fue que Russell necesitaba dinero. Repasaremos en esta sección los aspectos que manifiestan la continuidad de la filosofía de Russell en 1918.

En primer lugar, Russell comienza sus conferencias señalando que su filosofía procede de su estudio de las matemáticas:

En estas lecciones, intentaré trazar en una especie de bosquejo, más bien resumidamente e insatisfactoriamente, un tipo de doctrina lógica que me parece el resultado de la filosofía de las matemáticas -no exactamente lógicamente, pero que emerge como se refleja: un cierto tipo de doctrina lógica, y con base en esto un cierto tipo de metafísica (p. 160).

Y el mismo tono pretendidamente cauteloso que se inaugura en *Theory of Knowledge* se mantiene aquí debido a que el estudio es de teoría del conocimiento (pp. 160-162). Russell se da cuenta, como ya lo había hecho en *Theory of Knowledge*, de que la filosofía que propugna no se sigue necesariamente de los resultados lógicos y matemáticos que había obtenido. De todos modos, Russell se reafirma en su confianza en el pluralismo frente al monismo, de ahí la expresión atomismo (p. 160). El carácter de "lógico" se contrapone a "físico" y los átomos lógicos son particulares y universales (predicados y relaciones) (p. 161).

Por otra parte, ahora Russell no considera que el análisis sea falsificación (p. 160), lo cual es explicable al dejar de mantener que las proposiciones son entidades: ya no se plantea el problema de la misteriosa unidad de las proposiciones. Y Russell insiste repetidamente en el carácter cuasi-psicológico de la teoría del conocimiento (pp. 160-161) frente a la lógica (p. 162).

Y Russell afirma explícitamente algo que ya hemos visto: la conversión del significado de un modo de ser a algo lingüístico:

Pienso que la noción de significado es siempre más o menos psicológica, y que no es posible dar una teoría lógica pura del significado, ni por tanto del simbolismo (p. 167).

En congruencia con esto, Russell mantiene que el significado de los distintos tipos de símbolos son distintos. Frente a posturas anteriores, no significa igual un nombre que una proposición (p. 167). Un hecho se afirma, niega, desea, etc., pero no se nombra (p.168). El tipo de significado es distinto según las distintas expresiones que tomemos en consideración.

"Sócrates" significa cierta persona.

"mortal" significa cierta cualidad.

"Sócrates es mortal" significa un hecho.

No hay sólo una relación entre el símbolo y lo simbolizado (p. 167). Un nombre es el símbolo que corresponde a una persona, una sentencia (o proposición) es el símbolo para un hecho, y no hay que entenderla como nombrando el hecho porque hay dos proposiciones para cada hecho: para el hecho de que Sócrates está muerto está la proposición "Sócrates está muerto" y "Sócrates no está muerto". El mismo hecho las hace a una verdadera y a otra falsa. No hay nada en el símbolo que nos permite saber esto; si no fuera así podríamos saber la verdad con solo examinar las proposiciones (p. 167).

Russell, de nuevo, concede explícitamente algo que se veía venir. Sostiene que el que haya varias cosas es empírico; no hay necesidad lógica de que sólo haya una o varias (p. 168). El final de la segunda conferencia ofrece una perla parecida: sostiene que llamar a una cosa compleja no implica necesariamente que haya simples (p. 180), y dice:

Pienso que es perfectamente posible suponer que las cosas complejas son capaces de análisis *ad infinitum*, y que nunca se encuentre lo simple. No pienso que sea verdad, pero es una cosa que uno puede argüir ciertamente (p. 180).

El mundo no es sólo un conjunto de particulares: hay las entidades que llamamos hechos que están en el mundo exterior (excepto los hechos psicológicos) (p. 164) y que son las que hacen a las creencias verdaderas o falsas (p. 164). Y, como dirá en la segunda conferencia, un hecho es complejo: se compone de cosas, cualidades y relaciones (p. 171). Pero la postura no es la misma que en *The Principles*.

En *The Principles* (véase el capítulo 3), para Russell, eran términos las relaciones, los predicados, las cosas, las proposiciones.... Esta última entidad fue uno de los caballos de batalla entre Russell y Bradley ¿Como podía el mundo estar compuesto de unos átomos (conceptos y cosas) que formaban una entidad (la proposición) que, a su vez, era tan término como los conceptos y cosas? Ya vimos que Bradley tenía razón en su crítica.

Aún con el riesgo de caer en imágenes excesivamente simplificadoras, podemos utilizar como modelo de lo que Russell sostenía las maquetas que se utilizan para visualizar las moléculas químicas. Imaginemos un mundo formado por las bolitas de esas maquetas y las barras que simulan los enlaces químicos. De estas últimas (que representarían los universales) sólo habría un espécimen de cada una y podría unir varias bolitas u otras barras a la vez, incluso habría algunas que unirían todas las bolitas y todas las barras. Las bolitas tendrían diversos especímenes del mismo elemento (y representarían las cosas o individuos). Imaginemos ahora una maqueta de una macromolécula química lo suficientemente grande para el propósito de simular el mundo (en realidad una molécula con una infinidad de átomos). En *Logical Atomism*, ya desde *Principia*, Russell sostiene que esa enorme macromolécula (el mundo) está formada por átomos (universales y cosas, barras y bolas). Cuando hago un juicio, cuando formulo una proposición, selecciono un fragmento de esa molécula. Si mi proposición es verdadera, lo que hago es establecer correctamente los enlaces de ese trozo de mundo, he dado con un hecho del mundo. Si es falsa, no es así. Yerro en establecer correctamente esos enlaces. La proposición no es más que la extracción lingüística (correcta o incorrecta) de un fragmento del todo.

No es por tanto la mente lo que da unidad al hecho. Lo ocurre es que el *hecho mental* de enjuiciar no es *seleccionado* si no hay una mente que juzgue. Y la proposición no es más que algo lingüístico: la expresión del lado objetivo del enjuiciar; pero no se identifica con el mundo. El hecho es un fragmento suyo, al que nos referimos con la proposición y el sentido de cuyas relaciones está inscrito en las propias relaciones del hecho.

Frente a lo que hemos visto, en *The Principles* las proposiciones existían al lado de los elementos descritos. Esto es, entre los átomos del mundo y el mundo como un todo había proposiciones-hecho (recuérdese que Russell aceptaba que el mundo contenía entre sus pobladores las proposiciones falsas), unas moléculas, pero no como algo que se disolvía en sus constituyentes, sino como auténticos ladrillos del mundo. Es como si hubiese ladrillos que forman el mundo y, al lado de los ladrillos, sueltos, los materiales que componen los ladrillos. Volviendo a nuestro modelo original, es como si además del mundo (la macromolécula) formado por moléculas (las proposiciones-hecho) tuviésemos al lado la caja con los duplicados de las piezas que hemos empleado para construir las moléculas. Los diversos problemas que hemos ido viendo llevarán a Russell a la postura que hemos expuesto antes.

Congruentemente con este modelo, Russell, en *Logical Atomism*, señala, en la primera conferencia, que hay hechos particulares ("Esto es blanco") y generales ("todos los hombres son mortales"). En la quinta conferencia señala también que las proposiciones generales no involucran existencia (p. 201) y en ellas se afirma la verdad de todos los valores de una función proposicional (pp. 202-203). Justifica la existencia de hechos generales señalando que no podemos llegar a ellos mediante la inducción (véase en la primera conferencia, pp. 164-165) y que, por tanto, debe haber alguna forma de conocimiento primitivo (opuesto a inferencia) de las proposiciones generales (pp. 206-207). La razón lógica es que si queremos establecer hechos sobre todos los hechos del mundo, debemos acudir a hechos generales (p. 207).

La existencia de hechos generales no debe ser problemática si atendemos a lo ya dicho. Los hechos están siempre compuestos de partes, que sólo pueden ser particulares y universales, y constituyen una selección del todo que forma el mundo. Pero hay hechos, sostiene Russell, que abarcan a todos los particulares o a todos los universales o a todo el mundo. El problema surge porque Russell, haciendo caso a la objeción que pregunta dónde se encuentra en el mundo la disyunción o la conjunción, los convierte en formas de hablar para expresar su significado veritativo-funcional. No hay, pues, hechos "moleculares". Pero Russell no está diciendo que el cuantificador tenga un correlato en el mundo: esta posición había desaparecido desde "On Denoting". Lo que está diciendo es que la trabazón del mundo *no se limita*, como en la imagen de la bolas y las barras que he propuesto antes, a unir entre sí bolas y barras como si éstas fuesen el armazón de un edificio de pilares de hormigón, en el que las barras son pilares y vigas y las bolas sus uniones. Por el contrario, siguiendo la imagen, hay barras que *también* pueden abarcar a todas las bolas. Y Russell está diciendo que debemos tener algún conocimiento primitivo de ese hecho: no está introduciendo de nuevo la proposición-hecho en la forma de los hechos generales.

En efecto, hay que insistir en que, para Russell, un hecho no es un componente básico del mundo sino algo seleccionado mediante un juicio de la totalidad que forma el mundo y que está formada por particulares y universales. Un hecho, no es, por tanto, una entidad sujeta a conocimiento por familiaridad (Russell habla de conocimiento primitivo pero no se arriesga a más) sino que se muestra en el juicio. Claro que Russell no nos proporciona una explicación en términos de la teoría de la relación múltiple. ¿Como es posible, por ejemplo, tener familiaridad con infinitas cosas para poder realizar un juicio general? Esa infinidad sólo la conocemos por descripción y

Russell admite que la justificación epistemológica de tales proposiciones es difícil (pp. 206-207), pero dado que es una exigencia lógica y la ontología de la teoría es la ontología del mundo, cabe entender la conclusión de Russell.

Algo análogo pasa con los hechos negativos. Para Russell, también hay hechos positivos y negativos (p. 165). En la tercera conferencia Russell sostiene que no hay hechos moleculares (correspondientes a las conectivas diádicas) y que por ello admite la existencia de hechos negativos. Las palabras correspondientes a las conectivas lógicas son maneras de expresar la definición veritativo funcional de éstas (pp. 185-186). Pero hay hechos negativos (pp. 187-189) porque de lo contrario hay que admitir los moleculares (correspondientes a las conectivas diádicas) lo cual es más complicado, sobre todo porque además, involucran la incompatibilidad entre proposiciones. Además, añade Russell, cuando una proposición afirmativa es falsa, lo será a causa de un hecho. Cabe preguntarse, señala Russell, qué tipo de hecho si no hay hechos negativos (p. 190).

Esto último es el típico apuntalamiento de Russell de una tesis que acepta por otro motivo, motivo que es la justificación que da Russell en primer lugar. No es posible efectuar una reducción lógica que elimine a la vez las proposiciones negativas y las proposiciones moleculares con conectores diádicos. La conclusión que saca Russell es que debe haber hechos correspondientes a uno de los dos tipos.

De nuevo, hay que advertir que Russell no está diciendo que al negador le corresponda algo en el mundo, sino que lingüísticamente expresamos así algo que está en el mundo.

Más problemático es que Russell continúa sosteniendo que hay hechos sobre cosas particulares frente a hechos lógicos (p. 165, primera conferencia), esto es, que hay "proposiciones completamente generales" a las que corresponde un hecho; estas proposiciones sólo tienen variables y constituyen la forma pura de las proposiciones (pp. 208-210). Esto es sorprendente, pues se expresa en los mismos términos que en *Theory of Knowledge* y dados los problemas señalados por Wittgenstein en la forma lógica y que vimos en la sección anterior, Russell debía haber renunciado a esta posición. Russell insiste en la idea, proveniente de *The Principles* (véase capítulo 4), de que la forma de la proposición no es un constituyente de la proposición de la cual es forma. Sí que lo sería de las proposiciones generales sobre las proposiciones que tienen esa forma. Russell concluye que "es posible" que las proposiciones lógicas puedan ser interpretadas como siendo sobre las formas.

De este modo, Russell no se ha atrevido a sacar las consecuencias de las objeciones de Wittgenstein (o no había podido todavía hacerlo aunque tenía confianza en solucionar los problemas). No sólo los hechos atómicos son sobre particulares, sino que habría que añadir los hechos generales, negativos y los hechos de la forma lógica.

Resumiendo, Russell continúa en lo fundamental con las tesis de *Theory of Knowledge*. Existen proposiciones cuyo significado coincide con sus condiciones de verdad (atómicas) y otras que se construyen a partir de ellas. Las proposiciones atómicas continúan teniendo una forma sujeto-predicado. Las proposiciones sirven para expresar hechos. Los hechos están compuestos de particulares, cualidades y relaciones. Russell mantiene que estos particulares y universales son átomos ontológico-lógico-epistemológicos, así como las proposiciones simples que expresan la forma lógica.

7.7. Russell descarta la teoría del juicio de la relación múltiple

Del mismo año 1918 en que Russell da la segunda parte de sus conferencias sobre el Atomismo Lógico, existen una serie de notas manuscritas⁷⁷, que anticipan lo que luego sería su artículo "On Propositions: What They Are and How They Mean" publicado en 1919⁷⁸. Russell inicia un camino marcado por el conductismo. Y Russell declara que hay que rechazar el sujeto cognoscente de la teoría y que:

La teoría de la creencia que sostenía antes, esto es, que consiste en una relación múltiple del sujeto a los objetos que constituyen el "objetivo", esto es, el hecho que hace a la creencia verdadera o falsa [o, si se prefiere, la proposición en el sentido de *The Principles*], se vuelve imposible por el rechazo del sujeto (p. 295).

Sin embargo, eso no quiere decir que la idea central de la teoría sea rechazada. En efecto, en la última parte del artículo que nos ocupa, Russell reafirma su opción por la concepción de la verdad como correspondencia y rechaza explícitamente la opción meinongiana (p. 302): que haya hechos verdaderos y falsos. Para Russell las proposiciones (en el sentido de conjuntos de palabras) "refieren" a los hechos. Russell señala que aquí "referir" quiere decir la manera de significar para las proposiciones (*idem*).

⁷⁷ Russell 1986, ítem 18.

⁷⁸ *Aristotelian Society Supplementary Volume 2*, pp. 1-43. Ahora en Russell 1986, ítem 20. Se citará desde esta última edición.

Por otra parte, las propias proposiciones son hechos del mundo. Cabría decir que son hechos mentales, si no fuera porque Russell ha deshecho la mente y sólo quedan sus partes (p. 302).

En cuanto a la relación entre el hecho de la proposición y el hecho referido por la proposición, Russell da el siguiente ejemplo. Sea un caso de recuerdo de una imagen visual. Ésta consiste en una habitación cuya ventana está a la izquierda de la chimenea. Cuando la habitación estuvo presente a mis sentidos, la ventana estaba, de hecho, a la izquierda de la chimenea. Tenemos así, un recuerdo consistente en una imagen compleja que Russell dice que se puede analizar en: (a) la imagen de la ventana; (b) la imagen de la chimenea; (c) la relación de que (a) está a la izquierda de (b). El hecho es la ventana y la chimenea con la misma relación entre ellos.

En tal caso, el hecho [*objective*] de una proposición consiste en los significados de sus imágenes constituyentes relacionados (o no relacionados según el caso) por la misma relación que la que se da entre las imágenes constituyentes de la proposición. Cuando el hecho es que la misma relación se da, la proposición es verdadera; cuando el hecho es que la misma relación no se da, la proposición es falsa (p. 303).

Obsérvese que pese al lenguaje de imágenes, la idea es la misma que la subyacente a la TJRM: individuos y relaciones que se dan en el mundo. Y hay una contraparte "mental" que si es adecuada hace al juicio verdadero y falso en caso contrario; es una teoría de la correspondencia. Excepto por lo que se refiere a la existencia de mentes, la ontología subyacente es la misma, como lo muestra la insistencia en la existencia de los hechos negativos (p. 304) o la insistencia en que la totalidad del tiempo puede descomponerse en sus partes sin pérdida de totalidad (p. 305).

Lo que parece claro es que Russell empezó a preocuparse por las relaciones epistemológicas entre el mundo y el conocimiento, a la vez que reiteraba una ontología pluralista y atomista que era básica para él y había sido refinada a lo largo del tiempo. La nueva preocupación de Russell debe enmarcarse, como ha señalado Rodríguez Consuegra⁷⁹, en la objeción que, como hemos visto en la sección 7.6, Wittgenstein había planteado a Russell recordándole la paradoja de Bradley y que en parte se refería al intento de Russell de introducir explícitamente una relación que cohesionase los constituyentes de la proposición.

Recordemos que el problema de Russell, la paradoja de Bradley, tenía dos grandes ámbitos. El primero no afectaba a la coherencia interna de las tesis de Russell. Si, como Russell opinaba, el mundo está constituido por átomos lógicos ¿Cómo se conectan éstos? Si a está relacionado con b mediante la relación R ¿Cómo se conectan R y a o R y b ? No obstante, hay que insistir, esto no afecta a la coherencia interna de las tesis de Russell; si queremos es un defecto de su filosofía, como lo tiene cualquier otra filosofía, de Bradley o de otro filósofo. Pero la paradoja de Bradley tenía un segundo efecto, este sí devastador pues ponía en tela de juicio la propia coherencia interna de la filosofía de Russell. Se trata de la paradoja aplicada a las relaciones entre lo conocido y el conocimiento. Russell pretendía que al juzgar puedo estar ante mi propio juicio a través de la forma lógica, y esto genera un regreso infinito destructivo. La opción de Russell es disolver la mente y convertir las proposiciones en hechos impidiendo el regreso infinito que genera la incoherencia.

Rodríguez Consuegra ha puntualizado⁸⁰ que Russell no dice nada de la paradoja de Bradley y que justifica el rechazo de la TJRM por la eliminación del sujeto. Pero aquí están las pruebas sobre la presencia de la paradoja de Bradley; no es de extrañar la airada carta de Bradley a Russell del 17 de Septiembre de 1914 al comprobar cómo le dejaba Russell en *Our Knowledge of the External World As a Field of Scientific Method in Philosophy*.

Como Candlish⁸¹ ha señalado, el giro que hizo Russell para acabar con la paradoja de Bradley se puede resumir en dos pasos. El primero, que los constituyentes de las proposiciones no son los constituyentes del mundo sino, en el mejor de los casos, sus nombres. El segundo, iniciado por Wittgenstein, que los signos de proposición son también hechos. Es este último paso el que permite a Russell definitivamente resolver la paradoja de Bradley en tanto que amenaza a la coherencia interna de su filosofía atomista. Esto se prolongará en sus sucesores en lo que ahora denominamos el estudio de la creencia. El primer paso generó, junto al conductismo que ya se puede observar en el artículos de 1919 sobre las proposiciones, dos ideas. Una la del simbolismo interno que desarrollará Fodor y su hipótesis del lenguaje del pensamiento. La segunda producirá la sugerencia de que una creencia puede explicarse como una función causal desde el deseo a la acción; es el caso de Ramsey. En cuando al segundo paso generará la

⁷⁹ Rodríguez Consuegra 1992 c.

⁸⁰ Rodríguez Consuegra 1996, al principio.

⁸¹ Candlish 1996, pp. 127-130.

idea de que el pensamiento se sintoniza con lo extramental, lo que se traducirá en los puntos de vista de Gareth Evans y Hilary Putnam con la noción de "broad content".

Conclusiones

A lo largo de este trabajo, hemos recorrido la evolución de las teorías del juicio y de la proposición de Russell, así como sus conexiones con la teoría de la verdad y el significado y el papel de la paradoja de Bradley. Nos gustaría acabar recuperando brevemente las conclusiones a las que hemos llegado, así como alguna propuesta de investigación ulterior.

1) Russell parte, en 1897 con su *Essay*, de una concepción del juicio que, aunque atribuye a Bradley, no se le puede imputar plenamente a éste. Para Russell el juicio es un acto que divide un todo en partes y reúne las partes en un todo. El sentido de esta postura sólo se manifiesta en su interpretación más probable: desde el punto de vista de la extensión, la división y reunión de términos en clases y, desde el punto de vista de la intensión, la división y síntesis de conceptos. Russell ya está intentando ajustar entre sí la lógica y la matemática cuando la lógica tradicional es incapaz de dar cuenta de los juicios e inferencias matemáticos.

En 1898, Russell se embarca en un proceso distinto que recupera la visión tradicional, de acuerdo con la cual, en un juicio, se dice un predicado de un sujeto. Pero, en 1899, rechazando las relaciones internas y aceptando las relaciones externas, Russell deja de lado esa posición como se pone de relieve en su *Leibniz* de 1900. Aparece la teoría del juicio de la relación diádica que introduce la diferencia entre juicio y proposición y el carácter entitativo de ésta. En un juicio, el cognoscente se relaciona con una proposición y, si la proposición es verdadera, el juicio será verdadero, y falso en el caso de que la proposición lo sea.

Dentro del marco de esta concepción del juicio, las tesis sobre el juicio y la proposición pasarán por una serie de fases. Especialmente importante es la vuelta a la forma sujeto-predicado de la proposición en *The Principles*. En cierta medida, esta obra puede considerarse de transición a este respecto. Como en su *Leibniz*, Russell sigue manteniendo que las proposiciones tienen siempre una estructura ontológica triádica (sujeto-relación-predicado), pero volviendo a la forma lógica sujeto-predicado como en 1898, una vez desligada de la doctrina de la sustancia y el atributo. Sin embargo, esta postura era imposible de mantener. Y no tanto por su carácter híbrido, a caballo de la filosofía de las relaciones externas y la filosofía más tradicional anterior a 1899, como

por las dificultades que generaba la distinción en los predicados y relaciones su doble modo de ser: como término y como concepto o significado (relación en sí misma y relación relacionante, predicado como término y predicado en función de tal).

En 1905, en "On Denoting", se harán patentes esas dificultades. Pero Russell mantendrá tanto la teoría del juicio de la relación diádica como la existencia de proposiciones un poco más. Russell llegará a ser capaz de elaborar una teoría lógica que mantenga el carácter entitativo de las proposiciones, se trata de la teoría sustitucional. No están claras ni las causas, ni el momento del abandono de este proyecto. Tipos y órdenes se utilizan en la teoría sustitucional resolviendo con éxito las paradojas a las que Russell se enfrentaba. A Whitehead le parecía ajena al uso matemático la teoría sustitucional y le hizo saber a Russell que no le gustaba. Landini y Rodríguez Consuegra señalan diversas dificultades de orden filosófico. La imposibilidad de disponer de los manuscritos correspondientes impide intentar solucionar la cuestión.

Sea como fuere, Russell descartará la teoría del juicio de la relación diádica en favor de la teoría del juicio de la relación múltiple. Según esta teoría, en el juicio, el sujeto cognoscente se relaciona con lo que en la teoría anterior se consideraban los constituyentes de la proposición. Russell abandonará posteriormente esta posición en lo que se refiere a la presencia del sujeto cognoscente, aunque se mantendrá el resto de la ontología atomista que había ido elaborando.

2) Otro punto que hay que tener en cuenta es la presencia de la paradoja de Bradley en la evolución que acabamos de recorrer. Dicha paradoja se encuentra presente en todos los cambios de posición de Russell, excepto en el cambio que va de la teoría de la relación diádica a la teoría de la relación múltiple. Cuando en 1898, Russell está ensayando su primer intento de filosofía de las matemáticas en su *An Analysis*, la paradoja de Bradley es un argumento para una determinada concepción sobre el juicio. Cuando en 1899 pasa a concebir las relaciones como externas, señala que la dificultad de esa posición es, precisamente, la paradoja de Bradley. En 1903, en *The Principles*, Russell se enfrenta de nuevo a la cuestión en el §55 al señalar que la unidad de la proposición sólo se puede expresar en otra proposición distinta a la que está en cuestión, evitándose así el regreso infinito que en caso contrario se generaría. En "On Denoting" se muestra que la distinción entre término y significado ligada a la evitación de la paradoja de Bradley genera, a su vez, un regreso infinito.

Sin embargo, Russell mantendrá una posición análoga a la de *The Principles* hasta la nueva teoría del juicio de la relación múltiple. Pero, lo más interesante es que la paradoja de Bradley aparece incluso en esta teoría. Y lo hará en la forma de las objeciones de Wittgenstein a la teoría del juicio de la relación múltiple y ello hará que Russell termine eliminando el sujeto cognoscente en la explicación del juicio, sin reconocer que en la base de ese cambio se encontraba la paradoja de Bradley.

3) En relación a esto, en lo que se refiere a la relación entre Russell y Bradley, el primero nunca cita al segundo como un filósofo digno de ser tenido en cuenta. En efecto, la paradoja de Bradley no era original de este autor y no tiene la relevancia matemática que podrían tener otras paradojas a las que Russell se enfrentó (otra cosa sería estudiar si la tiene). Sin embargo, en la evolución de la filosofía de Russell, la paradoja de Bradley está siempre presente y las cartas cruzadas entre Bradley y Russell muestran que era un tema explícito sobre el que Russell afirma "no tener todas las respuestas". Pese a ello, y no olvidemos que, en 1914 en su penúltima carta, Bradley manifestó sus quejas sobre las interpretaciones de su filosofía por parte de Russell. Éste trató siempre a Bradley, en lo público, como una antigüedad de la que se podía prescindir rápidamente, mientras en la correspondencia se mostraba muy respetuoso. Seguramente este sería un elemento a tener en cuenta en un estudio más amplio sobre el surgimiento de la filosofía analítica.

4) Principalmente como una incitación a un estudio posterior, habría que señalar que los datos apuntan a una determinada articulación de la filosofía de Russell en el periodo estudiado. Russell concibe la lógica y la matemática como teorías monolíticas de las que cabe extraer consecuencias ontológicas sobre el mundo y, a su vez, la ontología determina la epistemología o la concepción del lenguaje. La doctrina de la distinción entre conocimiento por familiaridad y conocimiento por descripción, así como las sucesivas concepciones de la verdad y el significado muestran este punto de vista. Como hemos visto, una vez descartados los significados debido a "On Denoting", la distinción entre conocimiento por familiaridad y por descripción es introducida por Russell para poder dar cuenta de los problemas que resolvían las distinciones entre concepto proposicional, proposición como afirmada y no afirmada, etc.

Russell insistirá en la existencia de las proposiciones, verdaderas y falsas, como vacuna contra el monismo de corte bradleyano. Cuando descarte esta postura, con



la aceptación de la teoría del juicio de la relación múltiple, en un ejercicio de cinismo filosófico, afirmará que, aunque no sea imposible, tal teoría no se la puede creer nadie. Para ese momento, Russell piensa que la verdad se atribuye a las creencias o juicios y no a las proposiciones como desde *The Principles*. La concepción de la verdad que Russell mantiene en un momento u otro suele aparecer como justificación para la postura ontológica mantenida. Sin embargo, como hemos visto, es siempre una consecuencia ineludible de la postura ontológica.

En lo que se refiere al significado, la cuestión es un poco distinta. Russell asume de partida una concepción del significado con unas connotaciones ontológicas vagas. Pero, con la evolución de su filosofía, Russell va endureciendo su estatuto ontológico, hasta convertirlo en un modo de ser de los términos que componen el mundo. Mediante él pretende evitar la paradoja de Bradley: el significado permite ver las proposiciones como unidades, mientras el punto de vista de los términos como tales, como cosas, permite individualizarlos para así tratarlos matemáticamente. "On Denoting" echará abajo esa estrategia. Tras ese artículo, el significado deja de ser relevante ontológicamente y se convierte en algo meramente lingüístico.

Estos elementos nos han hecho pensar en la forma que tuvo Russell de elaborar su filosofía, así como en una determinada articulación, que es tan rica en unos contenidos que pueden dar lugar a ulteriores investigaciones.

BIBLIOGRAFÍA

- Allard, J. W. 1986 "Wollheim on Bradley on Subjects and Predicates" *Idealistic Studies* 16, 27-40.
- Allard, J. W. 1989 "Bradley on the Validity of Inference". *Journal of the History of Philosophy* 27, 267-284.
- Allard, J. W. 1998 "The Essential Puzzle of Inference". *Bradley Studies* 4, 61-81.
- Anellis, I. H. 1987 a "Russell's Earliest Interpretation of Cantorian Set Theory, 1896-1900". *Philosophia Mathematica* 2, 1-31.
- Anellis, I. H. 1987 b "Russell and Engels: Two Approaches to a Hegelian Philosophy of Mathematics". *Philosophia Mathematica* 2, 151-179.
- Anellis, I. H. 1987 c "Bertrand Russell's Theory of Numbers, 1896-1898". *Epistemologia* 10, 303-322.
- Baldwin, T. 1998 "Thought's Happy Suicide". En Stock (ed.) 1998, 73-91
- Bar-Elli, G. 1989 "Acquaintance, Knowledge and Description in Russell". *Russell* n.s. 9, 133-156.
- Bar-Elli, G. 1980 "Constituents and Denotation in Russell". *Theoria* 46, 37-51.
- Bergman, G. 1956 "Propositional Functions". *Analysis* 17, 43-48.
- Blackwell, K. 1994 *A Bibliography of Bertrand Russell* (3 vol.). London and New York: Routledge.
- Blasco, J. L. 1988 "Los límites del empirismo. A propósito de Kant y Russell". *Ágora* 7, 41-53.
- Bradley, F. H. 1883 *The Principles of Logic*. Oxford University Press, 1922 (reimpresión de la 2ª ed. ampliada).
- Bradley, F. H. 1893 *Appearance and Reality*. Oxford University Press, 1930 (reimpresión corregida de la 2ª edición ampliada de 1897).
- Bradley, F. H. 1914 *Essays on Truth and Reality*. Oxford: Clarendon Press.

- Bradley, J. 1991 "Relations, intelligibilite et non-contradiction dans la metaphysique du sentir de F.H. Bradley: une reinterpretation (I)". *Archives de Philosophie* 54, 529-551.
- Bradley, J. 1992 "Relations, intelligibilite et non-contradiction dans la metaphysique du sentir de F.H. Bradley: une reinterpretation (II)". *Archives de Philosophie* 55, 77-91.
- Bradley, J. (ed.) 1996 *Philosophy after F. H. Bradley*. Bristol: Thoemmes Press.
- Brian McMahan, M. 1976 "Russell's Denoting Relation". *Personalist* 57, 345-350.
- Butler, R. J. 1954 "The Scaffolding of Russell's Theory of Descriptions". *Philosophical Review* 63, 350-364.
- Candlish, S. 1989 "The Truth About F. H. Bradley". *Mind* 98, 331-348.
- Candlish, S. 1996 "The Unity of the Proposition and Russell's Theories of Judgement". En Monk, R. & Palmer A. (eds) 1996, 103-135.
- Candlish, S. 1998 "The Wrong Side of History". En Stock (ed.) 1998, 111-151.
- Cappio, J. 1981 "Russell's Philosophical Development". *Synthese* 44, 185-205.
- Cassin, C. E. 1971 "Russell's Discussion of Meaning and Denotation: A Re-examination". En Klemke (ed.) 1971, 256-337
- Cocchiarella, N. 1980 "The Development of the Theory of Logical Types and the Notion of a Logical Subject in Russell's Early Philosophy". *Synthese* 45, 71-115.
- Cocchiarella, N. 1982 "Meinong Reconstructed versus Early Russell Reconstructed". *Journal of Philosophical Logic* 11, 183-214.
- Cocchiarella, N. 1987 a "Russell's theory of logical types and the atomistic hierarchy of sentences". En Cocchiarella 1987, 193-221.
- Cocchiarella, N. 1987 b *Logical Studies in Early Analytic Philosophy*. Columbus: Ohio State University Press,

- Coffa, J. A. 1980 "Russell as a Platonic Dialogue: The Matter of Denoting". *Synthese* 45, 43-70.
- Coffa, J. A. 1981 "Russell and Kant". *Synthese* 46, 247-263.
- Cresswell, M. J. 1978 "Bradley's Theory of Judgement". *Canadian Journal of Philosophy* 10, 575-594.
- Dau, P. 1986 "Russell's First Theory of Denoting and Quantification". *Notre Dame Journal of Formal Logic* 27, 133-166.
- Friedman, M. 1985 "Kant's Theory of Geometry". *The Philosophical Review* 94, 455-506.
- Garciadiego, A. 1992 *Bertrand Russell y los origenes de las "paradojas" de la teoría de conjuntos*. Madrid: Alianza.
- Gaskin, R. 1995 "Bradley's Regress, the Copula and the Unity of the Proposition". *Philosophical Quarterly* 45, 161-180.
- Glouberman, M. 1994 "P. F. Strawson and the Ghost of F. H. Bradley". *Lyyun* 43, 243-263.
- Gram, M. S. 1970 "The Reality of Relations". *The New Scholasticism* 44, 49-68.
- Gram, M. S. 1971 "Relations, again: a Reply to Gull". *The New Scholasticism* 45, 611-618.
- Grayling, A. C. 1996 "Russell's Transcendental Argument in An Essay on the Foundations of Geometry" En Monk, R. & Palmer A. (eds.) 1996, 245-267.
- Griffin, N. 1980 "Russell on the Nature of Logic". *Synthese* 45, 117-188.
- Griffin, N. 1983 "What's wrong with Bradley's Theory of Judgement?". *Idealistic Studies* 13, 199-225.
- Griffin, N. 1985 a "Russell's Multiple Relation Theory of Judgment". *Philosophical Studies* 47, 213-247.
- Griffin, N. 1985 b "Wittgenstein's Criticism of Russell's Theory of Judgment". *Russell* n.s. 5, 132-145.
- Griffin, N. 1988 "The Tiergarten Programm". *Russell* n.s. 8, 19-34.
- Griffin, N. 1991 *Russell's Idealist Apprenticeship*. Oxford University Press.

- Griffin, N. 1993 "Terms, Relations, Complexes". En Irvine, A. D. & Wedeking, G. A. (eds.) 1993, 159-192
- Griffin, N. 1996 "Denoting Concepts in The Principles of Mathematics". En Monk, R. & Palmer A. (eds.) 1996, 23-64
- Griffin, N. & Zak, G. 1982 "Russell on Specific and Universal Relations: *The Principles of Mathematics*, 55". *History and Philosophy of Logic* 3, 55-67.
- Gull, R. 1971 "Bradley's Argument Against Relations". *The New Scholasticism* 45, 324-336.
- Hintikka, J. 1973 *Lógica, Juegos de Lenguaje e Informacion. Temas kantianos de filosofía de la lógica*. Madrid: Tecnos, 1976. Versión original: *Logic, Language-Games and Information*. Oxford University Press, 1973.
- Hochberg, H. 1985 "Russell's Early Analysis of Relational Predication and the Asymmetry of the Predication Relation". *Philosophia: Philosophical Quarterly of Israel* 17, 439-459.
- Holdcroft, D. 1981 "Bradley and the Impossibility of Absolute Truth". *History and Philosophy of Logic* 2, 25-39.
- Hope, V. 1969 "The Picture Theory of Meaning in the *Tractatus* as a Development of Moore's and Russell's Theories of Judgement". *Philosophy* 44, 140-148.
- Hursthouse, R. 1980 "Denoting in *The Principles of Mathematics*". *Synthese* 45, 33-42.
- Hurtado, G. 1997 *Proposiciones russellianas*. Méjico: UNAM.
- Hylton, P. 1984 "The Nature of the Proposition and the Revol Against Idealism". En Scheneewind J.B. & Skinner, Q. (eds.) 1984.
- Hylton, P. 1990 *Russell, Idealism and the Emergence of Analytic Philosophy*. Oxford University Press.
- Iglesias, T. 1984 "Russell's 'Theory of Knowledge' and Wittgenstein's Earliest Writings". *Synthese* 60, 285-332.
- Ingardia, R. 1991 *Bradley. A Research Bibliography*. Bowling Green, Ohio: Philosophy Documentation Centre.

- Irvine, A. D. 1989 "Epistemic Logicism & Russell's Regressive Method". *Philosophical Studies* 55, 303-327.
- Irvine, A.D. & Wedeking G.A. (eds) 1993 *Russell and Analytic Philosophy*. Toronto: University of Toronto Press.
- Kaplan, D. 1966 "What is Russell's Theory of Descriptions?". En Pears, D.F. (ed.) 1972 , 227-244.
- Keen, C. N. 1971 "The Interaction of Russell and Bradley". *Russell* 3, 7-11.
- Klemke, E.D. (ed.) 1971 *Essays on Bertrand Russell*. University of Illinois Press.
- Landini, G. 1991 "A New Interpretation of Russell's Multiple-Relation Theory of Judgment" *History and Philosophy of Logic*, 37-69.
- Landini, G. 1998 a " "On Denoting" against Denoting". *Russell* n.s. 18, 43-80.
- Landini, G. 1998 b *Russell's Hidden Substitutional Theory*. Oxford University Press.
- Lepage, F. 1979 "La notion de proposition dans les Principes de Russell: un exemple de conception réaliste du langage". *Dialogue* 18, 538-555.
- Levine, J. 1998 "The What and the That". En Stock (ed.) 1998, 19-72.
- Linsky, B. 1988 a "Propositional Functions and Universals in *Principia Mathematica*". *Australasian Journal of Philosophy* 66, 447-459.
- Linsky, L. 1988 b "Terms and Propositions in Russell's Principles of Mathematics". *Journal of History of Philosophy* 26, 621-642.
- Linsky, L. 1992 "The Unity of the Proposition". *Journal of History of Philosophy* 30, 243-273.
- Linsky, B. 1993 "Why Russell Abandoned Russellian Propositions". En Irvine, A. D. & Wedeking, G. A. (eds.) 1993, 193-209.
- Mander, W. J. 1994 *An Introduction to Bradley's Metaphysics*. Oxford: Clarendon Press.

- Mander, W. J. 1996 *Perspectives on the Logic and Metaphysics of F. H. Bradley*. Bristol: Thoemmes Press.
- Manser, A. 1983 *Bradley's Logic*. Oxford: Basil Blackwell.
- Manser, A. & Stock, G. (eds.) 1984 *The Philosophy of F. H. Bradley*. Oxford University Press.
- Monk, R. 1996 *Bertrand Russell, The Spirit of Solitude*. London: Jonathan Cape.
- Monk, R. & Palmer A. (eds.) 1996 *Bertrand Russell and the Origins of Analytical Philosophy*. Bristol: Thoemmes Press.
- Moore, G. E. 1899 a "The Nature of Judgment". *Mind* n.s. 8, 176-193.
- Moore, G. E. 1899 b "Review of *An Essay on the Foundations of Geometry* by Bertrand A.W. Russell". *Mind* n.s. 8, 397-405.
- Neale, S. 1993 "Grammatical Form, Logical Form, and Incomplete Symbols". En Irvine, A. D. & Wedeking, G. A. (eds.) 1993, 97-139.
- Noonan, H. 1996 "The "Gray's Elegy" Argument -and Others". En Monk, R. & Palmer A. (eds.) 1996, 65-102.
- Pakaluk, M. 1993 "The Interpretation of Russell's "Gray's Elegy" Argument". En Irvine, A. D. & Wedeking, G. A. (eds.) 1993, 37-65.
- Palmer, A. 1988 *Concept and Object*. London: Routledge.
- Palmer, A. 1996 "The Complex Problem and the Theory of Symbolism". En Monk, R. y Palmer A. (eds.) 1996, 155-182.
- Parker, R. 1984 "Bradley's Paradox and Russell's Theory of Relations". *Philosophical Research Archives* 10, 261-274.
- Passmore, J. A. 1976 "G. F. Stout's Editorship of *Mind* (1892-1920)". *Mind* n.s. 85, 17-36.
- Patterson, W. 1993 *Bertrand Russell's Philosophy of Logical Atomism*. New York: Lang.
- Pears, D. 1967 *Bertrand Russell and the British Tradition in Philosophy*. London: Fontana.

- Pears, D. F. (ed.) 1972 *Bertrand Russell. A Collection of Critical Essays.* New York: Anchor Books, 1972.
- Pears, D. 1977 "The Relation Between Wittgenstein's Picture Theory of Propositions and Russell's Theories of Judgement". *Philosophical Review* 86, 177-196.
- Petit, Ph. 1972 "The Early Philosophy of G. E. Moore". *Philosophical Forum* 4, 260-298.
- Poincaré, H. 1899 "Des Fondements de la Geometrie. A propos d'un livre de M. Russell". *Revue de Metaphysique et de Morale* 7, 251-279.
- Poincaré, H. 1900 "Sur les Principes de la Geometrie. Reponse a M. Russell". *Revue de Metaphysique et de Morale* 7, 73-86.
- Quine, W. V. 1966 "Russell's Ontological Development". *The Journal of Philosophy* 63, Reimpreso en Pears, D. F. (ed.) 1972, 290-304.
- Ramsden, E. 1989 *Bertrand Russell's Dialogue with His Contemporaries.* Southern Illinois University Press.
- Richards, J. 1980 "Propositional Functions and Russell's Philosophy of Language, 1903-1914". *The Philosophical Forum* 11, 315-339.
- Richards, J. L. 1988 "Bertrand Russell's Essay on the Foundations of Geometry and the Cambridge Mathematical Tradition". *Russell n.s.* 8, 59-80.
- Rieber, A. 1997 "F. H. Bradley and the Problem of Propositional Unity". *Bradley Studies* 3, 113-128.
- Rodríguez Consuegra, F. 1987 "Russell's Logicist Definitions of Numbers, 1898-1913: Chronology and Significance". *History and Philosophy of Logic* 8, 141-169.
- Rodríguez Consuegra, F. 1989 a "The Origins of Russell's Theory of Descriptions According to the Unpublished Manuscripts". *Russell* 9, 99-132. Reimpreso en Irvine, A. D. & Wedeking, G. A. (eds.) 1993, 66-96.
- Rodríguez Consuegra, F. 1989 b "Russell's Theory of Types, 1901-1910: its Complex Origins in the Unpublished Manuscripts". *History and Philosophy of Logic* 10, 131-164.

- Rodríguez Consuegra, F. 1990 a "La interpretación russelliana de Leibniz y el atomismo metodológico de Moore". *Dianoia* 36, 121-156.
- Rodríguez Consuegra, F. 1990 b "Bertrand Russell 1895-1899: una filosofía prelogicista de la geometría". *Diálogos* 55, 71-123.
- Rodríguez Consuegra, F. 1990 c "La primera filosofía de Moore (I)". *Ágora* 9, 153-170.
- Rodríguez Consuegra, F. 1991 a *The Mathematical Philosophy of Bertrand Russell: Origins and Development*. Basel; Boston; Berlín: Birkhäuser.
- Rodríguez Consuegra, F. 1991 b "Bradley y la filosofía analítica I". *Análisis Filosófico* 11, 153-175.
- Rodríguez Consuegra, F. 1991 c "La primera filosofía de Moore (II)". *Ágora* 10, 91-105.
- Rodríguez Consuegra, F. 1991 d "A Global Viewpoint on Russell's Philosophy". *Diálogos* 57, 173-186.
- Rodríguez Consuegra, F. 1992 a "Bradley y la filosofía analítica II" *Análisis Filosófico* 12, 51-78.
- Rodríguez Consuegra, F. 1992 b "A New Angle on Russell's "Inextricable Tangle" over Meaning and Denotation". *Russell* n.s. 12, 197-207.
- Rodríguez Consuegra, F. 1992 c "El impacto de Wittgenstein sobre Russell: últimos datos y visión global". *Theoria* 7, 875-911.
- Rodríguez Consuegra, F. 1996 "Russell's Perilous Journey from Atomism to Holism 1915-1951". En Monk, R. & Palmer A. (eds.) 1996, 217-244.
- Rolston, J. 1973 "Bradley on Russell and Relations". *The Philosophical Forum* (Boston) 4, 513-530.
- Rorty, R. 1978 "Epistemological Behaviorism and the De-Transcendentalization of Analytic Philosophy". *Neue Hefte für Philosophie* 14, 115-142.
- Russell, B. 1919 *Introduction to Mathematical Philosophy*. New York: Dover Publications, 1920 (2nd ed.).
- Russell, B. 1897 *An Essay on the Foundations of Geometry*. New York: Dover, 1956.

- Russell, B. 1900 *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz.* London: George & Unwin Ltd., 1937 (2nd. ed.).
- Russell, B. 1903 *The Principles of Mathematics.* London: Allen and Unwin.
- [Whitehead, A.N. &]Russell, B. 1910a *Principia Mathematica.* Cambridge University Press.
- Russell, B. 1910 b *Philosophical Essays.* London: George Allen & Unwin Ltd., 1976 (reimpresión de la edición revisada de 1966).
- Russell, B. 1912 *The Problems of Philosophy.* Oxford University Press, 1980.
- Russell, B. 1914 *Our Knowledge of the External World.* (s.l.): Norton and Co., Inc., 1929 (2ª ed.).
- Russell, B. 1973 *Essays in Analysis.* D. P. Lackey (ed.). London: Allen & Unwin.
- Russell, B. 1983 *The Collected Papers of Bertrand Russell 1.* K. Blackwell (ed.). London: Allen & Unwin.
- Russell, B. 1984 *The Collected Papers of Bertrand Russell 7.* E. Ramsden Eames (ed.). London: George Allen & Unwin.
- Russell, B. 1986 *The Collected Papers of Bertrand Russell 8.* J. G. Slater (ed.). London: George Allen & Unwin.
- Russell, B. 1990 *The Collected Papers of Bertrand Russell 2.* N. Griffin (ed.). London: Hyman & Unwin.
- Russell, B. 1992 *The Collected Papers of Bertrand Russell 6.* J. G. Slater (ed.). London: Hyman and Unwin.
- Russell, B. 1993 *The Collected Papers of Bertrand Russell 3.* G. H. Moore (ed.). London: Routledge.
- Russell, B. 1994 *The Collected Papers of Bertrand Russell 4.* A. Arquhart (ed.). London: Routledge.
- Sainsbury, R.1979 *Russell.* London: Routledge & Kegan Paul.
- Sainsbury, R.1993 "Russell on Names and Communication". En Irvine, A. D. & Wedeking, G. A. (eds.) 1993, 3-21.

- Saurí, F. 1996 "Trascendentalismo kantiano en el Russell decimonónico". *XI Congrés Valencià de Filosofia*. València: Societat de Filosofia del País Valencià, 49-60.
- Saurí, F. 1996 "Russell's Idealist Apprenticeship: Idealist or Realist? Review of Nick Griffin's *Russell's Idealist Apprenticeship*". *Modern Logic* 6, 340-349.
- Saurí, F. 1998 "Bradley's Supposed Rejection of Subject-Predicate Judgements". *Bradley Studies* 4,102-112.
- Savage, C. W. & Anderson, C. A. (eds) 1989 *Rereading Russell: Essays in Bertrand Russell's Metaphysics and Epistemology*. Minneapolis: University of Minnesota Press.
- Schneewind J. B. & Skinner, Q. (eds) 1984 *Philosophy in History*. Cambridge University Press.
- Sievers, K. H. 1991 "Bradley's Theory of Judgment and Ideas". *Idealistic Studies* 21, 135-150.
- Silkstone, T. W. 1974 "Bradley on Relations". *Idealistic Studies* 4, 160-169.
- Smiley, T. J. 1960 "Propositional Functions". *Proceedings of Aristotelian Society* *supp. vol. 1960*, 33-46.
- Sommerville, S. 1981 "Wittgenstein to Russell (July, 1913) "I Am very sorry to hear 'my objection parlyses you'". *Language, Logic and Philosophy. Proceeding of the 4th International Wittgenstein Symposium*. Vienna: Holder-Pichler-Tempsky.
- Stock, G. 1972 "Russell's Theory of Judgment in Logical Atomism". *Revista Portuguesa de Filosofia* 28, 458-489.
- Stock, G. 1984 "Bradley's Theory of Judgment". En Manser, A. & Stock, G. (eds.) 1984.
- Stock, G. 1985 "Negation: Bradley and Wittgenstein". *Philosophy* 60, 465-476.
- Stock, G. (ed.) 1998 *Appearance versus Reality. New Essays on the Philosophy of F. H. Bradley*. Oxford University Press, 1998.
- Stout, G. F. 1914 "Mr. Russell's Theory of Judgment". *Proceedings of Aristotelian Society* 15, 332-352.

- Taylor, G.G. 1981 "The Analytic and Synthetic in Russell's Philosophy of Mathematics". *Philosophical Studies* 39, 51-59.
- Vuillemin, J. 1968 *Lessons sur la premier philosophie de Russell*. Paris: Librairie Armand Colin.
- Vuillemin, J. 1972 "Logical Flaws or Philosophical Problems: on Russell's *Principia Mathematica*". *Revue Internationale de Philosophie* 4, 534-556.
- Wahl, R. 1986 "Bertrand Russell's Theory of Judgment". *Synthese* 68, 383-407.
- Wahl, R. 1993 "Russell's Theory of Meaning and Denotation and "On Denoting"". *Journal of the History of Philosophy* 31, 71-94.
- Wilkin, J. J. 1979 "Sellars on Bradley's Paradox". *Philosophical Studies* 36, 51-59.
- Winslade, W. J. 1971 "Russell's Theory of Relations". En Klemke (ed.) 1971, 81-101.
- Wollheim, R. 1959 *F. H. Bradley*. Londres: Penguin.
- Wolterstoff, N. 1970 "Objections to Predicative Relations". *American Philosophical Quarterly* 7, 238-245.
- Wrinch, D. 1919 "On the Nature of Judgment". *Mind* 28, 319-329.