Originales

Juegos de azar: aleatoriedad y razonamiento falaz

Valeriano Iranzo García
Universitat de València

Recibido: 31/05/2012 · Aceptado: 27/07/2012

Resumen

El artículo consta de cuatro apartados. El primero hace un breve recorrido histórico para mostrar la estrecha imbricación entre los juegos de azar y las matemáticas. En el segundo se argumenta que los juegos de azar son "injustos" para el apostante y favorables para la casa de apuestas; precisamente en eso reside el margen de beneficios que obtiene esta última y que la convierte en un negocio rentable. Se explica además cómo, mediante un sencillo cálculo, podemos averiguar si una apuesta en particular, o un juego, entendiendo éste como una secuencia de apuestas, es "justo" o no. También se razona por qué cuando los apostantes se enfrentan a un "cociente de apuestas" adverso a la larga acabarán perdiendo todo su dinero. Si el jugador advirtiera la certidumbre de su ruina a largo plazo, por razones matemáticas, quizá dejase de apostar. Pero lo que a menudo suele ocurrir es bien distinto: el jugador hace sus cábalas sobre cómo funciona el azar y sobre sus posibilidades de controlarlo, extrae sus conclusiones sobre el comportamiento del dispositivo físico que genera los resultados, y… sigue apostando. La evidencia experimental apunta además que cuando razonamos sobre probabilidades, jugadores y no jugadores, somos muy propensos a cometer errores. Por eso en el tercer apartado se exponen diversos razonamientos engañosos –"falacias"–, relacionados con la probabilidad y el azar. Para acabar se incluye una breve sección con las conclusiones.

Palabras Clave

Juego, cociente de apuestas, azar, probabilidad, aleatoriedad, razonamiento, falacia.

Nota: El presente trabajo ha recibido subvención del Ministerio de Ciencia e Innovación mediante el proyecto FFI 2008-01169/FISO.

Correspondencia a:
Valeriano Iranzo
Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia (Universitat de València)
Facultad de Filosofía y Ciencias de la Educación
Avda. Blasco Ibáñez, 30, 7º piso
Valencia - 46010
E-mail: iranzov@uv.es

Abstract

The article consists of four sections. The first is a short historical look to display the close relation between games of chance and mathematics. The second argues that games are chance are "unfair" for the gambler and favourable for the betting firm; this is precisely where the profit margin lies for the firm, and why this is a profitable business. It also explains how, by means of a simple calculation, we can find out whether a particular bet or a game, understood as a series of bets, is "fair" or not. It furthermore gives the reasons why gamblers will in the long term end up losing their money when they have to play against an adverse "betting quotient". If players could realise the inevitability of their ruin in the long term for mathematical reasons, they might stop betting. What often tends to happen is nevertheless quite another matter: the players work out their calculations as to how chance works and their possibilities of controlling this, draw their conclusions as to how the physical device generating the results works and … go on betting. The experimental evidence also indicates that when gamblers and non-gamblers alike reason on probabilities, we are very prone to make mistakes. For this reason the third section puts forward several errors of reasoning – "fallacies", connected with probability and chance. To end with there is a short section containing the conclusions.

Key Words

Gambling, betting quotient, chance, probability, randomness, reasoning, fallacy.

1. CONSIDERACIONES HISTÓRICAS SOBRE LA PROBABILIDAD Y LOS JUEGOS DE AZAR

El dado cúbico más antiguo que se ha encontrado, en el actual Irak, es de cerámica y fue fabricado 3.000 años antes de Cristo. En Egipto, Grecia, Roma los juegos de azar formaban parte del ocio cotidiano. Griegos y romanos apostaban con huesos de animales, el astrágalo o taba, y con dados, un entretenimiento muy popular en la época. Lo que no hubo en el mundo antiguo fue ningún interés, que sepamos, por explorar los problemas teóricos planteados por este tipo de pasatiempos. A lo largo de la Edad Media se publicaron tratados sobre juegos de azar, pero fueron puramente descriptivos. Un buen ejemplo es el *Libro del ajedrez, dados y tablas* de Alfonso X el Sabio, escrito en el siglo XIII. Fue Girolamo Cardano, en su obra *Liber de Ludo Aleae*, escrita en 1526 aunque publicada en 1663 casi un siglo después de su muerte, el primero en intentar calcular las probabilidades en los juegos de dados.

A partir de este momento, científicos y pensadores de la talla de Galileo, Pascal, Fermat, Spinoza, Leibniz o Bernoulli, se ocuparon de desentrañar los principios que rigen los juegos de azar. Estas reflexiones fueron en su mayor parte apuntes breves, pensados para resolver problemas concretos, textos que no se redactaron para ser publicados, aunque algunos vieran la luz póstumamente. Puestos a fijar una fecha de inicio en la reflexión sobre la probabilidad, la referencia que suele tomarse es la correspondencia mantenida en 1654 entre Pascal y Fermat a propósito de una consulta planteada a aquél por un jugador que ha pasado a la historia con el nombre de "el caballero De Méré" (v. *infra* nota 6).

En el periodo comprendido entre 1654 y 1800 es cuando se gesta propiamente la noción de probabilidad matemática. Entre las obras más destacables de la época se cuentan el *Ars Conjectandi* de Jacob Bernoulli, publicado en 1713, y el *Essai Philosophique sur les Probabilités* de Pierre Simon Laplace, publicado en 1814. Este último tratado es una obra canónica donde, además de recoger muchas ideas sugeridas con anterioridad por otros autores, por primera vez se aborda de modo sistemático la problemática de matematizar las nociones de azar y probabilidad[1].

No obstante, la discusión, tanto sobre los aspectos matemáticos como sobre la interpretación filosófica de la probabilidad, prosiguió por mucho tiempo. En el terreno matemático el hito más destacable fue la *axiomatización* de la teoría matemática de la probabilidad propuesta por A. N. Kolmogorov en 1933 en su obra *Fundamentos de la Teoría de la Probabilidad*. En el campo teórico-filosófico el debate continúa hoy día más vivo que nunca. El asunto es que los axiomas de Kolmogorov dan una interpretación puramente formal de la noción de probabilidad, pero el problema de fondo, filosófico, radica en cómo interpretar dicho formalismo matemático, esto es, cómo entender y justificar su aplicación a diversos ámbitos del mundo físico. Esta controversia queda lejos del tema que aquí nos ocupa[2]. Basten estas breves líneas para mostrar que para entender qué es y cómo funciona un juego de azar hemos de asimilar, a un nivel básico al menos, ciertas nociones matemáticas como probabilidad y aleatoriedad.

1 Sobre la matemática de la probabilidad en el periodo que discurre entre el Renacimiento y mitad del siglo XVIII, v. Hacking (1984). De Mora Charles (1989) es una completa recopilación de textos de la época.

2. PROBABILIDADES Y APUESTAS: ¿CÓMO SABER SI UN JUEGO DE AZAR ES "JUSTO"?

Muchos juegos de azar consisten en apostar una cantidad de dinero al resultado que arroja un mecanismo "ciego". Los mecanismos pueden ser más o menos complicados: una taba, un dado, una baraja, un bombo con bolas, una ruleta, o incluso, como en las máquinas tragaperras que tantas veces hemos visto en bares o cafeterías, un complejo programa de ordenador. Lo común a todos estos dispositivos es, primero, que pueden arrojar diversos resultados (normalmente se diseñan de forma que todos los resultados son *equiprobables* es decir, todos tienen, en principio, la misma *probabilidad* de ocurrir); y segundo, que no podemos saber qué resultado saldrá. Es por esto que de ellos decimos que generan resultados al azar.

2 Entre la inmensa variedad de manuales sobre la matemática de la probabilidad, Martin-Pliego y Ruiz Maya (2006) es una referencia aconsejable. En cuanto a las diversas interpretaciones filosóficas de la probabilidad, Hájek (2012) es una excelente introducción.

La traducción matemática más cercana a nuestra noción cotidiana de "azar", lo que a diario llamamos "suerte", es la "aleatoriedad"[3]. La aleatoriedad es una propiedad matemática de una secuencia de números. Intuitivamente, una secuencia numérica aleatoria es una secuencia de números que no guarda ninguna "lógica", diríamos, de modo que a partir de la secuencia precedente de cualquier número no podemos saber cuál va a ser el número siguiente. Podemos formular esta idea con más precisión.

Pensemos en una larga secuencia de cifras del uno al seis: S = 2, 4, 6, 2, 1, 5, 1, 3, 4, 6, 6, 3, 4, 5, 1, 3, 2…. Cada número de la serie es un *suceso*. Podría ser un resultado generado por un dispositivo como un dado, por ejemplo. Pues bien, una manera de definir la aleatoriedad es apelando a la *independencia estadística* entre sucesos. Así, decimos que dos sucesos son estadísticamente independientes si y sólo si el hecho de que ocurra uno no altera para nada la probabilidad de que ocurra el otro. Una definición más formal sería: "Dos sucesos A y B son estadísticamente independientes si y sólo si $p(A \mid B) = p(A)$, (donde $p(A \mid B)$ es la *probabilidad de A condicionada a B* y se lee como 'probabilidad de que ocurra *A dado que* ha ocurrido *B*')". Entonces, para un dado no cargado la probabilidad de que salga cada una de las caras es la misma, o sea, 1/6. Esta es la probabilidad *inicial*. Pues bien, la secuencia será aleatoria si en cualquier punto de la serie, la probabilidad de que salga el uno, por ejemplo, dado que han salido todos los números anteriores sigue siendo la misma que antes de comenzar a tirar el dado, o sea, $p(1) = 1/6 = p(1 \mid S)$. El quid de la cuestión es que en un proceso aleatorio el próximo resultado que va a salir es tan impredecible tras una serie de tiradas como lo era al principio, antes de comenzar. Esto significa que los resultados obtenidos no dan ninguna información relevante que permita modificar la probabilidad inicial atribuida a cada resultado.

Aunque la noción de aleatoriedad tiene un carácter puramente matemático, hay dispositivos y mecanismos físicos, monedas, dados, ruleta,…, que se comportan como mecanismos aleatorios generando resultados al azar, y por tanto, impredecibles.

Alguien podría insistir en que, aunque no podamos predecir el resultado de una tirada a partir de la información obtenible justo en ese momento, tal vez el dado, ese humilde objeto de plástico que tenemos entre los dedos, no sea un mecanismo aleatorio ejemplar. A fin de cuentas, es una construcción física que puede tener defectos.

Ciertamente, tanto la distribución de probabilidad inicial, que en este caso consiste en suponer que cada cara tiene la misma probabilidad de salir, como la independencia entre sucesos son *conjeturas*. Eso significa que no podemos estar absolutamente seguros de ello y que, sólo como hipótesis de partida, admitimos que el mecanismo se comporta aleatoriamente. Lo importante aquí es que estas conjeturas son revisables de acuerdo con los resultados que vamos obteniendo. Por ejemplo, si al lanzar el dado cien veces nos sale noventa veces la misma cara, cabría pensar que

3 Desde una perspectiva más general que la que aquí nos ocupa, v. Rescher (1995), una interesante reflexión sobre el papel de la "suerte" en nuestras vidas que incluye jugosas anécdotas.

el dado está cargado y que hay que revisar la probabilidad inicial. También la independencia estadística de los sucesos podría ser revisada si la secuencia de resultados obtenidos mostrara una pauta que permitiera predecir con efectividad qué resultado y cuándo va a producirse. Imaginemos una moneda que al lanzarla arroja la secuencia siguiente: {cara, cruz, cara, cruz, cara, cruz, cara, cruz, cara, cruz,…}. Si predecimos el próximo resultado según la secuencia previa y acertamos siempre, debemos pensar que esa moneda no es un mecanismo aleatorio. En cambio, cuando estamos ante un dispositivo físico que es una buena aproximación a un mecanismo aleatorio, y ahí juega un papel la pericia técnica del diseñador, desde luego, no podemos predecir cuál será el próximo resultado. Y eso es lo que por lo general ocurre con esos dispositivos que se emplean en los juegos de azar, a saber, que los resultados obtenidos confirman las conjeturas de partida y que porque haya ocurrido una u otra secuencia de resultados, no se hace ni más probable ni menos que en la próxima tirada salga un resultado u otro. Es por eso que decimos que ni la ruleta ni los dados "tienen memoria"[4].

Aunque hay muchos juegos de azar puro (lotería, bingo, dados,…), la ruleta tiene un atractivo especial y constituye un buen ejemplo de mecanismo aleatorio[5]. La ruleta tiene treinta y siete números, del cero al treinta y seis, con lo cual cada lanzamiento puede dar treinta y siete resultados distintos. Podemos entender la situación como una distribución dicotómica en el que la *variable aleatoria*, llamémosla X, solamente admite dos valores posibles[6], ya que el resultado del proceso aleatorio, la apuesta, sólo puede ser acertar o no acertar. Por tanto, $X = \{0, 1\}$. Supongamos que apostamos un euro a un número cualquiera del 1 al 36 (las reglas impiden apostar al cero porque cuando sale ese número la banca gana). En una apuesta a un número la probabilidad de ganar es 1/37, y la de perder 36/37. Entonces,

$$p\,(X = 1) = 1/37 \cong 0'027$$

$$p\,(X = 0) = 36/37 \cong 0'973$$

Así sabemos que es mucho más difícil que salga nuestro número que cualquier otro de los treinta y seis restantes[7]. Si traducimos las probabilidades anteriores a porcentajes, de cada cien apuestas por término medio solamente dos o tres veces saldría el nuestro.

4 Ha habido quien se ha tomado en serio lo de averiguar si las ruletas de los casinos son perfectas y ha obtenido beneficio de ello, hasta que los casinos reaccionaron. Las aventuras de la familia de los Pelayos, a comienzos de los años 90, así parecen atestiguarlo (v. García-Pelayo y García-Pelayo, 2003). No todos han sido tan afortunados. En este sentido es recomendable *El jugador*. Esta novela de Dostoievski relata magníficamente el sufrimiento y deterioro psicológicos del jugador compulsivo.

5 En http://www.math.uah.edu/stat/ se simulan por ordenador diversos juegos de azar.

6 Una variable aleatoria puede tomar distintos valores numéricos. Los valores numéricos son propiedades numéricas de los posibles resultados del proceso aleatorio, como por ejemplo el número de caras obtenido en una secuencia de diez lanzamientos de una moneda, el número de pares de ases obtenidos en una secuencia de veinticuatro lanzamientos de dos dados (el famoso problema de De Méré que tantos quebraderos de cabeza trajo a Pascal, v. supra apartado 1) o, dentro de una muestra de estudiantes de nuestra universidad, cuántos son mujeres,…

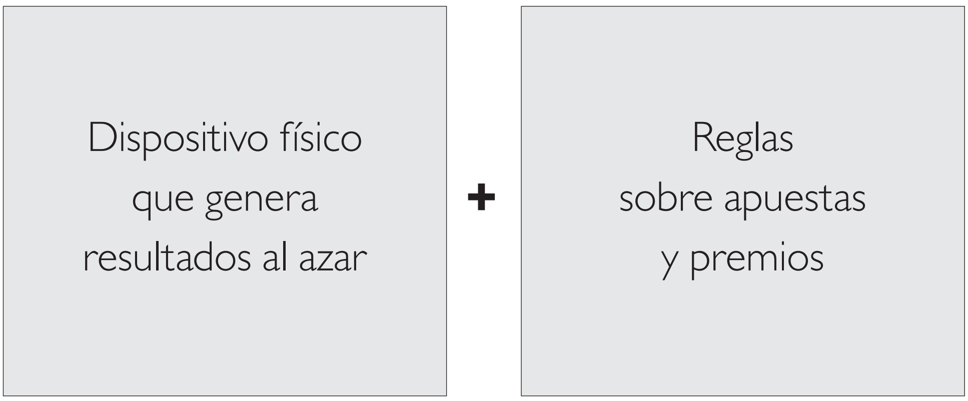
7 Esto es una distribución de probabilidad dicotómica. O si se quiere, una distribución binomial $\boldsymbol{B}$ (n, p), donde n equivale al número de ensayos y p es la probabilidad de éxito, en que n vale uno, en concreto $\boldsymbol{B}$ (1, 0'027).

Esta información es útil, desde luego. Sin embargo no basta cuando hablamos de apuestas. No hay que olvidar que una cosa es *acertar* el resultado y otra distinta *ganar dinero* jugando. Hasta ahora lo que hemos hecho es calcular la probabilidad de un resultado en un juego de azar, como acabamos de ver en el caso de una apuesta de ruleta a un número. Pero eso nada nos dice sobre las ganancias o pérdidas en que podemos incurrir cuando acertemos o fallemos. En realidad, podría ser rentable apostar a favor de un resultado muy improbable si el coste de la apuesta fuera bajo y la ganancia potencial muy alta. Así, parece más interesante apostar dos euros a que la carta que saldrá del mazo será el as de espadas si puedo ganar con ello mil euros, que apostarlo a que obtendré un oro o una copa, a cambio de ganar un euro, que es sólo la mitad de lo apostado. Y eso que sacar el as de espadas es un suceso bastante más improbable, ya que, en una baraja de cuarenta cartas, p (as de espadas) = 1/40 = 0'025 y p (oros o copas) = 20/40 = 0'5. Por eso, cuando lo que queremos conocer son las probabilidades de ganar o perder dinero en un juego de azar, no sólo habrá que considerar lo probable o improbable que sea el resultado por el que apostamos, *sino lo que podemos ganar o perder en caso de acertar o fallar*.

En suma, los factores básicos de un juego de azar con apuestas son los que aparecen el la Figura 1.

Así pues, las reglas de los juegos de azar establecen lo que se puede ganar o perder en cada apuesta. Es lo que se denomina el *cociente de apuestas*. Al apostar se arriesga una cantidad de dinero a cambio de una posible ganancia. El cociente de la apuesta es la proporción entre la cantidad percibida en caso de acertar y la que apostamos, que es la que podemos perder si fallamos. Se expresa con números enteros positivos. Así, un cociente 10:1 para una apuesta particular significa que por cada euro que apuesto, si acierto el resultado, percibo diez.

Figura 1. Factores básicos de un juego de azar con apuestas



La variable aleatoria relevante en el caso de un juego de apuestas es, entonces, la variable "ganancia", esto es, una variable que de algún modo incorpore el cociente de la apuesta. Es posible definir una variable ganancia G a partir de la variable dicotómica X cuyos dos valores representarán la ganancia y la pérdida, uno positivo y uno negativo, para una apuesta particular. Por ejemplo, según el cociente de apuestas aplicado en la ruleta de los casinos, si apuesto a un número y sale, me darán treinta y cinco euros, y si sale cualquier otro, solamente perderé el euro que juego. El cociente de esa apuesta es, por tanto, 35:1 y la variable ganancia para una apuesta de un euro a un número de la ruleta será:

$$G\,(X = 1) = 35$$
$$G\,(X = 0) = -1$$

La variable G es negativa cuando se falla, o sea cuando $X = 0$, porque se pierde dinero. Naturalmente la probabilidad de ganar o perder, la cantidad correspondiente en cada caso, es la misma, obviamente, que la de acertar o fallar. O sea,

$$p\,(G = 35) = p\,(X = 1) = 1/37 \cong 0'027$$
$$p\,(G = -1) = p\,(X = 0) = 36/37 \cong 0'973$$

Fijémonos en que las probabilidades ahora ya no van asociadas solamente al acierto o al fallo, sino a ganancias y pérdidas. Con otras palabras, la variable G nos da la *probabilidad de ganar o perder*, y nos permite calcular cuánto.

Pero en la ruleta se pueden hacer apuestas muy diversas. Si apostamos al color, rojo o negro, el cociente de apuestas es 1:1, o sea, por cada euro que apostemos recibiremos otro como premio, mientras que apostar a los múltiplos de tres se paga dos a uno. La variable ganancia G siempre tomará un par de valores para cada apuesta, acierto y fallo, y los valores diferirán según el cociente de apuestas y la cantidad apostada. Así, para una apuesta al color rojo de cinco euros, la variable ganancia se define como sigue:

$$G\,(X = 1) = 5$$
$$G\,(X = 0) = -5$$

Entonces, dado que hay dieciocho números rojos y diecinueve no rojos (dieciocho negros más el cero, que no es ni rojo ni negro):

$$p\,(G = 5) = p\,(X = 1) = p\,(\text{rojo}) = 18/37$$
$$p\,(G = -5) = p\,(X = 0) = p\,(\text{no rojo}) = 19/37$$

Recuérdese que lo que queremos saber es si las reglas del juego –el cociente de apuestas– están diseñadas de modo que nos conceden posibilidades reales, ya no de acertar alguna vez, sino de ganar dinero jugando. Al definir la variable aleatoria en términos de ganancias y pérdidas hemos dado un paso importante para averiguar si un juego de azar es "justo" o no. Lo que nos interesa averiguar es la cantidad de dinero, ganancia, más probable en una apuesta, o en una secuencia de apuestas, suponiendo que los resultados (aciertos/fallos) se produzcan azarosamente claro. Y esto es lo mismo que preguntar por el *valor esperado* de la variable aleatoria "ganancia".

El valor esperado, o *esperanza*, de una variable cuya distribución de probabilidad es uniforme, o sea, cuando todos los resultados posibles tienen la misma probabilidad de salir, que es el caso usual en los dispositivos empleados en los juegos de azar, es la *media aritmética*. En un dado no cargado la esperanza es 3'5, pues (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) / 6 = 3'5.

En términos más formales, para una variable aleatoria dicotómica, $X = \{0, 1\}$, siendo p la probabilidad de éxito y q la de fracaso, el valor esperado de X puede representarse así:

$$E(X) = 1 \cdot p + 0 \cdot q = p$$

Y en general, para una variable discreta X con n valores posibles, siendo $p\ (X = a_i) = p_i$,

$$E(X) = a_1 \cdot p_1 + a_2 \cdot p_2 + ... + a_n \cdot p_n$$

En nuestro caso, dado que lo que nos preocupa son las ganancias o pérdidas potenciales, el valor esperado de la variable ganancia, $E\ (G)$, será *la ganancia esperada.* Así, en una apuesta de ruleta a un número, la ganancia esperada es:

$$E\ (G) = a_1 \cdot p + a_2 \cdot q =$$

$$35 \cdot \frac{1}{37} + (-1) \cdot \frac{36}{37} = -\frac{1}{37} \cong -0'027 \text{ euros}$$

Un resultado negativo aquí significa que la apuesta de un euro a un número ocasiona una *pérdida esperada* de casi tres céntimos de euro por apuesta.

En suma, ¿cómo saber si *una apuesta* en un juego de azar es justa o no? Lo primero es definir la variable aleatoria G en términos de ganancias/pérdidas posibles en una apuesta, para lo cual hemos de conocer la probabilidad de éxito/fracaso y el cociente de la apuesta. Después calculamos el valor esperado de G:

Si $E\ (G) = 0$, la apuesta es "justa", ni hay ventaja ni desventaja para el apostante.

Si $E\ (G) > 0$, la apuesta es favorable para el apostante.

Si $E\ (G) < 0$, la apuesta es desfavorable para el apostante.

Como un jugador no suele hacer una sola apuesta, sino muchas, interesa averiguar cuál puede ser la ganancia/pérdida esperada *en una secuencia de apuestas*. Esto es fácil de determinar, porque la esperanza de la suma equivale a la suma de las esperanzas[8]. Si las apuestas son idénticas no hay más que multiplicar el valor esperado de la variable "ganancia" para una tirada por el número de tiradas. Volviendo a la apuesta de un euro al rojo en la ruleta, dado que $E\ (Y) = -0'027$, en una secuencia de cien apuestas idénticas, $E\ (Y) = 100 \cdot (-0'027) = -2'7$. O sea, que cada cien veces que nos jugamos un euro, lo que cabe esperar es que perdamos casi tres (suponiendo que la proporción de rojos, negros y ceros en la secuencia sea 18/37, 18/37 y 1/37, respectivamente). Si lo traducimos a porcentajes, en este tipo de apuestas la ganancia esperada para el casino es de casi un 3% sobre el total apostado, sea una apuesta o sean muchas, más o menos equivalente al interés que nos da un banco por depositar nuestro dinero en él. Aunque la ganancia esperada en una apuesta sea una cantidad pequeña, si se juega mucho dinero, la ganancia *esperada* del casino será cuantiosa.

Resumiendo, ¿cómo saber si un *juego de azar* (una secuencia de apuestas) es justo o no? Primero calculamos el valor esperado de la variable "ganancia" en el caso de una apuesta. Pues bien, para una secuencia de apuestas, el valor esperado de la variable "ganancia" será la suma de los valores esperados para

8 Para una secuencia de pruebas de Bernoulli la esperanza de la variable Y, variable binomial cuyos valores son el número de éxitos en la secuencia, es:
$E\ (Y) = E\ (X_1) + E\ (X_2) + E\ (X_3) +...+ E\ (X_n) = p + p + p +…+ p = n \cdot p$
siendo $X_1, X_2, X_3,…,$ cada una de las pruebas. Así, el número de éxitos esperables en cualquier secuencia de cien tiradas de una moneda no cargada ($p = q = ½$) será cincuenta, o sea $100 \cdot ½$.

cada apuesta particular. En cualquier caso, el juego será justo o injusto según lo sea o no la apuesta particular.

El estudio matemático de los juegos de azar revela que los cocientes de apuestas están planeados de modo que conceden una esperanza positiva de ganancias para la casa de apuestas y negativa para el apostante[9]. Ahí se encuentra precisamente el margen que obtiene la casa que le permite prosperar como negocio.

De todos modos, alguien podía replicar que todo esto son promedios puramente teóricos. Una cosa es la ganancia o pérdida *esperada*; pero puede esperarse algo y que luego no se cumpla. Recordemos que la esperanza no tiene por qué ser siquiera uno de los valores posibles de la variable aleatoria. Cuando lanzamos un dado nunca puede salir un 3'5, igual que ninguna mujer española puede tener 1'28 hijos. Por otra parte, aunque la esperanza de obtener cara en mil lanzamientos de una moneda no cargada sea igual a quinientos, y ése sí es un valor que puede salir, no resultaría extraño en absoluto que no obtuviéramos justamente ese número de caras. Con otras palabras, la esperanza es una medida puramente teórica, mientras que las ganancias o pérdidas de los apostantes son reales. Entonces, ¿por qué habrían de cumplirse estas previsiones en la realidad? Lo que interesa saber es qué va a ocurrir *realmente* cuando lancemos la bola, los dados o la moneda. Pero en los juegos de azar eso no se sabe, ya hemos dicho antes que los resultados son generados por mecanismos aleatorios, o sea, impredecibles. Así que si estás gafado, estás perdido; y si coges una buena racha, debes aprovecharla. No hay más. Y eso nada tiene que ver con el aparato matemático expuesto aquí.

¿Qué podríamos contestar a esto? Que dados, ruletas, barajas de cartas,..., se comportan como mecanismos aleatorios significa que son impredecibles *en un momento puntual*. Sin embargo, su *tendencia a largo plazo no es tan impredecible*. Así, aunque es verdad que al lanzar una moneda mil veces lo más probable es que no salga el valor esperado de quinientas caras, es bastante probable que salga un número de caras no muy alejado de ése. Y si lanzamos un dado de seis caras bastantes veces y calculamos la media de la suma de las puntuaciones obtenidas comprobaremos cómo conforme aumentamos el número de tiradas la media se aproxima a la esperanza, o sea, a 3'5. En definitiva, conforme aumenta *n*, la *media* de una variable aleatoria tiende a estabilizarse en torno a su esperanza.

Esta tendencia se expresa teóricamente mediante la "Ley *fuerte* de los grandes números", descubierta por A. N. Kolmogorov el siglo pasado:

$$p\,(\lim_{n\to\infty} S_n/n = E\,(X)) = 1$$

Esto significa que, para *cualquier* secuencia larga, conforme aumenta *n*, la media muestral se acerca más al valor esperado y se estabiliza en torno a él. De hecho, la probabilidad de que el límite de la media muestral sea justamente el valor esperado es uno.

Así pues, en el comportamiento a largo plazo de un mecanismo aleatorio se cumplen regularidades. Las ganancias o pérdidas espe-

9 Sobre el tema de las matemáticas de los juegos de azar, Epstein (1995) es un tratado clásico. Haigh (1999) es un excelente libro divulgativo con muchos y curiosos ejemplos.

radas se convertirán en ganancias o pérdidas *reales* cuanto más juguemos. En un juego con ganancia esperada negativa para el jugador, que es lo usual, cuantas más veces apostemos *más probable* es que las pérdidas acumuladas se acerquen a las pérdidas esperadas, esto es, al valor esperado de la suma total de pérdidas.

La noción de valor esperado nos dice entonces qué es lo más probable que ocurra si jugamos. Pero la ley fuerte de los grandes números dice algo más, a saber, que eso justamente es lo que ha de ocurrir si jugamos durante mucho tiempo. La ley permite concluir entonces que, si la esperanza es negativa, a largo plazo perderemos irremisiblemente todo nuestro dinero, y que cuanto más veces apostemos más seguro es que eso ocurrirá. Así pues, en un juego en el que la casa de apuestas tiene ventaja, por mínima que sea, *apostar muchas veces conduce indefectiblemente a la ruina del jugador*.

El lector debe tener en cuenta que las consideraciones hechas a lo largo de este apartado encajan perfectamente con los juegos de apuestas basados exclusivamente en el azar. Sin embargo, cuanto menor sea el peso de éste en el juego, más matizaciones habrá que hacer a todo lo expuesto aquí[10].

3. FALACIAS Y JUEGOS DE AZAR

Si el jugador advirtiera la certidumbre de su ruina a largo plazo, por razones matemáticas, quizá dejase de apostar. Pero lo que a menudo suele ocurrir es bien distinto: el jugador hace sus cábalas sobre cómo funciona el azar y sobre sus posibilidades de controlarlo, extrae sus conclusiones sobre el comportamiento del dispositivo físico que genera los resultados, y … sigue apostando. En este apartado identificaremos diversos tipos de razonamientos engañosos relacionados con la probabilidad y los juegos de azar.

Un *argumento* está formado por una o más premisas y por una conclusión. Aunque 'argumento' y '*razonamiento*' no son sinónimos, pues el primer término alude a la dimensión lógico-lingüística y el segundo a la psicológico-cognitiva, en nuestra exposición los emplearemos como si fueran intercambiables.

Los razonamientos, además, pueden ser correctos o incorrectos. Las *falacias* son una clase de argumentos incorrectos, por eso a veces hablamos de un "argumento falaz". Una falacia es un *razonamiento engañoso*, o sea, *que aparenta ser correcto cuando realmente no lo es*. Por eso, todos los razonamientos incorrectos no son razonamientos falaces.

Es importante subrayar que la conclusión de un razonamiento falaz puede ser verdadera. Pero cuando eso ocurra, la conclusión se habrá cumplido por razones distintas a las que estipulan las premisas, o por pura casualidad. El razonamiento será incorrecto porque las premisas que se aducen no apoyan la conclusión, aunque ésta sea verdadera. Nótese además que, a pesar de ser razonamientos incorrectos, las falacias pueden tener su efecto psicológico y "convencernos", aunque realmente no se esté proporcionando un apoyo

10 Piénsese en el póquer, por ejemplo, donde la capacidad de adivinar las intenciones del contrincante es tan importante como el azar. Con todo, conviene recordar que los juegos de apuestas más populares son precisamente juegos de azar puro, como loterías, bingo, máquinas tragaperras,..., donde lo único que hace el jugador es gastar un dinero y "confiar en la suerte".

racional, objetivo, a la conclusión. Analizando el discurso de políticos, periodistas, publicistas,..., se puede apreciar el uso de falacias para persuadir al auditorio. De todos modos, tampoco hay que pensar que las falacias se emplean solamente cuando se quiere dirigir o manipular la conducta de los demás. También podemos "convencernos" a nosotros mismos mediante un razonamiento falaz, tal vez para sentirnos mejor creyendo que su conclusión tiene apoyo[11].

En el contexto de los juegos de azar, las falacias más comunes tienen que ver con la aleatoriedad y la probabilidad. No obstante, en relación a las falacias cometidas cuando se razona con probabilidades conviene hacer una precisión importante. Y es que no es lo mismo un razonamiento cuya conclusión afirma que un hecho particular tiene cierta probabilidad de ocurrir, que un razonamiento que versa sobre probabilidades pero cuya conclusión no es probabilística. Habremos de considerar entonces, por un lado, los razonamientos falaces cuya conclusión atribuye una probabilidad equivocada a un acontecimiento o resultado (*falacias probabilísticas*), y por otro las falacias cometidas al razonar de un modo no probabilístico sobre probabilidades (*falacias de atribución causal*). Estas últimas malinterpretan la información probabilística porque la consideran evidencia concluyente a favor de una relación causa/efecto, yendo mucho más allá de lo que los datos probabilísticos permiten afirmar; por eso también se les llama falacias "de la falsa causa".

11 Una tipología muy completa de las falacias, y una reflexión sobre los criterios generales que definen la racionalidad argumentativa, puede encontrarse en Bordes (2011).

Seamos jugadores o no, en la vida cotidiana todos nos habremos dejado convencer alguna vez por estos argumentos engañosos. Más en concreto, el jugador recurre a ellos ante todo para autoconvencerse de que es capaz de predecir el curso del juego, y de este modo "justificar" sus decisiones sobre cómo apostar. Veamos, pues, cuáles son las falacias más relevantes en este contexto.

(a) Falacia "del jugador"

Se trata de un tipo particular de falacia probabilística que a su vez engloba distintos razonamientos cuyo denominador común es que el apostante no asimila la idea de que en un mecanismo aleatorio, como una ruleta, un dado, etc., las tiradas son estadísticamente independientes, o sea, impredecibles, según se vio en la sección anterior. Una modalidad particular de la falacia del jugador muy común es la siguiente:

> Dado que el mecanismo en cuestión ha producido una determinada secuencia de resultados, lo más probable es que dicha secuencia no continúe; por tanto, los resultados que van a salir a continuación serán justamente los que no han salido recientemente, como para "compensar".

Veamos un ejemplo. Apostamos al número que va a salir en una tirada de un dado de seis caras no cargado. Tras tirar el dado veinte veces comprobamos que han salido todos los números alguna vez, excepto el cinco. Eso nos hace pensar erróneamente que en la próxima tirada es más probable que salga ese resultado que cualquier otro. En consecuencia, apostamos todo nuestro dinero al cinco porque estamos convencidos de que va a salir porque *debe* salir. Pero la probabilidad de que salga el cinco en la próxima tirada es la misma exactamente que antes: 1/6. Recordemos que dados, ruletas, etc., ¡no tienen memoria!

Muchas estrategias y "sistemas" de apuestas que pretenden garantizar ciertas ganancias, incurren en esta falacia. En un juego como la ruleta, siempre que la estrategia para apostar se base en utilizar la información de los resultados que han salido hasta el momento para predecir el resultado próximo, se cometerá la falacia del jugador. En realidad, ninguno de entre la infinidad de sistemas que circulan en libros y páginas de Internet funciona. Aunque seamos disciplinados y apliquemos cualquiera de ellos sistemáticamente no vamos a obtener ganancias a largo plazo. En palabras de un matemático:

> No puede existir un "sistema" en el que el apostante tenga ventaja, a menos que la ruleta presente algún desperfecto... se puede tener la idea de que un matemático con suficiente experiencia es capaz de construir un sistema que permita ganar siempre, pero no es cierto. Las matemáticas demuestran precisamente lo contrario: *ese sistema no existe.*" (Haigh, 1999, p. 235).

En último término pues, no hay ninguna estrategia de apuestas ganadora; todas pierden[12]. Para ilustrar esto nos referiremos a un conocido sistema de apuestas, empleado en Francia ya en el siglo XVIII, denominado "La Martingala". Entonces se usaba para apostar al lanzamiento de una moneda. Hoy en día se aplica en la ruleta. Se suele realizar con apuestas simples (rojo/negro, falta/pasa, par/impar) cuya probabilidad es cercana a ½. La estrategia consiste en fijar una cantidad inicial x para hacer la primera apuesta. Si acertamos, habremos ganado x euros. Entonces, volvemos a apostar la misma cantidad. Si se pierde repetimos la apuesta doblando la cantidad de dinero, o sea $2x$. Si ganamos ahora, en la segunda apuesta, habremos obtenido x euros limpios (porque en la primera perdimos x pero ahora recibimos $2x$), y volvemos a comenzar apostando x euros como al principio; si no ganamos en la segunda apuesta, volvemos a doblar la apuesta, o sea $4x$, y así hasta que acertemos. Como más tarde o más pronto eso ocurrirá, obtendremos una ganancia neta de x euros y volvemos a comenzar el ciclo. Parece, pues, que con disciplina y paciencia nos haremos ricos.

¿Realmente es tan fácil ganar dinero jugando a la ruleta? Imaginemos un jugador que cuenta con un capital total de 160 euros. Su plan es apostar al color rojo, por ejemplo, a diez euros por apuesta. Naturalmente que la apuesta no es "justa", como ya sabemos. Y además de eso, cuando se produzcan cinco fallos seguidos, nuestro apostante perderá los 160 euros *sin posibilidad de recuperarlos*, porque ya no tendrá más dinero para cubrir la apuesta siguiente, que ascendería a 320 euros. Aun así, el jugador ganará aproximadamente el 97% de las veces que elija esta estrategia, ya que

12 Aparte de la historia de la familia de los Pelayos (v. supra nota 4), otro conocido intento de arruinar a los casinos, en un juego de cartas denominado "el veintiuno", fue protagonizado por un profesor universitario de matemáticas, el norteamericano E. O. Thorp (v. Thorp, 1966). Más recientemente su estrategia fue reforzada por unos estudiantes del MIT (episodio que dio origen a una película cinematográfica). El sistema funciona, pero el veintiuno no es un juego de azar puro, ya que el propio jugador decide si pide cartas o se planta.

una secuencia de cinco fallos seguidos ocurre muy pocas veces, por término medio, el tres por ciento restante, o sea una de cada treinta y tres secuencias de resultados.

Cuándo ocurrirá una secuencia fatídica, que agote sus recursos, es algo que no sabemos. Puede ser al poco de empezar a apostar, puede ser al cabo de mucho tiempo. Si el jugador cuenta con un gran capital de reserva podrá aguantar más, pero lo que es seguro es que las secuencias fatídicas aparecerán tarde o temprano. El problema es que la estrategia de doblar la apuesta cuando se pierde incrementa la cantidad de la apuesta más rápidamente de lo que parece. Para una apuesta inicial de sólo dos euros, el fondo que necesitamos para afrontar una serie de fallos consecutivos, una "mala racha" es la que aparece en la Tabla 1.

Dado que lo improbable ocurre alguna vez, el lector puede juzgar por sí mismo si merece la pena correr el riesgo de perder una cantidad tan importante de dinero por ganar solamente dos euros.

Tabla 1. Fondo necesario para afrontar una serie de fallos consecutivos

Nº de fallos	Fondo disponible
5	126 €
6	254 €
7	510 €
8	1.022 €
9	2.046 €
10	4.094 €
11	8.190 €
12	16.382 €
13	32.766 €
14	65.534 €
15	131.070 €

Con esto bastará para entender por qué la falacia del jugador es precisamente eso, una falacia. Otras falacias probabilísticas cuya relación con los juegos de azar es más distante son la falacia "de la conjunción" y la de la "tasa de base" (*base-rate*), pero no las discutiremos aquí[13]. El resto de falacias que veremos en este apartado son todas ellas falacias "de atribución causal".

(b) Falacia "cum hoc, ergo propter hoc"

Como todas las falacias de atribución causal, se trata de un ejemplo de falacia que concluye infundadamente una afirmación del tipo "x es causa de y". Hemos de tener en cuenta, no obstante, que los vínculos causales se pueden establecer en un doble nivel: entre *hechos particulares* o entre *tipos de hechos*. Esta distinción es importante ya que el error que se comete en cada caso es diferente. Así, en el nivel particular las falacias "de la falsa causa" confunden la mera *coincidencia* con la *causación.* Y es que dos hechos, *a* y *b*, pueden ser simultáneos, o puede ocurrir uno de ellos justo antes que el otro, sin que *a* sea causa de *b*, ni *b* sea causa de *a*. En el nivel general la equivocación se da entre una *correlación* y un *vínculo causal*. Dos tipos de hechos o propiedades, *A* y *B* (emplearemos letras minúsculas para referirnos a los hechos particulares y letras mayúsculas para aludir a los tipos de hechos), pueden darse simultáneamente, o uno de ellos puede ir invariablemente seguido por el otro, sin que haya vínculo causal entre ellos.

13 En la investigación experimental sobre ambas falacias cabe destacar el trabajo de Daniel Kahneman y Amos Tversky (v. el ya clásico Kahneman et al., 1982).

Dicho esto, la falacia *"cum hoc, ergo propter hoc"*, cuya traducción sería "con esto; por tanto, a consecuencia de esto", se comete cuando se postula una relación causal entre dos hechos, *a* y *b*, o tipos de hechos, *A* y *B*, solamente porque se dan juntos. Ciertamente, si *a* fuera la causa de *b*, por ejemplo, *a* y *b* serían simultáneos, o *a* iría invariablemente seguido de *b*; y si *A* fuera la causa de *B*, *A* y *B* estarían correlacionados. Pero para que haya un vínculo causal han de cumplirse otras condiciones adicionales porque la causalidad es una relación más restrictiva que la simultaneidad o la correlación. Si decido bajar la persiana de mi despacho porque me molesta el sol y, justamente cuando comienzo a hacerlo, se apaga el ordenador, ¿debo pensar que hay un vínculo casual entre ambos acontecimientos a pesar de que hayan sido simultáneos? Desde luego que no, ya que, antes de postular un vínculo causal para explicar la conjunción constante, la simultaneidad o la correlación, hay que valorar otras posibilidades.

Una posibilidad es que la coincidencia sea el efecto de una causa común. Por ejemplo, cuando estamos constipados, tosemos y estornudamos. Sin embargo, ni la tos causa los estornudos ni viceversa. La explicación de la correlación está en que ambos son efectos de una causa oculta, la infección vírica, que es la que provoca esas reacciones en nuestro organismo.

Otra posibilidad es que la coincidencia ocurra simplemente por *casualidad*, (lo opuesto a la *causalidad,* precisamente), como en el caso citado arriba del ordenador que se apaga.

Pasando al nivel general de las correlaciones, es muy fácil encontrar correlaciones entre dos variables, pero eso por sí solo no basta para inferir un vínculo causal. El caso más simple de correlación es el de dos variables con dos valores para cada una de ellas. Imagínese que tomamos una muestra de la población española de diez mil adultos al azar y los clasificamos según dos variables: sexo (hombre/mujer) y tocar el piano (sí/no). Pongamos a un lado los hombres y al otro las mujeres. Si la proporción de individuos de la muestra que saben tocar el piano no es idéntica en ambos grupos, ya tenemos una correlación. Así, si las mujeres que tocan el piano son una por cada doscientas, un 0'5%, y en los hombres la proporción es uno de cada doscientos cincuenta (0'4%), la probabilidad de tocar el piano siendo mujer es mayor que la de tocar el piano siendo hombre. En suma, hay una correlación positiva, aunque débil, entre ser mujer y tocar el piano. Pero afirmar, a partir de ello, que una cosa es causa de la otra está fuera de lugar. En ocasiones, y aunque pueda parecer paradójico, el azar, la inexistencia de una causa determinada, puede "explicar" los resultados, ya que ciertas divergencias en las muestras son admisibles como puros efectos del azar[14].

Nótese que, incluso ante una correlación fuerte, hay que ir con sumo cuidado. Supongamos que se está estudiando la relación entre el nivel de autoestima de los estudiantes y su rendimiento académico. Supongamos además que se ha encontrado una correlación alta entre ambas variables, de modo que, en general, los sujetos con mayor (menor) nivel de autoestima, tienen también mayor (menor) rendimiento académico. Aunque podamos cuantificar una correlación, esto nada nos dice por sí mismo de si hay o no un vínculo causal y de cuál es la dirección de éste. Puede ocurrir que un nivel más alto de autoestima haga que los alumnos estén más seguros de sí mismos, y que eso repercuta positivamente en los resultados de sus exámenes. Pero también podría pensarse que obtener buenos resultados académicos incrementa el nivel de autoestima del estudiante.

(c) Falacia "post hoc, ergo propter hoc"

Esta es una variante de la falacia anterior: *a* y *b* no son simultáneos, sino que *a* ocurre justo antes que *b*. El problema es el mismo que se ha visto ya, excepto que aquí no se plantea la cuestión sobre la dirección del supuesto vínculo causal, puesto que se asume que el hecho que ocurre primero ha de ser la supuesta causa. Con otras palabras, si realmente hubiera un vínculo causal, la falacia sí estaría identificando correctamente su dirección. No obstante, se concluye con demasiada ligereza la existencia de una relación causal a partir de un elemento que, a lo sumo, es parte necesaria, pero no suficiente para afirmarla.

Vaya un ejemplo. Se aplica un remedio casero para combatir una enfermedad de la piel. Aunque la mayoría de estas enfermeda-

14 El llamado *contraste de hipótesis* entre H_0, la llamada hipótesis "nula", y H_1, la hipótesis alternativa, es una técnica estándar para determinar cuándo el azar es una "explicación" adecuada de los datos obtenidos. Véase el subapartado siguiente sobre la falacia de "la regresión a la media".

des remiten al cabo de un tiempo, el paciente puede estar convencido de que la causa de la curación ha sido el remedio. Su conclusión es precipitada, aunque tampoco podríamos afirmar que el remedio no es eficaz. El asunto es que lo que ha ocurrido no es una prueba convincente ni de la eficacia ni de la ineficacia del remedio.

La falacia *post hoc, ergo propter hoc*, cuya traducción es "después de esto; por tanto, a consecuencia de esto", está presente en el razonamiento supersticioso de los jugadores. Puede identificarse una característica asociada a una situación exitosa y pensar que no se trata de una coincidencia fortuita, sino de un vínculo causal. Así, si tras una serie de fracasos obtengo premio cuando entra en la mesa de juego un *croupier* determinado, a partir de entonces espero al cambio de turno para que vuelva a estar esa misma persona porque "me trae suerte".

(d) Falacia de la "regresión a la media"

La *regresión a la media* es un fenómeno estadístico que consiste en la tendencia de la variable aleatoria a tomar valores alejados de los extremos y a acercarse a la media del valor de dicha variable en la población. Con otras palabras, si tomamos una muestra de una población y la variable que nos interesa adopta un valor extremo respecto a la media de la población, es probable que una segunda muestra nos dé un valor de la variable más cercano a la media. Karl Pearson, uno de los fundadores de la estadística, ponía como ejemplo que los hijos de padres altos tienden a ser altos, pero no tanto como sus padres. La altura no es un fenómeno aleatorio. Está claro que la genética influye. Sin embargo, el hecho de que los hijos de padres muy altos no tiendan a ser tan altos como éstos, es consecuencia de la regresión a la media.

Esta falacia "regresión a la media" se comete cuando se considera que debe haber una causa que explique por qué los resultados posteriores se acercan a la media, a pesar de que los anteriores sean valores extremos, por eso cabe considerarla una falacia "de atribución causal". En principio no tiene por qué haber ninguna causa para explicar eso, ya que estamos ante un rasgo esperable del comportamiento de una variable aleatoria. Así que, cuando no hay razones para pensar que un factor causal ha intervenido, la regresión a la media puede ser una "explicación".

Y bien, ¿qué nos dice la regresión a la media respecto a los juegos de azar? Lo que nos indica es que una secuencia ininterrumpida de apuestas perdedoras, o ganadoras, muy larga es poco probable. Si lanzamos una moneda equilibrada y apostamos a que sale cara, una secuencia de quince fracasos consecutivos es más improbable que una secuencia de diez fracasos consecutivos, o que una secuencia de doce fracasos y tres éxitos (atención, contados sin importar el orden en que se producen). Suponiendo una moneda no cargada, o sea, una distribución de probabilidad inicial uniforme tal que p (cara) = p (cruz) = ½, la regresión a la media, que en este caso es el 50% de éxitos y que, recuérdese, equivale al valor esperado de la variable éxito, explica por qué. Secuencias consecutivas largas de éxitos (o fracasos) son, pues, improbables.

Pero, entonces, ¿no estamos diciendo que los resultados ocurridos permiten inferir que algunos resultados futuros son más probables que otros? ¿No estamos entonces contradiciendo lo dicho hasta aquí?

La respuesta es negativa. Aunque la regresión a la media es un fenómeno real, el quid del asunto es que tras cada tirada, la probabilidad de salir cara o cruz *sigue siendo la misma*, con independencia de lo que haya salido previamente. Creer lo contrario es cometer la "falacia del jugador". Supongamos que lanzamos la moneda y fallamos nuestra apuesta diez veces seguidas. Si volvemos a apostar en una nueva secuencia de diez lanzamientos es más probable que en esta última fallemos menos veces que en la primera. Pero la regresión a la media no da la razón a aquellos jugadores que cuando sale el color negro en la ruleta quince veces seguidas, por ejemplo, se apresuran a apostar al rojo, a pesar de que una secuencia de quince negros seguidos sea bastante improbable. La información que proporciona la regresión a la media puede servir para predecir las *secuencias de resultados* más probables. El quid de la cuestión está, sin embargo, en que el jugador de ruleta apuesta cada vez *sobre el resultado de la próxima tirada*. Dado que los resultados de cada tirada son estadísticamente independientes, la regresión a la media de nada sirve para predecir qué va a salir la próxima vez, así que la información que nos da no es relevante para apostar a un color, o a un número u otro[15].

15 El "sistema" de apuestas antes comentado, La Martingala, puede verse como un intento de conjurar este problema, ya que es una estrategia de apuestas sobre secuencias de resultados que se basa en ir variando la cantidad que se arriesga para conjugar las posibles pérdidas. Ya hemos señalado sus inconvenientes.

4. CONCLUSIONES

Por paradójico que pueda resultarnos, el azar sigue ciertas leyes. Es verdad que lo que salga en la próxima tirada, sorteo, etc., es impredecible, "cuestión de suerte", diríamos. Por eso en un juego de azar puro, como ruleta, bingo, lotería, dados, máquinas tragaperras,…, una apuesta única, o una secuencia corta de apuestas, puede suponer pérdidas o ganancias abultadas, tanto para la casa de apuestas como para el jugador. Pero el comportamiento a largo plazo de un dispositivo aleatorio no es tan impredecible como todo eso. Por otro lado, los casinos y las casas de apuestas no son organizaciones filantrópicas; son negocios. No es de extrañar entonces que los cocientes de apuestas estén pensados para que el jugador acabe perdiendo dinero. En la medida en que los dispositivos empleados en los juegos de azar funcionan aleatoriamente esto es un hecho que puede evidenciarse matemáticamente. De ahí que el casino sea el principal interesado en que el mecanismo (ruleta, dados o lo que sea), funcione perfectamente y no esté trucado, entendiendo por esto que se comporte como un dispositivo aleatorio "ideal". Es así como, a la larga, se asegura un margen de ganancias calculable y suficiente. Nótese que su planteamiento es casi opuesto al del jugador, a saber, garantizarse una pequeña ganancia que se materializará al cabo de una larguísima secuencia de tiradas.

En los juegos de azar no hay tanta suerte como parece, pues. Es el jugador quien cree en la suerte, en la posibilidad de elaborar estrategias, o "sistemas", de apuestas ganadores, y suele recurrir a diversos tipos de razonamientos falaces para apoyar tales creencias y justificar sus decisiones en el curso del juego. El asunto es que el jugador no sólo apuesta contra el casino o la casa de apuestas, sino también contra las matemáticas. Y en esta última apuesta lleva todas las de perder.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bordes, M. (2011). *Las trampas de Circe: Falacias lógicas y argumentación informal*. Madrid: Cátedra.

De Mora Charles, M.S. (1989). *Los inicios de la teoría de la probabilidad. Siglos XVI y XVII.* Leioa [Vizcaya]: Servicio de Publicaciones de la Universidad del País Vasco.

Dostoievski, F. (1866). *El jugador.* Hay múltiples ediciones en castellano.

Epstein, R. A. (1995). *The Theory of Gambling and Statistical Logic*. New York: Academic Press. [Un clásico cuya edición original es de 1967.]

García-Pelayo, I. y García-Pelayo, G. (2003). *La fabulosa historia de los Pelayos.* Barcelona: Plaza y Janés.

Hacking, I. (1984). *The Emergence of Probability: A Philosophical Study of Early Ideas About Probability, Induction and Statistical Inference*. New York: Cambridge University Press. [*El surgimiento de la probabilidad*, Barcelona, Gedisa, 1995].

Haigh, J. (1999). *Taking Chances. Winning with Probability*. New Cork: Oxford University Press. [*Matemáticas y juegos de azar*, Barcelona, Tusquets, 2003.]

Hájek, A. (2012). "Interpretations of Probability", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Edward N. Zalta (ed.), URL <http://plato.stanford.edu/archives/sum2012/entries/probability-interpret/>.

Kahneman, D.; Slovic, P. y Tversky, A. eds. (1982). *Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases*. Cambridge: Cambridge University Press.

Martín-Pliego, F. J. y Ruiz-Maya, L. (2006; 2ª ed.). *Fundamentos de probabilidad*. Madrid: Paraninfo.

Rescher, N. (1995). *Luck. The Brilliant Randomness of Everyday Life.* Pittsburgh: University of Pittsburgh Press. [*La suerte*, Madrid, Andrés Bello, 1997.]

Thorp, E. O. (1966; ed. revisada). *Beat the Dealer. A Winning Strategy for the Game of Twenty- One*. New York: Vintage. [La edición original es de 1962].