



VNIVERSITATĪ VALÈNCIA

Máster Universitario en Investigación en Didácticas Específicas

Representación de funciones  
de dos variables mediante la  
modelización de la intensidad  
de sonido utilizando iPads®.  
Un estudio exploratorio

Memoria de Trabajo de Fin de Máster presentada por:  
PASCUAL DAVID DIAGO NEBOT

Tutorizada por:

Dra. Irene Ferrando Palomares  
Dr. Luis Puig Espinosa

Departamento de Didáctica de la Matemática

Valencia, 27 de mayo de 2015



# Ficha Técnica

---

**Máster:** Máster Universitario en Investigación en Didácticas Específicas por la Universitat de València (Estudi General)

**Especialidad:** Didáctica de las Matemáticas

**Autor:** Apellidos: Diago Nebot  
Nombre: Pascual David

**Título de la memoria:** Representación de funciones de dos variables mediante la modelización del sonido utilizando iPads®. Un estudio exploratorio

**Tutor 1:** Apellidos: Ferrando Palomares  
Nombre: Irene  
Departamento: Didáctica de la Matemática

**Tutor 2:** Apellidos: Puig Espinosa  
Nombre: Luis  
Departamento: Didáctica de la Matemática

**Fecha de defensa:** miércoles, 27 de mayo de 2015

## Calificación:

**Palabras clave:** Modelización matemática, Didáctica de las Matemáticas, iPad®, Enseñanza y Aprendizaje, función de dos variables, modelo, problema real, datos reales

**Keywords:** Mathematical Modelling, Mathematics Education, iPad®, Teaching and Learning, 2-variable function, model, real problem, real data

**Códigos UNESCO:** 1299 (Didáctica de las Matemáticas), 6102.02, 6104.01, 6104.02

**Resumen:** En este trabajo de investigación se presenta un estudio exploratorio sobre modelización de problemas reales con estudiantes de cuarto de ESO. El objetivo del trabajo es explorar conceptos y procedimientos matemáticos elaborados por los alumnos relacionados con funciones de dos variables. En particular, nos interesa la representación cartesiana tridimensional de este tipo de funciones. Los alumnos utilizarán el iPad® como herramienta digital interactiva básica para la modelización.

**Abstract:** This research work presents an exploratory study about real problem modelling of a real situation in a grade tenth student group. The aim of the work is to explore the mathematical concepts and procedures related to two-variable functions generated by the students. In particular we are interested in the Cartesian three dimensional representation of this kind of functions. Pupils use the iPad® as basic interactive digital tool from an experimental modelling frame.



*a Carmen i Sahila...*



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Marco teórico</b>	<b>3</b>
2.1. Modelos Teóricos Locales . . . . .	4
2.1.1. Caracterización de este estudio en el marco de los MTL . . . . .	5
2.2. La Educación Matemática Realista . . . . .	6
2.2.1. La modelización matemática en la EMR . . . . .	7
2.3. La enseñanza basada en resolución de problemas . . . . .	7
2.4. La modelización matemática . . . . .	8
<b>3. Descripción del experimento de enseñanza</b>	<b>11</b>
3.1. Diseño del material de enseñanza . . . . .	12
3.2. El material de enseñanza . . . . .	13
3.2.1. El experimento de medida del sonido . . . . .	14
3.2.2. La representación gráfica de los datos . . . . .	18
3.2.3. Materiales para la recogida de datos . . . . .	19
3.2.4. Otros materiales de soporte . . . . .	22
3.3. Las sesiones . . . . .	23
3.3.1. Sesión 1: Conceptos básicos . . . . .	24
3.3.2. Sesión 2: Mapa de intensidad de sonido . . . . .	27
3.3.3. Sesión 3: La toma de medidas en el aula . . . . .	32
3.3.4. Sesión 4: La representación gráfica de los datos . . . . .	36
3.4. La población . . . . .	44
3.5. El tipo de intervención del investigador . . . . .	45
<b>4. Los datos y su análisis</b>	<b>49</b>
4.1. Los datos . . . . .	49
4.2. La naturaleza de los datos . . . . .	51
4.3. Primer tratamiento de los datos: transcripción y vaciado . . . . .	53
4.3.1. Leyenda para la transcripción de los datos audiovisuales . . . . .	53
4.3.2. Leyenda para los manuscritos entregados . . . . .	54
4.4. Segundo tratamiento de los datos: reconstrucción racional . . . . .	55
4.4.1. Sesión 2 (análisis por grupos) . . . . .	56
4.4.2. Sesión 4, primera parte (análisis por grupos) . . . . .	81
4.4.3. Sesión 4, segunda parte (análisis grupo clase) . . . . .	96
4.5. Tercer tratamiento de los datos: actuaciones relevantes . . . . .	102
4.5.1. Actuaciones relevantes en la sesión 2 . . . . .	102

4.5.2. Actuaciones relevantes en la sesión 4, primera parte . . . . .	105
4.5.3. Actuaciones relevantes en la sesión 4, segunda parte . . . . .	107
<b>5. Conclusiones</b>	<b>109</b>
<b>6. Referencias bibliográficas</b>	<b>111</b>
Referencias . . . . .	111
<b>Anexos</b>	<b>113</b>
<b>A. Uso de Decibel Ultra Pro®</b>	<b>117</b>
A.1. Panel superior, intensidad sonora . . . . .	117
A.2. Panel inferior, picos de intensidad . . . . .	119
A.3. Tiempo transcurrido durante la medición . . . . .	119
A.4. Parámetros estándares de la medición . . . . .	120
A.5. Panel de botones . . . . .	121
<b>B. Dosieres</b>	<b>123</b>
<b>C. Documentos entregables</b>	<b>139</b>
<b>D. Documentos manuscritos</b>	<b>157</b>
<b>E. Índice de audiovisuales</b>	<b>205</b>
E.1. Listado de grabaciones de audio . . . . .	205
E.2. Listado de grabaciones de video . . . . .	206
<b>F. Informes de los tutores</b>	<b>207</b>
<b>Índice de cuadros</b>	<b>211</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>213</b>

*It's wonderful to be here,  
It's certainly a thrill,  
You're such a lovely audience,  
We'd like to take you home with us,  
We'd like to take you home.*

John Lennon & Paul McCartney

# 1

## Introducción

El trabajo que aquí presentamos sigue la línea de una serie de estudios de investigación sobre modelización matemática que desde hace unos años vienen desarrollándose en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universitat de València, algunos de ellos en colaboración con investigadores del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (CINVESTAV) de México, en el marco de un convenio de colaboración entre ambas instituciones firmado en 1988 y renovado en 2004.

En este trabajo presentamos un modelo de enseñanza basado en la teoría de los Modelos Teóricos Locales que permitirá a los alumnos estudiar un problema de modelización concreto basado en un problema real: la determinación de las zonas del aula con mejor “calidad acústica”, en el sentido en el que las ondas de sonido llegan con mayor intensidad al receptor.

A partir de esta situación de modelización los alumnos elaborarán conceptos y procedimientos relacionados con la representación cartesiana tridimensional de funciones de dos variables, con la medición experimental de datos reales y con la física del sonido. Para ello utilizarán el iPad® como herramienta digital interactiva.

El objetivo del trabajo es explorar las actuaciones, intervenciones y conductas que los alumnos manifiestan mientras tratan de resolver el problema planteado en el modelo de enseñanza. En particular, aquellas que tienen que ver con la representación cartesiana tridimensional de funciones de dos variables.

En el capítulo 2 presentamos el marco teórico en el que se enmarca este estudio exploratorio. Haremos referencia a la teoría de los Modelos Teóricos Locales como marco común general, en el que tendrán cabida otros ingredientes.

En el capítulo 3 se describe el experimento de enseñanza. Este capítulo contiene la justificación del experimento llevado a cabo y la descripción detallada del material de enseñanza utilizado. Se detallan las sesiones en que se divide el experimento y la población a la que va dirigido. Por último se hace una breve referencia al tipo de intervención del investigador.

El capítulo 4 comienza con la descripción de los datos obtenidos para pasar después a estudiar su naturaleza. A continuación se abordará el tratamiento de los mismos, organizado en tres niveles de profundización. El primer nivel será la transcripción de los datos audiovisuales y el vaciado de los datos manuscritos. El segundo nivel corresponderá al análisis de las transcripciones, con el fin de extraer conclusiones sobre las concepciones de los alumnos intentando realizar una reconstrucción racional de las actuaciones más interesantes. En el tercer y último nivel se recopilarán las tendencias y actuaciones más relevantes surgidas durante la puesta en marcha del experimento.

Por último, en el capítulo 5 se recogen las conclusiones del estudio junto con las posibles líneas de trabajo futuro.

*You say you got a real solution,  
Well, you know,  
We'd all love to see the plan*

John Lennon

# 2

## Marco teórico

Como se ha mencionado en el capítulo anterior, este estudio sigue la línea de una serie de trabajos de investigación sobre modelización matemática que, desde hace unos años, se están llevando a cabo en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universitat de València. Todos estos trabajos se agrupan alrededor de dos líneas generales:

- I. **La modelización como objeto de estudio:** estudiar el proceso de modelización a partir de las elaboraciones de los alumnos en situaciones de enseñanza-aprendizaje.
- II. **La modelización como metodología de enseñanza:** las situaciones de modelización son un lugar idóneo para el aprendizaje de conceptos y procesos matemáticos ya que el trabajo con datos reales tiene un papel destacado en el propio proceso de modelización. Esta línea se enmarcaría dentro de la enseñanza de las Matemáticas basada en la resolución de problemas.

Por ejemplo, podemos mencionar el trabajo académico *Modelo plausible vs. Modelo esperable. Un estudio exploratorio de aspectos del proceso de modelización* (Juan, 2012) o los artículos de investigación *Modelos emergentes en un primer curso de economía y*

administración de [Infante y Puig \(2013\)](#), *Análisis competencial de una tarea de modelización abierta* de [Gallart, Ferrando, y García-Raffi \(2015\)](#) o *El profesor ante la actividad modelizadora en el aula de secundaria* de [Gallart, Ferrando, y García-Raffi \(en prensa\)](#).

También forman parte de este grupo de trabajos los estudios exploratorios realizados con entornos interactivos como iPads® o tabletas. Podemos citar aquí el trabajo académico *Un estudi exploratori sobre el procés de modelització amb dades reals en l'entorn informàtic dels iPads®* ([Ortega, 2013](#)) o el artículo *Un estudio sobre el proceso de modelización, en el entorno informático de las tabletas* de [Monzó, Puig, y Navarro \(en prensa\)](#) presentado en las JAEM de 2013.

A pesar de que cada uno de estos estudios presenta sus propias particularidades, en todos ellos se evidencia la importancia del análisis cualitativo, para la gestión del proceso de modelización, tanto del fenómeno a modelizar como del proceso de enseñanza seguido. El dotar de sentido las actuaciones que llevan a cabo los alumnos apoyándose para ello en la tarea de modelización es un objetivo común de todos estos trabajos.

Por último, comentar que la mayoría de esta serie de estudios mencionados comparten un marco teórico y metodológico general, el de la teoría de Modelos Teóricos Locales que es combinado con otros ingredientes de otros marcos teóricos, como a continuación detallaremos.

## 2.1. Modelos Teóricos Locales

La elaboración los Modelos Teóricos Locales (MTL, a partir de ahora) es iniciada por Eugenio Filloy ([Kieran y Filloy, 1989](#); [Filloy, 1990](#)) y cuya exposición más detallada y completa se puede encontrar en [Filloy, Puig, y Rojano \(2008\)](#).

Citando a [Puig \(2008\)](#), la elaboración de los MTL se realiza con los propósitos de organizar una investigación y organizar los resultados de una investigación. El carácter local viene dado por el hecho de que las conclusiones que se obtengan en la investigación no pretenden se generales, pues el modelo se elabora para dar cuenta de los fenómenos que se producen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de unos contenidos matemáticos concretos a unos alumnos concretos y sólo se pretende que el modelo sea adecuado para los fenómenos observados. El carácter de modelo viene dado, entre otras cosas, por el hecho de que no se hace la afirmación fuerte de que las cosas son tal y como las caracteriza el

modelo, sino sólo que, si las cosas fueran como las caracteriza el modelo, los fenómenos se producirían como se han descrito. El modelo tiene pues carácter descriptivo, explicativo y predictivo, pero no excluye que los mismos fenómenos puedan describirse, explicarse y predecirse de otra manera (mediante otro modelo).

Desde esta perspectiva, consideramos que las situaciones de enseñanza y aprendizaje en los sistemas escolares pueden concebirse como situaciones de comunicación y de producción de sentido en las cuales están implicados la materia objeto de enseñanza y aprendizaje, la enseñanza, que organiza el profesor, y los alumnos, en cuyas actuaciones se muestra lo que han aprendido. De este modo un MTL va a estar compuesto de cuatro componentes:

- (a) Un componente de competencia, que se corresponde con la materia que se enseña (en nuestro caso las Matemáticas); llamado abreviadamente **el modelo de competencia**.
- (b) Un componente de enseñanza, que se corresponde con aquello que organiza el profesor para enseñar la materia concreta; llamado **el modelo de enseñanza**.
- (c) Un componente de actuación, que se corresponde con aquello que hacen los alumnos para aprender esa materia con esa enseñanza; llamado **el modelo de actuación (o de los procesos cognitivos)**.
- (d) Un componente de comunicación, que se corresponde con aquello que es propio de los procesos de comunicación utilizando los sistemas matemáticos de signos que se utilicen en el caso concreto; llamado **el modelo de comunicación**.

### 2.1.1. Caracterización de este estudio en el marco de los MTL

El estudio que aquí presentamos se enmarca dentro del grupo de trabajos en los que se pretende presentar un modelo de enseñanza que permita estudiar el proceso de modelización y los conceptos matemáticos involucrados con respecto a la situación a modelizar.

En nuestro modelo de enseñanza se trabajará tanto con conceptos matemáticos como físicos: por una parte, relacionados con la medición experimental de datos y con la física del sonido; y por otra, relacionados con la representación cartesiana tridimensional de funciones de dos variables.

La situación a modelizar será la determinación de las zonas del aula con mejor “calidad acústica”, en el sentido en el que las ondas de sonido llegan con mayor intensidad al receptor.

Además, este estudio presenta dos particularidades a destacar: i) los alumnos utilizan el iPad® como herramienta digital interactiva para la toma de datos reales y para la resolución de la tarea de modelización; ii) el estudio tiene un carácter exploratorio, es decir, pretendemos indagar sobre el tipo de actuaciones, intervenciones y conductas mostradas por los alumnos como consecuencia del modelo de enseñanza utilizado.

Aunque el marco teórico fundamental de este estudio es el de los MTL, integraremos elementos de tomados de otras corrientes y teorías, como veremos a continuación.

## 2.2. La Educación Matemática Realista

La Educación Matemática Realista (EMR, del inglés *Realistic Mathematics Education*) se basa en la Fenomenología Didáctica de [Freudenthal \(1983\)](#) y en su visión de que las Matemáticas son una actividad humana y que la realidad puede ser utilizada como fuente para la matematización. Esta corriente didáctica, entendida como una teoría específica de instrucción para la educación matemática centrada en contextos ([Treffers, 1987](#); [De Lange, 1987](#); [Gravemeijer, 1994](#); [Van den Heuvel-Panhuizen, 2003](#)), surge en Holanda en los años 70 como respuesta a la necesidad de reformar la enseñanza de las Matemáticas y como reacción a la corriente conocida como Matemática Moderna y al enfoque mecanicista de la enseñanza de las Matemáticas, generalizadas en aquel momento en las escuelas holandesas.

Siguiendo a [Bressan, Zolkower, y Gallego \(2004, p. 3\)](#) la EMR se concretiza en un conjunto de teorías locales de enseñanza de temas de la Matemática y se basa en las siguientes ideas centrales:

- Pensar la matemática como una actividad humana (matematización) y que, siendo así, debe existir una matemática para todos.
- Aceptar que el desarrollo de la comprensión matemática pasa por distintos niveles donde los contextos y los modelos poseen un papel relevante y que ese desarrollo se lleva a cabo por el proceso didáctico denominado reinención guiada, en un ambiente de heterogeneidad cognitiva.

- Que desde el punto de vista curricular, la reinención guiada de la matemática en tanto actividad de matematización, requiere de la fenomenología didáctica como metodología de investigación, esto es, la búsqueda de contextos y situaciones que generen la necesidad de ser organizados matemáticamente.

A partir de estas ideas se formulan los seis principios fundamentales de la EMR que son: el principio de actividad, el de realidad, el de reinención guiada, el de niveles, el de interacción y el de interconexión o estructuración. La explicación de cada uno de ellos se puede encontrar en [Gravemeijer \(1994\)](#).

### 2.2.1. La modelización matemática en la EMR

A partir de un estudio detallado, que puede seguirse en [Juan \(2012\)](#), podemos concluir que en la EMR se confiere una alta importancia a la modelización ya que, en términos más precisos, no son los modelos en sí los que hacen posible el crecimiento de la comprensión matemática, sino las actividades de modelización de los estudiantes. De esta forma, las actividades iniciales de modelización, ejecutadas sobre problemas en contexto vinculados con la realidad de los estudiantes, permiten que éstos lleguen a realidades nuevas que, a su vez, vuelven a ser objeto de nuevas actividades de modelización (ver figura 2.1, tomada de [De Lange, 1987](#), en la que describe cómo están organizadas las actividades de modelización en un currículum equivalente a nuestro Bachillerato). Es decir, la modelización se convierte de alguna forma en una espiral de comprensión de conceptos matemáticos ya que estimula la reflexión y la interacción en el aula al aparecer nuevas manifestaciones del modelo inicial que dan acceso a nuevas perspectivas, a nuevas posibilidades de resolución de problemas y a niveles más altos de comprensión.

### 2.3. La enseñanza basada en resolución de problemas

Tal y como indican [Ortega y Puig \(2014\)](#), en este trabajo y en la serie de estudios que lo preceden, se considera el proceso de modelización como un caso particular de proceso de resolución de problemas ([Puig, en prensa](#)). Así pues, incorporaremos a este estudio algunos resultados que provienen de estudios sobre el proceso de resolución de problemas en general, especialmente, la consideración de la importancia de la gestión del proceso ([Schoenfeld, 1985](#); [Puig, 1996](#)). En el caso de los problemas de modelización,

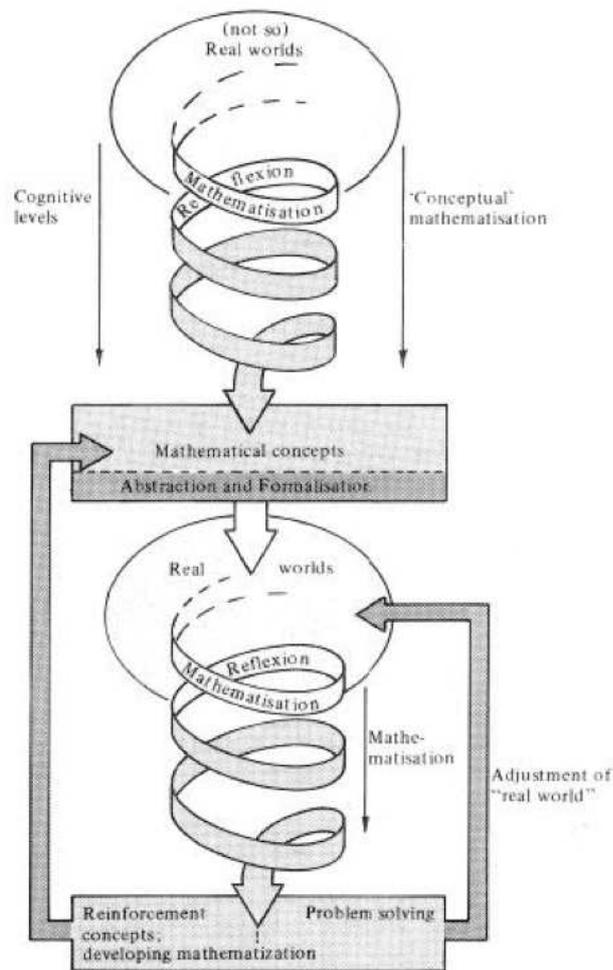


Figura 2.1: Esquema global de las actividades de modelización (De Lange, 1987).

consideramos que un factor fundamental para que la gestión del proceso sea buena es la realización de análisis cualitativos tanto del fenómeno que hay que estudiar como de las herramientas con las que el fenómeno se va a modelizar (Puig y Monzó, 2013).

## 2.4. La modelización matemática

Durante los últimos 20 años, se ha desarrollado una comprensión teórica coherente del proceso de modelización y del proceso de aprendizaje relacionado con él, a través de una estrecha interrelación entre el desarrollo curricular, las prácticas de enseñanza y reflexiones teóricas, de manera que se dispone ya de una teoría, que puede ser usada para colocar a la modelización como un elemento importante de la enseñanza general de la matemática, como así también para analizar, prever y comprender mejor las dificulta-

des de aprendizaje de los alumnos relativas a la modelización (Blum y cols., 2002). Así, desde hace unas décadas, el uso de aplicaciones y modelos en la educación Matemática a comenzado a tener gran relevancia, ejemplo de ello son las diferentes conferencias del ICTMA (del inglés *International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications*), así como el volumen del ICMI (del inglés *International Commission on Mathematical Instruction*) dedicado a la modelización matemática (*ICMI Study 14, Modelling and Applications in Mathematical Education*, Blum, Galbraith, Henn, y Niss, 2007)

Citaremos el trabajo de Blum y Niss (1991), en el cual se recopila todo aquello relacionado con la modelización matemática hecho hasta el momento, con el fin de establecer una agenda de investigación sobre la modelización matemática. Para ellos, la modelización implica el proceso de resolución de un problema real en el que se ven involucrados conceptos, métodos y resultados propios de las Matemáticas.

Como apunta Gallart y cols. (en prensa), es importante para nuestro estudio, el hecho de que los problemas reales (a diferencia de los problemas estandarizados) deben ser matematizados: los objetos, datos y relaciones involucrados en la realidad son trasladados al mundo de las Matemáticas, obteniendo así un modelo matemático. Sobre este modelo se aplican los métodos matemáticos que derivarán en una solución matemática, que debe interpretarse y validarse en el mundo real en el que se enmarca el problema, dando lugar a la solución real. Si es necesario el proceso entero debe repetirse, con una modificación total o parcial del modelo. Finalmente, el resultado debe ser comunicado. Este proceso de resolución transita a lo largo de una serie de fases, entre el mundo real y el mundo matemático, que configuran el denominado ciclo de modelización (Borromeo, 2006; Maaß, 2006).



*You tell me that you've heard every sound there is  
And your bird can swing  
But you can't hear me, you can't hear me.*

John Lennon

# 3

## Descripción del experimento de enseñanza

Tal y como se ha comentado en el capítulo 2, la resolución de tareas de modelización promueve la matematización de situaciones, al tiempo que lleva a los estudiantes a interpretar, reflexionar y validar los resultados matemáticos en la realidad, procesos que son esenciales en la resolución de problemas orientados a la alfabetización matemática (Blum y cols., 2002, p. 151).

En el experimento de enseñanza que presentamos esperamos que los alumnos, partiendo de una situación real, sean capaces de elaborar una representación y un concepto personal de función de dos variables que, en germen, contenga elementos precursores del concepto matemático abstracto. Uno de los principales objetivos de la propuesta es que a través del material diseñado, los alumnos experimenten con la representación de este tipo de función es, decir, que obtengan un modelo matemático de la situación real de partida.

En la situación de enseñanza propuesta los alumnos, en grupos, estudian e interpretan un fenómeno de la vida cotidiana con la intención de matematizarlo. El fenómeno es la determinación de las zonas del aula con mejor “calidad acústica”. En esta línea, a lo largo del experimento, se da una definición válida de “calidad acústica” en el sentido en el que las ondas de sonido llegan con mayor intensidad al receptor.

Esta experiencia se lleva a cabo en un grupo de 4º de E.S.O. durante 4 sesiones correspondientes a la asignatura de Informática, en las que los alumnos utilizan el iPad® como herramienta digital interactiva para el estudio cuantitativo y cualitativo del fenómeno. Durante estas sesiones se realizan grabaciones, tanto de vídeo como de audio para su posterior análisis. Es importante mencionar que el objeto de estudio de este trabajo, la representación de funciones de dos variables, no pertenece al currículo oficial en vigor en la Comunitat Valenciana ([Generalitat Valenciana, 2007](#)).

### 3.1. Diseño del material de enseñanza

El experimento propuesto se diseña con unas intenciones muy claras: explorar conceptos y procedimientos sobre representación funciones de dos variables, elaborados por los alumnos. En particular, estamos interesados en la representación cartesiana tridimensional de este tipo de funciones en alumnos que todavía no han recibido formación académica sobre este tema.

Para ello, como se ha descrito ya, pretendemos que los alumnos realicen un experimento de medición de sonido, con el fin de determinar las zonas de la clase que tienen mejor calidad acústica o que reciben mayor intensidad sonora usando una fuente puntual de sonido colocada en la mesa del profesor.

Para poder realizar esta determinación los alumnos deberán encontrar una forma idónea de realizar un mapa de intensidades en el aula, recurriendo para ello a la división de la clase en zonas, i.e., reticulando el espacio a medir. Una vez delimitada la malla, los alumnos obtendrán datos reales, utilizando el iPad® como sonómetro, de cada una de las zonas del retículo. Los alumnos deberán tener en cuenta los posibles errores derivados de la medición y trabajar, por tanto, con el concepto de media de medidas como una estimación razonable de una magnitud física.

En la última parte del experimento de enseñanza el alumno tendrá que elaborar un sistema de representación propio de los datos medidos a lo largo de las distintas celdas del retículo, utilizando para ello un material manipulativo. Es importante resaltar que los alumnos elaborarán solo algunas de las partes que entran en juego en una representación cartesiana tridimensional formal. Es decir, no queremos acercarnos a la definición teórica

de función que a cada punto del plano le asigna un valor real dada por

$$f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$$

En este sentido, no buscamos la elaboración de la terna de coordenadas propia de los sistemas cartesianos,  $(x, y, z)$ , sino un paso intermedio del tipo  $[(x, y), z]$ , en el que el primer elemento del par,  $(x, y)$ , indica una posición en el aula que no puede ser interpretada en términos de distancia o de medida. En este punto entrará en juego el concepto clásico de *aplicada*, que desarrollaremos en la descripción del material de enseñanza.

En nuestro caso, la interpretación del dominio de la función es como aula dividida en celdas conformando un retículo o malla. Es decir, el término  $(x, y)$ , del par anterior, hará referencia a la celda de la malla, teniendo así una función cuyo dominio es el producto cartesiano de dos conjuntos finitos designados como  $\mathcal{F} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  y  $\mathcal{C} = \{A, B, C, D, E, F, G\}$  cuyos elementos son puramente etiquetas<sup>1</sup>.

Con todo, el objetivo general con que se diseña el material de enseñanza es permitir que los alumnos organicen el fenómeno descrito con el fin de que elaboren actuaciones y procedimientos que contengan elementos clave relacionados con la representación de funciones de dos variables, con la física del sonido y con la medición experimental de datos reales. Estas actuaciones y procedimientos serán objeto de estudio en el siguiente capítulo.

## 3.2. El material de enseñanza

Tal y como se ha descrito, el experimento de enseñanza que presentamos consiste en la determinación de las zonas del aula con mejor calidad acústica. Es importante destacar que el experimento de enseñanza se enfoca y se presenta a los alumnos desde el primer momento como una pequeña investigación que ellos van a llevar a cabo durante 4 sesiones consecutivas. Las preguntas de investigación a las que los alumnos van a tener que dar respuesta son:

### 1. ¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?

---

<sup>1</sup>La definición de los elementos de los conjuntos  $\mathcal{F}$  y  $\mathcal{C}$  se hace en base a las filas y columnas que conformarán el retículo en que la clase será dividida.

---

2. **¿Cambia mucho la percepción sonora en un punto o en otro del aula?**
3. **¿De qué variables depende nuestra percepción sonora en la clase?**

A lo largo de la resolución de la problemática planteada irán surgiendo varios conceptos y procedimientos físicos y matemáticos, que describiremos más adelante, en la sección 3.3. Podemos especificar, por tanto, un doble objetivo para este experimento de enseñanza:

1. Por un lado, pretendemos que el alumno explore y manipule conceptos propios de la física, en concreto, aspectos que tienen que ver con la medición experimental de datos y con la física del sonido;
2. Por otro lado, queremos que el alumno llegue a elaborar un sistema propio de representación gráfica que contenga elementos precursores del concepto de representación cartesiana tridimensional de función de dos variables, a partir de los datos que habrá medido.

Así pues, para su descripción, vamos a dividir el material de enseñanza en dos bloques, aquel que tiene que ver con el experimento de la medida del sonido y aquel que tiene que ver con la representación gráfica de los datos tomados. Añadiremos un tercer y cuarto bloque al material de enseñanza, en los cuales describiremos los materiales utilizados para la recogida de datos y otros materiales de soporte utilizados.

### **3.2.1. El experimento de medida del sonido**

El origen del sonido es siempre una vibración (generalmente de un cuerpo u objeto elástico). Al vibrar, el medio que se encuentra alrededor del objeto (podría ser aire, agua, etc.) se perturba, comprimiéndose y expandiéndose sucesivamente en forma de ondas. De este modo, la vibración se transmite en todas direcciones a través del medio. Las características del sonido percibido quedan determinadas por la forma concreta de las variaciones de presión.

La frecuencia de un sonido es el número de vibraciones u oscilaciones completas que efectúan por segundo. Un hercio (Hz) corresponde a la vibración que se repite una vez por cada segundo. El ser humano es capaz de oír los sonidos cuya frecuencia de oscilación está comprendida entre 20 Hz y 20 000 Hz.

Por lo tanto, queda claro que para que exista sonido, necesitamos un medio físico en el que puedan propagarse y una fuente de vibración mecánica. En nuestro experimento de aula el medio físico es el aire y la vibración se genera con los altavoces de un ordenador, así, el sonido emitido, nuestra señal acústica, se transmite como una onda de presión de aire.

Pasamos ahora a describir los materiales utilizados para llevar a cabo esta parte del experimento de enseñanza:

### **iPad®**

El iPad®<sup>2</sup> es el instrumento básico del experimento de enseñanza. En concreto en nuestra experiencia se utiliza el modelo *A1416*, correspondiente al iPad® de 3ª Generación de 16Gb Wi-Fi.

Por un lado, utilizaremos el micrófono interno del iPad® para poder transformar la intensidad de presión del aire en señal eléctrica, con el fin de poder cuantificarla. Esto suele hacerse con instrumentos profesionales de medida, llamados sonómetros. En nuestra experiencia, dado el carácter puramente didáctico, utilizaremos el iPad® a modo de sonómetro, dando por sentado que el micrófono y su respuesta espectral no son comparables a los de un aparato profesional. Por otro lado, se usará el iPad® para el tratamiento y análisis de los datos tomados por los alumnos, además de servir como instrumento de búsqueda y consulta mediante internet.

### **Decibel Ultra Pro®**

Además del micrófono del iPad®, capaz de transformar las ondas de presión que viajan por el aire en señales eléctricas, también necesitaremos un software que codifique y cuantifique esta medición, para ello usaremos la aplicación Decibel Ultra Pro®<sup>3</sup> para iPad® (Schaefer, s.f.). La elección de la aplicación se ha realizado basándonos en que ofrece opciones interesantes para el experimento, en comparación con otras aplicaciones. Entre ellas destacamos la posibilidad de seleccionar el intervalo de tiempo de toma de datos o la posibilidad de calibrado del micrófono, con el fin de estandarizar los valores obtenidos. La versión utilizada en el experimento de enseñanza es de pago (7,99€) aunque existe una

---

<sup>2</sup><https://www.apple.com/es/ipad/>

<sup>3</sup><http://www.dev-apps.de/app-decibelultra.html>

versión gratuita, con publicidad, que ofrece exactamente las mismas funciones.

Con respecto a la calidad de la medida tomada con la aplicación, hay que resaltar que pese a que Decibel Ultra Pro<sup>®</sup> está concebida como un sonómetro con la opción de calibrado, la medida puede mostrar fluctuaciones entre dispositivos diferentes de entre 1 y 3 dB. Por lo tanto, pese a realizar la misma calibración en cada dispositivo, los valores obtenidos por diferentes iPads<sup>®</sup> van a moverse en este margen. Los iPads<sup>®</sup> utilizados por los alumnos están previamente calibrados, por lo que no es necesario que los alumnos realicen ningún ajuste adicional. Además, cabe destacar que el micrófono interno de un dispositivo Apple<sup>®</sup> no puede realizar ninguna medición por debajo de 30 dB, medidas para las cuales se requiere de un micrófono externo.

En la figura 3.1 tenemos una vista general de la aplicación Decibel Ultra Pro<sup>®</sup> (panel derecho) junto con su logotipo identificador (panel izquierdo). En la vista general de la aplicación se identifican a primera vista dos paneles de medición situados en las partes superior e inferior. En la parte inferior aparecen algunos parámetros numéricos, una serie de botones azules redondos y un espectro de frecuencias. En el apéndice A se detalla cada una de las funciones de la aplicación. A pesar de la complejidad de la misma, para la realización de la tarea de modelización los alumnos utilizan muy pocas funciones, entre ellas:

- **Panel superior, intensidad sonora:** potencia o intensidad de la presión sonora detectada en el momento (mostrado como “Lp”, del inglés *level preassure*). Al expresarla sobre una escala logarítmica viene dada en decibelios (dB).
- **Tiempo transcurrido durante la medición:** aparece en la parte superior de la aplicación. En ella aparecen datos relativos a la hora en que se está realizando la medición y un contador del tiempo empleado en la medida de la intensidad sonora (*time elapsed*). Este valor es importante ya que el tiempo de medición influirá en el valor medio que tomaremos como medida final. En nuestro caso, realizaremos medidas de 5 segundos.
- **Parámetros estándares de la medición.** De todos los parámetros mostrados en la parte inferior de la aplicación utilizaremos exclusivamente el correspondiente al **Nivel de Presión Sonora Continuo Equivalente Ponderado-A** (abreviado como  $L_{eq,T}$  y mostrado como “LAeqt”). En nuestro experimento de aula utilizaremos este valor como definitorio de la intensidad de sonido asociada al sonido a medir. Este valor nos indica la intensidad media, en decibelios, obtenida durante el periodo de medición (5 segundos en nuestro caso).

- **Panel de botones.** De todos los botones de la aplicación utilizaremos solamente los siguientes:
  - **PLAY / PAUSE:** empieza y pausa el proceso de medida.
  - **STOP:** detiene el proceso de medida. Si después de parar la medición se reinicia la medida con PLAY, todos los valores se inicializan a cero.
  - **r:** reseteo. Reinicia a cero todos los valores.



**Figura 3.1:** Logotipo de la aplicación Decibel Ultra Pro<sup>®</sup> (izquierda). Vista general de la aplicación Decibel Ultra Pro<sup>®</sup> (derecha).

## Ruido rosa

Trabajaremos con una señal sonora artificial generada con software de ordenador para facilitar el proceso de medición. En concreto utilizaremos el llamado “ruido rosa”, una señal acústica con características específicas que se usa para hacer mediciones acústicas, y en la práctica se utiliza para ecualizar salas y calibrar material sonoro.

Se utiliza un ordenador portátil (Macbook Pro<sup>®</sup> de 15 pulgadas de mediados de 2009) para emitir la señal sonora generada a través de sus altavoces internos. El ordenador se sitúa en la mesa del profesor.

El editor de grabación y edición de sonido Audacity<sup>®</sup> <sup>4</sup> (Mazzoni y Dannenberg, s.f.) es utilizado para generar la señal sonora (ruido rosa) utilizada como fuente sonora. Audacity<sup>®</sup> es un software libre, de código abierto y multiplataforma.

## Mapas del aula

Con el fin de obtener una división idónea para la medición de intensidad de sonido en el aula, durante las sesiones se facilitan a los alumnos mapas del aula a escala para que puedan realizar cálculos y discusiones sobre ellos. Los mapas se adjuntan incluidos en los dosieres y entregables de los apéndices **B** y **C**, respectivamente.

## Materiales de medida

Para realizar la división del aula y facilitar así la toma de datos, se hace uso también de materiales de medida tradicionales como cintas métricas y metros. Con la intención de delimitar zonas en el aula, se utiliza cinta de carrocero o cinta de papel y rotuladores.

### 3.2.2. La representación gráfica de los datos

En lo referente a la representación gráfica de los datos tomados, el iPad<sup>®</sup> será también un material de referencia. Se utilizarán también mapas del aula, que se han descrito en el apartado anterior. Además, contaremos con los siguientes materiales adicionales:

---

<sup>4</sup><http://audacity.sourceforge.net/>

## Plotly®

Para la representación y análisis de los datos medidos se utiliza la herramienta online Plotly®<sup>5</sup> (Plotly Team, s.f.). Esta herramienta ofrece la posibilidad de que varios usuarios trabajen colaborativamente en un mismo documento. Sirve también como herramienta de análisis estadístico de datos a modo de hoja de cálculo tradicional. Incorpora también la opción de crear multitud de gráficos online que pueden ser exportados.

Los alumnos acceden desde el iPad® al site online de Plotly® desde el navegador e introducen los datos de las distintas mediciones, para posteriormente generar las gráficas correspondientes.

## Cubos multilink

Los cubos multilink, cubos link o policubos son cubos de 2 cm de lado fabricados en plástico muy resistente que pueden ser encajados en sus 6 caras unos con otros. Como puede verse en la figura 3.2, se presentan surtidos en varios colores. Son un material versátil y manipulativo muy utilizado en el aula de Matemáticas en edades tempranas.

Los cubos multilink serán utilizados por los alumnos para realizar representaciones tridimensionales de los datos tomados previamente en el experimento de la medida del sonido.

### 3.2.3. Materiales para la recogida de datos

La recogida de datos para su posterior análisis es un aspecto sumamente importante en el diseño del experimento de enseñanza. Por ello se emplean diversos materiales que sirven para la recogida de las opiniones, ideas y discusiones generadas por los propios alumnos y por los docentes durante el desarrollo del experimento. A continuación describimos los materiales de registro utilizados:

---

<sup>5</sup><https://plot.ly/>



**Figura 3.2:** *Cubos multilink, cubos link o policubos.*

## Fichas entregables

En cada una de las diferentes sesiones se entrega una ficha denominada “entregable” a completar por cada uno de los grupos. Esta ficha no solo sirve como fuente de recogida de datos para el experimento, sino que también es utilizada como evaluación para el profesor de la asignatura de Informática del centro. Los documentos entregables se pueden consultar en el apéndice [C](#).

## Materiales para la grabación audiovisual

Se utilizan varias fuentes de grabación de audio y vídeo durante todas las sesiones para el posterior análisis tanto de reacciones como de discusiones generadas en los grupos y en el aula. En particular se cuenta con:

- Cámara de vídeo GoPro<sup>®</sup>, versión *Hero3*

Para la grabación en vídeo se opta por una cámara con gran campo de visión, de modo que se puedan captar las interacciones de toda la clase en una sola fuente de vídeo (ver figura 3.3). Se selecciona una cámara GoPro<sup>®6</sup>, en su versión *Hero3*, que ofrece una resolución de  $1280 \times 720$  píxeles en formato 16:9 a 60 *frames* por segundo.



Figura 3.3: Fotograma de la grabación en vídeo con la cámara de vídeo de gran angular.

- **Aplicación Recorder Pro - Voice Memos, Recording<sup>®</sup>**

Cada grupo cuenta con un segundo iPad<sup>®</sup> con una aplicación grabadora específica en funcionamiento. Este segundo iPad<sup>®</sup> está bloqueado, con lo que queda funcionando como una grabadora de voz al uso sin que los alumnos puedan manipularlo. En estos iPads<sup>®</sup> se registran las discusiones y reflexiones en cada grupo de forma clara y sin demasiada contaminación acústica del resto de grupos. La aplicación elegida para realizar dicha grabación es Recorder Pro - Voice Memos, Recording<sup>®</sup> para iOS<sup>7</sup> (Fei, s.f.). Esta aplicación permite que la grabación sea exportada fácilmente al ordenador para su posterior tratamiento.

- **Grabadora R-09HR EDIROL by Roland<sup>®</sup>**

Finalmente se cuenta con una grabadora de alta calidad modelo *R-09HR* de la marca EDIROL de Roland<sup>®8</sup>. Esta grabadora ofrece una alta sensibilidad y grabación a

<sup>6</sup><http://es.gopro.com/>

<sup>7</sup><http://www.happy2tap.com/>

<sup>8</sup><http://www.roland.com/products/r-09hr/>

24-bit/96 kHz en los formatos *wav* o *mp3*. El micrófono es de tipo condensador, altamente sensible y permite la grabación en estéreo.

Esta grabadora la llevan consigo los docentes mientras interactúan con los grupos. De este modo, todas las preguntas, sugerencias o matices que los docentes realizan a los grupos quedan también registradas de una forma clara y junto a la intervención de los propios alumnos en esta grabadora dedicada.

#### ■ **Fotografías**

En momentos seleccionados se tomarán fotografías de las construcciones elaboradas por los alumnos con el material multilink o de las actuaciones de la clase, preservando en todo momento el anonimato de los alumnos. La toma de fotografías se realiza con los propios smartphones de los docentes.

### **3.2.4. Otros materiales de soporte**

Además de los materiales descritos, se hará uso de otros materiales de soporte cuya función es servir de apoyo al experimento, dando información e instrucciones concretas a los alumnos. Se utilizan para tal propósito los siguientes materiales:

#### **Diapositivas**

Para cada una de las sesiones se utilizan diapositivas con los conceptos teóricos, explicaciones y procedimientos necesarios. Estas diapositivas se proyectan en el aula y contienen la información y pasos a seguir por el alumnado para la correcta realización del experimento.

#### **Dosieres**

Durante cada sesión, de forma complementaria a las diapositivas, se entrega a cada alumno un dossier con la información referente a la sesión correspondiente. Cada dossier (cuatro en total) resume las indicaciones teóricas necesarias y las instrucciones concretas explicadas para que los alumnos puedan seguir y realizar de forma correcta el experimento. En el apéndice **B** se adjuntan los cuatro dossieres entregados a los alumnos.

### 3.3. Las sesiones

A continuación describimos el desarrollo y la puesta en práctica del experimento de enseñanza, que se llevó a cabo a lo largo de 4 sesiones consecutivas durante el mes de marzo de 2015. Aunque en el siguiente capítulo nos centraremos en la valoración y análisis de los comentarios y discusiones de los diferentes grupos, hemos incluido algunos de ellos en esta sección porque resultan interesantes para ilustrar el desarrollo del experimento.

Las sesiones en las que se lleva a cabo el experimento se caracterizan según su dinámica y objetivos. Según esto, las dividimos en dos tipos:

- **Sesiones de contenido y experimentación**

En ellas se introducen los conceptos teóricos necesarios para abordar el problema y se dan las instrucciones de funcionamiento básicas de las aplicaciones del iPad® que se utilizan a lo largo de toda la experimentación. Son de este tipo la primera y tercera sesión.

- **Sesiones de comprensión y de opinión**

En ellas el alumnado propone ideas para la resolución de la situación problemática y se ponen en común las distintas posturas y estrategias originadas por la discusión de los grupos. Son de este tipo la segunda y cuarta sesión.

Apuntamos que en las sesiones llevadas a cabo en el aula, que describimos en lo que sigue, esta división no es tan clara puesto que en casi todas ellas se realizan actividades de grupo, discusiones con el grupo clase o se dan indicaciones e instrucciones. No obstante, esta clasificación sirve como marco para diferenciar las sesiones a grandes rasgos. Para cada sesión se incluirá una figura resumen de la dinámica que se ha llevado a cabo.

Como ya hemos comentado, el experimento de enseñanza se presenta a los alumnos como una investigación en la que, utilizando los materiales descritos anteriormente, han de responder a las siguientes cuestiones de investigación:

1. **¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?**
2. **¿Cambia mucho la percepción sonora en un punto o en otro del aula?**
3. **¿De qué variables depende nuestra percepción sonora en la clase?**

### 3.3.1. Sesión 1: Conceptos básicos

La primera sesión se llevó a cabo el viernes 20 de marzo de 2015. Como no podía ser de otro modo, corresponde a una sesión de presentación de contenido e instrucción. En esta primera sesión se introduce el problema de investigación al cual deberá darse respuesta a lo largo de la experimentación y se explican los conceptos necesarios sobre la física del sonido y sobre la aplicación a utilizar. El esquema de trabajo de la sesión se puede ver en la figura 3.4, se utilizan distintas representaciones según sea el tipo de actividad que se realiza<sup>9</sup>.

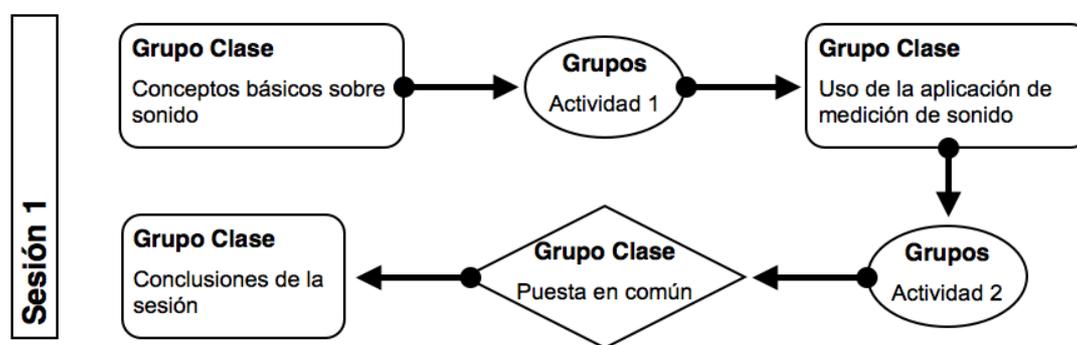


Figura 3.4: Esquema de trabajo seguido en la sesión 1.

#### Conceptos básicos sobre el sonido

En esta sesión se repasan los conceptos físicos básicos referentes al sonido necesarios para poder responder a las preguntas anteriormente mencionadas y se presenta el iPad® como herramienta que nos permitirá medir la intensidad de sonido en un punto de la clase, a modo de sonómetro.

#### Midiendo la intensidad del sonido

En un primer momento, para que los distintos grupos se familiaricen con la medida de referencia de las magnitudes acústicas, se les pide que investiguen sobre el decibelio

<sup>9</sup>Las actividades orientadas al grupo clase aparecen con un rectángulo con los bordes redondeados, las actividades que se realizan en grupo aparecen con una elipse y las actividades de puesta en común con el grupo clase aparecen con un rombo. Se usará la línea discontinua para aquellas actividades que no han podido llevarse a cabo por falta de tiempo.

(**actividad 1** de la sesión<sup>10</sup>). Para motivarlos, se les pide que utilicen el iPad® para buscar información en internet y que lo anoten en el documento entregable de la sesión. Al finalizar, se hace una puesta común.

### **Actividad 1 (Entregable 1)**

Investiga sobre el decibelio, la medida de referencia para magnitudes acústicas. Realiza las anotaciones que creas pertinentes y redacta una definición sobre dicha magnitud para compartirla con el resto de grupos en la discusión.

Seguidamente se explica el funcionamiento de la aplicación Decibel Ultra Pro® y se dan las pautas a seguir para la realización de mediciones acústicas. Este procedimiento consiste en los siguientes pasos:

1. Si no lo está, pararemos toda medición, usando el botón **STOP**.
2. Si no lo están, resetearemos los valores a cero, pulsando el botón **r**.
3. Comenzaremos la medición pulsando el botón **PLAY**.
4. Tomaremos medidas durante 5 segundos, para ello, nos fijaremos en la parte superior de la aplicación, en la que aparece el tiempo de medición transcurrido, mostrado como *elapsed*.
5. Una vez alcanzados los 5 segundos, pulsaremos el botón **STOP** (o **PAUSE**).
6. Anotaremos el valor en dB de la medida tomada, para ello, nos fijaremos en el parámetro estándar “ $L_{AeqT}$ ”, correspondiente al nivel de presión sonora continuo equivalente ponderado-A (ver apéndice **A** para más detalles de este parámetro). Este valor es la media en dB obtenida durante el periodo de medida.
7. Finalmente, volveremos a resetear los valores de la aplicación, usando el botón **r**.

Este punto es de suma importancia, pues todos los grupos deben seguir las instrucciones descritas por el docente para que las futuras medidas sean coherentes, con sentido y sobre todo, comparables. Además, se requiere que el aula esté en silencio para realizar mediciones fieles a la realidad. Con estos procedimientos claros, se pide que el alumnado

---

<sup>10</sup>Se adjuntan los textos de las actividades en el cuerpo del trabajo para facilitar la lectura. Puede consultarse el documento entregable de actividades a completar por los grupos en el apéndice **C**.

**Cuadro 3.1:** Ejemplo de cuadro a completar por cada grupo con la ayuda del iPad® y la aplicación Decibel Ultra Pro® sobre valores típicos de la escala decibélica en la actividad 2.

Intensidad (dB)	Fuente sonora
Umbral de audición: 0	
10	
⋮	
60	
⋮	
Molestias auditivas: 80	
⋮	
Umbral de dolor: 120	
⋮	
180	

investigue sobre la escala de medida decibélica (**actividad 2**). Para ello, deben averiguar valores típicos en decibelios (dB) con ayuda de la aplicación Decibel Ultra Pro® y el iPad® y completar una tabla similar a la mostrada en la cuadro 3.1. La intención de esta actividad es que identifiquen los valores típicos en dB para eventos cotidianos. Para aquellos valores más altos se les indica que realicen búsquedas en internet. Al finalizar esta segunda actividad se realiza una puesta en común.

### **Actividad 2 (Entregable 1)**

Una vez explicado el funcionamiento básico de la App, averigua valores típicos en dB para eventos cotidianos con el fin de completar la siguiente tabla (cuadro 3.1). Aquí puedes hacer uso de la App Decibel Ultra Pro® para hacer algunas mediciones (recuerda los umbrales definidos en los cuales la App no es fiable). Para los sonidos más intensos te recomendamos que realices una búsqueda en internet.

### **Conclusiones de la sesión**

Como cierre de esta primera sesión, se remarcan las conclusiones a las que se ha llegado, para que sirvan como punto de partida de la próxima sesión. Las conclusiones de esta sesión inicial son:

- Utilizando la aplicación Decibel Ultra Pro® se establece un procedimiento para

la medida de la intensidad sonora en un punto del aula, este procedimiento deberá aplicarse de forma sistemática en las futuras sesiones si se quiere resolver el problema de investigación inicialmente planteado.

- Este procedimiento es un procedimiento estándar, de modo que será el que todos los grupos utilicen en las futuras sesiones por igual. Con esto se consigue que las medidas que se tomen sean fiables y que los valores sean coherentes y comparables entre sí, pese a estar tomadas por grupos diferentes y con diferentes iPads®.

### 3.3.2. Sesión 2: Mapa de intensidad de sonido

La segunda sesión se realiza el martes 24 de marzo de 2015. Esta sesión se plantea como una experimentación de los diferentes grupos para que busquen estrategias iniciales de resolución para dar respuesta a las preguntas de investigación. Para ello, nos centramos en la primera pregunta: **¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?**

La intención es que los alumnos descubran que para poder realizar un mapa de la calidad acústica del aula (en los parámetros en los que nosotros hemos definido el término) necesitan dividir la clase y realizar diferentes mediciones. Así pretendemos que se aproximen al concepto de retículo o malla como herramienta para explorar el espacio del aula por zonas. También pretendemos reforzar el concepto de medición experimental. Para ello, en el proceso de medida de la intensidad sonora en un punto será necesario tomar una media aritmética de varios valores con el fin de eliminar la dispersión debida tanto al error del instrumento de medida como a la inexactitud de la propia medida de la magnitud.

El esquema de trabajo planteado para esta sesión se resume en la figura 3.5. En este caso la parte de conclusiones aparece con línea discontinua porque no pudo llevarse a cabo, pese a estar planificada inicialmente.

#### Estrategias iniciales de resolución

Al inicio de la sesión se coloca una fuente puntual de sonido, un ruido rosa generado con Audacity® y emitido por el ordenador portátil situado en la mesa del profesor. La actividad a realizar por los grupos consiste en la toma de una sola medida por grupo en su mesa de trabajo con la aplicación Decibel Ultra Pro® (**actividad 1** de la sesión). Esta

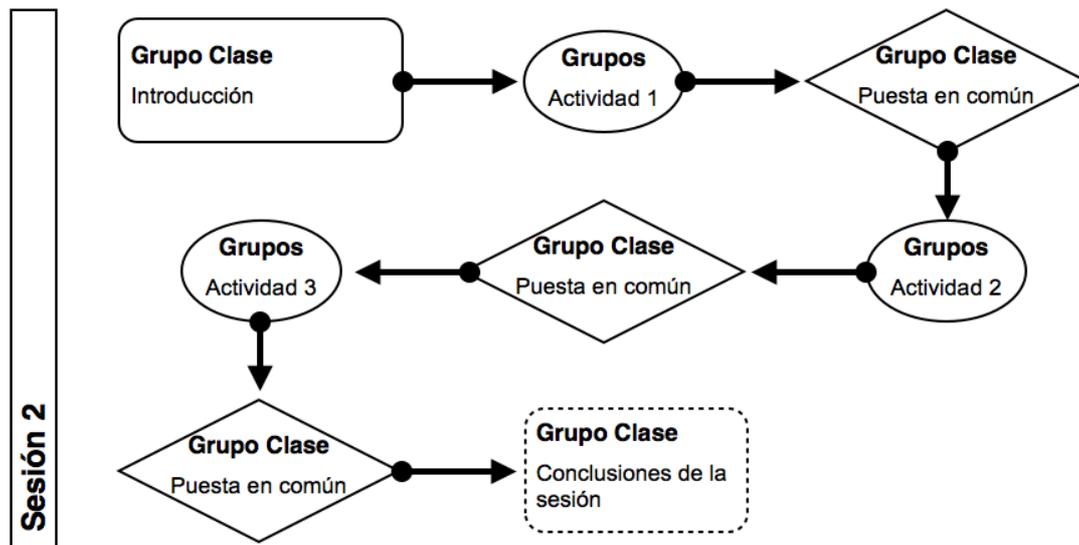


Figura 3.5: Esquema de trabajo seguido en la sesión 2.

medida será comparada y comentada con el resto de grupos. Se espera aquí que el resultado de las medidas sea ligeramente diferente en intensidad sonora, pese a estar tomadas con el mismo procedimiento y corresponder a una misma fuente de audio. Efectivamente, así resultó en la práctica de esta experiencia.

### Actividad 1 (Entregable 2)

Como ya vimos en la sesión anterior, con la App Decibel Ultra Pro<sup>®</sup> podemos utilizar el iPad<sup>®</sup> como sonómetro. En un primer momento, cada grupo tomará una medida, en su mesa de trabajo, y será comparada con el resto de grupos. ¿Cómo crees que va a cambiar la medida de intensidad de señal en cada una de las mesas?

Vamos ahora con la medición real, a partir de la fuente de “ruido rosa”. Anota aquí tus resultados:\_\_\_\_\_. Compara ahora las medidas con el resto de grupos.

Como podíamos esperar, las medidas son diferentes para cada grupo, pues se encuentran en zonas diferentes del aula. Vamos a volver sobre la pregunta de investigación inicial: **¿cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?**

Comenta con tu grupo y anota qué estrategias utilizarías para resolver la problemática que se te ha planteado. Da al menos una posible solución que te permita responder a la pregunta planteada. Comentaremos con el resto de grupo las posibles estrategias de resolución planteadas.

## Concepto de retículo o cuadrícula

A partir de esta primera medición, se pide a cada grupo que piense estrategias que podrían resolver la cuestión concreta planteada al inicio de la sesión. Comentamos con el resto de grupos las posibles estrategias de resolución ideadas.

Tal y como se esperaba, los alumnos plantearon aquí la necesidad de tomar medidas de intensidad sonora, al menos, en cada una de las mesas de cada grupo, es decir, surge la necesidad de dividir el aula en parcelas más pequeñas y obtener la intensidad de sonido que llega a cada una de estas parcelas. De este modo podremos obtener un “mapa” con la distribución de la intensidad sonido.

Se continúa con la siguiente actividad en la que se solicita a cada grupo que idee posibles divisiones del aula en las que medir la intensidad posteriormente (**actividad 2**). Se facilita un mapa de la clase para que los alumnos puedan valorar y argumentar cuáles, según su criterio, son las divisiones idóneas para conseguir lograr su cometido, adjunto en la figura 3.6.

### Actividad 2 (Entregable 2)

Una vez demostrada la necesidad de dividir el aula en partes para medir en ellas la intensidad de sonido, te proponemos que junto con el grupo estudies qué posibles divisiones crees que serían las más convenientes.

Haced uso del mapa que se da al final de este documento (ver figura 3.6) y valorad y argumentad cuáles, según vuestro criterio, serían las divisiones más interesantes para conseguir nuestro cometido. Al finalizar, haremos una puesta en común con el resto de grupos.

Después de la puesta en común, cuyo detalle y análisis se encuentra en el capítulo siguiente, queda claro que la división más efectiva consiste en cuadricular o reticular el espacio del aula y obtener una medida en cada sector. Al finalizar la discusión, los docentes entregan a cada grupo el mapa con la división del aula que se utilizará para la toma de datos (se opta por divisiones de 120 cm×120 cm), que corresponde a la mostrada en la figura 3.7. Se opta por esta división en base los siguientes criterios:

- Las baldosas de la clase pueden ser utilizadas para realizar las subdivisiones.



**Figura 3.6:** Mapa con las medidas de la clase.

- La medida 120 cm×120 cm da resultados óptimos en las pruebas previas al experimento realizadas por los docentes.
- Una división más fina puede que no muestre diferencias significativas entre las medidas de puntos contiguos.
- El número de puntos en los que tomar medidas es asequible para que puedan ser realizadas en la próxima sesión durante la hora asignada.
- Hay que establecer una única división como referencia.

Los puntos marcados en la figura 3.7 definirán cada una de las celdas en las que dividimos la clase, por lo tanto, en el texto podrá aparecer la palabra punto o celda de la malla indistintamente pero con el significado de zona en todos los casos.

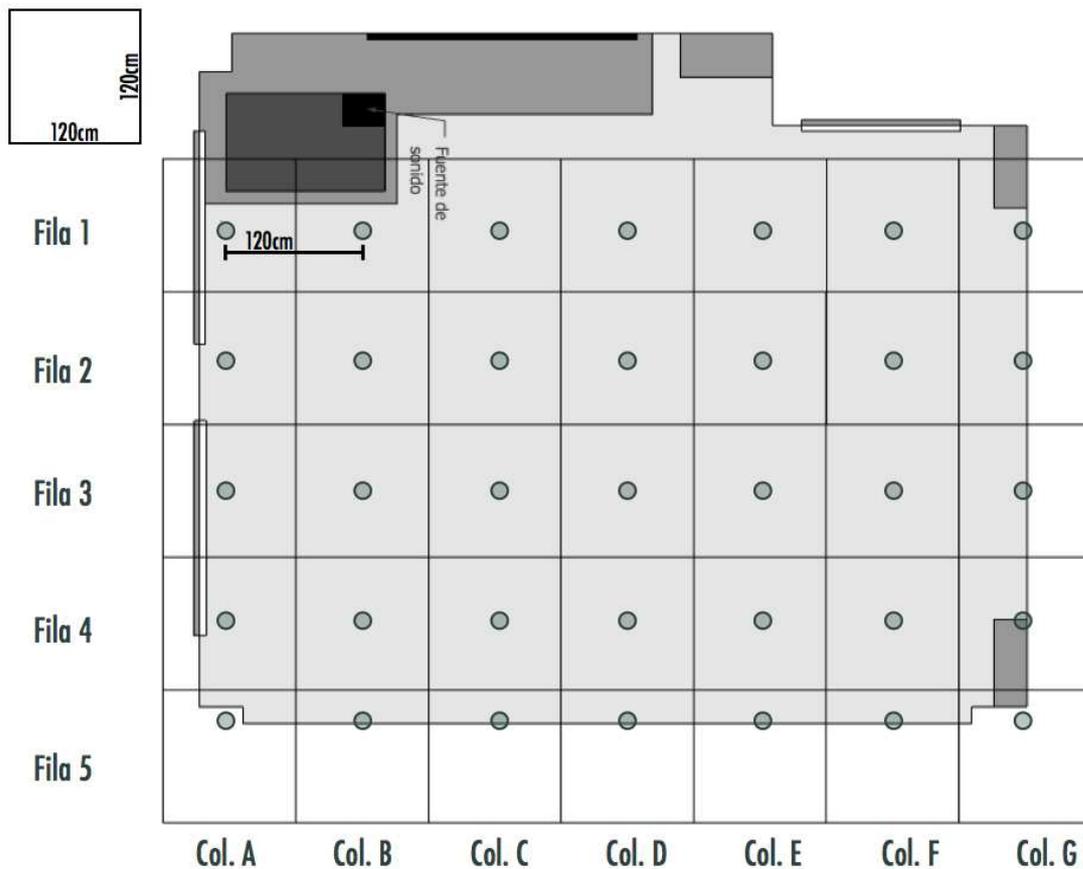


Figura 3.7: División óptima del aula en parcelas.

### Varias medidas para una misma fuente, concepto de media aritmética

Una vez queda clara la forma de proceder con la división del aula, se aborda el tema de la precisión en las medidas tomadas dado que se trata de una medición experimental. Para ello, se realiza una nueva actividad en la que se pide que cada grupo realice cuatro medidas de un mismo sonido en un mismo punto (**actividad 3**). A partir de esta actividad queda claro que no todas las medidas son iguales, pese a corresponder a la misma fuente sonora y a estar tomadas en la misma posición del aula. A partir de esta experiencia se introduce la necesidad de realizar una media aritmética de las medidas realizadas para poder tener un valor representativo de la medida de la magnitud que tenga en cuenta todos los valores obtenidos en las distintas mediciones.

### **Actividad 3 (Entregable 2)**

Cada grupo realizará cuatro medidas de un mismo sonido que emitiremos en el aula (ruido rosa nuevamente) y anotará los resultados en la tabla siguiente<sup>a</sup>.

Contesta a las siguientes preguntas:

- a. ¿Son iguales, en valor, las medidas obtenidas?
- b. ¿Esperabas que todos los valores obtenidos fueran iguales? ¿Por qué?
- c. En caso de que no todas las medidas te hayan salido iguales, ¿a qué crees que podría deberse esa diferencia, sabiendo que la fuente e intensidad sonora han sido las mismas durante la toma de datos?
- d. ¿Son representativos de la intensidad sonora todos los valores que has obtenido? Es decir, ¿son todos los valores “similares” entre si o hay alguno que es incoherente?
- e. ¿Cómo podemos fiarnos de nuestra medición si todos los valores no son iguales? Piensa en alguna estrategia que te permita resolver esta situación, coméntala con el grupo y anótala aquí.

---

<sup>a</sup>La tabla puede verse en el apéndice C.

## **Conclusiones de la sesión**

Debido a que las actividades duraron más de lo estipulado, esta sesión termina en este punto, sin presentar las conclusiones ni poder introducir el concepto del error relativo a la posición del micrófono, tal y como se tenía previsto. Estas cuestiones se retomarán al inicio de la tercera sesión.

### **3.3.3. Sesión 3: La toma de medidas en el aula**

La tercera sesión se realizó el jueves 26 de marzo de 2015. La sesión comenzó con las conclusiones de la sesión anterior a modo de repaso del camino recorrido hasta el momento. Hasta ahora, para poder resolver el problema de investigación inicial se han elaborado las siguientes estrategias:

- Necesidad de dividir la clase en zonas iguales para poder crear una cuadrícula o retículo.
- Necesidad de utilizar la media aritmética como herramienta para minimizar los

errores relativos a la toma de medidas experimentales de una misma fuente en un mismo lugar. Este concepto será utilizado durante la experimentación tal y como veremos a continuación.

El esquema de trabajo seguido en la tercera sesión se puede resumir en la figura 3.8. En este caso la parte final de conclusiones tampoco pudo ser abordada y aparece con línea discontinua.

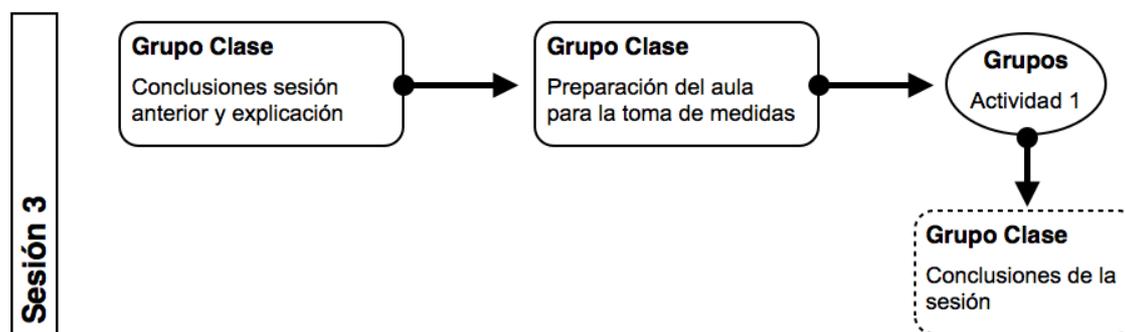


Figura 3.8: Esquema de trabajo seguido en la sesión 3.

### La orientación del micrófono

En relación con el concepto de medida experimental, en la sesión anterior se vio la necesidad de introducir la media aritmética. En este caso, se sigue la misma pauta, pero ahora nuestro objetivo es intentar minimizar los errores relativos a la posición del micrófono del iPad® en el procedimiento estandarizado de medida. Para ello se realizará el cálculo de cuatro medidas para cada celda de la división del aula propuesta, con el objetivo de discretizar el retículo definido. Cada una de estas medidas se obtendrá con una orientación del microfono del iPad®:

1. Orientado hacia la fuente sonora (hacia delante)
2. Orientado contra la fuente sonora (hacia detrás)
3. Orientado hacia la derecha de la fuente sonora (hacia la izquierda)
4. Orientado hacia la izquierda de la fuente sonora (hacia la derecha)

Se seguirá el procedimiento estandarizado de medida para cada orientación. Es decir, para cada punto de la cuadrícula del aula se tomarán cuatro valores correspondientes a las cuatro direcciones, y se calculará la media aritmética de ellos para obtener un valor único y representativo del punto seleccionado.

### Toma de valores por grupos

Conjuntamente todos los grupos preparan los puntos de toma de medida sobre el terreno, en la propia aula, siguiendo las indicaciones de los docentes. Para facilitar el proceso de toma de datos se optó por quitar las mesas del aula. Se marcan los puntos identificativos de cada celda en el suelo con rotulador y cinta de carroceros o cinta de papel, utilizando una cinta métrica y la distribución de baldosas para que cada división esté exactamente como se indica en el mapa de la figura 3.7. La clase queda lista para la toma de valores tal y como se observa en la figura 3.9.



**Figura 3.9:** *División del aula según la cuadrícula establecida en la figura 3.7 lista para la toma de medidas.*

Es importante resaltar que se opta por utilizar un único iPad® para la toma de datos, de esta forma se consigue minimizar los errores relativos al instrumento, pues como se avisa en la aplicación, las mediciones pueden fluctuar entre 1 y 3 dB en distintos dispositivos (hay que hacer notar aquí que la necesidad de utilizar un mismo iPad® para la adquisición de datos ya fue percibido y apuntado por un alumno en la sesión anterior y se comenta en el capítulo 4).

Como se dispone de tiempo limitado, cada grupo toma la medida de la intensidad de una zona concreta, de modo que entre todos los grupos se cubran todos los puntos seleccionados en la cuadrícula elegida. Se propone pues que cada grupo realice la medición de una fila de las mostradas en la figura 3.7, ya que disponemos exactamente de 5 grupos.

**Cuadro 3.2:** Ejemplo de cuadro a completar por el grupo 1, correspondiente a la fila 1 de la cuadrícula mostrada en la figura 3.7.

Posición	Hacia la fuente	De espaldas a la fuente	Hacia la izquierda de la fuente	Hacia la derecha de la fuente	Valor medio
(1, A)					
(1, B)					
⋮					

Dentro de cada grupo, se propone que cada miembro obtenga todos los valores relativos a una posición (hacia delante, hacia detrás, hacia la izquierda y hacia la derecha de la fuente sonora). Así, el miembro 1 del grupo 1, tomará 7 medidas (tantas como columnas), correspondientes a las 7 casillas de la fila 1 con la orientación del instrumento hacia delante (orientado hacia la fuente). El miembro 2 del grupo 1 tomará otras 7 medidas correspondientes a las 7 casillas de la fila 1 pero con la orientación del instrumento hacia detrás (orientado hacia el final de la clase). Y así, sucesivamente. Si en algún grupo hay más miembros, haremos un reparto lo más equitativo posible para que todos participen.

Así, cada grupo completa una tabla similar a la mostrada en el cuadro 3.2 en el que anota los valores que obtiene (**actividad 1** de la sesión). Finalmente, se calcula el valor medio (media aritmética) de las 4 medidas correspondientes a las 4 orientaciones del instrumento para obtener un único punto representativo de la posición elegida. En este punto se pensó inicialmente que los grupos utilizaran la herramienta online Plotly® mediante el iPad® para el registro de datos y el cálculo de la media, pero debido a la falta de tiempo las medias de los valores fueron calculadas por los propios docentes y mostrados en la última sesión junto con los resultados generales de las medidas.

### Actividad 1 (Entregable 3)

Siguiendo las indicaciones del profesor, cada grupo tomará las mediciones correspondientes a su grupo y las anotará en la tabla siguiente<sup>a</sup>. Se realizarán 4 mediciones por punto, de acuerdo a las 4 posibles orientaciones del micrófono. Detrás se adjunta el mapa de la cuadrícula elegido para las mediciones.

<sup>a</sup>La tabla puede verse en el apéndice C.

## Conclusiones de la sesión

Debido a la falta de tiempo tampoco se pudieron resumir las conclusiones, ya que la toma de medidas duró más de lo previsto.

### 3.3.4. Sesión 4: La representación gráfica de los datos

La última sesión tiene lugar el viernes 27 de marzo de 2015. En esta sesión se intenta dar respuesta a las preguntas de investigación planteadas inicialmente a partir de todos los datos que hemos obtenido.

Pretendemos que los alumnos representen gráficamente los datos de intensidad de sonido medidos en el aula. Estos datos se mostrarán en forma de tabla, asociando valores a cada una de las celdas de la malla en la que se ha dividido la clase. Inicialmente los alumnos trabajarán con el material manipulable (cubos multilink) con el fin de que cada grupo elabore una representación tridimensional de esos datos. Esperamos que los alumnos utilicen la malla en la que se ha dividido la clase como plano sobre el que alzar alturas con los cubos, asociando mayor altura a aquellas celdas en las que la intensidad de sonido ha resultado ser mayor. Pretendemos recrear, para funciones de dos variables, la forma en que Euler organiza la representación de funciones de una variable real. Para ello [Euler \(1797, t. II, p. 5, citado en Navarro, 2012\)](#) traza únicamente un eje, el de abscisas, sobre el que levanta lo que él llama las *aplicadas*. De este modo, el alumno puede llegar a una comprensión más profunda del fenómeno modelizado y puede obtener su propia representación de una función de dos variables a partir de material manipulativo.

Posteriormente utilizaremos estas representaciones tridimensionales elaboradas por los grupos como punto de partida de representaciones bidimensionales más estandarizadas como son los mapas de códigos de color y curvas de nivel.

Pasamos a describir aquí el desarrollo de la última sesión del experimento en el aula, cuyo esquema de trabajo se muestra en la figura 3.10. Hacemos notar que las actividades 3, 4, 5, 6 y 7 se llevaron a cabo con todo el grupo clase, a pesar de estar pensadas para ser realizadas en grupo.

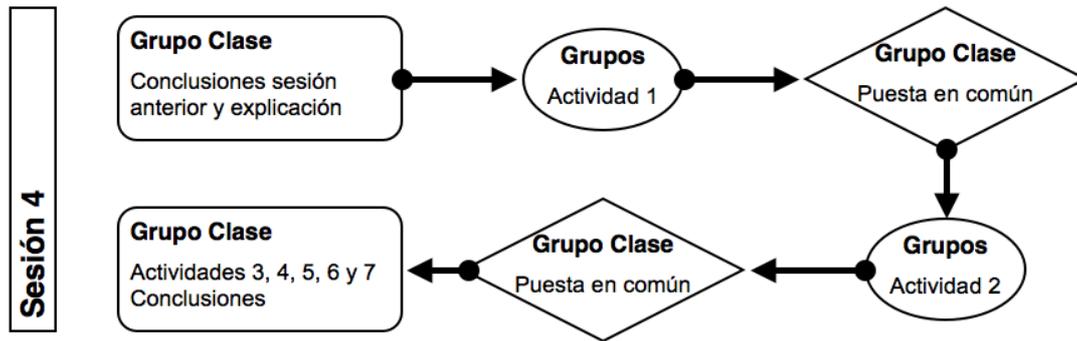


Figura 3.10: Esquema de trabajo seguido en la sesión 4.

### Conclusiones de la sesión anterior

Se comienza esta sesión recapitulando los pasos dados hasta el momento para la resolución de la problemática inicial:

1. Se ha dividido el aula en zonas iguales para proceder a la medición de la intensidad de sonido en cada una de esas zonas.
2. Con el fin de minimizar los errores, se ha utilizado un único iPad® para realizar las medidas.
3. Para cada punto de la cuadrícula elegida, se han tomado cuatro valores referentes a las diferentes orientaciones del instrumento. Con ellos se ha calculado la media como valor representativo de cada punto concreto.

### Procesando la información

Como se ha comentado anteriormente, se pretendía que el procesado de la información fuera realizado por los propios alumnos con la herramienta online colaborativa Plotly® mediante el uso del iPad®. No obstante, debido a la escasez de tiempo los valores medios fueron procesados por los docentes con Plotly® y mostrados directamente a los alumnos en el conjunto de datos que se puede ver en el cuadro 3.3.

En una primera actividad de esta sesión se pide a los diferentes grupos una posible representación de estos valores (**actividad 1** de la sesión). Se les facilita también el

**Cuadro 3.3:** Valores medios obtenidos en dB para cada uno de los puntos de la cuadrícula mostrada en la figura 3.7.

Valores Medios (dB)	Columna						
	A	B	C	D	E	F	G
<b>Fila 1</b>	71,05	72,15	70,4	69,2	68,5	68,325	68,125
<b>Fila 2</b>	69,975	70,2	69,55	69,075	68,825	68,6	68,3
<b>Fila 3</b>	69,875	70,125	69,85	69,55	69,2	69,225	69,3
<b>Fila 4</b>	69,875	70,125	69,85	69,55	69,2	69,225	69,3
<b>Fila 5</b>	70,975	71,3	69,8	68,75	69,525	68,675	68,175

mapa con la cuadrícula de la división de la clase como ayuda o soporte en caso de ser necesario. Buscamos que el alumno explore sus conocimientos y se plantee el problema de la representación de funciones que tienen dos variables en su dominio.

### Actividad 1 (Entregable 4)

En la Tabla 1<sup>a</sup> se representan los valores medios obtenidos en cada uno de los puntos de la cuadrícula en la que se dividió la clase.

Observa estos valores y contesta a la siguiente pregunta: ¿cómo podríamos representarlos? ¿se te ocurre algún posible sistema de representación? Coméntalo con el grupo y redacta una respuesta<sup>b</sup>.

<sup>a</sup>Hace referencia al cuadro 3.3.

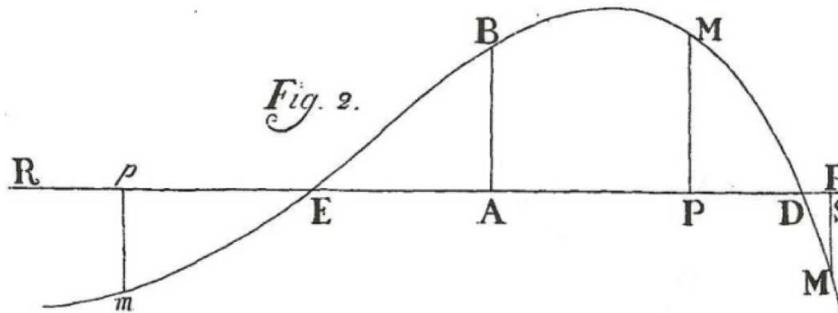
<sup>b</sup>En el documento correspondiente se entrega a los alumnos un mapa de la clase con la cuadrícula de división.

### En busca de un sistema de representación

En la siguiente actividad (**actividad 2**) se les propone pensar conjuntamente en una forma adecuada para la representación de los datos que se han obtenido con un material manipulativo apilable, los cubos multilink. Se pide a los alumnos que piensen en cómo pueden transformar estos datos en “algo” que físicamente indique la cantidad de dB medidos, es decir, la intensidad del sonido medido.

Queremos que el grupo genere una representación de función de dos variables elaborada de manera similar a lo que Euler llama *aplicada* para el caso de una variable (ver figura 3.11). Citando a Navarro (2012), Euler llama *aplicadas* a cada una de las perpendiculares generadas de este modo: para cada valor determinado de  $x$ , una función  $y$  toma

un valor determinado que se representa levantando una perpendicular sobre la recta de abscisas por el extremo de la abscisa  $AP$ , que representa al valor dado de  $x$ , cuya longitud es igual al valor correspondiente de  $y$ . El trabajo de Navarro (2012) presenta un estudio sobre cómo en la historia aparece la representación con *aplicadas* antes de la representación con pares de puntos y los pasos que se dan para pasar de un sistema de representación a otro.



**Figura 3.11:** La perpendicular  $PM$ , tirada sobre la abscisa a la curva recibe el nombre de aplicada (Euler, 1797, citado en Navarro, 2012).

### Actividad 2 (Entregable 4)

Fíjate en el mapa con la cuadrícula que se adjunta al final del documento<sup>a</sup>. Comienza pasando los datos de la Tabla 1<sup>b</sup> al mapa, escribiendo en cada casilla el valor en dB medio medido. El grupo debe inventar una posible representación con el material manipulativo que te entregarán los profesores<sup>c</sup>. Haz una foto o varias fotos con el iPad® y explica el significado de la representación que estás utilizando.

<sup>a</sup>Hace referencia al mapa mostrado en la figura 3.7.

<sup>b</sup>Hace referencia al cuadro 3.3.

<sup>c</sup>Hace referencia a los cubos multilink.

Es en este punto donde los grupos estuvieron más tiempo dedicados a pensar en formas de representación, llegando a obtener representaciones tridimensionales tales como las que se muestran en la figura 3.12.

Cabe destacar que todos los grupos llegaron a generar representaciones tridimensionales en las que la altura alcanzada por los cubos multilink representaba los valores en dB de cada punto del aula, difiriendo las propuestas en el valor asignado a cada uno de los cubos o en los códigos de colores utilizados. El análisis, los detalles y las interpretaciones de las representaciones pensadas por los diferentes grupos se describen en el siguiente capítulo.

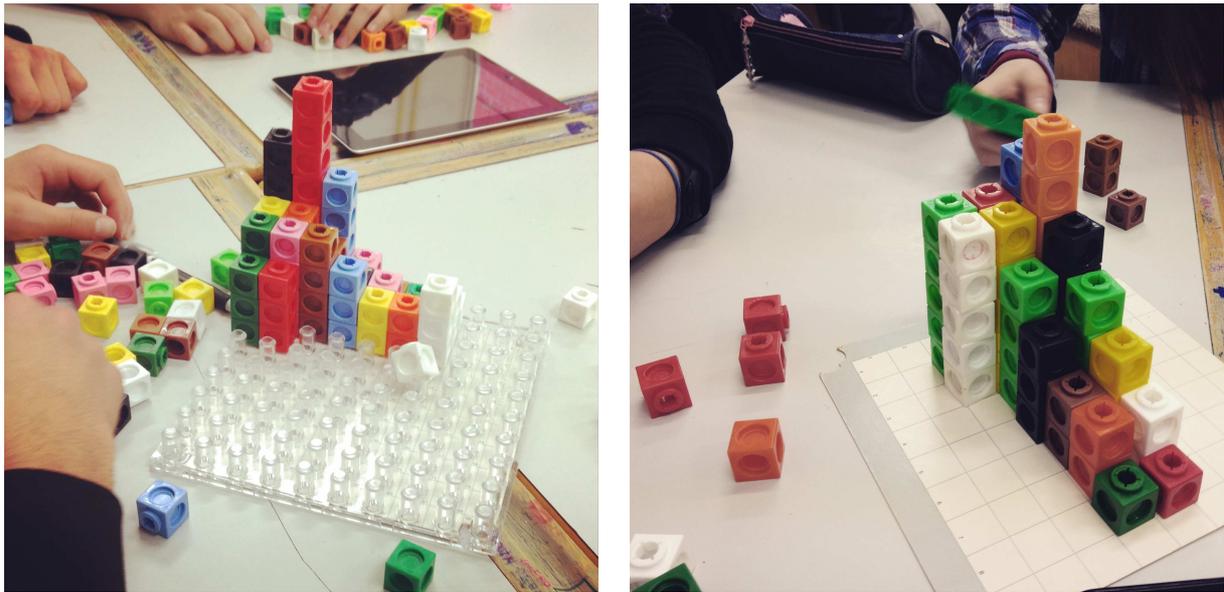


Figura 3.12: Ejemplos de dos representaciones 3D ideadas por los alumnos.

### De vuelta a las dos dimensiones

Una vez explorados los sistemas de representación tridimensionales con el material manipulativo, se explica que el sistema de representación conseguido tiene un problema: es una representación tridimensional que resulta difícil de manejar y transportar. Se les pide a los grupos que intenten encontrar una representación en dos dimensiones, una representación que pueda plasmarse en un papel (**actividad 3**).

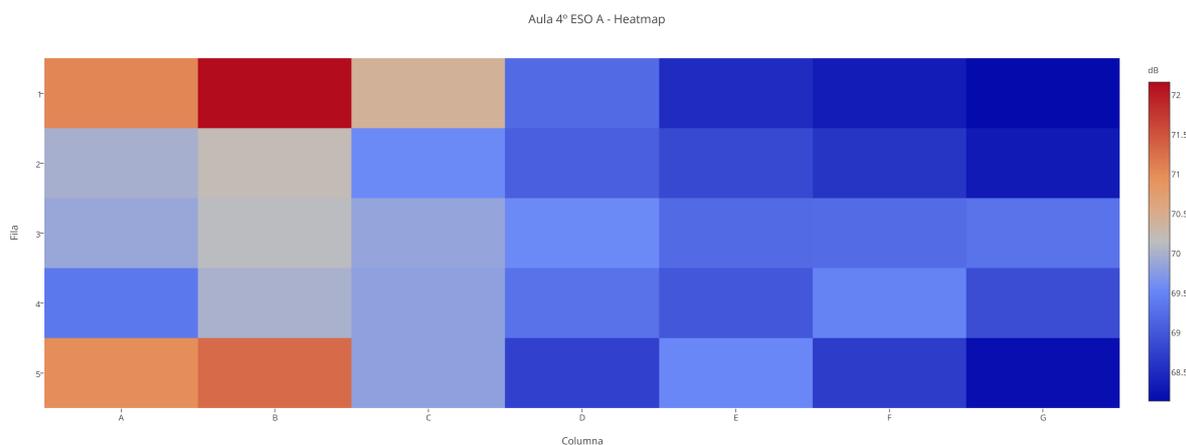
#### **Actividad 3** (Entregable 4)

El sistema de representación que hemos creado entre todos está muy bien y nos da una idea muy visual de la intensidad de sonido en cada punto medido, pero tiene un problema: es una representación tridimensional que resulta difícil de manejar. ¿Puede tu grupo pensar alguna estrategia para llevar al papel (2D) este sistema de representación en 3D?

Esta actividad está pensada para enlazar directamente con el siguiente apartado, los mapas con códigos de colores (en inglés *heat maps*), en ellos, se suele utilizar un gradiente de color, con colores más cálidos para valores más altos y colores más fríos para valores más bajos de la magnitud que se esté midiendo. Hay que mencionar aquí que inicialmente nos parecía difícil que de los alumnos surgiera la idea de representar los datos obtenidos con mapas de código de colores, pero así fue, como veremos en el capítulo 4.

## Códigos de colores

Una vez introducida la idea de mapa de código de colores, con la actividad anterior, en este punto se pretendía inicialmente que fueran los propios alumnos los que a partir de los datos introducidos en la herramienta colaborativa Plotly® crearan su propio mapa de código de colores (*heat map*) siguiendo las indicaciones de los profesores, pero debido a la falta de tiempo el mapa fue obtenido directamente por los docentes y se muestra en la figura 3.13.



**Figura 3.13:** Mapa de código de colores elaborado con Plotly® a partir de los valores medidos en el aula.

A partir del mapa de código de colores generado con Plotly®, se les plantea a los alumnos la interpretación de dicho mapa y del código de colores que presenta (**actividad 4**). Las interpretaciones y respuestas de los alumnos son analizadas en el siguiente capítulo.

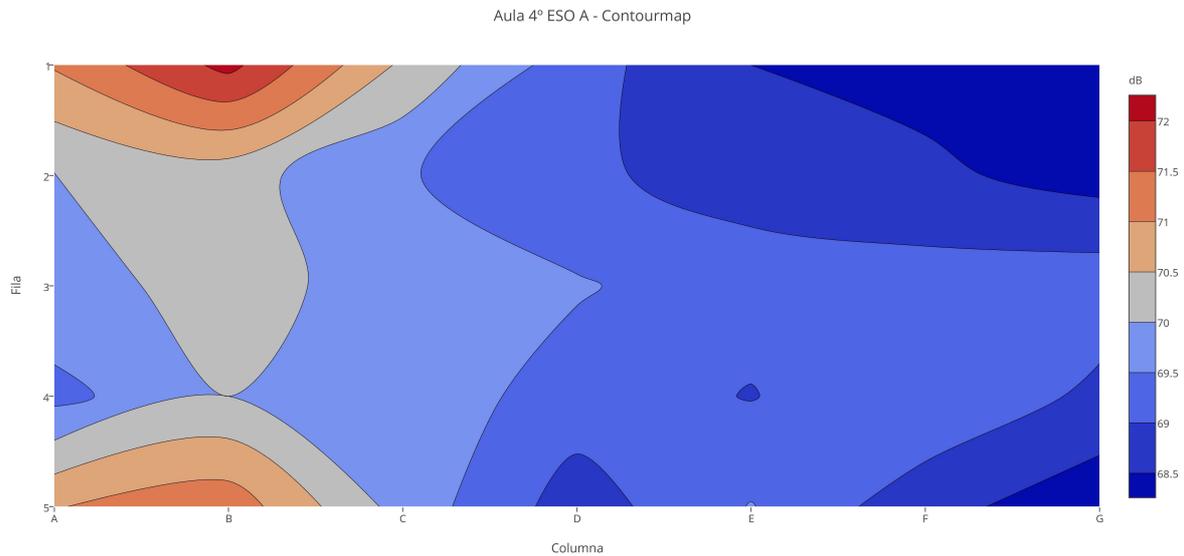
### Actividad 4 (Entregable 4)

Fíjate en los mapas que te vamos a mostrar a continuación en la pizarra<sup>a</sup>. Échales un vistazo, coméntalos con tu grupo y contesta a las siguientes preguntas: ¿Qué significan los colores? ¿Qué interpretas tú de ello?

<sup>a</sup>Se refiere a la figura 3.13.

A través del mapa (figura 3.13) se observa muestran una mayor intensidad sonora en las filas más cercanas a la fuente, siendo la celda roja la que más intensidad recibe, y siendo las celdas azules oscuras las que menos intensidad de sonido reciben. Se produce un fenómeno curioso aquí, y es que, en valor medio, la intensidad en la última fila aumenta

en las celdas situadas exactamente delante de la fuente, debido a la reflexión del sonido en la pared (fenómeno conocido como eco o reverberación). Volveremos, en el capítulo de análisis, sobre el fenómeno del eco.



**Figura 3.14:** Mapa de curvas de contorno elaborado con Plotly® a partir de los valores medios obtenidos de intensidad sonora.

Aprovechando las capacidades de Plotly®, también se muestra el mapa de curvas de nivel o mapa de contorno (en inglés *contour map*) para los datos obtenidos, cuya representación gráfica hace que la interpretación visual quizá sea más sencilla que en el mapa de código de colores, ver figura 3.14. Se plantea aquí una actividad basada en que los alumnos identifiquen este tipo de mapas o representaciones (curvas de nivel o de contorno) en situaciones de su día a día (**actividad 5**).

### Actividad 5 (Entregable 4)

Hablando de curvas de nivel... ¿Has visto en la realidad o en tu día a día algún tipo de mapa o representación similar<sup>a</sup>? Coméntalo con el grupo y redacta tu respuesta.

<sup>a</sup>Hace referencia al mapa de curvas de contorno mostrado en la figura 3.14.

**Actividad 6** (Entregable 4)

Utilizando herramientas informáticas se han realizado mapas de contorno, tanto para los valores medios obtenidos como para cada una de las orientaciones medidas (de frente a la fuente, de espaldas a la fuente, hacia la izquierda de la clase y hacia la derecha de la clase). ¿Puedes intentar sacar alguna conclusión a partir de lo que en ellos se describe? Anótalas aquí para cada uno de los mapas.

Como complemento de este apartado, se muestra a los alumnos los mapas de colores (en versión mapa de contorno) correspondientes a cada una de las orientaciones medidas. Se pide a los alumnos que los interpreten y comenten (**actividad 6**). Así, el panel superior de la figura 3.15 muestra el mapa de contorno obtenido con el iPad® orientado hacia la fuente sonora, el panel inferior corresponde a la orientación de espaldas a la fuente sonora. Los mapas de contorno de las orientaciones izquierda y derecha también se muestran al alumnado (paneles superior e inferior de la figura 3.16, respectivamente). Observamos cómo los resultados medidos son físicamente coherentes y permiten un análisis físico del fenómeno fiel a la realidad:

- En el panel superior de la figura 3.15 (iPad® orientado hacia la fuente) observamos lo que cabría esperar, las filas iniciales son las que más intensidad reciben, y ésta va disminuyendo a medida que nos alejamos de la fuente. Vemos, no obstante una ligera reverberación en las filas finales debido a la reflexión de la onda en la pared.
- En el panel inferior de la figura 3.15 (iPad® orientado de espaldas a la fuente) se aprecia claramente la reflexión de la onda sonora en la pared, pues la intensidad aumenta a medida que nos acercamos a las últimas filas. El aumento es más llamativo, ya que vamos con el iPad® orientado hacia la pared del final de la clase.
- Los mapas de las orientaciones izquierda y derecha con respecto a la fuente aportan menos significado físico del fenómeno. Se adjuntan igualmente en los paneles superior e inferior de la figura 3.16, respectivamente.

**Conclusiones de la sesión**

Por último, se pide a los alumnos que elaboren sus propias conclusiones de la experiencia realizada, intentado dar respuesta a las preguntas de investigación planteadas inicialmente (**actividad 7**).

En esta última actividad pretendemos que reflexionen sobre todo el proceso realizado a lo largo del experimento de enseñanza. En particular se resaltarán la capacidad de los alumnos para modelizar matemáticamente una situación problemática real y resolverla utilizando una herramienta digital e interactiva, como es el iPad®. Además, se resaltarán la importancia de la representación de funciones de dos variables elaborada por ellos mismos, pues, contiene muchos elementos precursores de la definición formal que se estudia en cursos superiores.

#### **Actividad 7 (Entregable 4)**

Por último, intenta responder a las preguntas de investigación iniciales con todos los conocimientos que has adquirido:

- a. ¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?
- b. ¿Cambia mucho la percepción en un punto o en otro?
- c. ¿De qué variables depende nuestra percepción sonora en la clase?

### **3.4. La población**

La población que participa en el experimento de enseñanza está formada por el grupo clase de 4º A de ESO de uno de los centros concertados del municipio de Onda, en la Comunitat Valenciana. Las edades de los alumnos están comprendidas entre los 15 y 18 años. En total participan 25 alumnos, de los cuales, 11 son chicas y 14 son chicos. El experimento se realiza en el aula ordinaria del grupo durante la clase de Informática. En la figura 3.17 se adjunta una panorámica del aula en cuestión.

Durante todo el experimento los alumnos se organizan en grupos de entre 5 y 6 personas para fomentar así el trabajo colaborativo. La necesidad de articular y explicar al grupo las ideas propias lleva a que éstas sean más concretas y precisas y a organizar e integrar más el conocimiento (Martín, Murillo, y Fortuny, 2002). Pese a estar organizados en grupo, en ciertos momentos también se trabaja con todo el grupo clase.

Para la formación de los grupos de trabajo, se les da total libertad para que se organicen según ellos estimen oportuno. A cada grupo se le asigna un número que servirá para identificarlo y asignarle su correspondiente iPad® (ya que estos están también numerados). Durante el desarrollo del experimento todos los grupos se muestran participativos, motivados e interesados en todo momento. En algún momento, durante el desarrollo de las

sesiones, hubo que llamar la atención de algún alumno, pero todo dentro de los parámetros normales que caracterizan un aula de este nivel educativo.

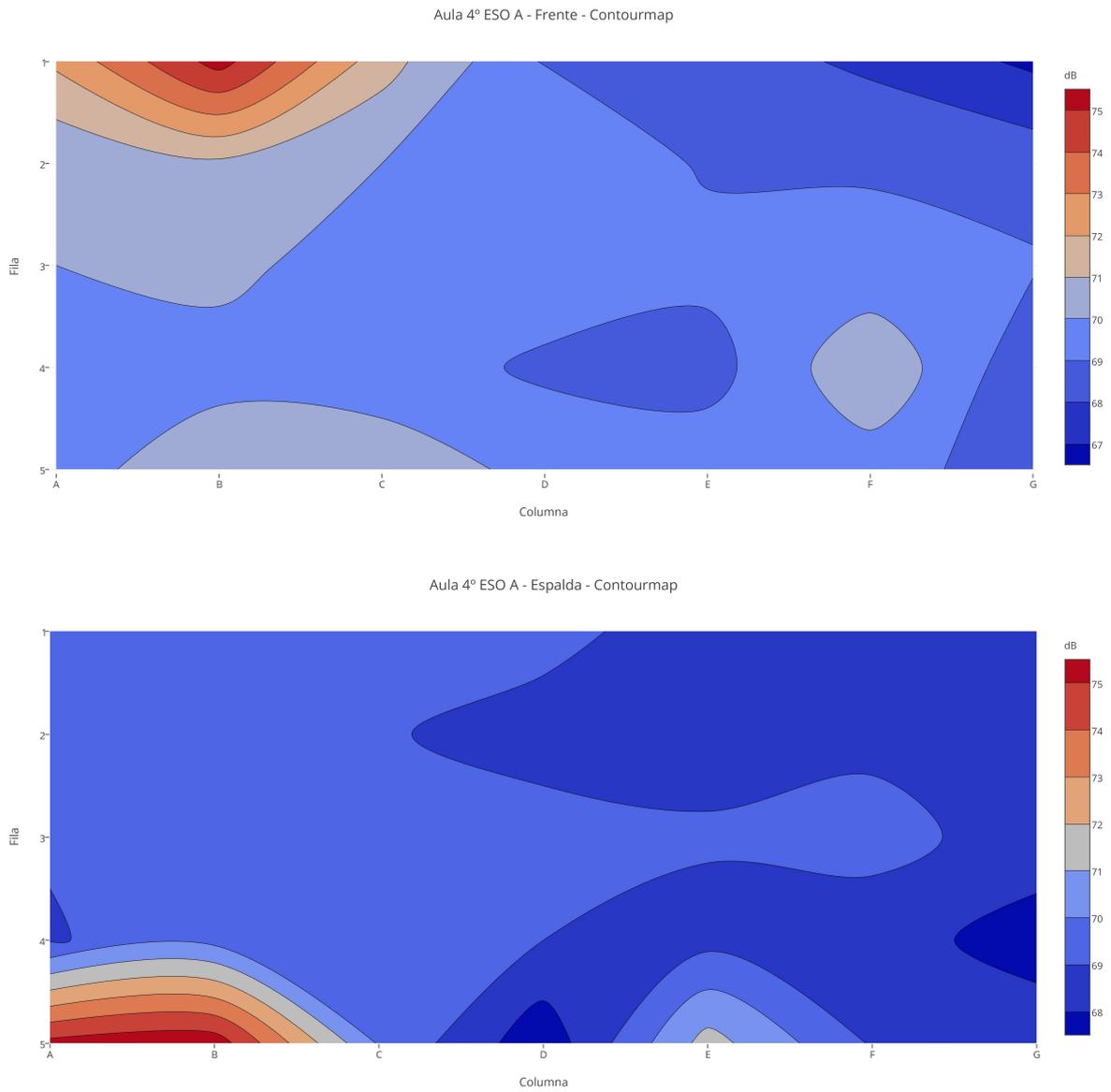
Hay que comentar que en el momento en el que tuvo lugar el experimento, los alumnos no tenían ninguna noción de modelización. Sí que tenían conocimientos sobre representación de funciones de una variable real, pero no del tema principal de este experimento de enseñanza, las funciones de dos variables, ya que quedan fuera del currículo oficial en vigor en la Comunitat Valenciana ([Generalitat Valenciana, 2007](#)).

### 3.5. El tipo de intervención del investigador

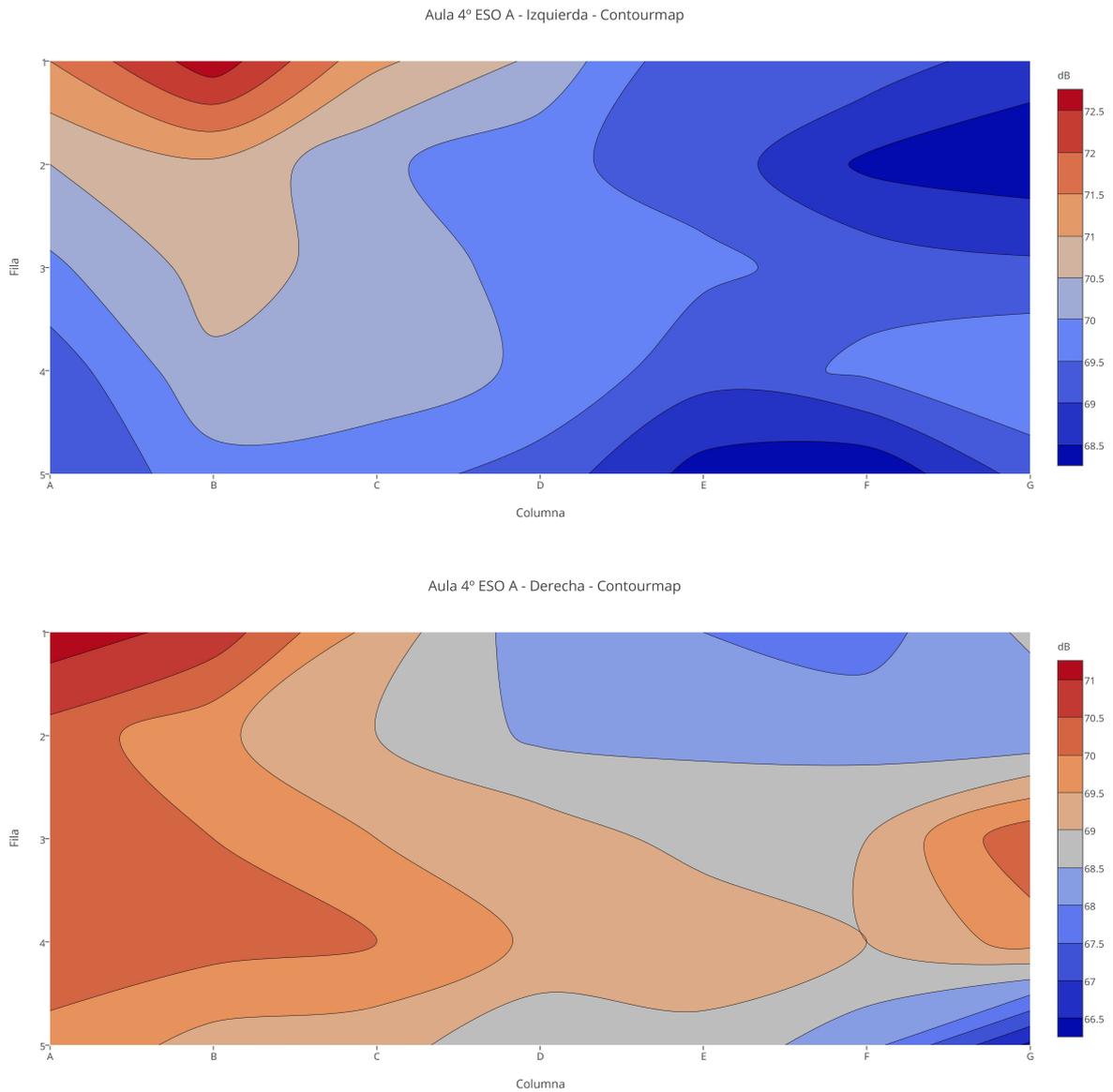
Los investigadores que llevan a cabo el experimento de enseñanza no son los profesores del grupo clase en cuestión, pero en las sesiones en las que se desarrolla el experimento actúan como docentes al uso, puesto que las preguntas, cuestiones y actividades que plantean a los alumnos tienen un claro objetivo: proporcionar al alumno oportunidades de aprendizaje ([Gallart y cols., en prensa](#)).

El tipo de intervención de los docentes va cambiando a lo largo del experimento e incluso dentro de cada sesión. Así, aparecen varios tipos de intervenciones, desde la clase magistral, en la que el docente transmite verbalmente conocimientos, siendo protagonista del proceso de enseñanza-aprendizaje; hasta planteamientos más innovadores en los que el alumno o el grupo de alumnos, asumen un rol más activo y el profesor trabaja de forma colaborativa junto con ellos en tareas de investigación o indagación. En este último caso, el profesor ejerce de guía hacia la elaboración de conceptos y procedimientos relacionados con la representación de funciones de dos variables, modificando, para ello, las concepciones e ideas erróneas en el alumnado.

No daremos una descripción más concreta de los tipos de intervención del investigador dado que éstas no van a ser objeto de estudio de este trabajo.



**Figura 3.15:** Mapa de contorno de los valores medidos con el micrófono orientado hacia la fuente (arriba) y de espaldas a la fuente (abajo).



**Figura 3.16:** Mapa de contorno de los valores medidos con el micrófono orientado hacia la izquierda de la fuente (arriba) y hacia la derecha de la fuente (abajo).



**Figura 3.17:** *Panorámica del aula en la que se lleva a cabo el experimento.*

*Living is easy with eyes closed,  
Misunderstanding all you see.  
It's getting hard to be someone,  
But it all works out;  
It doesn't matter much to me.*

John Lennon

# 4

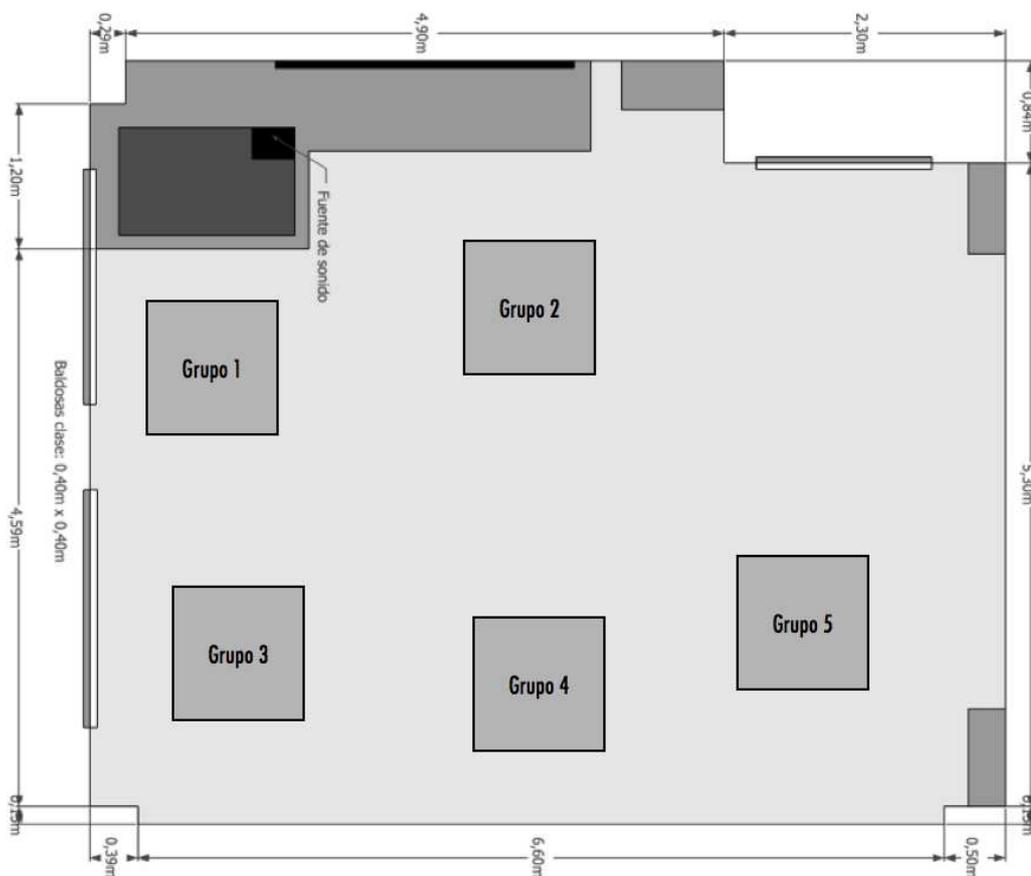
## Los datos y su análisis

En este capítulo nos centraremos en el análisis de los datos obtenidos durante la realización del experimento. Dado que se trata de un estudio exploratorio, nos centramos en las actuaciones, intervenciones y conductas que los alumnos manifiestan mientras tratan de resolver el problema de investigación planteado en el experimento.

### 4.1. Los datos

Desde un inicio el problema de investigación que se plantea en el experimento se diseña con la intención de que los alumnos verbalicen cada uno de sus razonamientos y actuaciones. Es por ello que se distribuye a los alumnos en equipos de 5 ó 6 personas, como se ha descrito anteriormente. Para llevar un control, los grupos se numeran de forma correlativa según el lugar que ocupan en el aula, pudiendo ser identificados y referenciados a lo largo del análisis. En la figura 4.1 podemos ver la distribución de los 5 grupos en el aula.

Los datos a analizar son los generados íntegramente por las actuaciones de los alum-



**Figura 4.1:** Localización y distribución de los grupos en el aula.

nos. Como veremos a continuación, la técnica de análisis utilizada en este trabajo se apoya fuertemente en las explicaciones y razonamientos “en voz alta” de los alumnos. Por ello, todo el experimento se graba en audio y vídeo para su posterior estudio y análisis. Consecuentemente, desde un primer momento se informa a los alumnos de que todas las sesiones van a ser registradas, preservando siempre su identidad.

Describimos a continuación la naturaleza de los datos que se han obtenido, los cuales se complementan unos con otros y serán objeto de análisis en las siguientes secciones:

- Grabación en vídeo.** Las cuatro sesiones son grabadas por una cámara de vídeo de campo ancho ubicada en una esquina de la clase, obteniendo una vista general del aula. Si bien es cierto que no pueden seguirse las conversaciones de todos los grupos con claridad, la grabación de toda la clase en vídeo nos ofrece una buena visión global de cómo se han desarrollado las sesiones y de cuáles son las reacciones de los distintos grupos en cada momento del experimento.

- **Documentos entregables.** Como se ha detallado en el apartado de materiales, en cada sesión, cada grupo debe cumplimentar un documento entregable en el que se encuentran las respuestas a las actividades planteadas.

Estos documentos escritos se conciben como un diario de las actividades realizadas, en las que los grupos han de plasmar las respuestas previamente discutidas y comentadas. Con ello, no solo logramos que los alumnos den cuenta de todo aquello que han verbalizado mediante un proceso de síntesis y recapitulación, sino que también conseguimos un documento que recoja el nivel de dominio de los conceptos trabajados por el grupo. Esto servirá como herramienta de evaluación para el docente titular de la asignatura de Informática en el centro en la que llevamos a cabo el experimento.

- **Grabaciones de audio.** Se realizan dos tipos de grabaciones de audio: grabaciones a los diferentes grupos y grabaciones con las intervenciones del docente.

1. Las grabaciones a los grupos se realizan con un segundo iPad® con una aplicación grabadora descrita en la sección de materiales. De este modo, se obtienen grabaciones independientes para cada uno de los grupos. En estas grabaciones se escucha con más detalle los comentarios, reflexiones y discusiones generadas por cada uno de los grupos para que puedan ser analizados por separado.
2. Para las grabaciones de las intervenciones e interacciones de los docentes se utiliza la grabadora de mano. De aquí puede extraerse información muy interesante, ya que además de las respuestas y discusiones propias del grupo se pueden analizar otros aspectos, entre ellos, el papel del docente en relación a las intervenciones que realiza o las respuestas que provoca la intervención del docente, por ejemplo. Este tipo de análisis queda fuera del objeto de estudio de este trabajo por cuestiones de tiempo.

- **Fotografías.** Finalmente, se obtienen algunas imágenes fotográficas, tanto de momentos concretos en el aula como de los sistemas de representación ideados por los alumnos.

## 4.2. La naturaleza de los datos

Dado que no tenemos acceso directo al pensamiento de los alumnos intentaremos acercarnos a él a través de las producciones verbales y escritas que tenemos registradas en los datos recogidos a lo largo del experimento de enseñanza.

Así, la naturaleza de los datos audiovisuales es la de elementos de comunicación que responden a procesos cognitivos que se producen cuando se resuelven problemas en una situación de trabajo cooperativo (Puig, 1996, Cap. 5, p. 60). En el caso de los datos manuscritos recogidos en los entregables, no puede pretenderse que el resolutor dé cuenta de lo que está pensando mientras resuelve el problema, ya que se sabe que esto perturba el proceso de resolución al incorporar la tarea de esa escritura, de modo que hay que contar con que lo que se va a tener como datos, no puede ser una transcripción del proceso de resolución, sino su resultado más o menos elaborado (Puig, 1996, Cap. 6, p. 229), situación que además justifica el hecho de que hayamos optado por implementar datos de naturaleza oral con datos escritos en nuestra investigación y posterior análisis.

El análisis que presentamos aquí sobre los datos recogidos está basado en la reconstrucción racional (Puig, 1996). La reconstrucción racional consiste en una narración de las actuaciones verbales y no verbales en la que en todo momento se pretende dotar de sentido a lo que hacen los alumnos. En este sentido, hacemos notar que en el presente trabajo no se realiza una reconstrucción racional completa, sino que solamente se hacen comentarios con el fin de dar sentido a las actuaciones registradas durante el experimento. En esta narración se incluyen comentarios interpretativos e ítems ilustrativos derivados las grabaciones realizadas y de los documentos elaborados por los alumnos. En nuestro caso, al estar los alumnos organizados por grupos, haremos la reconstrucción racional de la actuación de cada uno de los grupos por separado.

Hoy en día el uso de datos derivados de las producciones verbales de los sujetos está ampliamente aceptado, no así en los años ochenta. Como indica Puig (1996), en el campo de la Didáctica de la Matemática, en particular, en la resolución de problemas, la defensa de la validez de los datos verbales obtenidos con este tipo de técnicas en las que el alumno debe pensar “en voz alta” comienza a ser asumida a partir de una serie de estudios de Schoenfeld (1985). Para esta causa es importante también la contribución del artículo de Ericcson y Simon (1980), en el cual se presentaba la teoría de la organización de la memoria que permite la validez de estos datos y se describían algunos de los límites de la técnica<sup>1</sup>.

Para el análisis de las actuaciones de los distintos grupos realizaremos tres niveles de tratamiento de los datos recogidos. Con el primer tratamiento procederemos a la transcripción de los audiovisuales y al vaciado de los manuscritos de los alumnos, extrayendo

---

<sup>1</sup>En Lester (1982) hay una defensa de la validez de la técnica hecha a partir de las ideas expuestas en el artículo de Ericcson y Simon (1980), concretadas en el terreno de la resolución de problemas de matemáticas. Más adelante, Lawson y Rice (1987) fundamentan su minuciosa técnica de análisis de protocolos en un reexamen de la posición de Ericcson y Simon (1980).

de ambos las actuaciones más relevantes. En el segundo tratamiento realizaremos una reconstrucción racional de las actuaciones más interesantes y destacadas, sin llegar a definir episodios. Y por último realizaremos un tercer tratamiento, en el que mostraremos una recopilación de las actuaciones más relevantes.

### 4.3. Primer tratamiento de los datos: transcripciones y vaciado de los manuscritos

El primer tratamiento de los datos corresponde a la transcripción de los audiovisuales y al vaciado de los documentos manuscritos, aislando las respuestas de los diferentes grupos. Los documentos audiovisuales brutos se adjuntan en un anexo digital y los documentos entregables manuscritos pueden encontrarse en el apéndice **D**.

Las transcripciones se cruzan con las grabaciones en vídeo para poder realizar comentarios y anotaciones sobre los gestos, comportamientos y reacciones de cada alumno, con el fin de tener una mejor comprensión de la actuación llevada a cabo por el grupo. De igual modo, también se incluyen en las transcripciones las aclaraciones y comentarios de los propios docentes.

#### 4.3.1. Leyenda para la transcripción de los datos audiovisuales

En referencia a las transcripciones de las grabaciones audiovisuales, se utilizarán algunas notaciones a lo largo del capítulo que conviene aclarar en la siguiente leyenda:

- Cada alumno de los integrantes de un grupo se designa con una letra mayúscula del abecedario (**A**, **B**, **C**, ...), con el fin de identificar sus intervenciones. Las letras **E1** y **E2** se reservan para designar a los investigadores/docentes presentes en el experimento. **E1** se corresponde con Pascual D. Diago, autor de este trabajo, y **E2** con una de las directoras del trabajo, Irene Ferrando, quien estuvo presente en la última de las sesiones del experimento.
- La numeración en las transcripciones es correlativa a lo largo de todos los grupos y sesiones, de forma que no haya duplicidad de números referentes a las transcripciones. La letra utilizada en las intervenciones será itálica a doble espacio.

- Se realiza una transcripción literal de las intervenciones, tanto referente a la lengua utilizada en la intervención (castellano o valenciano, pudiendo aparecer mezcladas) como a palabras mal pronunciadas o no normativas.
- El uso de puntos suspensivos hace referencia a pausas en las frases o duda en la argumentación.
- El uso de un guión largo (—) al finalizar o iniciar la intervención indica interrupción por parte de un compañero del grupo, el cual superpone su intervención a la del anterior, en este caso, la intervención del segundo comenzará con minúscula.
- El uso de corchetes con texto entre ellos, [texto], recoge aclaraciones, gestos o descripciones del momento en que se realiza la intervención.
- El uso de expresiones del tipo [...] *intervención* [...] hace referencia a que en el texto se recoge solo una parte de la intervención.
- El uso de [¿?¿?] refleja la imposibilidad de transcribir una parte de la intervención.
- Los puntos suspensivos verticales en una intervención (: ) indican murmullos inaudibles o intervenciones que no son objeto de análisis en el presente trabajo.
- Cuando aparezca algún nombre propio en una intervención, utilizaremos tan solo la letra inicial del alumno.

### 4.3.2. Leyenda para los manuscritos entregados

Sobre las respuestas manuscritas entregadas por los alumnos hacemos notar que:

- Son tomadas literalmente de los documentos entregables cumplimentados por los alumnos.
- Aparecerán integradas en el cuerpo del análisis junto con la coetilla (manuscrito grupo  $x$ , pregunta  $y$ ) para ser identificadas.
- Son consideradas, a todos los efectos, como citas textuales. Es por ello que aparecerán introducidas por dos puntos (: ) y se iniciarán con letra mayúscula.

## 4.4. Segundo tratamiento de los datos: la reconstrucción racional

Como hemos comentado anteriormente, en este trabajo no presentaremos una reconstrucción racional en el sentido completo, puesto que no hay se diferencia en episodios ni nada similar. Así, mostraremos en este análisis aquellas actuaciones más interesantes para la comprensión del objeto de estudio de este trabajo: las nociones relacionadas con la representación de funciones de dos variables y las nociones de medición y reticulado del espacio presentes en las discusiones o en los argumentos esgrimidos por los alumnos.

Como refuerzo a la reconstrucción racional se utilizarán las respuestas vaciadas de los documentos manuscritos entregados por los alumnos. De este modo se intentará corroborar que los comentarios y conclusiones sobre el fenómeno estudiado mostrados en las transcripciones se corresponden con lo plasmado en los documentos manuscritos.

Nos centraremos exclusivamente en el análisis de comentarios y actuaciones correspondientes a las sesiones 2 y 4. Esto es así porque son justamente estas sesiones las que se han diseñado con el objetivo de que en ellas los alumnos planteen y exploren ideas. En estas sesiones los alumnos piensan y discuten estrategias de resolución con el grupo y son comentadas en la puesta en común dirigida por los docentes.

- La **sesión 2** está enfocada a recordar conceptos de la física del sonido y a explorar el concepto de retículo o malla como herramienta para la elaboración de un mapa de intensidad de sonido del aula y a elaborar estrategias para minimizar las inexactitudes derivadas de los errores de medición. En esta sesión se analizarán las **actividades 1, 2 y 3** por separado para cada uno de los grupos. Como comentario general, apuntamos que la última parte de la sesión 2 (correspondiente a la actividad 3) se desarrolla de una forma muy rápida por la falta de tiempo. Esto hace que tanto las respuestas manuscritas de los grupos en los respectivos documentos entregables como las discusiones presentes en las transcripciones contengan poca información relevante, como veremos a continuación.
- En la **sesión 4** los estudiantes abordan de lleno el problema de investigación planteado al inicio del experimento, en este caso, cuentan ya con todas las herramientas explicadas en las sesiones anteriores y con los datos de intensidad de sonido medidos por ellos mismos en la sesión anterior. Aquí resaltamos, que si bien los alumnos trabajan en grupo en las actividades iniciales (**actividades 1 y 2**), el resto de

actividades son realizadas en conjunto por los docentes con todo el grupo clase (**actividades 3, 4, 5, 6 y 7**), por lo que esta última parte se analiza por separado (no hay respuestas manuscritas de los grupos de esta parte).

Según lo descrito, para poder analizar y comentar las actuaciones llevadas a cabo por los alumnos en cada uno de los momentos citados, la reconstrucción racional de las actuaciones de los alumnos se estructurarán como sigue:

- **Análisis y comentario de las actuaciones correspondientes a la sesión 2 organizadas por grupos:** actividades 1, 2 y 3 de la sesión 2
- **Análisis y comentario de las actuaciones correspondientes a la primera parte de la sesión 4 organizadas por grupos:** actividades 1 y 2 de la sesión 4
- **Análisis y comentario de las actuaciones correspondientes a la segunda parte de la sesión 4 organizadas como grupo clase:** actividades 3, 4, 5, 6 y 7 de la sesión 4

#### **4.4.1. Sesión 2: análisis y comentario de las actuaciones por grupos**

A continuación detallamos la reconstrucción racional y el análisis de las actuaciones de cada uno de los grupos. En la figura 4.2 adjuntamos el esquema de la sesión 2 presentado en el capítulo 3, para que sirva de guión del desarrollo de la sesión.

##### **Grupo 1**

La grabación del grupo 1 comienza ligeramente después de que comiencen a trabajar en la primera actividad, por lo que la primera parte de la discusión no queda registrada. El grupo 1 está formado por 5 alumnos.

##### **Sesión 2 - Actividad 1**

Hay que destacar que ya desde el inicio este grupo da muestras de tener conocimientos bien adquiridos sobre la física de sonido, muestra de ello es la respuesta que dan a la pregunta inicial sobre cómo creen que va a cambiar la medida de intensidad de señal en

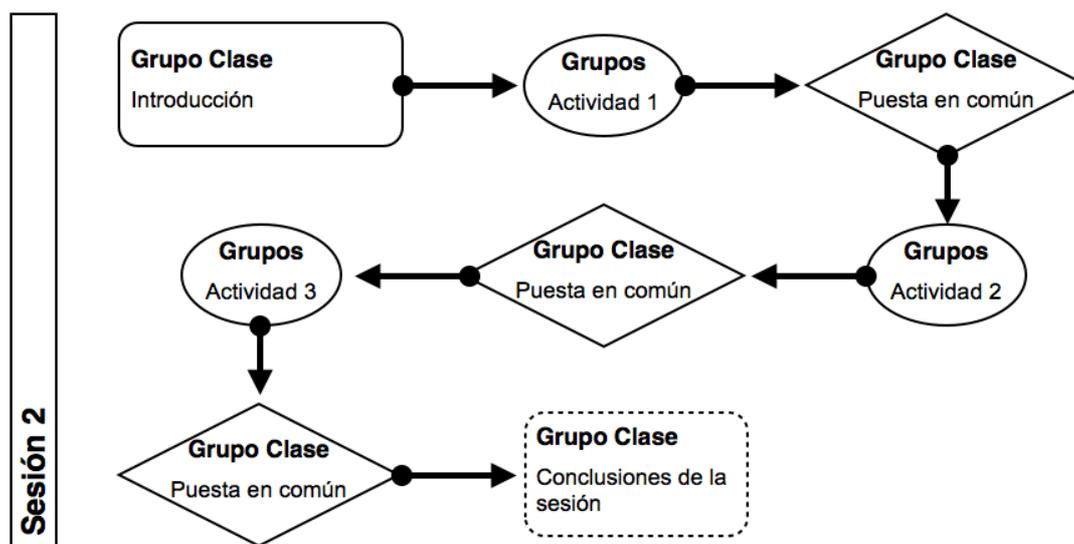


Figura 4.2: Esquema de trabajo seguido en la sesión 2.

cada una de las mesas. Al respecto escriben: “Por la distancia con respecto al ordenador y la posición en que esté el ordenador” (manuscrito grupo 1).

Previamente a realizar la medición de prueba en los diferentes grupos y compartir los datos, este grupo ya tiene muy claro que la intensidad detectada por el iPad® dependerá de la distancia a la que esté de la fuente de audio. Detallan su respuesta un poco más, llegando a decir que la intensidad recibida va a depender de la orientación de la fuente de sonido, en este caso. Evidentemente están en lo cierto, y se avanzan a los resultados que se mostrarán en la última sesión, en la que se ve gráficamente cómo dependiendo de la orientación – en este caso del receptor, del iPad® – la intensidad de sonido medida va a variar.

Seguidamente se realiza la medición por parte de todos los grupos de una señal de ruido rosa, se anota dicha medida y se comenta con los diferentes grupos, observándose que cada grupo obtiene una medida diferente. El valor medido por el grupo 1 es de “65,8 dB” (manuscrito grupo 1).

Finalmente, la estrategia escrita por el grupo 1 para determinar cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula es: “Medir en cada parte de la clase o habitación con el mismo iPad® y el mismo sonido. Para ver en qué partes hay más o menos dB” (manuscrito grupo 1). Es importante resaltar que escriben específicamente la palabra *parte*, identificando la necesidad de dividir el aula en secciones, como se les indicará más adelante. Y más

interesante aún es la aparición de una necesidad técnica: el uso de un único iPad® para llevar a cabo dichas mediciones en cada una de las partes en las que se divide el aula.

Es en este punto cuando el docente se da cuenta de que no se ha iniciado la grabación de audio para este grupo y la pone en marcha. El docente les lanza una pregunta sobre su respuesta en el documento entregable:

- 1 **E1:** [...] *¿Qué estrategia habéis puesto?*
- 2 **A:** [leyendo la respuesta del entregable] *Medir en cada parte de la clase con el mismo*
- 3 *iPad® y el mismo sonido para ver en qué partes hay más o menos decibelios.*

Después de algunos comentarios no transcritos, el docente decide indagar sobre la respuesta tan elaborada presentada por los alumnos y para ello dirige algunas preguntas a toda la clase, pero que contestan principalmente los alumnos del grupo 1.

- 4 **E1:** *¿Es importante que el sonido sea el mismo?* [dirigiéndose a toda la clase]
- 5 **A:** *¡Sí!*
- 6 **E1:** *Si no, ¿qué pasaría?*
- 7 **B:** *Que cambiarían los decibelios.*
- 8 **A:** *I en el mateix iPad® perquè sino, l'error que has dit abans<sup>2</sup>...*
- 9 **E1:** *Con el mismo iPad® porque el error que cometeríamos sería el mismo en todos los*
- 10 *puntos. Con el mismo sonido porque si cambiamos de sonido no tendremos un nivel de*
- 11 *referencia. Si ahora pongo un sonido fuerte y luego un sonido flojo y mido aquí y luego*
- 12 *mido allá, no es comparable...*

Es importante resaltar el comentario de la línea 8, pues este alumno detecta desde un inicio la necesidad de utilizar un mismo iPad® en todas las mediciones que se harán a posteriori, adelantándose a la propuesta que vendrá detrás explicada y razonada. Además de este hecho, se observa cómo está bien justificada la necesidad de utilizar una misma fuente de sonido (con la misma intensidad) para poder obtener un mapa coherente de la distribución de sonido en el aula.

## Sesión 2 - Actividad 2

---

<sup>2</sup>Previamente se había mencionado el hecho de que los propios iPads® tienen un error sistemático que hace que las medidas entre unos y otros dispositivos difieran entre 1 y 3 dB.

---

Una vez puestas en común las respuestas de la actividad anterior, los docentes hacen ver la necesidad de dividir la clase para realizar distintas medidas de la intensidad de sonido. En esta actividad se les pregunta por la forma en que dividirían la clase para realizar las mediciones. Para ello hacen uso del mapa del aula que se les facilita al final del documento entregable.

La conversación con este grupo comienza así:

13 **E1:** [...] *Esa división o esos puntos, ¿cómo los pondrías? ¿aleatorios? [...]*

14 **A:** *Por metros...*

Este comentario también es muy significativo, porque muestra la primera intervención de un alumno que hace referencia a la división del aula de acuerdo a una medida estándar y que apunta a una subdivisión de la clase estructurada y pensada, en la línea de dividir el aula según una cuadrícula, que es precisamente lo que se busca.

15 **E1:** [...] *Coged el mapa que tenéis al final... al final del dossier hay un mapa [...] marcad*  
16 *dónde creéis que habría que medir la intensidad de sonido... marcadlo en el mapa que*  
17 *tenéis al final.*

18 *:*

19 **B:** *Tienes que dividir la clase...*

20 *:*

21 **A:** *Tiene que haber... mira... podemos hacer... uno aquí seguro... luego otro aquí porque*  
22 *es una esquina... luego otro aquí, que es otra esquina, otro aquí y otro puede ser por esta*  
23 *esquina...*

24 **B:** *Tiene que haber más de siete... así que...*

25 *:*

26 **A:** *Tenemos una, dos, tres... cuatro y cinco...*

27 **B:** *Sí J., lo que quieras, y en el centro de la clase no, ¿no?*

Aquí parece que hay un poco de tensión en el grupo. Al parecer, el alumno A toma casi todas las decisiones sin consultar demasiado con los compañeros. Finalmente, este grupo no hace ninguna anotación manuscrita en el documento, solo realizan la división que se puede ver en la figura 4.3. La conversación continúa como sigue:

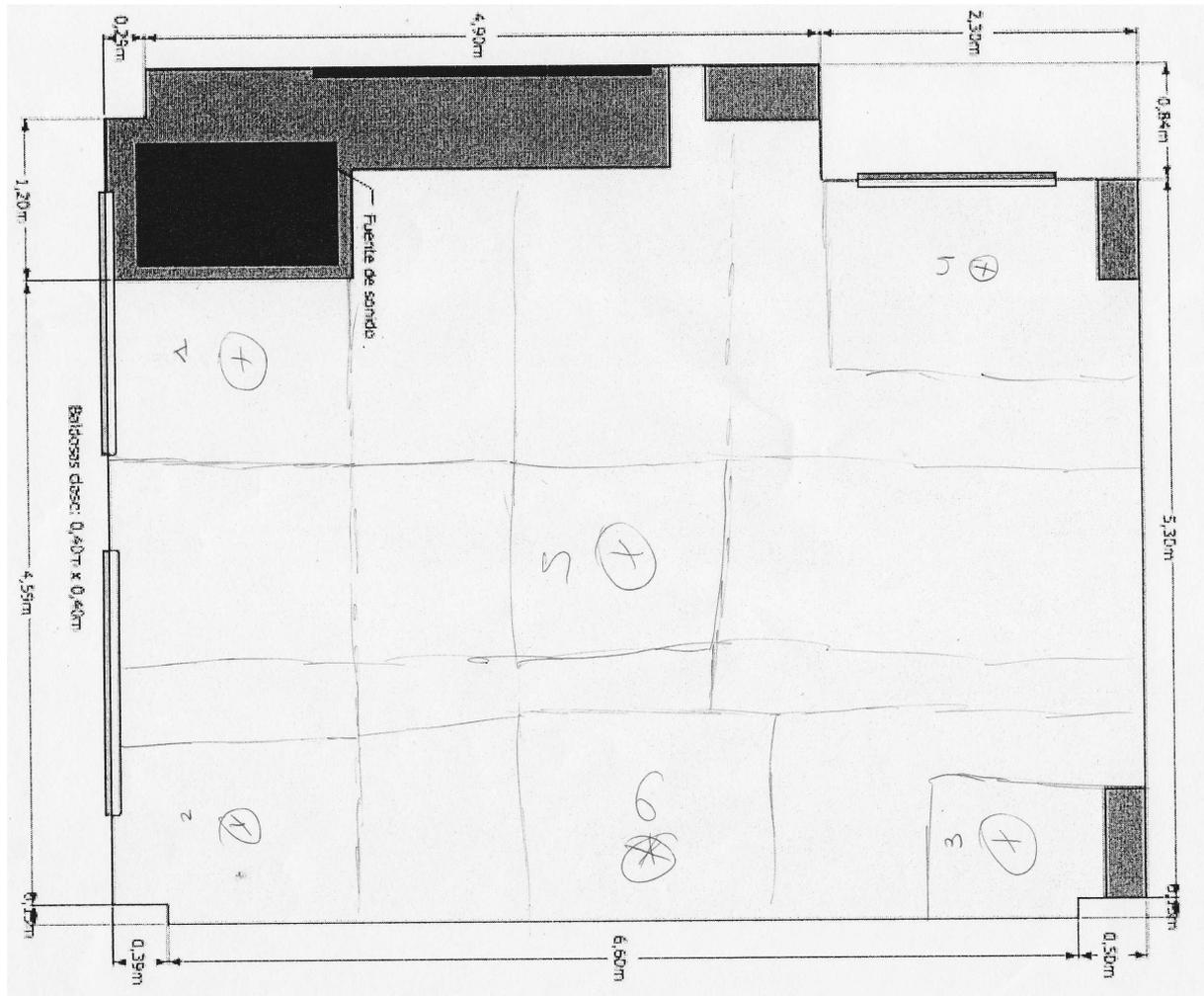


Figura 4.3: División del aula propuesta por el grupo 1 para la actividad 2 (sesión 2).

- 28 A: Pues sí, si crees que hace falta en el centro de la clase pues dímelo, y yo lo pongo.
- 29 B: ¡Vale vale, pues en el centro de la clase también!
- 30 A: ¡Pues dílo!
- 31 B: ¡No vas a dejar un hueco aquí sin medir! [señalando el centro del mapa de la clase]
- 32 ⋮
- 33 E1: [...] ¿Por qué mediríais en esos puntos?
- 34 A: [...] Este perquè és el més pròxim... este perquè és el més llunyà i després per a vore
- 35 com es distribuïx el so...

Como se observa en la figura 4.3 el grupo 1 hace una división en forma de retículo del aula, son los únicos que así lo hacen. Pero sin embargo, no se les ocurre medir en cada una

de las cuadrículas en las que han dividido la clase, sino que sugieren medir la intensidad de sonido en puntos concretos, en aquellos en que ellos piensan que deben tomar mediciones por razones puramente geométricas (centro, esquinas, ...). Ni de la transcripción ni del manuscrito recogido en el entregable podemos sacar más conclusiones sobre el porqué de este hecho.

## Sesión 2 - Actividad 3

Como se ha detallado en la descripción del experimento, esta última actividad va enfocada al concepto de media aritmética de varias medidas. Para ello, en la primera parte cada grupo mide una misma señal cuatro veces. Estos son los resultados del grupo 1 presentes en el manuscrito del grupo 1: “Medida 1 = 68,1 dB. Medida 2 = 68,4 dB. Medida 3 = 69,0 dB. Medida 4 = 69,2 dB”. A la pregunta de si son iguales las medidas realizadas contestan, lógica y simplemente con un “no” (manuscrito grupo 1, pregunta a).

Sobre la discusión de esta última actividad se registra la siguiente conversación:

36 **A:** [leyendo el enunciado de la actividad] [...] *¿Esperabas que todas las medidas fueran*  
37 *iguales?*

38 **C:** *No.*

39 **A:** *¿Por qué?*

40 **C:** *Porque el ruido de la clase es irregular...*

41 *:*

42 **A:** [...] *o porque el iPad<sup>®</sup> no es... no es exacto... no es preciso.*

43 *:*

44 **C:** [leyendo el enunciado de la actividad] [...] *¿Cómo podemos fiarnos de nuestra medición*  
45 *si todos los valores no son iguales? [...]*

46 **A:** *¡Sacando una media!*

A la pregunta de si esperaban que todos los valores obtenidos fueran iguales responden: “No, porque el ruido de la clase es no uniforme y los iPads<sup>®</sup> tienen un error” (manuscrito grupo 1, pregunta b). Aquí observamos cómo estos alumnos ya conciben que el sonido no se distribuye de igual forma por toda el aula, aunque, como se observa en la discusión, no tienen muy clara la naturaleza física del sonido, pues según el comentario de la línea 40 parecen entender que el sonido (ruido, como ellos lo llaman) es estático y se encuentra presente como el aire en la clase en todo momento. Quizá el error conceptual venga de las explicaciones previas, en las que se recordó que las ondas sonoras se propagan por el aire, asumiendo entonces que ambas, ondas sonoras y aire, tienen igual naturaleza.

Para completar la respuesta a la pregunta, los alumnos vuelven a mencionar el hecho referente al error relativo al instrumento, que todavía no se ha tratado en detalle, pero que está muy presente en la idea previa de los alumnos de cómo ha de realizarse el experimento (ver línea 42). Esta idea sobre el error del instrumento vuelve a aparecer en la respuesta a la pregunta sobre el por qué de la obtención de valores diferentes (manuscrito grupo 1, pregunta c): “Porque cada iPad® tiene un pequeño error”.

Sobre si son o no estos valores obtenidos representativos de la intensidad de señal sonora, no indican nada en su respuesta. La respuesta que dan tiene que ver con la diferencia entre el primer y el último valor medidos de los cuatro anteriores. Escriben: “Va creciendo dos decibelios” (manuscrito grupo 1).

Del resto de cuestiones planteadas en la actividad solo merece la pena mencionar la rápida reacción a la hora de responder a la pregunta sobre qué hacer si se tienen varias medidas de una misma fuente sonora. La respuesta del alumno A es clara y rápida, como se observa en la transcripción (línea 46) y plasman en el documento entregable: “Sacando una media” (manuscrito grupo 1, actividad e).

## Grupo 2

Este grupo fue el que menos interés puso en la tarea de modelización. Varios de los integrantes de este grupo eran repetidores y en más de una ocasión se les llamó la atención. El grupo está formado por 4 chicos.

### Sesión 2 - Actividad 1

De esta primera actividad recogemos la siguiente conversación:

- 47 **A:** [...] *si la mesa está más cerca del sonido... pues eso... pues se escuchará... se escuchará*  
48 *más [...]*  
49 **B:** *Eso es mentira y lo sabes, ¿no?*

En esta primera conversación parece quedar claro, en un primer momento, que la intensidad de sonido medida va a depender de la distancia a la fuente emisora, sin embargo, la respuesta final a la pregunta sobre cómo cambia la intensidad de señal en las diferentes mesas es totalmente diferente, como veremos más adelante.

- 50 **A:** *Este problema es de... [dirigiéndose al entrevistador] de si el iPad® está más cerca del*  
51 *sonido se escuchará más... al estar más lejos, se escuchará menos, no?*  
52 **E1:** *Ponedlo, ponedlo... poned ahí cómo crees que va a cambiar la medida de la intensidad.*

53 ∴

54 **A:** *¿Tu qué crees?*

55 **B:** *J. explícaselo...*

56 **C:** *Pues que va por las ondas que se producen de aire...*

57 **A:** *¿Del aire?*

58 **C:** *[...] eso es lo que dijo Pascual el otro día, por las ondas del aire [...]*

59 ∴

60 **B:** *¿Cómo lo ponemos J.?*

61 ∴

62 **C:** *Pues que...*

63 **B:** *¿Que cómo lo ponemos digo?*

64 **C:** *Pues que en una zona que no haya aire...*

65 ∴

66 **B:** *Aquí no pone cómo hacerlo, sino cómo crees que va a cambiar la medida de la intensidad*  
67 *de sonido en cada una de las mesas.*

68 ∴

69 **E1:** *Venga apuntad algo...*

70 ∴

71 **B:** *Es por las ondas...*

72 **A:** *Es por lo que dijiste el otro día me han dicho... que yo no estuve... lo de las ondas del*  
73 *aire...*

74 ∴

75 **D:** *Pues ya está, por las ondas del aire... si el aire se mueve o hay corrientes de aire*  
76 *se escucha menos... [escribiendo] Por las ondas del aire... si hay corrientes de aire se*  
77 *escuchará menos... o algo así.*

De la respuesta dada en la línea 75 inferimos que no tienen claro la naturaleza del sonido, no identifican el sonido como ondas corpóreas que viajan gracias al aire. Por el contrario, piensan que el sonido es como un éter, que puede ser desplazado por el viento o el aire. La respuesta anotada en el documento entregable es la que sigue: “Por las ondas

del aire, si hay corrientes de aire se escuchará menos que si no las hay” (manuscrito grupo 2), en la cual queda claro que no tienen nada clara la forma en que se propaga el sonido.

En cuanto a la medida de intensidad del sonido correspondiente al ruido rosa en su mesa, anotan un valor de “70,9 dB” (manuscrito grupo 2), valor que corresponde a la intensidad más alta registrada por todos los grupos para este apartado.

La conversación para abordar la última parte de esta actividad sigue así:

- 78 **A:** [preguntando a los compañeros de otro grupo] *¡C.! ¿Cómo se contesta la pregunta*  
79 *anterior? ¿Cómo crees que va a cambiar la medida de la intensidad de señal en cada... ?*  
80 **Alumno del grupo 1:** *Pues midiendo desde... desde diferentes distancias! Cubriendo un*  
81 *terreno para ver como se... [...]*

Esta conversación justifica plenamente la respuesta dada a este último apartado: “Midiendo desde diferentes distancias, cubriendo un terreno y sabiendo así cómo se desarrolla el sonido en éste. Todo esto, con un mismo sonido” (manuscrito grupo 2). Esta respuesta, que esconde muchos conceptos bien aprendidos, es una simple reproducción de lo que les ha dicho el compañero.

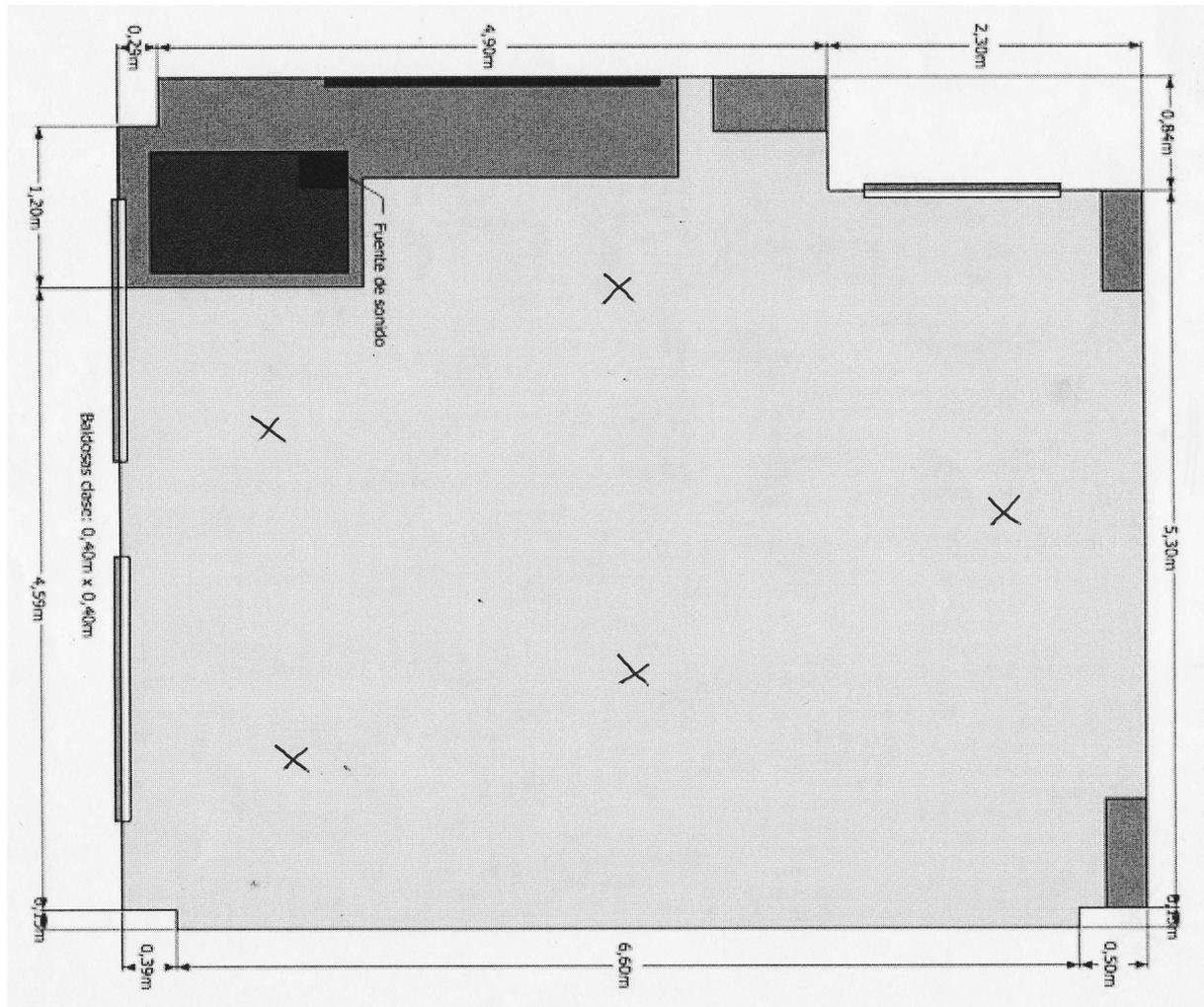
## Sesión 2 - Actividad 2

Al pasar a la actividad 2, hay que llamar la atención a estos alumnos varias veces, pues se advierte que no están muy interesados en la actividad. Hay que añadir que de los audios se deriva que no han entendido muy bien la actividad, lo que les lleva a constantes distracciones.

- 82 **B:** [preguntando al entrevistador] *¿Pascual, así se podría? [...]*  
83 **E1:** [...] *Sí, pot ser en tots els puestos que vullgues, on vullgues...*  
84 **B:** *Así, como salga ahora.*  
85 **E1:** *Dime por qué...*  
86 **B:** *Porque el profesor nos ha puesto así.*  
87 **E1:** *Porque, bueno, has cogido entonces las mesas, has cogido les taules.*

El alumno B (el único que parece seguir interesado en realizar la actividad) escoge la estrategia básica y más sencilla para obtener una aproximación al mapa de distribución de la intensidad de sonido, el medir en las mesas de cada grupo, como observamos en la figura 4.4. La justificación de la elección de esta división escrita es la siguiente: “Porque

es dónde estamos midiendo ahora” (manuscrito grupo 2).



**Figura 4.4:** División del aula propuesta por el grupo 2 para la actividad 2 (sesión 2).

En este punto el docente hace una intervención para interactuar con toda la clase, la adjuntamos por el interés de las respuestas dadas por el alumno B. Como se aprecia en la línea 99, este alumno tiene una idea correcta sobre la continuidad de la intensidad de sonido asociada a puntos diferentes del aula.

88 **E1:** [preguntando a toda la clase] *Penseu que tindriem que medir tota l'aula? Per què?*

89 **B:** *Perquè és tot l'espai.*

90 *⋮*

91 **E1:** [explicando a toda la clase] *Hem dit que volem un mapa de tot l'espai... com han dit*  
 92 *en este grup.... volem tot l'espai. Si ens deixem algun punt per medir, què passarà?*

93 **B:** *Que no se medirà.*

94 **E1:** [explicando a toda la clase] *Que no sabrem el que passa ahí [...] Si medim en les taules,*  
95 *per exemple... ací què passa? Quin so ens arriba ací?* [señalando a un punto situado entre  
96 dos mesas, una del frente de la clase y una del fondo] *Si hemos medido ahí* [señalando a la  
97 mesa delantera del grupo 1] *y hemos medido aquí* [señalando a la mesa trasera del grupo  
98 4] *¿Aquí en medio cuánto llegará?*

99 **B:** *Intermedio.*

100 **E1:** [explicando a toda la clase] *Intermedio, no? Algo entre un valor y otro... o esperamos*  
101 *que llegue algo entre un valor y otro.*

### Sesión 2 - Actividad 3

Como ya hemos comentado, debido a la falta de tiempo, esta última actividad se desarrolla rápidamente, y en el grupo 2 las preguntas son contestadas exclusivamente por el alumno B. Adjuntamos aquí sus respuestas manuscritas, pues no hay conversación con el resto de miembros. Los valores medidos de la intensidad de la misma señal son: “Medida 1 = 73,6 dB. Medida 2 = 73,7 dB. Medida 3 = 73,5 dB. Medida 4 = 74,2 dB”. A la pregunta de si son iguales las medidas realizadas contesta: “No, pero casi” (manuscrito grupo 2, pregunta a).

Este grupo – o este alumno, mejor – sí que esperaba que las cuatro medidas fueran iguales, en el documento escribe: “Sí, porque estaba en el mismo sitio” (manuscrito grupo 2, pregunta b). Es decir, no tenía presente (o no recordaba, porque no estuvo en la sesión anterior) el error sistemático del propio iPad®, pese a haberse comentado en la misma sesión 2. Además, piensa que esta diferencia de valores obtenidos se debe “al ambiente” (manuscrito grupo 2, pregunta c).

La respuesta a la pregunta d sobre si son similares los valores obtenidos es: “Todos entre sí” (manuscrito grupo 2, pregunta d). Interpretamos que se refiere a que efectivamente identifican las medidas como similares. La respuesta a la última pregunta: “Haciendo una media de todos los números” (manuscrito grupo 2, pregunta e) parece copiada también del grupo 1.

### Grupo 3

El grupo 3 está formado 4 chicas. Sus comentarios y respuestas se adjuntan a continuación.

### Sesión 2 - Actividad 1

---

La discusión del grupo 3 se inicia con una discusión sobre el eco. Este grupo tiene muy claro que el eco va a influir en la medida de la intensidad del sonido, y de hecho, esta idea va a determinar casi todas sus actuaciones en esta sesión. Reproducimos aquí parte de la conversación:

102 **A:** [...] *pon eso, lo que te hemos dicho [...] porque llega al fondo de la clase, hace eco...*

103 **B:** *Y las ondas... Y las ondas, qué?*

104 **A:** *Porque llega la final de la clase y... y las ondas... rebotan contra la pared y ... [¿?¿?]*

A la pregunta ¿Cómo crees que va a cambiar la medida de intensidad de señal en cada una de las mesas? responden: “Porque el eco llega al fondo de la clase y las ondas rebotan y se distribuyen” (manuscrito grupo 3). De esta respuesta entendemos que las alumnas confunden el cómo con un por qué. Ya que ellas dan una razón por la que la intensidad de sonido podría cambiar de unas mesas a otras: la reverberación (el eco), aun siendo el mismo sonido el que se está midiendo.

La medida que anotan para la señal de ruido rosa que miden todos los grupos al inicio es de “64,5 dB” para este grupo, siendo la intensidad más baja registrada. Este hecho se comenta en la clase en la puesta en común de los valores obtenidos en la primera medición. Al grupo 3 le parece extraño (ver línea 110) que desde la posición más cercana a la fuente de audio se obtenga un valor mayor en decibelios que desde su mesa (más alejada). Entendemos que esta forma de razonar viene de su fuerte creencia sobre que el eco suma intensidad a la medida.

105 **B:** *Y les llega más a los que están más lejos que a los que estamos más cerca.*

106 **A:** *¡Pero no! Porque al primer grupo, de ahí delante le da más que a nosotras [refiriéndose al valor obtenido en dB en la medición anterior] ... yo creo que depende, porque si...*

108 **B:** *Y se esparcen y ya está... y se distribuyen por la clase.*

109 *:*

110 **C:** *Pero es extraño, porque nos da menos que a toda la clase...*

En lo que sigue de la conversación parece ser que aplican una escala lineal y directa para la magnitud de intensidad sonora, de forma análoga a la medida de distancias. Su forma de pensar aquí es: a más distancia de la fuente más decibelios (debido al eco, entendemos), por eso no les encaja que cerca de la fuente se obtenga un valor mayor (ver línea 114). Tienen una fuerte creencia en que la intensidad de sonido es menor cuanto más cerca se está de la fuente, debido a las reverberaciones que se dan cerca de las paredes.

111 **E1:** *Vale, lo que queremos saber es cómo se distribuye el sonido...*

112 **B:** *Aquí menos...*

113 **E1:** *Vale...*

114 **A:** *Es que yo creo que es... al principio menos y cuanto más lejos más...*

115 **B:** *No porque a ellos [refiriéndose al grupo 1, situado delante de ellas y más cerca de la*  
116 *fuentes] les da más que a nosotros.*

117 **A:** *Pues pon... que cuanto más cerca menos y cuanto más lejos más, ¿no?*

Para la última parte de la actividad se les encamina hacia la búsqueda de la estrategia para comprobar cómo cambia la intensidad del sonido en cada punto del aula. La respuesta escrita que dan es la siguiente: “Cogiendo el iPad® e ir por la clase para saber en qué punto se escucha más” (manuscrito grupo 3). A partir de esta respuesta podría parecer que las alumnas entienden el procedimiento como otros grupos, pero según la conversación mantenida, esto no es así, pues proponen dejar el iPad® tomando datos de forma continua e ir moviéndose por la clase o por las mesas de los grupos, como observamos en la línea 133 (hacen referencia a la palabra “grupos” para hablar de las posiciones ocupadas por los distintos grupos en el aula).

118 **E1:** *Pero la pregunta ahora que os dice es ¿qué estrategia utilizarías para saber, efectiva-*  
119 *mente, si allí hay más sonido que aquí?*

120 **A:** *Ir poniendo el audio ese por todas las partes de la clase...*

121 *:*

122 **E1:** *¿Y cómo lo haríais para saber dónde se escucha mejor, dónde llega más intensidad,*  
123 *más fuerte, el sonido? Sabéis que tenéis esto [refiriéndose al iPad®] para medir ¿Qué po-*  
124 *dríais hacer?*

125 **B:** *Pues ir meneándonos con este [refiriéndose al iPad®] de sitio en sitio —*

126 **D:** *— y comparar [¿?¿?]*

127 *:*

128 **E1:** *Anotad la estrategia que habéis comentado.*

129 **C:** *Que nos vamos a ir meneando de aquí a aquí —*

130 **B:** *— que vamos a coger [¿?¿?] —*

131 **C:** *— ¡no! vamos a coger el mismo iPad® y nos vamos a ir —*

- 132 D: — y nos vamos a ir moviendo con la tablet, sin parar el programa—  
 133 C: — por todos los grupos.

En la respuesta manuscrita no dejan ninguna referencia a el hecho que comentan sobre hacer la medición “sin parar el programa” (línea 132). La idea que tienen, no es una mala idea, de hecho, si la aplicación Decibel Ultra Pro<sup>®</sup> tomara y guardara una serie de datos continuos la propuesta que dan sería idónea.

## Sesión 2 - Actividad 2

La respuesta a la actividad 2 es bastante sencilla, y la división que proponen es la de las agrupaciones de las mesas del aula. Si bien es cierto que este grupo va un poco más allá que el grupo 2 y plantea la medición en un grupo de mesas que está vacío, tomándose, en este caso, seis medidas.

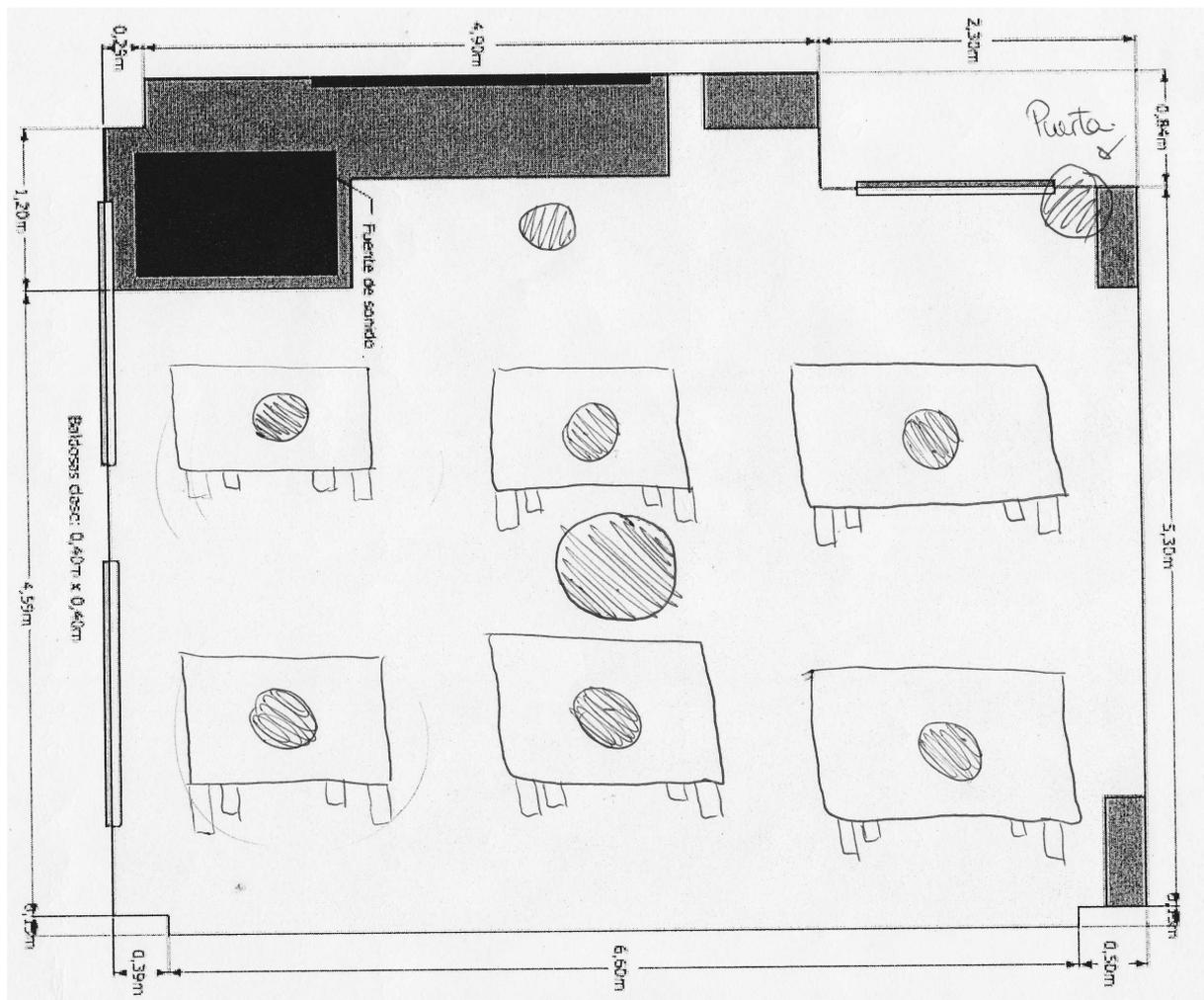


Figura 4.5: División del aula propuesta por el grupo 3 para la actividad 2 (sesión 2).

En la figura 4.5 pueden verse los puntos propuestos para tomar dichas medidas (inicialmente habían marcado el centro de la clase, la puerta y la pizarra), su justificación es la siguiente: “Porque queremos comprobar dónde será el punto más fuerte y si comprobamos solo uno no sabemos si habría la posibilidad de que otro fuera más fuerte. Si abrimos todas las ventanas, según nuestra teoría, se escucharía menos porque no rebotaría” (manuscrito grupo 3). Adjuntamos a continuación parte de la conversación mantenida con el docente entrevistador, en la cual aparece una idea buena, como es medir en las esquinas también (línea 138), porque es donde más eco (o *rebote* como ellas comentan en la línea 140), pero que al final no es contemplada en la respuesta manuscrita.

134 **E1:** *¿Cuántas medidas tomaríais y dónde?*

135 *:*

136 **A:** *Dibuja una en cada mesa y ya está.*

137 *:*

138 **D:** *Y yo pondría en las esquinitas justamente.*

139 **B:** *No porque en las esquinas... es... es donde...*

140 **C:** *Donde más rebota...*

141 **B:** *Donde más rebota... y vuelve a la mesa.*

### Sesión 2 - Actividad 3

A continuación adjuntamos las medidas obtenidas por el grupo 3 para las cuatro mediciones de una misma fuente de sonido: “Medida 1 = 66,0 dB. Medida 2 = 65,8 dB. Medida 3 = 67,2 dB. Medida 4 = 67,8 dB”. A la pregunta de si son iguales las medidas realizadas contestan un simple “no” (manuscrito grupo 3, pregunta a).

Al abordar la pregunta b las alumnas se deciden por pensar que el volumen de la fuente de sonido “cada vez subía” (línea 144). Se plantean también (línea 143) que por razones puramente técnicas las medidas difícilmente van a ser coincidentes (al menos con un instrumento no profesional). Su respuesta a la pregunta de si esperaban que las medidas fueran iguales es: “No porque cada vez subía el volumen” (manuscrito grupo 3, pregunta b).

142 **C:** [leyendo] *¿Esperabas que todas las medidas fueran iguales?*

143 **A:** *O es el margen de error o es que le ha subido el volumen cada vez...*

144 **B:** *Le habrá subido el volumen porque a nosotras nos ha dado más... [refiriéndose a las*  
145 *medidas obtenidas en las cuatro mediciones, que son cada una mayor que la anterior]*

146 **A:** *Es una de esas dos cosas...*

147 **B:** *Pon eso...*

A la hora de escribir el porqué de la diferencia de intensidades medidas hacen mención al error de precisión del instrumento que están utilizando. Argumentan que la diferencia en las medidas se debe “al margen de error, ya que la herramienta que utilizamos no es 100 % precisa” (manuscrito grupo 3, pregunta c).

148 **C:** *¿A qué crees que podría deberse?* [haciendo referencia al apartado c de la actividad 3]

149 **A:** *Al margen de error...*

150 **B:** *[¿?¿?]*

151 **A:** *... ya que la herramienta que utilizamos no es del todo precisa.*

Al preguntarles si consideran estos valores medidos como representativos de la intensidad sonora responden que “no” (manuscrito grupo 3, pregunta a). Pero aceptan que son similares, pues escriben: “Son todos parecidos porque se llevan 1 ó 2 decibelios” (manuscrito grupo 3, pregunta d). Es notable que lleguen a la conclusión de que son valores similares, pero que digan que no son representativos de la intensidad sonora en el punto de la clase en el que se han tomado.

152 **C:** [leyendo] *... ¿Son todos los valores similares entre si o hay alguno que es totalmente*  
153 *incoherente?*

154 **B:** *Dile que son todos iguales porque solo se llevan 1 ó 2 decibelios.*

155 **A:** *Son todos parecidos y ya está.*

Como en el caso del grupo 2, la respuesta a la última pregunta de la sesión es copiada, como se escucha en la grabación:

156 **C:** [leyendo] *... ¿Como podemos fiarnos de nuestra medición si todos los valores no son*  
157 *iguales?...*

158 **A:** [escuchan a un alumno del grupo 1 que comenta que pueden hacer una media] *Hacer*  
159 *una media y ya está.*

La respuesta anotada por el grupo es: “Haciendo una media” (manuscrito grupo 3,

pregunta e), pero carece de validez por lo comentado anteriormente.

## Grupo 4

El grupo 4 está formado por 5 alumnos. A continuación reconstruimos sus actuaciones con respecto a las sesiones 2 y 4. Hay que destacar que ya desde el inicio de las actividades este grupo se muestra más despierto y activo con respecto al problema de investigación, como veremos en las actuaciones que aquí describimos.

### Sesión 2 - Actividad 1

El grupo 4 inicia la primera actividad indicando lo siguiente acerca del cambio de la intensidad de la señal sonora en cada una de las mesas: “Depede de hacia dónde esté orientada la fuente de sonido emitido” (manuscrito grupo 4). Es decir, solamente hacen hincapié en la fuente sonora, sin mencionar distancia u orientación del receptor. En la grabación, en cambio, se observa que los alumnos hacen un razonamiento mucho más profundo de cómo va a cambiar la intensidad de sonido y sobre los factores que influyen en el valor de su intensidad, pero no lo plasman en el documento entregable (ver línea 165 en adelante).

160 **A:**[leyendo] *¿Cómo crees que va a cambiar la medida de la intensidad de señal en cada*  
161 *una de las mesas?*

162 *:*

163 **B:** *Depende de cómo esté orientado el altavoz.*

164 **C:** *Sí, ¿no?*

165 **A:** *O según dónde estés situado...*

166 *:*

167 **B:** *Ponlo... según para dónde esté orientado el altavoz.*

168 **C:** *Y dónde estén situadas las mesas.*

169 **D:** *Escríbe... depende de... [dictando] para dónde... esté orientado el altavoz.*

170 **F:** *Y según la distancia...*

171 **D:** *Y la fuente de sonido...*

172 *:*

173 **A:** *Y según la distancia del sonido emitido... punto, ¿no?*

Con respecto a la medición inicial, estos alumnos registran una cantidad de “67,4 dB” en su mesa (manuscrito grupo 4). Con respecto a la última parte de la actividad inicial, no pierden demasiado tiempo en pensar estrategias que pudieran llevarlos a obtener una respuesta a la pregunta sobre ¿cómo se distribuye el sonido en el aula? Su respuesta es corta, pero correcta: “Midiendo el sonido en cada mesa y comparándolas” (manuscrito grupo 4). La transcripción no da mucha más información al respecto:

- 174 **E1:** *Leed la pregunta y pensad en qué podríais hacer para contestar a esa pregunta.* [refi-  
 175 riéndose a la pregunta de investigación]  
 176 ∴  
 177 **B:** *Pues midiéndolo en cada mesa.*  
 178 **E1:** *Pues escribidlo...*  
 179 **B:** *Ah, vale!*  
 180 **A:** [escribiendo] *Midiendo... el sonido... en cada mesa... y comparándolas.*

Si bien es cierto que la estrategia que desarrollan es la más sencilla (la medida en cada una de las mesas), es importante destacar el hecho de añadir la necesidad de realizar una comparación, pues hasta ahora todavía no había surgido. Es decir, los alumnos entienden que no basta con hacer una medición, sino que con los valores adquiridos deberán realizar algún tipo de manipulación (en este caso comparación) para poder hacerse una idea de las zonas en las que hay más o menos intensidad de señal sonora.

## Sesión 2 - Actividad 2

La división del aula que proponen estos alumnos es sumamente interesante, como podemos observar en la figura 4.6, en ella proponen varios puntos, muchos más que los que conforman la distribución de mesas del aula, apareciendo un total de 11 puntos.

Según se sigue de la grabación de audio, inicialmente parte de una malla de  $3 \times 3$  puntos (línea 181). Pero después, incluyen un par de puntos más de manera que dibujen una diagonal a lo largo de la clase (línea 190). Su idea es que la diagonal que acaban de dibujar les dará una idea “líneal” del cambio de intensidad de sonido a medida que se alejan hacia el punto más lejano de la clase (la esquina opuesta a la que está la fuente de sonido). Por lo tanto, este modelo de división del aula es el más completo y el que más se asemeja a la malla o retículo que posteriormente estableceremos, ya que como ellos mismos indican, de esta forma obtenemos medidas mucho más distribuidas por toda la clase (línea 199).

- 181 **B:** [marcando en el mapa] *Mira... uno... dos... y tres... uno... dos... y tres... uno... dos...*

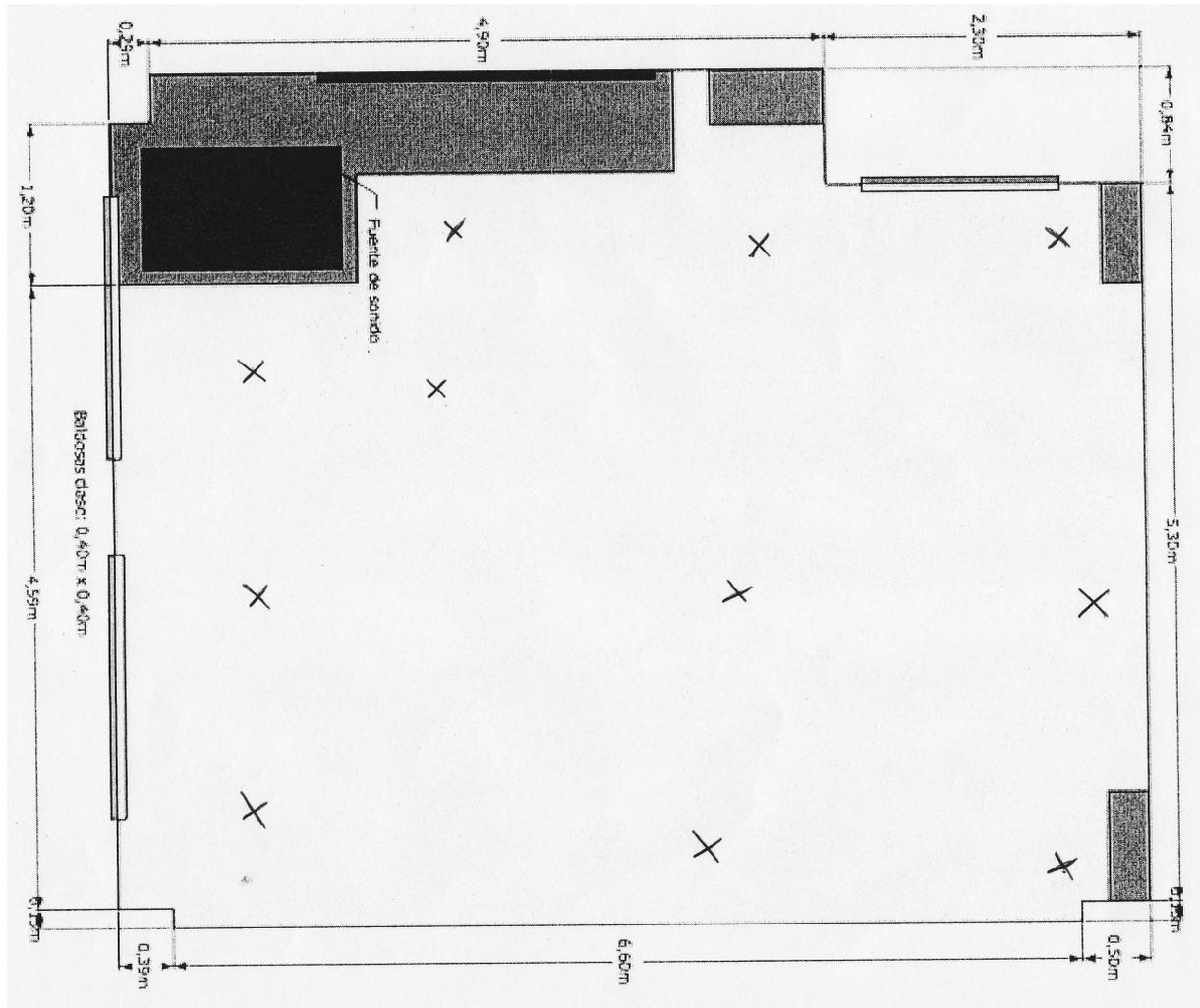


Figura 4.6: División del aula propuesta por el grupo 4 para la actividad 2 (sesión 2).

182 y tres...

183 D: ¡Ala, ala, ala!

184 C: ¿Y en medio?

185 B: [repitiendo sobre el mapa] uno... dos... tres... uno... dos... tres... uno... dos... tres...

186 ⋮

187 C: Pon una equis y ya está.

188 ⋮

189 E1: Està be! A vore que haveu fet? Tres, tres, tres... i ací hi ha dos soltes

190 B: Este es para hacer una diagonal —

191 E1: — hacer una diagonal.

- 192 **A y B:** ¡Claro!
- 193 **E1:** *Està be, perquè així... què teniu en ixa diagonal?*
- 194 **B:** *... a diferente distancia.*
- 195  $\vdots$
- 196 **E1:** *Bueno, es una posibilidad.*
- 197  $\vdots$
- 198 **E1:** *Ponedme el porqué.*
- 199 **B:** *Porque así está más distribuida la clase.*
- 200 **—/ La grabación se corta inesperadamente aquí /—**

La justificación escrita que da el grupo sobre la estrategia de división utilizada es la siguiente: “Hemos distribuido las mediciones en diferentes distancias y distintas posiciones con diagonales” (manuscrito grupo 4).

### Sesión 2 - Actividad 3

Para la última actividad de la sesión 2 no disponemos de grabación en audio, ya que un problema con la aplicación grabadora detuvo la grabación en la línea 200. Sobre la primera parte de la actividad, los valores anotados por este grupo corresponden a: “Medida 1 = 70,4 dB. Medida 2 = 70,1 dB. Medida 3 = 69,8 dB. Medida 4 = 70,7 dB”. A la pregunta de si son iguales las medidas realizadas contestan: “Muy similares” (manuscrito grupo 4, pregunta a).

Para la pregunta b, es destacable el hecho de que ya esperaban que no todas las medidas fueran iguales. Su respuesta a la pregunta es: “No, porque el iPad® tiene un pequeño margen de error” (manuscrito grupo 4, pregunta b).

Justamente este error es el que consideran como causante de las diferencias en las cuatro medidas tomadas de una misma fuente de sonido, y así, escriben que la diferencia de medidas se debe “a que el iPad® no es una máquina exacta” (manuscrito grupo 4, pregunta c). Si bien es cierto, que también podría deberse a alguna contaminación del sonido recogido por el instrumento.

Este grupo identifica todos los valores medidos como característicos y representativos de la intensidad de sonido medida en ese lugar concreto, indicando un simple “sí” en su respuesta (manuscrito grupo 4, pregunta d).

A la última pregunta sobre cómo dar un único valor a partir de las diferentes medidas tomadas no contestan. Seguramente por la falta de tiempo, que ya hemos comentado previamente, y porque la pregunta se haya en la cara posterior del documento, y posiblemente

no la vieron.

## Grupo 5

El último grupo está formado por 5 alumnas. A continuación vamos a detallar la reconstrucción racional correspondiente al grupo 5.

### Sesión 2 - Actividad 1

En la actividad inicial, escriben la siguiente respuesta sobre cómo piensan que cambiará la medida de la intensidad de señal en cada mesa: “Dependiendo del lugar situados los iPads<sup>®</sup>, también si están los objetos entre medio y si estamos cerca de la pared” (manuscrito grupo 5). La conversación correspondiente es la que sigue:

201 **A:** [leyendo] *¿Cómo crees que va a cambiar la medida de la intensidad de señal en cada*  
202 *una de las mesas?*

203 **B:** *Depende del lugar donde esté... depende... si...*

204 *:*

205 **C:** *Dependiendo... [escribiendo] dependiendo... del lugar situado del... de... el... del lugar*  
206 *situados los iPads<sup>®</sup>.*

207 **B:** *Y también... ¿qué más? ... si hay objetos entre medio.*

208 **C:** *Si estamos cerca de la pared... [¿?¿?]*

209 **B:** *Sí, porque rebotará...*

Como se observa en la transcripción, en la línea 209, vuelve a aparecer el concepto de reverberación. En este caso el grupo 5 va un poco más allá, indicando que la intensidad del sonido dependerá también de los objetos situados entre el emisor y el receptor (línea 207) además de citar también las causas asociadas al eco o rebote en la pared.

El valor medido por el grupo 5 en la primera medición de la sesión corresponde a “69,1 dB” (manuscrito grupo 5). Esta medida es la mayor de las medidas tomadas en los grupos del fondo del aula, siendo incluso mayor que la medida tomada por el grupo 1. Este hecho, aunque notable, es poco significativo, porque el valor es calculado con iPads<sup>®</sup> diferentes y puede estar afectado por el error sistemático asociado al instrumento.

El grupo 5 continua la actividad abordando la pregunta de investigación planteada, con la siguiente conversación:

210 **A:**[leyendo] *¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?*

211 **B:** *En ondas... se distribuye, ¿no?*

212 **A:** *¿En ondas?*

213 **B:** *Espera, espera...* [preguntan al docente]

El docente les aclara que hay que explicar una estrategia que les sirva para poder contestar, más adelante, a esa pregunta concreta. Así, la estrategia que anotan las alumnas referente a la última parte de la actividad es: “Calcular varias mediciones, una con objetos entre medio y otra sin ningún objeto. Hacer una media por separado” (manuscrito grupo 5).

Preguntadas por la estrategia a seguir, continuando con la transcripción, las alumnas comentan lo siguiente:

214 **D:** *Pues medición.*

215 **E1:** *¿Una medición?*

216 **D:** *No, varias... y de ahí sacar la media de... [¿?¿?]*

217 **D:** *Pues calcular una media de... en la clase... midiendo...*

218 **C:** *Espérate... primero lo pensamos y luego lo escribimos.*

219 *⋮*

220 **D:** *Calcular varias mediciones... en el cual quitando objetos y poniendo objetos.*

221 **C:** [escribiendo] *Calcular varias mediciones... en el cual poniendo objetos y quitando objetos sería....*

223 **B:** *Se prueba con objetos y sin objetos y se saca la media.*

224 *⋮*

225 **A:** *No, porque no tiene nada que ver con objetos y sin objetos...*

226 **C:** *Bueno, pues calcular unas con objetos y otras sin objetos...*

227 **B:** *¿Y qué he dicho yo?*

228 **C:** *Pero hacer la media por separado... no junto.*

229 **A:** *¿Cómo vas a hacer la media por separado?*

230 **C:** *De las que tienen objetos en medio... Yo haría la media sin ningún objeto...*

231 *⋮*

232 **A:** *¿Qué has puesto?*

233 **C:** *Calcular varias mediciones, una con objetos entre medio y otra sin ningún objeto y*

234 *hacer una media por separado.*

En la discusión sobre la estrategia a seguir, se observa como en la línea 216 aparece nuevamente el concepto de medición de medidas experimentales en el que la magnitud que están midiendo no es exacta y por ello, han de realizar una media para minimizar la dispersión. En esta discusión las alumnas dan vueltas al hecho físico de colocar objetos entre la fuente de sonido y el receptor (línea 220). Evidentemente, el que haya o no objetos entre la fuente sonora y el receptor será una de las variables que afecten a la percepción de una mayor o menor intensidad de sonido. El hecho remarcable es que las alumnas no caen en la cuenta de que hacer mediciones con o sin objetos en el aula no les sirve para obtener un mapa de la distribución de intensidades en la clase, que es lo que se pide.

Además, en la línea 225 se dan cuenta de que no pueden hacer una media de las medidas obtenidas con objetos y las obtenidas sin objetos en el aula, porque hace referencia a situaciones diferentes y el valor que se obtendría como media tendría poco significado. En la línea 230 la alumna C se da cuenta de que han de tomar más de una medida (en el caso del aula sin objetos, que ellas proponen) ya que la media siempre es un valor obtenido a partir de otros valores (más de uno), pero no llegan a explorar este hecho ni comentar nada más al respecto.

Con todo, al final la respuesta dada por el grupo en el documento entregable es poco convincente y nada clara en cuanto al proceso o estrategia a seguir. Según parece, se harían dos mediciones: una con objetos en el aula y otra sin objetos, ambas mediciones estarían conformadas de varias medidas para posteriormente obtener una media (sin especificar el tipo de media ni los factores a tener en cuenta). Es importante resaltar que lo que no dicen es que las medidas se vayan a realizar en varios lugares, por lo que parece que su idea es la de intentar mejorar el valor de la intensidad medida en un punto haciendo varias mediciones. El grupo se queda dando vueltas a esta idea y ya no siguen adelante con la discusión.

## Sesión 2 - Actividad 2

De esta actividad tenemos un registro de audio bastante escaso, parece ser que las alumnas no están demasiado motivadas y terminan el ejercicio rápidamente, pasando a comentar otros temas. Lo reproducimos aquí:

235 **E1:** *¿On agafarieu mesures vosaltres?*

236 **A:** *Ahí en las esquinas... al lado de la pared y por el medio.*

237 **B:** *Yo cogería en estas dos mesas que están más cerca de la pared para el rebote del*

238 *sonido... en aquellas de allá también y una en el medio.*

La distribución que eligen las alumnas para la toma de medidas es algo más elaborada que la que se basa en medir simplemente en las mesas de los grupos. Como se observa en la línea 236, escogen las esquinas (4 puntos) como puntos de referencia y después completan con dos mesas del centro de la clase, teniendo un total de 6 puntos en los que realizar las mediciones, como se observa en la figura 4.7. En el documento entregable tampoco dejan constancia de ninguna justificación adicional del porqué de esta división del aula.

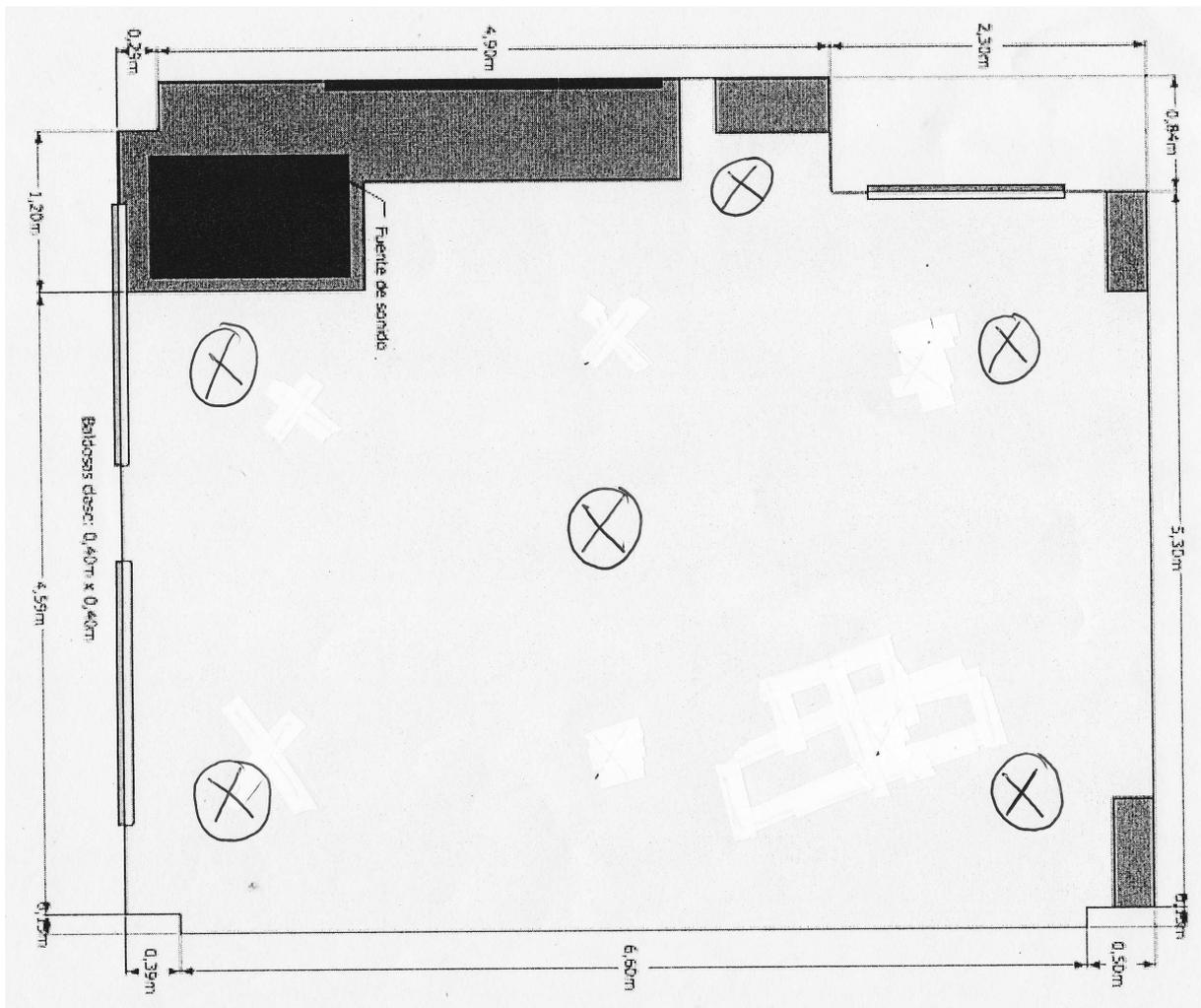


Figura 4.7: División del aula propuesta por el grupo 5 para la actividad 2 (sesión 2).

### Sesión 2 - Actividad 3

Abordamos la última actividad de la sesión 2. En el documento entregable el grupo 5 anota las siguientes intensidades para las cuatro mediciones del ruido rosa generado: “Medida 1 = 70,2 dB. Medida 2 = 70,3 dB. Medida 3 = 69,9 dB. Medida 4 = 70,4 dB”. A la pregunta de si son iguales las medidas realizadas contestan: “Más o menos” (manuscrito grupo 5, pregunta a).

El grupo 5 apunta que “sí” que esperaba que las intensidades obtenidas fueran iguales en las cuatro mediciones, ‘porque están en el mismo lugar’ (manuscrito grupo 5, pregunta b).

A la pregunta sobre cuál podría ser la causa de estas variaciones detectadas en la intensidad de un mismo sonido aluden a que “se ha producido algún sonido de más” (manuscrito grupo 5, pregunta c). Esta es la primera vez que algún grupo hace mención a la posibilidad de que la intensidad de sonido detectada por el iPad® esté contaminada por otras fuentes de ruido ajenas al experimento.

A continuación se adjunta la transcripción de la conversación referente a esta primera parte de la actividad que, como se lee, no aporta mucha más información:

239 **B:** [leyendo] *¿Son iguales las medidas realizadas?*

240 **C:** *¿Qué os ha salido? que no me lo sé de memoria.*

241 **B:** [leyendo] *¿Esperabas que estas medidas fueran iguales?*

242 **D:** *Hombre pues sí.*

243 **C:** *A que sí.*

244 **A:** *Sí.*

245 *:*

246 **B:** [leyendo] *En caso de que no todas las medidas te hayan salido iguales, ¿a qué crees*  
247 *que podría deberse esa diferencia, sabiendo que la fuente e intensidad sonora ha sido la*  
248 *misma durante la toma de datos?*

249 **C:** *Porque se ha producido algún sonido de más.*

La siguiente cuestión es la última a la que responden debido a la falta de tiempo y quizá a que está en la cara de detrás del documento entregable. Éste es el diálogo grabado:

250 **B:** [leyendo] *¿Son representativos de la intensidad de sonora todos los valores que has*  
251 *obtenido? Es decir, ¿son todos los valores similares entre si o hay alguno que es totalmente*  
252 *incoherente?*

253 **C:** *Sí.*

254 **D:** *Sí, son todos parecidos porque —*

255 **A:** *— porque estamos todo el rato sin movernos.*

256 **C:** Hemos estado todo el rato en el mismo sitio... habiendo más o menos el mismo  
 257 silencio...

La respuesta escrita sobre si son o no parecidos los valores obtenidos es la siguiente: “Sí, son todos parecidos ya que es el mismo lugar y el mismo sonido. Lo único diferente puede ser el silencio” (manuscrito grupo 5, pregunta d). Entendemos la referencia al silencio en la respuesta escrita y en la grabación (línea 257) como una referencia al ruido de fondo realmente, es decir, al silencio que han guardado todos los alumnos mientras estaba sonando la señal de ruido rosa, con el fin de no contaminar la fuente de sonido.

#### 4.4.2. Sesión 4, primera parte: análisis y comentario de las actuaciones por grupos

A continuación detallamos la reconstrucción racional y el análisis de las actuaciones de cada uno de los grupos a lo largo de la primera parte de la sesión 4. En la figura 4.8 adjuntamos el esquema de la sesión 4 presentado en el capítulo 3, para que sirva de guión del desarrollo de la sesión.

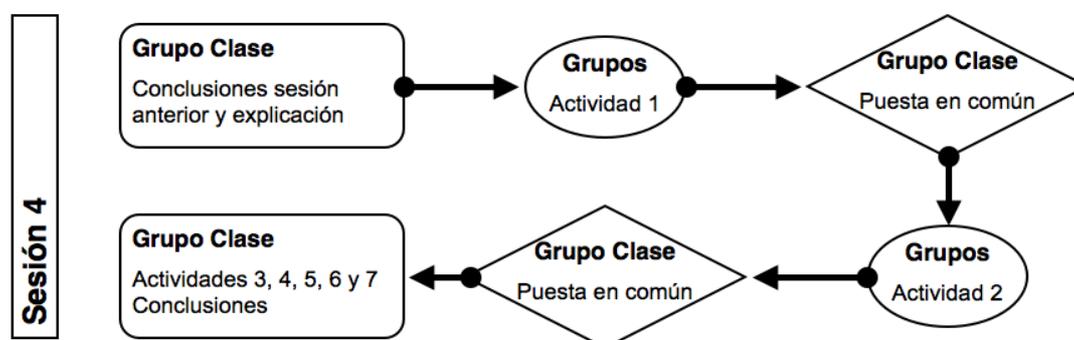


Figura 4.8: Esquema de trabajo seguido en la sesión 4.

### Grupo 1

#### Sesión 4 - Actividad 1

En la primera actividad de la última sesión se les presenta a los alumnos la tabla con los valores medios para cada punto de la cuadrícula elegida (ver figura 3.9). Esta tabla se muestra en el capítulo anterior en el cuadro 3.3 y se les pregunta por posibles representaciones. Aquí reproducimos parte de las conversaciones del grupo al respecto:

- 258 **E1:** *¿Cómo podríais representar estos datos? A ver...*
- 259 **A:** *Podríamos poner un diagrama de barras... para cada...*
- 260 **E1:** *¿Para cada fila?*
- 261 **A:** *Para cada fila.*
- 262 **E1:** *¿Qué obtendrías entonces?*
- 263 **A:** *Obtendríamos... cinco...*
- 264 **E1:** *Bueno... siete, ¿no? ... siete...*
- 265 **B:** *Siete... siete columns.*
- 266 **E1:** *Siete columns, un diagrama de barras para cada una de las siete columns.*
- 267 **A:** *Y las ordenas de más cerca a más lejos.*

Este grupo llega rápidamente a una idea de representación buena, que es simplificando el problema a las filas (su pensamiento inicial, ver línea 263) o columnas (como le indica el profesor) y haciendo un diagrama de barras para el conjunto de datos elegido. Una vez construidos estos diagramas de barras, tal y como indican, solo tienen que juntarlas y ordenarlas (línea 267) para que cuadre con la distribución de la clase realizada.

## Sesión 4 - Actividad 2

En la siguiente actividad se reparten a los alumnos un puñado de cubos multilink y se les pide que piensen una forma de representar los datos de las mediciones (cuadro 3.3) con este material. El objetivo es llegar a un sistema de representación en el que el propio material nos dé una idea de la cantidad de dB medidos.

Para ello el grupo 1 comienza realizando una base cuadrada con los cubos, su idea es que cada cubo representa una de las parcelas en las que hemos realizado las mediciones (figura 3.9). El problema aquí es que la división que hemos elegido no es cuadrada, sino que contiene 5 filas y 7 columnas, como les comenta la docente (línea 268. Veamos la conversación generada:

- 268 **E2:** *[...] Fijaros que esto no es un cuadrado, ¿no?... es un rectángulo de...  $7 \times 5$ ... así,*
- 269 *eso me gusta más...* [viendo como el alumno modifica la base realizada con el material
- 270 multilink] *Claro... ¿y entonces, este punto a qué medida correspondería?* [señalando el
- 271 punto en el material multilink situado la primera fila y primera columna]
- 272 **B:** *Eh... a ésta.* [señalando el valor de la posición (1, A)]
- 273 **E2:** *¿Y qué valor tiene esa medida?*

274 **B:** *Pues...* [mirando la tabla de valores]

275 **C:** *71,05...* [valor de la posición (1, A)]

276 **E2:** *Y así con todo, podríais encontrar la medida en esa tabla... pero... ¿Cómo represen-*  
277 *taríais esa medida ayudándoos de los bloques?*

278 **D:** *¡Para arriba!*

279 **E2:** *Para arriba, muy bien...*

280 **B:** *Cada bloque diez... y ya está.*

281 **E2:** *¡Genial!*

282 **B:** *Pues siete para arriba, o sea seis, porque ese ya está...* [refiriéndose a la base de la  
283 clase que ya habían construido]

Como se observa en la línea 278, este grupo llega rápidamente a la transformación de los datos obtenidos a un sistema de representación basado en la altura de los cubos, el cual era uno de los objetivos.

Es importante resaltar que el concepto matemático que aparece en la línea 278 se corresponde a la definición clásica de la *aplicada* de un punto dado por Euler (Navarro, 2012) y visto en la sección 3.3.4 del capítulo 3, en este caso, en 2 dimensiones.

En este caso, los alumnos continúan construyendo su propia representación utilizando en este caso la conversión de 1 cubo = 10 dB. Mientras están construyendo este sistema, se dan cuenta de que la unidad que han elegido es demasiado grande (ver línea 288). Fijémonos en la conversación:

284 **D:** *¿Por qué es siete?* [refiriéndose a 7 cubos = 70 dB]

285 **A:** *Porque redondeas.*

286 **D:** *¡Pero si son 68!*

287 **A:** *¡Redondeas!*

288 **D:** *A ver... si tienes que redondear te van a salir todo siete, ¿no te das cuenta que de 68*  
289 *no baja ninguno?*

290 **A:** *Sí, sí, no redondees, no redondees.*

291 **D:** *Es que de 68 no baja ninguno.*

292  $\vdots$

293 **C:** *Si van a ser de siete todos...*

En la línea 293 se dan cuenta definitivamente de que si utilizan las unidades elegidas todo el sistema va a tener la misma altura, siete cubos. Es por ello que después de un poco de discusión llegan a un sistema de representación más elaborado y más “fino”, utilizando 1 cubo negro = 1 dB, lo que les va a permitir visualizar las pequeñas variaciones en las medidas de la intensidad de sonido. En la figura 4.9 podemos observar el inicio de la construcción, en la cual a la posición (1, A) se le asigna una intensidad de 71 dB y a la posición (1, B) una intensidad de 72 dB.



**Figura 4.9:** *Sistema de representación ideado por el grupo 1 para la actividad 2 (sesión 4).*

El problema viene cuando intentan representar valores menores de 70 dB. La estrategia pensada por los alumnos es, en este caso, intentar asignar valores que resten. Esta es la reflexión que hacen con uno de los docentes (E2):

294 **D:** *Irene, ¿podem ficar el blanc per a que reste dos?* [preguntando a E2]

295 **E2:** *Per a que reste... home, la idea està be... el que passa és que del que es tracta és de que*

296 *sigua visual... que quan tu veges això tragues la informació ràpidament... i si ho compliques*  
 297 *sumant i restan a lo millor no es veu molt bé. Però la idea dels colors està molt bé.*  
 298 **A:** *Pues las que són 68 al aire... estas se quitan y ya està...*

Se ha de resaltar que el sistema de representació pensado (línea 294) no va en la direcció de un sistema cartesiano tridimensional al uso, pues además de no representar la medida de forma lineal, al añadir cubos que puedan sumar o restar, la altura alcanzada por el sistema sería proporcional al valor de la medida en esa celda de la división del aula. Apuntamos pues, que en situaciones de modelización el alumno puede organizar el fenómeno de forma que su elaboración vaya en la dirección del concepto matemático establecido o bien que lo organice de otro modo de tal forma que su elaboración sea totalmente opuesta. La intervención del profesor puede ser clave en estos casos, dependiendo también del objetivo de enseñanza, en cualquier caso, no es sencilla.

Finalmente el grupo 1 descarta la idea de utilizar cubos que resten decibelios y la opción elegida es un poco menos elaborada, pues consiste en redondear los valores menores de 70 dB y afinar con los cubos negros aquellos valores superiores a 70 dB. Por cuestiones de tiempo, no pueden terminar de completar su representación.

## Grupo 2

### Sesión 4 - Actividad 1

La actividad en la que tienen que interpretar la tabla de datos medidos en la sesión anterior comienza, para el grupo 2, con la siguiente discusión:

299 **E2:** *Ahí tenéis un montón de números en una tabla... ¿Qué quiere decir cada número?*  
 300 [haciendo referencia a la tabla de datos mostrada en el cuadro 3.3]  
 301 **B:** *ehm... la media de —*  
 302 **A:** *— la intensidad de sonido de... de cada...*  
 303 **E2:** *La intensidad de sonido...*  
 304 **B:** *Los decibelios, los decibelios —*  
 305 **E2:** *— ¿pero qué quiere decir cada cuadradito?* [refiriéndose a cada celda de la tabla]  
 306 **B:** *La distancia a donde está...*  
 307 **E2:** *¿La distancia?*  
 308 **C:** *El volumen...*

309 **A:** ¡Decibelios!

310 **D:** La frecuencia...

Como se sigue del sinsentido de comentarios (ver la línea 310), se detecta que este grupo no se detiene demasiado en pensar respuestas que puedan ser válidas, pues parecen decir lo primero que les viene a la cabeza. La docente intenta redirigir a los alumnos hacia la correcta interpretación de la tabla, con el fin de que puedan seguir la sesión (línea 311):

311 **E2:** Pero este cuadradito... ¿Corresponde a algún punto de la clase?

312 **A:** ¡Si! A ese... [señalando la posición (1, A) del mapa]

313 **E2:** ¿A cuál?... a ese de ahí.

314 **D:** ¿Cómo lo sabes?

315 **B:** Porque es el uno y la columna A...

La docente explica los rudimentos de cómo interpretar la tabla e identificar los valores en el mapa que se les adjunta al final del dossier de trabajo (no reproducimos dicha conversación). Hay que decir que mientras la docente está explicando cómo interpretar los datos de la tabla a la vista del mapa varios de los alumnos continúan hablando sin prestar atención y no llegan a redactar ninguna respuesta.

## Sesión 4 - Actividad 2

A la hora de inventar un sistema de representación, evidentemente les cuesta algo más. La docente les ayuda con el inicio de la actividad:

316 **E2:** A ver... ¿Qué estáis haciendo por aquí?

317 **D:** Alíneando los colores.

318 **A:** Dividiendo los colores.

319 **E2:** ¿Pero estáis usando eso? [refiriéndose a la tabla de datos]

320 **D:** Yo no entiendo —

321 **C:** — yo no entiendo eso de ahí —

322 **D:** — yo tampoco —

323 **E2:** — sí... sí lo entiendes porque antes me lo has explicado y lo entendías bien... [...] es  
324 que a lo mejor los colores dan igual [...] Tu sabes que... lo que pone en la primera casilla...

325 *el 71,05... eso ¿qué quería decir?*

326 **B:** *Lo que hay en el metro cuadrado ese de ahí.* [señalando el mapa]

327 **E2:** *Lo que hay en ese metro cuadrado... entonces... ¿hay alguna manera de representar*  
328 *ese metro cuadrado aquí?* [señalando el mapa]

329 **B:** *Sí, con un rompecabezas.* [haciendo referencia a uno de los cubos multilink]

La docente les ayuda a crear una base de  $5 \times 7$  cubos que representa la división que se ha realizado en el aula y que se corresponde con la tabla de datos recopilados (no se adjunta la conversación). Después de crear la base la conversación continúa como sigue:

330 **E2:** [...] *Ya tenéis claro que esto es la clase* [apuntando a la base de cubos multilink de  
331  $5 \times 7$ ] *Ahora pensad en alguna manera de poder representar aquí esos datos... ¿cómo lo*  
332 *haríais?*

333 **B:** *Con escalas y eso...*

334 **E2:** *Con escalas.*

335 **B:** *Pero es que... ¿cómo vas a representar 72 dB...?*

336 **D:** *Cada cuadrado es un 10, por ejemplo.*

337 **E2:** *¡Por ejemplo!* [sorprendida] *Muy buena idea.*

338 **E1:** *A lo millor és un poc grossa la escala...*

339 **B:** *¡De uno!*

340 **E1:** *Penseu un poquet...*

Tras bastante discusión sobre cómo poder representar los datos, el alumno B propone asignar valores a cada color, la propuesta que le hace al docente es la siguiente:

341 **B:** [...] [dirigiéndose a E2] *Que... yo he dicho que... los naranjas valen 10... los marrones*  
342 *valen 5... los rosas 1...*

343 **E2:** *Ah, muy bien.*

344 **B:** *Pero no me hacen caso.*

345 **E2:** *Yo creo que es una idea buena y además, nadie la ha tenido. Es una idea que está*  
346 *muy bien. ¡Venga dale!*

Finalmente plasman en el documento entregable la propuesta realizada por ellos, esto es lo que escriben (manuscrito grupo 2):

“Cuadrados negros valen 40 dB  
Cuadrados naranjas valen 20 dB  
Cuadrados marrones valen 10 dB  
Cuadrados verdes valen 5 dB  
Cuadrados amarillo valen 0,5 dB  
Cuadrados rojos valen 0,1 dB  
Cuadrados azules valen 0,01 dB”

La propuesta, pese a estar muy bien pensada, no llegan a plasmarla en una construcción completa con el material multilink por falta de tiempo y también de cubos de los distintos colores. De hacerlo, se hubieran dado cuenta de que necesitan asignar más valores, como por ejemplo el valor unitario. También habrían notado que con este sistema de representación la altura de parcela no es representativa del valor de intensidad, pues pueden haber parcelas con más piezas, pero con intensidades menores si no introducimos ciertas reglas a la hora de hacer la construcción. No obstante, la idea es digna de ser destacada por la originalidad y por surgir en el grupo cuyos alumnos muestran menos interés en el experimento.

### Grupo 3

#### Sesión 4 - Actividad 1

El grupo 3 comienza su intervención al inicio de la explicación de la actividad, cuando el docente pregunta por el significado de la tabla con los datos de las medidas en el aula. Esta es la intervención de la alumna:

347 **E1:** [...] [dirigiéndose a toda la clase] *Teniu la taula... i vos pregunte com podrieu repre-*  
348 *sentar les dades d'esta taula? Perquè açò són números... però vos dona alguna idea de*  
349 *intensitat?*

350 **Desconocido:** *No.*

351 **E1:** *Bé, a lo millor per a alguns sí i per a altres no.*

352 **A:** *Pues sí, per a mi sí.*

353 **E1:** *Per a tu sí. Per què et dona una idea de intensitat? On hi ha més intensitat?*

354 **A:** *On hi ha més? ... Pues on siga la medida més alta... en la B [refiriéndose a la parte*  
355 *mas cercana a la fuente, correspondiente a la casilla (1, B)]*

Esta intervención deja claro que esta alumna interpreta ya la tabla como un mapa de intensidades, realizando una conversión mental entre los números que aparecen y la escala de intensidades.

Con respecto a cómo se podrían representar los datos presentes en la tabla, estas alumnas escriben que “se podría representar con una gráfica” (manuscrito grupo 3). La conversación que mantienen al respecto es la siguiente:

356 **E1:** *Per ací què? O esteu jugant?*

357 **A:** *Representar en una gràfica.*

358 **E1:** *Però... còm?*

359 **A:** *Representar en una gràfica.*

360 **E1:** *Quin tip de gràfica?*

361 **A:** *De línies d'eixes...*

362 **B y C:** *¡De barras!*

363 **E1:** *Però... pots fer-lo? Fes un exemple ahí.*

Este grupo opta también por el diagrama de barras (línea 362), y en el entregable dibujan un diagrama de barras en el que representan las columnas en el eje  $x$  y las intensidades en el eje  $y$ . Al ser preguntados por la estrategia seguida aluden a la posibilidad de realizar un diagrama de barras por cada columna, puesto que el diagrama de barras pensado solo les permite dibujar los datos de una columna (línea 368).

364 **E2:** *¿Cómo va por aquí?*

365 **D:** *Estamos dibujando el...*

366 **E2:** *Muy bien, habéis pensado hacer diagramas de barras...*

367 **C:** *Claro...*

368 **A:** *Pero es que lo que estoy...* [la alumna, sin decirlo, ve que el diagrama de barras solo  
369 permite mostrar los datos en una dimensión, columnas en este caso]

370 **E2:** *Claro pero...* [la docente capta enseguida la idea]

371 **A:** *Y no se podría hacer, por ejemplo... éste el 1* [refiriéndose al diagrama de barras que  
372 ya han dibujado en el entregable] *Después otro sería el 2... ¿o se tienen que hacer todos*  
373 *a la vez?*

374 **E2:** *Eso sería una manera de hacerlo... hacer uno [refiriéndose a un diagrama de barras]*  
375 *para cada columna... pero lo ideal sería... [...] ¿Se os ocurre alguna manera de intentar*  
376 *representarlo todo en un mismo gráfico?*

377 **A:** *Haciendo barritas más pequeñas...*

378 **C:** *O gráficos de puntitos de esos...*

379 **E2:** *Es que a lo mejor, lo que tenéis que hacer no lo habéis hecho nunca...*

Podemos concluir, por tanto, que el grupo 3, finalmente visualiza la tabla de datos como una unión de varios diagramas de barras.

## Sesión 4 - Actividad 2

A la hora de pensar un sistema de representación con los cubos multilink comienzan intentando redondear las cantidades (ver línea 380), como se sigue en la discusión siguiente:

380 **B:** *Lo que haría yo es, por ejemplo... redondear las cifras y poner... por ejemplo 71, pues*  
381 *ponemos 4 bloques de esos... 69,9 son 70, pues ponemos 3...*

382 *:*

383 **A:** *Pero eso... yo no lo haría así... porque entonces ponemos 69, 70 y 71 y sería por*  
384 *ejemplo... esperad un momento... [pensando]*

385 **F:** *Y la cosa es que cada uno sea de un color.*

La explicación completa la dan al docente en cuanto llega y les pregunta por el sistema que han ideado. Al respecto, argumentan:

386 **E1:** *Qué haveu ideat?*

387 **A:** *Mira... açò són 71. [medida de la posición (1, A) = 71,05 dB]*

388 **E1:** *Esto són 71, molt be.*

389 **A:** *I estos son... 69... 69,9. [medida de la posición (2, A) = 69,975 dB]*

390 **E1:** *70 quasi.*

391 **A:** *Estos també 69... després... [medida de la posición (3, A) = 69,875 dB]*

392 **E1:** *Però clar, què passa ací? Que no es veu la diferència... [refiriéndose a que las medidas*

393 (2, A) y (3, A)]

394 **A:** *Però és que no hi han mitges...* [refiriéndose a cubos que valgan la mitad]

395 **E1:** *I què podem fer si no hi ha mitges?*

396 **A:** *“Pues” que dos siguen una i una siga mitja.*

397 **E1:** *Per exemple...*

398 **A:** *Però és que entonces ací anem a fer una fila super alta.* [refiriéndose a la celda (1, A)]

El problema que presenta el sistema ideado por este grupo es que, al redondear, están perdiendo precisión en las medidas. Por ejemplo, las medidas de las posiciones (2, A) y (3, A) aparecerán en la representación con la misma intensidad (altura) pese a tener asociados valores diferentes (ver línea 392). En la conversación, este problema lo solucionan dividiendo el valor de los cubos; en concreto proponen que cada cubo valga 0,5 dB (línea 396). Pronto observan que esta técnica no es viable, ya que obtendrían representaciones extremadamente altas para los valores a representar (línea 398).

Para poder abordar el problema de la representación el grupo 3 decide comenzar la representación en el valor de 67 dB (la grabación se escucha con dificultad debido a que alejan el iPad® que está registrando el audio, por lo que no se adjunta la transcripción). A partir de ahí, cada cubo se considera como un aumento de 0,5 dB, redondeando las medidas de la tabla a valores enteros ( $x,0$  dB) o con decimales del tipo  $x,5$  dB. En la figura 4.10 podemos ver la representación creada por el grupo 3.

## Grupo 4

### Sesión 4 - Actividad 1

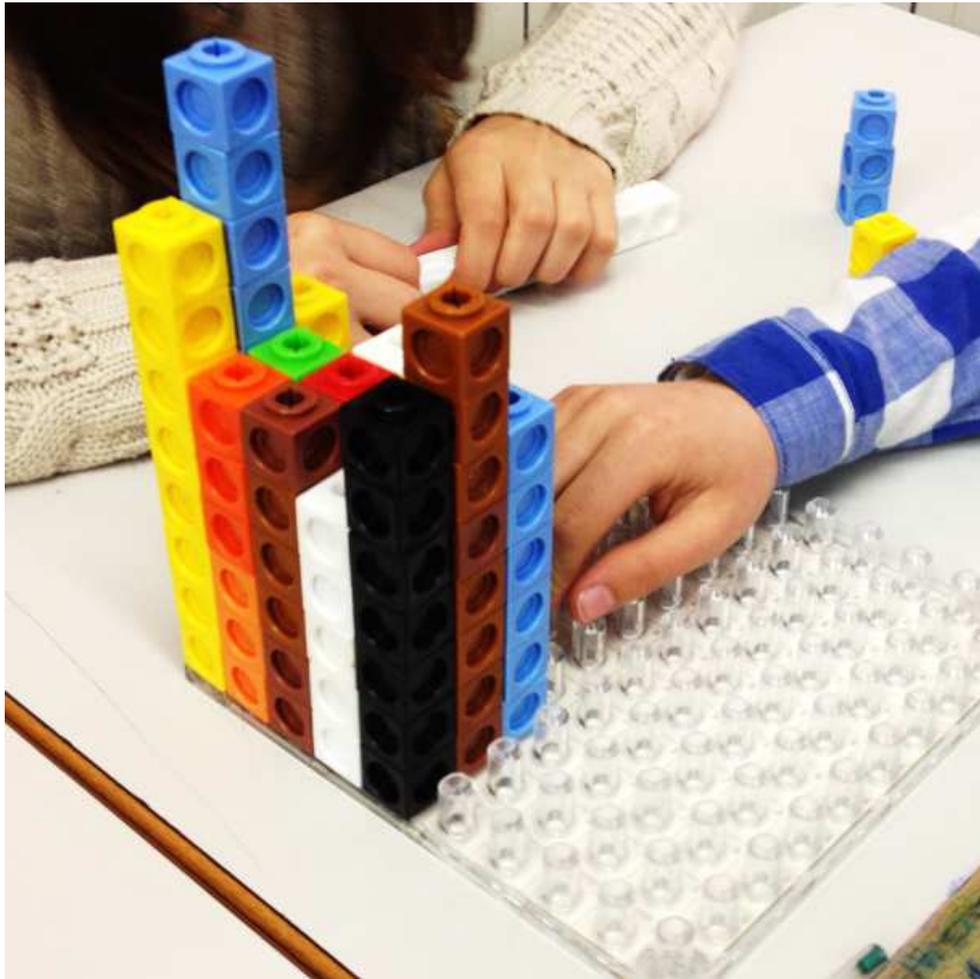
Al igual que los grupos anteriores, este grupo opta por el “diagrama de barras para representar cómo aumenta y disminuye la intensidad de sonido”, tal y como indican en el documento entregable (manuscrito grupo 4).

Hablando con la docente, rápidamente proponen la idea de elaborar un diagrama de barras poco convencional, pues estaría formado por varios diagramas de barras, tantos como filas (ver línea 402). Este grupo también estaría visualizando el problema de la interpretación de los datos como lo han hecho los grupos 1 y 3.

399 **E2:** *Y... ¿cómo lo haríais, el diagrama de barras?*

400 ⋮

401 **E2:** *El problema es que tienes columnas, pero también tienes filas.*



**Figura 4.10:** Sistema de representación ideado por el grupo 3 para la actividad 2 (sesión 4).

402 **A:** Pues ponemos...  $(1, A)$ ,  $(1, B)$ ,  $(1, C)$ ,  $(1, D)$ ... [enumera todos los puntos de la fila

403 1] Y luego  $(2, A)$ ,  $(2, B)$ , ... [enumera todos los puntos de la fila 2]

404 **E2:** ¿A continuación?

405 **A:** Claro...

## Sesión 4 - Actividad 2

Como la docente observa que este grupo tiene las ideas muy claras, este grupo pasa antes que los demás a la actividad 2. La docente les anima a montar el sistema de representación que han pensado utilizando los cubos multilink, aun cuando las explicaciones generales no se han dado. Estos son los comentarios con el grupo:

406 **E2:** Entonces sería un diagrama de barras, pero un poco raro, ¿no? Porque no sería un

407 *plano... ¿Cómo quedaría al final? Podéis intentar hacerlo.*

408 **A:** *Si, pero ¿cómo lo hacemos? Si hay números tan así... [refiriéndose a grandes]*

409 **B:** *¡De 10 en 10!*

410 **E2:** *Imagínate que yo te digo de hacer un diagrama de barras normal, de los que sabes  
411 hacer y te doy estos números grandes.*

412 **A:** *Hombre, sé hacerlo.*

413 **B:** *¡De 10 en 10!*

414 **E2:** *Pues venga, de 10 en 10...*

La primera idea para construir el sistema de representación es utilizar la equivalencia 1 cubo = 10 dB (línea 409). Pronto observan que de esa forma casi todas las parcelas mostrarían la misma altura, como se lee en la línea 419 de la conversación. Como si de una idea feliz se tratara, aparece (en el mismo alumno A) la idea de establecer el nivel de referencia en 69 dB (el punto cero) y a partir de ahí ir construyendo la representación con la equivalencia de 1 cubo = 0,5 dB (línea 422). Poco después deciden comenzar la representación en 68,25 dB, que se aproxima más al valor mínimo medido, e ir añadiendo cubos a intervalos de 0,5 dB.

El sistema de representación ideado por este grupo es el más fino, es decir, es el que muestra más variaciones en su parte alta y se ajusta más a los valores medidos en la tabla. Podemos ver la representación en la figura 4.11.

415 **D:** *Esto es 10. [señalando a uno de los cubos]*

416 **F:** *Uno es 10.*

417 **A:** *¡No!*

418 **F:** *¿Por qué?*

419 **A:** *Porque sino, casi todos serán iguales... piénsalo.*

420 **D:** *¿Y cómo quieres que lo hagamos pues?*

421 **B:** *Cada color un valor...*

422 **A:** *Desde 69 hasta... 73 y vamos contando de 0,5*



Figura 4.11: Sistema de representación ideado por el grupo 4 para la actividad 2 (sesión 4).

## Grupo 5

### Sesión 4 - Actividad 1

El último grupo propone el diagrama de barras como posible representación de los datos mostrados en la tabla (línea 427). En este caso optan por el un diagrama de barras algo más sofisticado, el polígono de frecuencias, que se forma uniendo los extremos de las barras mediante segmentos. En el documento escriben: “Con una gráfica de barras uniendo con líneas, para observar cómo aumentan o disminuyen los decibelios” (manuscrito grupo 5).

423 **A:** *¿Que si se podría representar? ... Sí... pon que sí L. Pon que sí que se puede repre-*  
424 *sentar...*

425 **B:** *Tenemos que contestar... [...] [da explicaciones a una alumna del grupo que se une*

426 tarde a la clase]

427 **A:** *Que se podría hacer con una gráfica... con una gráfica de barras... uniéndola por lí-*  
428 *neas...*

Al ser preguntados por el docente sobre su respuesta se genera esta discusión:

429 **A:** *[...]Yo me refiero, a hacer una gráfica, por ejemplo, que aquí estuvieran los valores...*  
430 *[haciendo referencia al eje y de un diagrama de barras] y aquí...*

431 **E1:** *¿Ahí qué valores?*

432 **A:** *[...]Aquí poner 20, 30, 40, 50... hasta 100 por ejemplo... [explicando la representación*  
433 *de un diagrama de barras] algo así, ¿sabes?*

434 **B:** *No, porque entonces solo cogeríamos... no cogeríamos todos los valores...*

435 **E1:** *¿Qué cogerías?*

436 **B:** *El primero de cada, por ejemplo.*

437 **E1:** *¿El primero de cada es la primera columna?*

438 **B:** *Claro, no llegaría a cogerlos todos.*

439 **E1:** *Solo podrías hacer un diagrama de barras para cada columna o para cada fila...*

En ella aparece la carencia del diagrama de barras que ya ha sido observada por el resto de grupos: nos obliga a limitarnos a una dimensión (línea 439). Así pues, este grupo interpreta los datos en el mismo sentido que los grupos 1, 3 y 4.

## Sesión 4 - Actividad 2

Para la parte de elaborar y construir el sistema de representación las alumnas del grupo 5 discuten lo siguiente:

440 **E2:** *A ver... ¿Qué se os ha ocurrido por aquí?*

441 **A:** *Hacer un diagrama de barras para cada fila.*

442 **E2:** *Uno para cada fila, pero... ¿Hay alguna manera de hacer uno que os sirva para todo?*

443 **B:** *Como si fuera un... nada utilizarlos todos... hacer muchas columnas... o sea... muchas*  
444 *torres en un mismo sitio.*

445 **E2:** *Claro, esa sería una manera.*

446 *:*

447 **B:** *Entonces en los puntos en que esté más alto [refiriéndose a la altura de los cubos] es*  
448 *donde la clase tiene... o sea se escucha más... y en los puntos más bajos... entonces está*  
449 *claro... porque así enseguida ves... dónde se escucha más el sonido y ya está.*

450 *:*

451 **B:** *Por ejemplo, en el sitio en que haya más [refiriéndose a la intensidad de sonido medida*  
452 *y representada en la tabla] ponemos, por ejemplo, más cuadrados y en el sitio que no,*  
453 *pues menos...*

En esta discusión observamos como el grupo tiene muy claro el procedimiento para representar los datos bidimensionales de la tabla utilizando, para ello, la idea que les proporciona el diagrama de barras (línea 441).

En cambio, la asignación de los valores a los cubos la realizan de forma poco organizada, pues optan por una escala no lineal. Por ejemplo, mostramos aquí algunas de las equivalencias que utilizan:

Valores con 72 dB = 7 cubos  
Valores con 71 dB = 6 cubos  
Valores con 70 dB = 5 cubos  
Valores con 69 dB = 4 cubos  
Valores alrededor de 68,5 dB = 3 cubos  
Valores alrededor de 68,3 dB = 2 cubos  
Valores alrededor de 68,1 dB = 1 cubo

Es por ello que la representación final obtenida dista un poco, en la forma, de las de otros grupos. En la figura 4.12 podemos ver la construcción final de la representación ideada por este grupo.

#### 4.4.3. Sesión 4, segunda parte: análisis y comentario de las actuaciones del grupo clase

En este punto, los alumnos ya han elaborado algunos de los elementos que perseguíamos referentes a los sistemas de representación de funciones de dos variables. Entre ellos han desarrollado una recreación del concepto clásico de *aplicada* que les permite relacionar el valor de intensidad de sonido medido en una celda determinada de la división del aula con la altura de su representación con los cubos multilink.



**Figura 4.12:** Sistema de representación ideado por el grupo 5 para la actividad 2 (sesión 4).

Esta última parte está pensada para ir dando respuestas organizadas a las preguntas de investigación que se plantean al inicio del experimento. Debido al escaso tiempo, esta última parte de la sesión se realiza de forma conjunta con todo el grupo clase. Describimos a continuación la reconstrucción racional de la misma:

### Sesión 4 - Actividad 3

En esta actividad se les pregunta a los alumnos qué posibilidades encuentran para llevar la representación tridimensional construida a una versión en dos dimensiones.

Los alumnos van un poco perdidos al inicio, surgen algunos conceptos como el de cortar el gráfico tridimensional por filas o por columnas y obtener de nuevo el diagrama de barras de la fila o la columna correspondiente. También comentan la posibilidad de utilizar una representación tridimensional en perspectiva, de modo que pueda plasmarse como una imagen plana.

Destacamos dos intervenciones que surgen a la hora de comentar posibles representaciones en dos dimensiones con los alumnos: una es utilizar un mapa de tipo isobárico (línea 455) y otra es hacer uso de colores (línea 458).

454 **E1:** *¿Qué representaciones en 2D se os ocurren?*

455 **Alumno grupo 2:** *Como en el tiempo, las isobaras.*

456 **E1:** *Isobaras.., ¿Qué quiere decir como en el tiempo? ¿Qué pasa ahí? ¿Qué miden las*  
457 *isobaras?*

458 **Alumno grupo 1:** *O cuando más intensidad que sea más oscuro el color...*

#### Sesión 4 - Actividad 4

En la actividad siguiente, y a partir del comentario del alumno del grupo 1 sobre el uso de colores (línea 458) se introducen los mapas elaborados con Plotly® con los datos de intensidad de sonido medidos por los alumnos en la sesión 3 (mostrado en la figura 3.13).

Conjuntamente con los alumnos se interpreta el código de colores, para que vean cómo los colores cálidos más intensos corresponden a los picos más altos en sus representaciones tridimensionales y los colores fríos más intensos corresponden a los picos más bajos. Para facilitar esta visualización se crea el mapa mostrado en la figura 4.13 a partir del mapa de colores (figura 3.13) y del mapa con la división del aula (figura 3.7).

459 **E2:** [dirigiéndose al alumno del grupo 1] *Tu habías comentado la idea de hacer el tono más*  
460 *oscuro o más claro... Fijaos que aquí hay dos tonos, y los dos se hacen más claros y más*  
461 *oscuros... ¿Podéis interpretarlo esto? ¿Qué quiere decir el rojo oscuro?*

462 **Alumna grupo 5:** *El cálido... el cálido es alto.*

463 **E2:** *El cálido es alto y cuanto más oscuro, más alto... ¿Y el frío?*

464 **Alumno grupo 4:** *Menos... menos decibelios...*

465 **E2:** *Pero... ¿Cuánto más oscuro... más...?*

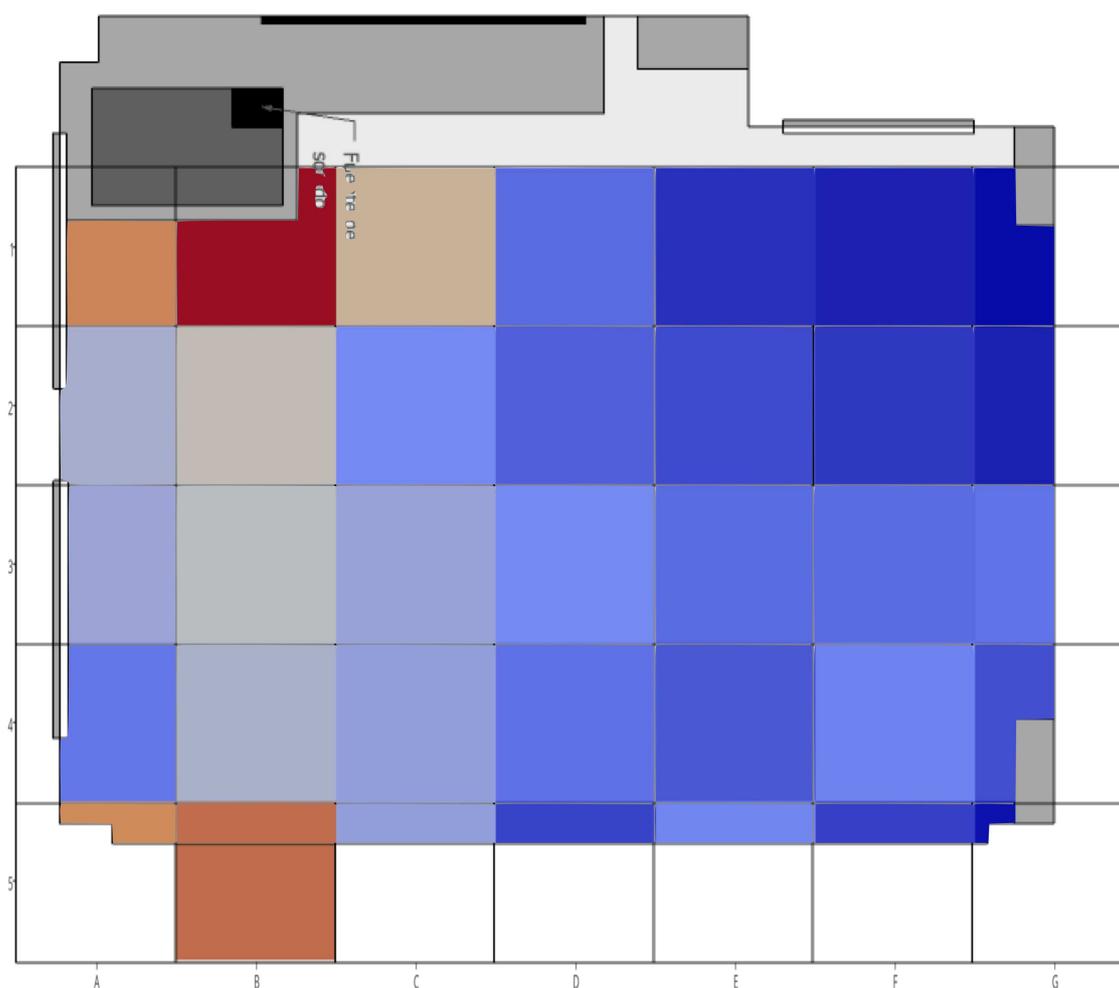
466 **Alumna grupo 3:** *Cuanto más oscuro más... más frío...*

467 *:*

468 **E1:** *Cuánto más azul en intensidad, ¿qué pasa?*

469 **Alumna grupo 5:** *Más decibelios...*

470 **Alumna grupo 3:** *Menos decibelios...*



**Figura 4.13:** Mapa de colores (heatmap) superpuesto a la división del aula.

Al hacer la interpretación del mapa mostrado en la figura 4.13 se crea una pequeña discusión sobre la interpretación de las intensidades de los tonos cálidos y fríos (línea 465). Parece ser que no hay problemas con el tono cálido, pues a más intensidad de color cálido, mayor intensidad sonora. Pero con respecto al tono frío, al ser una escala inversa, cuanto mayor intensidad en el tono frío no tienen claro que corresponda a una menor intensidad sonora.

Antes de terminar con la interpretación del mapa de intensidades de sonido se intenta institucionalizar el concepto de aplicada sobre el plano, de forma análoga a como se define para una dimensión. En nuestro caso trabajamos con las celdas de la cuadrícula bidimensional a las cuales les hemos asignado una etiqueta con tal de identificarlas. Reproducimos aquí una breve parte de la conversación con el grupo clase:

- 471 **E2:** Cuando habéis realizado la representación con los cubos... ¿Qué habéis hecho? A cada  
 472 punto del plano...

473 **Alumno grupo 4:** *Darle un valor.*

474 **E2:** *¿Y cómo lo habéis representado?*

475 **Alumno grupo 2:** *Con cubos.*

476 **E2:** *Con cubos... y entonces... estabais en un plano y con los cubos lo que habéis hecho*  
477 *es...*

478 **Alumna grupo 5:** *Darle altura.*

479 **Alumna grupo 3:** *hacia arriba.*

480 **E2:** *Subir, ¿no?*

481 **E1:** *Pujar.*

482 **E2:** *Es la misma idea que aquí [señalando una figura de una función típica] Lo que pasa*  
483 *es que aquí partimos de una recta (eje  $x$ ) y subimos y nos quedamos siempre en el plano,*  
484 *porque tenemos una y dos dimensiones... En cambio, en lo que estamos trabajando aquí*  
485 *en clase, las dos dimensiones las tenemos ya, en el suelo, ¿no? Y entonces, el tercer dato,*  
486 *la intensidad de sonido ¿qué es?*

487 **Alumna grupo 5:** *Lo que hace el 3D, ¿no?*

488 **E2:** *Lo que hace el 3D. Lo que le da la tercera dimensión, ¿no?*

489 **Alumno grupo 4:** *Darle volumen.*

#### **Sesión 4 - Actividad 5**

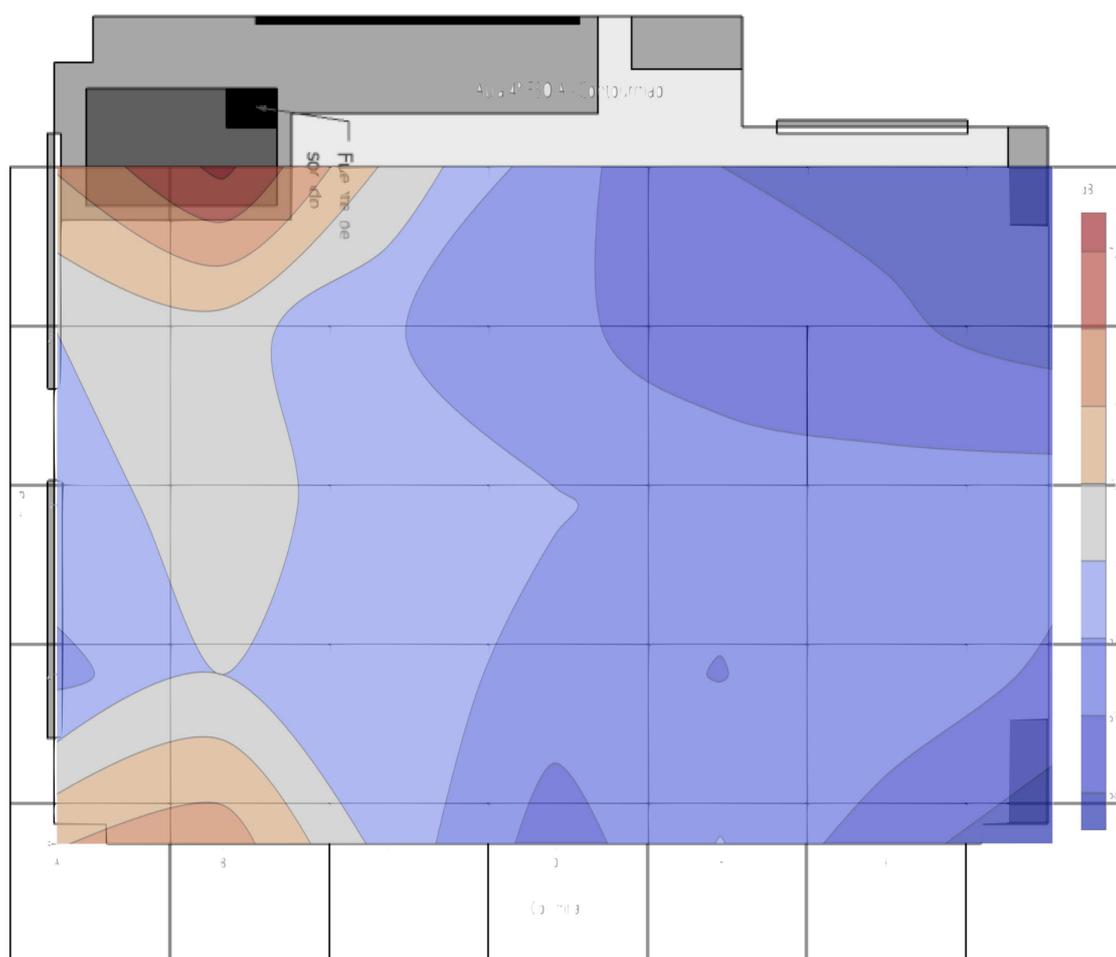
De la actividad 5 no se comenta nada con el grupo clase por la falta de tiempo.

#### **Sesión 4 - Actividad 6**

En esta parte se muestra el mapa de curvas de contorno de la intensidad de sonido (figura 3.14) solapado con el mapa de la división de la clase (figura 3.7). El mapa se muestra en la figura 4.14.

Dado que el tiempo era muy escaso, los docentes dan la explican la interpretación de este mapa a la luz de las representaciones que han construido los alumnos, dando cuenta de que tiene el mismo sentido físico que el mapa anterior (figura 4.13).

Muy rápidamente se vieron también los mapas correspondientes a las 4 orientaciones



**Figura 4.14:** *Mapa de contorno (contourmap) superpuesto a la división del aula.*

medidas en la sesión 3. Los mapas se muestran en las figuras 3.15 y 3.16. Los docentes realizan una interpretación física en los términos del problema de investigación planteado al inicio. Las reflexiones que se hacen al respecto de estos mapas se encuentran en la descripción del experimento de enseñanza.

#### Sesión 4 - Actividad 7

Finalmente, esta actividad no se realiza, dado que se agota el tiempo de clase. Así, la recapitulación de todos los conceptos matemáticos y físicos trabajados y elaborados en el experimento no se llevó a cabo, pese a ello, la idea de esta parte era que los alumnos pudieran proponer explicaciones y argumentaciones a las preguntas de investigación iniciales utilizando las elaboraciones y representaciones con las que habían estado trabajando.

## 4.5. Tercer tratamiento de los datos: actuaciones relevantes

Como señala Puig (1996) en el contexto de resolución de problemas, los procedimientos de análisis de protocolos que estaban en boga en los años setenta consistían en la elaboración de listas exhaustivas de conductas propias de la resolución de problemas y de esquemas de códigos para representarlas. Con ellas se calificaban luego las conductas recogidas en los protocolos produciendo ristra de símbolos como descripciones de ellos. Estas ristra de símbolos se examinaban después con procedimientos estadísticos en busca de regularidades. El esquema de análisis elaborado a mediados de los 80 por Schoenfeld pretendía describir el proceso de forma macroscópica y no microscópica como lo hacían los trabajos de la corriente anterior. Para ello, introdujo la idea de dividir el protocolo en episodios, definiendo éstos como secuencias de conductas que son todas de la misma naturaleza. Esa definición de “episodio” tiene que estar acompañada, para que tenga sentido, de una definición correspondiente de cuáles son los tipos de conducta distintos que se van usar para calificarlas y segmentar así el protocolo en trozos, y esos tipos de conducta son los que componen el modelo del proceso (Puig, 1996).

En nuestro caso no vamos a llegar al nivel de detalle que describe Puig (1996), ya que la reconstrucción racional no se ha realizado del experimento completo, sino de aquellas partes más interesantes, además de que no vamos a establecer episodios ni tipos de conductas esperables.

En esta última parte del análisis presentaremos, a modo de recopilación, algunos ejemplos interesantes de conductas y actuaciones de los alumnos mostradas a lo largo del desarrollo del experimento de enseñanza. Si bien el término *tendencia cognitiva* pudiera haber sido usado para referirnos a este tercer análisis, hemos preferido optar por un término más suave, que refleje la intención de recopilar o listar actuaciones *destacadas* observadas en el apartado anterior. El adjetivo *destacadas* hace referencia a actuaciones en las que aparecen elementos relacionados con los conceptos matemáticos y físicos que este trabajo pretende estudiar, i.e., aquellos relacionados con el proceso de medición experimental de datos, con la naturaleza del sonido y con la representación de funciones de dos variables.

### 4.5.1. Actuaciones relevantes en la sesión 2

#### La idea de *parte* como precursora del concepto de retículo

En el primer momento de la actividad 1 se les pide a los alumnos que piensen estrategias que les permitan determinar cómo cambiará la intensidad sonido a lo largo del aula. En relación a esta pregunta, es destacable la actuación de los alumnos del grupo 1, quienes explícitamente hablan de *partes* del aula en las que realizar mediciones de intensidad. En la conversación con este grupo surge también la idea de dividir el aula o establecer los puntos de medida “por metros”. Consecuentemente, en la división del aula que se pide en

la actividad 2, realizan una especie de retículo o malla pese a que finalmente solo marcan algunas de esas *partes* como zonas en las que medir la intensidad sonora.

El grupo 2, escribe también sobre la necesidad de “cubrir un terreno”, refiriéndose al aula, para saber cómo se “desenvuelve” el sonido. Ellos apuntan a la idea de “medir desde diferentes distancias”. Aunque aquí la idea explícita de dividir en partes la clase no aparece, los alumnos están pensando en el espacio como un todo que ha de ser medido. La idea de “medir desde diferentes distancias” sí que parece ser un precursor del concepto de malla, aunque muy poco elaborado.

Para realizar las mediciones en el aula el grupo 4 propone una distribución más numerosa de puntos a lo largo de la clase con el objetivo de tener más mediciones. Incluyen también una cadena de puntos a lo largo de una línea diagonal para tener una idea “líneal” del cambio de intensidad de sonido desde el punto más cercano a la fuente al más alejado. La distribución de puntos de este grupo se parece bastante a un retículo, aunque la idea para hacer esta división es diferente a la de división en partes del espacio a medir.

### **Medición continua de la intensidad sonora a lo largo del aula**

La idea del grupo 3 al respecto de obtener un mapa de intensidades sonoras del aula es muy interesante. Este grupo opta por dejar conectada la aplicación Decibel Ultra Pro<sup>®</sup> e “ir por toda la clase para saber en qué punto se escucha más” y “sin parar el programa”. Está claro que si la aplicación fuera capaz de ir registrando por separado dichos valores y guardarlos según la ubicación en que son tomados, éste sería el método más eficaz para determinar el mapa de intensidades.

### **El error relativo al instrumento de medida: concepto de medición física**

Es destacable también el hecho de que varios grupos apunten al margen de error del instrumento, dando por sentado que entienden el concepto de medición física y error relativo al instrumento, razón por la cual las medidas de una misma fuente sonora con un mismo instrumento pueden ser diferentes.

Así, el grupo 1 hace referencia a “medir con el mismo iPad<sup>®</sup>” para que el error cometido sea el mismo en todas las medidas realizadas. Dicen también que “cada iPad<sup>®</sup> tienen un pequeño error” como respuesta a las variaciones detectadas para una misma medida. Este grupo es el que lanza la idea de sacar una media de los diferentes valores medidos para una misma magnitud como posible solución para obtener un valor representativo.

Al respecto del error del instrumento, el grupo 3 comenta también que la diferencia de medidas obtenida puede deberse al “margen de error del instrumento”. El grupo 4 apunta que “el iPad<sup>®</sup> no es una máquina exacta”.

Finalmente, anotar que el grupo 5 también hace referencia a la necesidad de “calcular varias mediciones” y sacar la media de los valores obtenidos como estrategia para mejorar una medida.

## **La naturaleza del sonido**

Como se ha descrito en la sección de materiales de enseñanza, en la primera sesión del experimento de enseñanza se recuerdan contenidos teóricos del currículum referentes al sonido. Ya desde este primer momento quedó claro que había conceptos referentes a la naturaleza del sonido que eran erróneos o respondían a ideas preconcebidas que nada tienen que ver con la física.

Algunas de estas ideas erróneas aparecen en la sesión 2, sobre todo referentes a la naturaleza del sonido. Tanto en el grupo 1 como en el grupo 2 algunas actuaciones apuntan a que se identifica al sonido como un éter que se encuentra flotando en el aire, llegando a afirmar “si hay corrientes de aire se escuchará menos que si no las hay” (grupo 2).

## **El fenómeno físico del eco**

El grupo 3 es el que hace más hincapié en desarrollar sus propias ideas sobre la física de la reverberación. Algunas ideas no son correctas, pero la forma en que este grupo elabora sus conclusiones se basa en todo momento en la certeza de que su razonamiento es válido. De ahí a que lleguen a pensar que el eco es el factor más influyente en la medida de la intensidad sonora, amplificando la señal recibida en el caso de que se produzca reverberación en el aula. Interesante es el hecho de que piensen que cerca de la fuente de sonido habrá menos intensidad sonora que al final del aula (cerca de la pared) debido, por supuesto, al “rebote” de las ondas. Su razonamiento les lleva a escribir que a la hora de medir intensidades en el aula el hecho de abrir las ventanas resultaría en una menor medida de la intensidad de sonido.

El grupo 5 también hace un tratamiento detallado del fenómeno del eco. Para ellos la intensidad medida en una zona del aula va a depender de si hay o no objetos situados entre la fuente y el sonómetro. Además, indican que en aquellas zonas situadas cerca de la pared el sonido rebotará. De hecho, a la hora de pensar una estrategia para determinar cómo cambia la intensidad de sonido a lo largo del aula, argumentan que el proceso pasaría por medir la intensidad de la fuente sonora de dos formas: con objetos en la clase y sin objetos.

## 4.5.2. Actuaciones relevantes en la sesión 4, primera parte

### El diagrama de barras ampliado

Durante el desarrollo de la actividad 1 aparece, en todos los grupos salvo en el 2, la idea básica de utilizar el diagrama de barras como sistema de representación de los datos bidimensionales proporcionados. Todos estos grupos se percatan del problema que conlleva la utilización de este tipo de gráfico, y es que el diagrama de barras ofrece solo la posibilidad de representar en una de las dimensiones de la tabla de datos a representar, bien en filas o bien en columnas.

Para solucionarlo, la idea que aparece es la de unir tantos diagramas de barras como filas o columnas para poder, así, representar los datos de toda la tabla en un solo gráfico y a la vez. Esta idea es la precursora de lo que después será la representación tridimensional cartesiana de la función de dos variables.

### La idea de *aplicada* en dos dimensiones

Uno de los objetivos a lograr con respecto a la representación cartesiana tridimensional de funciones de dos variables es que los alumnos recreen, para el caso de dos dimensiones, el proceso por el cual Euler organiza la representación de funciones de una variable real, utilizando lo que él llama *aplicada* (Euler, 1797, t. II, p. 5, citado en Navarro, 2012).

Que el alumno consiga recrear este proceso para el caso de dos dimensiones le garantizará poder alcanzar un sistema de representación de funciones de dos variables válido. Uno de los momentos más claros en el que se observa esta recreación del concepto de *aplicada* tiene lugar en el grupo 1, cuando el docente les pregunta por la forma de representar las medidas de la tabla de datos con los cubos multilink. Al respecto el alumno responde “para arriba”, lo cual significa levantar una perpendicular sobre cada una de las celdas entendidas como puntos de la malla en las que se ha medido. Este proceso, en esencia, es análogo al seguido por Euler en una dimensión.

En el resto de grupos la idea de *aplicada* aparece enmascarada dentro de procesos de asignación de valores a cada uno de los cubos del material manipulativo. En el grupo 2, por ejemplo, los alumnos deciden realizar la asignación siguiente: “cada cuadrado es un 10”. De este modo, cada punto medido de la malla va a alcanzar una altura de acuerdo con la escala asignada, como si de su *aplicada* se tratara. El concepto de *aplicada* se refuerza en la segunda parte de la sesión 4, donde aparecen algunos comentarios interesantes que ya han sido descritos en el apartado anterior.

## Sistema de representación tridimensional con cubos como aproximación a la representación cartesiana tridimensional de funciones de dos variables

Por último, destacaremos las actuaciones relacionadas con el concepto principal que motiva este trabajo: la representación de funciones de dos variables. Buscamos aquí actuaciones que contengan elementos de la representación cartesiana tridimensional, en particular aquellas actuaciones directamente relacionadas con los sistemas de representación con cubos ideados por los alumnos para representar los datos bidimensionales medidos en el retículo del aula sobre la intensidad de sonido. En esencia todas las representaciones son similares, siendo fieles representaciones de los datos obtenidos.

No obstante, hay pequeñas diferencias que merece la pena comentar:

- El grupo 2, por ejemplo, elige trabajar con códigos de colores, asignando diferentes valores según el color de los cubos multilink. A este grupo le falta tiempo y piezas para poder realizar la representación de los datos medidos de toda la clase. También es cierto que le faltan algunos valores importantes por asignar, como el valor unitario.
- Los grupos 3, 4 y 5 optan por ignorar los colores. Para ellos todas las piezas valen lo mismo y la diferencia entre los grupos radica en el valor asignado a cada pieza. Algunos grupos dan el valor de 10 dB a cada pieza y empiezan a contar tomando como valor inicial los 0 dB; el grupo 3, empieza en 67 dB, asignando un valor de 0,5 dB a cada cubo, redondeando para ello los valores de la tabla de datos; el grupo 4, en cambio, comienzan a contar desde 68,25 dB, contando en intervalos de 0,5 dB.
- El grupo 1 en cambio opta por una estrategia mixta. Utiliza inicialmente cubos a los que les dan un valor de 10 dB. Posteriormente, eligen una serie de cubos que les permita sumar o restar decibelios de modo que puedan afinar su representación y finalmente, colocan cubos negros, que equivalen a 1 dB sin utilizar el sistema de restas.

Pese a que todas las formas de representación ideadas por los grupos son perfectamente válidas, hay que destacar la representación del grupo 4, pues permite una representación más ajustada, ya que en el resto de representaciones optan por el redondeo. Así, esta última representación va a ser la representación más fina y fiel a los datos medidos sobre la intensidad de sonido del aula.

Además, hay que mencionar que en todas las representaciones aparecen claramente los picos situados en las zonas en las que se recibe más intensidad de sonido, lo cual permite a los alumnos abordar la resolución del problema de investigación en la segunda parte de la sesión 4.

La representación del grupo 1, en la que piensan en asignar cubos que sumen y resten, pese a no ser el sistema elaborado finalmente por este grupo, merece la pena ser mencionado por dos motivos: i) define un sistema de representación no lineal en el que la

altura de los cubos no es proporcional al valor medido en la zona de la clase correspondiente; y ii) nos enseña que cuando se deja que el alumno elabore por su cuenta, aquello que idean puede ir en la dirección del concepto matemático o bien organizar el fenómeno de otro modo totalmente diferente, yendo en direcciones también diferentes al concepto matemático.

#### **4.5.3. Actuaciones relevantes en la sesión 4, segunda parte**

Como se ha comentado, debido a la falta de tiempo la segunda parte de la sesión 4 se desarrolla a modo de exposición por parte de los docentes con el grupo clase completo, de modo que las intervenciones de los alumnos son más bien escasas. No obstante, vale mencionamos brevemente algunas ideas relevantes que surgen de los alumnos en esta última sesión, como por ejemplo la idea de utilizar mapas isobáricos similares a los que aparecen en la previsión del tiempo o el uso de mapas con códigos de colores para la transformación de la representación tridimensional ideada en una representación bidimensional.



*And in the end,  
The love you take  
Is equal to the love you make.*

Paul McCartney

# 5

## Conclusiones

Desde una concepción de la naturaleza de las Matemáticas en la que los conceptos se consideran como medios de organización de fenómenos de la experiencia, siguiendo la línea marcada por [Puig y Monzó \(2013\)](#), cerramos este estudio dando cuenta de aquellas actuaciones más relevantes que han ido elaborando los alumnos mediante la modelización de la distribución de la intensidad del sonido en el aula utilizando iPads®. Estas actuaciones contienen elementos clave relacionados con la representación de funciones de dos variables, con la física del sonido y con la medición experimental de datos reales, elementos que los alumnos han ido elaborando a partir de la organización del fenómeno.

En lo referente a la medición experimental de datos podemos hablar de la idea de *parte* como precursora del concepto de retículo. Esta idea contiene el germen de lo que se corresponde con la discretización de la realidad para realizar mediciones de forma sencilla por medio de aproximaciones. En relación a esto aparece la idea de medición continua, en este caso de la intensidad sonora utilizando el iPad®. Esta idea, propuesta por uno de los grupos, es contraria a la discretización de lo que se quiere medir, pues en su propuesta se opta por realizar una medida continua a lo largo de todo el espacio del aula del que se dispone. Por otro lado, a lo largo del experimento se generan muchas referencias al error –implícito en la definición de medición experimental– del instrumento de medida, y al uso de la media como aproximación a la medida experimental de una magnitud física.

Con respecto a la naturaleza del sonido se producen dos actuaciones destacables. La primera de ellas hace referencia a la propia naturaleza de las ondas sonoras, entendidas por algunos grupos, como un éter en el sentido aristotélico de sustancia ligera que ocupa todo espacio como un fluido. La segunda de estas actuaciones tiene que ver con el fenómeno del eco. Algunos grupos argumentan que el hecho de que exista reverberación en el aula

causaría un aumento de la intensidad sonora emitida por la fuente, en toda el aula o en determinadas zonas.

Las últimas actuaciones relevantes tienen que ver con los elementos de la representación cartesiana de funciones de dos variables. La primera de las ideas, relativa a la representación de datos de una tabla bidimensional, es organizar dicha representación en base a una de las dimensiones de la tabla (filas o columnas) elaborando un diagrama de barras para cada fila o columna. Uniendo posteriormente todos los diagramas de barras se obtendría la representación de todos los datos de la tabla.

Consideramos sumamente interesante la elaboración del concepto de aplicada haciendo referencia al plano, en lugar de a la recta. Esta recreación permite a los alumnos poner en relación el valor de intensidad de sonido medido en una celda determinada de la división del aula con la altura de su representación. El uso del material manipulable es de gran ayuda para la elaboración de este concepto.

Finalmente, hay que resaltar las distintas formas de representación tridimensional que desarrollan los alumnos con el material manipulable. Muchas de ellas apuntan en la dirección del concepto de representación cartesiano tridimensional formal, aunque algunas de estas representaciones son lineales y otras no. Destacamos también que, en particular, una de las representaciones elaboradas no apunta a un sistema de representación cartesiano al uso, pues en ella los cubos apilados indican suma o resta de cantidades según el color. De este modo la altura alcanzada por esta representación no se correspondería con una escala de medida.

En resumen, hemos podido observar con nuestra propuesta de enseñanza una gran variedad de actuaciones muy ricas en elementos precursores de los contenidos matemáticos en los que estamos interesados. Además, como añadido, han ido surgiendo otras ideas que ni siquiera habríamos tenido en cuenta. Hemos observado que, en situaciones de modelización matemática, la manera en que el alumno organiza el fenómeno determina la elaboración del concepto, pudiendo ir en la línea de los conceptos matemáticos estandarizados o en direcciones totalmente diferentes. En este caso, la intervención del profesor parece ser clave dependiendo del objetivo de enseñanza que se persiga, esta intervención no siempre es sencilla.

Sobre el trabajo futuro y la continuidad de esta investigación, destacamos algunas de las propuestas que ya hemos comenzado a barajar, como es el llevar a cabo esta experiencia en un formato de entrevista de enseñanza, la realización de un estudio sobre el rol del profesor con respecto a las diferentes intervenciones que realiza a lo largo del experimento o también explorar las ventajas del iPad® como herramienta digital interactiva en los procesos de modelización. De modo que el camino que nos queda por recorrer es amplio, ilusionante y motivador.



## Referencias bibliográficas

### Referencias

- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H., y Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study*. New York: Springer.
- Blum, W., y Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, applications, and links to other subjects. State, trends and issues in mathematics instruction. En *Educational studies in mathematics* (Vol. 22, pp. 37–68). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Blum, W., y cols. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education-Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1-2), 149-171.
- Borromeo, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. *ZDM*, 38(2), 86–95.
- Bressan, A., Zolkower, B., y Gallego, F. (2004). *La educación matemática realista. Principios en que se sustenta. Escuela de invierno en Didáctica de la Matemática. Agosto 2004*.
- De Lange, J. (1987). *Mathematics, insight and meaning*. Utrech: OW & OC.
- Ericsson, K. A., y Simon, H. A. (1980). Verbal reports as data. *Psychological Review*, 87, 215–251.
- Euler, L. (1797). *Introduction à l'analyse infinitésimale* (Vol. 2). Traducción al francés de J.B. Labey. París: Chez Barrois.
- Fei, L. (s.f.). *Recorder Pro - Voice Memos, Recording® for iOS*. Descargado 13 de abril de 2015, de <http://www.happy2tap.com/>
- Filloy, E. (1990). PME Algebra Research. A working perspective. En G. Booker, P. Cobb,

- y T. de Mendicuti (Eds.), *Proceedings of the Fourteenth Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Oaxtepec, Morelos, México.
- Filloy, E., Puig, L., y Rojano, T. (2008). El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas. *Enseñanza de las Ciencias*, 23(3), 327–342.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel.
- Gallart, C., Ferrando, I., y García-Raffi, L. M. (2015). Análisis competencial de una tarea de modelización abierta. *Números*, 88, 93–103.
- Gallart, C., Ferrando, I., y García-Raffi, L. M. (en prensa). El profesor ante la actividad modelizadora en el aula de secundaria. *SUMA*, 79.
- Generalitat Valenciana. (2007). Decreto 112/2007, de 24 de julio, del govern valencià, pel que s'establix el currículum de l'educació secundària obligatòria a la comunitat valenciana. *DOGV*(5562).
- Gravemeijer, K. P. E. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Utrech: Freudenthal Institute.
- Infante, F., y Puig, L. (2013). Modelos emergentes en un primer curso de economía y administración. *Modelling in Science Education and Learning*, 6, 235–248.
- Juan, M. A. (2012). *Modelo plausible vs. Modelo esperable. Un estudio exploratorio de aspectos del proceso de modelización*. Trabajo Fin de Máster Universitario en Investigación en Didácticas Específicas. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universitat de València (Estudi General).
- Kieran, C., y Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*, 7, 230–240.
- Lawson, M. J., y Rice, D. N. (1987). Solving word problems: A detailed analysis using thinking-aloud data. En J. Bergeron, N. Herscovics, y C. Kieran (Eds.), *Psychology of Mathematics Education: PME-XI* (pp. 170–176). Montreal.
- Lester, F. K. (1982). Building Bridges Between Psychological and Mathematics Education Research on Problem Solving. En F. K. Lester y J. Garofalo (Eds.), *Mathematical Problem Solving: Issues in Research* (pp. 55–85). Philadelphia: The Franklin Institute Press.
- Maaß, K. (2006). What are modeling competencies? *ZDM*, 38(2), 113–142.
- Martín, J. F., Murillo, J., y Fortuny, J. M. (2002). El aprendizaje colaborativo y la demostración matemática. En J. Murillo, P. M. Arnal, R. Escolano, J. M. Gairín, y L. Blanco (Eds.), *Actas VI Simposio de la SEIEM*.
- Mazzoni, D., y Dannenberg, R. (s.f.). *Audacity*<sup>®</sup>. Descargado 13 de abril de 2015, de <http://audacity.sourceforge.net/>
- Monzó, O., Puig, L., y Navarro, M. T. (en prensa). *Un estudio sobre el proceso de modelización, en el entorno informático de las tabletas*. Actas de las XVI JAEM. Palma: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.
- Navarro, M. T. (2012). *Del Álgebra a la Geometría. La sistematización de las coordenadas cartesianas y la representación gráfica de funciones en la Introductio in Analysin Infinitorum de euler y en el Traité du Calcul Diffeérentiel et du Calcul Intégral y en el Traité Élémentaire de Trigonométrie Rectiligne et Sphérique, et d'Application de l'Algèbre a la Géométrie de Lacroix*. Trabajo Fin de Máster Universitario en Investigación en Didácticas Específicas. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universitat de València (Estudi General).

- Ortega, M. (2013). *Un estudi exploratori sobre el procés de modelització amb dades reals en l'entorn informàtic dels iPads®*. Trabajo Fin de Máster Universitario en Investigación en Didácticas Específicas. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universitat de València (Estudi General).
- Ortega, M., y Puig, L. (2014). El proceso de modelización en el aula con datos reales. Un estudio exploratorio en el entorno informático de las tabletas. En J. L. González y cols. (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de las Matemáticas y Educación Matemática - 2014*. Málaga: Departamento de Didáctica de las Matemáticas, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales y SEIEM.
- Plotly Team. (s.f.). *Plotly®*. Descargado 13 de abril de 2015, de <https://plot.ly/>
- Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada: Comares, col. Mathema.
- Puig, L. (2008). Sentido y elaboración del componente de competencia de los modelos teóricos locales en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos. *PNA*, 2(3), 87–107.
- Puig, L. (en prensa). Modelización con datos reales. *Actas de las XVI JAEM. Palma: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas*.
- Puig, L., y Monzó, O. (2013). Fenómenos y ajustes. un modelo de enseñanza del proceso de modelización y los conceptos de parámetro y familia de funciones. En T. Rojano (Ed.), *Las tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas*. México: Trillas.
- Schaefer, P. (s.f.). *Decibel Ultra Pro® for iOS*. Descargado 13 de abril de 2015, de <http://www.dev-apps.de/app-decibelultra.html>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press: Orlando, FL.
- Treffers, A. (1987). *Three dimensions: a model of goal and theory description in mathematics education, the Wiskobas Project*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: an example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 9–35.



# Anexos





## Uso de Decibel Ultra Pro®

A continuación se adjunta una descripción de las funciones de la aplicación Decibel Ultra Pro®. En la figura A.1 se puede ver la vista general de la aplicación, en la que se distinguen dos paneles de medición situados en las partes superior e inferior. En la parte inferior aparece la sección de parámetros numéricos, una serie de botones azules redondos y un espectro de frecuencias. A continuación explicaremos cada uno de estos paneles así como las funciones de la aplicación.

### A.1. Panel superior, intensidad sonora

El panel superior nos indica la potencia o intensidad de la presión sonora detectada en el momento (mostrado como “Lp”, del inglés *level preassure*). Al expresarla sobre una escala logarítmica viene dada en decibelios (dB). Es importante destacar que la respuesta en frecuencia del oído humano no es plana y además varía considerablemente con el nivel de presión sonora de escucha. Para intentar aproximar los analizadores acústicos (sonómetros) a la respuesta del oído, se utilizan curvas de ponderación en frecuencia (ver figura A.2). Éstas en origen son una simplificación de la respuesta en frecuencia del oído a diferentes niveles. Así, para niveles bajos de presión sonora se usa la ponderación A, que atenúa más la señal recibida y la mostrará con menor nivel. La ponderación A es adecuada para la medida de ruidos de fondo, que son por definición de nivel bajo, y es la que utilizaremos en nuestro experimento por ser la más usada usualmente, pese a que la opción B también se podría considerar. Por ello, en el medidor se visualiza la leyenda “A”.



Figura A.1: Vista general de la aplicación Decibel Ultra Pro<sup>®</sup>.

También se muestra la etiqueta “fast”, que indica el tiempo de integración del software (el tiempo de integración con esta opción es de 125 milisegundos para el ataque y la caída del sonido). La opción “fast” es también la más usada por ser la más consistente con el tiempo de respuesta del oído humano.

Al elegir un tipo de ponderación en frecuencias para el análisis de la señal acústica (“A”, en nuestro caso) y un tiempo concreto de integración (“fast”, en nuestro caso), todas las medidas mostradas en el resumen inferior de la aplicación aparecerán con el sufijo “A” y “F” (fast).

En el mismo panel superior también se muestran los valores mínimos y máximos alcanzados durante el periodo de tiempo de medida. El mismo potenciómetro de medida de intensidad de sonido mostrado en el panel superior se muestra también en la parte derecha de la aplicación, pero en código de colores.

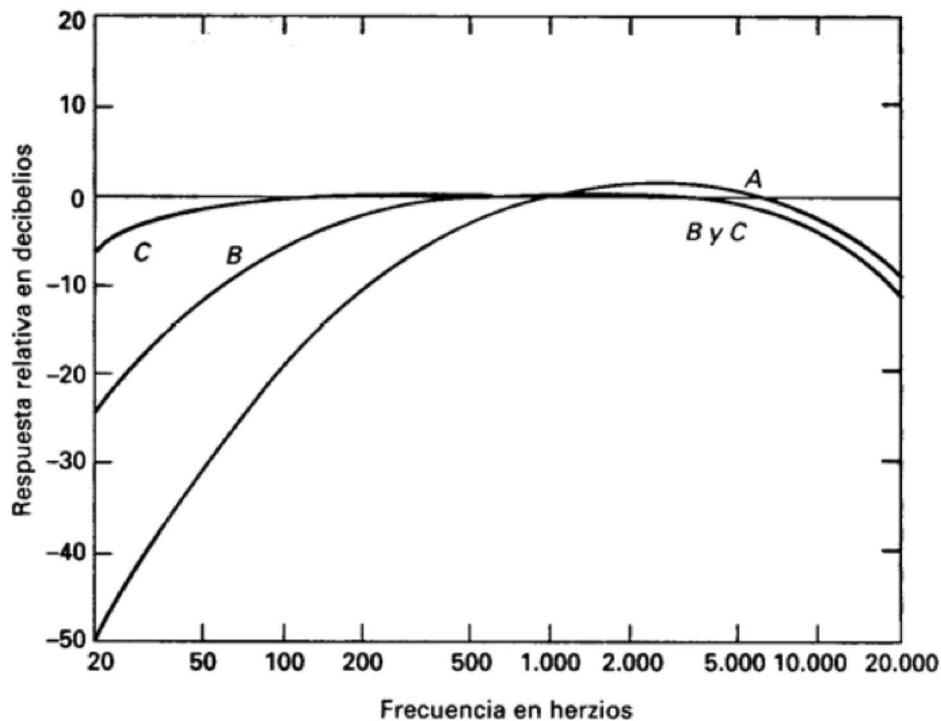


Figura A.2: Curvas de ponderación en frecuencias A, B y C.

## A.2. Panel inferior, picos de intensidad

Aquí encontramos los valores de la medición referentes al máximo alcanzado por la onda ponderadas en frecuencia con la curva C, adecuada para la evaluación de ruidos de alto nivel, pues apenas presenta atenuación en las frecuencias graves. La leyenda muestra “LCpeak”, pues muestra picos de intensidad (en inglés *peak*). A la hora de hacer mediciones veremos cómo el valor del indicador en este segundo panel se queda fijo en el máximo alcanzado. Este panel no lo utilizaremos en nuestro experimento.

## A.3. Tiempo transcurrido durante la medición

En el borde superior de la aplicación encontramos datos relativos a la hora en que se está realizando la medición. También aparece un contador del tiempo empleado en la medida de la intensidad sonora (*time elapsed*). Este valor es importante ya que el tiempo de medición influirá en el valor medio que tomaremos como medida final.

## A.4. Parámetros estándares de la medición

En la parte inferior de la aplicación aparece el panel de parámetros estándares medidos durante el intervalo de tiempo en el que se ha estado realizando la medición. Estos parámetros suelen utilizarse para cuantificar los sonidos tanto estables como variables. El principal requisito que debe cumplir un parámetro o criterio sobre el sonido es que sus valores tengan una correspondencia con la percepción del ruido, así como la facilidad para ser entendido y ser aplicado a cualquier otra fuente de sonido. Debido a que es difícil que un solo parámetro cumpla con todos estos requisitos, en los sonómetros profesionales ofrecen un conjunto con diferentes parámetros, entre ellos, Decibel Ultra Pro<sup>®</sup> nos muestra algunos (de arriba a abajo y de izquierda a derecha):

- **Nivel de Exposición Sonora:** *Sound Exposure Level* o *Level* en inglés, abreviado como  $L_{AE}$  (mostrado como “LAE”). Es aquel nivel constante en dB(A) que, para una duración de un segundo, tiene la misma cantidad de energía acústica que el suceso de ruido dado ponderado con la curva A (ponderado-A). Es un índice útil para calcular los niveles sonoros que resultan de cualquier combinación de fuentes sonoras. Este parámetro muestra la intensidad de sonido a la que estamos expuestos. Por ejemplo, para una onda que en 1 s muestre una intensidad de 90 dB (A), al cabo de 2 s mostrará un valor  $L_{AE} = 93$  dB (A).
- **Nivel de Presión Sonora Continuo Equivalente Ponderado-A:** abreviado como  $L_{eq,T}$  (mostrado como “LAeqT”). Es aquel nivel continuo en dB (A) el cual produciría la misma energía sonora en el mismo tiempo que el suceso dado. El periodo de observación ( $T$ ) es el que hemos empleado en realizar la medida.

Es la media obtenida durante el periodo de observación, pero, como se ha visto en el apartado anterior, no se corresponde con el valor real de intensidad sonora al que hemos estado expuestos. En nuestras medidas utilizaremos este valor como la intensidad de sonido asociada al sonido a medir.

- **Nivel de Presión Sonora Máximo Ponderado, calculado en un intervalo de 5 segundos:** mostrado en la aplicación como “LAFTeq”. Muestra el valor máximo obtenido con integración “fast” y ponderación “A”, durante los últimos 5 segundos. Se introduce en el contexto de la normativa correspondiente al estándar alemán DIN 45641. Es un valor que no utilizaremos.
- **Niveles Porcentuales:** abreviado como  $L_n$  y mostrado como “LA01”, “LA10”, “LA50”, “LA90” y “LA95”. Corresponde a términos estadísticos.  $L_n$  es aquel nivel de ruido en dB (A) que se ha excedido durante un  $n\%$  del periodo de medida  $T$ . Los niveles porcentuales más utilizados son el  $L_{90}$  (“LA90”, el cual se usa para estimar el nivel de ruido de fondo en un ambiente) y el  $L_{10}$  (“LA10”, el cual hace referencia a los niveles máximos o picos sonoros).

## A.5. Panel de botones

En la parte inferior de la aplicación aparecen, en azul, una serie de botones redondos de ajustes. Entre ellos tenemos las siguientes opciones:

- **PLAY / PAUSE:** empieza y pausa el proceso de medida.
- **STOP:** detiene el proceso de medida. Si después de parar la medición se reinicia la medida con PLAY, todos los valores se inicializan a cero.
- **dB ABC:** nos da la opción de elegir el tipo de ponderación de la medida entre las de tipo A, B, C, D y Z. Elegiremos la ponderación “A” por las razones argumentadas anteriormente.
- **Fast Slow Imp:** nos permite elegir el tipo de integración de las medidas que el sonómetro va tomando entre “fast”, “slow” o “impulse” (para más detalles pueden consultarse las descripciones en la ayuda de la aplicación). Nosotros tomaremos la evaluación “fast”, como antes hemos mencionado.
- **+/-:** ajusta el offset (ver documentación en la ayuda de la aplicación para más información). No utilizaremos esta opción.
- **r:** reseteo. Reinicia a cero todos los valores.
- **t:** hace referencia a los contadores (en inglés *triggers*). Nos permite medir las veces que se alcanza un valor determinado en dB durante la realización de una medida. No lo utilizaremos.
- **rec:** graba las medidas de lectura que se están realizando, con posibilidad de enviarlas por correo electrónico posteriormente.
- **a:** activa las medidas diferenciales automáticas (ver documentación en la ayuda de la aplicación para más información). No lo utilizaremos.
- **s:** da acceso al menú de configuración. Desde este menú se puede realizar la calibración del iPad® y realizar más ajustes secundarios.
- **?:** Da acceso al menú de ayuda con toda la documentación de la aplicación.



# B

## Dosieres

A continuación se adjuntan los dosieres entregados a los alumnos en cada una de las sesiones del experimento de enseñanza.

## Sesión 1

### El iPad® como sonómetro

#### Introducción

En las próximas 4 sesiones intentaremos acercarnos matemáticamente a un fenómeno de la vida cotidiana con la intención de comprenderlo y aprender algunos conceptos matemáticos.

Para ello, realizaremos una pequeña investigación para intentar responder a las siguientes cuestiones principales:

- **¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?**
- **¿Cambia mucho la percepción en un punto o en otro?**
- **¿De qué variables depende nuestra percepción sonora en la clase?**

Para poder lograr este cometido, necesitaremos:

1. Repasar algunos conceptos básicos relativos al sonido.
2. Una herramienta que nos permita medir la "cantidad de sonido" en un punto de la clase, en este caso, un iPad® a modo de sonómetro.

Las sesiones del experimento se dividirán en dos tipos principales:

- **Sesiones de contenido e instrucción.** En ellas introduciremos los conceptos teóricos necesarios para abordar el problema y daremos las instrucciones de funcionamiento básicas de las aplicaciones del iPad® que utilizaremos.
- **Sesiones de comprensión y de opinión.** En ellas el alumnado propondrá ideas para la resolución de la situación problemática y se pondrán en común las distintas posturas de los grupos.

La forma de trabajo será **grupal** (4 personas por grupo). Se **evaluará** el desempeño y las propuestas planteadas por cada grupo para conseguir responder de forma satisfactoria a las preguntas de investigación planteadas.

#### El sonido

El origen del sonido es siempre una vibración (generalmente de un cuerpo u objeto elástico). Al vibrar, el medio que se encuentra alrededor del objeto (podría ser aire, agua, etc) se perturba, comprimiéndose y expandiéndose sucesivamente en forma de ondas. De este modo, la vibración se transmite en todas direcciones a través del medio. Las características del sonido percibido quedan determinadas por la forma concreta de las variaciones de presión.

Dossier alumnos - 20/03/2015

Por lo tanto, queda claro que para que exista sonido, necesitamos:

- Un medio físico en el que puedan propagarse
- Una fuente de vibración mecánica

En nuestro experimento el medio físico será el aire y la vibración la generaremos con los altavoces de un ordenador, así, el sonido emitido, nuestra señal acústica, se transmitirá como una onda de presión de aire.

Trabajaremos aquí con ondas artificiales generadas por software de ordenador para facilitar el proceso. En concreto utilizaremos el llamado "ruido rosa", una señal acústica con características específicas que se utiliza para hacer mediciones acústicas, y en la práctica se utiliza para poder ecualizar salas y para calibración de material sonoro.

Para poder medir dichas variaciones necesitaremos transformar la intensidad de presión en el aire en señal eléctrica para poder cuantificar dicho sonido. Esto suele hacerse con instrumentos profesionales de medida, llamados sonómetros.

### Midiendo el sonido - Uso de la App Decibel Ultra Pro

La unidad de medida de la intensidad sonora es el decibelio (dB). En la escala decibélica cada aumento de 10 decibelios supone un sonido 10 veces más intenso. Dicho de otra manera, un lavavajillas que emite un ruido de 50 dB no es algo más ruidoso, sino que es 10 veces más ruidoso que uno que emita 40 dB y 100 veces más que uno de 30 dB.



#### Realiza la actividad 1 del documento entregable de esta sesión

Para poder medir la intensidad de un sonido necesitaremos un instrumento capaz de transformar las ondas de presión que viajan por el aire en señales eléctricas. Este instrumento será el micrófono interno del iPad®, dando por sentado que el micrófono y su respuesta espectral no es comparable al de un aparato profesional.

Además, también necesitaremos un software que codifique y cuantifique esta medición, para ello usaremos la App Decibel Ultra Pro, creada por Patrick Schaefer. A continuación describiremos las instrucciones básicas de funcionamiento de la App.

**NOTA:** El iPad® está ya previamente calibrado, por lo que no es necesario realizar ningún ajuste adicional.

**NOTA:** la App puede mostrar fluctuaciones entre dispositivos de entre 1 y 3 dB. Es importante resaltar que el micrófono interno del iPad® no puede realizar ninguna medición por debajo de 30 dB (A), medidas para las cuales se requiere de un micrófono externo.

A continuación vamos a describir los controles básicos que necesitaremos dominar para poder realizar nuestra investigación. En la explicación teórica de clase se describirá toda la App, pero aquí solo resumimos aquellas opciones necesarias para realizar las mediciones, a modo de documentación básica.

El **panel superior** nos indica la potencia o intensidad de la presión sonora ( $L_p$ ) detectada. Al expresarla sobre una escala logarítmica viene dada en decibelios (dB).

Pero el valor mostrado es puntual, en un momento determinado, y **no será el valor que usaremos para realizar medidas**.

En azul y repartidos por toda la App visualizamos una serie de botones redondos correspondientes a los distintos ajustes. Entre ellos vamos a utilizar los siguientes:

- **PLAY / PAUSE:** empiezan y pone en pausa el proceso de medida por un periodo de tiempo determinado.
- **STOP:** para el proceso de medida. Si después de parar se reinicia la medida con PLAY, todos los valores se inicializan en cero.
- **r:** reseteo. Devuelve a cero todos los valores.
- **s:** Acceso al menú de configuración. Desde este menú se puede realizar la calibración del iPad.
- **?:** Acceso al menú de ayuda.



#### Pasos a seguir para realizar una medición con la App:

1. Si no lo está, pararemos toda medición, usando el botón **STOP**.
2. Si no lo están, resetearemos los valores a cero, pulsando el botón **r**.
3. Comenzaremos la medición pulsando el botón **PLAY**.
4. Tomaremos medidas durante 5 segundos, para ello, nos fijaremos en la parte superior de la App, en la que aparece el tiempo de medición transcurrido, mostrado como "elapsed".
5. Una vez alcanzados los 5 segundos, pulsaremos el botón **STOP** (o **PAUSE**).
6. Anotaremos el valor en dB de la medida tomada, para ello, nos fijaremos en el parámetro estándar denominado **Nivel de Presión Sonora, Continuo Equivalente Ponderado-A,  $L_{eq,T}$**  (mostrado como **LAeqT**). Este valor es la media en dB obtenida durante el periodo de observación.
7. Finalmente, volveremos a resetear los valores de la App, usando el botón **r**.

Dossier alumnos - 20/03/2015

**IMPORTANTE:** todos los grupos deben seguir las instrucciones descritas para que las medidas sean coherentes, con sentido y sobre todo, comparables.



**Realiza la actividad 2 del documento entregable de esta sesión**

Para finalizar la sesión realizaremos una puesta común de las actividades realizadas



**Puesta en común de los resultados de las actividades realizadas**

### Conclusiones

Como cierre de esta primera sesión, remarcaremos las conclusiones a las que hemos llegado, de modo que sirvan como punto de partida para la próxima sesión.

Las **conclusiones** de esta sesión son:

- Utilizando la App Decibel Ultra Pro hemos ideado un procedimiento para la medida de la intensidad sonora en un punto, este procedimiento lo aplicaremos de forma **sistemática** en las futuras sesiones.
- Este procedimiento lo hemos **estandarizado**, de modo que será el que todos los grupos utilicen en las futuras sesiones, de este modo las medidas que tomemos serán **fiabes** y los **valores coherentes y comparables** entre si, pese a estar tomadas por grupos diferentes.

## Sesión 2

### El iPad® como sonómetro

#### Introducción

En la sesión anterior vimos cómo utilizar una herramienta cotidiana como el iPad® a modo de sonómetro. Así mismo, se introdujo el decibelio como unidad de medida de la intensidad sonora y la escala decibélica como referencia para estimar sonidos. En concreto, completamos la siguiente tabla:

Fuente sonora	Intensidad (dB)
	0 (Umbral de audición)
Respiración	10
Murmullo de hojas	20
Susurros a 5 metros	30
Casa tranquila	40
Oficina tranquila	50
Voz humana a 1 metro	60
Tráfico intenso	70
Fábrica o compresor	80 (Molestias auditivas)
Ferrocarril	100
Grandes altavoces a 2 metros	120 (Umbral de dolor)
Avión despegando	140

También se explicó el funcionamiento de la App Decibel Ultra Pro. Con dicha aplicación podremos cuantificar la intensidad de una fuente sonora y responder a las preguntas de nuestra investigación inicial:

- ¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?
- ¿Cambia mucho la percepción en un punto o en otro?
- ¿De qué variables depende nuestra percepción sonora en la clase?

Dossier alumnos - 24/03/2015

Es importante recordar el **proceso de medición** que se estableció en la sesión inicial:



**Pasos a seguir para realizar una medición con la App:**

1. Si no lo está, pararemos toda medición, usando el botón **STOP**.
2. Si no lo están, resetearemos los valores a cero, pulsando el botón **r**.
3. Comenzaremos la medición pulsando el botón **PLAY**.
4. Tomaremos medidas durante 5 segundos, para ello, nos fijaremos en la parte superior de la App, en la que aparece el tiempo de medición transcurrido, mostrado como "elapsed".
5. Una vez alcanzados los 5 segundos, pulsaremos el botón **STOP** (o **PAUSE**).
6. Anotaremos el valor en dB de la medida tomada, para ello, nos fijaremos en el parámetro estándar denominado **Nivel de Presión Sonora, Continuo Equivalente Ponderado-A,  $L_{eq,T}$**  (mostrado como **LAeqT**). Este valor es la media en dB obtenida durante el periodo de observación.
7. Finalmente, volveremos a resetear los valores de la App, usando el botón **r**.

Este proceso deberá ser seguido en TODAS las mediciones por TODOS los grupos. De este modo, conseguimos un procedimiento estándar, para que las medidas resulten fiables, coherentes y comparables entre sí, pese a estar tomadas por grupos diferentes.

**Estrategias iniciales de resolución**

Para intentar resolver las preguntas de investigación de nuestro proyecto, vamos a colocar una fuente puntual de sonido. Trabajaremos aquí con ondas artificiales generadas por software de ordenador para facilitar el proceso. En concreto utilizaremos el llamado "ruido rosa", una señal acústica con características específicas que se utiliza para hacer mediciones acústicas, y en la práctica se utiliza para poder ecualizar salas y para calibración de material sonoro.

Vamos a intentar dar solución a la problemática planteada, en concreto a la pregunta:

- **¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?**

Para ello...



**Realiza la actividad 1 del documento entregable de esta sesión**



**Puesta en común de los resultados de la actividad**

### **Divide y vencerás**

Queda clara pues, de la actividad anterior, la necesidad de dividir el espacio del aula en parcelas y obtener la intensidad de sonido que llega a cada una de las parcelas. De este modo podremos obtener un "mapa" con la distribución de la intensidad sonido.

Para proceder con la división del aula, haz uso del mapa que te damos y, junto con el grupo, haz la siguiente actividad.



**Realiza la actividad 2 del documento entregable de esta sesión**



**Puesta en común de los resultados de la actividad**

### **Varias medidas para una misma fuente**

Por el momento tenemos clara la forma de proceder con la división del aula, para poder elaborar el mapa de intensidad de sonido. Vamos a abordar ahora el tema de la precisión en las medidas. Para ello, realiza la siguiente actividad.



**Realiza la actividad 3 del documento entregable de esta sesión**



**Puesta en común de los resultados de la actividad**

## Sesión 3

### El iPad® como sonómetro

#### Introducción

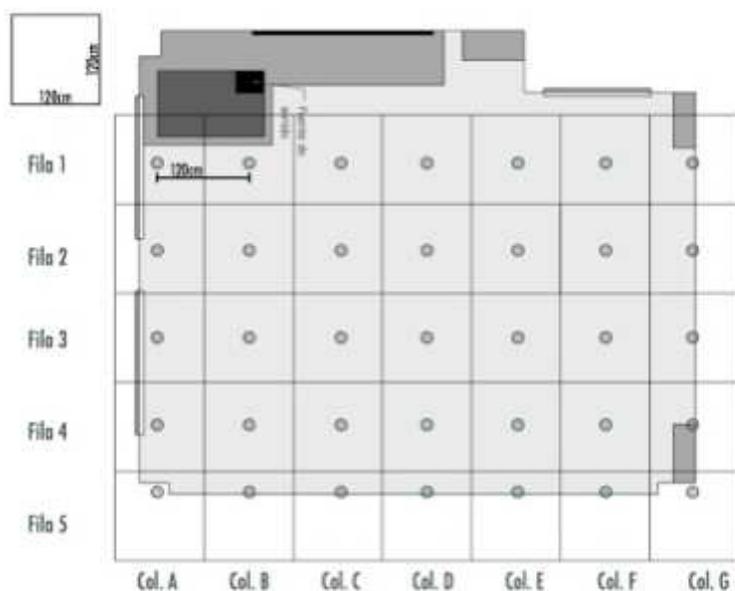
En la sesión anterior vimos la necesidad de dividir la clase en zonas iguales para poder crear una cuadrícula o retículo. De este modo, obtendremos un mapa de la intensidad de sonido en el aula.

Además, con el fin de minimizar los errores, para cada punto de la cuadrícula, mediremos 4 valores relativos a la posición del micrófono y obtendremos la media aritmética de ellos.

Para cada una de las medidas, seguiremos el procedimiento estandarizado de medida establecido en la primera sesión.

#### Preparando el aula para las toma de datos

La división que utilizaremos como retículo es la que se mostró al final de la sesión anterior en las diapositivas. La mostramos aquí en versión reducida:



Conjuntamente, prepararemos los puntos de toma de medida siguiendo las indicaciones del profesor. Marcaremos los puntos seleccionados en el suelo con cinta de carroceros utilizando una cinta métrica (dependiendo del tiempo, este paso podrá ser preparado por el profesor).

### Tomando valores por grupos

Como algún compañero comentó en la anterior sesión, utilizaremos un **único iPad** para la toma de datos, de esta forma conseguiremos minimizar los errores relativos al instrumento, pues como se avisa en la App, las mediciones pueden fluctuar entre 1 y 3 dB en distintos dispositivos.

Como tenemos el tiempo limitado, **cada grupo tomará la medida de una zona concreta**, de modo que entre todos los grupos cubramos todos los puntos seleccionados. **Se propone que cada grupo realice la medición de una fila**. Y dentro de cada grupo, al ser 4 personas, cada miembro medirá todos los valores relativos a una posición:

- Orientado hacia la fuente sonora (**hacia delante**)
- Orientado contra la fuente sonora (**hacia detrás**)
- Orientado hacia la derecha de la fuente sonora (**hacia la izquierda**)
- Orientado hacia la izquierda de la fuente sonora (**hacia la derecha**)

Así, el miembro 1 del grupo 1, tomará 7 medidas (tantas como columnas), correspondientes a las 7 casillas de la fila 1 con la orientación del instrumento hacia delante (orientado hacia la fuente).

El miembro 2 del grupo 1 tomará otras 7 medidas correspondientes a las 7 casillas de la fila 1 pero con la orientación del instrumento hacia detrás (orientado hacia el final de la clase). Y así, sucesivamente.

Si en algún grupo hay más miembros, haremos un reparto lo más equitativo posible para que todos participen de similar modo.



#### Pasos a seguir para realizar una medición con la App:

1. Si no lo está, pararemos toda medición, usando el botón **STOP**.
2. Si no lo están, resetearemos los valores a cero, pulsando el botón **r**.
3. Comenzaremos la medición pulsando el botón **PLAY**.
4. Tomaremos medidas durante 5 segundos, para ello, nos fijaremos en la parte superior de la App, en la que aparece el tiempo de medición transcurrido, mostrado como "elapsed".
5. Una vez alcanzados los 5 segundos, pulsaremos el botón **STOP** (o **PAUSE**).
6. Anotaremos el valor en dB de la medida tomada, para ello, nos fijaremos en el parámetro estándar denominado **Nivel de Presión Sonora, Continuo Equivalente Ponderado-A,  $L_{eq,T}$**  (mostrado como **LAeqT**). Este valor es la media en dB obtenida durante el periodo de observación.
7. Finalmente, volveremos a resetear los valores de la App, usando el botón **r**.

Dossier alumnos - 26/03/2015

Los valores que vayamos obteniendo los iremos anotando en la tabla proporcionada en el Entregable 3:

Posición	↑	↓	←	→	Valor medio
1					
...					

Finalmente, calcularemos el **valor medio de las 4 medidas** correspondientes a las 4 orientaciones del instrumento para obtener un **único punto representativo** de la posición elegida.



**Realiza la actividad 1 del documento entregable de esta sesión**

Si da tiempo, comentaremos los resultados obtenidos.



**Puesta en común de los resultados de la actividad**

### Conclusiones

Las **conclusiones** de esta sesión son:

- Se ha dividido el aula en **zonas** para proceder a su medición.
- Con el fin de minimizar los errores, hemos utilizado un **único iPad** para realizar las medidas.
- Para cada punto, hemos tomado 4 valores referentes a las diferentes orientaciones. Con ellos se ha calculado la **media como valor representativo** del punto concreto.

Con esta sesión cerramos el capítulo de mediciones para intentar responder en la última sesión a las preguntas de investigación iniciales.

## Sesión 4

### El iPad® como sonómetro

#### Introducción

En la anterior sesión estuvimos realizando las medidas de intensidad de sonido correspondientes a nuestra aula. Ello lo hemos realizado siguiendo estos pasos:

- Dividir el aula en **zonas** para proceder a su medición, de modo que tengamos toda el aula muestreada.
- Utilizar un **único iPad®** para realizar las medidas, con el fin de minimizar errores instrumentales.
- Tomar **4 valores para cada punto** de la cuadrícula elegida, referentes a las diferentes orientaciones del iPad®, calculando la **media como valor representativo** del punto concreto.

En esta última sesión intentaremos dar respuesta a las preguntas de investigación planteadas inicialmente, a partir de todos los datos de los que disponemos.

Recordamos aquí las preguntas:

- **¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?**
- **¿Cambia mucho la percepción en un punto o en otro?**
- **¿De qué variables depende nuestra percepción sonora en la clase?**

#### Procesando la información

Como se os explicó, los 4 valores medidos en cada punto de la cuadrícula por los diferentes alumnos de los grupos han sido pasados a una tabla de datos, y para cada punto de la cuadrícula, se ha calculado la media aritmética.

Estos valores los tenéis en el documento entregable adjunto.



**Realiza la actividad 1 del documento entregable de esta sesión**

Dossier alumnos - 27/03/2015



**Puesta en común de los resultados de la actividad**

### En busca de un sistema de representación

Vamos ahora a pensar en una forma conjunta para la representación de los datos que hemos obtenido. Para ello, los profesores vamos a entregaros un material manipulativo apilable, los cubos. Vamos a pensar un rato en cómo podemos transformar nuestros datos en "algo" que físicamente indique la cantidad de dB medidos.



**Realiza la actividad 2 del documento entregable de esta sesión**



**Puesta en común de los resultados de la actividad**

### De vuelta de las 3D a las 2D

El sistema de representación que hemos creado entre todos está muy bien, pues es muy gráfico y nos da una idea muy visual de la intensidad de sonido en cada punto medido, pero tiene un problema: es una representación tridimensional que resulta difícil de manejar.

Pero no nos sirve en la vida real... tendremos que pensar algo para volver a un sistema de representación en 2D que nos de la misma información que este.



**Realiza la actividad 3 del documento entregable de esta sesión**



**Puesta en común de los resultados de la actividad**

### Códigos de colores

A propósito de la actividad anterior, fíjate en los mapas con colores que te vamos a mostrar a continuación. Los tienes disponibles en el propio **iPad** que le ha sido asignado a tu grupo. Échales un vistazo, coméntalos con tu grupo y realiza la siguiente actividad.



**Realiza la actividad 4 del documento entregable de esta sesión**



**Puesta en común de los resultados de la actividad**

### Un poco de matemáticas

Todos sabéis lo que es una función: dados dos conjuntos  $A$  y  $B$ , llamamos *función* a la asociación  $f$  que a cada elemento  $a$  de  $A$  le asigna un único elemento  $b$  de  $B$ . Y lo denotamos  $f(a) = b$ .

Ahora bien... ¿qué ocurre cuando el dominio de la función no es de 1 dimensión, si no de 2 dimensiones? ¿Es decir, qué ocurre cuando es un plano?

Dossier alumnos - 27/03/2015

¡Este es justamente nuestro problema de investigación!



**Realiza la actividad 5 del documento entregable de esta sesión**



**Realiza la actividad 6 del documento entregable de esta sesión**



**Puesta en común de los resultados de la actividad**

### Conclusión

Para concluir el experimento, te pediremos, que en grupo redactes las conclusiones de esta experiencia y des la respuesta a las preguntas de investigación iniciales que se te habían planteado. Esperamos que seas capaz de responder a todas ellas.

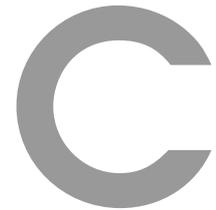


**Realiza la actividad 7 del documento entregable de esta sesión**



**Puesta en común de los resultados de la actividad**





## Documentos entregables

A continuación se adjuntan los documentos entregables a completar por los alumnos en cada una de las sesiones del experimento de enseñanza.

## Sesión 1

### El iPad® como sonómetro

<b>GRUPO Núm.:</b>	
<b>iPad® asignado:</b>	
<b>Apellidos</b>	<b>Nombre</b>

#### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** Investiga sobre el decibelio, la medida de referencia para magnitudes acústicas. Realiza las anotaciones que creas pertinentes y redacta una definición sobre dicha magnitud para compartirla con el resto de grupos en la discusión.

Entregable 1 - 20/03/2015

**Actividad 2.** Una vez explicado el funcionamiento básico de la App, averigua valores típicos en dB para eventos cotidianos con el fin de completar la siguiente tabla. Aquí puedes hacer uso de la App Decibel Ultra Pro para hacer algunas mediciones (recuerda los umbrales definidos en los cuales la App no es fiable). Para los sonidos más intensos te recomendamos que realices una búsqueda en internet.

Intensidad (dB)	Fuente sonora
Umbral de audición: 0	
10	
20	
30	
40	
50	
60	
70	
Molestias auditivas: 80	
100	
Umbral de dolor: 120	
130	
140	
180	
200	

## Sesión 2

### El iPad® como sonómetro

<b>GRUPO Núm.:</b>	
<b>iPad® asignado:</b>	
<b>Apellidos</b>	<b>Nombre</b>

#### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** Como ya vimos en la sesión anterior, con la App Decibel Ultra Pro podemos utilizar el iPad® como sonómetro. En un primer momento, cada grupo tomará una medida, en su mesa de trabajo, y será comparada con el resto de grupos. ¿Cómo crees que va a cambiar la medida de intensidad de señal en cada una de las mesas?

Vamos ahora con la medición real, a partir de la fuente de "ruido rosa". Anota aquí tus resultados:

Medida	Intensidad (dB)
Ruido rosa	

Compara ahora las medidas con el resto de grupos.

Como podíamos esperar, las medidas son diferentes para cada grupo, pues se encuentran en zonas diferentes del aula. Vamos a volver sobre la pregunta de investigación inicial:

- **¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?**

Entregable 2 - 24/03/2015

Comenta con tu grupo y anota qué estrategias utilizarías para resolver la problemática que se te ha planteado. Da al menos una posible solución que te permita responder a la pregunta planteada. Comentaremos con el resto de grupo las posibles estrategias de resolución planteadas.

**Actividad 2.** Una vez demostrada la necesidad de dividir el aula en partes para medir en ellas la intensidad de sonido, te proponemos que junto con el grupo estudies qué posibles divisiones crees que serían las más convenientes.

Haced uso del mapa que se da al final de este documento y valorad y argumentad cuáles, según vuestro criterio, serían las divisiones más interesantes para conseguir nuestro cometido. Al finalizar, haremos una puesta en común con el resto de grupos.

2

**Actividad 3.** Cada grupo realizará cuatro medidas de un mismo sonido que emitiremos en el aula (ruido rosa nuevamente) y anotará los resultados en la tabla siguiente:

Medida	Intensidad (dB)
1	
2	
3	
4	

**Contesta a las siguientes preguntas:**

a. ¿Son iguales, en valor, las medidas obtenidas?

b. ¿Esperabas que todos los valores obtenidos fueran iguales? ¿Por qué?

c. En caso de que no todas las medidas te hayan salido iguales, ¿a qué crees que podría deberse esa diferencia, sabiendo que la fuente e intensidad sonora han sido las mismas durante la toma de datos?

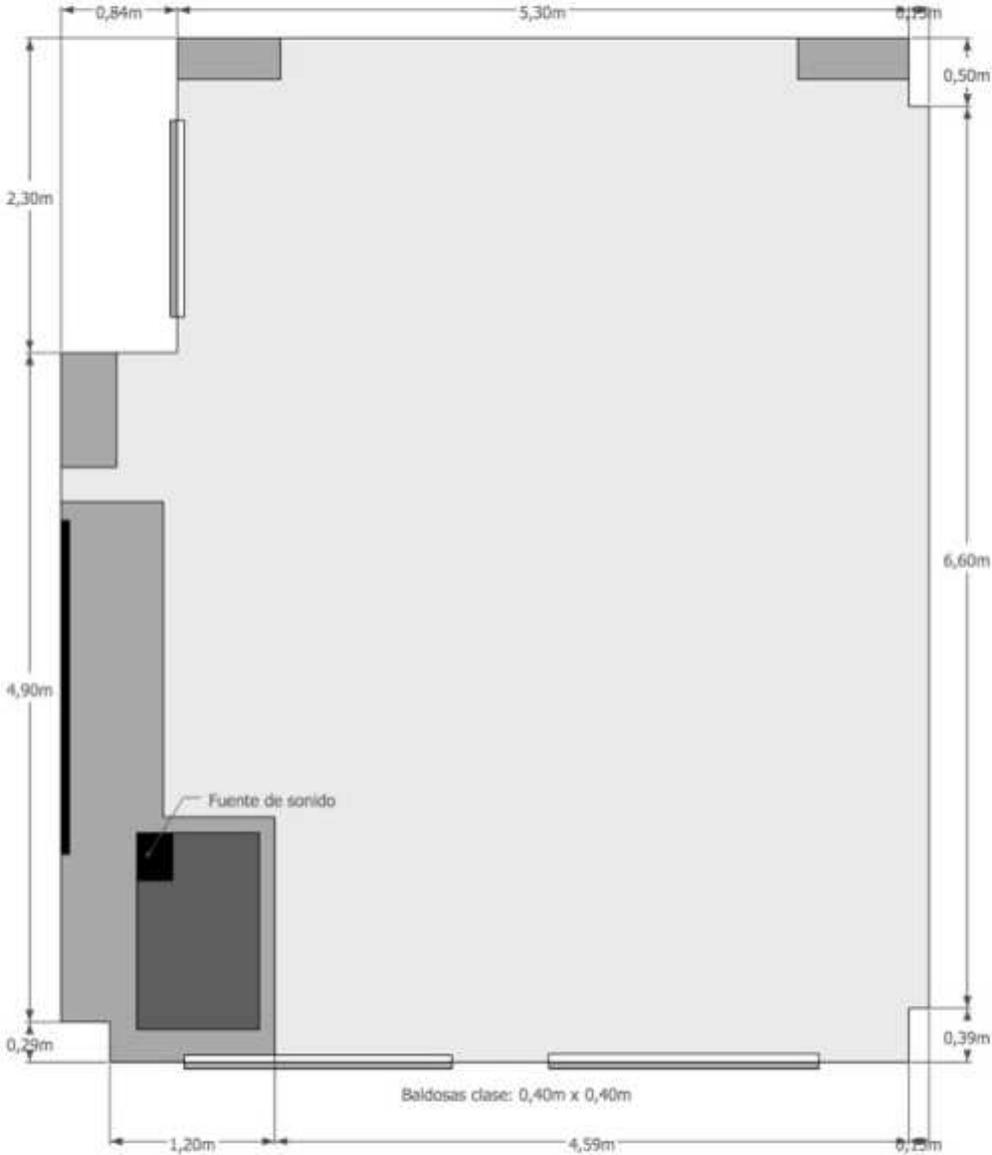
d. ¿Son representativos de la intensidad sonora todos los valores que has obtenido? Es decir, ¿son todos los valores "similares" entre sí o hay alguno que es incoherente?

Entregable 2 - 24/03/2015

e. ¿Cómo podemos fiarnos de nuestra medición si todos los valores no son iguales?  
Piensa en alguna estrategia que te permita resolver esta situación, coméntala con el grupo y anótala aquí.

4

Mapa de la clase:



Entregable 3 - 26/03/2015

## Sesión 3

### El iPad® como sonómetro

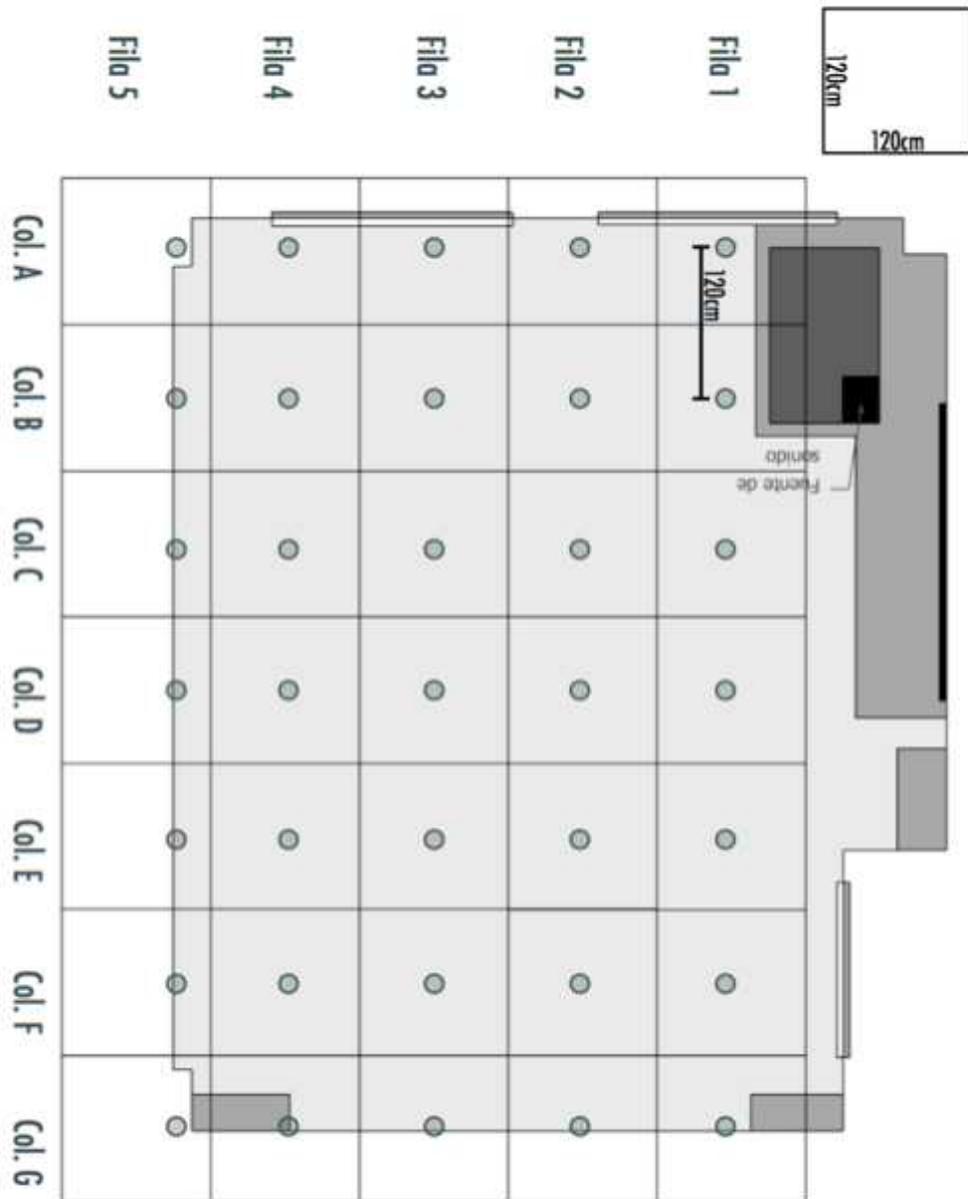
<b>GRUPO Núm.:</b>	
<b>iPad® asignado:</b>	
<b>Apellidos</b>	<b>Nombre</b>

#### Actividades de la sesión

**Actividad 1. Toma de valores por grupos.** Siguiendo las indicaciones del profesor, cada grupo tomará las mediciones correspondientes a su grupo y las anotará en la tabla siguiente. Se realizarán 4 mediciones por punto, de acuerdo a las 4 posibles orientaciones del micrófono. Detrás se adjunta el mapa de la cuadrícula elegido para las mediciones.

Posición	↑	↓	←	→	Valor medio

**División del aula para las mediciones:**



Entregable 4 - 27/03/2015

## Sesión 4

### El iPad® como sonómetro

<b>GRUPO Núm.:</b>	
<b>iPad® asignado:</b>	
<b>Apellidos</b>	<b>Nombre</b>

#### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** En la **Tabla 1** se representan los valores medios obtenidos en cada uno de los puntos de la cuadrícula en la que se dividió la clase.

Medias	A	B	C	D	E	F	G
1	71,05	72,15	70,4	69,2	68,5	68,325	68,125
2	69,975	70,2	69,55	69,075	68,825	68,6	68,3
3	69,875	70,125	69,85	69,55	69,2	69,225	69,3
4	69,35	70	69,8	69,275	68,975	69,475	68,875
5	70,975	71,3	69,8	68,75	69,525	68,675	68,175

Observa estos valores y contesta a la siguiente pregunta: ¿cómo podríamos representarlos? ¿se te ocurre algún posible sistema de representación? Coméntalo con el grupo y redacta una respuesta.

**Nota:** al final de este documento dispones del mapa de la clase con la cuadrícula de división.

Entregable 4 - 27/03/2015

**Actividad 2.** Fíjate en el mapa con la cuadrícula que se adjunta al final del documento. Comienza pasando los datos de la Tabla 1 al mapa, escribiendo en cada casilla el valor en dB medio medido. El grupo debe inventar una posible representación con el material manipulativo que te entregarán los profesores. Haz una foto o varias fotos con el iPad y explica el significado de la representación que estás utilizando.

2

Entregable 4 - 27/03/2015

**Actividad 3.** El sistema de representación que hemos creado entre todos está muy bien y nos da una idea muy visual de la intensidad de sonido en cada punto medido, pero tiene un problema: es una representación tridimensional que resulta difícil de manejar.

¿Puede tu grupo pensar alguna estrategia para llevar al papel (2D) este sistema de representación en 3D?

**Actividad 4.** Fíjate en los mapas que te vamos a mostrar a continuación en la pizarra (los tienes disponibles en el propio iPad<sup>®</sup> que le ha sido asignado al grupo). Échales un vistazo, coméntalos con tu grupo y contesta a las siguientes preguntas: ¿Qué significan los colores? ¿Qué interpretas tú de ello?

3

Entregable 4 - 27/03/2015

**Actividad 5.** Hablando de curvas de nivel... ¿Has visto en la realidad o en tu día a día algún tipo de mapa o representación similar? Coméntalo con el grupo y redacta tu respuesta.

**Actividad 6.** Utilizando herramientas informáticas se han realizado mapas de contorno, tanto para los valores medios obtenidos como para cada una de las orientaciones medidas (de frente a la fuente, de espaldas a la fuente, hacia la izquierda de la clase y hacia la derecha de la clase). ¿Puedes intentar sacar alguna conclusión a partir de lo que en ellos se describe? Anótalas aquí para cada uno de los mapas.

4

Entregable 4 - 27/03/2015

**Actividad 7.** Por último, intenta responder a las preguntas de investigación iniciales con todos los conocimientos que has adquirido:

**a. ¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?**

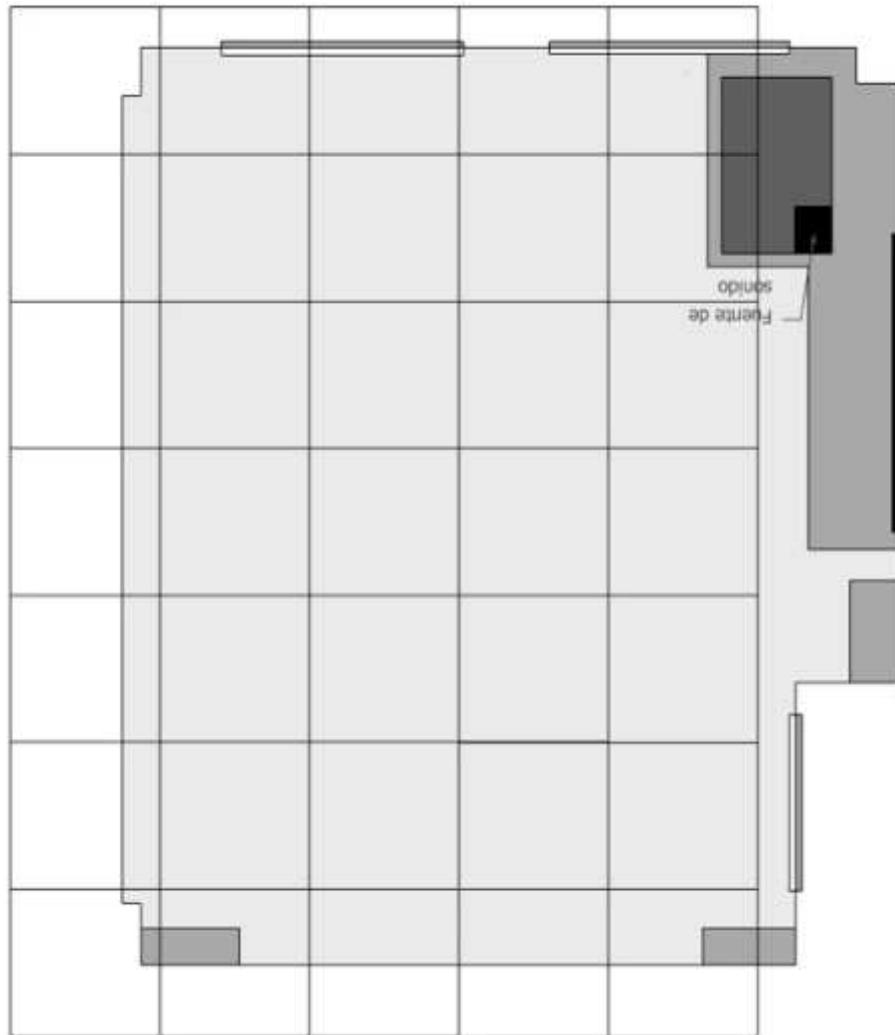
**b. ¿Cambia mucho la percepción en un punto o en otro?**

**c. ¿De qué variables depende nuestra percepción sonora en la clase?**

**ANEXOS:**



Entregable 4 - 27/03/2015







## Documentos manuscritos

A continuación se adjuntan los documentos manuscritos correspondientes a las diferentes sesiones cumplimentados por los grupos durante el experimento de enseñanza.

Para la sesión 4, solo se adjunta la primera hoja, ya que por cuestiones de tiempo el resto de actividades se realizaron de forma verbal, como se ha comentado en el cuerpo del trabajo.

## Sesión 1 El iPad® como sonómetro

GRUPO Núm.:	
iPad, asignado: 8	
Apellidos	Nombre

### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** Investiga sobre el decibelio, la medida de referencia para magnitudes acústicas. Realiza las anotaciones que creas pertinentes y redacta una respuesta para compartirla con el resto de grupos en la discusión.

- \* Es una unidad que se utiliza para medir la intensidad del sonido y otras magnitudes físicas. un decibelio es la décima parte de un belio.
- \* La escala de decibelios es logarítmica.
- \* se emplea mucho como magnitud de referencia en un nivel contenido muy bajo.

Fringo 1 + 2008/2015

**Actividad 2.** Una vez explicado el funcionamiento básico de la App, averigua valores típicos en dB para eventos cotidianos con el fin de completar la siguiente tabla. Aquí puedes hacer uso de la App Decibel Ultra Pro para hacer algunas mediciones (recuerda los umbrales definidos en los cuales la App no es fiable). Para los sonidos más intensos te recomendamos que realices una búsqueda en internet.

Intensidad (dB)	Fuente sonora
Umbral de audición: 0	
10	Respiración tranquila
20	Biblioteca
30	¿
40	Conversación
50	Aglomeración de gente
60	Lavaplatos
70	Aspiradora
Molestias auditivas: 80	Tren
100	Perforadora eléctrica
Umbral de dolor: 120	Motor de avión en marcha
130	Avión en despegue
140	Cochete de Fórmula 1
180	Corte en despegue
200	Bomba atómica

## Sesión 1 El iPad® como sonómetro

GRUPO Núm.: dos 4 perfectos	
iPad® asignado: 7	
Apellidos	Nombre
...	...
...	...

### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** Investiga sobre el decibelio, la medida de referencia para magnitudes acústicas. Realiza las anotaciones que creas pertinentes y redacta una respuesta para compartirla con el resto de grupos en la discusión.

El decibelio, símbolo dB, es la unidad relativa empleada en acústica, electrónica, telecomunicaciones, y otras especialidades para expresar la relación entre dos magnitudes: la magnitud que se mide y una magnitud de referencia.

$10^0$  parte de 1 belio

Entregable 1 - 20/03/2015

**Actividad 2.** Una vez explicado el funcionamiento básico de la App, averigua valores típicos en dB para eventos cotidianos con el fin de completar la siguiente tabla. Aquí puedes hacer uso de la App Decibel Ultra Pro para hacer algunas mediciones (recuerda los umbrales definidos en los cuales la App no es fiable). Para los sonidos más intensos te recomendamos que realices una búsqueda en internet.

Intensidad (dB)	Fuente sonora
Umbral de audición: 0	
10	Respiración tranquila
20	Biblioteca
30	Muebles de oficina
40	Música conversión
50	Aplausos de gente
60	Computador
70	Aspiradora
Molestias auditivas: 80	Tren
100	Perforadora eléctrica
Umbral de dolor: 120	Motos de agua en un río
130	Avión en despegue
140	Auto de Fórmula 1
180	Caballo de despegue
200	Bombas atómicas

## Sesión 1

### El iPad, como sonómetro

GRUPO Núm.:	
iPad, asignado: 5	
Apellidos	Nombre

#### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** Investiga sobre el decibelio, la medida de referencia para magnitudes acústicas. Realiza las anotaciones que creas pertinentes y redacta una respuesta para compartirla con el resto de grupos en la discusión.

Unidad que se utiliza para medir la intensidad del sonido. La intensidad del sonido percibido está relacionado con la intensidad de una onda sonora, también llamada intensidad acústica.

La conversión entre intensidad y decibelios sigue esta ecuación:

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

ALEXANDER GRAHAM BELL.

Entregable 1 - 2009/2015

**Actividad 2.** Una vez explicado el funcionamiento básico de la App, averigua valores típicos en dB para eventos cotidianos con el fin de completar la siguiente tabla. Aquí puedes hacer uso de la App Decibel Ultra Pro para hacer algunas mediciones (recuerda los umbrales definidos en los cuales la App no es fiable). Para los sonidos más intensos te recomendamos que realices una búsqueda en internet.

Intensidad (dB)	Fuente sonora
Umbral de audición: 0	
10	Normal Respiración tranquila
20	Biblioteca
30	Murmullo
40	conversación
50	Aglomeración de gente/distribuidor
60	
70	Aspiradora
Molestias auditivas: 80	Tren
100	Refractora eléctrica
Umbral de dolor: 120	Motor de avión en marcha
130	Avión en despegue
140	Auto de F1
180	Cap Gable en despegue
200	Bomba atómica

## Sesión 1 El iPad® como sonómetro

GRUPO Núm.:	
IPad, asignado:	6
Apellidos	Nombre

### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** Investiga sobre el decibelio, la medida de referencia para magnitudes acústicas. Realiza las anotaciones que creas pertinentes y redacta una respuesta para compartirla con el resto de grupos en la discusión.

El decibelio es la unidad que mide el sonido y su intensidad.  
Un decibelio es la décima parte de un belio.  
Fue inventado por Graham Bell (inventor del teléfono)

Entrega 1 - 2022/2015

**Actividad 2.** Una vez explicado el funcionamiento básico de la App, averigua valores típicos en dB para eventos cotidianos con el fin de completar la siguiente tabla. Aquí puedes hacer uso de la App Decibel Ultra Pro para hacer algunas mediciones (recuerda los umbrales definidos en los cuales la App no es fiable). Para los sonidos más intensos te recomendamos que realices una búsqueda en internet.

Intensidad (dB)	Fuente sonora
Umbral de audición: 0	Limpieza de ascensor
10	Respiración tranquila
20	Biblioteca
30	Murmullo
40	Conversación
50	Conferencia de gente
60	Hojas de papel
70	Aspiradora
Molestias auditivas: 80	Tron
100	Traffito
Umbral de dolor: 120	Motor de avión en marcha
130	Avión de despegue
140	Auto de fórmula 1
160	Coche de despegue
200	Bomba atómica

## Sesión 1 El iPad como sonómetro

GRUPO Núm.:	
iPad asignado: 	
Apellidos	Nombre

### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** Investiga sobre el decibelio, la medida de referencia para magnitudes acústicas. Realiza las anotaciones que creas pertinentes y redacta una respuesta para compartirla con el resto de grupos en la discusión.

Es la unidad que se emplea para medir la magnitud del sonido. Decima parte del belio.  
Se utiliza para expresar la relación entre dos potencias, acústicas o eléctricas.

Entregable 1 - 20/03/2016

**Actividad 2.** Una vez explicado el funcionamiento básico de la App, averigua valores típicos en dB para eventos cotidianos con el fin de completar la siguiente tabla. Aquí puedes hacer uso de la App Decibel Ultra Pro para hacer algunas mediciones (recuerda los umbrales definidos en los cuales la App no es fiable). Para los sonidos más intensos te recomendamos que realices una búsqueda en internet.

Intensidad (dB)	Fuente sonora
Umbral de audición: 0	
<sup>susurros, respiración</sup> 10	susurros, respiración
20	rumor de las hojas
30	murmureo, acaje suave
40	librería, habitación en silencio
50	tráfico ligero, conversación normal
60	<del>conversación</del> oficina en horario de trabajo
70	conversación en voz alta, tráfico intenso
Molestias auditivas: 80	timbre, camión maniobrando
100	Bandas de música
Umbral de dolor: 120	<del>tráfico</del>
130	Martillo neumático
140	
180	Motor de cohete espacial en el despegue
200	Bomba atómica

1

No hay grabadora hasta aquí

Grabadora Polard

## Sesión 2 El iPad® como sonómetro

Grupo de distancia distinta de 10m

GRUPO Núm.:	
iPad® asignado: 5	
Apellidos	Nombre

### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** Como ya vimos en la sesión anterior, con la App Decibel Ultra Pro podemos utilizar el iPad® como sonómetro. En un primer momento, cada grupo tomará una medida, en su mesa de trabajo, y será comparada con el resto de grupos.

¿Cómo crees que va a cambiar la medida de intensidad de señal en cada una de las mesas?

- Por la distancia con respecto al ordenador y la posición que ocupa el ordenador

Vamos ahora con la medición real, a partir de la fuente de "ruido rosa". Anota aquí tus resultados:

Medida	Intensidad (dB)
Ruido rosa	65.8 dB

Compararemos ahora las medidas con el resto de grupos.

Como podíamos esperar, las medidas son diferentes para cada grupo, pues se encuentran en zonas diferentes. Vamos a volver sobre la pregunta de investigación inicial:

- ¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?

de manera no uniforme

Entregable 2 - 24/03/2015

Comenta con tu grupo y anota qué estrategias utilizarías para resolver la problemática que se te ha planteado. Da al menos una posible solución que te permita responder a la pregunta planteada. Comentaremos con el resto de grupo las posibles estrategias de resolución planteadas.

(\*) Medir en cada parte de la clase o habitación con el mismo iPad y el mismo sonido. Para ver en que partes hay más o menos dB.

**Actividad 2.** Una vez demostrada la necesidad de dividir el aula en partes para medir en ellas la intensidad de sonido, te proponemos que junto con el grupo estudies qué posibles divisiones crees que serían las más convenientes.

Haced uso del mapa que se da al final de este documento y valorad y argumentad cuáles, según vuestro criterio, serían las divisiones más interesantes para conseguir nuestro cometido.

Al finalizar, haremos una puesta en común con el resto de grupos.



2

**Actividad 3.** Cada grupo realizará cuatro medidas de un mismo sonido que emitiremos en el aula (ruido rosa nuevamente) y anotaré los resultados en la tabla siguiente:

Medida	Intensidad (dB)
1	68'1 dB
2	68'4 dB
3	69.0 dB
4	69'2 dB

**Contesta las siguientes preguntas:**

a. ¿Son iguales las medidas realizadas?

NO

b. ¿Esperabas que todas medidas fueran iguales? ¿Por qué?

NO, porque el ruido de la clase es muy no uniforme  
y los puntos tienen un error.

c. En caso de que no todas las medidas te hayan salido iguales, ¿A qué crees que podría deberse esa diferencia, sabiendo que la fuente e intensidad sonora ha sido la misma durante la toma de datos?

Porque cada lugar tiene una ubicación.

d. ¿Son representativos de la intensidad sonora todos los valores que has obtenido? Es decir, ¿Son todos los valores "similares" entre sí o hay alguno que es totalmente incoherente?

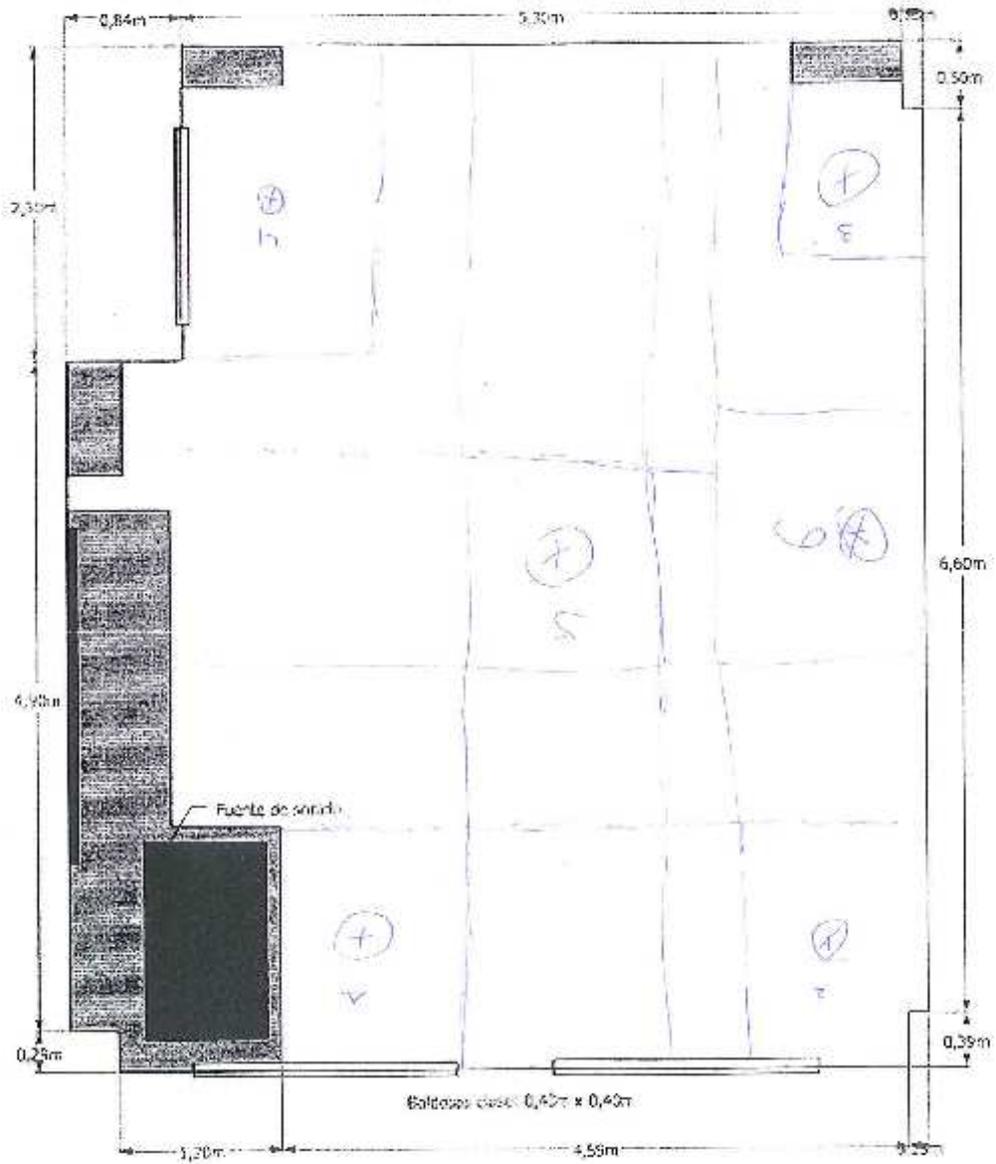
Ya elegiendo los dB

Entregable 2 - 24/03/2015

e. ¿Cómo podemos fiarnos de nuestra medición si todos los valores no son iguales? Piensa en alguna estrategia que te permita resolver esta situación, coméntala con el grupo y anótala aquí.

Sequido una media

Mapa de la clase:



*Grabadora iPhone*

## Sesión 2 El iPad® como sonómetro

*Grupo de levant de ruidos*

GRUPO Núm.:	
iPad® asignado:	
Apellidos	Nombre

### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** Como ya vimos en la sesión anterior, con la App Decibel Ultra Pro podemos utilizar el iPad® como sonómetro. En un primer momento, cada grupo tomará una medida, en su mesa de trabajo, y será comparada con el resto de grupos.

¿Cómo crees que va a cambiar la medida de intensidad de señal en cada una de las mesas?

*por las ondas del aire, si hay ruidos del que se escuchara menos que sino lo hay.*

Vamos ahora con la medición real, a partir de la fuente de "ruido rosa". Anota aquí tus resultados:

Medida	Intensidad (dB)
Ruido rosa	70.9

Compararemos ahora las medidas con el resto de grupos.

Como podíamos esperar, las medidas son diferentes para cada grupo, pues se encuentran en zonas diferentes. Vamos a volver sobre la pregunta de investigación inicial:

- ¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?

Entregable 2 - 24/03/2016

Comenta con tu grupo y anota qué estrategias utilizarías para resolver la problemática que se te ha planteado. Da al menos una posible solución que te permita responder a la pregunta planteada. Comentaremos con el resto de grupo las posibles estrategias de resolución planteadas.

Midiendo desde diferentes distancias, cubriendo un terreno  
y sabiendo así como se desarrolla el sonido en este.  
Todo esto con el mismo sonido.

**Actividad 2.** Una vez demostrada la necesidad de dividir el aula en partes para medir en ellas la intensidad de sonido, te proponemos que junto con el grupo estudies qué posibles divisiones crees que serían las más convenientes.

Haced uso del mapa que se da al final de este documento y valorad y argumentad cuáles, según vuestro criterio, serían las divisiones más interesantes para conseguir nuestro cometido.

Al finalizar, haremos una puesta en común con el resto de grupos.

Porque es de donde estamos midiendo ahora.

Entregable 2 - 24/03/2015

**Actividad 3.** Cada grupo realizará cuatro medidas de un mismo sonido que emitiremos en el aula (ruido rosa nuevamente) y anotará los resultados en la tabla siguiente:

Medida	Intensidad (dB)
1	73,6
2	73,7
3	73,5
4	74,2

**Contesta las siguientes preguntas:**

a. ¿Son iguales las medidas realizadas?

No, pero casi

b. ¿Esperabas que todas medidas fueran iguales? ¿Por qué?

Si, porque estaba en el mismo sitio

c. En caso de que no todas las medidas te hayan salido iguales, ¿A qué crees que podría deberse esa diferencia, sabiendo que la fuente e intensidad sonora ha sido la misma durante la toma de datos?

al ambiente.

d. ¿Son representativos de la intensidad sonora todos los valores que has obtenido? Es decir, ¿Son todos los valores "similares" entre sí o hay alguno que es totalmente incoherente?

Todos entre sí

3

Entregable 2 - 24/03/2015

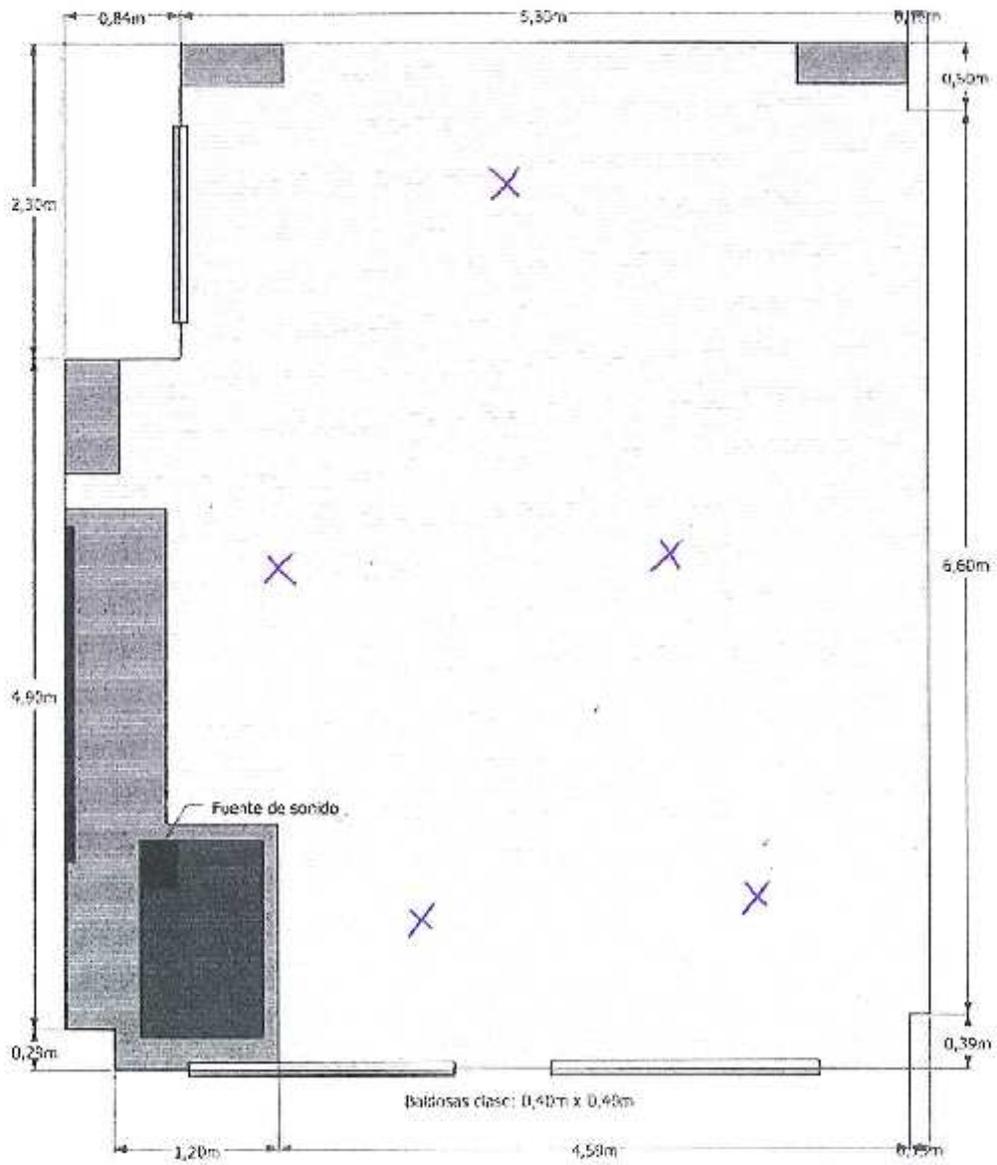
e. ¿Cómo podemos fiarnos de nuestra medición si todos los valores no son iguales? Piensa en alguna estrategia que te permita resolver esta situación, coméntala con el grupo y anótala aquí.

*Haciendo una media de todos los números*

4

Entregable 2 - 24/03/2015

Mapa de la clase:



## Sesión 2 El iPad como sonómetro

Grupo de la derecha

GRUPO Núm.:	8
iPad asignado:	8
Apellidos	Nombre

### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** Como ya vimos en la sesión anterior, con la App Decibel Ultra Pro podemos utilizar el iPad como sonómetro. En un primer momento, cada grupo tomará una medida, en su mesa de trabajo, y será comparada con el resto de grupos.

¿Cómo crees que va a cambiar la medida de intensidad de señal en cada una de las mesas?

Porque el eco llega al fondo de la clase y las ondas rebotan y se distribuyen.

Vamos ahora con la medición real, a partir de la fuente de "ruido rosa". Anota aquí tus resultados:

Medida	Intensidad (dB)
Ruido rosa	64'5 dB

Compararemos ahora las medidas con el resto de grupos.

Como podíamos esperar, las medidas son diferentes para cada grupo, pues se encuentran en zonas diferentes. Vamos a volver sobre la pregunta de investigación inicial:

- ¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?

En ondas que vibran. Cuando más cerca se escucha menos y cuanto más lejos, se escucha más.

Entregable 2 - 24/03/2015

Comenta con tu grupo y anota qué estrategias utilizarías para resolver la problemática que se te ha planteado. Da al menos una posible solución que te permita responder a la pregunta planteada. Comentaremos con el resto de grupo las posibles estrategias de resolución planteadas.

Cogiéndote el Ipad y ir por la clase para saber en que punto se estudia más.

**Actividad 2.** Una vez demostrada la necesidad de dividir el aula en partes para medir en ellas la intensidad de sonido, te proponemos que junto con el grupo estudies qué posibles divisiones crees que serían las más convenientes.

Haced uso del mapa que se da al final de este documento y valorad y argumentad cuáles, según vuestro criterio, serían las divisiones más interesantes para conseguir nuestro cometido.

Al finalizar, haremos una puesta en común con el resto de grupos.

**Actividad 3.** Cada grupo realizará cuatro medidas de un mismo sonido que emitiremos en el aula (ruido rosa nuevamente) y anotaré los resultados en la tabla siguiente:

Medida	Intensidad (dB)
1	66 dB
2	65'8 dB
3	67'2 dB
4	67'8 dB

**Contesta las siguientes preguntas:**

a. ¿Son iguales las medidas realizadas?

NO

b. ¿Esperabas que todas medidas fueran iguales? ¿Por qué?

No porque cada vez se subía el volumen.

c. En caso de que no todas las medidas te hayan salido iguales, ¿A qué crees que podría deberse esa diferencia, sabiendo que la fuente e intensidad sonora ha sido la misma durante la toma de datos?

Al margen de error ya que la herramienta que utilizamos no es 100% precisa.

d. ¿Son representativos de la intensidad sonora todos los valores que has obtenido? Es decir, ¿Son todos los valores "similares" entre si o hay alguno que es totalmente incoherente?

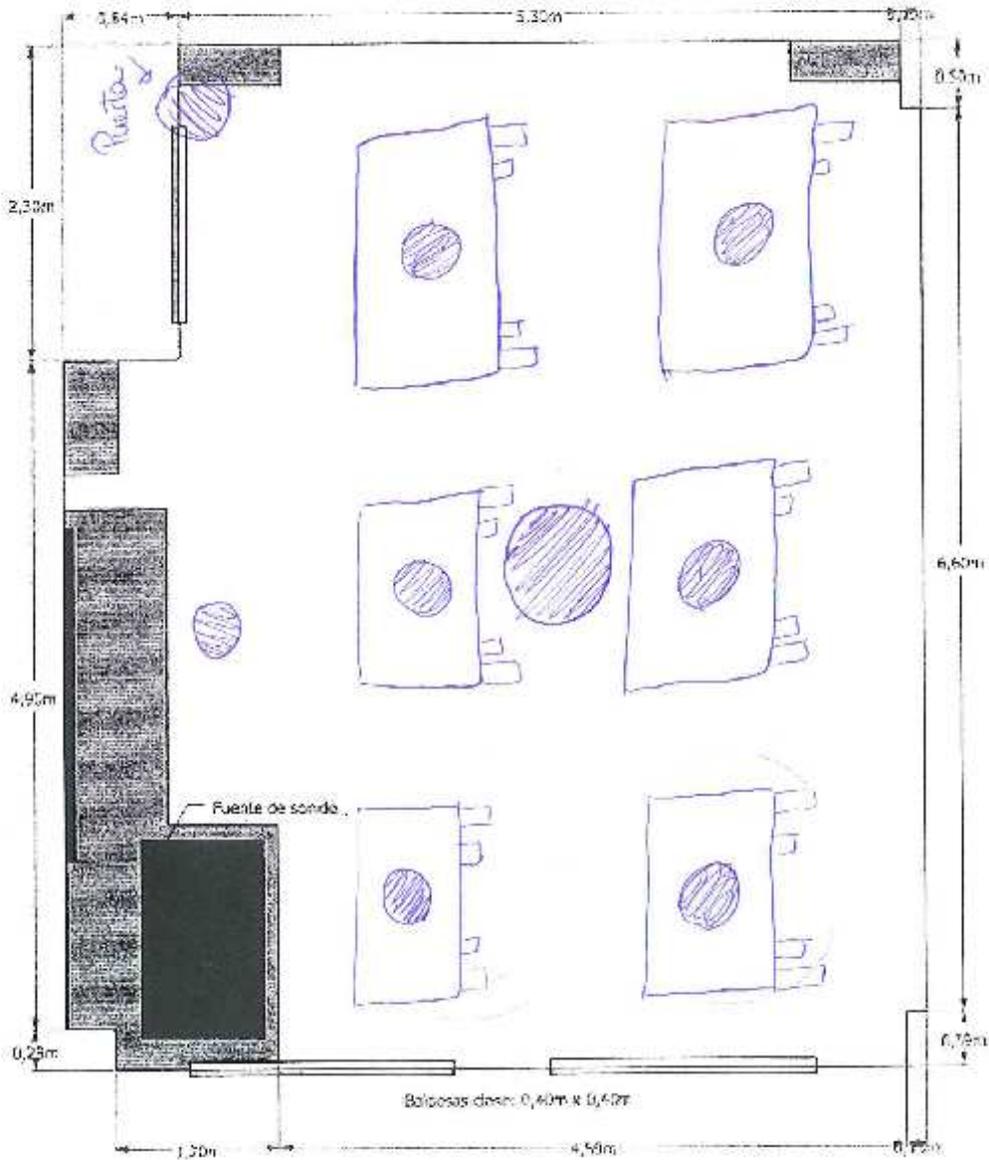
No, son todas parecidas porque se usan ~~dos~~  
1 o 2 dB

Entregable 2 - 24/03/2015

e. ¿Cómo podemos fiarnos de nuestra medición si todos los valores no son iguales? Pensa en alguna estrategia que te permita resolver esta situación, coméntala con el grupo y anótala aquí.

Haciendo una media.

Mapa de la clase:



Porque queremos comprobar donde sera el punto mas fuerte y si comprobamos solo uno no sabemos si habra la posibilidad de que en otro lugar mas fuerte, si habriamos todas las ventanas segun nuestra teoria se escuchara mas porque nos relectoria 5

Entregable 2 - 24/03/2015



## Sesión 2

### El iPad como sonómetro

Grupo de trabajo de 3º ESO

GRUPO Núm.:
iPad asignado:

#### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** Como ya vimos en la sesión anterior, con la App Decibel Ultra Pro podemos utilizar el iPad como sonómetro. En un primer momento, cada grupo tomará una medida, en su mesa de trabajo, y será comparada con el resto de grupos.

¿Cómo crees que va a cambiar la medida de intensidad de señal en cada una de las mesas?

Depende de cómo donde este orientado la fuente del sonido escuchado.

Vamos ahora con la medición real, a partir de la fuente de "ruido rosa". Anota aquí tus resultados:

Medida	Intensidad (dB)
Ruido rosa	67.4

Compararemos ahora las medidas con el resto de grupos.

Como podíamos esperar, las medidas son diferentes para cada grupo, pues se encuentran en zonas diferentes. Vamos a volver sobre la pregunta de investigación inicial:

- ¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?

Por el aire.

Entregable 2 - 24/03/2015

Comenta con tu grupo y anota qué estrategias utilizarías para resolver la problemática que se te ha planteado. Da al menos una posible solución que te permita responder a la pregunta planteada. Comentaremos con el resto de grupo las posibles estrategias de resolución planteadas.

Haciendo el sonido en cada mesa, y comparando.

**Actividad 2.** Una vez demostrada la necesidad de dividir el aula en partes para medir en ellas la intensidad de sonido, te proponemos que junto con el grupo estudies qué posibles divisiones crees que serían las más convenientes.

Haced uso del mapa que se da al final de este documento y valorad y argumentad cuáles, según vuestro criterio, serían las divisiones más interesantes para conseguir nuestro cometido.

Al finalizar, haremos una puesta en común con el resto de grupos.

Porque lo hemos distribuido por las aulas en diferentes distancias y diferentes posiciones con diagonales.

2

Entregable 2 - 24032015

Actividad 3. Cada grupo realizará cuatro medidas de un mismo sonido que emitiremos en el aula (ruido rosa nuevamente) y anotará los resultados en la tabla siguiente:

Medida	Intensidad (dB)
1	70'9 dB
2	70'3 dB
3	69'8 dB
4	70'7 dB

Contesta las siguientes preguntas:

a. ¿Son iguales las medidas realizadas?

Muy similares

b. ¿Esperabas que todas medidas fueran iguales? ¿Por qué?

No, porque el iPad tiene un pequeño margen de error

c. En caso de que no todas las medidas te hayan salido iguales, ¿A qué crees que podría deberse esa diferencia, sabiendo que la fuente e intensidad sonora ha sido la misma durante la toma de datos?

A lo que el iPad me es una precisión exacta

d. ¿Son representativos de la intensidad sonora todos los valores que has obtenido? Es decir, ¿Son todos los valores "similares" entre si o hay alguno que es totalmente incoherente?

Si

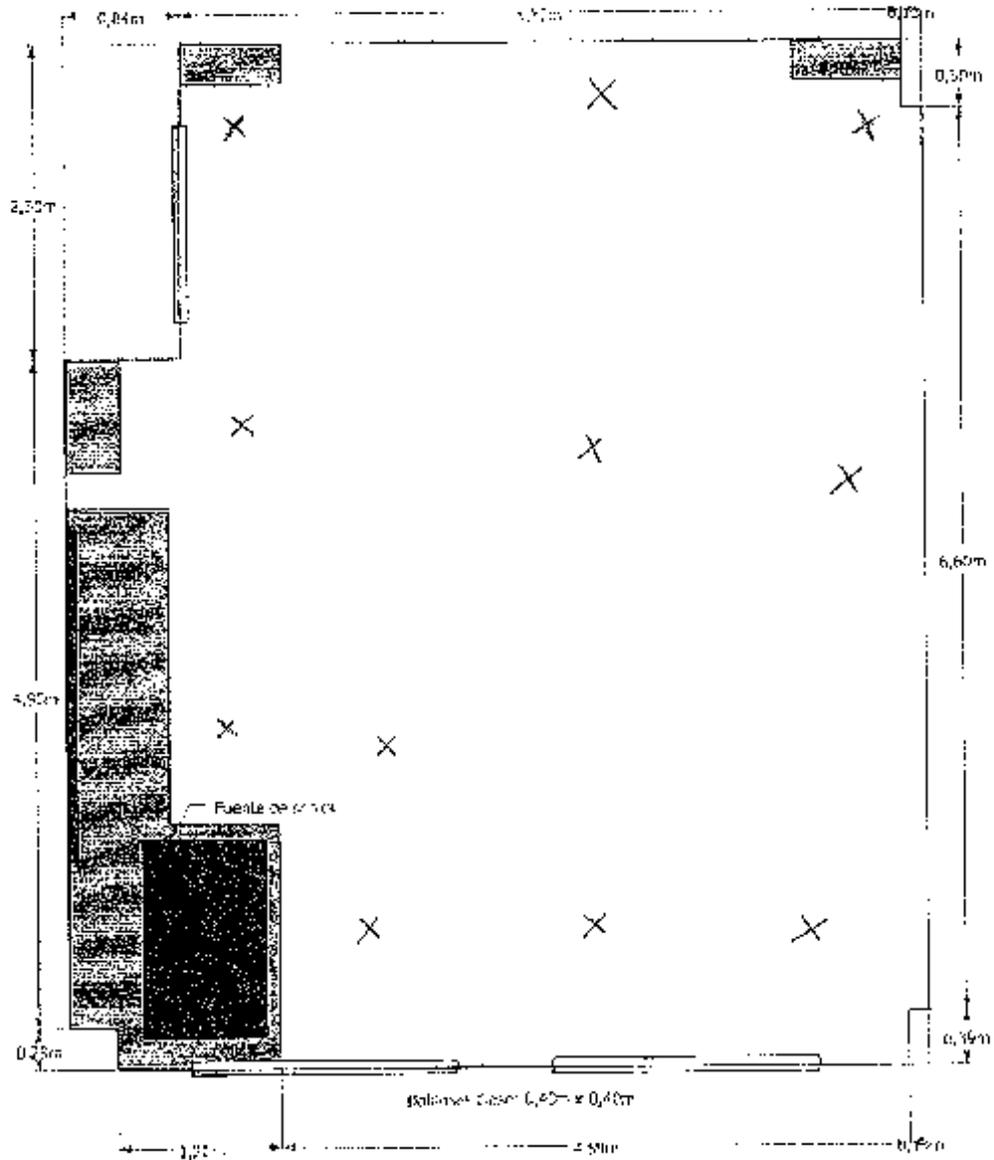
3

Entregable 2 - 24/05/2016

e. ¿Cómo podemos fiarnos de nuestra medición si todos los valores no son iguales? Piensa en alguna estrategia que te permita resolver esta situación, coméntala con el grupo y anótala aquí.

Entregable 2 - 24/03/2015

Mapa de la clase:



5

Entregable 2 - 24/03/2015

## Sesión 2 El iPad® como sonómetro

*Grupo espenas de mare*

GRUPO Núm.: <i>No tiene número</i>	
iPad® asignado:	
Apellidos	Nombre

### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** Como ya vimos en la sesión anterior, con la App Decibel Ultra Pro podemos utilizar el iPad® como sonómetro. En un primer momento, cada grupo tomará una medida, en su mesa de trabajo, y será comparada con el resto de grupos.

¿Cómo crees que va a cambiar la medida de intensidad de señal en cada una de las mesas?

*Dependiendo del lugar situadas los ipads, también si están los objetos entre medio y si estamos cerca de la pared.*

Vamos ahora con la medición real, a partir de la fuente de "ruido rosa". Anota aquí tus resultados:

Medida	Intensidad (dB)
Ruido rosa	<i>69,1 dB</i>

Compararemos ahora las medidas con el resto de grupos.

Como podíamos esperar, las medidas son diferentes para cada grupo, pues se encuentran en zonas diferentes. Vamos a volver sobre la pregunta de investigación inicial:

- ¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?

Entregable 2 - 24/03/2016

Comenta con tu grupo y anota qué estrategias utilizarías para resolver la problemática que se te ha planteado. Da al menos una posible solución que te permita responder a la pregunta planteada. Comentaremos con el resto de grupo las posibles estrategias de resolución planteadas.

Calcular varias mediciones una con objetos entre medio y otra sin ningún objeto. Hacer una media por separado.

**Actividad 2.** Una vez demostrada la necesidad de dividir el aula en partes para medir en ellas la intensidad de sonido, te proponemos que junto con el grupo estudies qué posibles divisiones crees que serían las más convenientes.

Haced uso del mapa que se da al final de este documento y valorad y argumentad cuáles, según vuestro criterio, serían las divisiones más interesantes para conseguir nuestro cometido.

Al finalizar, haremos una puesta en común con el resto de grupos.

E

**Actividad 3.** Cada grupo realizará cuatro medidas de un mismo sonido que emitiremos en el aula (ruido rosa nuevamente) y anotará los resultados en la tabla siguiente:

Medida	Intensidad (dB)
1	70,2 dB
2	70,3 dB
3	69,9 dB
4	70,4 dB

Contesta las siguientes preguntas:

a. ¿Son iguales las medidas realizadas?

Más o menos

b. ¿Esperabas que todas medidas fueran iguales? ¿Por qué?

Si, por que está en el mismo lugar.

c. En caso de que no todas las medidas te hayan salido iguales, ¿A qué crees que podría deberse esa diferencia, sabiendo que la fuente o intensidad sonora ha sido la misma durante la toma de datos?

Se ha producido algún ~~efecto~~ efecto de más.

d. ¿Son representativos de la intensidad sonora todos los valores que has obtenido? Es decir, ¿Son todos los valores "similares" entre si o hay alguno que es totalmente incoherente?

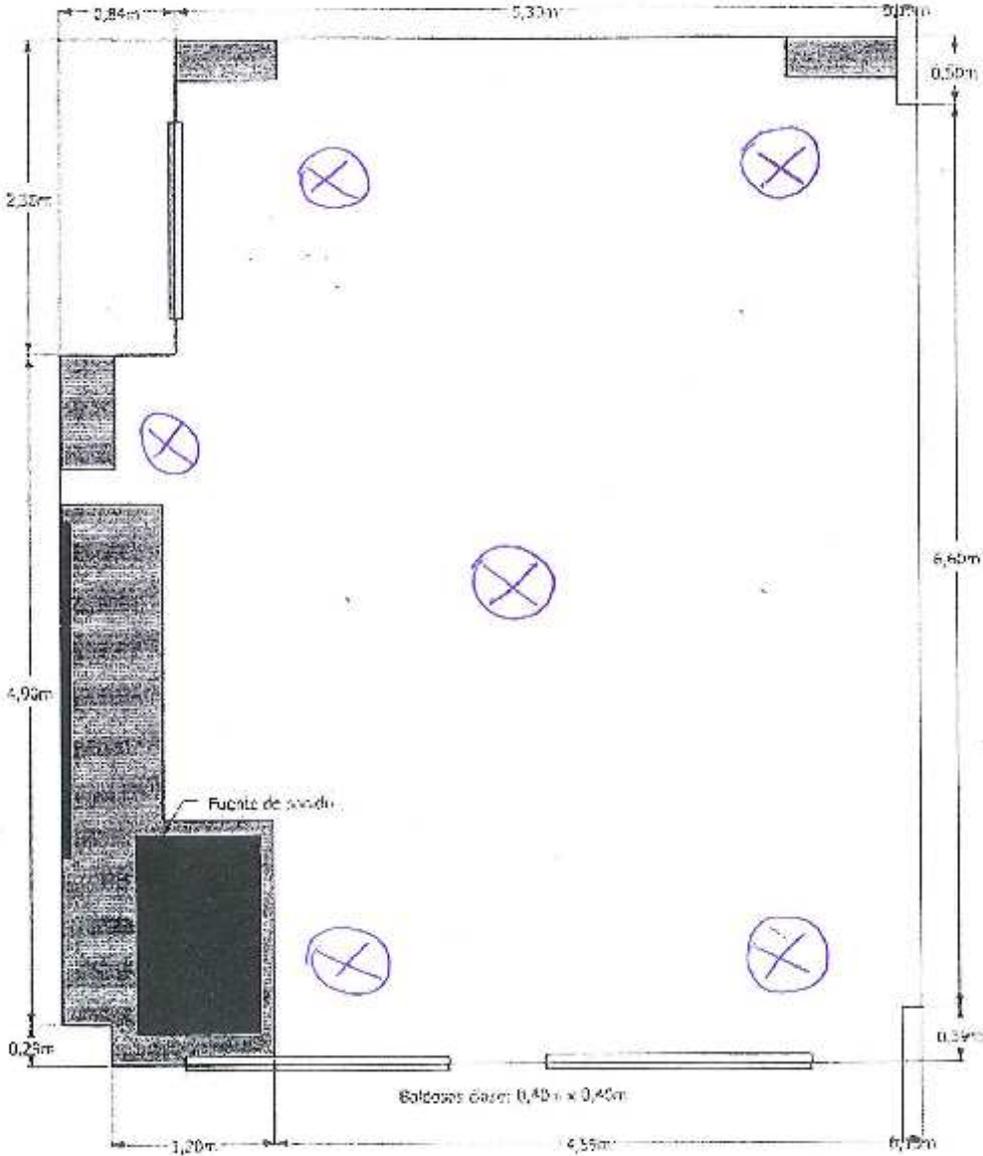
Si son todos parecidos ya que es el mismo lugar y el mismo sonido. El único diferente ~~que~~ puede ser el silencio.

Ejercicio 2 - 24/03/2015

c. ¿Cómo podemos darnos de nuestra medición si todos los valores no son iguales?  
Piensa en alguna estrategia que te permita resolver esta situación, coméntala con el grupo y anótala aquí.

4

Mapa de la clase:



ipad sin a°

87

Entrega 3 25/03/2015

## Sesión 3

### El iPad como sonómetro

<b>GRUPO Núm.:</b>
<b>iPad asignado:</b>

#### Actividades de la sesión

**Actividad 1. Toma de valores por grupos.** Siguiendo las indicaciones del profesor, cada grupo tomará las medidas correspondientes a su grupo y las anotará en la tabla siguiente. Se realizarán 4 mediciones por punto, de acuerdo a las 4 posibles orientaciones del micrófono. Detrás se adjunta el mapa de la cuadrícula elegido para las mediciones.

Posición	↑	↓	←	→	Valor medio
A	72'2	69'2	73'5	72'3	
B	75'4	69'6	77'8	70'8	
C	71'4	69'8	71'1	69'3	
D	68'9	69'3	70'4	68'2	
E	68'5	68'5	76'9	68	
F	67'8	68'4	69'3	67'8	
G	68'8	68'4	68'7	68'6	



partido  
87

## Sesión 3

### El iPad® como sonómetro

<b>GRUPO Núm.:</b>	
<b>iPad® asignado:</b>	
<b>Apellidos</b>	<b>Nombre</b>

#### Actividades de la sesión

**Actividad 1. Toma de valores por grupos.** Siguiendo las indicaciones del profesor, cada grupo tomará las mediciones correspondientes a su grupo y las anotará en la tabla siguiente. Se realizarán 4 mediciones por punto, de acuerdo a las 4 posibles orientaciones del micrófono. Detrás se adjunta el mapa de la cuadrícula elegido para las mediciones.

Posición	↑	↓	←	→	Valor medio
2a	70'4	69	70'5	70'3	
2b	70'2	69'5	70'9	69'6	
2c	70	69,1	70'1	69	
2d	69'7	68'6	69'6	68'4	
2e	68'9	68'1	69'3	68'4	
2f	68'9	68'8	68'4	68'3	
2g	68'6	68'3	68'2	68'1	

$\frac{30}{Bo}$   
 ST  
14<sup>a</sup> 11<sup>a</sup> 3<sup>a</sup> Sesión

Entregable 3 - 26/03/2015

**Sesión 3**  
El iPad<sup>®</sup> como sonómetro

GRUPO Núm.:	
iPad <sup>®</sup> asignado:	
Apellidos	Nombre



**Actividad 1. Toma de valores por grupos.** Siguiendo las indicaciones del profesor, cada grupo tomará las medidas correspondientes a su grupo y las anotará en la tabla siguiente. Se realizarán 4 mediciones por punto, de acuerdo a las 4 posibles orientaciones del micrófono. Detrás se adjunta el mapa de la cuadrícula elegida para las mediciones.

Posición	↑	↓	←	→	Valor medio
3A	69'7	69'7	69'9	70'5	
3B	69'7	69'6	70'7	70	
3C	69'6	70	70'3	69'5	
3D	68'8	69'4	69'8	69'3	
3E	68'6	69'7	69'6	68'8	
3F	70'8	69'3	69'3	69	
3G	68'3	68'6	69'7	70'4	

↑  
Fila 4

### Sesión 3

#### El iPad, como sonómetro

GRUPO Núm.:	
iPad asignado:	
Apellidos	Nombre

**Actividad 1. Toma de valores por grupos.** Siguiendo las indicaciones del profesor, cada grupo tomará las medidas correspondientes a su grupo y las anotará en la tabla siguiente. Se realizarán 4 mediciones por punto, de acuerdo a las 4 posibles orientaciones del micrófono. Detrás se adjunta el mapa de la cuadrícula elegido para las mediciones.

Posición	↑	↓	←	→	Valor medio
4n	70	68'9	69'2	70,2	
	70'2	68'7	70'4	70,2	
	69'6	68'3	70'3	70	
	69'7	69	69'9	69,4	
	69'3	68'7	69'2	69,4	
	69'3	68'5	69'6	69	
	69'4	67'5	70	69'7	

↑  
FILA 3

Entregable 3 - 28/03/2015

### Sesión 3 El iPad® como sonómetro

GRUPO Núm.:
IPad® asignado:

#### Actividades de la sesión

**Actividad 1. Toma de valores por grupos.** Siguiendo las indicaciones del profesor, cada grupo tomará las medidas correspondientes a su grupo y las anotará en la tabla siguiente. Se realizarán 4 mediciones por punto, de acuerdo a las 4 posibles orientaciones del micrófono. Detrás se adjunta el mapa de la cuadrícula elegido para las mediciones.

Posición	↑	↓	←	→	Valor medio
5A	69'7	75'3	69	69'9	
	70,5	75,6	69'8	69'3	
	70,4	69'9	69'7	69'2	
	69,8	67'3	69'3	68'6	
	69,6	71'4	68'3	68'8	
	69,5	68'9	68'9	68'2	
	68,4	68'7	69'2	66'4	

*integrante*



Entregable 4 - 27/03/2015

## Sesión 4 El iPad<sup>®</sup> como sonómetro

GRUPO Núm.:	
iPad <sup>s</sup> asignado: 6	
Apellidos	Nombre

### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** En la **Tabla 1** se representan los valores medios medidos en cada uno de los puntos de la cuadrícula en la que se dividió la clase.

Medias	A	B	C	D	E	F	G
1	71,05	72,15	70,4	69,2	68,5	68,325	68,125
2	69,975	70,2	69,55	69,075	68,525	68,6	68,3
3	69,875	70,125	69,85	69,55	69,2	69,275	69,3
4	69,35	70	69,5	69,275	68,975	69,475	69,875
5	70,975	71,3	69,8	68,75	69,525	68,875	68,175

Observa estos valores y contesta a la siguiente pregunta: ¿Cómo podríamos representarlos? ¿se te ocurre algún posible sistema de representación?. Coméntalo con el grupo y redacta una respuesta.

**Nota:** al final de este documento dispones del mapa de la clase con la cuadrícula de división.

*Diagrama de medias*

2

Entregable 4 - 27/03/2015

## Sesión 4

### El iPad, como sonómetro

GRUPO Núm.:	
iPad asignado: 3	
Apellidos	Nombre

--

### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** En la **Tabla 1** se representan los valores medios medidos en cada uno de los puntos de la cuadrícula en la que se dividió la clase.

Medias	A	B	C	D	E	F	G
1	71,05	72,15	70,4	69,2	68,5	68,325	68,125
2	69,975	70,7	69,55	69,075	68,825	68,6	68,3
3	69,975	70,125	69,65	69,55	69,2	69,225	69,3
4	69,35	70	69,8	69,275	68,975	69,475	68,875
5	70,975	71,3	69,8	68,75	69,525	68,675	68,175

Observa estos valores y contesta a la siguiente pregunta: ¿Cómo podríamos representarlos? ¿se te ocurre algún posible sistema de representación?. Coméntalo con el grupo y redacta una respuesta.

**Nota:** al final de este documento dispones del mapa de la clase con la cuadrícula de división.

En

Entregable 4 - 27/03/2015

**Actividad 2.** Fijate en el mapa con la cuadrícula que se adjunta al final del documento. Comienza pasando los datos de la Tabla 1 al mapa, escribiendo en cada casilla el valor en dB medio medido. El grupo debe inventar una posible representación con el material manipulativo que te entregarán los profesores. Haz una foto o varias fotos con el iPad y el significado de la representación que estás utilizando.

Cuadrados naranjas valen : 20  
Cuadrados marrón valen : 10  
Cuadrados verdes valen : 5  
Cuadrados amarillo valen : 0'5  
Cuadrados rojos valen : 0'1  
Cuadrados Azules valen : 0'0'1  
Cuadrados negros valen : 1'0

2

3

Entregable 4 - 27/03/2015

## Sesión 4

### El iPad, como sonómetro

GRUPO Núm.:	
iPad, asignado: 3	
Apellidos	Nombre

#### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** En la **Tabla 1** se representan los valores medios medidos en cada uno de los puntos de la cuadrícula en la que se dividió la clase.

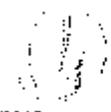
Medias	A	B	C	D	E	F	G
1	71,05	72,15	70,4	69,2	68,5	68,325	68,125
2	69,975	70,2	69,55	69,075	68,825	68,5	68,3
3	69,875	70,125	69,85	69,55	69,2	68,225	69,3
4	69,35	70	69,8	69,275	68,975	69,475	68,875
5	70,975	71,3	69,8	68,75	69,525	68,575	68,175

Observa estos valores y contesta a la siguiente pregunta: ¿Cómo podríamos representarlos? ¿se te ocurre algún posible sistema de representación? Coméntalo con el grupo y redacta una respuesta.

**Nota:** al final de este documento dispones del mapa de la clase con la cuadrícula de división.

A. Se podría representar con una gráfica.





Entregable 4 - 27032015

## Sesión 4 El iPad como sonómetro

<b>GRUPO</b> Núm. grupo: _____ Número: _____	
iPad asignado: _____	
Apellidos	Nombre

### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** En la **Tabla 1** se representan los valores medios medidos en cada uno de los puntos de la cuadrícula en la que se dividió la clase.

Medias	A	B	C	D	E	F	G
1	71,05	72,15	70,4	69,2	68,5	68,325	68,125
2	69,975	70,2	69,55	68,075	68,525	68,6	68,3
3	69,875	70,125	69,05	69,55	69,2	69,225	69,3
4	69,25	70	69,3	68,275	68,575	68,475	68,975
5	70,975	71,3	69,3	68,75	69,525	68,675	68,175

Observa estos valores y contesta a la siguiente pregunta: ¿Cómo podríamos representarlos? ¿se te ocurre algún posible sistema de representación?. Coméntalo con el grupo y redacta una respuesta.

**Nota:** al final de este documento dispones del mapa de la clase con la cuadrícula de división.

Diagrama de barras (para representar como muestra 1)  
o como se la intensidad de sonido.



Entregable 4 - 27/03/2015

## Sesión 4 El iPad, como sonómetro

GRUPO Núm.: 10	
iPad asignado: 10	
Apellidos	Nombre

### Actividades de la sesión

**Actividad 1.** En la **Tabla 1** se representan los valores medios medidos en cada uno de los puntos de la cuadrícula en la que se dividió la clase.

Medias	A	B	C	D	E	F	G
1	71,05	72,15	70,4	69,2	68,5	58,325	68,125
2	69,975	70,2	69,55	69,075	68,825	58,6	68,3
3	69,875	70,125	69,85	69,55	69,2	58,775	69,3
4	69,35	70	69,6	69,275	68,975	58,475	68,675
5	70,975	71,3	69,6	68,75	68,525	58,675	68,175

Observa estos valores y contesta a la siguiente pregunta: ¿Cómo podríamos representarlos? ¿se te ocurre algún posible sistema de representación?. Coméntalo con el grupo y redacta una respuesta.

**Nota:** al final de este documento dispones del mapa de la clase con la cuadrícula de división.

con una grafica de barras uniendo con líneas, para observar como aumentan o disminuyen las decibelios

Diagrama de barras para cada fila.







## Índice de audiovisuales

A continuación se listan los anexos digitales, que se encuentran a disposición del lector bajo petición al Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universitat de València.

### E.1. Listado de grabaciones de audio

1. Sesión 1, no hay grabación
2. Sesión 2, grupo 1, archivo: R09\_0003-G1.wav
3. Sesión 2, grupo 2, archivo: 24-03-2015 11\_25-iPhone-G2.mp3
4. Sesión 2, grupo 3, archivo: 24-3-2015 11\_24\_2-G3.mp3
5. Sesión 2, grupo 4, archivo: 24-03-2015 11\_24-G4.mp3
6. Sesión 2, grupo 5, archivo: 24-03-2015 11\_23-ipadpas-G5.mp3
7. Sesión 3, archivo: 2603-R09\_0004.wav
8. Sesión 4, grupo 1, archivo: 27-3-2015 12\_17-ipad6-G1.mp3
9. Sesión 4, grupo 2, archivo: 27-03-2015 12\_18-ipad3-G2.mp3
10. Sesión 4, grupo 3, archivo: 27-03-2015 12\_17-ipad8-G3.mp3
11. Sesión 4, grupo 4, archivo: 27-03-2015 12\_18-ipad1-G4.mp3

12. Sesión 4, grupo 5, archivo: 27-3-2015\_12\_17-ipad10-G5.mp3

13. Sesión 4, archivos: R09\_0001.mp3 a R09\_0006.mp3

## E.2. Listado de grabaciones de video

1. Sesión 1, archivos:

20150320-GOPR0024.MP4

20150320-GOPR0025.MP4

20150320-GP010025.MP4

20150320-GP020025.MP4

20150320-GP030025.MP4

2. Sesión 2, archivos:

20150324-GOPR0026.MP4

20150324-GP010026.MP4

20150324-GP020026.MP4

20150324-GP030026.MP4

3. Sesión 3, archivos:

20150326-GOPR0027.MP4

20150326-GP010027.MP4

20150326-GP020027.MP4

20150326-GP030027.MP4

20150326-GP040027.MP4

4. Sesión 4, archivos:

20150327-GOPR0028.MP4

20150327-GP010028.MP4

20150327-GP020028.MP4

20150327-GP030028.MP4



## Informes de los tutores

A continuación se adjuntan los informes de los tutores de este trabajo fin de máster.

UNIVERSITAT [UVA] VALÈNCIA Facultat de Magisteri

D. Irene Ferrando Beltrame, doctor  
en Matemàtiques y Profesor del  
Departament de Didàctica de la Matemàtica de la  
Universitat de València,

HACE CONSTAR:

Que el trabajo titulado:

Representación de funciones de dos variables usando  
la modelización de la intensidad de sonido mediante  
iPads. Un estudio explorativo

ha sido realizado dentro del Máster Universitario en Investigación en Didácticas  
Específicas de la Facultad de Magisterio de la Universitat de València, en la  
especialidad de Didàctica de -  
de Matemàtiques por  
Pascual David Diago Nebot  
con DNI [REDACTED]

El presente trabajo ha sido supervisado por el tutor firmante y depositado para su  
defensa con el visto bueno, como Trabajo Fin de Máster para optar al título de  
Máster Universitario en Investigación en Didácticas Específicas por la Universitat de  
València.

Para que conste a los efectos oportunos.

Valencia, 11 de Mayo de 2015

Facultat de Magisteri  
Av. Tarongers, nº 4  
València 46100  
[www.uv.es/magisteri/](http://www.uv.es/magisteri/)

Departament de Matemàtiques  
46100 València (España)  
Telf: 96 359 41 51 Fax: 96 359 41 87

VNIVERSITAT ID VALÈNCIA [UVA] Facultat de Magisteri

D. Luis Pardo Espinosa doctor  
 en Psicología y Profesor de  
 Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la  
 Universitat de València.

HACE CONSTAR:

Que el trabajo titulado:

Representación de funciones de dos variables usando  
 la ~~potencia~~ modelización de la intensidad de  
 sonido mediante iRods - Un experimento estudio explorativo

ha sido realizado dentro de Máster Universitario en Investigación en Didácticas  
 Específicas de la Facultad de Magisterio de la Universitat de València, en la  
 especialidad de Matemáticas de Didáctica de

por Pascual David Diego Nebot  
 con DNI [REDACTED]

El presente trabajo ha sido supervisado por el tutor firmante y depositado para su  
 defensa con el visto bueno, como Trabajo Fin de Máster para optar al título de  
 Máster Universitario en Investigación en Didácticas Específicas por la Universitat de  
 València.

Para que conste a los efectos oportunos.

Valencia 11 de mayo de 2015

Facultat de Magisteri  
 Av. Tarongers, 1-1  
 València 46100  
 46100 València

Apartado Correos 22016  
 46101 València (España)  
 T. 96 366 11 21 Fax 96 366 11 37



## Índice de cuadros

3.1. Ejemplo de cuadro a completar por los alumnos sobre la escala decibélica .	26
3.2. Ejemplo de cuadro a completar para la toma de medidas . . . . .	35
3.3. Valores medios para cada punto de la clase . . . . .	38



## Índice de figuras

2.1. Esquema global de las actividades de modelización . . . . .	8
3.1. Logo y vista general de Decibel Ultra Pro <sup>®</sup> . . . . .	17
3.2. Cubos multilink, cubos link o policubos . . . . .	20
3.3. Fotograma de la grabación de vídeo . . . . .	21
3.4. Esquema de la sesión 1 . . . . .	24
3.5. Esquema de la sesión 2 . . . . .	28
3.6. Mapa de la clase . . . . .	30
3.7. División óptima . . . . .	31
3.8. Esquema de la sesión 3 . . . . .	33
3.9. Panorámica del aula dividida . . . . .	34
3.10. Esquema de la sesión 4 . . . . .	37
3.11. Concepto de aplicada elaborado por Euler . . . . .	39
3.12. Representaciones 3D ideadas por los alumnos . . . . .	40
3.13. Mapa de código de colores de los valores medidos . . . . .	41
3.14. Mapa de curvas de contorno de los valores medidos . . . . .	42
3.15. Mapas de contorno referentes a orientaciones frente y espalda . . . . .	46
3.16. Mapas de contorno referentes a orientaciones izquierda y derecha . . . . .	47

3.17. Panorámica del aula . . . . .	48
4.1. Localización de los grupos en el aula . . . . .	50
4.2. Guión de la sesión 2 . . . . .	57
4.3. División del aula propuesta por el grupo 1 . . . . .	60
4.4. División del aula propuesta por el grupo 2 . . . . .	65
4.5. División del aula propuesta por el grupo 3 . . . . .	69
4.6. División del aula propuesta por el grupo 4 . . . . .	74
4.7. División del aula propuesta por el grupo 5 . . . . .	79
4.8. Guión de la sesión 4 . . . . .	81
4.9. Sistema de representación ideado por el grupo 1 . . . . .	84
4.10. Sistema de representación ideado por el grupo 3 . . . . .	92
4.11. Sistema de representación ideado por el grupo 4 . . . . .	94
4.12. Sistema de representación ideado por el grupo 5 . . . . .	97
4.13. Mapa de colores superpuesto al aula . . . . .	99
4.14. Mapa de contorno superpuesto al aula . . . . .	101
A.1. Vista de Decibel Ultra Pro®. . . . .	118
A.2. Curvas de ponderación en frecuencias. . . . .	119