UNIVERSIDAD DE VALENCIA

FACULTAD DE PSICOLOGÍA

Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación

LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE NÚMERO DESDE LA METODOLOGÍA NEUROLÓGICO-PRINCIPIOS EN LA EDUCACIÓN INFANTIL

TESIS DOCTORAL

Presentada por: Pedro Berjas Sepúlveda

Dirigida por: Dr. D. Ángel Latorre Latorre

Valencia 2015

UNIVERSIDAD DE VALENCIA

FACULTAD DE PSICOLOGÍA

Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación

LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE NÚMERO DESDE LA METODOLOGÍA NEUROLÓGICO-PRINCIPIOS EN LA EDUCACIÓN INFANTIL

TESIS DOCTORAL

Presentada por: Pedro Berjas Sepúlveda

Dirigida por: Dr. D. Ángel Latorre Latorre

Valencia 2015

A mi familia más íntima… mis motores, quienes me han dado siempre el aliento necesario para no desfallecer, a quienes les he robado tantas horas y que espero devolverles de mil maneras distintas.

A mi profesorado… por su ayuda, por sus consejos, por sus críticas…

A los docentes y los niños que han participado en la investigación. A los primeros por su profesionalidad, su implicación… ilusión. A los segundos por su frescura, vitalidad, espontaneidad…

A mis alumnos de infantil que pasaron de ser discentes… a docentes. De ellos he aprendido lo que en los libros no he visto escrito y que ahora voy a intentar relatar.

Al Dr. D. Angel Latorre, quien recogió el testigo de la anterior directora de la tesis, su mujer, y que una desgracia la apartó de su lado, de nuestro lado.

Pero… si a alguien le dedico de corazón la tesis es a la Dra. Doña Mª Carmen Fortes del Valle, gran docente… mejor persona. Somos muchos quienes aún la sentimos a nuestro lado. Va por usted, Dra. Fortes.

ÍNDICE

SEGUNDA PARTE: METODOLOGÍA

INTRODUCCIÓN GENERAL

INTRODUCCIÓN

Una cuestión que durante muchos años viene siendo ampliamente debatida gira entorno a la conveniencia o no de la escolarización temprana, si ésta debe tener contenidos académicos y la repercusión que tiene el favorecer la socialización en edades tempranas. Países con buenos resultados en las pruebas PISA como Finlandia escolarizan desde infantil, pero primando sobre los contenidos curriculares la socialización.

En Inglaterra se plantearon si resultaría rentable, a nivel escolar, escolarizar a los niños menores de seis años con la doble finalidad de favorecer su convivencia e iniciar determinados aprendizajes. Para resolver la cuestión las autoridades encargaron realizar un estudio a un equipo de expertos cuyos resultados podemos encontrar en Melhuish (2008), quien fue su director. En la investigación participaron unos 3000 niños ingleses y duró tres años, evaluando distintos tipos de aprendizajes pero en el que destacaban las capacidades de cálculo. Durante ese periodo de tiempo los datos se recogieron a través de entrevistas así como a partir de las notas obtenidas a los 10 años en matemáticas.

La principal conclusión del equipo de investigación que dirigía Melhuish es que los niños que previamente habían estado escolarizados en infantil obtuvieron mejores notas, destacando especialmente en matemáticas en el que fueron casi un 30% superiores a los 10 años. Así pues, la escolarización temprana tiene claros beneficios pues los alumnos obtienen mejores notas a largo plazo.

Otros datos interesantes que se desprenden del estudio es que ese factor influye más que otros, como la educación de los padres o los ingresos económicos entre otros.

En España, las diferentes leyes orgánicas que han venido regulando la educación, hablan de la importancia de la Educación Infantil, destacando la repercusión que tiene como compensación de desigualdades sociales. En la actualidad está organizada en dos ciclos, de 0 a 3 y de 3 a 6 años, aunque solo éste último es gratuito.

Así pues, en nuestro país, concienciados de la importancia de la escolarización temprana, se tiene en cuenta tanto los aspectos derivados de la socialización como el inicio de distintas enseñanzas, entre las cuales destacan las denominadas instrumentales: lecto-escritura, matemáticas y TIC (tecnologías de la información y comunicación). No obstante, si iniciamos de forma tan temprana la educación, ¿cuáles son los motivos de los malos resultados académicos?

Si bien los expertos los atribuyen a muchos factores como la falta de expectativas familiares, escasa formación del profesorado, nivel educativo de nuestra sociedad, costumbres… nosotros nos centraremos en los aspectos derivados del aprendizaje y la enseñanza de la adquisición del concepto de número. Este se erige como la cuestión más compleja a adquirir en los tramos iniciales de la educación, por encima de la geometría y afectando directamente al cálculo, la medida...

En lo que respecta a los contenidos matemáticos de los diferentes currículos de infantil, fruto de las distintas leyes educativas, vemos como todos ellos han tenido hasta la fecha una fuerte influencia piagetiana. En el aprendizaje del concepto de número bajo esa perspectiva se destacan aspectos como la ordinalidad, cardinalidad, la clasificación, seriación…. y su puesta en práctica se ha venido realizando bajo dos metodologías bien diferenciadas, la Monumentalista (que asociamos a un tipo de enseñanza de corte tradicional) y la funcionalista (con una visión de las matemáticas ligadas a lo práctico, lo funcional). Ambas metodologías, ligadas a un enfoque piagetiano, nos ha conducido a unos resultados pobres, relegándonos a los puestos más bajos de los diferentes informes de evaluación de la educación realizados hasta el momento y entre los que destaca PISA.

La presente investigación no pretende determinar qué variables educativas son "culpables" de no ser capaces de enseñar bien las matemáticas, sino de buscar alternativas integrando aspectos pedagógicos que nos parecen imprescindibles con los últimos avances de la psicología y la neurología.

De este modo nos centraremos en demostrar que se pueden alcanzar logros mucho más importantes de lo que hasta el momento se ha conseguido en la adquisición del número en niños de tres a seis años. Recordemos una famosa frase de Bruner (1966), en la que afirmaba que "Se puede enseñar cualquier cosa a cualquier edad si se encue

ntra la forma de enseñarla". Para conseguirlo, resulta necesario identificar todas las variables que forman el concepto de número y desarrollarlas teniendo en cuenta el funcionamiento de nuestro cerebro a partir de los avances de la neurobiología y la psicología, con el fin de ajustar de manera completa y adecuada la intervención educativa por parte del profesorado. Ello se llevará a cabo mediante una nueva metodología que hemos denominado Neurológico-Principios y los resultados serán contrastados con las otras dos que en este momento tienen más presencia en nuestras aulas: la Monumentalista y la Funcionalista.

En lo que respecta al desarrollo de la presente tesis, comenzaremos con los fundamentos científicos. Analizaremos las aportaciones de distintos autores en la adquisición del concepto de número, sus visiones y repercusión que han tenido. Entre ellas destacamos las de Gellman y Gallistel (1978), por la importancia que tiene en nuestro planteamiento. A continuación veremos distintas contribuciones de la psicología y la neurología que han resultado asimismo cruciales para nuestra metodología: redes de memoria, percepción, línea numérica mental…

En los siguientes aspectos a tratar se tiene en cuenta cuáles son los logros numéricos habituales de los niños de infantil, lo que servirá de referente a nivel cualitativo, para compararlos con la metodología objeto de estudio. En estos apartados se analizan distintas cuestiones como los logros numéricos de los bebés, los procesos de simbolización, el conteo, usos del número o el valor posicional de las cifras entre otros.

Los puntos dos, tres y cuatro, tratan aspectos de corte más ligado a la didáctica, al diseño de las actividades. El quinto describe las características de las metodologías Monumentalista y funcionalista, mientras que el sexto lo hace respecto a la Neurológico-Principios. El séptimo, revisa la situación de nuestro sistema educativo, y el octavo y último de esta primera parte, la evaluación de la calidad en la educación infantil.

La segunda parte desarrolla el diseño, análisis y resultados, finalizando con la discusión y conclusiones. En su inicio se formulan los objetivos e hipótesis, entre el que destacamos el que la nueva metodología obtendrá unos resultados estadísticamente significativos a su favor. En lo que respecta al diseño, cuenta con dos pruebas distintas para la fase inicial y la final. El motivo de tal decisión que llevó a descartar la opción pre-test, post-test, es que los datos recogidos en niños de tan corta edad en la primera de las pruebas serían irrelevantes, una mera formalidad. Hemos de tener en cuenta que los niños de infantil apenas tienen conocimientos previos que puedan influir en el aprendizaje del número, al menos con el grado de complejidad al que pretendemos llegar. Al hacer mención de tales conocimientos previos, nos estamos refiriendo a aquellos relacionados con la matemática formal, que son los que a la postre se verifican en las pruebas de evaluación matemática. Así pues, se optó por una prueba inicial que por un lado facilitase la formación de grupos equivalentes, pero que por otra fuese susceptible de aportar información relevante. Por su parte, la prueba final, fue escogida por su potencial para evaluar la puesta en práctica de metodologías que desarrollen la adquisición del concepto de número, en niños con edades comprendidas entre los cuatro y ocho años. La primera de las pruebas se pasó al inicio de un curso escolar y la final antes de que terminase. En esos momentos los niños tenían entre cinco y seis años.

En lo que respecta al análisis se desarrolla mediante tres ANOVA, una prueba *t* y un análisis de regresión múltiple. Todo ello con la idea de extraer la máxima información posible, tal y como se ha comentado anteriormente.

En la tercera parte se realizan sugerencias para futuras líneas de investigación. Creemos que son muchas las cuestiones pendientes de confirmación o ampliación. Una de ellas es verificar el peso o grado de contribución de las distintas variables que forman el concepto de número, así como el determinar en qué momento evolutivo aparecen o se alcanza un pleno dominio. Por su parte, la neurología podría confirmar las conexiones entre éstas o cómo facilitarlas para mejorar el aprendizaje.

La parte final, como es habitual, queda reservada para la bibliografía y los anexos. Uno de éstos va dedicado a las diferentes actividades que se pusieron en práctica para la adquisición del concepto de número desde la perspectiva Neurológico-Principios.

Como complemento a la tesis, se presenta la página web *educando matemáticos.com*, elaborada por el autor de este trabajo con la idea de difundir las matemáticas, bajo nuestro posicionamiento y además de manera absolutamente gratuita. En ella se pueden encontrar orientaciones y recursos de todo tipo.

Para finalizar la introducción dos puntualizaciones. La primera de ellas es que a lo largo de la tesis se intentará demostrar que los niños de infantil tienen el potencial necesario para aprender mucho más allá de lo que en la actualidad se está llevando a cabo. La idea no es adelantar en exceso cursos o contenidos curriculares, pero sí subir el nivel de exigencia tanto a los niños de infantil como de primero y segundo de primaria. Además, aprovechar su plasticidad cognitiva para provocar su desarrollo neurológico, lo que nos llevará a incrementar de manera significativa las potencialidades de aprendizaje matemático.

La otra puntualización es que en el desarrollo del presente trabajo se emplean los términos: “niños de tres, cuatro y cinco años” para hacer referencia al primer, segundo y tercer nivel de infantil. La cuestión es que dentro de cada uno de ellos se mueve una franja de edad por no coincidir el año natural con el escolar. Así en el primer nivel, que habitualmente llamamos “tres años”, encontraremos niños de final de año que aún no han cumplido los tres al iniciar el curso escolar, y otros, que durante el curso cumplirán los cuatro. Evidentemente lo mismo sucede con el resto de niveles.

PRIMERA PARTE: BASE TEÓRICA

1. FUNDAMENTOS CIENTÍFICOS.

1.1. Concepto de número: definiciones e implicaciones.

En cualquier investigación delimitar aquello que se está analizando resulta fundamental pues condiciona el objeto de estudio, circunstancia que afecta de modo especial a cuestiones como el concepto de número debido a su ambigüedad y abstracción.

Lo primera cuestión a tener en cuenta es distinguir entre las definiciones de *número* y *concepto de número.*

El número expresa una cantidad respecto a una determinada unidad con la que se compara y es el punto de partida de todo sistema numérico. Su etimología viene del latín: “numerus”. Podemos encontrar definiciones como la de Feliu (1993): *El número es una relación entre una cantidad determinada y otra considerada como unidad.* Otras lo califican de símbolos utilizados para contar y medir.

Si pasamos ahora a definir el concepto de número deberemos tener en cuenta la implicación de la palabra concepto. Esta queda referida a forma de saber que concibe, maneja, explica o manifiesta razonamientos, experiencias… de una manera abstracta y que los dota de sentido. Este último término ha de ser visto como la manera particular a partir de la cual entendemos algo tanto a nivel individual como de sociedad.

Las múltiples definiciones que se han ido sucediendo a lo largo de la historia inciden en ciertos aspectos que para sus autores son de crucial importancia. Así, dentro de los clásicos, Kamii (1982), define el número como una relación creada mentalmente por cada sujeto y que posee una compleja estructura, por lo que se tarda mucho tiempo en construir. Encontramos dos cuestiones importantes a analizar en esta definición, la primera es el hecho de considerar el número como una creación de nuestras mentes, no es algo físico que se pueda ver o tocar. Lo que se ve son los objetos, ellos en sí mismo no son números. Así pues, implica un alto grado de abstracción y por tanto de complejidad. La segunda cuestión deriva precisamente de tal complejidad, lo que provoca que su adquisición requiera de mucho tiempo y esfuerzo.

Otros autores como Martínez, Velloso y Bujanda (1981), citado por Fernández (2008) afirman que: *El concepto de número es un concepto abstracto que solamente existe en nuestra mente. El número no es un conjunto sino una cualidad del conjunto.* Por su parte Courant y Robbins (1979) además de postular que los números son creaciones de la mente humana para agrupar objetos de diversos modos, inciden en el hecho de que no contengan ningún tipo de referencia a las cualidades de aquello que es contado. En ambos casos encontramos referencias a la imposibilidad de que el número aporte información sobre las características de los objetos, así como su gran función, aunque no la única, como es el poder determinar cantidades de elementos fruto del conteo.

De hecho son muchos los autores que piensan que se puede enseñar los números sin necesidad de recurrir al conteo como modo y medio de aprendizaje del concepto de número. El argumento es que recitar números de memoria, en lugar de ser construidos, es decir sin comprender las características propias de cada sistema numérico se aleja de una real construcción del concepto de número, Goutard (1966). En nuestro caso consideramos especialmente relevante el comenzar de manera temprana la comprensión de nuestro sistema decimal, cuestión inexistente en las aulas de infantil y que además son abordadas de manera incorrecta en la educación primaria, Koppel (1999).

Otro autor que también piensa que no es necesario recurrir al conteo para el aprendizaje del número es Fernández (2008). El citado autor realizó un estudio con niños de infantil (hasta 6 años) que se encontraban inmersos en la adquisición del concepto de número. A partir de la observación directa, llegó a la conclusión de que la formación del pensamiento numérico del niño no coincide con los métodos de enseñanza. Así pues planteó enseñar el número sin necesidad de recurrir al conteo como medio, incidiendo además, en enseñar a razonar sin enseñar a contar. El trabajo consistió en diseñar un planteamiento metodológico que permitiera determinar si un niño puede retener, intelectualizando, una cantidad de elementos sin necesidad de recurrir al conteo. Entre las actividades propuestas encontramos algunas dirigidas a la percepción de cantidades de elementos de una magnitud, comparar elementos o la retención intelectual de cantidades, todas ellas cuestiones que pueden formar parte de una posible definición de concepto de número.

Por otro lado cabe distinguir entre símbolo numérico y número. El símbolo es una representación (verbal, escrita…) de cantidades, el número, es la cantidad real de objetos, Doman y Doman (1995). Encontramos pues, otra cuestión a tener en cuenta en la adquisición del concepto de número y por tanto repercute en su definición: su representación. Son diferentes los sistemas notacionales que podemos utilizar: puntos, grafías arábicas, soporte verbal… y entendemos que en función de las necesidades de cada sociedad sean utilizadas unas sí y otras no. Un ejemplo de ello son los indios Tamanacos, una tribu sudamericana, que utiliza los dedos de manos y pies para el conteo y representación de cantidades. En nuestra sociedad también utilizamos los dedos de las manos para indicar cardinales e incluso para ayudarnos en el cálculo de operaciones sencillas como la suma. No obstante y debido a la creciente complejidad de los números que necesitamos manipular, hemos de recurrir a sistemas notacionales más complejos como la escritura y lectura de números Pontecorvo (1996). Su representación permitirá realizar cálculos complejos que serían imposibles solo con utilizar los dedos, puntos… Así pues, sistemas notacionales más abstractos como la escritura, la lectura, son una característica más del concepto de número que consideramos imprescindible en nuestra sociedad, que debe ser aprendida y por tanto enseñada, Pimm (1990). Para nuestra investigación resulta relevante tal afirmación, pues sin descartar el conteo como un aspecto a tratar más en la adquisición del número, realizamos muchas actividades dirigidas al desarrollo de procesos de simbolización, lectura, escritura de números… que permitirán una manipulación de entidades numéricas de gran nivel para la edad en la que desarrollamos el estudio y que se sitúa entre los cinco y seis años aproximadamente.

Asimismo, aportaciones recientes de la neurociencia influyen en la construcción de definiciones del concepto de número. Entre otras cosas, afirman que el sentido numérico está principalmente asociado al lóbulo parietal inferior, aunque la múltiple participación de distintas áreas cerebrales se encuentra siempre presente. Todo ello es fruto de distintos procesos cognitivos necesarios para manipular entidades numéricas, Dehaene (1997a). Entre esas áreas, procesos… podríamos incluso incluir la consciencia. Ya hace muchos años Mialaret (1967) habló de noción matemática como el paso de una experiencia a un plano de conciencia superior, tal y como veremos más adelante en el punto 6, página 282.

Así pues, esta influencia la podemos encontrar en definiciones como la de los hermanos Castro y Castro (2011). Para ellos el concepto de número conlleva además de la capacidad de conteo, el reconocimiento de símbolos y el desarrollo de estructuras cognitivas que faciliten la formación de ideas partes, todo, la conexión con cantidades, sus medidas y la relaciones existentes entre todo ello.

Si por otro lado tenemos en cuenta los cinco componentes, que según el National Council of Teachers of Mathematics forman parte del concepto de número, comprobamos que efectivamente son muchas las cuestiones de relevancia a tener en cuenta. Estas son: la comprensión del sentido del número, las relaciones que se establecen entre ellos, los efectos que ejercen las operaciones con los números, reconocer su magnitud relativa y el significado de la medida en el mundo real.

A tenor de lo visto y aventurándonos a realizar una definición exhaustiva de concepto de número que aglutine todos los componentes que consideramos implicados en su construcción, podríamos acotarla como:

El conjunto de conocimientos necesarios que permiten comprender el número natural en nuestro sistema decimal de manera consciente, manejando, representando, explicando o manifestando relaciones y razonamientos, todo ello de modo abstracto y dotando a todo el proceso de sentido, por medio de habilidades que permiten su manipulación, para contar, ordenar, comparar, medir, operar… siendo utilizados en situaciones que lo requieran como las aplicaciones prácticas de la vida, la resolución de problemas o el juego, mediante la puesta en marcha al unísono de múltiples procesos cognitivos.

1.2. Principales teorías en torno a la construcción del concepto de número.

Langford (1989), afirma que en lo que respecta al concepto de número nos encontramos con cuatro grandes teorías, algunas de ellas provienen de escritos de antiguos matemáticos y filósofos y otras de autores más recientes. A su vez, las teorías más conocidas que hacen referencia a la comprensión e interpretación temprana de los numerales se basan en dos grandes grupos: las basadas en la *percepción instantánea de los números cardinales* y en el *procedimiento de contar*.

La primera de las cuatro teorías es la de Piaget y Szeminska (1941), según la cual los niños comprenden los aspectos ordinales y cardinales prácticamente al mismo tiempo. En esa misma línea se muestra Serrano (2006), ofreciendo una serie de implicaciones, consecuencias, para tenerlas en cuenta a la hora de trabajar con los niños de infantil. No obstante, según Brainerd (1979 a), no explica en este libro cómo interpretan los niños pequeños los números, sólo presupone que no tienen una comprensión real del número hasta que asimilan las propiedades tanto ordinales como cardinales. Respecto a que aparezcan al mismo tiempo dichas propiedades no tienen validez estadística y lo más relevante es que los criterios que Piaget utiliza para valorar la presencia o ausencia de comprensión en lo que se refiere a los ordinales y cardinales han recibido un aluvión de críticas hasta la actualidad, entre ellas, Gelman y Baillargeon (1983).

La segunda teoría parte de la idea que el concepto de número surge de la percepción directa de los números pequeños Klahr y Wallace (1976) y Nelson y Bartley (1961). Si presentamos tres objetos a un niño pequeño, no necesita contar, accede directamente a la cardinalidad del número tres. Por analogía esto se va extendiendo a números más grandes (hasta ocho elementos aproximadamente). A partir de dicha cantidad ya hace falta el uso de los ordinales, pero la construcción de éstos toma como punto de partida aquella cardinalidad súbita de números pequeños. Según esa teoría, la comprensión de la cardinalidad precede a la de la ordinalidad.

La tercera de las teorías afirma que los aspectos ordinales preceden en su aparición a los cardinales Brainerd (1973 a, b, c). Esta teoría se sirve de test piagetianos que tanto han sido cuestionados, aunque más tarde en algunos de ellos se aparta, Brainerd y Howe (1979 b). Este autor se centró en demostrar que era más sencillo enseñar a los niños la asociación del significado ordinal con el nombre de cada número que con su significado cardinal, Brainerd y Fraser (1975). Aunque consiguió demostrar que es más fácil adiestrar en el aprendizaje ordinal, son muchas las lagunas y cuestionamientos que se le hace ya que es posible el éxito se debiera a las estrategias que fueron usadas por los niños más que por los significados que les atribuían. De hecho sabemos que es más fácil contar un conjunto de elementos dispuestos en fila. Por último destacar que Michie (1985), por medio de tareas muy próximas a la indexación de números ordinales y cardinales, llegó a la conclusión que los conceptos cardinales son los primeros en desarrollarse.

La cuarta teoría busca el explicar los conceptos tempranos del número. Los autores más relevantes son Gelman y Gallistel (1978). Defienden que entre los 2 y 5 años los niños prefieren contar como recurso para calcular los elementos de un conjunto. Si en algún momento se utiliza la cardinalidad a partir de la percepción directa e inmediata es antes de los 2 años.

Frente a estas teorías que inciden de manera especial en la génesis del concepto de número, encontramos clasificaciones de corte matemático como la de Droz, (ver Tabla 1), citado en Chamorro (2008), en la que se pone en relación la actividad del sujeto con el posicionamiento de distintos matemáticos, quedando estructurada del siguiente modo:

Tabla 1
Relación entre la actividad del sujeto y el posicionamiento matemático.

Actividad fundamental	El número es	Perspectiva teórica
Clasificar	Cardinal	Cantor, Frege, Russell
Comparar, seriar	Ordinal	Peano, Neumann
Denotar y componer	Algebraico	Hilbert
Denotar y contar	Constructivo	Lorenzen
Transformar	Operador/razón	Euclides, Euler
Contar	Producto del conteo	E. Cassirer

Tanto Droz como Chamorro coinciden al concluir que, tanto la construcción del número como su puesta en práctica, no se realiza a partir de alguno de los elementos, actividades fundamentales o características, sino de muchas, o tal vez todas ellas a la vez. Esto es debido a que se solapan y se complementan constantemente o incluso se excluyen.

Esta postura inclusiva, interactiva, contrasta con las de los investigadores psicogenéticos con una visión de “perspectiva única” y que deja de lado la complejidad y riqueza cognitiva necesaria para comprender y utilizar el número.

Por nuestra parte, el posicionamiento va precisamente en esta línea, ya que sostenemos que la construcción del concepto de número se produce a partir de la interacción de varios mecanismos cognitivos con la comprensión y puesta en práctica de distintos principios y nociones.

A continuación desarrollamos las teorías de Piaget y Gelman y Gallistel. La primera de ellas debido a su importancia histórica, la segunda por su planteamiento en el que se defiende que los niños han de dominar una serie de principios para que éstos puedan adquirir el conteo, siendo esta habilidad el punto de partida para la construcción del número. Esta idea, la de los principios, es incluida en nuestra metodología, pero ampliada con otras variables necesarias en la construcción del número y que van más allá del conteo.

El resto de teorías son abordadas de un modo u otro a lo largo de la tesis, como por ejemplo, al desarrollar la subitización en uno de los apartados, cuestión que es el origen del planteamiento de la segunda de las teorías, o al tratar la ordinalidad dentro de la teoría de Piaget, tercera de ellas.

Nuestro posicionamiento, muy ecléctico, es que la génesis del aprendizaje del número depende en buena medida de aspectos innatos como la subitización, de cómo sea enseñado y de los usos en que sea aplicado. No pretendemos entrar en la discusión de la génesis del concepto de número, sino determinar todo lo que es necesario para lograr una construcción sólida de este.

Así pues, la investigación la dirigimos a determinar qué aspectos (principios o variables) están presentes y son necesarios para la comprensión del número (más bien de corte matemático), qué mecanismos los gestionan y cómo funcionan (aspectos cognitivos y neurológicos), cómo desarrollarlos, hacer que se interconecten (metodología, actividades…), para poder utilizar el número en contextos reales, cotidianos, necesarios… como meta final.

1.2.1 El desarrollo de la idea de número en los niños según Piaget.

Las investigaciones de Piaget tenían por finalidad averiguar cómo construyen los niños el concepto de número desde su génesis. Para constatar dichos inicios recurrió a niños entre cuatro y siete años.

Para comprender su teoría, Piaget y Szeminska (1941), partiremos del significado del número para el adulto, analizando los principales términos que utilizó y que dan forma a su trabajo, Lawrence (1982). Piaget parte de dos grandes "clases" de números: los cardinales y los ordinales.

Cardinal. Un número cardinal muestra una colección de unidades simples con algún punto de semejanza que permite agruparlos para ser contados como por ejemplo cinco coches, tres muñecas e incluso cinco "cosas". Por más que cambiemos la manera en que se distribuyen en el espacio, (muy juntas o separadas, en una o varias filas…), el total siempre se mantiene estable. Piaget utilizó el término "cardinación" respecto a la distribución y consideración de objetos a partir de los distintos números cardinales.

Reversibilidad. Toda manipulación que se haga con esos objetos que son contados es reversible, pueden volver a su estado anterior conservando su mismo valor. Así por ejemplo, si cinco elementos son distribuidos en dos grupos de 2 + 3 o 3 + 2, pueden volverse a unir manteniendo su valor.

Operaciones lógicas. Cualquier tipo de manipulación como las anteriormente comentadas, se han de realizar mentalmente, sin soporte físico, comprendiendo además el significado de lo que se está haciendo. La reversibilidad de las operaciones lógicas es fundamental para su real y efectiva comprensión.

Constancia. Designa la comprensión lógica por la cual el total se mantiene igual a partir de las diferentes distribuciones de sus pares.

Ordinales. Muestran el lugar que ocupan dentro de una serie o rango numérico (primero, segundo, tercero…). Dicha serie puede estar graduada cuando por ejemplo ordenamos objetos de menor a mayor tamaño, o simplemente ser utilizados para designar la posición que ocupan objetos semejantes. Piaget utilizó el término “ordenación” en los ordinales indicando que tenían la misma relación que la cardinación respecto a los cardinales. Para este autor la ordenación y la cardinación están unidas en nuestra mente de un modo inseparable. Así pues, un objeto situado en quinta posición (ordinalidad) muestra cuatro objetos anteriores (cardinalidad).

Una vez analizadas estas premisas, decir que Piaget se centró en investigar cómo trabaja la mente del niño respeto a la apreciación de cantidad y a la numeración. Partió de la hipótesis de que el desarrollo del número y del pensamiento lógico van unidas de modo que una etapa pre-numérica va ligada a una pre-lógica.

Para ello ideó distintos test y materiales a partir de los cuales poder extraer conclusiones, los cuales fueron puestos en práctica en niños de primaria y que se muestran a continuación.

Constancia de cantidades continuas.

La constancia es la base del pensamiento razonado y más cuando nos referimos a las áreas científicas. Hace referencia a un sistema de reglas sobre el que apoyarse y que se mantienen inalterables. Es la base del pensamiento científico, en el que evidentemente se encuentra incluido el matemático. Tanto una cantidad de líquido como de objetos tiene un valor total constante a pesar de las alteraciones que se produzcan en la relación que los elementos tienen entre ellos. Así pues, en una cantidad de objetos, los cambios que se realizan en las unidades y que no afectan al resultado total es conocido como "invarianza del número". Lo mismo ocurre con cantidades continuas como medidas de longitud o volumen, que solo pueden ser utilizadas con efectividad cuando permanecen constantes en nuestra mente más allá de las diferencias en la distribución de sus partes.

Para averiguar cómo reaccionan los niños ante la constancia de cantidades continuas se diseñaron distintas pruebas pero siempre con el mismo objetivo: el de la preservación o no de una cantidad de líquido. A cada uno de los niños que participó en el experimento se les mostró dos recipientes cilíndricos iguales que contenían una misma cantidad de un líquido coloreado. A continuación el contenido de uno de los recipientes se pasó a otros dos de igual forma pero más pequeños, preguntando en ese momento a los niños si la cantidad de líquido era el mismo que el del cilindro que no se tocó.

Los resultados indicaron que los niños pasan por tres etapas. *La primera* situada entre los cuatro y cinco años mostró que aquellos consideraban normal que la cantidad de líquido variara junto con la forma del nuevo recipiente, dejándose engañar por la apariencia visual. Así pues, para esta edad, no existe todavía la idea de cantidad invariable, para ellos la cantidad se ve influida por aspectos perceptivos como más alto, más ancho… No son comprensibles las relaciones dimensionales pues no pueden resolverlas mediante las operaciones de adición. *La segunda etapa,* alrededor de los seis años, fue considerada de transición, pues aunque ya aparece la constancia, aún se producen numerosos errores y además no se generaliza a otras situaciones. Ello es debido a que a pesar de adquirir la noción de cantidad no sabe que puede y debe hacerlo por medio de unidades. *La tercera* se produce entre los seis y ocho años aproximadamente y en ella los niños ya tienen claro que la cantidad de líquido permanece constante. En este momento los niños ya están en disposición de entender que una cantidad puede ser estable y medirse mediante unidades, no dejándose además influir por aspectos visuales.

Es importante tener en cuenta que solo cuando se llega a esta tercera etapa es cuando se está en disposición de comprender la idea de número.

Conservación de las cantidades discontinuas.

En estos experimentos Piaget realizó pruebas similares pero con abalorios en lugar de líquidos. Este tipo de materiales, además de poderse pasar de un recipiente a otro y medirse su volumen, podían ser contados e incluso medir su longitud cuando se hacían collares. Este tipo de materiales muestran ventajas en su manipulación frente a otros como los líquidos ya que si un niño hace un collar con menor cantidad de abalorios, era fácil que pensara que su longitud sería menor. De igual modo, estos materiales se prestaban a actuaciones como el que los niños, al estimar cantidades, pusieran un abalorio en un recipiente a la vez que lo ponían en el otro. Esto casi equivale a contar, no obstante no asegura que el niño tenga comprendida la idea de constancia (en la primera de sus etapas).

Los resultados obtenidos mostraron que los niños pasaban por las mismas etapas que en la constancia de cantidades continuas. En el caso de la primera etapa, podían llegar a comprender que hay la misma cantidad de abalorios en un recipiente que en otro cuando los habían repartido alternativamente uno en cada recipiente, siendo estos iguales. En cuanto los recipientes cobraban formas distintas dejaban de entenderlo.

Correspondencias cardinal y ordinal.

Mediante este experimento se pretendía determinar si los niños eran capaces de hacer corresponder los objetos de dos grupos distintos pero con algún tipo de relación muy evidente. Piaget realizó el test de las botellas en el que se les dio a los niños seis botellas de agua de juguete y doce vasos para beber. A continuación se les pedía que cogieran algunos vasos de modo que hubiese un vaso por cada botella y de este modo poder dar de beber a las muñecas. Los niños de la primera etapa (entre cuatro y cinco años) no lo consiguieron, es más, lo que solían hacer era darles todos los vasos. Hacia los seis años, segunda etapa, ya eran capaces de lograrlo mediante la estrategia de colocarlos en dos filas haciendo corresponder un vaso por cada botella. No obstante, cuando el experimentador juntaba los vasos, los niños pensaban que había menos cantidad de estos, y al contrario, si los separaba, que había más. Es evidente que, según Piaget, los niños se dejan llevar por los aspectos perceptivos ya que no se daban cuenta que la cantidad no dependía de la longitud de la fila. Otros experimentos consistieron en hacer que los niños compraran cosas (un objeto por moneda), y aunque podían hacerlo no podían prever cuántos objetos podían comprar con una cantidad de monedas, por ejemplo cinco. Una variante más de estos experimentos apuntaba hacia el conteo oral para comprobar si eso facilitaba las cosas. Así pues se les pidió que reprodujeran, a partir de un conjunto de elementos, otro con su mismo número, no obstante los niños seguían con los mismos problemas y se centraban más en reproducir la forma en que habían sido dispuestos los elementos del grupo que de la cantidad. Es en la segunda fase, alrededor de los seis años, cuando los niños llegaban a resolver los experimentos.

Se llegó así a la conclusión de que los niños de la primera fase sobre todo, se dejaban influir por los aspectos espaciales sin tomar como estrategia el descomponer el todo en sus unidades, así como ver la densidad de elementos que hay en una fila en relación con otra, de modo que la distancia entre los intervalos de elementos no influye sobre la cantidad de estos. Los niños toman como base una totalidad perceptual, no una totalidad de cantidad.. No obstante, a partir de la manipulación de los elementos como objetos individuales y a hacerlos corresponder con otros, reproducir filas de objetos… llegarán a tratarlos como unidades concretas concluyendo que las posiciones relativas que ocupan no afectan a la cantidad.

Noción de serie

Otra de las investigaciones se centró en las habilidades de que disponían los niños para operar con series así como con la noción de correspondencia ordinal. Para ello se les mostró diez muñecos y otros tantos bastones, todos ellos graduados en tamaño. A continuación se les dijo que los distribuyesen de manera que cada muñeco pudiera encontrar con facilidad su bastón. Esta primera parte de la tarea fue resuelta con éxito por los niños de la primera etapa. A partir de ese momento, la fila de los muñecos se manipuló de manera que los muñecos estaban más juntos mientras que la de los bastones, al contrario, se separaron un poco más de lo que lo estaban. Al pedirles que cogieran el bastón que debería utilizar un determinado muñeco señalado por el experimentador se mostraban incapaces. Es evidente que no utilizaban como estrategia hacer corresponder los ordinales (al tercer muñeco le pertenece el tercer bastón). Tampoco fueron capaces los niños de esta primera etapa, en una variante del experimento, de escoger de un conjunto de muñecas aquellas que eran más grandes que la que el experimentador le señalaba, cuando estaban mezcladas. Incluso los niños de la segunda etapa (unos seis años), fallaban al ordenar los elementos como estrategia para llegar a soluciones correcta, errando muchos de ellos en las ordenaciones y correspondencias situadas entre el cuarto y quinto elemento de entre diez.

Los niños de esta segunda etapa ya se encuentran cercanos a las soluciones correctas, si bien utilizan estrategias diversas, todas ellas erróneas o incompletas, como usar la cardinación pero descuidar la ordenación o utilizar la seriación pero descuidar la cardinación, entre otras.

Ordenación y cardinación

La investigación que realizó Piaget y sus colaboradores sobre la ordenación y cardinación fueron más amplios que los anteriores con el fin de comprobar cómo operaban los niños con series graduadas de objetos. Así mismo se pretendía determinar la influencia de la enumeración oral en la comprensión sobre la ordenación y la cardinación.

Se dio a los niños diez varillas de distintos tamaños y una muñeca. El ejercicio, en su primera parte, consistía en que construyesen una escalera con las varillas de modo que la muñeca pudiese subirla. En una segunda parte, se les daba otras nueve varillas con tamaños intermedios a las que ya tenía y se les pedía que las intercalaran en los lugares adecuados en la escalera que previamente habían construido. La tercera parte, consistía en que contara la serie completa. Si el niño contaba con soltura hasta el número doce, se le entregaban diez varillas, se dejaba la serie en orden y se seleccionaba una de estas varillas (la sexta por ejemplo), preguntando en ese momento mientras se mostraba al muñeco como subía, cuántos escalones tenía que subir, cuántos había dejado atrás y cuántos le quedaban. En la cuarta parte del experimento, las varillas se mezclaban de modo que fuese necesario reconstruir la serie antes de emitir su respuesta.

Piaget concluyó que también son tres las etapas por las que pasan los niños. *En la primera* de ellas, cuatro a cinco años, los niños no recomponen la serie para contestar por lo que fallan en sus intentos de contestar adecuadamente, lo hacen a partir de aproximaciones perceptuales y sin apoyarse en operaciones lógicas.

En la segunda etapa, cinco años y medio a seis, se dan cuenta que han de reconstruir la serie pero no de que no es necesario hacerlo en su totalidad, en el ejemplo anterior bastaría con reconstruir las diez primeras varillas. En esta etapa resulta mucho más fácil construir una serie (basta que cada varilla que cojan sea más grande que las que le quedan) que intercalar elementos donde evidencian numerosos errores (deben buscar una varilla que sea más grande que la que tiene a uno de los lados y más pequeña a la vez, que la que tiene en el lado contrario). En esta fase ya comienzan a utilizar la lógica pero que depende en cierta medida de su percepción. *En la tercera,* seis años y medio a siete y medio, ya comprende que es suficiente con construir el tramo necesario y no su totalidad, entendiendo que la ordenación (lugar que ocupa un número) equivale al de escalones subidos (cardinación). En este punto ya se dan cuenta que la serie se puede dividir en dos partes, desde el comienzo hasta el elemento seleccionado y desde este hasta el final, el último de ellos.

Asimismo, si les entregamos una varilla cualquiera de un conjunto de ellas desordenado, ya se encuentran en disposición de ordenar una parte (sin necesidad de ordenar todos los elementos) y decir cuántas le preceden, las que le faltan y el ordinal. Nos encontramos ante la utilización de la lógica frente a la intuición, lo que permite a los niños formar clases de objetos mediante su agrupación en la mente (juntar todas las varillas que son menores que la sexta por ejemplo) y además poderlos contar (sabiendo que este parcial no modifica el total de varillas), así como retener en su mente un total estable para poder formar con ellos una serie. Según Piaget, todos los niños pasan por etapas similares en la adquisición de las capacidades de operar con clases, con relaciones y con números.

La clasificación y la relación de las clases con los números.

Hasta el momento el número ha sido considerado como una clase serial producido a partir de la combinación de una clase y una relación asimétrica, de modo que cuando contamos cinco juguetes hemos de reconocerlos como objetos que tienen algo en común, unirlos y contar hasta la palabra "cinco". Podemos a partir de una clasificación contar sus elementos, o al contrario, a partir de un número coger esa misma cantidad de objetos, así como verlo como cosas independientes. No obstante también pueden concebirse como complementarias y que se desarrollan al unísono, si bien en direcciones distintas. Si entendemos que una *clase* (conceptos) y su *extensión* (números) son inseparables para su comprensión, llegaremos a la conclusión que la base común que los une es la operación aditiva, uniendo al conjunto de objetos de una clase, así como al contrario divide el conjunto en unidades sueltas. Por tanto una cuestión fundamental a tener en cuenta es que la suma y la resta (incluso multiplicación y división) se hallan implícitas en el número pues éstos se van formando por adición o sustracción de unidades. Una última consideración es que los niños tienden a ver en el caso de los números, sus unidades como iguales, mientras que los elementos de una clase pueden ser en parte distintos, como por ejemplo, dentro de la clase "juguetes" hay muñecas, coches…

A partir de la constancia de las cantidades, Piaget estudió la inclusión de clases parciales en otra total, para lo cual es necesario comprender la interrelación entre conceptos como "todos" y "algunos" llevándolo al terreno cuantitativo. Lo realizó a través de un experimento en el que presentó a los niños una caja con abalorios de madera de dos colores, casi todos marrones menos dos blancos. Les preguntó si había más abalorios de madera que marrones viendo enseguida la dificultad que tenían los niños entre cuatro y seis años para contestar correctamente la pregunta, por lo que se realizaron otras similares pero con menor dificultad aparente. En todos los casos se encontró, una vez más, tres etapas. En la primera de ellas no se dan cuenta que el "todo" siempre es más grande que las dos subclases, en la segunda, la de transición, ya descubren que una subclase es mayor que otra, o que una clase es menor que el "todo". No es hasta llegar a la tercera etapa (entre siete y ocho años), cuando ya tienen una visión de conjunto completa, con la relación que tienen entre sí las cada una de las partes y el "todo".

Todas estas consideraciones nos llevan al punto de ver qué relación tiene proceso de construcción de las clases (composición aditiva de clases) y el proceso de construcción del número. La cuestión es que las *agrupaciones* que caracterizan a las clases se definen por A + A = A (abalorios más abalorios igual a abalorios), mientras que los *grupos* que caracterizan a los números se construyen mediante A + A = 2A.

Composición aditiva de números y la relación aritmética de parte a todo.

A partir de tres experimentos se les pidió a los niños que dijeran si comerían el mismo número de caramelos con 4 + 4 que con 7 + 1, que igualasen dos conjuntos de fichas formadas por 8 y 14, y que dividiesen un determinado número de fichas en tres partes iguales.

En el primero de ellos y con niños de la primera etapa suelen afirmar que uno u otro es mayor o menor dejándose llevar por lo perceptual, sin razonamiento y lógica alguna. Son los de la tercera etapa los que lo consiguen al compensar los dos conjuntos, quitando del siete para pasarlos al uno.

En esta circunstancia se encuentra el inicio de la comprensión de la adición numérica, diferenciándola además, de la adición lógica de clases, que ya es entendida como reversible por el niño, pero que no obstante, no adquiere hasta la tercera etapa la idea de que un conjunto que es separado en dos partes sigue siendo el mismo “todo”.

Así pues, el niño ha de ver los subgrupos como un conjunto de unidades que son susceptibles de ser equivalentes sin la necesidad de ser iguales (4 + 4 = 7 + 1), llegando a entender que esa igualación se puede producir también a partir de la sustracción, 4 = 7 – 3. Saber sumar o restar no es sinónimo de que los niños comprendan esta relación y suelen dominarla sobre los siete años y medio.

En lo que respecta al segundo de los experimentos, igualar dos conjuntos a priori distintos, los más pequeños pasan elementos de uno al otro sin llegar a conseguir compensarlo. Sus movimientos hacia uno u otro no son entendidos como adición o sustracción. Niños de la segunda etapa se suelen apoyar en distribuir las fichas en dos figuras semejantes, pero al alterar el experimentador la forma de estas, no comprendían por qué el número de fichas no variaba. Al llegar a la tercera de las etapas, los niños ya son capaces de abordar el experimento con éxito, siendo no obstante, más complicado para ellos que el anterior.

En el tercero de los experimentos, dividir los elementos de un conjunto en dos partes iguales, los niños fracasaban por no darse cuenta de cuando ya eran iguales, porque no entienden que la suma de las partes ha de ser igual al todo, o por dejarse llevar por aspectos perceptivos (algunos pese a conseguirlo por medio de un reparto correcto, al desperdigarse uno de los dos conjuntos respondían que este último tenía más).

Aunque algunos niños ya hacen repartos o utilizan el conteo para conseguir conjuntos equivalente, la verdadera comprensión de *adición* no se alcanza mientras no se entiende y se le une el de *total*. A esta comprensión se llega a los siete años aproximadamente.

Multiplicación y coordinación de relaciones de equivalencia.

Se diseñaron pruebas con el objeto de ver cuáles eran las capacidades de los niños para relacionar más de dos series y el modo en que pasaban de la comprensión en las relaciones de equivalencia a verdaderas multiplicaciones aritméticas (si un conjunto de flores rojas “F_1” tiene el mismo número de elementos que otro de jarrones “J”, y otro de flores azules “F_2” las mismas que este último, ¿$F_1 = F_2$?, o lo que es lo mismo, si A = B y B = C, A = C).

En la primera etapa los experimentos mostraron que los niños no podían afirmar que había la misma cantidad de flores rojas y azules, si con diez monedas se podían comprar primero diez rojas y luego diez azules, con lo que se concluyó que no podían coordinar las equivalencias.

A su vez, los de la segunda etapa luchan entre lo perceptivo y la lógica, prefiriendo dar respuestas como “no tengo las mismas flores en cada florero” que otras incoherentes. Por último, en la tercera etapa se llega a soluciones correctas después de utilizar el conteo, distintas estrategias y muchas correcciones, fruto en parte a los procesos de reversibilidad.

En cuanto a la correspondencia múltiple y la multiplicación numérica, los niños de la primera etapa no entienden que han de poner dos flores en cada jarrón, (después de haber colocado diez flores rojas una a una en diez jarrones y luego de igual modo diez más azules).

Es en la tercera etapa cuando ya multiplican (poniendo el mismo número de flores en cada jarrón o entendiendo que si tienen diez recipientes y diez flores solo habrá una de estas por cada jarrón). La clave de su comprensión partía del hecho de multiplicar por dos, siendo a partir de este momento mucho más fácil hacerlo con números mayores.

Composición aditiva y multiplicativa de relaciones y la igualación de diferencias.

Para investigar las relaciones asimétricas y el número la mejor forma de hacerlo, según Piaget, es por medio del trasvase de líquidos de un recipiente a otro, ya que en el momento se pasan dos cantidades de líquido a un recipiente, solo es posible tratarlas a partir de una determinada unidad de medida. De este modo se producen varios problemas en la comprensión del número según se les presenten de un modo u otro: entre recipientes de igual tamaño, con vasijas altas y estrechas junto con otras bajas y anchas, trasladándolo al mundo de los números…

En la primera de las etapas los niños fracasan sin más. Cada vez que cambia un líquido de un recipiente a otro, mostrando distintas relaciones como alto / bajo, estrecho / ancho… no son coordinadas, no comprendiendo por tanto, ni la constancia ni la composición.

En la segunda ya saben que han de utilizar algún modo de medida unitaria pero sin capacidad para generalizarlo a otras situaciones. Las relaciones entre los elementos comienzan a coordinarse pero a nivel intuitivo. En la tercera, aun ya disponiendo del concepto de unidad y de utilizarlo de manera adecuada, muestra errores como no darse cuenta que hay la misma cantidad de líquido si esta es repartida entre varios recipientes con otra forma. Les genera mucha confusión cuando la razón y la percepción se contradicen en sus mentes.

En lo que respecta a la composición de relaciones y unidades numéricas, decir que este tipo de medición necesita de la lógica partiendo de unidades, que sean constantes, han de ser juntadas, y por último, utilizar algún sistema de equivalencias entre los resultados.

Los niños de la primera etapa no pueden multiplicar relaciones inversas de altura (nivel) y ancho (superficie) de las dos columnas de líquido, siendo mucho más difícil en el caso de utilizar tres recipientes con formas distintas.

Por último incidir en que la comprensión de la relación que tienen las operaciones numéricas y las lógicas, pasa por entender la idea de constancia, ya visto al principio de este apartado, añadiéndose a esta, todas las composiciones aditivas y multiplicativas que se acaban de exponer.

1.2.2 Adquisición de la noción de número a partir de los conceptos tempranos de éste. Rochel Gelman y Charles Randy Gallistel.

Desde esta perspectiva Gelman y Gallistel (1978), se postula que la construcción del número se asienta sobre unos ciertos principios matemáticos innatos que nos predisponen a su aprendizaje. Dichos principios son de conteo y de razonamiento numérico, quedando todos ellos relacionados. Además, afirman que desde el inicio de los primeros conteos, dicha actividad va más allá de un aprendizaje mecánico y que los errores cometidos vienen determinados por un uso inadecuado de una serie de principios.

Sobre dicho sustrato innato los niños van adquiriendo una serie de conocimientos informales. Estos se organizarán y desarrollarán a partir de la interacción directa con los elementos del entorno, provocando la atención de determinados estímulos sensoriales relacionados con el número y la puesta en marcha de ciertos mecanismos innatos que posibilitan su percepción, manipulación, así como su representación mental. Así pues, la construcción del concepto de número, de gran complejidad y que requiere de una gran abstracción, solo podrá ser interiorizado a partir de experiencias entre los elementos objeto de conteo y el propio sujeto. Se trata de una postura innatista moderada, ya que el aprendizaje numérico no puede desarrollarse si no es un ambiente que lo estimule.

De este modo el conteo facilita la construcción de distintos tipos de conocimiento. Entre ellos destaca el de la cardinalidad como fin último de la determinación de cantidades. No obstante, los niños menores de cuatro años aproximadamente, siguen fallando en la conservación del número. Ello se produce porque no comprenden bien el principio de correspondencia uno es a uno. Para lograr una buena conservación del número han de ser capaces de operar con entidades algebraicas, y no únicamente a partir de la representaciones concretas de numerosidades o de entradas numéricas.

Gracias a la aplicación de los principios de conteo, los niños distinguirán lo que es contar de lo que no es y además provocará la génesis y desarrollo de los números naturales.

El modelo de aprendizaje propuesto por señala que para poder realizar un conteo es necesaria la aplicación coordinada de una serie de principios. Estos son:

Correspondencia uno es a uno.

Aplicación de un número a cada uno de los objetos que se enumeran y sólo a uno.

En la correspondencia término a término, los niños han de asignar una única palabra-número a cada elemento del conjunto que se esté contando, mediante una correspondencia biunívoca. Utilizar bien este principio no exige que los elementos que se cuentan estén en un orden determinado, Gelman y Meck (1983).

En un primer momento, para que los niños sean capaces de realizar dicha correspondencia han de señalar o tocar los elementos, convirtiéndose en movimientos oculares más tarde, Fuson en Bermejo (2010). Por otro lado hemos de hablar de una doble correspondencia, una espacial, al indicar los elementos, y otra temporal, al aplicar de manera secuenciada los numerales. No obstante, es de señalar que este principio suele coordinarse rápidamente con el de la lista convencional de las palabras-números.

Entre distintos tipos de errores, Bermejo (2010), destaca como más típicos respecto a la *correspondencia espacial,* pasar por alto algún objeto, señalar y etiquetar más de una vez o hacerlo en un lugar vacío.

En cuanto a la *correspondencia temporal,* no verbalizar un elemento señalado, asignarle más de una etiqueta a un mismo elemento, aplicar un numeral sin objeto y el designar una misma etiqueta por arrastre de la palabra a dos o más elementos.

Orden estable.

Aplicación de un orden establecido en el uso de los números que es invariante.

Socialmente se han establecido una serie de etiquetas para distinguir unas palabras-número de otras. Estas deben mantener un orden constante y no se pueden repetir. Este principio se realiza en dos fases que se superponen en parte Fuson, Richards y Briars (1982).

a) *Fase de adquisición.* Aprender de memoria la serie de las palabras-número hasta 20 es ante todo una tarea de memoria (a partir de 16 ya se puede construir y no memorizar. Otra cosa es que no les enseñemos a los niños esa posibilidad de construir y simplemente les hagamos memorizar hasta que por descubrimiento se dan cuenta de esa posibilidad). Adquirir la serie de 20 a 100 es también una tarea de memoria pero que incluye un modelo de repetición, si bien nuestra experiencia docente nos dice que en realidad es de construcción. Al principio la secuencia numérica es una sucesión de palabras-números que se asocian y relacionan de forma paulatina. En su adquisición, las rutinas y la repetición son sumamente importantes. A partir de esta secuencia básica en la que no hay ningún criterio lógico que ayude a memorizar o construir la secuencia numérica, será necesario establecer reglas para entenderla. De este modo las palabras-números hasta el 15 (en castellano) se aprenden de memoria pero a partir de éste ya se puede generar a partir de unas reglas básicas (diez y seis, … y siete, …y ocho…). Así vemos como "la familia de los veintes" pueden construirse, al igual que del 15 al 19, a partir de una regla sencilla: combinar la cifra de las unidades del número 20 con todas y cada una de sus posibilidades y con un orden que ya nos es conocido (de 0 a 9). Para seguir la construcción hasta 100 por ejemplo es suficiente con memorizar las decenas con su orden correspondiente (10, 20, 30...).

b) *Fase de elaboración y consolidación.* Fuson (1982), Fuson (1988) y Fuson (1991), distingue cinco niveles de la evolución del conocimiento de la cadena verbal:

El rosario. Nos encontramos ante una repetición numérica sin significado para el niño (unodostrescuatro...). En realidad lo que ocurre es que no se da cuenta que se trata de palabras distintas con lo cual no puede establecer correspondencias término a término entre los números y los objetos a contar.

Cadena continua. Ya se produce una separación entre las palabras-número y con capacidad para asociarlas a objetos. No obstante, resulta necesario comenzar a contar desde el principio, que puede ser el 0 ó el 1 ya que eso depende de la manera en que es enseñada la cadena numérica por el docente. En caso de que esta cadena se corte, el niño tendrá que comenzar desde el principio. Tampoco tiene la capacidad de comenzar a contar desde cualquier otro número de esa cadena. Esta separación de las palabras-números en la secuencia y el hecho de detener esa secuencia en el último objeto contado, facilitan el conteo como una herramienta, configurándose en lo que podríamos llamar *sentido cardinal.* Shaeffer, Eggleston y Scout (1974), lo llama "regla cardinal" y Gelman y Gallistel (1978) *"principio cardinal".*

Cadena de eslabones. En esta fase el niño ya puede decir la palabra-número siguiente a otra dada, siendo necesario haber adquirido tres nuevas habilidades: contar desde de un límite inferior, contar desde un límite inferior hasta un límite superior y contar hacia atrás, aunque con evidentes dificultades. Esta capacidad de contar desde una palabra-número hasta otra por debajo de 10 se suele lograr entre los tres años y medio y los cinco años.

Cadena de números. Es aquí donde se unen los significados de la secuencia de contar y del principio de cardinalidad. El niño ya puede contar un determinado número de elementos a partir de otro, lo que denota que cada palabra número tiene una entidad cardinal evidenciando además una unión entre la ordinalidad y la cardinalidad. Asimismo, puede tratar la secuencia de palabras-números en los dos sentidos, señalando la palabra-número que precede a otra por ejemplo. En esta fase surgen dos nuevas habilidades: contar “x” a partir de un número “y”, y contar de “x” a “y” para saber cuántas palabras-número distan entre ellas.

Cadena bidireccional. Nos encontramos en el nivel más alto de elaboración de la secuencia numérica: ahora es bidireccional y seriada. Esta última etapa responde a la concepción piagetiana de la clase y la serie (1<(1+1)<(1+1+1)...). Según Fuson et al. (1982), la generalización de las conductas propias de esta etapa se dan bastante tarde, sobre los 9 años. Esta cadena bidireccional tiene varias cualidades muy distintivas: las secuencias están sólidamente automatizadas hacia delante y hacia atrás y la posibilidad de cambiar de dirección rápidamente y de forma flexible, además, se llega a la capacidad de componer y descomponer de distintas maneras el número, facilitando la adición y la sustracción.

Irrelevancia de orden

La asociación entre un determinado objeto y un determinado número concreto es irrelevante. Lo importante es no repetir el número, ni saltarse el orden numeral de la serie.

El orden en el que se enumeran los elementos de un conjunto no afecta al resultado. Evaluar este principio es sumamente dificultoso porque podemos encontrar una innumerable cantidad de combinaciones si se tiene en cuenta el orden y la configuración espacial del conjunto, Bednarz y Janvier (1984 a). Esto es debido a la dificultad añadida con la que se pueden encontrar los niños ante elementos a contar que estén alineados o desordenados, ya que les faltan estrategias para situar esos elementos de forma que puedan contarlos de la manera más cómoda posible.

Los niños que han adquirido este principio han comprendido que las etiquetas asignadas en el conteo a los objetos no pertenecen a los objetos, con lo que cualquier etiqueta puede ser asignada a cualquier objeto, Gelman y Gallistel (1978).

Cardinalidad

El valor numérico del conjunto que se cuenta se expresa por el valor cardinal final que lo representa. Ese valor numérico contiene dentro de sí a todos los anteriores.

Este principio viene a decir que la última palabra-número citada en una tarea de numeración es la que le da el valor a un conjunto.

No obstante es importante tener en cuenta que la última palabra-número mencionada no es necesariamente el cardinal correcto, ya que el hecho de saber que la última palabra-número tiene un significado especial no conlleva necesariamente la habilidad de hacer la numeración correctamente.

Contestar a la última palabra-número ha sido llamada regla cardinal, Shaeffer et al. (1974), principio cardinal, Gelman y Gallistel (1978) y regla de la última palabra-número, Fuson (1988).

Abstracción

Puede incluir elementos distintos y el niño debe pasar por alto la forma física de los elementos y clasificarlos en las categorías que se le indique.

Para dominarla los niños deben hacer abstracción de las cualidades y características de los objetos, que en definitiva permiten diferenciarlos unos de otros, a fin de poder considerarlos como partes de un único conjunto, centrándose en una tarea: saber qué objetos deben hacerse corresponder con las palabras-número.

Según Wynn (1992), el principio de abstracción aparece muy pronto. Los niños se suelen resistir a contar algún objeto cuando tiene características muy distintivas del resto de elementos del conjunto. Esto es debido a que suelen comenzar por representaciones figurativas de la situación perceptiva del conjunto antes de hacer la numeración.

Este proceso puede quedar sin sentido para el niño aun habiendo contado de forma correcta, Bednarz y Janvier (1984 b).

Otra cuestión a tener en cuenta es del etiquetaje. Para realizar un conteo con garantías necesitamos tener presentes todos los principios anteriormente descritos. Entre ellos se encuentra el orden estable. Dicho principio requiere de una designación de las palabras número, de manera que podamos atribuirles un determinado significado, y por tanto, podamos operar con ellas. Además, el etiquetaje será necesario para otras cuestiones como la lectura y escritura de números.

Unicidad

Los niños deben emplear un conjunto de etiquetas distintas o únicas para designar cada número (o cifra).

Cada número responde a un nombre o forma concreta con la cual lo designamos tanto de forma oral como de forma escrita Gelman y Gallistel (1978). Cada una de estas etiquetas nos sirve para diferenciarlos, ordenarlos y operar con ellos. Habría que señalar que en realidad un número puede responder a más de una etiqueta, al menos a lo que respecta a nivel de grafías, ya que por ejemplo el número cuatro tiene más de una forma de ser representado. Ese nombre de los números es lo que se conoce como palabras-número y son en definitiva una herramienta para poder reconocer números y operar con entidades matemáticas. También hay que puntualizar que esa designación puede estar dirigida a números o a cifras, según tengan o no asignado un valor numérico.

1.3 Aportaciones de la Neurociencia.

Miranda, Fortes y Gil (1998), siguiendo a Novak (1982) afirman respecto a los aspectos biológicos que influyen en el aprendizaje que:

- En el momento de nuestro nacimiento ya disponemos de una tercera parte de la masa cerebral y que ésta se desarrollará de manera especial hasta los siete años. A partir de este momento su aumento será mínimo.
- Los distintos mecanismos cerebrales relacionados con la captación y codificación de la información son comunes en las personas.
- El cerebro dispone de áreas o módulos especializados aunque interactúan con otros muchos cuando se producen los aprendizajes.
- En circunstancias normales nuestros cerebros disponen de distintos tipos de memoria con un gran potencial para almacenar información.
- El medio influye en la capacidad de aprendizaje de forma especial durante los primeros cinco años de vida aunque podemos seguir aprendiendo durante la mayor parte de nuestras vidas.

Así pues, cualquier teoría que explique el aprendizaje ha de ser consistente con lo que actualmente sabemos de neurobiología, Miranda, Fortes y Gil (1998). En consecuencia, las estrategias educativas utilizadas en nuestras aulas deberán ser coherentes con el funcionamiento de los distintos mecanismos cerebrales.

Resulta evidente que son muchas las cuestiones relativas al aprendizaje que desde hace muchos años están pendientes de ser explicadas. No obstante la Neurología y la Neuropsicología nos están proporcionando una gran cantidad de información que podríamos calificar de rigurosa y objetiva. Todo ello gracias a distintos procedimientos modernos que miden el flujo sanguíneo o la actividad eléctrica, por ejemplo, para determinar qué áreas, módulos…

entran en funcionamiento según la tarea realizada, teniendo además en cuenta, las diferencias individuales.

En los apartados siguientes veremos distintas investigaciones que aportan información de gran interés relativa al funcionamiento del cerebro en cuestiones, que relacionadas de un modo u otro con la noción y manipulación de entidades numéricas, nos proporcionan las bases para la puesta en práctica de una nueva metodología: la Neurológico-Principios. Dicha metodología intenta respetar las bases genéticas y neurológicas presentes en el desarrollo del concepto de número, así como los principios necesarios para sus distintos usos (leer, escribir, contar, comparar…). Posteriormente, los resultados estadísticos no dejarán lugar a dudas sobre el beneficio de tener en cuenta todos estos aspectos a la hora de enseñar el número, la aritmética, a los niños desde edades muy tempranas.

1.3.1 El constructivismo evolucionista de Stanislas Dehaene.

A lo largo de la historia se pueden observar distintas posturas en lo que se refiere a los fundamentos de las matemáticas, su génesis, su aportación en la comprensión del mundo que nos rodea. Encontramos fundamentalmente dos grandes posturas filosóficas, el platonismo y el formalismo.

El primero de ellos, el *platonismo* (también conocido como realismo), afirma que la realidad física presenta una organización preexistente al espíritu humano y que responde a unas determinadas leyes matemáticas. Existe todo un mundo de objetos, independientes del conocimiento que se tenga de ellos, que los matemáticos tratan de delimitar. Una de las muchas críticas que recibe esta postura radica en la afirmación anterior "organización preexistente al espíritu humano que responde a unas determinadas leyes matemáticas", ya que siendo cierta esa organización preexistente, no es verdad que responda a determinadas leyes matemáticas, es nuestro cerebro quien percibe la realidad y la traduce en matemáticas.

Por su parte, el *formalismo*, encuentra numerosas coincidencias entre el funcionamiento del cerebro y el de un ordenador. Desde hace años, estos planteamientos formalistas han sido ampliamente cuestionados, hasta el punto del abandono de la teoría de conjuntos y las relaciones de equivalencia, fruto de lo que se llamó "matemáticas modernas", en los currículums escolares de los tramos iniciales de escolarización.

Frente a estas dos posturas, Dehaene defiende el *intuicionismo evolucionista* sintiéndose especialmente atraído por el sesgo constructivista de esta postura, Caba (2007). Desde este posicionamiento Dehaene se complementa con planteamientos anteriores, afirmando que en un primer momento los objetos matemáticos son categorías fundamentales que forman parte del pensamiento humano, es luego cuando el matemático las formaliza.

Así pues, los distintos atributos de todo aquello que nos rodea y entre los que se encuentra el número nos ayudan a representar nuestro mundo, siendo nuestro cerebro con una determinada forma de funcionar, el que dicta a cuáles de ellos prestar atención así como el modo de organizarlo, Dehaene (2007 b). Este desarrollo intuitivo del número se produce dentro de la selección natural, desarrollando representaciones internas del mundo exterior. De ahí su carácter evolucionista.

Este planteamiento intuicionista de Dehaene se encuentra avalado por numerosas investigaciones (mencionadas a lo largo de la tesis) que han demostrado como los bebés nacen con mecanismos innatos heredados que permiten la percepción de números pequeños, la estimación numérica, la adición y sustracción sencillas, discriminación de conjuntos… siendo estos además, independientes del lenguaje humano y se encuentran ubicados principalmente en las regiones parietales de los dos hemisferios cerebrales. No obstante vivimos en una sociedad que utiliza unas matemáticas mucho más elaboradas y que por tanto han de ser formalizadas. El hecho de que los estudiantes y los matemáticos, evidentemente en un nivel superior, tengan problemas con dicha formalización, deriva del hecho de que nuestro cerebro solo dispone de una cierta base para los números enteros positivos pequeños, no disponiendo de mecanismos similares para otro tipo de entidades matemáticas más elaboradas y complejas. Ahí es donde radica su dificultad de aprendizaje.

Así pues, Dehaene se postula a favor del intuicionismo evolucionista frente a las posturas anteriores ya que es ésta la que mejor explica las relaciones existentes entre la aritmética y la organización del cerebro. Ello implica importantes consecuencias educativas ya que pueden cuestionar a la vez que promover, determinadas estrategias educativas, pudiendo llegar incluso a influir en los planes de enseñanza Caba (2007). Asimismo, este último autor citado afirma que son tres los pilares sobre los que se asienta el intuicionismo de Dehaene.

El primer pilar, ya apuntado anteriormente, se basa en el hecho de que algunos animales, al igual que el ser humano desde el mismo nacimiento, tienen una cierta capacidad para percibir cantidades numéricas, no siendo necesaria la intervención del lenguaje. Estas capacidades numéricas básicas se transmiten evolutivamente y son la génesis de las matemáticas en los niños. Sobre éstas se desarrollarán otras más complejas y precisas en las que sí tendrá un papel determinante el lenguaje.

El segundo de ellos, también comentado, es que el cerebro no funciona de forma a un ordenador cuando procesa operaciones aritméticas. Para tal afirmación Dehaene se apoya en experimentos como el efecto distancia y el efecto tamaño, explicados con mayor detalle en el apartado 1.3.4., página 71, y que apuntan al hecho de que el tiempo que necesitamos para determinar el número mayor o menor entre dos presentados (en cualquier tipo de notación) varía en función de su distancia. Cuanto más alejados están entre sí más fácil nos resulta. En cuanto el efecto tamaño se observa que respondemos asimismo con mayor facilidad entre pares de números, que teniendo la misma distancia entre ellos, son más bajos (por ejemplo 10 y 20 frente a 70 y 80). Esto se produce porque el cerebro transforma cada número de forma íntegra en una cantidad interna continua. Otro argumento es que, tanto al comparar como al realizar multiplicaciones, no utilizamos códigos digitales a modo de ordenador ya que se necesita de una representación interna más parecida a un dispositivo analógico, Dehaene (1997 a). En el caso de la comparación entran en funcionamiento los dos hemisferios, pero sobre todo el derecho. En el caso de la multiplicación que requiere del uso del lenguaje, es el hemisferio izquierdo el que cobra mayor protagonismo. Como se puede observar nada que ver con símiles relacionados con el procesamiento que realiza un ordenador a nivel matemático.

El tercer pilar en el que se asienta sus planteamientos intuicionistas tiene que ver con las alteraciones cerebrales que se producen cuando una persona realiza operaciones aritméticas. Dehaene (1997 a), advierte que no se trata de órganos especializados de alto nivel. Se trata de un tipo de modularidad en la que existe una gran conectividad entre sí ya que cualquier operación aritmética que se efectúe, por sencilla que sea, requiere la intervención de distintos grupos de neuronas distribuidas por toda la arquitectura cerebral, así pues, es la intervención de millones de neuronas con distintas funciones y capacidades lo que permite resolver algoritmos complejos, Dehaene (2007 a).

Podemos concluir este apartado incidiendo en la amplia aceptación que, desde la ciencia en general y la neurología en particular, tiene el planteamiento intuicionista, evolucionista y constructivista de Dehaene.

Asimismo destacar, las importantes implicaciones que pueden tener para la educación si se sabe llevar a la práctica. En nuestro caso, para la presente investigación resultan cruciales.

1.3.2 Redes de memoria.

La primera cuestión que hemos de tener en cuenta es que todas las regiones del cerebro almacenan alguna clase de memoria Fuster (1997). El sustrato cortical de las distintas memorias es el fruto de un desarrollo ascendente de estructuras neurales muy jerarquizadas cuyo origen se encuentra en la médula espinal. En dichas estructuras podemos encontrar diferentes niveles, encontrándose en cada uno de ellos, dos grandes componentes con dos funciones orgánicas primordiales: sentir y actuar. Lo mismo sucede con la corteza cerebral en la que podemos apreciar una región posterior que es sensorial y otra frontal que es motora, almacenándose en ambas regiones memoria. En la manipulación de los números encontramos la necesidad de poner en marcha tanto los mecanismos sensoriales como los motores, para poder por ejemplo, realizar un conteo de elementos en los que, perceptivamente, se han de descartar unos e incluir otros.

Otra cuestión a tener en cuenta es que la memoria va aumentando gracias a los contactos que se establecen entre las neuronas, y si tenemos en cuenta que todas la memorias son básicamente asociativas, llegaremos fácilmente a la conclusión de que

la información que se va recogiendo no procede ni de moléculas ni de neuronas individuales. Su existencia se genera a partir de relaciones neurales por lo que *"dos células o sistemas que de forma repetitiva se muestren activos al mismo tiempo se convertirán en asociados, facilitando la actividad de uno la del otro"* Fuster (1997).

Esta afirmación nos resulta esencial en el desarrollo de nuestra investigación pues creemos que las diferentes redes neurales que facilitan el procesamiento numérico han de estar conectadas entre sí y eso se logrará si conseguimos que dos o más de ellas se mantengan activas a la vez para establecer vínculos que las unan y asocien.

Asimismo resulta especialmente relevante, si como se apuntaba, cada una de ellas es capaz de almacenar información, lo que pondría en comunicación no solo mecanismos sino también datos. Según Fuster (1997), hemos pasado de una neuropsicología que sitúa diversas clases de memoria en distintas estructuras cerebrales, a verla como una característica de todos los sistemas neurales.

Esto no hace sino destacar la importancia de trabajarlo todo, sensaciones, manipulación, lo oral, lo escrito… y lo más importante: todo ello ha de estar interconectado entre sí. Para lograr tales puentes, asociaciones, el diseño de las actividades en nuestra metodología es vital pues generará lo que denominamos "multiconexiones".

Por otra parte resulta relevante ver cómo las redes de memoria que se encuentran en la corteza cerebral se desarrollan desde las áreas corticales sensoriales o motoras (ubicadas en niveles inferiores) hacia las áreas de asociación. Se trata de un desarrollo ascendente que cuenta tanto de conexiones laterales como de conexiones proyectivas y retroalimentación Dehaene (1997 b), (Fig. 1).

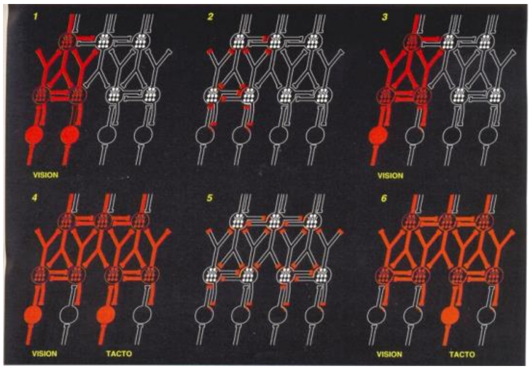


Figura 1. Formación, almacenamiento y activación de la memoria por asociación sensorial. Dehaene (1997 b).

Los esquemas de la figura 1 representan el modo en que se activan y asocian las neuronas a partir de diferentes estímulos. El primero de ellos (1) muestra cómo a partir de dos estímulos visuales se refuerza la sinapsis entre grupos de neuronas al coincidir activas al mismo tiempo. Los dos estímulos quedan unidos y grabados por medio de la sinapsis en la memoria a largo plazo (2). En el tercer esquema se puede observar cómo la red de memoria que ya se encuentra asociada es activada tan solo a partir de uno de los estímulos visuales.

Lo mismo sucede ante dos estímulos muy distintos. El esquema (4) presenta dos estímulos: uno visual y otro táctil que activan a la vez determinados grupos de neuronas. La información queda grabada en la memoria a largo plazo (5) y al igual que en el caso de los esquemas uno a tres, uno solo de los estímulos, en este caso el táctil, activa la memoria de la imagen visual.

Un ejemplo práctico de ello lo podemos encontrar en el trabajo que se realiza con regletas. Este material consta de 10 regletas graduadas en tamaño y color. La que equivale a 1 es blanca o de color madera con unas dimensiones de 1 x 1 x 1, la del 2 es roja y en este caso es de 1 x 1 x 2. De este modo cada regleta se verá incrementada en un centímetro de largo e irá cambiando su color. Cuando los niños ven la regleta de color verde claro, por ejemplo, ya saben que es la del 3, y así sucesivamente con el resto de números hasta llegar al 10. Veamos a continuación cómo se realiza la asociación neuronal a partir de la visión y del tacto.

(1) Color y longitud de una regleta entran por un estímulo visual: amarillo y longitud equivalente al número 5. (2) Los dos estímulos quedan asociados y son guardados en la memoria a largo plazo. (3) Al ver uno de los dos estímulos asociamos el otro: amarilla = longitud 5.

(4) Vemos y tocamos (para interiorizar su longitud) una regleta. (5) Guardamos esa información en la memoria a L.P. (6) Sin ver la regleta, sólo tocándola nos activa todo lo que sabemos de ella: color y número que lleva asociado.

Así pues, aprender por ejemplo la descomposición del número de distintas formas (a través del sentido del tacto, de la vista, del lenguaje…), sumar a través de distintos procedimientos… refuerza y asegura multiplicidad de conexiones que serán muy útiles para conseguir una potente base lógico-matemática. Se trata de establecer una buena "red de caminos" para llegar a un mismo contenido o procedimiento o para conectarlos entre sí.

Para que se produzcan tales conexiones resulta clave el diseño de actividades, pues hemos de procurar que distintos principios del concepto de número, procedimientos, habilidades, memorias…se activen al mismo tiempo. Un ejemplo es cuando trabajamos a la vez un número con los bloques multibase (donde vemos cuantitativamente el número), con los ábacos (donde queda patente el valor posicional de las cifras), la representación arábiga (al escribir ese número), y su pronunciación oral (cadena de palabras-número). Ver anexo I, página 499, "Multiconexiones".

No obstante, pasar de percibir colores o formas, como era el caso de las regletas, a cuestiones más complejas como la lectura, escritura, valor posicional de las cifras… exige la puesta en marcha de otros mecanismos, procedimientos, habilidades, conceptos… más elaborados, así como otras redes de memoria, asimismo más complejas, que deberán asociarse para lograr una correcta comprensión y manipulación del número. Su funcionamiento se describe a continuación.

En la base de las jerarquías de las redes de memoria se encuentran los módulos neuronales formando por asociación redes elementales de memoria sensorial y motora. Estas redes forman los bloques básicos de las redes multisensoriales y motoras complejas, que son asimismo el comienzo de redes más elaboradas de la corteza asociativa. Por otro lado hay que tener en cuenta que éstas sirven de soporte a la memoria declarativa (explícita), la no declarativa (implícita) y la procedimental. Fig. 2.

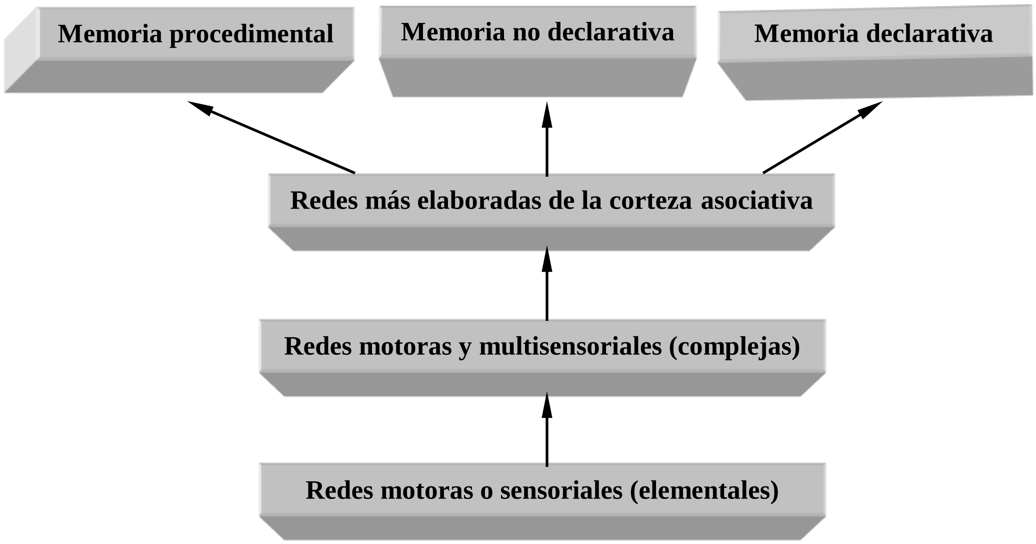


Fig. 2. Jerarquías de memoria.

En la base de la figura 2 encontramos las áreas corticales sensoriales y motoras primarias que son las responsables de una memoria con la que nacemos, es inherente a cada especie, de ahí que se le llame “memoria filética” o “memoria de la especie”. En su estructura contiene las experiencias evolutivas más importantes para la supervivencia que cada una de ellas y que se ha ido acumulando al interactuar en la dilatada adaptación con el medio.

Algunos ejemplos de esa memoria filética de nuestra especie son los miedos evolutivos que suelen tener los niños menores de 2 años a pequeños bichos e insectos, o alrededor de los 5 años, a animales como los perros. Cada especie teme a unos determinados animales y no a todos, dependiendo entre otras muchas cosas de la edad por ejemplo. En el caso del número parece que sucede algo similar, nuestra memoria filética también alberga mecanismos e información que permiten que niños de unos pocos meses identifiquen cambios en el número de objetos o personas Starkey y Cooper (1980) ya que según Dehaene y Jacob (1997 c), los humanos venimos al mundo dotados de circuitos cerebrales especializados en la identificación, comprensión e interrelación de números y cantidades pequeñas, siendo por tanto y aunque muy básica, una estructura cognitiva con sentido numérico. Asimismo, dicho autor afirma que esta estructura es el punto de partida de otras más complejas. Así pues, como se trata de una memoria con capacidad de adaptación podremos intervenir tempranamente sobre ella para desarrollarla en función de lo que más interese.

Para desarrollar estas redes sensoriales y motoras necesitaremos recurrir a la experiencia inmediata. Esta será la responsable de incorporar mediante conexiones nuevas, nuevos procedimientos, aprendizajes… a la red preexistente. Asimismo hay que tener en cuenta que todo aquello que es nuevo nos hace recordar otras cosas más antiguas, siendo la asociación y la consolidación lo que permite su integración.

No obstante ¿cómo lograr la consolidación de un aprendizaje, de un conocimiento? Fuster (1997) afirma que nada más nacer y al principio de nuestras vidas, la memoria filética necesita de la “repetición” para que esa información que guarda sea útil, se pueda ampliar y construir sobre ella otras experiencias, otros saberes. Es especialmente oportuno incidir en esa repetición en las etapas críticas postnatales ya que las áreas sensoriales primarias precisan estímulos sensoriales con los que experimentar y de este modo estimular el pronto desarrollo de sus funciones. Por otro lado resulta interesante tener en cuenta el hecho de que esas estructuras sensoriales y motoras primarias mantienen gran parte de su plasticidad hasta la fase adulta, llevándonos a una conclusión importante: la memoria filética puede ser desarrollada en los organismos adultos ampliando su capacidad y potencia. La importancia del estímulo sensorial queda patente, sobre todo los que podemos realizar con materiales manipulativos, a partir del movimiento, el juego... De este modo conseguiremos el desarrollo de esas estructuras Berjas (2006).

Así pues, cualquier metodología, en nuestro caso para el desarrollo del concepto de número, debe tener en cuenta la repetición. Bruner (1966), afirma que el aprendizaje debe tener un planteamiento en forma de espiral ascendente de modo que siempre hemos de volver sobre aprendizajes anteriores pero ampliando y profundizando. De este modo se consolida "lo anterior" a la vez que se incorpora "lo nuevo". Aunque el propio Bruner desarrolló y evolucionó las teorías de la instrucción, su esencia sigue estando intacta hasta el punto de ser uno de los pilares más importantes sobre los que se asienta el denominado "constructivismo de la enseñanza y aprendizaje", junto a otros como Piaget, Ausubel, Vigotsky, Bandura…

Otra consideración muy importante a tener en cuenta es que sobre la base de la memoria filética se desarrolla la memoria individual, pudiéndose considerar ésta como una extensión en la corteza de asociación de la memoria filética, Fuster (1997).

Este mismo autor afirma que con la neocorteza de asociación ocurre lo mismo que ha sucedido a nivel evolutivo y es que se desarrolla más tarde pero con mayor potencia que la corteza sensorial o motora primaria. Eso queda confirmado por la formación de la mielina. En la neocorteza de asociación se encuentra el sustrato de memoria más personal y aunque va expandiéndose y desarrollándose hasta la juventud, su plasticidad para realizar conexiones sinápticas se mantiene siempre. Vemos pues, que el proceso de maduración (mielinización) de las distintas áreas es evolutivamente distinto, llevándonos hasta la conclusión de que nuestra intervención educativa ha de ajustarse a ese reloj biológico. Las actividades propuestas en el anexo I, página 455, buscan una intervención gradual, ricas en conexiones sinápticas, que favorezcan las "multiconexiones".

En la figura 3 se puede observar el mapa ontogenético de la corteza cerebral humana.

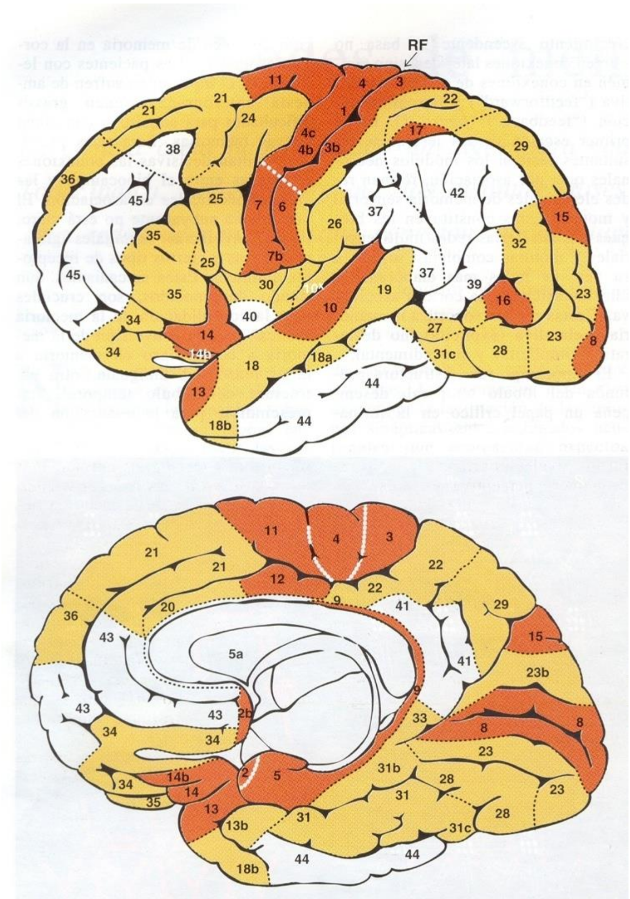


Fig. 3. *Mapa ontogenético de la corteza cerebral humana.* Fuster (1997).

El dibujo anterior muestra la superficie lateral y el dibujo inferior la superficie medial. Los números señalan el orden cronológico de mielinización de las diversas áreas. El color oscuro muestra las áreas sensoriales y motoras primarias, en blanco o en color claro las áreas de asociación.

En definitiva significa que hemos de ajustar muy bien nuestra actuación educativa a las características evolutivas propias e innatas del cerebro, de manera que se estimule en el momento y en el modo adecuado los procesos de mielinización, cuestión que no siempre es tenida en cuenta en algunas metodologías.

Un ejemplo serían algunas de las actividades y propuestas que desde la metodología Funcionalista se plantean (anexo II, página 515), y que esgrimen como argumento el partir de números prácticos (presentar números muy grandes como su talla o peso cuando todavía desconocen otros más pequeños, cómo se forman… o escribir, leer y copiar la fecha en la pizarra, que son cuestiones muy abstractas cuya base son conceptos y números muy alejados de su comprensión…).

Por otro lado hay que tener en cuenta que en nuestra corteza cerebral tenemos dos gradientes de desarrollo. Uno de ellos se encuentra situado en los lóbulos temporal, occipital y parietal, responsable de la percepción y otro en la corteza del lóbulo frontal, comprometido con las acciones y el movimiento.

Así pues, como desarrollo y concreción del esquema de la figura 2 podemos observar la presencia de dos tipos de memoria: una perceptiva y otra motora (figura 4). Ambas derivan de la memoria filética, son asociativas, están distribuidas a lo largo de la corteza y cuentan con una organización jerárquica.

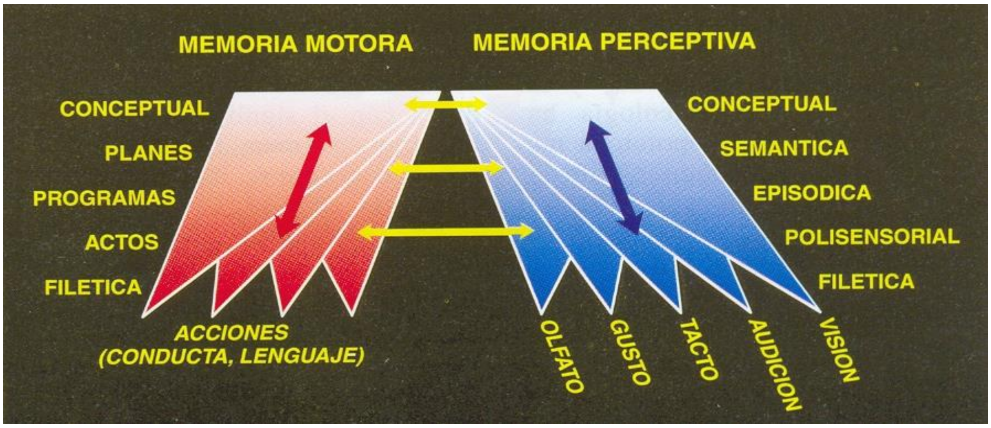


Fig. 4. Organización jerárquica de los distintos tipos de memoria en los sectores motor o "ejecutivo" (izquierda) y perceptivo (derecha). Fuster (1997).

Memoria perceptiva. *Filética:* es la información que nos entra a través de los sentidos fundamentalmente. *Polisensorial:* son redes más complejas en las que converge la memoria filética. Episódica y semántica: se trata de una memoria declarativa, de las palabras los hechos y las categorías. Conceptual: ideas, conceptos, conocimientos intelectuales…

Memoria motora (procedimental). *Filética:* actos motores elementales. Actos: actos definidos por su objetivo, secuencia y trayectoria (conductas, producción del lenguaje). Programas y planes: implica una mayor cantidad de actos así como su coordinación, visión de futuro… *Conceptual:* nos aporta datos sobre los estados internos y externos (como la posición y postura que ocupamos en un momento dado en el espacio).

Memoria perceptiva

La memoria perceptiva se va adquiriendo por medio de los sentidos. Se trata de un tipo de memoria personal y de conocimiento. En ella se guarda información sobre las personas, animales, objetos, sucesos, conceptos…

En la base de esta memoria perceptiva se encuentran distintas modalidades sensoriales: olfato, gusto, tacto, audición y visión, todas ellas jerarquizadas de modo que según ascendemos iremos desde lo más sencillo y concreto, hasta llegar a lo más complejo por tratarse de aspectos conceptuales.

Otra cuestión a tener en cuenta de gran trascendencia es que las mismas áreas corticales que almacenan un determinado tipo de memoria perceptiva también procesan la información sensorial, lo que apunta de modo claro a la estrecha relación existente entre la percepción y la memoria. Así pues no podemos decir que en nuestro cerebro exista un procesador único para los números, por ejemplo, sino que hemos de tener la visión de una gran cantidad de pequeños procesadores especializados e interconectados entre sí.

Ascendiendo en la jerarquía cortical de memorias, figura 4, llegamos al sustrato más complejo de redes, a la vez que más extenso, de las memorias polisensorial y declarativa (formada por las memorias episódica y semántica). Nos encontramos ante memorias muy dispersas y amplias con una topografía poco clara, aunque precisamente, esa dispersión las convierte en más sólidas.

En lo que se refiere a la distribución de las redes de memoria episódica, su extenso dominio hace muy difícil establecer su topografía. Lo mismo sucede con la memoria declarativa (semántica), que es la que utilizamos para recordar tanto las diferentes categorías, como los hechos, así como las palabras. Pese a esa dificultad para establecer su topología, sí podemos decir que la memoria semántica utiliza grandes redes de la corteza cerebral posterior de asociación en la que se incluye, y además resulta fundamental, el área de Wernicke.

De igual modo tampoco podemos definir la topografía del conocimiento intelectual que se encuentra en el punto más alto de la jerarquía perceptiva. Lo más probable es que esta memoria que se basa en las experiencias de cada individuo y con una gran variedad de conexiones posea una distribución cortical extremadamente extensa lo que a su vez es lo que le da una fortaleza mucho mayor que a las demás. Tales extensiones, jerarquías y conexiones explican lo difícil que es encontrar amnesias puras, sean de la categoría que sean.

Otra cuestión a tener en cuenta según Fuster (1997), es la evaluación del significado afectivo y emocional de las percepciones pues forma parte también en la formación y consolidación de la memoria. Dicha evaluación se realiza en la amígdala que es otra estructura del lóbulo temporal. Es evidente que todos los aprendizajes pasan por un filtro emocional que los condiciona continuamente. Transmitir seguridad, afecto, crear un clima emocional adecuado tanto en el alumnado en general como en aquellos que tengan necesidades educativas específicas es absolutamente indispensable.

La memoria motora

La memoria motora (procedimental), también llamada ejecutiva, es la que permite realizar los actos y las conductas motoras. Las jerarquías de esta memoria se desarrollan a su vez en paralelo y unidas a las redes de memoria perceptiva (figura 4).

En el ser humano, en lo que respecta a la jerarquía motora, los niveles más elementales se encuentran en la médula espinal, el tronco-encéfalo y el cerebelo. Allí podemos encontrar formas de memoria motora básica como los reflejos. Aunque no todos, algunos de estos reflejos pueden ser condicionados y gestionados por centros superiores. En un nivel superior encontramos las conductas innatas, ubicadas en los núcleos del tálamo, los ganglios basales y el hipotálamo. Se ha de tener en cuenta que gran parte de estas estructuras es filética ya que hablamos de una memoria unida a cuestiones tan básicas como son las conductas instintivas. Estas redes de memoria también son condicionables pues se encuentran sujetas a control neocortical y modulación, Fuster (1997).

En lo que respecta a los niveles superiores de la jerarquía de las memorias motoras decir que se encuentran en la corteza del lóbulo frontal. En el nivel cortical inferior se encuentra la corteza motora primaria (aquí se aloja la memoria filética), interviniendo en los actos motores básicos de contracción muscular. En un peldaño superior de la corteza motora primaria está la corteza premotora. Los movimientos cuya responsable es ésta corteza se caracterizan por ser más complejos, tanto a nivel de representación como de procesamiento, siendo codificados en función del objetivo que se persigue, de la secuencia a seguir...

El nivel superior de la jerarquía motora queda ubicado en la corteza prefontal registrando en sus redes los esquemas de acciones secuenciales dirigidas a un objetivo. Su desarrollo es tardío y hasta ella llegan conexiones de estructuras subcorticales, límbicas y de algunas áreas de la neocorteza que llevan información acerca de los estados internos y del medio exterior. Las redes de memoria perceptiva de la corteza posterior quedan unidas con redes prefrontales motoras por medio de largas fibras, generando en el nivel superior asociaciones perceptivo-motoras. Por último destacar que las representaciones frontales de las acciones se reacomodan en estructuras motoras inferiores a partir de las repeticiones o la práctica intensiva de aquellas, con el objetivo de que sean realizadas de una manera automática.

De lo visto hasta el momento se desprenden conclusiones tan importantes como que la gran mayoría de las redes de memoria son condicionables, modificables, incluidas algunas tan básicas y elementales como los reflejos o las conductas instintivas, aunque en nuestro caso nos interesen más el resto de redes de memorias motoras.

Por otro lado también hemos visto como las memorias perceptivas y motoras están unidas, cuestión de gran interés para nuestra metodología ya que defendemos que el diseño de las actividades tienen que facilitar sus conexiones. Es por ello que la actividad física, motora, la manipulación de materiales didácticos, los juegos en general y en especial los que implican movimiento, almacenan asimismo información que puede resultar útil en la comprensión y uso de los números (ver actividades en el anexo I, página 455).

Otra cuestión no menos importante es que la práctica intensiva facilita la automatización. Ello nos permite por un lado realizar determinadas acciones mentales con menor coste energético además de liberar la memoria operativa facilitándole que se ocupe de otros menesteres.

La memoria operativa

Si bien es interesante todo lo visto hasta el momento sobre la memoria, tal vez lo más importante y novedoso es la nueva concepción de memoria operativa ("Working memory") vista como la activación temporal de una gran red de memorias perceptivas y motoras a largo plazo, siendo recuperable y ampliable el dispositivo perceptivo de esa red. La memoria operativa y la memoria a corto plazo, que hasta ahora ha sido considerada como la puerta de entrada a la memoria a largo plazo, tienen el mismo sustrato cortical, considerándose las dos como memoria activa, distinguiéndose únicamente de la memoria a largo plazo pasiva en el estado en que se encuentra la red y no, como se ha creído durante mucho tiempo, en la distribución cortical de ésta Fuster (1997).

La memoria a largo plazo

Damasio (2000), afirma que el cerebro utiliza sistemas discretos para distintas clases de aprendizajes en los que la memoria a largo plazo se ayuda de sistemas cerebrales multicomponentes, cuyos elementos más importantes se encuentran en la corteza. En la actualidad la neurología continúa asociando estructuras cerebrales en función de determinadas tareas. Las fotografías "a" y" b" de la figura 5, muestran resaltadas algunas regiones del lenguaje, que como sabemos interviene de manera directa en la memorización de las palabras-número por ejemplo. La “c” presenta la región que procesa el color (en rojo) y las imágenes de rostros (en verde), aspectos perceptivos que han de ser tenidos en cuenta en nuestra mente si se nos pide por ejemplo que contemos triángulos rojos que se encuentran mezclados con otros de distinto color, o que distingamos cuántos chicos o chicas hay en clase (principio de abstracción del número).

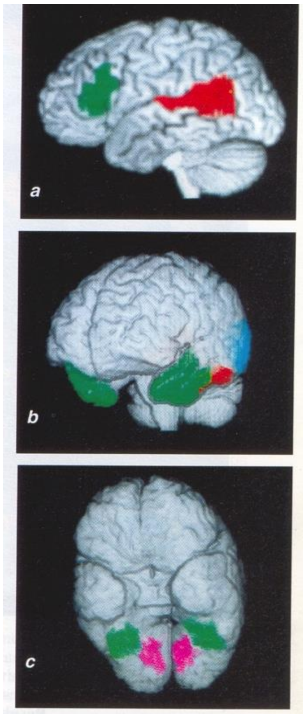


Fig. 5. Asociaciones de tareas con estructuras cerebrales específicas. Damasio (2000)

Asimismo, Damasio (2000), advierte que aquello que es aprendido de forma reciente se consolida en la memoria a largo plazo trascendiendo la intervención del hipocampo y de la corteza cerebral. Esto es debido a que a escala molecular, algunos procesos deben realizarse de forma que los circuitos nerviosos queden grabados por las impresiones que nos quedan a partir de lo que se acaba de aprender, y ese grabado de los circuitos, depende del grado y fortaleza de los contactos que se realizan entre las neuronas: la sinapsis.

Dicho grabado de la impresión necesita de la síntesis de nuevas proteínas. A su vez estas proteínas precisan que determinados genes implícitos en las neuronas sean activados, siendo éstos los encargados de la consolidación de la información en la memoria.

La grabación de la información en nuestras redes de memoria a largo plazo resulta especialmente dificultosa en la mente de los niños pequeños o en aquellos alumnos con necesidades educativas específicas. En el aprendizaje de la serie numérica por ejemplo, es frecuente observar como aprendizajes que ya parecían realizados se desvanecen con demasiada rapidez. Ello nos lleva a dos grandes conclusiones. La primera de ellas es que la repetición es una herramienta que permite que una vez realizadas determinadas sinapsis entre neuronas no se debiliten hasta su desconexión. La segunda de ellas es que dependiendo de la carga genética de cada niño, las conexiones y grado de impresión dependen de cada individuo. Observamos pues que hay una base biológica que impide a determinados alumnos grabar y utilizar la información al mismo ritmo que sus compañeros por lo que en estos casos se requiere de estrategias complementarias (refuerzos, más tiempo en las ejecuciones de las tareas, mayor número de repeticiones…).

A modo de síntesis…

Las neuronas corticales, distribuidas ampliamente en forma de redes, se superponen y conectan entre sí posibilitando el almacenamiento de la información en la memoria. Las redes, por medio de una activación simultánea de un grupo de neuronas que simbolizan datos e información de distintos tipos, se forman, se amplían y desarrollan, quedando sujetas a posibles modificaciones de por vida, aunque evidentemente son sensibles al paso del tiempo.

Las cortezas sensorial y motora primarias, filamentos de nuestra memoria filética, albergan las redes de memoria perceptiva y motora organizadas jerárquicamente. Dicha jerarquía no significa que los distintos tipos de memoria se encuentren inflexiblemente parceladas en determinadas áreas corticales, por el contrario, las distintas memorias: episódica, semántica, conceptual y procedimental, se encuentran conectadas entre sí por medio de redes mixtas abarcando diferentes niveles de las jerarquías perceptiva y motora.

Asimismo, una misma red tiene capacidad tanto para almacenar información en la memoria a largo plazo como para retenerla en la memoria a corto plazo, basándose ésta en la excitación prolongada de su red. Esta nueva concepción de la memoria operativa es muy importante pues nos hace ver que es importante desarrollar la capacidad para mantenerla activa durante el mayor tiempo posible, facilitando la conexión de distintas informaciones, procedimientos..., su almacenamiento a largo plazo e incluso en determinadas ocasiones su automatización.

Por último es de destacar el hecho de que a la memoria se puede acceder a través de distintas rutas de acceso asociativo, debido a la gran cantidad de conexiones existente entre los distintos niveles, así como su gran distribución, generando por ejemplo el que la memoria episódica y la semántica tenga una gran resistencia a las lesiones, cuestión que nos da una idea de lo importante que es el establecimiento de las multiconexiones. No obstante hay que tener en cuenta que algunas asociaciones concretas se van perdiendo por debilitamiento o simplemente por envejecimiento. Para evitarlo o al menos alargar en el tiempo las conexiones, reforzarlas e incluso generar otras nuevas, la repetición y determinados ejercicios mentales serán las herramientas más útiles.

1.3.3 Percepción

Hemos visto en el apartado anterior, redes de memoria, cómo la percepción comparte redes, neuronas y multitud de conexiones, especialmente con la memoria motora.

Percibir es clasificar objetos y esto lo realizamos activando redes asociativas que los representan en la memoria. Al percibir algo nuevo se realiza una asociación y por tanto una nueva conexión a la red que ya poseemos. La conectividad trasciende, módulos definidos.

Es de destacar también que todas las células o grupo de ellas pueden formar parte de distintas redes, con lo cual pueden participar en varias memorias. Así pues, la información que entra a través de los sentidos, principalmente, facilita el procesamiento de la información (percepciones), reconociendo o incorporando información a las estructuras preexistentes, y generando asimismo un gran número de asociaciones entre las distintas memorias.

La memoria perceptiva se obtiene y desarrolla por medio de los sentidos. Esta memoria también se encuentra jerarquizada fluyendo de lo concreto a nivel sensorial hasta llegar a niveles conceptuales. En ella podemos encontrar todo aquello relacionado con nuestra memoria personal y de conocimiento como son los conceptos, los nombres, las cosas que nos han pasado… Del mismo modo existe también una jerarquía de áreas respecto a las distintas variedades sensoriales, olfato, gusto, tacto, audición y visión. Cada una de estas fluye hacia la corteza de asociación polisensorial así como al hipocampo, situado en las estructuras límbicas del lóbulo temporal.

La jerarquía de las redes implicadas en la percepción la podemos observar en la figura 4, página 58. En su base se encuentra la memoria *filética* con información propia de cada especie y con la que nacemos. A ella se le van a incorporar nuevas informaciones aportadas fundamentalmente por los sentidos. Sobre esta convergen y se desarrollan percepciones *polisensoriales*, formando redes más complejas. Subiendo en la jerarquía nos encontramos con las memorias perceptivas *episódica* y *semántica* que se encargan de las palabras, los hechos y las categorías. Se trata de una memoria declarativa. En lo más alto de la complejidad se sitúa la memoria conceptual, dando cobertura a los conceptos, las ideas y todo tipo de conocimiento intelectual.

Así pues vemos como en la parte más elemental de esa jerarquía de memorias están las sensaciones básicas y en la cumbre los conceptos abstractos, si bien hay que puntualizar que aunque éstos hayan sido aprendidos a través de experiencias sensoriales y de mantenerse conectadas ambas memorias, han desarrollado la capacidad de independizarse.

Sabemos que las distintas áreas corticales son funcionales tanto para almacenar la memoria perceptiva como para procesar la información sensorial, lo que nos indica claramente el enorme vínculo que hay entre la percepción y la memoria. Cuando percibimos estamos uniendo esa información a nuestras experiencias, a nuestra forma de pensar, condicionando nuestras acciones y la forma en que las proyectamos en nuestra vida. No existe un “procesador de datos” único en nuestro cerebro, sino muchos “procesadores”, por lo que hemos de intentar desarrollar y potenciar todos aquellos que nos sean útiles interconectándolos entre sí cuando tengan funciones o aplicaciones comunes, generando de este modo multitud de multiconexiones.

Fuster (1997), afirma que las memorias o imágenes sensoriales básicas pueden surgir de módulos celulares de áreas sensoriales de la corteza. No obstante, la representación neural que tienen las memorias personales sólo puede construirse en grandes extensiones de la corteza de asociación, un vasto sustrato con una gran capacidad para combinar conexiones entre los módulos y las áreas.

Como ya se ha visto con anterioridad, las memorias perceptivas y motoras se encuentran estrechamente relacionadas a pesar de situarse en dos grandes sectores del cerebro separados por la fisura de Rolando. La progresión en cada uno de estos sectores va desde la corteza primaria hacia la de asociación. El desarrollo posterior termina en la corteza asociativa en las que se asientan las redes de memoria episódica y semántica, figura 4, página 58. El desarrollo anterior acaba en la corteza prefontal en cuyas redes se acomodan los esquemas de acción e intervienen en su ejecución. Estos grados de desarrollo coinciden ampliamente con los de conexión entre las distintas áreas. En la corteza posterior se puede observar cómo las fibras van desde las áreas sensoriales primarias hacia las de la corteza asociativa. Por el contrario, en la corteza frontal, las fibras van en sentido inverso, yendo desde corteza asociativa, (prefrontal) a la primaria (motora). No obstante hay que tener en cuenta que en las dos cortezas, todas las uniones de conexión son recíprocas acompañando la retroalimentación a la acción proyectiva. Ello nos da idea de la gran influencia que las percepciones pueden tener sobre las acciones o viceversa, de modo que además de compartir información son capaces de poner en marcha las unas a las otras. No obstante para que se desarrolle y consolide tal influencia recíproca se han de producir repetidas estimulaciones y respuestas. Así por ejemplo un niño de tres años puede discriminar visualmente un triángulo de otras figuras geométricas, la grafía del número “2”… y sin embargo ser incapaz de dibujar el triángulo o escribir el citado número. Tendrá que conectar su percepción visual con determinadas conductas motoras hasta lograr su representación correcta.

Queda patente pues, que las percepciones y las conductas motoras están estrechamente vinculadas en el área de las matemáticas, al igual que en el resto de aspectos de nuestras vidas. Necesitamos percibir para leer los números, para discriminar objetos y contarlos según creamos conveniente (incluyendo unos y descartando otros), para comparar, discriminar longitudes de regletas con su correspondiente valor numérico… Pero unido a estos aspectos perceptivos van ligadas determinadas conductas motoras: al leer realizamos movimientos sacádicos (oculares), cuando contamos objetos además de los movimientos oculares solemos señalar para contar, al estimar los valores de las regletas con el único sentido del tacto su valor nos llega tocando el objeto…

Otra cuestión muy importante a tener en cuenta es que tanto la memoria perceptiva como la motora derivan de la filética, las dos son asociativas, se organizan de forma jerárquica y se encuentran distribuidas por toda la corteza. Siendo la memoria filética, la memoria propia de cada especie, con la que nacemos y sobre la que se va a construir el resto de memorias, es de lógica iniciar y estimular de manera temprana, todas aquellas áreas implicadas, en nuestro caso, en la lógico-matemática. Ello permitirá ir construyendo conexiones sinápticas a lo largo de las redes situadas en niveles jerárquicos superiores, niveles que irán ganando en complejidad en lo que se refiere al tipo de procedimientos, mecanismos e información que guardan. Queda claro que resulta especialmente relevante para nuestra metodología Neurológico-Principios, desarrollar cada uno de los principios o variables que forman el concepto de número desde una gran variedad de actividades, favoreciendo las conexiones neuronales así como la fortaleza de tales conexiones.

1.3.4 La línea numérica mental.

Distintos autores como Butterworth (1999) y Dehaene y Jacob (1997c), afirman que los seres humanos nacemos con circuitos especializados en la identificación de números pequeños.

Ello se realiza por medio de un módulo numérico, situado en la región inferior del lóbulo parietal, por medio del cual comprendemos las cantidades pequeñas así como sus interrelaciones. Estas habilidades innatas servirán de base para el posterior desarrollo de otras capacidades matemáticas mucho más complejas.

Según Dehaene (1997 c), sobre esa base innata y primitiva, los niños construyen una representación interna de los números a partir de la cual podrán operar con entidades numéricas.

Alonso y Fuentes (2001), explican tal representación interna a partir de tres grandes características del procesamiento numérico: el efecto distancia, el efecto tamaño y el efecto SNARC (Spatial-Numerical Associattion of Response Codes).

Los tres efectos son estudiados a partir de los tiempos de reacción en personas ante la demanda de comparar números. Estos estudios se han realizado, como se verá más adelante, en números de una o más cifras, e incluso a partir de distintas formas de representación numérica (palabra, números arábigos y puntos), mostrando los mismos resultados.

El efecto distancia, está referido al tiempo que se tarda en determinar qué número es mayor o menor respecto a otro, de modo que tardamos más en afirmar que 15 es mayor 14, que 15 respecto a 8, Dehaene, Dupoux y Mehler (1990), Hinrichs, Yurko y Hu (1981). Cuanto más separados estén los números que comparamos menos tiempo necesitamos en responder de manera correcta. Cuando más juntos están, más costoso es dar el resultado.

El efecto tamaño muestra una mayor dificultad a la hora de comparar dos números a medida que aumenta su valor numérico y sin que entre en funcionamiento el efecto distancia. Así pues, es más fácil determinar que 15 es más grande que 12, que 25 frente a 22. Este efecto da a entender el que a cada entidad numérica se le asigna un valor y que cuanto más grandes son, más difíciles resultan de comparar para nuestro cerebro.

Por su parte el *efecto SNARC* demuestra que la mayor parte de las personas respondemos con mayor rapidez con la mano derecha cuando se nos presenta un número grande que con la izquierda. En el caso de números pequeños sucede lo contrario, respondemos con más prontitud con la mano izquierda. Esta misma relación entre los números y el espacio también apareció en los zurdos.

No obstante, estudios realizados con estudiantes que escriben de derecha a izquierda, como es el caso de la lengua árabe, invierten los resultados obtenidos, lo que apunta a que construimos algo similar a una línea numérica mental sobre la cual situamos los números, tomando además, una dirección en función de determinadas influencias culturales Dehaene, Bossini y Giraux (1993) y Dehaene y Cohen (1995).

Unidos los tres efectos anteriores encontramos que los números naturales son representados en una especie de línea numérica mental, que en nuestro caso se construye de izquierda a derecha, con una trayectoria ascendente.

Así, según Dehaene (1997b), *"nuestro cerebro examina las palabras o los números arábigos, expresiones simbólicas, según una representación interna de las cantidades numéricas análogo a una línea, a lo largo de la cual* *se suceden los números en orden creciente”* (*Representación mental de cantidades numéricas* figura 6.

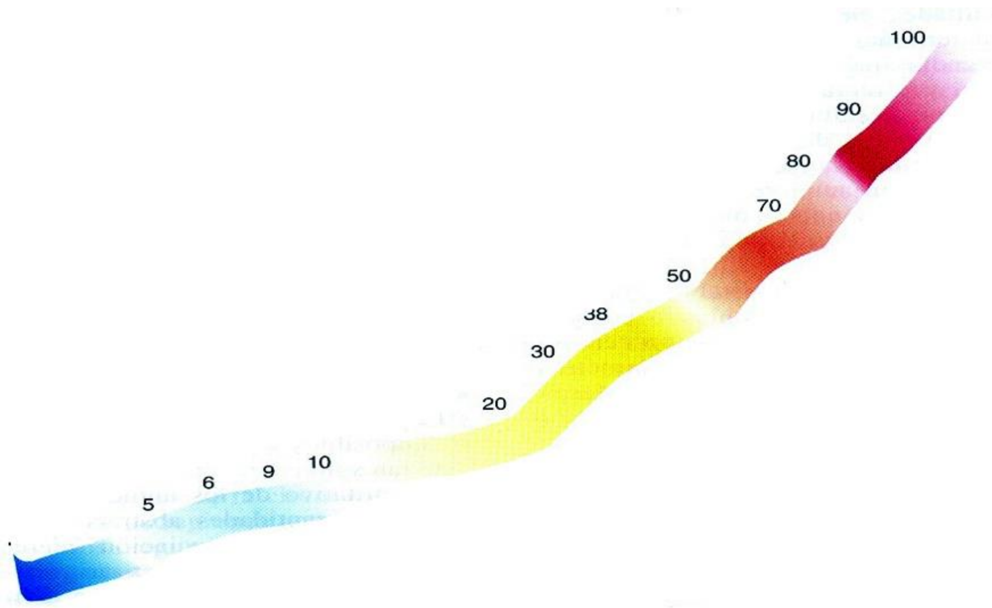


Fig. 6. Representación mental de cantidades numéricas. Dehaene (1997 b).

1.3.5 Comparación de los números.

La comparación entre números es esencial en el cálculo matemático. Para ver cómo se produce se estudia el llamado *"efecto distancia"*.

A partir de un experimento realizado comparando el número 65 se llega a conclusión ya mencionada en el apartado anterior que, "*los números son tratados por el cerebro humano como magnitudes físicas concretas y continuas. Comparamos tanto más rápidamente cuanto mayor es su diferencia"* Dehaene (1997b). Figura 7.

Utilizamos esa *línea numérica mental* para realizar las comparaciones. Cuando son vistos en cifras arábigas, el cerebro los convierte en una *magnitud interna continua*, y luego los *pondera* mentalmente".

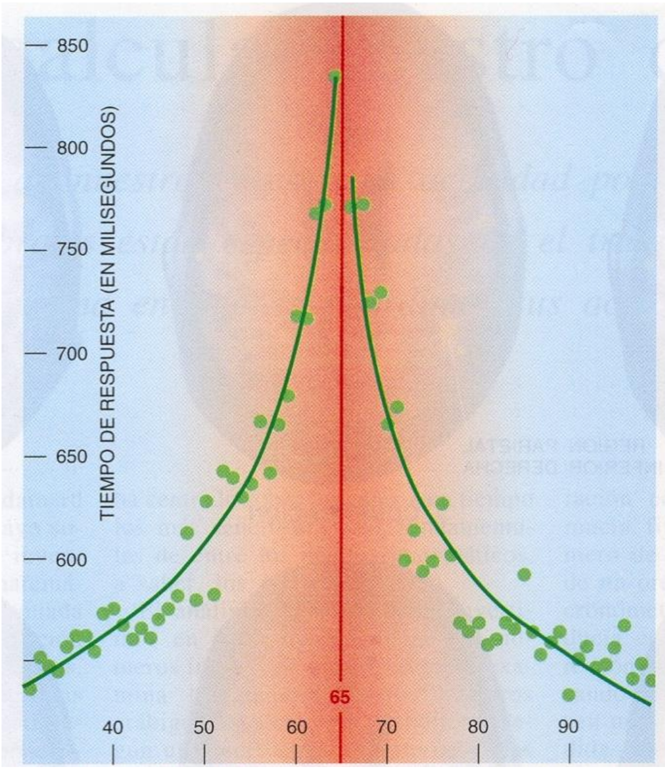


Fig. 7. Efecto distancia a partir de la comparación entre números. Dehaene (1997 b).

Tal y como ya se apuntó en apartados anteriores, dichas cantidades son comparadas con absoluta independencia de los símbolos utilizados (números arábigos o letras). Esa continuidad analógica permanece hasta que se comparan cuatro cifras, haciéndolo de izquierda a derecha. El *"efecto de distancia"* es prácticamente el mismo tanto si se enseñan los números escritos (dos), de forma arábica (2), o presentándolo con figuras (••) u objetos. Ello es debido a que esas representaciones llevan por distintos caminos a una única representación abstracta de las cantidades, lo que da cuenta de la importancia de construir una buena herramienta (línea numérica mental) que permita dotar de sentido a las representaciones mentales de las cantidades.

Analizando los resultados obtenidos se ve cómo el tiempo que necesitamos para comparar dos números depende del dígito de las unidades y eso que en la mayor parte de los casos no es necesario. Veamos un ejemplo: el tiempo se tarda en responder si los números situados entre el 41 y el 51 son mayores o menores que 65, figura 7, va aumentando y eso que solo con la cifra de las decenas basta para saber que son menores. Esto es debido a que el mecanismo que nos permite comparar no descompone los números, dejando claro que su descomposición es otra habilidad en la que se apoya nuestro cerebro, siendo regulado por otros procesos.

Lo mismo sucede cuando hacemos operaciones como sumas o restas ya que somos más rápidos en contestar cuando más lejos está el resultado erróneo. Es más difícil contestar que 2 + 2 no es igual a 5, que 2 + 2 no es igual a 14.

1.3.6 Las fases del cálculo.

A partir del estudio de Dehaene (1997b), podemos analizar el orden y la velocidad con el que se activan las distintas regiones cerebrales que intervienen al calcular, figura 8.

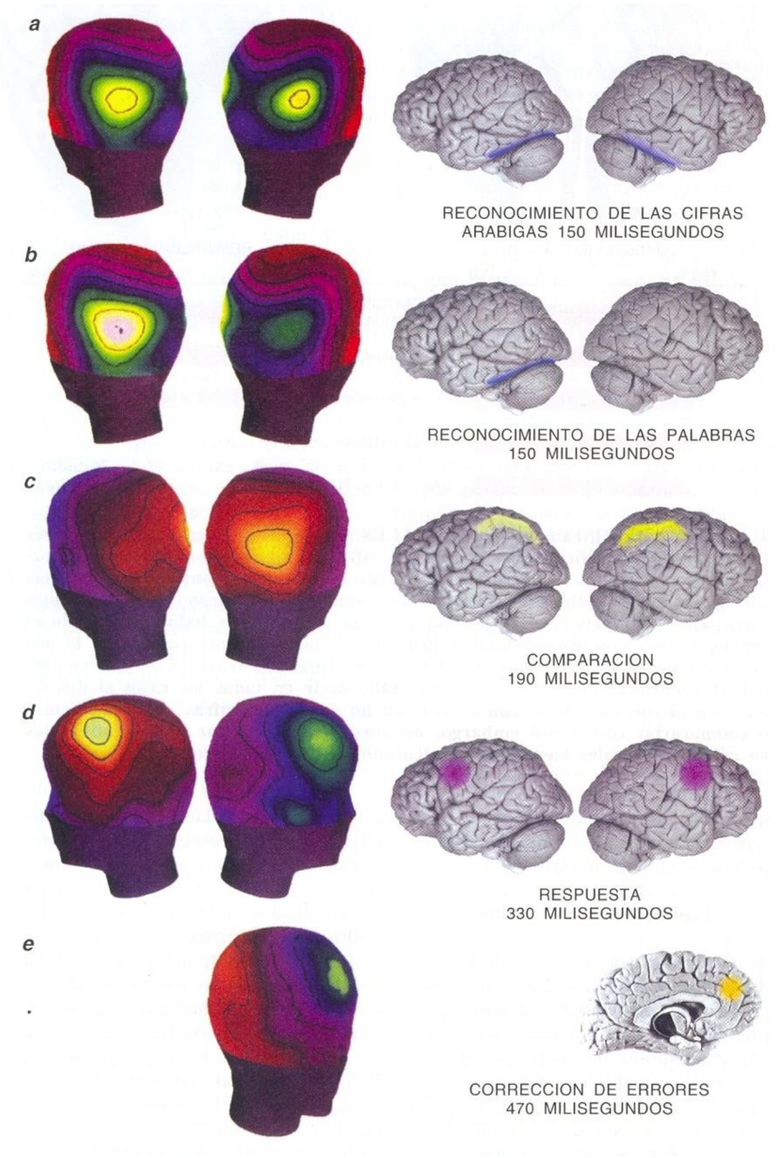


Fig. 8. Secuencia de activación cerebral en el transcurso de la comparación de números. Dehaene (1997 b).

Alrededor de los 150 milisegundos, en la *identificación de números*, se pueden distinguir diferencias en la topografía cerebral, dependiendo de que se haya enseñado un número arábigo o bien el nombre de éste, lo cual nos indica que son reconocidos por redes distintas (figura 8 a y b). Así pues las regiones occipito-temporales ventrales de ambos hemisferios identifican los cifras, pero para las palabras sólo se hace cargo el hemisferio izquierdo, que aunque reconoce la identidad de los símbolos no lo hace lo mismo respecto a su significado.

El efecto distancia surge aproximadamente a los 190 milisegundos. Este efecto distancia tiene una topografía idéntica tanto para los números escritos en símbolos arábigos o con letras. Esto no hace sino confirmar que la región parietal inferior no codifica los números como símbolos. Lo hace a modo de código cuantitativo abstracto que resulta independiente del signo con el que ha entrado (figura 8 c).

Hacia los 330 milisegundos llega la *activación motriz* (figura 8 d) y hacia los 400 *la respuesta.*

Por último, alrededor de los 470 milisegundos se activa otra área: la región cingular anterior. Ésta se pone en marcha para detectar y corregir los errores que se producen (figura 8 e).

De igual modo podemos observar cómo se activan distintas regiones cerebrales dependiendo de la operación matemática que se efectúe, (figura 9). Para ello se cartografía el cerebro mientras se realizan los cálculos.

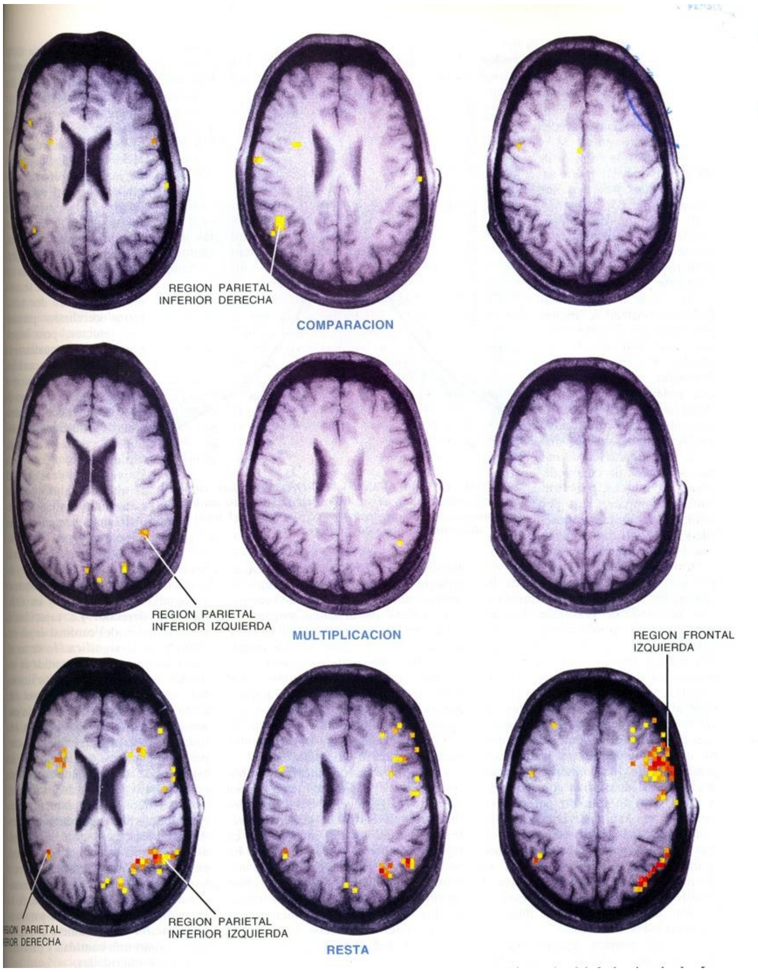


Fig. 9. Activación de regiones cerebrales en función de la operación aritmética efectuada. Dehaene (1997 b).

(Para interpretar las imágenes hemos de tener en cuenta que el hemisferio derecho aparece en la parte izquierda de los cortes anatómicos, como si estuviésemos delante de la persona yacente sobre la espalda)

En las comparaciones, entra en funcionamiento una pequeña parte de la región parietal inferior derecha. En la multiplicación se activa la región parietal inferior izquierda. Sin embargo es de destacar que la resta activa a la vez esas dos regiones con mayor extensión e intensidad. También pone en funcionamiento la región frontal izquierda, seguramente relacionada con la memoria de trabajo.

P. Roland y L. Friberg, de la Universidad de Copenhague, Dehaene (1997 b), observaron que en el caso de restas repetitivas se produce una gran actividad cerebral a lo largo del surco intraparietal, fondo del surco poscentral, llegando a la región parieto-occipital. Dicha actividad también se produce en los lóbulos frontales, circunstancia que se asocia la memorización de resultados sencillos. Ello nos lleva a reflexionar sobre el hecho que incluso para operaciones sencillas se ponen en marcha varias regiones cerebrales. En su estudio hace mención a cómo entra en funcionamiento los lóbulos parietales izquierdo y derecho en el caso de la comparación de los números, una actividad reducida y casi exclusiva localizada en el hemisferio izquierdo en el caso de la multiplicación, mientras que la sustracción provoca activaciones de ambos hemisferios. También se apunta hacia el hecho de que las regiones occisito-temporales ventrales de los dos hemisferios reconocen las cifras, pero para las palabras sólo interviene la región izquierda. Por otro lado, la topografía cerebral del efecto distancia, que más adelante será comentado, indica que dicho efecto es el mismo tanto en números escritos con todas sus letras como en notación arábiga, lo que indica que la región parietal inferior no codifica los números en forma de símbolos, sino en un código abstracto e independiente de la notación de entrada.

No es objeto del presente trabajo cartografiar las áreas que intervienen en los distintos procesos presentes en la manipulación del número. No obstante, justifican por una parte, la búsqueda de variables a partir de dichos procesos, y por otra, los recursos necesarios para la realización de determinados cálculos, pues siendo independientes, necesitan de la colaboración de otros procesos, de otras variables, así como su interconexión neuronal.

1.3.7 Reflexiones sobre otros procesos cognitivos implicados

1.3.7.1 Lenguaje.

LOS SISTEMAS NUMÉRICOS Y SEMÁNTICOS DEL NÚMERO

El primer sistema numérico que a nivel simbólico adquieren los niños es el código verbal oral, adquiriéndose más tarde el arábigo. Este será el punto de partida que permitirá entre otras cosas desarrollar el cálculo numérico y la aritmética.

Trabajos neuropsicológicos con adultos. Deloche y Seron (1982 a), Deloche y Seron (1982 b), investigaron las características lingüísticas de los sistemas numéricos a partir de los errores que cometían los pacientes afásicos en las tareas de lectura y escritura de números. Dichos autores afirman que el código arábigo es una categoría léxica única y ordenada que contiene las cifras del 0 al 9. Por su parte los números verbales, tanto los orales como los escritos, presentan tres categorías diferentes: las unidades del uno al nueve, las particulares del once al quince (en español) y las decenas (de diez a noventa).

En estas categorías ordenadas podemos encontrar dos tipos de errores: *errores de categoría y errores de posición.* En las dos clases de errores queda afectada de manera exclusiva un lexema primitivo del número, bien una cifra o una palabra. Son los llamados *errores léxicos.*

Existe otro tipo de errores que no afectan a los lexemas sino a las relaciones entre estos, pudiendo sufrir el número serias alteraciones. Son los *errores sintácticos,* llamados así porque afectan a las reglas de sintaxis.

Deloche y Seron (1982 a), afirman que las operaciones de codificación son asemánticas, de modo que la transformación de un elemento a un código nuevo se realiza por medio de la aplicación de reglas de escritura o lectura que operan directamente sobre las partes primitivas del código fuente, no desde el nuevo código, no siendo necesario elaborar la representación de la cantidad.

Otros autores como McCloskey, Caramazza y Basili (1985), difieren de esta postura y proponen una arquitectura cognitiva para la manipulación de los números y el cálculo, en la cual, la codificación supone la elaboración de la representación semántica del número.

Dichos autores afirman que son dos mecanismos distintos los responsables por una parte de la comprensión de los números y por otra de su producción. Por otro lado, a partir de ambos mecanismos distinguen un subsistema como responsable del tratamiento de los números arábigos y otro para los números verbales (escritos en palabras o pronunciados). En ambos subsistemas se encuentran tanto los mecanismos léxicos como los sintácticos. De este modo vemos como para comprender un número como *84* ha de ser manipulado léxicamente permitiendo distinguir las cifras *8 y 4*, realizando posteriormente un tratamiento sintáctico: *ochenta y cuatro.*

Así pues, los errores producidos cuando se realiza una lectura en voz alta de los números arábigos pueden ser debidos a un fallo en los mecanismos de comprensión de los números arábigos, a un problema en los de producción de los números verbales orales o a ambos. A este modelo se le reconoce como punto fuerte el que distinga entre la fase de comprensión y la de producción de los números.

Aprendizaje del código numérico verbal. Lo primero que aprenden los niños son las palabras-números. Gelman y Gallistel (1978), sostienen que los niños de dos años y medio ya saben que los nombres de los números son una clase especial de palabras. No obstante su aprendizaje no es sencillo y aunque entran en juego numerosas cuestiones que han de dominar, una de ellas es que ese vocabulario numérico específico requiere de un determinado orden. Su adquisición se realiza dos fases: memorización del 1 al 15 (en español) y combinación, Fuson et al. (1982).

Fayol, Camos y Roussel (2000), afirman que pasar de una representación concreta, como mostrar un número determinado de objetos o los dedos de la mano, a una representación verbal, representa un gran salto a nivel conceptual. Ello es evidente ya que cuando partimos de una representación analógica, en el momento aumentamos o disminuimos sus elementos, se producen cambios físicos que son fácilmente captados. Sin embargo el pasar de un número al siguiente a nivel del lenguaje no es nada claro ni transparente, al contrario, se trata de entidades muy abstractas. Las palabras son muy abstractas y no dan pistas acerca del incremento de cantidades, así por ejemplo, “diez” es más grande a nivel numérico que “nueve”, sin embargo esta última palabra es más larga a nivel de pronunciación y de escritura.

Adquisición del sistema arábigo. Como ya se ha visto con anterioridad, lo primero que adquieren los niños es la serie oral de palabras-números. En lo que se refiere a la parte escrita en cifras arábigas es de destacar que aparece en el niño tres años después de la adquisición de las primeras palabras-números. Sinclair, Mello y Siegrist (1988), han investigado a partir de las producciones escritas espontáneas de los niños antes de que se haya producido cualquier aprendizaje de las notaciones numéricas llegando a la conclusión de que el niño desarrolla una capacidad progresiva de simbolización de las notaciones.

Dichos autores afirman que la evolución va desde las representaciones ideosincráticas y pictográficas a producciones simbólicas y captando de forma progresiva la correspondencia término a término hasta llegar a la producción de cifras.

Dehaene (1997 b) en su artículo *¿Cómo calcula nuestro cerebro?*, nos habla de los hemisferios y su especialización, afirmando que cuando se nos enseña algo que se encuentra dentro del alcance de la mitad derecha del campo visual, esto es proyectado en el área visual primaria de nuestro hemisferio derecho y viceversa. Esa información pasa al otro hemisferio a través del cuerpo calloso. Así pues, las cifras son identificadas y codificadas de forma autónoma en cada hemisferio. Vemos como ambos hemisferios tienen capacidad para reconocer si un número arábigo se corresponde con un determinado número de puntos (2 y ••), y además también pueden comparar dos cifras y números de dos cifras. De este modo vemos como cada hemisferio dispone de los procedimientos adecuados para comprender un número que ha sido escrito en forma de cantidad así como para comparar dos cantidades.

No obstante hay que tener en cuenta que aunque a la identidad de los números y a la cantidad que representan se puede llegar de igual manera desde cualquiera de los dos hemisferios, únicamente el izquierdo puede pronunciarlos en voz alta y lo que es más importante, utilizarlos de forma exacta en los cálculos. Esto se ha sabido gracias a experimentos realizados con pacientes que tenían “lesiones selectivas”.

Con lo visto hasta el momento vemos como nuestro cerebro presenta una evidente asimetría en lo que respecta al lenguaje y al cálculo. Mientras el hemisferio izquierdo tiene todas las capacidades necesarias para la aritmética, el derecho no puede leer en voz alta ni tampoco calcular. Veamos un ejemplo: un paciente que no tenga cuerpo calloso y que vea la cifra 4 a la izquierda de su campo visual, a la que trata por tanto sólo con su hemisferio derecho, puede saber que este número es menor que 9, sin embargo es posible que al leerlo diga uno distinto y además sea totalmente incapaz de sumarle otro o de multiplicarlo.

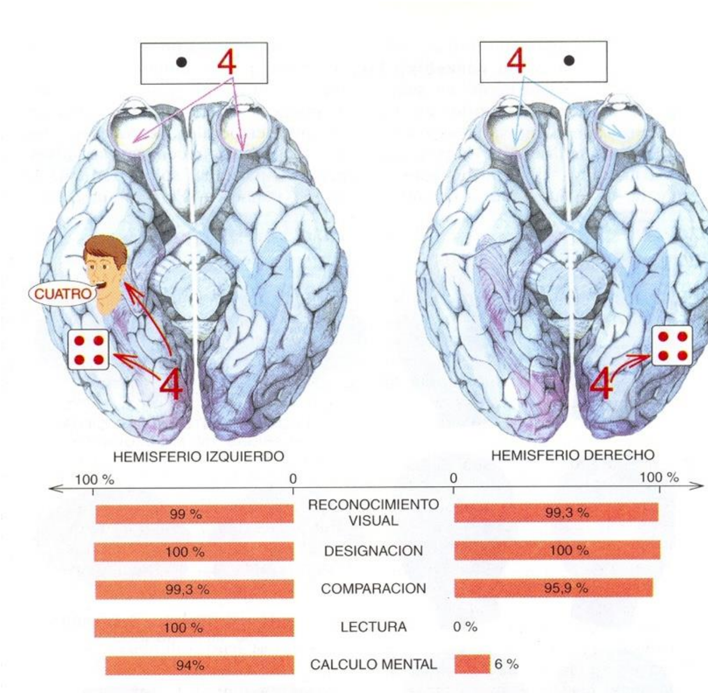


Fig. 10. Diagramas de distintas tareas matemáticas conseguidas por un paciente con el cuerpo calloso seccionado. Dehaene (1997 b).

En la figura 10 podemos observar las puntuaciones obtenidas por un paciente al que se le había seccionado el cuerpo calloso y que es el responsable de conectar los dos hemisferios. La cifras presentadas en el campo visual derecho o izquierdo son tratados de manera exclusiva por el hemisferio contrario, sabiendo si se trata de dos cifras iguales e incluso siendo capaces de compararla con otra diciendo si es mayor o menor, pero con absoluta incapacidad para nombrarlas o hacer cálculos mentales mientras éstas no son tratadas por el hemisferio izquierdo que es donde se encuentra prácticamente todo el lenguaje.

Podemos concluir por tanto que los procesos que facilitan el lenguaje hablado suelen estar distribuidos en diferentes zonas del hemisferio izquierdo. Lógicamente, únicamente este hemisferio puede acceder a las tablas de multiplicar y a los resultados de algunas sumas y restas sencillas, que memorizadas, nos permiten realizar éstas operaciones de forma más rápida, eliminando el contar con los dedos u hacer otro tipo de cálculos. Esto es debido a que lo hemos aprendido de memoria y hemos registrado esos resultados en forma de palabras. No obstante hay que puntualizar que aunque todo lo expuesto con anterioridad es aplicable a una amplísima mayoría de la población, no siempre se cumple en todas las personas pues hay casos en los que la lateralización y especialización de los hemisferios se da al contrario quedando el lenguaje en el derecho, y así todo lo demás. Incluso aunque se respete la especialización generalizada de cada hemisferio podemos encontrar cambios de una persona a otra en la asignación de funciones y tareas de las distintas áreas y regiones cerebrales.

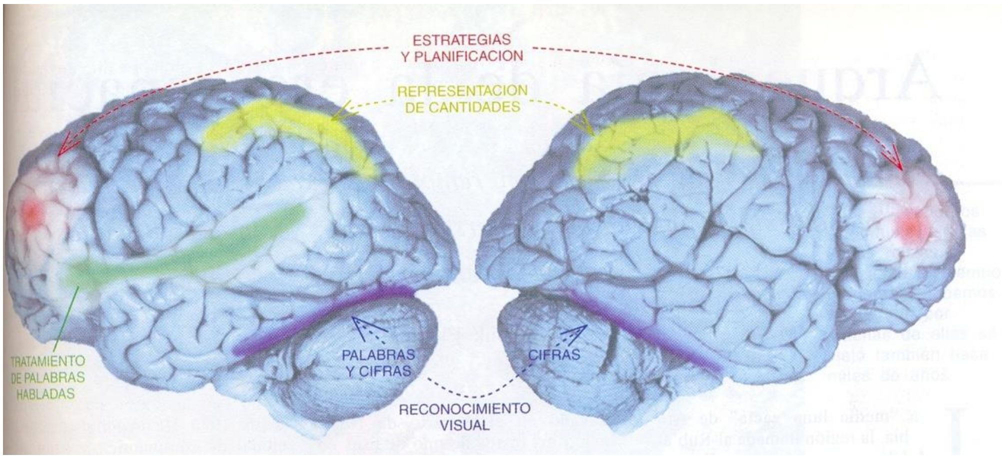


Fig. 11. Regiones cerebrales implicadas en el tratamiento de información numérica. Dehaene (1997 b).

Respecto a las redes de áreas cerebrales que tienen a su cargo el reconocimiento de cifras, su lectura y comprensión, figura 11, decir que la forma visual de las cifras arábigas es tratada por *los circuitos de la vía occito-temporal ventral de los dos hemisferios,* en lo que respecta a la comprensión y producción verbal de palabras se ponen en marcha *las regiones perisilvianas* *del hemisferio izquierdo* y en lo que se refiere al sentido cuantitativo son *las regiones parietales inferiores de ambos hemisferios* las que intervienen, que como vemos no actúan directamente en la identificación y tratamiento de los números, parece ser que lo hacen respecto a la manipulación interna de cantidades numéricas. A partir de lo expuesto podemos llegar a la conclusión de que resulta absolutamente imprescindible establecer puentes neuronales que conecten entre las distintas áreas, regiones y hemisferios posibilitando su puesta en relación y no como mecanismos que gestionan una información de manera no sincronizada. A esta circunstancia la denominaremos "multiconexiones".

Baynes (1998), de la Universidad de California en Davis, en Gazzaniga (1998), estudió el caso de una paciente cuyo hemisferio izquierdo de una paciente zurda podía "hablar" después de ser operada pero que no podía "escribir" más que con el hemisferio derecho, siendo este último hecho relevante porque suele ser "mudo". Esto apoya la idea de que la facultad de escribir no necesita estar ligada a la de representación fonológica. Así pues, vemos como la capacidad de escribir puede ser un sistema independiente y particular de los humanos que no necesita formar parte del lenguaje hablado. Esto puede dar pistas acerca del tratamiento pedagógico y didáctico de los números a nivel de lenguaje escrito ya que disponemos de un mecanismo propio, como especie biológica, que nos permite la escritura. No obstante hay que puntualizar que el hecho de que sea un mecanismo independiente de la representación fonológica no implica que no se apoye en ella.

Por otro lado hay que tener en cuenta que los niveles de categorización del lenguaje influyen en las matemáticas de diversos modos, así por ejemplo, cuando se le pide a un niño que agrupe objetos para realizar un conteo, lo hará con mayor facilidad si lo hace a partir del nivel básico, Rosch (1973), Rosch et al. (1976), que si lo hace desde las categorías supraordenadas o subordinadas. Por su parte, Miranda, Fortes y Gil (1998), afirman que la competencia de los niños respecto al concepto de inclusión en clases depende de cómo se presente el formato de la tarea, mostrando más o menos competencias de las citadas por Piaget según sean planteadas a los niños. Esta arquitectura lingüística de clases también afecta a la lectura y escritura, pues en su base se encuentra la comprensión y expresión oral cuya construcción se fundamenta entre otras cosas en los niveles de categorización de Rosch, cuestiones fundamentales a partir de las cuales se desarrolla la lectoescritura.

Por su parte, Fernández (2008) asegura que escribir los números como se leen genera en muchos alumnos problemas que impacientan al profesor y que dicha habilidad debe dejarse para las últimas actividades de los números de dos cifras. Primero hay que darle tiempo al niño para que pronuncie bien antes de escribir los números, así como darle tiempo para que vaya dominando la escritura. Luego ya se introducirá este tipo de actividades. Es evidente que nos estamos refiriendo a la escritura en letras de los números (*doce, veinticuatro, ochenta y siete…)* y que queda muy lejos del alcance y posibilidades de los niños de infantil. No obstante queremos incidir en que si se desarrolla una adecuada conciencia fonológica en la lectura de los números, sí es posible leer grandes números, incluso de más de dos cifras, en niños de cuatro y cinco años, tal y como demostraremos en la presente investigación. Dichas habilidades de conciencia fonológica para la lectura de los números, ayudarán en su escritura con cifras arábigas y uno o dos años más tarde en la escritura con letras, aunque sabemos que ambas habilidades son independientes, ya que existe una doble ruta visual-fonológica para la lectura y visual-fonológica para la escritura, Cuetos (1996) y Cuetos (2009), y que además tal y como ya se ha comentado anteriormente, Kathleen B. Baynes, ha demostrado que la capacidad de escribir no necesita necesariamente estar unida a la de representación fonológica.

1.3.7.2 Atención.

Aunque es mucho lo que se ha avanzado en el conocimiento del cerebro, y en este caso de la atención, es evidente que queda mucho por investigar y que según nos centremos en unos u otros investigadores encontraremos diferencias tanto en su definición, como su morfología o tipos.

Allport (1989), concibe la atención como un mecanismo cuya función es controlar las acciones, ya que al margen de la existencia de una o varias fuentes de estimulación, programar una acción necesita, antes de ser llevada a la práctica, seleccionar la información necesaria así como los mecanismos necesarios para ejecutarla (correr por ejemplo en una determinada dirección).

Por su parte, Van der Heijden (1992), ve la atención como una fuerza interna cuya misión es la de establecer preferencias en el procesamiento de la información, evitando sobre todo la sobrecarga en nuestra memoria de trabajo. Según este autor se puede diferenciar entre atención o selección perceptual, expectativa e intención.

Para Tudela (1992), la atención es vista como un mecanismo cognitivo central, no sensorial o motor, y cuya misión es controlar la actividad consciente del organismo de acuerdo a un objetivo concreto.

Debido a la gran cantidad de teorías y concepciones existentes alrededor de la atención, Posner y Dehaene (1994) Posner y Petersen (1990), Posner y Rothbart (1991), propusieron una teoría integradora que parte de la idea que existen varios sistemas atencionales, que aunque separados, están de algún modo relacionados entre sí. Desde dicha concepción integradora, la atención es un sistema modular gestionado básicamente por tres redes donde cada una de ellas se encuentra en ubicaciones distintas, teniendo además asignadas diferentes funciones. La primera de ellas es la *Red Atencional Posterior o de Orientación,* la segunda la de *Vigilancia y/o Alerta* y la tercera la red *Anterior o de Control Ejecutivo.* Por otra parte, Posner afirma que las tres redes atencionales son anatómica y funcionalmente distintos pero conectadas entre ellas. Asimismo, desde esta concepción se le da una especial relevancia a la red Anterior puesto que es la responsable de modular a las otras dos en caso de ser necesario.

La Red Atencional Posterior o de Orientación. Se trata de un tipo de atención espacial en el que se dirige la atención hacia alguna fuente estimular situada a nuestro alrededor. Posner la describe mediante la comparación con un foco de linterna, en el que los materiales o estímulos situados en el foco de la linterna provocan el centro de atención. Si ese foco de linterna se desplaza, la atención debería cambiar en la misma dirección. Para que ello suceda el estímulo ha de resultar novedoso, relevante, resultar impactante… Dicha red atencional se encuentra en el el córtex parietal posterior, los núcleos pulvinar y reticular del tálamo y los colículos superiores. Estudios con pacientes con daño cerebral lo corroboran, Friedrich, Egly, Rafal, y Beck, (1998) así como con individuos normales, Corbetta y Shulman (2002). Se trata de una atención para la observación, para la orientación espacial. Este tipo de red atencional tiene sus orígenes en determinados reflejos que orientan el cuerpo de manera involuntaria hacia estímulos que nos sorprenden, estando ya presentes en los bebés Sokolov (1992).

Desde este reflejo de orientación, involuntario y no consciente, se desarrollan mecanismos atencionales más sofisticados a partir de la visión parafoveal y que son centrados en el foco de la visión (fóvea) de donde se extrae la mayor parte de la información. En este momento ya podemos hablar de una atención intencional espacial, siendo ya visible en niños de infantil. Por otra parte, dentro de este tipo de atención espacial, de orientación, podemos distinguir dos tipos: la *atención abierta* y la *atención encubierta*.

La principal característica de la *atención abierta* es que la orientación de los ojos y la orientación espacial coinciden. Esto se traduce en una premisa que los docentes siempre han de tener en cuenta cuando se trata de niños pequeños, en nuestro caso niños de infantil, y es que atienden casi de manera exclusiva al foco sobre el que fijan su vista. Nos encontramos ante el tipo de atención intencional más básica, que por otro lado, es la que más presencia tiene en la etapa de Educación Infantil. De aquí se deducen consecuencias a tener en cuenta en la interacción entre los docentes y los niños: siempre se ha de procurar el contacto ocular, acostumbrar a que los niños miren al maestro cuando este habla. En este momento evolutivo, el niño que no mira, que no centra su atención en el maestro por ejemplo, sencillamente no va a procesar la información que se está transmitiendo. En el caso de las matemáticas, por tratarse de un conocimiento instrumental, complejo, muy abstracto, hemos de tener especial cuidado en intentar que el foco de atención esté siempre donde nos interese, donde se encuentra la información que queremos que procesen los niños. La mejor forma de conseguirlo es teniendo en cuenta sus principales centros de interés: el juego y los materiales manipulativos. Según avanzamos en el tiempo, los niños van disociando la capacidad de mirar y atender, de modo llega un momento en el que ya son capaces de tener la vista fijada en un punto espacial y sin embargo estar atendiendo a información que llega de otro punto. Nos encontramos ante la *atención encubierta*. Este tipo de atención, mucho más evolucionada, madura, se inicia al final de la etapa de Educación infantil, existiendo diferencias notables entre unos niños y otros. Es importante tenerlo en cuenta cuando diseñamos las actividades, un ejemplo lo podemos encontrar en el anexo I, cardinalidad: página 470.

Por su parte, la *Red Atencional de Vigilancia y/o Alerta* tiene como función generar un estado de “arousal” (cuidado, cautela, guardia…), mediante la cual se espera la detección de un estímulo esperado.

Investigaciones como las de Posner y Petersen (1990), mostraron que dicha red se encuentra ubicada en el hemisferio derecho, principalmente en los lóbulos parietales y frontales. La podemos desarrollar en la educación infantil mediante actividades en las que creamos expectativas en los niños, saben que va a pasar algo de modo casi inmediato, pero nosotros alargamos lo más posible ese tiempo, que no va más allá de unos pocos segundos, pero que les capta mucho la atención. Actividades como la de "Cuento con suspense" (anexo I, página 458), desarrollan este tipo de atención, potenciándola e incluso generando cierta satisfacción en los niños a medida que van viendo satisfechas sus expectativas.

En cuanto a la *Red Atencional Anterior o de Control Ejecutivo* Posner, y Raichle (1994), atribuyen como principal función el de controlar voluntaria y conscientemente, la planificación para resolver problemas o situaciones, escoger o elaborar estrategias o la creatividad entre otras. Dicha red posee una estrecha relación con la memoria de trabajo así como con la detección consciente de estímulos. La ubicación para las tareas de control o de resolución de conflicto es el área dorso-lateral prefontal izquierda, McDonald, Cohen, Stenger y Carter (2000), aunque modelos posteriores como el de Corbetta y Shulman (2002), apuntan a que es necesario distinguir entre dos subsistemas anatómicamente distintos que se reparten funciones ejecutivas. Se trata del córtex temporoparietal y el frontal inferior lateralizado al hemisferio derecho, cuyas funciones son las de detectar novedad así como la estimulación saliente e inesperada.

En este caso nos encontramos ante una atención interna. Esta *Red de Control Ejecutivo* permite la introspección en nuestros pensamientos lo que genera consciencia y control sobre ellos. Asimismo, es de destacar que muchas tareas cognitivas que suelen repetirse acaban siendo automatizadas, de modo que acaban liberando la memoria de trabajo lo que permite hacer distintas acciones a la vez. Entre otras cosas, el Ejecutivo Central se encuentra presente en la resolución de problemas derivados de situaciones nuevas, las emociones, la conducta, hábitos personales y de pensamiento. Todo ello provoca el que esta red atencional sea clave en los aspectos académicos. En lo que respecta al diseño de actividades, hemos de ser especialmente conscientes de la importancia de tener en cuenta el que desarrollen esta red del ejecutivo central ya que en gran medida está implicada en la gestión de recursos necesarios para la ejecución de habilidades matemáticas. Un ejemplo de ello es la actividad "Al otro lado de la clase" (anexo I, Valor posicional de las cifras, página 494), en la que los niños han de desplazarse a un lugar distinto al que nos encontramos donde tendrá que ver un número de cuatro cifras compuesto por bloques multibase, y mentalmente, transformarlo a un código verbal para memorizarlo, luego va hasta donde se encuentra el profesor y lo compone con números escritos, lo cual requiere otra transformación cognitiva.

Como consecuencia de todo lo visto, hemos de ser conscientes que la atención está regida por distintos mecanismos y que todos ellos son susceptibles de ser mejorados tanto a partir de las experiencias cotidianas y propias de la vida como a partir de la intervención educativa. Un ejemplo muy claro lo tenemos cuando nos enfrentamos a niños con TDAH (trastorno por déficit de atención con o sin hiperactividad) en la que se evidencia una clara incapacidad fisiológica para gestionar los recursos atencionales, recursos que se gestionan en determinadas áreas del cerebro y cuyos mecanismos no funcionan del modo correcto. La reflexión es que esos niños no prestan atención, no porque no quieran, sino porque no pueden. Así pues, debemos tener en cuenta las capacidades atencionales propias de cada edad, y dado que son mecanismos que repercuten en multitud de procesos cognitivos, pueden y deben ser mejorados por la intervención educativa, desarrollando las habilidades de escucha, concentración, calidad y cantidad de atención.

Otra consideración que nos invita a reflexión, es que ciertas actividades que requieren de los procesos atencionales pueden ser automatizados, de manera que intentemos encaminar determinados procesos hacia dicha automatización. Para lograrla hemos de recurrir a *buenos hábitos cognitivos* y a la *repetición* como modo de llegar al automatismo.

En lo referente a unos *buenos hábitos cognitivos* y en este caso referido a la mejora de la atención, hay que decir que siendo mecanismos muy concretos los que la regulan, cualquier mejora de estos a través de cualquier tipo de actividad, repercutirá sobre el aprendizaje matemático. Ejemplos de ello sería el de "educar" a los niños a escuchar los cuentos sin interrumpir al narrador (a no ser que se permita la interacción, aunque de manera regulada, levantando la mano…), mantener el contacto ocular con la persona que habla, cambiar el foco de atención alternando estímulos visuales con auditivos, el autocontrol, trabajar "los silencios" o inhibirse de distractores entre otros.

Respecto a la *repetición* como medio de llegar a la automatización, primero que nada hay que tener en cuenta que en la Educación Infantil es conveniente repetir de forma breve y con cierta regularidad las actividades que consideremos más relevantes para otros aprendizajes, en este caso matemáticos, pero sin caer en lo rutinario, ya que ello genera aburrimiento trayendo consigo la falta de atención. Son muchos los ejemplos que se pueden citar al respecto por necesitar de muchas repeticiones para automatizarlos, para llegar a captar con mayor plenitud sus significados o incluso para ajustar "el valor" que se le da. Algunas de las actividades más relevantes que van en esa dirección son "El club del 100" (anexo I, página 455), donde se inicia la construcción de la serie numérica a nivel oral a partir del n+1. Se busca interiorizar saltos numéricos y además se introducen otros: n-1, n+10 y n-10, (anexo I, página 457), pero a partir de la cual se ajusta el valor de números como en la actividad "Llenar cuadros de color", (anexo I, página 465).

En resumen, podemos hablar de tres grandes tipos de atención, dos de ellas, más básicas e instintivas, se dirigen hacia lo externo, lo espacial, la observación, por una parte, y hacia un estado de alerta por otro. El tercer tipo de atención, mucho más complejo, se dirige hacia la introspección, que es una atención interior que requiere de más concentración y que conlleva la puesta en marcha de más recursos cognitivos.

1.3.7.3 La subitización

La subitización es un proceso de identificación rápida de un número pequeño de elementos (hasta cinco o seis) sin que sea necesaria la intervención del conteo.

Fue Jevons (1871), quien estudió, a partir de puñados de habichuelas que él mismo tiraba, el proceso de cuantificación que iba utilizando así como los resultados de las estimaciones que llevaba a cabo, evitando utilizar procedimientos como el conteo. De ese modo determinó que no cometía errores en cantidades menores de cuatro elementos, siendo a partir de esta cantidad cuando, de manera progresiva, se iban incrementando. Más tarde Kaufman, Lord, Reese, y Volkmann (1949), acuñaron esta habilidad como subitizing.

No obstante los estudios realizados al respecto no son concluyentes ni están exentos de ciertas controversias.

Para Gallistel y Gelman (1991) y Mandler y Shebo (1982), y la subitización es fruto de un proceso de recuento que se realiza a gran velocidad. Sin embargo para Glasersfeld (1982), se trata de una operación perceptiva en la que no se encuentran implicados procedimientos numéricos.

Otros autores como Starkey y Cooper (1995), van más allá, destacando la importancia de la subitización como base del desarrollo numérico por encima del conteo. Su principal argumento es que surge antes y que posteriormente facilita la adquisición del número cardinal. De hecho, podemos observar como los niños de dos o tres años utilizan los primeros numerales no para contar, sino para determinar directamente una cantidad de objetos que no supere los tres. Es más, no tienen todavía presentes ni interiorizados los principios básicos del conteo: orden estable, correspondencia uno es a uno, irrelevancia de orden, abstracción y cardinalidad, Gelman y Gallistel (1978), no pudiendo utilizar el conteo como medio para determinar la cantidad de elementos de un conjunto. Utilizar estos primeros numerales ayudará, posteriormente, en el desarrollo del conteo.

Algunos experimentos han mostrado que hasta los cuatro o cinco años los niños subitizan mejor conjuntos formados entre uno y tres elementos, presentando más dificultades cuando pasamos a cuatro con diferencias estadísticamente significativas, Fisher (1992). De cualquier modo y pese a las dificultades presentadas a partir de cuatro elementos, los niños de cinco años pueden subitizar hasta cinco elementos sin mucho problema. Si bien, además de las diferencias individuales, la disposición en que son presentados los elementos incide en la cantidad de aciertos. El gradiente de dificultad, yendo de mayor a menor sería: presentados en fila, distribuidos aleatoriamente por el espacio y por último formando formas geométricas reconocibles o presentaciones típicas como las de los dados, Bermejo (2010).

Desde esta visión se mantiene que la subitización consiste en asignar la palabra correspondiente a un número de elementos a partir de una asociación con unos patrones visuales determinados.

Muy probablemente esta sea la forma en que reconocemos los números de un dado puesto que siempre aparecen con la misma distribución espacial, Karmiloff-Smith (1994). No obstante cuando no partimos de esas disposiciones espaciales que ya conocemos, la subitización puede basarse en un recuento rápido y no únicamente en cuestiones perceptivas, Gelman y Meck, (1986), Mandler y Shebo (1982), o un procedimiento mixto de subitizar-contar, de modo que un conjunto formado por 6 elementos, subitizamos 4 y le añadimos por conteo rápido los otros 2, Chamorro (2008).

Por otro lado, los autores que defienden la existencia de la subitización ¿en qué momento evolutivo sitúan su aparición? Según éstos, la subitización responde a un proceso que aparece de forma muy temprana. Para entenderlo mejor veamos de qué son capaces los bebés. Fayol (2005), los denomina “bebés calculadora”. A tan temprana edad (sobre los cinco meses), los bebés todavía no han podido aprender del ambiente a distinguir entre cantidades por lo que si muestran capacidades mediante las cuales distinguen variaciones en las cantidades de elementos serán innatas. Al mostrarles a bebés de seis meses sucesivas imágenes con un mismo número de elementos, la atención de éstos va decreciendo progresivamente: se ha producido una *habituación*. Si en ese momento se le muestra una cantidad distinta su atención aumenta con lo que cabe concluir que perciben los cambios en la numerosidad. Hay que señalar que los bebés pueden distinguir cambios de un, dos y hasta tres elementos, pero no son capaces de detectar cambios de tres a cuatro elementos.

Los niños, los adultos y los primates son capaces de distinguir esos cambios en una determinada cantidad fruto de las variaciones de tamaño, intensidad de luz o del color. Pueden saber si hay algún individuo más o menos al producirse un cambio en el volumen ocupado o en la cantidad de luz. Ya que el número va asociado a esas variaciones se cree que de forma temprana se puede manejar con precisión cantidades pequeñas. No obstante esta aptitud con la que nacemos no es puramente numérica.

Otra capacidad de los niños de seis meses es la de diferenciar entre cantidades mucho más grande siempre y cuando las diferencias sean claras. A esa edad distinguen entre dos conjuntos cuya relación sea de 1:2 como por ejemplo entre 16 y 32 elementos. Conjuntos con relación 2:3 son discriminados a los nueve meses.

Esta capacidad se encuentra también en simios y en personas adultas a las que se les impide contar utilizando las palabras número (se les dice que pronuncien de forma repetitiva una palabra a la vez que han de distinguir entre dos conjuntos en cuál hay más). Esta misma capacidad ha sido corroborada en ciertos indios de la amazonia (Tamanacos), que no tienen palabras con las que designar números mayores de tres pero que pueden comparar entre cantidades.

Así pues vemos cómo los humanos, desde muy temprana edad, compartimos con otras especies la capacidad mental de diferenciar cantidades sin recurrir a símbolos abstractos. Esta capacidad permite distinguir entre 15 y 20 elementos, pero no entre 15 y 16 por ejemplo. Cuanto más distantes son las cantidades más fácil es de determinar en qué conjunto hay más. Cuestiones relativas a la capacidad para comparar conjuntos, números, ya se ha visto con anterioridad en el apartado "comparación de los números".

Por otro lado, líneas de investigación que pretendían demostrar que los niños pequeños tienen la capacidad de la *"conservación de números pequeños"* aunque aún no sean capaces de conservar números mayores, Bever, Mehler y Epstein (1968), Lawson, Baron y Siegel (1974), Siegler (1981), llegan a la conclusión que niños menores de cinco años pueden lograr esas tareas de conservación con un máximo de cuatro objetos, pues ya poseen los operadores lógicos de la conservación del número aunque a esa edad todavía no son capaces de aplicarlo en números mayores. Investigaciones más recientes apuntan al hecho que esos logros no están basados necesariamente en la invarianza del número, a pesar de las modificaciones espaciales, sino que puede deberse a la identificación de esas cantidades de elementos a partir de la subitización Chi y Klahr (1975), o a comprobaciones fruto de correspondencias uno a uno después de realizada la transformación Tollefsrud-Anderson, Campbell, Starkey y Cooper (1994).

Entre las principales consecuencias educativas que podemos extraer de la subitización, es que, al tratarse de algo innato en el ser humano, facilitará su desarrollo y aplicación práctica. Puede tomarse como el punto de partida de la construcción del número, de modo que asentada sobre ella comencemos a introducir los principios básicos del conteo Gelman y Gallistel (1978), y que encontramos ampliamente desarrollados en el apartado 1.7.

Otra consideración interesante es que, utilizar patrones visuales para determinar una parte de un conjunto de elementos a la que inmediatamente se le añadirá la otra, introduce de un modo muy natural la descomposición de los números, cuestión que resulta de vital importancia para la realización de operaciones aritméticas como la suma y la resta, entre otras.

1.3.7.4 Coordinación.

Una de las actividades matemáticas más habituales en las aulas de infantil es la de determinar cantidades de objetos, niños... Al comienzo de estas actividades y al tratarse de pocos elementos, pueden utilizar dos mecanismos o estrategias a tal fin: la subitización y el conteo.

La subitización (que se ve con mayor detalle en el apartado 1.3.7.3. página 97), permite determinar el número de elementos de un conjunto sin necesidad de contar. De un solo golpe de vista, sin desplazamientos oculares ni movimientos dirigidos a señalar, conseguimos nuestro objetivo.

El otro mecanismo, el de contar, requiere de algún tipo de coordinación, *manual* y/o *visual*, que permita el etiquetado de cada uno de los elementos del conjunto que está siendo contado. Fuson (1988), afirma que para aplicar el principio de correspondencia uno es a uno en un conteo, necesita de dos tipos de coordinación: la espacial entre el elemento objeto de conteo y el acto de señalar por una parte, y la temporal entre la acción de señalar y el etiquetado. En este último caso se trataría de una coordinación puramente *mental*.

En cuanto al acto de contar y su coordinación, suele ser muy habitual utilizar el dedo índice para señalar o incluso tocar los objetos con el fin de contar todos los elementos de una colección. En realidad se trata de procedimientos motores que ayudan a coordinar los procesos de *separación* y *etiquetado*.

Tal vez en un primer momento, el procedimiento que les da más seguridad a los niños es la de tocar cada uno de los objetos, niños… si bien depende de muchas circunstancias, hábitos previos adquiridos, madurez… Esta forma de coordinación se alternará o solapará con la de señalar con el dedo y será la más utilizada en la Etapa de Infantil por tratarse de una coordinación bastante natural.

Otra manera de contar elementos es por medio de una coordinación estrictamente visual. En este caso los elementos son identificados y separados por medio movimientos sacádicos alternados de fijaciones. Se trata de una coordinación mucho más elaborada, fina y precisa, que requiere de una mayor maduración por parte del niño, si bien, en gran medida la dificultad vendrá dada por el tamaño y separación de los elementos objeto de conteo.

Posteriormente vendrán formas todavía más elaboradas de conteo como por ejemplo cuando hacemos marcas de lápiz sobre los elementos dibujados en un papel para determinar los que ya hemos contado y los que faltan a la vez que los vamos verbalizando oral o mentalmente.

Cuando los niños son pequeños podemos evidenciar los problemas que tienen para coordinar las palabras-número verbalizadas con el proceso de señalado (separación) de sus elementos. Los errores más frecuentes que presentan son según Gelman y Meck (1983):

a) *De coordinación.* No existe tal coordinación y correspondencia entre la pronunciación de las palabras-números con señalar cada uno de los objetos.
b) *De señalización.* En este caso sí existe coordinación entre las palabras-números verbalizadas con los elementos contados, no obstante pueden contar alguno de ellos más de una vez u omitir alguno.

1.3.7.5 Transferencia.

Al hablar de transferencia nos referimos, en este caso referido a los niños, a la posibilidad de aplicar, lo que saben o que han aprendido, a otras situaciones o a nuevos aprendizajes. Para conseguir trasladar unos determinados saberes o procedimientos de una situación a otra nueva, distinta, necesitan tener capacidad para gestionar mecanismos cognitivos como la memoria de trabajo, la memoria a largo plazo, la percepción, razonamiento… entre otros muchos, según la situación lo necesite.

En el caso de los niños pequeños, al inicio del uso práctico de la numeración, vemos como a pesar de llegar a un momento en el que disponen de distintos tipos de estrategias, no siempre utilizan las más adecuadas para resolver un problema. Esta circunstancia suele darse por ejemplo en actividades de conteo, en las que disponiendo de la habilidad de contar, se dejan llevar por aspectos perceptivos, lo cual en muchas ocasiones les induce a error. Piaget y Szeminska (1941), estudiaron en pruebas de conservación y de correspondencia numérica cómo y por qué sucedía lo anteriormente descrito. Lo hicieron por ejemplo pidiendo a niños entre cuatro y cinco años que cogiesen el mismo número de fichas que había en otra modelo. Al hacerlo tenían en más en cuenta la apariencia visual, cualitativa, de la fila modelo que su dimensión cuantitativa. La mayor parte de los experimentos de Piaget han sido ampliamente criticados a lo largo de la historia: Bideaud (1988), Fayol (1990), Tollefsrud, Campbell, Starkey y Cooper (1991).…

Estudios mucho más recientes apuntan al hecho que transferir los aprendizajes, estrategias, recursos…, a un contexto diferente en el que fueron aprendidos o a una situación problemática distinta, representa un gran salto cualitativo a nivel cognitivo. La cuestión decisiva estriba no solo en aspectos perceptivos sino también en la elección de la estrategia adecuada y para eso, el interpretativo hemisferio izquierdo ha de conjugar, seleccionar y decidir entre las distintas alternativas de las que dispone. Por un lado le llega información episódica (de sus experiencias directas), que se encuentra en el hemisferio derecho y que se complementa con recuerdos falsos (es una característica del interpretativo hemisferio izquierdo), aprendizajes sociales (como es el caso de los números) e información que llega de mecanismos perceptivos… Gazzaniga (1998). Tomar una decisión para un niño pequeño no es fácil si además le añadimos una escasa memoria operativa para gestionar toda esa información y todos esos mecanismos.

Una vez tomada esa elección, se produce la transferencia de ese proceso, estrategia… a otra situación de forma que nos sirve para resolver el problema o situación que se nos ha planteado. Otra cuestión es si dicha elección ha sido adecuada o no. Lo que es cierto es que los niños disponen de muy pocos conocimientos previos en general y de manera muy importante en lo que respecta a las matemáticas en particular. En ello podría residir la clave de por qué los niños pequeños se dejan "engañar" por cuestiones perceptivas y nosotros no. No obstante los adultos nos seguimos dejando engañar por la percepción, entre otras cosas porque nuestro cerebro queda muy lejos de ser perfecto y continúa a nivel biológico en plena evolución, habiendo aprendido de forma "social" a eliminar algunas respuestas perceptivas en pro de respuestas aprendidas. La Gestalt nos aporta innumerables ejemplos al respecto.

En lo que respecta al tipo de transferencia, si partimos de una perspectiva asociacionista, la transferencia es vista como una nueva adquisición que se genera a partir de una similitud básica entre tareas y a partir de distintas repeticiones.

Desde el constructivismo se parte de la idea de que las transferencias se logran gracias a las conexiones que se realizan a partir de las experiencias, elaboraciones y reelaboraciones continuas de éstas por medio de distintos mecanismos cognitivos y siempre tomando como gran artífice de ello a propio sujeto.

En el caso de los niños pequeños, de la Etapa de Educación Infantil, entendemos que los aprendizajes numéricos que hacen son, por una parte, aprendidos y transferidos de una forma muy sencilla por medio del asociacionismo. Esto sucede cuando aprendemos por repetición la serie numérica por ejemplo y la vamos utilizando en distintos contextos (igual cuentan los niños que han venido a clase que los juguetes que tiene él en comparación con otro niño en una situación de juego natural) y para diferentes usos (contar, ordenar…).

Por otro lado, también podemos hablar de transferencias de corte más elaborado, más en la línea constructivista cuando utilizan diferentes estrategias de conteo para evitar errores de etiquetado por ejemplo. También cuando llegan a varias soluciones correctas por caminos distintos sin que la intervención del docente no vaya más allá de mero mediador.

1.3.7.6 Razonamiento.

El aprendizaje del número ha estado siempre marcado por una didáctica en el que la lógica, y el razonamiento en general, estaba en la base de la comprensión y por tanto en la construcción de la noción de número. En este apartado observaremos cómo se pasó de un tipo de pensamiento, de razonamiento, que permitía aprendizajes y enseñanzas basadas en el inductivismo aritmético (aritmetismo), a una etapa dominada por estrategias de enseñanza que partían de la deducción (deduccionismo), y que abogaban por planteamientos y actividades cuyo razonamiento surgía de teorías o conceptos de rango superior para ir descendiendo a ideas o habilidades particulares. Por último veremos cuál es el posicionamiento actual al respecto, donde la neurología nos ha permitido determinar la disociación entre distintos procesos psicológicos y distintas habilidades matemáticas. Se trata de un "sentido numérico" formado por distintas estructuras neuronales.

El inductivismo aritmético.

Se trata de una corriente epistemológica que pretende explicar la naturaleza de los números a partir de la experiencia.

En lo que se refiere al número, al origen de su comprensión y desarrollo, el razonamiento ha estado en la base de tal génesis, en donde, el inductivismo aritmético ha tenido un gran protagonismo. Se trata de una época de la historia en el que la enseñanza de las matemáticas ha estado dominada por el *aritmetismo* y que se ha prolongado desde hace varios siglos hasta los años 70 en nuestro país.

Algunas de las propiedades del número natural desde el inductivismo son que el inicio del número natural se construye de manera inductiva, que la aritmética es un sistema inductivo y no deductivo, o que los números "hablan" de las cosas, no de los conceptos.

También podemos distinguir planteamientos diversos según posicionamientos conductistas o constructivistas, y a su vez, dentro del constructivismo distintas posturas como el constructivismo operatorio de Piaget. Desde él se aboga por “estados de conocimiento” más que por “conocimientos en sí mismos”, de ahí que los niños pasen por diferentes etapas operatorias en las que se observan progresiones en lo que se refiere a establecer relaciones lógicas o matemáticas mediante procesos de razonamiento. Dichas etapas marcan la evolución hacia una mayor complejidad y desarrollo de las estructuras que permiten pasar de no poder establecer una relación lógica a poder hacerla.

Piaget no está de acuerdo con los planteamientos empiristas, aprioristas y convencionalistas propios del conductismo en lo que se refiere al número natural, Piaget (1987), ya que la relación entre sujetos y objetos es mucho más compleja de lo propuesto por aquéllos. De este modo cuando contamos objetos de dos conjuntos que unimos se incluye una nueva propiedad, la de constituir un “todo” que anteriormente no estaba presente y que es fruto de una acción intencionada. Así pues, para Piaget son muy importantes las acciones intencionadas que realizan los niños sobre los objetos y que son posibles gracias a los procesos de asimilación y acomodación.

La epistemología genética de Piaget presenta el razonamiento matemático con dos vertientes: la inductiva y la deductiva. De este modo el aprendizaje, en este caso de los números, se realiza en ambos sentidos, siendo a la vez una generalización gradual y una deducción rigurosa, pareciéndose a la inducción en su sentido generalizador, pero sin compartir su falta de rigor Ortiz y González (1998). No obstante Piaget destaca la importancia del razonamiento inductivo en la aritmética apoyándose en Russell (1912), definiendo los números naturales como aquellos que se pueden establecer ya que poseen las propiedades inductivas (algunas de las cuales se han citado anteriormente).

Piaget afirma que *“Tanto cuando se admite la reducción de los cardinales a las clases lógicas como cuando nos limitamos a agregar el axioma de inducción a los que determinan la sucesión de los números, el razonamiento por recurrencia se convierte así en la expresión de la construcción de los números enteros finitos”* (Piaget 1987).

Así pues vemos cómo desde la perspectiva genética se afirma que el principio de inducción matemática se origina en la misma construcción de los números naturales.

Son actividades propias de esta etapa *aritmetista* las de numerar, la memorización de propiedades o la escritura numérica.

El deduccionismo

Frente a posturas de corte inductista, desde los años 70 a los 90 (periodo conjuntista) se desarrollaron las llamadas “matemáticas modernas”, donde se plantearon nuevas fundamentaciones del concepto de número a partir de argumentaciones deductivas.

Esta postura de aprendizaje deductivo, en este caso del número, implicaba partir de nociones generales y de corte intuitivo (por la falta de conocimientos previos), como la noción de conjunto, para comprender, utilizar o definir conceptos más concretos y particulares como los de número cardinal u ordinal.

No obstante se daba la contradicción de que el aprendizaje de los números de los niños sigue un camino distinto, inductista, como es el de llegar a conceptos generales desde situaciones concretas.

Así pues el deduccionismo no parte de ideas compartidas sobre cantidad, por ejemplo, sino de nociones generales cuya finalidad es la de llegar a conclusiones particulares por medio de la teoría de conjuntos. No obstante, resultaba muy difícil llegar al aprendizaje del número natural y de las operaciones básicas a partir de un planteamiento en el que se debe compatibilizar la construcción del número (anterior a la escritura del número y a parte de la numeración y basada en los aspectos cardinales y ordinales), y unos aprendizajes propiamente numéricos y aritméticos con disfunciones en la propia teoría de los conjuntos Ortiz (1998).

Delval (1983), afirma que el error de introducir la teoría de los conjuntos en la enseñanza básica fue debido a una incorrecta interpretación de la teoría de Piaget. Así pues, el que la lógica evidenciara algunas contradicciones de la aritmética no debería haber sido motivo de llevar a las escuelas una visión lógico-conjuntista.

El gran impulsor de esta etapa llamada de "matemática moderna" fue Dienes. En lo que respecta al número defendía los principios de constructividad, desde el que defendía que la construcción siempre sería previo al análisis, y el principio de variabilidad perceptiva, desde el cual se afirmaba que cada estructura conceptual ha de ser trabajada de todas las formas perceptivas que se puedan. Todo ello contribuirá a que los niños descubran, por ejemplo a partir de juegos didácticos, las conexiones abstractas comunes entre elementos de juegos distintos, descartando todos aquellos aspectos irrelevantes, Dienes (1964). Este autor también destacó la importancia de la conservación del número por medio de las correspondencias uno es a uno en el caso de cantidades discontinuas, determinando de este modo, por ejemplo, si dos conjuntos tienen la misma cantidad de elementos.

En lo que respecta a los aspectos ordinales o cardinales del número, Dienes afirmaba que el orden de los números no generaba la idea de sucesión, para ello era necesario que los niños comprendieran y utilizaran la idea de "uno más", lo que separa los conceptos de "siguiente", que es solo ordinal, y "uno más", que es cardinal desde el punto de vista de la acumulatividad. No obstante, decía que si se aprendían correctamente las palabras-número, la última mencionada determina el número cardinal de un conjunto, presentando de este modo la integración de los aspectos ordinales y cardinales del conteo de elementos.

Durante esta etapa de "matemática moderna", descendieron en los colegios las actividades propias del aritmetismo, dando mayor protagonismo al orden como relación binaria así como a las clases lógicas fruto de la teoría de conjuntos, con un lenguaje relacional que adquiere un carácter específico para las relaciones de orden y equivalencia. Ello generó el incidir en cuestiones como anterior/posterior, mayor que/menor que, doble/mitad… Por otro lado, durante esta etapa, no se desarrolló en los libros de texto un buen trabajo sobre los aspectos ordinales del número, planteándose solo en los más pequeños actividades de seriación a partir de atributos como el color, tamaño… Lo mismo sucede con las series numéricas, en el que el trabajo queda reducido a consolidar la serie numérica Ortiz (1998).

El sentido numérico

Desde hace muchos años son muchos los autores que se han preguntado cuáles son los procesos cognitivos que nos permiten pensar y razonar en términos numéricos.

Para Piaget por ejemplo, la capacidad para razonar matemáticamente aparecía sobre los cinco años y necesitaba de habilidades de razonamiento lógico. Algunas de ellas eran capacidades como la de razonar a partir de la propiedad transitiva: si A tiene más elementos que B, y B tiene más que C, A tendrá más que C. También otorgaba una gran importancia a la conservación del número, lo que se lograba cuando el niño era capaz de entender, razonar y por tanto determinar correspondencias biunívocas entre dos conjuntos.

No obstante, en la actualidad contamos con numerosas investigaciones desde las que se afirma que los niños de un año poseen habilidades numéricas independientes del lenguaje. Los primeros en hacerlo fueron Starkey y Cooper (1980), demostrando que antes de los siete meses de edad, los niños ya pueden identificar cambios en el número de objetos o personas que les eran mostrados.

Son muchos los estudios que desde aquel momento se han realizado entre el que destacamos a Dehaene (1997 c), desde el cual se apunta a que los humanos nacemos con circuitos cerebrales especializados en identificar y comprender números y cantidades pequeñas así como sus interrelaciones (una especie de estructura cognitiva con sentido numérico). Dicha estructura era el punto de partida para la construcción de otras más complejas que permitirán desarrollar diversas capacidades y habilidades matemáticas.

Otras investigaciones con pacientes neurológicos se dirigen a determinar las posibles relaciones entre capacidades numéricas y otras capacidades cognitivas como el razonamiento general o el lenguaje. Cipolotti, Butterworth y Denes (1991), mostraron como una paciente presentaba un buen nivel de razonamiento, incluidos problemas de carácter transitivo como los postulados por Piaget, y sin embargo sus capacidades numéricas eran muy bajas. La paciente sufrió una lesión en el lóbulo parietal izquierdo lo que generó un repentino deterioro de sus capacidades numéricas. Solo sabía los números del uno al cuatro. No era capaz de realizar casi nada que tuviera que ver con el uso de números, ni tan siquiera operaciones numéricas sencillas que solo requieren de memorización, o el determinar el número de elementos de un conjunto a partir de la subitización (recordemos que es la identificación súbita, sin necesidad de conteo, de los elementos de un conjunto), por pocos que fueran los elementos presentados. El que su nivel de lenguaje no estuviese en mal estado, con un nivel normal de habla, induce a pensar en la independencia del lenguaje y los hechos numéricos.

Apoyando dicha hipótesis se encuentran investigaciones, también con un paciente con problemas neurológicos, pero que al contrario del caso anterior, apenas existía lenguaje, obteniendo sin embargo, buenos resultados en cálculos sencillos como sumas y restas, comparaba números de dos y tres cifras y además comprendía de modo razonado lo que estaba haciendo, Rossor, Warrington y Cipolotti (1995). Ello apunta al hecho de que dispongamos de circuitos cerebrales responsables del sentido numérico.

También resulta relevante el estudio de una persona en las fases iniciales de una demencia senil, Rémond-Besuchet, et al. (1998), presentando, entre otras, incapacidad para razonar. Asimismo era incapaz de resolver tareas típicas de Piaget como la conservación de la cantidad que se esperan que niños de cuatro años resuelvan y sin embargo podía realizar estimaciones con bastante precisión, comparar números y realizar cálculos aritméticos bastante complejos. Si los planteamientos piagetianos fueran ciertos, siendo por ejemplo la conservación de la cantidad un prerrequisito para la adquisición del concepto de número las capacidades numéricas también deberían estar deterioradas impidiendo la correcta manipulación de los números.

Alonso y Fuentes (2001), afirman que son muchas las disociaciones que sugieren una cierta independencia del sentido numérico respecto al lenguaje, al razonamiento general y a la memoria, siendo de destacar disociaciones entre lectura y escritura de números tanto a partir de notaciones arábigas como a partir de palabras, así como en operaciones aritméticas.

Todo ello nos conduce a pensar que las estructuras cognitivas que manejan el razonamiento y los procesos aritméticos son distintas y nada tienen que ver, a priori, la una con la otra, al menos del modo planteado por Piaget. Se trata de circuitos neuronales altamente especializados pero conectados entre sí.

Para finalizar este apartado destacar lo que Gardner (1993), comenta acerca de los poderes y los límites de la mente de los niños de cinco años, si bien su comentario podría perfectamente hacerse extensible a la educación infantil en general. Por un lado afirma que los niños de esa edad son extremadamente competentes pues además de usar una gran cantidad de formas simbólicas también han desarrollado una gran multitud de teorías que les dan coherencia lógica sobre las materias y los procesos no familiares. También son capaces de mostrar una gran habilidad en juegos de mesa, deportes… Por otra parte también presentan una gran cantidad de limitaciones. Muchas de las teorías que se van elaborando son erróneas, contienen información falsa, contradictoria, que antes o después deberán corregir. Así pues, lo mejor es pensar en los niños de esta edad como *"una curiosa amalgama de fuerzas y debilidades, de poderes y limitaciones".* Sus mentes no gozan de una buena organización por lo que pueden pasar de ser juiciosas en un determinado momento a tonta en poco tiempo, además de ser en otras muchas ocasiones: disparatada, curiosa y muy misteriosa.

Resulta evidente que el razonamiento está en la base de la resolución de problemas y que tal y como presentamos en la presente investigación, dicha resolución de problemas está directamente relacionada con la construcción del número. Un ejemplo podría ser cuando le pedimos a un alumno que cuente los coches que tiene dentro de una caja donde hay otros muchos juguetes. Tendrá que aplicar principios como la abstracción, la irrelevancia de orden… así como estrategias de conteo que le permitan sortear dificultades propias que lleva implícitas. Para conseguirlo deberá utilizar el razonamiento como instrumento que dé coherencia no solo al problema que está realizando en ese momento, sino también, en futuros problemas similares, al que por transferencia, deberá aplicar estrategias y razonamientos que resultan aplicables.

Asimismo, el razonamiento permite dar valor a los números, lo que facilitará el otorgar coherencia y lógica a datos numéricos, resultados de operaciones sencillas… Si le pedimos a los niños que nos digan si prefieren tres juguetes o siete, en caso de tener la capacidad de poder comparar los números y determinar cuál es el más grande, su respuesta debería ser siete. No obstante, lo que debemos buscar es la respuesta razonada, que por sencilla que nos parezca a los adultos, no lo es tanto para los niños de tan corta edad. Esa respuesta razonada que buscamos es del tipo: “siete porque hay más”, “siete porque es más grande”, “porque me lo pasaré mejor”…

Así, vemos cómo el razonamiento aporta un valor cualitativo al número que contribuye de manera muy importante a la construcción de la línea numérica mental, cuestión ya vista con mayor profundidad en el apartado 1.3.7.6. página 109.

En lo que respecta al comienzo de la construcción de los aprendizajes numéricos, los niños la inician a partir de patrones y relaciones que van buscando y probando con el fin de desarrollar estrategias de razonamiento numérico. De este modo, por ejemplo, se van dando cuenta que sumar “uno” a un número que están verbalizando en una cadena numérica es lo mismo que decir el siguiente, Castro y Escorial (2007).

Por último concluir que el razonamiento se desarrolla a través de diferentes habilidades como las deducciones, las relaciones de causa efecto, la formulación de hipótesis, y las inferencias, entre otras.

1.3.7.7 Estimación.

Dehaene (1997 b), afirma que el poder acceder a la magnitud de un número, es decir, asignarle un valor, nos permite compararlos, siendo este un mecanismo cognitivo distinto al que utilizamos cuando realizamos determinadas operaciones aritméticas o cuando leemos o escribimos los números por ejemplo.

A partir de experimentos conductuales y técnicas de imagen cerebral, Dehaene, Spelke, Pinel, Stanescu, y Tsivkin (1999), mostraron que mientras algunas operaciones aritméticas son codificadas y memorizadas a partir del lenguaje, las estimaciones o aproximaciones numéricas son independientes de este ya que se localizaron dos estructuras neurológicas distintas según se realizasen tareas aproximativas o exactas.

Ante sumas o restas sencillas (también ocurre lo mismo con las tablas de multiplicar), recuperamos sus resultados de la memoria mediante el lenguaje a partir de circuitos neurales situados en la región inferior izquierda del lóbulo frontal. Dichos circuitos están especializados en la asociación de palabra y en la recuperación de material verbal que tenemos memorizado. Así pues, recuperamos una información exacta para la que no es necesario ni pensar ni realizar ningún tipo de cálculo o estimación, de modo que no existe apreciación de cantidad.

Sin embargo y al contrario de esa recuperación simplemente memorística, cuando determinamos a partir de dos números cuál está más próximo a un tercero, sí damos un valor cualitativo a dichos números poniendo en relación unos con otros. El "efecto distancia" visto en el apartado 1.3.5. página 75, pone de manifiesto la existencia de un mecanismo que permite realizar dichas estimaciones o aproximaciones.

Según Dehaene et al. (1999), la ubicación de dicho mecanismo podría encontrarse en los lóbulos parietales izquierdo y derecho. En concreto, a la izquierda y derecha del surco intraparietal, extendiéndose lateralmente a la parte inferior del lóbulo parietal y anteriormente al surco poscentral.

Estas regiones cerebrales están muy implicadas en tareas visoespaciales lo que apunta a que las aproximaciones utilizan una representación cuantitativa insertada en las redes visoespaciales de los lóbulos parietales. Esta circunstancia nos lleva a pensar que el modo en que representamos los números está íntimamente relacionado con nuestra representación espacial.

La llamada "línea numérica mental", comentada en el apartado 1.3.4. página 71, es un ejemplo de cómo situamos sobre ella los números dotándolos de valor y significado.

Así pues y a pesar de que la mayor parte de la matemática se encuentra ubicada en el lóbulo parietal izquierdo, también el derecho forma parte de un circuito neurológico que contribuye al procesamiento numérico.

Esta contribución es de suma importancia si tenemos en cuenta que a los números hay que asignarles un valor, han de tener sentido en sí mismos o respecto a otros y esto se consigue gracias al mecanismo que facilita las estimaciones o aproximaciones a los valores reales o exactos.

De este modo, algunos cuantificadores como (más / menos, muchos / pocos, algo / nada) pueden surgir de ese mismo mecanismo que nos permite asignar un valor aproximado a un conjunto de elementos o a un número en sí mismo. Ello nos lleva a la conclusión de que los cuantificadores también están relacionados con el manejo del número pues nos dan una aproximación a su valor, nos ponen en el camino adecuado para determinarlo de una manera más precisa.

Hemos visto que disponemos de un "sentido cuantitativo" que aun mostrándose algo inexacto resulta indispensable para la manipulación interna de cantidades, por lo que los ejercicios destinados a realizar estimaciones son muy apropiados para favorecer el desarrollo de este sentido. Con las regletas podemos hacer actividades de este tipo, muy relacionadas con el concepto de número. Un ejemplo sería el de introducir tres regletas distintas (2, 5 y 7) dentro de una bolsa, cogidas por un niño de una escalera realizada con las regletas del 1 al 10. A continuación le decimos que extraiga la que se corresponde con el número… También podemos hacer otras estimaciones respecto a medidas de longitud (cuántos pasos creen que mide una habitación, cuántos palmos una mesa…), estimar qué temperatura hace cada día, o qué número está más cerca de otro.

1.3.7.8 Automatización.

A lo largo de los apartados anteriores hemos podido observar como la automatización está presente en muchos de ellos por la importancia y repercusión que tiene. De este modo, en el punto 1.3.2. que trata sobre las redes de memoria, ya se apuntó cómo la práctica intensiva, en definitiva las repeticiones, posibilitaban que las representaciones frontales de las acciones se reacomodaran en estructuras motoras inferiores con el fin de que acaben siendo automatizadas.

De igual modo, hemos visto la relación que existe entre la consciencia y la automatización. Fuster (1997), afirma, tal y como se apunta en el apartado 6, página 283, que nuestra memoria a largo plazo puede ser activada tanto de forma consciente como inconsciente. Ello genera ventajas como la realización de tareas más allá de la consciencia, lo que permite ejecutar más de una a la vez así como ser más eficientes. No obstante la automatización también puede tener inconvenientes como la realización de actividades mecánicas alejadas de una buena comprensión.

Otro aspecto asimismo importante, ya comentado de igual modo, es el de la gestión de los recursos atencionales (punto 1.3.7.2). Los distintos tipos de Redes Atencionales: *posterior o de orientación, de vigilancia y/o alerta,* así como la *anterior o de control ejecutivo,* tienden a gestionar sus recursos de modo que la selección de determinados estímulos se realiza en función de la dificultad, peligro… tendiendo a la automatización cuando ciertas tareas o actividades suelen repetirse con frecuencia.

En general, encontramos de manera constante como la automatización permite la liberación de la memoria operativa, lo que repercute de manera directa en los nuevos aprendizajes. Otra consideración importante es que automatizamos procedimientos, entendidos estos, como un conjunto ordenado de acciones, físicas y/o mentales, que posibilitan la ejecución de una tarea. Automatizar es realizar dichos procedimientos con un bajo o nulo grado de consciencia, llevándose a cabo además, de modo más eficiente. Cuando estamos aprendiendo a conducir tenemos una mala coordinación de nuestras acciones: apretar el embrague a la vez que cambiamos la marcha, mirar el tráfico de frente, a través de los retrovisores, controlar velocidad, distancias… todo ha de estar pensado de modo consciente y cualquier distractor, como mantener una conversación, nos molesta mucho. Esta tendencia a la automatización de los procesos está también muy presente en las matemáticas. Un ejemplo claro es el del conteo. Cuando lo realizamos hemos de coordinar movimientos oculares, de la cabeza, gestos de la mano… con las palabras número que vamos mencionando y que siguen un determinado orden, a la vez que procuramos enumerarlos todos y además no repetirlos. Pero, ¿cuáles son los mecanismos que permiten la automatización?

Incidiendo en las bases que la posibilitan, hemos de volver a cuestiones relativas a la memoria. Fuster (1997), afirma que tenemos constancia que los esquemas de acciones que se encuentran secuenciadas hacia la consecución de un objetivo quedan representados en las áreas corticales prefrontales. Así pues, las áreas frontales se organizan de forma jerárquica albergando a su vez una red jerárquica de memorias motoras. Por otro lado es de destacar que tanto las memorias como las habilidades motoras, que forman la memoria procedimental, se almacenan, al menos en los primeros aprendizajes, en las redes prefrontales y premotoras. En lo que respecta a la automatización, en el momento aprendemos una secuencia motora hasta que conseguimos hacerla automática, la representación mental de ésta queda en estructuras inferiores, aunque otras tareas siguen subordinadas a la corteza frontal.

Se han realizado experimentos en monos que luego han quedado corroboradas en gran parte en humanos, en los que se evidencia cómo lesiones prefrontales generan problemas en el aprendizaje de tareas en las que la secuencia de unas determinadas acciones es necesaria. Este tipo de lesiones genera lentitud en el aprendizaje de “tareas con demora”. Con la reiteración de determinadas prácticas las representaciones de las acciones se reacomodan en otras estructuras motoras de niveles inferiores. Lesiones producidas en las áreas frontales provocan en el ser humano incapacidad para hacer secuencias de movimientos complicados de forma voluntaria**.**

Por lo general gran parte de la actividad matemática en los niños pequeños, en lo que respecta al número, requiere de procesos en los que de un modo u otro interviene algún tipo de actividad física. Al leer números realizamos desplazamientos oculares llamados “movimientos sacádicos”, al escribirlos movemos la mano, al contar señalamos los objetos con la vista, dedos… generando algún tipo de movimiento que además ha de estar coordinado con la secuencia numérica y tener presentes principios del concepto de número como el de correspondencia uno es a uno, irrelevancia de orden, abstracción… No obstante, no solo se automatizan procesos que conllevan algún tipo de actividad física, también hay procedimientos cognitivos complejos como la observación que requieren una serie de pasos ordenados y cuyo fin es la integración de la información, (estos serían entre otros la atención, percepción, comparación con nuestros conocimientos previos...). Asimismo, un ejemplo presente en el número, es el caso de atribuirle un determinado valor en función del contexto y persona que lo utiliza. Se trata de un procedimiento cognitivo porque entra en funcionamiento un conjunto de actividades mentales secuenciadas: escuchar o leer el número, situarlo en un determinado contexto y ponerlo en relación con la denominada “línea numérica mental” que es la responsable de atribuirle valor.

Por otro lado, existe en nuestro cerebro una estructura profunda del lóbulo temporal llamada hipocampo que realiza una función crucial en la construcción de redes de memoria en la corteza asociativa. Está comprobado que aquellos pacientes que tienen lesiones en el hipocampo presentan graves dificultades para desarrollar nuevas memorias y afianzar aquellas que ya se poseen. Las conexiones entre el hipocampo y las áreas neocorticales de asociación son determinantes en dichos procesos de construcción de redes de memoria. Lo que por desgracia no se sabe a día de hoy son los mecanismos que los facilitan. No obstante hay que decir que pese a ser desconocidos son críticos para la consolidación de la memoria cortical así como para convertir la memoria a corto plazo en memoria a largo plazo, Fuster (1997).

Esta conversión es el punto de inicio de la automatización, pues nuestro cerebro grabará en su memoria a largo plazo aquella información que le resulte útil para adaptarse al medio. Si dicha información es una actividad que tiene cierta complejidad y que conlleva un proceso, suele utilizar grandes cantidades de recursos cognitivos, lo que, como ya hemos comentado, suele saturar la memoria de trabajo. De igual modo, si se repite es porque resulta importante por lo que automatizarla tiene enormes ventajas. Así pues, el siguiente paso será la repetición como medio para automatizarla a la par que se "afina" la precisión y menor grado de consciencia con la que es llevada a cabo. Conducimos y contamos elementos de manera prácticamente automática.

Otros estudios realizados a partir del análisis de estímulos visuales, Logothetis (2000), apuntan al hecho de que muchas neuronas presentes en los distintos niveles corticales, responden con la selectividad que les es innata a determinados estímulos visuales estando dormidos o incluso totalmente anestesiados pero con los ojos abiertos. Ello nos lleva a una afirmación sobre la que no cabe duda alguna y es que no somos totalmente conscientes de nuestra actividad nerviosa. Así pues, todo aquel proceso susceptible de ser automatizado será manejado básicamente de forma inconsciente. No es sino una consecuencia adaptativa y evolutiva que libera la mente consciente dejando espacio para otros menesteres. Esa automatización no se genera rápidamente, necesita tiempo para realizar las conexiones neuronales pertinentes. Así observamos como a veces tenemos la sensación que, así, de pronto, ya comprendemos algo a lo que le habíamos estado dándole vueltas en la cabeza y que no entendíamos. También es curioso el hecho de resolver algún problema mientras dormimos, de forma que al despertar, ya tenemos la solución a algo que habíamos intentado resolver de forma consciente y no lo habíamos conseguido.

Todas las consideraciones anteriores tienen importantes repercusiones a nivel educativo. De este modo, si son tenidas en cuenta mejoraremos los procesos de enseñanza-aprendizaje, siendo especialmente relevantes en aprendizajes complejos y muy abstractos como es el caso del número.

Una de ellas es la *práctica intensa*, o lo que es lo mismo, *la repetición.* Solo a través de ésta conseguiremos automatizar procesos como el conteo de elementos por ejemplo. Es frecuente ver, sobre a todo en niños pequeños, que aprenden algo y en muy poco tiempo lo tienen olvidado, les cuesta grabar y consolidar la información y los procedimientos. De igual modo, tener dificultades en esta capacidad para automatizar los procesos es una característica prácticamente común en los niños con necesidades educativas especiales. Así pues, es obvio que, o bien aún no tienen bien desarrollado o les falla ese mecanismo (que la neurología es conocedora de su existencia pero que todavía no sabe muy bien cómo funciona), que graba y que lleva a la automatización, especialmente en lo que se refiere a los procedimientos. Hay que puntualizar además, que incluso los adultos necesitamos de muchas repeticiones para integrar bien un aprendizaje. El tiempo necesario para lograrlo dependerá de multitud de variables: conocimientos previos, interés, inteligencia… y constancia.

En el caso de las matemáticas, del número en concreto, por tratarse de algo muy abstracto, necesita mucha repetición. Los docentes no hemos de desesperar porque hayamos de volver a repetir esos aprendizajes. El mejor modo de llevar a cabo repeticiones sin que les resulte aburrido a los niños es cambiar la actividad, esto es, si por ejemplo tenemos por objetivo trabajar el principio de “irrelevancia de orden”, podemos recurrir a la actividad “¡A fijarse!”, anexo I, página 469. Otro día, persiguiendo ese mismo objetivo, cambiaremos a otra actividad como “Tengo un plan”, también en anexo I, página 470, sin menoscabo de que una actividad realizada vuelva a ser utilizada. Otra ventaja de este recurso es que los niños han de aprender una misma cosa de diferentes modos, así cada uno de ellos, dentro de las diferencias individuales en lo que se refiere a las redes de memoria, aprovechará aquellos recursos cognitivos que en sus mentes sean más potentes, a la vez que se estimulan multitud de conexiones entre dichas redes. Desde la pedagogía, más allá de explicaciones neurológicas, sabemos que aprender algo de distintos modos presenta multitud de ventajas como la seguridad de lo aprendido, conexión con otros saberes, con otros procedimientos, facilidad de transferencia, mayor capacidad de aplicarlo en situaciones prácticas…

Siguiendo con las repeticiones, aun cuando creamos que los niños ya tienen un aprendizaje consolidado, hemos de refrescarlos de vez en cuando, pues de forma especial los más pequeños tienen facilidad para perderlos, favoreciendo el recuerdo a largo plazo.

Otro gran recurso para generar repeticiones, incluso sin cambiar ni de objetivo ni de actividad, es el juego. Son muchos los que se plantean desde la metodología Neurológico-Principios, anexo I, página 455. Jugar es una actividad innata en los niños y por tanto un recurso que hemos de saber aprovechar. Entre sus principales ventajas se encuentra el que se realizan las tareas con mayor interés, lo que eleva el grado de atención, facilitando de este modo el aprendizaje. De igual modo, se incrementan las repeticiones convirtiéndolo en un recurso de primer orden en lo que se refiere a la automatización de procesos.

No obstante la práctica intensa, la repetición, puede quedar incompleta si realiza de un modo mecánico, sin comprensión. Así pues, otra consecuencia educativa que no ha de perder de vista la automatización, es que no puede quedar desligada de la comprensión.

El que la práctica intensiva no asegure que aprendamos con la profundidad y solidez necesaria qué estamos haciendo cuando repetimos una actividad matemática, no hace sino corroborar la importancia de la conexión de distintas áreas neuronales, de modo que una parte de dicha actividad que tiene ciertas tareas mecánicas y que son gestionadas por diferentes redes motoras, sensoriales y multisensoriales, no queden desligadas de otros aspectos de corte comprensivo. Así pues, un niño que cuenta los elementos de un conjunto, además de coordinar los movimientos oculares, de la mano, de la verbalización de la serie numérica, ha de saber, entre otras cosas, que cada vez que menciona una palabra-número el cardinal es mayor.

En el apartado 6, página 283, que trata la consciencia, se comenta que la escuela tradicional ha tenido en cuenta las repeticiones como recurso que facilita el aprendizaje, si bien se han descuidado los aspectos comprensivos. En el punto 5 que aborda las dos principales metodologías de la enseñanza de las matemáticas presentes en nuestras aulas, se detalla cuáles son sus principales características. La primera de ellas denominada Monumentalista, es la que conocemos como tradicional y a la que nos referíamos cuando afirmábamos que trata la repetición de modo mecánico. Otras como la funcionalista, conscientes de la importancia de la comprensión para que los aprendizajes sean significativos, útiles, han incidido tanto en estos aspectos que han olvidado, o al menos en parte, que sin repetición tampoco se produce un aprendizaje sólido. De este modo, la complementariedad entre comprensión y repetición no solo es adecuada, además, resulta ser una comunión imprescindible, siendo una cuestión muy tenida en cuenta en la metodología Neurológico-Principios. Dicha comunión entre automatización y comprensión, que es aplicable a cualquier aprendizaje realizado por adultos, se hace especialmente relevante en circunstancias tales como que: se trate de niños pequeños, niños con necesidades educativas especiales, o que dicho aprendizaje, parta de cero, es decir, cuando se aprende algo respecto a lo cual no hay apenas conocimientos previos.

Siguiendo con las consecuencias educativas que tiene la automatización respecto al aprendizaje del número, la liberación de la memoria operativa, tiene una repercusión especialmente evidente cuando además de utilizar números, procedimientos de conteo de elementos… necesitamos razonar a la vez. Así pues, la automatización ha de estar presente entre nuestros objetivos como docentes, consiguiendo que los niños hagan determinadas tareas sin necesidad de pensar de modo consciente. Ello dará facilitará que otros recursos cognitivos puedan ser dedicados a otras necesidades, Baddeley (1999).

1.4 El desarrollo numérico en bebés y edades tempranas.

Son numerosas las investigaciones que apuntan al hecho de que las capacidades numéricas se encuentran presentes en el ser humano desde el mismo momento en que nacemos. Es más, dichas capacidades no son exclusivas de nuestra especie, otras como palomos, chimpancés… también las poseen, Bermejo (2010).

Estudios clásicos como el de Starkey y Cooper (1980) apuntaron cómo bebés de poco más de cinco meses son sensibles al número, demostrándolo a partir de habituaciones con repeticiones de conjuntos de hasta tres puntos, produciéndose deshabituación al presentar otras cantidades.

No obstante dichas sensibilidades en estos albores matemáticos no significan que haya comprensión alguna de hechos matemáticos, solo indica la predisposición con la que nacemos y que, dada su complejidad, requerirá de un largo proceso. Dicho proceso deberá ser guiado, ya que más allá de lo básico, no seríamos capaces de comprenderlo y por tanto utilizarlo de manera práctica. Así pues, podemos distinguir entre dos partes en la adquisición de la matemática, una innata, con la que nacemos y que es muy limitada, y otra aprendida, transmitida de manera cultural en función de las necesidades de cada contexto, de cada sociedad.

En esta línea, Starkey y Cooper (1980), afirman que el hecho de que los bebés ya distingan entre conjuntos de dos o tres elementos no significa que comprendan las relaciones matemáticas intrínsecas a ellos. La progresión seguirá, por ejemplo, con discriminaciones entre tres y cuatro elementos a partir de los diez meses de vida. Otros logros serán el que sobre los 14 meses podrán determinar si un conjunto es mayor que otro, Bermejo (2010), lo que conlleva representar y operar mentalmente con entidades numéricas, circunstancia mucho más temprana de las tesis de Piaget.

Las investigaciones con niños tan pequeños son interesantes desde el punto de vista de que a estas edades no pueden apoyarse en conocimientos de tipo conceptual, teniendo que recurrir a procesos perceptivos como la subitización. En este sentido, un trabajo muy conocido llevado a cabo por Binet con su hija, Pérez (1995), mostró cómo esta era capaz de comparar conjuntos de 17 o 18 unidades, sin todavía saber contar, determinando cuál era el mayor de ellos utilizando fichas del mismo tamaño.

Seguidamente repitió el experimento pero utilizando tamaños distintos, lo que propició el error de la niña. Al intentar que su hija comprendiera el concepto de más o de menos se dio cuenta que no le resultaba comprensible. Solo lo consiguió cuando en la explicación utilizó conjuntos de 3 y 4 elementos. Así pues, llegó a la conclusión de que tanto los animales como los niños pequeños perciben el número, quedando reservado el conteo para niños de más edad y adultos.

El desarrollo de estas capacidades perceptivas son la base de metodologías como las de Doman y Doman (1995), quienes emplean representaciones no verbales mediante tarjetas con un determinado número de elementos. Estas son mostradas a los bebés durante un breve periodo de tiempo (un segundo) a la vez que el adulto verbaliza la cantidad. Al principio se muestran cantidades que oscilan entre uno y cinco y se hace una vez al día alejado de todo tipo de distractores.

A continuación se hace lo mismo pero tres veces al día. Según los autores se trata de enseñar matemáticas a los bebés, empleando estas mismas estrategias más adelante a los niños para sumar, restar, multiplicar…

También podemos encontrar programas informáticos dirigidos a desarrollar estos potenciales perceptivos.

No obstante, desde nuestra investigación, no encontramos necesario desarrollar en tal medida dichas habilidades. Ello no resta importancia a la estimación como proceso que nos aproxima de manera cualitativa a cantidades puesto que resulta importante para percatarse de la lógica y coherencia de los resultados en las operaciones aritméticas y en la resolución de problemas.

Así pues, un exagerado desarrollo de ciertas habilidades perceptivas no mejorarán, ni el conteo de manera específica, ni la adquisición y dominio del concepto de número de manera general.

Por su parte la competencia aritmética también tiene unos inicios tempranos Bermejo (2010), puesto que antes de los dos años los niños ya comprenden las transformaciones que se producen en conjuntos sencillos (hasta dos elementos).

De este modo, saben que si añadimos otro elemento habrá “más” y que al contrario, si quitamos, implica el que el conjunto sea más pequeño. Sobre los dos años y medio ya serán capaces de resolverlo en situaciones de tres elementos.

En cuestiones referentes a la cardinalidad, autores como Starkey y Cooper (1995), afirman que un primer momento es la subitización la que permite la adquisición de los primeros cardinales. Por otro lado y refiriéndonos al conteo, encontramos dos grandes posturas Bermejo (2010): que afirman que el conteo se adquiere a partir de la memorización de los primeros ordinales, la imitación y la práctica (teoría de las habilidades primero) y otros que postulan la existencia de unos principios innatos (teoría de los principios primero), con Gelman y Gallistel (1978), a la cabeza y que fueron tratados en el apartado 1.2.2. Frente a estas dos aparece una tercera que afirma que todo lo anterior, está en interacción y funcionamiento paralelo durante los primeros años de vida.

Por nuestra parte creemos que esta última postura es la más lógica, ya que como se está viendo a lo largo de todo el desarrollo teórico, son muchos los recursos y procesos a los que recurre el cerebro para manipular entidades numéricas.

De igual modo consideramos que las habilidades matemáticas pueden ser estimuladas desde edades muy tempranas tal y como defiende Secadas (2004), al afirmar que la inteligencia, se va desarrollando fruto de un proceso que organiza los estímulos para hacerlos comprensibles, transformándose en competencias y destrezas instrumentales que a su vez se convierten en inteligencia, "nos hacemos inteligentes". Este mismo autor también incide en la importancia que tiene el juego en los niños como medio que provoque dichos aprendizajes, haciéndolo además, en los períodos críticos de determinados procesos.

Otra cuestión que apunta Secadas y que interesa en gran medida a nuestra investigación, es el momento en que se deben enseñar determinadas habilidades, aprendizajes.

En este sentido apunta a la importancia de conocer el funcionamiento de nuestra inteligencia para establecer una secuencia pedagógica en función de la génesis y desarrollo de ciertas habilidades, de su sucesión, así como de sus interconexiones.

Si se tiene en cuenta un criterio de éxito estadístico, nos encontraríamos con que el maestro enseñaría determinadas habilidades, destrezas, contenidos, en el semestre en el que se consigue la mayor frecuencia de aciertos, trabajando aparte y reforzando aquellos niños que no lo hayan conseguido. Incluso hay una postura más cómoda para el profesorado: aquella que espera enseñar algo más allá de la media habitual de aprendizaje.

La cuestión es que, provocar, "tirar del desarrollo" como defendía Vigotsky, frente a posturas con estadios a los que hay que esperar para enseñar (Piaget), tiene la ventaja de provocar un desarrollo cognitivo de mayor calado debido a la plasticidad del cerebro en edades tempranas, Geary (1993). No obstante, la cuestión es cómo conseguirlo. En la presente investigación apostamos por respetar la biopsicología de nuestro cerebro apoyándonos de forma especial en el juego, estimulando áreas del cerebro para que se desarrollen de manera temprana, para provocar su interconexión. "… las capacidades de hoy se sustentan en las habilidades de ayer." Secadas (2004).

1.5 Logros numéricos en Educación Infantil.

Tal y como se ha visto en el apartado anterior nacemos con unas determinadas capacidades matemáticas. Sobre ellas se sustenta el aprendizaje de otras más complejas, dependiendo tal complejidad de las necesidades de cada contexto, de cada sociedad. Sobre este sustrato biológico, las matemáticas se desarrollarán en función de ciertas variables que inciden de manera notable en su desarrollo.

Así pues, se ha constatado que los niños asiáticos adquieren antes el concepto de número que los occidentales. Por tener unas referencias de partida para contrastar los logros obtenidos por unos y otros recurriremos a Lemaire, Duverne y Yagoubi (2002), de modo que situemos de forma generalizada, más habitual, hasta dónde son capaces de llegar los niños de infantil en determinados saberes y habilidades en relación al número. Todo ello con las debidas precauciones, pues se ha de tener en cuenta las diferencias individuales, las distintas metodologías aplicadas por los docentes o los ambientes familiares entre otros. En lo que respecta a los niños occidentales:

Niños de 3 a 4 años. Verbalizan la serie numérica por debajo del número 8. Saben contar hasta cuatro elementos. Ya son capaces de utilizar de modo correcto cuantificadores como *pocos, muchos, nada…* Comparan colecciones de objetos de cantidades pequeñas (inferiores a 8), utilizando distintas estrategias como la estimación o el emparejamiento. Construyen colecciones mayores o menores a otra dada y pueden verificar una comparación de distintos modos.

Niños de 4 a 5 años. Verbalizan la serie numérica hasta el 12 más o menos. Cuentan hasta 10 elementos. Reconocen representaciones numéricas, leyendo y escribiendo hasta el número 5. Ya saben aplicar los principios del conteo de Gelman y Gallistel. Han consolidado los cuantificadores mencionados con anterioridad, más sencillos, añadiendo otros más complejos como: *más que, menos que, tanto como…* Reconocen situaciones aditivas y resuelven problemas en los que se produce un aumento o disminución de cantidades. Comparan colecciones compuestas por más de 10 objetos por medio de diversas estrategias. Construyen colecciones de modo que una de ellas tenga cierto número de elementos, más o menos, respecto a la otra. Son capaces de verificar modificaciones, comparaciones… de conjuntos de diversos modos.

Niños de 5 a 6 años. Verbalizan la serie numérica hasta el 30 aproximadamente, también pueden hacerlo si se les marca un límite superior, así como hacerlo en orden inverso. Cuentan hasta 15 elementos aplicando con soltura los principios de Gelman y Gallistel. Leen y escriben los números hasta el 9. Utilizan con seguridad los cuantificadores siendo más conscientes de su presencia en la vida real y en la resolución de problemas. Reconocen situaciones aditivas y resuelven problemas en los que se produce un aumento o disminución de cantidades, primando el sobreconteo sobre el conteo. Comparan colecciones compuestas por más de 10 objetos, por medio de diversas estrategias, en situaciones experienciales o abstractas. Además de lo conseguido en la franja de edad anterior en lo que respecta a la construcción de colecciones de modo que una de ellas tenga, cierto número de elementos más o menos, a la otra, y el ser capaces de verificar modificaciones, comparaciones… de conjuntos de diversos modos, se añade la capacidad de explicar el procedimiento que han aplicado.

Por su parte, los niños asiáticos, comienzan al igual que los occidentales, con el aprendizaje de la secuencia numérica aunque las diferencias lingüísticas pondrán pronto en evidencia su influencia en la adquisición y comprensión del sistema numérico que ambos empleamos.

Sobre los tres años, apenas se aprecian diferencias entre los niños chinos y los estadounidenses (lo mismo sucede con los europeos) en su capacidad para verbalizar el máximo posible de la serie numérica. A partir de los cuatro, y mucho más entre los cinco y los seis, la brecha abierta entre ambas culturas es amplia y no solo afecta a la mera pronunciación de los primeros numerales.

La explicación radica en varias cuestiones. La primera de ellas es que el aprendizaje de la serie numérica viene condicionada por el lenguaje utilizado, siendo este muy coherente en la construcción de la base 10, tanto en el caso de los chinos como en el de los coreanos. En ambos se aplica una combinatoria lógica, de modo que el número once, para ellos es el “diez y uno” y así sucesivamente Fayol (2005). En nuestro caso esa combinatoria se muestra transparente al llegar al “dieciséis”, mientras que en el catalán no se produce hasta llegar al veintiuno “vint-i-u”.

Una segunda razón es que las palabras-número utilizadas son más cortas en el mundo oriental. Si los niños norteamericanos de cuatro años verbalizan la serie numérica hasta apenas el quince, los orientales de esta edad lo hacen casi hasta el cincuenta. Así pues, a la facilidad y transparencia en la construcción de la serie numérica hay que añadir la velocidad en que se recita la serie numérica, facilitando la retención de mayor cantidad de numerales en la memoria de trabajo, cuestión que afecta, además, a las capacidades relacionadas con las operaciones aritméticas básicas y al cálculo mental, quedando libre mayor cantidad de memoria operativa para tales lides. Así pues, observamos como el lenguaje influye de modo directo en la capacidad para manipular mentalmente los números, las cantidades, los datos propios de un problema...

Por su parte, las tareas derivadas de la lectura y escritura de los números también quedan afectadas, tal y como indica Fayol (2005). La explicación se asienta sobre todo en la primera de las razones apuntadas con anterioridad, esto es, la claridad con que se manifiesta el lenguaje en la combinatoria de los números, facilita su adquisición, cuestión que es de vital importancia en la lectura y escritura de los números. Si bien hay que apostillar que ello no lleva implícito el que los niños entiendan el valor posicional de las cifras o que asignen el valor correcto a un número desde la denominada línea numérica mental. Ambas cuestiones serán abordadas más adelante.

No obstante hay otros muchos condicionantes que pueden influir en las diferencias existentes en la adquisición de la serie numérica, entre las que podemos destacar el trato social que en cada contexto se otorga a los números, a las matemáticas, gozando de muy buena "reputación" en oriente, frente a una sociedad occidental que de modo mayoritario las detesta. Otro factor podría ser el de la "disciplina", ya que su aprendizaje requiere de muchas repeticiones, comprensión, esfuerzo… Y por último: la metodología, puesto que verbalizar la serie numérica requiere en parte de memoria y en parte de comprensión. Para acceder a esta última cuestión podemos apoyarnos en el lenguaje debido a su gran transparencia combinatoria (como es el caso de los chinos o coreanos) o recurrir a otras estrategias que nos ayuden a entender cómo funciona nuestra sistema numérico. Dicha cuestión es fundamental en la presente investigación y será abordada más adelante en profundidad.

Llegados a este punto vamos a comentar, aunque solo sea de manera aproximativa, cuáles son los logros más habituales de los niños de nuestro país al finalizar la educación infantil (alrededor de los seis años), en los aspectos tratados anteriormente. Suelen verbalizar la serie numérica hasta el 30, también leen hasta este número aunque con grandes dificultades en la franja situada entre el 15 y el 19. Escriben al dictado del 1 al 10. Hay una absoluta ausencia de actividades dirigidas a comprender la base 10 y por el contrario, una gran preocupación por la calidad de las grafías.

Ello es debido al modo en que se enseña el número, con una gran presencia de actividades funcionalistas. Estas utilizan como vehículo de enseñanza actividades prácticas y cotidianas como el calendario, la escritura de la fecha y el conteo de los alumnos de la clase, fundamentalmente. Por otro lado, se abusa de la enseñanza a partir de actividades de lápiz y papel, tal vez más de corte curricular, monumentalistas, con mucha presencia de actividades grafomotoras. En lo que respecta a la resolución de problemas, la mayor parte están referidos al conteo o a seriaciones no numéricas. En cuanto a las comparaciones suelen ser arbitrarias, fruto de situaciones cotidianas pero careciendo de estructuración y de una progresión coherente.

1.6 El conteo.

Como hemos visto en el apartado 1.2.2, Gelman y Gallistel (1978), postularon la necesidad de que los niños dominen una serie de principios para ser capaces de realizar correctamente el conteo de elementos. Ello permite determinar la cantidad de objetos de un conjunto y razonar sobre transformaciones sencillas de adición y sustracción al añadir o quitar. Según estos, a través del conteo se inicia la construcción del concepto de número.

Se trata de una tarea compleja pues implica el poner en funcionamiento al unísono y de manera coordinada aspectos cognitivos y perceptivo-motores Miranda, Fortes y Gil (1998). El hecho de contar lleva implícito el distinguir los elementos que ya han sido contados de los que no mediante un emparejamiento simbólico, que es de manera habitual la serie numérica oral, así como la puesta en práctica de ciertos procedimientos o estrategias de conteo (también conocido como enumeración), como puede ser tocar, señalar, separar los elementos contados… Todo ello respetando, teniendo en cuenta, unas serie de principios, como los propuestos por Gelman y Gallistel (1978).

El modo en que puede llevarse a cabo la enseñanza del conteo puede ser muy diversa dependiendo en parte de los principios considerados integrantes de aquél así como del modo de ponerlos en práctica con los niños. Fernández (2005), realizó una investigación didáctica sobre la técnica de contar como actividad matemática. En primer lugar determinó cuáles eran los errores más habituales entre los niños de infantil y estableció una serie de fases necesarias para realizar correctamente el conteo. Estas son: canción (verbalización ordenada de la serie numérica pero a modo de cantinela), separación (fragmentación de la cantinela en palabras número independientes y ordenados), correspondencia (relación uno es a uno entre las palabras-número y los elementos contados) y consecuencia (la última palabra número emitida en el conteo es el valor cardinal del conjunto). A partir de ellas estableció actividades para el desarrollo del conteo así como otras dirigidas a la comprensión del número cero, la capacidad para contar elementos en cualquier posición, ordenar, descomponer y la disminución y la complementariedad, entre otros.

Los resultados tanto para tres, cuatro, como para cinco años, apenas muestran diferencias entre los grupos experimental y control al utilizar el conteo para responder a la pregunta "cuántos" (con aproximadamente unos 165 niños en cada uno de los grupos y franja de edad, aplicados en tres cursos diferentes y en distintos centros educativos). Tal vez es por ello por lo que el citado autor se muestra escéptico en cuanto si la técnica del conteo es suficiente para la adquisición del concepto de número. Es más ve como "peligrosamente exclusiva" una didáctica que se apoye habitualmente en el conteo en los inicios de la enseñanza del número.

Así pues y como contrapartida a posiciones que defienden la enseñanza del número a partir del conteo, el mismo autor, Fernández (2008), *plantea la posibilidad de enseñar a razonar sin enseñar a contar.* Para ello elaboró un programa partiendo de los últimos avances neuro-científicos relacionados con la comprensión de los números, teniendo en cuenta sus bases psicológicas, revisando planteamientos pedagógicos, así como los fundamentos matemáticos del concepto de número. Dicho programa consistía en observar a los alumnos en el momento de establecer correspondencias biunívocas entre objetos de dos conjuntos. Para ello tendrían retener las cantidades de elementos sin el conteo, debería de hacerse a partir de su retención en la mente. A partir de esta premisa, y entre otras cosas, se estudió la percepción de la cantidad de elementos de una magnitud, la comparación de elementos de dos conjuntos, la retención intelectual de una cantidad de elementos…

Entre sus conclusiones (separadas en tres, cuatro y cinco años), encontramos el que, por ejemplo, niños de cinco años pudieron retener hasta diez elementos sin contar, algunos expresaron correctamente cantidades mayores que cinco por descomposición (cuatro y cuatro por ejemplo), y distinguieron si una cantidad es mayor, menor o igual que otra.

La investigación se llevó a cabo con tan solo 53 alumnos de edades comprendidas entre 3 y 6 años, por lo que las muestras para cada una de las franjas de edad es muy baja. Por otro lado, nada parece indicar que la aplicación del programa citado anteriormente aporte grandes cosas en la construcción del concepto de número. Más bien parece apoyarse en la subitización como medio de retención de cantidades, intentando que se produzca un cierto razonamiento e intentando evitar el conteo.

Para Chamorro (2008), el procedimiento de conteo necesita de tres grandes cuestiones:

- Enumerar correctamente los elementos de un conjunto. Enumerar significa tener la capacidad para separar o marcar, por ejemplo, los elementos que son contados, con el fin de evitar errores en el conteo.
- Utilizar de manera adecuada la serie numérica.
- Aplicar una palabra-número a cada objeto u elemento contado para establecer una correspondencia biunívoca.

No obstante, el algoritmo necesario para llevar a buen término un conteo es el siguiente:

- Diferenciar dos elementos distintos de un conjunto, bien por su posición o por sus diferencias.
- Reconocer la propiedad característica de un conjunto para poder determinar su pertenencia o no.

- Elegir un elemento y aplicar una palabra-número.
- Guardar esa información transitoriamente en la memoria.
- Saber qué elementos no han sido todavía elegidos y determinar un sucesor.
- Percatarse del momento en que es nombrado el último de los elementos.
- Pronunciar la siguiente palabra número.
- Ser consciente del momento en que termina la actividad de conteo.

Por último, para llegar la cardinación, es necesario que los niños sepan que la última palabra número pronunciada al realizar un conteo es la que le da valor al conjunto, tratándose por tanto, de una palabra especial.

No obstante, para esta autora, la cardinación ha de tratarse, como otros muchos aprendizajes a partir de situaciones fundamentales. Una situación es más que una actividad práctica, se trata de tener en cuenta multitud de factores psicológicos, didácticos, prácticos, de contexto… que permitan al alumno construir de manera comprensiva, con significado, un conocimiento matemático. Por su parte, el término fundamental, hace referencia a la importancia de tal situación en el conjunto de cuestiones a comprender, interiorizar, el citado conocimiento matemático.

El hecho de que el diseño de situaciones fundamentales requiera de un amplio abanico de saberes, ya comentados, derivados de la psicología, pedagogía, didáctica, matemática, así como de la práctica educativa, da idea de la complejidad de tales diseños, si realmente queremos que sean ajustados, que provoquen la comprensión. A la vez ha de hacernos conscientes de su importancia. Facilitar la construcción de conocimientos por medio del diseño de situaciones fundamentes es presentado de forma exquisita por Chamorro bajo el término *Ingeniería Didáctica.*

Veamos un ejemplo de una situación fundamental para la cardinación. Se le plantea al niño un problema en el que ha de desplazarse a la clase de al lado y pedir una hoja para cada uno de los niños de su equipo, ya que se nos han terminado. Solo podrá ir una vez, pedirá permiso a la profesora y las cogerá él mismo. Aunque parezca sencilla, puede resultar compleja, ya que: ha de saber cuántos alumnos hay en su equipo o contarlos, teniendo además en cuenta que puede darse la circunstancia de que ese día falte alguno de ellos. Retener esa cantidad en la mente, desplazarse, tomar tantas hojas como alumnos haya, ha de contarse a sí mismo, volver y repartirlas de modo que todos tengan una.

Por nuestra parte, en la presente investigación, y entendemos que coincidimos con Chamarro, consideramos el conteo como una parte más del concepto de número, sin que aquél sea un único vehículo de enseñanza y construcción de éste.

1.7 Usos del número.

El número puede ser utilizado de diversos modos, cumpliendo por tanto, con varias funciones. Según la naturaleza de éstas toma distintas dimensiones de forma que conlleva unos conocimientos, una comprensión de aquél, diferente, complementaria.

Para Fuson (1988), el número tiene distintos usos. Todos ellos son empleados de manera progresiva por los niños de manera contextualizada, con gran influencia de cada sociedad en su camino hacia la construcción del concepto de número.

Dos de esos primeros usos del número vienen determinados por la necesidad de aprender la serie numérica oral. Estos son la secuencia y el conteo.

Secuencia. Las palabras número son utilizadas en canciones, rimas, trabalenguas. Carecen de significado matemático, solo cumplen con una función lúdica.

Conteo. Se trata de una actividad, también placentera, en el que los niños recitan la serie numérica con el fin de memorizarla. Lo hacen a voluntad propia, espontánea. En este caso las palabras número no son utilizadas para establecer una cantidad de elementos.

También con un carácter marcadamente social encontramos otro uso muy habitual de los números: el simbólico y el no numérico.

Simbólico. En este caso los números representan, de manera simbólica, algún elemento, objeto, servicios… Esto ocurre con los números de teléfono, carné de identidad, del bingo, loterías…

Uso no numérico. El número es utilizado a modo de etiqueta para identificar algo. Es como el número de las camisetas de los futbolistas que carecen de valor numérico y que realmente representan el nombre de estos ya que siempre tienen asignado el mismo.

Por último, y con funciones claramente matemáticas encontramos el valor cardinal, la situación ordinal y la medida.

Valor cardinal. Es decir, a partir del conteo de los elementos de un conjunto se determina el valor final de este. Es evidente que se utiliza con mucha frecuencia tanto por adultos como por los niños. Es generalizada la creencia que los números surgieron a partir de la necesidad de contar elementos.

Situación ordinal. Nos sirve para determinar la posición relativa de un número dentro de la serie numérica respecto a otros. El carácter ordenado de los números nos permite por ejemplo numerar las casas, de este modo cuando queremos encontrar una de ellas nos basta con saber si el número que buscamos es más grande o más pequeño, teniendo que desplazarnos en sentido creciente o decreciente. Cuando la encontramos no significa que su número se corresponda con el de viviendas que hay hasta ese punto.

La medida. En el momento necesitamos cuantificar cantidades continuas como longitudes, capacidad, masa… hemos de recurrir a establecer unidades estables que permitan determinar cuántas de ellas hay en una longitud, volumen…

Así pues, para Fuson, los niños han de aprender por un lado el número en sí mismo y por otro su aplicación a partir de situaciones variadas propias de diferentes contextos y usos.

Creemos que uno de los problemas de la escuela infantil, en lo que respecta a la enseñanza del número, es que no se trabajan de forma equitativa los diferentes usos del número. Se llevan a cabo muchas actividades derivadas del conteo, que buscan memorizar parte de la serie numérica, determinar el cardinal de los conjuntos… así como aquellas otras dirigidas al aprendizaje de las grafías de los números, dedicando gran cantidad de tiempo a la parte escrita. Por otro lado, son pocas las situaciones en las que la ordinalidad permita comparar números, utilizar la medida como medio de aplicación del número en innumerables aplicaciones prácticas o la comprensión del funcionamiento de nuestro sistema numérico, que no siendo un “uso del número”, queda invisible a didácticas que enseñan el concepto de número solo a partir de situaciones prácticas, cotidianas.

Por otro lado, Corbalán (2011), con el objetivo de hacer más patentes las matemáticas que utiliza cada sociedad, que están a nuestro alrededor pero de las cuales no somos conscientes, presenta una serie de situaciones matemáticas agrupadas por temáticas, todas ellas muy prácticas, cercanas, y que son resueltas con unos sencillos conocimientos. Todo ello con la idea de transmitir que si las matemáticas tienen un lugar relevante en los currículos escolares es porque son decisivas en la organización de las sociedades modernas.

El cuadro temático que presenta Corbalán agrupa las actividades a partir de: números, geometría, azar y estadística, problemas, curiosidades y vida cotidiana.

Si bien las actividades que propone van más allá de las capacidades matemáticas de los niños de infantil, su planteamiento es utilizado frecuentemente en las aulas de esta etapa educativa. Esto es debido a que es habitual la enseñanza del número a partir de aquellos que son próximos al niño, significativos, prácticos. A este tipo de actividades se les denomina *funcionalistas*.

1.8 La lógica y su relación con el número.

La evolución del tratamiento de la lógica y el número han pasado por distintas etapas en nuestro país. Antes de los programas renovados, AAVV, (1971), no hay mención explícita a ello.

Con los *programas renovados de 1971,* bajo una gran influencia piagetiana y de las denominadas *matemáticas modernas,* se impuso un tratamiento del número y la lógica a partir de la teoría de conjuntos. En éstos se proponía, para los niños de preescolar, el desarrollo de unas determinadas habilidades prenuméricas consideradas importantes como preparación del concepto de número. Estas son entre otras: la formación de conjuntos, correspondencias, clasificaciones, ordenaciones, seriaciones… tomando la calificación de *aprendizajes lógicos prenuméricos.*

Piaget y Szemisnka (1941), describieron dos capacidades lógicas: la seriación y la clasificación. Según ellos, es necesario que los niños adquieran ambas capacidades de forma paralela y coordinada para dominar el concepto de número.

La *seriación,* según estos dos autores, implica el poder ordenar elementos a partir de sus diferencias lo que comporta una relación asimétrica. Respecto al número, la seriación está adquirida en el momento se domina la serie numérica en el orden correcto, comprendiendo además, que cada número es mayor que los anteriores. Esta seriación numérica es la base de la dimensión ordinal del número. Así, se entiende que cuando los niños llegan al nivel operativo de la seriación comprenden la serie en los dos sentidos: $n+1>n$ y $n < n+1$, (relaciones inversas).

Por su parte, *clasificamos,* en el momento agrupamos objetos, elementos, a partir de la abstracción de sus diferencias, prestando atención a las características comunes. Esta habilidad evoluciona hasta llegar a realizar clasificaciones jerárquicas. En este punto los números son vistos como categorías embebidas y a la vez ordenadas.

Otra característica importante a considerar es el que los niños tenderán a centrarse en un solo aspecto, dada su dificultad innata para tener en cuenta al unísono diferentes características de la realidad.

No obstante, el niño de esta edad, tres a seis años, desarrolla de manera importante su capacidad simbólica lo mejorará notablemente todos los aspectos relacionados con la lógica y el número. Esto viene determinado en gran medida por el lenguaje, la imitación y el juego, tal y como indica la anteriormente citada autora.

Ello permitirá clasificar objetos a partir de agrupaciones sencillas, cuestión de suma importancia en los procesos de conteo y que además requiere de cierto grado de lógica, ya que, el establecimiento de clases, necesita del reconocimiento de aquellas características que determinan los que pertenecen y los que no. Estos procesos conducirán al establecimiento de relaciones de equivalencia y orden, generando a su vez las seriaciones.

De igual modo, los niños tendrán que adquirir la noción de *conservación*, ya que sobre él, se construye todo el conocimiento matemático Piaget (1973). Esta surge fruto del desarrollo e integración de las capacidades de seriar y clasificar. Existe conservación de la cantidad cuando se entiende, apoyándose en la lógica, que un conjunto no es modificado por el simple hecho de cambiar la disposición espacial de sus elementos. Solo lo será si le añadimos o quitamos. Desde la postura piagetiana resulta importante que la conservación ha de partir de criterios lógicos del estilo *"no he puesto ni quitado nada"* y no empíricos como el contar.

Otra cuestión a tener en cuenta, según el citado autor, para poder desligarse de las apariencias es el de la *reversibilidad*. Ésta capacidad permite hacer la misma operación en los dos sentidos. Así pues, los niños han de comprender que la disposición espacial de los elementos objeto de conteo así como el orden en que se cuenten no repercute en el cardinal si no se ha puesto o quitado elementos del conjunto. De este modo se llega a la conclusión de que la conservación forma parte de los aspectos cardinales y ordinales del número.

Como se observa, dicha irreversibilidad impide volver al punto inicial cuando realizan transformaciones a objetos o grupo de objetos. En este tipo de situaciones, serán conscientes del principio y el final, siendo incapaces de representar mentalmente las fases intermedias por las que ha pasado. Ello impide invertir el orden de la secuencia, Cascallana (2002).

Asimismo, a partir de todos los elementos que tiene alrededor, el niño establecerá correspondencias entre conjuntos, relaciones de coordinabilidad, y el concepto de cantidad, siendo éste uno de los más trabajados en la etapa de Educación Infantil.

Como hemos visto anteriormente, los programas renovados que surgieron en España en 1971 estuvieron muy influenciados por la postura piagetiana de manera que se trabajaban los aspectos "prenuméricos" para la posterior construcción del concepto de número: conjuntos, correspondencias, relaciones de pertenencia y de inclusión, clasificaciones, relaciones binarias, cuantificadores lógicos, operaciones lógicas sobre clases, ordenaciones, seriaciones… Todo ello bajo el paraguas de la teoría de conjuntos.

Los posteriores currículos fruto de las diferentes leyes orgánicas que hemos tenido, si bien no explicitan contenidos prematemáticos ni se apoyan directamente en la teoría de conjuntos, sí continúan teniendo una gran influencia de las teorías de Piaget.

En la actualidad existen nuevos planteamientos de cómo abordar la lógica en la educación infantil bajo una visión distinta de los conocimientos prenuméricos.

Estos se abordarán desde actividades lógicas que necesitan de unos determinados niveles de lenguaje, lo que implica, a nivel de matemáticas, un uso preciso de este, así como de dotar de significatividad, de sentido, de comprensión, las actividades que llevemos a cabo, Briand, Loubet y Salin (2004).

Algunas de las propuestas para potenciar el pensamiento lógico son: asignar símbolos a los objetos con el fin de formar listas (colecciones), utilizar éstas como medio para recordar elementos de una colección, o así mismo, para comunicarlos.

Para la realización de colecciones hemos de recurrir a las clasificaciones. Estas se realizan a partir de actividades donde se llevan a cabo tareas de *cualificar* y *cuantificar*.

Cualificamos cuando discriminamos o atribuimos cualidades a los objetos, personas… y cuantificamos en el momento realizamos una medición asignando una determinada cantidad.

Mediante la clasificación organizamos en nuestras mentes el mundo que nos rodea por medio de la capacidad de abstraer ciertas características, propiedades, de todo aquello que vemos, sabemos… organizando una innumerable cantidad de información y dotándola de lógica y sentido.

Esta habilidad natural, presente en los niños desde temprana edad, proporciona las herramientas necesarias para clasificar objetos y su posterior conteo.

En sí mismo, la clasificación es la manera más fácil de agrupar ya que permite la realización de clases a partir de equivalencias cualitativas. Por su parte, para llegar a comprender el concepto de clase los niños necesitan desarrollar ciertas habilidades cognitivas. Dos de ellas son las de realizar abstracciones y generalizaciones. Estas nos permiten centrarnos en determinadas características de los elementos tenidos en cuenta, agrupándolos según interese. Además han de aplicar cuestiones lógicas derivas de la composición, descomposición, asociación o reversibilidad entre otros. Así pues, la construcción de la noción de clase es mucho más compleja que la mera agrupación a partir de aspectos puramente perceptivos.

Otra cuestión a tener en cuenta es que una clasificación será tanto más compleja cuanto más jerarquizada está, es decir, cuando se produce una categorización de clases. Así, al clasificar, organizamos elementos en clases, si además establecemos relaciones entre estas, estamos hablando de categorización.

1.9 Conceptos matemáticos asociados.

Resulta complejo determinar cuando un niño utiliza determinados conceptos matemáticos con plena consciencia de ello ya que desde bien temprano son capaces de repetir palabras-número e incluso de llegar a utilizarlas, sin que realmente sepamos a ciencia cierta cuándo son empleadas de modo acertado y significativo o de manera memorística a modo de "cantinela".

Muchos de los hechos numéricos son enseñados y aprendidos en la escuela, siendo por lo general bastante abstractos, sin embargo gran parte de lo que aprendemos lo hacemos a partir de nuestro entorno más inmediato y que suelen tener por característica el que son más comprensibles y funcionales. A pesar de ello, no podemos nunca olvidar que el gran problema de los conceptos matemáticos es su elevado grado de abstracción por un lado y que tengan que ser aplicados de modo funcional gracias a la generalización por otro. De aquí se desprende una gran conclusión y es que las matemáticas y en particular los hechos numéricos, no pueden ser aprendidos de manera exclusiva a partir del entorno cotidiano, Miranda, Fortes y Gil (1998).

Para la formación de conceptos, sean del tipo que sean, Peraita (1990), señala como teorías más relevantes las siguientes:

Teoría clásica. Considera a los conceptos como representaciones abstractas y universales de aquello que nos rodea, con procesos de abstracción analíticos que tienden a la generalización.

El asociacionismo. Desde él se afirma que los sujetos pueden dar una misma respuesta a problemas con diferentes estímulos.

Bruner y las estrategias. A través de sus investigaciones descubrió que las personas utilizamos distintas estrategias que de manera sistemática utilizamos cuando tratamos de aprender un concepto nuevo. Así pues, no se puede afirmar que la formación de conceptos sea solo el fruto de asociaciones sino también de la puesta en marcha de estrategias, hipótesis y sus respectivas comprobaciones.

Rosch y la formación de conceptos a partir del entorno. Los trabajos de Bruner fueron ampliamente cuestionados por Rosch (1973), ya que las investigaciones habían sido llevadas a cabo en entornos de laboratorio, experimentales y por tanto muy descontextualizados de la realidad, con conceptos muy sencillos, con rasgos fácilmente reconocibles (cuadrado amarillo frente a cuadrado amarillo), cuando los conceptos del entorno contienen muchos más atributos y más difíciles de especificar (cuando contamos solo los coches de una caja de juguetes que además contiene camiones, tractores…)

Carey y las teorías implícitas. Frente al posicionamiento de Rosch (1973), Carey (1985) señala que los niños cuentan con una serie de teorías implícitas o ingenuas que utilizan para construir y dar sentido al mundo que nos rodea, formando a partir de ellas tanto los conceptos como las categorías.

Miranda, Fortes y Gil (1998), resumen estos marcos teóricos en dos para explicar la formación de los conceptos:

La teoría clásica. Los conceptos están perfectamente definidos según los rasgos que tienen y la relación entre estos. Dichos conceptos son pues entidades abstractas y representativas de todo lo que nos rodea.

La teoría probabilística. Desde ella se afirma que tanto los conceptos como las categorías surgen a partir de los prototipos que son los ejemplares más característicos de una categoría. La representante más relevante es Rosch, mostrando la relevancia de encontrar la categoría básica ya que es la que muestra mayor cantidad de información. Desde ella se construyen los conceptos de nivel supraordenado y los de nivel subordinado. Los conceptos del nivel supraordenado muestran un mayor nivel de generalización y abstracción mientras que el nivel subordinado un mayor nivel de detalle.

A nivel de comprensión y formación de los conceptos y su agrupación en categorías Hupp y Mervis (1982), realizaron un estudio en el que demostraron la importancia de mostrar buenos ejemplos en la formación de conceptos en la categoría básica, consiguiendo mejores resultados en la generalización de las categorías supraordenada y subordinada.

Esta cuestión pone de relieve la importancia de ofrecer a los niños muchos y buenos ejemplos en la formación de cualquier tipo de concepto, en nuestro caso matemáticos, en especial de los del nivel básico que es del que parten los niños para la formación de otros más complejos por ser más abstractos.

1.10 El valor posicional de las cifras. El número en base 10.

Es de suma importancia tener en cuenta el valor posicional de nuestro sistema numérico ya que un mismo número tiene asignados valores distintos en función del lugar en que se encuentre. Acabamos de incorporar el concepto de *cifra* en la que no hay asignado un valor al nombre del número que manejamos, y el de *número* en el que ya hay una asignación de cantidad. Así pues el número “12” está compuesto por dos cifras pero tiene un valor único al igual que el número 9 que sólo utiliza una sola cifra o el número 3.000.000.

Desarrollo de la capacidad de codificación. Conocer el nombre de cada cifra no significa que ya se esté en disposición de leer números de varias cifras. Saber que “6” se lee “seis” y “3” se lee “tres” no es suficiente para leer “63” o “36”. Scheuer, Sinclair, Merlo de Rivas y Tièche (2000). Para los modelos semánticos de codificación, ésta implica básicamente dos etapas:

- *Comprensión de la cantidad expresada por un número presentado.*
- *Traducción de esa cantidad en un código de salida.*

De este modo escribir al dictado un número arábigo supone la comprensión del número verbal por un lado y su escritura en el código arábigo por otro. Esto nos lleva a la incertidumbre de saber si las dificultades que presentan algunos niños al codificar se producen en la etapa de comprensión o en la de producción.

En lo que respecta a los problemas derivados de la escritura al dictado de números arábigos Seron y Fayol (1994), llegaron a la conclusión de que mayoritariamente provienen del sistema de producción en el código arábigo, de modo que la falta de comprensión de los números verbales presentados oralmente tiene una incidencia mucho menor.

También Seron, Noël, y Van der Elst (1997), indicaron que había altas correlaciones entre la tarea de codificación y el rendimiento de los niños en actividades de comprensión de los números arábigos y de su producción, llegando incluso a asegurar que las dificultades de lectura de los números arábigos son debidas en gran medida a dificultades en el nivel de la comprensión de aquéllos.

Está claro que la codificación necesita del dominio del código fuente y del código de salida, aunque cabría ahora determinar si las dificultades de codificación se dan por igual. Pues bien, estas dificultades se producen fundamentalmente en la falta de dominio del código arábigo frente a la del código verbal oral, y esto tiene una explicación sencilla y es que el niño incorpora de forma mucho más tardía el código arábigo que el verbal oral.

El número en base diez. Son interesantes las aportaciones que Fuson et al. (1997), hicieron acerca de las distintas concepciones que el niño puede tener respecto a los números de dos cifras. Esas concepciones son cinco aunque matizan que no son etapas de desarrollo ya que no todos pasan por ellas y además no todos siguen un determinado orden:

Concepción unitaria de los números de dos cifras. Cuando los niños comienzan a aprender los números lo hacen evidentemente por los de una cifra, de forma que cuando pasamos a los números de dos, no son conscientes de ello, pues al fin y al cabo se trata de distintos nombres para distintos números. Además nuestro sistema lingüístico favorece esa concepción unitaria de los números pues al cambiar de decena, los números once, doce, trece, catorce y quince no muestran de forma clara un cambio, siendo a partir del dieciséis cuando ya comienza una combinación más transparente.

Concepción decenas-unidades basada en la numeración verbal. Se trata de separar los numerales orales en decenas y unidades, de forma que "treinta y cuatro" puede ser interpretado como "30" más "4" y a la hora de escribirlo lo harían como "304".

Concepción de secuencias de decenas y unidades. En este punto los niños ya son conscientes de que los números se pueden agrupar en familias (decenas) pero todavía no son capaces de extraer la raíz de las palabras para que les dé pistas sobre qué decena se trata. Así pues, la palabra "sesenta" tiene en su raíz la clave para señalar el "6" como la cifra de las decenas pero necesita de la ayuda del adulto para hacerle caer en la cuenta de ello.

Concepción de decenas y unidades separadas. "Treinta" es visto como tres entidades con mayor valor, tres decenas, y no como tres grupos de diez unidades.

Concepción integrada de las secuencias de decenas y unidades separadas. Desde esta concepción el niño ya ve la decena tanto como un grupo de diez unidades como una unidad de entidad superior (una decena).

1.11 La descomposición y composición del número.

Cada número puede descomponerse en otros más pequeños. Implica usar esta característica para realizar operaciones.

Inclusión numérica. Este término hace referencia al hecho de que los números se comportan como conjuntos que se embeben los unos en los otros Piaget y Szeminska (1941). Podemos afirmar que los niños han comprendido que las distintas categorías pueden incluirse unas dentro de otras cuando el son capaces de clasificarlas jerárquicamente.

Respecto a la inclusión, Piaget realizó numerosas pruebas, siendo muchos los autores que han realizado críticas Bideaud (1988), Fayol (1990)…. Observemos que el propio Piaget aportó porcentajes de éxito que variaban sustancialmente de una prueba a otra Piaget e Inhelder (1959).

Dicha inclusión numérica presentada como conjuntos que se embeben nos lleva a razonar sobre la cardinalidad entendida como, *el último elemento expresado señala el valor de aquello que se cuenta y además contiene dentro de sí a los números anteriores*. Así, desde este planteamiento, ¿se puede tomar la inclusión como punto de partida de la descomposición del número? En ella no aparecen posibles repeticiones en la descomposición, en cuántos números se puede descomponer o la propiedad conmutativa; 7 = (4+3; 2+2+2+1; 5+2; 2+5...).. Parece en definitiva que al tratar la descomposición estemos refiriéndonos a otra cosa, Bideaud (1988).

Composición aditiva. Para poder realizarla, previamente, es necesario que los niños hayan construido el principio de inclusión numérica. Esto es debido a que para entender que algo puede descomponerse, en dos o más partes, se debe saber que estas se encuentran dentro del total del conjunto. Asimismo, se ha de comprender que siempre el conjunto es más grande que cualquiera de las partes que lo componen. (5 + 4) = (1 + 8) = (2 + 7) = (3 + 6)... En un primer momento el niño ve el total (9) como algo invariable, constante, con tendencia a dejarse llevar por aspectos perceptivos. Piaget y Szeminska (1941), afirman que *"para los niños pequeños un total numérico de valor 8 no es el resultado de una composición aditiva sino que consiste en un total intuitivo..."* Más tarde los niños se dan cuenta de la equivalencia de los conjuntos a partir de su comprobación. Esta puede realizar a partir de su puesta en relación o bien mediante la numeración. El último paso sería no dejarse confundir por las cuestiones derivadas de la percepción, lo que permitirá elaborar relaciones operativas.

1.12 Cálculo mental.

Entendemos por tal, cualquier operación mental derivada del uso del número que realice un niño sin soportes físicos y que no se apoye en algo memorizado.

Nos encontramos en una cultura educativa que da excesiva presencia a los cálculos escritos, Canals (2008). Por el contrario, son escasas las actividades dirigidas a estimular el cálculo sin apoyos materiales.

Es de destacar el papel que tiene la memoria de trabajo en el cálculo mental, tal y como indican Alsina y Sáiz (2003). Siendo escasa en el caso de los niños pequeños, pero de vital importancia, deberemos desarrollarla de manera progresiva, utilizando el juego como recurso de primer orden.

En el caso de la construcción de la línea numérica mental, se observa como en el desarrollo de las actividades se produce una retirada progresiva de los andamiajes, hasta llegar a una manipulación mental. Su propia denominación ya lo anuncia: “mental”, lo cual da idea de la importancia de llegar a ese punto. Así, cuando realizamos actividades donde a partir de un número cualquiera y sin referencia visual, le decimos a un niño que nos diga el que está dos posiciones más adelante, ya está realizando un cálculo. Otros aspectos derivados de la línea numérica mental son, entre otros, la comparación de números o la inclusividad. En ambas situaciones utilizamos dicha línea numérica para determinar la posición de los números. A partir del lugar que ocupan respecto a otros se determina cuál de ellos es más, grande, pequeño, o si se encuentra uno dentro de otro. Son muchos los ejemplos que parten de dicha línea numérica mental y que podemos encontrar en las actividades del anexo I, página 457.

Esto no solo sucede en actividades relacionadas con la línea numérica. Lo mismo ocurre con otras como las derivadas del valor posicional de las cifras. En este caso, los niños han de realizar transformaciones, composiciones y descomposiciones, que al igual que en el caso anterior, han de finalizar siendo manipuladas de cabeza, sin soportes materiales o escritos.

La descomposición nos ofrece la oportunidad de ver la complementariedad de los números. Así, después de haber trabajado algunas de ellas a partir de materiales manipulativos, incorporaremos una vez más, la actividad mental sin soportes, Canals (2009 a). Desarrollar dicha habilidad facilitará tanto la comprensión como su memorización, aspectos que facilitarán futuros cálculos que requieren del soporte escrito.

De igual modo, en la resolución de problemas encontramos un amplio abanico de posibilidades del desarrollo del cálculo mental. Utilizaremos posiblemente los diferentes tipos de cálculo descritos, con el añadido, de una fuerte carga y relación con la comprensión de textos. Estos serán en su mayor parte orales, si bien, a final de cinco años, también serán incorporados algunos escritos.

Asimismo, nuestro cerebro realiza cálculos de modos muy diferentes. Un ejemplo de ello son las estimaciones, que utilizan estructuras neurológicas distintas a las aritméticas, Dehaene et al. (1999). Realizarlas provoca cálculos aproximativos que dotan de un especial sentido y coherencia a las cantidades y a los números.

Desde la metodología Neurológico-Principios se hace una apuesta clara por el desarrollo de todo tipo de cálculos mentales, de modo que se estimulen a través de una gran diversidad de actividades las redes neuronales implicadas.

1.13 Operaciones aritméticas.

En su nivel más básico implica entender que la serie numérica se va incrementando a partir del “n+1” y disminuye con “n-1”. Asimismo, comporta comprender cómo la suma de distintas descomposiciones de un número nos conducen al valor final de éste, Canals (2009 b). En un nivel de complejidad intermedio supone la realización de sumas y restas sencillas. En un nivel superior supone su uso en la resolución de problemas, Brissiadud (2003).

La idea que tenía Piaget y Szeminska (1941), acerca de los números venía determinado de manera especial por un postulado básico del constructivismo piagetiano que afirma que el sujeto es autor, actor, y constructor del objeto. En su teoría de la construcción del conocimiento afirma que los niños han de elaborar sus ideas y habilidades lógico-matemáticas partiendo del número hasta conceptos numéricos cada vez más complejos así como más operacionales. Todo ello debe apoyarse en la lógica y el razonamiento, produciéndose en determinadas etapas de la vida del niño. Para este autor, sumar y restar no era sinónimo de comprender la adición y la sustracción, cuestión no alcanzable hasta los siete años aproximadamente. De este modo las cuestiones aritméticas no quedarán completas hasta llegar a su fase final.

Si bien otros autores afirman que las habilidades de conteo, que son innatas, llevan implícitas actividades de suma y resta, ya que si a un niño le damos un objeto y más tarde otros dos, tenderá a juntarlos y contarlos en conjunto, Fernández (2003). Esta forma de contar de modo oral está presente en todas las culturas lo que demuestra que nada tiene que ver con la enseñanza escolar e incluso que aparece sin necesidad de ser aprendido a partir de lo que hagan otros, Baroody y Ginsburg (1986).

Al margen de las distintas concepciones y grados de exigencia y conocimiento de la aritmética, lo que parece claro es que es hacia los 3 o 4 años de edad cuando se destapan las primeras capacidades de esta a nivel escolar. Estas se basan en el lenguaje y de manera especial en lo que se refiere a la habilidad de contar, Gelman y Gallistel (1978).

Centrándonos ahora en los distintos modos en que los niños se apoyan para realizar una *suma*, Siegler (1987) distingue cinco tipos de procedimientos:

1) Contar los objetos.
2) Contar con ayuda de los dedos.
3) Contar verbalmente sin un soporte concreto.
4) Uso de las descomposiciones.
5) Recuperar la respuesta de la memoria a largo plazo.

Entre los 3 y los 4 años los niños suelen hacer uso del primero de los procedimientos. Aproximadamente un año después preferirán utilizar los dedos para contar, Geary y Burlingham-Bubree (1989). No es de extrañar que el término "dígito" provenga de la palabra "dedo" y es que una constante común en muchas culturas ha sido la de contar con los dedos.

También y desde las etnomatemáticas, vemos como en distintas sociedades, otras partes del cuerpo así como determinados objetos ejercen un papel primordial en el conteo. Ello se produce al mantener a modo de "huella" en la memoria a corto plazo la visualización de lo que ya se ha contado.

Estos procedimientos un tanto básicos y rudimentarios irán dejando paso a otras formas de contar a nivel verbal, sin necesidad de apoyarse en algo físico, siendo necesaria obviamente, mayor capacidad de simbolismo y abstracción.

Tres son las formas de contar con la intención de *sumar* que podemos encontrar en los niños de infantil: Fuson (1982).

1) Contar cada elemento desde 1 hasta llegar al total del conjunto.
2) Contar desde el primer término. Si contamos 3 + 6 partiremos del primer término que es el 3 en este caso.
3) Contar a partir del sumando más grande. En el caso anterior partiríamos del 6. Evidentemente se trata de una estrategia más elaborada, más práctica. Ello implica conocer, aunque sea de forma un tanto intuitiva, la propiedad conmutativa para la adición, Geary, Brown y Samaranayake (1991). Además es necesaria la capacidad para comparar los números ya que se trata de escoger como primer término aquel que sea mayor. A estas estrategias suelen llegar unos pocos niños al finalizar la etapa de infantil y la mayoría en primero de primaria.

A medida que se van realizando operaciones matemáticas llega un momento en que los cálculos básicos se memorizan, por ejemplo, sabemos que 3 + 2 son 5 sin necesidad de calcular nada, simplemente recuperamos este resultado de la memoria a largo plazo, Alsina, Burgués, Fortuny, Giménez, y Torra (1995). Son muchos los adultos que para realizar operaciones básicas como sumas, y restas, recurren al conteo con los dedos. Debemos facilitar ese último paso de memorización, ya que se constituye en una herramienta muy útil, facilitando tanto la resolución de operaciones aritméticas como el cálculo mental. Pensemos qué sería de la gran mayoría de los cálculos que hacemos de forma cotidiana si no memorizáramos sumas o restas sencillas o las tablas de multiplicar.

Al igual que ciertas cosas una vez comprendidas y aprendidas es mejor memorizarlas sin más, hay algunas reglas que simplemente se aceptan. Es el caso de problemas como (5 + 0), (5 – 0). Esta cuestión ha sido estudiada con pacientes con lesiones cerebrales y se ha llegado a la conclusión de que no tenemos una representación clara de problemas del tipo (n + 0) por lo que aprendemos y aplicamos la regla (n + 0 = n), (n - 0 = n), Dehaene (1997 b).

Del mismo modo que en la adición tenemos distintas estrategias o procedimientos lo mismo ocurre en la *sustracción.* Por ejemplo, podemos retirar una cantidad de elementos equivalente al número pequeño y contar lo que nos queda como resultado de la operación, contar desde el número más pequeño hasta llegar al más grande (5 – 3 = pronunciamos los números 4 y 5, luego el resultado es 2), que es la estrategia que con mayor frecuencia utilizamos, contar a la inversa, es decir contando hacia atrás (5 – 3 = 4, 3, 2) e incluso podemos restar tomando con punto de referencia la suma (5 - 2 = 3 ya que sé que 3 + 2 = 5). Este paso ya indica una clara predisposición a memorizar ciertos resultados que se repiten con mucha frecuencia y que al igual que en la suma resulta interesante hacerlo. Como vemos comenzamos utilizando estrategias más sencillas que se apoyan en lo visual, en procedimientos manipulativos, como retirar "n" elementos de un conjunto, hasta llegar a procedimientos más abstractos que parten de lo verbal, Armendáriz (1993).

Poder realizar todos los cálculos requiere de la participación de distintas áreas de nuestro cerebro Dehaene (1997 b). Analizarlas aporta información importante de los distintos mecanismos que entran en funcionamiento, así como de algunas de las variables presentes en el concepto de número que subyacen de aquéllos.

Los planteamientos anteriores parten de la idea de enseñar la aritmética desde situaciones de conteo lo más naturales posible y más tarde utilizarlo en la resolución de problemas.

Desde una perspectiva de un enfoque investigativo, existen propuestas que se alzan como una alternativa a la enseñanza tradicional de la aritmética, siendo la característica de esta el que siempre va por delante de la resolución de problemas. Basándose en Carpenter, Fennema y Franke, (1999), Castro y Escorial (2007), propone la enseñanza de la aritmética partiendo de la resolución de problemas. Partir de estos supone crear la necesidad de aprender los distintos procedimientos y algoritmos aritméticos. De igual modo, apunta a la necesidad de buscar un equilibrio entre la resolución de problemas y la sistematicidad y repeticiones necesarias para adquirir la y resta. Esta advertencia se dirige al peligro de determinadas metodologías, como el trabajo por proyectos de trabajo, donde las situaciones numéricas aparecen de manera ocasional, poco estructurada y en muchas ocasiones sin graduar en dificultad.

1.14 Resolución de problemas.

Para analizar la resolución de problemas podemos partir principalmente de dos planteamientos. El primero de ellos aborda el modo en que los niños los afrontan, siendo el segundo de ellos, los tipos de problemas que suelen ser planteados en función de la edad.

Visto desde el punto de vista de los niños podemos encontrar Chamorro (2008):

Correspondencia término a término. Este procedimiento permite comparar conjuntos, crear otro igual a uno dado, repartir… siempre en interacción directa con los elementos. También podemos encontrar su representación a partir de dibujos, rallas, esto es, de modo analógico.

Correspondencia subconjunto a subconjunto. Es utilizado en situaciones parecidas a las anteriores pero con más elementos, lo que a veces lleva a los niños a agrupar varios elementos a la vez en lugar de hacerlo uno es a uno.

Estimaciones. De carácter visual, es empleada en algunos casos cuando recordamos una determinada distribución espacial de objetos y la podemos comparar con la que estamos actuando.

Subitización. Expresión de la cantidad de elementos de un conjunto de manera rápida y sin necesidad de recurrir al conteo (subitizing). Solo se produce en conjuntos pequeños, normalmente por debajo de los ocho elementos y dependiendo también de la edad.

Contar los elementos de una colección. Para ello se tienen que aplicar correctamente ciertas reglas o principios como conocer la serie numérica, establecer una correspondencia biunívoca y enumerar correctamente los elementos de un conjunto.

Recontar. Se produce cuando los niños juntan los elementos de dos conjuntos, contándolos todos ellos (en lugar de añadir un subconjunto al otro).

Descontar. Utilizar la serie numérica inversa para resolver una operación (por ejemplo cuando contamos hacia detrás para hacer una resta).

Sobrecontar. A partir del valor de un conjunto se le añade otro por conteo.

Procedimientos mixtos. Utilización de correspondencias por subconjuntos o bloques. Suelen ser de tipo aditivo y sin ser del todo conscientes de que se está descomponiendo un número, de modo que pueden ver el número 21 como 5 y 5 y 5 y 5 y 1.

Procedimientos de cálculo. Suelen ser utilizados al descomponer los números.

Desde un punto de vista más centrado en la matemática podemos determinar distintos tipos de problemas.

Esta postura nos ofrece una visión de conjunto acerca del tipo de ellos que suelen ser trabajados en las aulas. Se trata de problemas que intentan partir de situaciones lo más cotidianas y próximos al niño posible.

Habitualmente en las aulas utilizamos operaciones sencillas del estilo (2 + 3 = 5), no debiendo confundir dichas operaciones aritméticas con emplear esos mismos cálculos en la resolución de un problema del tipo “tienes 2 juguetes y te doy 3, ¿cuántos juguetes tienes?”

Dicho cálculo numérico puede responder a problemas de cuatro formas distintas, implicando cada una de ellas diferentes niveles de dificultad Riley, Greeno y Heller (1983). Estas son:

1. Tu tienes 2 juguetes y yo te doy 3, ¿cuántos juguetes tienes ahora?
2. Antes tenías 2 juguetes y yo te doy unos cuantos. Si tienes ahora 5, ¿cuántos juguetes te he dado yo?
3. Entre tú y yo tenemos 5 juguetes, si tú tienes 2, ¿cuántos tengo yo?
4. Tu tienes 5 juguetes. Si tienes 3 más que yo, ¿cuántos tengo yo?

Según estos distintos planteamientos los porcentajes de éxito difieren en gran medida, tal y como afirman Riley et al. (1983), del 100%, 56%, 39% y 11% respectivamente, en el primer curso de educación primaria. Los cuatro tipos de problemas que se desprenden son:

a) *Problemas de cambio*. La situación inicial es modificada por un cambio aditivo (problema 2) o sustractivo (problema 1).
b) *Problemas de combinación.* En este caso la situación de partida es estática, apareciendo dos subconjuntos que se agrupan de forma aditiva (problema 3).
c) *Problemas de comparación.* También partimos de una situación estática pero ahora se comparan dos subconjuntos (pudiendo ser del estilo *"más"* o *"menos"*), para llegar a la solución (problema 4).
d) *Problemas de igualación.* Se trata de problemas en el que en la situación de partida aparecen dos subconjuntos desiguales. El objetivo es ver qué se puede hacer para lograr que sean iguales. Tienes 2 juguetes y yo 5, ¿cuántos juguetes te hacen falta para tener tantos como yo?

Así pues, la dificultad con que se encuentran los alumnos a la hora de resolver problemas vendrá mediada sobre todo por la manera en que se nos presenta un determinado problema y lo trasladamos de una formulación lingüística a una numérica, cuestión que requiere siempre de la comprensión de aquella.

El paso siguiente será la aplicación y resolución aritmética. De este modo vemos que necesitamos la comprensión de una situación que se plantea a nivel de palabra, basado fundamentalmente en el razonamiento pero también en la capacidad de su representación física o mental, su conversión a números arábigos, la realización de operaciones aritméticas y por último una correcta expresión de lo calculado. El conjunto de todo este proceso puede explicar las enormes dificultades con que se encuentran los niños a la hora de afrontarlos, Ayala, Galve, Mozas, y Tallero (1997).

Si analizamos los aciertos y errores de los niños en la resolución de problemas podemos observar como los problemas de cambio son los más sencillos de resolver, siendo los de comparación los que más errores presentan.

Otra cuestión a tener en cuenta está relacionada con la incógnita, siendo más fácil acertar si esta va referida al estado final que si va dirigida al inicial. Asimismo, hay que tener presente el lugar en que se encuentra ya que resulta relevante en problemas de cambio y combinación, no siendo importante en los de comparación Riley et al. (1983).

En el caso de la educación infantil, la resolución de problemas se centra de manera especial en los de cambio, debido a su sencillez. Éstos partirán del uso del número natural en diferentes contextos de utilización reproducidos artificialmente, Chamorro (2008), cuestión imprescindible para dotar de funcionalidad al número.

Ello se debe realizar a partir de un diseño de actividades que parta de la Teoría de las Situaciones Didácticas, Brousseau (2007), de modo que queden interrelacionados los diversos conocimientos necesarios para la resolución de un problema a partir del número natural.

Carpenter, T.P. et al. (1999), ofrecen una clasificación similar basada en las categorías semánticas de los problemas.

Partiendo de ella Castro y Escorial (2007), presentan propuestas de trabajo para la resolución de problemas en niños de cinco a seis años, apoyándose en Clements (2004), en lo que respecta a la selección de los tipos de ellos así como en la descripción de estrategias adecuadas para estas edades.

Resulta relevante el hecho de que el citado trabajo de Clements sintetiza el resultado de múltiples investigaciones en Psicología del Aprendizaje de las Matemáticas y en Didáctica de la Matemática, con la pretensión de ofrecer un marco curricular de la enseñanza en la educación infantil.

Para la realización de dichas propuestas Castro y Escorial (2007), proponen su realización a partir de talleres de resolución de problemas así como de proyectos de trabajo.

Estas metodologías cuentan con la ventaja de dar la oportunidad a los niños a experimentar, investigar y a compartir tareas y pensamientos. Sin embargo se necesitan determinados conocimientos y destrezas.

Entre ellas, los citados autores destacan verbalizar: la serie numérica hasta el cien (si bien algunos alumnos no lo alcanzarán hasta el siguiente curso, habrán iniciado y adelantado en gran medida este conocimiento), hacia atrás desde el diez, de diez en diez hasta el cien y desde un número pequeño sin contar los anteriores (verbalizar con límite inferior o romper la cadena de eslabones). Asimismo, deberán contar correctamente colecciones hasta 20 elementos, y leer y escribir números de un dígito.

Los problemas escogidos por ellos al considerarlos adecuados para niños de cinco a seis años, y sus respectivas estrategias son:

Problemas de suma y resta

Tipo de problema: *cambio creciente con cantidad final desconocido.*

Ejemplo: tienes 2 juguetes y dan 3 más. ¿Cuántos tienes ahora?

Estrategia: *juntar todos.* Hacer dos montones con los respectivos elementos, juntarlos y contarlos todos. La respuesta esta en el conteo del total.

Tipo de problema: *cambio creciente con cantidad de cambio desconocida.*

Ejemplo: tenías 3 juguetes y te dieron unos cuantos más. Ahora tienes 5. ¿Cuántos te dieron?

Estrategia: *añadir hasta.* Formar el conjunto inicial. Ir poniendo y contando a la vez elementos hasta que lleguemos al total de 5. La respuesta está en el conteo de los elementos añadidos.

Tipo de problema: *cambio decreciente con cantidad final desconocida*.

Ejemplo: tenías 6 juguetes y regalaste 2 de ellos. ¿Cuántos te quedan ahora?

Estrategia: *quitar*. Formamos el conjunto total, quitamos los que dio y contamos los que quedan. La respuesta la encontramos en los objetos que nos quedan.

Tipo de problema: *cambio decreciente con cantidad de cambio desconocida*.

Ejemplo: tenías 7 juguetes. Algunos se rompieron y los tiraste. Ahora tienes 3. ¿Cuántos tiraste?

Estrategia: *quitar hasta*. Formar el conjunto inicial. Ir quitando y contando a la vez elementos hasta que lleguemos a los 3 que nos quedan. La respuesta está en el conteo de los elementos que quitamos.

Tipo de problema: *comparación con diferencia desconocida*.

Ejemplo: tienes 8 juguetes y tu amigo 5. ¿Cuántos juguetes tienes más que tu amigo?

Estrategia: *correspondencia uno a uno.* Formamos dos filas de 8 y 5 elementos, paralelos de manera que se puedan emparejar. La solución se encuentra en el conteo de los que no tienen pareja.

Tipo de problema: *cambio creciente con cantidad inicial desconocida.*

Ejemplo: en la clase teníamos algunos juguetes. Nos regalaron 2 más. Ahora tenemos 6. ¿Cuántos tenías al principio?

Estrategia: *ensayo y error*. Formamos un conjunto inicial, el que quieran los niños. Formamos otro conjunto de elementos, lo añadimos al inicial y contamos a ver si nos da el total de 6. El resultado lo obtendremos en el momento coincida el total final de elementos, 6, habiendo unido el conjunto inicial establecido al azar con 2, y dado por respuesta dicho conjunto inicial. Caso de no coincidir seguiremos probando por ensayo y error, viendo en un primer momento si el conjunto inicial ha de ser superior o inferior a 6.

Problemas de multiplicación y división

Tipo de problema: *de multiplicación.*

Ejemplo: tenemos 4 equipos en la clase. Cada equipo tiene un caja con 5 lápices. ¿Cuántos lápices tenemos en total?

Estrategia: *agrupamiento.* Distribuimos 5 lápices agrupados en cuatro montones. La solución está en el conteo de todos los elementos.

Tipo de problema: *división por agrupamiento y medida.*

Ejemplo: hemos comprado 20 rotuladores. Hay 5 en cada caja. ¿Cuántas cajas nos llegarán en la compra?

Estrategia: *medida.* Formamos conjuntos de cinco elementos hasta agotar los 30 rotuladores. Resolvemos el problema cuando contamos los conjuntos.

Tipo de problema: *división por reparto.*

Ejemplo: tenemos 4 cajas de ceras, todas ellas iguales. En total hay 20. ¿Cuántas ceras hay en cada caja?

Estrategia: *reparto.* Vamos repartiendo las ceras hasta que se acaben en cuatro montones. La respuesta la encontramos al contar los elementos de uno de esos montones.

Hay que matizar que los problemas de suma y resta son los más habituales en las aulas de infantil. Por su parte, los que presentan una estructura multiplicativa y de división serán desarrollados en primero de primaria, lo que no impide su iniciación en los niños de cinco a seis años.

2. ENSEÑANZA DE LOS HECHOS NUMÉRICOS DESDE LOS DISTINTOS CURRÍCULOS A LO LARGO DE NUESTRA HISTORIA.

Los planteamientos anteriores a 1971, Medina (1955), partían de una enseñanza de los números donde estos eran presentados de uno detrás de otro a partir del uno. Cada uno de ellos se construía a partir del anterior, al que se le añadía una unidad, enseñando a la vez conjuntos de objetos.

La recitación de los números era, junto a su escritura, composición y descomposición, las principales tareas a desarrollar en la escuela de párvulos.

Una de las principales características del aprendizaje de los contenidos matemáticos era partir de la experiencia, siendo su secuencia de aprendizaje, observar, reproducir y repetir.

Otra cuestión relevante era su respeto a la graduación de los aprendizajes, yendo de lo fácil a o difícil, de lo próximo a lo lejano.

Desde el año 1971 hasta 1992, encontramos una matemática fuertemente influenciada por las teorías de Piaget junto a las denominadas matemáticas modernas.

Para Piaget, la construcción del número se realiza a partir de la síntesis operatoria de la clasificación y de la seriación. Ello implica que los niños han de dominar las tareas lógicas de la inclusión de clases, las relaciones asimétricas y sobre todo de la transitividad.

La consecuencia fue una fuerte presencia de la teoría de los conjuntos, aplicándose lo que se denominó “Programas de Educación Preescolar”, Chamorro (2008).

Los mencionados programas incidían en aspectos prenuméricos, una especie de preparación anterior al trabajo propiamente numérico. Dicho trabajo se dirigía hacia las clasificaciones, la ordenación, las seriaciones, correspondencias… todo ello dentro de ese entorno de los conjuntos.

De hecho, desde los Programas Renovados (Ministerio de Educación y Ciencia, 1971), el número era tratado como una propiedad de los conjuntos, así pues, según esa postura, lo normal era que los alumnos aprendieran de modo previo las características de estos, señalando asimismo, que el número natural es el cardinal de una familia de conjuntos, de todos aquellos que son coordinables entre sí. Esta última cuestión vuelve a aparecer en los Programas Renovados para la Educación Preescolar en 1981.

Las posteriores modificaciones realizadas en 1981 a los programas renovados, siguieron haciendo hincapié en los mismos aspectos mencionados con antelación, y no será hasta los diseños curriculares de 1992 cuando podamos encontrar algún cambio al respecto.

Así, desaparecieron los aspectos prenuméricos centrándose en los numéricos. Dentro de estos, se destacó el conteo como vehículo de aprendizaje de las nociones de serie numérica y de cantidad. De igual modo, este enfoque, permitía abordar operaciones aritméticas sencillas a partir de juegos y problemas presentes en la vida real, lo que les otorgaba un planteamiento práctico y funcional.

Con la llegada de la L.O.G.S.E. (Ley de Ordenación General del Sistema Educativo, 1/1990 de 3 de octubre) y el consiguiente desarrollo de los diferentes currículos, se realizaron algunos cambios. No obstante, en la educación infantil fueron mínimos, ya que aunque no se menciona de manera expresa nada relacionado con aspectos prenuméricos o con la formación de conjuntos, sí se plantea, por ejemplo, el que se formen colecciones de objetos con el fin de establecer relaciones.

Por otro lado, las matemáticas quedaron ubicadas en la tercera de las áreas, *Comunicación y Representación.* Ello fue debido a la consideración que se otorgó a las matemáticas como *lenguaje matemático*, al igual que otros contenidos de dicha área: lenguaje, expresión corporal, plástica y música.

Entre los contenidos relacionados con el aprendizaje del número que aparecen en los diferentes currículos que la desarrollaron, encontramos algunos como: *aspectos ordinales y cardinales del número*, o *formación de la serie numérica a partir de la adición de la unidad.* Es evidente que la influencia de Piaget seguía estando presente.

La siguiente ley orgánica, L.O.E. (Ley Orgánica de Educación, 2/2006 de 3 de mayo), que derogó a la anterior, tampoco aportó cambios significativos. Tal vez lo más reseñable fuera el cambio de área de las matemáticas.

Así, todos sus contenidos se trasladaron del área de los lenguajes al de *Medio físico, natural, social y cultural.* El argumento fue el que se le quería dar a las matemáticas un enfoque práctico, funcional, relacionándolas con el entorno. Dicho argumento también hubiese sido válido para el resto de bloques de contenido del área de los lenguajes, si bien, tras el citado cambio se encontraba un trasfondo político.

La cuestión era que nos encontrábamos ante un área, la de los lenguajes, con una carga de contenidos muy superior a las otras dos *El conocimiento de sí mismo y autonomía personal y El medio físico, natural, social y cultural.* El gobierno que promovió la ley quiso descargar tal cantidad de contenidos creando al menos dos áreas más: la del lenguaje y el de las matemáticas, con lo que hubiésemos pasado de tres a cinco áreas.

Dicha reforma no se llevó a cabo porque la oposición alegó que más que áreas, en infantil, pasaríamos a tener asignaturas. Así, como última solución se optó por el cambio de contenidos matemáticos del área tres a la dos, tal y como se ha comentado.

Hemos omitido la L.O.C.E (Ley Orgánica de Calidad de la Educación, 10/2002 de 23 de diciembre), ya que debido a cambios políticos no llegó a desarrollarse.

Por su parte la L.O.M.C.E, Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, no ha realizado modificación alguna que afecte a la educación infantil.

3. LA MODELIZACIÓN.

Uno de los campos de estudio de la psicología se centra en los procesos de comprensión en el aprendizaje, siendo la naturaleza representacional del conocimiento una parte fundamental, Greca y Moreira (1997).

La psicología cognitiva describe las representaciones internas, con las que nos construimos el conocimiento sobre el mundo, utilizando conceptos diferentes como *modelos mentales, modelos conceptuales y modelización,* Krapas, Queiroz, Colinvaux, Franco y Alves (1997). Sus principales características son:

Modelos mentales.

Nos encontramos ante un tipo de representación implícita al sujeto que deriva de su propia experiencia perceptiva y de interacción con el mundo. Si bien, carece de precisión, es incompleta, inestable e incluso a veces incoherente con el conocimiento normativo (no son científicos por reflejar creencias de la propia persona). Pese a ello, se alza como una herramienta útil y potente por ser explicativa y con capacidad de predicción, siendo por tanto muy funcional. Nersessian (1992), afirma que los modelos mentales son niveles de análisis intermedios entre los fenómenos y el modelo matemático final resultante.

Posturas como la de Johnson-Laird (1983), parten de la idea de que existen al menos tres clases de representación mental: las *representaciones proposicionales, los modelos mentales y las imágenes.*

Las *representaciones proposicionales* son cadenas de símbolos como las del lenguaje habitual, en el sentido de que ambas necesitan de reglas sintácticas para su construcción. Si decimos por ejemplo, “Juan tiene tres monedas más”, estamos ante una representación proposicional un tanto indeterminada ya que en este momento no sabemos respecto a quien. Nos encontramos ante un nivel de codificación interna un tanto ambigua que habrá que concretar con más información.

En cuanto a los *modelos mentales,* son entendidos como análogos estructurales del mundo. Nunca son completos, se van ampliando y modificando a medida que hay más información. En el caso del ejemplo anterior, "Juan tiene tres monedas más", hemos de entender que estamos poniendo en relación a dicha persona con nosotros, por ejemplo, comparando quien tiene más. En ese momento estamos intentando realizar una representación mental de entre varias posibles concreciones, siendo esta una característica importante de los modelos mentales, la especificidad de su contenido. Esta cuestión es de suma importancia para comprender su significado.

Por su parte *las imágenes* son visualizaciones del modelo. Se trata de una información de carácter visual, espacial, que aproxima el modelo mental a una representación lo más análoga posible a la realidad. Así, nos imaginamos a Juan de un determinado modo, forma y tamaño de las monedas…

Modelos conceptuales

Son representaciones externas, generada por otras personas (investigadores, matemáticos…), que proporcionan la comprensión y enseñanza de sistemas o estados de cosas del mundo. Así, entre sus características, Moreira (1997), los califica de representaciones completas, de gran precisión, y que por tanto, pueden ser compartidas por el mundo científico. La gran función de los modelos conceptuales es representar, de la manera más simple posible, fenómenos o situaciones reales. Un ejemplo son las formulaciones matemáticas o el utilizar analogías para explicar el vuelo de un pájaro por ejemplo.

Duit y Glynn (1996), realizan un apunte interesante al relacionar los modelos mentales con los conceptuales. Para dichos autores, de la evolución del primero de ellos hacia el segundo, surge el aprendizaje significativo. Así, dicho aprendizaje significativo nace de la interacción que se produce entre los modelos mentales que cada alumno se forma, que “lleva al aula”, con los modelos conceptuales con que son instruidos. En este caso los modelos mentales actuarían de puente del conocimiento, a modo de “conocimiento previo” necesario para la comprensión de otro tipo de representación más abstracta y compleja.

En el caso de la resolución de problemas, cuando trasladamos un problema matemático, cotidiano y contextualizado, como suele ser habitual, a un lenguaje matemático, Alcalá (2002), donde además se incluyen símbolos, estamos estableciendo una formulación matemática. Partir de los modelos mentales propios del niño, utilizando problemas próximos a este, prácticos, y trasladarlos a un modelo conceptual, que le resulte comprensible por su conexión con sus procesos y habilidades mentales, nos situará en la senda de un aprendizaje significativo, Alsina (2006).

Modelización

Muchas veces desde la enseñanza no se consigue que los alumnos realicen una construcción de modelos mentales coherentes con los modelos conceptuales, recurriendo, en el mejor de los casos cuando así lo permiten determinados contenidos, a la memorización.

De las diferentes definiciones de modelización, nos quedamos con la de Nersessian (1995), donde la califica de proceso de razonamiento integrado, que hace uso de un modelaje analógico y visual en la creación y transformación de las representaciones informales de un problema.

Otro aspecto importante de la modelización es que busca enseñar, guiar al alumno, en los procesos de construcción de representaciones mentales. De aquí se desprende el carácter extrínseco de la modelización, y el papel fundamental del docente en la ayuda en la creación de los mecanismos y herramientas cognitivas necesarias.

Así, y tal y como se ha expuesto anteriormente, las representaciones mentales se cimentarán sobre los procesos mentales, interactuando de forma directa con los conceptuales. Y todo ello en pro de una significatividad de lo aprendido que permita comprender el mundo que nos rodea.

4. EMPIRISMO Y CONSTRUCTIVISMO EN LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA.

A partir de los dos grandes marcos teóricos en la formación de conceptos: el posicionamiento clásico y el probabilístico, encontramos importantes similitudes en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

Por un lado está un tipo de enseñanza que parte de las explicaciones, más o menos detalladas, y que a partir de las cuales los docentes piensan que los alumnos siempre y cuando presten atención y realicen los ejercicios que posteriormente este proponga, comprenderán, interiorizarán y aplicarán lo que han aprendido. Nos encontramos ante una postura clásica, tradicional de la enseñanza, donde la formación de conceptos matemáticos viene dada por una preselección rigurosa por parte del docente de ellos, descontextualizados de la realidad, y con un rol bastante pasivo por parte de los niños. Un ejemplo de las tareas que se suelen proponer desde esta perspectiva son las fichas desde las cuales se aborda el aprendizaje de conceptos y procedimientos de todo tipo (cardinalidad, ordenar números, formar conjuntos, sumas, restas…).

En su vertiente opuesta está la opción de presentar problemas o situaciones matemáticas, que obliguen al alumno a pensar, razonar, buscar estrategias para llegar a soluciones, poniendo en marcha todo tipo de recursos cognitivos (elaborar recetas de cocina teniendo en cuenta las cantidades, ver como la numeración de las calles sirve para ordenar cosas, utilizar los números de teléfono para reproducir situaciones cotidianas…).

Por otro lado, es importante destacar que ambas posturas no son excluyentes y que se pueden y deben compaginar ya que cada una de ellas tiene cierta razón de ser, con sus puntos fuertes y débiles como más adelante veremos.

Así pues encontramos dos grandes modelos teóricos en la didáctica de las matemáticas que nos muestran cómo llevar a cabo los procesos de enseñanza/aprendizaje en dicha área.

El empirismo. Desde esta perspectiva se afirma que el alumno aprende aquello que es enseñado por el docente de modo que hay poca aportación espontánea del alumno. Todo aquello que no es enseñado en clase no será relevante en la formación matemática. El gran protagonista es el docente ya que es el encargado de seleccionar los saberes que ha de transmitir. De este modo todos los contenidos son transmitidos de manera "correcta" por el docente limitándose el alumno a escuchar básicamente. También puede que exista algún otro tipo de intervención a nivel de materiales donde se le enseñarán o serán manipulados por los alumnos aunque sin llegar a desarrollar en profundidad procesos cognitivos que faciliten la transmisión, generalización y aplicación de lo aprendido a situaciones de uso cotidiano. Un ejemplo sería la descomposición del número por medio de regletas, ya que aunque el niño aprenda a descomponerlo no acaba de ponerlo en relación con la suma, la resta, la complementariedad... Todos esos conocimientos son los llamados curriculares y son secuencializados y trabajados a partir de una distribución fuertemente jerarquizada y pormenorizada. Según Chamorro (2008), este modo de trabajo es el mayoritario en las aulas con un abuso de las presentaciones ostensivas en la enseñanza. La educación infantil no escapa por extraño que parezca a este tipo de metodología y podemos encontrar numerosos ejemplos en fichas donde se presenta la información de manera que los niños solo han de reconocer determinada forma geométrica, un número… Apenas hay interacción, conexión con otros contenidos matemáticos, actividad física o mental por parte del discente.

Otra cuestión didáctica que defiende el empirismo es que hay que evitar los errores ya que puede generar malos hábitos, producir confusiones y llevar al fracaso de las tareas matemáticas. Tal y como afirma Margolinas (1993), utilizar los errores para aprovecharlos positivamente sería cuestionar el sistema de enseñanza. Resulta evidente que dudar, equivocarse, reflexionar a partir de los conocimientos previos, formular y comprobar hipótesis, están en la base del aprendizaje del número y de la resolución de problemas por lo que lejos de evitarlos, tal y como apunta el empirismo, debemos aprovecharnos de ellos. Por último destacar que las tareas y su evaluación van dirigidas a responder las preguntas que formule el profesor dando toda la importancia al resultado final. Los trabajos, las tareas, están bien o mal. No importa, o apenas importan los procesos intermedios que nos llevan a los resultados. Desde esta perspectiva el docente deja de lado información que le resultaría muy útil para detectar donde y por qué el alumno ha respondido mal o ha realizado incorrectamente una tarea. Por otro lado, los alumnos tardarán más en poner remedio a sus deficiencias por no buscar con exactitud el motivo que les ha llevado al error. Además no se invita al alumno a desarrollar actitudes de análisis, reflexión y metacognición, mecanismos imprescindibles para generar buenas capacidades matemáticas.

Por otro lado también hay que tener en cuenta que mucho de lo que se aprende desde una postura tradicional es de carácter memorístico, lo que impide la puesta en relación entre conceptos y procedimientos, imprescindibles en el saber matemático y del que el número no es una excepción.

El constructivismo. Desde no hace muchos años nos hemos visto inmersos en una nueva corriente en el aprendizaje de las matemáticas que defiende que para que exista un verdadero aprendizaje matemático debe hacerse desde una "construcción matemática", donde el aprendizaje no se realiza por mera transmisión de conocimientos de generación a generación, sino a partir de la puesta en marcha de muchos procesos cognitivos que posibiliten dicho aprendizaje. Ello es debido, entre otras cosas, a la dificultad, al grado de abstracción que tienen las matemáticas que impiden que los aprendizajes sean solo el resultado de la observación, la imitación o incluso una manipulación de "objetos matemáticos" que no van mucho más allá de "tocarlos". La construcción del conocimiento matemático necesita de la puesta en marcha al unísono de muchas herramientas cognitivas en las que el único que puede hacerlas funcionar es el alumno. Por su parte, el rol del docente irá dirigido a provocar la puesta en marcha de dichos mecanismos a partir de situaciones o planteamientos en los que al alumno no le quede otra alternativa que ponerlos en uso si quiere llegar a resolver las tareas. Desde esta perspectiva, la función mediadora del docente es fundamental pues es más compleja que la mera transmisión de conocimientos y el determinar si un resultado está bien o mal. Su trabajo irá dirigido sobre todo hacia el andamiaje de recursos cognitivos, provocando la utilización de procedimientos y la puesta en marcha de procesos mentales, así como el establecer relaciones entre estos y conceptos matemáticos.

No obstante, desde la psicología, tanto genética como social, encontramos distintas aportaciones. Algunas de las más relevantes son:

El aprendizaje necesita de la acción. Piaget (1973), defendía que el pensamiento procede fundamentalmente de la acción y está formado por un sistema de operaciones lógicas y matemáticas. Resulta necesario clarificar, que desde esta perspectiva cuando mencionamos la palabra acción, va mucho más allá de la manipulación de objetos por ejemplo, ya que su fin último es la de *anticipar acciones,* esto es, construir soluciones en las que no sea necesario el uso de objetos concretos para llegar a un resultado. Margolinas (1993), afirma que las matemáticas han de permitir la anticipación de los resultados. Un ejemplo es si estamos descomponiendo un número de muchas maneras por medio de las regletas. Ha de llegar el momento en que seamos capaces de hacerlo de manera mental. También está referido al uso de estrategias o procedimientos que agilizan los resultados. Así por ejemplo, podemos sumar 2+2+2+2+2+2+2, o multiplicar 2x7.

Es evidente que en la educación infantil se partirá de acciones concretas con materiales y objetos con el fin de entender los procedimientos y problemas que se les plantean, y de este modo, comenzarán a construir mecanismos que posibilitarán el *anticipar* las respuestas, pudiendo por ejemplo, responder mentalmente a problemas sencillos sin necesidad de recurrir a ayudas externas como materiales didácticos u objetos de su alrededor (si tienes tres muñecas y dejas dos a tus amigas, ¿te queda alguna para jugar?). Así pues, la manipulación facilita la comprensión de determinadas cuestiones, comprobar si sus planteamientos obtienen respuestas adecuadas y provocar su representación mental, de manera que en situaciones o problemas similares, el niño podrá hacer uso de ello para llegar a verdaderas anticipaciones. La cuestión esencial es que el docente ha de evitar que los aprendizajes queden a mitad de camino entre las manipulaciones y la anticipación.

Los aprendizajes son comprendidos e integrados en los conocimientos previos gracias a los procesos de asimilación y acomodación. Los conocimientos previos son muchas veces puestos en duda mediante los estados de equilibrio y desequilibrio. Cuando superamos dudas, retos cognitivos (desequilibrios cognitivos) provocamos la búsqueda de resultados que sean coherentes con la información que ya poseemos (conocimientos previos). Si logramos respuestas adecuadas superaremos dicho desequilibrio incorporando nueva información que quedará ligada a nuestros conocimientos anteriores. En el caso de que la nueva información entre en contradicción con nuestros conocimientos previos, deberemos eliminar aquella que sea incorrecta haciendo además que la nueva reestructuración sea coherente. En el caso de los niños es fácil producir esos desequilibrios cognitivos que ejerzan de motivación hacia la búsqueda del resultado que proporcione el "equilibrio", el resolver de manera adecuada una determinada problemática. También resulta sencillo a partir de los errores que comenten pues son habituales y son una fuente inagotable de pensamiento y superación. Podríamos citar como ejemplos plantear situaciones matemáticas ligadas a la conservación de la cantidad, sustancia o volumen en las que los niños se dejan llevar por aspectos perceptivos lo que les conduce al error. También cuando buscan soluciones como por ejemplo, y desde las estrategias de conteo, hacer que cada niño se siente en su silla cuando están siendo contados por uno de ellos para evitar cometer errores. De este modo estaría respetando el principio de "correspondencia uno es a uno", Gallistel y Gelman (1991) y Gelman (1982).

La destrucción de conocimientos previos forma parte del acto de aprender. Brousseau (1998), afirma que en el aprendizaje de las matemáticas nos encontramos con la formación de obstáculos producto de ideas preconcebidas, mal formadas o simplemente ya no útiles que dificultan nuevos aprendizajes más elaborados. Así pues, determinados conocimientos previos pueden constituirse en obstáculos que hay que eliminar para seguir en la construcción de otros nuevos más complejos. Aunque los niños de infantil cuentan con muy pocos conocimientos previos referidos a las matemáticas y en concreto al número, muchos de ellos se han formado ideas erróneas que luego habrán de ser eliminadas. Un ejemplo de ello es cuando en una clase con niños de cuatro años pedimos a uno de ellos que cuente los que han venido. Tras el conteo le preguntamos que si volvemos a hacerlo pero ahora comenzaremos por el lado contrario si el resultado será el mismo. Sin entrar en cuestiones como la reversibilidad del pensamiento o la conservación de la cantidad, suelen decir que no ya que solemos contar de izquierda a derecha, iniciándose el conteo con el número uno que es el pequeño coincidiendo con el lado izquierdo, mientras que el grande siempre queda a la derecha. Esta idea preconcebida fruto de la exposición sistemática a esta actividad debe ser corregida en algún momento, favoreciendo la comprensión de otra variable presente en el conteo como es la de la "irrelevancia de orden" Gallistel y Gelman (1991).

Se aprende en sociedad. Vigotsky consideraba que hay que tener en cuenta por un lado lo que un niño puede aprender por sí mismo (nivel de desarrollo efectivo), lo que puede aprender con ayuda de los demás (nivel de desarrollo potencial) y actuar en la zona que queda entre ambos niveles (zona de desarrollo próximo). También defendía Vigotsky que todo individuo aprende por así decirlo dos veces, una de manera interpersonal, esto es entre personas, y otra de forma intrapersonal, es decir, fruto de la reelaboración personal de la información, lo que denominó "Ley de la doble formación".

Desde esta perspectiva el lenguaje es fundamental para intercambiar la información por un lado y para reorganizarla de manera personal por otro. A través de él los alumnos construyen y dan significado a los conceptos matemáticos, recapacitan a partir de dudas, resuelven problemas, interiorizan procedimientos, ponen en común, debaten, reflexionan… y un largo etcétera.

Asimismo, es a través del lenguaje a partir del cual se desarrolla gran parte de la función mediadora del profesorado, también muy presente en la obra de Vigotsky, siendo fundamental ya que según este autor primero aprendemos en sociedad, tal y como se ha comentado en anterioridad, para posteriormente llegar a las reelaboraciones personales. Desde esta función mediadora se buscarán respuestas, más que explicitarlas el docente, a las dudas, porqués, problemas… que vayan surgiendo fruto de planteamientos didácticos que generan debates, confirmación de resultados, argumentación de éstos, reflexión sobre errores cometidos. Asimismo, todo este intercambio de información, sobre todo lingüística, aporta grandes cantidades de datos, tanto para el alumno como para el profesorado, lo que facilita evaluar procesos y resultados del acto educativo, permitiendo actuar en zona de desarrollo próximo de manera muy efectiva, con una retroalimentación constante y actualizada. En definitiva se trata de una reconstrucción del conocimiento en el que siempre está presente la actividad mental.

Hay que desarrollar una actividad de creación matemática. Brousseau (1994), afirma que hay que generar situaciones de aprendizaje matemático de creación y no de redescubrimiento o afianzamiento. Dicho autor plantea que si el alumno ha de buscar la respuesta a un problema, a una situación matemática, a partir de un conocimiento que ya forma parte de este porque fuese necesario poseer dicho conocimiento, nos encontraríamos en actividades de refuerzo, o tan solo de aplicación de lo que ya sabemos. Al margen de que este tipo de situaciones didácticas también son necesarias, los docentes tienen la difícil tarea de plantear problemáticas, razonamientos… que obliguen a los niños a utilizar como punto de partida estrategias o conocimientos que ya poseen para adaptarlas, modificarlas e incluso inventar nuevas soluciones. Un ejemplo podría ir en la línea de ir pensando nuevas estrategias de conteo en los niños, de modo que tengan que buscar nuevas manera de resolver un mismo planteamiento inicial pero de modos distintos y con una eficacia similar.

Así pues vemos de la gran importancia que Brousseau concede a la función mediadora del maestro, del mismo modo que ya apuntara con anterioridad Vigotsky al hablar del aprendizaje en sociedad. El docente ha de encaminar sus tareas a buscar y proporcionar al alumnado situaciones matemáticas que hagan que el niño convierta en suyo el problema a resolver, ponga en marcha recursos y estrategias que ya dispone pero adaptándolas a un nuevo problema, darle sentido a todo lo que se hace, desde la comprensión de la información inicial, pasando por los procesos o procedimientos, hasta llegar a una lógica y coherencia de los resultados.

5. METODOLOGÍAS MONUMENTALISTA Y FUNCIONALISTA

Siguiendo la estela del empirismo y el constructivismo nos encontramos con dos grandes tipos de actividades, las monumentalistas y las funcionalistas. Ambas marcan la interacción didáctica en las aulas a partir de la selección de actividades y del diseño de las situaciones de aprendizaje matemático que lleva a cabo cada docente.

Todos estos planteamientos también están condicionados por ciertas tradiciones en la enseñanza que varían según cada sociedad, por los currículos según sean más abiertos y flexibles o cerrados, por la preparación del docente o por la obsesión de los resultados más que por el aprendizaje de procedimientos entre otros.

Las actividades monumentalistas.

Parten de un modelo enseñanza/aprendizaje es academicista, formal, tradicional, un tanto desligado de lo funcional, de lo práctico. En cualquier caso, no es que renuncie a transferir los aprendizajes matemáticos a situaciones reales, lo que ocurre es que no se aprende a partir de situaciones matemáticas contextualizadas, cotidianas, lo que dificulta en gran medida dicha transferencia.

Cuenta con un gran protagonismo por parte del docente, siendo éste quien toma decisiones respecto a lo que se aprende, cuándo se aprende, quién y cómo se transmite la información. Asume pues un rol de experto con un estilo educativo es directivo. Se encuentran inmersos en una dinámica que busca el éxito escolar, el preparar a los niños para las futuras necesidades escolares. Entre sus planes apenas aparece el juego o las actividades espontáneas. Todo está tan predeterminado, tan dirigido que apenas hay espacio para la autonomía o el trabajo cooperativo, Lera (1994). Hay por tanto un excesivo protagonismo del docente, todo está demasiado estructurado, no se da el tiempo necesario para dejar “pensar” y madurar al alumno.

Las matemáticas monumentalistas se caracterizan por estar fuertemente vinculadas a los currículos, a las enseñanzas que de ellos se desprenden, del seguimiento de los libros, libros-fichas, o fichas cuyo origen está en los citados currículos. Hay una serie de saberes, de objetivos, fuertemente estructurados que hay que transmitir y nos limitamos a hacerlo, sin cuestionarlos, sin profundizar, sin completarlos con otros contenidos que consideremos necesarios. Suele primar lo mecánico de esos aprendizajes, la repetición de determinados procedimientos, más que su comprensión y análisis.

El término “monumentalista”, viene dado por el hecho de tratar los contenidos explicitados en nuestros currículos como “visitas” que hemos de realizar a dichos saberes, de manera obligada, a cada uno de ellos. Esos saberes son incuestionables, son “monumentos” de obligado culto. Lo que sucede es que dichas “visitas” inciden, como se ha comentado, en aspectos mecánicos, apenas se incide en lo comprensivo, en el razonamiento.

Así pues, son unas matemáticas muy “locales”, con escasa conexión respecto a otros conceptos y procedimientos matemáticos. Difícilmente son generalizables y aplicables en otros contextos por el alumno.

Nos encontramos ante un planteamiento clásico: teoría + problemas, basadas en una epistemología aplicacionista muy relacionada con el monumentalismo.

Lera (2007), afirma que en España lo más frecuente en la enseñanza de las matemáticas es la transmisión de la información, a lo que se une un estilo directivo en lo que respecta a los docentes, otorgándoles a los discentes un escaso protagonismo, generando alumnos pasivos. Asimismo, señala que el

95% del profesorado de la etapa de infantil utiliza el método de fichas como metodología, siendo esta información avalada por otras investigaciones como las de Lebrero (1998) y Lebrero (2002).

Por otro lado, desde la perspectiva monumentalista nos encontramos con un rol del alumno que podríamos denominar como "ejecutor de actividades", donde destacan muy por encima las de lápiz y papel, de corte individual, con contenidos mayoritariamente conceptuales o dirigidos al desarrollo del control motor (psicotricidad fina), muy desvinculadas del entorno ya que se suele trabajar a partir de libros de fichas propuestos por las editoriales (grafías, copias, cardinalidad, coloreado, agrupaciones, operaciones…). La duración de las unidades didácticas suele girar alrededor de las tres semanas lo que provoca en muchos casos que se vaya perdiendo el hilo conductor, diluyéndose el centro de interés, ya que los niños se cansan pronto de todo, necesitan diseños muy cortos y en continuo cambio de modo que se asegure el máximo de interés y atención posible. En el caso de realizarse talleres son planteados de manera que desarrollen habilidades básicas como el conteo, clasificación, ordenación de objetos… pero siempre con el fin de mejorar su mecánica, la rapidez o seguridad con que se hace. En clase también podemos encontrar actividades dirigidas a otro tipo de habilidades como el dictado de números, su lectura, memorización a modo de cantinela, uso de materiales manipulativos, ordenador, o procedimientos como escribir, dibujar, colorear, picar, recortar…pero como siempre con escasa o nula conexión con situaciones reales. En lo que respecta a la evaluación de las actividades, a partir de los objetivos que les preceden, decir que suelen estar centrada en contenidos conceptuales o en procedimientos de corte manipulativo, mecánico o repetitivo.

Muchos de estos planteamientos son desarrollados bajo el paraguas de una metodología globalizadora y a partir de determinados centros de interés.

Ambas cuestiones son más que discutibles ya que precisamente una metodología globalizadora busca la interrelación de todo tipo de contenidos (conceptuales, procedimentales y actitudinales), de la manera más contextualizada posible, es decir, una metodología globalizadora debería estar más próxima a los planteamientos funcionalistas que a los monumentalistas. El llevar a cabo esta metodología globalizadora en el seno de actuaciones monumentalistas se debe sobre todo al diseño de unidades didácticas en el que las actividades son incorporadas a modo de "sumatorio de materias", asegurándonos que a partir de un centro de interés hemos de hacer algo de matemáticas, de lectoescritura, de música… quedando las actividades desligadas unas de otras, como pequeñas islas sin comunicación dentro de un gran mar de información. Existe otro modo de globalización, llamado "relacional", que sí está fuertemente vinculada a la globalización y que quedaría encuadrada dentro de diseños "funcionalistas" y que se comentan más adelante.

En lo que respecta a los centros de interés como punto de partida o motor de aprendizaje, desde el monumentalismo, se toman como tal muchos que cuanto menos son discutibles, pues estamos hablando de centros de interés colectivos y si los analizamos con detalle, son más bien escasos y en ocasiones muy contextualizados. Un ejemplo es tomar como centro de interés "El otoño", que generará escasa motivación en los niños si lo comparamos con "jugar", "los juguetes" o "las nuevas tecnologías", muy contextualizado este último centro de interés ya que no todas las sociedades disponen de ellas.

Las actividades funcionalistas.

Parten de diseños radicalmente distintos a los planteamientos monumentalistas centrados en las "visitas", en los saberes curriculares previamente establecidos.

Su modelo de enseñanza/aprendizaje se basa en el aprendizaje por descubrimiento, donde el alumno debe descubrir por sí mismo las conexiones y relaciones existentes entre los conceptos más importantes. Se trata de un aprendizaje inductivo que tiene un gran potencial en lo referente a construir y consolidar las propias estructuras.

El funcionalismo pone en el centro del acto didáctico todos aquellos mecanismos que favorecen la construcción del conocimiento matemático a partir de situaciones lo más reales y contextualizadas posibles, haciendo además que dicha movilización cognitiva se dirija hacia lo que se denominan actividades de estudio e investigación, cuyo fundamento lo podemos encontrar en la Teoría de Situaciones Didácticas elaborada por Brousseau (1997).

En lo que respecta al alumno se le otorga un gran protagonismo en cuanto que puede tomar en algunas ocasiones decisiones sobre lo que quiere aprender, adoptando tiene un rol de experimentador, copartícipe, mucho más activo tanto a nivel físico como mental.

Por su parte, y siendo coherente, el docente ha de desarrollar un estilo democrático, con un papel de "mediador", diseñando situaciones didácticas que favorezcan el análisis de la información "con" el profesorado.

Con las matemáticas funcionalistas se pretende que exista una continua reconstrucción eficaz de los conocimientos matemáticos, cuestionándonos todo lo que hacemos, a partir de la reflexión, incidiendo en los "porqués", de manera que sean un instrumento que proporcione respuestas a problemas de nuestro entorno y no solo a las que se plantean en la escuela y que se encuentran bastante desvinculadas de la vida real. Con ello se evitará la incompletitud relativa de las organizaciones matemáticas escolares, pues desde los planteamientos monumentalistas, son frecuentes las lagunas que se generan al obviar muchos procedimientos matemáticos y procesos cognitivos imprescindibles para un buen desarrollo lógico-matemático (razonar, inferir, deducir, hipotetizar…), procesos que sí resultan esenciales en los planteamientos funcionalistas, donde además, resulta imprescindible el hacer un buen uso del tiempo ya que hay que darles el tiempo necesario para pensar.

Por otro lado hay que tener en cuenta que los diseños funcionalistas no son ajenos a la necesidad de un dominio básico, de corte curricular, local (monumentalista), la cuestión es cómo encajarlo y relacionarlo con situaciones problemáticas más realistas que además promuevan la puesta en marcha de diversos mecanismos cognitivos. Chevallard (1999) propone diseñar situaciones didácticas en las que aparezcan esos conocimientos matemáticos “locales” (curriculares y un tanto descontextualizados), que partan de nuestro mundo más inmediato y que sirvan de generatriz para la aplicación de técnicas así como el uso de materiales o tecnología que sirvan para justificar y comprender mejor la actividad que está llevándose a cabo. Así pues el acto didáctico no surge de situaciones “adidácticas” sino de planteamientos que obligan a explorar, donde la función mediadora del docente se dirige a guiar dichas exploraciones de manera que las soluciones sean encontradas a partir de la interacción con el medio, es decir, se resuelven problemas lo más reales posibles a partir de las herramientas que nos proporciona nuestra propia sociedad. Se trataría de introducir una nueva epistemología en la escuela tal y como afirma Chevallard que reemplace el “inventariado de saberes” a partir de un paradigma de cuestionamiento del mundo, de modo que se dé sentido al estudio de las matemáticas a partir de la investigación. En nuestro caso, en la educación infantil, deberíamos partir de modo gradual de la manipulación para pasar a la exploración y posteriormente a la investigación (conocer los porqués).

Uno de los grandes riesgos con los que nos podemos encontrar desde estos planteamientos funcionalistas es que acaben siendo esclavas o subordinadas de las monumentalistas. Otro es que en su intento por no caer en los errores provocados por aquellas, queden muy desligadas, lo que generaría importes errores de base. Según Castro y Escorial (2007), resulta necesaria cierta sistematicidad en el aprendizaje de las destrezas ya que para saber contar, sumar, leer o escribir números, se necesita algo más que hacerlo de manera ocasional en el desarrollo de un proyecto por ejemplo. Este tipo de problemas son muy frecuentes en la metodología de los proyectos de trabajo.

En realidad, la complejidad de diseñar correctamente situaciones didácticas que cumplan con tan exigentes requisitos está haciendo fracasar las matemáticas de base, aquellas que se llevan a cabo en las escuelas de infantil y primaria de modo especial.

Así pues y aunque resulte complejo, el aprendizaje debe partir de una globalización, en este caso “relacional”. Desde este modelo de globalización, es el docente quien debe diseñar las unidades didácticas de modo que se adapte a su contexto, tipo y características de su alumnado, con actividades que sean capaces de aplicar en su vida cotidiana, en su entorno, de modo que todo aprendizaje sea útil, práctico. Al partir de situaciones surgidas de sus intereses reales o de su mundo más inmediato, prácticamente se garantiza la globalización, puesto que la vida, nuestro entorno es global (si por ejemplo salimos a la calle veremos que allí tenemos números, letras, ruidos, música, personas, oficios… que interactúan sin estar separados unos de otros).

En cuanto a los proyectos de trabajo les ofrece a los discentes la oportunidad de decidir sobre lo que se quiere aprender, su duración…, siendo una metodología que se caracteriza entre otras cosas por su flexibilidad, redundando en una mayor y mejor capacidad para captar la atención de los niños. Por el contrario tiene el inconveniente de tratarse de una metodología bastante compleja para ellos debido por un lado a la escasez de sus conocimientos previos, requisito muchas veces imprescindible para desarrollar procesos cognitivos como el razonamiento, y por otro, a lo limitado de su desarrollo mental, cuestiones por las cuales se trata de una metodología cuya aplicación se recomienda a partir de primaria.

Como hemos podido observar se puede partir tanto de unidades didácticas, con una globalización relacional, o de proyectos de trabajo, la cuestión es que las primeras no tienen apenas presencia en las aulas, siendo mayoritarios los proyectos como respuesta a los planteamientos funcionalistas.

Acorde con lo visto están los centros de interés a partir de los cuales se diseñarán las unidades didácticas o proyectos, entre otras metodologías globalizadoras, eso sí, con intereses reales con los que haya contado el maestro, en el caso de las unidades didácticas, o con la participación en la toma de decisiones a la hora de elegir algo sobre lo que aprender como es el caso de los proyectos de trabajo.

En lo que respecta a los objetivos, pueden estar previamente establecidos en el caso de las unidades didácticas, pero han de incidir en los procedimientos y establecer conexiones con el mundo real. En el caso de los proyectos algunos pueden estar previstos pero otros muchos irán surgiendo, de modo que docente y alumnos habrán de ir adaptándose a ellos.

Los contenidos se centran de modo especial en los procedimentales, sobre todo en aquellos que requieren gran actividad mental como razonar, deducir, hipotetizar… y llevarlo a cabo a partir de técnicas y procedimientos basados en la exploración, experimentación y formulación de hipótesis entre otros.

Acorde con los objetivos y los respectivos contenidos la evaluación ha de centrarse en todo tipo de procedimientos (resolución de problemas, sus respectivas operaciones…) y los procesos cognitivos que los facilitan (razonar, inferir, hipotetizar…).

En cuanto a las actividades, tanto si forman parte de rutinas de la mañana, unidades didácticas o de proyectos de trabajo, han de ser muy procedimentales y conectadas a situaciones posibles, cotidianas, propias de nuestro entorno y por tanto prácticas y funcionales. Han de dirigirse hacia la memoria comprensiva quedando en un segundo plano los aspectos mecánicos. Muchas de ellas surgen de la cotidianidad y son aplicadas a través de las rutinas (sobre todo de la mañana), como contar los niños que han venido a clase, los que se han quedado en casa, hacer las respectivas operaciones, reflexionar sobre distintas estrategias de conteo, realizar operaciones aritméticas a partir de ello, leer y copiar la fecha, viendo en qué día nos encontramos, cuántos días de la semana llevamos, del mes, cuántos quedan para finalizar… También podemos encontrar gráficos estadísticos que han sido elaborados por los niños a partir de ir anotando los días que hace sol, está nublado o llueve. Otras actividades parten de los llamados “números significativos” donde vemos aplicaciones prácticas de los números en la vida real: edad de los niños, su talla, peso, el número de la casa donde viven, las matrículas de los coches de los padres, teléfonos, listas de compras del supermercado, a partir del uso de los números para poder llevar a cabo una receta de cocina… todas ellas muy presentes sobre todo en metodologías como los proyectos de trabajo y que deberían tener como origen la resolución del planteamiento de un problema. La realidad es que utilizar situaciones cotidianas no asegura partir de planteamientos relacionados con la resolución de problemas que sí pongan en marcha mecanismos cognitivos, comentados con anterioridad, como razonar o inferir. Plantear a los niños que cuenten, mientras lo hacen o bien a modo real o por medio de una ficha, cuántas cucharadas, o número de galletas han de introducir en un recipiente para llevar a cabo una receta de cocina, no va más allá de un simple conteo, quedando muy lejos de su razón de ser. Además y como agravante, los proyectos han derivado hacia el uso de fichas transformando una actividad física y con cierta movilización mental, en una actividad de corte "monumentalista".

Otro tipo de actividades surgen de la puesta en marcha de talleres. Dichos talleres tienen como fin primordial el desarrollar habilidades de pensamiento a partir de situaciones de experimentación o del uso de materiales manipulativos. Experimentar es mucho más complejo que manipular u observar, implica el establecer relaciones de causa efecto, deducir, realizar inferencias, formular hipótesis y comprobarlas. Ejemplo de ello relacionado con las matemáticas son experimentos y resolución de problemas derivados de la conservación de la cantidad, sustancia o volumen. Otras más sencillos y globalizados serían el decir que objetos creemos que flotan formulando hipótesis, razonarlo y luego comprobarlo clasificándolos y contándolos. En lo que respecta al uso de materiales manipulativos decir que van en la misma dirección, se trata de ir más allá de "tocar" u "observar", han de permitir comprender cosas y ver algún tipo de relación con aspectos prácticos. Descomponer un número con regletas nos ha de permitir ver en una supuesta simulación de una compra, cuánto dinero tenemos en total, cuánto nos gastamos y cuánto nos queda, trabajando de este modo la complementariedad en situaciones reales.

Es característico de las actividades funcionalistas tanto el desarrollo de la autonomía que promueve una construcción del conocimiento intrapersonal, como del trabajo cooperativo que incide en el aprendizaje social y que conlleva capacidades como la de adaptarse a otros compañeros, a otras formas de pensar, organizarse… siendo las rutinas, los proyectos de trabajo y los talleres instrumentos adecuados para llevarlo a cabo.

A todos estos tipos de actividades hay que añadir las que se derivan del uso de las nuevas tecnologías como el ordenador o la pizarra digital. Resulta complicado encontrar aplicaciones que estén diseñados bajo este planteamiento ya que suelen dirigirse hacia la práctica mecánica o se subestima lo que pueden llegar a hacer los niños. Serían adecuados aquellos juegos informáticos que presenten la información de modo incompleto o en las que han de descubrir elementos, relaciones e ir superando problemáticas, niveles o pantallas.

6. METODOLOGÍA NEUROLÓGICO-PRINCIPIOS

La metodología Neurológico-Principios tiene dos grandes pilares sobre los que se sustenta. Uno de ellos es el funcionamiento de ambos hemisferios cerebrales, el otro, los principios o variables que un niño ha de dominar para adquirir el concepto de número. La interrelación entre ambos, ha de proporcionar la posibilidad de que los niños puedan hacer uso del número en cualquier situación matemática que lo requiera, tanto de corte escolar como de uso pragmático. Todo ello es tenido en cuenta a la hora de planificar las situaciones didácticas.

Veamos a continuación las principales características de la metodología Neurológico-Principios en comparación con las otras dos estudiadas: la Monumentalista y la Funcionalista. En el anexo II, página 513, podemos encontrar un resumen de aquellas.

Modelo de enseñanza reflexivo, consciente, eficaz.

Tiene en cuenta el currículo. Una de las características de los currículos actuales de cualquier etapa educativa es que son abiertos y flexibles. Abiertos significa que se han de concretar. La propuesta que presentan siempre es de mínimos. Nos encontramos ante el primer nivel de concreción, dirigida a una adaptación a nuestra sociedad. El actual currículo de infantil de la Comunidad Valenciana, incluye, por ejemplo, como contenido a desarrollar “aspectos ordinales y cardinales del número”. El segundo de los niveles de concreción permite la adaptación al centro escolar, a su contexto, (ciudad, barrio, colegio en concreto). En él se ha de lograr la cohesión y coherencias vertical (entre niveles y etapas educativas distintas) y horizontal (dentro del mismo nivel). Este es el único modo de trabajar de manera coordinada.

Siguiendo con el ejemplo anterior, podemos acotar la ordinalidad (del 0 al 10 en tres años, hasta el 30 en cuatro años y hasta el 100 en cinco años), haciendo lo mismo con la cardinalidad. Más tarde se puede fraccionar en trimestres. Pero no solo se caracterizan los currículos por su carácter abierto, además son flexibles. Así lo podemos complementar con otras bases teóricas, otros contenidos, procedimientos. En nuestro caso incorporamos todo lo que se muestra a partir de "variables y principales procesos cognitivos presentes en el concepto de número", página 237. En definitiva, muchísimo más que aquellos mínimos del primer nivel de concreción. La importancia del segundo nivel radica en que es la única manera de trabajar los docentes de manera coordinada. También porque se suele respetar mucho más los conocimientos previos de los niños. Ello es tenido en cuenta por metodologías como la Monumentalista, pero no por la Funcionalista. En nuestro caso queremos reivindicar la importancia del trabajo docente coordinado y en equipo. Por último llegamos al último de los niveles: la programación de aula. En ella, cada docente, tiene la libertad para escoger aquellas actividades, materiales y recursos que considere más adecuados. Se trata de una concreción del aula. Si bien, ha de respetar lo consensuado en niveles anteriores. Por ejemplo, del primer nivel de concreción se desprende el carácter constructivista, del segundo, el que cada centro educativo haya de consensuar bases teóricas, metodologías… aspectos que tendrá que respectar en la programación de aula. Continuando con los ejemplos de concreción, para desarrollar la ordinalidad, cada docente podría escoger actividades como canciones, juegos…

Desde la metodología Neurológico-Principios, se intenta respetar al máximo lo que cada niño puede aprender en un determinado momento a partir de las capacidades propias de la edad. Por muy obvio que parezca, desde metodologías como la Funcionalista que aboga por una enseñanza del número a partir de situaciones prácticas, cotidianas, a menudo se utilizan números de dificilísima comprensión por parte de los niños. Un ejemplo claro es la costumbre que tienen muchos docentes de escribir la fecha incluso en niños de tres años (enseñando los números a partir de actividades como esta). La mayor parte de los niños de infantil no saben todavía números de una cifra cuando se les pide que al menos "se fijen", copien o lean junto al docente, el día, mes y año, en el que aparecen números de dos o cuatro cifras, estando además asociados a aspectos temporales que son, con diferencia, los de más difícil comprensión y adquisición debido a su elevado grado de abstracción. Otro ejemplo es cuando todavía no dominan el número ni en sus aspectos más mínimos y se les introduce en las operaciones aritméticas, siendo aún más grave la situación si tenemos en cuenta que se hacen sumas e incluso restas a partir de los niños que han venido al colegio y los que se han quedado en sus casas: "somos 25 niños en clase, han faltado 4, ¿cuántos niños habéis venido?" Muchos discentes no son capaces de hacer sumas del estilo 3 + 2, y bajo la obcecación de tomar siempre situaciones lo más reales posible nos olvidamos de sus limitaciones, que son muchas y propias de su edad, así como de su escasez de conocimientos previos, planteándoles a diario situaciones de este estilo.

Se respeta siempre los conocimientos previos. Tal y como se ha comentado, determinadas metodologías no lo tienen en cuenta, aunque si analizáramos en profundidad todo el sistema educativo veríamos como es muy frecuente. Algunas de sus causas son: la falta de coordinación docente, el uso de bases teóricas muy distintas, la falta de consenso en metodologías… tanto desde el propio nivel como entre etapas. Un ejemplo al respecto es enseñar de formas distintas, dentro de un mismo centro educativo, el número bajo los postulados piagetianos o a partir de los principios de Gelman y Gallistel, en el caso de infantil, o de cómo y por qué utilizar un determinado algoritmo de la resta llevando en primaria.

Así pues, desde la metodología Neurológico-Principios, se aboga por una matemática estructurada que parta desde la base, desde el principio, dándole sentido a lo que se aprende porque los niños son capaces de entenderlo, de hacerlo suyo. En ese sentido, el planteamiento es similar al Monumentalista, aunque aquí presentamos una diferencia importante y es el que los planteamientos curriculares actuales parten de una concepción constructivista del aprendizaje pero con una clarísima influencia de Piaget, por lo que no se tiene en cuenta por un lado cómo funciona nuestro cerebro cuando ejecuta determinadas habilidades numéricas, matemáticas, ni tampoco otras variables presentes en el concepto de número. Así pues, dichos contenidos curriculares han de ser complementados a partir de una base teórica que tenga en cuenta todos los aspectos presentes y necesarios para el dominio del número.

Parte de la construcción de la línea numérica mental. Se trata de una herramienta vital para la manipulación del número. Esta construcción se realiza de manera progresiva tal y como se detalla un poco más adelante en la página 237.

Busca la interrelación entre procesos cognitivos, la matemática formal y su aplicación en diferentes contextos. Los procesos cognitivos se han de desarrollar al unísono y en interacción con las variables que forman parte del concepto de número. Ello a su vez dará el soporte necesario para aplicar dichos conocimientos en las situaciones que lo requieran.

Se presta un especial atención a los procesos cognitivos. Al igual que en otras metodologías como la Funcionalista, se desarrollan procesos como razonar, inferir, deducir, hipotetizar… Si bien, se otorga un protagonismo especial a otros procesos cognitivos como al lenguaje (de manera especial a la conciencia fonológica), atención (tanto la abierta como la encubierta), subitización (como punto de partida de otras habilidades), coordinación (imprescindible para el conteo, lectura, escritura…), transferencia (para aplicar aprendizajes a cualquier situación, contexto), las estimaciones (que dan valor a los cálculos, conteo, razonamientos…), la automatización (dirigida a la liberación de la memoria operativa y poderla dedicar a otros menesteres), funcionamiento de las redes de memoria (para partir de los conocimientos previos, tener en cuenta en el diseño de actividades en cuestiones como las multiconexiones), la percepción (puerta de entrada de gran cantidad de información), comprensión (fundamental para interiorizar, dominar y dar sentido a lo que se aprende) y la consciencia (que permitirá percatarse, darse cuenta de cuestiones clave, lo que permitirá conectar con otros contenidos, razonamientos, deducciones…).

Todos estos procesos, tratados a lo largo del presente estudio, se dirigen en gran medida a una cuestión fundamental: que el niño entienda todo lo que está haciendo. En lo que respecta al número, y bajo una perspectiva que incluye una gran cantidad de principios o variables que el niño ha de comprender y dominar para manejarlos adecuadamente, el término "concepto", y lo que de ello se desprende, resulta absolutamente esencial. De este modo, cuando hacemos actividades dirigidas, por ejemplo, a la "correspondencia uno es a uno", no sólo ha de aplicar bien este principio cuando realiza un conteo, además ha de saber por qué ha de ser así, por qué de no respetarlo incurriremos en error. Esta necesidad, previa a la automatización de determinadas habilidades numéricas, de comprender los distintos principios del número, ha de estar muy presente en el momento en que se lleve a cabo el acto didáctico. Solo así se le podrá extraer todo el provecho y sentido a las actividades, generando además, aprendizajes más sólidos, pues son comprensivos, no memorísticos, y por tanto tienen mayor duración en la memoria, facilitando además la conexión con otros conceptos y habilidades. Para ello el docente ha de recurrir a la reflexión, a los porqués, a que sean los propios niños los que lleguen a determinadas conclusiones. Un ejemplo de ello son las estrategias de conteo donde han de poner en funcionamiento principios como la correspondencia uno es a uno o la irrelevancia de orden, todo ello en situaciones en las que han de contar pero cambiando la manera de hacerlo y sin dejar de respetar tales principios.

En cuanto a la posibilidad de aplicar conocimientos que son aprendidos en un determinado lugar y contexto, a otras situaciones, momentos, lugares… se requiere de la intervención de procesos cognitivos como la transferencia (1.3.7.5, página 105). Es el caso, por ejemplo, de situaciones de aprendizaje que parten de talleres. Éstos realizan actividades descontextualizadas de la realidad como el descomponer los números con regletas o bloques multilink. En nuestro caso la transferencia será aplicada desde una visión constructivista, desarrollada a partir de las propias vivencias y experiencias de los niños por medio de elaboraciones y reelaboraciones continuas (1.3.7.5, página 107). Así, por ejemplo, después de una descomposición con bloques, realizaremos otra más próxima a la realidad como el descomponer un billete de 10 €, en otros de 5 y en monedas. El último paso será su aplicación en simulaciones de contextos reales como las descritas en resolución de problemas de este mismo apartado, página 277.

Por último y en referencia a los procesos de automatización, los cuales han sido tratados en 1.3.7.8, página 123, hay que tener presente que ante determinados aprendizajes resulta necesario cierta cantidad de tiempo y repeticiones para que aquella se produzca. Así muchas de las habilidades descritas como el conteo, la comparación… se realizarán a partir de módulos especializados que liberarán la memoria operativa para otras cuestiones. Asimismo permitirá una ejecución mucho más rápida y especializada, si bien han de conectarse entre sí. En el caso de los niños es muy frecuente ver cómo un día parece que han aprendido algo, que lo dominan, y al día siguiente que no saben nada al respecto. Este tipo de cuestiones forman parte del aprendizaje, y desde la metodología Neurológico-Principios se apuesta por repeticiones pero desde actividades distintas que se dirigen a un mismo objetivo. Dada la íntima relación de la automatización con la consciencia, esta será nuevamente abordada en este mismo punto en la página 283, donde se desarrolla esta última en relación con la matemática.

La aplicación eficaz del número en el seno de la resolución de problemas es el objetivo último. De nada sirve utilizar el número si no somos capaces de utilizarlo en la resolución de problemas. Aunque los problemas y los números conviven desde los tres años, el protagonismo que van cobrando con el paso del tiempo es cada vez mayor, hasta el punto, que de ellos puede salir, por ejemplo, la práctica de la aritmética (en infantil), y el dibujo geométrico, el aprendizaje de las tablas de multiplicar… (en primaria).

Es de suma importancia darles tiempo para pensar. La velocidad en el procesamiento de la información en los niños es mucho menor que en los adultos. Una de las causas es la escasa interconexión entre “saberes”, habilidades… Muchas de las actividades que proponemos tienen en cuenta la generación de multiconexiones, siendo dos de sus características el provocar las conexiones neuronales y el ser conscientes de la necesidad de darles el tiempo necesario de ejecución.

El juego es un recurso de primer orden. A través de él se desarrollan habilidades necesarias para la construcción de la línea numérica mental, que a priori no son contextualizadas o prácticas. Este tipo de juegos suelen ser breves y muy variados para un mismo objetivo, lo que garantiza la atención e interés de los niños. Otra característica importante es que no tienen que partir necesariamente de actividades prácticas, como las citadas anteriormente y que son típicas de la metodología Funcionalista. Muchas de las utilizadas y que figuran en el anexo I, página 455, son de carácter Monumentalista.

Asimismo, en el diseño de las actividades se tiene en cuenta el que la duración sea corta, incluso tratándose de juegos. Se pueden hacer varias actividades matemáticas, pero han de ser distintas, breves, finalizándolas cuando todavía están pasándoselo bien, dejándoles siempre con las ganas de volver a hacerlo.

No obstante no siempre es posible que las actividades partan del juego, que despierten su interés. En este tipo de actividades insistiremos en la importancia que van a tener pronto ya que lo van a necesitar en muchas ocasiones. Este tipo de situaciones las encontramos en actividades como la de escribir números, mostrándoles a continuación ejemplos reales en los que van a necesitar tal aprendizaje, como por ejemplo para jugar en el ordenador.

Otro recurso que se tiene en cuenta es el de la competición. Durante muchos años se ha retirado de las aulas con la justificación de que no despertaba buenos valores. Al contrario, si se hace con moderación y buen criterio es de gran ayuda. En algunos casos se compite con uno mismo, como es el caso de la actividad “El club del 100”, en el que los alumnos están tremendamente motivados a llegar a ese número, a partir de la habilidad de verbalizar la serie numérica que va del 0 al 100, y donde al llegar, se le ofrece una bienvenida. Nadie compite por ser el primero, dicha circunstancia no tiene importancia, lo relevante es llegar, y una vez conseguido, ayudar al resto de compañeros a que lo consigan también. En otras ocasiones se compite con alguien. Suele funcionar mejor competir entre equipos (en infantil los niños casi siempre están agrupados en mesas de manera que forman equipos) y sobre todo si lo hacen contra el profesor. En el caso de la actividad “¿Sabes cuál es…?” en el que el niño ha de determinar cuál de los números que se le dice es más grande o más pequeño, el grupo clase compite con el profesor (anexo I, página 463). Cada niño que acierta tiene un punto, que es contado a partir de objetos como tapones, juguetes, regletas… Si por el contrario falla es punto es para el docente. Al término del juego se cuentan y comparan los puntos obtenidos por niños y maestro. Como a los niños les gusta ganar, la mayor parte de las veces las preguntas darán la opción real de ganar a los niños, de modo que eso provocará el que quieran repetir la actividad más veces. También resulta interesante el que no siempre ganen por varias razones. Una de ellas es que quieren tener lo más pronto posible la posibilidad de resarcirse de la derrota, otra el que a sus victorias les darán más valor pues las verán reales. También el que se desarrollen la capacidad de contener emociones como la rabia, la frustración. Y por último, el que se acostumbren a competir desde el entretenimiento, aceptando las derrotas, saboreando las victorias sin burlarse del contrario, a compartir esfuerzos trabajando en equipo.

Hay que pasar de la capacidad de representación física de un problema a una mental. Son bastante frecuentes “las prisas” en el aprendizaje en la educación infantil, provocando lagunas o vacíos que tardan en ser rellenados. Desde la metodología Neurológico-Principios se incide en la progresión de la representación de una situación problema que va desde las tres dimensiones por medio de objetos, pasando por el dibujo en papel (dos dimensiones), hasta su representación mental.

El papel del docente es fundamental, compartiendo el protagonismo con el discente. El constructivismo incide en el protagonismo del propio sujeto en el aprendizaje, pero también insiste en la importancia de una actuación mediadora por parte del docente. En etapas superiores los alumnos han adquirido las habilidades y conocimientos necesarios para que muchos de los aprendizajes sean realizados de manera autónoma. En cambio, en infantil, sin una buena mediación, los aprendizajes se adquirirán de manera más tardía y menos sólida ya que apenas hay conocimientos previos, además, muchos de los recursos cognitivos, habilidades… están por eclosionar. Provocar, estimular su desarrollo, requiere de una buena preparación teórica y una buena predisposición hacia la actividad física, ya que el desgaste en esta etapa educativa es muy elevada. Así, actuar el maestro deberá actuar como mediador. Esta cuestión es esencial pues ha de provocar el aprendizaje por descubrimiento, al igual que la Funcionalista, pero en el que a diferencia de ésta última que busca la motivación en números del entorno del niño, que sean prácticos como su edad, peso, la fecha o la compra del supermercado, se proponen muchas actividades a partir del juego, ya que entendemos que tiene un mayor poder motivacional pues forma parte de la propia psicología del niño.

En cuanto a la motivación, entendiendo que es básicamente externa a los sujetos, el docente ha de buscar despertar el interés del niño, que es de corte intrínseco y mucho más potente a la hora de captar la atención. Ello propicia interiorizar mejor, con menos esfuerzo, todo tipo de aprendizaje. Así, los adultos nos podemos motivar ante una situación que no resulta excesivamente agradable pero que entendemos necesaria, como estudiar para un examen, pero los niños no pueden hacerlo. Por tanto, el docente ha de tratar de plantear situaciones que resulten lo más agradables posible al alumnado con el fin de despertar su interés. Nos encontramos ante una de una de las cuestiones más difíciles a conseguir por parte del profesorado, y en especial de esta etapa educativa, ya que captar la atención de niños pequeños es sumamente difícil. De los dos tipos de atención vistas en 1.3.7.2, página 91, la abierta será la que tendrá más presencia en el aula dadas las características evolutivas de los niños de esta edad. No obstante, no se ha de descuidar actividades que desarrollen la atención encubierta. El juego, tiene el potencial necesario para hacerlo.

Además, en ocasiones y cuando así sea posible, se debe dar la posibilidad de que los niños escojan, entre distintos juegos o actividades, aquellas que más les apetezcan. Así pues, observamos un estilo democrático pero dentro de unos determinados cauces que va marcando el profesorado.

Por otro lado, todo ello no se puede conseguir sin una programación que estructure bien todos los aprendizajes y que sea flexible. Así, el maestro deberá adaptar aquella a los ritmos y estados de ánimo de los alumnos.

Asimismo destacar que hay poco trabajo de fichas, en papel, comparado con la metodología Funcionalista y sobre todo con la Monumentalista. Desde la metodología Neurológico-Principios se apuesta por utilizar la ficha y las actividades de escritura de números, en aquellas en las que sea estrictamente necesario ya que no hay otro modo de hacerlo. Así pues, la idea es que no se puede aprender matemáticas a base de fichas.

Tratamiento de la información.

La mayor parte de ella la va presentando el profesorado, de manera gradual y en el momento adecuado. Fundamentalmente se busca su interiorización, encontrando que el modo más adecuado es hacerlo a partir de las vivencias, experiencias y el juego.

Decisión sobre lo que se va a trabajar.

Tal y como se comentó con anterioridad, los alumnos pueden escoger entre actividades de todo tipo propuestas por el maestro. Normalmente no se escoge sobre "lo que se quiere aprender" o sobre "determinado centro de interés", tal y como sucede en la metodología Funcionalista, fruto del trabajo por proyectos. El docente es el que normalmente toma estas decisiones, pues sabe mucho mejor que los discentes, lo que les conviene y necesitan aprender en cada momento. Es mucho más realista y eficiente que ese reparto de decisiones queden distribuidas de tal modo, motivándoles mucho más a los niños el que se les deje decidir sobre el juego a realizar, de entre varios propuestos por el maestro, que sobre temáticas sobre las que investigar, aprender…

Rol del profesorado.

La principal función como rol del maestro es actuar como *mediador* en los aprendizajes. Supone conocer bien la base teórica a desarrollar, que incluye tanto aspectos matemáticos como psicológicos, planificar, programar de manera estructurada pero flexible, y escoger los momentos más adecuados en los que llevar a cabo las actividades. Como *animador*, buscará a través de la motivación llegar al interés de los niños, siendo el objetivo último captar su atención. Asimismo, actuará como *copartícipe* a través del juego, esto es, jugará con los niños en muchas de las actividades.

Métodos globalizadores utilizados y su duración.

Las actividades son de aplicación en cualquier método globalizador: unidades didácticas, proyectos de trabajo, investigación en el medio. Cada uno de ellos tiene sus ventajas e inconvenientes por lo que se apuesta por su uso conjunto que es perfectamente compatible.

Unidades didácticas. Facilitan la aplicación estructurada y coordinada del currículo. En nuestro caso su duración oscila entre un mes y un trimestre. lo que supone unas pocas a lo largo del curso. Ello es debido a su diseño altamente relacional lo que genera muchas conexiones entre saberes, lo que da pie a muchas cuestiones a tratar. Por tanto, suelen ser más largas que en las metodologías Monumentalista y Funcionalista.

Proyectos. Podemos distinguir cuatro tipos, según la clasificación de las "cajas verdes" de la Conselleria de Educación de la Comunidad Valenciana, AA, (1990):

Básicos y constantes, como los *hábitos y las rutinas,* y que se extienden a lo largo de todo el curso escolar. En el caso de las rutinas, se busca el aprendizaje por repetición, lo cual no ha de ser sinónimo de rutinario.

Decididos por el equipo docente: Informática (todo el curso). *Fiestas* (suelen durar de uno a unos pocos días). Conectan con el entorno más inmediato, con necesidades de corte social.

Organización de las zonas de aprendizaje: rincones y talleres (todo el curso). Los talleres buscan lo manipulativo, lo experiencial. Los rincones el juego libre, sobre todo el simbólico.

Ocasionales. Surgen de un interrogante, una curiosidad a partir de la cual los niños manifiestan su voluntad de aprender cosas. La gran razón de ser de este tipo de proyectos reside en la búsqueda, análisis y síntesis de la información. Estas características obligan a realizar casi todo el trabajo al docente, dadas las limitaciones cognitivas y falta de autonomía del alumnado de infantil. De hecho, esta metodología es recomendada a partir de quinto o sexto de primaria. Otros inconvenientes son: la imposible coordinación con los compañeros de nivel, no se respetan los contenidos curriculares, ni su graduación. Otra característica de los proyectos ocasionales es la participación de los padres en la búsqueda de la información, participación en clase…

Investigación en el medio. La actividad se dirige hacia la experimentación. A partir de una determinada problemática los niños ha de formular hipótesis. Seguidamente se ha de extraer conclusiones, analizar lo sucedido, establecer relaciones de causa efecto… Finalmente se compara con la hipótesis inicial junto a una reflexión de cierre. Su aplicación es recomendable a final de cinco años cuando tienen más conocimientos y recursos cognitivos. En esta metodología se supone que la investigación surge de una curiosidad, algo improvisado que ha sucedido y queremos saber lo que ha pasado, por qué, cómo se ha producido... Ello es poco eficaz porque quedamos un poco a expensas del azar. Además, lo más probable es que ese hecho relevante se produzca en un momento en el que no nos venga bien desarrollarlo. Así pues, como alternativa, podemos ofrecerles que elijan entre dos o tres posibilidades y además hacerlo cuando creamos que es más adecuado.

Sentido de globalización: relacional.

Cualquiera de los métodos utilizados ha de intentar ser lo más relacional posible, alejándose de la "globalización por sumatorio de materias" típica de la metodología Monumentalista. El sentido relacional es similar al descrito en la Funcionalista, si bien se trabaja desde sobre el seno de las unidades didácticas, a diferencia de esta última, que parte de los proyectos de trabajo. La ventaja de hacerlo desde las unidades didácticas es que no se pierde de vista los contenidos curriculares, la gradualidad de los aprendizajes, es decir, una planificación, que aunque flexible, los respete.

Niveles óptimos de aplicación de las diferentes metodologías globalizadoras.

Desde infantil. Si bien, los proyectos ocasionales e investigación en el medio son metodologías complejas para los niños de estas edades tal y como se ha comentado. Es por ello que su presencia es escasa, aunque consideramos que son muy interesantes para etapas educativas posteriores. Ello nos lleva a introducir al alumnado en este tipo de actividades.

Centros de interés.

Los centros de intereses colectivos son más bien escasos, por lo que partir de programaciones con muchas unidades didácticas o proyectos de trabajo, conllevará la necesidad de recurrir a tópicos. Un ejemplo de ello son temáticas como "el otoño", donde se utiliza como supuesto centro de interés cuando en realidad es un tópico. Son mucho más reales centros de interés como el juego, los juguetes, el cine, su entorno más inmediato, roles que les gusta imitar de los padres… En nuestro caso apostamos por que sean lo más reales posible y que conecten con sus características psicológicas, necesidad de actividad, curiosidad, retos…

Objetivos.

Todo lo que se organiza alrededor de las unidades didácticas, proyectos (de rutinas, talleres y decididos por el equipo docente como fiestas e informática), permiten una buena planificación. Así, son organizados, jerarquizados y estructurados por el docente con antelación. De ellos surgirán los contenidos y criterios de evaluación. El resto de actividades cuyos objetivos partan del resto de métodos globalizadores, deberán tener mucha más flexibilidad ya que no se pueden planificar con mucha antelación.

Tipo de contenido.

Se centran por un lado en los procedimientos de corte cognitivo superior (anteriormente descritos), como el razonamiento, las inferencias, deducciones, hipótesis, estimaciones, consciencia…, siendo la construcción de la línea numérica mental nuestra gran prioridad, ya que de ella dependen en gran medida otros procesos, otros contenidos. Así, los procesos cognitivos son tratados como contenidos a adquirir y desarrollar. Por otra parte, dichos procesos conviven con todas las variables presentes en el concepto de número, que como hemos visto, son muchas y necesitan de mucho tiempo para su comprensión, interiorización y dominio.

Técnicas de trabajo y procedimientos.

Entre otras podemos destacar, explorar, experimentar, probar, formular hipótesis… que van dirigidas de manera especial al razonamiento en general y al desarrollo del pensamiento. Jugar, dramatizar… para la adquisición de diferentes habilidades necesarias sobre todo en lo descrito en torno a la construcción de la línea numérica mental. Toma de conciencia, transferir… para percatarse, darse cuenta de ideas, saberes, que requieren de reflexión, metacognición incluso, y que es fundamental en los procesos de comprensión. Leer, escribir… de modo que se desarrollen las dobles rutas visual/fonológica tanto para la lectura como para la escritura. Representar problemas de diferentes modos, de modo que se asegure una progresión en los procesos de simbolización y comprensión.

Evaluación.

Entorno a la construcción de la línea numérica mental y los procedimientos cognitivos aplicados sobre las variables presentes en el concepto de número, giran la mayor parte de los objetivos y por tanto, las actividades y los criterios de evaluación que de ello se desprende.

Rol del alumnado

Su principal rol es el de ejecutor de actividades, es decir, lleva a término aquello que se le propone. Pero por otro lado existe la flexibilidad suficiente, para que en ocasiones cuando así lo determine el docente, los niños puedan decidir entre dos o varias actividades cuál de ellas quiere hacer en ese momento o a lo largo del día. Por tanto, también tiene un rol de copartícipe. Asimismo, se aplica mucha matemática justo en el momento en que se van a jugar a las zonas de aprendizaje, siendo siempre estas de libre elección así como los materiales presentes en ellas.

Actividades.

En las unidades didácticas.

Tienden a la aplicación práctica de habilidades desarrolladas en otros momentos (conteo a partir de la construcción de la línea numérica mental en las rutinas de la mañana, lectura y escritura de números, razonamiento…) y a la aplicación práctica en simulación de situaciones contextualizadas. Estas últimas son de corte procedimental y con un sentido de globalización relacional.

Presentes en proyectos de trabajo.

Rutinas de la mañana (básicos y constantes): son fundamentales en la metodología Neurológico-Principios. Es en las rutinas de la mañana donde se vuelca la mayor parte del trabajo estructurado, conducente a la construcción de la línea numérica mental y otros procesos cognitivos, así como a las variables del concepto de número.

Informática (decididos por el equipo docente): a través de juegos que desarrollan habilidades matemáticas. Las actividades se dirigen a la consolidación de aprendizajes previos. Han de ser muy lúdicas y dinámicas. Aquellas que vayan destinadas al razonamiento han de ser breves y relativamente sencillas. *Fiestas (decididos por equipo docente),* permiten la aplicación práctica de la matemática relacionada con las festividades.

Rincones y talleres (organización de las zonas de aprendizaje). Los talleres buscan, a través de lo manipulativo, que comprendan características del número por una parte, y por otra, el desarrollo de procesos cognitivos como la formulación de hipótesis, el establecimiento de relaciones de causa efecto, el razonamiento... Los talleres parten de objetivos y materiales que el docente prevé con antelación. Por tanto, las actividades serán evaluadas. Por su parte, los rincones, son de juego simbólico y los niños suelen acceder después de terminar otras tareas. No hay consignas de trabajo, ni objetivos y actividades evaluables. En nuestro caso algunos rincones de juego, como el del supermercado, se dotan de materiales donde hay aplicaciones prácticas como pesar alimentos, si bien, tal y como se ha comentado, no son ni dirigidas, ni supervisadas y por tanto no son evaluadas.

O*casionales.* Han de surgir de los niños y se tendrá que aprovechar la matemática que aparezca para la aplicación práctica de habilidades previamente adquiridas. El empleo de este último tipo (fundamental en metodologías como la Funcionalista), es de difícil aplicación real por lo que apenas le damos presencia.

En investigación en el medio.

Las actividades surgen de la experimentación con materiales, objetos, plantas… siendo las más representativas las de formulación de hipótesis, comprobación de relaciones de causa efecto, análisis y razonamiento en general.

Otras características de las actividades son:

Aplicación del conteo, sumas, restas… Se realizan a partir de todo tipo de situaciones (desde estructuradas de corte Monumentalista), hasta las de aplicación práctica (Funcionalista). Gran presencia del juego, tanto de corte estructurado como libre. Se incide en el simbólico.

Resolución de problemas. En un primer momento (tres y cuatro años) es visto como un elemento que permite desarrollar habilidades de pensamiento como el razonamiento, la formulación de hipótesis…

El conteo recibe un tratamiento especial dada su relevancia, ya que lleva implícito numerosas cuestiones ligadas a la resolución de problemas. Se busca la contextualización siempre que la actividad lo permite, sin forzar situaciones. Si bien, tiene mucha presencia. En cinco años, la resolución de problemas cobrará mayor protagonismo. Su desarrollo parte en muchas ocasiones de situaciones simuladas.

Otra cuestión de gran relevancia reside en la búsqueda de diferentes modos de representación (tres dimensiones, dibujo, dramatizaciones y mentalmente) y con el juego como soporte.

Escasa presencia de supuestos números significativos para el niño. Calificamos de "supuestos números significativos" la edad de los niños, peso, talla, número de la casa donde vive, matrícula del coche de sus padres, teléfono… ya que a excepción del primero, todos los demás pasan desapercibidos en los niños. Somos los adultos quienes les otorgamos la calificación de significativos.

Asimismo, se tendrá en cuenta que en un futuro sean prácticos, necesarios… Desde nuestra metodología no se renuncia a su uso, no obstante suelen tener escasa presencia. En nuestro caso se utiliza cualquier número, sin excusas, y se intenta construir, interiorizar y aplicar en situaciones de simulación, utilizando el juego como vehículo inherente al interés.

Actividades prácticas, contextualizadas. Se realizan a partir de simulaciones normalmente de la vida real donde sea necesario el uso de números. En muchas ocasiones los niños las realizan con absoluta naturalidad ya que se llevan a término en el momento han finalizado otras tareas y se van de manera libre y voluntaria a jugar.

En estas situaciones, que también son de aprendizaje, se requiere del uso de la matemática en general: alquiler de juguetes (lectura y escritura de números), panel de joyas y complementos (operaciones aritméticas, resolución de problemas), tienda de moda (resolución de problemas), supermercado (pesar, conteo de elementos, monedas, billetes, descomposición del número…)

Partir de la memoria comprensiva sea cual sea el tipo de actividad. Desde la metodología Neurológico-Principios se insiste en la importancia de la comprensión de todo aquello que se hace. No obstante, una vez algo es comprendido se incide en las repeticiones. Estas van dirigidas a dirigidas a los procesos de automatización.

Dichos procesos, tal y como se comentó con anterioridad, generaran áreas especializadas para determinados procedimientos, liberando la memoria operativa y gestionando la información de manera más rápida, exacta y por tanto eficiente. Para que una repetición no sea aburrida y además tenga una buena construcción, hemos de variarlas dentro de un mismo objetivo, tal y como se puede observar en el anexo I, página 455, donde para cada una de las variables del concepto de número hay diversas propuestas de actividades.

Tal diversidad también genera una mayor calidad en las multiconexiones, ello es debido a que cada actividad puede tener matices dirigidos a otros procesos cognitivos o con conexión a otras variables del concepto de número.

Por otro lado, no se desprecian actividades memorísticas (parte de la serie numérica oral, sumas y restas sencillas…), como una pieza más del proceso de adquisición de determinados algoritmos o procedimientos. Al contrario, su memorización facilitará la liberación de la memoria operativa, al igual que sucede con los procesos de automatización.

Multiconexiones.

Son las interconexiones que se realizan entre las distintas zonas, áreas y módulos de cada uno de los hemisferios, facilitando la activación e intervención, secuenciada o al unísono, de éstas y que generan respuestas coordinadas.

Esas multiconexiones se generan a partir de la utilización de distintos enfoques de trabajo en el aula, favoreciendo el desarrollo de las distintas partes del cerebro involucradas, así como la conexión entre ellas. Para lograrlo hay que partir de una premisa importante: una misma actividad ha de poner en relación distintas áreas cerebrales (o grupos neuronales), estando activadas a la la vez para provocar una interconexión. Luego por medio de la repetición, se convertirá en un "camino abierto", provocando su comunicación permanente. Recordemos lo citado por Fuster (1997), "*dos células o sistemas, que de forma repetitiva se muestren activos al mismo tiempo se convertirán en asociados, facilitando la actividad de uno la del otro".*

Se trata de una de las cuestiones vitales de nuestra metodología, repercutiendo directamente en el diseño de las actividades.

Con las actividades se busca la eficacia en el uso de los números. Para ello es necesario partir de diferentes usos del número. Así, no es lo mismo aprovecharse del carácter ordenado del número para localizar una determinada casa, que contar los objetos de una colección, comparar o resolver problemas entre otros. Ello nos lleva a actividades en las que hemos de hacer conscientes a los niños que el que vivan en el número 17, no significa que hasta esa casa hay tal número de viviendas.

Las agrupaciones de trabajo son muy variadas. Estas se llevan a cabo tanto a nivel individual como en pequeño, gran grupo, o manera colaborativa. Los juegos, las reflexiones grupales, los talleres… tienen necesidades agrupativas diversas, resultando muy positivo ya que ello facilitará la atención y el interés, alejando el aburrimiento de las aulas.

Materiales manipulativos. También tienen un papel importante en nuestra metodología, cobrando especial relevancia aquellos que ayudan a comprender diferentes aspectos del número: construcción de la línea numérica, composición aditiva, descomposición... Otros son empleados para trabajar la lógica, las relaciones de causa efecto, formulación de hipótesis, necesarios en experimentos…, si bien, su presencia es bastante menor.

Uso del ordenador, pizarra digital… con fines matemáticos. La pizarra digital, usada a nivel grupal, tiene un buen potencial para actividades que se dirijan hacia la comprensión. No obstante este tipo de situaciones de aprendizaje han de ser breves, ya que lo que esperan los niños es tocarla lo máximo posible. Así, con esa excepción, la mayor parte de las actividades, tanto de pizarra digital como de ordenadores, se dirigirán a juegos de entretenimiento donde abunde lo perceptivo, que sean dinámicos y que no conlleven la necesidad de pensar en exceso.

A continuación vamos a explicitar las principales variables y procesos cognitivos, que según nuestra metodología Neurológico-Principios, forman parte del proceso de adquisición del concepto de número.

VARIABLES Y PRINCIPALES PROCESOS COGNITIVOS PRESENTES EN EL CONCEPTO DE NÚMERO

Tanto las variables como determinados procesos cognitivos surgen de los distintos aspectos, que ligados al número, permiten comprenderlos y utilizarlos de manera eficiente. Todo ello queda recogido en la definición que aportamos como propia en el apartado 1.1

CONSTRUCCIÓN DE LA LÍNEA NUMÉRICA MENTAL.

Serie numérica. Apoyándonos en la base teórica que justifica la existencia de la línea numérica mental, apartado 1.3.4, página 71, la construiremos a partir de la adquisición de la serie numérica. Esta deberá desarrollarse teniendo en cuenta el principio de orden estable (apartado 1.2.2, página 37), así como lo expuesto en el 1.3.7.1 que habla del lenguaje, siendo el código verbal oral el primero en adquirirse, Berjas (2012).

En nuestro caso, partiremos siempre del 0 y no del 1 como suele ser habitual en las aulas de infantil. El motivo es claro, nos hará falta para designar un conjunto en el que no hay ningún elemento, es necesario para construir la base 10, afectando asimismo al de las cifras. El recitado de una parte de ella (del 0 al 20), a modo de "Rosario" o "Cantinela" (las palabras-número están juntas) ha de dar paso a la "Cadena continua", lo que permitirá evolucionar de una "canción" a una secuencia estable de una parte de los números. Ello nos permitirá contar elementos pues ya nos encontramos con "palabras número" cuya característica es que se encuentran separadas unas de otras. Dada la falta de transparencia fonológica en los números (hasta el 15 en castellano) hace que estos números y su secuencia (orden estable) hayan de ser memorizados sin más. Desde nuestra metodología lo haremos hasta el 19 ya que de este modo conseguiremos agrupar los números por "familias" como más adelante explicaremos.

Desde el 20 hasta el 29 los números son semitransparentes, ya que por un lado la raíz de la palabra no da pistas de la cifra de las decenas, pero por otro, ya disponemos de una combinación clara (veinti-uno… dos…). Así en la verbalización de la serie acentuaremos sobre la combinatoria, para que se percaten de ella.

A partir del 30 nos encontramos con números muy transparentes. En este caso incidiremos tanto en la raíz de la palabra “tre” de treinta para que lo relacionen con la cifra 3, como en la combinatoria explicada anteriormente.

Esta construcción del n+1 se realiza fundamentalmente a partir de actividades como “El club del 100”, (anexo I, página 455).

Esta progresión del n+1 se inicia a los tres años y gran parte del grupo clase suele llegar hasta el 20, por lo que es fundamentalmente memorístico. En esta edad también hay que trabajar el paso de la “cantinela” o “rosario” a la “cadena de números” para que puedan iniciarse en actividades de conteo. A partir de los cuatro años continuaremos con la serie numérica e introduciremos el n+10 y el n-10 ya que nos servirá para apoyarnos en la construcción del n+1 hasta el 100, más allá de lo memorístico, es decir apoyándonos en la conciencia fonológica. A final de curso, el de los 4 años, podemos conseguir que muchos ya lleguen hasta el 100. De manera solo aproximativa y como referente decir que la media de verbalización de la serie numérica puede situarse por encima del número 60 e incluso más. En el curso siguiente, la gran mayoría de los alumnos pueden llegar al 100. En cuanto a aquellos que no lo consigan hemos de pensar en lo que ya hemos avanzado, punto a partir del cual deberán trabajar nuestros compañeros de primaria.

De igual modo, hay que desarrollar la habilidad de verbalizar la serie numérica en sentido inverso, hacia detrás, n-1. Comenzaremos desde números pequeños 5 al 0 (en tres años), haciéndolo de manera progresiva, luego desde el 10, 20 (cuatro años). Más tarde cuando ya hayamos trabajado el n+10 y el n-10, seguiremos con el n-1 desde el 50 (sobre los cinco años). No es necesario hacerlo desde el 100 ya que la habilidad ya está prácticamente adquirida y su recitado desde ese número en niños menores de 6 años se hace muy largo y aburrido debido a que su verbalización se hace a menor velocidad que la de la serie ascendente.

Por último, trabajar el orden estable de 10 en 10, partiendo del 0 nos facilitará la agrupación por "familias fonológicas", la verbalización del n+1 por construcción y no por pura memorización, tal y como ya hemos comentado, así como el inicio de la comprensión de nuestro sistema en base 10 y el valor posicional de las cifras.

Cadena de eslabones. Los niños de infantil se encuentran con la dificultad de verbalizar la serie numérica a partir de un número cualquiera (que se encuentre dentro de su rango de dominio). Su tendencia natural es la de comenzar desde el "uno" o en todo caso desde el "cero", según se les haya enseñado aquella. Romper la cadena de eslabones nos permitirá, en un futuro próximo, poder utilizar algoritmos de suma y de resta adultos. Así pues, pasaremos de unir los elementos de dos conjuntos y contarlos, a partir de uno de ellos y unirles el otro. En un primer momento el niño escogerá al azar uno de los sumandos. Así para sumar 2 + 3, verbalizará la serie numérica a partir del sumando dos, por ejemplo, y seguirá contando (tres, cuatro y cinco). Más adelante, verá que es más práctico escoger el más grande de ellos pero esto requerirá de que esté presente otra habilidad: la comparación de números. Esta habilidad para verbalizar la serie numérica desde un número cualquiera también se le conoce como *contar con límite inferior.*

Por otro lado, a la resta le ocurre algo similar. También partiremos de algoritmos sencillos de resta en la que a un determinado conjunto le quitamos algo y luego contamos los elementos que han quedado, hasta llegar a algoritmos más elaborados como el de contar con límite inferior y superior. En este caso para restar 7 – 4, en realidad lo que hacemos es contar cuantos elementos hay desde el cuatro hasta el siete. Vemos pues que también, en el caso de este tipo de restas, es necesaria la habilidad de romper la cadena de eslabones.

Estas cuestiones derivadas del aprendizaje y realización de las operaciones aritméticas básicas serán abordadas en el apartado 1.15.

Hasta el momento hemos visto la importancia que tiene la rotura de la cadena de eslabones para las operaciones aritméticas básicas, si bien, siempre referida al n+1.

No obstante también resulta relevante realizar dicha rotura pero “hacia detrás”, esto es, n-1. La justificación es que genera un buen dominio de la línea numérica mental, y además nos permitirá abordar habilidades como la determinar el “anterior” ya que el “posterior” se habrá conseguido desde la rotura del n+1. Asimismo, podremos realizar restas mentales a partir de la verbalización inversa. Un ejemplo es cuando restamos a 11 un número pequeño como dos. Solemos resolver verbalizando “diez, nueve”.

Desde la metodología Neurológico-Principios incidimos mucho en la importancia de trabajar la “rotura de la cadena de eslabones” dada la repercusión que tiene respecto a ciertas operaciones aritméticas así como el dominio que genera en el manejo de los números desde la línea numérica mental.

Las actividades que podemos realizar para trabajarlo son muchas y muy variadas. En el anexo I, página 458, se encuentran algunas de ellas.

Comparación entre números. Determinar si un número es más grande que otro es relativamente sencillo para los niños si los que utilizamos son pequeños. Esto es debido básicamente a dos motivos: la primera es que pueden responder desde su de su experiencia, la segunda, es que partirán de la subitización, cuestión que se comenta más adelante. Todo ello siempre y cuando se utilicen cantidades pequeñas de elementos, poniéndose estas en relación con los números, lo que permite formar imágenes mentales que facilitan su respuesta.

No obstante no es lo mismo comparar entre dos cantidades de objetos que tenemos a la vista, en nuestras manos… que hacerlo desde algo tan abstracto como es una palabra número. En cuanto llegamos a números de dos cifras el cerebro ha de recurrir a otro tipo de mecanismo que permita una respuesta rápida y fiable, Fernández (2004). En el apartado 1.3.5, página 75, vimos cómo a partir de la línea numérica mental el ser humano es capaz de poner en relación dos números para compararlo y de este modo poder determinar cuál de ellos es más grande o más pequeño.

A continuación vamos a ver distintos modos de comparar y las relaciones que pueden tener entre ellas.

Comparación por subitización. Se trata de un primer modo de comparación, muy intuitivo, producida por percepción directa de cantidades pequeñas de elementos (hasta unos cinco o seis aproximadamente) y sin utilizar el conteo. Esta cuestión se abordó en el punto 1.3.7.3, página 97. Así pues, si mostramos dos dedos en una mano y tres en la otra, niños de muy corta edad (menos de tres años), ya son capaces de decir sin dudar donde hay más elementos. Aunque se trata de comparaciones de cantidades muy pequeñas, realizarlas incide en la comprensión y significado de “mayor”, “menor”, y su puesta en relación con palabras número, cuestión de vital importancia cuando se realicen comparaciones de números más grandes donde normalmente el niño no podrá ver directamente esa cantidades de objetos. Así pues, si determinamos (a partir de otros mecanismos de comparación) que 45 es más grande que 30, tan solo a partir de verbalización o lectura de estas palabras número, el niño ha de comprender el significado de "número más grande o pequeño que", y algo tan simple y sencillo como las comparaciones a partir de la subitización nos ayudará a construirlo.

Comparación por estimación. En el momento pasamos de cinco o seis elementos, tal y como se acaba de comentar, el cerebro ya no puede determinar con exactitud la cantidad de objetos de un conjunto. En ese momento lo que se produce es una aproximación a las cantidades. Ello se produce por la puesta en relación de cantidades con la línea numérica mental, visto en 1.3.7.7, página 119. Se trata de un indicador de calidad, nos ayuda a ver el grado de madurez o en el punto (por supuesto siempre aproximativo), en que se encuentra tanto la capacidad perceptiva como el de la línea numérica mental. Así, si por ejemplo mostramos un puñado de piezas (unas 15) y un alumno responde que hay cien, es que todavía se encuentra muy alejado de una adecuada construcción. Si por el contrario dice que veinte o treinta, es que dichos mecanismos ya están muy desarrollados. Este tipo de comparaciones requiere de la puesta en marcha al unísono de mecanismos perceptivos y de la línea numérica mental.

Comparación por conteo. Éste se produce cuando el niño ya sabe que es una manera precisa de establecer en qué conjunto hay más, menos o igual número de elementos, descartando otras opciones como la estimativa, el azar… Dicho conteo y comparación queda reservado para pequeñas o moderadas cantidades, así a modo de orientación, diremos que en niños de cinco a seis años se producen entre cero y unos 30 elementos. En el caso de resolver el problema de determinar entre dos conjuntos cuál es más grande, por ejemplo, si el niño mantiene el contacto visual con éstos, cabe la posibilidad de que se esté apoyando en la percepción. Si queremos dar un paso más, podemos hacer que cuente dos conjuntos de objetos, cada uno situado en un lugar distinto de la clase, para luego acercarse y decirnos la respuesta. Otro tipo de actividades pueden partir de la comparación de conjuntos con elementos de diferentes tamaños, lo cual descartará el uso de la percepción y obligará a "situar" ambas cantidades contadas en su línea numérica mental, respondiendo entonces a partir de ella.

Comparación por ponderación. Nos encontramos en un nivel de comparación muy abstracto. En este caso el alumno puede responder si 35 es más grande o pequeño que 48 por ejemplo. Para que sea posible el niño tiene que tener construida la línea numérica mental en ese tramo numérico al menos. En nuestro caso procuramos trabajar las comparación por ponderación en números de dos cifras a partir de los cuatro años. El rango numérico irá progresivamente incrementándose hasta llegar al 100 sobre los cinco años.

Así pues, las comparaciones por ponderación se realizan teniendo en cuenta el tramo numérico que se domina en función de la edad. En la comparación por ponderación no tenemos un referente visual de elementos, directamente ponemos dos números en relación para determinar cuál de ellos es más grande o pequeño.

Resulta importante también desde el primer momento alternar las preguntas de forma que no siempre preguntemos por el "más grande", de este modo se acostumbran a pensar siempre fijándose en la pregunta. También podemos introducir en la comparación más de dos números. Ello requiere de mayor memoria operativa y velocidad de comparación. Ver actividades en anexo I, página 462.

Comparación por descomposición. Tal y como apunta Dehaene (1997 b), el cerebro humano no descompone los números para compararlos hasta las cuatro cifras. Este tipo de comparación, evidentemente, no es utilizada en las aulas de infantil, no obstante hemos realizado actividades donde se ha trabajado el valor posicional de las cifras (hasta cuatro), cuestión que ayudará en un futuro a realizar la comparación por descomposición. La razón, como se apunta en el apartado 1.10, de trabajar el valor posicional de las cifras hasta las unidades de millar en infantil, es que utilizar números grandes ayuda, por contraste, a comprender los de dos cifras (que son los que con diferencia más hemos trabajado a la edad de 5 años). Para ello nos apoyamos en bloques de base 10, muy claros para los niños, lo que les facilita en gran medida la comprensión de cómo varía el valor en función de la posición.

Inclusividad. Piaget y Szeminska (1941), hablan de inclusión al referirse a cómo los números se embeben unos a otros formando distintas combinaciones de subconjuntos. En nuestro caso utilizaremos este término en referencia a la determinación de qué números se encuentran incluidos o no dentro de otros. Para hacerlo resulta necesario distinguir, por comparación, cuál de ellos es más grande o pequeño y a continuación precisar si se encuentra o no “dentro de otro”, “incluido”. Responder con acierto es bastante complejo, incluso en niños que ya comparan a partir de la línea numérica mental, resultando necesario tener un buen grado de construcción de esta para poder contestar con cierta rapidez y seguridad.

Magnitud. El término magnitud a nivel matemático es definido como una propiedad que poseen los fenómenos o las relaciones entre éstos, de modo que pueden ser medidos. Así pues podemos hablar de magnitudes lineales como el metro, de peso, volumen, temperatura…

Para poder realizar una medición recurrimos a la comparación. Así, hemos determinado la longitud de un metro, de modo que contamos en una magnitud lineal cuantas veces se encuentra este contenido dentro de aquella.

Desde la metodología Neurológico-Principios consideramos que la magnitud, en sí misma y referida al número, aporta aspectos cualitativos a éste, de modo que los ajusta, los interpreta… en función del contexto, de quien los utiliza. Dichos aspectos cualitativos conectan con la lógica y por extensión ayudan a la resolución de problemas. El número deja de ser algo "frío" para convertirse en algo que cobra vida, que conecta con otras habilidades mentales.

Su justificación teórica parte del apartado 1.3.4, donde se afirma que los números son manejados por el cerebro humano como magnitudes físicas concretas y continuas. Así el neurólogo francés Dehaene (1997 b), afirma que cuando nuestro cerebro recibe la información externa de un número, sea cual sea su vía de entrada: a través de la vista (leídas en palabras, en cifras arábigas o por medio de puntos), a través del oído o del tacto, el cerebro los convierte en una magnitud interna continua y luego los pondera mentalmente. Eso sucede de manera automática incluso en situaciones en el que no sea necesario convertir el número en una cantidad, ya que puede ser irrelevante en una determinada situación. Un ejemplo sería cuando vemos un número de una vivienda en el contexto de una calle. El número no indica un cardinal exacto, si es el número 27 no quiere decir que hay esa cantidad de viviendas, no obstante nos da un cierto valor por el orden que ocupa en la serie numérica y siempre dentro de un determinado contexto.

Así pues vemos como nuestro cerebro accede, a partir de un símbolo que nos es presentado de distintos modos (en número, palabra, objetos…), a una magnitud interna cuyos valores se situarían sobre una “línea”, realizándose además, a gran velocidad y de forma automática.

Pensemos lo que ocurrió con la entrada en vigor del euro. De pronto perdimos ese referente interno a partir del cual poníamos en valor un determinado precio. Dicho mecanismo nos permitía saber si algo era caro o barato de forma inmediata. Al cambiar de moneda perdimos esos referentes y eso que los números que manejamos ahora son bastante más bajos. Son todavía muchas las personas que no han construido una nueva escala de valores en lo que respecta a los euros, teniendo que hacer conversiones a monedas pasadas para darle valor a una cantidad.

Otro ejemplo del valor de los números y del significado que les asignamos es cuando vamos en el coche por una calle a una velocidad de 50 km/h. Al conductor, 50, le puede parecer un número pequeño, una velocidad pequeña, para la anchura de la calle, el tráfico existente, el coche que lleva…, pero para al niño que va detrás le puede parecer un número muy grande, mucha velocidad. Sin embargo, el número es el mismo. Los mismos adultos tenemos una sensación “de estar parados” cuando vamos por una autopista bien asfaltada a 120 km/h con un buen coche y sin embargo tendríamos sensaciones distintas si a esa misma velocidad recorriéramos una calle estrecha de una ciudad (aunque fuera en situación experimental). Así pues, lo que sucede es que el valor, la magnitud de 120, más allá de tener valor por sí mismo, cambia en función de la situación, contexto o personas que lo están experimentando, viviendo.

Por otro lado los números también van acompañados de palabras, de otros significados que pueden cambiar el valor de su magnitud. No es lo mismo decir que voy a andar 3 metros que 3 kilómetros. Cuando realizamos esa comparación, lo hacemos desde una visión “cualitativa” y no "cuantitativa" pues no nos paramos a convertirlos a la misma unidad de medida. Sencillamente sabemos que en el segundo de los casos el valor de "3" es mucho más grande.

Una de las actividades que permiten desarrollar esta capacidad consiste en señalar mediante uno o varios punteros láser el número que digamos. Esta se realiza a partir de una línea numérica ascendente del 0 al 100 que se encuentra representada en una de las paredes de la clase, ver anexo I, página 467, "El láser rápido". El alumno que acceda rápidamente al número mostrará una buena construcción de la línea numérica mental. Para llegar a esa determinada posición la mente ha de poner en relación el número que escucha con su posición en ese tramo numérico, realizando en realidad una comparación entre la "posición que ocupa en su mente" y la distancia física que ocupa esa distribución espacial, en este caso del 0 al 100, (en una pared de unos 6 metros), acercándose rápidamente al número buscado por estimación. Algo similar sucedería si, vista esa disposición de los números, se nos tapasen los ojos y se nos pide que lancemos una pelota o apuntemos con un láser más o menos a uno de los números visualizados. Otra actividad interesante para desarrollar esta habilidad es la de localizar hojas a partir de un catálogo de juguetes (se puede hacer individual o también colectivo). Pensemos previamente en lo que hace un adulto cuando abre un libro grueso y pretende acceder a una determinada página. En un primer momento hará una aproximación, saltando una gran cantidad de páginas. Luego hará otro salto de estas, pero ahora de menor grosor. Y así sucesivamente hasta llegar a la hoja en cuestión. Así, diremos a los niños que busquen la página… de modo que tengan que hacer una estimación que les lleve cerca del valor a partir de su representación de la línea numérica mental. En esta actividad podremos encontrar grandes diferencias. Si por ejemplo hay cincuenta páginas y les pedimos que busquen la veinte, deberían abrir aproximadamente por la mitad y a partir de ahí seguir con la búsqueda, sin embargo, los niños que no tienen construida la línea numérica mental, no podrán hacerlo. En este caso la comparación entre el grosor del libro y la situación del número buscado, en esa pequeña distancia, dificulta en gran medida su localización pero resulta de gran interés por la calidad que aporta.

En cuanto a la ubicación, la región parietal inferior es la máxima responsable de esa representación interna de las cantidades numéricas así como de su manejo, aunque hay que tener en cuenta que según la operación matemática que se realice se activará en un u otro hemisferio dicha región, coordinando su actividad con otras áreas entre las que cabe destacar aquellas que controlan el lenguaje.

En lo que respecta a la metodología que nosotros presentamos, la magnitud, el darle valor a los números, representa una de las cuestiones primordiales. Para conseguirlo se ha de tener en cuenta el que las actividades conecten unos módulos con otros, unas áreas con otras, de manera que el niño dote de significado todo aquello que hace (multiconexiones). Un ejemplo es cuando verbalizamos la serie numérica. No sólo la construimos por medio del n+1, también del n-1, n+10 y n-10 de modo que estamos contribuyendo a la comprensión de la base 10 y al valor posicional de la cifras. Además, en algunas ocasiones para construir la línea numérica mental de manera que sea interiorizada, comprendida, realizamos desplazamientos de forma que cuando lo hacemos de forma creciente, de uno en uno, andamos hacia delante con pasos cortos y con pasos largos si es de diez en diez. De manera análoga si verbalizamos de modo decreciente andamos hacia detrás. Esta actividad recogida en el anexo I, “Nos movemos de…”, página 468, donde se describen actividades de la metodología Neurológico-Principios, da sentido a los números conectando la citada *línea numérica mental* con el área del lenguaje, así como con la de la memoria motora.

CONTEO

La posibilidad de realizar un conteo con éxito pasa por el dominio de ciertos principios así como de su puesta en práctica al unísono. Gelman y Gallistel (1978), establecieron que dichos principios eran los de orden estable, abstracción, correspondencia uno es a uno, irrelevancia de orden y cardinalidad, tal y como hemos visto en el apartado 1.2.2, página 35, y 1.6, página 143. En el caso de nuestro metodología, la Neurológico-Principios, hacemos uso de todos ellos aunque con alguna puntualización. La primera de ellas es que incorporamos el principio de "contables e incontables" que a continuación justificamos. La segunda es que en el caso del principio de orden estable nosotros incidimos en la importancia de que éste sea construido desde la línea numérica mental y no desde una mera cadena ordenada de palabras-número. Así pues, los principios necesarios para el conteo de cantidades son:

Contables e incontables. Hace referencia a la comprensión de todo aquello que puede ser contado y lo que no.

La mayor parte de las veces cuando hablamos de las cosas que pueden ser contadas y las que no, mencionamos muchas contables. Tal vez sea debido a que son más numerosas o tal vez por ser más evidentes. Cuando nos referimos al *número sustantivo contable* (mesa, silla, naranja…) vemos cómo es más fácil determinar su singularidad o pluralidad, admitiendo directamente un determinante numeral (3 naranjas). Si hablamos de los *sustantivos no contables* (aceite, arena, arroz…) y aunque pueden adoptar plurales, seguirán sin ser susceptibles de ser contados, en todo caso, se podrán medir, pesar…, pero nunca contar, pues no admiten el que se les asocien directamente los determinantes numerales (si digo 3 aceites en realidad me refiero a tres tipos de aceites, nunca podremos contar su contenido). Dentro de los sustantivos no contables se encuentran también los *sustantivos colectivos* (populacho, gentío…) y los *sustantivos abstractos* (afecto, lealtad…), donde ocurre lo mismo, aunque pueden adoptar plurales, el objetivo no es que sean contados. Por otro lado nos encontramos en ocasiones que el morfema de número es utilizado con el fin de asignar distintos significados como "el celo" y "los celos", que teniendo un origen común, han evolucionado tomando sentido propio. También tenemos en el español, sustantivos que solo aparecen en singular (cenit) y otros que sólo se expresan en plural (alicates).

El término *contable* es, desde las matemáticas, sinónimo de *numerable***.** Un conjunto es numerable cuando es finito y puede ponerse en bisección con el conjunto de los números naturales, por lo que se asigna a cada elemento del conjunto a contar un valor del de los números naturales. Del mismo modo, un conjunto que no es susceptible de ponerse en correspondencia biyectiva con los números naturales diremos que es un conjunto no numerable.

Los niños, desde bien pequeños aprenden de forma natural qué cosas se pueden contar y las que no. Es el mismo idioma y sus experiencias más tempranas las que les facilitan ese conocimiento.

Reflexionar con niños a partir de tres años sobre aquellas cosas que se pueden contar y las que no, permite tomar consciencia de las cualidades de los objetos, de los elementos, estructurando y preparando su mente para realizar colecciones. De igual modo, más adelante, facilitará la comprensión de la necesidad de utilizar magnitudes para agrupar y medir elementos no contables.

Orden estable. Las palabras-número utilizadas se han de recitar en un orden constante. En nuestro caso, y tal como se ha comentado, resulta importante que este principio se construya a partir de la "serie numérica" descrita en la página 237, y en la que se incide, respecto al orden estable, sobre el hecho de no trabajar con los niños de modo exclusivo el n+1, sino también el n-1, n+10 y n-10. Respecto al conteo, solo será necesaria la adquisición de la "cadena continua”, de entre los aspectos que según Fuson et al. (1982), son necesarios para desarrollar el orden estable (apartado 1.2.2).

Abstracción. Se han de contar los elementos de un conjunto que reúnan una determinada premisa o característica, abstrayéndose de contar aquellos que no la cumplan. Necesita de la puesta al unísono de procesos cognitivos perceptivos, descritos en el apartado 1.3.3. página 67. Estos facilitarán la discriminación y permitirán la formación de conjuntos.

Correspondencia uno es a uno. A todos los elementos de un conjunto de elementos que es contado le corresponde una, y solo una, palabra número. Este principio, si bien no es el único, requiere de recursos cognitivos como el de la coordinación, visto en el apartado 1.3.7.4, página 103.

Irrelevancia de orden. No importa el orden en que son contados los elementos de un conjunto, siempre y cuando se respete el orden de los números, se cuenten todos, y además una sola vez.

Cardinalidad. Desde nuestra posición utilizaremos dicho término cuando se realice a partir de situaciones de conteo. Así pues entendemos que la última palabra verbalizada en un conteo de elementos expresa el valor cardinal del conjunto. Asimismo, después de una actividad de conteo preguntamos por el valor ya que son muchos los niños que inician de nuevo la acción de contar. Esto se produce cuando no saben que la última palabra mencionada es la que le da valor al conjunto.

Ello es debido situaciones derivadas de distintos usos del número. Un ejemplo: vivir en el número 128 de una determinada avenida. El carácter ordenado de la cadena numérica nos ayuda a encontrar ese número pues está “más lejos”, “más hacia la derecha” por ejemplo, pero careciendo de valor pues no se trata de una cantidad, no podemos afirmar que haya hasta allí 128 viviendas, ni va asociado tampoco a la *cardinalidad* (vista como un valor al que se llega necesariamente a partir de un conteo). El número de teléfono tampoco tiene un valor asignado. Se trata de un conjunto de cifras sueltas (vistas por el usuario), que muchas veces son agrupadas para favorecer su memorización en conjuntos de dos o de tres. Vistas por los operadores el número implica un orden para evitar repeticiones de forma que cada usuario tenga uno distinto, pero tampoco podemos decir que hay “X” usuarios de teléfono viendo el número más alto de ellos porque no son asignados de forma correlativa.

El número no es imprescindible para realizar ninguna de las dos cuestiones comentadas, ya que podría ser sustituido por letras, por ejemplo, pues también son susceptibles de ser ordenadas.

LECTURA Y ESCRITURA DE NÚMEROS (ARÁBIGOS)

Basándonos en lo descrito en el apartado 1.3.7.1, página 81, donde se habla del lenguaje como proceso cognitivo de especial relevancia en la adquisición del número, entendemos que existen varios grupos de palabras-número que se hacen corresponder con los números arábigos.

La lectura y escritura de dichos grupos de números arábigos se hará apoyándose en dos grandes rutas de acceso al léxico que poseemos: la visual o directa, y la fonológica o indirecta, Cuetos (1996), así como con una necesaria presencia de la memoria de trabajo, Baqués, y Sàiz (1999).

La ruta visual se basa en la memorización a través de la visión de los números escritos. También se le conoce como ruta directa pues requiere de menos transformaciones cognitivas. Es como si memorizara “fotografías” de números a las que se hace corresponder con la verbalización de una determinada palabra-número.

Por otro lado tenemos la ruta fonológica. Ésta parte de la fragmentación de ciertas unidades del habla en otras menores. En este caso buscamos información, por ejemplo, en la raíz de las palabras-número. También se le conoce como ruta indirecta pues necesita de más transformaciones y recursos cognitivos.

El esquema del anexo III, página 519, elaborado a partir de Cuetos (1996), muestra cómo se produce el reconocimiento a partir de palabras, que resulta idéntico al de números. En él podemos ver como la lectura de una palabra o de un número no asegura su comprensión, solo su lectura o escritura. La diferencia estriba en el paso o no por el sistema semántico, es decir, por el mecanismo que asegura que entendemos aquello que está escrito o que vamos a escribir. El sistema semántico se basa en las palabras y en las representación mental que hacemos de ellas, en los conocimientos previos, experiencias… En el caso del número arábigo, además, habrá que ponerlo en correspondencia con la línea numérica mental para darle valor, para que tenga realmente significado.

Otra cuestión de especial relevancia es que la lectura y la escritura son gobernadas por áreas cerebrales distintas Cuetos (2009), contando una doble ruta visual / fonológica, para la lectura, y otra distinta doble ruta visual / fonológica, para la escritura. De hecho podemos encontrar en los niños de infantil, casos en los que de forma natural escriben un número de manera consciente, lo verbalizan al tiempo que te cuentan alguna cuestión relacionada con éste y poco tiempo después no son capaces de leerlo.

Asimismo, hay que destacar que los procesos escritos, en el caso de los niños de tres a seis años, van por detrás de los de lectura, por requerir de más habilidades cognitivas y de coordinación como la grafomotricidad, Cuetos (1996). Por otro lado hay que hacer notar la gran diferencia que existe entre ser capaz de realizar la copia de la grafía de un número y la escritura al dictado de éste, ya que, metodologías como la *Monumentalista*, incide mucho en el trabajo de las grafías, cuando todavía muchos de los niños están muy alejados de la capacidad de escribir.

Dichas dobles rutas deben ser trabajadas al unísono, si bien, desde nuestra metodología, abogamos por darle mayor importancia en un primer momento a la lectura, trabajando menos la escritura. Al hablar de escritura nos estamos refiriendo a la capacidad para escribir al dictado números arábigos, entendiendo que los niños ya son capaces de hacerlo a partir de los cuatro años aproximadamente.

Veamos a continuación cómo van a ser tratados los diferentes grupos de números en función de su transparencia fonológica.

Los primeros que encontramos son los números del 0 al 9. En lo que se refiere a su lectura y escritura se realiza a través de la ruta visual.

El siguiente grupo de palabras-número ya tiene dos cifras y son las que van del 10 al 15. Al igual que las anteriores, carecen de transparencia fonológica y por tanto solo se puede acceder a ellas a través de la ruta visual. A partir del 16 ya podemos encontrar información en la raíz de las palabras-número "diez y seis". No obstante, desde nuestra metodología y para favorecer la agrupación por "familias de números", las vamos a tratar del 10 al 19. De este modo, en dicha franja, los números son enseñados tanto a nivel de lectura como de escritura por medio de la ruta visual o directa.

Por su parte, los números del 20 al 29, son semitransparentes. La raíz de la palabra "veinte" nada tiene que ver con la palabra "dos", sin embargo ya encontramos una combinatoria sin fisuras (Veinti*uno*, veinti*dós*, …*tres*, …*cuatro*, …).

Así, ya podemos apoyarnos en parte en la ruta fonológica para la lectura y escritura, lo que no impedirá que muchos de ellos, por repetición, acaben leyéndose por la visual.

Por último, están los números comprendidos entre el 30 y el 99. En este caso sí encontramos pistas en la raíz de la palabra-número “treinta”, pues “tre” está muy próximo a “tres”.

En este caso la conciencia fonológica resulta especialmente importante. Por un lado facilita la lectura y escritura y por otra otras cuestiones de carácter comprensivo como la composición aditiva: treintaidós, 32, (30 y 2).

Desde la metodología Neurológico-Principios desarrollamos la lectura de números desde actividades muy variadas, anexo I, página 473.

Así pues, vista la repercusión de la conciencia fonológica, veamos a continuación algunas de sus principales características.

La conciencia fonológica numérica

Entendemos por conciencia fonológica numérica la capacidad que posee el ser humano para fragmentar unidades del habla en otras menores.

Dicha capacidad resulta crucial en la lectura y escritura, tanto de palabras, palabras-número como de números arábigos.

La conciencia fonológica numérica en estas primeras edades opera con el reconocimiento y el análisis de unidades menores como la sílaba, fonema o determinado grupo de fonemas, facilitando la conversión de información gráfica en verbal o viceversa.

Son veintiuna las habilidades de conciencia fonológica:

1.- Juzgar la duración acústica de las palabras.
2.- Identificar las palabras de una frase.
3.- Reconocer una unidad de habla (sílaba o fonema) en palabras.
4.- Reconocer o producir rimas.
5.- Clasificar palabras por sus unidades (sílabas o fonemas).
6.- Sintetizar o mezclar unidades para formar palabras.
7.- Aislar una unidad de una palabra.
8.- Contar las unidades de una palabra.
9.- Descomponer una palabra en sus unidades.
10.-Añadir una unidad a una palabra.
11.- Sustituir una unidad de una palabra por otra.
12.- Suprimir una unidad de una palabra.
13.- Especificar qué unidad ha sido suprimida en una palabra.
14.- Invertir el orden de las unidades de una palabra.
15.- Escritura inventada.
16.- Familiaridad de las palabras. (frecuencia léxica).
17.- Categoría léxica.
18.- Longitud de las palabras.
19.- Categoría gramatical.
20.- Reconocimiento de letras.
21.- Lectura de pseudopalabras.

No obstante, no resulta necesario trabajar de manera exhaustiva cada una de ellas. Numerosos estudios avalan el hecho de que no es necesario, basta hacerlo con cinco o seis, si bien, éstas pueden ir cambiando según la edad y de los aspectos a incidir ya que no todos ellas repercuten por igual en la lectura que en la escritura, Cuetos (1996).

En nuestro caso, para desarrollar la conciencia fonológica numérica, hemos aplicado un programa en el que se incide en el reconocimiento de unidades del habla, familiaridad de las palabras o la escritura inventada, entre otras. En el anexo IV, página 521, podemos encontrar un esquema de los distintos aspectos a trabajar en la conciencia fonológica: a nivel auditivo, lectura y escritura, poniéndolos en relación con las rutas visual, fonológica así como con determinadas habilidades matemáticas y ejemplos de actividades, Berjas et al. (2012).

En lo que respecta al valor posicional de las cifras, la conciencia fonológica cobra una especial relevancia. Ello es debido a que la toma de conciencia, la toma de significado, de determinadas palabras, e incluso parte de éstas, generaran un alto grado de comprensión del número en lo que respecta al valor posicional de las cifras así como del funcionamiento de nuestro sistema en base diez. En la página 258, veremos cómo influye y de qué manera se aborda.

Una cuestión de especial relevancia que afecta a la lectura, escritura al dictado y a la comprensión del valor posicional de las cifras es la manera en que se organiza la presentación de los números.

Las distintas agrupaciones pueden basarse en criterios como la organización en función de la base 10 (0 a 9 en vertical y 0 a 90 en horizontal), por decenas (1 al 10, 11 a 20…), seguir una estructura que parte de la organización semanal de los calendarios, muy típica de la metodología *Funcionalista*, (cada fila contiene siete números y cuyo 1 de inicio varía de una semana a otra).

Nosotros proponemos, desde la metodología Neurológico-Principios, una agrupación que sea lo más transparente fonológicamente posible, que diferencie los números de una y dos cifras, que facilite la comprensión del valor posicional de las cifras, y que respete en la medida de lo posible la “idea de línea numérica mental ascendente”.

Todos los ejemplos de agrupaciones podemos encontrarlos en el anexo V, página 523.

En lo que se refiere al tipo de actividades que nos permiten desarrollar la lectura y escritura de números, destacar que la mayor parte de ellas se basen en el juego ver anexo I, página 473.

EL VALOR POSICIONAL DE LAS CIFRAS. EL NÚMERO EN BASE 10.

El valor de un número depende de la cantidad de cifras que tenga y de la posición que ocupan estas.

Nos encontramos ante uno de los mayores retos educativos al que los docentes de infantil nos podemos enfrentar. Ello es debido al gran nivel de abstracción requerido, siendo necesario tener en cuenta que debemos partir de unos determinados conocimientos previos y trabajar al unísono cuestiones como la conciencia fonológica numérica, ver anexo IV, página 521. Estas cuestiones rara vez son abordadas en la educación infantil, posiblemente por considerarse imposibles de aprender, innecesarias o que eso queda “para otras etapas”.

Lo trabajaremos basándonos en las cinco concepciones que según Fuson, et al. (1997), se presentan en el aprendizaje del valor posicional de las cifras. Dichas cuestiones han sido abordadas en el apartado 1.10.

Aunque la citada autora y sus colaboradores apuntaron al hecho de que no todos los niños pasan por todas ellas y sin seguir necesariamente el orden con que las presentaron, desde nuestra metodología hemos observado que trabajar las cinco concepciones aporta ventajas como una mejor comprensión o el adelantarse a errores “típicos”.

Otra cuestión a tener en cuenta es que aunque el trabajo parte de números de dos cifras, resulta de gran ayuda apoyarnos en números más grandes. Ello es debido al aprendizaje por contraste en el que, al ayudarnos de materiales como los bloques de base diez, pondrán en relación de manera visual cantidad y grafía (un cubo de 1cm de lado representa al 1 de las unidades. Un cubo de 10 x 10 x 10 cubos como el anterior es el valor del 1 de las unidades de millar). Así en numerosas ocasiones llegaremos al uso de tres y cuatro cifras de una manera muy divertida y clara para los niños. Una vez más nos apoyaremos en determinados juegos y actividades que parten de materiales manipulativos (ver anexo I, página 495).

A continuación presentamos las cinco concepciones para comprender el valor posicional de las cifras, en las que se hace una breve descripción teórica junto a los objetivos que se persiguen. En el anexo I, página 476, podemos observar cómo se han organizado las actividades a partir de los citados objetivos. La razón de esta estructura es el procurar que los docentes no pierdan el sentido y porqué de lo que se trabaja, debido a una mayor complejidad teórica respecto de otras variables del concepto de número.

Concepción unitaria de los números de dos cifras.

En esta concepción los niños no son conscientes del paso de los números de una cifra a los de dos, pues nuestro lenguaje no lo facilita a diferencia de otros idiomas (los chinos por el contrario dicen "diez y uno", "diez y dos"…). Es importante reflexionar sobre el por qué pasamos a combinar dos cifras cuando se acaban los números del 0 al 9 (base 10), así como tratar de crear consciencia del paso de los números de una cifra a los de dos. Han de entender que el número es una única entidad que puede estar formada por una cifra, dos… distinguiendo entre cifra y número. Para ello es importante evitar errores como decirles a los alumnos que el número 12 está formado por los números 1 y 2 (lo correcto sería decir cifras 1 y 2). Otra cuestión que suele confundirles se produce al ver cifras repetidas. Han de entender por ejemplo que para escribir los números del 0 al 30 las cifras se pueden repetir (11, 22, 12, 21…) y sin embargo no se repetirá ningún número. Han de ser conscientes que formamos nuevos números combinando las cifras y de este modo los números nunca se acaban (infinitos).

Los principales objetivos que perseguimos bajo esta concepción son:

- Discriminar entre número y cifra.
- Ser conscientes del paso de los números de una cifra a los de dos, tres...
- Hacerles ver que nuestro sistema se basa en la combinación de diez dígitos y que estos van del 0 al 9.
- Comprender que el número de cifras está limitado a diez pero que los números no se acaban nunca.
- Razonar sobre el hecho de que una misma cifra puede repetirse en un número.

Concepción decenas-unidades basada en la numeración verbal.

En esta concepción se da por supuesto que tienen ciertos conocimientos con respecto a otros principios presentes en el concepto de número como el de "orden estable", en el que saben verbalizar una parte de la serie numérica. Sobre esa construcción numérica a nivel oral es sobre la que se apoyan en parte las actividades de aula.

Desde esta concepción los niños se apoyan en el lenguaje oral, de modo que cuando escuchan el número "cuarenta y cinco", separan los numerales orales en dos grupos de decenas y unidades, generando errores muy frecuentes al transformar del lenguaje oral el escrito representándolo como "405". Dicha construcción se realiza desde la conciencia fonológica a nivel de palabra, lo que sin embargo les induce a errores. Para evitarlos insistiremos en que antes de escribir al dictado un número como “45” nos digan previamente cuántas cifras tiene y que luego lo escriban. A nivel metodológico resulta muy interesante anticiparse a estos errores por lo que algunas de nuestras actividades irán en esa dirección.

Otra cuestión que nos ayudará es la de superponer la cifra del cinco sobre el cero, facilitando además otras actividades más complejas, como la composición aditiva del número natural (45 = 40+5) y que serán abordadas más adelante.

Objetivos más relevantes:

- Evitar errores generados por el soporte verbal discriminando números posibles (con construcciones correctas) e inventados con estructuras incorrectas muy típicas de los niños (“veintidiez”).
- Determinar qué números son de una cifra y cuáles de dos.
- Desarrollar la conciencia fonológica a nivel de palabra para la discriminación de los números.
- Crear conciencia del valor posicional de las cifras mediante una superposición de éstas basada en la concepción verbal.

Concepción de secuencias de decenas y unidades.

Nos encontramos en una posición en la que los niños aunque ya saben que los números pueden ser agrupados por “familias de números” 0 al 9, 10 al 19… (en realidad no son decenas), tienen especial dificultad para extraer la raíz de las palabras y a partir de ellas deducir la “familia” en que nos encontramos y cuál va a continuación. Para ello es importante desarrollar la conciencia fonológica, en este caso no a nivel de palabra como sucedía desde la concepción anterior (más fácil y transparente aunque nos indujese a error), sino a un nivel inferior como puede ser la raíz de una palabra. Así pues, para identificar, escribir… el número 30, insistiremos en la raíz de la palabra ya que nos da pistas "**tre**inta". Asimismo les haremos ver que cuando combinamos por ejemplo los números que van del 31 al 39, al llegar a la palabra "nueve" cambiamos la raíz con que iniciamos esa combinación "tre" pasando a la siguiente "cua" (cuarenta).

Por otro lado, no hemos de olvidar que hay números poco transparentes a nivel fonológico y que no cabe otra alternativa que memorizarlos visual y auditivamente (10 a 15 en castellano y 10 a 19 en valenciano). Así pues, los números del 0 al 19 (por unificar criterios) han de ser trabajados de otro modo para poder ser comprendidos y utilizados a nivel de lectura, escritura, cálculo mental…

Por último comentar que los números que van del 20 al 29, son semitransparentes ya que la raíz no da pistas ("veinti no se parece en nada a "dos"), mientras que su combinatoria sí, veinti… uno, dos, tres). Es por ello que comenzar a leer números de dos cifras para desarrollar la conciencia fonológica a estos niveles puede ser interesante hacerlo a partir de grupos de números muy transparentes fonológicamente: 30, 40, 50…

Todo ello se ha de desarrollar a partir de una determinada organización de los números para que vean cómo se van combinando. Es frecuente ver distintas agrupaciones en tablas que comienzan desde el 0 o el 1 y llegan al 99 o 100. Para la lectura y escritura de números, resulta más transparente comenzar del 0 y llegar al 9, continuando la siguiente fila por el 10 hasta el 19 y así sucesivamente. Esta organización es de gran ayuda para los más pequeños pues además deja claro qué números son de una cifra y a partir de cuál ya se combinan para formar dos.

Asimismo han de ver, bajo esta secuencia de decenas y unidades, que en la columna de las unidades contamos de uno en uno, en la de las decenas de diez en diez… y que además, en el caso de las decenas no puede haber columnas incompletas. Por último han de ser conscientes de que en cualquier columna (unidades, decenas…) solo podemos poner cifras situadas entre el cero y el nueve. En este momento no resulta necesario apoyamos en la comprensión de los términos unidades y decenas como tal, sino en la posición, por ello hablamos de “columnas”.

Los objetivos que perseguimos desde esta concepción son:

- Desarrollar la conciencia fonológica a partir de la raíz de las palabras-número.
- Discriminar los números de una cifra de los de dos.
- Tener presente que cuando construimos la serie numérica al llegar a un número que acaba en “nueve” se produce un cambio en la raíz del número siguiente.
- Memorizar los números a partir de la memoria visual (0 al 19) para su lectura.
- Leer por construcción los números desde la conciencia fonológica (20 al 99).
- Escribir los números del 0 al 19 apoyándose en la memoria visual.
- Escribir los números del 20 al 99 mediante construcción fonológica.
- Tener presente que en la columna de las unidades (la que les queda a su derecha) contamos de uno en uno y en la de su izquierda (decenas) de diez en diez.
- Hacerles ver que en la columna de las decenas contamos grupos de diez elementos por lo que nunca encontraremos alguno incompleto.

- Representar los números de manera escrita comprendiendo que en cada celda solo cabe una cifra y que por tanto solo pueden utilizar del cero al nueve.

Concepción de decenas y unidades separadas.

En este caso los niños han de ver “cuarenta” como cuatro entidades con mayor valor, es decir cuatro decenas y no como cuatro grupos de diez unidades. Para que el niño comprenda las “reglas de construcción” de los números han de ser conscientes que según nos encontremos en la columna de las unidades o de las decenas, aunque se encuentren representadas por una misma cifra (por ejemplo 22), tienen un valor distinto. También que en números como el 19, el uno tiene más valor que el nueve.

Principales objetivos a trabajar:

- Entender que las cifras tienen valores distintos dependiendo del lugar que ocupan.
- Comprender que los números son agrupados de uno en uno, de diez en diez… produciendo equivalencias (cada diez unidades equivale a una en la columna de su izquierda).
- Ser conscientes que los elementos situados en la columna de las decenas son entidades mayores que las unidades.
- Ver las decenas como entidades con mayor valor y no como un grupo de unidades.

Concepción integrada de las secuencias de decenas y unidades separadas.

En esta concepción integrada los niños han de entender la decena como un grupo de diez unidades o como una unidad con una entidad mayor, siendo su valor diez. Deben saber que contando grupos o elementos el resultado final debe ser el mismo. Además, han de ser conscientes del significado de los términos "unidad" y "decena". Por otro lado han de poder construir o descomponer números de distintos modos así como ser capaces de ordenarlos y compararlos. Todo ello debe llegar a realizarse sin apoyos visuales de manera que quede plenamente interiorizado.

En lo que respecta a los objetivos a conseguir hemos de tener en cuenta que ha de dominar al unísono los que han sido expuestos en las dos concepciones anteriores y además incidir en:

- Comprender los significados "unidad" y "decena" entendiendo que tiene el mismo valor una decena que diez elementos.
- Ser conscientes que se pueden contar elementos y grupos.
- Comprobar y entender, utilizando números de dos cifras, que es lo mismo contar a partir de la agrupación de las decenas y unir las unidades, contar todos los elementos uno a uno o expresar una cantidad como entidades separadas.
- Componer números aditivamente así como descomponer por sustracción.
- Representar un número a partir de distintos soportes.
- Ordenar números a partir de los criterios mayor y menor.
- Comparar números teniendo en cuenta el valor posicional de las cifras.
- Desarrollar todas estas actividades "de cabeza" sin apoyos externos.

Muchas de las actividades que se desprenden de estos objetivos son de gran dificultad, lo que no impide ser trabajadas a nivel grupal. Los alumnos más avanzados pueden conseguir, ya en infantil, llegar a tener un dominio importante. Al resto les servirá para iniciarse.

Asimismo, se pueden trabajar hasta cuatro cifras pues los números grandes son muy clarificadores y ayudan a entender cómo se construye el sistema decimal. Anexo I, página 495.

CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS ASOCIADOS

Comprensión y aplicación de ciertas nociones matemáticas que acompañan a la manipulación del número.

El número es una entidad compleja. Va más allá de asignar un valor numérico a un conjunto de elementos o la realización de operaciones sin tener plena consciencia de lo que se hace y por qué.

Ello nos conduce a reflexionar sobre algunos conceptos matemáticos que son inherentes o al menos están íntimamente conectados con la noción de número. El lenguaje una vez más está presente, en este caso aportando diferentes significados que acompañan a conjuntos de elementos.

Este es el caso de conceptos matemáticos como *"más", "menos", "muchos", "pocos", "algo", "nada", "ninguno", "mayor, más grande", "menor, más pequeño"…*

Cuando el niño comprende que la serie numérica pasa por la condición de (n + 1) en el orden ascendente y (n – 1) en el descendente, es porque ha entendido la condición y concepto de *"más" y de "menos",* ya no se trata de recitar las palabras-número de memoria, sin que medie consciencia y razonamiento.

En lo que se refiere a cuantificadores como *"muchos", "pocos",* estamos haciendo referencia a conceptos que acercan al valor de aquello que se cuenta, que se valora, nos aproximamos aunque sea de forma estimativa a la magnitud, a su valor.

"Nada", "ninguno", determinan el valor de *"cero",* punto de partida de la serie numérica natural, importante en nuestro sistema métrico pues es determinante en el valor posicional de las cifras. También resulta imprescindible para la comprensión y razonamiento en la resolución de problemas.

Así pues, vemos cómo algunos conceptos matemáticos básicos van unidos a la comprensión del número como tal y a su manipulación. A modo de recopilación veamos los más relevantes:

Número; más, menos; más que, menos que; muchos, pocos; unos, varios; todo, nada, ninguno; igual, diferente; poner, quitar; a un lado, al otro (izquierda-derecha); primero, segundo…, último; anterior, posterior (antes, después); y grande, mediano, pequeño, entre otros.

OPERACIONES LÓGICAS

Desarrollaremos la lógica relacionada con el número sobre todo a partir de situaciones de conteo. Para Canals (2009 c), dicha cuestión pasa por procesos cognitivos como el razonamiento, a partir de deducciones o las relaciones de causa efecto, entre otras, teniendo todos ellos en común el que su principal soporte será el lenguaje, si bien no será éste el único (apartado 1.3.7.6, página 114).

Hemos visto que para realizar de manera correcta y eficiente cualquier tarea derivada del conteo se precisa del dominio y puesta en marcha al unísono de determinados principios como la abstracción, la irrelevancia de orden, correspondencia uno es a uno, el orden estable y la cardinalidad.

Cada uno de estos principios es una fuente inagotable de situaciones de aprendizaje en las que la lógica puede estar presente.

En el apartado 1.8 vimos como propuestas para potenciar el pensamiento lógico, el asignar símbolos a los objetos para formar listas (colecciones), utilizarlas para el recuerdo de objetos de una colección, e incluso, para expresarlo. Ello nos llevará a tareas no solo de cuantificar sino también de cualificar, cuestión esta última de gran riqueza cognitiva ya que por medio de ella dotamos de cualidades a objetos, personas… permitiendo su discriminación.

Todo ello permitirá la organización de una considerable cantidad de información en la mente a partir de cada contexto. Pero no podríamos recuperar dicha información de nuestras redes de memoria (1.3.2, página 49) si la manera en que es guardada no tiene lógica y sentido.

Así conseguimos clasificaciones sencillas. A partir de ellas incidiremos en la abstracción y la generalización ya que ambas cuestiones nos llevarán desarrollar el concepto de clase.

El último paso es llegar a la categorización. Para ello es necesario establecer relaciones entre las clases. La anteriormente citada *formación de listas* de objetos a partir de criterios, tanto propuesto por nosotros como por los niños, es el medio que nos parece más interesante.

Por último, desde nuestra metodología Neurológico-Principios, también se aboga por el trabajo de cuestiones lógicas derivadas de la composición, descomposición y la reversibilidad en actividades que podemos encontrar por ejemplo al desarrollar el valor posicional de la cifras, anexo I, página 476.

DESCOMPOSICIÓN Y COMPOSICIÓN DEL NÚMERO

En un primer momento realizamos tareas de descomposición del número a partir de materiales manipulativos como las regletas cuisenaire. Se trata de un material "clásico" dentro de las aulas aunque en estos últimos años ha perdido fuerza por la fuerte irrupción y presencia del trabajo por fichas. Dicho material se caracteriza por representar en regletas de diferentes tamaños y colores, los números del 1 al 10. Así, el 1 es un cubo de 1cm de lado de color madera (a veces blanco), el dos es una regleta de 1 x 1 x 2 cm de color rojo, etc. Si colocamos al lado de esta dos de valor uno, vemos su descomposición.

Si bien, pronto comenzamos con otro material que nos gusta más a la hora de trabajar tanto la descomposición como la composición de cantidades. Se trata de los bloques multilink. Son cubos de plástico que se pueden ensartar uno a continuación de otro. También disponemos de muchos colores que podemos combinar o no según estimemos conveniente. Desde el punto de vista matemático tiene más sentido descomponer el número 5 formado por cinco cubos multilink de un mismo color, en otros dos como el 3 y el 2. Asimismo permite otras descomposiciones, también con el mismo color, como el 1 + 1 + 3, por ejemplo, cuestión que no permiten las regletas cuisenaire. Del mismo modo permite la composición aditiva de una manera más versátil y eficiente.

Otra cuestión de especial relevancia es el hecho de que facilita en mayor medida el juego, elemento esencial en nuestra metodología. Citamos como ejemplo la actividad del kárate, o el uso de básculas para "pesar" los números, a través de descomposiciones y composiciones donde no estamos sino introduciendo la suma y la resta. Ver actividades del anexo I, página 501. Esto mismo tampoco es práctico de hacer por medio de las regletas. Lo primero es que el modelo de ancho y alto de 1 cm, tiene poco peso (existe otro modelo más grande y atractivo que parte de los 2 cm de lado), pero con el inconveniente de que no pesan lo mismo dos regletas supuestamente iguales.

Ello es debido a las diferencias en las materias primas de fabricación (distintos tipos o partidas de madera), pudiéndonos encontrar en situaciones donde 2 + 1 no sea igual a 3. Esto no sucede con los bloques multilink que resultan mucho más uniformes en lo que se refiere a tamaño y peso.

Por otro lado, destacar el uso de ambos materiales para el trabajo de las equivalencias y la igualdad, aunque seguimos inclinándonos una vez más por los bloques multilink. Se trata de dos términos importantes a adquirir debido a la estrecha relación con la composición, descomposición, suma y resta.

Para finalizar este apartado destacar la apuesta que desde esta metodología, Neurológico-Principios, se hace sobre la composición y descomposición de números de hasta cuatro cifras. Parece que se trate de una tarea de un nivel tan elevado que resulte incomprensible, irrelevante en estas edades. No obstante la experiencia con este tipo de actividades ha resultado muy gratificante pues constatamos que los avances realizados por los alumnos han sido de gran calado. Todo ello ya ha sido comentado en *valor posicional de las cifras. El número en base 10. Página 258.*

OPERACIONES ARITMÉTICAS BÁSICAS

Una de las cosas que más hay que insistir en los niños de infantil cuando están construyendo la línea numérica mental, por medio del n + 1, es que cuando verbalizamos la serie de los números, cada vez que mencionamos una palabra-número se trata de un elemento más, de una cosa más. Esta palabra "más" hay que conectarla asimismo a otra con un significado especialmente relevante desde el punto de vista matemático: "suma". Así pues, deben entender que lo que estamos haciendo es añadiendo, sumando, cuando la cadena de los números crecen. Por su parte en la resta sucederá lo contrario.

De igual modo se les ha de hacer ver que el número posterior es "uno más", mientras que el anterior es "uno menos".

Comprender el significado de las palabras que acabamos de mencionar es clave si lo que queremos es que comprendan dichos términos, cómo se construye la línea numérica mental y qué sucede cuando nos desplazamos por ella en sentido creciente o decreciente. Veamos a continuación algunas actividades.

A partir de la serie numérica del 0 al 100 representada en alguna de las paredes de la clase en forma ascendente señalaremos un número cualquiera de ellos y les pediremos que nos digan "uno más", responderán e inmediatamente volveremos a decir "uno más"… repitiéndolo en seis o siete números.

A continuación haremos lo mismo pero con "uno menos". Como se puede observar el objetivo es la comprensión del n+1 y el n-1. Otra actividad consistirá en verbalizar nosotros una parte la serie numérica (del 15 al 23 por ejemplo) debiendo los niños responder si vamos "a más" o "a menos". Como se trata de actividades de muy corta ejecución seguiremos con la misma actividad pero ahora deberán responder "más grande / más pequeño" según verbalicemos un tramo de los números de manera ascendente o descendente.

Por último, trabajaremos las nociones de "anterior / posterior", ligada a las ideas "uno menos / uno más", "más pequeño / más grande". Así, si les pedimos que digan el número posterior a 25, no sólo responderán 26, además han de decir "uno más". Luego la respuesta que buscaremos será 26, "más grande".

Lo que se pretende es que conecten los significados de diversos términos matemáticos entre sí, poniéndolos además en relación con la línea numérica mental. Al tratarse de actividades muy cortas nos permite el que todas sean trabajadas en un espacio de tiempo muy breve facilitando las multiconexiones.

Las actividades comentadas se harán teniendo como soporte visual dicha línea numérica del 0 al 100 tal y como se ha comentado, no obstante, en cuanto llevemos algunas sesiones, alternaremos el soporte visual con la carencia de este, de modo que las respuestas sean mentales, más abstractas, interiorizadas.

Suma y resta.

Son varios los algoritmos que utilizamos los adultos para sumar. En el caso de los niños también han de conocerlos, saber que hay varias maneras de llegar a la suma o la resta y utilizar algunos de ellos en función de su edad, necesidad o grado de evolución. Los más relevantes son:

Unión o segregación de elementos. Se trata del modo más elemental de suma o de resta. Sencillamente se trata de juntar dos elementos y contarlos, en el caso de la suma, o de la retirada de una parte de objetos de un conjunto y el consiguiente conteo de los elementos que han quedado en la resta. Para conseguirlo han de dominar sobre todo los principios presentes en el conteo y que hemos visto en la página 249. En un primer momento se realizará directamente con objetos. Luego más tarde se ha de buscar su representación gráfica.

En el caso de la suma, el paso progresivo sería el de poner dos grupos de elementos, puestos en fila, separados con un signo "+" y con el de "=" al final del segundo de los grupos. Debajo de las dos partes de los elementos a contar situaremos el número que las representa, utilizando asimismo los signos de suma e igual. Contamos los dos trozos y ponemos el cardinal que los representa situándolo a continuación del signo igual (en la fila de abajo que es donde están las grafías). Seguidamente ponemos esa misma cantidad de elementos, en la fila donde se encuentran físicamente los elementos, a la derecha del signo igual. Para que comprendan el sentido de “igual”, haremos una correspondencia uno es a uno poniendo cada uno de los elementos de una parte del igual, sobre los del otro lado. Este tipo de demostraciones se realizará de vez en cuando para refrescar y consolidar su comprensión. No es necesario hacerlo continuamente.

En el caso de la resta retiraremos directamente los elementos del conjunto, contando a continuación los que nos han quedado. Habitualmente encontramos en las aulas situaciones como esta *** - ** = * (3 - 2 = 1). En nuestro caso evitaremos la representación de elementos del sustraendo, en este caso los dos asteriscos, pues resulta incomprensible para los niños ya que en el caso anterior lo que realmente estamos diciendo es *cuántos más tiene tres que dos*, esto es, una comparación. Sencillamente, a los tres elementos representados, quitamos, tapamos o tachamos dos de ellos.

El último paso es que realicen mentalmente la transformación de elementos visuales en notaciones matemáticas. Para ello haremos actividades como situar dos conjuntos de elementos en un lugar apartado de la clase de modo que tengan que desplazarse hasta ese lugar y regresar a su sitio. En ese momento escribirán la notación completa de aquello que han visto y contado (por ejemplo 2 + 3, 3 -1…), incluyendo asimismo la respuesta. Este tipo de sumas y restas muy sencillas del estilo 2 + 1 (a partir de objetos), se puede iniciar desde edad muy temprana, tres años, si bien, dado que no tienen aún adquiridos todos los principios del conteo, quedará mucho por hacer hasta llegar su fase más elaborada. Es a los cuatro años cuando podremos abordar con mayores garantías este algoritmo.

Sumas y restas a partir de la línea numérica. Ya hemos visto como la propia construcción de ésta debe llevar asociada la comprensión de la idea de que si nos desplazamos sobre ella a la derecha sumamos y que al contrario restamos. Podemos partir de sumas y restas como las anteriores para que los niños se den cuenta de que el resultado es el mismo. Sencillamente se trata de otro modo de hacerlo. Si vamos a sumar 7 + 2, señalaremos directamente el 7 que está en la línea numérica situada en una pared de la clase y daremos dos saltitos hacia la derecha, siendo el número al que hemos llegado su resultado. De igual modo lo realizaremos con la resta, si bien el desplazamiento será a la izquierda. Al igual que en el caso anterior, se ha de buscar el paso progresivo de tener apoyo visual de la línea numérica al de hacerlo de manera mental. También este algoritmo lo realizaremos con mayor comodidad en los cuatro y cinco años, incluyendo en cada actividad situaciones de suma y de resta.

Sumas y restas partiendo de uno de los elementos.

Sumas. En este tipo de algoritmos los niños partirán de uno de los dos elementos para añadirle el otro. En un primer momento escogerán uno de ellos al azar, sin darse cuenta que es más eficiente añadir el pequeño al sumando mayor. Para poder hacer este tipo de algoritmo necesita de ciertas habilidades previas, la mayor parte de ellas presentes en el *conteo*. Una de ellas, fundamental, es la de *romper la cadena de eslabones*. Dicha habilidad permite, como se vio, partir de un número sin la necesidad de verbalizarlo desde el principio. Así, tomaremos uno de los dos sumandos, y partiendo de este verbalizaremos el otro ayudándonos de los dedos o de otro tipo de apoyos. La última palabra mencionada será el valor cardinal de la suma realizada. El siguiente paso es demostrarles que en la suma podemos invertir el orden de los sumandos (propiedad conmutativa), obteniendo el mismo resultado. Lo haremos mediante objetos, que resulta muy visual y claro. Hacer esta demostración es importante ya que el algoritmo al que queremos llegar, más elaborado que el de escoger al azar uno de los sumandos, se basa en la elección del sumando mayor. Como siempre este tipo de demostraciones se han de repetir de vez en cuando hasta que notemos que realmente están comprendidas y con el fin de que se consoliden. A continuación ya podemos realizar el algoritmo que parte del elemento más grande. Requeriremos de otro conocimiento previo, que en este caso no parte de las habilidades de conteo sino directamente de la línea numérica mental. Se trata de la habilidad de comparar. Es evidente que previamente se deben de haber realizado actividades que desarrollen en los niños dicha habilidad. Como se tratará de números pequeños será relativamente sencillo.

Otra habilidad previa que ayuda mucho en estas cuestiones es la de la descomposición del número. Así pues, igualmente, con anterioridad se deben hacer ejercicios dirigidos a dicha descomposición, ver anexo I, página 501.

Con todo lo anterior ya estaremos en disposición de hacer sumas en el que, al igual que antes, verbalizaremos el número más pequeño a partir del mayor (7 + 3 sería: siete… ocho, nueve y diez).

Restas. Requiere de las mismas habilidades previas que en las sumas que acabamos de comentar, si bien, necesita un trabajo adicional. Se trata de que tengan en cuenta que siempre quitaremos los elementos del número más pequeño al más grande. Asimismo, les haremos ver que en realidad vamos a compararlos contando desde el más pequeño hasta el más grande. Se trata de una habilidad distinta a las vistas en el caso de la suma. En aquella contábamos con límite inferior (romper la cadena de eslabones), en este caso hemos de contar con límite inferior y superior (desde… hasta). Esta habilidad previa se desarrolla a partir de actividades como las que se incluyen en el anexo I, página 458.

Una vez trabajado los algoritmos de suma y resta de forma oral, hemos de dar el paso al escrito, trabajando desde el primer momento tanto la suma y resta horizontal como la vertical. En un primer momento daremos fichas para que realicen operaciones sencillas, procurando desde bien pronto mezclar ambos tipos de operaciones. Luego haremos incluso que coloquen los sumandos así como los signos y otros elementos al dictado. Insistiremos en la importancia de una correcta alineación de estos ya que luego será necesario cuando pasemos a números de dos cifras y llevadas en un futuro.

Por último hemos de aplicar los algoritmos tratados a situaciones cotidianas. Se hará a la vez en situaciones de suma y de resta para crear desde el primer momento la necesidad de pensar evitando respuestas mecánicas. Nos encontramos en un momento óptimo para pasar "de palabras" a "notaciones matemáticas" debiendo asimismo, disponer los elementos de forma correcta (horizontalidad y verticalidad de estos).

Este tipo de algoritmos, ya ligados a la resolución de problemas y que requieren de muchos conocimientos y habilidades previas, lo llevaremos a cabo sobre todo en los cinco años, incluso bien entrado el curso, por ejemplo a partir del segundo trimestre.

Memorización de sumas y restas frecuentes. Resultan infrecuentes actividades dirigidas a la memorización de sumas y restas básicas. Se trata de aquellas que aparte de ser sencillas en sí mismas también formarán parte de otras más complejas. Así por ejemplo una suma sencilla es la de 3 + 4, pero esta misma puede formar parte de otra más compleja cuando sumamos 23 + 14. Memorizarlas asegurará el ejecutarlas de modo rápido y eficiente evitando el uso de los dedos, cuestión que muchos adultos no han dejado de utilizar. Las actividades que permiten el recuerdo son aquellas donde preguntamos por sumas y restas muy cotidianas, frecuentes, donde se espera una respuesta rápida del alumnado. Este tipo de actividades se han de repetir muy a menudo pero con una corta duración. El momento más adecuado es a partir del segundo trimestre de cinco años.

Por último destacar una cuestión de máxima importancia. Se trata de la comprensión de las partes y el todo. En cuanto a la suma, han de entender que cada una de las partes (sumandos), no pueden ser más grandes que el todo (resultado). Como mucho pueden ser iguales ya que desde un primer momento incorporamos sumas, también restas, del estilo 5 + 0 = 5.

En lo que respecta a la resta, el razonamiento se dirigirá a que el resultado de esta no puede ser superior a la parte más grande (minuendo). Así, al obtener un resultado de suma y resta veremos por una parte si cumple dichas condiciones y además si nos da sensación de adecuado. Por ejemplo, al sumar 2 + 3, partimos de la idea que el resultado debería ser igual o mayor de 3, pero si se llega al 9 como respuesta, nos ha de "chirriar" el resultado.

Este aspecto aproximativo, cualitativo, solo se conseguirá con una buena construcción de la línea numérica mental. Estas cuestiones que acabamos de abordar son de gran trascendencia en la resolución de problemas, aportando lógica a sus razonamientos y resultados.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En el apartado 1.14 vimos como en la resolución de problemas se ponen en marcha diferentes recursos aritméticos por una parte y competencias lingüísticas por otra. Los primeros, necesitan de diferentes habilidades como el conteo o la descomposición. En cuanto a las competencias lingüísticas, requieren entre otras de una cierta mecánica y comprensión lectora, vocabulario, razonamiento verbal… Por otro lado resulta necesario la interacción entre ambas para la resolución de un problema.

No obstante, aún son necesarias más competencias, de ahí la enorme complejidad. Entre ellas se encuentran la capacidad de simbolización, de representación, de planificar, deducir…

Asimismo, otras consideraciones que pueden afectar en esta cuestión es que los niños que utilizan algoritmos de cálculo porque no los recuperan de la memoria a largo plazo, les obliga a emplear recursos de la memoria de trabajo (1.3.2, página 49). Ello conlleva la incapacidad de representar mentalmente el problema y por tanto su comprensión.

Se puede observar, como así ya se ha hecho patente a lo largo de muchos puntos del presente trabajo, la gran cantidad de recursos que pone en marcha un cerebro al unísono cuando ha de resolver un cálculo, una operación aritmética o un problema, cuestiones abordadas con mayor profundidad en 1.3.6, página 77, donde se habla de las fases del cálculo.

Si tuviéramos que hacer una presentación cartográfica de aquellas áreas que entran en funcionamiento durante el proceso mediante el cual resolvemos el problema tendríamos por resultado una amplia zona de ambos hemisferios trabajando a pleno rendimiento Dehaene (1997 a).

Ello nos lleva a tener presente la gran cantidad de conocimientos, de habilidades previas, que los niños han de poseer previamente para poder abordar la resolución de problemas.

De este modo, desde nuestro planteamiento se busca un equilibrio entre todo aquello previo, que es necesario, y su aplicación en actividades de resolución de problemas lo más cotidianos y próximos posible al niño.

Por otro lado, somos conscientes que el grado de dificultad que aplicamos en las aulas, incluso en primaria, va muy por delante de las necesidades reales de los niños. La razón de tal dificultad es que en realidad lo que pretendemos es estimular las habilidades de pensamiento para generar un buen desarrollo de estas, siendo las edades tempranas, un momento excelente dada la plasticidad del cerebro. Asimismo, se pretende generar hábitos de pensamiento, Baroody (1988), y acostumbrar a los niños a que piensen, a que razonen mejor por sí mismos, de manera autónoma.

Así, la metodología Neurológico-Principios, parte de habilidades necesarias como todo lo expuesto hasta el momento en este apartado. Desde ella, aplicamos problemas de suma y resta, de multiplicación y división, siguiendo la línea de Castro y Escorial (2007), tal como vimos en la página 182, intentando realizarlo desde situaciones próximas y reales al niño o a partir de una reproducción artificial pero trasladados de su contexto próximo y cotidiano, Chamorro (2008).

En el anexo I, página 508, encontramos ejemplos de actividades relacionados con la resolución de problemas. Entre ellos destacamos dos que nos parecen especialmente relevantes.

En la primera de ellas, *Alquiler de juguetes,* los niños reproducen una hipotética situación, en la que para poderse llevar el juguete, nos han de responder a una pregunta. Si por ejemplo está etiquetado con el número 42 (este sería su precio), les preguntaremos si con un billete de 50 tendrían bastante para poderlo alquilar (ya se les explicó que, alquilar, significa que es un préstamo, luego cuando se cansen del juego lo han de volver a llevar a su sitio).

Este tipo de juego, evolucionó desde la mera lectura de números hasta la resolución de problemas, requiriendo como conocimientos previos, entre otros, la lectura, comparación e inclusividad.

La segunda de las actividades a destacar consiste en ir de compras por el *Panel de joyas y complementos* y por la *Tienda de ropa y disfraces*. Anexo I, páginas 508 y 509.

En el *Panel de joyas y complementos* se ofrece la posibilidad de coger más de un elemento. Esta tentación tan presente en los niños les conllevará la necesidad de realizar sumas. En un primer momento pueden pagarnos directamente con monedas que hemos fabricado (conteo). Luego podemos incorporar el uso de billetes de cinco y de diez, lo que provocará la devolución (descomposición). Más tarde incorporamos periodos de tiempo en el que las monedas no están presentes. En caso de llevarse dos elementos, tendrán que sumarlos y darnos la respuesta (suma formal). Si estas son sencillas pueden partir de su respuesta inmediata (recuperación de la memoria). Si son más complejas, pueden utilizar los dedos. Por último les pediremos que lo hagan por escrito, desde una matemática más formal. Resulta muy interesante el incorporar sumas de dos cifras sin llevar. En caso de llevarse más de dos elementos, se verán en la obligación de hacer sumas sucesivas. Por supuesto evitamos "las llevadas", aunque son muchos los niños los que dan claras muestras de estar en disposición de utilizarlas pues desde nuestra metodología se trabaja mucho el valor posicional de las cifras.

Otra cuestión importante es que siempre se busca el que los niños piensen, por lo que en todo momento se encontrarán en situaciones de aprendizaje en el que tendrán que pensar y razonar. De este modo no sólo estarán presentes las sumas en esta actividad. Así, tanto si se llevan un elemento como más de uno de ellos del *Panel de joyas y complementos,* les haremos planteamientos del estilo de "por llevarte dos te descuento…" obligando a utilizar algoritmos de resta. Este tipo de cuestiones evitará respuestas mecánicas alejadas del razonamiento.

Por su parte, la *Tienda de ropa y disfraces*, presenta en cada prenda una etiqueta. En ellas aparece texto escrito y números del estilo: “14 €. oferta!!!!!, descuento de 2 €”. Los tipos de etiquetas son muy variadas incluyendo problemas sin números: “Te ha tocado gratis!!!!!”, que incluyen información irrelevante: “Antes 34 €, ahora gratis”, que no necesitan en realidad cálculo alguno: “Antes 42 € ahora 36 €” o incluso con precio directo “85 €”.

En los dos tipos de actividades descritas son necesarias gran cantidad de recursos, conocimientos, habilidades… sobre todo la última descrita. Así, debido a su complejidad y necesidad de conocimientos previos, se desarrollarán en el último trimestre de cinco años. Cuando los niños cogen alguno de los objetos se acercan al maestro y le dan la respuesta. Caso de ser correcta se los llevan, de lo contrario, se les hace razonar, volver a calcular… hasta conseguirlo. Tal personalización permite una perfecta atención a la diversidad, de modo que se les plantee mayores retos a aquellos que van más adelantados, ofreciendo más ayudas, refuerzos, a los que llevan un desarrollo menor.

Otra característica importante de estas dos actividades es que se llevan a cabo de manera voluntaria, en el momento han terminado otras tareas de clase. Su acceso a ellas es absolutamente voluntario y disponen de otro tipo de juegos que no requieren de este esfuerzo cognitivo.

De forma natural la mayor parte de los niños pasan por estas zonas de juego. La razón es que no se sienten incómodos al realizar los cálculos, resolver los problemas, ya que han desarrollado, a través de otro tipo de actividades (expuestos ya con anterioridad), los conocimientos y habilidades necesarias. Se lo toman en muchas ocasiones como un reto. Aquellos que son más reacios, los estimulamos presentándoles objetos atractivos y asegurándoles nuestra ayuda de modo que tengan éxito.

Un paso más en la resolución de problemas es la representación y grabación en vídeo. Algún niño/a hace de “encargado/a de la tienda”. No solo se plantean problemas matemáticos, se desarrollan todo tipo de habilidades sociales como dar los buenos días, hablar con corrección, expresarse de modo adecuado, mostrar diferentes productos…

Más tarde se proyecta el vídeo y se analizan todas estas cuestiones, entre ellas… la solución al posible problema matemático que ha surgido. Ello nos permitirá, de manera colectiva, razonar de cómo se ha resuelto, si la solución es correcta, si existen otros modos de resolverlo, más sencillos…

Seguidamente buscamos la representación de lo que ha sucedido. Una posible actividad es dibujar una de las situaciones analizadas. Si un niño llega a la tienda con un billete de 10 € y ha pagado 7 €, deberán dibujar al tendero/a con el billete en la mano y al niño con las monedas devueltas en una de sus manos y el objeto comprado en el otro.

Este tipo de representaciones son el fruto de la evolución de otras más sencillas. Dichas representaciones partirán de las tres dimensiones mediante objetos manipulativos. También se utilizan materiales como la plastilina. El siguiente paso será el de dibujar lo que se acaba de construir mediante dichos objetos y materiales. Progresivamente se quedará en un segundo plano lo tridimensional para ir directamente a su representación en dos dimensiones (dibujo).

Por último buscaremos una representación mental. Esta se obtendrá a partir de verbalizaciones colectivas que el docente ha de encauzar.

CONSCIENCIA

Podemos definir la consciencia a nivel matemático como un *sentido de propiedad, saber que se está operando con números, percatarse de sus condiciones y relaciones a través de su uso, de su manipulación.*

Para Mialaret (1967), citado por Fernández (2008), "*Lo que llamamos desarrollo de una noción matemática, no es más que el pasaje de una experiencia vivida o de un conocimiento verbal a un plano de conciencia superior sobre el cual los datos dispersos, las adquisiciones más o menos intuitivas.", se reagrupan y se estructuran progresivamente según las haga la lógica adulta.* Vemos cómo desde hace ya muchos años la consciencia, en este caso matemática, es considerada como necesaria, situándose en un "plano superior", lo que da cuenta por otro lado de su complejidad.

Visiones más recientes acentúan cuestiones muy diversas como la memoria. Nuestra memoria a largo plazo se encuentra por lo general en situación de latencia, activándose una parte de esta bien por el reconocimiento o por el recuerdo. Dicha activación puede realizarse tanto de forma *consciente* como *subconsciente,* Fuster (1997). Cuando reactivamos una red de memoria, tanto por reconocimiento como por recuerdo, el hipocampo realiza una tarea importante, pues humanos con lesiones en esta zona presentan limitaciones para la creación de nuevas memorias así como en la recuperación de otras ya adquiridas. Si tenemos en cuenta que las nuevas memorias no son sino una expansión de las que ya se poseen, vemos cómo los procesos de recuperación y formación de memoria se encuentran íntimamente ligados, participando en los dos el hipocampo. No obstante no hemos de perder de vista que dicho proceso puede realizarse consciente o inconscientemente, esto es, de forma automatizada, teniendo ambos ventajas e inconvenientes. El inconveniente de expandir una memoria sin pasar por actos conscientes es que puede que nos lleve a realizar tareas sin acabar de comprenderlas, hecho muy frecuente en el aprendizaje matemático. La ventaja de automatizar un proceso, de hacer una tarea no consciente, es que la independiza de nuestra memoria de trabajo liberando recursos atencionales y otros procesos cognitivos, tal y como ya se comentó con anterioridad al inicio del apartado 6.

Es evidente que ambas cuestiones son importantes, imprescindibles y absolutamente complementarias. La escuela ha atendido de forma reiterativa a la, fruto de metodologías basadas en la repetición, dejando un poco más de lado la comprensión a partir de la reflexión, la metacognición y la consciencia. Encontrar un equilibrio entre ambas (automatización y consciencia), así como una continua conexión, es una tarea que sin ser compleja, ha de ser tenida en cuenta en el diseño de las actividades. Es por ello que hablamos de "concepto de número", ya que la comprensión de todas las variables o principios que lo forman es clave, no basta con realizar las tareas de manera autómata.

Gazzaniga (1998), afirma en su trabajo *dos cerebros en uno* que las grandes facultades humanas están ubicadas en pequeñas redes neuronales, lo que nos lleva a un gran nivel de modularización. Sin embargo y a pesar de tener tantos módulos especializados *¿cómo tenemos la convicción de que somos un único ser?* Tal vez la explicación esté en que el hemisferio izquierdo busca y encuentra las razones de por qué ocurren las cosas. Ello genera una gran ventaja y es que no contentarse únicamente con aquello que es observado, buscando los porqués de los hechos, de los sucesos, genera una mejor adaptación al medio.

Así pues vemos como el agudo, creativo e ingenioso hemisferio izquierdo tiene una gran capacidad para interpretar y con un grado de *consciencia* sobre los hechos muy superior al derecho.

Steven Weinberg, en Chalmers (1996), afirma que la consciencia es subjetiva, personal y no podemos observarla en los demás. La única solución, aunque en principio menos científica al uso, sería partir de explicaciones lo más fieles posible tanto de nuestras propias experiencias como de los demás y a continuación comenzar a buscar leyes puente de alto nivel, de forma que pudiéramos conectar la experiencia con los procesos físicos. Todo ello sería posible gracias a la capacidad que tenemos para hablar y actuar acerca de algún hecho consciente que nos ha sucedido, aunque sean éstas funciones objetivas físicas. Así pues, la consciencia está muy relacionada con "percatarse", "darse cuenta de", de forma que cuando se produce el hecho de *percatarse* o de *darse cuenta* hay consciencia y también a la inversa. No obstante no hemos de perder de vista que *percatarse* es algo físico y la consciencia no. También hemos de tener presente que hay que hacer en parte extensible el significado de *percatarse* a los niños pequeños que todavía no tienen adquirida la función del habla e incluso a los animales.

Es pues necesario que los niños se den cuenta de lo que hacen con los números, para qué sirven, reflexionar sobre ellos. Se trata de llegar a la metacognición de las matemáticas.

Un último apunte al respecto: las máquinas pueden hacer todas las tareas, habilidades y subhabilidades que hacemos los humanos con los números, así pues, ¿es necesaria la consciencia? La respuesta es que nosotros somos su consciencia, somos quienes les decimos "eso son números".

Por otro lado Logothetis (2000), afirma que en gran parte no nos damos cuenta de la actividad consciente de nuestro cerebro ya que gran cantidad de nuestras neuronas responden a estímulos de los que no somos conscientes. Ello es debido a que solo una parte de éstas son capaces de desempeñar el "correlato nervioso de la percepción consciente", esto es, responder de tal modo que se refleje con seguridad una determinada percepción. Asimismo apunta en lo que se refiere a la consciencia visual, que esta escasa proporción de neuronas que tiene esa facultad no se encuentra en una única zona cerebral, sino en toda su trayectoria (en este caso las zonas implicadas en procesamiento visual).

Ello nos lleva a la conclusión de que podemos percibir tanto consciente, como inconscientemente, con implicaciones cognitivas muy diversas, ya que una cosa es percibir un estímulo y otro tener la capacidad de metacognición sobre éste. A nivel matemático esta distinción es fundamental. Se trataría de hacer algo de forma mecánica, sin saber qué estamos haciendo, su relación con otros saberes, los porqués… frente a la reflexión y conexión de ideas, de ser capaces de ponerlo en práctica, de hacer una transferencia. Recordar que los aspectos perceptivos fueron tratados en el punto 1.3.3, página 67.

Un ejemplo práctico de como pasar de la *percepción* a la *percepción consciente* la encontramos en actividades donde hemos de hacer ver a los niños de que determinado tipo de palabras tienen una consideración especial, se trata de las palabras-número. Este es el caso de todas aquellas actividades, que partiendo de canciones, tienen por objeto la memorización de una determinada secuencia de números. En un primer momento los niños los cantan a modo de "cantinela", donde se pronuncian los números pero sin ser conscientes de su posible condición matemática, o también de "rosario" de manera que "unodostrescuatro…" va todo junto, sin separación entre palabras por medio de la conciencia fonológica, impidiendo su uso matemático. En fases posteriores, su separación y la toma de conciencia de palabras con un "contenido especial", permitirá a los niños utilizarlas como herramienta para el conteo, el cálculo mental y la resolución de problemas entre otros.

Generar dicha consciencia se logra por medio de actividades como “Ja no canta el capellà”, anexo I, página 458. En ella vemos como el gran objetivo es que una canción de números se transforme en una canción de palabras-número, en este caso para trabajar la serie numérica decreciente (n-1). Para lograrlo nos apoyaremos con gestos de manera que existe una correlación entre la palabra número verbalizada y su representación física mostrando los dedos de la mano que le corresponden. Son muchas las canciones utilizadas en la escuela infantil para la memorización de la secuencia numérica tanto en forma de n+1, como de n-1, la cuestión es que hay que rediseñar las actividades de modo que se acceda a su sentido numérico y no sea un mero canturreo, un sonsonete carente de significado matemático. Esta condición no ha de impedir que las actividades sean lúdicas pero útiles y significativas a la vez.

Otro ejemplo que no parte necesariamente del uso de canciones es la actividad “Le cambio el nombre a los números”, anexo I, página 511. En ella cambiamos las palabras-número habituales por otras palabras, sonidos y ruidos. Así, al número uno le podemos asignar la palabra “coche”, el dos será una palmada, el tres una patada en el suelo… y a partir de esta asignación hacer cálculo mental al pedirles el resultado de “coche, coche, palmada” (1+1+2=4) Cascallana (2002).

7. SITUACIÓN DE LA EDUCACIÓN EN EL ACTUAL SISTEMA EDUCATIVO.

De todos los docentes es conocida la gran dificultad que tiene el alumnado para aprender, desarrollar y aplicar los conocimientos relativos a las áreas instrumentales.

Probablemente, uno de los principales factores implicados en este fenómeno es el grado de abstracción que tienen, viéndose asimismo influenciados por otros muchos condicionantes como los de corte social y económico.

A lo largo de este apartado veremos, a modo de radiografía, la situación en la que nos encontramos respecto a los países que forman parte del informe PISA (Programme for International Student Assessment).

Dicho informe se dirige a evaluar, en intervalos de tres años, los conocimientos y destrezas de los alumnos de 15 años. Si bien los resultados quedan referidos a otras etapas educativas, reflejan, en términos comparativos, la situación de la enseñanza en los respectivos países.

Siendo que tales resultados son fruto de la evolución del alumnado por las diferentes etapas educativas anteriores, consideramos que la nuestra, infantil, también tiene su importancia dentro de dicha evolución.

También es cierto que no se pueden extrapolar los datos sin más, ya que son muchas las variables a tener presentes. No obstante pueden servir de reflexión para mejorar nuestro sistema educativo, desde infantil hasta la propia universidad.

Tal vez, la primera y principal pregunta que nos podemos hacer es ¿por qué otros países obtienen mejores resultados que nosotros en este sentido?

Partiendo de los resultados del informe PISA correspondiente a 2009, Cordero y Manchón (2012), han identificado los principales factores que explican el rendimiento educativo a partir de análisis de regresión multinivel lo que les permitió determinar las variables más influyentes al igual que el sentido positivo o negativo de éstas. Entre sus conclusiones están el hecho de haber repetido uno o varios cursos con un nivel de incidencia muy superior al resto, y aunque este hecho no afecta al alumnado de educación infantil, detrás de dichas repeticiones se encuentran factores que directamente las condicionan como son la familia o las propias aptitudes del alumno.

Estas circunstancias sí influyen y están presentes desde la educación infantil, cuestiones que justifican el carácter preventivo y compensador de esta etapa. Entre los resultados referentes a variables relativas a los centros, estos son mejores en privados y concertados respecto a los públicos, si bien, dichas diferencias dejan de ser significativas si se tiene en consideración el componente socioeconómico del alumnado.

Hay que puntualizar, que del informe también se desprende que no sólo alumnos de clases desfavorecidas se benefician de mejorar sus resultados si se escolarizan desde la educación infantil, lo mismo sucede con el resto del alumnado. El hecho de asistir a clase desde tan tempranas edades mejora sus resultados en tramos educativos posteriores.

Otra circunstancia analizada es que en el caso de ser inmigrante los resultados son significativamente peores, aunque no lo son en el caso de ser hijo de inmigrantes. También los malos resultados están vinculados al uso de un idioma distinto al que se efectúa la evaluación, cuestión que puede incidir, sobre todo en los tramos iniciales de la enseñanza donde el bilingüismo no está afianzado (como es el caso de la Comunidad Valenciana).

Para el CEMAT (Comité Español de Matemáticas, integrado por las diferentes Sociedades Matemáticas de las Comunidades Autónomas y la Conferencia de Decanos en Matemáticas), apuntan a diferentes medidas que, extraídas de los resultados del informe PISA 2012, se pueden agrupar en tres grandes premisas:

- Adaptación de los currículos de matemáticas.
- Reforma de la atención a la diversidad que necesita profesores y recursos.
- Potenciación de la importancia social de los profesores.

Algunas de las medidas que de ellas se desprenden son:

Revisar los currículos de matemáticas. Desde primaria, con un claro énfasis en las competencias y de modo relevante en una matemática contextualizada, de la vida cotidiana.

Si bien no se menciona infantil de modo expreso, entendemos que trabajar por competencias clave es más que discutible en nuestra etapa educativa, si bien, precisamente nuestra propuesta parte de algo similar que es desarrollar al máximo procesos cognitivos relacionados con la matemática.

Por otro lado, estamos totalmente de acuerdo en que utilicemos los aprendizajes que de ella se derivan de manera práctica, ligada a lo cotidiano. No obstante, no creemos conveniente que el "origen" del aprendizaje en nuestra etapa, se centre de modo casi exclusivo en lo práctico como punto de partida del aprendizaje del número (como es el caso de la metodología Funcionalista).

Asimismo, estamos de acuerdo en que hay que revisar los currículos, en el especial el de infantil, por entender que está obsoleto, con una gran presencia de postulados piagetianos.

Evaluar el aprendizaje desde la resolución de problemas. Se debe caminar hacia un tipo de evaluación que muestre la capacidad de utilizar contenidos matemáticos desde el seno de la resolución de problemas.

En nuestro caso nos encontramos ante la dificultad de la escasez de conocimientos previos, de habilidades cognitivas, conexión entre ellas. Así, abogamos por una postura intermedia, otorgando mayor protagonismo a su propuesta según se va avanzando en edad, y sobre todo, al llegar a mitad de cinco años.

Suficientes recursos humanos. No solo para atender al alunado que requiera de algún tipo de apoyo, también para atender a la diversidad de aquellos que despuntan en habilidades y capacidades.

Concienciar a los estudiantes y a los ciudadanos de la necesidad de una buena formación en matemáticas. Nuestra sociedad, al contrario de otras como la oriental, califica las matemáticas como muy difíciles, aburridas, poco prácticas… Esta concepción debe ir cambiando, de ahí que haya que recalcar la dependencia que de ellas tenemos. En el caso de infantil, hemos de insistir a los padres de los alumnos de tal necesidad. En nuestra etapa educativa podemos observar una gran obsesión de estos por la evolución en el aprendizaje de la lectoescritura, dándole muchísima menos importancia a las matemáticas.

Potenciar el prestigio del profesorado. Ello redundará en una mayor implicación y rendimiento. En el caso de las primeras etapas, infantil y primaria, tal vez se encuentre incluso más acentuado, confundiendo la etapa de infantil con una "guardería".

Mejorar la formación de los docentes. De todas las etapas, en especial de la educación primaria, debido a la escasez de formación a nivel de “didáctica de la matemática”. Por nuestra parte quisiéramos reivindicar este punto también para la etapa de infantil, cuestión clave, ya que los contenidos a transmitir son extremadamente sencillos para el profesorado, si bien, la base teórica y la manera de transmitirlos no.

Condiciones de acceso al grado de primaria. Garantizar que todo el alumnado de magisterio haya cursado previamente matemáticas en bachillerato. Nuestra opinión al respecto, relativo a infantil, es que tal vez esto no sea necesario, aunque tampoco es desdeñable. La razón es que nos encontramos ante una matemática que nada tiene que ver con lo enseñado en secundaria o bachiller. Este tipo de matemática se asienta profundamente en procesos cognitivos, habilidades… que están por eclosionar y desarrollar, así como un determinado conjunto de variables presentes en el concepto de número, que se han de interiorizar a partir de dichos procesos cognitivos.

Revisar las asignaturas relacionadas con las matemáticas en el grado de maestro de primaria. Se busca la madurez matemática a través de la comprensión, uso y conocimiento de cómo enseñarla. Podemos observar cómo se incide en el profesorado de primaria sobre el resto de etapas educativas. En ello estamos de acuerdo. Si revisamos los currículos de infantil y primaria, así como los desarrollos habituales de estos, observamos una absoluta falta de coordinación en el paso entre etapas. Pongamos por ejemplo el que en nuestro caso pasamos ampliamente del 100 (a nivel de verbalización de la serie numérica, conteo, lectura y escritura al dictado, comparación, valor posicional de las cifras…) y que al finalizar primero de primaria solo llegan a este número. En el caso de primaria… condicionados por el uso del libro de texto.

Otras propuestas apuntan a que nos fijemos en otros modelos educativos con buenos resultados. Es el caso del modelo finlandés, si bien, lo primero que hemos de tener en cuenta es que los sistemas educativos no son extrapolables sin más de un país a otro.

Si consideramos dicho modelo educativo, que se ha convertido en un referente a nivel mundial, veremos como no hay “grandes inventos” sino sencillamente sentido común con mayor inversión en educación, duplicando la de España con mucha menos población.

En concreto, cuentan con una exquisita formación del profesorado, muy exigente, con una buena consideración social de éste, estando además muy bien remunerados. Son muy respetados, lo que evita conflictos y mejora el rendimiento académico. Cuentan con una estrecha colaboración familiar, cuyos padres tienen buenos niveles educativos. Por otro lado, disponen de ratios de 15 alumnos por aula, con muchos apoyos para los más rezagados, y con una pedagogía muy clara, siendo muy exigentes tanto en el comportamiento como con el rendimiento académico.

Asimismo, aplican una filosofía no segregacionista apostando por una educación individualizada. El fin es el que los niños sean autónomos desde bien pequeños. Potencian el desarrollo de la personalidad a todos los niveles: intelectual, social y cultural, aplicando procesos de enseñanza-aprendizaje basados en la práctica, cuando se trata de aprendizajes con un elevado grado de dificultad (sobre todo en matemáticas y ciencias). Este enfoque funcional se desarrolla a través del juego cuando se trata de los más pequeños con una escasa utilización de las clases magistrales.

Por último, las ratios en son de cuatro a siete alumnos por maestro, donde los niños están agrupados por edades pero con libertad de movimientos en el aula. Tan solo han de aplicar unas normas básicas: escuchar a sus compañeros cuando estos se les dirijan, no molestarlos y ser ordenados con los materiales. Estas tres normas elementales, pero tan importantes, son la base para el aprendizaje del buen comportamiento.

Otra cuestión a mejorar es la del desdoblamiento de grupos y elevar la inversión en educación infantil. Así, optimizar la gestión de grupos de los niños a partir de sus cualidades, dificultades o cualquier otro tipo de circunstancia que lo requiera, favorece los aprendizajes. De igual modo y como ya se comentó, escolarizar a los niños en la educación infantil comporta mejores resultados a medio y largo plazo, Melhuish (2008).

Por otro lado es de destacar la creencia que mantienen las familias españolas de que la responsabilidad de educar recae fundamentalmente en los docentes, siendo cada vez más exigentes con éstos y con la sociedad en general, ignorando sus responsabilidades, no marcando límites a sus hijos e incluso justificando la falta de disciplina y comportamientos inadecuados de los mismos. No obstante, no hay que olvidar también que el bajo rendimiento en matemáticas está ligado a la baja formación del profesorado en didáctica de las matemáticas y a la necesidad de más horas en esta materia.

Otras investigaciones corroboran lo expuesto anteriormente, como el informe McKinsey de 2007, Barber, y Moursherd (2007), que señala la atención individualizada y la ratio como elementos clave del éxito educativo, indicando por ejemplo, que bajar de 23 alumnos por clase a 15 mejora los resultados. Asimismo afirma, que hay que marcar unos mínimos educativos que sean altos y ayudar a los centros con peores resultados.

Respecto a si ha habido avance o mejora en los resultados obtenidos en los distintos informes PISA, el Ministerio de Educación, a través de su Instituto de Evaluación, muestra los resultados obtenidos en PISA 2009 (2010), afirmando que los resultados de los niños españoles en competencia matemática son muy similares a los de otros anteriores con las siguientes puntuaciones: 2000 (476), 2003 (485), 2006 (480), 2009 (483) y 2102 (484). Si bien se observa una ligera mejoría, seguimos estando muy por debajo de la mayor parte de los principales países de la Unión Europea, así como de otros muchos del resto del mundo (figura 12).

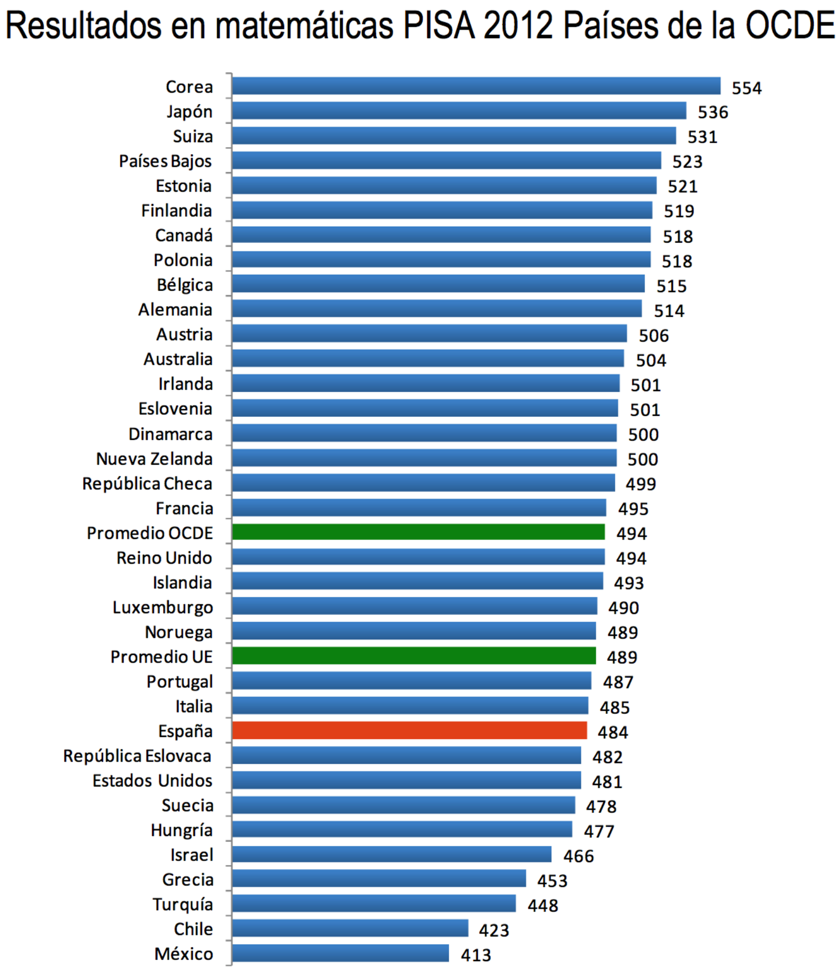


Fig. 12. Resultados promedios en competencia matemática.
http://www.institutodeevaluacion.mec.es/ (2015)

Asimismo hay que tener en cuenta que en la media española no figura la de todas las comunidades autónomas, como la Valenciana, que no participa por tener unos resultados peores que la media nacional.

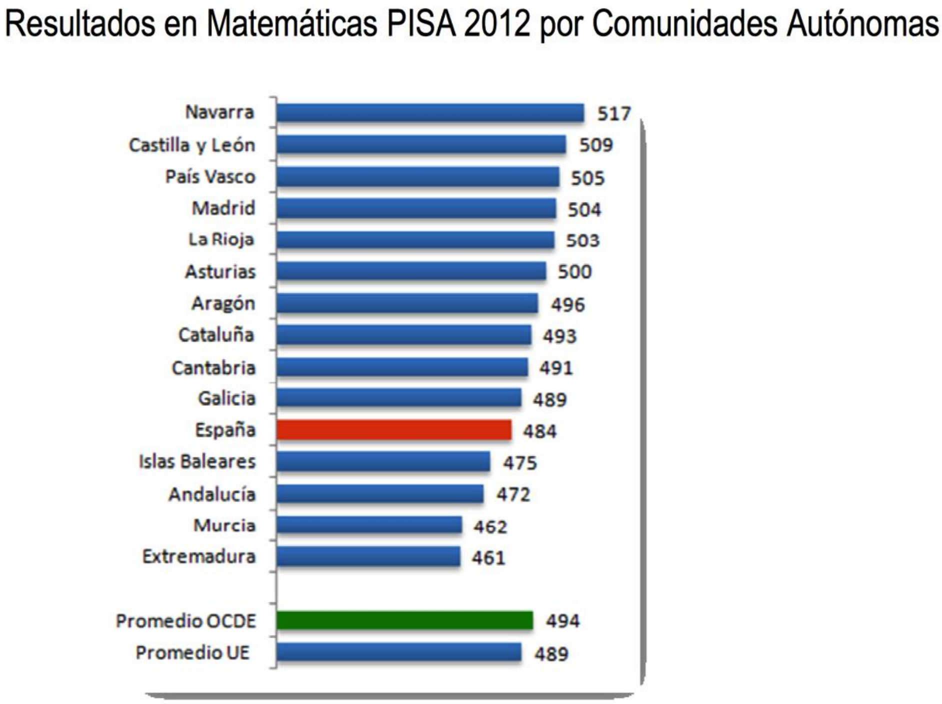


Fig. 13. Resultados promedios en competencia matemática por Comunidades Autónomas. http://www.institutodeevaluacion.mec.es/ (2015)

En la figura 13 podemos observar las puntuaciones alcanzadas por las diferentes comunidades autónomas. Entre ellas destaca la de Castilla y León Navarra y sobre todo la de Navarra, que si la comparamos a nivel mundial se situaría como la novena del mundo.

Para finalizar, apuntar que las repercusiones que pueden tener algunas de las principales variables o condicionantes del aprendizaje, en nuestro caso de las matemáticas, deben ser medidas y comparadas a partir de instrumentos de demostrada validez y fiabilidad, de modo que podamos llegar a conclusiones consistentes en lo que se refiere a la calidad de la enseñanza. Dicha cuestión es abordada en el punto siguiente con el propósito de clarificar su evolución, repercusión y conclusiones a las que se llega a partir de los instrumentos que se crearon con el propósito de evaluar dicha calidad en educación infantil.

8. EVALUACIÓN DE LA CALIDAD EN LA EDUCACIÓN INFANTIL.

Ruopp, Travers, Glantz y Coelen (1979), llevaron a cabo el primer estudio sobre los efectos de la asistencia a centros infantiles, llegando a la conclusión de que tanto la experiencia de los educadores como la ratio y tamaño del grupo estaban íntimamente relacionados con la calidad del centro y el desarrollo de los niños. Encontraron que los niños se implicaban en mayor medida en actividades intelectuales, cooperativas, creativas… cuando los grupos eran más reducidos, obteniendo mejores puntuaciones en las pruebas de desarrollo que se les administraron, Ruopp y Travers (1982).

A partir de esta investigación, la calidad de la educación infantil se dividió en dos grandes aspectos a evaluar: los estructurales, es decir, relacionados con el tamaño del grupo, ratios profesor-alumno, la experiencia y la formación del profesorado, y las del proceso educativo (calidad del contexto, interacción maestros-alumnos…). Un ejemplo de ello son cinco estudios llevados a cabo en Estados Unidos y Canadá (Bermuda, Chicago, Los Angeles, Pennsylvania, y Victoria) con el fin de evaluar las interacciones entre niños y adultos, tipos de actividades, espacios, materiales… Para ello se crearon instrumentos específicos con el fin de evaluar la calidad de los procesos del aula y observar si correlacionaban con el desarrollo infantil, instrumentos como el de Dunts, McWilliam y Holbert (1986). Los resultados mostraron que las puntuaciones en calidad correlacionaban con las medidas de desarrollo infantil, pudiendo ser dichas correlaciones tanto positivas como negativas, con lo cual el mero hecho de asistir al centro educativo no era positivo en sí mismo ya que dependía de factores como la calidad del centro, procesos educativos llevados a cabo, ratio, profesorado… Howes (1987), zanjando una discusión que había sido tema de debate durante mucho tiempo.

Años más tarde se aplicó en Europa, este y otros instrumentos de evaluación de la calidad de enseñanza en educación infantil, McGurk, Caplan, Hennessy y Moss (1993), y aunque España no participó, sí se han utilizado en nuestro país las mismas estrategias y diseños de investigación, comparándose además con resultados de otros países europeos. Es el caso de la investigación de Lera (2007), de la Universidad de Sevilla sobre calidad de la educación infantil e instrumentos de evaluación, en el que se ponen en relación indicadores de calidad como la ratio, formación del profesorado y la práctica educativa. Para ello se administró el *Test de Preescolar*, De la Cruz, V. (1988), a un total de 1.472 niños con objeto de evaluar cuestiones relacionadas con conceptos matemáticos, vocabulario, memoria auditiva, discriminación visual, orientación espacial… entre otras. Al relacionar el rendimiento de los niños con la calidad del aula, medida a través del instrumento ECERS (*Early Childhood Environmental Rating Scale)*, Harms, Clifford y Cryer, (1980) y ECERS-R, Harms, Clifford y Cryer, (1998), la escala de evaluación de los contextos educativos infantiles mostró que los conceptos matemáticos fueron los que alcanzaron un mayor nivel de asociación, con correlaciones (estimadas a través del coeficiente de correlación de Pearson) estadísticamente significativas con el total de la escala. En concreto, las subescalas que alcanzaron mayores niveles de correlación significativa (enunciadas en función de la magnitud de la asociación), fueron las de mobiliario, actividades de motricidad y de creatividad, indicando que las aulas bien dotadas de mobiliario, bien decoradas y donde se realizan actividades más creativas y lúdicas, estimulan en mayor medida el desarrollo de conceptos matemáticos en los niños. Lera (1994), en su tesis doctoral, también vincula el rendimiento con la práctica educativa, donde el profesorado menos tradicional puntúa más en la mayoría de las pruebas, lo que apunta a que los maestros con prácticas educativas menos directivas, tienen por lo general, un contexto mejor organizado que facilita y estimula hacia los aprendizajes, circunstancia que pone de manifiesto las diferencias encontradas en las medidas de desarrollo de los niños.

Por su parte, Spodek (1982), planteó una serie de recomendaciones para el logro de unos buenos resultados académicos, constituyéndose, según dichos autores, en una propuesta de cuáles son indicadores de calidad de la educación infantil. Algunos de los más relevantes, referidos a cuestiones estructurales, son por un lado el centro: *situación económica,* subvenciones que reciben padres y centro, sueldo del profesorado…; *espacios del edificio,* si son adecuados y además de uso exclusivo de los niños de infantil, calidad y tamaño en los espacios tanto interiores como exteriores (de 2 a 3 m^2 por niño); *equipamientos y materiales* que abarquen todas las necesidades y ámbitos del desarrollo infantil (los materiales que sean lúdicos deberán estar clasificados en función de la actividad y de los objetivos a alcanzar si se trata de materiales didácticos) y, por otro, el aula: *tamaño del grupo*, la ratio depende de la edad de los niños siendo de 16 a 20 para los de 4 a 6 años, 12 para los de 2-3 años y 8 para los menores de 2 años y *equipo docente,* donde la formación resulta esencial.

Concluiremos diciendo que, si tenemos en cuenta las sugerencias propuestas en el punto anterior que surgen de evaluaciones como PISA, así como las que se acaban de exponer fruto de indicadores de la calidad de la enseñanza en infantil, a buen seguro obtendremos mejores resultados en los procesos de evaluación, entendiendo siempre, que dichos resultados han de ir dirigidos a buena enseñanza, sólida, completa, práctica… eficaz.

SEGUNDA PARTE: METODOLOGÍA

1. DISEÑO.

El objetivo general del presente trabajo es demostrar que la utilización de una metodología para la construcción de la noción de número basada en un enfoque que incluye tanto los principios subyacentes en dicha noción, como los procesos neuropsicológicos que posibilitan su comprensión y manejo, permitirá una adquisición del mismo con resultados académicamente superiores a lo esperado en el segundo ciclo de Educación Infantil, respecto a los paradigmas Monumentalista y Funcionalista que se aplican en la actualidad en nuestro contexto educativo.

Uno de los grandes objetivos de una investigación gira entorno a la validez de ésta, pudiéndose articular alrededor de dos grandes ideas: a) la supervisión del proceso con el fin de contrastar relaciones causales entre las variables independientes y la dependiente y b) el establecimiento de las condiciones que permitan generalizar los resultados al ámbito natural en el que se realiza la investigación.

En educación, existen innumerables situaciones en las que el énfasis de la investigación se pone en la validez externa, sin descuidar la importancia de la validez interna. Este es el caso típico de la investigación aplicada, contrapuesta a la investigación básica, y que hace referencia a investigaciones en los que el objetivo primordial es el de probar que algo funciona. Resulta evidente que el presente trabajo queda aquí encuadrado.

Los diseños cuasi experimentales surgen como una solución dentro de los conflictos entre validez interna y validez externa, entre investigación básica y aplicada. Por otro lado, el término “cuasi” refleja el hecho, de que aunque se aproximen a los diseños experimentales, en aquellos, existen dificultades para alcanzar las condiciones necesarias para determinar una relación causal entre las variables independiente y dependiente. No obstante, y esta es la gran ventaja para una investigación con niños dentro del marco escolar, ofrecen menor dificultad para que podamos generalizar los resultados a otras situaciones.

Este es el caso de nuestra investigación ya que resulta imposible establecer grupos aleatorios en los que se deberían separar a los niños de sus grupos-clase originarios, situación incluso improcedente para probar una metodología como la de nuestra investigación, si tenemos en cuenta la escasa edad de estos niños y que para ellos tener como referente a su maestro/a, sus compañeros habituales e incluso el aula, es sumamente importante.

Asimismo, pretendemos poner a prueba una metodología que sea práctica, que se pueda aplicar en los grupos-clase de cada colegio.

También es de destacar que esos mismos grupos, caso de haber más de un nivel por edad (dos clases de niños de cinco años por ejemplo), se tienen en cuenta ciertos criterios de cara a conseguir grupos homogéneos mediante igualación de potenciales variables de interés como por ejemplo: niños con dictamen de escolarización por algún tipo de dificultad, la edad de los niños también es tenida en cuenta (si son de principio de año o de final), extranjeros con dificultad en el idioma, así como el sexo. Una vez tenidos en cuenta dichos criterios, la asignación a los diferentes grupos se realiza de forma aleatoria. Además, se distribuyen de manera que los grupos queden equilibrados, es decir, con igual número de alumnos en cada grupo.

Cabe señalar que los escasos conocimientos previos que poseen los niños de edades comprendidas entre cuatro y cinco años, tanto a nivel de matemática formal, informal, como de cualquier otro tipo, resultan irrelevantes en relación con el nivel final de rendimiento aritmético esperado en la investigación.

Dicha circunstancia nos lleva a optar por una prueba inicial que pueda aportar más y mejor información a la investigación como el *Inventario de Detección Temprana,* IDT, Meisels y Wiske (1989), en lugar de la aplicación de un pre-test a partir del mismo instrumento que en el post-test. Por un lado nos proporcionará el potencial de aprendizaje de los niños, lo que nos permitirá clasificarlos en tres grupos (con potencial de aprendizaje bajo, medio y alto).

Además, queremos verificar cuál es el potencial predictivo de las diferentes dimensiones (o “bloques”) que configuran la prueba IDT respecto del rendimiento académico de los niños operacionalizado a través del *Test de Competencia Matemática Básica,* TEMA-3, Ginsburg y Baroody (2003), para cada una de las tres grandes metodologías aplicadas.

Esto nos permitirá valorar la influencia que poseen los cuatro bloques que componen la prueba IDT: *I Actividades iniciales para la detección, II Aspectos visomotores y adaptativos, III Lenguaje y funciones cognitivas* y *IV Motricidad gruesa y esquema corporal,* respecto a dichas metodologías.

La prueba inicial reveló que la gran mayoría del alumnado mostraba potenciales de aprendizaje “alto”, quedando muestras muy pobres en las otras dos categorías (bajo y medio). Dicha circunstancia nos llevó a descartarlas centrando los análisis estadísticos en los sujetos de nivel “alto”.

Para la prueba final, se ha optado por el Test de Competencia Matemática Básica (*TEMA-3*) que está recomendada para investigaciones como la presente, que *pretende comparar el grado de efectividad de una metodología en el aprendizaje y manipulación de entidades numéricas.*

Nuestra investigación va dirigida a comparar el grado de desarrollo numérico que alcanzan los alumnos a partir de tres metodologías distintas.

Dos de ellas son las más extendidas y utilizadas en la actualidad, no solo en nuestro contexto sino en gran parte de la cultura occidental. La tercera es la que nosotros proponemos y que ponemos en relación a ellas.

TEMA-3, desde su origen, fue pensado para poder comparar distintas metodologías, por lo que resulta ideal para el gran objetivo de la presente investigación: demostrar que la metodología que nosotros proponemos obtendrá mejores resultados respecto a las otras dos.

1.1. Objetivos e hipótesis.

El objetivo general comentado, que la metodología *Neurológico-Principios* obtendrá mejores resultados académicos en el aprendizaje y manipulación de entidades numéricas, frente a las otras dos metodologías, *Monumentalista* y *Funcionalista*, se estructura a través de los siguientes objetivos e hipótesis específicas:

Objetivo 1. Verificar qué metodología generará mejores resultados en rendimiento académico matemático de los tres considerados en el presente estudio: *Monumentalista, Funcionalista y Neurológico-Principios.* Adicionalmente, verificar si tales mejores resultados pueden verse afectados por la *Experiencia* docente del profesorado. Es decir, que se quiere comprobar si dicha *Experiencia* es una variable que interactúa con la *Metodología* a la hora de explicar el *Rendimiento* matemático de los alumnos.

Primera hipótesis. Nuestra hipótesis es que de las tres metodologías incluidas en la investigación para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la etapa infantil (*Monumentalista, Funcionalista* y *Neurológico-Principios)* será ésta última la que conllevará mejores resultados operativizados a través del *Índice de Competencia Matemática* (*ICM*, *TEMA-3*). Hipotetizamos que existirá un efecto de segundo orden o interacción estadísticamente significativo respecto al *Rendimiento* en matemáticas entre las variables *Experiencia* docente del profesorado y tipo de *Metodología* empleada. En concreto, por una parte, conjeturamos que la metodología *Neurológico-Principios* obtendrá resultados superiores en todas las franjas de años de experiencia. Por otra parte, mantenemos la hipótesis de que la *Experiencia* del profesorado no tendrá trascendencia respecto a los resultados en *TEMA-3* en las metodologías *Monumentalista* y *Funcionalista* pero sí en el caso de la

Neurológico-Principios, donde se espera que a mayor experiencia los resultados mejoren significativamente.

Análisis. Para verificar dicha hipótesis realizaremos un ANOVA factorial 3x3 entre-sujetos, utilizando como variables independientes la *Metodología,* con tres niveles o condiciones: *Monumentalista*, *Funcionalista* y *Neurológico-Principios,* y la *Experiencia* docente operativizada a su vez a través de tres categorías: *1 a 4; 5 a 9 y 10 o más* años de experiencia.

Objetivo 2. Comprobar si la variable *Sexo* presenta un efecto significativo sobre el *Rendimiento* matemático (*ICM TEMA-3*) de los alumnos, en función del tipo de *Metodología* aplicada, a través de las tres metodologías ya mencionadas en la hipótesis anterior.

Segunda hipótesis. Nuestra hipótesis es que no existirán diferencias estadísticamente significativas entre niños y niñas respecto al *Rendimiento* en matemáticas operativizado a través del *Índice de Competencia Matemática,* ni tampoco para la interacción entre el *Sexo* y el tipo de *Metodología* utilizada para la instrucción. No obstante, al igual que en la hipótesis anterior, esperamos seguir encontrando diferencias significativas para el efecto principal de *Metodología* a favor de la *Neurológico-Principios*.

Análisis. Para verificar dicha hipótesis realizaremos un ANOVA factorial 2x3 entre-sujetos, utilizando como variables independientes el *Sexo* y la *Metodología,* con tres niveles o condiciones: *Monumentalista, Funcionalista* y *Neurológico-Principios*.

Objetivo3. Analizar la posible existencia de diferencias significativas en el *Número de alumnos* por clase en función de los resultados en el *índice de competencia matemática* (*TEMA-3*) en cada una de las tres metodologías empleadas.

Tercera hipótesis. Nuestra hipótesis al respecto es que existirá mejor rendimiento en aquellos grupos que presenten menor ratio de alumnado en cada una de las tres metodologías.

Análisis. Al objeto de verificar la hipótesis anterior, aplicamos pruebas *t* para grupos independientes respecto a cada una de las metodologías consideradas.

Objetivo 4. Determinar la influencia de la didáctica en la enseñanza del concepto de número en función de la franja de edad de los participantes.

Cuarta hipótesis. Partimos de la idea de que los niños tienen mayores capacidades de aprendizaje de lo que en principio somos capaces de inducirles o generarles. Suponemos que podremos detectar un efecto de interacción entre las diversas metodologías en función de las distintas franjas de edad existentes en los grupos-clase, tal y como las establece TEMA-3, a la hora de explicar el rendimiento matemático de los niños. De cumplirse esta hipótesis, esperamos encontrar, asimismo, diferencias tanto en rendimiento matemático para cada franja de edad entre las diferentes metodologías consideradas, como diferencias entre las metodologías cuando consideremos aisladamente cada franja de edad. En resumen, nuestra hipótesis es que los mayores niveles de rendimiento matemático los mostrarán los más pequeños, independientemente de la metodología, aportando información útil que permitirá valorar si realmente se está utilizando todos sus potenciales en cada una de las franjas de edad.

Análisis. Se llevará a cabo un ANOVA entre-sujetos 3x5 utilizando como variables independientes el tipo de *Metodología* utilizado y las diferentes *Franjas de edad* consideradas. La variable dependiente estará constituida por el *Índice de Competencia Matemática* (ICM)

Objetivo 5. Verificar la validez predictiva de la prueba de detección temprana de potencial de aprendizaje (IDT). Se realizará a partir de los cuatro bloques o dimensiones que lo integran, sobre el rendimiento en la adquisición del número en niños de la etapa de Educación Infantil, a través del *Índice de Competencia Matemática* (ICM *TEMA-3*).

Quinta hipótesis. Hipotetizamos que a partir de una prueba de detección temprana de potencial de aprendizaje (IDT), seremos capaces de predecir el rendimiento en la adquisición del concepto de número de los alumnos (operativizado a través del *Índice de Competencia Matemática*, *TEMA-3*). Mantenemos, que el principal predictor a través de todas la metodologías, será la dimensión *Lenguaje y funciones cognitivas* ya que entendemos que es el factor esencial en la construcción y manipulación del concepto de número.

Además, nuestra hipótesis supone que la predicción mejorará sustancialmente cuando la metodología utilizada sea la basada en un *enfoque Neurológico-Principios.* Respecto a ésta última, nuestra hipótesis es que estarán involucrados los cuatro bloques en que se estructura el *Inventario de Detección Temprana* (IDT): *I Actividades iniciales para la detección, II Aspectos visomotores y adaptativos, III Lenguaje y funciones cognitivas* y *IV Motricidad gruesa y esquema corporal*, dada la gran implicación de las distintas áreas de ambos hemisferios del cerebro, para el manejo de los números.

Análisis. Para poner a prueba estas hipótesis realizaremos una serie de regresiones múltiples, en concreto una para cada tipo de *Metodología*, utilizando como Variable Dependiente o criterio para cada una de ellas, el *Índice de Competencia Matemática* (TEMA3) y como predictores, los diferentes bloques del Inventario de Detección Temprana (IDT).

1.2. Participantes.

Los participantes para la presente investigación provienen de un muestreo no probabilístico, en concreto de un *muestreo intencional*, a través del cual se hizo un esfuerzo para conseguir muestras representativas mediante la utilización de grupos supuestamente típicos constituidos a partir de grupos naturales como el grupo-clase. Es decir, se ha seleccionado directa e intencionadamente a aquellos individuos de la población que iban a formar parte del estudio. No se desestimó, en principio, ninguno de los niños sean cuales fueren sus características personales, capacidades, inteligencia… (salvo desconocimiento alto del idioma, lo cual impide evaluar objetivamente a los niños).

La muestra total, de partida, constó de 36 grupos-clase (grupos naturales) y un total de 749 alumnos. Tras la aplicación de la prueba inicial IDT, la gran mayoría de los niños (Tabla 2), el 95.86%, fueron clasificados dentro del grupo de "alto potencial", el 3.2% en el de "medio potencial" y el 0.93% de "bajo potencial" (Gráfico 1).

Tabla 2
IDT Frecuencias y porcentajes para Potencial de aprendizaje.

Potencial de Aprendizaje	Frecuencia	Porcentaje
Bajo	7	.93
Medio	24	3.20
Alto	718	95.86
Total	749	100.00

La falta de representación en los grupos de "medio potencial" y "bajo potencial" impidió considerar dichos grupos a la hora de comparar las tres metodologías objeto de estudio (*Monumentalista, Funcionalista* y *Neurológico-Principios*) en función de cada una de esas potencialidades. Por tanto, nos tuvimos que centrar de manera exclusiva en el grupo de "alto potencial", participando definitivamente en el estudio un total de 718 niños del tercer nivel del segundo ciclo de Educación Infantil.

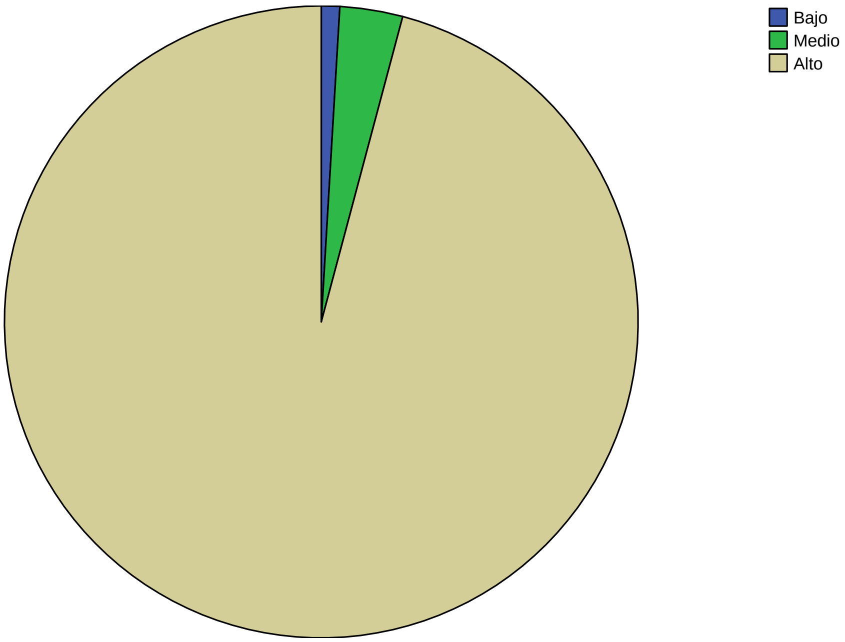


Gráfico 1. IDT Frecuencias y porcentajes para Potencial de aprendizaje.

En cuanto a la edad en meses cuando se aplicó la segunda prueba, calculada para el nuevo tamaño muestral N = 718, (ver Tabla 3), la media fue de 70.22 meses (5 años y 10 meses, aproximadamente) y una desviación típica de 3.48 (Tabla 3), siendo la edad mínima de 63 meses (5 años y 4 meses) y la máxima de 77 (6 años y 5 meses). La moda estuvo representada por una edad 73 meses (6 años y un mes). El índice de asimetría de la distribución fue de 0,06 y el de curtosis de -1.15. Estos datos se refieren al momento de pasar la última de las pruebas.

Tabla 3

Descriptivos para Edad (meses) cuando se aplicó la segunda prueba.

N	718
Media	70.22
Mediana	70.00
Moda	73
Desv. típ.	3.48
Asimetría	.05
Curtosis	-1.15
Mínimo	63
Máximo	77

A continuación (Gráfico 2) se observa el histograma con la superposición de la curva normal obtenido para la variable "*Edad en meses cuando se les pasó la segunda prueba*".

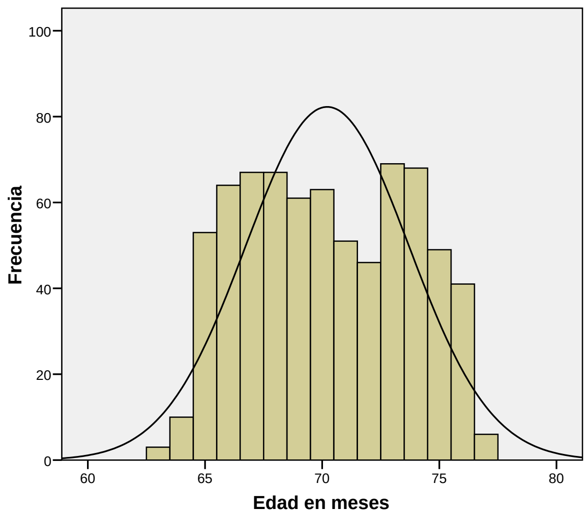


Gráfico 2. Histograma para Edad (meses) cuando se aplicó la segunda prueba.

Los grupos de edad más numerosos (Tabla 4) fueron el de 73 meses (69 sujetos, 9,6%) y el de 74 meses (68 sujetos, 9,5%); los grupos menos numerosos fueron el de 63 meses (3 sujetos, 0,4%) y 77 meses (6 sujetos, 0,8%), los cuales se corresponden con la edad mínima y máxima, respectivamente.

Tabla 4
Frecuencias y porcentajes para Edad (meses) cuando se aplicó la segunda prueba.

N	Frecuencia	Porcentaje
63	3	.4
64	10	1.4
65	53	7.4
66	64	8.9
67	67	9.3
68	67	9.3
69	61	8.5
70	63	8.8
71	51	7.1
72	46	6.4
73	69	9.6
74	68	9.5
75	49	6.8
76	41	5.7
77	6	.8
Total	718	100.0

Respecto al sexo (Tabla 5), la muestra estuvo muy equilibrada, en concreto del total de 718 participantes un 49% (352) fueron niñas, mientras un 51% (366) fueron niños.

Tabla 5
Frecuencias y porcentajes para Sexo.

	Frecuencia	Porcentaje
niñas	352	49.0
niños	366	51.0
Total	718	100.0

Respecto al nivel socioeconómico, se optó por establecer cuatro niveles a partir de los autoinformes recibidos de los propios centros: bajo, medio bajo, medio y medio alto (Tabla 6).

En estos auto informes encontramos que el nivel socioeconómico y el cultural de las familias solían ir muy parejos. La información para la realización de dicha información proviene de los datos de matrícula del alumnado así como de las entrevistas que fueron realizados a los padres, quedando constancia en los expedientes académicos el nivel de estudio de los mismos y sus respectivas situaciones laborales.

Con todo, la información no ha sido validada a través de ningún criterio objetivo externo, por lo que solo puede ser tenida en cuenta a modo de referencia o aproximación. De igual modo se ha de tomar con extrema cautela la afirmación anterior en la que se apuntaba la paridad entre el nivel económico de cada familia y su nivel cultural.

Teniendo en cuenta todas estas consideraciones, se procedió a categorizar la información obtenida a través de las fuentes mencionadas en cuatro niveles: *Bajo*, *Medio-bajo*, *Medio y Medio alto.*

Los descriptivos correspondientes a esta variable señalan que del total de 718 sujetos participantes, un 14.5% (104) pertenecían a un nivel *bajo;* un 42.2% (303) al *Medio-bajo*; un 34.5% (248) al *Medio* y, por último, un 8.8% (63) al nivel *Medio-alto*.

Tabla 6
Frecuencias y porcentajes para Nivel Socio-económico.

Nivel Socioeconómico	Frecuencia	Porcentaje
Bajo	104	14.5
Medio bajo	303	42.2
Medio	248	34.5
Medio alto	63	8.8
Total	718	100,0

A continuación (gráfico 3) se observa el histograma con la superposición de la curva normal obtenido para la variable "*Nivel socio-económico*".

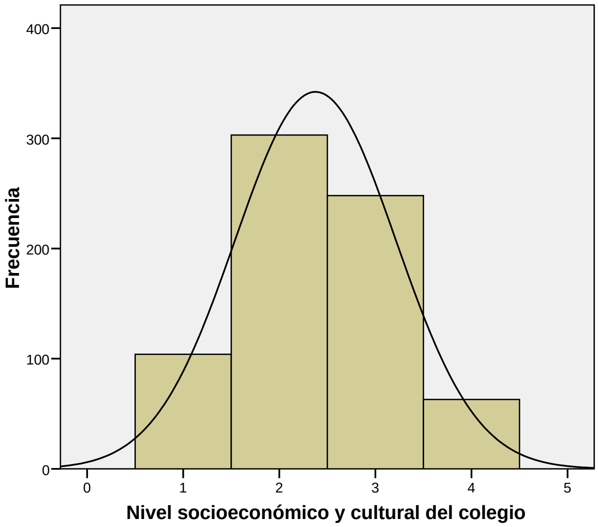


Gráfico 3. Histograma para Nivel socio-económico.

1.3. Procedimiento.

1.3.1 Contexto.

El estudio se realiza en colegios públicos y concertados de la Comunidad Valenciana, tanto de las provincias de Alicante, de Castellón, como de Valencia.

Por otro lado, los colegios participantes se encuentran repartidos por núcleos urbanos de ciudades grandes, barrios periféricos de éstas, poblaciones grandes, pequeñas, rurales… La mayor parte de éstos pertenecen a grupos sociales medios tanto a nivel sociocultural como económico.

1.3.2 Formación de los grupos.

A través del CEFIRE (Centre d'Ensenyament, Formació i Recursos Educatius) de Torrente, se informó sobre la posibilidad de participar en una investigación relacionada con la adquisición del concepto de número en niños de Educación infantil. Se podía participar a dos niveles. Por un lado aplicando una determinada metodología y por otro como evaluadores, pudiendo elegir solo una de las dos opciones. Para la primera figuraba como requisito el tener una tutoría del tercer nivel del segundo grado de educación infantil, niños de 5 a 6 años y una experiencia previa mínima de un año en el trabajo con niños de esta etapa y edad. Para la segunda, como evaluadores, no era necesario tener una tutoría.

Se convocó a todos los participantes que iban a aplicar alguna de las metodologías para formar los diferentes grupos.

Dada la imposibilidad de aplicar un diseño experimental, pues como se ha comentado anteriormente, no se puede segregar a niños tan pequeños de su grupo-clase habitual, con sus compañeros y maestra como referentes, se respetó el deseo del profesorado de seguir su metodología de trabajo habitual en la enseñanza del número (Metodología Monumentalista o Metodología Funcionalista), o de probar alguna distinta (Metodología Neurológico-Principios). Aquellos que mostraron indiferencia por inscribirse en una de estas tres opciones, aproximadamente el 20%, fueron asignados aleatoriamente. Pensamos que resultaría beneficioso para la investigación respetar el deseo del profesorado de formar parte de uno u otro grupo, pues los que se adscribieron a uno de los grupos tradicionales defendían vehementemente su forma de trabajo, mientras que los que buscaban nuevos recursos metodológicos mostraban cierto descontento con los resultados obtenidos hasta el momento, añadiendo el convencimiento de que se podían obtener mejores resultados. De este modo nos aseguramos una máxima implicación por ambas partes.

Tabla 7
Frecuencias y porcentajes para cada metodología

	Frecuencia	Porcentaje
Monumentalista	202	28.1
Funcionalista	202	28.1
Neurológico-Principios	314	43.8
Total	718	100

Así pues, en la Tabla 7 se observa el tamaño muestral y el porcentaje respectivo resultante para cada una de las tres metodologías consideradas en el estudio.

1.3.3 Experiencia del profesorado.

En lo que respecta a la experiencia del profesorado, se ha categorizado en tres grupos (Tabla 8). El primer grupo está formado por el profesorado con una experiencia entre uno y cuatro años, con 84 docentes, (41.6%) en la metodología *Monumentalista*, 37 (18.3%) en la *Funcionalista* y 22 (7%) en la *Neurológico-Principios.* El segundo grupo cuenta con profesorado cuya experiencia oscila entre cinco y nueve años, con 74 docentes (36.6%) en la metodología *Monumentalista*, 93 (46%), en la *Funcionalista* y 210 (66.9%) en la *Neurológico-Principios.* El profesorado del tercer y último grupo es el que cuenta con la mayor experiencia: a partir de diez años. Formado por 44 docentes (21.8%) en la metodología *Monumentalista*, 72 (35.6%) en la *Funcionalista* y 82 (26.1%) en la *Neurológico-Principios.* El total de profesorado participante en función de la experiencia, consecuentemente, es de 143 (19.9%) para el primero de los grupos (1 a 4 años de experiencia), 377 (52.5%) para el segundo grupo (5 a 9 años de experiencia) y 198 (27.6%) para el tercer grupo (a partir de 10 años de experiencia). Esta categorización se ha realizado buscando el mayor equilibrio posible de los tres grupos entre la muestra total de los docentes.

Tabla 8

Tabla de contingencia Metodología por Experiencia.

Metodología	Experiencia del profesorado en el nivel de la prueba en tres categorías			total
	1 a 4	5 a 9	10 o más	
Monumentalista	84 (41.6%)	74 (36.6%)	44 (21.8%)	202 (100%)
Funcionalista	37 (18.3%)	93 (46%)	72 (35.6%)	202 (100%)
Neurológico-Principios	22 (7%)	210 (66.9%)	82 (26.1%)	314 (100%)
Total	143 (19.9%)	377 (52.5%)	198 (27.6%)	718 (100%)

1.3.4 Determinación de las diferentes metodologías.

Tomando como referente las plantillas que figuran en el anexo II, página 513, establecimos bajo qué enfoque didáctico trabajaba cada una de las docentes, constituyendo de este modo dos grupos formados por las metodologías: *Monumentalista* y *Funcionalista*. El procedimiento para constituirlos lo realizamos mediante entrevistas individuales en las que los docentes nos explicaban la manera en que se planteaban las situaciones didácticas en el aprendizaje de las matemáticas. Todas las entrevistas se llevaron a cabo de manera individual (por el autor de la presente investigación), sin que interviniese ninguna otra persona, con la finalidad de que el procedimiento fuese lo más objetivo posible en la determinación de qué metodología era la llevada a cabo y evitar en la medida de lo posible sesgos. La duración fue de unos treinta minutos, aproximadamente, y a partir de la conversación que versaba sobre la manera de abordar todos aquellos aspectos relacionados con el número: materiales utilizados, actividades, momentos en los que se llevaban a cabo… se iban registrando las respuestas en un documento elaborado *ad-hoc* y que figura en el anexo VI, página 525. El lugar elegido para realizar las entrevistas fue el C.P. Ramón Laporta, centro donde desarrollo mi actividad docente y en el que se llevó a cabo la formación de las personas que desarrollaron la metodología *Neurológico-Principios*, objeto de esta investigación. Las entrevistas se llevaron a cabo al inicio de curso de modo que pudiésemos poner en marcha, lo antes posible, la instrucción de los grupos que aplicarían dicha metodología.

1.3.5 Instrucción de los grupos Neurológico-Principios.

Se realizó a través de un curso de 30 h. convocado por el CEFIRE de Torrente y organizado de forma exclusiva para la investigación. La formación partió de la presentación general de la parte teórica, dirigida a comprender cada uno de los principios del concepto de número que se propugna a partir del enfoque *Neurológico-Principios* y fue realizada por el autor de la presente tesis.

Esta cuestión resultaba crucial para lograr un buen rendimiento en las actividades prácticas que se llevarían a cabo con los niños. A continuación se fue profundizando en cada uno de los principios, presentando además, una batería elaborada *ex profeso* de actividades válidas para desarrollarlos. La mayor parte de ellas (anexo I, página 455), eran juegos que fácilmente se podían hacer dentro de las propias clases. No era necesario ponerlas todas en práctica. Los maestros podían escoger aquellas que les parecieran más interesantes, más adecuadas a su grupo-clase o forma de trabajo.

Asimismo, durante las sesiones de formación, se incluyeron tareas dirigidas a la presentación de nuevos materiales diseñados por nosotros (ver web educandomatematicos.com, sección de materiales), explicación de materiales didácticos relacionados con el número pizarra digital, aula de informática, así como al diseño de nuevas actividades para cada uno de los principios ya tratados, circunstancia que generaba una mayor comprensión de la metodología.

El uso de todos estos recursos tampoco era obligatorio pues cada docente debía adaptarse a aquellos con los que contaba su centro educativo, a sus posibilidades y habilidades. La cuestión, como ya se ha comentado, era generar la comprensión de cada uno de los principios por parte del niño y desarrollar una serie de habilidades que le permitieran su manipulación, por medio de las actividades seleccionadas por el docente y desarrolladas a través del soporte que estimase conveniente.

Todo ello se realizó de forma presencial, en sesiones que comenzaron de forma intensiva en el primer trimestre escolar (curso 2008-2009). La aplicación de la metodología se llevó a cabo en sus propias aulas desde la segunda sesión, pues de manera temprana se buscó relacionar la teoría con la práctica y se recomendó el inicio de determinadas actividades. Asimismo, se realizó un seguimiento a partir de un seminario de 60 h., con sesiones presenciales y consultas a través del correo electrónico y llamadas telefónicas.

1.3.6 Evaluadores. Instrucción.

En la Educación Infantil, dado que nos encontramos ante niños de tan corta edad, pasar pruebas resulta muy delicado, pues los niños se pueden ver condicionados o coartados por el simple hecho de encontrarse ante un desconocido.

Por otro lado las pruebas que se realizaron, tanto a nivel de prueba inicial, como final, son sencillas y aptas para ser administradas por docentes con una adecuada instrucción. No obstante se trata de pruebas individuales y como por otro lado no se ha realizado un muestreo dentro de cada grupo, sino que las pruebas se han aplicado a la totalidad de los miembros de cada grupo, el pase de éstas es muy largo y costoso.

De ahí el elevado número de evaluadores y la gran cantidad de tiempo necesario e invertido para dicha aplicación. Por todo ello se tomó la decisión de buscar profesorado para evaluar a los niños que estuviese próximo a éstos, que fueran maestros de educación infantil, psicólogos o psicopedagogos con experiencia previa en el trato con niños tan pequeños.

El grupo de evaluadores quedó constituido por 42 maestros/as, 1 psicóloga y 2 psicopedagogas.

La formación se realizó mediante un curso de 30 horas (distinto al comentado en el caso de la instrucción de los grupos que iban a aplicar la metodología Neurológico-Principios) así como un seminario de otras 30, organizados ambos por el CEFIRE de Torrente para la presente investigación.

La formación se dirigió exclusivamente a las dos pruebas que se iban a aplicar posteriormente. Dentro de las citadas horas se incluía también el tiempo dedicado por los maestros/as a la aplicación de las pruebas en los diferentes centros participantes.

La psicóloga y los psicopedagogos, coordinaron la formación y la aplicación de las diferentes pruebas. El seguimiento de las evaluaciones se realizó a través de reuniones presenciales y consultas a través del correo electrónico y llamadas telefónicas.

Recomendaciones generales para el pase de las pruebas.-

A partir de la formación inicial, cada evaluador pasó las pruebas siguiendo las instrucciones recibidas, entre las que queremos destacar las siguientes por considerarlas de mayor relevancia:

- ✓ Ser lo más riguroso posible en la aplicación de cada prueba.
- ✓ Empatizar con los niños para que se sientan cómodos y seguros dando lo mejor de sí mismos.
- ✓ Pasar las pruebas en lugares alejados de distractores, pues a esta edad, centrar la atención es bastante complicado.
- ✓ Tener en cuenta el momento de la administración de las pruebas. Se hará por la mañana en la medida de lo posible. A partir de ese momento su índice ponogénico de atención disminuye.
- ✓ Si se intuye que el niño no va a dar el máximo de sí pues se le ve cansado, descentrado, tenso, enfadado…, se aplaza la aplicación para otro momento.
- ✓ Los datos serán remitidos a los coordinadores de la evaluación sin ningún tipo de modificación o ajuste por parte del evaluador o tutor.

1.3.7 Temporalización.

La metodología se pone en funcionamiento al poco de iniciarse el curso escolar 2008-2009. Las pruebas iniciales (*IDT*), se realizaron al final del primer trimestre escolar y las finales (*TEMA-3*) fueron administradas de mediados a final del último trimestre. Por lo que respecta a la aplicación de los diferentes instrumentos (*IDT* y *TEMA-3*) se llevó a cabo por parte del mismo maestro-evaluador en todos los casos.

1.4 Instrumentos.

IDT *Inventario de Detección Temprana,* Meisels y Wiske (1989).

Para la prueba inicial se escogió el Inventario de Detección Temprana *IDT.* Se trata de un instrumento pensado para la evaluación del desarrollo infantil. Es una prueba de administración individual dirigida a niños entre 4 y 6 años de edad.

El *IDT* debe ser utilizado únicamente como indicador de una condición de aprendizaje o de incapacidad que pudiera afectar al potencial general del niño para tener éxito escolar. Dicha prueba pretende reconocer la habilidad del niño para adquirir destrezas y no el nivel de logro y ejecución específicos. Una ejecución insatisfactoria en el *IDT* sugiere, además de falta de conocimiento general, la posibilidad de un atraso o trastorno en el potencial de aprendizaje del niño.

Esta prueba proporciona una muestra de la ejecución del niño en varias áreas del desarrollo: habla, lenguaje, funciones cognitivas, percepción y coordinación motora gruesa y fina.

Los cuatro bloques del *IDT* y sus respectivos contenidos son: *I Actividades iniciales para la detección*, (dibujar a una persona), *II Aspectos visomotores y adaptativos,* (copia de formas, memoria de secuencia visual y construcción con bloques de cubos), *III Lenguaje y funciones cognitivas* (concepto de número, expresión verbal, razonamiento verbal y memoria de secuencia auditiva) y *IV Motricidad gruesa y esquema corporal* (equilibrio, imitación de movimientos, saltar con un pie y saltar alternando los dos pies).

El *IDT* fue puesto a prueba con más de 3.000 niños y ha sido revisado en cuatro oportunidades. Las medidas de fiabilidad entre examinadores y entre prueba-repetición de la prueba, así como los coeficientes de validez a corto y a largo plazo, obtuvieron magnitudes de moderadas a altas, según informan los propios autores.

Las pruebas y materiales necesarios para realizar IDT pueden verse en el anexo VII, página 531.

TEMA-3 Test de Competencia Matemática Básica, Ginsburg y Baroody (2003).

Para la prueba final se escogió el instrumento *TEMA-3*, adaptado y validado para la población española por Núñez del Río y Lozano (2007).

TEMA-3 es un instrumento cuya finalidad es identificar alumnos cuyo desarrollo aritmético se sitúe significativamente por encima o por debajo de sus iguales. También permite identificar, desde el principio de la escolarización, alumnos que presenten dificultades en el aprendizaje de las matemáticas o bien que puedan llegar a desarrollarlas.

Su ámbito de aplicación va desde los 3 a los 8 años y 11 meses. La prueba se desarrolla de modo individual y su duración oscila entre los 30 y 45 minutos. Al no tratarse de un test cronometrado se proporciona a los sujetos el tiempo necesario para que contesten, si se entiende que aún están pensando o sencillamente porque son más lentos en la ejecución de las tareas.

Usos y aplicaciones de la prueba.

TEMA-3 tiene entre sus objetivos proporcionar información útil y relevante sobre el nivel de competencia matemática de los alumnos más jóvenes. Sus resultados pueden utilizarse con diferentes propósitos, todos ellos de gran importancia:

a) La identificación de aquellos niños que manifiestan un nivel de desarrollo matemático significativamente mejor o peor que sus iguales.
b) La identificación de fortalezas y debilidades específicas en la competencia matemática de los alumnos.
c) La orientación de las prácticas educativas apropiadas para tratamientos individuales.
d) La documentación del progreso en el aprendizaje aritmético de los alumnos o de la eficacia de los programas de intervención.
e) Proporcionar una medida objetiva, válida y fiable para los proyectos de investigación.

En concreto, respecto a los puntos que se acaban de enumerar, destacar que nos interesaba determinar los niveles de desarrollo matemático alcanzados por cada uno de los alumnos. De este modo, podríamos abordar la eficacia del programa de intervención diseñado para poner en práctica la metodología *Neurológico-Principios*, comparándola con otras dos, la *Monumentalista* y la *Funcionalista*, que son las predominantes en la actualidad en nuestro contexto educativo. Por otro lado *TEMA-3* tiene entre sus objetivos ser una herramienta para los proyectos de investigación, convirtiéndose en un instrumento óptimo para analizar del modo más objetivo posible los resultados obtenidos en cada una de las metodologías, permitiéndonos extraer conclusiones fiables que nos permitan mejorar los procesos de aprendizaje-enseñanza de las matemáticas.

De hecho, *TEMA-3* es un instrumento que viene siendo ampliamente utilizado con propósitos de investigación. Muchos estudios se apoyan en la aplicación de pruebas bien estandarizadas, válidas y fiables. Uno de los propósitos para desarrollar *TEMA-3*, fue, precisamente, proporcionar a los investigadores un test estadísticamente sólido, apoyado en la teoría actual sobre el pensamiento matemático. En este sentido, podemos citar como ejemplo, los estudios comparativos de las habilidades matemáticas de los niños de diferentes entornos culturales, Huntsinger, C., Larson, S.,Krieg, D. y Shaligram, C. (2000); investigaciones orientadas al conocimiento de las habilidades matemáticas en sujetos con diferentes síndromes, Mazzocco, M. y Kelley, R. (2001); evaluación de las habilidades matemáticas de los niños en general, Hampton, V., Prabhu, R. y Frye, D. (2002); para valorar si existen diferencias de habilidad aritmética en función del sexo, Mazzocco, M. y Myers, G.F. (1999); en la interrelación con otras habilidades, como la música, Goeghegan, N. y Michelmore, M. (1996) y en diferentes análisis de dificultades de aprendizaje en el área de las matemáticas, Mazzocco, M. y Myers,, G.F. (2001). Todos estos estudios fueron realizados con versiones previas de la prueba (*TEMA* y *TEMA-2*) de los mismos autores, citados en Ginsburg y Baroody (2003).

Estructura de la prueba.

El test evalúa conceptos y habilidades tanto formales como informales en lo que respecta a: conteo, lectura de números y signos, comparación entre números, dominio de hechos numéricos, comprensión de conceptos y habilidades de cálculo. La estructura es la siguiente:

Aspectos informales (no precisan símbolos escritos). 41 ítems.	a) Numeración. b) Comparación de cantidades. c) Habilidades de cálculo informal. d) Conceptos.
Aspectos formales (implican el uso de signos matemáticos). 31 ítems.	a) Conocimiento de convencionalis. b) Hechos numéricos. c) Habilidades de cálculo formal. d) Conceptos de base 10.

Habilidades informales.

a) *Numeración.*
   - Secuencia básica. Su dominio se dirige a la secuencia rutinaria de los números.
   - Tareas de numeración. Supone la aplicación de la secuencia numérica para determinar la cardinalidad de los conjuntos.
   - Secuencia avanzada. Necesita de ciertas habilidades en la aplicación de la secuencia numérica (secuencia partida, regresiva y de N en N).

b) *Comparación de cantidades.* Para poder comparar cantidades es necesario disponer de un cierto sentido numérico. Dicha habilidad tiene su origen en la denominada "línea numérica mental" permitiendo determinar si un número está más cerca o más lejos respecto a otros dos.

c) *Habilidades de cálculo informal.* Van dirigidas al manejo de números para resolver situaciones sencillas, por medio de la suma y la resta, apoyándose en la utilización de material concreto (objetos de todo tipo). Parten del conteo hasta abordar de manera progresiva cálculos de forma mental. En ningún momento se recurre al uso de lápiz y papel.

d) *Conceptos.* Se trata de comprender el significado y repercusión de las nociones básicas que aparecen en cualquiera de las situaciones matemáticas planteadas.

Habilidades formales.

a) *Conocimiento de convencionalismos.* Se centra sobre todo en la lectura y escritura de números. Se trata de una tarea de codificación y descodificación. La dificultad se va incrementando con el número de cifras y el uso de ceros intermedios.

b) *Hechos numéricos.* Se busca el reconocimiento del resultado de operaciones sencillas de suma, resta y multiplicación, sin que sea necesario realizar ningún tipo de cálculo. Se trata de recuperar los resultados de la memoria.

c) *Habilidades de cálculo formal.* Se dirigen a la realización de sumas y restas con una dificultad creciente.

d) *Conceptos de base 10.* Supone reconocer el diez como número clave en nuestro sistema de numeración y las equivalencias entre distintos órdenes de magnitud.

Perfil de los ítems.

Respecto al perfil de los ítems que integran la prueba TEMA-3, en la Tabla 9 se puede observar su distribución en función de dos tipos de pensamiento: informal y formal así como los ítems que incorpora cada bloque comprendido en cada tipo de pensamiento en relación con la edad.

Tabla 9

Perfil de los ítems del Pensamiento Informal y del Formal. Ginsburg y Baroody (2003).

	PENSAMIENTO INFORMAL			
Edad	Numeración	Comp.	Cálculo	Concep.
>9			72	
8:6	66		62-65	
8:0		60		
7:6				46
7:0	37-38-40-41-45			39
6:6	32-33	35	34	
6:0	27-29	26		
5:6	20-21-22-25		23-24	
5:0		16-17	19	
4:6	13			
4:0	9-10-12		8	7-11
3:6	4-5-6			
3:0	2-3	1		
Tot.	23	6	8	4

	PENSAMIENTO FORMAL			
Edad	Conv.	Hechos num.	Cálculo	Conc.
>9			70	71
8:6		61-67-68	63-69	64
8:0			57-58-59	
7:6	55	47-48-50-51-52	49-54	53-56
7:0	42-43	36	44	
6:6	31			
6:0	28-30			
5:6				
5:0	18			15
4:6	14			
4:0				
3:6				
3:0				
Tot.	8	9	9	5

Puntuación de los ítems.

Cada ítem respondido de forma correcta vale un punto. No es necesario comenzar por el primero de ellos, hay unos puntos de inicio recomendados para acortar el tiempo de la prueba. Los niños responden de manera consecutiva a todos los ítems que se les vayan planteando hasta que tienen cinco errores consecutivos (techo). El paso siguiente es buscar los cinco aciertos consecutivos más próximos al techo (suelo). Todos los ítems situados por debajo del suelo se consideran correctos. La puntuación final (puntuación directa) es el número del ítem más alto de suelo más los que estén acertados entre éste y el techo.

Tipos de puntuaciones.

TEMA-3 muestra cuatro tipos de puntuaciones: directa, índice de competencia matemática (puntuación estándar), percentil y la edad y el curso equivalente respecto a las puntuaciones directas.

Puntuación directa. Muestra el número de ítems considerados como aciertos (teniendo en cuenta lo anteriormente comentado en "puntuación de los ítems".

Índice de competencia matemática. A partir de las puntuaciones directas obtenidas por los diferentes sujetos y en función de su edad, éstas se convierten en ICM por medio de las tablas que TEMA-3 muestra en su apéndice A. Su media es 100 y su desviación típica 15. Los diferentes niveles para interpretar la competencia matemática aparecen reseñados en la Tabla 10.

Tabla 10
Descriptores de los diferentes niveles del ICM. Ginsburg y Baroody (2003).

Índice de competencia matemática	Descriptor
>130	Muy Superior
121-130	Superior
111-120	Por encima de la media
90-110	Medio
80-89	Por debajo de la media
70-79	Pobre
< 70	Muy pobre

Percentiles. Muestran el valor en una escala de 99 puntos, indicando el porcentaje de la distribución de referencia que consigue un valor igual o inferior al dado.

Los rangos percentiles para los respectivos valores del índice de competencia matemática se encuentran representados en el apéndice B de TEMA-3.

Edad y curso equivalentes. Las edades y cursos equivalentes respecto a la "edad matemática" establecida por TEMA-3 se pueden obtener trasladando las puntuaciones directas a las tablas del apéndice C de TEMA-3.

Fiabilidad.

La fiabilidad del instrumento TEMA-3 estimada a través de su consistencia interna mediante el coeficiente alfa de Cronbach, según señala la documentación que acompaña a la prueba es de 0,92 a cuanto a la fiabilidad promedio. Respecto a las edades objeto de estudio, los autores informan que para los 5 años el valor alfa fue de 0,93 y de 0,95 para los 6 años.

Validez.

Respecto a la *validez criterial,* los resultados se calculan, en primera instancia, a través del coeficiente de correlación de Pearson entre las puntuaciones obtenidas en el Índice de competencia matemática y el rendimiento en matemáticas, operacionalizado mediante las calificaciones académicas, como medida criterio. El manual del instrumento señala para la muestra total una correlación de 0.44. En el caso de la submuestra de 3º de infantil. La correlación asciende a 0.58. Ambos coeficientes son estadísticamente significativos ($p < 0,01$).

Además del rendimiento, también se consideran otros criterios tales como el test Keymath-R/UN ($r = 0.54$, para los subtests de conceptos básicos y 0.63 para operaciones); WJ-III ACH ($r = 0.55$ para el subtest de problemas aplicados), DAB-3 ($r = 0.65$ para el subtest de razonamiento matemático, $r = 0.83$, subtest de cálculo matemático y 0.84, subtest cociente matemático). Por último, el YCAT ($r = 0.91$, cociente matemático).

Respecto a la *validez de constructo,* el manual proporciona diferentes tipos de evidencias. Respecto a la edad, se aporta una correlación muy alta entre ésta y la puntuación directa en TEMA-3 ($r = 0.95$) reflejando el perfil evolutivo de la competencia matemática en los niños escolarizados. Respecto a la diferenciación de grupos de bajo rendimiento, el grupo de baja competencia matemática mostró puntuaciones por debajo del rango medio mientras el resto de grupos se situó dentro de este rango.

Así pues, los autores manifiestan la existencia de suficientes indicios de validez de la prueba TEMA-3 como medida de la competencia matemática temprana lo cual garantiza su aplicación en procesos de evaluación, diagnosis e investigación. Las pruebas materiales utilizados para el pase de la prueba TEMA-3 se encuentran en el anexo VIII, página 545.

1.5. Variables.

Dependiente.

La variable dependiente o de medida de esta investigación ha sido el rendimiento matemático de los niños. Dicha variable se ha operacionalizado a través de una medida obtenida mediante el *Test de Competencia Matemática Básica (TEMA-3).*

Independientes.

Tipo de Metodología.

El número de niveles de la misma queda definido en función de las diferentes metodologías aplicadas para la enseñanza del concepto de número. En concreto, dichos niveles son tres.

El primer nivel, correspondiente al primer grupo, está constituido por la metodología *Monumentalista,* El segundo nivel estuvo constituido por la metodología *Funcionalista.* Por último, el tercer nivel y grupo recibió la docencia bajo una nueva metodología, la N*eurológico-Principios.*

Experiencia del profesorado.

Esta variable se estudió a través de la experiencia del profesorado categorizada en tres grupos:

1) entre uno y cuatro años;

2) entre cinco y nueve años y

3) a partir de diez años.

Sexo. En especial, por la posible repercusión que dicha variable podría tener sobre la metodología Neurológico-Principios.

Nº de alumnos en la clase.

Esta variable se operacionalizó en función del *número de alumnos* por clase para cada metodología. Dada la falta de representación muestral en la metodología Monumentalista, sólo permitió considerar dos niveles: las metodologías *Funcionalista* y *Neurológico-Principios.*

Franjas de edad del alumnado.

Se consideraron las cinco franjas de interés para el estudio que presenta el instrumento *TEMA-3* respecto a las metodologías utilizadas. Dichas cinco franjas fueron: 5-3 a 5-5; 5-6 a 5-8; 5-9 a 5-11; 6 a 6-2 y 6-3 a 6-5 (el guion separa años y meses).

Bloques del instrumento IDT.

Se consideraron como variables independientes o predictoras los cuatro bloques que constituyen el instrumento (IDT): *I Actividades iniciales para la detección, II Aspectos visomotores y adaptativos, III Lenguaje y funciones cognitivas* y *IV Motricidad gruesa y esquema corporal,* dada la gran implicación de las distintas áreas de ambos hemisferios del cerebro, para el manejo de los números.

2. ANÁLISIS Y RESULTADOS.

2.1. ANOVA 3x3 Metodología x Experiencia.

El primero de los objetivos del presente estudio, como ya se comentó es verificar qué metodología, de entre las tres consideradas, generará mejores resultados en rendimiento académico matemático: *Monumentalista, Funcionalista y Neurológico-Principios.* Nuestra hipótesis al respecto es que de las tres metodologías consideradas para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la etapa infantil será *Neurológico–Principios* la que generará los mejores resultados en rendimiento académico operativizado a través del *Índice de Competencia Matemática.*

Para someter a prueba esta hipótesis hemos realizado un ANOVA entre-sujetos 3x3 utilizando como factores (es decir, variables independientes) en primer lugar la variable *Metodología* con tres niveles o condiciones que se corresponden con cada una de las tres metodologías ya mencionados (*Monumentalista, Funcionalista y Neurológico-Principios)* y, en segundo lugar, la variable *Experiencia* la cual representa la experiencia profesional de los profesores que participaron en la investigación categorizada en tres niveles o condiciones (*1 a 4 años; 5 a 9* y, por último, *más de 10 años*). Como medida (variable dependiente) se utilizó el resultado obtenido por los niños en *TEMA-3*. La medida *TEMA-3* utilizada representa un índice de la competencia matemática de los niños.

Previamente a la aplicación del ANOVA efectuamos una prueba *t* para grupos independientes utilizando como variable de agrupación el factor *Grupo* (*control* y *experimental*) y como medida, la edad media de *experiencia del profesorado* (en este caso, la variable *experiencia* se incluyó para los análisis de forma cuantitativa, es decir, precategorizada). Los descriptivos básicos para ambos grupos aparecen en la Tabla 11.

Tabla 11

Prueba t. Estadísticos descriptivos por grupos (Control y Experimental para Experiencia del profesorado).

	N	Media	Desviación típica
Control*	404	8.51	7.42
Experimental	314	7.98	2.25

*Control: Metodología Monumentalista + Funcionalista

Esta prueba *t* la realizamos con el objeto de comprobar que entre los dos grupos no existían diferencias estadísticamente significativas, de partida, respecto a esta variable de interés. Los resultados señalaron, efectivamente, la inexistencia de diferencias en tal sentido ($t_{(494,91)} = 1.354; p = 0.176;$ Tabla 11, no se pudo asumir el supuesto de homocedasticidad).

Tabla 12

Prueba t para grupos independientes (Variable criterio: Experiencia del profesorado).

t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias
1.35	494.91	0.176	0.53

Respecto al ANOVA 3x3 (*Metodología* x *Experiencia*) y en relación a los descriptivos de los diferentes grupos resultantes de la combinación de las dos variables, se observa como la media más alta en *TEMA-3*, en función de la *Metodología,* (Tabla 13) corresponde al *Neurológico-Principios* (118.16 DS = 18.03) mientras la menor la presenta el *Monumentalista* (97.25; DS = 11.39). Respecto a la variable experiencia, la media mayor la obtienen los alumnos que han recibido docencia por los profesores con una experiencia de *5 a 9* años (109.11; DS = 17.83) si bien, el resto de categorías, *1 a 4* y *10 o más,* presentan medias muy similares (99.94; DS = 13.90; 108.40; DS=19.68; respectivamente).

Tabla 13

Estadísticos por grupos (ANOVA 3x3 Metodología x Experiencia para TEMA-3).

Metodología	Experiencia profesorado	Media	Desviación típica	N
Monumentalista	1 a 4	95.52	11.21	84
	5 a 9	99.24	9.97	74
	10 o más	97.18	13.51	44
	Total	97.25	11.39	202
Funcionalista	1 a 4	103.14	11.72	37
	5 a 9	98.8	12.89	93
	10 o más	99.14	14.40	72
	Total	99.71	13.29	202
Neurológico-Principios	1 a 4	111.45	18.41	22
	5 a 9	117.15	17.81	210
	10 o más	122.55	17.76	82
	Total	118.16	18.03	314
Total	1 a 4	99.94	13.89	143
	5 a 9	109.11	17.82	377
	10 o más	108.4	19.67	198
	Total	107.09	18.00	718

Respecto a las combinaciones de los diferentes niveles de los dos factores, es la que implica a las condiciones *Neurológico-Principios* (variable *Metodología*) y *10 ó más* (variable *Experiencia*) la que ha obtenido la media mayor (122.55; DS = 17.77) mientras la combinación *Monumentalista* (variable *Metodología*) y *1 a 4* (variable *Experiencia*) la que obtiene la media menor (95.52; DS=11.21).

En cuanto a los resultados del ANOVA (Tabla 14), se observa que existen diferencias estadísticamente significativas para el efecto de segundo orden, es decir, el efecto de interacción *Metodología x Experiencia*.

Tabla 14

Resultados del ANOVA 3x3 Metodología x Experiencia (Variable dependiente: TEMA-3)

Fuente de Variación	Estadístico	Sig.
Metodología	$F_{(2, 709)} = 78.29$	.000
Experiencia del profesorado	$F_{(2, 709)} = 1.29$	.277
Metodología *x* Experiencia	$F_{(4, 709)} = 3.43$	.009

En el Gráfico 4 podemos observar la interacción entre los diferentes niveles que constituyen cada uno de los factores de interés en el presente ANOVA. En la misma se observan las tendencias ya comentadas en párrafos anteriores a nivel estadístico.

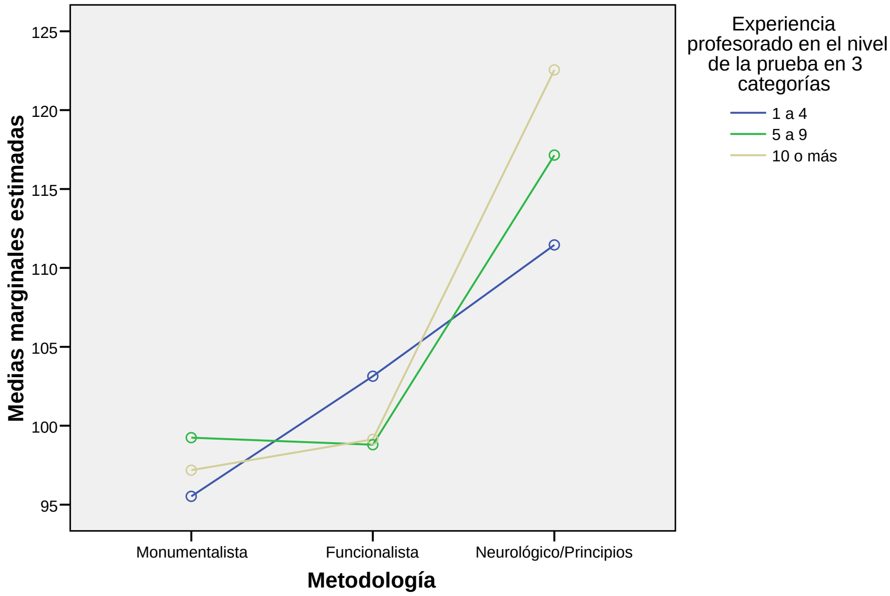


Gráfico 4. Gráfico de perfil para la interacción Metodología x Experiencia (Variable dependiente: TEMA-3)

Cómo plantean Ato y Vallejo (2007), la interpretación de los efectos interactivos conviene realizarla con la máxima precaución. La presencia de interacción implica que los efectos de un factor no son consistentes a todos los niveles de otro factor.

Por esta razón, cuando la interacción es significativa (es decir, un ajuste no aditivo del modelo) debe someterse a prueba e interpretarse únicamente la interacción, nunca los efectos principales, mientras que cuando la interacción no es significativa (ajuste aditivo del modelo) se interpretan, usualmente, los efectos principales.

Así pues, en presencia de interacción significativa hay que realizar un análisis de los *efectos simples* el cual examina los efectos de un factor para todos los niveles del otro factor. Se trata, en esencia, de realizar contrastes entre las medias de los grupos de un factor para cada nivel o condición del otro factor (y viceversa).

Así pues, puesto que la interacción ha resultado ser significativa, será este efecto el que valoraremos. Esta valoración la llevaremos a cabo mediante comparaciones específicas, aplicando la estrategia de "efectos simples" y a través de la corrección de Bonferroni. Es decir, compararemos en primera instancia los diferentes niveles de la variable *Metodología* para cada nivel de la variable *Experiencia* y, a continuación, los diferentes niveles de *Experiencia* para cada condición de la variable *Metodología*.

En concreto, los resultados obtenidos (Tabla 15) indican, en primer lugar, que existen diferencias significativas, en el caso de los profesores con una experiencia entre 1 y 4 años, entre las metodologías *Monumentalista* y *Neurológico-Principios* ($DM = -15.93; p < 0.001$) y *Funcional.* y *Monumen.* ($DM = 7.61; p = 0.031$).

En segundo lugar, en la misma tabla, se observa para la experiencia comprendida entre 5 y 9 años, diferencias significativas entre las metodologías *Monumentalista* y *Neurológico-Principios* ($DM = - 17.90; p< 0.001$) por una parte, y *Funcionalista* frente a *Neurológico-Principios* por otra ($DM = - 18.35; p< 0.001$).

Por último, se han encontrado diferencias estadísticamente significativas, en el caso de los profesores con una experiencia de 10 o más años, entre las metodologías *Monumentalista* y *Neurológico-Principios* ($DM = - 25.37; p< 0.001$) por una parte, y *Funcionalista* frente a *Neurológico-Principios* por otra ($DM = - 23.41; p< 0.001$).

La conclusión que se puede extraer respecto a esta serie de comparaciones es que la metodología *Neurológico-Principios* obtiene resultados estadísticamente significativos superiores en todas las franjas de años de experiencia consideradas, manifestándose de forma especialmente llamativa estas diferencias en el caso de la franja de 10 o más años de experiencia.

Únicamente en el caso de la franja con menor experiencia (1 a 4 años) estos resultados no son significativos cuando se comparan las metodologías *Funcionalista* y *Neurológico-Principios.*

Tabla 15

Comparaciones específicas mediante efectos simples (Bonferroni) para Experiencia a través de los niveles de Metodología (Variable dependiente: TEMA-3).

Experiencia profesorado	Metodología		Diferencia de medias	Significación
1 a 4	Monumentalista	Funcionalista	-7.61	**.031**
	Monumentalista	Neurológico-Principios	-15.93	< **.001**
	Funcionalista	Neurológico-Principios	-8.32	.119
5 a 9	Monumentalista	Funcionalista	0.45	1.000
	Monumentalista	Neurológico-Principios	-17.90	< **.001**
	Funcionalista	Neurológico-Principios	-18.35	< **.001**
10 o más	Monumentalista	Funcionalista	-1.96	1.000
	Monumentalista	Neurológico-Principios	-25.37	< **.001**
	Funcionalista	Neurológico-Principios	-23.41	< **.001**

Por otro lado, si valoramos ahora los resultados obtenidos cuando comparamos dentro de cada metodología los diferentes niveles de la *Experiencia* (Tabla 16) únicamente encontramos diferencias significativas respecto de la metodología *Neurológico-Principios*.

Tabla 16

Comparaciones específicas mediante efectos simples (Bonferroni) para Metodología a través de los niveles de Experiencia (Variable dependiente: TEMA-3)

Metodología	Experiencia profesorado		Diferencia entre medias	Significación
Monumentalista	1 a 4	5 a 9	-3.72	.361
	1 a 4	10 o más	-1.66	1.000
	5 a 9	10 o más	2.06	1.000
Funcionalista	1 a 4	5 a 9	4.34	.411
	1 a 4	10 o más	4.00	.565
	5 a 9	10 o más	-0.34	1.000
Neurológico-Principios	1 a 4	5 a 9	-5.69	.272
	1 a 4	10 o más	-11.09	**.006**
	5 a 9	10 o más	-5.40	**.017**

En concreto, existen diferencias entre el profesorado con una experiencia entre 1 y 4 años frente al de 10 o más (*DM = -11.09; p = 0.006)* y entre el que tiene entre 5 y 9 años respecto al de 10 o más (*DM = -5.40; p = 0.017)* poniendo por tanto de manifiesto que si bien en las metodologías *Monumentali*sta y *Funcionalista* la experiencia del profesorado no tiene ninguna trascendencia respecto a los resultados obtenidos, en el caso de la metodología *Neurológico-Principios* a mayor experiencia los resultados mejoran significativamente.

2.2. ANOVA 2x3 Sexo x Metodología.

Para verificar la segunda hipótesis del presente estudio, realizamos un ANOVA entre-sujetos 2x3 siendo los factores, por un lado, la variable *sexo* con dos niveles o condiciones y, por otro, la variable *Metodología* con los tres niveles habituales. Como variable dependiente se utilizó, nuevamente, la medida obtenida mediante la aplicación del instrumento *TEMA-3*.

Respecto a dicho ANOVA 2x3 (*Sexo* x *Metodología*) y en relación a los descriptivos de los diferentes grupos resultantes de combinar los niveles de las dos variables, se observa (Tabla 17) como la media más alta corresponde a la obtenida por los *niños* en la condición *Neurológico-Principios* (118.82; DS = 17.77), seguida muy de cerca por la media obtenida por las *niñas* en esa misma metodología (117.38; DS = 18.35) y con una homogeneidad en las puntuaciones muy semejante.

Tabla 17
Estadísticos descriptivos por grupos (ANOVA 2x3, Sexo x Metodología para TEMA-3).

Metodología	Sexo	Media	Desviación típica	N
Monumentalista	Niñas	97.46	10.52	101
	Niños	97.04	12.25	101
	Total	97.25	11.39	202
Funcionalista	Niñas	99.64	12.22	107
	Niños	99.80	14.47	95
	Total	99.71	13.29	202
Neurológico-Principios	Niñas	117.38	18.36	144
	Niños	118.82	17.78	170
	Total	118.16	18.03	314
Total	Niñas	106.27	17.33	352
	Niños	107.87	18.62	366
	Total	107.09	18.00	718

La media menor corresponde a los *niños* y *niñas* de la metodología *Monumentalista* (con medias y DS respectivas de 97.04; DS = 12.25 y 97.46; DS = 10.52).

Respecto a la variable *Metodología*, la media más alta corresponde al nivel *Neurológico-Principios* (118.16; DS = 18.03) seguida de la media de la metodología *Funcionalista* (99.71; DS = 13.29) y, por último, la media de la metodología *Monumentalista* (97.25; DS = 11.39).

En relación a los resultados obtenidos mediante el ANOVA (Tabla 18) se observa que existen diferencias estadísticamente significativas únicamente para el efecto principal de la variable *Metodología* (lo cual, obviamente es un resultado que ya habíamos obtenido en el ANOVA anterior). No se alcanza pues, la significación estadística ni para el efecto principal de *sexo* ni para la interacción de esta variable por *Metodología.* Concluimos, por tanto, que el *sexo* no es una variable que influya sobre los resultados en *TEMA-3*.

Tabla 18

Resultados del ANOVA 2x3 Sexo x Metodología (Variable dependiente: TEMA-3)

Fuente de Variación	Estadístico	Significación
Metodología	$F_{(2, 712)} = 149.02$	< .001
Sexo	$F_{(1, 712)} = 0.12$	.730
Sexo x Metodología	$F_{(2, 712)} = 0.26$	.774

En el Gráfico 5 se observa la interacción entre los factores incluidos en el presente análisis.

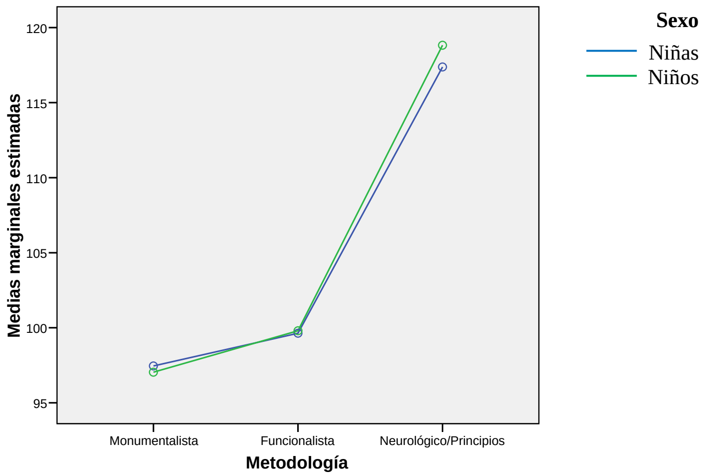


Gráfico 5. Gráfico de perfil para la interacción Metodología x Sexo (Variable dependiente: TEMA-3)

2.3. Prueba *t* para grupos independientes: Número de alumnos por clase en función de la Metodología.

Otro objeto de interés fue analizar la posible existencia de diferencias significativas en el *índice de competencia matemática* (*TEMA-3*) en función del *número de alumnos* por clase para cada metodología. La variable *Número de alumnos* fue operacionalizada, en primera instancia, a través de tres categorías: *10 a 15* alumnos; *16 a 20* y, por último, *más de 20* (Tabla 19). Dada la escasa, e incluso nula, representación muestral que se obtuvo después de la categorización de dicha variable en alguna metodología, (por ejemplo, en el caso de *10 a 15* alumnos, no existía representación muestral ni en la metodología *Monumentalista* ni en la *Neurológico-Principios*. Algo similar ocurría en el caso de la categoría *16 a 20* para la metodología *Monumentalista*), en consecuencia se optó, en función de estos resultados descriptivos, por desechar la metodología *Monumentalista.*

Tabla 19

Tabla de contingencia Nº de alumnos por clase (en tres categorías) x Metodología

Nº de alumnos por clase (categorizado en tres niveles)	Metodología			Total
	Monumentalista	Funcionalista	Neurológico-Principios	
10 a 15	0	38	0	38
16 a 20	0	19	121	140
Más de 20	202	145	193	540
Total	202	202	314	718

Consecuentemente, se recategorizó la variable *número de alumnos* en tan sólo dos modalidades: *hasta 20 alumnos* y *21 o más* (Tabla 20), para verificar la posible existencia de diferencias estadísticamente significativas entre estas categorías en función de las metodologías *Funcionalista* y *Neurológico-Principios.*

Así pues, se realizaron dos pruebas *t* para grupos independientes, una para cada tipo de metodología.

Tabla 20

Tabla de contingencia Nº de alumn. por clase (en dos categorías) x Metodología.

Nº de alumnos por clase (recategorizado en dos niveles)	Metodología			Total
	Monumentalista	Funcionalista	Neurológico-Principios	
Hasta 20	0	57	121	178
21 o más	202	145	193	540
Total	202	202	314	718

Respecto a la primera prueba *t*, metodología *Funcionalista* a continuación se observan los estadísticos descriptivos básicos (Tabla 21), para los dos grupos comparados (*hasta 20 alumnos* y *21 o más*).

Tabla 21

Estadísticos de grupo, para metodología Funcionalista. (Variable dependiente, puntuación en TEMA-3).

Nº de alumnos por grupo recodif. en dos categorías	N	Media	Desviación típica
Hasta 20 alumnos	57	101.82	12.84
21 o más alumnos	145	98.88	13.42

Los resultados ponen de manifiesto (Tabla 22), que el número de alumnos por aula no influye sobre los resultados obtenidos en rendimiento académico a través del *índice de competencia matemática* por lo que respecta a la metodología *Funcionalista*.

Tabla 22

Prueba t para Nº de alumnos por clase (recategorizado en dos niveles), metodología Funcionalista (Variable dependiente, TEMA-3)

Prueba T para la igualdad de medias			
t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias
1.420	200	.157	2.94

Por otra parte, respecto a la segunda prueba *t*, metodología *Neurológico- Principios* los resultados obtenidos a nivel descriptivo se observan en la Tabla 23.

Prueba t para grupos independientes: Nº de alumnos por clase en función de la Metodología.

Tabla 23

Estadísticos de grupo, para metodología Neurológico-Principios. (Variable dependiente, TEMA-3)

Nº de alumnos por grupo recodif. en dos categorías	N	Media	Desviación típica
Hasta 20 alumnos	121	121.79	16.50
21 o más alumnos	193	115.88	18.61

Los resultados para la prueba *t* (Tabla 24), ponen de manifiesto que existen diferencias significativas en índice *de competencia matemática* en dicha metodología *Neurológico–Principios*, a favor de las clases menos numerosas, es decir, de aquellas que tenían un máximo de 20 alumnos.

Tabla 24

Prueba t para Nº de alumnos por clase (recategorizado en dos niveles), metodología Neurológico-Principios. (Variable dependiente, TEMA-3)

Prueba T para la igualdad de medias			
t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias
2.86	312	.005	5.913

2.4. ANOVA 3x5 Metodología x Franjas de edad para la puntuación en el Índice de Competencia Matemática (TEMA-3).

El objetivo de este apartado se dirigía a determinar la posible influencia o repercusión de las *Metodologías* utilizadas en el aula en función de las diferentes *Franjas de edad* consideradas. De este modo verificaremos si diversas didácticas de la enseñanza del concepto de número se ven influenciadas por la edad de los niños y, de ser así, en qué grado. Asimismo el presente análisis se plantea desde dos perspectivas.

La primera contrastará, a partir de cada una de las franjas de edad, el comportamiento de las tres metodologías, poniendo en relación unas con otras. Al respecto hipotetizamos que los mejores resultados se obtendrán, en todas las franjas, para la metodología *Neurológico-Principios*. Este resultado ya se anticipaba en la primera hipótesis del presente estudio. Lo que pretendemos ahora es poner de manifiesto cómo esta manifiesta superioridad de la metodología *Neurológico-Principios,* se mantiene independientemente de la *Franja de edad* que presente el niño.

En segundo lugar, queremos verificar la evolución o desarrollo del rendimiento (*Índice de Competencia Matemática*) en cada una de las tres metodologías según avanzan las cinco franjas de edad que presenta el instrumento *TEMA-3.* La hipótesis al respecto es que, para todas las metodologías, el rendimiento será siempre superior entre los más pequeños respecto a los niños de mayor edad.

En la Tabla 25 se muestran los resultados obtenidos para el ANOVA factorial 3x5 realizado (*Metodología x Franjas de edad* para puntuación en el *Índice de Competencia Matemática, TEMA-3*) donde se observa como el efecto de la interacción es estadísticamente significativo ($F_{(8, 702)} = 3.07$; *sig.* $= .002$).

Tabla 25
ANOVA 3x5 Metodología x Franjas de edad para puntuaciónen el índice de Competencia Matemática, (TEMA-3)

FV	gl	F	Sig.
Metodología	2	117.07	.000
Franjas de edad	4	42.81	.000
Metodología x Franjas de edad	8	3.07	**.002**

Consecuentemente, a partir de este resultado (interacción estadísticamente significativa) se ha planteado como estrategia analítica a posteriori, el análisis de los efectos simples de los niveles de una variable a través de la otra (y viceversa), para la interacción *Metodología* x *Franja de edad*. En concreto, analizaremos las posibles diferencias entre *Franjas de edad* para cada *Metodología* (Tabla 26) y, en segundo lugar, las diferencias en *Rendimiento* para cada *Metodología* entre las diferentes *Franjas de edad* consideradas (Tabla 27).

Análisis de las diferencias en *Rendimiento* para cada *Franja de edad* entre las diferentes *Metodologías* consideradas.

Respecto al comportamiento de las tres metodologías y en relación con la metodología *Monumentalista* (Tabla 26), observamos diferencias estadísticamente significativas entre los más pequeños (5 años y 3 meses a 5 años y 5 meses), frente a la casi totalidad del resto de franjas, a excepción de la segunda franja (5-6 a 5-8).

Esta segunda franja también presenta diferencias estadísticamente significativas en comparación con la que le sigue (5-9 a 5-11) así como con la última de ellas (6-3 a 6-5).

Por último destacar que en las franjas de edad más elevadas no se observan diferencias importantes. Dichos resultados apuntan a que son los más pequeños los que obtienen mejores resultados disminuyendo el rendimiento de manera progresiva según se avanza en la edad.

Por su parte, la metodología *Funcionalista* también presenta sus mejores resultados entre los más pequeños, mostrando incluso diferencias estadísticamente significativas en todos los resultados obtenidos entre la franja de edad de los más pequeños (5-5 a 5-7) respecto al resto.

De modo bastante similar a la metodología *Monumentalista*, será solo en la siguiente franja de edad (5-6 a 5-8) donde se produzca un efecto significativo respecto a 6-3 a 6-5, no mostrando el resto de efectos diferencias significativas. Asimismo, al igual que en la anterior metodología, podemos apreciar un descenso en el rendimiento matemático de los niños conforme se incrementa la edad.

En cuanto a la *Neurológico-Principios* dos comentarios. El primero de ellos es que siempre muestra diferencias estadísticamente significativas salvo una excepción. Los niños de 5-3 a 5-5 frente a los de 5-6 a 5-8, esto es, entre los más pequeños respecto a la segunda franja con menor edad, no hay diferencias apreciables.

El segundo de los comentarios hace referencia a la existencia de una diferencia significativa entre la franja 5-9 a 5-11 respecto a 6-3 a 6-5, es decir, a favor de los sujetos de mayor edad, con una diferencia entre medias de 15,15 y una sig. < 0.001.

Ello apunta a que en este caso, excepcionalmente, los niños de más edad consiguieron mejores resultados que los de la tercera franja (5-9 a 5-11). En el resto y al igual que las anteriores metodologías, el rendimiento matemático sigue una línea prácticamente descendente (Gráfico 6).

Tabla 26

Análisis de efectos simples (Comparaciones entre Franjas de edad para cada Metodología).

Metodología	Franjas de edad		Diferencia de medias	Sig.
Monumentalista	5-3 a 5-5	5-6 a 5-8	9.52	.147
		5-9 a 5-11	17.20	**.000**
		6-0 a 6-2	16.10	**.000**
		6-3 a 6-5	19.76	**.000**
	5-6 a 5-8	5-9 a 5-11	7.68	**.042**
		6-0 a 6-2	6.58	.093
		6-3 a 6-5	10.23	**.009**
	5-9 a 5-11	6-0 a 6-2	-1.10	1.000
		6-3 a 6-5	2.56	1.000
	6-0 a 6-2	6-3 a 6-5	3.65	1.000
Funcionalista	5-3 a 5-5	5-6 a 5-8	18.77	**.000**
		5-9 a 5-11	24.50	**.000**
		6-0 a 6-2	22.61	**.000**
		6-3 a 6-5	28.03	**.000**
	5-6 a 5-8	5-9 a 5-11	5.73	.262
		6-0 a 6-2	3.83	1.000
		6-3 a 6-5	9.26	**.005**
	5-9 a 5-11	6-0 a 6-2	-1.89	1.000
		6-3 a 6-5	3.53	1.000
	6-0 a 6-2	6-3 a 6-5	5.42	.819
Neurológico-Principios	5-3 a 5-5	5-6 a 5-8	3.28	1.000
		5-9 a 5-11	18.53	**.000**
		6-0 a 6-2	15.15	**.000**
		6-3 a 6-5	28.38	**.000**
	5-6 a 5-8	5-9 a 5-11	15.25	**.000**
		6-0 a 6-2	11.87	**.000**
		6-3 a 6-5	25.10	**.000**
	5-9 a 5-11	6-0 a 6-2	9.85	**.011**
		6-3 a 6-5	-15.15	**.000**
	6-0 a 6-2	6-3 a 6-5	13.23	**.000**

En el gráfico 6 se observa como a través de las tres metodologías, el rendimiento sufre una constante caída con la sola excepción de los niños situados entre los 6 años y los 6 años y 2 meses. Tras ese repunte al alza, vuelve a generarse un nuevo descenso en las tres metodologías.

ANOVA 3x5 Metodología x Franjas de edad para la puntuación en el Índice de Competencia Matemática (TEMA-3).

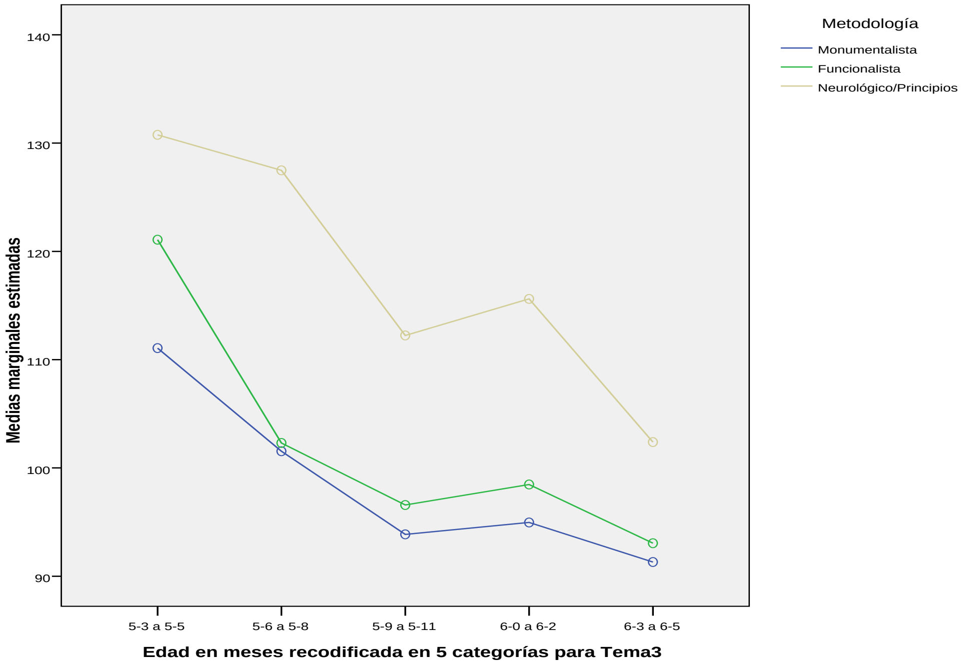


Gráfico 6. Gráfico de perfil para la interacción Metodología x Franja de edad (Variable dependiente: TEMA-3)

También se observa en el mismo gráfico la inexistencia de diferencias apreciables a nivel visual en el *Índice de Competencia Matemática* entre las metodologías *Monumentalista* y *Funcionalista* a largo de las cinco franjas de edad. Dicha ausencia de diferencias ya se constató de manera estadística en análisis previos.

Sin embargo, sí existen tales diferencias respecto a la metodología *Neurológico-Principios*, la cual mantiene una trayectoria siempre muy superior respecto a las otras dos para todas las franjas de edad consideradas.

Es de destacar el que las trayectorias de las líneas que muestran la evolución del rendimiento matemático por franjas de edad sean muy similares en las tres metodologías, mostrando incluso todas ellas un cambio al alza en los niños de aproximadamente seis años de edad.

Análisis de las diferencias en *Rendimiento* para cada *Metodología* entre las diferentes *Franjas de edad* consideradas

Por su parte, el análisis de efectos simples, (Tabla 27), en el que se comparan las diferencias entre *Metodologías* respecto a cada *Franja de edad*, concreta lo observado en el gráfico 6 en el que se puede apreciar que en todas y cada una de las franjas siempre se presentan diferencias estadísticamente significativas entre las metodologías *Monumentalista* y *Neurológico-Principios,* y *Funcionalista* respecto a *Neurológico-Principios* a favor en ambos casos de ésta última. Sin embargo no existen tales diferencias entre la *Monumentalista* y la *Funcionalista* en ninguna de las franjas de edad.

Todas estas comparaciones a través de efectos simples evidencian la superioridad de la metodología Neurológico-Principios frente a las otras dos, aunque incluso manifieste una pendiente de caída de resultados según nos encontramos en franjas de edad superiores.

Tabla 27

Análisis de efectos simples (Comparaciones entre Metodologías para cada Franjas de edad).

Franjas de edad	Metodología		Diferencia de medias	Sig.
5-3 a 5-5	Monumentalista	Funcionalista	-10.01	.148
		Neurol.-Princ.	-19.70	**.000**
	Funcionalista	Neurol.-Princ.	-9.69	.075
5-6 a 5-8	Monumentalista	Funcionalista	-.760	1.000
		Neurol.-Princ.	-25.94	**.000**
	Funcionalista	Neurol.-Princ.	-25.18	**.000**
5-9 a 5-11	Monumentalista	Funcionalista	-2.711	1.000
		Neurol.-Princ.	-18.37	**.000**
	Funcionalista	Neurol.-Princ.	-15.66	**.000**
6-0 a 6-2	Monumentalista	Funcionalista	-3.51	.689
		Neurol.-Princ.	-20.65	**.000**
	Funcionalista	Neurol.-Princ.	-17.14	**.000**
6-3 a 6-5	Monumentalista	Funcionalista	-1.74	1.000
		Neurol.-Princ.	-11.07	**.007**
	Funcionalista	Neurol.-Princ.	-9.34	**.017**

2.5. Capacidad predictiva del potencial de aprendizaje sobre el rendimiento en cada metodología.

En este punto analizaremos el nivel de asociación y la capacidad predictiva de las puntuaciones en los bloques del instrumento IDT (*I Actividades iniciales para la detección, II Aspectos visomotores y adaptativos, III Lenguaje y funciones cognitivas* y *IV Motricidad gruesa y esquema corporal)* respecto a la variable *TEMA-3*, la cual evalúa la competencia matemática. Para ello se realizarán una serie de análisis de regresión múltiple, en concreto tres, uno por cada una de las tres metodologías incluidas en el presente estudio. El objetivo del análisis de regresión múltiple es conseguir un conjunto de variables capaces de predecir mejor la variable dependiente o criterio, determinando sus pesos relativos para hacer esta predicción. El análisis de regresión tiene, por tanto, un objetivo práctico inmediato, a saber: predecir un criterio dado.

El método de regresión por el cual hemos optado es el que proporciona por defecto el paquete estadístico SPSS: método *introducir*. Esta opción nos permite frente a otras alternativas que también proporciona SPSS, decidir qué variables independientes incluir en el modelo.

Para mayor claridad de los resultados obtenidos, los expondremos por separado para cada uno de los tres análisis de regresión realizados.

2.5.1. Análisis de regresión múltiple (Metodología Monumentalista).

La correcta aplicación del análisis de regresión múltiple implica la necesidad de verificar el cumplimiento de una serie de condiciones que garanticen la validez de los resultados obtenidos con el análisis. Por tanto, el primer aspecto al que nos referiremos para cada uno de los tres análisis realizados será la verificación de dicho cumplimiento.

*Condiciones de aplicación***.** El primer supuesto al que nos referiremos es el de *linealidad,* cuyo incumplimiento da lugar al *error de especificación* y que implica, entre otras cosas, que la relación entre las variables predictoras y la dependiente no es lineal. La valoración de las representaciones gráficas de los diagramas de dispersión de las cuatro variables independientes incluidas (diagramas de regresión parcial) no permite extraer conclusiones definitivas acerca de la linealidad de la relación entre cada uno de los predictores considerados independientemente y la variable dependiente (anexo IX, página 567).

En segundo lugar verificaremos la *ausencia de colinealidad* (o multicolinealidad). Colinealidad es el término utilizado para hacer referencia a la existencia de relaciones lineales entre las variables predictoras de un modelo de regresión lineal, hecho que supondría que parte sustancial de la información aportada por una o más de dichas variables es redundante. Dicha relación, sea perfecta (lo cual es inhabitual) o únicamente parcial o aproximada, es siempre indeseable y, entre otros problemas, dificultará la estimación de los coeficientes de la ecuación de regresión, volviéndolos además muy inestables (pequeñas modificaciones en los datos cualitativas o cuantitativas generarán cambios dramáticos en el valor de los coeficientes) e impedirá distinguir la influencia de cada predictor sobre el criterio al solaparse entre sí.

Una primera valoración de la colinealidad puede basarse en la observación de las correlaciones bivariadas entre los predictores, evitando incluir en el modelo aquellos que presenten alta correlación con el resto. Algunos autores (Lewis-Beck, 1980) defienden que habría que desestimar predictores que presenten una correlación bivariada entre sí superior a 0,80. Según este criterio y tal como se observa en la Tabla 28, podemos asumir el cumplimiento del supuesto puesto que ninguna correlación bivariada entre las dimensiones del instrumento IDT alcanza el valor 0,2.

Tabla 28

Correlaciones bivariadas entre las dimensiones del IDT(Metodología Monumentalista).

	Actividades iniciales para la detección (Bloque I)	Aspectos visomotores y adaptativos (Bloque II)	Lenguaje y funciones cognitivas (Bloque III)
Aspectos visomotores y adaptativos (Bloque II)	-.014		
Lenguaje y funciones cognitivas (Bloque III)	*.133	.033	
Motricidad gruesa y esquema corporal (Bloque IV)	-.024	.027	*.139

* Es significativa al 0,05

También podemos utilizar algunos índices que el paquete estadístico SPSS proporciona para valorar la colinealidad. En concreto, nos vamos a referir al factor de inflación de la varianza (FIV). El FIV es un indicador del grado de relación entre las variables, valores de FIV próximos a 1 y no mayores que 10, se consideran habitualmente adecuados. En la Tabla 29 observamos que, en todos los casos, los valores alcanzados cumplen con dicho criterio ajustándose a los valores idóneos para la aplicación de la regresión múltiple (presentan, para todas las variables, valores cercanos a la unidad).

Tabla 29

Estadísticos de colinealidad de los bloques del IDT (Metodología Monumentalista).

Dimensión	FIV
Actividades iniciales para la detección (Bloque I)	1.020
Aspectos visomotores y adaptativos (Bloque II)	1.002
Lenguaje y funciones cognitivas (Bloque III)	1.041
Motricidad gruesa y esquema corporal (Bloque IV)	1.022

La *homocedasticidad*, tercero de los requisitos a verificar, se refiere en el contexto de la regresión múltiple a que los residuos de las distintas combinaciones de valores de las variables independientes que incluye el modelo presenten la misma varianza. El diagrama de dispersión que representa los residuos tipificados para los distintos valores pronosticados para la variable dependiente *TEMA-3* refleja que residuos y pronósticos son independientes ya que la nube de puntos no se ajusta a ningún patrón claro de asociación (Gráfico 7).

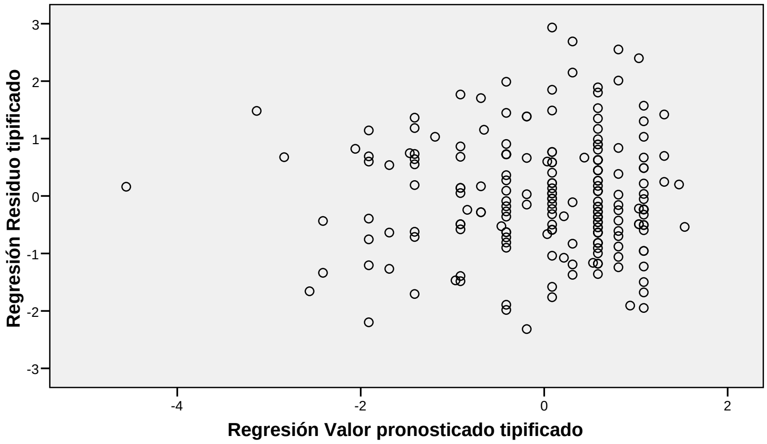


Gráfico 7. Diagrama de dispersión de los residuos tipificados para los pronósticos de TEMA-3 (Metodología Monumentalista)

El cuarto supuesto al que nos referiremos es el de *normalidad,* el cual se refiere a que los residuos se distribuyan normalmente con media cero. Para su verificación se ha aplicado una prueba *Kolmogoro –Smirnov* a los residuos tipificados (Tabla 30).

Tabla 30

Prueba Kolmogorov-Smirnov para una muestra (residuos estandarizados) Metodología Monumentalista.

	Residuos Estandarizados
Z_{KS}	.75
Sig.	.62

Los resultados obtenidos (Z_{KS}*=.75; p=0.62*) señalan el cumplimiento de dicho supuesto. La inspección a nivel gráfico de los residuos a partir tanto del histograma de residuos tipificados como del gráfico de probabilidad normal (Gráficos 8 y 9, respectivamente) señalan una distribución normal de los residuos.

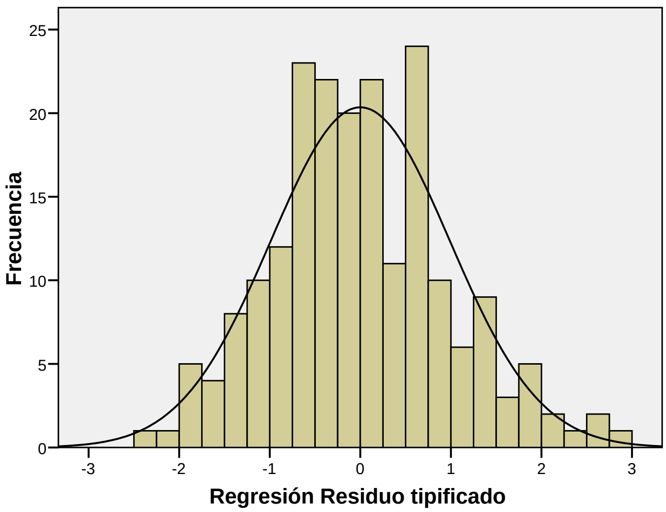


Gráfico 8. Histograma de residuos tipificados para TEMA-3 (Metodología Monumentalista)

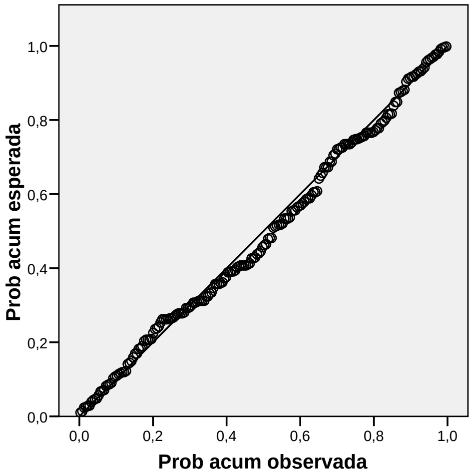


Gráfico 9. Gráfico de probabilidad normal para TEMA-3 (Metodología Monumentalista)

Por último se ha verificado el cumplimiento del supuesto de independencia de los residuos. Este supuesto, verificado a través de la prueba de Durbin – Watson (*DW*) proporciona información sobre el grado de independencia de los residuos (o grado de autocorrelación entre los mismos) y sus valores oscilan entre 0 y 4, asumiéndose la independencia de los residuos cuando toma valores entre 1.5 y 2.5. El valor obtenido para la presente regresión ha sido de 1.952.

Bondad de ajuste. Como se observa en la Tabla 31, las correlaciones entre las subescalas del instrumento IDT y *TEMA-3* señalan valores de moderados a bajos aunque significativos en un caso (*IDT bloque de Lenguaje*) y en otro muy próximo a la significación estadística (*IDT bloque Actividades Iniciales*) en el sentido esperado.

Tabla 31
Correlaciones bivariadas entre las dimensiones del IDT y TEMA-3 (Metodología Monumentalista).

	TEMA-3	
	Correlación	Sig.
Actividades iniciales para la detección (Bloque I)	.116	.051
Aspectos visomotores y adaptativos (Bloque II)	.300	.338
Lenguaje y funciones cognitivas (Bloque III)	.250	< .001
Motricidad gruesa y esquema corporal (Bloque IV)	.190	.397

En la Tabla 32 aparece un resumen del modelo de regresión a partir del cual podemos realizar una valoración de su calidad, es decir, del grado de ajuste entre los pronósticos que realiza la ecuación y las puntuaciones en *TEMA-3* obtenidas por los sujetos. En conjunto, los cuatro predictores incluidos en el análisis dan cuenta, aproximadamente, de un 7,3% de la variabilidad de la variable dependiente *TEMA-3* ($R^2 = 0.07$; *corregida* $= 0.05$).

Tabla 32
Resumen del modelo de regresión múltiple

R	R^2	R^2 corregida
.27	.07	.05

La Tabla 33 refleja el resumen del análisis de varianza asociado a la regresión. En dicho análisis se contrasta la hipótesis nula de que el valor poblacional de *R* (coeficiente de correlación múltiple) es cero. Observamos que, a pesar de que el porcentaje de varianza que explican los predictores del criterio no es elevado, es una cantidad estadísticamente significativa (es decir: la relación criterio – variables independientes, consideradas en conjunto, es significativa, $F_{(4,197)} = 3.89$; $p < 0.01$: la ecuación de regresión ofrece un ajuste adecuado.

Tabla 33

Resumen del ANOVA asociado a la regresión (Metodología Monumentalista).

Modelo	gl	F	Sig.
Regresión	4	3.89	.005
Residual	197		

A continuación, la Tabla 34 recoge los coeficientes de regresión y toda la información para construir la ecuación de regresión. En la columna de *coeficientes no estandarizados* aparecen los coeficientes de regresión que constituyen la ecuación de regresión en puntuaciones directas. Los *coeficientes estandarizados* (*coeficientes beta*) se basan en las puntuaciones típicas y aportan información útil sobre la importancia relativa de cada predictor incluido en el modelo de forma que, cuanto más importante sea un predictor, mayor coeficiente de regresión tipificado (en valor absoluto) le corresponderá. La dimensión *IDT bloque de Lenguaje* es la única cuya pendiente resulta ser significativa ($\beta = 0.25$; $sig = 0,001$) y, por tanto, la única de las cuatro variables independientes incluidas que resulta ser un buen predictor de *TEMA-3*, es decir, sólo dicha variable contribuye de forma significativa al ajuste del modelo.

Tabla 34

Coeficientes de regresión, pruebas t sobre los coeficientes y significación.

Modelo	β	t	Sig.
(Constante)		3.958	.000
Actividades iniciales para la detección (Bloque I)	.081	1.169	.244
Aspectos visomotores y adaptativos (Bloque II)	-.035	-.515	.607
Lenguaje y funciones cognitivas (Bloque III)	.247	3.534	.001
Motricidad gruesa y esquema corporal (Bloque IV)	.050	-.723	.471

Consecuentemente, la ecuación de predicción en puntuaciones directas, será en este caso:

$$Y'_{TEMA-3} = 94.95 + 1.539 \cdot IDTlengu$$

2.5.2. Análisis de regresión múltiple (Metodología Funcionalista).

Condiciones de aplicación. Respecto al supuesto de *linealidad,* la valoración de las representaciones gráficas de los diagramas de dispersión de los cuatro predictores incluidos (anexo X, página 569, diagramas de regresión parcial) como ya ocurría en el caso de la metodología *Monumentalista*, no permite extraer conclusiones definitivas acerca de la linealidad de la relación entre cada variable independiente incluida, consideradas por separado y la variable dependiente.

En cuanto a la *colinealidad*, una primera valoración la realizaremos a partir de la observación de las correlaciones bivariadas entre los predictores, a efecto de detectar aquellos que presenten alta correlación con el resto. Según este criterio (Tabla 35), podemos asumir el cumplimiento del supuesto ya que ninguna correlación bivariada entre las dimensiones del instrumento IDT alcanza el valor 0.4.

Tabla 35
Correlaciones bivariadas entre las dimensiones del IDT (Metodología Funcionalista).

	Actividades iniciales para la detección (Bloque I)	Aspectos visomotores y adaptativos (Bloque II)	Lenguaje y funciones cognitivas (Bloque III)
Aspectos visomotores y adaptativos (Bloque II)	*.301		
Lenguaje y funciones cognitivas (Bloque III)	-.058	.085	
Motricidad gruesa y esquema corporal (Bloque IV)	-.013	-.006	.014

* Es significativa al 0,001

En segundo lugar nos vamos a referir, en relación con la colinealidad, al factor de inflación de la varianza (FIV). En la Tabla 36 observamos que en todos los casos, los valores alcanzados cumplen con el criterio señalado anteriormente (valores próximos a la unidad) ajustándose a los valores idóneos para la aplicación de la regresión múltiple.

Tabla 36
Estadísticos de colinealidad de los bloques del IDT (Metodología Funcionalista).

Dimensión	FIV
Actividades iniciales para la detección (Bloque I)	1.10
Aspectos visomotores y adaptativos (Bloque II)	1.11
Lenguaje y funciones cognitivas (Bloque III)	1.01
Motricidad gruesa y esquema corporal (Bloque IV)	1.00

La tercera de las condiciones de aplicación del análisis de regresión, la *homocedasticidad*, la valoraremos a partir del diagrama de dispersión de los residuos tipificados para los valores pronosticados para la variable dependiente *TEMA-3* (Gráfico 10).

En este caso podemos asumir que residuos y pronósticos son independientes ya que la nube de puntos no se ajusta a ningún patrón de asociación.

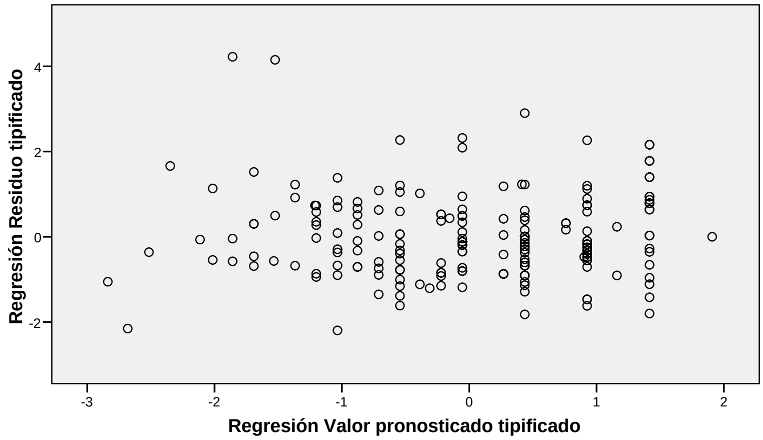


Gráfico 10. Diagrama de dispersión de los residuos tipificados para los pronósticos de TEMA-3 (Metodología Funcionalista).

El cuarto supuesto que verificaremos es el de *normalidad*, el cual se refiere a que los residuos se distribuyan normalmente con media cero. Para su verificación se ha aplicado una prueba *Kolmogorov–Smirnov* a los residuos tipificados (Tabla 37).

Tabla 37
Prueba Kolmogorov-Smirnov para una muestra (residuos estandarizados) Metodología Funcionalista.

	Residuos Estandarizados
Z_{KS}	1.34
Sig.	.05

Los resultados obtenidos (*Z_{KS}=1.34; p=0.05*) permiten asumir el cumplimiento de dicho supuesto. La inspección a nivel gráfico de los residuos a partir tanto del histograma de residuos tipificados como del gráfico de probabilidad normal señalan una distribución normal de los residuos (Gráficos 11 y 12).

Por último, la verificación del cumplimiento del supuesto de independencia de los residuos a través de la prueba de Durbin – Watson señala el cumplimiento del mismo ya que se ha obtenido un valor 2.089.

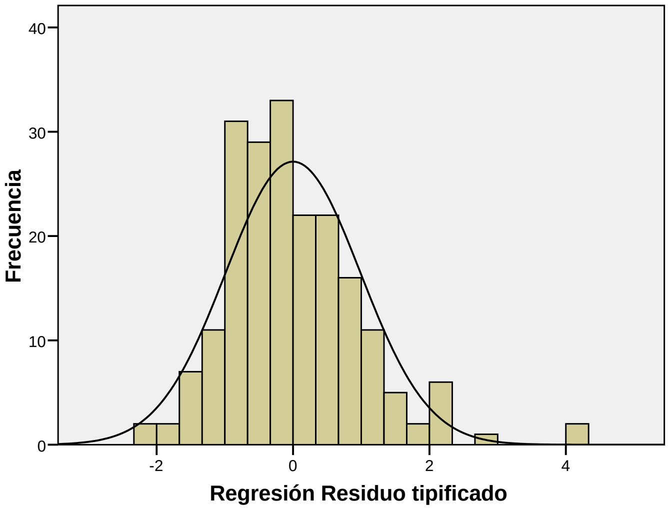


Gráfico 11. Histograma de residuos tipificados para TEMA-3 (Metodología Funcionalista)

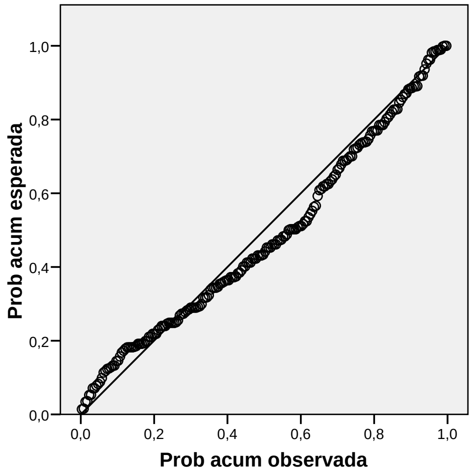


Gráfico 12. Gráfico de probabilidad normal para TEMA-3 (Metodología Funcionalista)

Bondad de ajuste. En la Tabla 38 aparecen las correlaciones entre las subescalas del instrumento IDT y *TEMA-3*, las cuales señalan valores de moderados a bajos aunque significativos en el caso de *IDT bloque de Lenguaje* y en otro caso muy próximo a la significación estadística (*IDT bloque Viso-motora / adaptativa*) y en el sentido esperado.

Tabla 38

Correlaciones bivariadas entre las dimensiones del IDT y TEMA-3(Metodología Funcionalista).

	TEMA-3	
	Correlación	Sig.
Actividades iniciales para la detección (Bloque I)	-.028	.346
Aspectos visomotores y adaptativos (Bloque II)	.112	.057
Lenguaje y funciones cognitivas (Bloque III)	.177	.006
Motricidad gruesa y esquema corporal (Bloque IV)	-.010	.445

En la Tabla 39 se observa un resumen del modelo de regresión a partir del cual es posible realizar una valoración de su calidad, es decir, del grado de ajuste entre los pronósticos que se derivan de la ecuación de regresión y las puntuaciones en la variable dependiente *TEMA-3*. En conjunto, los cuatro predictores incluidos en el análisis dan cuenta, aproximadamente, de un 4,3% de la variabilidad de la variable dependiente (R^2 *= 0,04; corregida = 0,02*).

Tabla 39
Resumen del modelo de regresión múltiple

R	R^2	R^2 corregida
.21	.04	.02

La Tabla 40 refleja el resumen del análisis de varianza asociado a la regresión. Observamos que el porcentaje de varianza que explican los predictores del criterio en su conjunto no alcanza la significación estadística ($F_{(4,197)} = 2,24; p = 0,066$). En este caso, la ecuación de regresión no ofrece un ajuste adecuado.

Tabla 40
Resumen del ANOVA asociado a la regresión (Metodología Funcionalista).

Modelo	gl	F	Sig.
Regresión	4	2.24	.066
Residual	197		

La Tabla 41 muestra los coeficientes de regresión y toda la información necesaria para construir la ecuación de regresión. Los *coeficientes estandarizados* (*coeficientes beta*) muestran que, pese a que la cantidad de varianza explicada por los cuatro predictores incluidos en el modelo no resulta ser significativa, la dimensión *IDT bloque de Lenguaje* sí que se muestra como un buen predictor de la variable *TEMA-3* ($\beta = 0.17$, $sig = 0.020$) siendo la única de las cuatro variables independientes incluidas, como ya ocurrió en el caso de la metodología *Monumentalista*, que resulta ser un buen predictor de *TEMA-3*, es decir, sólo dicha variable contribuye de forma significativa al ajuste del modelo.

Tabla 41
Coeficientes de regresión, pruebas t sobre los coeficientes y significación (Metodología Funcionalista).

Modelo	β	t	Sig.
(Constante)		2,60	.010
Actividades iniciales para la detección (Bloque I)	-.05	-.72	.471
Aspectos visomotores y adaptativos (Bloque II)	.11	1.55	.124
Lenguaje y funciones cognitivas (Bloque III)	.17	2.35	.020
Motricidad gruesa y esquema corporal (Bloque IV)	-.012	-.16	.861

La ecuación de predicción en puntuaciones directas, por tanto, será en este caso:

$$Y'_{TEMA-3} = 86{,}61 + 1{,}358 \cdot IDTlengu$$

2.5.3. Análisis de regresión múltiple (Metodología Neurológico-Principios).

*Condiciones de aplicación***.** En cuanto al supuesto de *linealidad*, a nivel gráfico la valoración de las representaciones de los diagramas de dispersión de los cuatro predictores incluidos (diagramas de regresión parcial, anexo XI, página 571) como ya ocurría en el caso de las anteriores metodologías *(Monumentalista* y *Funcionalista),* no permite llegar a conclusiones definitivas respecto a la linealidad de la relación entre cada variable independiente incluida, considerada por separado, y la variable dependiente.

Respecto a la *colinealidad*, la valoración a partir de las correlaciones bivariadas entre los predictores, al efecto de detectar aquellos que presenten alta correlación con el resto (Tabla 42), permite asumir el cumplimiento del supuesto ya que las correlaciones bivariadas entre las dimensiones del instrumento IDT son más bien de escasa magnitud aunque significativas en algún caso.

Tabla 42

Correlaciones bivariadas entre las dimensiones del IDT (Metodología Neurológico-Principios).

	Actividades iniciales para la detección (Bloque I)	Aspectos visomotores y adaptativos (Bloque II)	Lenguaje y funciones cognitivas (Bloque III)
Aspectos visomotores y adaptativos (Bloque II)	.090		
Lenguaje y funciones cognitivas (Bloque III)	.071	**.250	
Motricidad gruesa y esquema corporal (Bloque IV)	-.032	-.048	*.120

* Es significativa al 0,05
** Es significativa al 0,001

En segundo lugar en relación con la colinealidad, el factor de inflación de la varianza (FIV), señala (Tabla 43), que en todos los casos los valores alcanzados cumplen con el criterio, ajustándose a los valores idóneos (próximos a la unidad) para la aplicación de la regresión múltiple.

Tabla 43

Estadísticos de colinealidad de los bloques del IDT (Metodología Neurológico-Principios).

Dimensión	FIV
Actividades iniciales para la detección (Bloque I)	1.012
Aspectos visomotores y adaptativos (Bloque II)	1.080
Lenguaje y funciones cognitivas (Bloque III)	1.090
Motricidad gruesa y esquema corporal (Bloque IV)	1.023

La tercera de las condiciones de aplicación del análisis de regresión, la *homocedasticidad*, la valoraremos a partir del diagrama de dispersión de los residuos tipificados para los valores pronosticados para la variable dependiente *TEMA-3* (Gráfico 13).

Al igual que en las dos metodologías anteriores, también en este caso podemos asumir que residuos y pronósticos son independientes ya que la nube de puntos, aparentemente, no se ajusta a ningún patrón definitivo de asociación.

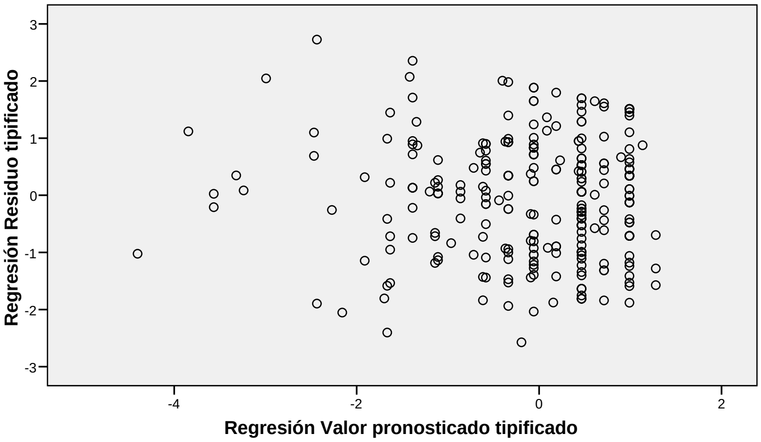


Gráfico 13. Diagrama de dispersión de los residuos tipificados para los pronósticos de TEMA-3(Metodología Neurológico–Principios)

El cuarto supuesto a verificar es el de *normalidad*, para lo cual se ha aplicado una prueba *Kolmogorov–Smirnov* a los residuos tipificados (Tabla 44).

Tabla 44
Prueba Kolmogorov-Smirnov para una muestra (residuos estandarizados) Metodología Neurológico-Principios.

	Residuos Estandarizados
Z_{KS}	1.09
Sig.	.19

Los resultados obtenidos ($Z_{KS}=1.09$; $p=0.19$) permiten mantener la hipótesis nula respecto a la distribución normal de los residuos y, consecuentemente, asumir el cumplimiento de dicho supuesto.

La valoración gráfica de los residuos a partir tanto del histograma de residuos tipificados como del gráfico de probabilidad normal (Gráficos 14 y 15, respectivamente) indican, una distribución normal de los residuos.

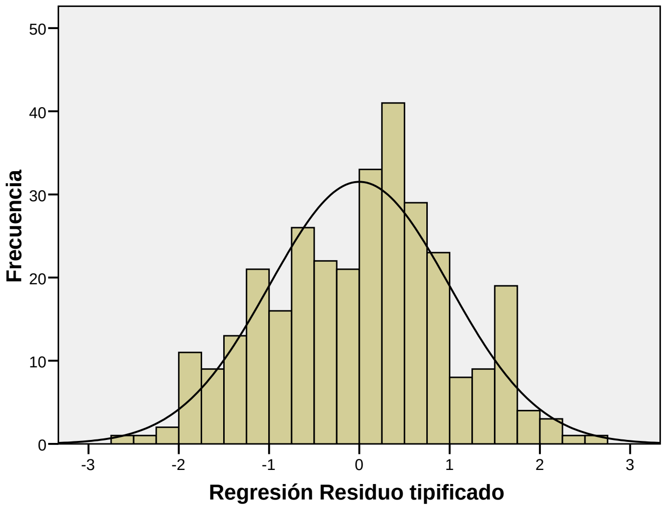


Gráfico 14. Histograma de residuos tipificados para TEMA-3 (Metodología Neurológico–Principios)

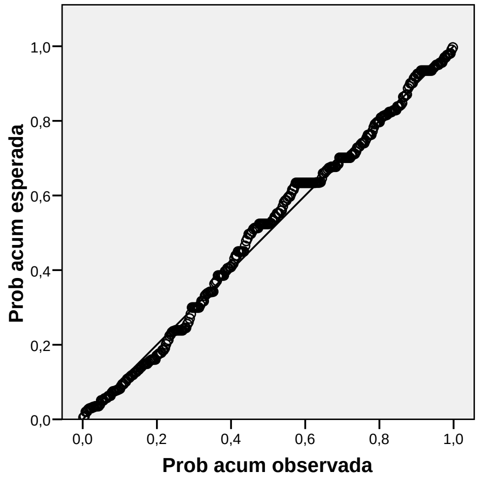


Gráfico 15. Gráfico de probabilidad normal para TEMA-3
(Metodología Neurológico–Principios)

La verificación del cumplimiento del supuesto de independencia de los residuos, por último, a través de la prueba de Durbin – Watson, señala el cumplimiento del mismo ya que se ha obtenido un valor 1.37.

Bondad de ajuste. En la Tabla 45 se pueden observar las correlaciones entre las subescalas del instrumento IDT y *TEMA-3* para la metodología *Neurológico–Principios,* las cuales presentan magnitudes de moderadas a bajas aunque significativas en tres de los cuatro predictores considerados, en concreto en los casos de *IDT bloque de Actividades Iniciales para la Detección, IDT bloque Viso-Motor / Adaptativo* e *IDT bloque de Lenguaje.*

Tabla 45
Correlaciones bivariadas entre las dimensiones del IDT y TEMA-3 (Metodología Neurológico-Principios).

	TEMA-3	
	Correlación	Sig.
Actividades iniciales para la detección (Bloque I)	.164	.002
Aspectos visomotores y adaptativos (Bloque II)	.157	.003
Lenguaje y funciones cognitivas (Bloque III)	.293	<,001
Motricidad gruesa y esquema corporal (Bloque IV)	.001	.494

En la Tabla 46 aparece un resumen del modelo de regresión a partir del cual es posible realizar una valoración de su bondad de ajuste. En conjunto, los cuatro predictores incluidos en el análisis dan cuenta, aproximadamente, de un 11.3% de la variabilidad de la variable dependiente ($R^2 = 0.11$; *corregida* $= 0.10$).

Tabla 46

Resumen del modelo de regresión múltiple

R	R^2	R^2 corregida
.34	.11	.10

La Tabla 47 refleja el resumen del análisis de varianza asociado al modelo de regresión. Se observa que el porcentaje de varianza que explican los predictores en conjunto, respecto del criterio, es significativo ($F_{(4,309)} = 9.81, p < 0.001$).

Tabla 47

Resumen del ANOVA asociado a la regresión (Metodología Neurológico-Principios).

Modelo	gl	F	Sig.
Regresión	4	9,814	<,001
Residual	309		

En la Tabla 48 se puede observar los coeficientes de regresión y toda la información necesaria, para construir la ecuación de regresión del modelo para la metodología *Neurológico-Principios.*

Tabla 48

Coeficientes de regresión, pruebas t sobre los coeficientes y significación (Metodología Neurológico-Principios).

Modelo	β	t	Sig.
(Constante)		2.90	.004
Actividades iniciales para la detección (Bloque I)	.14	2.55	.011
Aspectos visomotores y adaptativos (Bloque II)	.08	1.38	.168
Lenguaje y funciones cognitivas (Bloque III)	.27	4.77	< .001
Motricidad gruesa y esquema corporal (Bloque IV)	-.02	-.42	.672

Los coeficientes beta (valores de las pendientes de regresión de los diferentes predictores, estandarizados) muestran que las dimensiones *IDT bloque Actividades Iniciales para la detección* e *IDT bloque de Lenguaje* son ambas buenos predictores de la variable criterio *TEMA-3* (*β = 0,14; sig = 0,011 y β = 0,27; sig < 0.001;* respectivamente). De nuevo, como ocurría con las dos metodologías anteriores (*Monumentalista y Funcionalista*), la dimensión *IDT bloque de Lenguaje*, vuelve a aparecer como un buen predictor de *TEMA-3*.

Consecuentemente, la ecuación de predicción en puntuaciones directas es:

$$Y'_{TEMA-3} = 58{,}32 + \mathrm{IDTacIni} \cdot 18{,}06 + 3{,}176 \cdot IDTlengu$$

3. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.

3.1. Diferencias en competencia matemática entre Metodología y Experiencia del profesorado.

El primero de los objetivos de la investigación era comparar tres metodologías en la enseñanza de las matemáticas, *Monumentalista, Funcionalista y Neurológico-Principios,* y si los resultados obtenidos estaban condicionados por la experiencia del profesorado.

Partíamos de la hipótesis de que la metodología *Neurológico-Principios* mostraría mejores resultados, estadísticamente significativos, a través del *Índice de Competencia Matemática* (*ICM*, *TEMA-3*) respecto al resto de metodologías consideradas.

Dicha hipótesis se apoya, en primer lugar, en una visión más amplia, aglutinando actividades propias de la metodología *Monumentalista* como de la *Funcionalista*.

En segundo, tiene presente los procesos cognitivos que a nivel neurológico facilitan el cálculo numérico y las variables que están presentes en la adquisición del concepto de número.

Por último, tiene en cuenta todas las variables que forman parte del concepto de "número".

Asimismo, dichos resultados estadísticamente significativos, esperábamos que lo fuesen en todas las franjas de años de *Experiencia* y, además, que a más años de experiencia los resultados fueran mejores.

En cuanto a las metodologías *Monumentalista* y *Funcionalista* la *Experiencia* del profesorado la hipotetizábamos irrelevante.

El análisis de datos realizado, mediante un ANOVA factorial 3x3 entre-sujetos, en el que las variables fueron, como independientes la *Metodología,* con tres niveles: *Monumentalista, Funcionalista* y *Neurológico-Principios*, y la *Experiencia* docente operativizada a su vez a través de tres categorías: *1 a 4; 5 a 9 y 10 o más* años de experiencia, puso de manifiesto los resultados que ya se reflejaron anteriormente y pasamos a comentar.

En primer lugar y tras verificar la equivalencia de partida entre los tres grupos a comparar para garantizar la validez interna de los resultados obtenidos posteriormente, realizamos el ANOVA 3x3 *Metodología* x *Experiencia* cuyos resultados mostraron la existencia de diferencias estadísticamente significativas para el efecto de interacción *Metodología x Experiencia*, lo cual supone que la *Competencia Matemática* de los niños no depende únicamente del tipo de metodología utilizada o de la experiencia del profesorado, sino que obedece a un efecto simultáneo de condiciones de ambas variables independientes o factores.

La elección de este diseño (factorial frente a dos unifactoriales) se realizó atendiendo a que, por una parte, el análisis conjunto de los efectos de dos (o en su caso, más) variables independientes implican una mayor potencia, dado que el término residual (error) será menor que si se aplicasen dos diseños unifactoriales por separado (uno para *Metodología* y otro para *Experiencia*).

Por otra parte, la inclusión de los dos factores en el mismo diseño, permite variar la interpretación que se hace de la relación entre los factores y la variable dependiente (*Competencia Matemática*) ya que puede darse el caso, como es el que nos ocupa, en el que el efecto de un factor depende de que el otro asuma ciertos valores, lo cual ocurre cuando se produce un efecto de interacción.

La presencia de interacción implica, como hemos comentado, que los efectos de un factor no son consistentes a todos los niveles del otro. Así pues, el siguiente paso consistirá en aplicar alguna estrategia analítica que nos permite interpretar los resultados derivados de dicho efecto interactivo. En concreto, optamos por aplicar un análisis de efectos simples el cual examina los efectos de un factor para todos y cada uno de los niveles del otro factor (y viceversa).

Los contrastes realizados entre las medias de los grupos de un factor para cada nivel o condición del otro (Tabla 15), a través del análisis de los efectos simples, pusieron de manifiesto la existencia de diferencias estadísticamente significativas, en el caso de los profesores con una experiencia *entre 1 y 4 años*, entre las metodologías *Monumentalista* y *Neurológico-Principios.*

En segundo lugar, para la franja de experiencia comprendida *entre 5 y 9 años*, existen diferencias significativas entre las metodologías *Monumentalista* y *Neurológico-Principios* así como en la *Funcionalista* frente a *Neurológico-Principios*, siempre a favor de esta última.

Por último, se han encontrado diferencias estadísticamente significativas, en el caso de los profesores con una experiencia de *10 o más años*, entre las metodologías *Monumentalista* y *Neurológico-Principios* por una parte y *Funcionalista* frente a *Neurológico-Principios* por otra, siendo los resultados en ambos casos favorables a ésta última al igual que en la franja de experiencia anterior.

En el Gráfico 16 se ha representado un perfil con la tendencia *de las diferencias de medias* entre las metodologías incluidas en el estudio, para cada franja de experiencia del profesorado que aparecen en la Tabla 15.

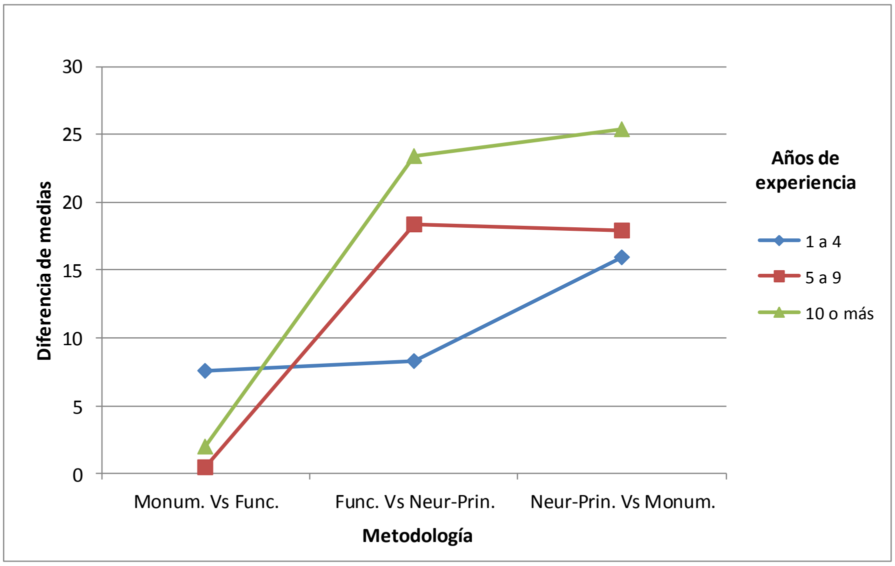


Gráfico 16 . Tendencia de las diferencias de medias en TEMA-3 en función de la Metodología y los años de experiencia docente.

La conclusión que se puede extraer respecto a esta serie de comparaciones es que la metodología *Neurológico-Principios* obtiene resultados estadísticamente significativos superiores al resto de metodologías en todas las franjas de *años de experiencia* consideradas, manifestándose estas diferencias de forma especialmente llamativa en el caso de la franja de *10 o más años* de experiencia.

Únicamente en el caso de la franja con menor experiencia (*1 a 4 años*) estos resultados no son significativos cuando se comparan las metodologías *Funcionalista* y *Neurológico-Principios.*

Esta circunstancia podría deberse a que para desarrollar una determinada metodología no solo es necesario conocer y aplicar la base teórica que la sustenta, sino que además, hay que contar con una determinada experiencia educativa para conseguir el rendimiento óptimo de las actividades que se lleven a cabo en el aula, actividades que evidentemente varían según la metodología empleada.

Por otro lado, se observa a través de las sucesivas comparaciones, que la distancia entre medias tiende a incrementarse sustancialmente a favor de una mayor experiencia del profesorado (lo cual ratifica la conclusión que se ha comentado en el párrafo anterior).

Esa notable mejora de los resultados podría deberse, además de lo expresado con anterioridad, a un adecuado ajuste entre los aspectos motivacionales y de disciplina necesaria para el desarrollo de las actividades matemáticas en el aula, cuestiones que se van adquiriendo con el paso de los años.

Cambiando ahora el sentido de los contrastes respecto a los ya realizados, si valoramos los resultados obtenidos cuando comparamos dentro de cada *metodología* los diferentes niveles de *Experiencia,* (Tabla 16) únicamente encontramos diferencias significativas respecto de la metodología *Neurológico-Principios*.

En concreto, existen diferencias entre el profesorado con una experiencia *entre 1 y 4 años* frente al de *10 o más,* así como *entre 5 y 9 años* respecto al *de 10 o más,* si bien dicha diferencia es mucho más llamativa cuando comparamos las categorías extremas de experiencia docente, caso en el que la diferencia de medias alcanza un valor de 11.09 (Tabla 16). La representación de estos resultados la podemos ver en el Gráfico 17.

Por tanto, como conclusión podemos afirmar que si bien en las metodologías *Monumentali*sta y *Funcionalista* la experiencia del profesorado no tiene ninguna trascendencia respecto a la competencia matemática de los niños, a partir de la muestra del presente estudio, en el caso de la metodología *Neurológico-Principios,* a mayor experiencia los resultados de los alumnos mejoran significativamente.

Consecuentemente, la conclusión es que respecto de las metodologías *Monumentalista* por un lado y *Funcionalista* por otro, la experiencia del profesorado no tiene ningún efecto sobre el rendimiento matemático de los alumnos.

Una posible explicación de los resultados obtenidos para estas dos metodologías, sería la manera en que se llevan a cabo habitualmente las actividades propias de las mismas (a pesar de las diferencias existentes entre ambas) y que se caracteriza por una aplicación poco reflexiva y muchas veces mecánica y automatizada metodología *Monumentalista*) o que parte de actividades que no tiene en cuenta los conocimientos previos de los niños (metodología *Funcionalista*).

En el caso de la metodología *Neurológico–Principios,* en cambio y como ya se ha comentado, los años de experiencia sí influyen de manera determinante sobre dicho rendimiento, a pesar de que entre las dos primeras franjas de edad (*1 a 4* frente a *5 a 9* años de experiencia) no se observan diferencias significativas respecto a las otras dos metodologías.

De otra manera, efectivamente la metodología *Neurológico–Principios* ha mostrado ser la mejor en términos de resultados académicos de las tres consideradas en el presente estudio.

En el Gráfico 17 se puede observar un perfil con la tendencia de las diferencias de medias entre los diferentes niveles de experiencia del profesorado para cada metodología, diferencias que se muestran en la Tabla 16.

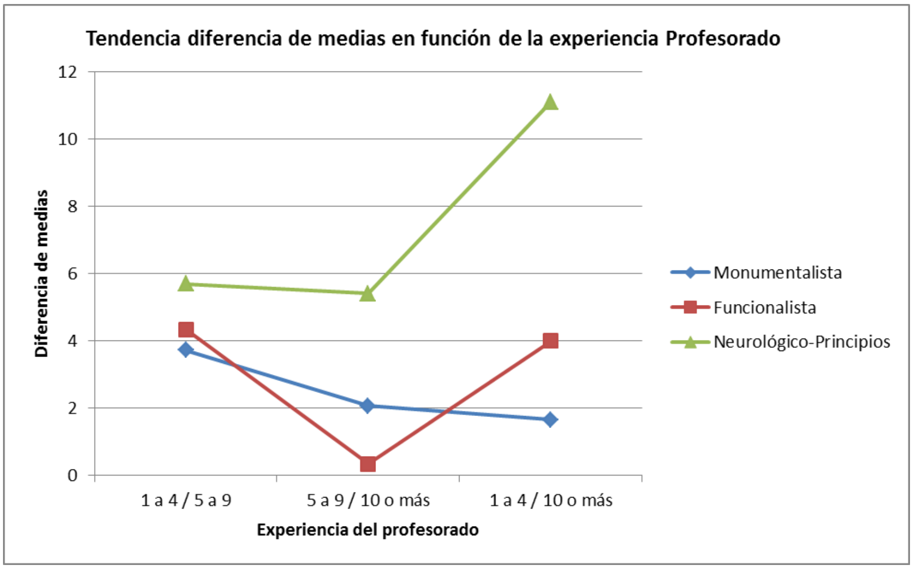


Gráfico 17. Tendencia de las diferencias de medias en TEMA-3 en función de los años de experiencia docente y de la Metodología.

¿Por qué estos resultados tan favorables en relación con la metodología *Neurológico–Principios* respecto a la experiencia?

Una de las principales particularidades de esta metodología, es que enfatiza el que el docente siempre tenga presente el objetivo de cada una de las variables o componentes intervinientes en el desarrollo y la construcción del concepto de número.

Es decir, debe ser consciente en cada momento de qué aporta a dicha construcción cada una de las actividades relacionadas con el número que se realizan en el aula. Esto justificaría el que sea necesaria determinada experiencia para conseguir unos resultados óptimos.

Por tanto, desde esta perspectiva metodológica, la construcción del número requiere trascender los aspectos mecánicos, memorísticos, repetitivos… de éste y además tomar en consideración los aspectos cualitativos (construcción de la línea numérica mental, magnitud…) y que necesitan de la adecuada reflexión y maduración que se adquieren a través de años de experiencia.

Así pues, la conclusión es que la metodología *Neurológico-Principios* obtiene unos resultados significativamente superiores conforme se incrementa la experiencia, dado que sus características exigen por parte del docente de una praxis mucho más reflexiva que conjugue tanto aspectos cualitativos como cuantitativos en relación a la construcción de número.

Otra importante cuestión a considerar se relaciona con la disciplina, entendida como el mayor grado de control que va progresando con los años de experiencia.

En tercer lugar, un aspecto esencial consiste en motivar a los niños para despertar su interés, enfatizando el componente lúdico y atractivo. De este modo se consigue una mayor implicación del alumno, entendida como la necesaria predisposición para la construcción personal del concepto de número.

3.2. Diferencias en competencia matemática en función del tipo de Metodología y del Sexo.

El segundo de los objetivos del presente estudio suponía verificar el potencial efecto significativo de la variable *Sexo* sobre el *Rendimiento matemático* (*ICM TEMA-3*) de los alumnos, en función del tipo de metodología aplicada.

La hipótesis al respecto es que no existirían diferencias estadísticamente significativas entre niños y niñas en relación con dicho *Índice de Competencia Matemática* según la metodología utilizada, es decir, se mantenía que no existiría ningún efecto de interacción entre ambas variables independientes (*Sexo* y *Metodología*). No obstante, esperamos seguir encontrando diferencias significativas para el efecto principal de *Metodología* a favor de la *Neurológico-Principios* al igual que ya ocurría en análisis previos.

Los resultados del ANOVA entre-sujetos 2x3 (*Sexo x Metodología*) realizado al respecto pusieron de manifiesto a nivel descriptivo que las medias mayores correspondieron a la metodología *Neurológico-Principios* (M =118,82; DS = 17,78; niños vs. M =117,38; DS = 18,36; niñas) tanto en niños como en niñas y con una escasa diferencia entre sexos. Por su parte, la media menor correspondió a la metodología *Monumentalista* (con medias y DS respectivas, para *niños* y *niñas*, de 97,04; DS = 12,25 y 97,46; DS = 10,52) con unos resultados para la metodología *Funcionalista*, muy similares a la anterior.

En relación a los resultados inferenciales obtenidos a través del citado ANOVA, no se obtuvieron datos estadísticamente significativos ni para el efecto principal de *Sexo* ni para la interacción de esta última con *Metodología*, tal y como preveíamos en nuestras hipótesis. Así pues, el *Sexo* no aparece como una variable que influya sobre los resultados en *TEMA-3* ni *per se* ni en interacción con el tipo de metodología utilizado con la presente muestra.

La necesidad de comprobar si existían diferencias significativas en función del sexo y a pesar de que son muchos los estudios que corroboran la no existencia de diferencias al respecto, viene dada por el elevado número de factores que interactúan en todos los aspectos implicados en la enseñanza. Ello nos hizo reflexionar sobre cuestiones como las diferencias en el grado de actividad física desarrollada por los niños y las niñas en estas edades. Las diferencias entre sexos en lo que se refiere a la actividad física posiblemente no sea solo de corte social, sino también biológica, circunstancia que podría afectar al rendimiento matemático en función del modo en que ejecutaran las actividades dentro del aula, ya que ellas dependen de la metodología empleada. Dado que nuestra metodología se desarrolla en gran medida a partir del juego, de la actividad física, cabría cierta posibilidad de diferencias entre sexos. Además, otras variables podrían ser las motivacionales, derivadas de la competitividad, el tipo de juego más habitual en función del sexo o las costumbres sociales.

Con respecto a las diferencias de sexo, y entre los estudios que concluyen la inexistencia de diferencias estadísticamente significativas respecto a competencia matemática, citar por ejemplo el realizado por Ferrándiz, Bermejo, Sainz, Ferrando, y Prieto (2008), cuyo objetivo era estudiar el razonamiento lógico-matemático de una muestra de alumnos de educación infantil y primaria desde la perspectiva del modelo de Inteligencias Múltiples de Gardner, con una muestra de 294 alumnos de Educación Infantil y Primaria de edades comprendidas entre 5 y 8 años pertenecientes a centros educativos de las provincias de Murcia y Alicante. Los resultados no mostraron diferencias significativas en inteligencia lógico-matemática según el sexo de los participantes. Otro estudio que aporta resultados en la misma línea, es el realizado por Ortiz (2009), el cual identifica las características de la Competencia Matemática en niños que cursan infantil con una muestra de 101 niños, a quienes se les aplicó el Test de Competencia Matemática Básica, *TEMA-3*, en su adaptación española y cuyas conclusiones muestran que la variable sexo no ofrece diferencias significativas. Una novedad que supone el presente estudio frente a líneas de investigación como las mencionadas, Ferrándiz et al. (2008) y Ortiz (2009), y que creemos de gran interés, es el complementar esta perspectiva con la introducción de las metodologías empleadas. Estas metodologías pueden suponer un efecto, a nuestro juicio sustancial, sobre los resultados obtenidos por el alumnado en rendimiento matemático ligadas a la variable sexo y derivadas del grado de actividad motora-atencional que podría estar vinculado a esta variable.

Tal y como se ha comentado, la actividad física en los/as niños/as, entre tres y seis años, difiere en función del sexo, siendo mayor en los niños debido a que su cuadro muscular es más potente y desde edad temprana se tiene que ejercitar y desarrollar. Esa circunstancia provoca en el sexo masculino más movilidad motora, menos tiempo de calma y reposo y menor cantidad de atención sostenida en actividades estáticas. ¿Qué repercusión puede tener este factor sobre las tareas matemáticas? Hay que tener en cuenta que las actividades en la enseñanza del número se pueden llevar a cabo de diferentes modos, como por ejemplo a partir de materiales de papel y lápiz, más pausadas y por tanto con menor nivel de movilidad física y con mayores tiempos de atención sostenida. Otro tipo de actividades se desarrollan a partir de materiales manipulativos, los cuales pueden incidir más a un nivel motivacional. Los juegos de mesa, por su parte, pueden reflejar competitividad, más habitual en los niños por el tipo de juego que suelen desempeñar de forma natural. Por último, actividades en las que destaca el juego simbólico, más activo, físico, relacional y que refleja situaciones cotidianas del mundo adulto (ir de compras, al supermercado…).

Según Calvo (2005), resulta evidente que los niños y niñas difieren en sus estructuras físicas y cognitivas fruto de la influencia de distintas hormonas, condicionando la maduración, la afectividad, los juegos y el comportamiento. Así, a partir de los dos años ya se encuentran diferencias tanto en las conductas como en sus predilecciones en las actividades relacionadas con los estereotipos de sexo. Es muy frecuente ver cómo las niñas prefieren jugar a muñecas, reproducir roles domésticos o actividades sedentarias como dibujar. Otras características son, por ejemplo, mostrar un campo de intereses más amplio que los niños y en el que en sus juegos grupales, la media se sitúa en torno a dos o tres niñas. Por su parte, los niños muestran mayor interés por las piezas, juguetes como coches, camiones, tractores y objetos que en definitiva pueden manipularse. Tienen una mayor actividad motriz, con juegos violentos, con agresividad física. Además, suelen jugar en grupos más amplios que las niñas. Así pues, concluye, los varones son más activos, impulsivos y se concentran menos que las niñas de su misma edad.

No se trata de que niños y niñas sean unos u otros más inteligentes en función del sexo, sino que sus cerebros difieren ostensiblemente en la forma de sentir, trabajar, aprender… siendo sus raíces la propia biología ligada al sexo, yendo más allá de los estilos de crianza, de educación y modelos sociales, entre otros. En esa línea se encuentran los últimos avances en neurociencia Calvo (2008).

Hoff (2004), aporta ejemplos que corroboran lo expuesto por Calvo a partir de investigaciones en las que se estudió las reacciones y comportamientos de niños de distintos países y clases sociales. En dichas investigaciones, las conclusiones son que los niños suelen ser más activos, se pelean más, tienen más rabietas y siendo además más duraderas. Asimismo, se observó cómo los niños ocupan mucho más espacio con juegos motores del tipo pilla-pilla, fútbol, hacer rodar ruedas, carreras… mientras que las niñas necesitan mucho menos, buscan aquellos ambientes que son más tranquilos y allí desarrollan actividades y juegos que suelen girar en torno al lenguaje, roles, juego simbólico… Resumiendo, se concluyó que es la testosterona la responsable de tales diferencias en el comportamiento entre sexos, ya que impulsa el desarrollo muscular en los niños haciendo que tengan la necesidad, casi irrefrenable, de moverse continuamente. En el caso de las niñas estos impulsos hacia el movimiento motor son sustancialmente inferiores, pues no disponen de cantidades tan elevadas de la citada hormona. Así pues, y también de forma general, tienden a ser más tranquilas.

En la misma línea se sitúa Ridgers et al. (2006). Sus conclusiones son muy similares a las anteriormente expuestas en relación con Calvo (2005), Calvo (2008) y Hoff (2004), añadiendo además, que los niveles de actividad física varían entre sexos y a través de todas las edades. Los hallazgos mencionados provienen de dos proyectos del Reino Unido, *A-Class* (*Active City of Liverpool, Active Schools and SportsLinx*) que evaluó los niveles de actividad en niños de Liverpool y OPAL (*Older People and Active Living*), que examinó los movimientos en personas mayores de setenta años en Bristol, llegando en ambos estudios a resultados similares en los que se constató que los varones, en líneas generales, tienen mayor actividad física que las mujeres. Dichas investigaciones fueron presentadas en el congreso de la Sociedad de Medicina de la Conducta del Reino Unido el 6 de enero de 2009 en Exeter (Reino Unido).

Otra circunstancia a tener en cuenta son las diferencias existentes en referencia a los índices de prevalencia de TDAH entre niños y niñas. Según Lahey et al. (1994), la prevalencia es significativamente mayor en niños que en niñas, siendo para el tipo combinado (7,3:1), para el hiperactivo-impulsivo (4:1) y menor para el inatento (2,7:1). El de tipo combinado es el que muestra una mayor prevalencia, según Biederman, Faraone, Monuteaux, Bober, y Cadogen (2004) en la población infantil. También el DSM-IV apunta a que existe un predominio del trastorno en los varones. Frente a esta postura, Biederman, et al. (2004), defiende que las niñas tienen el mismo riesgo de padecer TDAH que los niños, si bien, el sexo modula sintomatologías diferentes, de modo que los varones lo sufren con mayor severidad, lo que explicaría el que sean llevados con mayor frecuencia a las consultas clínicas. Otra circunstancia a tener en cuenta es el hecho de no tener diagnósticos distintos en función del sexo, lo que, según opina Biederman et al., (2004) sacaría a la luz más casos de niñas con TDAH ya que en su caso predominan los problemas "atencionales", circunstancia que pasa más inadvertida, mientras que en los varones son los de "sobreactividad motora" Barkley (2003), Biederman et al. (2004). No obstante la mayor parte de estudios apuntan a que sí existen diferencias significativas en las prevalencias entre sexos en el caso del TDAH, lo que pondría de manifiesto, al igual que lo analizado a partir de estudios sobre las diferencias de conducta entre niños y niñas, que dichas diferencias en la actividad motora van ligadas al sexo, mostrando conductas diferentes y generando intereses y actividades en consecuencia distintas.

Si bien son muchos los estudios que apuntan a que existen diferencias en las conductas y competencias motoras entre sexos desde edad temprana como los anteriormente comentados, otros anteriores en el tiempo como el de Cairns (1979), señalan que tales diferencias son mínimas entre niños y niñas antes de la adolescencia, afirmando además que las chicas pueden ser tan hábiles y competitivas como los chicos. Es después de la adolescencia cuando el dimorfismo sexual genera distintos resultados en función del sexo, mostrando los varones mayor potencia física y con formas de agresión más directas, siendo el de las chicas indirectas o verbales en su mayoría. Cabe comentar, que si comparamos la potencia, habilidades y capacidades motoras entre niños y niñas en la etapa de infantil, incluso durante toda la primaria, no encontraremos apenas diferencias. No obstante, la cuestión que nos ocupa no es esa, sino el grado de actividad que de manera voluntaria y no consciente se realiza en función del sexo, fruto de sus intereses y necesidades biológicas, ya que el cuadro muscular de los varones en un futuro no muy lejano habrá de desarrollarse en mayor medida que el de las niñas. Ello genera distintas conductas en el aula y en las interacciones que se producen entre el alumnado en las actividades cotidianas, con posibles influencias sobre los resultados académicos.

En lo que respecta a las diferentes metodologías, el tipo de actividades que comúnmente son más utilizadas no queda al margen de los comentarios anteriores por lo que hay que tener en cuenta cuáles suelen estar más vinculadas a cada una de ellas. Las actividades derivadas de una metodología *Monumentalista* tienen un carácter, por regla general, más tradicional y conllevan una menor actividad física dado que se basan en un trabajo por fichas y materiales manipulativos (regletas, ábacos…). Este tipo de actividades, además se caracteriza por estar bastante descontextualizadas, lo cual puede repercutir en el grado de motivación de los alumnos. La metodología *Funcionalista,* en cambio, tiene un planteamiento según el cual el punto de partida son números próximos al/la niño/a, útiles, significativos, prácticos… funcionales en suma y que constituyen actividades más globalizadas, relacionadas con lo cotidiano y que se vinculan a un tipo de juego simbólico muy próximo tanto a los niños como a las niñas. La parte negativa de esta metodología se encuentra en el no tener en cuenta en muchas ocasiones ciertos conocimientos previos necesarios. Por su parte, la metodología *Neurológico–Principios*, además de buscar un equilibrio entre ambas posturas, tiene en cuenta los procesos cognitivos que subyacen al número, utilizando mucho tanto el juego físico como el cognitivo.

Cabría pensar, a partir de las consideraciones realizadas en los párrafos precedentes respecto a las metodologías, que las interacciones de éstas respecto al sexo podrían arrojar resultados estadísticamente significativos en cuanto a competencia matemática. Sin embargo, la contundencia de los resultados que hemos obtenido apoya una tesis diferente, esto es, niños y niñas no muestran diferencias en educación infantil por lo que respecta a su rendimiento matemático.

3.3 Diferencias en competencia matemática según el Número de alumnos por clase en función de la Metodología.

En este punto nos planteábamos analizar la posible existencia de diferencias significativas en el *índice de competencia matemática* (*TEMA-3*) en función del *número de alumnos* por clase para cada metodología, sin embargo la falta de representación muestral en alguna metodología para alguna franja de edad (Tablas 19 y 20), sólo nos permitió considerar las metodologías *Funcionalista* y *Neurológico-Principios* (quedando excluida la *Monumentalista*). Para verificar la posible existencia de las diferencias mencionadas se realizaron dos pruebas *t*.

Los resultados pusieron de manifiesto que el número de alumnos por aula no influía sobre las puntuaciones en rendimiento académico respecto a la metodología *Funcionalista*, sin embargo sí los alcanzados para la metodología *Neurológico–Principios.* En concreto, los resultados se mostraron más favorables en aquellas clases con menor número de alumnos para esta última metodología.

Una posible explicación a la inexistencia de diferencias en los resultados obtenidos en clases según el número de alumnos en la metodología *Funcionalista*, es que muchos de los objetivos de la adquisición del número, se centran en unos pocos aspectos de este, no teniéndose por tanto en cuenta todas las variables presentes en dicho proceso de adquisición.

Asimismo suelen centrarse en aspectos mecánicos, no cualitativos, donde las actividades no suelen incidir en su comprensión, cuestión primordial para alcanzar una buena competencia matemática.

Por su parte la metodología *Neurológico-Principios* obtiene mejores resultados en clases con menor número de alumnado debido, probablemente, al papel primordial que desempeña el maestro en esta metodología, el cual debe realizar actividades más variadas, individualizadas y basadas en la comprensión. Así pues, es de entender que se generen más dudas y consultas por parte del alumnado.

Para conseguir que el alumno llegue a dicha comprensión, el docente ha de recurrir a todo tipo de actividades, entre las que destacamos el juego y materiales de todo tipo (estructurados como los manipulativos didácticos: regletas, bloques multibase, policubos…, informáticos, Velázquez (2004), y desestructurados tales como los de reciclado). Estas actividades exigen gran presencia y actividad del docente en su función mediadora, lo que le otorga, como ya se ha comentado, un gran protagonismo. Así pues, es evidente que a menor ratio de alumnos mejores serán los resultados a partir de esta metodología.

Por otro lado, toda esta variedad de actividades y recursos exige una buena planificación y formación, dada la complejidad de la adquisición del concepto de número. Dentro de la programación, se ha de tener presente desde cualquier metodología, por un lado, la *educación individualizada* donde ya se tiene en cuenta de antemano las diferencias en las capacidades de aprendizaje pero partiendo de alumnado sin dificultades. Ello apunta a un gran objetivo por parte del docente: desarrollar el máximo de capacidades, de rendimiento, en este caso matemático, en cada alumno.

Para ello es fundamental la interacción directa, reforzando los puntos más débiles (variables del concepto de número ante las cuales un niño tenga mayor dificultad), mediante actividades complementarias a los alumnos con resultados por debajo de la media. De igual modo, se ampliarán las actividades añadiendo otras con mayor grado de dificultad a aquellos que, situados por encima de la media, destaquen en habilidades matemáticas.

Además, el educador se ha de enfrentar a la *educación personaliza,* conocida como *Adecuación Curricular Individualizada Significativa* (ACIS), donde puede encontrarse con alumnado que presente serias dificultades, en este caso en el aprendizaje de las matemáticas (aunque suele ser extensivo a más de un área o materia, por regla general). Para abordar tanto la educación individualizada como la personalizada desde el ámbito de la adquisición del concepto de número y la metodología *Neurológico-Principios,* contamos con una herramienta muy útil: el desglose de variables que permiten manejar con eficiencia los números, facilitando la evaluación de los puntos fuertes y débiles en lo que respecta a su comprensión y manipulación. Como contrapartida, dicha circunstancia exige una interacción directa con el alumnado, con lo que se vuelve a confirmar el hecho de que a clases con menor número de discentes, mejores resultados.

Por otro lado hay que tener en cuenta que la *experiencia del profesorado* también influye en los resultados, tal y como vimos en análisis anteriores, pudiéndose ver afectada por la ratio, Ruopp et al. (1979). Efectivamente, los resultados fueron estadísticamente significativos en todas las franjas de experiencia a favor de la metodología *Neurológico-Principios* respecto a la *Funcionalista* a excepción de la menor franja (1 a 4 años), donde la primera metodología no alcanzó el criterio de significación frente a la segunda (Tabla 15). Este resultado no es de extrañar si consideramos que, para implementar una metodología cuya carga teórica es más compleja (*Neurológico-Principios*), con actividades más variadas y con mayor implicación y protagonismo del maestro, no solo es necesario conocer su base teórica, además, la experiencia docente es importantísima para conseguir extraer el máximo rendimiento de las actividades que desarrollen dicha metodología, circunstancia que afecta asimismo a las ratios con las que habitualmente se suele trabajar en el aula.

Otra consideración, es que cabría esperar que lo mismo hubiese sucedido con la metodología *Monumentalista,* es decir, que la ratio tampoco hubiese tenido repercusión en el rendimiento en este caso (recordemos que esta metodología no disponía de representación muestral para su análisis estadístico), pues tiende a la homogeneización por parte de muchos docentes que utilizan los libros de texto, las fichas y explicaciones colectivas a modo de clase magistral. En este tipo de interacciones, las que se derivan de esta forma de trabajo, el propósito es que la mayor parte del alumnado alcance unos objetivos mínimos. No hay grandes diferencias entre aquellos que logran dichos mínimos y los alumnos con grandes potenciales de aprendizaje. Las calificaciones académicas no reflejan realmente tales diferencias.

Para finalizar este apartado incidir en que a la metodología *Neurológico-Principios* sí le afecta la cantidad de alumnos en el aula, frente a la *Funcionalista* la cual no se ve afectada. No obstante, recordar que la primera siempre obtiene mejores resultados alcanzando la significación estadística en las dos franjas con mayor experiencia docente.

3.4. Influencia de la didáctica en la enseñanza del concepto de número desde las tres Metodologías analizadas en función de las Franjas de edad.

El cuarto de los objetivos que nos propusimos se dirigía a investigar si la didáctica a la hora de enseñar el concepto de número se veía influida por la *Metodología* empleada en interacción con la *Edad* de los niños.

Nuestra hipótesis era que los niños más pequeños obtendrían mejores resultados que los más mayores, demostrando que poseen una mayor capacidad de aprendizaje de la que presuponemos. Para ello se realizaron una serie de comparaciones a través de las cinco de las franjas de edad que presenta el instrumento *TEMA-3* respecto a las metodologías utilizadas y que afectan al estudio. Dichas cinco franjas fueron: 5-3 a 5-5; 5-6 a 5-8; 5-9 a 5-11; 6 a 6-2 y 6-3 a 6-5 (el guion separa años y meses).

El objetivo era determinar, por una parte, cómo evolucionaba el rendimiento matemático de los niños en cada una de las metodologías, y por otra, cómo se comportaban entre sí las tres metodologías poniéndose en relación respecto a cada una de las cinco franjas, es decir, mostrar si realmente ambas variables (*Metodología* y *Franja de edad*) interactuaban a la hora de explicar el rendimiento de los niños.

3.4.1 Influencia de la didáctica en la Metodología Monumentalista.

Respecto a los efectos derivados de la interacción *Metodología* x *Franja de edad*, la metodología *Monumentalista* mostró diferencias estadísticamente significativas entre los niños de más corta edad (5-3 a 5-5) respecto de los demás, con la única excepción de la franja siguiente (5-6 a 5-8). En tales diferencias el *Índice de Competencia Matemática* fue superior en el caso de los más pequeños, confirmándose nuestra hipótesis de que serían ellos los que obtendrían mejores resultados. Siguiendo con los resultados del análisis, encontramos también diferencias estadísticamente significativas entre las franjas de edad (5-6 a 5-8) frente a (5-9 a 5-11) y (6-3 a 6-5). En ambos casos también fueron a favor de los más pequeños frente a los de mayor edad (Tablas 26 y 27 y Gráfico 6).

Por otra parte, pese a la inexistencia de diferencias significativas entre los niños situados en las franjas de mayor edad, tal y como se constató con anterioridad, dichas diferencias muestran una clara tendencia a la baja. Esta circunstancia corrobora lo comentado hasta el momento: a mayor edad, decrece el rendimiento matemático.

Por otro lado y como complemento de los análisis estadísticos y de los gráficos vistos previamente, presentamos un histograma (Gráfico 18) donde se muestra el porcentaje de alumnos que, para las franjas de edad consideradas de la metodología *Monumentalista,* ha alcanzado cada uno de los siete niveles de competencia matemática que categoriza *TEMA-3*,.

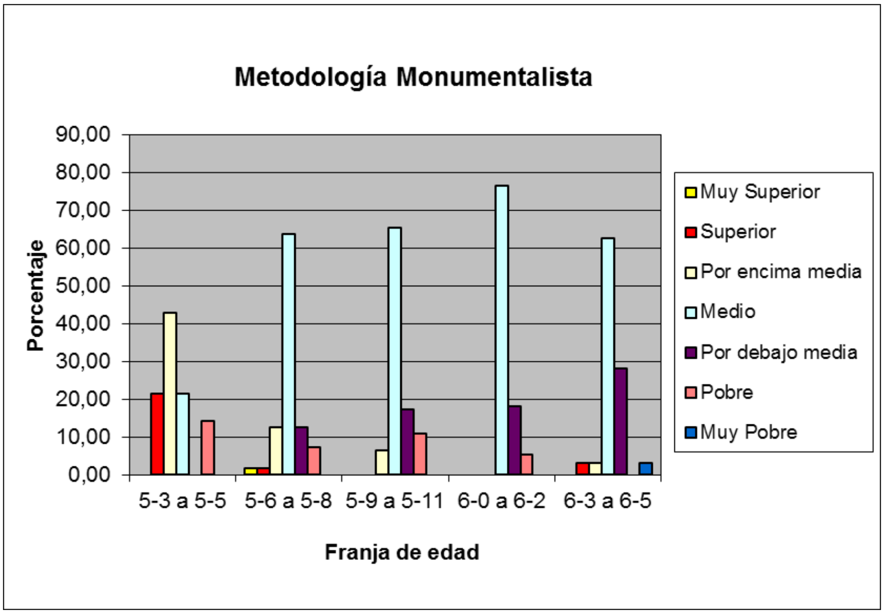


Gráfico 18. Porcentaje de alumnos que alcanzan cada uno de los siete niveles de Índice de Competencia Matemática (TEMA-3) según Franja de edad.
(Metodología Monumentalista).

Este histograma permite visualizar cómo los mejores resultados se concentran en la franja de edad más corta (5-3 a 5-5) y aunque no presenta sujetos del nivel "Muy superior", sí están representados el "Superior" (21.43%) y el nivel "Por encima de la media" (42.86%).

En lo que respecta al resto de *Franjas de edad*, se observa una gran presencia del nivel "Medio" que predomina ampliamente respecto a los demás, fluctuando entre el 62.5 y el 76.36% de alumnos, así como del nivel "Por debajo de la media", con porcentajes también bastante importantes.

Vemos, por tanto, unos *Índices de Competencia Matemática* aceptables para los niños más pequeños, pero bajos para el resto de franjas.

También encontramos unos porcentajes que podemos considerar apreciables en los niveles "Por debajo de la media", "Pobre" y "Muy pobre", y que sumados en cada una de las *Franjas de edad* ofrecen los siguientes resultados: 5-3 a 5-5 (14.28%), 5-6 a 5-8 (20%), 5-9 a 5-11 (28.26%), 6-0 a 6-2 (23.64%) y 6-3 a 6-5 (31.25%).

Dichos resultados muestran la escasa eficacia de la enseñanza de las matemáticas desde esta metodología. Ello podría deberse a que el nivel de exigencia media de la clase, tanto en lo que respecta a edad como a conocimientos, beneficia a los más pequeños, que lejos de no ser capaces de seguir el ritmo de la clase, van aprendiendo contenidos, conceptos y desarrollando habilidades, que les permiten obtener altas puntuaciones.

Recordemos que no estamos comparando en una única prueba, a modo de examen, lo que los niños de una misma clase son capaces de hacer más allá de su edad, sino lo que pueden llegar a saber respecto a su propia edad normativa.

A la falta de exigencia se le une el cambio del tipo de actividades desarrolladas en clase, donde, según avanzan los niños en edad, se incrementa el tipo de aquéllas basadas en fichas y libros. Este tipo de actividades tan abstractas, tan poco tangibles y significativas para los niños pueden ser las responsables de la falta de compresión y por tanto de buenos resultados.

3.4.2 Influencia de la didáctica en la Metodología Funcionalista.

En lo que respecta a la metodología *Funcionalista* destacar que manifiesta un comportamiento muy parecido a la *Monumentalista*, presentando asimismo sus mejores resultados en la *Franja de edad* de los más pequeños.

Así, la metodología *Funcionalista,* muestra diferencias estadísticamente significativas en todos los pares producidos entre las franjas (5-3 a 5-5) hasta (6-3 a 6-5), a favor de los primeros, evidenciando de modo muy claro los mejores resultados de los niños de menor edad.

En las interacciones que se producen en la siguiente franja de (5-6 a 5-8) respecto a los de edad superior, solo aparece una estadísticamente significativa (5-6 a 5-8) frente a (6-3 a 6-5).

El anterior dato, incluso menor, es similar al encontrado en la metodología *Monumentalista,* en el que aparecían dos interacciones significativas, indicando asimismo, un cierto declive en el rendimiento al avanzar en la edad (Tablas 26 y 27 y Gráfico 6).

En cuanto al resto de franjas de edad, las superiores (a partir de cinco años y nueve meses), encontramos idénticos resultados entre las dos metodologías vistas hasta el momento.

En ambos casos no hay diferencias apreciables, mostrándose asimismo cierto descenso en el rendimiento matemático.

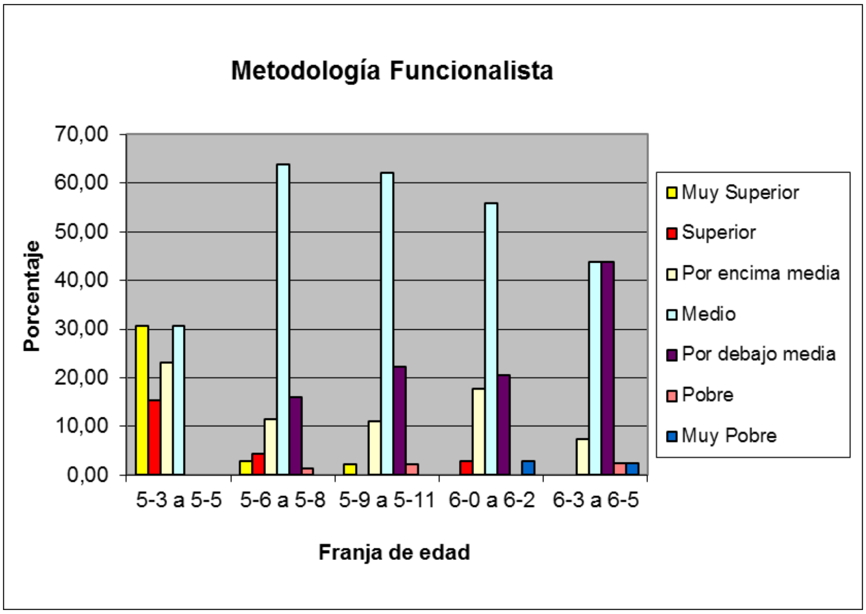


Gráfico 19. Porcentaje de alumnos que alcanzan cada uno de los siete niveles de Índice de Competencia Matemática (TEMA-3) según Franja de edad. (Metodología Funcionalista).

La metodología *Funcionalista* (Gráfico 19) presenta, efectivamente, un comportamiento muy similar a la anteriormente comentada, la *Monumentalista*. Los mejores resultados quedan igualmente circunscritos sólo a la *Franja de edad* 5-3 a 5-5, es decir, la de los más pequeños. Si bien en esta metodología y en dicha franja, los porcentajes de niños situados "Por encima de la media" son considerables.

Observamos presencia del nivel "Muy superior", nivel ausente en la metodología *Monumentalista*, en un 30.77% de alumnado. También cuenta con un 15.38% del nivel "Muy superior" y un 23.08% "Por encima de la media". Así pues, observamos cómo el 69.23% de niños con una edad que oscila entre los cinco años y tres meses y los cinco años y cinco meses, consiguieron unos buenos resultados matemáticos que van más allá del nivel "Medio".

El comportamiento del resto de franjas es parecido a la metodología *Monumentalista* en cuanto que existe una gran presencia del nivel "Medio", con porcentajes que oscilan entre el 43.9 y el 63.77%. No obstante el porcentaje era mayor en la *Monumentalista* (entre el 62.5 y el 76.36%) y esto es debido a que se incrementa notablemente el nivel "Por debajo de la media" en la metodología *Funcionalista* (fluctuando entre el 15.94 y el 43.9%). Si observamos el gráfico 19, apreciaremos cómo a medida que aumenta la edad decrecen los porcentajes en el nivel "Medio", incrementándose de modo inverso los referidos al nivel "Por debajo de la media". Queda patente que es el grupo medio de la clase el que parece como quedar anclado en sus aprendizajes matemáticos, como si de pronto se les dejase de estimular o enseñar. Tal vez la explicación sea que el tipo de actividades que realizan, como utilizar números de su entorno que están alejados de su comprensión y la falta de conocimientos previos que apoyen los nuevos aprendizajes. Así, no se aporta ningún tipo de conocimiento añadido, sencillamente no se avanza.

Por otro lado son destacables, en conjunto, los resultados situados por debajo de la franja media (sumados los niveles "Por debajo de la media", "Pobre" y "Muy pobre"), con los siguientes porcentajes: 5-3 a 5-5 (0%), 5-6 a 5-8 (17.39%), 5-9 a 5-11 (24.44%), 6-0 a 6-2 (23.53%) y 6-3 a 6-5 (48.78%). Si bien resulta llamativo el que ningún niño de los más pequeños haya obtenido un mal resultado matemático, no lo es menos el que casi la mitad de ellos en la franja de los más mayores (6-3 a 6-5) obtengan tan malos resultados.

En el caso de esta metodología, la *Funcionalista*, la concentración tan acusada en los niveles "Medio" y "Por debajo de la media", así como los crecientes malos resultados derivados del sumatorio de todos los niveles por debajo del "Medio", podrían explicarse a partir del planteamiento de este tipo de metodología, ya que, a nuestro juicio, son dos los grandes inconvenientes que plantea.

Uno, es que se abusa del aprendizaje por descubrimiento. Son muchas las cuestiones que se dejan en manos de los propios niños, siendo ellos los que han de "rellenar" por sí mismos, ideas, significados, conceptos, relaciones… generando muchas dudas y retrasos en los aprendizajes. Esta forma de interactuar con el alumnado suele favorecer a los más inteligentes y perjudicar a los menos dotados cognitivamente. Asimismo afecta negativamente a los que tienen una menor predisposición o interés hacia el aprendizaje en general o a las matemáticas en particular.

La otra razón, es que al partir de unas matemáticas prácticas, ligadas a lo cotidiano, obvian conocimientos previos, así como el desarrollo de ciertas habilidades que son necesarias (tal y como se ha comentado en anterioridad). Se trata de unas matemáticas un tanto desordenadas. Esa misma razón las convierte en poco estructuradas en el sentido en que las programaciones de los docentes no siguen un orden que vaya de lo fácil a lo difícil, de lo próximo a lo lejano, que tenga en cuenta la necesidad de ciertos conocimientos previos para la construcción de otros más elaborados o complejos. Así, por ejemplo, se emplean números de cierta consideración o tamaño sin que los anteriores hayan sido construidos de una manera comprensible y coherente. De igual modo no se interioriza la serie numérica de modo que los niños puedan operar sobre ella (rompiendo la cadena de eslabones, realizando verbalizaciones numéricas descendentes…), siendo estas habilidades necesarias para poder operar con las entidades numéricas además de darles sentido. Es por ello que el nivel "Por debajo de la media" sigue una evolución fuerte al alza a medida que resultan necesarios más conocimientos matemáticos "formales".

3.4.3 Influencia de la didáctica en la Metodología Neurológico-Principios.

Por su parte la metodología *Neurológico-Principios* presenta, con una sola excepción, diferencias significativas en todas las comparaciones realizadas. Dicha excepción se produce entre la franja de más corta edad (5-3 a 5-5) frente a (5-6 a 5-8), y aunque la diferencia es pequeña, también muestra una tendencia a favor de los más pequeños. El hecho de que no haya diferencias entre ambas franjas cabe interpretarlo como un reflejo de los extraordinarios resultados obtenidos en las dos.

El resto de comparaciones (ver Tablas 26 y 27 y Gráfico 6) refleja diferencias significativas por la fuerte caída de resultados en la tercera franja de edad (5-9 a 5-11), la recuperación al alza de la cuarta franja (6-0 a 6-2) y de nuevo otra fuerte caída de la quinta y última (6-3 a 6-5).

Por su parte, la interacción entre *Metodología* x *Franja de edad*, (Tablas 26 y 27), muestra unos resultados siempre superiores de la *Neurológico-Principios* respecto a la *Monumentalista* y la *Funcionalista*. En todas las comparaciones las diferencias son estadísticamente significativas con la única excepción de la franja de menor edad (5-3 a 5-5) respecto a la metodología *Funcionalista*.

Es evidente, la metodología *Neurológico-Principios* se muestra muy superior a las otras dos manteniéndose en todo momento por encima, no solo de éstas, sino también de la media estándar facilitada por el instrumento *TEMA-3.*

Por su parte, las otras dos metodologías, *Monumentalista* y *Funcionalista*, muestran resultados deficientes en tres de las cinco franjas de edad, (5-9 a 5-11, 6-0 a 6-2 y 6-3 a 6-5), quedando sus medias por debajo de 100.

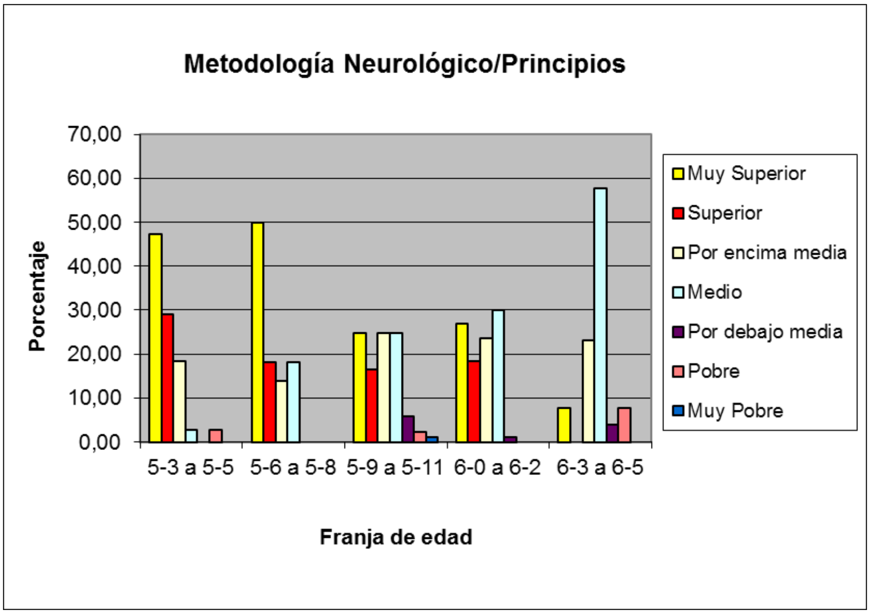


Gráfico 20. Porcentaje de alumnos que alcanzan cada uno de los siete niveles de Índice de Competencia Matemática (TEMA-3) según Franja de edad. (Metodología Neurológico-Principios).

En el caso de la metodología *Neurológico-Principios* el gráfico 20 muestra un comportamiento para esta metodología muy diferente a las otras dos analizadas. Se observa una gran presencia del nivel “Muy superior” tanto en la franja 5-3 a 5-5 como en la de 5-6 a 5-8 con un porcentaje de alumnos que se sitúa en el 47.37% y 50% respectivamente, siendo tal y como se puede observar, incluso levemente mayor en la segunda.

Por otra parte, sumados los porcentajes de todos los niveles de la franja de edad 5-3 a 5-5 con buenos resultados en el *Índice de Competencia Matemática*: “Muy superior” (47.37%), “Superior” (28.95%) y “Por encima de la media” (18.45%), encontramos que el 94.74% del alumnado ha obtenido unas extraordinarias puntuaciones.

Resulta evidente que los niños más pequeños también salen beneficiados, al igual que en las metodologías *Monumentalista* y *Funcionalista*, pero con la diferencia que en la *Neurológico-Principios* se han alcanzado unos porcentajes de alto rendimiento muy por encima.

Por otro lado también muestra un buen comportamiento en los niveles situados por debajo del nivel “Medio”, con un 0% en “Por debajo de la media”, un 2.63% en “Pobre” y un 0% en “Muy Pobre”. La metodología *Monumentalista* ofrece, sumados estos tres niveles, un porcentaje del 14.29% y la *Funcionalista* un 0%.

Los excelentes resultados en la primera de las franjas de edad podrían deberse al tipo de exigencia derivado de los ítems en TEMA-3, muy ligados a la construcción de la línea numérica mental y que son muy trabajados desde esta metodología.

Para alcanzar el nivel muy superior los niños deben obtener una puntuación directa de 32 puntos por lo que han de llegar a ese ítem con los cinco anteriores acertados (suelo) o acertar algunos de los siguientes de modo que al final lleguen a dicha puntuación.

El hecho de que hasta un 47 % de los niños de esta metodología lo hayan alcanzado puede ser debido, como acabamos de señalar, a que muchos de esos ítems necesitan de una buena construcción de la línea numérica mental, ya que tiene una fuerte repercusión en la comparación de números de una y dos cifras (ítems 26 y 35 respectivamente), producir conjuntos hasta 19 elementos (ítem 27), verbalización de la serie numérica a partir del n+1 hasta el 42 (ítem 29), identificación del número siguiente a uno dado con transición de decena (ítem 32), verbalizar de diez en diez de forma ascendente desde el 0 al 90 (ítem 33).

Por otro lado también necesitan de la habilidad en la lectura de números de dos cifras, del 0 al 19 y del 20 al 99 (ítems 28 y 30 respectivamente), también desarrollados de forma específica desde esta metodología Neurológico-Principios.

En el gráfico 20 también observamos cómo casi un 30% obtiene el nivel “superior”, resultados que unidos al “Muy superior”, alcanzan un porcentaje cercano al 80% de la clase.

En lo que se refiere a los niños con malos resultados en esta primera franja de edad, vemos una presencia casi irrelevante en las metodologías Neurológico-Principios y Funcionalista, cosa que no ocurre con la Monumentalista. Esto puede ser debido a la escasa exigencia de los ítems 11 a 16, aproximadamente.

La siguiente franja de edad, 5-6 a 5-8 también muestra unos excelentes resultados tal y como se ha comentado con anterioridad. Si de igual modo sumamos los tres niveles con mejor *Índice de Competencia Matemática*, “Muy superior” (50%), “Superior” (18.06%) y “Por encima de la media” (13.89%), encontramos un excelente comportamiento con un 81.94% de alumnos con un buen rendimiento matemático.

Resulta llamativo el que el porcentaje de alumnado con resultados situados por debajo del nivel “Medio” sea del 0%, frente al 20% de la metodología *Monumentalista* y el 17.39% de la *Funcionalista*.

En lo que respecta a los niños situados entre los 5 años y 9 meses y los 5 años y 11 meses, la distribución porcentual está muy equilibrada, situándose los niveles “Muy superior”, “Por encima de la media”, y “Medio” prácticamente en el 25% cada uno de ellos y en el 16.47% el “Superior”.

Si sumamos los tres mejores niveles de Índice de Competencia Matemática alcanzamos en esta franja de edad el 65.88% del alumnado, y sumados los tres peores el 9.41%, muy lejos del 28.26% de la metodología *Monumentalista* y del 24.44% de la *Funcionalista*.

Por su parte, la franja situada entre los 6-0 a 6-2, se presenta de un modo muy similar a la anterior, con resultados muy equilibrados entre los cuatro niveles que van desde el "Medio" al "Muy superior". Incluso se observa ligeramente un alza en los porcentajes respecto a la franja de edad inmediatamente anterior: "Muy superior" (26.88%), "Superior" (18.28%), "Por encima de la media" (23.66%), lo que sumado ofrece un porcentaje de niños con buenos resultados del 68.82%.

En lo que respecta a los porcentajes de niños con malos resultados resulta destacable el que sea tan solo del 1.08%. Si lo comparamos con los obtenidos en la metodología *Monumentalista* 23.64%, y la *Funcionalista* 23.53%, observamos una gran diferencia al respecto con un fracaso matemático prácticamente inexistente en la metodología *Neurológico-Principios.*

La última de las franjas de edad analizadas (6-3 a 6-5), presenta un perfil muy distinto a las cuatro anteriores, con una altísima presencia del nivel "Medio" en el alumnado (57.69%).

En lo que respecta al buen rendimiento matemático, que como hemos visto hasta el momento es el resultado de la suma de los tres niveles superiores del *Índice de Competencia Matemática*, muestran un fuerte descenso, con un total del 30.77%.

Si comparamos este resultado con el resto de franjas de esta metodología efectivamente se observa una fuerte caída en los niveles superiores.

Por otra parte si lo comparamos con las otras dos metodologías también arroja información interesante pues la *Monumentalista* se queda en el 6.25% de niños con buenos resultados y la *Funcionalista* con el 7.32%.

En cuanto a resultados por debajo del nivel "Medio", nos situamos en el 11.53%, frente al 31.25% en niños de la metodología *Monumentalista* y el 48.78% de la *Funcionalista*. Los moderados logros de la metodología Neurológico-Principios respecto a esta última franja de edad estudiada, pueden estar debidos a la progresiva presencia de problemas en la prueba TEMA-3, adquiriendo estos una dimensión de trabajo y presencia nada habitual en las aulas de infantil.

Tal vez debamos insistir en cuestiones derivadas del razonamiento y el tratamiento en general de los problemas matemáticos para obtener unos resultados acordes al resto de franjas de edad. La cuestión es… ¿serán sus mentes capaces de asimilar y emplear las estrategias adecuadas para resolver problemas que a priori son de edades superiores? Esta cuestión queda abierta para futuras investigaciones.

En resumen, podemos observar como la influencia de la didáctica respecto a la Metodología Neurológico-Principios, se muestra como mucho más robusta en todas sus facetas y niveles, si bien deberíamos incidir más, tal y como acabamos de comentar, en la resolución de problemas.

3.5. Nivel de asociación y capacidad predictiva de las dimensiones del instrumento IDT respecto a la variable TEMA-3.

El quinto objetivo que nos propusimos fue verificar la capacidad predictiva de la prueba de detección temprana de potencial de aprendizaje (IDT) a partir de los cuatro bloques o dimensiones que lo integran sobre el rendimiento en la adquisición del número en la etapa de Educación Infantil, operativizado dicho rendimiento a través del *Índice de Competencia Matemática* (ICM *TEMA-3*). Nuestra hipótesis al respecto es que, efectivamente, podríamos predecir el rendimiento en la adquisición del concepto de número de los alumnos a partir de dicho instrumento y que además la predicción mejoraría notablemente cuando la metodología utilizada fuera la *Neurológico-Principios,* estando implicados en este caso los cuatro bloques en que se estructura el instrumento (IDT): *I Actividades iniciales para la detección, II Aspectos visomotores y adaptativos, III Lenguaje y funciones cognitivas* y *IV Motricidad gruesa y esquema corporal*, dada la gran implicación de las distintas áreas de ambos hemisferios del cerebro, para el manejo de los números.

Para someter a prueba estas hipótesis llevamos a cabo diferentes regresiones múltiples, en concreto una para cada tipo de metodología, utilizando como variable criterio en todos los casos el Índice de Competencia Matemática (ICM) y como variables predictoras las diferentes dimensiones o bloques del Inventario del instrumento IDT.

3.5.1. Metodología Monumentalista.

Considerando los cuatro predictores de este primer el análisis, explican en conjunto un 7.3% de la variabilidad del criterio *TEMA-3*, porcentaje que a pesar de no ser elevado, resultó ser estadísticamente significativo.

En concreto, el *bloque de Lenguaje y funciones cognitivas* fue la única dimensión cuya pendiente resultó significativa y, consecuentemente la única de las cuatro variables predictoras consideradas que predice adecuadamente las puntuaciones de *TEMA-3* (sólo dicha variable contribuye de forma significativa al ajuste del modelo en el caso de la metodología *Monumentalista*).

3.5.2. Metodología Funcionalista.

En el caso de la metodología *Funcionalista*, el resumen del modelo de regresión mostró resultados análogos a los obtenidos en el caso de la metodología *Monumentalista*.

En este caso, los cuatro predictores incluidos en el análisis explican un 4.3% de la variabilidad de la variable dependiente (R^2 = 0.04, corregida = 0.02). En este caso, la ecuación de regresión no ofrece un ajuste adecuado, es decir, el porcentaje de varianza explicado por el modelo cuando incluimos los cuatro predictores no alcanza la significación estadística.

Pese a ello, la dimensión *bloque de Lenguaje y funciones cognitivas* se muestra como el único predictor adecuado de la variable *TEMA-3*, sólo dicha variable contribuye de forma significativa al ajuste del modelo.

3.5.3. Metodología Neurológico-Principios.

En conjunto, los cuatro predictores explican en este caso un 11.3% de la variabilidad de la variable dependiente, porcentaje de varianza que resultó ser significativo. En cuanto a los coeficientes de regresión, muestran que las dimensiones *Actividades Iniciales para la detección* y *Lenguaje y funciones cognitivas* son ambas predictores adecuados de *TEMA-3.* De nuevo, como ocurría con las dos metodologías anteriores (*Monumentalista y Funcionalista*), la dimensión de *Lenguaje y funciones cognitivas*, se muestra como el mejor predictor de *TEMA-3.*

En primer lugar, nuestra hipótesis al respecto (hipótesis 5ª) era que podríamos predecir el rendimiento en la adquisición del concepto de número (*TEMA-3*) a partir de las dimensiones del instrumento IDT. En concreto, afirmábamos que el principal predictor para todas las metodologías consideradas en el presente estudio, sería la dimensión III *Lenguaje y funciones cognitivas* al ser el aspecto esencial para la construcción y manipulación del concepto de número. Efectivamente, como acabamos de exponer, dicha dimensión se ha mostrado determinante a la hora de realizar predicciones acerca de la adquisición del concepto de número a través de todas las metodologías. Ello es debido a que los números se representan y se opera a través de ellos mediante las denominadas "palabras–número" (por ejemplo, "tres"), gestión que se lleva a cabo en el hemisferio izquierdo debido a la dominancia que ejerce en todo lo relativo al lenguaje. No obstante, la construcción del número no sólo se realiza a partir de las citadas "palabras–número" y de las estructuras y procesos cognitivos que tienen lugar en el hemisferio izquierdo. Un ejemplo sería el que aporta Dehaene (1997 a), según el cual las regiones occisito-temporales ventrales de los dos hemisferios reconocen las cifras, pero para las palabras sólo interviene la región izquierda.

La otra dimensión que ofreció resultados estadísticamente significativos fue la primera, *Actividades iniciales para la detección (I),* en la cual se pide a los niños que dibujen a una persona y que permite observar cómo reaccionan a un requerimiento relativamente no estructurado. El IDT presenta esta dimensión como la de menor importancia respecto las otras tres, pues se centra y desarrolla mucho más el resto de dimensiones. Así, esta prueba se dirige, sobre todo, a reconocer la habilidad de los niños para adquirir destrezas y no a evaluar logros o grado de ejecución de determinadas habilidades. No obstante, la dimensión *Actividades iniciales para la detección,* resulta ser de suma importancia en el desarrollo cognitivo de los niños. En concreto, tanto el IDT como otros instrumentos similares, abordan esta dimensión a partir del dibujo del cuerpo humano, que es lo primero que representan los niños a nivel gráfico y que refleja el grado de conocimiento, estructuración, y representación que tienen sobre aquello que les resulta más significativo y relevante en ese momento evolutivo: las personas. Su ejecución más elaborada, con mayor número de detalles e incluso su distribución espacial, indica niños más maduros, cuestión que suele mostrarse bastante estable en muchos de ellos a lo largo de la educación infantil. Esa representación pasa desde los llamados “cabezones” (representación de la cabeza de la que parten directamente las extremidades) a otras tremendamente detallistas que incorporan prendas de vestir e incluso objetos ornamentales. Recordemos que los niños no representan “lo que ven” sino “lo que saben”. Así pues, pensamos que los procesos cognitivos que se encuentran en la base de dicha madurez o habilidad para representar los primeros conocimientos, se encuentran también presentes en posteriores manipulaciones del número que igualmente necesitan de determinado grado de conocimiento, estructuración y representación tanto mental como escrito.

En cuanto a la dimensión II del IDT (*Aspectos visomotores y adaptativos*), el que no haya aparecido como un predictor adecuado de *TEMA-3* es hasta cierto punto lógico si tenemos en cuenta que los contenidos implicados en esta prueba evalúan aspectos perceptivos relacionados con la coordinación visomotora: examina el control de la motricidad fina, la coordinación viso-motriz, la habilidad para recordar secuencias visuales, la habilidad para dibujar formas visuales (bidimensional) y la habilidad para reproducir estructuras visuales (tridimensional), cuestiones que tienen poco peso específico en la construcción del concepto de número cuando llegamos a niveles altos. Un ejemplo claro serían los ítems de *TEMA-3* en los cuales se evalúa el "conteo". Conforme el alumno avanza hacia ítems que implican mayor índice de dificultad, actividades como la mencionada van perdiendo protagonismo. Por otra parte, lo mismo ocurre con los aspectos perceptivos, los cuales generan confusiones a los más pequeños. Sin embargo a partir del desarrollo de ciertas habilidades matemáticas, quedan relegados a un segundo plano. Otro ejemplo al respecto puede ser el de la "conservación de la cantidad" de Piaget. Por otra parte, pensamos que esta dimensión podría ser relevante en la resolución de problemas dada la necesidad de representarlos física y/o mentalmente como paso previo a su correcta consecución. Un problema en el cual el niño no sea capaz de poner en juego estas habilidades representativas, probablemente implicará la falta de comprensión del mismo e incapacidad para resolverlo.

En relación con los resultados obtenidos en la dimensión IV del IDT (*Motricidad gruesa y esquema corporal)* hay que considerar que dicha dimensión examina el equilibrio, coordinación de motricidad gruesa y la habilidad para imitar posiciones corporales a partir de claves visuales, cuestiones que en su mayor medida están relacionadas con lo que podemos denominar "motricidad gruesa", sin embargo, encontramos una escasa presencia de aspectos relacionados con el "esquema corporal" siendo este último mucho más relevante respecto a la construcción del número. Por ejemplo, conceptos como "arriba y abajo", "delante – detrás" y, en particular, "izquierda – derecha", son de suma importancia para el valor posicional de las cifras, la suma, resta… aspectos poco representados en la citada dimensión de la prueba IDT.

Además, en segundo lugar, en nuestra cuarta hipótesis planteábamos que la predicción mejoraría notablemente al utilizar una metodología basada en un *enfoque Neurológico-Principios* y se mostrarían como predictores adecuados, en este caso, los cuatro bloques del instrumento IDT: *I Actividades iniciales para la detección, II Aspectos visomotores y adaptativos, III Lenguaje y funciones cognitivas* y *IV Motricidad gruesa y esquema corporal,* ya que en el aprendizaje del concepto de número están presentes y son necesarias distintas áreas localizadas en diferentes regiones cerebrales, tal y como se vio en la parte teórica. Por ejemplo, podemos citar el caso de restas repetitivas, en las cuales la actividad cerebral se centra en el surco intraparietal, produciéndose asimismo en los lóbulos frontales cuando es fruto de la memorización de resultados sencillos. En el caso de restas más complejas, la sustracción provoca la activación de ambos hemisferios y la comparación genera actividad casi exclusiva del hemisferio izquierdo. Estos son algunos de los muchos ejemplos que justifican el hecho de la multiplicidad de áreas y regiones de ambos hemisferios que se ponen en marcha, incluso al unísono, en función de la habilidad matemática solicitada. Efectivamente, según lo previsto, el porcentaje de varianza explicada se incrementó con la metodología fue *Neurológico-Principios,* aunque sólo hemos podido confirmar parcialmente la segunda parte de esta quinta hipótesis ya que solo dos de los cuatro componentes del IDT se han mostrado como buenos predictores de *TEMA-3*.

3.6. Diferencias en función de la Metodología.

Los excelentes resultados obtenidos en la metodología *Neurológico-Principios* son en parte debidos a que se adapta muy bien a la psicología de los niños.

Dicha adaptación tiene muy en cuenta la significatividad lógica, la psicológica así como los aspectos motivacionales, esto es, las tres condiciones que según Ausubel todo aprendizaje ha de tener para que sea significativo.

Para respetar la significatividad lógica, los materiales, la información, se ha de presentar y plantear de forma que les resulte a los niños comprensible y coherente. Para ello las actividades de esta metodología (anexo I, página 455) están estratificadas de modo que se respeten sus conocimientos previos, construyendo sobre éstos los siguientes.

Esta cuestión que parece tan obvia es constantemente desatendida sobre todo en la metodología *Funcionalista* donde los números no tienen una estructura lógica.

En lo que respecta a la significatividad psicológica decir que está referida a lo que los aprendizajes han de ser adecuados a las posibilidades cognitivas y madurativas propias de cada edad.

La metodología *Neurológico-Principios* demuestra que los niños son capaces de alcanzar cotas de rendimiento matemático muy por encima de lo visto hasta el momento, siguiendo siempre con una premisa fundamental: no se trata de intentar ir muy deprisa en nuestras pretensiones, como ocurre con la metodología *Funcionalista* que muy pronto comienza a utilizar grandes números, ligados además al paso del tiempo con toda la dificultad que ello implica, como los de la fecha (28 de octubre de 2012 por ejemplo), sino de realizarla de modo que todo aquello que vayan construyendo sea comprensible para ellos. En este momento la clave del éxito radica más en su comprensividad y coherencia que en cuestiones prácticas.

En cuanto al tercer y último componente del aprendizaje significativo, los aspectos motivacionales, la metodología *Neurológico-Principios* también marca las diferencias en cuanto que respeta el gran centro de interés de los niños: el juego.

Así pues, este tipo de actividad, natural, espontánea y siempre presente en los niños, tiene un potencial extraordinariamente importante.

En las actividades del anexo I, página 455, hay muchos ejemplos de ello, resultando sorprendente y gratificante a la vez, ver cómo los alumnos piden una y otra vez realizar actividades matemáticas de gran dificultad como pueden ser "Las jaulas", y la de "¿Sabes cuál es…?" ambas en el anexo I, páginas 498 y 463 respectivamente, que desarrollan la comprensión del valor posicional de la cifras con números formados con cuatro cifras o la comparación de números respectivamente.

Tal vez sea la metodología Monumentalista la que tenga menos en cuenta este tercer componente del aprendizaje significativo, relegando las matemáticas a un tipo de actividad con exceso de presencia del papel (trabajo por fichas y libros).

El Gráfico 21 muestra el porcentaje de niños, que según las diferentes metodologías, se encuentra en cada uno de los siete niveles de Competencia Matemática de la prueba TEMA-3. Resulta clara la similitud de resultados en las Metodologías Monumentalista y Funcionalista. En ambos casos prevalecen los "medios", siendo asimismo los que están por encima y debajo del "nivel medio" similares.

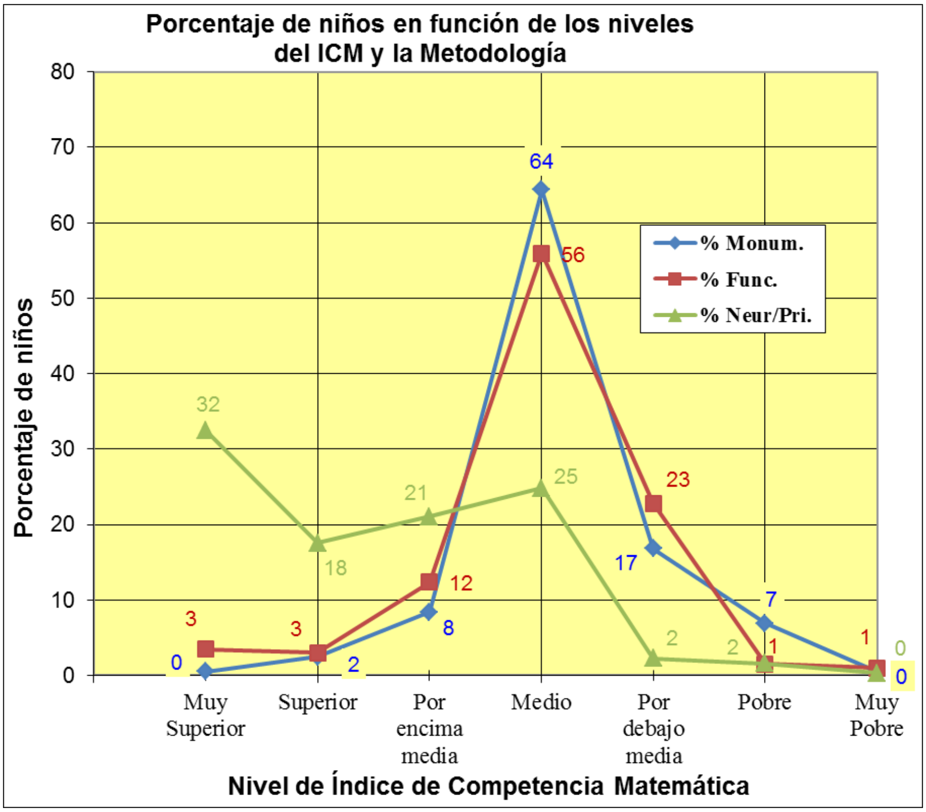


Gráfico 21. Porcentaje de alumnos que alcanzan cada uno de los niveles de Competencia Matemática (TEMA-3) en función de la metodología.

Por su parte la Metodología Neurológico-Principios tiene a su alumnado situado en su mayoría “por encima de la media”, hasta un 71%, y con un grupo “medio” del 25%.

Dicho grupo medio se nutre especialmente de los niños con una mayor franja de edad 6-3 a 6-5 años.

Como se comentó con anterioridad, tal vez este grupo ha recibido un inadecuado tratamiento de la resolución de problemas (cuestión que se incrementa notablemente en esta edades en la prueba TEMA-3), o incluso se haya tenido unas bajas expectativas de éxito con ellos.

Otra cuestión a destacar de esta metodología es el escaso porcentaje de alumnos con pobres resultados, tan solo el 4%.

TERCERA PARTE: PROSPECTIVA

1. SUGERENCIAS A FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Son muchas las cuestiones sobre las que se puede profundizar a partir de la presente investigación.

La primera de ellas queda referida a los diferentes procesos mentales involucrados en la construcción del número.

Uno de ellos, es la manera en que el cerebro guarda e interconecta la información a por medio de las redes de memoria. Este tema resulta interesante desde el punto de vista de que cada una de ellas gestiona y guarda la información en distintas áreas, interconectándolas a partir de experiencias, actividades, sucesos… Algunos tipos de experiencia, de saberes, quedan grabados en nuestras mentes de una manera más sólida y consistente al paso del tiempo que otras. Así, aprendizajes ligados a aspectos motores, tienen esa característica. Una posible investigación podría partir de la hipótesis, que aprender el número asociándolo, siempre que sea posible, a actividades donde esté presente el movimiento, generarían una construcción más rápida, sólida y sobre todo duradera.

Otro proceso clave en nuestra investigación es el que origina y gestiona la línea numérica mental. Concretar más sobre los mecanismos sobre los que se sustenta podría aportar, tal vez, información relevante que sería de provecho para la programación curricular. Por otra parte, ver qué repercusión tiene cada una de las habilidades involucradas en ella (serie numérica, comparación…), permitiría diseñar con mayor eficiencia las situaciones de aprendizaje.

No menos importante es todo aquello relacionado con el lenguaje. De él depende en gran medida la construcción del número. Es mucho lo que se puede investigar al respecto, viendo por ejemplo, cómo se transforman de unos lenguajes notacionales a otros.

En cuanto a las multiconexiones, sostenemos que son la generación de diferentes vías para interconectar información en distintas redes de memoria. Así, al mantener dos grupos neuronales activos a la vez, estamos facilitando su conexión. Profundizar sobre cómo se realizan dichas conexiones permitiría tomar decisiones en el diseño de las actividades.

Igualmente interesante sería cualquier otra investigación sobre aspectos cognitivos y su relación con el número. Entre ellos destacar el la atención, el razonamiento, la estimación, la transferencia…

Una línea de investigación diferente podría enfocarse a determinar el peso de las distintas variables presentes en el concepto de número. Investigaciones como las descritas a lo largo del presente trabajo han demostrado su presencia, pero cabría determinar la importancia de cada una de ellas en relación a las demás. Esta cuestión arrojaría información relevante desde el punto de vista de que los docentes podríamos volcar más o menos trabajo en ellas en función de su importancia, grado de dificultad, repercusión por la interacción con otras…

Asimismo, investigar sobre el momento más adecuado para trabajar cada una de las variables del concepto de número, aseguraría programaciones más eficientes desde el punto de vista de respeto por el desarrollo psicoevolutivo de los niños.

Siguiendo con más propuestas de investigación, creemos que también se podrían dirigir hacia cuestiones derivadas del razonamiento y el tratamiento en general de los problemas matemáticos. En la presente investigación ha quedado patente que las tres metodologías investigadas han tenido sus peores resultados en los niños de infantil con mayor franja de edad. Hemos llegado a la conclusión de que tal vez una de sus principales causas sea una mala gestión en la resolución de problemas. Así, se debería saber más sobre el modo en que un niño estructura, gestiona y resuelve los problemas. Son muchos los procesos cognitivos involucrados, por lo que el grado de complejidad a la hora de diseñar situaciones de aprendizaje es mucho mayor.

No obstante deberíamos tratar de averiguar de qué modo podríamos hacer comprender y resolver mejor actividades de resolución de problemas. Para lograr mejores resultados, hemos de responder a preguntas como: ¿serán sus mentes capaces de asimilar y emplear las estrategias más adecuadas para resolver problemas que a priori son complejas para ellos?

Creemos que una posible respuesta es que sí, y que el modo de hacerlo es potenciando el sistema representacional de los problemas. De ello ya hemos hablado tanto a nivel teórico como práctico, pero no sabemos si su aplicación generará diferencias significativas sobre otras metodologías de resolución de problemas.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA

AAVV, (1971). *Programas Renovados.* Ministerio de Educación y Ciencia.

AAVV, (1990). *Cajas Verdes.* Conselleria de Educación de la Comunidad Valenciana.

Alcalá, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona: Grao.

Alonso, D., y Fuentes, L.J. (2001). Mecanismos cerebrales del pensamiento matemático. *Revista de Neurología, 33* (6), 568-576.

Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J.M., Giménez, J., Torra, M. (1995). *Ensenyar matemàtiques*. Barcelona: Grao.

Alsina, A. y Sáiz, D. (2003). El papel de la memoria de trabajo en el cálculo mental un cuarto de siglo después de Hitch. *Infancia y aprendizaje, 27* (1), 15 – 25.

Alsina, A. (2006). *Cómo desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Barcelona: Octaedro – Eumo.

Allport, D. A. (1989). Visual attention. In M. I. Posner (Ed.), *Foundations of cognitive science.* Cambridge, MA: MIT Press.

Armendáriz, M.V., Azcárate, C. y Deulofeu, J. (1993). Didáctica de las Matemáticas y Psicología. *Infancia y aprendizaje, 16,* 62 - 63.

Ato, M. y Vallejo, G. (2007). *Diseños experimentales en Psicología.* Anaya: Madrid.

Ayala, C.I., Galve, J.L., Mozas, L. y Tallero, M. (1997). *Pues… ¡claro! Programa de estrategias de resolución de problemas y refuerzo de las operaciones básicas.* Madrid: CEPE.

Baddeley, A. D. (1999). *Memoria humana. Teoría y práctica*. Madrid: Mc Grau Hill.

Baqués, J. y Sáiz, D. (1999). Medidas simples y medidas compuestas de memoria de trabajo y su relación con el aprendizaje de la lectura. *Psicothema*, *11* (4), 737-745.

Barber, M. y Mourshed, M. (2007). *Informe McKinsey 2007. Cómo hicieron los sistemas educativos con mejor desempeño del mundo para alcanzar sus objetivos.* Recuperado de http://www.mckinsey.com/

Barkley R. (2003). Issues in the diagnosis of attention-deficit/hyperactivity disorder in children. *Brain Dev; 25,* 77-83.

Baroody, A. J. y Ginsburg, H.P. (1986). The relationship between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural Knowledge: the case of mathematics.* (pp. 75-112). Hillsdale, N.J.: Erlbaum.

Baroody, A. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Visor libros.

Bednarz, N. y Janvier, B. (1984 a). La numération: les difficultés suscitées par son apprentissage. *Grand N, 33,* 5 – 31.

Bednarz, N. y Janvier, B. (1984 b). La numération: une stratégie didactique cherchant favoriser une meilleure compréhension. *Grand N, 34,* 5 – 17.

Berjas, P. (2006). Educación infantil: propuesta metodológica para abordar las matemáticas en nuestra nueva realidad multicultural y multilingüe desde una perspectiva ecléctica, aprovechando distintos espacios educativos. En *Primer Congreso Internacional de Lógico-Matemática*. Madrid.

Berjas, P., Requena, C., Martínez, V., Rubia, E., Manzanera, E. y Martínez, S. et al. (2012). La conciencia fonológica numérica. En *X Jornadas de Educación Matemática.* Alicante.

Berjas, P. (2012). Génesis y construcción del valor posicional de las cifras en niños de infantil y primer ciclo de primaria. En *X Jornadas de Educación Matemática.* Alicante.

Bermejo, V. (2010). *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor.* Madrid: CCS.

Bever, T.G., Mehler, J., y Epstein, J., (1968). What children do in spite of what they know. *Science, 162,* 921-924.

Bideaud, J. (1988). *Logique et bricolage chez l'enfant.* Lille: Presses Universitaires de Lille.

Biederman, J., Faraone, S., Monuteaux, M., Bober, M., Cadogen, E. (2004). Gender effects on attention-deficit/hyperactivity disorder in adults, revisited. Biol. *Psychiatry, 55,* 692-700.

Brainerd, C.J. (1973 a). Mathematical and behavioral foundations of number. *Journal of General Psychology, 88,* 221-281.

Brainerd, C.J. (1973 b). The origins of number concepts. *Scientific American, 288,* 101-109.

Brainerd, C.J. (1973 c). The evolution of number. In *Paper of the Fourth Interdisciplinary Conference on Structural Learning.*

Brainerd, C.J. y Fraser, M. (1975). A further test of the ordinal theory of number development. *Journal of Genetic Psychology, 127,* 21-33.

Brainerd, C.J. (1979 a). *The origins of number concepts.* Nueva York: Praeger.

Brainerd, C.J. y Howe, M.L. (1979 b). An attentional analysis of small cardinal number concepts in five-year-olds. *Canadian Journal of Behavioral Science, 11,* 77-88.

Briand, J. ; Loubet, M. y Salin, M.H. (2004). Apprentissages Mathématiques en Maternelle. *En Didáctica de las matemáticas.* Chamorro, M.C. (2008). Madrid: Pearson Educación.

Brissiadud, R. (2003). *Comment les enfants apprennent à calculer*. Paris : Retz.

Brousseau, G. (1994). Los diferentes roles del maestro. *En Didáctica de Matemáticas.* Aportes y reflexiones, C. Parra; I. Saiz (comp.) Buenos Aires: Paidós Educador.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas.* Buenos Aires: Zorzal.

Bruner, J. (1966). *Toward a Theory of Instruction.* Cambridge, MA: Harward University Press.

Butterworth B. (1999). *The mathematical brain.* London: MacMillan.

Caba, A. (2007) Implicaciones para la filosofia de las matemáticas del constructivismo evolucionista de S. Dehaene. *Quaderns de filosofia i ciència, 37.*

Cairns, R. (1979). *Social development.* San Francisco: Freeman.

Calvo, M. (2005). Educación mixta, educación diferenciada: opciones en libertad. *Revista Nuestro Tiempo, 612,* 17-31.

Calvo, M. (2008). *Cerebro y educación. Hombres y mujeres: las diferencias cerebrales entre los sexos y su importancia en el aprendizaje.* Almuzara.

Canals, M.A. (2008). *Conversaciones matemáticas con Maria Antònia Canals.* Barcelona: Graó.

Canals, M.A. (2009 a). Documents de treball de Maria Antonia Canals. *SUMA.*

Canals, M.A. (2009 b). *Primeros números y primeras operaciones.* Associació de Mestres Rosa Sensat.

Canals, M.A. (2009 c). *Lógica a todas las edades.* Associació de Mestres Rosa Sensat.

Carey, S. (1985). *Conceptual change in childood.* The MIT press. Cambridge: Massachussets.

Carpenter, T.P., Fennema, E., Franke, M.L. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction.* Portsmouth: Heinemann.

Cascallana, M.T. (2002). *Iniciación a la matemática: materiales y recursos didácticos.* Madrid: Aula XXI.

Castro, C. y Escorial, B. (2007). Resolución de problemas aritméticos verbales en la Educación Infantil: una experiencia de enfoque investigativo. *Indivisa, Boletín de Estudios e Investigación. Monografía IX.*

Castro, Róbinson y Castro Rubby (2011). *Didáctica de las matemáticas: de preescolar a secundaria.* Ecoe Ediciones.

Chalmers, D. J. (1996). El problema de la consciencia. *Revista Investigación y ciencia, 233,* 60 – 67.

Chamorro, M.C. (2008). *Didáctica de las matemáticas.* Madrid: Pearson Educación.

Chi, M. T. H., y Klahr, D. (1975). Span and rate of apprehension in children and adults. *Journal of Experimental Child Psychology, 19,* 434-439.

Cipolotti, L., Butterworth, B., Denes, G. A. (1991). Specific deficit for numbers in a case of dense acalculia. *Brain, 114.*

Clements, D.H. (2004). Major themes and recommendations. En D.H. Clements, J. Sarama, & A.M. Dibiase (Eds.). *Engaging young children in mathematics: Standars for early childhood mathematics education,* 7-72. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Corbalán, F. (2011). *Mates de Cerca.* Barcelona: Graó.

Corbetta, M. y Shulman, G. (2002). Control of goal-directed and stimulus driven attention in the brain. *Nature Reviews Neuroscience, 3,* 201-215.

Cordero, J. y Manchón, C. (2012). Análisis de los condicionantes del rendimiento educativo de los alumnos españoles en PISA 2009 mediante técnicas multinivel. *En XIX encuentro de economía pública.* Santiago de Compostela, 26-27 de enero de 2012.

Courant, R. y Robbins, H. (1979). *¿Qué es la matemática? Exposición elementos de ideas y métodos.* Madrid: Ed. Colección Ciencia y Técnica Aguilar.

Cuetos, F. (1996). *Psicología de la lectura.* Editorial Escuela Española.

Cuetos, F. (2009). *Psicología de la escritura.* Editorial Escuela Española.

Damasio, A. R. (2000). Creación cerebral de la mente. *Revista Investigación y ciencia, 280,* 66 – 71.

De La Cruz, V. (1988). *Pruebas de Diagnóstico de Preescolar.* Madrid: TEA.

Dehaene, S., Dupoux, E., Mehler, J. (1990). Is numerical comparison digital: Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *J. Exp. Psychol Hum Percept Perform.*

Dehaene, S., Bossini, S. y Giraux, P. (1993).The mental representation of parity and numerical magnitude. *J. Exp Psychol Gen.*

Dehaene, S. y Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition, 1, 83 – 120.*

Dehaene, S. (1997 a). *The number sense: how the mind creates mathematics.* New York: Oxford University Press.

Dehaene, S. (1997 b) ¿Cómo calcula nuestro cerebro? *Revista Investigación y ciencia, 253,* 46 – 53.

Dehaene, S. y Jacob, O. (1997 c). *La Bosse des Maths.* Odile Jacob.

Dehaene, S., Spelke, El, Pinel, P. Stanescu, R. y Tsivkin, S. (1999). Sources of Mathematical Thinking: Behavioral and Brain Imaging Evidence. *Science, 284,* 970-974.

Dehaene, S. (2007 a). *What are numbers, really? A cerebral basis for number sense.* Recuperado de http://www.edge.org/3rd_culture/dehaene

Dehaene, S. (2007 b). *La representación de las matemáticas,* Recuperado de http://www.prbb.org/quark/21/021045.htm.

Deloche, G. y Seron, X. (1982 a). From one to 1: an análisis of transcoding process by jeans of neuropsichological data. *Cognition, 12,* 119-149.

Deloche, G. y Seron, X. (1982 b). From three to 3: A differential análisis of skills in transcoding quantities between patients with Broca's and Wernicke's aplasia. *Brain, 105,* 719-733.

Delval, J. (1983). *Crecer y pensar. La construcción del conocimiento en la escuela.* Barcelona: Laia.

Dienes, Z. P. (1964). *Building up mathematics.* Hutchinson Educational LTD (trad. cast. de Alberto Aispun y Amalia Quiñones: La construcción de la matemática. Barcelona: Vicens-Vives, 1970).

Doman, G. y Doman, J. (1995). *Cómo enseñar matemáticas a su bebé.* México: Diana.

Duit, R. y Glynn, S. (1996). Mental modelling. En Welford, G., Osborne, J. y Scotrt, P. (Eds). *Research in Science Education in Europe.* London: The Falmer Press Group.

Dunts, C., McWilliam, R.A. y Holbert, K. (1986). *Assessment of preschool classroom environments. Diagnostique». 11,* 212-232.

Fayol, M. (1990). *L'enfant et le nombre.* Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

Fayol, M., Camos, V. y Roussel, J. -L. (2000). Adquisition et mise en ouvre de la numération par les enfants de 2 à 9 ans. En M. Pesenti y X. Seron (Eds.). *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres*, 33-58. Marseille: Solal.

Fayol, M. (2005). ¿Cuentan mejor los niños asiáticos? *Revista Mente y Cerebro, 15,* 19 – 23.

Feliu, M., et al. (1993). *Diccionario enciclopédico Ilustrado Encas.* Lima, Perú: Encas.

Fernández, J. (2003). *La numeración y las cuatro operaciones matemáticas*. Madrid: CCS.

Fernández, J. (2004). *El número de dos cifras. Investigación didáctica e innovación educativa*. Madrid: CCS.

Fernández, J. (2005). *Enséñame a contar. Investigación didáctica sobre la técnica de contar como actividad matemática*. Madrid: Grupo Mayéutica Educación.

Fernández, J. (2008). *Desarrollo del pensamiento matemático. El concepto de número y otros conceptos*. Madrid: Grupo Mayéutica Educación.

Ferrándiz, C., Bermejo, R., Sainz, M. Ferrando, M. y Prieto, M.D. (2008). Estudio del razonamiento lógico-matemático desde el modelo de las inteligencias múltiples. *Anales de psicología*, *24*, 213-222.

Fisher, J.P. (1992). *Apprentissages numériques.* Presses Universitaires de Nancy.

Friedrich, F.J., Egly, R., Rafal, R.D. y Beck, D. (1998). Spatial attention deficits in humans: A comparison of superior parietal and temporo-parietal junction lesions. *Neuropsychology*, *12*, 193-207.

Fuson, K. (1982). An analysis of de counting-on solution procedure in addition. En T.P. Carpenter, J.M. Moser y T.A. Romberg (Eds.*). Addition and substraction: a cognitive perspective*, 67-81. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Fuson, K., Richards, J. y Briars, D.J. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. En CJ. Grainerd (Ed.), *Children's logical* *and mathematical cognition: Progress in cognitive development research,* 33-92. New York: Springler-Verlag.

Fuson, K. (1988). *Children's counting and concepts of number:* New York: Springer-Verlag.

Fuson, K. (1991). Relations entre coptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans. En J. Bideaud, C. Meljac y J. -P. Fischer (Eds.), *Les chemins du nombre*, 159-179. Lille : Presses Universitaries de Lille.

Fuson, K., Wearne, D., Hiebert, J., Murray, H.G., Human, P.G., Olivier, A.I., Carpenter, T.P. y Fennema, E. (1997). Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction. *Journal of Research in Mathematical Education, 28,* 130-162.

Fuster, J. M. (1997). Redes de memoria. *Revista Investigación y ciencia, 250,* 74 – 83.

Gallistel, C.R. y Gelman, R. (1991). The what and how of counting. En W.F. Kesser A. Ortony y F. Craik (eds), *Essays in Honor of George Mandler.* Erlbaum.

Gardner, H. (1993). *La mente no escolarizada.* Cómo piensan los niños y cómo deberían enseñar las escuelas. Barcelona: Paidós.

Gazzaniga, M. S. (1998). Dos cerebros en uno. *Investigación y ciencia, 264,* 14 – 19.

Geary, D. C. y Burlingham-Dubree, M. (1989). External validation of the strategy choice model for addition. *Journal of Exprimental Child Psychology, 47,* 175-192.

Geary, D.C., Brown, S.C. y Samaranayake, V.A. (1991). Cognitive addition: A short longitudinal study of strategy choice and speed of processing differences in normal and mathematically disabled children. *Developmental Psychology, 27,* 787 – 797.

Geary, D.C. (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, Neuropsychological and Genetic Components. *Psychological Bulletin, 114,* 345-362.

Gelman, R. y Gallistel, C.R. (1978). *The child's understanding of number:* Cambidge. MA: Harvard University Press.

Gelman, R. (1982). Accessing one-to-one correspondence: Still another paper about conservation. *British Journal of Psychology, 73,* 209 – 220.

Gelman, R. y Baillargeon, R. (1983). A review of some Piagetian concepts. In J. Flavell y E. Markman (Eds.). *Handbook of child psychology: cognitive development, 3,* 167 – 230. New York: Wiley.

Gelman, R. y Meck, E. (1983). Preschooler's counting: Principles before skill. *Cognition, 13,* 343-359.

Gelman, R. y Meck, E. (1986). The notion of principle: The case of counting. En J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural Knowledge: The case of mathematics,* 29-57. Hillsdale, NJ: LEA.

Ginsburg, H. y Baroody, A.J. (2003). *Test de Competencia Matemática Básica (TEMA-3). A*daptado y validado para la población española por Núñez del Río y Lozano (2007). TEA Ediciones.

Goutard, M. (1966). *Las matemáticas y los niños.* Madrid: Cuisenaire de España.

Glasersfeld, E. (1982). Subitizing: The role of figural patterns in the development of numerical concepts. *Archives de Psychologie, 50,* 191 – 218.

Greca, I. y Moreira, M. (1997). Kinds of mental representations – models, propositions and images. In *International Journal of Science Education.*

Harms, T., Clifford, R.M. y Cryer, D. (1980). *Early Childhood Environment Rating Scale.* New York: Teachers College Press.

Harms, T., Clifford, R.M. y Cryer, D. (1998). *Early Childhood Environment Rating Scale - Revision.* New York: Teachers College Press.

Hinrichs, J.V., Yurko, D.S. y Hu, J.M. (1981). Two-digit number comparison: Use of place information. In *J Exp Psychol Hum Percept Perform.*

Hoff, C. (2004). *Transcripción/traducción conferencia del 27 de abril* (Madrid).

Howes, C. (1987). Quality indicators in Infant and Toddler child care: the Los Angeles study, in P. Deborah (Ed.), *Quality in child care: What does research tell us?* Washington, DC: NAEYC.

Hupp, S.C. y Mervis, C.B. (1982). The acquisition of basic objects categories by severely handicapped children. *Child Development, 53,* 760-767.

Instituto de Evaluación. Ministerio de Educación (2015). *Resultados Informes PIS.* Recuperado de http://www.institutodeevaluacion.mec.es/

Jevons, W.S. (1871). The power of numerical discrimination. *Nature, 3,* 281-282.

Johnson-Laird, P. (1983). *Mental models.* Cambridge, MA.: Harvard University Press.

Kamii, C. (1982). *El número en la educación preescolar.* Madrid: Ed. Visor.

Karmiloff-Smith, A. (1994). *Más allá de la modularidad.* Madrid: Alianza Editorial.

Kaufman, E.L., Lord, M.W., Reese, T.W. y Volkmann, J. (1949). The discrimination of visual number. *American Journal of Psychology, 62,* 498-525.

Klahr, D. y Wallace, J.G. (1976). *Cognitive Development: An Information Processing View.* Erlbaum: Hillsdale.

Koppel, H. (1999). Bases necessaries pour l'acquisition sereine du systeme décimal. En S. Vinter y A. Ménessier (Eds.). *Les activités numériques, opérations logiques y formulations langagieres.* Besançon : Presses Universitaires Franc-Comtoises.

Krapas, S., Queiroz, G., Colinvaux, D., Franco, C. y Alves, F. (1997). Modelo : Terminología e Sentidos na Literatura de pesquisa em Ensino de Ciências. Trabalho apresentado *no Encontro Linguagem, Cultara e Cogniçao : Relexoes para o Ensino de Ciências.* Belo Horizonte.

Lahey B., Applegae, B., McBumett, K., Biederman, J., Greenhill, L., Hund, G… Shaffer, D. (1994). DSM-IV field trials for attention deficit hyperactivity disorder in children and adolescents. *Am. J Psychiatry, 151,* 73-85.

Langford, P.E. (1989). *El desarrollo del pensamiento conceptual en la escuela primaria.* Barcelona: Paidós/M.E.C.

Lawrence, E. (1982). *La comprensión del número y la educación progresiva del niño según Piaget.* Barcelona: Paidós.

Lawson, G., Baron, k J., y Siegel, L., (1974). The role of number and length cues in children's quantitative judgements. *Child Development, 45,* 731-736.

Lebrero, M. P. (1998). *Estudio: la situación de la educación infantil en España.* Madrid: Dyckinson.

Lebrero, M.P. (2002). *Estudio II: diagnóstico de los centros infantiles en las CC.AA de España.* Madrid: Dyckinson.

Lemaire, P., Duverne, S. y Yagoubi, R. Le développement des stratégies en situation de résolution de problèmes arithmétiques. En Bideaud, J. (2002). *Le développement des activités numériques chez l'enfant.* Paris: Lavoisier.

Lera, M.J. (1994). L*as ideas de los profesores y su práctica educativa, un estudio en preescolar.* Tesis Doctoral. Unpublished, Sevilla.

Lera, M.J. (2007). Calidad de la educación infantil: instrumentos de evaluación. *Revista de Educación, 343,* 301-323.

Logothetis, N. K. (2000). La visión, ventana a la consciencia. *Revista Investigación y ciencia, 281,* 47 – 53.

Mandler, G., y Shebo, B.J., (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General, 111,* 1-22.

Margolinas, C. (1993). *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de Mathématiques.* Grenoble: La Pensée Sauvage.

Martínez, J., Velloso, J.M. y Bujanda, M.P. (1981). *Matemáticas-1 escuelas universitarias de profesorado de EGB.* Valladolid: Ed. SM.

McCloskey, M., Caramazza, A. y Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation: Evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition, 4,* 171-196.

McDonald, A.W., Cohen, J.D., Stenger, V.A. y Carter, C.S. (2000). Dissociating the role of the dorsolateral prefrontal and anterior cingulated cortex in cognitive control. *Science, 288,* 1.835-1.838.

McGurk, H., Caplan, M., Hennessy, E. y Moss, P. (1993). Controversy, theory and social context in contemporary day care research, in *Journal Child psychology Psychiatry, 34,* 3-23.

Medina, A. (1955). *Educación de Párvulos.* Barcelona: Labor.

Meisels, S. y Wiske, M. (1989). *Inventario de Detección Temprana.* (IDT). Visor.

Melhuish, E., et Al. (2008). The early years: Preschool Influences on Mathematics Achievement. The advantages of home learning environment and preschool are apparent years later in children's math achievement. *Science 321,* 1161 – 1162.

Mialaret, G. (1967). *Pedagogía de la iniciación en el cálculo.* Buenos Aires: Kapelusz.

Michie, S. (1985). Development of absolute ande relative concepts of number in preschool children. *Developmental Psychology, 21,* 247 – 252.

Miranda, A., Fortes, M.C. y Gil, M.D., (1998). *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas: un enfoque evolutivo.* Málaga: Ediciones Aljibe.

Moreira, M. (1997). Modelos mentais. *Investigaçoes em ensino de Ciências.* http://www. If.ufrgs. br/public/ensino/revista.htm.

Nelson, T.M. y Bartley, S.M. (1961). Numerosity, number, arithmetization and psychology. *Philosophy of Sciencie, 28,* 178 – 203.

Nersessian, N. (1992). How do scientists think? Capturing the dynamics of conceptual change in Science. En *Cognitive Models of Science, XV,* 3-44.

Nersessian, N. (1995). Should physicists preach what the practice? *Science & Education, 4,* 203-226.

Novak, J.D. (1982). *Teoría y práctica de la educación.* Madrid: Alianza.

Ortiz, A. y González, J.L. (1998). *El inductivismo aritmético y su influencia en la enseñanza del número*. Ediciones Universidad de Salamanca : Aula, 10.

Ortiz, M. (2009). Competencia matemática en niños en edad preescolar. *Psicogente, 12.*

Peraita, E. (1990). *Formación de conceptos. Psicología Evolutiva. Tomo I.* Madrid: UNED.

Pérez, M. (1995). *Nuevas perspectivas en psicología del desarrollo.* Madrid : Alizanza.

Pesenti y Seron, X. (2004). *La cognititon numérique.* Hermès.

Piaget, J. y Szeminska, A., (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant.* Neuchâtel : Delachaux y Niestlé. (7ª édition, 1991).

Piaget, J. e Inhelder, B. (1959). *La genèse des structures logiques élémentaires.* Neuchâtel : Delachaux y Niestlé. (5ª edición, 1991).

Piaget, J. (1973). *Introduction à l'epistemologie genetique.* París: PUF.

Piaget, J. (1987). El pensamiento matemático.*Introducción a la epistemología genética. Tomo 1.* México: Paidós.

Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Morata.

Pontecorvo, C. (1996). La notación y el razonamiento con números y nombres en el período preescolar y en la escuela primaria. *Infancia y aprendizaje, 74,* 3 – 24.

Posner, M.I. y Petersen, S.E. (1990). The attention system of the human brain. *Annual Review of Neuroscience, 13,* 25-42.

Posner, M.I. y Rothbart, M.K. (1991). Attentional mechanisms and conscious experience. En A.D. Milner y M.D. Rugg (Eds.), *The neuropsychology of consciousness,* 91-112. London: Academic Press.

Posner, M.I. y Dehaene, S. (1994). Attentional networks. *Trends in Neuroscience, 17,* 75-79.

Posner, M. I. y Raichle, M. E. (1994). *Images of mind.* New York: Scientific American Library.

Rémond-Besuchet, C., Noel M.P., Seron, X., Thioux, M., Brun, M. y Aspe, X. (1998). Selective preservation of exceptional arithmetical knowledge in a demented patient. *Math Cognit; 5.*

Ridgers, N., Stratton, G., Foweather, L., Henaghan, J., McWhannell, N. y Stone, M. (2006). The Active City of Liverpool, Active Schools and SportsLinx (A-CLASS) Project. *Education and Health, 24.*

Riley, M. S., Greeno, J. G. y Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. En H. P. Ginsburg (Ed.). *The development of mathematical thinking.* New York: Academic Press.

Rosch, E. (1973). On the internal structure of percpetual and semantic categories. En T. Moore (Ed.). *Cognitive Developmet and the acquisition of language.* New York: Academic Press.

Rosch, E., Mervis, C.B., Gray, W.D., Johnson, D.M. y Boyes-Graem, P. (1976). Basic objects in natural categories. *Cognitive Psychology*, 8.

Rossor, M.N., Warrington, E.K., Cipolotti, L. (1995). The isolation of calculation skills. *J Neurol, 242.*

Ruopp, R., Travers, J., Glantz, F. y Coelen, C. (1979). *Children at the center: Final results of the National Day Care Study.* Cambridge, MA: Abt Associates.

Ruopp, R. y Travers, J. (1982). Janus faces day care: perspectives on quality and cost, in E. F. Zigler & E.W. Gordon (Eds.), *Day care: scientific and social policy issue.* Boston: Auburn House.

Russell, B. (1912). *Problems of philosophy.* Oxford: University Press (trad. cast. de J. Xirau: Los problemas de la filosofía. Barcelona: Labor, 1988).

Secadas, F. (2004). *Contar es fácil. Fundamentos psicopedagógicos del aprendizaje del cálculo.* CEPE.

Scheuer, N., Sinclair, A., Merlo de Rivas, S. y Tièche, C. (2000). Cuando ciento setenta y uno se escribe 10071: niños de 5 a 8 años produciendo numerales. *Infancia y aprendizaje, 90,* 31 – 50.

Seron, X. y Fayol, M. (1994). Number transcoding in children: a functional analysis. *British Journal of Psychology, 12,* 281-300.

Seron, X., Noël, M. y Van der Elst, G. (1997). Where do Arabic number reading errors come from? In *8ª European Conference on Developmental Psychology*. Rennes (Francia), 3-6 septiembre.

Serrano, J. (2006). *La construcción del concepto de número: Implicaciones para la Educación Infantil.* Valladolid: Editorial de la infancia.

Shaeffer, B., Eggleston, V. y Scott, J. (1974). Number development in young children. *Cognitive Psycology, 6,* 357-379.

Siegler, R. S., (1981). Developmental sequences within and between concepts. *Monographs of the Society for Research in Child Developmente, 46.*

Siegler, R. S. (1987). The perils of averaging data over strategies: An example from children's addition. *Journal of Experimental Psychology: General, 117,* 258-275.

Sinclair, A., Mello, D. y Siegrist, F. (1988). La notation numérique chez l'enfant. En H. Sinclair (Ed.). *La production de notations chez le jeune enfant,* 71-97. Paris : Presses Universitarires de France.

Sokolov, E.N. (1992). En R. Náátánen, *Attention and brain function.* London.

Spodek, B. (1982). *Handbook of research in early childhood education.* Nueva York: the free press.

Starkey P. y Cooper, R.G. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science, 210.*

Starkey, P. y Cooper, R.G. (1995). The development of subitizing in young children. *British Journal of Developmental Psychology.*

Tollefsrud-Anderson, L., Campbell, R. L., Starkey, P. y Cooper, R. G. (1991). Conservation du nombre: distinguer les solutions par quantification des solutions par opérateurs. En Bideaud, J., Meljac, C. y Fischer, J. -P. (Eds.), *Les chemins du nombre.* Lille : Presses Universitaires de Lille.

Tollefsrud-Anderson, L., Campbell, R. L., Starkey, P. y Cooper, R. G. (1994). Number conservationd: Distinguishing quantifier from operator solutions. In C.Meljac y J. Bideaud (eds.), *Pathways to Number.* Erlbaum.

Tudela, P. (1992). Atención. En J. L. Trespalacios y P. Tudela (Eds.), *Atención y Percepción,* 119-162. Madrid: Alhambra. Longman.

Van der Heijden, A. (1992). *Selective Attention in Vision.* New York: Rouledge.

Velázquez, F. (2004). *Matemáticas e Internet.* Barcelona: Graó.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature, 358,* 749-750.

ANEXOS

ANEXO I

PROPUESTA DE ACTIVIDADES

CONSTRUCCIÓN DE LA LÍNEA NUMÉRICA MENTAL

Serie numérica

Cantamos los números. Repetición "cantada" de una parte de la serie numérica oral. Por ejemplo del 0 al 20.

El club del 100. Verbalización de la serie numérica oral. Intenta crear conciencia fonológica a partir de una agrupación por "familias de números" (0 - 9, 10 - 19, 20 - 29…), figura 14, ya que permitirá una construcción comprensiva que afecta a otras variables como la lectura, escritura o valor posicional de las cifras.

100									
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Figura 14. Organización "por familias" de los números 0 al 100.

Aunque se ha de realizar sin ningún tipo de apoyos visuales, lo alternaremos con visualizaciones de la serie numérica del 0 al 100 (puesta en una de las paredes de la clase), figura 15, o en juegos como los PowerPoint: *Lectura tabla 0 – 19, Parking,* o *lectura tabla 0 – 99* (disponibles en Web educandomatematicos.com). Ello facilitará las multiconexiones.

En la actividad, cada niño, de modo individual ha de verbalizar la serie numérica sin ningún tipo de ayuda o soporte. En el momento comete un error se le da la oportunidad de que lo corrija.

Para ello le repetiremos los dos o tres últimos que ha dicho correctamente y le daremos un tiempo para que piense y continúe.

Figura 15. Vista de conjunto y lineal de la serie numérica de los números 0 al 100.

En el momento no sepa seguir, pintaremos en un gráfico el número hasta el que ha llegado.

Dicho gráfico, figura 16, recoge los logros de cada uno de los alumnos de la clase. En el momento un niño llega al 100, se le hace una fiesta de bienvenida.

No se fomenta la competición entre niños ni se trata de quien llega primero. El espíritu que se desprende de esta actividad es "reto personal" y de colaboración.

Aquellos que se incorporan al club del 100 han de ayudar al resto a que lo consigan también. Esta actividad se inicia a los tres años y se extiende hasta los cinco.

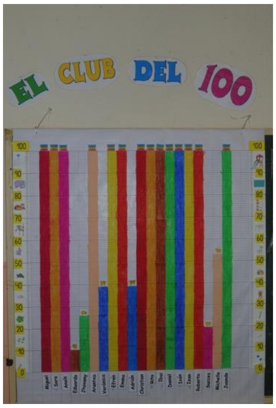


Figura 16. Estadística “El club del 100”.

Cohete espacial. (Contar hacia detrás). Contamos en orden inverso del 10 al 0. Al llegar a 0 despega el cohete.

Escuela de Astronautas. Elaboramos un panel negro en el que situamos los planetas del sistema solar, En unos cohetes espaciales colocamos las caras de los niños de forma individual. En dicho panel hay ocho niveles que se corresponden con diferentes habilidades mentales, entre ellas, las de verbalización n-1, n+10 y n-10, (estas dos últimas desde el cero y desde cualquier número). Con cada habilidad conseguida el cohete va ascendiendo, a la vez que en una tabla de doble entrada se pega un gomet en aquellas que han sido superadas, figura 17.

Figura 17. Escuela de astronautas.

Por otro lado haremos un carnet de aprendiz de astronauta en el que figura su nombre y fotografía por la cara anterior. Por la posterior, ocho perfiles de estrellas que se corresponden con sendos niveles. Pondremos gomets en forma de estrella en la parte posterior de los carnés a quien haya superado alguna habilidad (se hace de modo simultáneo con la tabla de doble entrada anteriormente mencionada).

Todo el material (planetas, cohetes y carnés) van pintados con pintura fluorescente ya que, preferentemente a final de semana, apagaremos la luz, simulando estar en el despegue de un cohete espacial y subiendo los cohetes según los logros alcanzados.

Ja no canta el capellà. (Contar hacia detrás). Canción en valenciano para trabajar el orden inverso.

Cadena de eslabones

Cuento con suspense. Vamos señalando los niños y van diciendo las palabras número, pero después de decir dos o tres seguidos nos paramos uno o dos segundos, sigo señalando y han de seguir contando.

Suspense y engaño. La maestra va dejando caer objetos, sus nombres, etc., mientras los niños van contando, y se va parando uno o dos segundos entre número y número. Luego se va espaciando más este tiempo. Se puede intentar que se equivoquen, engañarlos acelerando y frenando la frecuencia con que se dejan caer los objetos. Una vez hecho varias veces pueden hacer ellos de maestra que intenta que los alumnos se equivoquen.

Seguimos. Verbalizar desde un límite inferior. Nombramos un número y han de seguir contando (tres o cuatro números más y los interrumpimos para decir otro). Idem pero a partir de enseñar el número escrito. Un poco más adelante se realizará también verbalizando desde un límite superior hacia detrás, esto es, a menos a través del n – 1.

Desde – hasta… Desde un límite inferior a uno superior. Le digo a un niño que verbalice desde 3 hasta 8, si se lo sabe este le dice a su compañero que lo haga desde… (hemos de ayudarles porque todavía no tienen sentido del valor de los números y pueden dar respuesta como: “desde 8 hasta 5” o simplemente que no puedan inventárselos”), y así se van pasando el juego. Al igual que sucedía con la anterior actividad, más adelante también se verbalizará al contrario, es decir desde el límite superior al inferior. Los niños deberán discriminar si han de realizar la verbalización de la serie numérica de manera ascendente o descendente, cuestión que les exigirá un esfuerzo cognitivo muy interesante pues está directamente relacionada con la construcción de la línea numérica mental.

Fernando Alonso. En las rutinas de la mañana, sentados en círculo nos vamos pasando un coche diciendo el número que corresponde. Los maestros también jugamos. Podemos simplemente contar cuántos niños/as han venido, pero es más divertido simular que es un circuito y ver hasta qué número llegamos o cuántas vueltas es capaz de dar sin que nos equivoquemos. Otra opción es contar cuántos segundos nos cuesta dar una vuelta, dos, tres… y de paso introducimos el reloj como instrumento de medida del tiempo. También podemos anotar nuestros records. En este juego pasamos el coche en orden contrario a las agujas del reloj por ejemplo, pero una variante es pasar el coche al niño/a que queramos a la vez que decimos un número, este lo pasa y dice el número siguiente, etc.

El caballo veloz. Por equipos vamos pasando el dedo a cierta velocidad a modo de un caballo en una carrera, comenzando nosotros por el cero y continuando ellos de uno en uno hasta que algún miembro del equipo se equivoca.

Apuntamos en la pizarra cada equipo hasta donde ha llegado y luego comparamos los números para ver cuál ha ganado. Dejaremos escrito en algún lado visible el record de cada equipo y el absoluto. Si hay algún alumno muy por debajo de nivel deberemos ayudarle para no generar malestar entre sus compañeros.
¡Ahora yo! A partir del número que digamos, cualquiera de los presentes puede decir el número siguiente a la vez que se levanta de la silla, pero con una condición: si nos levantamos dos a la vez hemos de comenzar de nuevo. Se puede hacer de forma que vayamos consolidando decenas, es decir, comenzamos por el cero y si llegamos al 14, luego comenzaremos desde el 10. Cada vez que juguemos a este juego anotaremos dónde nos hemos quedado, a ver si en unas cuantas sesiones somos capaces de llegar a 100.

Comparación entre números.

Comparación por subitización.

Para evitar el conteo, en todas estas actividades las respuestas han de ser muy rápidas.

Dedos. Muestro mis manos con un número determinado de dedos en cada una de ellas. Que señalen en qué mano pongo *más* dedos, luego *menos*, *igual*…

¿Dónde hay…? Que digan donde hay *más*, *menos*, *igual*… a partir de objetos, mostrando puntos en la pizarra, cartulina o en el PowerPoint. Para facilitar el que ellos indiquen el conjunto que les hemos dicho podemos hacer que "señalen" la respuesta correcta, insistir en los conceptos "izquierda", "derecha" diciéndolos e insistiendo nosotros previamente, (pues son nociones muy costosas de adquirir en niños de infantil por lo que no han de ser evitadas y se han de trabajar con mucha constancia. También resulta vital para la construcción de números mayores de una cifra.) Otra opción es que los

elementos de los dos conjuntos se diferencien por colores, por ejemplo 5 pelotas azules junto a otras 7 rojas.

Comparación por estimación.

Creo que… Mostraremos dos montones de piezas que sean iguales que sean aproximadas. Les damos tiempo para que piensen y luego han de responder en qué lugar hay más o menos. Luego se realiza un conteo para verificar las respuestas. Como variante a la anterior, haremos la comparación a partir de dos conjuntos con piezas de tamaños distintos.

A ver cuánto me acerco. A partir de un conjunto de piezas iguales, después pueden ser distintas, digo de manera aproximativa cuántas creo que hay.

Números tapados. Destapamos todos los números del PowerPoint *Lectura tabla 0 – 99* (disponibles en Web educandomatematicos.com), a continuación se tapan (al clicar sobre ellos). El juego consiste en situar nosotros el puntero del ratón sobre una de las casillas respondiendo inmediatamente qué número creen que hay allí tapado.

Nos ordenamos. Un niño ha de ordenar a otros de estatura semejante a partir de su estimación. Haremos una marca en un mural en la pared. Medimos las marcas y lo escribimos al lado para comprobarlo (para la generación de multiconexiones).

Comparamos regletas. Comparar números mostrados a partir de regletas (sin necesidad de llegar al número exacto).

Qué número es mayor. Poner dos conjuntos de regletas o de bloques multibase (pero sin mezclar unos y otros). Estimar qué conjunto es el mayor, menor o igual. Pesar (y por tanto comparar) esos "dos números" puestos con regletas o bloques multibase para comprobar las estimaciones. No está de más que veamos de forma rápida qué números habíamos puesto (para producir multiconexiones con otras variables).

Comparación por conteo.

Contamos y comparamos personas. Contar cuántos alumnas hay rubias y morenas y decir de cuáles hay más / menos. Luego hacemos lo mismo con los niños. Comparar entre niños y niñas, tipos de prendas…

Contamos y comparamos cosas. Agrupar juguetes, objetos de clase… de forma que formemos dos conjuntos. Que digan en cual hay más, menos, igual. Iremos cambiando el número de elementos de cada conjunto. También procuraremos intentar “engañarles” poniendo en el conjunto con menos elementos objetos de mayor tamaño, por ejemplo siete muñecas frente a ocho lápices, para evitar errores de tipo perceptivo. Aquí no se busca hacer “estimaciones”, sino una comparación fruto del conteo.

Comparación por ponderación

La más alta gana. Se distribuyen las cartas boca abajo por parejas de niños. Cada niño muestra a la vez una de sus cartas de forma que la más grande se lleva la de su oponente. Si las dos son iguales cada niño muestra otra carta más. El ganador es el que consigue mayor número de cartas o incluso todas las del otro niño.

Comparamos con el ábaco. Hacer comparaciones mostrando dos números puestos en dos ábacos a la vez, (transformando la representación física en una numérica mental y realizando la comparación a través de los números).

Comparamos con los bloques multibase. Comparar números puestos por medio de los bloques multibase, (transformando la representación física en una numérica mental y realizando la comparación a través de los números).

Comparamos números. Hacer comparaciones a partir de las grafías de los números. Que digan cuál es mayor, menor o igual: (8, 9); (20, 28)…

Qué número es mayor. A partir de regletas o de bloques multibase (pero sin mezclar unos y otros), formar dos números que sean parecidos (de esta forma el "volumen" no delatará la respuesta correcta y evitará las "estimaciones". Han de decir qué números hay en cada grupo, cuál es el mayor, menor o igual. Comprobamos el resultado en las básculas.

"A distancia…" Decimos o presentamos escrito un número por ejemplo 8, y "distancia 2", con lo que han de responder 6 y 10. (Es un ejercicio para *bisecar* y para trabajar básicamente en primaria o con niños muy adelantados de infantil).

"¿Sabes cuál es…?". Se proyecta el PowerPoint *Lectura tabla 0 – 99* (disponibles en Web educandomatematicos.com), con los números visibles. Los niños van a competir contra el docente. Cada acierto será un punto para ellos, cada error, para el maestro. Uno a uno se les va a pedir que digan qué número es más grande o más pequeño, se irá alternando de manera aleatoria, entre varios. El niño que contesta estará de espaldas a la proyección, los demás pueden verla pero sin decir nada. En un primer momento se harán comparaciones de dos números, pero se puede llegar a decir hasta cuatro después de haber jugado en unas cuantas ocasiones. Ejemplo: ¿cuál es más pequeño, 15, 43, 22 o 86? Una vez todos han participado se les da otra oportunidad a los que han fallado. Se les puede rebajar la dificultad para que también tengan éxito. Esto mismo, desde el principio y como medida de atención a la diversidad, se puede aplicar a aquellos niños con menor capacidad o con algún tipo de necesidad educativa especial. Al final cuentan los puntos obtenidos.

Comparación por descomposición

Números a trozos. Disponemos como material números plastificados que se pueden superponer de una cifra (0, 1, 2…), de dos de diez en diez, (10, 20, 30…) y lo mismo de cien en cien y de mil en mil. Sacamos por ejemplo: 2000, 300, 40, 5, y 3000, 500, 60, 2. Se ponen dos mesas, una al lado de la otra con cada una de esas composiciones aditivas. Montamos unos sobre otros apareciendo los números correspondientes. Se aventuran a decir cuál de los dos va a ser más grande o más pequeño, procurando alternar la pregunta, y a continuación se monta sendos números con bloques multibase. Comprobamos visualmente las hipótesis y se razona sobre ellas. Se puede hacer por equipos o individualmente.

Inclusividad.

El número glotón. Se trata de ver si un número se ha comido a otro, y para comérselo tiene que estar dentro de sí mismo (por ejemplo, el número 8 contiene dentro de sí al 7, 6, 5…) Jugaremos a partir de la siguiente rima:

Castellano	*Valencià*
El 8 tragón al 7 ha mirado	El 8 tragó al 7 ha mirat
¿El 7 se ha zampado?	El 7 s'ha tragat?
Sííííí, (responden los niños)	Sííííí, (contesten els xiquets)
La poli lo ha buscado	La poli l'ha buscat
Y el juez lo ha encerrado.	I el jutge l'ha tancat.
El 8 tragón al 9 ha mirado	El 8 tragó al 9 ha mirat
¿El 9 se ha zampado?	El 9 s'ha tragat?
Nooooo, (responden los niños)	Nooooo, (contesten els xiquets)
La poli lo ha buscado	La poli l'ha buscat
Y el juez lo ha soltado.	I el jutge l'ha soltat.

Magnitud.

Localizamos hojas. A partir de un libro o catálogo de juguetes cuyas hojas estén numeradas, les diremos que busquen la hoja… 12, etc., de forma que veamos quién es más rápido. Trabajaremos la magnitud si no producimos un conteo en busca del número, sino "saltos" de grupos de hojas para llegar más pronto a él.

Llenar cuadros de color. (Estadística histograma del tiempo mensual, club del 100…) Una vez expresada de forma oral la serie numérica (principio de orden estable), y como no existe conteo de elementos (cardinalidad), el hecho de localizar el número al que hemos llegado porque "sabemos más o menos por dónde está", trazar una raya y pintar, le estamos dando valor a ese número. Una vez pintada la columna, vemos de forma visual su valor, la magnitud de ese número. Podemos construir esta gráfica sobre un papel continuo.

Monedas. En la tienda de alquiler de juguetes hay una zona con números más pequeños para alquilar con monedas. Repartiremos un pequeño monedero a cada niño/a que tendrá su nombre. Al principio de semana, cada uno dirá cuántas monedas quiere, no le pondremos límite, puede pedir todas las que quiera, pero atención, ha de poder contarlas. Si quiere 40, ha de contarlas correctamente, de lo contrario lo ha de intentar con números más fáciles (con lo que estamos trabajando aspectos cualitativos del número, más fáciles = más pequeños, comparaciones y sobre todo magnitud pues se trata de que se dé cuenta que con números más grandes podrá alquilar más juguetes y de mayor precio). Cada vez que alquile, nos dará el importe exacto con lo que desarrolla además de lo que se acaba de citar: el conteo, la suma, resta, descomposición… Se trata de una actividad realmente muy completa que genera multiconexiones.

Juego de la lluvia. Damos palmadas con un dedo, luego dos, tres… hasta cinco. A continuación lo hacemos igual pero de forma decreciente. Lo repetimos dos o tres veces para que nos quede un referente de intensidad de sonido. Haremos que un niño se gire de espaldas, la maestra muestra un determinado número de dedos al resto de alumnos y damos palmadas con esa cantidad. El niño que no mira ha de adivinar con cuántos dedos se están haciendo las palmadas. A parte de la magnitud, éste niño también está trabajando las "estimaciones" y el resto de niños la cardinalidad entre otras variables.

Juegos de subitización. Mostramos varios puntos durante un solo segundo y han de reconocer la cantidad. Los números han de ser bajos, hasta el seis o siete. Esta habilidad si se trabaja puede incrementarse notablemente pero no es demasiado relevante. Con cantidades de puntos, o elementos mostrados más altas estaremos trabajando "las estimaciones".

¡Más grande! Decimos un número y señalamos a un niño para que diga otro más grande. Se busca que las respuestas partan de situar el número que les digamos en la línea numérica mental, construyendo la idea que todos aquellos que estén "más a la derecha" son más grandes, o si están "a la izquierda", más pequeños. Si el número es mucho más grande podemos pedirle que sea "solo un poco más grande", para evitar que digamos por ejemplo el 8 y a continuación nos digan 1000. Intentaremos llegar del 0 al 100.

¡Más pequeño! Igual que el ejercicio anterior pero de forma descendente. Es mucho más complicado.

¡Más grande o más pequeño! Similar a los anteriores pero iremos alternando.

Juego de las caras. Podemos hacerlo de muchos modos:

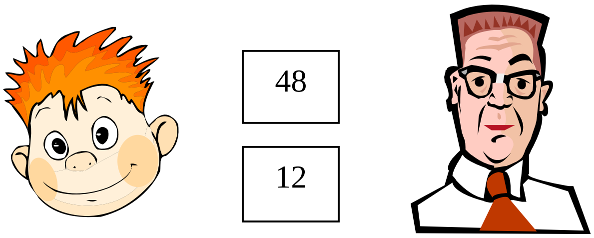


Figura 18. Juego de las caras.

Tapamos las dos caras, figura 18, y les diremos que han de acertar la edad de los personajes que hemos tapado, de forma que nos digan qué numero es más grande (comparación entre números). Al destaparlo y comprobarlo (magnitud).

Dejamos a la vista las caras y uno sólo de los números. Nos han de decir a quién pertenece (magnitud).
Se pueden poner más caras y más números.

El láser rápido. Se reparten, si es posible, varios punteros láser de colores distintos. A partir de la representación de la línea numérica de la pared, figura 15, diremos un número y deberán apuntarlo lo más rápidamente posible. Gana el que llega antes. Caso de tener un solo láser el objetivo es el mismo, que llegue al número indicado con velocidad.

Como variantes se puede intentar llegar al número que les digamos con los ojos tapados. Primeramente, se sitúan delante de la línea numérica y apuntan al 0, al 50 y al 100, así, a modo de calibración, les permitirá tener un referente.

Algo similar a los dos ejercicios anteriores se puede hacer pero lanzando pelotas de goma.

Nos movemos de… Todos los niños forman un gran círculo. El docente verbalizará la serie numérica de modo que si lo hace a través del n + 1, se desplazarán con pasos muy pequeños y hacia delante. Caso de cambiar al n – 1, cambiarán de dirección. Ahora los pasos seguirán siendo pequeños pero andarán hacia detrás. Algo parecido sucederá con el n + 10 y n – 10. Los desplazamientos serán pasos largos. Por su parte cuando lo hagamos de 100 en 100, se moverán dando saltos lo más grandes que puedan. En este caso es mejor hacerlo solo hacia delante para evitar algún tipo de daño. Esta actividad ayuda muchísimo a interiorizar el número, a darle valor interno, poniendo en relación los números escuchados con la línea numérica mental. Además, se realizará tanto en sentido ascendente como descendente, y con diferentes tipos de "saltos" de números.

CONTEO

Contables e incontables

¿Se puede contar? Buscamos y agrupamos cosas (arroz, sal, mesas, sillas…) y les vamos preguntando cuáles se pueden contar y cuáles no. Hacemos un breve conteo para demostrar lo que es posible contar y lo que no.
Idem a partir de elementos que aparezcan en algún cuento.

Orden estable

Este principio es construido desde la línea numérica mental. Las actividades ya han sido descritas con anterioridad.

Abstracción

Cosas mezcladas. Que cuenten todos los objetos de un conjunto (en el que hay colecciones de cosas diferentes).

¿Qué lio!. Idem pero contando sólo aquellas que nosotros les digamos haciendo caso omiso del resto de cosas, por ejemplo: cuenta las muñecas.

¡A la orden! Por equipos, meter en sacos de tela los bloques lógicos que nosotros digamos: triángulos, grandes. Contarlos y dar la respuesta.

Correspondencia uno es a uno.

Nos contamos. Sentados en círculo cuentan tocando la cabeza de cada niño contado.

Número y nombre. A cada niño contado le damos su nombre.

Las perchas. Cada niño que contamos se sitúa al lado de su percha.

Cada cosa con su número. Colocamos un conjunto de objetos y a su lado vamos poniendo los números de forma correlativa.

El engaño. El objetivo es que discriminen cuando contamos mal. El juego consiste en intentar engañarlos. Si lo conseguimos ganamos nosotros, de lo contrario ganan ellos. Cuenta la maestra mientras deja caer objetos o sus nombres (en carteles plastificados) dentro de una caja y:

- Dejamos caer claramente varios a la vez.
- Me salto algún número.
- Repito alguno dos veces o más.
- Dejamos caer alguno fuera para ver si después de decir el número, recogerlo y volverlo a dejar caer dentro vuelven a repetir ese último número, que es lo correcto.

Irrelevancia de orden.

¡A fijarse! Cuento los dedos de una mano de manera que cada vez que lo hago cambio el orden en el conteo. Comenzamos por un lado, por el otro, por el

centro… Ellos han de percatarse si lo hacemos bien (que todos sean contados pero una sola vez). Si es así nos dirán ¡bieeeen!, de lo contrario ¡maaaal!

Tengo un plan. En las rutinas de las mañanas contar los niños que han venido, sentados en círculo, cambiando el orden en que lo hacemos (buscando estrategias). Un día comenzamos por un lado, al día siguiente por el otro lado, luego por un niño cualquiera y buscamos la forma de “señalarlo” para no volverlo a contar (que se ponga de pie, cambiarlo de sitio…). Las estrategias las vamos acumulando y repasando cada vez que busquemos alguna nueva. Es muy importante que reflexionen sobre la necesidad de utilizar alguna estrategia si no queremos equivocarnos.

Contar monedas. Contarlas poniéndolas en fila. Primero en una dirección y les formulamos la siguiente pregunta: ¿si comenzamos por el otro lado tendremos las mismas? (formulación de hipótesis). Luego contamos y comprobamos sus hipótesis razonando sobre ello. Seguir el criterio anterior de buscar estrategias para no contar más de una vez cada elemento y que no se quede ninguno sin contar.

Cardinalidad.

Cosas del cuerpo. Contarnos los dedos de las manos y/ o los dedos de los pies. Asimos contaremos los dedos de los amigos y también podemos contar otras partes del cuerpo.

¡Stop! Digo un número, por ejemplo el “5” y comenzamos a contar la serie oral desde el “0”. Cuando lleguemos han de decir: ¡para!

Idem pero contando monedas, objetos…

¿Cuántos somos? En la asamblea, contar el número de niños que hay en clase y los que están en casa. Elegir el número correspondiente y ponerlo en el mural de las rutinas.

Palmadas. Al pasar lista por la mañana responden con un determinado número de palmadas que previamente habremos acordado y que puede ir variando. Ejemplo: ¿Ha venido Andrea? Sí, estoy aquí (y da las palmadas). Es un ejercicio interesante porque además de trabajar la cardinalidad ha de ejercitar la coordinación motora (a cada palmada le corresponde una sola palabra-número), fundamental para el conteo.

Contar y contar. Realizamos conteos de cuántos niños hay de cada país, cuántos son rubios, cuántos llevan camiseta roja…

60 segundos. Contar los segundos de un minuto siguiendo el segundero del reloj de clase (cardinalidad y coordinación visual).

Me dices, te digo. Enseñamos la grafía de un número y han de mostrar esa misma cantidad de dedos de sus manos. A la vez dicen el nombre del número. Otra variante es que lo hagan en silencio (para desarrollar distintas multiconexiones).

Idem pero lo decimos nosotros a nivel oral. También pueden repetir el nombre que hemos dicho a la vez que enseñan el número correspondiente de dedos y luego hacerlo en silencio.

A guardar. Poner dentro de cajitas o recipientes pequeños tantos objetos como indica un número que hay a su lado.

A ver qué me toca. Lanzar un dado grande y realizar el número de acciones correspondientes: saltar cinco veces...

A colocar fichas. Se reparte una hoja con cuadros, que puede variar en función de la edad de los niños, y un puñado de fichas o similares. Van tirando el dado por turno y colocan tantas fichas como indica éste. Hay que terminar de completarlo con un número exacto, no sobrepasándolo con un número más alto. El que gana ayuda al que va más retrasado, haciendo que todos puedan terminar y a la vez evitar que se aburran o molesten al resto de compañeros.

Dados de colores. Se organizan equipos, tantos jugadores como colores tenga un dado de colores. Cada niño tiene una ficha con uno de los colores del dado. En el centro hay un circuito con cuadritos que podemos nosotros elaborar con mayor o menor recorrido. Se lanza éste dado junto con otro numérico. Si coincide el color del jugador y del dado de color cuenta las casillas correspondientes al dado de números. Cuando uno llega a meta la carrera comienza de nuevo.

Alquilar juguetes pagando en monedas. Les pediremos una cierta cantidad que deberán contar..

Control. Se trata de realizar una estadística de juegos de mesa. Uno de los niños va anotando cuántos niños juegan, cuántas partidas han jugado, quién ha ganado más veces...

Juego de la oca.

Parchís.

Dominó de puntos (si se produce conteo).

Cocinamos. A partir de una receta de cocina contar el número de ingredientes, número de cucharadas, medidas… Se puede anotar los números correspondientes e incluso hacer una pequeña estadística para ver en un gráfico cuáles utilizamos más.

Escuchamos. Dirigen su vista en una parte de la clase, damos x palmadas y han de determinar cuántas hemos dado. Además de la cardinalidad, se pretende trabajar la atención encubierta.

LECTURA Y ESCRITURA DE NÚMEROS (ARÁBIGOS)

Escribimos los números. Copia de los números (a nivel escrito).

Sentados o de pie. Sentarse cuando decimos un número y de pie cuando es una letra.

Alquiler de juguetes. Tenemos un lugar de la clase con juguetes (mejor al lado de la mesa de la maestra) dividido en tres partes.

En una de ellas cada juguete tiene asignado un número a modo de precio del alquiler que tienen que reconocer (*lectura de los números*), para poder jugar con él. Si no lo hacen les decimos cuál es, lo dejan y cogen otro que sí lo sepan.

Podemos establecer muchas variantes como admitir que se ayuden unos a otros.

A continuación hay otra estantería en la que los juguetes no tienen puesto “precio”. Hay que hacer un cheque eligiendo el que quieran y acercándose a la maestra le decimos que escriba una determinada cantidad (*escritura de los números*).

La dificultad la marcamos los docentes pues sabemos a quiénes les podemos exigir números más altos, más difíciles o todo lo contrario.

Por último, en una tercera estantería hay objetos de maquillaje, gafas, pendientes, collares, bolsos, diademas… (complementos para los disfraces), figura 19.

Figura 19. Panel de joyas y complementos

Cada uno de ellos tendrá puesto un precio. Para alquilarlo tendrán que *contar* las monedas necesarias para hacerlo y entregárnoslas. Las monedas (elaboradas por nosotros) las repartiremos al principio de la semana junto con un monedero personal, en el que figura el nombre de cada uno de los niños. Les daremos la opción de que pidan las que quieran pero con la condición de que han de contarlas ellos. Si lo hacen correctamente se las damos, si se equivocan pueden pedir otra cantidad.

Así, intentarán buscar un número más fácil para ellos y por tanto menor, con lo que están dando valor a esos números que de forma interna intentan manejar (magnitud). Para comprobar nosotros de forma cómoda que han contado correctamente, podemos alinearlas en fila de 10 en 10 sobre nuestra mesa en la que habremos hecho dos rayitas con lápiz.

La idea es que se den cuenta de que con números altos podrán alquilar más, optar más veces a más juguetes. En realidad en este apartado lo que estamos trabajando es el conteo, la suma, resta, descomposición del número, magnitud, cardinalidad… no obstante se pone a continuación para explicar en su totalidad lo del "Alquiler de juguetes".

Este espacio (en realidad es un taller de juguetes) ha de ser compatible con el resto de rincones de juego de forma que vengan de forma voluntaria, no se trata de obligarles porque sea la única forma de acceder a los juguetes. Perfectamente es compatible con el rincón de la cocinita, el supermercado, las construcciones…

¡Nos gastan bromas! Cuando vienen con el precio de un juguete para alquilar nos pueden gastar una bromita diciéndonos otro número, nosotros pondremos cara de ¡espanto! y a continuación nos dirán el correcto, con lo que daremos un buen ¡suspiro!

El nombre de los números. El objetivo es asignar nombre a la grafía mostrada. Por ejemplo, enseño el número 3 y han de decir la palabra número "tres".

El pañuelo. Jugar al pañuelo asignando un número a cada niño. En niños más adelantados se puede asignar un pequeño cálculo mental: "que salga el niño 3 + 2", "que salga el siguiente al 6", "el que va antes del 3"…

¡Preparar… los dedos! Mostrar una etiqueta-número y automáticamente se deben sacar los dedos que corresponden.

Sambori. Jugar al sambori con placas de goma eva, con números escritos en tiza en el suelo... Pueden montarlos o escribirlos ellos.

Se llama… Enseñar en hojas o en pizarra: números, letras y formas geométricas y que los vayan nombrando.

Somos inventores. Inventar dibujos de animales a partir de las grafías de los números. De este modo trabajamos la conciencia de su forma.

Fichas. Trabajar la forma de las grafías de los números a partir de algún libro de editorial, fichas, copia… (tanto de 1 cifra como de más).

Rellenamos la tabla. En una tabla vacía escribirán los números. Se seguirá la estructura que muestran las figuras 20 y 21, páginas 484 y 485 respectivamente.

Dictado. Escribir al dictado los números que les digamos. Comenzaremos por los de una cifra, a continuación los de dos. Se incidirá en la conciencia fonológica para desarrollar esa habilidad de discriminación. Llegaremos a números de cuatro cifras. También se introducirán los ceros intermedios.

VALOR POSICIONAL DE LAS CIFRAS

Concepción unitaria de los números de dos cifras.

Discriminar entre número y cifra.

¿Cuántas cifras tiene el número…? Iremos diciendo de palabra números de una o dos cifras. El niño preguntado tendrá que responder también de forma oral de manera que todos puedan oír las preguntas y respuestas.

Ser conscientes del paso de los números de una cifra a los de dos, tres...

¿Y ahora qué hacemos? Mostraremos los números del 0 al 9 (ver material: números del 0 al 9). Presentaremos los números de forma ordenada y comenzando desde el cero.

En alguno de ellos pediremos que nos presenten tantos objetos como corresponde en función del número mostrado. Cuando llegamos al 9 y queremos pasar al diez… hemos de buscar una solución, ver de qué manera podemos representarlo sin utilizar otro tipo de dígitos. Nos ayudaremos con otro grupo de cifras del 0 al 9.

Hacerles ver que nuestro sistema se basa en la combinación de diez dígitos y que estos van del 0 al 9.

El nombre de los números. A partir de los números del 0 al 9 haremos una actividad que consiste en que los niños pongan "nombre" a un número de elementos de un determinado conjunto. Ese nombre es la grafía con la que se representa. Agruparemos 4 elementos de la clase por ejemplo y pediremos a uno de los niños que ponga a su lado "su nombre" (el número que representa su cardinal). Utilizar material: números del 0 al 9.

Comprender que el número de cifras está limitado a diez pero que los números no se acaban nunca.

¿Cuándo se acaban los números? Plantearemos un juego en el que hemos de ir haciendo un número cada vez más grande. Mostraremos las cifras del 0 al 9 y haremos las siguientes preguntas ¿cuántas cifras tenemos para hacer el juego?, si contestan que nueve, les damos la vuelta y las contamos, de este modo veremos que el "0" también cuenta. Ponemos una cifra a la vista de los niños (mejor el cero para evitar el tener que explicar en este momento que el cero a la izquierda no tiene valor, eso queda para más adelante). A la izquierda de esa cifra ponemos otra cualquiera y les preguntamos si es más grande el número. Luego sale otro niño y coloca otra más, volviendo a hacer la pregunta si creen que es más grande. No importa que pasemos de dos cifras pues se trata de ver que los números son infinitos. Así sucesivamente hasta agotar todas las que tenemos.

Inventar números. Les diremos que inventen un número de una cifra o de dos (si se trata de un solo niño puede hacer varios de cada). Si son capaces de escribirlos les pediremos que lo hagan en hojas de papel pequeñas (de lo contrario los aportamos nosotros). Una vez escritos, los ordenaremos. Los de una cifra los ordenarán ellos de menor a mayor. Los de dos cifras, nosotros (solo se pretende una aproximación intuitiva en este momento). Es para que se den cuenta de que, la combinatoria de las cifras, su posición, afecta a su valor.

Razonar sobre el hecho de que una misma cifra puede repetirse en un número.

¿Repetimos? A partir del juego anterior mostramos otro juego de cifras del 0 al 9 y les preguntamos si hay algún problema en que utilicemos más cifras de las que ya están allí, si se pueden repetir las cifras dentro de un mismo número o en dos números distintos… Según sus respuestas veremos ejemplos como el 11, 22, 33, 34, 43…

Concepción decenas-unidades basada en la numeración verbal.

Evitar errores generados por el soporte verbal discriminando números posibles (con construcciones correctas) e inventados con estructuras incorrectas muy típicas de los niños ("veintidiez").

Números incorrectos. Vamos a ir diciendo números de dos cifras, tanto correctos como incorrectos. Tendrán que dar una palmada en el caso de escuchar uno incorrecto.

En un primer momento diremos números seguidos correctos siguiendo el criterio del n + 1 y a continuación el incorrecto: "veintisiete, veintiocho, veintinueve, veintidiez".

Es importante resaltar el hecho que cuando llegamos al "nueve" hay un cambio de "familia" ya que aquí se produce un error muy típico. Luego ya pueden ser alternos introduciendo números imposibles "veintitreinta…"

Determinar qué números son de una cifra y cuáles de dos.

Números de una o dos cifras. La actividad consiste en que digan el número que quieran pero siguiendo la consigna que nosotros les digamos: "dime un número de una cifra... de dos…" No vale repetir números que ya hayamos dicho.

En un primer momento podemos partir de aquellos que solemos utilizar en clase (al contarnos, cuando pasamos lista, al trabajar los días del mes…).

Luego nos podemos apoyar visualmente con los números del 0 al 99 puestos en la pizarra o con los materiales "números del 0 al 100" que recortados y plastificados son muy fáciles de utilizar. Es conveniente colocarlos por filas del 0 al 9, 10 al 19… También podemos utilizar el material "Tablas lectura y escritura 0 al 100". No importa si aún no saben "leer" los números, se apoyarán en sus conocimientos verbales de la serie numérica. Cuando digan el número, o bien lo señalan ellos si saben cual es o bien nosotros. Luego es conveniente volver a hacer la actividad pero sin el apoyo visual y con más rapidez, de cabeza.

Dame… Mostraremos las tarjetas de números del 0 al 100. Les pediremos que vayan cogiendo un número de una cifra o de dos cifras (podemos quitar el 100). También les podemos decir cuando cogen los de una cifra que "cojan uno más grande que el anterior que han cogido" o "más grande o pequeño que 5 por ejemplo". Con los de dos cifras también podemos hacer lo mismo. No importa si hay errores, nosotros les ayudamos (están construyendo la línea numérica mental). Todavía no son conscientes que la cifra de las decenas vale más.

Desarrollar la conciencia fonológica a nivel de palabra para la discriminación de los números.

¡Ojo al cambio! Sentados en círculo iremos diciendo la serie numérica (1, 2, 3…) de manera que cuando llegamos al "diez", el alumno que está a nuestro lado se levanta y muestra los dedos de ambas manos. Sin hacer ningún tipo de pausa hemos de seguir la serie numérica de manera que el siguiente alumno discrimine cuando llegamos al "veinte", levantándose igualmente y mostrando los dedos de ambas manos. Aunque en un principio podemos dar pistas bajando la velocidad de la numeración cuando nos aproximamos a esa nueva "familia" o también por la entonación, pronto hemos de retirar estos apoyos para que sean ellos quienes lo discriminen sin ayuda.

Crear conciencia del valor posicional de las cifras mediante una superposición de éstas basada en la concepción verbal.

¿Cuántas hacen falta? Realizaremos esta pregunta para que nos digan cuantas cifras hacen falta para escribir el número… (43 por ejemplo). Una vez nos digan la respuesta correcta escribiremos en la pizarra 403, que se correspondería con la palabra "cuarenta y tres". Analizamos la contradicción y buscamos el error. Sacaremos los números móviles "números 0 al 100" y "números 0 al 9 para superponer". Mostraremos el número 40 y luego pondremos encima del 0 el 3. Repetir con otros números evitando los que acaban en cero (10, 20, 30…). Más tarde incorporarlos.

Carreras. Ponemos los números móviles 10, 20, 30… sobre una mesa y les damos los "números 0 al 9 para superponer". Vamos a ir diciendo rápidamente "16, 25, 34…" de manera ponga las unidades que tiene en su mana en el sitio correspondiente (sobre el cero del 10, del 20…). Hay que tener en cuenta que la "familia" del 10 al 19 se ha de trabajar de forma especial por su falta de transparencia fonológica (doce no se dice “diez y dos”). Para trabajar más esta franja numérica podemos recurrir a materiales para pizarra digital como el de “Viatges Bojos: una aventura matemática”, consultando su guía didáctica y dentro de ella la variable “valor posicional de las cifras”.

Concepción de secuencias de decenas y unidades.

Desarrollar la conciencia fonológica a partir de la raíz de las palabras-número.

¿A qué familia pertenece? Diremos despacio algunos números y nos han de decir rápidamente a qué familia pertenece. Así, si decimos por ejemplo cin-cuen-ta-y-cua-tro, antes de que acabemos de pronunciar el número han de contestar: “cincuentas”. Poco a poco incrementaremos la velocidad de pronunciación de los números que les decimos.

De diez en diez. Si previamente hemos trabajado “el principio de orden estable” de los números, habremos hecho actividades no solo el n+1 (1, 2, 3...) sino también el n -1, y algo importantísimo: n + 10 y n – 10 (0, 10, 20…; 100, 90, 80…). Ahora lo que vamos a hacer es apoyarnos en la fonología para contar de diez en diez pero desde cualquier número. Así pues diremos: 1, 11, 21… y han de seguir diciendo los siguientes. Lo más complicado para ellos es la decena que va del 10 al 19 pues la raíz de sus palabras no da pistas, por lo que primero haremos el ejercicio diciendo esos tres primeros números (5, 15, 25…). Luego ya podemos hacerlo desde el principio y también en forma decreciente (96, 86, 76…). Nos podemos ayudar del PowerPoint “Lectura del 0-99”, dispuestos tal y como se presenta en ellos (0 al 9, 10 al 19…)

Tener presente que cuando construimos la serie numérica al llegar a un número que acaba en "nueve" se produce un cambio en la raíz del número siguiente.

¡Mirada y cambio! Un niño va a representar con los dedos las decenas mientras otro, que está al lado, verbaliza su combinatoria. Ejemplo: un alumno verbaliza (26, 27, 28… 29), se para mira a su compañero, y este, que se encontraba enseñando dos dedos, muestra otro más. Cambia su mirada hacia el resto de compañeros y sigue (30, 31, 32…)

Cambio de velocidad. Se trata de cambiar de velocidad cuando se verbaliza la serie numérica de modo que vamos a un ritmo rápido cuando estamos al inicio de cada combinatoria (30, 31, 32, 33…) y descendemos en el momento nos acercamos al final (37, 38, 39…)

Memorizar los números a partir de la memoria visual (0 al 19) para su lectura.

Leemos números hasta el 19. A partir del PowerPoint *Lectura tabla 0 – 19 o* "Parking" (disponibles en Web educandomatematicos.com), trabajaremos la lectura de diferentes modos tal y como se apunta a continuación. También lo podemos hacer con materiales manipulativos "números del 0 al 100", escritura en pizarra tradicional, digital…).

- Leer hacia delante (0, 1, 2…)
- Hacia detrás (19, 18, 17…)
- De manera salteada (muy importante en los números del 10 al 19 ya que esta decena cuesta de aprender y hay que trabajarla mucho).
- Tapar números y que nos digan cuáles son apoyándose en los que están visibles.
- Decir qué número está antes o después del que les digamos.

Leer por construcción los números desde la conciencia fonológica (20 al 99).

Leemos números hasta el 99. A partir del PowerPoint *Lectura tabla 0 – 99* (disponibles en Web educandomatematicos.com), o de materiales manipulativos…

- Leer hacia delante (20, 21, 22…)
- Hacia detrás (99, 98, 97…)
- De manera salteada.
- Tapar números y que nos digan cuáles son apoyándose en los que están visibles.
- Decir qué número está antes o después del que les digamos.

Escribir los números del 0 al 19 apoyándose en la memoria visual.

Escribimos números hasta el 19. En un primer momento podemos explicar en la pizarra cómo se van construyendo los números del 0 al 19 (en realidad escribiremos hasta el 20). Partiremos del material "Tablas de lectura y escritura 0 al 20", figura 20, o presentándolo en la pizarra digital (no importa que el formato sea de un documento de Word, pdf… se puede abrir sin más y escribir o borrar sobre ella). Hecha la presentación de cualquier de las maneras antes descritas escribiremos y completaremos la tabla haciendo hincapié en que:

- En las casillas sombreadas no se puede escribir nada pues son números de una sola cifra.
- En cada casilla solo se puede poner una sola cifra.
- El número es una única cosa aunque puede estar compuesto por más de una cifra.
- Podremos ver cómo se repiten cifras pero no encontraremos dos números iguales.

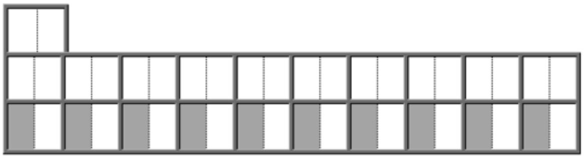


Figura 20. Tablas de escritura del 0 al 20

Escribir los números del 20 al 99 mediante construcción fonológica.

Escribimos números hasta el 99. Haremos lo mismo que en el ejercicio anterior pero a partir del material “Tablas lectura y escritura números 0 al 100”, figura 21. Además de las cuestiones sobre las que hemos hecho hincapié en la actividad anterior, también incidiremos en que:

- Los números están agrupados por familias (0-9, 10-19, 20-29…) y que nos dan pistas (la familia de los “cua…rentas” comienza por el “cua…tro”). Trabajamos la conciencia fonológica.
- Hasta que no llegamos al “nueve” no se cambia de familia y que en cada una de ellas se mantiene el principio de la palabra (en la familia de los “cuarentas”, al recitar o leer la serie numérica de este tramo, se repite la palabra “cuarenta”, añadiendo después “… y dos, y tres…” (por supuesto a excepción de las dos primeras decenas).
- La tabla puede ser construida tanto en horizontal como en vertical aunque es más aclaratorio en un primer momento construirla por filas (por familias).
- En el momento exista un buen dominio de la escritura del 0 al 100, hemos de hacerlo al contrario del 100 al 0, en ese orden y utilizando la misma tabla de apoyo.
- Aunque no lo parezca, es más sencillo y por supuesto más significativo construir las tablas a partir de lo que van recordando y de su conciencia fonológica, de nuestras explicaciones, de la corrección de los errores en

los que van incurriendo, que de copiarlos a partir de una tabla que les demos de muestra. Es conveniente repetir estas fichas hasta que el alumno las haga rápidamente y con seguridad, recordando de vez en cuando algunas de las cuestiones comentadas con anterioridad y que notemos que más les cuestan.

- Un último ejercicio es escribir del 0 al 100 de forma descendente, primero con ayuda de una tabla si es necesario, y luego sin ningún tipo de ayuda. En este último paso ya les ha de dar igual que los números más grandes se vayan situando más hacia abajo. Ello no ha de interferir en que se les dé un adecuado valor a los números a partir de los referentes de la línea numérica mental (que tiene una especie de representación mental ascendente), mientras que nuestra escritura habitual es descendente.

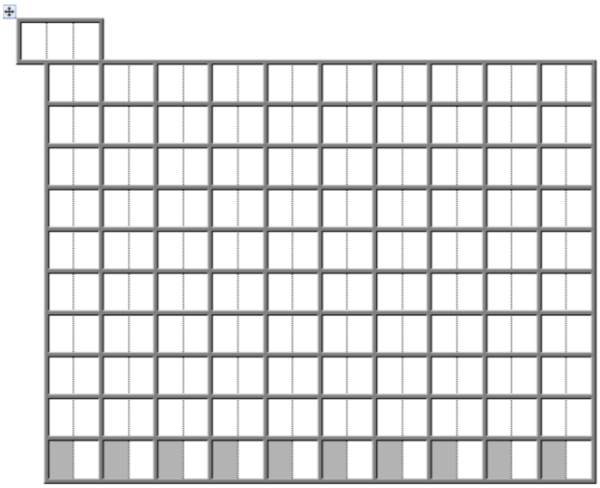


Figura 21. Tablas de escritura del 0 al 100.

Tener presente que en la columna de las unidades (la que les queda a su derecha) contamos de uno en uno y en la de su izquierda (decenas) de diez en diez.

De diez en diez. Como los niños ya saben que tenemos diez dedos entre las dos manos les decimos que vamos a contar de diez en diez, de manera que cada vez que incremento el n + 10 se pone de pie un niño mostrando los 10 dedos de sus manos. Por ejemplo digo diez, (se levanta un niño), veinte (el que esté a su lado), treinta (el siguiente)…

De diez en diez y alguno más. Haremos lo mismo que en la actividad anterior pero esta vez añadiremos alguna cifra en las unidades: diez, veinte, treinta, cuarenta y… tres (se levantan cuatro niños mostrando diez dedos y el quinto niño solo muestra tres dedos). Inmediatamente repasamos entre todos "diez, veinte, treinta, cuarenta y… tres".

Hacerles ver que en la columna de las decenas contamos grupos de diez elementos por lo que nunca encontraremos alguno incompleto.

Representar los números de manera escrita comprendiendo que en cada celda solo cabe una cifra y que por tanto solo pueden utilizar del cero al nueve.

Pintamos y ponemos el número. Trabajaremos a partir del material "Pintamos y ponemos el número", figura 22. Les haremos ver que en la columna de las unidades sólo hay nueve elementos ya que debajo sólo cabe una cifra y no dos y que lo mismo ocurre en la casilla de la izquierda en la que sólo hay nueve columnas. Podemos explicar ahora, o en actividades posteriores, que en realidad cuando llegamos a diez pasamos la columna completa a las decenas, ocurriendo lo mismo si llegamos a diez columnas en las decenas con lo cual pasaría a las centenas, no obstante no es un objetivo de esta actividad. Si plastificamos el material con el que vamos a trabajar podemos con un rotulador Vileda pintar las columnas que queramos en las decenas así como los círculos sueltos que queramos, pudiendo utilizar de este modo este material todas las veces que queramos. Colocarán los números móviles "números del 0 al 100", según corresponda en las celdas de la parte inferior. Incidiremos en que comprendan que:

- En cada celda donde representamos los números solo cabe una cifra.
- El número representado es una sola cosa, es por ello que en el centro las celdas están divididas con rayas finas.
- Solo pueden haber nueve unidades, nueve decenas (nueve columnas)…
- En la celda de las decenas no puede haber columnas incompletas.
- Podemos contar las columnas de las decenas de diez en diez.
- Pintamos determinado número de columnas y unidades. Tendrán que colocar los números móviles en el lugar adecuado.
- Continuaremos con el ejercicio anterior pero además tendrán que leer el número.
- Ahora lo haremos al contrario. Pondremos nosotros un número en las casillas inferiores. Tendrán que pintar las unidades y decenas (columnas completas) que correspondan.

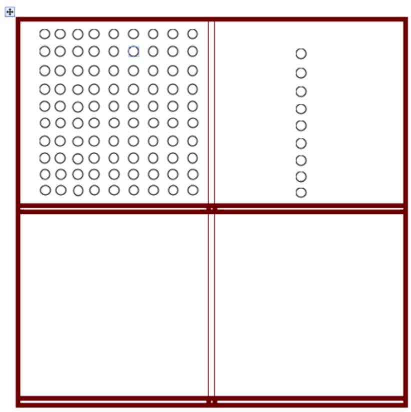


Figura 22. Pintamos y escribimos el número.

Construyo y escribo el número. Se puede hacer actividades similares a las anteriores pero donde las columnas sean las regletas naranja (regletas cuisenaire) cuyo valor es diez, o también con saquitos (mejor si son bolsas transparentes) en los que ellos mismos han participado rellenándolos con diez elementos.

Missió marciana. También podemos hacer una actividad semejante a partir del juego para pizarra digital "Escola de astronautes", entrando en el panel "Missió marciana" en http://mestreacasa.gva.es/web/concurso08/ Se recomienda ver las orientaciones didácticas que incluye en el apartado actividades / missió marciana.

Concepción de decenas y unidades separadas.

Entender que las cifras tienen valores distintos según el lugar que ocupan.

"Donde lo pongo". Escribiremos el número 1.111. Les daremos las piezas de los bloques multibase correspondientes a una unidad, decena, centena y unidad de millar. Si le damos el cubo de la unidad tendrán que ponerlo debajo del que representa esa cantidad. Al final quedará cada pieza justo debajo de la grafía que lo representa. Luego cambiamos al número 2.222. Hacemos lo mismo que antes pero haciéndoles ver que en cada columna se agrupan de uno en uno, diez en diez…

Comprender que los números son agrupados de uno en uno, de diez en diez… produciendo equivalencias (cada diez unidades equivale a una en la columna de su izquierda).

Repartidores. Somos repartidores de… (tapones, canicas). Para distribuirlos a nuestros clientes hemos de hacerlo en saquitos de diez elementos. Daremos un montón de cada cosa, al azar.

Distribuirán todos sus elementos (10 por saquito), los cargarán en algún camión, lo transportarán ellos… escribiendo en una hoja de ruta, cuántas cajas transportan completas (decenas) y cuántas unidades sueltas se han quedado para otro viaje posterior. En este caso, las saquitos o bolsas pueden ser transparentes de modo que vean lo que hay en su interior.

El muelle de carga. Pintamos con tiza dos rectángulos en el suelo. El de la izquierda será más grande. Será la zona de carga y descarga. Les diremos que el que está más a la derecha siempre se cuenta de uno en uno (unidades). En el rectángulo que está a su izquierda lo hacemos de diez en diez (decenas). Pondremos todos los objetos dentro del rectángulo de las unidades e iremos distribuyendo su contenido con 10 objetos en cada caja hasta agotarlos todos.

Cada vez que ponemos esa cantidad de objetos en una caja se cierra para que su contenido no pueda ser visto, sencillamente sabemos lo que hay en su interior. Una vez hecho esto pondremos la caja en el rectángulo de las decenas. También les diremos que al final de nuestro trabajo cada muelle de "carga y descarga" no puede tener más de 9 elementos, si tiene 10 o más han de pasar al de más capacidad, al que tiene a su izquierda.

Por último contaremos cuántas cajas hay, por ejemplo 8 y diremos que hay… "ochenta" y… las unidades que nos hayan quedado sueltas.

Ser conscientes que los elementos situados en la columna de las decenas son entidades mayores que las unidades.

"Guay o Chungo". Les diremos que elijan una de las cifras representadas en un ábaco teniendo en cuenta el valor que representa y si es algo que les gusta o no.

Así por ejemplo, si tenemos representado el número 13 (una bolita en la columna de las decenas y tres en el de las unidades) y les decimos que van a escoger "juguetes" deberían seleccionar el "1" de las decenas. Si por el contrario les decimos que van a escoger "zapatillas mal olientes" deberían señalar el "3".

Ver las decenas como entidades con mayor valor y no como un grupo de unidades.

¡Qué rápido! Esta actividad, se hizo de manera parecida en la "concepción de decenas y unidades separadas", en la que cada niño puesto de pie mostraba los 10 dedos de la mano (lo que nos permitía contar de 10 en 10) y en algunos casos otro de ellos, que permanecía sentado, mostraba tan solo unos pocos dedos (lo que nos permitía contar por ejemplo 10, 20, 30… y 4).

Ahora haremos algo similar pero los niños de pie no mostrarán sus 10 dedos, sencillamente representarán una decena. Haremos que se levanten por ejemplo cuatro niños y los demás deberán leer: uno, dos, tres, cuatro… ¡cuarenta! Si se levantan 5 y otro sentado muestra 2 dedos: uno, dos, tres, cuatro, cinco… ¡cincuenta y…dos!

Concepción integrada de las secuencias de decenas y unidades separadas.

Comprender los significados "unidad" y "decena", entendiendo que tiene el mismo valor una decena que diez elementos.

Dictado de unidades y decenas. Repartiremos varios materiales como: ábacos, "pintamos y ponemos el número", saquitos, regletas cuisenarie, papel y lápiz… (cualquier material en el que podamos representar unidades y decenas). Lo ideal es que diferentes tipos de representación, como los anteriormente comentados, estén repartidos en cada equipo, de este modo verán que un mismo número puede ser representado de modos diferentes. También es interesante que cambien de soporte, de modo de representación, de vez en cuando. Iremos dictando por separado por ejemplo: “tres decenas y dos unidades”, “cuatro unidades y seis decenas”, “cinco unidades”, “ocho decenas”… Como se puede observar se va cambiando el orden en que dictamos las unidades y las decenas para que sean ellos los que coloquen cada cifra en el lugar correspondiente. También números que acabarán en cero (ocho decenas = 80), o que tendrán que escribir a la izquierda si han de elegir la posición entre dos celdas (cinco unidades).

Unidades y decenas “de cabeza”. Ahora se trata de que el niño entienda “cuarenta” como cuatro decenas o como cuarenta unidades y además sea capaz de hacerlo de cabeza, sin apoyos visuales. Para ello haremos preguntas del estilo: ¿Cuántas decenas son 50 unidades? ¿60 unidades cuántas decenas son?... e incluso ¿cuántas decenas hay en 43 unidades?

Ser conscientes que se pueden contar elementos y grupos.

Comprobar y entender, utilizando números de dos cifras, que es lo mismo contar a partir de la agrupación de las decenas y unir las unidades, contar todos los elementos uno a uno o expresar una cantidad como entidades separadas.

¡Si da lo mismo! A partir del material “Pintamos y ponemos el número” figura 22, dictaremos un número que tendrán que representar, por ejemplo 34. Contaremos de distintos modos: “diez, veinte, treinta y cuatro” (hemos contado de diez en diez y luego las unidades). Luego todas las bolitas, una a una, (una, dos, tres…doce, trece, catorce… veintiséis, veintisiete… treinta, treinta y uno, treinta y dos, treinta y tres, treinta y cuatro). Por último

verbalizando cuántas decenas y unidades tenemos (tres decenas y cuatro unidades). Así verán que el resultado es el mismo.

Ahora… "de cabeza". A partir de la actividad anterior, les decimos de palabra que pintamos tres columnas de bolitas (decenas) y cuatro sueltas (unidades) y sin ningún tipo de representación escrita nos han de decir de qué número se trata. Ahora al contrario, decimos el número y nos han de decir cuántas columnas y unidades sueltas pintarían, así como confirmar el número total de unidades. Así por ejemplo el número 34, tiene tres decenas y cuatro unidades (parciales), o visto de otro modo un total de 34 unidades (totales).

Componer números aditivamente así como descomponer por sustracción.

Componer y descomponer. A partir del material "números decenas, centenas, u. millar para superponer", ponemos sobre la mesa (10, 20, 30, 40, 50…90) y les damos en mano los números "0 al 9 para superponer". Les diremos que formen el 56 y tendrán que poner el 6 sobre el 0 del 50. Ahora les pediremos que lo hagan al contrario. Cerrarán los ojos y les pondremos superpuestos un número, por ejemplo el 63. Tendrán que decir cuál es su descomposición (60 y 3) y luego levantar el número superpuesto para comprobar si es correcto.

Componer y descomponer "escribiendo y de cabeza". Se trata de hacer lo mismo que en la actividad anterior pero a partir de números escritos. Podemos elaborar fácilmente una ficha o partir de números escritos en la pizarra. Por último lo haremos de cabeza.

Representar un mismo número a partir de distintos soportes.

Dictado de números. Repartiremos varios materiales como: ábacos, "pintamos y ponemos el número", saquitos, regletas Cuisenarie, papel y lápiz… Lo ideal es que diferentes tipos de representación, como los anteriormente comentados, estén repartidos en cada equipo, de este modo verán que un mismo número puede ser representado de modos diferentes.

También es interesante que cambien de soporte, de modo de representación, de vez en cuando. Ahora dictamos números de una cifra, de dos, acabadas en cero.

Además tendremos en cuenta el dictar números de las franjas situadas entre el 10 al 19 por ser muy poco transparentes fonológicamente, así como del 20 al 29 por ser semitransparentes.

¡A contar! Muestro un número en el ábaco (es bueno también hacerlo con otros soportes) el doce por ejemplo, y tendrán que contar ese mismo número de elementos a partir de objetos que les hemos puesto a su alcance (bolitas, tapones, piedras…)

A contar y representar. Cojo al azar un montón de tapones por ejemplo. Tendrán que contarlos, representarlo en el ábaco, escribirlo o componerlo con los números móviles, decirlo de palabra...

Digo, digo. Digo de palabra un número. Lo plasmarán por escrito, en el ábaco y además contarán ese número de elementos.

Leemos el ábaco. Presentamos un número en el ábaco vertical, por ejemplo el 23 (tres bolitas en las unidades y dos en las decenas). Con los números móviles (materiales “números del 0 al 100”) han de poner el número correspondiente y leerlo.

“Escribo en el ábaco”. Ahora presentaremos escrito un número y tendrán que representarlo en el ábaco. También lo leerán.

“El ábaco de cabeza”. Les decimos de palabra el número de bolitas que hay en las decenas y las unidades y nos han de decir de qué número se trata.

"Al otro lado de la clase". En un lugar de la clase colocaremos un número compuesto por bloques multibase. El niño deberá ir a verlo, volverá hasta donde estemos nosotros, quedando fuera del alcance de su visión, y lo representará (por escrito, con números móviles…).

Ordenar números a partir de los criterios menor a mayor y viceversa.

Ordenamos y comprobamos. Aunque en realidad no descomponemos los números en decenas y unidades para compararlos si no que lo hacemos a partir de la "línea numérica mental", es bueno ordenar los números haciéndoles que se fijen en el valor posicional de las cifras para este fin. Ello es debido a que a partir de cuatro cifras sí descomponemos el número para ordenarlo (aunque sea mentalmente), esto es, nos fijamos más en la posición de sus cifras que en ver el número como un todo. La actividad consiste en repartir números de dos cifras cuyas decenas estén muy distantes entre sí para facilitarles su ordenación. Podemos partir de dos, tres o cuatro números según estimemos conveniente, por ejemplo: 86, 23, 56, diciéndoles que los ordenen de… mayor a menor (o al contrario). A continuación los representaremos con la ayuda de los bloques multibase de modo que veremos físicamente si los hemos ordenado bien. Luego se irán acercando los números que se comparan hasta quedar todos dentro de la misma "familia": 56, 52,59. En cuanto lo tengan comprendido se hará del mismo modo la actividad pero sin representar los números con los bloques multibase.

Ordenamos mentalmente. Les decimos dos, tres… números verbalmente y han de ordenarlos de cabeza, sin ningún tipo de soporte visual, respondiendo asimismo de forma oral, siguiendo el criterio que les hayamos marcado: de menor a mayor o viceversa.

Comparar números teniendo en cuenta el valor posicional de las cifras.

Comparamos con los bloques. Representamos dos números por medio de los bloques multibase. Situamos uno debajo del otro de modo que podamos comparar unidades, decenas… Determinamos cuál es más grande o más pequeño. Luego lo representamos con números. En actividades posteriores, se hará al contrario, poniendo primero las grafías, estableciendo hipótesis de cuál será mayor o menor y luego comprobándolo. Por último se intentará hacerlo de cabeza.

Valor posicional de las cifras a partir de números de tres cifras

Unidades, decenas y centenas. Dibujaremos en la pizarra tres cuadrados juntos y diremos que dentro de cada uno de ellos solo cabe una cifra. Pondremos el nombre a cada uno de ellos en función de la posición que ocupa (unidades, decenas y centenas). Reflexionaremos sobre la raíz, el significado de cada palabra "**uni**dades: de uno en uno", "**dec**enas: de diez en diez", "**cen**tenas: de cien en cien". Señalaremos ahora uno de los cuadrados y los niños han de contar según corresponda: 1, 2, 3… 10, 20, 30… 100, 200, 300… A continuación saldrá a la pizarra algún niño y al dictado escribirá dentro de los cuadrados. Comenzaremos por números de tres cifras para que les resulte más comprensible a partir de la actividad que se acaba de explicar evitando repetir la misma cifra. Ejemplo 345. Haremos hincapié en la fonología "**tres*cientos,*** cuarenta y cinco" destacando con la entonación de la voz la casilla en la que nos encontramos e incluso dando pistas si es necesario "trescientos, tres de cien". Luego les diremos que alguna de ellas puede quedar vacía, que han de estar atentos a las palabras. Comenzaremos por muy fáciles: "escribe 6", luego de dos cifras: 34, pasamos a las de tres otra vez: 257, y ahora añadimos ceros intermedios: repitiendo parte del anterior: 207.

Unidades, decenas y centenas en el ábaco. Repetir la actividad anterior pero apoyándonos en el ábaco. Podemos poner delante de cada ábaco los números móviles (materiales números del 0 al 9) para ver su correspondencia con la notación arábiga.

Dictado de números. Decimos de palabra el número y lo tendrán que representar con el ábaco y a nivel escrito. Después de varias actividades hacerlo sin el apoyo del ábaco.

¿Cuántos son? Ahora recordaremos las actividades en las que poníamos en correspondencia el número total de unidades con su equivalencia en decenas, centenas… Para ello haremos preguntas del estilo: ¿Cuántas decenas son 80 unidades? ¿90 unidades cuántas decenas son?, ¿cuántas decenas hay en 68 unidades? ¿Cuántas centenas son 800 unidades?...

Componer y descomponer. A partir de un número presentado por escrito tendrán que descomponerlo de la siguiente manera 745 = 700, 40 y 5. Los superpondremos de la misma manera que se hizo en actividades anteriores, mediante números móviles que colocaremos unos encima de otros (material: "Números decenas, centenas, u. millar para superponer"). A continuación se realizará por escrito y se les demostrará que esa descomposición no es sino una suma, por lo que poniéndolos en vertical comprobaremos que 700 + 40 + 5 nos da por resultado 745. También lo podemos hacer a la inversa.

Componer y descomponer de cabeza. Se trata de hacer lo mismo que en la actividad anterior pero de cabeza.

¿Cuánto vale? Pondremos tres cifras iguales en la pizarra formando un número como el 111. Señalamos una de ellas y nos ha de decir cuánto vale (si señalamos el de las decenas dirán diez).

¿Cuál vale más? Ponemos tres cifras en la pizarra y señalando dos de ellas nos han de decir cuál es más grande diciendo a continuación el valor de ellas. Partir de números con cifras iguales como el 222 y luego introducir los que se quieran (por ejemplo escribo el 236, señalo el 2 y el 3, han de contestar que el más grande es el 2 por que vale 200 y el 3 solo 30). Les ha de quedar muy claro que siempre las cifras de la izquierda son más grandes que las que quedan a la derecha.

Unidades, decenas, centenas y unidades de millar. Pasamos ahora al 1000. A partir de este momento resulta de mucha ayuda el agrupar las cifras de tres en tres de derecha a izquierda. Separar levemente las unidades de millar (ahora ya no se separan con un punto según la Real Academia de la Lengua), puede ayudar en un primer momento.

Es más sencillo comenzar con un número de cuatro cifras que no comience por el "uno" y sin ceros intermedios, por ejemplo: 2 345 ya que es más transparente fonológicamente. Señalaremos con el dedo sobre las cifras de manera lenta para vean la correspondencia entre las palabras que pronunciamos y lo que está representado.

En esta correspondencia hay que hacerles ver que la primera parte de cada cifra en los "miles" y los "cientos" nos dice cuál es (**dos** mil, **tres**cientos), y la segunda de qué cantidad se trata (dos mil: dos de mil, trescientos: tres de cien).

Esta comprensión ayuda a seleccionar por conciencia fonológica las cifras adecuadas para su escritura al dictado, siendo especialmente relevante para cuando presentemos ceros intermedios y tengan que deducir que nos hemos saltado una posición (2045). Así pues, dictaremos números para que los escriban del estilo (456, 3476…). Lo diremos lentamente y lo repetiremos cuantas veces estimemos oportuno pero siempre completo. El siguiente paso será decir cómo se escribe el número mil aunque probablemente ya lo sepan.

Por último introducir ceros intermedios recordando que podemos dejar "vacío en nuestro número" alguna de sus columnas, de modo que si no digo nada cuando llego a la posición de los "cientos" sencillamente he de poner un cero. Es importante destacar que el que no diga nada en esa columna, en este ejemplo el de los "cientos", no significa que no he de escribir alguna cifra, pues si no escribo el cero luego el número estará incorrecto.

El número escondido. En un lugar de la clase que no esté al alcance visual de los alumnos representamos un número con los bloques de base 10, por ejemplo 1435. Uno de los alumnos ha de ir a verlo, y a la vuelta a su silla, mesa del profesor… representarlo. Es conveniente que pasen al menos unos segundos para que el número no sea leído directamente o que memorice sus elementos (un bloque rojo, cuatro azules…), sino que lo transforme en un número. Lo representará mediante otro tipo de notación (de palabra, escrito, o representado mediante números móviles). Esta última forma de representación es más interesante ya que obliga a la mente del niño a retener durante más tiempo el número en su cabeza, realizando una conversión del lenguaje oral a una representación en la que lo compone mediante números móviles (ver material "libretas de números móviles").

Las jaulas. Mediante un material compuesto por libretas de números móviles, pensamos un número de cuatro cifras y colocamos una regla o madera larga entre sus hojas de manera que al levantar quede al descubierto el número deseado.

Las libretas deben estar montadas de modo que la primera de sus páginas no sea un número sino una página en blanco en la que hemos hecho unas rallas simulando que son jaulas.

Los alumnos se ponen en grupos delante del número y preguntamos a uno de ellos: si coloco un 4 en esta jaula (decenas), ¿cuántos cocodrilos saldrán? Si acierta, con la ayuda de la regla se destapa todo el número a la vez, salen corriendo y se refugian en sus mesas. Si son animales que se desplazan por el suelo se suben a las mesas, si vuelan, debajo.

Componer números de cuatro cifras (desde el valor posicional de las cifras y desde la composición aditiva). Por equipos diremos verbalmente un número distinto a cada alumno, se desplazará fuera del aula donde puede encontrar todas las cifras o números para la composición aditiva, volverá y lo representará mediante números móviles (ver materiales "Celdas para componer números…", "Números para valor posicional de las cifras" y "Números decenas, centenas, u. millar para superponer").

Multiconexiones. Se trata de que "convivan" en una misma actividad distintos sistemas de notación, de representación de entidades numéricas. Diremos que representen un mismo número en equipos formados por cinco alumnos.

Lo podemos presentar de forma oral, escrita… teniendo que representarlo cada uno de los miembros de otra manera distinta. Así por ejemplo, si decimos de forma oral el número 2345, cada alumno lo hará de uno de los siguientes modos:

- Escrito.
- A partir de la composición mediante cifras sueltas (ver material “Celdas para componer números a partir de sus cifras” y “Números para valor posicional cifras”).
- Por composición aditiva (ver material números decenas, centenas, u. millar para superponer).
- En el ábaco.
- Con los bloques de base 10.
- Un sexto modo podría ser con el material “Libretas bloques multibase para lectura por valor posicional cifras”.

Una vez representado, los miembros de cada equipo rotan una posición hacia su derecha de modo que el siguiente número tendrán que representarlo de otro modo. La actividad termina cuando han dado la vuelta completa a su equipo.

CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS ASOCIADOS

A partir de situaciones de conteo, comparación, etc., trabajar las nociones de (más, menos, más que, menos que, mucho, poco, unos, varios, todo, nada, ninguno, igual, diferente, poner, quitar, a un lado, al otro, izquierda, derecha, primero, segundo…, último, anterior, posterior (antes, después), grande, mediano, pequeño…

Todas estas nociones se suelen trabajar mucho en educación infantil, sobre todo si utilizamos las unidades didácticas. También podemos elaborar materiales de todo tipo, con cartulinas, en PowerPoint…, así como utilizar elementos de la clase, a los propios niños…

OPERACIONES LÓGICAS

Las actividades le lógica relacionadas con el número se harán básicamente a partir de las de conteo. Son de especial relevancia las relacionadas con el orden estable y la abstracción (página 468), la correspondencia uno es a uno y la irrelevancia de orden (página 469), y cardinalidad (página 470).

Siempre dentro del contexto del número, cada uno de los principios que acabamos de mencionar, nos han de conducir a que los niños comprendan su lógica, su razón de ser. Todo ello se hará por medio de procesos de razonamiento, inferencias, hipótesis, deducciones…

Asimismo, actividades de clasificación y formación de listas de colecciones, nos conducirán a la formación del concepto de clase y por último a la categorización. En la formación de listas asignaremos símbolos o nombres para utilizarlos en el recuerdo e incluso expresión de cada colección. Una vez formadas diferentes clases veremos su relación entre sí, lo que nos permitirá categorizar. Estos procesos de abstracción, cualitativos, conectarán con los cualitativos propios del conteo.

El mejor momento para llevar a cabo estas tareas es en las rutinas de la mañana. El motivo es que sus mentes están receptivas. Nos encontramos ante situaciones de aprendizaje que requieren de un gran esfuerzo cognitivo, por lo que nos hemos de asegurar un buen grado de atención.

Otras cuestiones lógicas son las derivadas de situaciones de composición, descomposición y reversibilidad. Estas son desarrolladas de manera conjunta en otras como las descritas en el valor posicional de las cifras, página 480.

DESCOMPOSICIÓN Y COMPOSICIÓN DEL NÚMERO

En todas las actividades de descomposición podemos darles como consigna el que lo hagan con sólo dos regletas, tres…, o con todas las que quieran (evidentemente como máximo utilizarán hasta el número que les hemos marcado). Es interesante ir variándolo pues enriquece la habilidad de la descomposición y se van explorando multitud de posibilidades. No es necesario ni mucho menos que lleguen a descubrir todas las combinaciones.

Una vez realizadas alguna vez las actividades antes descritas hay que repetirlas pero en el que convivan a la vez con números, bien móviles situándolos al lado o debajo de cada regleta según corresponda, bien escribiéndolos.

El objetivo de los materiales manipulativos es la ayuda en la construcción de las ideas necesarias para una adecuada comprensión de determinados aspectos que son necesarios para la adquisición completa de la noción de número. Así pues, esa ayuda ha de ser retirada en el momento adecuado para dar paso a elaboraciones más abstractas y complejas (por ejemplo cuando ya son capaces de descomponer un número sólo con otros números: 5 = 2 + 2 + 1

Juego del muro de las regletas. Colocamos una regleta como base (la del 10 por ejemplo) y luego sobre ésta se construye “un muro” pero en el que no puede haber ninguna ventana (huecos), ni puede sobresalir ningún “ladrillo” por los lados. Este es el primer de los ejercicios a realizar para la descomposición del número pues es una actividad muy intuitiva en la que no hay que dar grandes explicaciones, solo dar las consignas antes mencionadas.

A partir de un número que les digamos, que no sea demasiado grande como el 5 ó el 6, situar esa regleta sobre la mesa y decirles que debajo han de hacer otras igual de largas pero con más de una.

Equivalencias. Igualdad. Ponemos una regleta en vertical como si fuera un edificio y les hemos de decir que han de construir una ciudad con edificios equivalentes (evitar pronunciar términos incorrectos como "caber"…) Han de procurar que esos edificios sean únicos, es decir que no se repitan, con lo que obtendremos distintas descomposiciones.

Kárate Kid. Utilizaremos bloques multilink. Les diremos que construyan una tira de diez cubos por ejemplo. A nuestra señal les darán un golpe de kárate de modo que se rompa en dos trozos (si se fragmenta en más partes lo han de recomponer y volver a darle el golpe). Contarán las unidades de cada trozo y lo escribirán en un papel. Luego, en la pizarra, nos irán diciendo las diferentes combinaciones que han salido. Asimismo, analizaremos si alguna es posible pero no nos ha salido. Se trata de una actividad que les produce gran diversión.

Construimos a trozos el número… En esta actividad, también a realizar con bloques multilink, les daremos una instrucción del tipo "vamos a hacer el número seis en tres trozos, con tres colores diferentes y con los colores juntos). Así un pueden elegir el blanco, rosa y negro con dos elementos de cada. Luego lo plasmamos en el papel, en la pizarra… para hacer la transferencia a un lenguaje matemático.

¡A pesar! Esta actividad se puede hacer con regletas cuisenarie grandes (lado 2 cm) o con bloques multilink. Son mucho más recomendables estos últimos ya que su peso es bastante uniforme, cosa que no sucede con las regletas.

La actividad consiste en hacer sumas, restas y descomposiciones a la vez que pesamos los bloques en básculas. Así, si situamos en el platillo de la izquierda tres cubos y le añadimos dos más, buscaremos cuántos hemos de poner en el de la derecha para igualar, equilibrar el resultado. Luego se cuentan para ver el resultado.

En un primer momento los cubos pueden estar sueltos, luego se agrupan (el dos de un color por ejemplo, el tres de otro y el resultado de otro). Más adelante es incluso conveniente hacer las agrupaciones pero con un solo color. Al igual que en actividades anteriores, hemos de dar el paso de conversión del lenguaje, al lenguaje matemático. Así, a la vez que se van pesando los números, se buscará algún tipo de representación gráfica (escrita por ellos o con números y signos móviles).

Por otro lado, realizaremos composiciones y descomposiciones a partir de actividades como las descritas en el valor posicional de las cifras, página 499, donde se llegan a manejar números de cuatro cifras.

OPERACIONES ARITMÉTICAS BÁSICAS

Uno más. Se trata de que se den cuenta que la serie numérica se construye a partir del (n + 1). Ponemos partir de un trozo de la serie numérica en la pizarra, de una situación análoga mostrada en el PowerPoint, o lo mejor, de la representación de la serie numérica del 0 al 100 situada en una de las paredes de la clase, les hacemos comprender que de un número al siguiente hay precisamente eso: “uno más”, señalando un número y preguntando por ejemplo: “si al 7 le sumo uno…”, “si al dieciocho le sumo uno…” Luego intercambiaremos con palabras que significan lo mismo y ante las que se pueden encontrar como “7 más 1”, “7 **y** 1”. Han de entender que todas ellas significan lo mismo y también que ese número que es uno más grande no es ni más ni menos que el siguiente. Al principio no caen en la cuenta que es el número siguiente porque todavía no saben que la serie numérica se construye con (el n + 1) siendo la comprensión de esta cuestión básica para la noción de número. Luego haremos lo mismo pero de forma descendente.

¿y si le sumo uno? Les enseñamos un número y una vez nos han dicho cuál es les preguntamos: ¿y si le sumo uno? Esta actividad se presta a hacerla cuando vienen a "alquilar juguetes".

De uno en uno. Apoyándonos en la línea numérica situada en la pared y que va del cero al cien, señalaremos un número y les pediremos que nos digan "uno más", tras su respuesta volveremos a decir "uno más"… repitiéndolo en varias ocasiones. Más tarde haremos lo mismo pero con "uno menos".

¿Más o menos? Verbalizaremos una tramo de la serie numérica (del 15 al 23 por ejemplo). Los alumnos dirán si vamos "a más" o "a menos". Luego se buscará que la respuesta sea "más grande / más pequeño".

Anterior y posterior. Utilizaremos también la línea numérica situada en la pared. Enfocaremos con un puntero láser y les haremos que verbalicen el anterior y/o posterior. Se incidirá en la conciencia fonológica, por ejemplo, al nombrar 40, el 39 es de la familia anterior, dificultando su localización mental. Luego se realizará sin el apoyo visual, esto es, de manera mental. Asimismo, se unirá a las ideas "uno menos / uno más", "más pequeño / más grande". De este modo cuando digan el número posterior a 25, responderán 26, y además han de decir "uno más". Más tarde se buscará la respuesta ligada al concepto "más grande". Todo ello en pro de generar multiconexiones.

El coche piripi. Situamos un trozo de la serie numérica en la pizarra y sobre un número cualquiera un coche. Los niños dirán lo lejos que quieren que vaya diciendo "más 1" o "menos 1". El coche lo desplazaremos por ejemplo del "pueblo 3" al 4 haciendo "eses" como si fuera un poco piripi. Una vez vista la dinámica podrán decir "menos 1", "más 5", "menos 3"… Luego son los niños los que van saliendo a la pizarra y nosotros y/o el resto de niños los que les decimos "más 4…"

En las actividades *"Uno más", "¿Y si le sumo uno?"* y *"El coche piripi"* partimos de lo visual. Cuando ya las hayamos trabajado un poco deberíamos hacer algo similar pero sin soporte visual, de forma oral. Como punto de partida de las operaciones lógicas ver distintas estrategias de conteo, reflexionar sobre ellas e ir recopilándolas.

Juntamos. Enseño dos dedos de una mano, tres de la otra, con los brazos abiertos y digo que si los junto suman… (hago un movimiento lento, o más rápido según nivel de los niños, en el que acabo juntando los dedos de ambas manos).

Hacer sumas y restas con regletas. Hacer sumas y restas solo a partir de regletas del "uno".

Unir dos regletas y se buscar la que tiene su misma longitud (sumas). A partir de la regleta pequeña, seleccionamos la que nos falta para llegar a ser igual de larga que la grande (restas).

Hay fichas que nos permiten pasar de lo manipulativo al trabajo en papel, con el consiguiente paso a notaciones matemáticas.

Hacer sumas y restas con las básculas. Estas actividades ya han sido descritas anteriormente en descomposición.

Sumas y restas con la balanza aritmética. El fundamento es el mismo que el de las básculas pero con un material parecido.

Sumas y restas por unión o segregación de elementos. Formaremos conjuntos de elementos, los juntaremos y realizaremos el conteo (sumas). En el caso de la resta, a partir de lo objetos de un conjunto retiraremos una parte de ellos y luego se cuentan. Tendremos en cuenta todas las recomendaciones explicitadas en la página 272, de manera que se produzca la conexión con el lenguaje matemático. Buscaremos situaciones lo más contextualizadas y cotidianas posible, tanto en este tipo de sumas como en las que se describen a continuación.

Sumas y restas partiendo de uno de los elementos. En el caso de la suma, partiremos de un número para añadirle el otro. Al principio les dejamos que escojan uno de ellos, al azar, y resolveremos la suma. Luego invertiremos los sumandos con el fin de que vean que el resultado es el mismo. La intención es que se den cuenta que es más eficiente escoger el más grande y luego añadirle el pequeño.

Para ello haremos *carreras.* En situaciones de suma como 2 + 7, nosotros escogeremos el mayor (ellos partirán del otro), verbalizando con ayuda de los dedos el otro sumando. En el momento se den cuenta de que es mejor, más rápido, el partir del número mayor, les dejaremos escoger el que quieran. De este modo nos ganarán y se fijarán bien a la hora de escoger.

En el caso de la resta, con este algoritmo, lo primero será demostrarles que en realidad estamos haciendo una comparación (cuántos más tiene 7 que 2, en el caso de restar estos dos números). Lo haremos de distintos modos: poniendo la regleta del dos al lado de la del siete y buscando la que falta (como en la descomposición). También con objetos, de manera que, puestas en fila ambas colecciones, contemos desde la pequeña (retirar dos de cada colección puede confundir a los niños en este tipo de actividad, hay que hacerlo de manera progresiva y muy razonada).

Por último y como siempre no hay que olvidar su representación en forma matemática y en soporte escrito, si bien siempre después de procesos manipulativos que conducen a la comprensión. Estas sumas y restas se realizarán tanto en horizontal como en vertical, teniendo en cuenta las consideraciones expuestas en las páginas 274 a 276.

Sumas y restas memorizadas. Utilizando como punto de partida algunas muy sencillas, que hayan aparecido en numerosas ocasiones en clase, formularemos la pregunta y esperaremos una respuesta muy rápida. Si hay alumnos que se adelantan continuamente al resto, les diremos que han de “descansar” durante unos momentos. Buscamos la memorización a partir de la repetición.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Alquiler de juguetes. En esta actividad los niños realizan todo tipo de actividades, siendo la progresión en la dificultad una constante. De este modo, comienza con la lectura y escritura de números, tal y como se vio en ese apartado página 473. Luego con el uso de monedas y billetes que nosotros mismos hemos elaborado. A continuación vamos insertando dichas habilidades con otras como el cálculo y el razonamiento.

Se hará a través de la resolución de problemas. Se formularán preguntas del estilo:

- Eso que coges vale 45, ¿tendrás bastante con un billete de 50?
- Lo que te llevas vale 25, y tu tienes 20. ¿Te falta o te sobra dinero? ¿cuánto?

Hay que aplicar preguntas que respondan a las estructuras planteadas en la página 182 a 184.

Panel de joyas y complementos. Los niños pueden, si lo desean, coger más de un elemento, figura 19. Esta tentación provocará la necesidad de sumar. Primero pagarán con monedas que hemos fabricado (conteo). Luego con billetes de cinco y de diez, lo que provocará la devolución (descomposición). Más adelante se eliminarán las monedas para hacerlo por medio de sumas formales. Las respuestas son válidas tanto si se recuperan de la memoria, de cabeza, con ayuda de los dedos… Por último les pediremos que lo hagan por escrito, desde una matemática más formal. Resulta muy interesante el incorporar sumas de dos cifras sin llevar.

Para evitar respuestas mecánicas en las que siempre aparece la suma, intercalaremos de manera aleatoria cuestiones como “por llevarte dos te descuento…” Así, desde el principio se intentará el que razonen.

Tienda de ropa y disfraces. Se encuentran disponibles en un perchero a la vista. Cada prenda lleva colgada una etiqueta con diferentes textos. Algunas propuestas son:

- “14 €. oferta!!!!!, descuento de 2 €”.
- “Te ha tocado gratis!!!!!”, (problemas sin números).
- “Antes 34 €, ahora gratis”, (incluyen información irrelevante).
- “Antes 42 € ahora 36 €” (no necesitan en realidad cálculo alguno).
- Con precio directo “85 €”.
- …

Se puede acceder a estos materiales en cualquier momento pero también de manera planificada por nosotros. En este caso podemos elegir un encargado de tienda y clientes. En su representación se desarrollan todo tipo de habilidades sociales como dar los buenos días, hablar con corrección, expresarse de modo adecuado, mostrar diferentes productos… Es interesante grabarlo y proyectarlo. Ello nos permitirá se analizarlo de manera colectiva cuantas veces se quiera.

En todas las actividades que se acaban de describir, los niños pueden escoger los juguetes, joyas, o las prendas, en momentos de juego libre (al terminar sus tareas), tiempos de juego (para todos a la vez pero de acceso libre a cualquier tipo de juego), y de juego estructurado (preparado por los docentes.

Representamos. Hay que representar situaciones de resolución de problemas a partir de diferentes soportes y de manera progresiva.

En un primer momento se buscará hacerlo a partir de juguetes, material de reciclado, plastilina… (tres dimensiones). Podemos incorporar algo de texto, números, signos… a esa representación.

La siguiente forma de representación se desarrollará a través del dibujo (dos dimensiones). A partir de la representación de problemas (que ya hemos visto incluso en vídeo), dibujaremos la situación analizada. Si un niño llega a la tienda con un billete de 10 € y ha pagado 7 €, dibujará al tendero/a con el billete en la mano y al niño con las monedas devueltas en una de sus manos y el objeto comprado en el otro.

El último paso en la representación será a nivel mental. Plantearemos problemas que habrán de resolver sin ningún tipo de soporte. A continuación se representarán. Esto ayudará a aquellos no lo hayan acabado de entender.

CONSCIENCIA

Es aplicable en cualquier acto matemático que implique "darse cuenta de algo", "percatarse", "metacognición". A partir de ello razonaremos, haremos deducciones, transferencias y estableceremos relaciones de causa efecto. La consciencia evita lo mecánico (hasta que producto de la comprensión) se automatice desde la repetición. Veamos un ejemplo:

Se acaban. Con el ábaco voy contando en la columna de las unidades 1, 2…8, 9 con lo que me quedo sin números (es recomendable que en cada columna sólo haya 9 cuentas y no 10 como suele ocurrir con muchos ábacos), haciéndoles ver la necesidad de "combinar" los números pues llega un momento que se acaban los de una sola cifra.

¿Para qué me sirven? En las rutinas de la mañana hablar sobre cuándo nos hacen falta los números, cuándo los necesito, dónde los podemos encontrar a nuestro alrededor.

¿Dónde están? Buscamos números a nuestro alrededor, operaciones, problemas cotidianos…

Voy a fijarme. Identificar, dentro de una conversación, un cuento… cuándo nombro los números.

Le cambio el nombre a los números. Voy a llamar a la regleta roja, número 2, "coche" y a la amarilla, número tres, (en lugar de nombre doy una palmada). Cuando digo Coger: "coche", "coche" (doy una palmada), los niños han de coger dos regletas rojas y una amarilla y hacer la suma. Luego de cabeza.

Inventores de problemas. Para realizarlo de manera adecuada implica un buen nivel de ejecución de todas las tareas vistas. Entre ellas se incluye de manera especial el tener un buen nivel de consciencia. Lo llevaremos a cabo a partir de situaciones conocidas de modo que los niños busquen variantes. Más tarde intentaremos darles más autonomía y menos pistas. Todas ellas pueden estar relacionadas con el quehacer diario propia de la clase, la vida cotidiana o cosas que hacen los padres.

ANEXO II

RESUMEN DE LAS METODOLOGÍAS MONUMENTALISTA, FUNCIONALISTA Y NEUROLÓGICO-PRINCIPIOS

Metodología	MODELO MONUMENTALISTA

- Modelo de enseñanza/aprendizaje academicista.
  - Se tiene muy en cuenta el currículo.
  - Centrado en la transmisión de la información.
  - Estilo directivo por parte del docente.
  - El protagonista es el docente.
  - Todo está muy estructurado.
  - No se les da tiempo a los alumnos a pensar a madurar.
- Tratamiento de la información: la presenta el profesorado.
- Decisión sobre lo que se va a trabajar. Viene impuesto por los docentes.
- Rol del profesorado: experto.
- Métodos globalizadores utilizados y su duración. La mayor parte del trabajo parte de las unidades didácticas, con una duración de unas tres semanas.
- Sentido de globalización: por sumatorio de materias.
- Niveles óptimos de aplicación de la metodología globalizadora. Desde infantil.
- Centros de interés: son cuestionables como tales y elegidos por los docentes.
- Objetivos: fuertemente jerarquizados.
- Tipo de contenido: los conceptuales tienen mayor presencia que los procedimentales o los actitudinales. Los procedimentales: escribir, dibujar, colorear, picar, recortar… no tienen conexión con situaciones reales.
- Técnicas de trabajo y procedimientos: escribir, dibujar, colorear, picar, recortar, cantar…
- Evaluación. Centrada sobre todo en los contenidos conceptuales o en procedimientos mecánicos.
- Rol del alumnado: ejecutor de actividades.
- Actividades.
  - Unidades didácticas de editoriales (fichas).
  - Cuadernos de matemáticas de editoriales.
  - Fichas de conteo, de sumas, restas, de ampliación y refuerzo…
  - Talleres con actividades descontextualizadas. Conteo, clasificación, ordenación de objetos con el fin de mejorar su mecánica…
  - Dictados de números, lectura...
  - Se repite mecánicamente una misma actividad: grafías, copias, sumas…
  - Prima lo memorístico: aprendizaje de los números a modo de cantinela.
  - Actividades descontextualizadas con escasa conexión con el mundo que nos rodea: números, sumas, problemas sin aplicación práctica. Eso se deja para más adelante o para otro tipo de actividades.
  - Difícilmente generalizables a otros contextos. Los niños no ven qué aplicaciones tienen en su entorno y por tanto no pueden poner en marcha los mecanismos que lo permiten.
  - Actividades mayoritariamente individuales.
  - Se trabaja mucho la psicomotricidad fina (fruto de tanto trabajo a partir de las fichas).
  - Materiales manipulativos. Actividades descontextualizadas: descomposición del número a partir de regletas, uso del ábaco sin aplicación en el entorno.
  - Uso del ordenador, pizarra digital… con fines matemáticos (a modo de fichas, de entrenamiento).

Observaciones:

Metodología	MODELO FUNCIONALISTA

- Modelo de enseñanza/aprendizaje por descubrimiento.
    - No tiene muy en cuenta el currículo.
    - Se incide en la reflexión, en los porqués.
    - Hay que cuestionarse todo lo que se hace para dirigirse hacia el estudio, la investigación.
    - Pretende desarrollar procesos cognitivos esenciales para las matemáticas como razonar, inferir, deducir, hipotetizar…
    - Hay que darles tiempo para pensar.
    - Estilo democrático por parte del docente.
    - El protagonista es el niño.
- Tratamiento de la información: se analiza con el profesorado.
- Decisión sobre lo que se va a trabajar. En ocasiones también son partícipes los alumnos.
- Rol del profesorado: Mediador.
- Métodos globalizadores utilizados y su duración. Parten básicamente de los proyectos de trabajo. Son muy variables yendo desde unos pocos días a trascender del propio curso escolar.
- Sentido de globalización: relacional.
- Niveles óptimos de aplicación de la metodología globalizadora. Desde primaria (esto es debido a que se centran en el tipo de proyectos denominado *ocasionales*, que requieren de muchos recursos, contenidos, habilidades…)
- Centros de interés: son reales, próximos al niño.
- Objetivos: muchos de ellos se formulan en el momento en que surge un interrogante, pueden ir surgiendo más según avanzamos.
- Tipo de contenido: se centran sobre todo en los procedimientos de corte cognitivo superior como razonar, deducir, hipotetizar…
- Técnicas de trabajo y procedimientos: explorar, experimentar, probar, formular hipótesis...
- Evaluación. Centrada sobre todo en procedimientos cognitivos: razonar, deducir, analizar…
- Rol del alumnado: experimentador, copartícipe.
- Actividades.
    - Incluidas en unidades didácticas diseñadas por los docentes, contextualizadas, muy procedimentales y con un sentido de globalización relacional.
    - Presentes en proyectos de trabajo, rutinas de la mañana, talleres experimentales.
    - Aplicación de situaciones de conteo, sumas, restas a partir de situaciones habituales…
    - Gran presencia de resolución de problemas como eje dinamizador de todo tipo de habilidades matemáticas.
    - Actividades a partir de números significativos para el niño: edad de los niños, peso, talla, número de la casa donde vive, matrícula del coche de sus padres, teléfono…
    - Actividades a partir de situaciones prácticas de la vida real donde sea necesario el uso de números: Pasar lista, contar los niños que han venido, los que han faltado, hacer cálculos a partir de esta circunstancia, lista de la compra del supermercado, recetas de cocina…
    - Primacía de la memoria comprensiva sobre la memorística.
    - Actividades lo más contextualizadas y reales posible.
    - Las actividades matemáticas han de estar conectadas con otros conocimientos o con otras habilidades matemáticas lo cual facilitará la generalización y su uso práctico.
    - Con las actividades se busca la autonomía en los aprendizajes.
    - Algunas actividades van dirigidas al trabajo cooperativo.
    - Materiales manipulativos. Su uso tiene como finalidad experimentar para comprender, conectando además con algún tipo de aplicación real (experimentos para la conservación de la cantidad, sustancia o volumen, juegos de mesa…)
    - Uso del ordenador, pizarra digital… con fines matemáticos (la información se presenta incompleta, el niño ha de descubrir elementos, relaciones… para poder superar las actividades que va encontrando).

Observaciones:

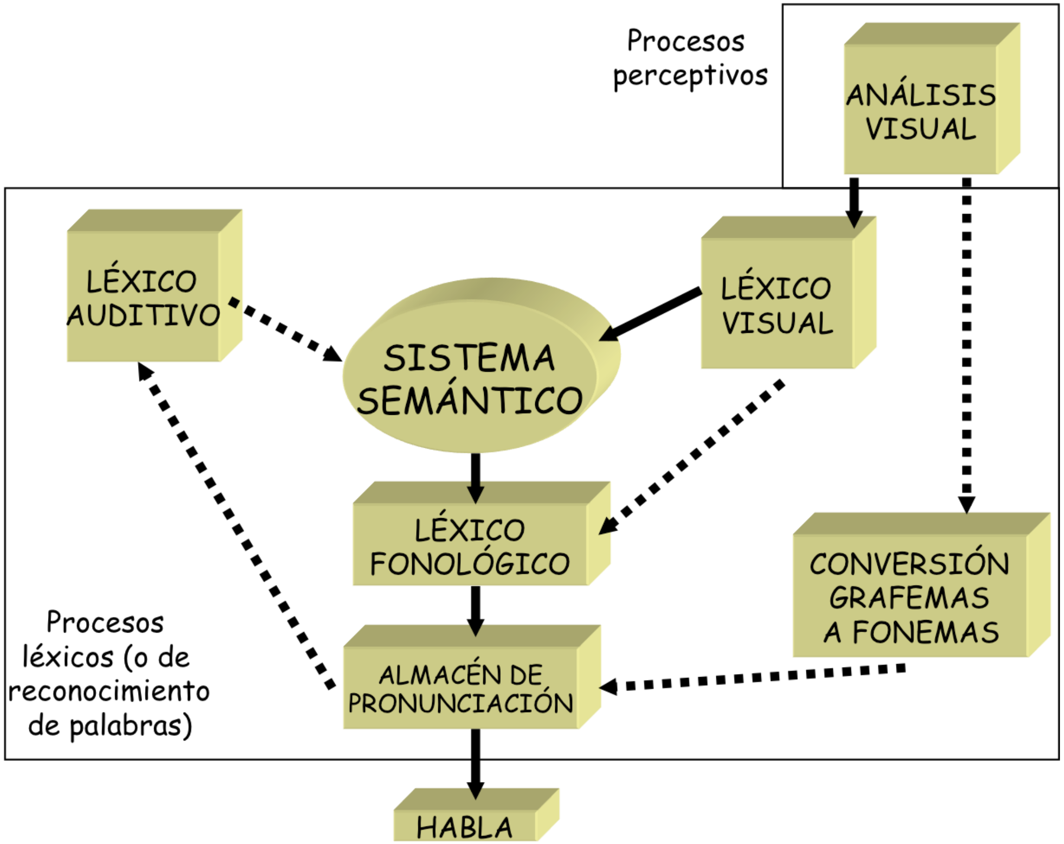
Metodología	MODELO NEUROLÓGICO/PRINCIPIOS

- Modelo de enseñanza/aprendizaje reflexivo, consciente, eficaz.
    - Tiene en cuenta el currículo como herramienta de cohesión y coherencia dentro de un mismo nivel educativo, entre niveles y entre etapas. Ello permite respetar los conocimientos previos de los alumnos.
    - Parte de la construcción de la línea numérica mental como una de las principales herramientas en la interiorización y manipulación del número.
    - Busca la interrelación entre procesos cognitivos, la matemática formal y su aplicación en diferentes contextos. Es por ello por lo que se abordan todos los aspectos o variables que se estima forman parte en el concepto de número, así como los principales procesos cognitivos que los soportan.
    - Pretenden desarrollar procesos cognitivos esenciales para las matemáticas como razonar, inferir, deducir, hipotetizar… al igual que en otras metodologías como la funcionalista.
    - Además, se le otorga un especial tratamiento al lenguaje (sobre todo a nivel de conciencia fonológica), a la atención, subitización, coordinación, transferencia, las estimaciones, la automatización, funcionamiento de las redes de memoria, la percepción, comprensión y la consciencia.
    - La aplicación eficaz del número en el seno de la resolución de problemas es el objetivo último.
    - Es de suma importancia darles tiempo para pensar.
    - El juego es un recurso de primer orden, caracterizándose por ser breves y muy variados para un mismo objetivo.
    - Hay que pasar de la capacidad de representación física de un problema a una mental.
    - El papel del docente es fundamental, compartiendo el protagonismo con el discente. Requiere de una buena preparación teórica y una buena predisposición hacia la actividad física.
    - Estilo democrático. Este se consigue al dar la oportunidad a los niños de seleccionar juegos (si bien dentro de un objetivo que el docente ha seleccionado)
    - La programación, la estructuración de los aprendizajes, ha de tener siempre presente la flexibilidad para adaptarse a los ritmos y estados de ánimo de los niños.
- Tratamiento de la información: se busca su interiorización a partir de vivencias, experiencias y el juego.
- Decisión sobre lo que se va a trabajar. Los alumnos pueden escoger algunas entre aquellas propuestas por el maestro.
- Rol del profesorado: Mediador, animador, copartícipe a través del juego.
- Métodos globalizadores utilizados y su duración. Las actividades son de aplicación en cualquier método globalizador: unidades didácticas, proyectos de trabajo, investigación en el medio. Así pues, la duración depende del método utilizado. Las unidades didácticas suelen tener una duración que gira entorno a un mes. Los proyectos de trabajo: las rutinas (todo el curso), las festividades (unos pocos días), los talleres (todo el curso), informática (todo el curso), ocasionales (uno o dos proyectos anuales en cinco años y con una duración, cada uno, de unas dos semanas). Investigación en el medio (igual que en los proyectos ocasionales), intentando que al menos uno de ellos se realice al final de la etapa de infantil.

- Sentido de globalización: relacional.
- Niveles óptimos de aplicación de la metodología globalizadora. Desde infantil.
- Centros de interés: son reales, surgen de sus características psicológicas (necesidad de actividad, curiosidad, retos…).
- Objetivos: son organizados, jerarquizados y estructurados por el docente.
- Tipo de contenido: se centran tanto en los procedimientos de corte cognitivo superior (anteriormente descritos), como en variables presentes en el concepto de número.
- Técnicas de trabajo y procedimientos: explorar, experimentar, probar, formular hipótesis, jugar, dramatizar, toma de conciencia, transferir, leer, escribir, representar (problemas de diferentes modos)…
- Evaluación. Centrada sobre todo en la construcción de la línea numérica mental y en otros procedimientos cognitivos aplicados sobre las variables presentes en el concepto de número.
- Rol del alumnado: ejecutor de actividades, copartícipe.
- Actividades.
    - Las incluidas en unidades didácticas tienden a la aplicación práctica de habilidades desarrolladas en otros momentos (conteo a partir de la construcción de la línea numérica mental en las rutinas de la mañana, lectura y escritura de números, razonamiento…) y a la aplicación práctica en simulación de situaciones contextualizadas. Estas últimas son de corte procedimental y con un sentido de globalización relacional.
    - Presentes en proyectos de trabajo. *Rutinas de la mañana (básicos y constantes):* son fundamentales en la metodología Neurológico/Principios. Es en las rutinas de la mañana donde se vuelca la mayor parte del trabajo estructurado dirigido a la construcción de la línea numérica mental y en los procesos cognitivos/variables del concepto de número. *Informática (decididos por el equipo docente):* a través de juegos que desarrollan habilidades matemáticas. *Fiestas (ídem),* permiten la aplicación práctica, relacionada con las festividades. *Talleres* (organización de las zonas de aprendizaje), buscan a través de lo manipulativo, que comprendan características del número por una parte, y por otra, el desarrollo de procesos cognitivos como la formulación de hipótesis, el establecimiento de relaciones de causa efecto, el razonamiento... Por último tenemos aquellos en que suelen participar los padres *(ocasionales).* Han de surgir de los niños y se tendrá que aprovechar la matemática que aparezca para la aplicación práctica de habilidades previamente adquiridas. El empleo de este último tipo (fundamental en metodologías como la Funcionalista), es de difícil aplicación real por lo que apenas tiene presencia.
    - Aplicación del conteo, sumas, restas a partir de todo tipo de situaciones (desde estructuradas de corte Monumentalista), hasta las de aplicación práctica (Funcionalista). Especial incidencia en el juego, tanto en el estructurado como en el libre, especialmente en el simbólico.

▪ La resolución de problemas es tomada en un primer momento (tres y cuatro años) como elemento que permite desarrollar habilidades de pensamiento como el razonamiento, la formulación de hipótesis, así como la aplicación del conteo (con todo lo que conlleva), buscando la contextualización en la mayor parte de las ocasiones. En cinco años, la resolución de problemas cobrará mayor protagonismo, sobre todo a partir de situaciones simuladas, con la búsqueda de diferentes modos de representación (tres dimensiones, dibujo, dramatizaciones y mentalmente) y con el juego como soporte. ▪ Escasa presencia de supuestos números significativos para el niño: edad de los niños, peso, talla, número de la casa donde vive, matrícula del coche de sus padres, teléfono… ▪ Las actividades prácticas, contextualizadas, se realizan a partir de simulaciones normalmente de la vida real donde sea necesario el uso de números. Muchas de ellas se realizan en el momento se han terminado otras tareas y se van de manera libre y voluntaria a jugar. Para acceder a los materiales se requiere del uso de la matemática en general: alquiler de juguetes (lectura y escritura de números), panel de joyas y complementos (operaciones aritméticas, resolución de problemas), tienda de moda (resolución de problemas), supermercado (pesar, conteo de elementos, monedas, billetes, descomposición del número…) ▪ Partir de la memoria comprensiva sea cual sea el tipo de actividad. No obstante se incide en las repeticiones (pero variadas enfocadas a un mismo objetivo), dirigido a los procesos de automatización. Asimismo, no se desprecian actividades memorísticas (parte de la serie numérica oral, sumas y restas sencillas…), como parte del proceso de adquisición de determinados algoritmos o procedimientos. ▪ Búsqueda de las multiconexiones: con otros conocimientos, entre habilidades, sistemas notacionales, resolución de problemas… ▪ Con las actividades se busca la eficacia en el uso de los números a partir de diferentes usos (ordenar, contar, resolver…) ▪ Se trabaja tanto a nivel individual como en pequeño, gran grupo, de manera colaborativa… ▪ Materiales manipulativos. Se utilizan de igual manera especial aquellos que ayudan a comprender diferentes aspectos del número: construcción de la línea numérica, composición aditiva, descomposición...En menor medida se emplean para trabajar la lógica, las relaciones de causa efecto, formulación de hipótesis, aquellos que se usen en experimentos… ▪ Uso del ordenador, pizarra digital… con fines matemáticos. Preferentemente se utilizan juegos de entretenimiento donde abunda lo perceptivo, que sean dinámicos y que no conlleven la necesidad de pensar en exceso.
Observaciones:

ANEXO III RUTAS VISUAL / FONOLÓGICA PARA LA LECTURA Y ESCRITURA



ANEXO IV


Esquema actividades y recursos para el desarrollo de la conciencia fonológica numérica.
Dictado de números de 1, 2, 3, 4 y 5 cifras
ESCRITURA
Ruta visual
Ruta fonológica
Tablas escritura del 0 al 20
Tablas escritura del 0 al 100
Alquiler en cheque
NIVEL AUDITIVO
Lectura más de dos cifras.
Maratón lectura números 4 cifras
Tienda de alquiler de juguetes 2
N + 1
N + 10
Serie numérica
CONCIENCIA FONOLÓGICA
LECTURA
Requisitos previos
0 – 19 memorístico
20 – 100 Por construcción
Habilidades a trabajar
Ruta fonológica
Ruta visual
Lectura tabla 0-99
Lectura tabla 0-19
Parking Windows
Requisitos previos
N + 1
N + 10
✓ Identificar las palabras de una frase.
✓ Reconocer una unidad de habla (sílaba o fonema) en palabras.
✓ Escritura inventada.
✓ Familiaridad de las palabras (frecuencia léxica)
✓ Suprimir una unidad de una palabra
✓ Clasificar palabras por sus unidades (sílabas o fonemas)

ANEXO V DIFERENTES TIPOS DE AGRUPACIÓN DEL NÚMERO

9									
8									
7									
6									
5									
4	14								
3	13	23							
2	12	22	32						
1	11	21	31	41					
0	10	20	30	40	50	60	70	80	90

Agrupación a partir de la base 10

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
...									

Agrupación basada en decenas

		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

Agrupación basada en una estructura semanal

100									
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Agrupación basada en "familias de números"
(Metodología Neurológico/Principios)

ANEXO VI

CUESTIONARIO DE REGISTRO DE INFORMACIÓN INDIVIDUAL.

DATOS PERSONALES, DEL CENTRO, DEL ALUMNADO, MOTIVACIONES, GRUPOS Y METODOLOGÍA.

<table>
<tr><td>Ponente</td><td colspan="4">Pedro Berjas Sepúlveda 636/41-59-39
pedroberjas@hotmail.com</td></tr>
<tr><td colspan="2">Docente</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Nombre y apellidos.</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Antigüedad total en el cuerpo de maestros.</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Años de experiencia en la especialidad en la que te encuentras en este momento.</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">e-mail de contacto.</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Teléfono fijo.</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Teléfono móvil.</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Tipo de actividades que sueles realizar a la hora de trabajar las matemáticas (las más representativas).</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Motivo por el que te has inscrito en el presente curso.</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Opción escogida. Grupos.</td><td>Monumentalista</td><td>Funcionalista</td><td>Evaluador/a</td></tr>
<tr><td colspan="5">Observaciones:</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="6">Colegio</th></tr>
<tr><td>Nombre del colegio.</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>Población en la que se encuentra ubicado.</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>Etapa y nivel que impartes en el presente curso.</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>Nivel socio-económico de las familias. Esta información se puede consultar en el Proyecto Educativo del Centro y es facilitada por la Inspección a partir de las agrupaciones para las evaluaciones externas.</td><td>Alto</td><td>Medio-alto</td><td>Medio</td><td>Medio-bajo</td><td>Bajo</td></tr>
<tr><td>Nivel cultural de las familias. Esta información se puede consultar en el Proyecto Educativo del Centro.</td><td>Alto</td><td>Medio-alto</td><td>Medio</td><td>Medio-bajo</td><td>Bajo</td></tr>
<tr><td>Materiales manipulativos de los que se dispone para trabajar el número y cantidad aproximada.</td><td>Regletas</td><td>Básculas</td><td>Balan. Aritm.</td><td>Juegos de mesa</td><td>Bloques multib.</td></tr>
<tr><td>Otros recursos a nivel de aula y centro que puedan ser utilizados. (Indicar cantidad y sistema operativo en el caso de los recursos digitales: linux, windows, o ambos).</td><td>Cañón de vídeo</td><td>Ordenad. en clase</td><td>Sala de informát.</td><td>Pizarra digital</td><td>Otros</td></tr>
<tr><td colspan="6">Observaciones:</td></tr>
</table>

Alumnos	
Número total de alumnos.	
Número de alumnos extranjeros.	
Número de alumnos con serias dificultades, por desconocimiento de alguna de las lenguas de nuestra comunidad, síndromes (con dictamen o informe del gabinete psicopedagógico)…	
Lengua en la que se imparten las clases.	
Número de alumnos que dominan la lengua en la que se imparten las clases.	
Observaciones:	

ANEXO VII

PRUEBAS IDT

INVENTARIO DE DETECCIÓN TEMPRANA IDT

(hoja resumen de cada alumno)

<table>
<tr><td>Nombre y apellidos del niño/a:</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td></td><td>Año</td><td>Mes</td><td>Día</td></tr>
<tr><td>Fecha en que se pasa la prueba</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Fecha de nacimiento niño/a</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Edad actual (redondear los meses)</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Sexo (rodear con un círculo o remarcar con negrita o cambiando el color de la letra)</td><td></td><td>M</td><td>F</td></tr>
<tr><td>Nombre escuela</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>Nombre y apellidos tutora</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>Nombre y apellidos evaluadora</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>Indicar si la tutora lo había considerado como un alumno/a con serias dificultades en la hoja de datos que se remitió de cada clase (rodear con un…)</td><td></td><td>S</td><td>N</td></tr>
</table>

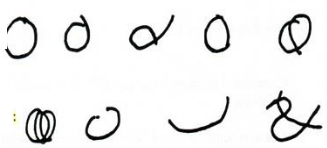
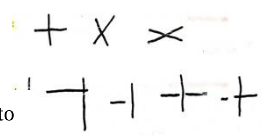
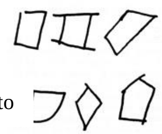
<table>
<tr><td></td><td>Total posible puntos</td><td>Total puntos recibidos</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>I. Actividades iniciales para la detección</td><td colspan="2">Para tola la sección 1</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>A) Dibujar a una persona</td><td>1</td><td></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>II. Sección Viso-Motora / Adaptativa</td><td colspan="2">Para tola la sección 8</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>A) Copia de formas</td><td>4</td><td></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>B) Memoria de secuencia visual</td><td>1</td><td></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>C) Construcción con cubos (bloques)</td><td>3</td><td></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>III. Lenguaje y funciones cognitivas</td><td colspan="2">Para tola la sección 13</td><td colspan="3">Incluir puntuación directa</td></tr>
<tr><td>A) Concepto de número</td><td>3</td><td></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>B) Expresión verbal</td><td>3</td><td></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>C) Razonamiento Verbal</td><td>4</td><td></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>D) Memoria de Secuencia Auditiva</td><td>3</td><td></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>IV. Motricidad Gruesa / Esquema Corporal</td><td colspan="2">Para tola la sección 8</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>A) Equilibrio</td><td>2</td><td></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>B) Imitación de Movimientos</td><td>2</td><td></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>C) Saltar en un pie</td><td>2</td><td></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>D) Saltar alternando los pies</td><td>2</td><td></td><td colspan="3">Rodear la que corresponda</td></tr>
<tr><td>TOTAL DE PUNTOS CONSEGUIDOS</td><td>Para todo el Test 30</td><td></td><td>Bajo</td><td>Medio</td><td>Alto</td></tr>
</table>

Derivación de las puntuaciones del IDT (Inventario de Detección Temprana)

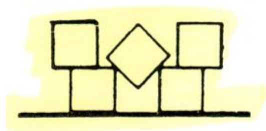
POTENCIAL DE APRENDIZAJE

Rango de edad	Bajo	Medio	Alto
4 años y 0 meses a 4 años y 5 meses	< 11	11 – 15	> 15
4 años y 6 meses a 4 años y 11 meses	< 13	13 – 17	> 17
5 años y 0 meses a 5 años y 5 meses	< 16	16 – 20	> 20
5 años y 6 meses a 5 años y 11 meses	< 18	18 – 22	> 22

I. Actividades iniciales para la detección		Total posible puntos	Total puntos recibidos	OBSERVACIONES
B) Dibujar a una persona **Vamos a dibujar. Dibuja una persona: un niño, una niña, hombre, o mujer.** Cuando parezca que el niño ha terminado: **¿has terminado?**		1		*Materiales necesarios: papel en blanco y lápiz.* *Puntuación: por dibujar 5 partes o más 1 punto.* Se consideran partes: cabeza, cuello cuerpo… y aquellas que sean dobles deberán ser dibujadas ambas para poder ser contadas: orejas, brazos, ojos, piernas…
II. Sección Viso-Motora / Adaptativa		Total posible puntos	Total puntos recibidos	
A) Copia de formas Mostrar las tarjetas (dejándolas sobre la mesa) con las formas geométricas enseñadas en el orden que figuran aquí a la derecha. No hay que describir su forma. **Dibuja uno igual a este en tu papel.** Se puede repetir la instrucción hasta tres veces si lo hace mal (ver criterios de corrección aquí debajo).	**O**	1		*Materiales necesarios: una tarjeta por cada una de las formas* O, +, □, Δ *Puntuación: 1 punto por cada figura correcta.*
	+	1		
	□	1		
	Δ	1		

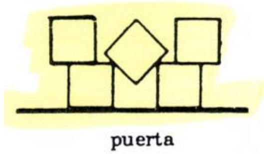
Criterio de corrección Círculo:	Criterio de corrección de la Cruz:	Criterio de corrección del cuadrado:	Criterio de corrección del Triángulo:
Correcto No correcto 	Correcto No correcto 	Correcto No correcto 	Correcto No correcto 

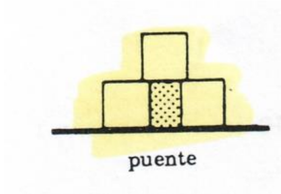
<table>
<tr>
<td rowspan="4">B) Memoria de secuencia visual
Coger las tarjetas +, O, y decir: Ahora vamos a jugar al escondite con estas figuras. Colocar las tarjetas sobre la mesa hacia arriba tal y como se indica en los dibujos de la derecha mientras decimos: yo voy a esconder ésta O aquí, y esta + aquí, (señalando). Míralas con cuidado y recuerda dónde están: (no mencionar las palabras círculo, cruz o cuadrado). Ahora les voy a dar la vuelta (las ponemos boca abajo en el mismo lugar donde estaban).
Ensayo: enseñamos del otro juego de tarjetas la figura +, y decimos: señala dónde escondí esta. Luego lo mismo con O.
Primer intento: colocar las tarjetas con el orden □, +, O
Segundo intento: (SOLO SI HA FALLADO EN EL PRIMER INTENTO) colocar las tarjetas con el orden □, +, O</td>
<td rowspan="2">Ensayo:
Niño/a
+ | O
Evaluador</td>
<td>Total posible puntos</td>
<td>Total puntos recibidos</td>
<td rowspan="4">Materiales necesarios: dos tarjetas por cada una de las formas O, +, □

Puntuación: 1 punto si las tres figuras son identificadas correctamente, ya sea en el primer o en el segundo intento. La puntuación máxima en este apartado es 1.</td>
</tr>
<tr>
<td>0</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>Primer intento:
Niño/a
O | + | □
Evaluador</td>
<td>1</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Segundo intento:
Niño/a
+ | □ | O
Evaluador</td>
<td>1</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">C) Construcción con cubos (bloques)
Ahora vamos a jugar a construir con cubos (o bloques). Primero voy a construir una puerta y cuando termine quiero ver si tú puedes hacer una igual.
La evaluadora <u>construirá escondida</u> detrás de una pantalla (cartulina, libro, etc.), una puerta como la figura de la derecha.
Ahora haz una igual a la mía.
Dejamos visible la que nosotros hemos hecho para que la copien. Darle otros 5 cubos al niño/a para que haga una igual.</td>
<td rowspan="2">Primer intento:

puerta</td>
<td>Total posible puntos</td>
<td>Total puntos recibidos</td>
<td rowspan="2">Materiales necesarios: diez cubos de madera de un tamaño aproximado de 2,5 x 2,5 cm.

Puntuación: 3 puntos si lo hace tal y como se describe en el primer intento. 2 puntos si lo hace</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>(SOLO SI NO HACE BIEN EL PRIMER INTENTO)

Mira cómo hago ésta. La evaluadora construye la misma figura anterior pero <u>a la vista del niño,</u> sin taparse con nada.</td>
<td>Segundo intento:

</td>
<td>2</td>
<td></td>
<td rowspan="2">como en el segundo y 1 punto si lo consigue en el tercer de los intentos. SÓLO SE PUNTUARÁ UNO DE ESTOS TRES APARTADOS.</td>
</tr>
<tr>
<td>(SOLO SI NO HACE BIEN ALGUNO DE LOS ANTERIORES)

Ahora voy a construir un puente.
La evaluadora <u>construirá escondida</u> detrás de una pantalla (cartulina, libro, etc.), un puente como la figura de la derecha.
Mira cómo es (quitar la pantalla).
Haz uno igual al mío.</td>
<td>Tercer intento:

</td>
<td>1</td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td colspan="3">III. Lenguaje y funciones cognitivas</td>
<td>Total posible puntos</td>
<td>Total puntos recibidos</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">A) Concepto de número

Primer intento:

La evaluadora pondrá 10 cubos desordenados sobre una hoja de papel.</td>
<td>1.- Contar</td>
<td>Cuenta estos cubos (o bloques). Señala cada uno y cuéntalos en voz alta, de manera que yo pueda oírte.</td>
<td>2</td>
<td></td>
<td rowspan="4">Materiales necesarios: diez cubos de madera de un tamaño aproximado de 2,5 x 2,5 cm.

Puntuación: la puntuación máxima en este apartado es 3.</td>
</tr>
<tr>
<td>2.- En total</td>
<td>¿Cuántos hay en total?
Si el niño intenta volver a contar decirle:
Trata de recordar cuántos hay sin contar.</td>
<td>1</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">Segundo intento: (SÓLO SI NO LO CONSIGUE CON 10)
La evaluadora pondrá 5 cubos desordenados sobre una hoja de papel.</td>
<td>1.- Contar</td>
<td>Cuenta estos cubos (o bloques). Señala cada uno y cuéntalos en voz alta, de manera que yo pueda oírte.</td>
<td>1</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>2.- En total</td>
<td>¿Cuántos hay en total?
Si el niño intenta volver a contar decirle:
Trata de recordar cuántos hay sin contar.</td>
<td>1</td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>Categorías</td><td>Nombre</td><td>Color</td><td>Forma</td><td>Uso</td><td>Otros</td><td rowspan="2">Total Puntos</td><td rowspan="6">Materiales necesarios: una pelota, un botón, un cubo y un coche. Cada uno de ellos ha de ser de un color diferente, usándose los colores: rojo, amarillo, azul (el cubo) y verde.

Puntuación:
2 puntos por cada respuesta correcta de cada categoría (Nombre, Color, Forma) y 3 puntos para (Uso) sin que nosotros formulemos preguntas concretas. Si hacemos preguntas concretas 1 punto.

3 puntos por respuesta correcta en la categoría (otros). Aquí no se admiten las preguntas concretas.</td></tr>
<tr><td>Puntos recibidos (máximos por cada apartado)</td><td>Objetos</td><td>(2)</td><td>(2)</td><td>(2)</td><td>(6)</td><td>(6)</td></tr>
<tr><td rowspan="4">B) Expresión verbal
Aquí tengo algunas cosas. Dime muchas cosas acerca de esto (darle alguno de los cuatro objetos al niño). Dime algo más acerca de esto. (No decirlo más de una vez por cada objeto).
No vale que haga señas, que lance…, ha de describirlo con palabras.
Este ítem refleja la cantidad y calidad de respuestas. Tal vez la primera vez le tengamos que formular algunas de las <u>preguntas concretas</u> que se mencionan a continuación (con lo cual obtendría un solo punto en lugar de dos, pero como lo que se pretende es evaluar la capacidad de aprendizaje, lo importante es que descubran ellos esa estructura de preguntas).
SI NO HA RESPONDIDO A LAS CUATRO CATEGORÍAS FORMULARLE LAS SIGUIENTES <u>PREGUNTAS CONCRETAS</u> QUE FALTAN POR RESPONDER
¿Qué es esto? o ¿Cómo se llama esto?
¿De qué color es esto?
¿De qué forma es esto? o ¿qué forma tiene? (excepto el coche)
¿Qué se puede hacer con esto?
LA CATEGORÍA “otros” NO SE INDUCE CON PREG. CONCRETAS</td><td>Pelota</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Botón</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Cubo (bloque)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Coche</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Usar la siguiente escala para la baremación total de
“Expresión Verbal”.</td><td>0 a 5 = 0 puntos; 6 a 20 = 1 punto;
21 a 35 = 2 puntos; 36 o más = 3 puntos.</td><td></td><td>Total todas las categor</td><td>Esta puntuación directa anotarla también</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Ejemplos de respuestas correctas:</th><th>Nombre</th><th>Color</th><th>Forma</th><th>Uso</th><th>Otros</th></tr>
<tr><td>Pelota.</td><td>Pelota, bola…</td><td rowspan="4">Roja, anaranjada rojiza…</td><td>Redonda, círculo…</td><td>Jugar, rebotar, coger, rodar, botar, despejar, tirar (tirar, lanzar o arrojar) no obtienen puntuación por separado pues responden al mismo concepto…</td><td>Se puede jugar al béisbol con esto. (Da igual la clase de pelota que sea). Esta respuesta puntuaría por “uso” y por “otros”…</td></tr>
<tr><td>Botón.</td><td>Botón…</td><td>Redondo, círculo, cuadrado …</td><td>Se abotona, se abrocha, se cose…</td><td>Se pone en la camisa o en los pantalones…</td></tr>
<tr><td>Cubo</td><td>Cubo, dado…</td><td>Cuadrado …</td><td>Jugar, hacer, construir cosas…</td><td>Tiene ocho esquinas, ocho caras….</td></tr>
<tr><td>Coche</td><td>Coche, auto, carro, camión, jeep, taxi…</td><td></td><td>Jugar, conducir, ir a sitios…</td><td>Tiene cuatro ruedas…</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="5">C) Razonamiento Verbal

Ahora vamos a jugar con palabras. Escucha con atención y termina lo que yo quiero decir.

Se le dirán los cuatro ítems que se especifican a continuación. Si el niño/a parece que no recuerda la oración se le puede repetir sólo una vez más.</td><td></td><td>Ejemplos de respuestas *correctas*</td><td>Ejemplos de respuestas *incorrectas*</td><td>Total posible puntos</td><td>Total Puntos</td><td rowspan="5">*Puntuación*

1 punto por cada respuesta correcta.

Total posible por este apartado 4 puntos.</td></tr>
<tr><td>**El hermano es un niño; la hermana es una…**</td><td>Niña, nenita, niñita…</td><td>Señora…</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>**El caballo es grande; el ratón es…**</td><td>Pequeño, chico, chiquito…</td><td>Más pequeño, gris…</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>**La mesa está hecha de madera; la ventana de…**</td><td>Cristal, cristal y madera, plástico, vidrio</td><td>Madera…</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>**El pájaro vuela; el pez…**</td><td>Nada, nadan, salta, brinca</td><td>Flota, le gusta nadar</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="4">D) Memoria de Secuencia Auditiva

Yo voy a decir algunos números. Escucha con atención y cuando yo termine, los repites.

Decir los dígitos con un intervalo de un segundo, sin repetir las instrucciones anteriormente dadas y hacer el segundo intento sólo si se ha fallado el primero.

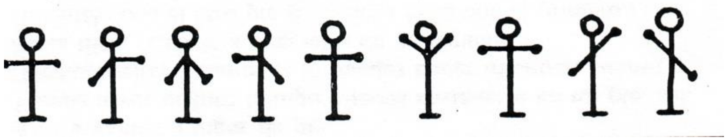
Aunque el niño falle en los dos intentos de tres dígitos, hay que intentarlo con los de cuatro, puntuándolo por separado tal y como se comenta a la derecha.</td><td>Primer intento</td><td>Segundo intento</td><td>Total posible puntos</td><td>Total Puntos</td><td rowspan="4">*Puntuación*

1 punto si acierta alguno de los dos intentos de tres dígitos.

2 puntos si acierta alguno de los dos intentos de cuatro dígitos.</td></tr>
<tr><td>9, 3</td><td>2,6</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>5, 1, 6</td><td>6, 2, 8</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>2, 7, 4, 9</td><td>5, 9, 6, 3</td><td>2</td><td></td></tr>
</table>

IV. Motricidad Gruesa / Esquema Corporal

A) Equilibrio	Total puntos posible para *Equilibrio:* 2 puntos	Total posible puntos	Total Puntos	*Puntuación:*
Ahora vamos a jugar de pie. Vamos a ver cuánto tiempo puedes sostenerte en un pie. Demostrárselo si es necesario. **Veamos si lo puedes hacer mientras cuento hasta diez.**	Está en equilibrio 10 segundos al menos en dos intentos.	2		*2 puntos si se mantiene en equilibrio durante 10 segundos.*
Intentarlo con el otro pie si no tiene éxito con el primero. Puede hacer hasta tres intentos por cada pie.	SOLO SI NO HA CONSEGUIDO EL APARTARDO ANTERIOR Está en equilibrio entre 5 y 9 segundos al menos en dos intentos.	1		*1 punto si se mantiene en equilibrio entre 5 y 9 segundos.*

B) Imitación de Movimientos	Total puntos posible para *Imitación de Movimientos:* 2 puntos	Total posible	Total Puntos	*Puntuación*
Fíjate en mí y haz con tus brazos lo mismo que yo. El niño ha de estar al menos a una distancia de un metro. En caso de error, le podemos decir que corrija su posición. 	Lo hace con fluidez: hasta dos errores corregidos.	2		*La puntuación máxima en este apartado es 2.*
	Lo hace con dudas: más de dos errores corregidos y hasta dos errores que no ha sabido corregir.	1		
	Más de dos errores sin corregir.	0		

C) Saltar con un pie	Total puntos posible para *Saltar con un pie:* 2 puntos	Total posible	Total Puntos	*Puntuación:*
Vamos a ver cómo saltas cinco veces en un pie.	Salta cinco veces con cada pie	2		*La puntuación máxima en este apartado es 2.*
Demostrárselo si es necesario. No se permiten más de tres intentos con cada pie.	Salta dos veces con cada pie	1		

<table>
<tr><td rowspan="3">D) Saltar alternando los pies
Vamos a ver cómo saltas con un pie y luego saltas con el otro pie.
Damos pequeños saltos alternando un pie con el otro. No se trata de dar varios saltitos con una pierna y luego pasar a la otra. Un solo salto por pierna de forma que las vayamos alternando. No se debe hacer en carrera, sino de forma estática, en el mismo lugar.
Demostrárselo y hacer el ejercicio con el niño si fuera necesario.</td><td>Total puntos posible para Saltar alternando los pies: 2 puntos</td><td>Total posible</td><td>Total Puntos</td><td rowspan="3">Puntuación
La puntuación máxima en este apartado es 2.</td></tr>
<tr><td>Salta alternando un pie y luego el otro</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>Salta usando solo un pie</td><td>1</td><td></td></tr>
</table>

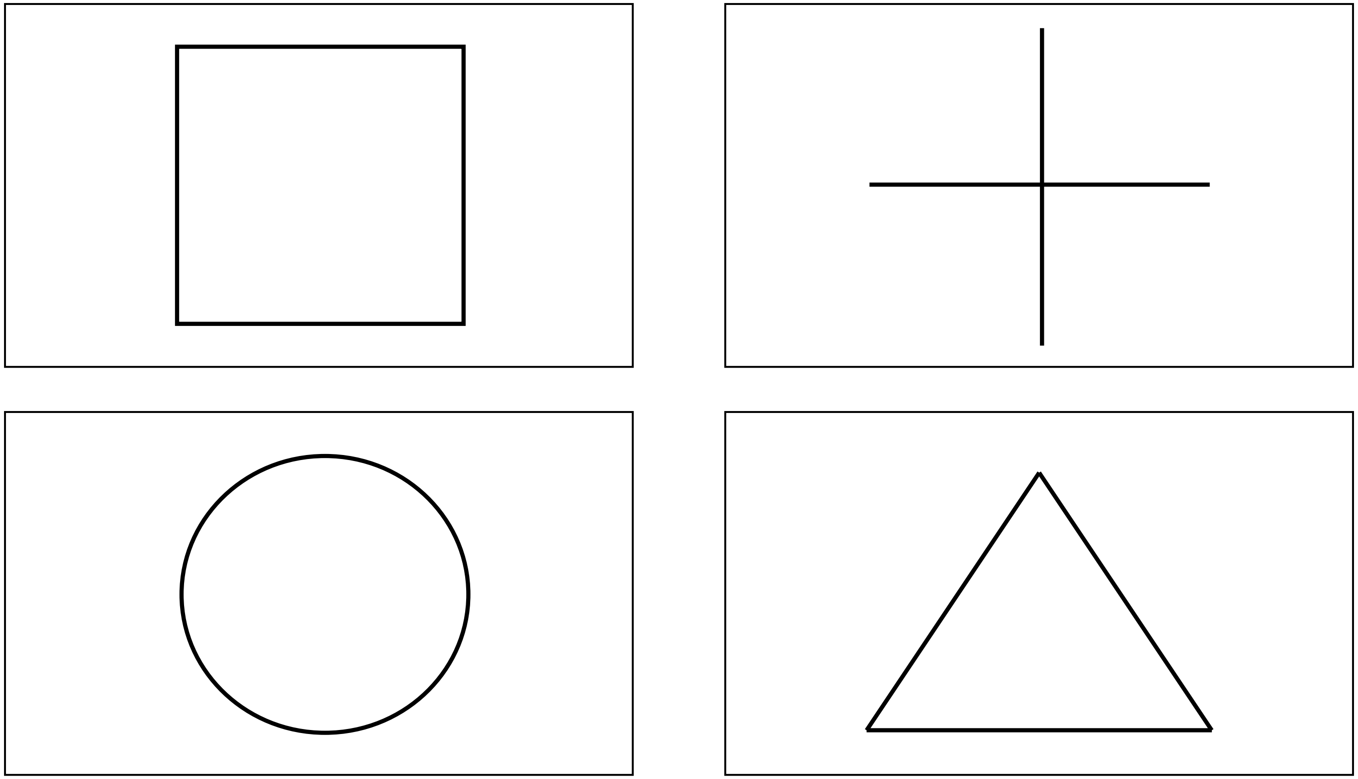
Las casillas sombreadas no se rellenan.

Si se rellena el inventario en Word destacar respuestas como la M de Sexo en negrita, en rojo… si se hace en papel rodeándola con un círculo.

En negrita figura lo que hay que decir exactamente a los niños/as.

Otras consideraciones:

- El IDT (Inventario de Detección Temprana) intenta reconocer la habilidad del niño/a para adquirir destrezas y no el nivel de logro y ejecución de habilidades específicas. Una ejecución insatisfactoria en el IDT sugiere no solamente falta de conocimiento general, sino también la posibilidad de un atraso o trastorno en el potencial del niño/a para adquirir conocimiento.
- Con el IDT pretendemos formar tres grandes grupos de alumnos de cada clase (aquellos que muestren un potencial Bajo, Medio y Alto).
- Es preferible pasar el IDT en un lugar tranquilo. Se administra individualmente y suele requerir de unos 10 minutos por niño.
- En general los ítems del IDT deben administrarse en la secuencia dada en este manual.
- Es aconsejable rellenar los datos de la hoja resumen de todos los niños/as de la clase. Luego pasar las pruebas anotando en las hojas del *cuestionario* las puntuaciones en lápiz. Una vez terminadas de pasar las pruebas trasladar los resultados a la *hoja resumen.* Borrar lo anotado en las hojas del cuestionario para volver a ser usado con otro niño/a.
- Para calcular el rango de edad: casi todos tendrán 5 años y los meses que han pasado desde su cumpleaños hasta la fecha en que pasamos la prueba. Redondear los meses (en función de si ha nacido a final de mes, del día en el que pasamos la prueba). Si algún niño acaba de cumplir los 6 años incluirlo en el rango de edad máximo (lo que se pasa será muy poco).



Materiales necesarios: Papel en blanco y lápiz. Una cartulina blanca o negra tamaño A- 4 (lo que conocemos por tamaño folio y que utilizaremos para ocultar la construcción de los cubos). Dos tarjetas por cada una de las formas O, +, □, Δ. Diez cubos de madera de un tamaño aproximado de 2,5 x 2,5 cm. Una pelota, un botón, un cubo (ya se adjunta y es de color azul) y un coche. Cada uno de ellos ha de ser de un color diferente, usándose los colores: rojo, amarillo, azul (cubo) y verde.

ANEXO XIII

PRUEBAS TEMA-3

TEST DE COMPETENCIA MATEMÁTICA TEMA-3

ORIENTACIONES PARA PASAR LAS PRUEBAS

Punto de inicio. El test comienza por lo general en el ítem recomendado para cada edad, en niños de unos 5 años podemos empezar en el ítem 11, niños de 6 años en el 21. Podemos comenzar en ítems más elevados si se trata de niños en los que sabemos tienen un buen nivel matemático y así ahorramos tiempo. No obstante tendremos que asegurarnos que se establece un "suelo" (cinco ítems correctos consecutivos).

Suelo. Se establece con los 5 últimos elementos consecutivos resueltos correctamente. Se consideran correctos todos los ítems por debajo del suelo, es decir, anteriores (aunque se hayan fallado algunos).

Techo. Se cuentan todos los aciertos (aunque no los fallos entre el "suelo" y el "techo" hasta que se producen 5 errores consecutivos.

Puntuación. Cada uno de los ítems vale un punto.

Edad del alumno. No se redondea. Si tiene 5 años 2 meses y 29 días, se considera que tiene 5 años y 2 meses.

Nuestro objetivo es lograr que nuestros niños queden lo más alto posible en el índice de competencia matemática que se describe en la tabla siguiente. Las puntuaciones directas que han de alcanzar son las que figuran debajo de los años y meses.

Nos hemos parado en el ítem 48 porque es difícil superarlo, no obstante si se diese el caso se os facilitarían el resto de los ítems. Si os fijáis en la tabla siguiente, los que lo van a tener difícil son aquellos niños que lleguen a cumplir los 6 años y 3 meses pues la cosa se pone muy complicada si la comparamos con la columna anterior, por lo que si queremos podemos pasarles ya los test a algunos niños que veamos que despuntan y que pueden alcanzar un nivel alto, antes de que den el salto al baremo posterior.

Materiales que hacen falta para pasar el test:

- ✓ 25 fichas. Pueden ser tapones de botella de agua o similares (monedas de 1 € de cartón, fichas de un tamaño similar a los tapones o euros…) Que sean todas iguales (mismo tamaño y color).
- ✓ Hojas en blanco, lápiz.
- ✓ Cartulina opaca para cubrir.

Tabla 49

Índice de competencia matemática, descriptores de los diferentes niveles del ICM y puntuaciones directas en función de las franjas de edad. Ginsburg y Baroody (2003).

Índice de competencia matemática	Descriptor	Años y meses				
		5-3 a 5-5	5-6 a 5-8	5-9 a 5-11	6-0 a 6-2	6-3 a 6-5
> 130	Muy superior	31	37	46	46	56
121 – 130	Superior	28	34	42	42	50
111 – 120	Por encima de la media	25	30	37	37	44
90 – 110	Medio	19	22	26	26	30
80 – 89	Por debajo de la media	16	18	21	21	23
70 – 79	Pobre	13	14	16	16	17
< 70	Muy pobre					

TEST DE COMPETENCIA MATEMÁTICA TEMA-3

(Ejemplo de determinación de suelos, techos y puntuación total))

Alumno/a: Edad: *6 años y 1 mes*

Ítem
17
18
19
20
21 **Punto de inicio**
22
23
24
25 Falso suelo
26
27
28
29
30
31
32
33 Suelo
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43 Techo
44
45
46
47
48
49
50

Se dan por buenos todos los ítems por debajo del suelo más próximo al techo	35
Se suman todos los aciertos ente el suelo y el techo	3
Puntuación directa total:	**38**

TEST DE COMPETENCIA MATEMÁTICA TEMA-3

(Hoja de registro de las puntuaciones directas)

Nombre y apellidos del niño/a:			
	Año	Mes	Día
Fecha en que se pasa la prueba			
Fecha de nacimiento niño/a			
Edad actual (No se redondea. Si tiene 5 años 2 meses y 29 días, se considera que tiene 5 años y 2 meses).			
Sexo (rodear con un círculo o remarcar con negrita o cambiando el color de la letra)		M	F
Nombre escuela			
Nombre y apellidos tutora			
Nombre y apellidos evaluadora			

1	26
2	27
3	28
4	29
5	30
6	31
7	32
8	33
9	34
10	35
11	36
12	37
13	38
14	39
15	40
16	41
17	42
18	43
19	44
20	45
21	46
22	47
23	48
24	49
25	50

Puntuación directa total:

Índice de competencia matemática	Descriptor	Años y meses 5-3 a 5-5	5-6 a 5-8	5-9 a 5-11	6-0 a 6-2	6-3 a 6-5
> 130	Muy superior	31	37	46	46	56
121 – 130	Superior	28	34	42	42	50
111 – 120	Por encima de la media	25	30	37	37	44
90 – 110	Medio	19	22	26	26	30
80 – 89	Por debajo de la media	16	18	21	21	23
70 – 79	Pobre	13	14	16	16	17
< 70	Muy pobre					

PRUEBAS TEMA-3

Ítem 11. CONSTANCIA NUMÉRICA.

Voy a contar algunas fichas. Después voy a moverlas y entonces me dirás cuántas fichas hay, sin contarlas.

a) Colocar tres fichas en fila y decir: observa cómo cuento estas fichas: una, dos y tres. Preguntar: ¿cuántas fichas hay? Después de que responda decir: ahora voy a hacer una figura con las fichas. Después de formar un triángulo con ellas preguntar: ¿cuántas fichas hay? (no dejar al niño que las cuente de nuevo, para evitar que las mire podemos taparlas en ese momento con una cartulina).

b) Ídem con 5 fichas (hacer un círculo)

c) Ídem con 4 fichas (ponerlas haciendo un único montón)

Puntuación. Debe contestar que en cada caso siguen siendo las mismas. Puede responder también 3, 5 y 4 respectivamente. Todas las respuestas han de ser correctas.

Ítem 12. FORMAR CONJUNTOS (hasta 5 elementos). Material: 10 fichas.

Colocar 10 fichas sobre la mesa y decir:

a) Dame 3 fichas

b) Dame 5 fichas

Puntuación. Debe hacerlo correctamente en ambos casos.

Ítem 13. NÚMERO SIGUIENTE (una cifra)

Cuenta conmigo: uno, dos, tres, cuatro y después viene..., (se le puede poner dos o tres ejemplos si es necesario). A continuación:

a) 9 y después viene…

b) 5 y después viene…

c) 7 y después viene…

Puntuación. Debe contestar correctamente a las tres preguntas.

Ítem 14. LECTURA DE DÍGITOS (una cifra). Láminas14 a, b y c (muestran escritos los números 2, 5, 6)

Mostrarle al niño los números escritos que se indican a continuación y preguntarle señalándolo: ¿qué número es este? Si no lo dice inmediatamente se le puede insistir.

a) 2

b) 5

c) 6

Puntuación. Debe contestar correctamente a las tres preguntas.

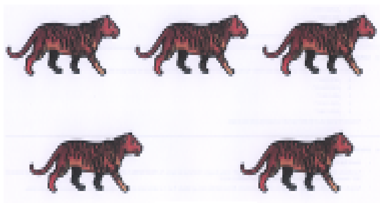
Ítem 15. REPRESENTACIÓN ESCRITA (una cifra).

Como ejemplo mostrar la lámina “15 a” y decir: aquí hay un dibujo de algunos perros, escribe cuántos perros hay. Mostrarle al niño las láminas 15 b, c y d.

15 a

15 b

15 c



15 d

Puntuación. Debe contestar correctamente a las tres preguntas (b, c, d).

Ítem 16. COMPARACIÓN NUMÉRICA: de 1 a 5

Imagínate que yo tengo 10 caramelos y tú tienes sólo uno. ¿Quién tiene más? Yo ¿verdad? Ahora quiero que me digas qué es más.

a) 4 ó 5

b) 2 ó 1

c) 4 ó 3

d) 2 ó 3

e) 5 ó 4

Puntuación. Debe responder correctamente en las cinco ocasiones.

Ítem 17. COMPARACIÓN NUMÉRICA: de 5 a 10

Continuamos sin parar del ítem anterior.

a) 7 ó 6

b) 8 ó 9

c) 6 ó 5

d) 8 ó 7

e) 9 ó 10

Puntuación. Debe responder correctamente en las cinco ocasiones.

Ítem 18. ESCRITURA DE DÍGITOS (una cifra).

Voy a decirte algunos números y tú los escribes:

a) 7

b) 3

c) 9

Puntuación. Debe escribir correctamente los números en los tres casos. Las cifras invertidas o descuidadas se dan por buenas. La caligrafía no cuenta.

Ítem 19. PROBLEMAS ORALES DE SUMA CON OBJETOS CONCRETOS. Materiales: 10 fichas.

Voy a contarte algunas historias sobre Juan y sus canicas.

a) Juan tiene 1 canica y encuentra 2 más. ¿Cuántas tiene en total? Si quieres puedes ayudarte de tus dedos o de estas fichas para calcularlo. Si responde incorrectamente, sin haber utilizado sus dedos o las fichas, decirle: usa tus dedos o estas fichas para averiguar cuánto es 1 + 2 (por ejemplo). Después de cada uno de los problemas, agrupar las fichas en un montón. No decir cada vez si la respuesta es correcta o incorrecta.

b) Juan tiene 4 canicas y encuentra 3 más. ¿Cuántas tiene en total?

c) Juan tiene 3 canicas y encuentra 2 más. ¿Cuántas tiene en total?

Puntuación. Debe responder correctamente a dos de las tres preguntas.

Ítem 20. CONTAR EN VOZ ALTA: hasta 21

Quiero que me cuentes en voz alta. Te avisaré cuándo tienes que parar. Si el niño se queda callado, decir: Cuenta en voz alta conmigo: uno, dos, tres… Si cuenta correctamente pararle en el número 42 (ya que contar hasta este número se puntúa en el ítem 29). Si el niño para antes o se equivoca, repetirle los dos o tres últimos números que ha dicho correctamente e instarle a continuar. Detener el conteo en el momento no sepa superar un error.

Puntuación. Debe contar sin errores hasta el 21 (ítem 20). Sí lo hace hasta el 42 dar también por bueno el ítem 29.

Ítem 21. NÚMERO SIGUIENTE (dos cifras)

Cuenta conmigo: uno, dos, tres, cuatro y después viene..., (se le puede poner dos o tres ejemplos si es necesario). A continuación:

a) 24…

b) 33…

Puntuación. Debe contestar correctamente a las dos preguntas.

Ítem 22. ENUMERACIÓN (de 6 a 10 elementos). Material: láminas 22 a, b.

Cuenta estos puntos señalándolos con tu dedo y dime cuántos hay.

22 a

22 b

Puntuación. Tiene que decir que la tarjeta 22-a tiene 9 puntos y la 22-b 10. Además, debe contar cada punto una sola vez y además contarlos todos (por este motivo se le dice que los vaya señalando con el dedo).

Ítem 23. PROBLEMAS ORALES DE SUMA CON MODELADO. Materiales: Lámina 23 y 10 fichas.

Para el ensayo de la práctica decir: juan tiene dos canicas. Colocar sobre la lámina 23 dos fichas en el recuadro de la derecha. Y encuentra una canica más. Colocamos una ficha en el recuadro de la izquierda y decimos: ¿cuántas tenemos en total? Si quieres puedes usar tus dedos para ayudarte. Después de cada pregunta juntar todas las fichas.

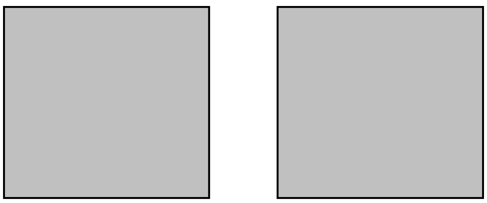
Si la respuesta es correcta, seguimos con las preguntas.

Si es incorrecta le decimos: no, tiene tres canicas. Empezó con dos y consiguió una más, así que tiene tres en total.

a) Juan tiene 6 canicas y consigue 2 más. ¿Cuántas tiene en total?

b) Juan tiene 4 canicas y consigue 3 más. ¿Cuántas tiene en total?

c) Juan tiene 5 canicas y consigue 3 más. ¿Cuántas tiene en total?



23

Puntuación. Debe responder correctamente a dos de las tres preguntas.

Ítem 24. ADICIÓN MENTAL. Material: 10 fichas.

Para el ensayo colocar dos fichas en la mano izquierda y una en la derecha. Observa esto. Tengo dos fichas en esta mano y una ficha en esta otra. Ahora las pongo juntas. Después de ponerlas juntas, cerrar las manos de forma que el niño no pueda ver el conjunto. Dime, ¿cuántas son 2 y 1 en total?

Si la respuesta es correcta, seguimos con las preguntas.

Si es incorrecta le decimos: no, tengo tres en total. Empiezo con dos aquí y una aquí, así que en mi mano hay en total, tres.

a) Tengo 3 fichas en esta mano y 2 en esta otra. Ahora las pongo juntas. ¿Cuántas son en total 3 y 2?

b) Tengo 4 fichas en esta mano y 3 en esta otra. Ahora las pongo juntas. ¿Cuántas son en total 4 y 3?

c) Tengo 5 fichas en esta mano y 2 en esta otra. Ahora las pongo juntas. ¿Cuántas son en total 5 y 2?

Puntuación. Debe responder correctamente a dos de las tres preguntas.

Ítem 25. CONTAR HACIA ATRÁS: desde 10

Ahora vamos a contar hacia atrás, como cuando despega un cohete. Por ejemplo: tres, dos, uno, cero. Cuenta hacia atrás empezando en el 10.

Puntuación. Debe decir toda la serie descendente desde el 10 al 1 (o cero).

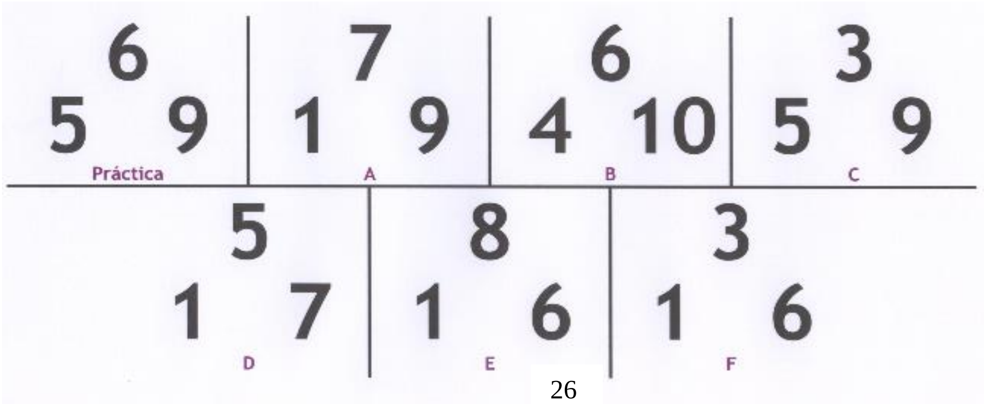
Ítem 26. LÍNEA NUMÉRICA MENTAL: números de una cifra. Material: lámina 26.

Mostramos la lámina 26 y señalando la práctica decir: aquí hay un 6, ¿qué número está más cerca de seis, cinco o nueve? Si está confuso le podemos hacer la pregunta de este otro modo: ¿está 5 más cerca de 6 o está 9 más cerca de 6?

Si responde correctamente: eso es, cinco está más cerca. Está solo a uno de seis. Nueve está a tres.

Si no responde bien: no, cinco está más cerca, está sólo a uno de distancia de seis. Nueve está a tres de distancia de seis.

A partir de las preguntas siguientes ya no les hacemos ningún comentario acerca de si está bien o mal.



a) Mira el 7. ¿Qué número está más cerca de siete, uno o nueve?

b) Mira el 6…

c) Mira el 3…

d) Mira el 5…

e) Mira el 8…

f) Mira el 3…

Puntuación. Debe responder correctamente a cinco de las seis ocasiones.

Ítem 27. PRODUCIR CONJUNTOS (hasta 5 elementos). Material: 25 fichas.

Aquí hay un montón de fichas. Dame 19.

Puntuación. Debe hacerlo correctamente (si sobran 6 es que ha contado bien).

Ítem 28. LECTURA DE NÚMEROS (dos cifras), del 10 al 19. Lámina 28 (muestra escritos los números 10, 13, 16)

Mostrarle al niño los números escritos que se indican a continuación y preguntarle señalándolo: ¿qué número es este? Si no lo dice inmediatamente se le puede insistir.

a) 10

b) 13

c) 16

Puntuación. Debe leer correctamente los tres números. No vale que diga 1 y 0 en el caso de diez por ejemplo.

Ítem 29. CONTAR EN VOZ ALTA: hasta 42

Igual que el anterior.

Puntuación. Debe contar sin errores hasta el 21 (ítem 20). Sí lo hace hasta el 42 dar también por bueno este ítem.

Ítem 30. LECTURA DE NÚMEROS (dos cifras). Lámina 30 (muestra escritos los números 28, 47 y 90)

Mostrarle al niño los números escritos que se indican a continuación y preguntarle señalándolo: ¿qué número es este? Si no lo dice inmediatamente se le puede insistir.

a) 28

b) 47

c) 90

Puntuación. Debe leer correctamente los tres números. No vale que diga 2 y 8 en el caso de veintiocho por ejemplo.

Ítem 31. ESCRITURA DE NÚMEROS (dos cifras).

Voy a decirte algunos números y tú los escribes:

a) 23

b) 97

Puntuación. Debe escribir correctamente los números en los dos casos. Las cifras invertidas o descuidadas se dan por buenas siempre y cuando cada una esté en su lugar correspondiente (unidad, decena y centena). La caligrafía no cuenta.

Ítem 32. NÚMERO SIGUIENTE (dos cifras). Transición de decena hasta 50.

Cuenta conmigo: uno, dos, tres, cuatro y después viene..., (se le puede poner dos o tres ejemplos si es necesario). A continuación:

a) 29…

b) 49…

Puntuación. Debe contestar correctamente a las dos preguntas.

Ítem 33. CONTAR DE 10 EN 10: hasta 90

Cuenta ahora de 10 en 10. Si el niño no responde, animarle diciendo: 10, 20, 30…

Puntuación. Debe decir toda la serie desde el 10 al 90. No debe decir números intermedios para ayudarse (11, 12, 13…)

Ítem 34. CONTAR A PARTIR DEL SUMANDO MAYOR

Te voy a contar algunas historias sobre Luis, un niño al que le gustan mucho las galletas. Puedes calcular las respuestas a las preguntas de la forma que quieras. Decirle el siguiente ensayo: La madre de Luis le dio cuatro galletas. Después Luis cogió una galleta más de la caja. ¿Cuántas son cuatro galletas y una más, en total?

A continuación preguntar:

a) La hermana de Luis le dio dos galletas. Cuando Luis le pidió más, le dio otras siete. ¿Cuántas son dos galletas más siete galletas en total?

b) Luis se comió cuatro galletas. Como tenía mucha hambre, le pidió más a su madre, que le dio ocho más. ¿Cuántas son cuatro galletas más ocho galletas en total?

c) Para cenar Luis se comió tres Galletas que le dio su padre y nueve más que tenía. ¿Cuántas son tres galletas más nueve galletas en total?

Puntuación. Debe resolver, al menos, dos de las tres cuestiones utilizando la estrategia de contar a partir del más grande. No vale utilizar estrategias más básicas como contar todos los objetos o hacerlo desde el sumando menor.

Ítem 35. LÍNEA NUMÉRICA MENTAL: números de dos cifras. Material: lámina 35.

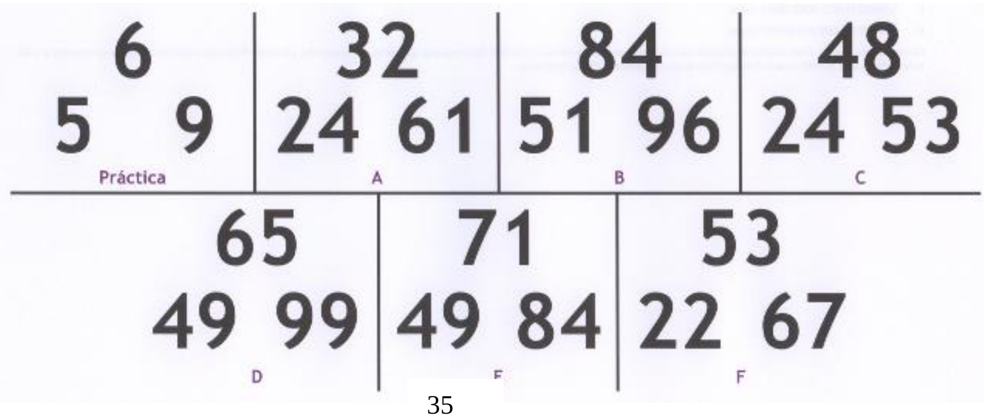
Mostramos la lámina 35 y señalando la práctica decir: aquí hay un 6, ¿qué número está más cerca de seis, cinco o nueve? Si está confuso le podemos hacer la pregunta de este otro modo: ¿está 5 más cerca de 6 o está 9 más cerca de 6?

Si responde correctamente: eso es, cinco está más cerca. Está solo a uno de seis. Nueve está a tres.

Si no responde bien: no, cinco está más cerca, está sólo a uno de distancia de seis. Nueve está a tres de distancia de seis.

A partir de las preguntas siguientes ya no les hacemos ningún comentario acerca de si está bien o mal.

a) Mira el 32. ¿Qué número está más cerca de 32, 24 ó 61?
b) Mira el 84…
c) Mira el 48…
d) Mira el 65…
e) Mira el 71…
f) Mira el 53…



35

Puntuación. Debe responder correctamente a cinco de las seis ocasiones.

Ítem 36. HECHOS NUMÉRICOS DE RESTA. N-N y N-1. Material: lámina 36 y cartulina cobertora.

Vamos a hacer algunas restas. Tienes que contestar muy rápido. Mostrar la práctica de la lámina 36 y decir: ¿cuánto es dos menos uno? Cubrir la lámina.

a) Mostrar la resta “a” de la lámina 36 y decir: ¿cuánto es 2 menos 2? Cubrir la lámina.

b) Mostrar la resta “b” de la lámina 36 y decir: ¿cuánto es 4 menos 1? Cubrir la lámina.

c) Mostrar la resta “c” de la lámina 36 y decir: ¿cuánto es 7 menos 7? Cubrir la lámina.

d) Mostrar la resta “d” de la lámina 36 y decir: ¿cuánto es 9 menos 1? Cubrir la lámina.

Puntuación. Debe responder correctamente en las cuatro restas, además, tiene unos 3 segundos para responder como máximo y sin contar. La intención de este ítem es valorar si ha memorizado estas operaciones.

Ítem 37. CONTAR HACIA ATRÁS: desde 20

Ahora vamos a contar hacia atrás, como cuando despega un cohete. Por ejemplo: tres, dos, uno, cero. Cuenta hacia atrás empezando en el 10.

Puntuación. Debe decir toda la serie descendente desde el 20 al 1 (o cero). Se admite la autocorrección.

Ítem 38. NÚMERO SIGUIENTE (dos cifras). Transición de decena hasta 90.

Cuenta conmigo: uno, dos, tres, cuatro y después viene..., (se le puede poner dos o tres ejemplos si es necesario). A continuación:

a) 69…

b) 89…

Puntuación. Debe contestar correctamente a las dos preguntas.

Ítem 39. REPARTO EQUIVALENTE CON OBJETOS CONCRETOS. Material: 12 fichas.

Te voy a decir algunos problemas. Si quieres, puedes utilizar estas fichas.

a) La madre de Carmen y Ana hizo 12 galletas. Si las niñas se reparten las galletas, ¿a cuántas toca cada una? Una vez que el niño haya usado algún tipo de estrategia de reparto, decir: ¿tienen cada una de ellas la misma cantidad? Si el niño empieza a contar, preguntar: ¿puedes decírmelo sin contar?

b) Ana y Carmen pensaron que estaría bien que su madre entrara en el reparto. Si ahora se reparten las 12 galletas entre Ana, Carmen y su madre, ¿cuántas galletas conseguirá cada una? Una vez que el niño haya usado algún tipo de estrategia de reparto, decir: ¿tienen cada una de ellas la misma cantidad? Si el niño empieza a contar, preguntar: ¿puedes decírmelo sin contar?

Puntuación. Debe responder correctamente a las dos preguntas en los dos problemas. Se da por válido bien hacer el reparto correctamente o responder: a) 6 / 6; b) 4 / 4 / 4

Ítem 40. ENUMERACIÓN (de 11 a 20 elementos). Material: láminas 40 a, b.

Cuenta estos puntos señalándolos con tu dedo y dime cuántos hay.

40 a

40 b

Puntuación. Tiene que decir que la tarjeta 40-a tiene 14 puntos y la 40-b 16. Además, debe contar cada punto una sola vez y además contarlos todos (por este motivo se le dice que los vaya señalando con el dedo).

Ítem 41. CONTAR DE 10 EN 10: de 100 a 190

Cuenta ahora de 10 en 10. Comienza en 100. Si el niño no responde, animarle diciendo: 100, 110, 120…

Puntuación. Debe decir toda la serie desde el 100 al 190. No debe decir números intermedios para ayudarse (101, 102, 103…)

Ítem 42. LECTURA DE NÚMEROS (tres cifras). Lámina 42 (muestra escritos los números 105, 162, 280).

Mostrarle al niño los números escritos que se indican a continuación y preguntarle señalándolo: ¿qué número es este? Si no lo dice inmediatamente se le puede insistir.

a) 105

b) 162

c) 280

Puntuación. Debe leer correctamente los tres números. No vale que diga 1, 0 y 5 en el caso de ciento cinco por ejemplo.

Ítem 43. ESCRITURA DE NÚMEROS (tres cifras).

Voy a decirte algunos números y tú los escribes:

a) 102

b) 290

Puntuación. Debe escribir correctamente los números en los dos casos. Las cifras invertidas o descuidadas se dan por buenas siempre y cuando cada una esté en su lugar correspondiente (unidad, decena y centena). La caligrafía no cuenta.

Ítem 44. EXACTITUD EN LA SUMA ESCRITA. Sumandos de dos cifras sin llevadas.

Haz estas sumas:

$$\begin{array}{r} 23 \\ \underline{+15} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 64 \\ \underline{+32} \end{array}$$

Puntuación. Debe responder correctamente en las dos sumas. Puede utilizar cualquier método para sumar, el estándar, de cabeza e incluso sumar de izquierda a derecha.

Ítem 45. NÚMERO SIGUIENTE (tres cifras). A partir de 100.

Cuenta conmigo: uno, dos, tres, cuatro y después viene..., (se le puede poner dos o tres ejemplos si es necesario). A continuación:

a) 148, 149…

b) 178, 179…

Puntuación. Debe contestar correctamente a las dos preguntas.

Ítem 46. CONCEPTO PARTES - TODO. Material: 10 fichas.

Te voy a decir algunos problemas. Si quieres, puedes utilizar estas fichas, los dedos o de cabeza. Se le pueden repetir los enunciados de las preguntas.

a) Ana compró algunos caramelos. Su madre le compró tres más. Ahora Ana tiene cinco caramelos. ¿Cuántos caramelos compró Ana?

b) Blanca tenía algunas fichas y perdió dos jugando. Ahora tiene siete fichas. ¿Cuántas fichas tenía Blanca antes de empezar a jugar?

c) Carlos tenía algunas canicas y jugando con sus amigos ganó cuatro. Ahora tiene siete canicas. ¿Cuántas canicas tenía Carlos al principio?

d) Diego tenía algunos caramelos en su mochila. Se comió tres después de comer. En su mochila quedaron cuatro. ¿Cuántos caramelos tenía diego en su mochila antes de comer?

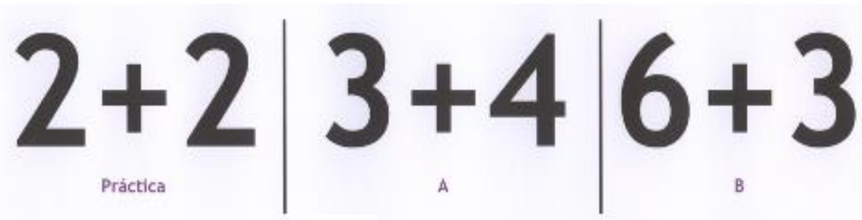
Puntuación. Debe responder correctamente a cuatros problemas, pero NO es necesaria una respuesta exacta. Se trata de que se dé cuenta que el todo es mayor que las partes por lo que se considera válida cualquier respuesta que siga la pauta: a) < 5; b) > 7; c) < 7; d) > 4;

Ítem 47. HECHOS NUMÉRICOS DE SUMA. Hasta 9. Material: lámina 47 y cartulina cobertora.

Ahora te voy a mostrar algunas sumas y tienes que decirme rápidamente, cuál crees que es la respuesta. Mostrar la práctica de la lámina 47 y decir: ¿cuánto es 2 más 2? Cubrir la lámina.

a) Mostrar la suma “a” de la lámina 47 y decir: ¿cuánto es 3 más 4? Cubrir la lámina.

b) Mostrar la suma “b” de la lámina 47 y decir: ¿cuánto es 6 más 3? Cubrir la lámina.



47

Puntuación. Debe responder correctamente en las dos sumas, además, tiene unos 3 segundos para responder como máximo y sin contar. La intención de este ítem es valorar si ha memorizado sumas sencillas por lo que no vale ningún tipo de cálculo.

Ítem 48. HECHOS NUMÉRICOS: N x 1 y N x 0. Material: lámina 48 y cartulina cobertora.

Ahora voy a enseñarte algunas multiplicaciones. Dime rápidamente cuál es la respuesta. Mira este ejemplo. Mostrar al niño el ensayo de práctica de la lámina 48. ¿Cuánto es 2 x 1? Contesta rápidamente lo primero que se te ocurra.

b) ¿Cuánto es 3 x 1? Cubrir.

c) ¿Cuánto es 8 x 0? Cubrir.

d) ¿Cuánto es 6 x 1? Cubrir.

Puntuación. Debe acertar todas las respuestas. Además tendrá que responder rápidamente, en unos 3 segundos y sin contar, puesto que la intención del ítem es determinar si el niño recuerda la respuesta, NO VALE, si realiza algún cálculo, aunque obtenga la respuesta correctamente.

ANEXO IX

Diagramas de dispersión para metodología *Monumentalista*

Gráfico de regresión parcial

Variable dependiente: Puntuación obtenida en el índice de Competencia Matemática en Tema 3

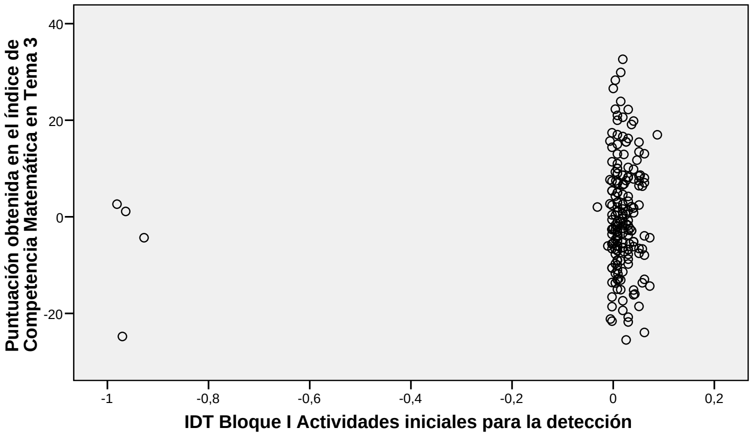


Gráfico de regresión parcial

Variable dependiente: Puntuación obtenida en el índice de Competencia Matemática en Tema 3

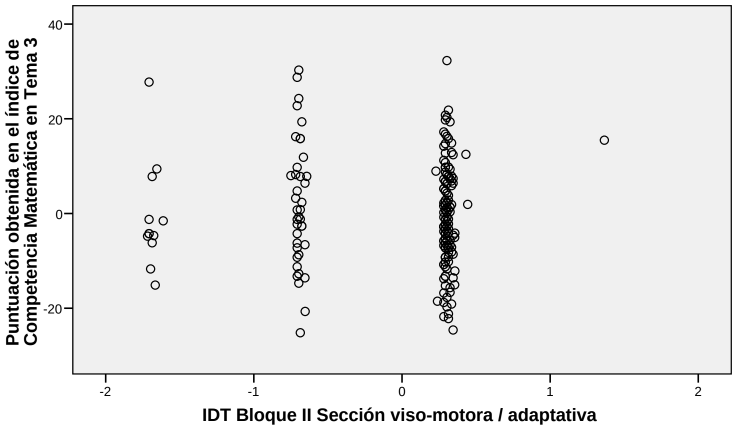


Gráfico de regresión parcial

Variable dependiente: Puntuación obtenida en el índice de Competencia Matemática en Tema 3

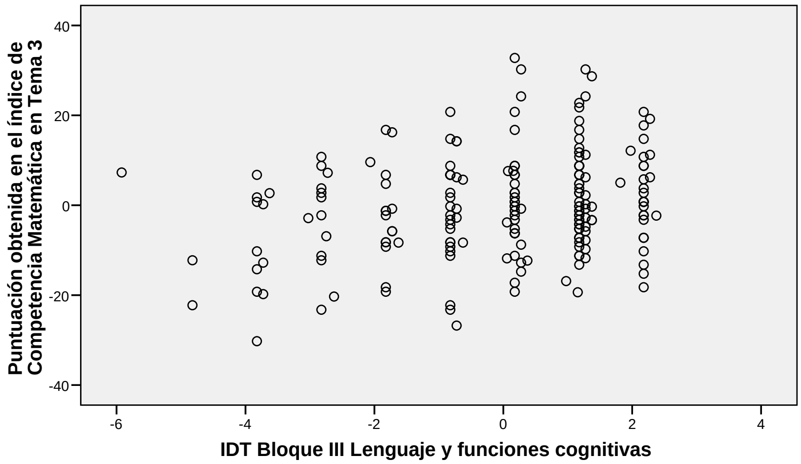
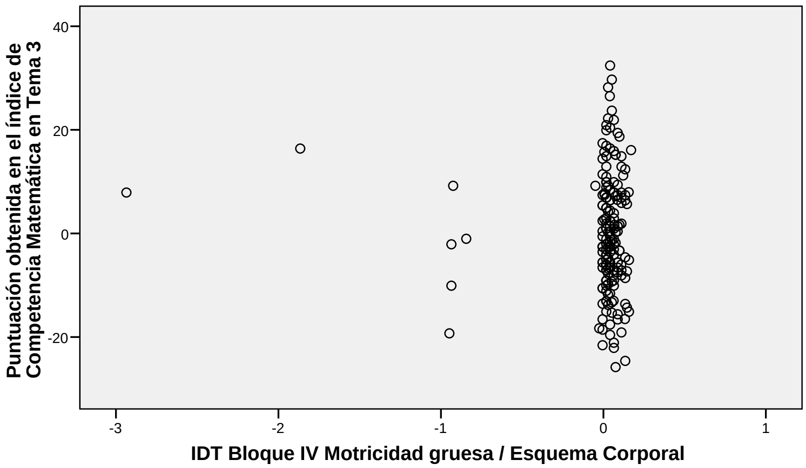


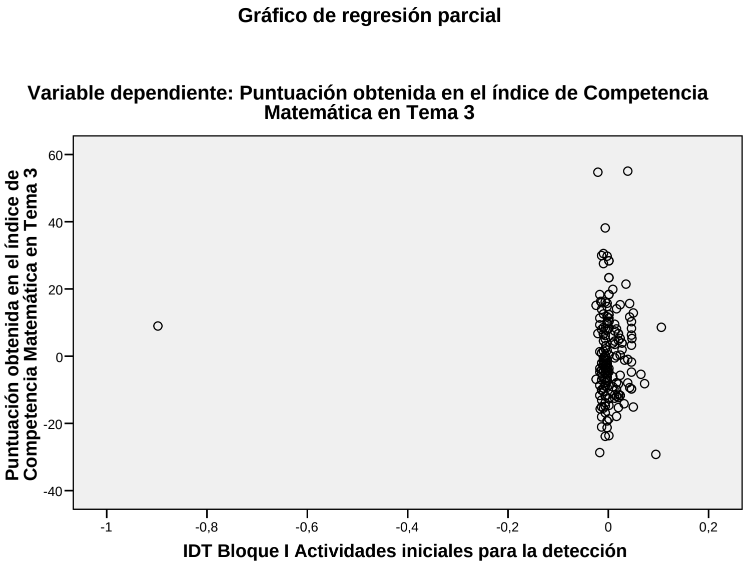
Gráfico de regresión parcial

Variable dependiente: Puntuación obtenida en el índice de Competencia Matemática en Tema 3



ANEXO X

Diagramas de dispersión para metodología *Funcionalista*



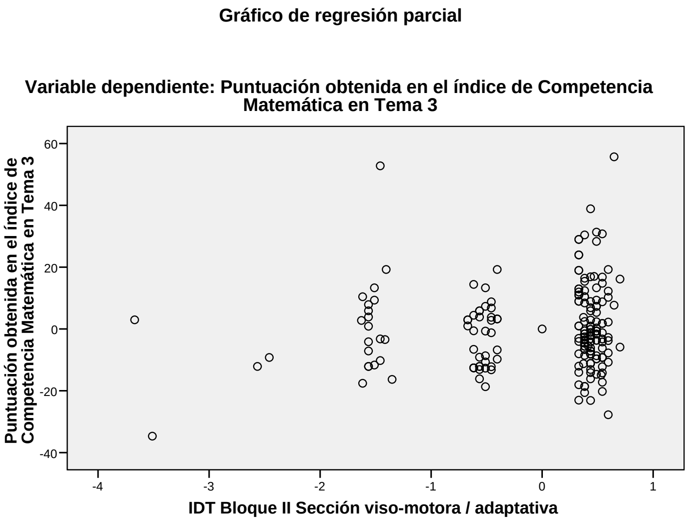


Gráfico de regresión parcial

Variable dependiente: Puntuación obtenida en el índice de Competencia Matemática en Tema 3

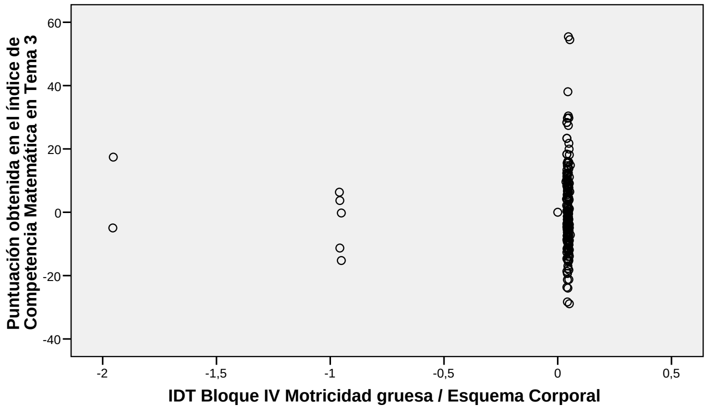
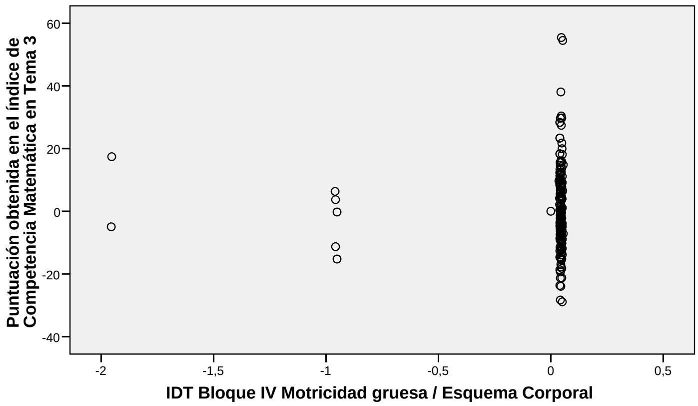


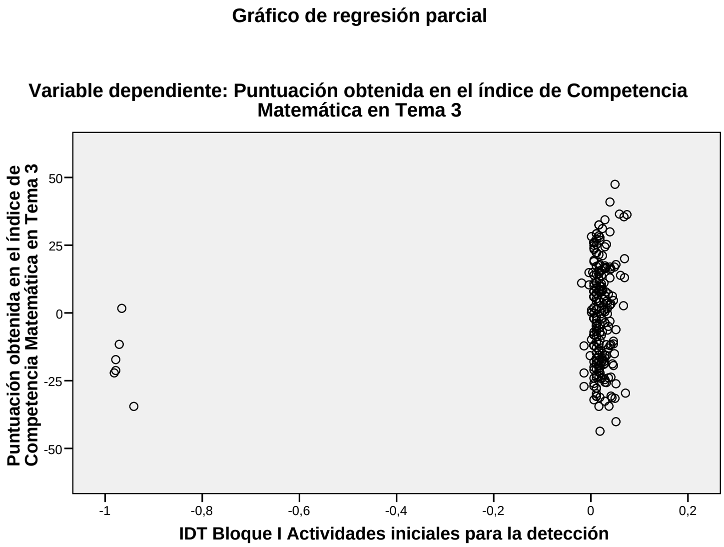
Gráfico de regresión parcial

Variable dependiente: Puntuación obtenida en el índice de Competencia Matemática en Tema 3



ANEXO XI

Diagramas de dispersión para metodología *Neurológico - Principios*



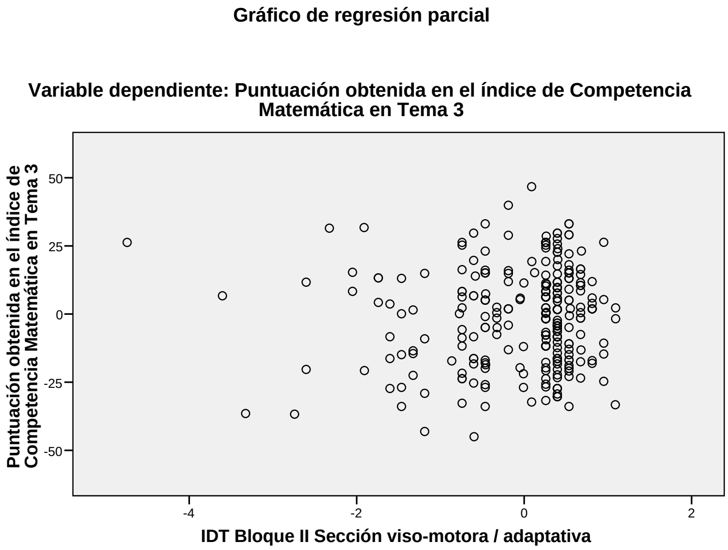


Gráfico de regresión parcial

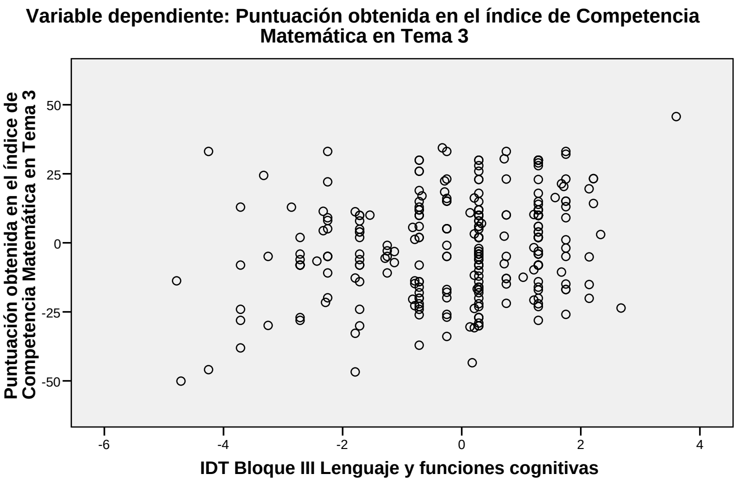


Gráfico de regresión parcial