



UNIVERSITAT DE VALÈNCIA

Màster en Investigació en Didàctiques Específiques

**HABILITATS DE VISUALITZACIÓ MANIFESTADES
PER ALUMNES DE PRIMÀRIA QUAN RESOLEN
ACTIVITATS DE GEOMETRIA 3D I LA SEUA
RELACIÓ AMB EL TALENT MATEMÀTIC**

Memòria de Treball de Fi de Màster presentada per:

MARIA TERESA ESCRIVÀ LLIDÓ

Tutors

Dr. Ángel Gutiérrez Rodríguez

Dra. Adela Jaime Pastor

Dra. María José Beltrán Meneu

Departament de Didàctica de la Matemàtica

València, 6 de Juliol de 2016

Fitxa tècnica:

Màster: Màster en Investigació en Didàctiques Específiques per la Universitat de València.

Especialitat: Matemàtiques

Autor: Escrivà Llidó, Maria Teresa

Títol de la memòria: Habilitats de visualització manifestades pels alumnes de primària quan resolen activitats de geometria 3D i la relació d'aquestes amb el talent matemàtic.

Tutor 1: Ángel Gutiérrez Rodríguez

Tutor 2: Adela Jaime Pastor

Tutor 3: María José Beltrán Meneu

Departament: Didàctica de les matemàtiques

Data de defensa: 19 de juliol de 2016

Qualificació (numèrica i Matr. De Honor si procedeix):

Paraules clau: Educació Primària, Habilitats de visualització, Geometria espacial, Talent matemàtic.

Keywords: Primary Education, Visualization abilities, Spatial geometry, Gifted mathematics students.

Codis Unesco: 1299 (didàctica de les matemàtiques), 1204.99 (ensenyament de la geometria), 6104.99 (altes capacitats matemàtiques)

Resum: L'objectiu d'aquesta investigació és observar les habilitats de visualització que manifesten alumnes de 6è d'Educació Primària amb diferents graus de talent matemàtic durant la resolució d'una sèrie d'activitats de Geometria 3D sobre desenvolupaments, rotacions i seccions d'un cub. Els resultats obtinguts en les activitats s'han comparat amb altres instruments destacant que hi ha una alta relació entre els resultats dels alumnes que manifesten un major número d'habilitats de visualització en l'experiment d'ensenyament, amb els que obtenen puntuacions elevades en el test PMA (Thurstone, 2005), un alt rendiment acadèmic en l'assignatura de matemàtiques i manifesten característiques pròpies de talent matemàtic. No obstant això, no hi ha correlació entre els resultats obtinguts en aquests instruments amb els del test d'estructura multiplicativa adaptat del test PEM (Benavides, 2008).

Abstract: The aim of this research is to observe the abilities of visualization that 6 grade of primary students with different grades of mathematical talent show while they are answering a set of geometry 3D activities based on nets, rotations and sections of cubes. Results of those activities have been compared with others instruments highlighting that there is a high relation between the results of students that show a high number of abilities of visualization in the teaching experiment, with the students who get high scores in the PMA test (Thurstone, 2005), a high academic capacity in mathematics subject and show features of mathematic talent. Nevertheless, there isn't any relation between the results of this tool and of the adapted multiplicative structure test of the PEM test (Benavides, 2008).

AGRAÏMENTS

Vull agrair a tots els que han fet possible aquest treball. En primer lloc, als meus tutors que m'han guiat per fer aquest treball i han estat ahi en tot moment.

En segon lloc, al director del centre en el que he realitzat l'experimentació i sobretot, a la mestra i a tots els alumnes que han participat en aquesta investigació.

Per últim, donar les gràcies a la meua família, companys de pis i amics que m'han ajudat i facilitat moltes coses durant tot l'any.

ÍNDEX

1. INTRODUCCIÓ	11
2. REVISIÓ BIBLIOGRÀFICA.....	15
2.1. VISUALITZACIÓ.....	15
2.1.1. DEFINICIONS DE VISUALITZACIÓ	15
2.1.2. VISUALITZACIÓ EN L'ENSENYAMENT DE LA GEOMETRIA	19
2.1.3. COMPONENTS DE LA VISUALITZACIÓ	21
2.1.4. LÍNIES D'INVESTIGACIÓ	24
2.2. TALENT MATEMÀTIC.....	31
2.2.1. CARACTERÍSTIQUES DE TALENT MATEMÀTIC	34
2.2.2. IDENTIFICACIÓ	37
2.2.3. INTERVENCIONS EDUCATIVES.....	39
2.3. VISUALITZACIÓ I TALENT	41
3. MARC TEÒRIC.....	45
3.1. VISUALITZACIÓ.....	45
3.2. TALENT MATEMÀTIC.....	51
4. METODOLOGIA	55
4.1. PREPARACIÓ DE L'EXPERIMENT.....	56
4.2. EXPERIMENT DE DISSENY	56
4.3. ANÀLISI RETROSPECTIU.....	58
4.4. HABILITATS DE VISUALITZACIÓ	59
4.5. CARACTERÍSTIQUES DE TALENT MATEMÀTIC.....	61
4.6. AVALUACIÓ DEL RENDIMENT DELS ALUMNES.....	61
4.6.1. TEST PMA.....	61
4.6.2. TEST PEMM	62
4.6.3. RENDIMENT ACADÈMIC DELS ALUMNES EN L'ASSIGNATURA DE MATEMÀTIQUES.....	65
5. ANÀLISI DE DADES. RESULTATS	67

5.1. HABILITATS DE VISUALITZACIÓ	67
5.2. CARACTERÍSTIQUES DE TALENT	89
5.3. AVALUACIÓ DEL RENDIMENT DELS ALUMNES	95
6. CONCLUSIONS	105
7. BIBLIOGRAFIA	113
ANNEXOS	123
ANNEX 1: ACTIVITATS I MATERIALS DE LA 1A I 2A SESSIÓ: DESENVOLUPAMENTS	125
ANNEX 2: ACTIVITATS DE LA 3A SESSIÓ: ROTACIONS	147
ANNEX 3: ACTIVITATS I MATERIALS DE LA 4A SESSIÓ: SECCIONS	153
ANNEX 4: CRITERIS D'ANÀLISI DE LES HABILITATS DE VISUALITZACIÓ EN CADASCUNA DE LES ACTIVITATS DISSENYADES.	175
ANNEX 5: PROBLEMES DEL QÜESTIONARI DE BENAVIDES (2008). TEST PEM	223
ANNEX 6: TAULES D'ANÀLISI DE CADASCUNA DE LES HABILITATS I EN CADASCUNA DE LES SESSIONS.	231

ÍNDIX DE FIGURES

FIGURA 1: DIAGRAMA DE REPRESENTACIÓ DE LA DEFINICIÓ DE VISUALITZACIÓ DE GUTIÉRREZ (1996B). (RAMÍREZ, 2012)	18
FIGURA 2: TASQUES DE VISUALITZACIÓ I ORIENTACIÓ ESPACIAL	20
FIGURA 3: ESQUEMA DE LES DIFERENTS IMATGES: LA SENSACIÓ (VISTA) GENERA LA IMATGE VISUAL. LA DEFINICIÓ CREA LA IMATGE ESPACIAL. LA IMATGE MENTAL ES CREA A PARTIR DE LA SENSACIÓ JUNT AMB LES CONSTRUCCIONS MENTALS ANTERIORS. (RAMÍREZ, 2012)	22
FIGURA 4: HABILITAT DE RECONeixEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI.	48
FIGURA 5: HABILITAT DE RECONeixEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS.	48
FIGURA 6: PROCESSOS QUE ES DUEN A TERME QUAN S'USA LA VISUALITZACIÓ PER RESOLDRE UNA TASCA. (GUTIÉRREZ, 1996B)	51
FIGURA 7: FASES DE LA INVESTIGACIÓ DE DISSENY.	56
FIGURA 8: EXEMPLE D'ÍTEM DEL TEST PMA	62

FIGURA 9: RESPOSTA CORRECTA AL PROBLEMA 1.....	64
FIGURA 10: RESPOSTA INCORRECTA AL PROBLEMA 1.....	65
FIGURA 11: RESPOSTA DE L'ALUMNE 7 A L'ACTIVITAT 8.....	74
FIGURA 12: RELACIÓ ENTRE L'HABILITAT DE CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ I LA DE IDENTIFICACIÓ VISUAL.	77
FIGURA 13: RELACIONS ANALITZADES DELS INSTRUMENTS UTILITZATS EN AQUESTA INVESTIGACIÓ.	96
FIGURA 14: RESULTATS DEL RENDIMENT DELS ALUMNES.	97
FIGURA 15: RELACIÓ ENTRE EL COEFICIENT D'HABILITATS DE VISUALITZACIÓ I EL TEST PMA....	99
FIGURA 16: RELACIÓ ENTRE EL COEFICIENT D'HABILITATS DE VISUALITZACIÓ I EL RENDIMENT ACADÈMIC EN MATEMÀTIQUES.....	100
FIGURA 17: RELACIÓ ENTRE EL TEST PMA I EL RENDIMENT ACADÈMIC EN MATEMÀTIQUES.....	101
FIGURA 18: RELACIÓ ENTRE EL TEST PEMM I EL RENDIMENT ACADÈMIC EN MATEMÀTIQUES, EL TEST PMA I EL COEFICIENT D'HABILITATS DE VISUALITZACIÓ CORRECTES.	103
FIGURA 19: RELACIONS ESPERADES EN LA INVESTIGACIÓ.....	109
FIGURA 20: RELACIONS OBTINGUDES UNA VEGADA ANALITZADES LES DADES.....	110

ÍNDIX DE TAULES

TAULA 1: DIFERENTS DEFINICIONS DE VISUALITZACIÓ.....	17
TAULA 2: CARACTERÍSTIQUES DE GREENES (1981), MILLER (1990) I FREIMAN (2006) (RAMÍREZ, 2012).	36
TAULA 3: HABILITATS DE VISUALITZACIÓ DE DEL GRANDE (1990) MANIFESTADES EN LES ACTIVITATS DISSENYADES.	50
TAULA 4: HABILITATS DE VISUALITZACIÓ QUE ES MANIFESTEN EN CADA SESSIÓ.....	67

TAULA 5: PERCENTATGE DE MANIFESTACIONS DE CADA ALUMNE I NÚMERO DE MANIFESTACIONS CORRECTES (C) I INCORRECTES (I) DE CADASCUNA DE LES HABILITATS EN CADA SESSIÓ.	85
TAULA 6: NÚMERO DE PERCENTATGE QUE ELS ALUMNES MANIFESTEN LES HABILITATS I LES MANIFESTACIONS CORRECTES I INCORRECTES DE CADASCUNA DE LES HABILITATS EN CADA SESSIÓ..	87
TAULA 7: PERCENTATGE DELS RESULTATS INDIVIDUALS DEL RENDIMENT DELS ALUMNES. .	97

1. INTRODUCCIÓ

Aquest treball d'investigació ha estat motivat per la importància de l'ús de la visualització tant en el context escolar com extraescolar. Tal i com indica Gonzato (2013), a l'hora de realitzar diverses activitats de la vida quotidiana necessitem diferents habilitats de visualització espacial per transmetre, codificar o manipular una determinada informació. Fins i tot, en moltes professions com fusters, metges, enginyers, conductors, entre altres, és necessari utilitzar constantment aquest tipus d'habilitats (Gonzato i Godino, 2010).

Però, centrant-nos en el context escolar, Bishop (1988, p. 174) afirma que “hi ha alguna evidència que en un entorn d'aprenentatge en el que predominen els materials estructurats i manipulatius, poden ajudar a estimular la creació de la visualització i d'aquesta manera, el propi procés de visualització”. En el document legislatiu que regula l'ensenyament de l'educació primària en aquesta comunitat autònoma, el Decret 108/2014, de 4 de juliol, del Consell, que estableix el currículum i desplega l'ordenació general de l'Educació Primària a la Comunitat Valenciana, podem observar que es dóna peu a afavorir la visualització en l'àrea de matemàtiques. Si ens centrem en el bloc de geometria, que és el bloc més lligat a la visualització, tal i com afirmen Del Grande (1990), Clements i Battista (1992) i Guillén (2010), podem trobar que el Decret 108/2014 insta a l'ús de materials manipulatius:

El Bloc 4, Geometria, està organitzat en una única categoria conceptual enfocada a reproduir, classificar i representar objectes en el plànol i en l'espai, per a descriure el món que ens envolta. Per les seues característiques, l'estudi d'este bloc s'ha d'abordar de manera manipulativa, a través de materials diversos com ara trames de punts, geoplans, tangrams o palets. (p. 16388)

En aquest context, considerem que és necessari desenvolupar la visualització en l'àrea de matemàtiques a través de materials manipulatius. Per aquest motiu, en aquesta investigació hem dissenyat un experiment d'ensenyament que promou l'ús de les diferents habilitats de visualització utilitzant materials manipulatius.

En aquest treball també hem tingut en compte el col·lectiu d'alumnes amb talent matemàtic. Aquests alumnes, des de la Llei Orgànica 2/2006, de 3 de maig, d'educació (LOE), es van

considerar com alumnes amb Necessitats Específiques de Suport Educatiu (NEAE) amb la finalitat d'afavorir un tractament adequat a les seues necessitats i així, poder desenvolupar al màxim les seues capacitats.

Encara que la llei té en compte aquests alumnes, la realitat és diferent, ja que l'atenció específica a aquests estudiants està siguent molt deficient perquè molts mestres no tenen la formació adequada per atendre'ls, ni tampoc els materials educatius específics per proporcionar als alumnes el suport que necessiten (Gutiérrez i Jaime, 2013 i Jaime i Gutiérrez, 2014). A més, un tema que actualment preocupa els investigadors és la identificació dels alumnes amb talent matemàtic, ja que anteriorment, s'identificaven aquests alumnes únicament mitjançant tests de rendiment en els que s'observava, principalment, la seua capacitat de càlcul matemàtic. Però, des de fa uns anys es tenen en consideració els processos de pensament de l'estudiant i per poder observar la forma de raonar de l'alumne, molts investigadors (Krutetskii, 1976, Benavides, 2008, Díaz, Sánchez, Pomar i Fernández, 2008 i Rojas, Jiménez i Mora, 2009) s'han preocupat per la creació de problemes i la identificació de les característiques del talent matemàtic mentre resolen diferents activitats.

Aquesta investigació¹, té per objectius generals oferir un material educatiu que ajude als alumnes amb diferents graus de talent matemàtic a desenvolupar la seua capacitat de visualització i identificar les característiques de talent matemàtic que pogueren ser posades de manifest pels alumnes, mentre realitzen les activitats plantejades en l'experiment d'ensenyament.

Més concretament, els objectius d'aquesta investigació són:

- Dissenyar i experimentar una sèrie d'activitats de Geometria 3D que permeten als estudiants d'Educació Primària amb diferents graus de talent, posar en joc les seues habilitats de visualització.

¹ La investigació presentada és part de les activitats dels projectes d'investigació *Análisis de procesos de aprendizaje de estudiantes de altas capacidades matemáticas de E. Primaria y ESO en contextos de realización de actividades matemáticas ricas* (EDU2012-37259, MINECO) i *Modelos de enseñanza y procesos de aprendizaje de las matemáticas: análisis multidimensional* (EDU2015-69731-R, MINECO/FEDER).

- Determinar si les activitats dissenyades permeten discriminar diferents tipus d'habilitats de visualització.
- Analitzar les habilitats de visualització que manifesten els alumnes que han realitzat l'experimentació i observar la diferència entre els raonaments mostrats.
- Determinar les característiques de talent matemàtic posades en joc pels alumnes durant la realització de les activitats dissenyades.
- Especificar les relacions entre els instruments de mesura utilitzats per determinar habilitats de visualització i per identificar els alumnes amb talent matemàtic.

A continuació, passem a descriure un breu resum dels capítols de la memòria:

En el capítol 2, s'ofereix una revisió dels treballs anteriors sobre visualització i talent matemàtic. Pel que fa a la visualització, comentem diferents definicions del terme i determinem els seus components, indiquem les línies d'investigació que s'estan duent a terme i parlem de la seua importància, centrant-nos, en el paper de la visualització en l'ensenyament de la geometria. Pel que fa al talent, expliquem la diferència entre els diversos conceptes que s'inclouen dins del terme d'altres capacitats. Posteriorment, ens centrem en el talent matemàtic, comentant les seues característiques, com s'identifiquen aquests alumnes i el seu tractament en el sistema educatiu. Per acabar, fem referència al conjunt d'investigacions que s'han preocupat d'estudiar les habilitats de visualització d'alumnes amb talent matemàtic.

En el capítol 3, es descriu el marc teòric en el que hem fonamentat aquest treball i abarca dos temes principals: visualització i talent. En la part de visualització, ens hem centrat en la conceptualització del terme i en alguns dels elements que s'usen quan resollem una activitat mitjançant la visualització. En quant a la part de talent, hem definit el terme i hem indicat les característiques que prendrem com a base en aquesta investigació. També hem comentat les tècniques d'identificació que suggereixen diferents autors i també, les que hem emprat en el nostre treball.

El capítol 4 descriu la metodologia utilitzada, fent explícits els diferents elements de l'experiment d'ensenyament, emmarcat en una investigació de disseny. A més, s'indiquen els subjectes, els instruments per a la recollida de dades i els criteris d'anàlisi que hem emprat per a les activitats dissenyades en aquesta investigació, concretament, els de les habilitats de visualització, els de les característiques de talent matemàtic i també altres instruments

utilitzats com és el Factor E del test PMA (Thurstone, 2005), l'adaptació del test PEM (Benavides, 2008) i el rendiment en l'àrea de matemàtiques del grup-classe.

En el capítol 5 es presenta l'anàlisi retrospectiu de l'experiment d'ensenyament, concretament, es mostren els resultats dels elements analitzats, centrant-nos en les habilitats de visualització i les característiques de talent matemàtic que mostren els alumnes durant la realització de les activitats i també, els resultats del test PMA (Thurstone, 2005) i de l'adaptació del test PEM (Benavides, 2008), junt amb el rendiment dels alumnes del grup-classe en l'assignatura de matemàtiques.

En el capítol 6 es mostren les conclusions obtingudes que donen una resposta als objectius plantejats en aquesta investigació. També es plantegen les aportacions d'aquest estudi, les seues limitacions i les perspectives de futur que es poden derivar d'aquest treball.

2. REVISIÓ BIBLIOGRÀFICA

En aquest capítol, presentem una revisió bibliogràfica de les investigacions que s'han preocupat pels temes d'aquest treball, comentant primer les que estan relacionades amb les de visualització, i després, les de talent.

2.1. VISUALITZACIÓ

En aquest apartat anem a comentar diverses definicions de visualització, el paper de la visualització en l'ensenyament de la geometria i, els diferents components de la visualització que s'usen quan resolem una activitat mitjançant aquesta habilitat.

2.1.1. DEFINICIONS DE VISUALITZACIÓ

Diversos investigadors s'han preocupat d'estudiar el camp de la visualització, distingint diferents termes com percepció espacial, imaginació espacial, visió espacial, visualització, representació visual, pensament espacial, imatgeria, entre altres (Gutiérrez, 1992, 1996b; Phillips, Norris i Macnab, 2010; Gutiérrez i Jaime, 2012 i Ramírez, 2012).

La multitud de termes dedicats a aquesta àrea reflexa la diversitat d'àmbits on la visualització és considerada important, entre els que podem destacar la psicologia, les matemàtiques, les ciències experimentals, entre altres.

En el camp de la psicologia, com indica Gutiérrez (1996b), diversos investigadors eren conscients de la importància de la visualització per a la realització de moltes activitats com dibuixar, orientar-se en l'espai físic i construir i manipular objectes 3D. Per aquest motiu, han considerat les habilitats espacials com un factor important a tindre en compte des que Galton va començar a desenvolupar un qüestionari per intentar detallar els tipus d'imatges mentals que usaven els estudiants mentre resolien les activitats plantejades. Després, van sorgir altres investigadors com Spearman i Thurstone que, amb mètodes objectius psicològics, van avaluar l'habilitat espacial. En els anys 1940-1950 molts estudis es van centrar en l'habilitat matemàtica o "el factor matemàtic", però els resultats d'aquestes investigacions són confusos i la relació entre l'habilitat espacial i l'habilitat matemàtica és diferent en funció de l'estudi. (Bishop, 1980a, 1983 i Phillips, Norris i Macnab, 2010).

Però, no és fins la dècada dels 80 que en l'educació matemàtica es van interessar pel pensament visual degut, entre altres causes, a l'acceptació de la metodologia qualitativa d'investigació, ja que aquesta permetia un camí adequat per investigar sobre el processament del pensament associat amb les imatges mentals i amb la forma d'expressar-se en l'ensenyament de les matemàtiques (Presmeg, 2006). Autors com Bishop (1973), Krutetskii (1976), Guay i Mc Daniel (1977), Clements (1981, 1982) i Presmeg (1986b) són alguns dels investigadors que es van centrar en aquesta àrea (Bishop, 1988 i Presmeg, 2006), ja que aquesta ocupa un paper important en determinades àrees de matemàtiques destacant entre elles, la de geometria, tal i com indiquen diversos autors entre els que destaquem a Del Grande (1990), Clements i Battista (1992), Presmeg (1992) i Guillén (2010).

Des d'aquest moment, els educadors matemàtics no comparteixen els mateixos significats de visualització amb autors d'altres àmbits, especialment el de la psicologia, ja que busquen un significat específic més adequat a les característiques particulars de l'ensenyament-aprenentatge de les matemàtiques (Gutiérrez, 1996b). Des del punt de vista de la psicologia, la visualització inclou el pensament figuratiu (patrons estàtics i figures) i operacional (patrons en moviment d'objectes i manipulació d'objectes visuals), mentre que des del punt de vista matemàtic, la visualització suposa l'habilitat per interpretar i comprendre la informació provinent de figures usades en el treball geomètric i l'habilitat per contextualitzar i traslladar les relacions abstractes i la informació figurativa matemàtica en termes visuals (Ramírez, 2012).

Per tant, en la didàctica de les matemàtiques, la visualització espacial es considerada “com un conjunt de destreses, predominantment mentals, que permeten actuar els individus en el context de les representacions gràfiques matemàtiques, agafant aquest context en un sentit ampli que inclou les representacions usals en els diferents camps matemàtics com la Geometria, l'Àlgebra, l'Aritmètica, l'Estadística, etc.” (Guillén, Gutiérrez, Jaime i Cáceres, 1992, p. 18).

Aquesta no és l'única definició de visualització espacial, sinó que altres autors també s'han preocupat per definir-la, tal i com podem observar en la Taula 1.

<p>Kosslyn i Pylyshyn</p>	<p>La visualització és el tipus de raonament basat en l'ús d'imatges mentals, entenent aquestes com una representació mental dels conceptes matemàtics o propietats que contenen informació basada en imatges, gràfics o elements amb diagrames (Gutiérrez, 1996b).</p>
<p>Gutiérrez (1996a, p. 24)</p>	<p>La visualització com “un conjunt d'elements relacionats amb la creació i ús de representacions mentals (imatges mentals) de la informació matemàtica. Per suposat que les imatges gràfiques dels objectes geomètrics són l'exemple més evident d'imatge mental.”</p>
<p>Gal i Linchevski (2010, p. 165)</p>	<p>Creen la seua pròpia concepció de visualització a partir de les definicions de diferents autors:</p> <p>La visualització, que “generalment es refereix a la capacitat de representar, transformar, comunicar, documentar i reflexionar sobre la informació visual” (Hershkowitz et. al. 1990, p. 75), juga un paper important en la comprensió de la geometria. Duval (1998) es refereix a la visualització com un dels tres processos cognitius independents que omplien les funcions epistemològiques específiques en geometria: visualització, construcció i raonament. Presmeg (1997) considera la visualització com “el procés involucrat en la construcció i transformació d'imatges mentals visuals...” (p. 304), mentre que una imatge visual és “una construcció mental que representa la informació visual o espacial” (Presmeg, 1992, p. 596). Noteu que la visualització en el context de les matemàtiques pot tenir figures i estímuls no figuratius (Bishop, 1983).</p>

Taula 1: Diferents definicions de visualització.

Però, la definició que hem seguit en aquest treball és la que proposa Gutiérrez (1996b, p. 9), que indica que la visualització en matemàtiques és “el tipus d'activitats de raonament basades en l'ús d'elements visuals o espacials, mentals o físiques, desenvolupades per resoldre problemes o demostrar propietats”. En particular, en el context de la geometria, com afirma Gutiérrez (2006, p. 38), entenem la visualització com:

El conjunt de tipus d’imatges, processos i habilitats necessaris perquè els estudiants de geometria puguin produir, analitzar, transformar i comunicar informació visual relativa a objectes reals, models i conceptes geomètrics. La informació visual produïda (*imatges*) pot ser tant física (figures o diagrames) com mental (*imatges mentals*).

L’anàlisi d’informació visual es refereix tant a les imatges produïdes pel propi estudiant com a les rebudes des de l’exterior (d’estudiants, professor, text, etc.). Les transformacions poden fer-se entre una imatge i informació verbal (oral o escrita) o d’una imatge en una altra. La comunicació pot ser gràfica, verbal o mixta.

Aquesta definició de Gutiérrez (1996b) ha sigut representada gràficament per Ramírez (2012), tal i com podem observar en la Figura 1.

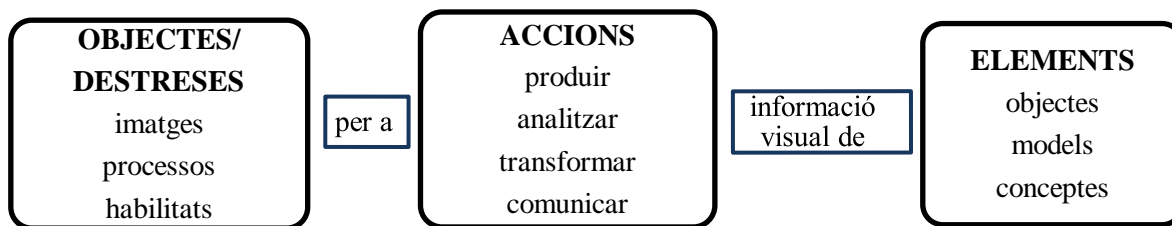


Figura 1: Diagrama de representació de la definició de visualització de Gutiérrez (1996b).
(Ramírez, 2012)

A partir d’aquesta representació (Figura 1), es poden observar les diferències i semblances entre les diferents definicions acabades de presentar. Es pot observar que les definicions presentades per Guillén, Gutiérrez, Jaime i Cáceres (1992), Gutiérrez (1996a, 1996b) i Gal i Linchevski (2010, p. 165) nombren els mateixos elements que apareixen en la Figura 1, ja que indiquen uns objectes o destreses per a dur a terme unes accions a partir de la informació visual d’uns elements.

Kosslyn i Pylyshyn també segueix el mateix esquema de la Figura 1, però aquesta no la comparteixen molts educadors matemàtics perquè en la definició d’aquests autors sols es fa referència als elements en els que s’inclouen *conceptes matemàtics o propietats que contenen informació basada en imatges, gràfics o elements amb diagrames*, tal i com indiquen els

autors en la seua definició. En aquest sentit, els matemàtics indiquen que l'ús de dibuixos, diagrames, imatges o representacions de l'ordinador són part de l'activitat diària en les classes i que moltes de les imatges mentals usades en matemàtiques no tenen una base pictòrica, ja que poden estar basades en informació textual o simbòlica, en diagrames o en altres formes visuals de representació de conceptes (Gutiérrez, 1996b).

2.1.2. VISUALITZACIÓ EN L'ENSENYAMENT DE LA GEOMETRIA

Considerem que ha hagut dos maneres d'abordar l'ensenyament i l'aprenentatge de la geometria (Ramírez, 2012). D'una banda, veure la geometria com la ciència de l'espai i, d'altra banda, veure-la com una estructura lògica, on la geometria és l'ambient en el que l'estudiant pot aconseguir un suport per a l'estructura matemàtica. Aquest doble enfocament relaciona l'ensenyament de la geometria amb el desenvolupament de la visualització espacial (Del Grande, 1990).

Per tant, en la geometria, a banda de donar importància al coneixement dels conceptes geomètrics, també s'ha de desenvolupar una habilitat per reconèixer, visualitzar, representar i transformar formes geomètriques, tal i com indica Ramírez (2012, p. 43):

Per reconèixer el paper que ocupa la visualització en el desenvolupament del sentit espacial, matisem els dos components de l'ensenyament de la geometria:

1. Transmetre conceptes i procediments geomètrics culturalment acceptats en la comunitat matemàtica, és a dir, ensenyar conceptes i procediments de la geometria tradicional.
2. Desenvolupar destreses que faciliten al subjecte ubicar-se en el seu medi físic: desenvolupar l'habilitat per reconèixer, visualitzar, representar i transformar formes geomètriques amb una intenció funcional.

Encara que la visualització està més present en el segon component, es pot considerar necessària en ambdós components (Ramírez, 2014).

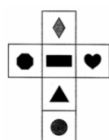
La geometria tradicional està relacionada amb l'estructura axiomàtica i el raonament formal. Yerushalmy (1993) distingeix tres processos principals en la generalització geomètrica: la formació de mostres d'exemples per servir com a base per a les conjectures, la manipulació de les mostres i l'anàlisi d'idees per formar-ne de més generals. En aquests processos el paper de

la visualització és crucial (Ramírez, 2012), per aquest motiu, podem concloure que la percepció visual és potencialment un camí per comprendre els teoremes geomètrics (Rood, 2010) i per aquest motiu, hi ha una estreta relació entre la visualització i la geometria tradicional.

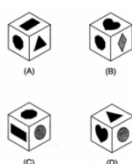
McGee (1979) i Tartre (1990) diferencien entre els conceptes de visualització i d'orientació espacial, pertanyents al segon component de Ramírez (2012). Per a aquests autors, una tasca es considerada de visualització espacial si requereix que tota la representació o una de les seues parts siga moguda o alterada mentalment. Tal i com afirma McGee (1979, p. 896), la visualització espacial involucra "l'habilitat de manipular, rotar, girar o invertir mentalment un objecte presentat com estímulo visual, de dos o tres dimensions". Pel contrari, per a aquests autors una tasca d'orientació espacial no requereix el moviment mental d'un objecte, sinó el canvi o el desplaçament de la perspectiva percebuda per l'observador.

Per il·lustrar una tasca de cada tipus, Diezmann i Lowrie (2009) mostren un exemple de tasca de visualització espacial i una altra, d'orientació espacial (Figura 2).

Aquest és el desenvolupament d'un cub.

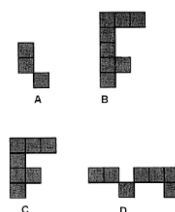
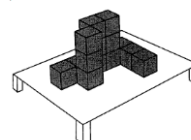


Quins d'aquests cubs es podria construir tallant el desenvolupament?



Tasca de visualització espacial.

Com es veu aquest model des de dalt?



Tasca d'orientació espacial.

Figura 2: Tasques de visualització i orientació espacial.

Observem que aquesta diferenciació és teòrica, ja que es centra en la formulació de tasques, i no en la resolució d'aquestes. Hi ha certes tasques identificades d'orientació espacial que els alumnes les poden resoldre mitjançant la visualització i viceversa. Per exemple, en la lectura d'un mapa que no siga orientat respecte a l'espai que representa, pot ocórrer que si no es pot

moure el mapa, han de moure la representació mentalment perquè siga orientada respecte a la realitat (Gonzato i Godino, 2010 i Gonzato, 2013).

2.1.3. COMPONENTS DE LA VISUALITZACIÓ

A l'hora de resoldre tasques usant la visualització, Gutiérrez (1996b) indica que es posen en pràctica els següents quatre elements: imatges mentals, representacions externes, processos i habilitats de visualització.

Quan fem referència a imatge mental, ens trobem amb diferents termes com imatge, imatge visual, imatge espacial i imatge mental. Presmeg (1986b) i Dreyfus (1995) van realitzar uns estudis centrats en les imatges visuals. D'una banda, Presmeg (1986b) va considerar la imatge visual com un esquema mental que representa la informació visual o espacial, amb o sense la presència d'un objecte o una representació externa. D'altra banda, Dreyfus (1995) defineix la imatge visual com l'ús d'una imatge mental amb un fort component visual, derivada d'una informació (externa) visual.

Yakimanskaya (1991, citat en Ramírez, 2012) defineix la imatge espacial com una imatge creada des de la cognició sensorial de les relacions espacials, i ha de ser expressada en una varietat de verbs o formes gràfiques, incloent diagrames, imatges, dibuixos, etc.

Gutiérrez (1996b) indica que les definicions d'imatge mental, imatge espacial i imatge visual utilitzades per Yakimanskaya, Dreyfus i Presmeg, en aquest sentit, són termes equivalents. Aquest mateix autor defineix la imatge mental com "qualsevol tipus de representació cognitiva d'un concepte matemàtic o propietats per mitjà d'elements visuals o espacials" (Gutiérrez, 1996b, p. 9).

Ramírez (2012, p. 55) diferencia aquesta varietat de termes i ho il·lustra amb el següent exemple i en la Figura 3:

A l'observar una bresca d'abelles percebem la *imatge* d'un hexàgon (*imatge visual*). Però, també aquesta imatge d'un hexàgon es pot generar quan escoltem una descripció de les seues propietats espacials, creant-nos una *imatge espacial*. La *imatge mental* de l'hexàgon és la que es crea en la nostra ment com a resultat de la sensació visual junt amb altres imatges espacials referides al mateix concepte, que ja s'han creat, el que fa que la imatge mental és la

representació de la idea corresponent al concepte figuratiu determinat per la seua definició junt amb la imatge visual percebuda.

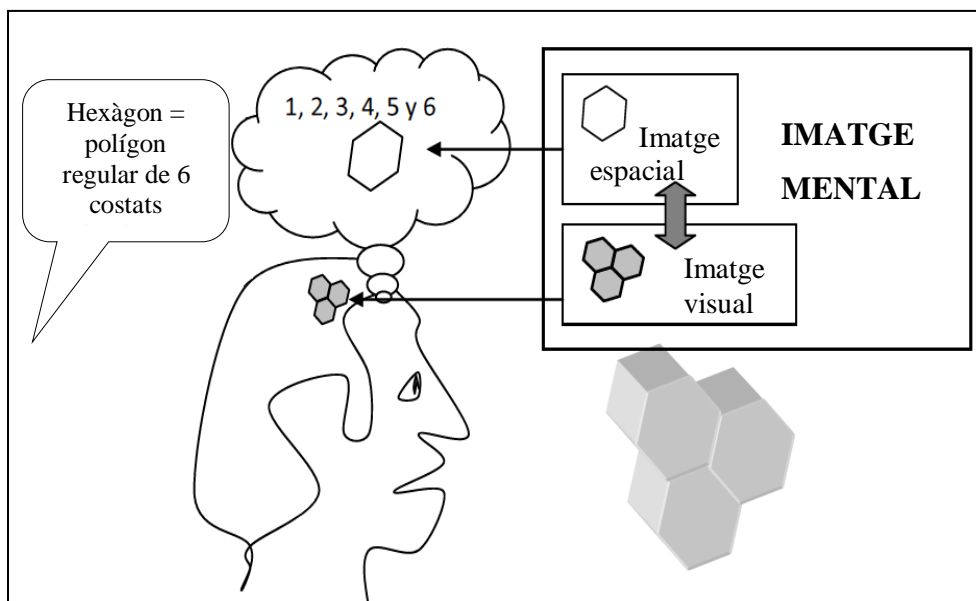


Figura 3: Esquema de les diferents imatges: La sensació (vista) genera la imatge visual. La definició crea la imatge espacial. La imatge mental es crea a partir de la sensació junt amb les construccions mentals anteriors. (Ramírez, 2012).

Presmeg (1986b) va establir les següents imatges mentals mentre observava com els estudiants resolien diverses activitats (Gutiérrez, 1992):

1. **Imatges concretes pictòriques:** es tracta d'imatges figuratives d'objectes físics.
2. **Imatges de fórmules:** consisteixen en la visualització mental de fórmules o relacions esquemàtiques de la mateixa manera com es veurien per exemple, en un llibre de text. En certa manera, es tracta també d'imatges concretes, però en aquest cas l'objecte "fotografiat" no és una figura geomètrica, sinó una fórmula o relació literal. Així, una imatge de fórmules de la funció sinus consistirà en visualitzar $y = \sin x$
3. **Imatges de patrons:** són imatges d'esquemes visuals corresponents a relacions abstractes. A diferència del tipus d'imatges anterior, no es visualitza la relació pròpiament dita (una fórmula generalment), sinó alguna representació gràfica del seu significat. Per exemple, una imatge del patró corresponent a la funció sinus consistirà en visualitzar un objecte pujant i baixant entre +1, -1, 0 un objecte movent-se sobre una superfície ondulada.

4. **Imatges cinètiques:** es tracta d'imatges en part físiques i en part mentals, ja que en elles té un paper important el moviment de mans, cap, etc. Aquest tipus d'imatges són molt freqüents, per exemple, quan s'està treballant en la construcció d'una figura i un estudiant movent la mà vol representar una línia horitzontal.
5. **Imatges dinàmiques:** són imatges mentals en les que els objectes o alguns dels seus elements es desplacen. Per exemple, ens podem imaginar un punt pegant voltes sobre una circumferència, o un prisma de base quadrada acurtant-se per convertir-se en un punt. No hi ha que confondre aquestes imatges amb les cinètiques, ja que ara no hi ha ningun tipus d'activitat física.

Pel que fa als processos i a les habilitats de visualització, podem observar que hi ha una pluralitat de significats ja que, com va afirmar Bishop (1980b, p. 181), “mai es podrà tindre una ‘vertadera’ definició d’habilitat espacial. Per aquest motiu, hem de buscar definicions i descripcions d’habilitats i processos que ens ajuden a resoldre els nostres problemes particulars”. Aquest autor, fixant-se en el procés d’aprenentatge de l’alumnat, suggereix les següents dues habilitats: Processament visual (VP) i Interpretació d’informació figurativa (IFI). Aquestes habilitats les explicarem en més detall en el Capítol 3.

Kosslyn també va identificar 4 processos aplicables a la visualització i a les imatges mentals que es relacionen amb les habilitats de Bishop (VP i IFI). Aquests processos són: generar una imatge mental d’alguna informació donada, examinar una imatge mental per observar la seua posició o la presència de parts o elements; transformar una imatge mental rotant-la, traduint-la, modificant l’escala o descomponent-la; usant una imatge mental per respondre a la pregunta. D’aquests processos definits per Kosslyn, el primer està estretament relacionat amb l’habilitat VP de Bishop i els altres tres, són parts més específiques de l’habilitat IFI (Gutiérrez, 1996b).

Gutiérrez (1996b) indica que aquestes dues habilitats proposades per Bishop són dos processos, ja que considera que la descripció d’una habilitat ha d’incloure informació sobre la forma d’actuació o com realitzar una determinada acció. Mentre que la descripció d’un procés ha d’incloure la informació sobre l’acció a realitzar, però és independent de la forma d’actuació en un cas específic.

Entre els autors que s’han centrat en l’estudi de les habilitats de visualització, destaca Del Grande (1990), que va definir el concepte de visualització en funció d’habilitats espacials,

basant-se en les habilitats de la percepció visual suggerides per Hoffer. Del Grande va definir les següents habilitats de visualització: coordinació motriu dels ulls, identificació visual, conservació de la percepció, reconeixement de posicions en l'espai, reconeixement de les relacions espacials, discriminació visual i memòria visual. Aquestes habilitats les explicarem en més detall en el Capítol 3.

Diversos autors han reconegut aquestes habilitats i les han utilitzat per analitzar les estratègies dels alumnes. Podem destacar a Gutiérrez (1992, 1996a), Guillén, Gutiérrez, Jaime i Cáceres (1992), Gutiérrez i Jaime (2012), Saads i Davis (1994), Flores (2006), Ramírez (2012, 2014), Gonzato (2013) i Fernández (2014).

2.1.4. LÍNIES D'INVESTIGACIÓ

En aquest apartat destaquem les diferents línies d'investigació dins de l'àmbit de la visualització relacionats estretament amb aquest treball i que han preocupat a diferents autors. Un dels temes que ha tingut més interès ha sigut el de l'ensenyament de la visualització, en el que podem trobar dos postures. D'una banda, els investigadors (Bruner, 1973, citat en Bishop, 1980a; Lean i Clements, 1981 i Dreyfus i Eisenberg, 1986, citat en Ramírez, 2012) que consideren que desenvolupar l'habilitat de visualització és innecessari perquè, és una habilitat innata i per tant, consideren que no és necessari realitzar programes d'ensenyament per desenvolupar-la.

Hi ha autors com Myers (1958) i Mundy (1987) que després de dur a terme un programa d'ensenyament de la visualització no van trobar millores a l'hora de realitzar un test espacial. Però, tal i com indica Bishop (1980a), per poder tindre èxit en l'ensenyament hi ha que detallar el tipus de relació que existeix entre l'ensenyament realitzat i l'habilitat que s'ensenyava perquè com aquest autor indica, les habilitats de visualització poden millorar amb les experiències apropiades.

D'altra banda, hi ha investigadors que consideren la visualització com una habilitat que es pot desenvolupar (Blade i Watson, 1955; Brinkmann, 1966; Bishop, 1973, 1980a; Connor i Serbin, 1985; McGee, 1979; Battista, Wheatley i Talsma, 1982; Ben-Chaim, Lappan i Houang, 1989; Martin-Dorta et al., 2008 i Safhalter, Bakracevic i Glodez, 2015). També cal destacar a Bishop (1980a), Del Grande (1990), Hershkowitz, Parzys i Van Dormolen (1996), Gorgorió (1998), Gutiérrez (2006), Gonzato, Fernández i Godino (2011), Ramírez (2012) i

Gonzato (2013), que consideren que hi ha que desenvolupar la visualització estimulant que els alumnes generen representacions visuals, les manipulen i les transformen per poder raonar i argumentar sobre elles. Segons aquests autors, la visualització es pot desenvolupar i per aquest motiu, l'ensenyament ha de tindre com a objectiu afavorir que els alumnes adquireixen una cultura espacial mínima (Alsina, 2006). En aquest treball estem d'acord en el que indiquen aquests autors i per això, hem dissenyat una seqüència d'activitats de geometria 3D que ajuden a desenvolupar la visualització dels alumnes.

Arcavi (2003) i Godino, Fernández, Gonzato i Wilhelmi (2013) indiquen que els processos visuals enriqueixen els processos analítics, ja que la visualització en l'aprenentatge de les matemàtiques no sols és contemplada com una proposta il·lustrativa, sinó que és reconeguda com un component clau del raonament, la resolució de problemes i la demostració (Clements i Battista, 1992; Presmeg, 2006; Battista, 2007; Phillips, Norris i Macnab, 2010 i Rivera, 2011). Fins i tot, Dreyfus (1991) afirma que si no s'ensenya la visualització, s'elimina una ferramenta de raonament matemàtica versàtil per a tots els estudiants. Aquest autor, indica que hi ha que fomentar, de manera equilibrada tant el pensament visual, com el verbal i l'algebraic. I per poder aconseguir-ho, suggereix que hi ha que donar el mateix estatus al raonament visual que al raonament algebraic.

Krutetskii (1976) va identificar diversos graus d'ús de la visualització en la resolució de tasques matemàtiques i va identificar tres tipus d'estudiants: analític, geomètric i harmònic, segons prefereixen resoldre les activitats de manera lògica (analític), usant el raonament visual (geomètric) o fins i tot, usant ambdós raonaments, predominant el visual (harmònic).

A l'hora de buscar estratègies d'ensenyament efectives per als estudiants, tant visuals com no visuals, Mann (2006) recomana que els estudiants puguin elegir la forma d'accedir a la informació i els mètodes per comunicar els seus resultats. Generalment, les tècniques d'ensenyament tradicionals són dissenyades per a l'aprenentatge auditiu-sequencial i aporten desavantatges respecte a l'aprenentatge visual-espacial. Això pot provocar que un alumne amb pensament visual molt avançat tinga el risc de fracassar en el sistema escolar (per falta de motivació, distracció, debilitat en els càlculs bàsics i desorganització) perquè el seu estil d'aprenentatge no està reconegut (Sword, 2000, citat en Ramírez, 2012).

Autors com Johnson-Laird (1988), citat en Dreyfus (1991), consideren que un suport visual apropiat té efectes positius en el raonament dels estudiants i en la resolució de problemes.

Fins i tot, Gutiérrez (2006), indica que l'ús d'objectes físics, models i figures és la principal eina dels professors per ajudar els estudiants a comprendre els conceptes matemàtics, d'ahí que la capacitat de visualització (o imaginació espacial) siga imprescindible per aprendre matemàtiques.

Per tant, des de fa uns anys, els educadors matemàtics han estat subratllant la necessitat d'augmentar l'ús d'elements visuals com una part de l'ensenyament ordinari de les matemàtiques en els diferents nivells educatius (Gutiérrez, 1996b). Clements i Battista (1992) i Pittalis i Christou (2010) indiquen que la geometria i el raonament espacial estan estretament relacionats, i molts educadors matemàtics pareixen incloure el raonament espacial com una part del currículum de geometria.

Fernández (2013) indica que la retinència a la utilització de la visualització està disminuint, degut a les reformes dels currículums, que incideixen en les representacions visuals, i a la creixent facilitat que tenen els estudiants per accedir a la tecnologia gràfica. No obstant això, aquests canvis es poden considerar superficials per als estudiants, ja que a pesar de que poden estar disposats a utilitzar formes de representació visual, no tenen un entrenament en aquest tipus d'habilitats.

Sembla que els educadors matemàtics han reconegut el potencial del raonament visual, encara que la implementació s'endarrereix i es pot observar que hi ha poca presència de la visualització en les classes de matemàtiques. Aquest canvi educacional lent està causat per diverses raons: en primer lloc, perquè sovint es presenta el raonament visual com una introducció, o com arguments accessoris o auxiliars, precisament perquè els experts, els matemàtics, els desenvolupadors del currículum o els mestres, no li assignen el valor, ni l'estatus que li correspon. I això ho podem comprovar en els llibres de text, ja que la visualització en el tema de la geometria espacial sols es presenta limitada i parcial, freqüentment relacionada amb activitats recreatives al final de la secció (Fernández, 2013 i Gonzato, 2013).

En segon lloc, Fernández (2014) observa que els futurs mestres tenen importants carències en quant al coneixement del contingut de visualització i del raonament espacial. Per tant, es pot concloure que els mestres no es senten preparats per dirigir experiències de descobriment, per animar a explorar les idees geomètriques utilitzant construccions i el laboratori de materials i

això es deu, entre altres causes, a que ells no van rebre experiències similars durant el seu paper d'estudiants (Guillén, 2010).

Però, tal i com indica Dreyfus (1991), els matemàtics no són innocents del fet que el raonament visual tinga un estatus tan baix. Hi ha algunes excepcions que confien en el raonament visual del seu treball, però llevat d'aquestes experiències, els mateixos matemàtics s'han esforçat en amagar aquest fet. Una de les raons pels quals ho han realitzat és perquè aquest tipus de raonament visualitzador sol dificultar la comunicació dels conceptes matemàtics a l'hora de resoldre problemes, com les imatges d'Einstein, que mai han arribat a ser tan nítides per ser descrites en paraules o imatges (Presmeg, 1986b).

Aquesta situació poc a poc ha anat canviant, ja que en els últims anys, molts matemàtics s'han dirigit cap a la importància del raonament visual per descobrir, descriure i justificar els resultats matemàtics (Dreyfus, 1991). Però, com indica Ramírez (2012), per poder incloure-ho totalment en el procés d'ensenyament-aprenentatge de les matemàtiques, és necessari acceptar que la visualització té un paper important en aquesta àrea i que es poden dissenyar pràctiques docents que ajuden a desenvolupar-la. Una forma d'aconseguir-ho és introduint l'habilitat espacial en un lloc important en el programa matemàtic de l'escola.

Altres investigacions importants de la visualització i que han preocupat a diversos autors (Bishop, 1983, 1980b, entre altres) han sigut les diferències culturals en relació amb la visualització i van concloure que aquestes diferències es devien, principalment, a la falta de familiaritat en les convencions espacials i visuals que s'utilitzen en els test espacials i geomètrics.

A banda d'aquesta línia d'investigació, altres autors es van preocupar per les diferències de gènere (Guay i McDaniel, 1977; Clements i Battista, 1992; Gorgorió i Jones, 1996; Gorgorió, 1998 i Fernández, 2011), ja que han descobert que els homes tenen més desenvolupada la capacitat de visualització que les dones, no obstant això, les capacitats del raonament lògic són molt similars. Plasencia (2000, p. 63) critica l'afirmació de què els xics tenen més habilitats visualitzadores que les xiques, ja que tal i com afirma aquesta autora, "les diferències entre els xics i xiques van ser poques, siguent majors dins del mateix sexe que entre ambos". Bishop (1983) afirma que encara que aquestes relacions poden ser interessants, els educadors matemàtics veuen poc valor a aquest tipus d'investigació per guiar les decisions sobre els temes i procediments.

Altres investigadors (Krutetskii, 1976; Battista, Wheatley i Talsma, 1982; Connor i Serbin, 1985; Wheatley, 1997, entre altres) observen que hi ha una estreta relació entre l'habilitat de visualització i l'èxit a l'hora de realitzar problemes no rutinaris. Cal destacar que les imatges mentals tenen un paper important a l'hora de resoldre els problemes matemàtics. No obstant això, autors com Lean i Clements (1981) i Clements i Battista (1992) van veure que els estudiants que preferien processar la informació matemàtica mitjançant processos verbals/lògics van obtenir millors puntuacions en els tests matemàtics i espacials que els estudiants que van utilitzar únicament mètodes visuals. Una explicació d'aquest fet, és que per avaluar la competència matemàtica aquests autors van utilitzar tasques rutinàries.

Hi ha diferents tipus d'activitats que han preocupat els investigadors en aquest tema, però sols anem a centrar-nos en el tipus d'activitats que s'utilitzen en aquest treball: desenvolupaments, seccions i rotacions.

Respecte a les primeres, hi ha molts autors (Mariotti, 1989; Fischbein, 1993; Stylianou, Leikin i Silver, 1999; Diezmann i Lowrie, 2009 i Fernández, 2011) que hi han fet referència. Destaquem a Mariotti (1989) i Stylianou, Leikin i Silver (1999) que analitzen les estratègies de visualització dels estudiants quan resolen el problema de dibuixar o reconèixer tots els desenvolupaments plans d'un cub.

Pel que fa a les seccions, cal destacar que Gonzato, Fernández i Godino (2011) identifiquen aquest tipus d'activitats com a compondre i descompondre en parts. En aquesta acció s'inclouen procediments com: donades dos o més peces, compondre-les per formar un sòlid, o donat un sòlid (o una de les seues representacions) descompondre'l en dos o més parts; identificar les seccions d'un sòlid relacionades amb determinats talls; donat un sòlid contar les unitats de volum que el componen. Els autors que destaquen en aquests tipus d'activitats són Bishop (1983), Battista i Clements (1996) i Lawrie, Pegg i Gutiérrez (2002).

En quant a rotacions, destacar a Battista, Wheatley i Talsma (1982), Gutiérrez i Jaime (1993), Gorgorió i Jones (1996) i Gorgorió (1998) que van proposar activitats d'aquests tipus. Gorgorió i Jones (1996), Gorgorió (1998) i Gutiérrez i Jaime (1993) estudien les estratègies que els alumnes posen en joc a l'hora de resoldre tasques de rotació de cossos 3D. Battista, Wheatley i Talsma (1982) van passar un test amb ítems de rotació d'objectes 3D abans i després d'un curs de geometria en el que investigaven la simetria dels polígons manipulant

objectes i utilitzant diferents materials com el tangram. Els resultats van demostrar que aquests tipus d'activitats milloren l'habilitat espacial de mestres en formació, encara que sols es va avaluar la capacitat de visualitzar un objecte que gira en l'espai.

En molts estudis (Bishop, 1973, 1980a, 1980b, 1983 i 1988, Clements i Battista, 1992) s'ha demostrat que els materials manipulatius ajuden a millorar l'habilitat espacial. Tal i com indica Gutiérrez (1998, p. 197), “s'ha observat que l'ensenyament específic augmenta la capacitat dels estudiants per manejar les relacions entre els cossos espacials i les seues representacions planes, obtenint-se millors resultats quan l'ensenyament es basa en l'ús de materials manipulables.”

A banda d'aquests materials, una línia d'investigació prou recent és l'ús de l'ordinador, ja que com afirma Clements, Sarama, Yelland i Glass (2008), els ordinadors estan preparats per facilitar l'aprenentatge de la geometria dels estudiants. Els estudiants poden observar i construir molts exemples d'objectes geomètrics, aplicar transformacions d'eixos objectes, i connectar diverses representacions de conceptes geomètrics mentre utilitzen l'ordinador.

En els últims anys s'han preocupat per diferents entorns dinàmics com els Programes de Geometria Dinàmica (PGD) que permeten ajudar als estudiants a millorar les seues habilitats de visualització (Clements, Sarama, Yelland i Glass, 2008 i Guillén, 2010). Una de les possibilitats que ofereixen aquests tipus de programes són la transformació dinàmica que permet a l'alumne dur a terme diverses transformacions com rotacions, translacions, ampliacions o seccions per diferents plans (Gutiérrez, 1996b).

Però, com indica Gutiérrez, 2006, p. 26):

Els programes de geometria espacial poden convertir-se en un excel·lent complement (però, mai substitut) de les tradicionals caixes de sòlids geomètrics de fusta o cartolina. Una imatge dinàmica d'un sòlid en les pantalles d'un ordinador mai podran millorar la qualitat d'una imatge real d'aquest sòlid en les mans dels estudiants, però els ordinador ens permeten realitzar activitats molt més variades que els sòlids reals, com el pas d'una forma de representació a una altra (opaca o transparent, en perspectiva o en projeccions ortogonals, etc.), el truncament, la superposició de sòlids, la transformació en desenvolupaments plans, etc.

En aquesta investigació s'han usat per realitzar les activitats de l'experiment d'ensenyament, materials físics i també, un software, concretament el Geogebra, per tal d'afavorir diferents punts de vista dels sòlids tridimensionals.

Per últim, ressaltarem aquells autors que s'han preocupat per analitzar les habilitats de visualització en les seues investigacions, com Gutiérrez (1992) que analitza les habilitats de visualització mostrades per alumnes de 6é d'Educació Primària durant la realització de certes activitats de geometria tridimensional. En la investigació, aquest autor va observar que l'habilitat de conservació de la percepció i l'habilitat de reconeixement de posicions en l'espai era necessària per realitzar activitats com col·locar el cub amb figures de la pantalla de l'ordinador, fins a certes posicions en funció de la figura (real, en paper o en l'ordinador) donada. L'habilitat de relacions espacials era necessària per poder dibuixar representacions planes de mòduls de cubs o per construir mòduls a partir de les seues representacions planes. Per últim, l'habilitat de discriminació visual, els alumnes la manifestaven quan donats un cub i diverses representacions planes d'eixe cos o d'altres cossos semblants, els estudiants havien de decidir quines representacions pertanyien al cos donat i quines no.

Així mateix, també cal destacar la investigació de Ramírez (2012) i Saads i Davis (1994), ja que també analitzen les manifestacions de les habilitats de visualització del alumnes en cadascuna de les activitat dissenyades per a cada estudi.

Finalment, Fernández (2014), sabent que moltes activitats presentades en els llibres de text de primària requereixen posar en pràctica certes habilitats de visualització, es preocupa per descobrir mitjançant una avaluació diagnòstica, si els mestres en formació tenen coneixement sobre aquestes habilitats i si les posen en pràctica. Va descobrir que els estudiants tenen dificultats a l'hora de resoldre aquestes activitats, ja que hi ha pocs estudiants que encerten la resposta correcta, el que li duu a concloure que els mestres en formació tenen poc desenvolupades les habilitats de percepció i de relació de les posicions espacials. Per tant, que tenen importants carències en quant al coneixement comú dels continguts de visualització i raonament espacial.

2.2.TALENT MATEMÀTIC

Podem afirmar que actualment, els documents curriculars, així com els informes de societats de professors i organismes internacionals s'han preocupat per l'atenció a la diversitat. Tradicionalment, sols es prestava una atenció diferenciada als alumnes deficients, però actualment es considera que els alumnes amb talent i els superdotats també requereixen una atenció especialitzada dins de l'aula (Castro, 2008).

L'interès pel tema de la intel·ligència, la superdotació i el talent no és una novetat, ja que aquests conceptes han sigut estudiats sistemàticament a partir de principi del S. XX. (Castro, 2008). En aquest apartat anem a comentar les definicions dels conceptes d'alta capacitat, superdotat, talent i precoç.

Respecte a l'alta capacitat, la Generalitat de Catalunya (2013, p. 5) indica que:

Els nens i adolescents amb altes capacitats demostren respostes notablement elevades, o el potencial necessari per a aconseguir-les, comparats amb altres individus de la mateixa edat, experiència o entorn. Tenen alts nivells de capacitat en les àrees cognitives, creatives i/o artístiques, mostren una capacitat excepcional de lideratge o destaquen en matèries acadèmiques específiques. Les altes capacitats es poden trobar en nens i nenes de tots els grups culturals, en tots els nivells socials i en tots els àmbits de l'activitat humana.

D'altra banda, González i Domingues (2015, p. 22) consideren “les altes capacitats que fan referència, essencialment, a l'habilitat intel·lectual, creativitat i motivació que es presenten en un grau per damunt de la mitja.”

Tal i com afirma Comes, Díaz, Luque i Moliner (2008) i Generalitat de Catalunya (2013), es poden distingir tres perfils d'alumnes amb altes capacitats: superdotat, talent i precoç.

Respecte a superdotat, és un terme que Carreras, Valera i Reig (2006) i Albes i altres (2012) usen per definir aquells alumnes caracteritzats per la combinació de tots els recursos intel·lectuals, el que possibilita un elevat nivell d'eficàcia en qualsevol forma de processament i gestió de la informació. Els superdotats solen tindre una bona memòria, gran capacitat d'atenció i concentració, flexibilitat cognitiva, facilitat per fer front a situacions noves i adaptar-se als canvis, etc. Degut a la seua alta eficàcia cognitiva també són capaços

d'establir interconnexions entre informacions i contextos diferents, desenvolupar nous conceptes i percepcions, i propostes o solucions innovadores. Així mateix, els alumnes superdotats presenten una personalitat equilibrada, amb nivells elevats d'autoestima i confiança en els seus propis recursos, si l'entorn ha afavorit la satisfacció de les seues necessitats.

En quant a talent, Albes i altres (2012), Generalitat de Catalunya (2013) i González i Domingues (2015) indiquen que respon en certa mesura al concepte oposat: especificitat i diferències quantitatives. Així, classificarem de persona amb talent, la que mostra una elevada aptitud en un àmbit o tipus d'informació (p. ex. talent verbal o matemàtic) o en un tipus de processament (talent lògic o creatiu). En la resta d'àmbits o de formes de processament poden presentar nivells discrets, fins i tot, deficitaris. Les diferències quantitatives solen concretar-se dins de l'àmbit de talent en la velocitat d'execució i l'automatització de processos.

Els talents es poden classificar en talent simple, quan el talentós destaca en un àrea concreta, mentre que en la resta, presenta valors normals i, en alguns casos, deficitaris. En les àrees pròpies del seu talent, el talentós es mostrarà amb freqüència, molt més efectiu que el superdotat. Aquests talents simples poden ser lògic, creatiu, matemàtic, verbal i social. (Castelló i Battle, 1998). També es poden classificar en talents complexos quan combinen diferents aptituds específiques i aquesta combinació de recursos dóna lloc a una conducta o talent que podem identificar. Un cas de talent complex és el de talent acadèmic, que combina, com a mínim, recursos elevats de tipus verbal, lògic i de gestió de la memòria. A banda del talent acadèmic, Castelló i Battle (1998) diferencien un altre talent complex com el talent no verbal-figuratiu.

En general, la distinció més generalitzada entre superdotat i talent, com afirmen Jaime i Gutiérrez (2014), és que un alumne superdotat destaca en tots els àmbits, mentre que un alumne amb talent destaca en un àrea determinada.

Pel que fa a la precocitat, cal destacar que no és un fenomen intel·lectual, pròpiament dit, sinó evolutiu i, per tant, implica un ritme de desenvolupament més ràpid, però no l'assoliment d'un nivell de desenvolupament superior. Els alumnes amb precocitat solen manifestar, durant el seu procés de maduració, un major nombre de recursos intel·lectuals que els seus

companys/es. Una vegada acabada la maduració, la seua capacitat intel·lectual pot ser completament normal.

A l'hora d'identificar aquests alumnes, els psicòlegs proposen diversos models teòrics i cadascun d'ells es centra en uns enfocaments, en funció de les característiques que consideren que ha de tindre un alumne superdotat i/o talentós. Els models basats en capacitats, ja que com indica Arocas, Martínez i Martínez (2009), en aquest grup s'inclouen les teories que destaquen el paper de la intel·ligència. Els primers models usaven, exclusivament, factors de tipus cognitiu per explicar i definir la superdotació (Terman i Stern, encunyen el Coeficient Intel·lectual (CI)). Els models més recents també tenen en consideració altres factors intel·lectuals per explicar la superdotació, com el de Gardner d'intel·ligències múltiples. Els models cognitius tracten d'identificar quins processos i estratègies cognitives es posen en funcionament a l'hora de realitzar tasques de nivell superior. (Torrego, 2011). En aquest model destaca Sternberg, qui va indicar els criteris que ha de reunir una persona superdotada: criteri d'excel·lència, raresa, productivitat, demostrabilitat i valor. Els models basats en el rendiment consideren que una intel·ligència superior és una condició necessària, però insuficient per explicar la superdotació (Arocas, Martínez i Martínez, 2009 i Torrego, 2011). D'aquest grup destaquen el *model dels tres anells* de Renzulli, que combinen alta habilitat intel·lectual, compromís amb les tasques i creativitat i el *model diferenciat de la superdotació i el talent* de Gagné. Els models socioculturals li donen molta importància al context social i cultural en el que es desenvolupa l'alumne, com indica Jaime i Gutiérrez (2014). Entre aquests destaquen el model de Mönks i el de Tannenbaum.

Les investigacions sobre els diferents termes (superdotat, talent, etc.) no són recents i podem observar que en aquests models acabats de nombrar la intel·ligència ha evolucionat des d'una intel·ligència estàtica i unitària, com en els treballs de Terman (CI), a una intel·ligència dinàmica, canviant i que es pot desenvolupar al llarg de la vida, i fins i tot, a l'existència de diferents tipus d'intel·ligències com en les intel·ligències múltiples de Gardner (Albes i altres, 2012). A més, també ha evolucionat fins a una intel·ligència en la que es valoren factors socials, com en el model de Mönks, en el que es té en compte la família, els companys i l'escola (Benavides, 2008).

Però, les investigacions sobre talent matemàtic sí que són recents i es poden agrupar en tres temàtiques principals, tal i com indica Castro (2008): la caracterització del talent matemàtic, establir mecanismes d'identificació i oferir alternatives d'intervenció dins de programes

especials dins i fora de l'escola. Per tant, a continuació, ens centrem en cadascuna de les tres temàtiques principals.

2.2.1. CARACTERÍSTIQUES DE TALENT MATEMÀTIC

Respecte a la definició de talent matemàtic, cal destacar que Pasarín, Feijoo, Díaz i Rodríguez (2004) i Díaz, Sánchez, Pomar i Fernández (2008) el defineixen com aquells alumnes amb la capacitat matemàtica que els situen significativament per damunt de la mitja. Krutetskii defineix al talentós matemàtic com aquella persona que posseeix les habilitats matemàtiques que li permeten una actuació exitosa en l'activitat matemàtica (Singer, Sheffield, Freiman i Brandl, 2016).

Així mateix, Jaime i Gutiérrez (2014) afirmen que els estudiants amb talent matemàtic de qualsevol nivell educatiu posseeixen una major quantitat d'elements i relacions matemàtiques a diferència dels seus companys, i els saben utilitzar, junt amb una alta capacitat per incorporar els resultats de la seua experiència en la xarxa de coneixements i continguts que ja posseeixen. Això, entre altres efectes, condueix a una major capacitat i rapidesa en la resolució de problemes.

En la concepció actual de talent matemàtic, s'opta per una definició basada en certes característiques. Molts autors (Krutetskii, 1976; Greenes, 1981; Miller, 1990; Pasarín, Feijoo, Díaz i Rodríguez, 2004 i Freiman, 2006) s'han preocupat per assignar una sèrie de característiques que les atribueixen a l'alumnat amb talent matemàtic.

Els estudiants amb talent no són un grup homogeni (Benavides, Maz, Castro i Blanco, 2004) i per aquest motiu, les seues necessitats educatives també són diferents, ja que aquestes necessitats poden variar en funció de factors interns de l'alumne i del context en els que es desenvolupa i aprèn (Benavides, 2008). Però, segons Freeman (1988), citat en Benavides (2008), hi ha dues característiques que comparteixen els alumnes amb talent i que els diferencien de la resta dels estudiants: 1. Aprenen més ràpidament i 2. Tenen major profunditat i extensió en l'aprenentatge.

Krutetskii, tal i com indiquen Pasarín, Feijoo, Díaz i Rodríguez (2004), va senyalar les següents característiques pròpies dels alumnes amb talent matemàtic:

1. Examinen el contingut matemàtic d'un problema i el seu mètode de resolució.

2. Són ràpids en generalitzar el contingut d'un problema i el seu mètode de resolució.
3. Mostren una abreviació dels processos al resoldre problemes de tipus similar, és a dir, després d'una exposició relativament curta, arriben a considerar obvis certs passos en la resolució, ometent els passos intermedis.
4. Són flexibles en el seu pensament i poden canviar amb facilitat d'un procés cognitiu a un altre, inclús si aquest és qualitativament diferent.
5. No estan subjectes a tècniques de resolució que han tingut èxit en el passat i poden fer reajustaments quan aquestes fallen.
6. Busquen solucions simples i directes.
7. Poden invertir fàcilment el seu procés de pensament.
8. Investigaran aspectes difícils del problema, abans de tractar de resoldre'ls.
9. Tendeixen a recordar les estructures generals, abreviades, dels problemes i les seues solucions.
10. Es cansen menys treballant en matemàtiques que en altres matèries.

Així mateix, Krutetskii, tal i com indiquen Pasarín, Feijoo, Díaz i Rodríguez (2004) i Castro (2008), conclou que els alumnes amb talent matemàtic solen tindre millor memòria, treballen i aprenen més ràpidament que els seus companys, sembla que pensen sobre les matemàtiques de forma qualitativament diferent i ja posseeixen algunes de les destreses de resolució de problemes matemàtics dels adults.

D'aquesta forma es pot observar que els alumnes amb talent matemàtic tenen característiques específiques d'aquesta àrea com sensibilitat matemàtica o formes atípiques de resolució de problemes, i també característiques generals personals com curiositat intel·lectual o afinitat a les tasques amb reptes (Singer, Sheffield, Freiman i Brandl, 2016).

Altres autors també han establert altres característiques dels alumnes amb talent matemàtic, com es pot observar en la Taula 2, realitzada per Ramírez (2012) en la que es comparen les habilitats matemàtiques de tres autors importants:

Característiques del talent matemàtic		
Greenes (1981)	Miller (1990)	Freiman (2006)
- Formulació espontània de problemes.		- Pregunta espontàniament qüestions que van més enllà de las tasques matemàtiques que se li plantegen.
- Flexibilitat en la manipulació de dades.	- Gran capacitat per pensar i treballar amb problemes matemàtics d'una forma flexible i creativa.	- Canvia fàcilment d'una estratègia a una altra, d'una estructura a una altra.
- Habilitat per a l'organització de dades.	- Rapidesa per aprendre, entendre i aplicar les idees matemàtiques.	- Localitza la clau dels problemes. - Busca patrons i relacions, construeix nexes, llaços i estructures matemàtiques. - Manté baix control els problemes i la seua resolució. - Presta atenció als detalls.
- Agilitat mental per al flux d'idees.		- Produeix idees originals, valuoses i extenses. - Desenvolupa estratègies eficients.
- Originalitat d'interpretació.		- Pensa de manera crítica.
- Habilitat per a transferir idees.	- Especial destresa per a transferir els coneixements adquirits a noves situacions matemàtiques.	
- Habilitat per a generalitzar.	- Habilitat especial per treballar de forma abstracta i veure relacions entre objectes matemàtics.	
	- Entusiasme inusual i una gran curiositat sobre la informació numèrica.	- Persisteix en la consecució dels objectius que es proposa.

Taula 2: Característiques de Greenes (1981), Miller (1990) i Freiman (2006) (Ramírez, 2012).

Tal i com indica Ramírez (2012, pp. 25-26), “el talent matemàtic s’entén com un desenvolupament en major grau d’aquestes característiques que resulten idònies per afrontar amb èxit la resolució de tasques matemàtiques. Per tant, els mètodes d’identificació i

tractament dels alumnes amb talent haurien d'anar encaminades a reconèixer i desenvolupar al màxim aquestes qualitats”.

2.2.2. IDENTIFICACIÓ

Anteriorment, hem observat que hi ha diferents models per a la concepció de la superdotació i el talent i, en funció del model elegit, podem trobar diferents processos d'identificació. Independentment dels processos que s'elegisquen per identificar aquests alumnes, l'objectiu d'aquesta identificació no sols és la categorització d'un subjecte amb talent, sinó saber de quina forma i en quin grau ho és, per tal d'establir mesures d'actuació que permeten el seu desenvolupament (Benavides, 2008 i Ramírez, 2012).

Aquest procés d'identificació, tal com indica Albes i altres (2012), ha de ser multidimensional, considerant l'alumnat en la seua globalitat: capacitats intel·lectuals, socials, emocionals, creatives, motivació, estils d'aprenentatge i context social. També ha de ser quantitativa (test i proves estandaritzades, qualificacions escolars, etc.) i qualitativa (informes i observacions del professorat, informació de les famílies, nominacions d'entre iguals, autoinformes). Així mateix, també ha de ser contextualitzada, que incloga tots els aspectes i entorns (social, educatiu i familiar), i ha de ser concebuda com un procés normalitzat amb l'objectiu de detectar les variables que puguen afavorir o dificultar la satisfacció de les seues necessitats.

Treffinger i Feldhusen (1996), citat en Benavides, Maz, Castro i Blanco (2004) i Benavides (2008) indiquen que el procés d'identificació és un procés continu i no s'ha de considerar com un procés únic que diu una vegada i per a sempre si un alumne és dotat o no. Els talents emergeixen i creixen evolutivament, i alguns no arriben a emergir perquè no es produeix una adequada estimulació. Per tant, d'aquesta forma, l'avaluació inicial per identificar els alumnes amb talent és tan sols l'inici del procés d'identificació (Benavides, Maz, Castro i Blanco, 2004 i Benavides, 2008).

Les primeres formes d'identificar als alumnes superdotats i amb talent consistien en obtenir una puntuació alta en un test d'intel·ligència. Posteriorment, van donar menys importància a aquests tests d'intel·ligència, reduint la puntuació a obtenir en aquests tests per ser identificats com a subjectes amb talent i també, incorporant múltiples formes d'identificació com produccions d'estudiants, nominacions de professors, nominacions de companys i puntuacions en test d'aptituds (Benavides, 2008).

En aquest mateix sentit, Benavides (2008) i Castro (2008) es pregunten què mesuren els tests i de quin tipus són els ítems que constitueixen els tests amb els que es tracta d'identificar el talent i, més concretament, el talent matemàtic. Inicialment, s'aplicaven tests de rendiment, els ítems dels quals, eren de càlcul aritmètic. Per tant, decidien si era o no un alumne amb talent matemàtic en funció de la seua capacitat de càlcul matemàtic. En aquestes proves de rendiment es decidia sobre el talent matemàtic en funció del nombre d'ítems encertats, deixant de banda els processos de pensament de l'estudiant. Altres autors com Castelló i Battle (1998) estan en contra d'utilitzar una avaluació que mesure únicament el CI, és a dir, la intel·ligència d'una persona per identificar-lo com a superdotat o talent, perquè tal i com afirmen aquests autors:

No deixa de ser paradoxal que en ple auge de l'anàlisi cognitiu dels processos intel·lectuals, dels sistemes metodològics multifactorials i tests de disseny més d'acord amb aquests principis, encara es segueixen utilitzant sistemes d'avaluació subjugats als enfocaments psicomètrics-conductuals de principis de segle, com és el cas del Coeficient Intel·lectual (Castelló i Battle, 1998, p. 27).

Com a conseqüència, des de l'aportació de l'enfocament cognitiu i, sobretot, en l'àmbit de la resolució de problemes, s'ha produït un canvi de mentalitat. I per aquest motiu, per identificar els alumnes amb talent matemàtic s'incorpora el criteri d'observar la qualitat del pensament de l'alumne, és a dir, en la forma de raonar matemàticament, ja que Benavides (2008) i Castro (2008) consideren que identificar els alumnes únicament mitjançant tests estandaritzats significa córrer el risc de rebutjar a diversos alumnes que haurien de ser identificats com a talents matemàtics.

Seguint aquesta perspectiva, moltes investigacions s'han centrat en la creació de problemes matemàtics per tal d'identificar els alumnes amb talent matemàtic i observar l'habilitat dels estudiants a l'hora de resoldre problemes. Entre els autors que destaquen en aquest camp, trobem a Krutetskii (1976), Benavides (2008), Díaz, Sánchez, Pomar i Fernández (2008) i Rojas, Jiménez i Mora (2009), ja que identifiquen les característiques de talent matemàtic a l'hora de resoldre els problemes plantejats en cada estudi. Tal i com indica Singer, Sheffield, Freiman i Brandl (2016, p. 18), "alguns estudis en la resolució i plantejament de problemes

han mostrat la eficàcia d'aquest aproximament en el desenvolupament de la creativitat i talent matemàtic.”

2.2.3. INTERVENCIONS EDUCATIVES

Independentment del mètode emprat per identificar els alumnes amb talent matemàtic, és necessari identificar a aquest alumnat per poder conèixer les seues característiques i funcionament intel·lectual i fer propostes educatives d'acord amb les seues necessitats amb l'objectiu d'optimitzar el desenvolupament de les seues capacitats. D'aquesta forma, s'ha d'atendre a aquest alumnat el més prompte possible per aconseguir el seu òptim desenvolupament, desterrant mites com el de què l'alumne amb altes capacitats no requereix un suport especialitzat (Diezmann i Watters, 2002 i Torrego, 2011).

Hi ha dues formes de suport a aquests alumnes, tal i com indiquen Jaime i Gutiérrez (2014). D'una banda, les formes de suport escolar que són aquelles que ajuden als estudiants de talent matemàtic a desenvolupar el seu potencial i d'altra banda, les formes de suport extraescolars que són aquelles que permeten desenvolupar el seu potencial fora de l'àmbit escolar.

En quant a les formes de suport escolar, tal i com indica Gómez (2009), hi ha diferents mesures per poder donar una resposta educativa: mesures ordinàries, extraordinàries i excepcionals.

Respecte a les mesures ordinàries, són les que realitza el mestre dins de l'aula, buscant estratègies organitzatives, metodològiques i de funcionament que puguen ajudar a l'alumnat en les diferents àrees i matèries. En altres paraules, és ajustar la programació a les necessitats dels alumnes.

En quant a les mesures extraordinàries, Gómez (2009) indica que són les que permeten ampliar i enriquir els aprenentatges mitjançant materials, recursos i continguts, que poden o no estar relacionats amb el currículum. La finalitat d'aquestes activitats és la motivació i l'estímul per a l'aprenentatge. En aquestes mesures s'inclou l'ampliació i l'enriquiment. Ens referim a ampliació quan s'amplia el contingut del currículum ordinari del propi curs per aprofundir i proporcionar activitats complementaries. Altres autors (Castro, 2008 i Jaime i Gutiérrez, 2014) nombren aquesta mesura com profundització. En quant a l'enriquiment, consisteix en una adaptació individualitzada a l'alumnat i ofereix una formació matemàtica més rica i variada mitjançant continguts no inclosos en el currículum oficial o treballar en

major profunditat determinats continguts d'aquest (Benavides, Maz, Castro i Blanco, 2004). Entre els autors que duen a terme aquest programa d'enriquiment destaquem a Ramírez (2014) que ofereix diverses activitats als alumnes amb talent matemàtic amb l'objectiu d'observar les manifestacions de les habilitats visualitzadores d'aquest alumnat.

També es proposen mesures excepcionals que són les que permeten la flexibilització del període d'escolarització mitjançant l'acceleració, és a dir, per l'anticipació o per la reducció de la durada d'una etapa educativa o, mitjançant l'agrupament dels alumnes durant el període escolar.

Però, a banda d'aquestes mesures de suport educatiu, també hi ha formes de suport extraescolar en les que s'inclouen totes aquelles mesures que afavoreixen a l'alumnat a desenvolupar les seues característiques fora de l'escola (Jaime i Gutiérrez, 2014).

Per ajudar els alumnes a profunditzar en el seu enteniment en matemàtiques Singer, Sheffield, Freiman i Brandl (2016) suggereixen l'ús dels reptes en tasques desafiantes o riques per a l'optimització del potencial matemàtic perquè com afirmen aquests autors, augmentar l'enteniment, fer progressos continus per fer front a les dificultats i crear nous coneixements és especialment important per als estudiants talentosos que estan sempre amb contacte amb tasques repetitives, memorització d'algoritmes o habilitats aritmètiques en les aules ordinàries, que ells ja dominen.

Però, encara que actualment s'estan proposant moltes mesures i activitats, Gutiérrez i Jaime (2013, p. 320) afirmen que, "de manera global, l'atenció específica als estudiants d'altres capacitats matemàtiques en les aules segueix siguent molt deficient, siguent un dels motius principals la falta de materials educatius especialment dissenyats per a la formació matemàtica d'aquests estudiants en els seus centres d'ensenyament". En aquest sentit, aquesta investigació té l'objectiu de proporcionar materials per al desenvolupament de la visualització als estudiants amb diferents talents i així, poder oferir mesures d'atenció a aquest alumnat en l'aula.

2.3. VISUALITZACIÓ I TALENT

Una vegada comentades les diferents investigacions que s'inclouen en el tema de visualització i en el de talent, és necessari comentar l'àrea en la que es delimita aquesta investigació, ja que hem dissenyat unes activitats amb l'objectiu d'observar les habilitats de visualització que mostren els alumnes amb diferents graus de talent matemàtic. Per aquest motiu, en aquest apartat anem a comentar aquelles investigacions que s'inclouen dins d'aquest tema i que tenen en consideració la visualització i el talent matemàtic conjuntament.

Hi ha diverses investigacions que s'han preocupat per la visualització i el talent. Una de les investigacions més destacades és la de Krutetskii (1976) qui després de passar uns tests als alumnes, els va classificar en funció del procediment de resolució de les tasques en analítics, geomètrics o harmònics. De 34 alumnes amb talent matemàtic estudiats, 6 eren analítics, 5 geomètrics i 23 harmònics. Aquest autor senyala certes habilitats matemàtiques dels alumnes amb talent entre les que destaquem la flexibilitat dels processos mentals que utilitzen en l'activitat matemàtica, o la reversibilitat dels processos mentals de raonament, entre altres. Però, a banda d'aquestes habilitats, també va assenyalar certs components que aquest autor no considerava que pertanyien necessàriament a l'estructura del talent matemàtic, com per exemple, l'habilitat per als conceptes espacials o l'habilitat per visualitzar les relacions matemàtiques abstractes (Ramírez, 2012).

Presmeg (1986a) i Krutetskii (1976) van descobrir en els seus estudis que la majoria dels alumnes classificats amb un nivell matemàtic destacat no eren visualitzadors. Presmeg (1986a) indica que això es deu, entre altres causes, a factors interns i externs que fan que els alumnes amb talent no usen la visualització. Respecte als factors externs, esta autora indica que influeix la pròpia naturalesa de les matemàtiques i les preferències per una forma particular de pensament reforçada en el currículum i en l'actuació dels professors. I en els interns, destaca que els processos visualitzadors requereixen més carrega cognitiva.

Un altre autor que s'ha preocupat per l'ús de l'habilitat de visualització que mostren els alumnes amb talent ha sigut Van Garderen (2006), qui ha observat que aquests alumnes van obtenir millors resultats en la resolució de problemes verbals que els alumnes mitjans i els alumnes amb dificultats d'aprenentatge. A més, també va observar que els alumnes amb talent usaven més imatges visuals que la resta dels alumnes analitzats, més concretament va observar que hi havia una correlació significativa i positiva entre les imatges esquemàtiques i

l'alt rendiment en cada mesura de visualització espacial, mentre que aquesta correlació era negativa quan usaven imatges pictòriques. Per tant, va observar que l'habilitat de visualització espacial està correlacionada amb l'èxit en matemàtiques.

La diversitat de criteris de mesura del talent matemàtic i de la visualització pot ser un dels factors que expliquen la diferència dels resultats obtinguts per les investigacions, ja que en funció de l'instrument de mesura utilitzat, es poden observar resultats aparentment contradictoris. Així pot comprendre's que hi ha estudis que no detecten la connexió entre talent i visualització com Krutetskii (1976), que considera que la visualització no és un component necessari de les habilitats matemàtiques i Presmeg (1986a) que indica que els alumnes amb talent prefereixen mètodes no visuals en la resolució de problemes. Pel contrari, hi ha estudis que indiquen que sí que hi ha relació entre la visualització i un rendiment elevat en matemàtiques, tal i com suggereix Van Garderen (2006), qui observa que els alumnes amb talent obtenen puntuacions més elevades en els problemes verbals, i considera que aquestes puntuacions es deuen a l'ús de la visualització per a la seua resolució, més concretament, s'adona que tenen major èxit quan usen les imatges esquemàtiques.

Hi ha diversos autors que relacionen la visualització i el talent quan observen les característiques de talent matemàtic mentre els alumnes resolen activitats de visualització. Podem destacar l'estudi de Rojas, Jiménez i Mora (2009) en el que intenten, a partir de la resolució de problemes de visualització, determinar les característiques dels alumnes amb talent matemàtic. Entre les característiques que observen en les respostes dels alumnes, destaquen la generalització, ja que els alumnes analitzats mostren un resultat general a partir d'alguns exemples de manera verbal; l'abstracció, perquè fa un canvi de representació del dibuix a la representació aritmètica; l'enteniment de l'estructura interna del problema; i l'oferiment de diverses solucions correctes. A més, aquests autors suggereixen que s'haurien de dur a terme més investigacions que es preocuparen per l'ús de problemes relacionats amb el procés de visualització per determinar les característiques de talent matemàtic, ja que consideren que la visualització té molta importància en l'activitat matemàtica.

Altres autors també s'han preocupat per identificar les característiques dels alumnes amb talent matemàtic, entre els que podem destacar a Diezmann i Watters (2002), ja que indiquen que els estudiants amb talent matemàtic es diferencien dels no-talents matemàtics per la seua

habilitat excepcional per raonar, ja siga analítica o visual. Considera que els estudiants amb talent analític són, generalment, uns treballadors ràpids i precisos que són capaços d'articular les cadenes del raonament. Mentre que els alumnes amb talent espacial actuen millor en tasques matemàtiques visual-espacials i utilitzen ferramentes espacials i tècniques, com els diagrames i la visualització. Aquests estudiants amb talent espacial no solen desenvolupar al màxim el seu potencial a causa de l'èmfasi en tasques analítiques i solen experimentar dificultats significatives a l'hora de verbalitzar el seu raonament. Per a la identificació d'aquests estudiants s'han d'aportar les experiències adequades per donar l'oportunitat per a què demostren les seues habilitats.

Així mateix, podem destacar a Webb, Lubinski i Benbow (2007) que indiquen que és important tindre en compte l'habilitat espacial per tal d'identificar els alumnes amb talent, ja que hi ha molts d'ells que no són identificats perquè s'utilitzen mètodes d'identificació que no tenen en compte l'habilitat espacial. També afirmen que amb els programes d'ensenyament actuals, aquests alumnes no tenen èxit, ja que no se'ls proporcionen unes experiències adequades per a què desenvolupen el seu potencial (Diezmann i Watters, 2002).

Usualment, per identificar els alumnes amb talent matemàtic, s'observa el rendiment i les característiques d'aquests en tasques de resolució de problemes, mentre que per mesurar la visualització dels alumnes s'utilitzen diferents instruments i registres com les puntuacions en tests visuals, els tipus d'imatges utilitzades, les estratègies de resolució visuals utilitzades, les habilitats de visualització manifestades, entre altres. La creació d'un instrument de mesura de la visualització reflexa un dels principals problemes en aquestes investigacions que es deu, principalment, a la dificultat a l'hora de registrar l'activitat visual (Presmeg, 1986a i Ramírez, 2012).

En aquest sentit, Ramírez (2012) va dissenyar 3 sessions formades per diverses activitats amb continguts i elements del raonament visual, amb l'objectiu de desenvolupar la visualització dels alumnes amb talent matemàtic i al mateix temps, observar les habilitats de visualització que manifestaven els alumnes, els errors comesos i les dificultats que tenien durant la realització de les activitats. En aquesta investigació, l'autor va descobrir que els alumnes amb talent matemàtic van mostrar les habilitats de visualització en un alt percentatge i indica que aquests estudiants no mostraren deficiències en quant a les capacitats visuals, comparades amb les manifestades pels alumnes del grup control de la investigació. A més, aquest autor considera que els alumnes amb talent matemàtic posseeixen unes característiques especials

que els permet tindre major èxit en la realització de tasques matemàtiques i, les habilitats de visualització formen part important d'aquest procés de resolució i desenvolupen un paper principal en el component de la visualització.

Ramírez (2012) també indica que després d'observar els resultats, considera necessari diferenciar d'una banda, la capacitat visual que posseeixen els alumnes amb talent matemàtic i que es mesura mitjançant tests estandaritzats i d'altra banda, l'ús de la visualització que els alumnes amb talent manifesten en la realització d'activitats matemàtiques específiques. En aquest cas, la seua investigació aporta informació sobre la relació entre talent matemàtic i visualització, ja que ha observat que els alumnes amb talent matemàtic analitzats disposen de capacitat visual i també han detectat la falta de relació entre la capacitat visual que detecten els test i l'ús que han manifestat en les tasques proposades.

Per finalitzar, destaquem a Ryu, Chong i Song (2007) que també es van preocupar per dur a terme tasques geomètriques en les que es requeria distingir entre els objectes 3D i la seua representació 2D, manipulant-la o rotant-la mentalment. Aquestes activitats es van posar en pràctica en alumnes amb talent i els autors van trobar que les habilitats de visualització espacial que més apareixien en el procés de resolució de problemes dels estudiants eren l'habilitat per imaginar la rotació d'un objecte representat, visualitzar la seua configuració, transformar-la d'una forma diferent i manipular-la en la seua imaginació. Per tant, també posa de manifest que els alumnes amb talent matemàtic utilitzen les habilitats de visualització per resoldre les activitats dissenyades.

3. MARC TEÒRIC

En aquest capítol anem a presentar els elements de les teories que utilitzarem en aquest estudi sobre visualització i talent. Respecte a visualització, tindrem en compte alguns dels components de la visualització, necessaris per a aquesta investigació i en quant a talent matemàtic, comentarem les característiques de talent, junt amb les tècniques que s'utilitzen per a la identificació d'aquest alumnat.

3.1. VISUALITZACIÓ

La definició de visualització que hem seguit, és la que proposa Gutiérrez (1996b, p. 9), que indica que la visualització en matemàtiques és “el tipus d'activitats de raonament basades en l'ús d'elements visuals o espacials, mentals o físiques, desenvolupades per resoldre problemes o demostrar propietats”.

En aquest context, Gutiérrez (2006, p. 38) detalla la definició acabada de comentar en les següents paraules:

El conjunt de tipus d'imatges, processos i habilitats necessaris perquè els estudiants de geometria puguin produir, analitzar, transformar i comunicar informació visual relativa a objectes reals, models i conceptes geomètrics. La informació visual produïda (*imatges*) pot ser tant física (figures o diagrames) com mental (*imatges mentals*).

L'anàlisi d'informació visual es refereix tant a les imatges produïdes pel propi estudiant com a les rebudes des de l'exterior (d'estudiants, professor, text, etc.). Les transformacions poden fer-se entre una imatge i informació verbal (oral o escrita) o d'una imatge en una altra. La comunicació pot ser gràfica, verbal o mixta.

Per tant, tal i com indica Gutiérrez (1996b), quan usem la visualització a l'hora de resoldre tasques es posen en pràctica quatre elements: imatges mentals, representacions externes, processos de visualització i habilitats de visualització. D'aquests elements, anem a centrar-nos

en aquells que hem utilitzat en aquesta investigació (Representacions externes, processos de visualització i les habilitats de visualització).

En quant a **representacions externes**, és “qualsevol tipus de representació verbal o gràfica de conceptes o propietats incloent imatges, dibuixos, diagrames, etc. que ajuda a crear o transformar les imatges mentals i a realitzar raonaments visuals” (Gutiérrez, 1996b, pp. 9-10).

Pel que fa als **processos de visualització**, Gutiérrez (1996b, p. 10) afirma que és “una acció mental o física on les imatges mentals estan implicades”. Segons aquest autor, hi ha dos processos que actuen en la visualització: interpretació visual de la informació per a crear imatges i interpretació d’imatges mentals per a generar informació.

El primer procés correspon amb el procés de Processament visual (VP) de Bishop (1980b) qui indica que en aquest procés s’inclou la visualització, la traducció de relacions abstractes i la informació no-figurativa en termes visuals. També s’inclou la manipulació i la transformació de les representacions visuals i les imatges visuals.

El segon procés correspon al d’Interpretació d’informació figurativa (IFI) de Bishop (1980b), que inclou la comprensió de les representacions visuals i el vocabulari espacial utilitzat en el treball geomètric, en els gràfics i en els diagrames de tot tipus. En les matemàtiques abunden aquestes formes i aquest procés afecta a la lectura, a la comprensió i a la interpretació de la informació visual per produir nova informació visual, o no, interna o externa. És una habilitat del contingut i del context, i es relaciona, particularment, amb la forma de l’estímul material. Aquest procés té tres sub-processos identificats per Kosslyn, tal i com suggereix Gutiérrez (1996b): examinar una imatge mental per observar la seua posició o la presència de parts o elements, transformar una imatge mental rotant-la, traduint-la, modificant l’escala o descomponent-la i usar una imatge mental per respondre a la pregunta.

Per últim, respecte a les **habilitats de visualització**, podem destacar a Del Grande (1990), que, basant-se en les habilitats de la percepció visual suggerides per Hoffer, va definir les set habilitats que tenim a continuació, comentades per Gutiérrez (1992):

- **Coordinació motriu dels ulls:** És l’habilitat per seguir, amb els ulls, el moviment dels objectes de forma àgil i eficaç.

- **Identificació visual:** És l'habilitat per reconèixer una figura aïllant-la del seu context. S'utilitza quan la figura està formada per diverses parts, com en els mosaics, o quan hi ha varies figures superposades. Aquesta habilitat també es pot trobar en diverses investigacions nombrada com percepció figura-context.
- **Conservació de la percepció:** És l'habilitat per reconèixer que un objecte manté les seues propietats encara que deixi de veure's total o parcialment, per exemple perquè s'haja girat o ocultat, o encara que es vegi deformat a causa de la influència de la perspectiva en un canvi de posició.
- **Reconeixement de posicions en l'espai:** És l'habilitat per relacionar la posició d'un objecte en un mateix (l'observador) o amb un altre objecte, que actua com a punt de referència.
- **Reconeixement de les relacions espacials:** És l'habilitat que permet identificar correctament les característiques de relacions internes entre diversos objectes situats en l'espai.
- **Discriminació visual:** És l'habilitat que permet comparar diversos objectes identificant les seues semblances i diferències visuals.
- **Memòria visual:** És l'habilitat per recordar les característiques visuals i de posició que tenien en un moment donat un conjunt d'objectes que estaven a la vista, però que ja no es veuen o que han sigut canviades de posició.

A banda de les habilitats acabades de comentar, poden haver altres habilitats que són el resultat d'una combinació de les habilitats anteriors, per exemple, l'habilitat de “**conservació de les relacions espacials**”, que ens permet reconèixer que les posicions relatives de diversos objectes no varien quan se les sotmet al mateix moviment (gir o translació), és una combinació de les habilitats de reconeixement de les posicions espacials i de conservació de la percepció (Guillén, Gutiérrez, Jaime i Cáceres, 1992; Gutiérrez, 1992 i Gutiérrez i Jaime, 2012).

Per poder fer més explícita la diferència entre l'habilitat de reconeixement de posicions en l'espai i de les relacions espacials, ja que ambdues habilitats es centren en les relacions entre els objectes, a continuació es mostren les Figures 4 i 5, contextualitzades en una de les activitats de rotació dissenyades, concretament l'activitat 9 que podem observar en l'Annex 2. En la figura 4 podem veure que l'habilitat de reconeixement de posicions en l'espai es fixa en la transformació que ha realitzat una figura i a partir d'ahí, passa aquesta transformació a una altra figura. A més, relacionen la posició de les figures amb un mateix o amb un altre objecte, que actua com a punt de referència. L'habilitat de les relacions espacials no és així, sinó que observa la relació interna entre dues figures. En la Figura 5 podem observar que determina la relació interna entre l'ànec i el peix d'un cub i aquesta relació es passa a un altre cub.

RECONEIXEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI

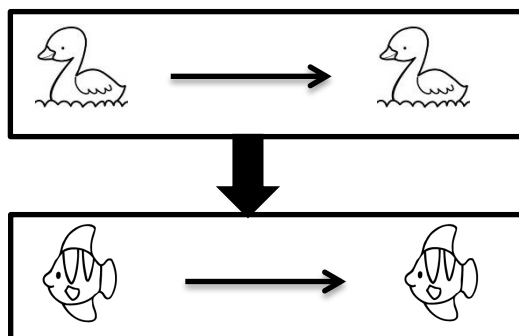


Figura 4: Habilidad de reconeixement de posicions en l'espai.

RECONEIXEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS

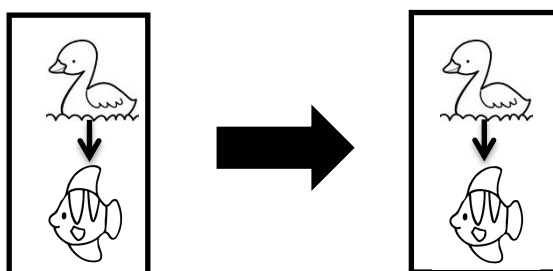


Figura 5: Habilidad de reconeixement de les relacions espacials.

A continuació, nombrarem algunes activitats proposades en aquesta investigació² en les que es posen de manifest les habilitats de visualització de Del Grande (1990) i aquestes són les següents:

Habilitat	Activitats
1.- <i>Coordinació motriu dels ulls</i> : coordinar la visió amb el moviment del cos.	<i>En aquesta habilitat no es mostren exemples de les activitats dissenyades, ja que el seu ús és automàtic en els estudiants de 6é d'Educació Primària en els que s'han experimentat aquestes activitats.</i>
2.- <i>Identificació visual</i> : reconèixer una figura aïllant-la del seu context, en el que apareix camuflada o distorsionada per la superposició d'altres elements gràfics.	Activitat 11: <i>Dibuixar la secció del cub físic en el cub dibuixat en el paper i identificar correctament els costats de la secció, sense confondre'ls amb les arestes del cub.</i>
3.- <i>Conservació de la percepció</i> : reconèixer que un objecte manté determinades propietats (forma, grandària, textura, etc.) encara que canvie de posició i deixi de veure's per complet.	Activitat 9: <i>Percebre la constància de les posicions de les figures després de realitzar un gir i reconèixer el mateix cub des de diferents punts de vista.</i>
4.- <i>Reconeixement de la posició en l'espai</i> : relacionar un objecte en l'espai respecte a un mateix o a un altre objecte que actua com a punt de referència.	Activitat 4: <i>Completar els desenvolupaments imaginant-se les cares del propi desenvolupament en una posició en l'espai, usant com a punt de referència el seu propi punt de vista o el propi desenvolupament.</i>
5.- <i>Reconeixement de les relacions espacials</i> : identificar correctament les relacions entre diversos objectes situats simultàniament en l'espai (equidistància, simetria, perpendicularitat, posició relativa, etc.)	Activitat 7: <i>Observar les relacions internes entre dues o més figures per completar la seqüència.</i>

² Podem observar les activitats experimentades en aquesta investigació en els Annexos 1, 2 i 3.

Habilitat	Activitats
6.- <i>Discriminació visual</i> : identificar les semblances i diferències entre diversos objectes independentment de la seua posició.	Activitat 5: <i>Identificar dos imatges del prisma que són el mateix o en relació amb el desenvolupament.</i>
7.- <i>Memòria visual</i> : recordar amb exactitud objectes o propietats i relacionar-los amb altres. Memòria fotogràfica.	<i>Aquesta habilitat no s'ha manifestat perquè en les activitats dissenyades no és necessari utilitzar-la i per aquest motiu, no indiquem ningun exemple d'aquesta habilitat.</i>

Taula 3: Habilitats de visualització de Del Grande (1990) manifestades en les activitats dissenyades.

Per a l'anàlisi de les habilitats, tal i com afirma Ramírez (2012), s'ha de profunditzar en el paper que tenen aquestes en la resolució d'una activitat. A més, s'ha de comprendre la interacció d'aquestes amb els altres elements (imatges mentals, representacions externes i processos de visualització) que influeixen quan usem la visualització a l'hora de resoldre una activitat. Per resumir els passos que seguim quan usem la visualització a l'hora de solucionar una tasca, podem observar la Figura 6. Tal i com explica Gutiérrez (1996b), l'enunciat de la tasca es interpretada pels estudiants com una **representació externa** adequada per generar una **imatge mental**. Aquesta primera imatge comença un procés de raonament visual on, en funció de la tasca i les habilitats dels estudiants, utilitzen algunes de les seues **habilitats visuals** per dur a terme els diferents **processos**, i altres imatges mentals i/o representacions externes seran generades antes de què els estudiants responguen.

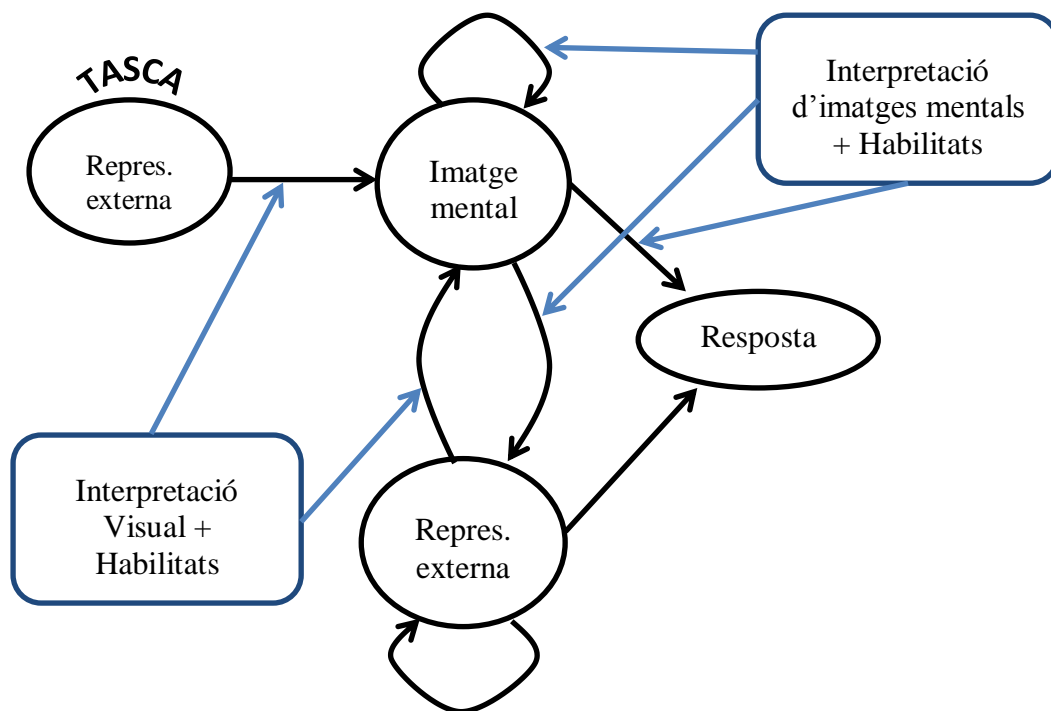


Figura 6: Processos que es duen a terme quan s'usa la visualització per resoldre una tasca.

3.2. TALENT MATEMÀTIC

En aquest treball seguim la definició de talent matemàtic senyalada per Krutetskii de què un alumne amb talent matemàtic és aquell que posseeix les habilitats matemàtiques que li permeten una actuació exitosa en l'activitat matemàtica (Singer, Sheffield, Freiman i Brandl, 2016). També tenim en compte la definició d'autors com Pasarín, Feijoo, Díaz i Rodríguez (2004) i Díaz, Sánchez, Pomar i Fernández (2008) que defineixen el talent matemàtic com aquells alumnes amb una capacitat matemàtica que els situa significativament per damunt de la mitja.

Altres autors també consideren que els alumnes amb talent matemàtic manifesten certes característiques durant la resolució de problemes. En aquest treball s'han tingut en compte les que proposen Jaime i Gutiérrez (2014), que mostren una recopilació de diverses característiques de diferents autors (Krutetskii, 1976; Greenes, 1981; Miller, 1990; Freiman, 2006 i Pasarín, Feijoo, Díaz i Rodríguez, 2004):

1. Formulació espontània de preguntes que van més enllà de la tasca matemàtica proposada.
2. Flexibilitat: canvien fàcilment d'estructura i d'estratègia, segons convinga.

3. Producció d'idees originals, valuoses i extenses.
4. Localització de la clau dels problemes.
5. Identificació de patrons i relacions.
6. Construcció de nexes i estructures matemàtiques.
7. Manteniment dels problemes i la seua resolució baix control.
8. Atenció als detalls.
9. Desenvolupament d'estratègies eficients.
10. Pensament crític i persistent en la consecució dels objectius que es proposa.
11. Mostra abreviació dels processos al resoldre problemes de tipus similar.
12. No estar subjectes a tècniques de resolució que han tingut èxit en el passat i poder fer reajustaments quan aquestes fallen.
13. Tendència a recordar les estructures generals, abreviades, dels problemes i les seues solucions.
14. Menys mostres de cansament treballant en matemàtiques que en altres matèries.
15. Rapidesa d'aprenentatge.
16. Capacitat de generalització i transferència.
17. Capacitat d'abstracció.
18. Reducció del procés de raonament matemàtic. El simplifiquen per obtenir solucions racionals i econòmiques.
19. Gran capacitat d'utilització de pensament lògic utilitzant símbols matemàtics.
20. Habilitat per a la inversió de processos mentals en el raonament matemàtic.
21. Memòria matemàtica. No es tracta d'una memorització de dades inconnexes, sinó de recuperació d'idees, principis o operacions significatives.

A banda d'aquestes característiques, Jaime i Gutiérrez (2014), per la seua pròpia experiència personal, també indiquen que un alumne amb talent matemàtic es caracteritza per la rapidesa en la resolució i l'originalitat dels camins usats per a la solució de tasques. A més, com a conseqüència dels resultats de la nostra investigació, considerem que els talents matemàtics també es caracteritzen per tindre seguretat en les seues respostes.

Per tant, creguem que aquestes característiques són essencials per identificar un alumne amb talent matemàtic. Però, tal i com indiquen Chow (s.f.) i Bicknell (2009), no tots els talents matemàtics mostraran totes les característiques o, fins i tot, aquestes poden aflorar en funció

del desenvolupament de l'alumne. Per tant, no es pot confiar únicament en aquestes característiques, sinó que a l'hora d'identificar els alumnes amb talent matemàtic s'han de tindre en compte altres instruments.

Gubbins (2006), citat en Bicknell (2009), identifica quatre característiques que defineixen un procediment d'identificació d'alta qualitat en el que s'inclouen: una aproximació comprensiva, utilitzar ferramentes objectives i subjectives, criteris justificables i inclusius, i incloure característiques dels estudiants. En aquest sentit, Bicknell (2009) indica que algunes de les característiques descrites no són tan fàcils de mesurar i per aquest motiu, afirma que s'ha de tindre en compte més d'un mètode per identificar els alumnes amb talent matemàtic. Entre els mètodes que considera aquesta autora destaquen l'observació, els tests i la resolució de problemes. Aquesta autora també opina que per identificar els alumnes amb talent ens hem de fixar en els processos de raonament que utilitzen els alumnes, ja que els estudis recents mostren que la identificació inclou aspectes de resolució de problemes, creativitat i desenvolupament espacial.

Per tant, per identificar els alumnes amb talent hi podem trobar tècniques quantitatives i qualitatives. Les primeres, es refereixen als tests o qüestionaris psicològics, entre els que destaquen els tests d'intel·ligència general, tests d'aptituds específiques, proves de rendiment basades en el currículum, proves per mesurar la creativitat i tests de personalitat (Benavides, Maz, Castro i Blanco, 2004; Benavides, 2008 i Osorio, 2009).

D'aquests tests ressaltarem el test PMA, classificat per aquests autors com un test d'aptituds específiques que inclou mesures específiques dels raonaments verbal, numèric, matemàtic i lògic, aptitud espacial i memòria, entre altres. El Factor E d'aquest test, és a dir, el test que mesura l'aptitud espacial s'ha usat en aquesta investigació per tal d'identificar els alumnes que presenten determinats trets de talent relacionats amb la capacitat de visualització.

D'altra banda, per identificar els alumnes amb talent s'han usat tècniques qualitatives, ja que tal i com indiquen Benavides, Maz, Castro i Blanco (2004), Benavides (2008) i Osorio (2009), en aquestes tècniques es recullen observacions i opinions, tant del propi alumne com d'aquelles persones que poden proporcionar informació pertinent al seu desenvolupament, interessos, expectatives, aficions, resultats acadèmics, etc., i s'utilitza com a informació complementària a les obtingudes per les tècniques anteriors. Entre les tècniques subjectives més comunes destaquen els informes dels professors, els informes dels pares, nominacions

dels companys i autoinformes. Aquestes tècniques també s'han tingut en compte en aquesta investigació, concretament, l'informe del professor, per tindre informació sobre el rendiment acadèmic en l'assignatura de matemàtiques dels alumnes analitzats.

Benavides (2008) considera que el procés d'identificació serveix per conèixer les puntuacions dels subjectes a un test i, que a banda d'aquestes puntuacions, durant aquest procés també és necessari tindre en compte un anàlisi qualitatiu de les produccions dels subjectes, obtingudes mitjançant el procés de resolució de problemes de matemàtiques.

Per tant, Benavides (2008) indica que la resolució de problemes està en el centre dels diversos mètodes que es proposen per a la identificació dels alumnes amb talent matemàtic. Però, per regla general, hi ha un acord per combinar la resolució de problemes amb altres mètodes per identificar els alumnes amb talent com els tests estandaritzats de problemes, les nominacions de professors, les nominació de companys i les nominació de pares.

En aquest sentit, Benavides (2008) indica que el procés d'identificació dels alumnes amb talent matemàtic ha de servir per observar les estratègies que utilitzen els estudiants en un camp de coneixement específic. Aquesta informació obtinguda servirà com a punt de partida, i proporcionarà al professor una base cognitiva per prendre decisions i utilitzar-les en l'aula per tal de desenvolupar el talent matemàtic dels estudiants.

4. METODOLOGIA

Per poder donar resposta als objectius plantejats en aquesta investigació s'ha usat una metodologia d'investigació de disseny perquè l'objectiu de l'experiment d'ensenyament “és elaborar un model d'aprenentatge i/o desenvolupament dels alumnes, en relació amb un contingut específic, entenent aquest aprenentatge com a resultat de la forma d'operar i les situacions posades en joc per l'investigador-docent” (Molina, Castro, Molina i Castro, 2011, p. 79). Aquesta metodologia té un caràcter cíclic en la que es distingeixen tres fases, com indica Gravemeijer i Cobb (2006): preparació de l'experiment, l'experiment de disseny i l'anàlisi retrospectiu de les dades.

A més, aquesta metodologia es caracteritza per donar-se en una situació d'aprenentatge en tota la seua complexitat perquè les intervencions estan determinades i delimitades pels objectius de la investigació, tal i com expliquen Molina, Castro, Molina i Castro (2011). Una altra característica important és el seu caràcter cíclic, tal i com podem observar en la Figura 7, amb l'objectiu d'avaluar i controlar la qualitat dels resultats obtinguts de l'experiment per poder millorar-los en la següent posada en pràctica d'aquest experiment.

En la primera fase, preparació de l'experiment, s'ha de definir el problema i els objectius d'investigació, a més, s'ha de dissenyar la seqüència d'intervenció en l'aula, la seua temporalització i la manera de realitzar la recollida de les dades. Per clarificar el tema, durant aquesta fase, també s'han de buscar referències per ubicar l'experiment en un context.

Durant la segona fase, es posa en pràctica tot allò que s'ha planificat en la fase anterior i en l'última fase, es durà a terme un anàlisi retrospectiu de les dades recollides en la fase de l'experimentació. L'objectiu d'aquesta última fase és desenvolupar una teoria local d'instrucció, la qual ha d'incloure una refinament de l'experimentació realitzada.

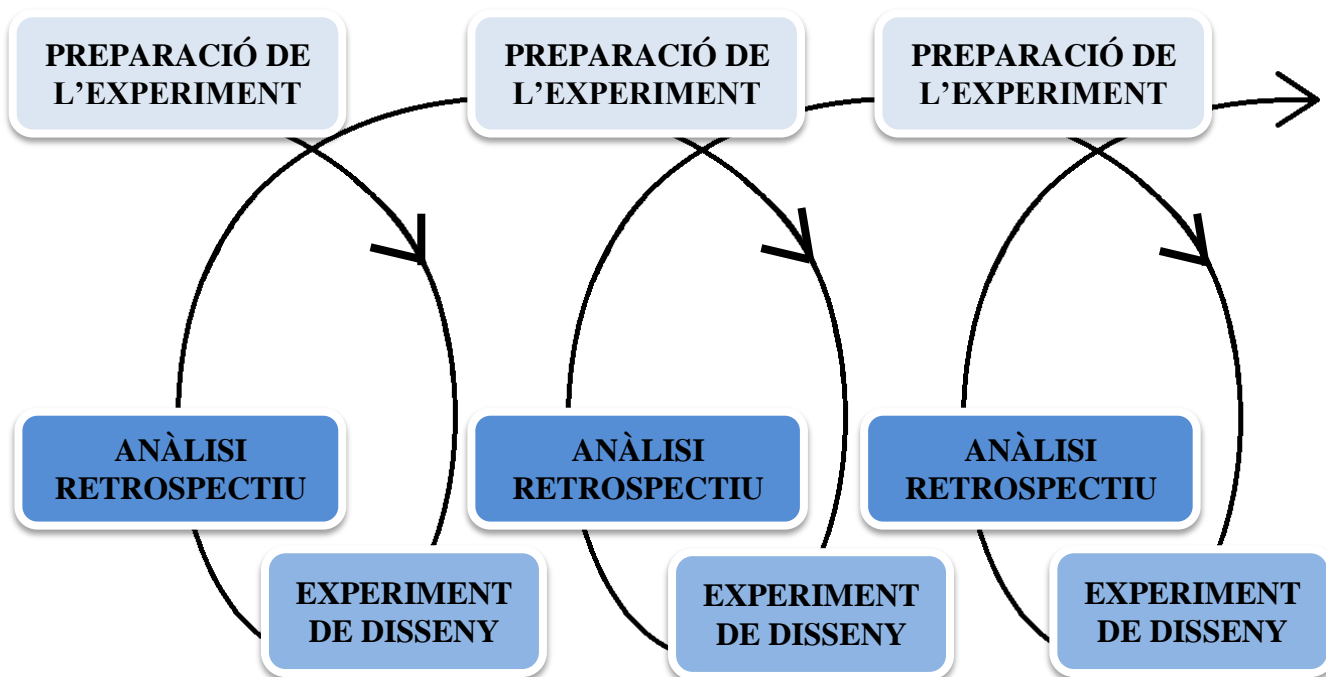


Figura 7: Fases de la investigació de disseny.

Utilitzant aquest context d'investigació de disseny, aquest treball s'ha desenvolupat en aquestes tres fases acabades de comentar:

4.1. PREPARACIÓ DE L'EXPERIMENT

Durant aquesta fase, es van definir els objectius de l'experiment d'ensenyament. A banda dels objectius, en aquesta fase també es va dissenyar l'experiment d'ensenyament i els materials necessaris per dur-lo a terme. Es va planificar com s'havien de recollir les dades i es van determinar els criteris d'anàlisi per a les dades que s'obtingueren al llarg de l'experimentació. Al mateix temps, es van buscar referències per adequar la investigació dins d'un context.

4.2. EXPERIMENT DE DISSENY

En aquesta fase es va posar en pràctica l'experiment d'ensenyament. Aquest experiment consisteix en 4 sessions: dos d'elles dedicades a desenvolupaments, una per a rotacions i l'última, per a seccions. Les activitats d'aquest experiment s'han basat en un cub i un prisma com a cos geomètric i s'han presentat aquests cossos amb material físic, representats en paper i amb un software informàtic. En cadascuna de les sessions es van planificar diverses

activitats recollides en els Annexos 1, 2 i 3, on també podem observar els materials usats per a cadascuna de les activitats.

A l'inici de cada bloc d'activitats (desenvolupaments, rotacions o seccions), s'introduïa als alumnes en cadascun dels temes que anàvem a treballar perquè tingueren una senzilla idea de què era cadascun d'aquests elements. Durant les sessions, els alumnes realitzaven les activitats en grup, les tres primeres sessions les van realitzar en grups de tres i l'última, la 4a sessió, la van realitzar en parelles. Mentre els alumnes realitzaven les activitats en grups, també hi vam participar la mestra-tutora dels alumnes com observadora-participativa i jo com investigadora-docent. El nostre paper va ser passar per cadascuna de les taules i preguntar-los als diferents grups com estaven realitzant les activitats per intentar que feren explícits les seues formes de pensament sobre el seu procés de resolució de les tasques.

Per recollir la informació s'ha usat: una càmera de vídeo per gravar durant totes les sessions a un grup, s'ha gravat en àudio a tots els grups i s'han recollit les respostes dels alumnes a les activitats, junt amb les notes de camp realitzades durant les sessions. A més, com que en l'última sessió es va usar l'ordinador per realitzar una activitat, també s'ha agafat la gravació de pantalla dels ordinadors i aquesta incloïa àudio.

Després de cada sessió es realitzava una entrevista a tres alumnes, elegits aquests per mostrar diferents nivells de visualització durant les sessions, seguint aquests els mateixos alumnes durant tot l'experiment d'ensenyament. Aquestes entrevistes també van ser gravades en àudio i vídeo i l'objectiu d'aquestes era que els alumnes explicaren què havien realitzat en cada activitat, per observar detalladament les habilitats de visualització i les característiques de talent matemàtic que manifestaven aquests alumnes i que, de vegades, no es feien explícites en les gravacions d'àudio grupals.

Els subjectes que han participat en la investigació han sigut 20 alumnes amb diferent nivells de talent d'un grup-classe de 6é d'Educació Primària d'un centre públic de València i una alumna amb talent matemàtic que no pertanyia al grup-classe, ja que amb ella, es van realitzar les activitats dissenyades en aquesta investigació com una activitat extraescolar. Tots aquests alumnes que han participat en la realització de les activitats no tenien ningun coneixement previ sobre el contingut de les activitats presentades, ja que la mestra-tutora dels alumnes no sol treballar-los a classe.

Aquesta investigació és de tipus quasi-experimental, ja que s'ha dut a terme aquest experiment en un grup-classe de 6è d'E. Primària elegit per la seua disponibilitat i també, en una alumna ja identificada d'altres capacitats que està cursant 6é d'E. Primària. En aquesta última alumna també s'han dut a terme les mateixes activitats, però en aquest cas, la comunicació era a distància, mitjançant un software de videoconferència. L'alumna realitzava les activitats individualment i em comunicava com resolva les activitats.

Aquesta investigació, en referència a la grandària de l'estudi, es considera un estudi de cas, ja que, en funció del que afirma Yin (2009, p. 18), “és una investigació empírica que estudia un fenomen actual en profunditat i en el seu context real, especialment, quan els límits entre el fenomen i el context no són evidents”.

4.3. ANÀLISI RETROSPECTIU

Durant aquesta fase s'ha realitzat un anàlisi de les dades recollides per donar resposta als objectius de la investigació. En aquest cas, tal i com explicarem a continuació, s'han tingut en compte les habilitats de visualització (Del Grande, 1990) i les característiques de talent matemàtic que han mostrat els alumnes al llarg de les sessions. A més, posteriorment vam passar als alumnes dos tests (test PMA i l'adaptació del test PEM) i vam entrevistar a la mestra-tutora del grup d'alumnes per conèixer els resultats acadèmics generals de cadascun d'ells en l'assignatura de matemàtiques, és a dir, el rendiment de cada alumne en aquesta àrea, tal i com explicarem més endavant en aquest capítol. D'aquesta manera, es poden comparar els resultats obtinguts durant l'experiment d'ensenyament amb els dels dos tests i amb el rendiment en matemàtiques ofert per la mestra-tutora.

Cal destacar que encara que no s'han analitzat els processos de visualització (VP i IFI, Bishop, 1980b), en aquesta investigació, ja que no eren objecte d'investigació, hem de tindre en compte que els alumnes els van utilitzar constantment durant l'experiment d'ensenyament, tal i com els estudiants demostren en les seues intervencions.

Per realitzar l'anàlisi, cal destacar que s'han tingut en compte 10 dels 21 alumnes en total, ja que han sigut els alumnes dels quals s'han pogut obtenir totes les dades. A més, per ocultar el nom real dels alumnes, hem utilitzat Alumne i un número (Ax), mantenint-se sempre el mateix número per al mateix alumne. Hem utilitzat el terme alumne de mode genèric per

referir-nos tant a alumne com alumna per tal de mantindre l'anonimat dels alumnes. Encara que hem de destacar que l'alumna ja identificada amb talent matemàtic analitzada l'hem nomenat al llarg del treball com alumne 2 (A2), ja que considerem que és important diferenciar els resultats obtinguts dels alumnes del grup-classe amb diferents graus de talent i els de l'alumna amb talent matemàtic.

Les dades recollides en aquest experiment d'ensenyament són qualitatives i per aquest motiu, s'usarà un anàlisi de contingut, ja que ens permet analitzar en detall i profunditat el contingut de qualsevol comunicació (Porta i Silva, 2003). A més, s'usa aquest anàlisi en aquesta investigació perquè segons Rodríguez, Lorenzo i Herrera (2005), és aquella que registra la realitat amb diferents mètodes, en aquest cas, s'han usat gravacions d'àudio i vídeo, respostes a les activitats, entre altres. Posteriorment, aquestes es plasmen de manera material en algun tipus d'expressió, concretament, en aquest treball s'han usat transcripcions, notes de camp, etc. i finalment, es realitza una transformació d'aquests mitjançant un procés d'elaboració conceptual. De manera que per a l'anàlisi de les dades obtingudes en aquesta investigació, es durà a terme un procés de reducció de dades, la disposició i transformació d'aquestes dades, i l'obtenció de resultats i verificació de conclusions (Rodríguez, Lorenzo i Herrera, 2005).

Per dur a terme la reducció de dades, s'ha dividit la informació en unitats d'anàlisi de contingut. En aquest cas, com a unitats d'anàlisi, s'han escollit fragments dels texts escrits que corresponen a les intervencions que han realitzat els alumnes per respondre a una de les activitats plantejades, ja siga de la resposta escrita dels alumnes, de les transcripcions o de les notes de camp. Una vegada separades les unitats d'anàlisi, hi ha que categoritzar i codificar les unitats. En aquest cas, s'ha usat un procés mixt (Rodríguez, Lorenzo i Herrera, 2005), ja que s'han agafat, com a punt de partida, unes categories ja existents, concretament, s'han escollit les habilitats de visualització definides per Del Grande (1990) i les característiques de talent matemàtic (Jaime i Gutiérrez, 2014), tal i com explicarem a continuació.

4.4. HABILITATS DE VISUALITZACIÓ

En cada activitat proposada es van establir a priori les possibles manifestacions de les habilitats de visualització definides per Del Grande (1990). D'aquesta forma vam poder indicar que no analitzaríem les habilitats de coordinació motriu dels ulls i de memòria visual, ja que en el cas de la primera habilitat, acabada de nomenar, els alumnes de 6è d'Educació Primària utilitzen aquesta de manera automàtica i, respecte a l'habilitat de memòria visual, les

activitats dissenyades en aquest experiment d'ensenyament no afavoreixen la manifestació d'aquesta habilitat i per aquest motiu, no l'analitzarem. Posteriorment, es van observar les manifestacions posades en joc pels alumnes en les activitats i es van completar les manifestacions establertes a priori, creant així els criteris d'anàlisi per a cada habilitat i per a cada activitat plantejada, tal i com podem observar en l'Annex 4.

En funció d'aquests criteris, les manifestacions dels alumnes s'han codificat en absència (0), incorrecte/incomplet (1) i correcte/complet (2). A l'hora de codificar les unitats d'anàlisi s'ha tingut en compte que un alumne pot realitzar un mateix raonament en una conversació grupal, en la resposta a l'activitat i en l'entrevista. En aquest cas, sols s'ha comptat com una intervenció. Així mateix, també s'ha tingut en compte que una mateixa unitat d'anàlisi pot mostrar la presència de diferents habilitats de visualització.

Després d'aquesta codificació de les unitats d'anàlisi, s'han organitzat les dades en funció del nombre de un i dos de cada habilitat que predomina en cada sessió per tal d'obtenir resultats i conclusions d'aquestes dades, tant individuals, com de les activitats dissenyades.

A més, s'ha calculat el Coeficient d'Habilitats de Visualització Correcta de cada alumne. Amb aquest coeficient es pretén observar el número de manifestacions de les habilitats correctes de cada alumne, en funció del seu número total de manifestacions (correctes i incorrectes) de les habilitats de visualització. Per tant, per calcular aquest, s'ha tingut en compte la raó entre el número de manifestacions de les habilitats de visualització correctes entre el total de manifestacions que ha presentat cada alumne, expressat en forma de percentatge.

$$\text{Coeficient Hab. Vis. Correct.} = \frac{n^{\circ} \text{ manif. habilitats de visualització correctes}}{\text{total manifestacions}} \times 100$$

Aquest coeficient s'utilitzarà en el capítol 5 per comparar-lo amb els resultats obtinguts en el test PMA, en el test PEMM (adaptació del test PEM, Benavides, 2008) i en el rendiment escolar dels alumnes en l'assignatura de matemàtiques.

4.5. CARACTERÍSTIQUES DE TALENT MATEMÀTIC

A banda d'analitzar les habilitats de visualització manifestades pels alumnes durant l'experiment d'ensenyament, també hem tingut en compte les diferents característiques de talent matemàtic que els alumnes han manifestat al llarg de les activitats. Per aquest motiu, hem agafat les característiques de talent matemàtic proposades per Jaime i Gutiérrez (2014) i a més, a aquestes característiques li hem afegit la característica de seguretat a l'hora de resoldre les activitats.

A partir d'aquest recull de característiques, hem buscat diferents unitats d'anàlisi en les que els alumnes demostren alguna d'aquestes característiques amb l'objectiu d'identificar aquells que presenten característiques pròpies del talent matemàtic. Amb els resultats obtinguts, hem observat si hi ha alguna relació entre els alumnes que manifesten aquestes característiques de manera consistent, és a dir, de manera repetida al llarg de les activitats junt amb la resta d'instruments usats en aquesta investigació (test PMA, test PEMM (test adaptat del test PEM), rendiment acadèmic dels alumnes en l'assignatura de matemàtiques i coeficient d'habilitats de visualització correcta).

4.6. AVALUACIÓ DEL RENDIMENT DELS ALUMNES

A banda de les activitats de l'experiment d'ensenyament, es va passar posteriorment, el Factor E del test PMA (Thurstone, 2005) i una adaptació del test PEM (Benavides, 2008) amb l'objectiu de conèixer els resultats dels alumnes en ferramentes que actualment s'usen per discriminar els alumnes amb talent. També es va realitzar una entrevista amb la mestra-tutora del grup-classe per tal de conèixer el rendiment dels alumnes en l'àrea de matemàtiques. A continuació, anem a comentar els criteris d'anàlisi utilitzat en cadascun dels instruments acabats de nombrar.

4.6.1. TEST PMA

D'aquest test, únicament, es va passar als alumnes el Factor espacial (Thurstone, 2005) que mesura la "visualització estàtica", definida com "l'aptitud per interpretar i reconèixer objectes que canvien de posició en el espai, mantenint la seua estructura interna" (Ramírez, 2012, p. 124). L'elecció del Factor Espacial del Test PMA (Aptituds Mentals Primàries) va ser per l'alta correlació d'aquest test amb l'eficiència en la resolució dels problemes destinats a desenvolupar les habilitats de visualització (Ramírez, 2012). Així mateix, també cal

considerar el que indiquen Díaz, Sánchez, Pomar i Fernández (2008), ja que consideren que aquest test té un alt coeficient de fiabilitat front a altres tests psicològics.

Aquest test consisteix en 20 ítems en els que es presenten en cadascun d'ells una figura plana en diferents posicions, com es pot observar en la Figura 8 i han d'indicar si són o no iguals a la primera figura indicada, és a dir, diferenciar les figures iguals i les iguals a la mostra.

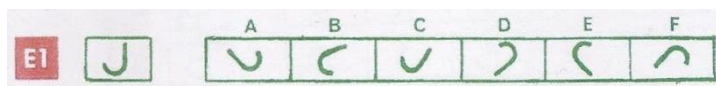


Figura 8: Exemple d'ítem del Test PMA.

Per calcular la puntuació dels alumnes en el factor espacial del test PMA s'han calculat, tal i com s'indica en la correcció del test, encerts realitzats menys errors comesos. Aquesta és una puntuació informativa que posteriorment en els resultats es tindrà en compte.

4.6.2. TEST PEMM

En aquesta investigació s'ha utilitzat el test PEMM, és a dir, el test PEM modificat (Problemes d'Estructura Multiplicativa) (Benavides, 2008). El test PEM és un qüestionari en el que s'inclouen 12 problemes d'estructura multiplicativa creats per discriminar els alumnes de talent matemàtic. Però, per a aquesta investigació s'han elegit un subconjunt dels problemes, considerats per Benavides (2008) com els més discriminadors (els problemes d'escala, els de comparació i els de combinatòria).

El test PEMM està format per 5 problemes en total, tal i com podem observar en l'Annex 5: dos problemes d'escala que els hem adaptat al context perquè foren propers a l'alumnat, utilitzant diferents mapes de la ciutat de València; un problema de comparació agafat del test PEM i dos problemes de combinatòria. D'aquests últims cal destacar que s'ha utilitzat un problema del test de Benavides i l'altre, s'ha creat específicament per a aquesta investigació, ja que es va decidir crear un problema de combinatòria en el que s'incloueren 3 variables de combinació.

L'objectiu de la utilització d'aquest test en esta investigació és observar com els alumnes analitzats en aquest treball resolen diferents tasques aritmètiques i així, determinar si hi ha alguna relació entre els resultats obtinguts en el test PEMM i en la resta d'instruments utilitzats en aquesta investigació. D'aquesta forma podem observar els diferents tipus de

raonaments que presenten els estudiants en els diversos instruments, ja siga en els que predominen la visualització com en el test PMA i el coeficient de les habilitats de visualització correctes, o en el que predominen l'aritmètica com en el test PEMM i el rendiment acadèmic en l'assignatura de matemàtiques.

Per codificar les respostes dels alumnes, s'han tingut en compte els criteris que proposa Benavides (2008). Es codifica amb un 1 aquelles respostes que s'han considerat correctes en el sentit que són aquelles respostes que denoten un procés de solució que condueix a la solució correcta. I amb 0 aquelles respostes dels subjectes que són incorrectes, entenent per incorrectes aquelles que estan en blanc o que hi ha un procés erroni que condueix al resultat correcte.

Concretament, Benavides considera com a resposta correcta el que l'alumne segueixca un procés que conduisca a la solució, independentment de l'operació usada i dels possibles errors de càlcul. En particular:

- Si elegeix una operació adequada, resol correctament l'operació escollida i respon a la pregunta que se li formula escrivint la solució.
- Realitza una representació pictòrica de la solució del problema i respon a la pregunta que se li formula escrivint la solució.
- Elegeix l'operació adequada i després, realitza incorrectament el càlcul aritmètic.

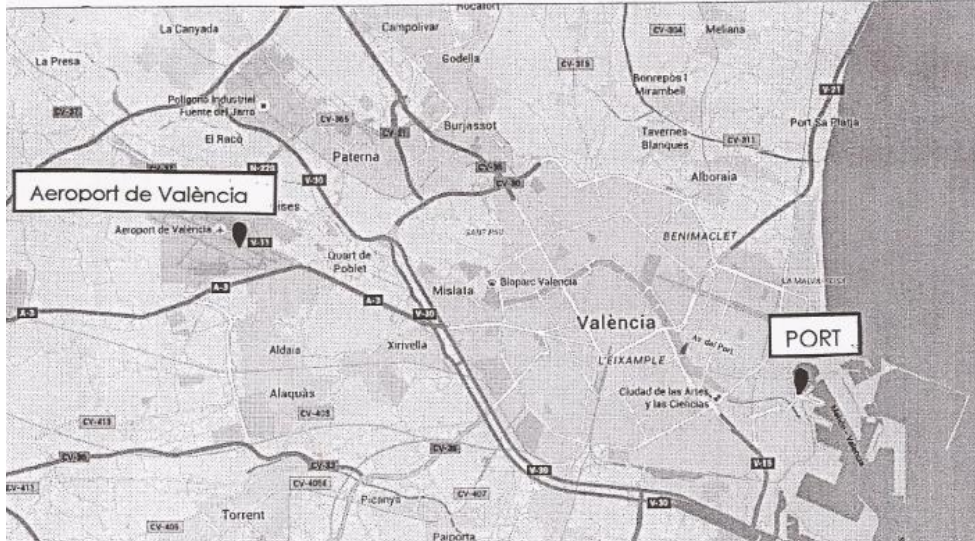
I com a respostes incorrectes s'han considerat aquelles que:

- No respon, deixa en blanc el quadro per solucionar el problema.
- Escull l'operació adequada, fa el càlcul correctament i no respon correctament a la pregunta.
- Escriu un número com a resposta, siguent aquest incorrecte.
- Elegeix correctament sols algunes de les operacions aritmètiques que es necessiten per resoldre el problema.
- No elegeix l'operació adequada per resoldre el problema.

Per exemple, a continuació es presenten dues respostes al problema d'escala plantejat per a aquest test. La resposta de la Figura 9 l'hem classificat amb un 1 perquè l'alumne usa una estratègia correcta i el seu resultat també és correcte, mentre que la resposta de la Figura 10, amb un 0, ja que l'estratègia és incorrecta i això condueix a un resultat incorrecte.

PROBLEMA 1

El mapa té una escala de 8:1.200.000, això significa que 8 centímetres del dibuix representen 1.200.000 centímetres reals.



Determina la distància de l'Aeroport al Port de València i escriu els càlculs utilitzats:

$$\begin{array}{r}
 1200000 \text{ } 8 \\
 \underline{40} \\
 00000 \\
 \hline
 150000
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 150.000 \\
 \times 2 \\
 \hline
 300.000
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 300.000 \\
 \times 5 \\
 \hline
 1.500.000
 \end{array}$$

Descriu el procediment que t'ha permès trobar la distància

Dividir 1200000 entre 8 per saber quant es el que queda després multiplicar per dos perquè son els centímetres que falten en el mapa i sumar la primera quantitat i el que he multiplicat per dos. S: 1.500.000 centímetres.

Figura 9: Resposta correcta al problema 1.

Detemina la distància de l'Aeroport al Port de València i escriu els càlculs utilitzats:

$$8 \times 10 = 80 \quad \begin{array}{r} 1.200000 \\ \times 80 \\ \hline 96000000 \end{array} \quad S: 96 \text{ kL} 096000000 \text{ cm}$$

Descriu el procediment que t'ha permès trobar la distància

2 multiplicacions

Figura 10: Resposta incorrecta al problema 1.

Per saber el resultat individual en aquest test, s'han sumat tots els 1 que presenta cada alumne en els 5 problemes, és a dir, s'han sumat totes les respostes correctes als problemes. Per obtenir la puntuació individual de cada alumne, es dividirà el resultat de cadascun d'ells, entre el total de punts que es poden aconseguir, en aquest cas, poden aconseguir un màxim de 5 punts i el resultat obtingut es convertirà en percentatge. Aquest resultat serà utilitzat en el capítol 5 per tal d'establir relacions entre els diferents instruments analitzats en aquesta investigació.

4.6.3. RENDIMENT ACADÈMIC DELS ALUMNES EN L'ASSIGNATURA DE MATEMÀTIQUES

A banda dels instruments anteriors, també hem tingut en compte el rendiment acadèmic en l'àrea de matemàtiques de cadascun dels alumnes analitzats, proporcionats per la seua mestratxora. Cal destacar que aquests resultats són de l'assignatura escolar de matemàtiques en la que es centren, principalment, en rutines aritmètiques. Aquestes dades obtingudes dels alumnes es tindran en compte en el capítol 5 per poder comparar entre els resultats obtinguts individualment en les activitats dissenyades, i en les puntuacions dels diferents tests.

5. ANÀLISI DE DADES. RESULTATS

En aquest capítol mostrem els resultats dels anàlisis de les habilitats de visualització i de les característiques del talent matemàtic mostrades pels estudiants durant la resolució de les activitats de geometria 3D dissenyades. També hem analitzat les dades proporcionades per l'administració dels tests PMA i PEMM i la informació sobre el rendiment acadèmic dels alumnes en l'assignatura de matemàtiques.

5.1. HABILITATS DE VISUALITZACIÓ

Al llarg de les sessions, els alumnes han manifestat diferents habilitats de visualització en cadascuna de les activitats, com mostrem en la Taula 4.

		Conser- vació de la percepció	Reconeixe- ment de posicions en l'espai	Reconeixe- ment de relacions espacials	Discrimina- ció visual	Identifica- ció visual
DESENVOLUPA- MENTS	Sessió 1		X	X		
	Sessió 2		X	X	X	
ROTA- CION	Sessió 3	X	X	X		
SECCI- ONS	Sessió 4	X	X	X	X	X

Taula 4: Habilitats de visualització que es manifesten en cada sessió.

Podem observar en aquesta taula que les manifestacions dels alumnes en les activitats de les sessions 1 i 2 (ambdues de desenvolupaments) són diferents, perquè en les activitats de la segona sessió es presenta l'habilitat de discriminació visual i en la primera no, ja que en la segona sessió, concretament en l'activitat 5, hi ha manifestacions d'aquesta habilitat per

observar les semblances i diferències entre els objectes que es mostren, és a dir, entre les diferents imatges del prisma i el seu desenvolupament. La sessió 3, dedicada a rotacions, també manifesta l'habilitat de reconeixement de posicions en l'espai i de les relacions espacials i es diferencia de la sessió anterior perquè en aquesta sessió es posa de manifest l'habilitat de conservació de la percepció, ja que els alumnes necessiten en les activitats de rotacions dissenyades reconèixer que un objecte manté les seues propietats com la seua forma o grandària encara que deixe de veure's total o parcialment, per exemple, perquè s'haja girat o ocultat. La sessió 4, dedicada a seccions d'un cub, és l'única sessió en la que es manifesten totes les habilitats. En aquestes activitats de seccions apareix una habilitat que en els altres blocs d'activitats (desenvolupaments i rotacions) no han aparegut. Aquesta habilitat és la d'identificació visual, ja que en les activitats de seccions es fa necessari a l'hora de dibuixar la secció en el cub del paper per tal d'identificar correctament els costats de la secció i no confondre's a causa dels encreuaments amb les arestes del cub.

Després d'adonar-nos de quines habilitats es manifesten en cada tipus d'activitats, hem classificat les intervencions dels alumnes en funció dels criteris d'anàlisi creats de cada habilitat de visualització. En l'Annex 4 podem observar tots els criteris d'anàlisi de cada habilitat i de cada activitat, amb un recull d'exemples que hem considerat important destacar i l'explicació de perquè l'hem classificat en cadascuna de les habilitats. Però, a continuació, anem a mostrar un exemple dels criteris d'anàlisi dels diferents tipus d'activitats (desenvolupaments, rotacions i seccions).

5.1.1. ACTIVITATS DE DESENVOLUPAMENT

Per dur a terme les activitats dels desenvolupaments del cub s'han utilitzat dues sessions amb un total de 6 activitats. Al llarg de totes les activitats dedicades a desenvolupaments, els alumnes han manifestat les habilitats de reconeixement de posicions en l'espai, de relacions espacials i de discriminació visual. No obstant això, sols s'ha fet necessari utilitzar l'habilitat de discriminació visual en l'activitat 5, ja que per poder indicar en aquesta activitat si les imatges del prisma corresponen amb el desenvolupament mostrat en l'activitat, alguns alumnes han comparat les diferents imatges i han establert les seues semblances i diferències. En la resta d'activitats plantejades per a desenvolupaments, els alumnes no manifesten l'habilitat de discriminació visual, ja que les comparacions que realitzen en aquestes activitats

no estan relacionades amb buscar diferències entre objectes, sinó d'observar si les relacions internes entre les figures es mantenen.

Per explicar en aquest apartat alguns dels criteris d'anàlisi referents a cadascuna de les habilitats de visualització, presentem alguns exemples de les activitats de desenvolupaments relacionades amb cadascuna de les habilitats i també, donem una xicoteta explicació del motiu pel qual hem classificat cada fragment elegit en cadascuna de les habilitats.

HABILITAT DE RECOONEIXEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI			
Nº	Criteri d'anàlisi	Exemples	Explicació
A C T I V I T A T 2	Quan a l'hora de situar les figures, es fixen en les transformacions que sofreixen cada figura per col·locar-les en el cub correctament. En aquest sentit, solen ubicar l'objecte en un sistema de coordinació, ubicant a la dreta, a l'esquerra..., ja que és l'habilitat per relacionar la posició d'un objecte amb un mateix (observador) o amb un altre objecte que actua com a punt de referència.	Alumne 8 [Conversació en classe amb mi] M: <i>Com ho heu fet?</i> A8: <i>He girat el cub i estava ací [referint-se a l'ovella]. He tornat a girar i estava el cuc, aleshores he tornat a girar i estaven les cireres. Aleshores, com he tornat a girar i estava açò [referint-se a què havia tornat al caragol]. Davall d'açò [caragol], estava l'arc de Sant Martí. Davall del caragol.</i>	L'Alumne 8 agafa sempre com a punt de referència la cara del front per poder emparellar aquesta cara del cub amb les successives cares del desenvolupament. Per tant, aquest alumne agafa com a punt de referència la cara del front i la fila de 4 cares unides del desenvolupament.

HABILITAT DE RECOONEIXEMENT DE RELACIONS ESPACIALS			
Nº	Criteri d'anàlisi	Exemples	Explicació
A C T I V	Quan a l'hora de situar les figures, es fixen en la relació entre les figures	Alumne 2 [Entrevista] M: <i>I les figures que falten?</i> A2: <i>Hi ha una que està dalt de</i>	L'Alumne 2 usa aquesta habilitat, ja que per situar les figures es fixa

HABILITAT DE REONEIXEMENT DE RELACIONS ESPACIALS			
Nº	Criteri d'anàlisi	Exemples	Explicació
I T A T 2	per tal de col·locar-les correctament en el desenvolupament. En aquest cas, no tenen ningun sistema de coordenades, ni referència externa fixa.	les cireres i una altra baix del caragol, entonces la que està dalt de les cireres és la vela i aniria al revés que les cireres. La part de dalt de la vela aniria en la de dalt de les cireres i el caragol, la que està baix del caragol és l'arc de Sant Martí.	en la relació entre elles.

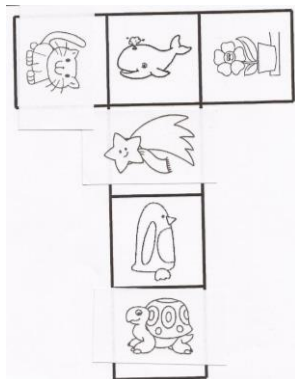
Aquestes habilitats (*reconeixement de posicions en l'espai i de relacions espacials*) en aquestes activitats de desenvolupament, sovint, es manifesten conjuntament en la mateixa unitat d'anàlisi, tal i com es pot observar en l'exemple que mostrem a continuació.

Alumne 1 [Entrevista] [Comentari sobre la 2a part de la activitat 4A]

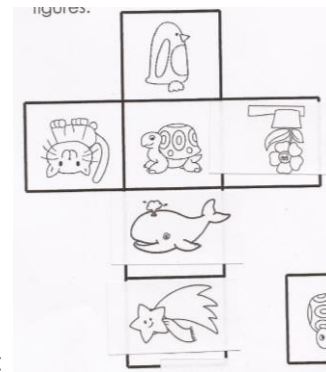


M: Com has sabut que ahí anava la balena [dalt del gat] i en la posició en el que l'has ficat?

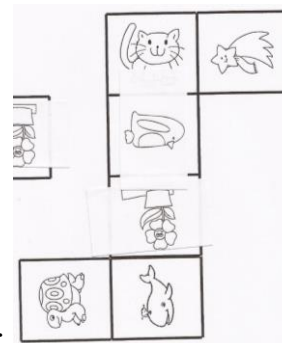
A1: Perquè aixina ho sabia perquè la balena, [...] ací [3r desenvolupament:



] estava la balena al costat [del gat]. Ho sabia i sabia que estava així [boca de la balena amb el cap del gat] i després, si ho ajuntava [balena i gat] es



quedava igual que este d'això [1r desenvolupament:]. I a més,



si això [balena i gat] ho ajuntaves [2n desenvolupament:], ha sigut



la definitiva. Això és la balena

. Això feia aixina



, aixina



i aixina

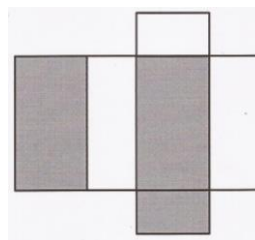


. I quedava en el cap, el seu cap [del gat]

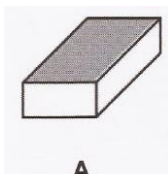
estava sobre, estava sobre la seua boca [de la balena].

En aquest primer exemple, l'Alumne 1 demostra que usa l'habilitat de reconeixement de posicions en l'espai, ja que tal i com manifesta en les seues mans, intenta tancar el desenvolupament, situant cadascuna de les cares en una posició de l'espai, usant com a punt de referència el propi desenvolupament. Al mateix temps, usa l'habilitat de reconeixement de relacions espacials, ja que per tal de situar les figures correctament, també es fixa en les relacions entre les figures, ja que cada figura la relaciona amb l'element que té al costat.

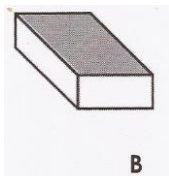
En quant a l'habilitat de *discriminació visual* que manifesten els alumnes en les activitats de desenvolupament, cal destacar que l'Alumne 2 mostra aquesta habilitat, com podem veure en la seua manifestació.



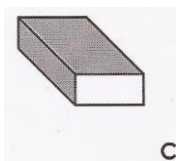
Alumne 2: [Entrevista] [Activitat 5B] [Desenvolupament:]



A2: La A **A** no perquè m'estava fixant, bueno, he girat la fulla perquè la part blanca curta estava ací baix està gira, entonces dic si estaguera muntat bueno, espera: Bueno, sí que és. Vale, jo pense que sí. Perquè coincideixen en el desenvolupament de



dalt. El B **B** jo pense que sí perquè m'he fixat en el desenvolupament de dalt i està igual, és a dir, mira si utilitzem la part blanca per a fer això, el blanc podria estar a la dreta o a l'esquerra entonces en el A està a la dreta i en el B, a l'esquerra. Entonces



està bé en el A i en el B. La C **C** jo pense que no perquè la lletra A i B estaven bé perquè el desenvolupament si el posem al revés [sí que coincidia]. El desenvolupament la part blanca té dalt una negra, no?

M: Sí.

A2: La més xicotina blanca que hi ha, dalt té una part negra [imatge del prisma C]. I a la part negra té a l'esquerra una blanca i a la dreta, una altra blanca [desenvolupament]. Entonces jo pense que si la blanca xicoteta [desenvolupament] està ací [assenyalant la cara menuda blanca del desenvolupament] i esta part és blanca, ni esta part, ni esta poden ser negres ninguna de les dos perquè estes dos són blanques. Entonces no perquè no coincideix en el desenvolupament de dalt.

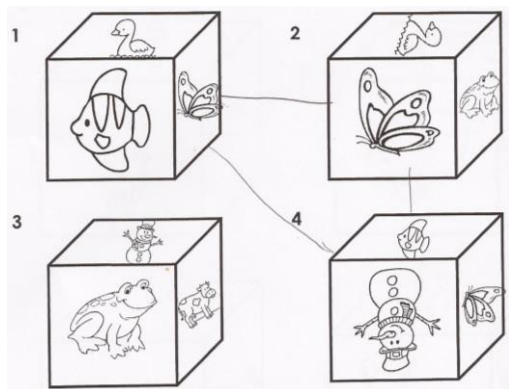
L'Alumne 2 usa aquesta habilitat quan indica les semblances i diferències de color i grandària que observa entre les cares situades en la mateixa posició de les diferents imatges del prisma amb les del desenvolupament, per tal d'indicar si coincideixen o no amb aquest.

5.1.2. ACTIVITATS DE ROTACIÓ

Aquesta sessió està formada per diverses activitats relacionades amb la rotació d'un cub, que podem veure en l'Annex 2. En aquesta sessió els alumnes han manifestat diverses habilitats de visualització, concretament, les habilitats de conservació de la percepció, reconeixement de posicions en l'espai i de relacions espacials.

Els alumnes manifesten l'*habilitat de conservació de la percepció* i l'*habilitat de reconeixement de les relacions espacials* conjuntament en les activitats de rotacions. Manifesten l'habilitat de conservació de la percepció perquè són capaços d'adonar-se'n que la forma i la posició de les figures es manté encara que es veguen deformades, amb diferent grandària i/o posició en les diferents cares. Així mateix, demostren l'*habilitat de reconeixement de relacions espacials* perquè són capaços de fixar-se en la relació interna entre les posicions de les figures. A continuació, presentem diversos exemples en els que es posa de manifest la relació entre les habilitats acabades de comentar:

Alumne 3 [Conversació en classe amb mi] [Activitat 9]



[Resposta a l'activitat:]

M: Com ho teniu per ací?

A3: El 1 i el 2, el 1 i el 4 i el 4 i el 2.

M: I per què el 3 l'excloeu?

A4: Perquè no quadra.

A12: Perquè la vaca [senyalant la vaca del 3r cub] i no hi ha ninguna vaca [en la resta de cubs].

M: Val, i la granota? Sí que tenim granota.

A4 i A12: Sí, però...

A3: No està en el lloc corresponent. Per a què coincidiria en el 2, a ver, en el 3, tindria que estar allà darrere [vaca en la cara oposada a la papallona en el 2n cub]. Però, damunt no

pot tindre açò [ninot de neu] perquè tindria que estar l'ànec este [senyalant l'ànec de la cara superior de la granota]. I espera, en el 2, no coincideix perquè damunt té també açò [ànec].

En aquesta conversació, l'Alumne 3 demostra l'habilitat de conservació de la percepció, ja que és capaç d'observar que després d'un gir, el cub mantindrà les mateixes posicions de les figures i ho demostra en la seua intervenció. Concretament, ho demostra quan indica que en la cara oculta del costat dret de la granota va el ninot de neu i també, quan expressa que no són fotografies del mateix cub perquè dalt de la granota en el tercer cub apareix el ninot de neu i en el segon cub, l'ànec. Per tant, també es pot considerar que fa ús de l'habilitat de reconeixement de relacions espacials, ja que té en compte la relació entre les figures del cub per descobrir si són o no imatges del mateix cub.

En l'exemple de l'Alumne 7 podem observar que manifesta l'habilitat de conservació de la percepció, però té dificultats en l'habilitat de reconeixement de relacions espacials.

Alumne 7 [Resultat de l'activitat] (Figura 11) [Activitat 8]

[M'he fixat per posar bé les lletres en] que la C està mirant a la D i en l'última, la C està mirant a l'esquerra, aleshores la d'enmig tindria que mirar cap a dalt.

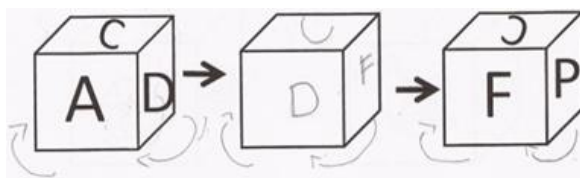
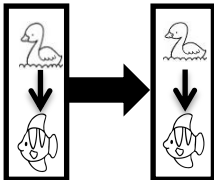


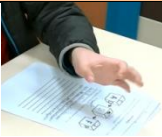


Figura 11: Resposta de l'Alumne 7 a l'activitat 8.

L'Alumne 7 manifesta l'habilitat de conservació de la percepció, ja que observa la C i és capaç de determinar que amb el gir, la C seguirà mantenint la mateixa posició en la cara superior del cub central, per tant determina que aquesta figura canviarà d'orientació i ho demostra en el dibuix. Al mateix temps, es pot observar que l'alumne usa incorrectament l'habilitat de reconeixement de relacions espacials, ja que no ha tingut en compte la relació entre les figures perquè no té en consideració les posicions relatives de C i D. Això ho demostra en la resposta a l'activitat, ja que aquest alumne gira la lletra C en un sentit i les lletres D i F en el sentit contrari.

Però, els alumnes també manifesten en les activitats de rotació les altres habilitats individualment (*reconeixement de les relacions espacials* i *reconeixement de la posició en l'espai*), com podem observar en la següent taula:

HABILITAT DE RECONeixEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
Nº	Criteri d'anàlisi	Exemples	Explicació
A C T I V I T A T 9	<p>Els alumnes que usen aquesta habilitat es fixen en la relació entre les figures internes d'un cub per tal de passar aquesta relació a una altre cub i observar si són imatges del mateix cub. En aquest cas, poden observar la relació entre l'ànec i el peix en un cub i transmetre aquesta relació a un altre cub.</p>	<p>Alumne 9 [Entrevista]</p> <p>[Li pregunte si hi ha relació entre el cub 1 i el 4] <i>Sí, podia ser també això</i> [assenyalant la papallona i el peix del 1r cub] <i>amb això</i> [assenyalant la papallona i el peix en el 4t cub] <i>perquè això mira les antenes de la papallona</i> [4t cub] <i>amb el cul del peix</i> [4t cub] <i>i les antenes</i> [1r cub] <i>amb el cul</i> [del peix en el 1r cub]. <i>Aleshores podia coincidir.</i></p>	<p>L'Alumne 9 es fixa en la relació entre dues figures, en aquest cas, es fixa en més detalls de la figura (antenes de la papallona-cul del peix) i passa aquesta relació a un altre cub.</p>
			

HABILITAT DE RECONeixEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI			
Nº	Criteri d'anàlisi	Exemples	Explicació
A C T I V I T A T	<p>Buscar la transformació que han realitzat en una figura i a partir d'ahi, passa aquesta transformació a una altra figura. En aquest cas, es poden fixar en el gir</p>	<p>Alumne 1 [Entrevista]</p> <p>M: <i>Com has sabut que era aixina</i> [Pregunte pel seu dibuix]?</p> <p>A1: <i>Cap a la dreta? Si esta es la C.</i></p>	<p>L'Alumne 1 usa aquesta habilitat, ja que intenta observar la transformació que fa la C, usant-la</p>

HABILITAT DE RECOONEIXEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI			
Nº	Criteri d'anàlisi	Exemples	Explicació
8	<p>que ha fet la C i a partir d'ahi, generalitzar a la resta de figures.</p> <p>A més, situen les lletres del cub relacionant la posició d'aquestes amb un mateix o amb un altre objecte, que actua com a referència, en aquest cas, com ja hem indicat, pot ser la C.</p>	 <p><i>Estàs aixina</i> , <i>fas aixina</i> [simula el moviment d'una imatge a l'altra] <i>i es queda aixina</i></p>  <p><i>Si era cap a l'esquerra es quedava aixina</i></p>  <p>M: <i>I com t'has imagina't les lletres de baix</i> [referint-me a la cara lateral i frontal del cub buit].</p> <p>A1: <i>Perquè la D estava ací</i> [assenyalant-la en el 1r cub] <i>i si ho movíem cap allà</i> [senyalant l'esquerra] <i>la D es quedava davant</i> [cara frontal del 2n cub]. <i>I la F es la que està davant en l'altra</i> [senyalant-la en el 3r cub] <i>així que tindria que estar al costat</i> [cara lateral dreta del 2n cub]. <i>I m'he donat conter que era moure aixina</i> [lateralment] <i>perquè la C estava en els dos</i> [1r i 3r cub].</p>	<p>com a punt de referència. I a partir del moviment d'aquesta lletra, situa la posició de les altres lletres. Per tant, aquest alumne usa la C com a punt de referència i a partir d'aquesta lletra, situa la resta de les lletres.</p>

5.1.3. ACTIVITATS DE SECCIONS

Aquesta sessió està formada per 3 activitats que podem observar en l'Annex 3 i aquestes activitats han afavorit que els alumnes manifesten totes les habilitats de visualització analitzades al llarg de totes les activitats dissenyades. En aquesta sessió, els alumnes han demostrat l'habilitat de conservació de la percepció en la majoria de les manifestacions i aquesta habilitat els alumnes sempre l'han mostrat conjuntament amb alguna de les altres habilitats.

Pel que fa a la relació entre l'*habilitat de conservació de la percepció* i la d'*identificació visual*, podem observar en les conversacions dels alumnes que quan els alumnes manifesten l'habilitat d'identificació visual mostren també la de conservació de la percepció. No obstant això, hem de tindre en compte que quan mostren l'habilitat de conservació de la percepció, això no vol dir que els alumnes manifesten l'habilitat d'identificació visual, és a dir, que sàpiguen distingir entre els costats de la secció amb les arestes del cub dibuixat en el paper. Aquesta relació entre l'habilitat de conservació de la percepció i la d'identificació visual la podem representar mitjançant el diagrama de la Figura 12.

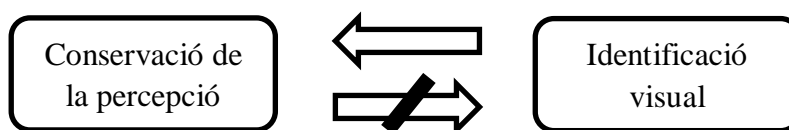


Figura 12: Relació entre l'habilitat de Conservació de la Percepció i la de Identificació Visual.

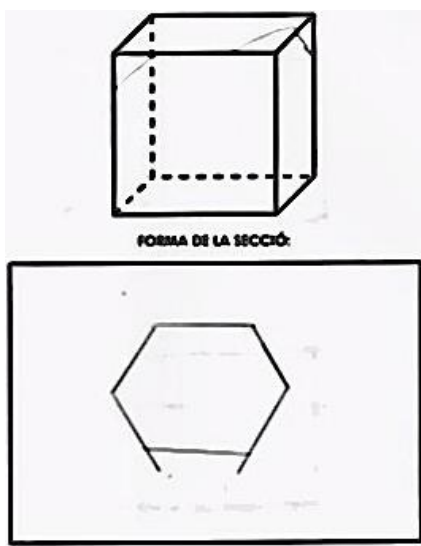
Per mostrar aquesta relació presentem a continuació els criteris d'anàlisi de l'activitat 11 i un exemple elegit on es pot observar que els alumnes manifesten aquestes dues habilitats conjuntament.

CRITERIS D'ANÀLISIS DE LES HABILITATS DE VISUALITZACIÓ (Activitat 11)
<p>Conservació de la percepció: Són capaços d'observar que quan el cub canvia de posició o s'observe des d'un altre punt de vista, la seua secció manté les seues propietats. A més, hi ha alguns alumnes que manifesten aquesta habilitat perquè tenen en compte la grandària i la forma de la secció.</p>
<p>Identificació visual: Saben reconèixer un component específic en una figura, aïllant-la del seu context. En aquest cas, fan ús d'aquesta habilitat quan saben dibuixar la secció en el cub</p>

de paper, ja que es necessària per identificar correctament els costats de la secció i no confondre's a causa dels encreuaments amb les arestes del cub. Aquesta habilitat no és necessària a l'hora de dibuixar la forma de la secció en el requadre, ja que no té ningun element pel qual necessite aïllar-lo del context.

Un exemple d'aquestes habilitats el mostra l'Alumne 1 en el següent fragment:

Alumne 1 [Observació de les respostes] [1a part de l'Activitat 11]: [Correcte. Un xicotet error, ja que no es fixa per on s'han d'unir les línies en el dibuix del 4t cub. Usa la regla per mantindre les característiques de grandària i forma].

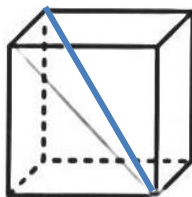


[Conversació grupal] [Activitat 11] [3r cub]

A1: *De aquí se corta hasta allí y luego, baja. Pues para eso cojo la regla.*

A16: *La línea de aquí [vèrtex superior de l'esquerra de la cara superior] hasta ahí [vèrtex inferior dret de la cara frontal]. [Línia blava]*

A1: *¿No sería de ahí [vèrtex superior esquerre de la cara frontal]? Porque esta línea no llega a ahí. [Línia grisa].*



L'Alumne 1 té en compte la conservació de la percepció, ja que excepte en un dibuix d'un cub (que hem mostrat en el fragment anterior), en la resta ha dibuixat correctament la secció en el cub, és a dir, té en compte les característiques del cub per dibuixar les formes de la secció en el paper i això ens fa entendre que també usa l'habilitat d'identificació visual, ja que en la majoria dels cubs dibuixats no confon els costats de la secció del cub físic amb les arestes del cub dibuixat en el paper. A banda d'això, cal destacar que per dibuixar la secció, té en compte la forma i la grandària de la secció usant una regla.

Així mateix, també podem observar que en moltes de les respostes de les activitats de seccions també es manifesten conjuntament les *habilitats de conservació de la percepció* i de *discriminació visual*, com per exemple, l'Alumne 1 en la següent conversació:

Alumne 1 [Activitat 12] [Entrevista]

A1: *Bueno, este [2n cub] el de Belinda.*

M: *Vale, com has sabut que era eixe?*

A1: *Pel tipus de triangle perquè este és d'una manera i este és un poquet més una altra i a més, este pareix que estiguen cap avall. Andy. Este és de Andy [3r cub].*

M: *T'has donat conter que el triangle.*

A1: *Perqueee este és més menut això.*

M: *També tens raó.*

A1: *Este [6é cub] el de Gill perquè són com, són plaquetes. I este [4t cub] el de Ellie perquè és com açò [Agafa el 7è cub de l'activitat 11] però, varies voltes.*

M: *Com? Tallat per ahi [Utilitza el cub per imaginar-s'ho].*

A1: *Tallat, però no esta forma perfecta. Seria un poquet més. Algo aixina.*

M: *Més o menys. Entonces com t'has donat conter de què coincidia eixe [Ellie cub complet] en eixe [Ellie 2 peces]?*

A1: *Per què? Perquè les dos figures no són exactament iguals. A més, perquè he dit este, si ho ajuntem és això [Senyalant el 7è cub de l'activitat 11].*

Concretament, podem observar que l'Alumne 1 va realitzant semblances i diferències entre les figures de la primera i la segona part de l'activitat [1r i 2n full de l'activitat], per relacionar cada nom amb el cub corresponent, per tant, demostra l'habilitat de discriminació visual. A més, per realitzar aquestes semblances i diferències, manté les característiques que observa en les peces de cada alumne, usant l'habilitat de conservació de la percepció.

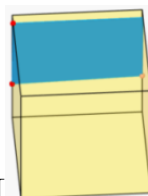
En les activitats de seccions, els alumnes també manifesten conjuntament les *habilitats de conservació de la percepció, identificació visual i discriminació visual*. A continuació, presentem els criteris establerts per a l'activitat 13, un exemple d'aquestes habilitats en aquesta activitat i l'explicació d'aquesta.

CRITERIS D'ANÀLISI DE LES HABILITATS DE VISUALITZACIÓ (Activitat 13)		
CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ	IDENTIFICACIÓ VISUAL	DISCRIMINACIÓ VISUAL
Són capaços d'observar que encara que canvien la posició del cub en la pantalla, les característiques de la figura es mantenen.	Aquesta habilitat és necessària en aquesta activitat per identificar correctament els costats de la secció i no confondre's a causa dels encreuaments amb les arestes del cub representat en el paper. Els alumnes manifesten que tenen dificultats en aquesta habilitat quan dibuixen i s'equivoquen de línia, ja que confonen l'aresta de davant i la de darrere.	Són capaços de distingir si són iguals o diferents les seccions que ells veuen en la pantalla o dibuixen en les respostes amb les imatges mentals de les figures prototípiques que se'ls demana (quadrat, rectangle i pentàgon).

La manifestació dels Alumnes 4 i 8 que presentem a continuació posen de manifest correcta o incorrectament de totes les habilitats.

Alumnes 4 i 8 [Conversació grupal i resposta a l'activitat] [Activitat 13]

A8: *Vale, ahora un rectángulo. Éste hazlo tú. [...] Ahora lo mueves hasta conseguir un*



rectángulo. Ya está, ya está. Déjalo ahí. [



] Es un rectángulo, ¿no? Sí, sí, es un rectángulo.

A4: *Es un rectángulo.*

A8: *Lo ponemos aquí atrás, mira aquí.*

A4: *Bueno, más o menos.*

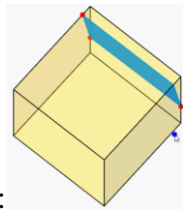
A8: *¿Atrás o adelante? Adelante que es más fácil.*

A4: *No te compliques la vida.*

A8: *Cuando yo lo corte, me saldrá un rectángulo.*

A4: *Ya está. Aquí hay un punto, aquí otro.*

A8: *Mira, ya sé cómo hacer otro rectángulo [Comencen a moure el cub, sense moure els*



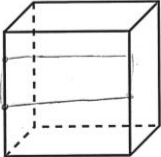
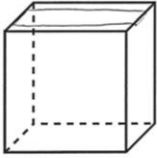
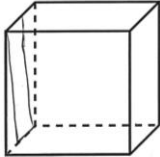






punts i ix:].

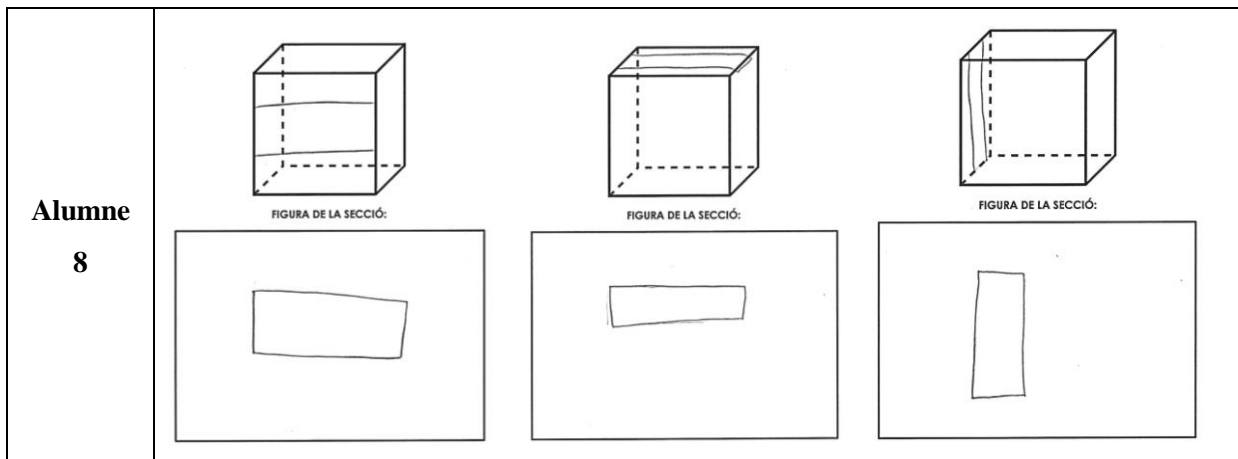
A4: *Ya, pero buscamos un rectángulo.*

A8: *A ver, A4, ¿como ésta? Rectángulo y no te compliques la vida. Ale, ya está. A4, ya está hecho.*

A4: *Intentamos hacer otro, es que estamos haciendo el mismo en diferentes partes.*

A8: *Pero, son dos rectángulos.*

RESPOSTA A L'ACTIVITAT			
Alumne 4	 FIGURA DE LA SECCIÓ:	 FIGURA DE LA SECCIÓ:	 FIGURA DE LA SECCIÓ:
			
			

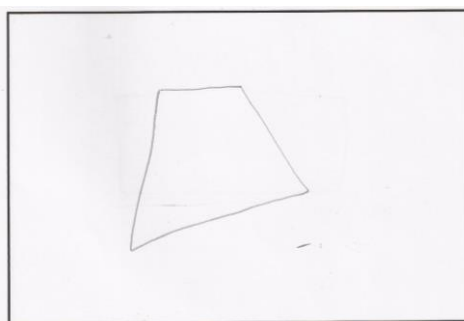


Concretament, els Alumnes 4 i 8 manifesten l’habilitat de discriminació visual, ja que podem observar que comparen la seua imatge mental de rectangle amb el que va apareguent en la pantalla i troben la figura de la imatge que hem mostrat en l’exemple anterior. L’Alumne 4 també manifesta l’habilitat de conservació de la percepció quan considera que al girar el cub, la figura segueix siguent el mateix rectangle. No obstant això, l’Alumne 8 considera que quan es gira el cub, s’aconsegueixen dos rectangles diferents i, per aquest motiu, no té l’habilitat de conservació de la percepció. A banda d’aquestes habilitats, també es pot observar en les seues respostes que tenen dificultats per copiar la secció que veuen en la pantalla en el cub del paper i per tant, no tenen l’habilitat d’identificació visual, ja que no són capaços de diferenciar entre les arestes que apareixen en el cub dibuixat en el paper i entre els costats de la secció del cub del programa d’ordinador.

En quant a la manifestació de l’habilitat de *reconeixement de posicions en l’espai* en aquesta sessió, cal destacar que aquesta habilitat sols es manifesta en l’Activitat 11 i podem observar un exemple d’aquesta habilitat en la intervenció següent de l’Alumne 2.

Alumne 2 [Entrevista] [Activitat 11]

A2: [Dibuixa la forma de la secció del 7è cub] *Es que jo pense que és algo aixina*



M: *I com és que has fet eixe dibuix? Explica-m'ho.*



A2: *Perquè ací, si tu poses que esta és la cara de baix esta línia no està recta, està una miqueta torta, entones, per això ho he dibuixat així i els costats jo pense que són aixina perquè no sé, perquè pense que no té els angles cap a cap costat.*

L'Alumne 2 demostra l'habilitat de reconeixement de posicions en l'espai, ja que com hem observat, aquest alumne indica que la línia que ensenya en el cub està inclinada respecte de les arestes del cub, o siga que no és paral·lela a les arestes. Entones, aquest alumne està agafant com a punt de referència la seua cara del cub i l'associa al contorn de la figura.

Per últim, pel que fa a l'*habilitat de relacions espacials*, aquesta es manifesta quan els alumnes són capaços d'establir relacions entre les parts del cub per dibuixar-lo en el paper correctament. Aquesta habilitat la demostra l'Alumne 9 en la següent resposta.

Alumne 9 [Conversació grupal] [Activitat 11]



A9: *Este lado, aquí*



O sea de aquí

[vèrtex



superior dret de la cara frontal] *a aquí*
de la cara de darrere] [dibuixa la ralla].

[vèrtex inferior esquerre

L'Alumne 9 en aquesta intervenció estableix relacions entre les arestes de la secció del cub físic i passa aquestes relacions al cub del paper per tal de dibuixar la secció correctament en l'activitat.

5.1.4. SÍNTESI DELS RESULTATS DE LES HABILITATS DE VISUALITZACIÓ

A partir dels mètodes explicats en el capítol anterior, hem realitzat uns registres individuals i de grup (que podem veure en l'Annex 6) que ens ha possibilitat identificar les habilitats de visualització que més es manifesten al llarg de les activitats plantejades. A continuació, realitzarem un breu resum de les habilitats de visualització que es manifesten correcta i incorrectament al llarg de les activitats i posteriorment, observarem els tipus d'activitats que més i menys han afavorit les habilitats de visualització.

5.1.4.1. Habilitats de visualització

A continuació, presentem un anàlisi descriptiu de cadascuna de les habilitats de visualització manifestades pels alumnes. En la Taula 5, es pot observar el percentatge d'alumnes que ha manifestat cadascuna de les habilitats, calculat a partir del número d'alumnes que manifesta cadascuna de les habilitats i així, obtenir el percentatge d'alumnes que les manifesten respecte del total d'alumnes analitzats. A banda d'aquest percentatge, també podem observar el número de manifestacions correctes i incorrectes de cadascuna de les habilitats de visualització. Però, de forma general, podem observar en la Taula 5 que l'habilitat amb més manifestacions al llarg de les activitats és l'habilitat de reconeixement de relacions espacials i aquesta també és l'habilitat que mostra més manifestacions correctes respecte a les altres habilitats.

		Conserv. de la percepció			Recon. de posicions en l'espai			Recon. de relacions espacials			Discriminació visual			Identificació visual		
		%	C	I	%	C	I	%	C	I	%	C	I	%	C	I
DESENVOLUPAMENTS	1a SESSIÓ	0%	0	0	90%	22	2	80%	15	5	0%	0	0	0%	0	0
	2a SESSIÓ	0%	0	0	90%	17	3	100%	24	6	30%	4	0	0%	0	0
ROTACIONS	3a SESSIÓ	70%	18	1	70%	18	1	100%	37	3	0%	0	0	0%	0	0
SECCIONS	4a SESSIÓ	100%	52	17	60%	8	1	60%	7	2	100%	42	6	100%	15	19
	TOTAL		70	18		65	7		83	16		46	6		15	19
				88			72			99			52			34

Taula 5: Percentatge de manifestacions de cada alumne i número de manifestacions correctes (C) i incorrectes (I) de cadascuna de les habilitats en cada sessió.

HABILITAT DE CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ

L'habilitat de conservació de la percepció és la segona habilitat que més es manifesta, tal i com es pot observar en la Taula 5. A més, aquesta habilitat tan sols es manifesta en les activitats de rotacions i seccions d'un cub. Entre els dos tipus d'activitats en les que es manifesta aquesta habilitat (rotacions i seccions), cal destacar que els alumnes analitzats presenten un major número de manifestacions en les activitats de seccions, seguint en aquestes activitats també quan demostren un major nombre de manifestacions incorrectes, ja que en aquestes activitats s'ha manifestat aquesta habilitat en un major número perquè els alumnes necessiten tindre en compte que després de canviar de posició el cub, segueixen mantenint-se les mateixes propietats.

RECONeixEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI

Els alumnes manifesten l'habilitat de reconeixement de posicions en l'espai en totes les activitats dissenyades, mostrant molt poques manifestacions incorrectes. En aquesta habilitat, hi ha un major número de manifestacions en les activitats de desenvolupaments i rotacions, ja que és en aquestes activitats quan els alumnes han de posar en joc aquesta habilitat, ja que molts dels alumnes analitzats, per situar correctament les figures relacionen la posició de cadascuna de les figures del cub o del desenvolupament del cub usant com a referència un mateix o un altre objecte. Per tant, alguns alumnes usen un sistema de coordinació per ubicar les figures en els objectes.

RECONeixEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS

L'habilitat que més han manifestat els alumnes al llarg de totes les activitats ha sigut l'habilitat de reconeixement de relacions espacials. Concretament, en aquesta habilitat, es presenta un major número de manifestacions en les activitats de desenvolupaments i de rotacions. Per tant, considerem que és necessari usar aquesta habilitat per resoldre aquestes activitats perquè en aquestes els alumnes observen la relació interna entre les figures per situar cadascuna d'elles correctament.

DISCRIMINACIÓ VISUAL

Aquesta habilitat sols es manifesta en les activitats de desenvolupaments i de seccions i d'aquestes dos tipus d'activitats, mostra un major número de manifestacions en les activitats de seccions d'un cub, ja que és en aquestes activitats quan el 100% dels alumnes analitzats demostren que necessiten comparar i buscar les semblances i les diferències entre els diferents cossos.

IDENTIFICACIÓ VISUAL

Aquesta habilitat sols es manifesta en les activitats de seccions i per aquest motiu, és l'habilitat amb menors manifestacions en total. En aquestes activitats se'ls demana als alumnes que dibuixen, concretament, han de dibuixar la secció del cub i per tant, és necessari que els alumnes reconeguen on han de situar la secció de la figura aïllant-la del seu context.

5.1.4.2. Tipus d'activitats de l'experiment d'ensenyament

A continuació, presentem un anàlisi descriptiu de cadascun dels tipus d'activitats en les que es presenten les habilitats de visualització manifestades pels alumnes. Però, de forma general, podem observar en la Taula 6 que els tipus d'activitats amb més manifestacions són les activitats de seccions, mostrant el major número de manifestacions correctes i incorrectes.

	DESENVOLUPAMENT						ROTACIÓ			SECCIÓ		
	Sessió 1			Sessió 2			Sessió 3			Sessió 4		
	%	C	I	%	C	I	%	C	I	%	C	I
Conservació de la percepció	0	0	0	0	0	0	70	18	1	100	51	17
Reconeixement de posicions en l'espai	90	22	2	90	17	3	70	18	1	60	8	1
Reconeixement de relacions espacials	80	15	5	100	24	6	100	37	3	60	7	2
Discriminació visual	0	0	0	30	4	0	0	0	0	100	42	6
Identificació visual	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	15	19
TOTAL		37	7		45	9		73	5		123	45
		44			54			78			168	
		98										

Taula 6: Número de percentatge que els alumnes manifesten les habilitats i les manifestacions correctes i incorrectes de cadascuna de les habilitats en cada sessió.

ACTIVITATS DE DESENVOLUPAMENTS

En aquest tipus d'activitats primer presentarem els resultats de forma separada en cada sessió i després, realitzarem una xicoteta conclusió d'aquest tipus d'activitats.

SESSIÓ 1

En aquesta sessió els alumnes sols demostren dues habilitats, la de reconeixement de posicions en l'espai i la de relacions espacials. Podem observar en la Taula 6 que hi ha un

major número d'alumnes que manifesten l'habilitat de reconeixement de posicions en l'espai. I en aquesta habilitat, hi ha un major número de manifestacions correctes que d'incorrectes, el que significa que els alumnes usen correctament l'habilitat de posicions en l'espai, situant cadascuna de les figures que apareixen en el desenvolupament en el cub físic o viceversa, i per situar-les correctament usen un punt de referència.

SESSIÓ 2

Els alumnes presenten les habilitats de reconeixement de posicions en l'espai, de relacions espacials i de discriminació visual. Concretament, el 100% dels alumnes analitzats manifesten l'habilitat de reconeixement de relacions espacials, tenint el major número de manifestacions d'aquesta habilitat tant correctes, com incorrectes. Per tant, podem afirmar que les activitats d'aquesta sessió afavoreixen l'ús de l'habilitat de reconeixement de relacions espacials per tal de situar cadascuna de les figures on corresponga, en funció de la relació interna entre elles.

Per tant, aquestes dues sessions (sessió 1 i 2), destinades als desenvolupaments dels cubs i/o prismes, ajuden a posar de manifest les habilitats de reconeixement de posicions en l'espai i de relacions espacials, tal i com hem pogut observar.

ACTIVITATS DE ROTACIONS

L'habilitat que més afavoreix aquest tipus d'activitats és la de reconeixement de relacions espacials, en el mateix sentit que en les activitats de desenvolupament acabades de comentar, és a dir, necessiten fixar-se en la relació interna entre les figures per tal de realitzar les activitats correctament. A més, les activitats d'aquesta sessió, és a dir, les relacionades amb la rotació d'un cub, també ajuden a manifestar l'habilitat de conservació de la percepció i la de reconeixement de posicions en l'espai, tenint aquestes el mateix nombre d'alumnes que les manifesten i el mateix nombre de manifestacions correctes i incorrectes en ambdues habilitats.

ACTIVITATS DE SECCIONS

En les activitats de seccions es presenta un major número de manifestacions correctes i incorrectes respecte als altres tipus d'activitats (rotacions i desenvolupaments). A més, en aquests tipus d'activitats es posen de manifest les 5 habilitats analitzades en aquestes activitats (conservació de la percepció, reconeixement de posicions en l'espai i de relacions espacials, discriminació visual i identificació visual). D'aquestes habilitats, cal destacar que les activitats

de seccions han afavorit que es presente en un major nombre de manifestacions l'habilitat de conservació de la percepció, siguent un 100% dels alumnes els que la manifesten correcta o incorrectament.

Per concloure aquest apartat, cal destacar que la majoria dels alumnes en totes les activitats proposades han manifestat les habilitats de visualització en un alt percentatge i que les manifestacions correctes en cadascuna de les habilitats sempre han sigut superiors a les incompletes o incorrectes en les activitats de desenvolupaments i rotacions, mentre que en les de seccions, es presenta un major nombre de manifestacions incorrectes que de correctes respecte a l'habilitat d'identificació visual.

5.2. CARACTERÍSTIQUES DE TALENT

En aquesta investigació, a banda de les habilitats de visualització, també hem analitzat les característiques del talent matemàtic que els alumnes mostren durant la resolució de les activitats dissenyades. El llistat de característiques que hem seguit ha sigut el que hem presentat en el capítol 3. A més, hem afegit una característica que considerem que és important en els alumnes amb talent matemàtic, com és la seguretat en les seues respostes. A continuació, destaquem alguns exemples de les característiques que els alumnes han demostrat al llarg de les activitats:

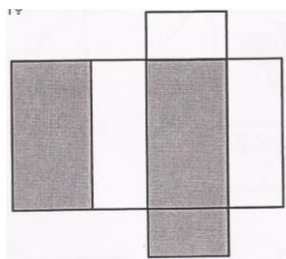
- Atenció als detalls

L'Alumne 10 demostra aquesta característica en la intervenció que hi ha a continuació, ja que podem observar que per posar correctament els adhesius del desenvolupament en el cub físic es fixa en la forma del propi desenvolupament. Per tant, podem dir que per muntar el desenvolupament es fixa en els propis detalls d'aquest per poder resoldre l'activitat.

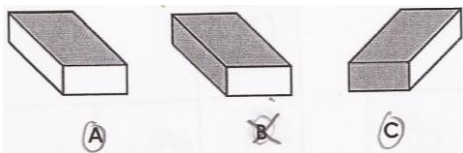
Alumne 10 [Activitat 1] [Conversació amb mi] *Que aquí és per on es dobla i aquí, en el dofi, també és per on es dobla.* [Mira el desenvolupament del cub construït per veure per on estan unides les cares i veure si coincideix en el desenvolupament de paper].

En la següent intervenció de l'Alumne 1 també podem observar aquesta característica, ja que per determinar si la imatge del prisma correspon amb el desenvolupament, es fixa en els detalls i en totes les possibilitats que hi ha. També podem observar la característica de seguretat en la resposta, sobretot al final de la intervenció, ja que té clara quina opció correspon i quina no.

Alumne 1 [Activitat 5A] [Entrevista] *Esta era molt fàcil excepte perquè això*



[desenvolupament] és més gran que això [opcions:

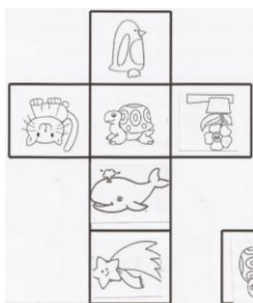


] i ha sigut algo raro. Però, la A, perquè hi ha dos blanques, una a l'oest i l'altra dalt. Però, no és la de l'oest és la de l'est perquè està girat. I després, està la negra, que ha d'estar. La B no l'he vist que siguera [a no ser] que esta fora més gran [es refereix a la cara menuda blanca] i estiguera aixina [situada al costat dret de la cara gran grisa del mig]. I eixa [cara mitjana blanca del desenvolupament] cobrira també l'altra part [la cara mitjana de la dreta en la imatge del prisma B] i algo raro. Era impossible, però, si esta siguera més gran [rectangle negre menut], igual sí. N'hi ha una poqueta possibilitat. La C estava clar, això [cara menuda i gran de la imatge del prisma], estava clar que era això [senyala les dos negres, la menuda i la gran del desenvolupament].

- Desenvolupament d'estratègies eficients

Com podem observar, l'Alumne 2 descobreix on anava cada figura en funció de l'estratègia que s'havia creat. En aquest cas, usa una estratègia pròpia dels alumnes visualitzadors, ja que va imaginant-se els diferents desenvolupaments muntats per saber com van les figures en cada cara.

Alumne 2: [Activitat 4B] [Entrevista]



A2: *En esta [1r desenvolupament:] el pingüü va ací i el gat va ací [al costat]. Entonces he muntat el cub i estava el pingüü ací i el gat ací. Resulta que estaven junts en la mateixa fila.*

M: Vale.

A2: L'he muntat i l'he desmuntat d'una altra manera.

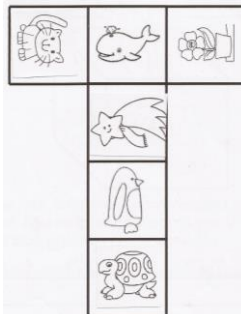
M: I com l'has tornat a muntar?

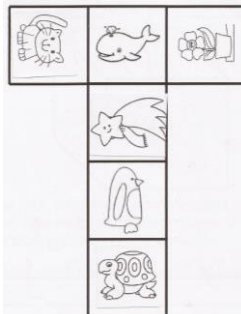
A2: L'he muntat i l'he desmuntat en ves que se quede en esta filera a veure, per exemple este cub [agafa el cub de l'activitat 3] està muntat i esta filera es queda recta, l'he muntat i en compte de que se quedara esta, s'ha quedat esta [canvia l'eix del cub per observar-lo des d'una altra perspectiva].

M: Vale.

A2: Entonces això m'ha ajuda't a que estos dos [gat i pingüí] van en la mateixa fila.

M: Vale, això ens dóna alguna pista en algun dels altres desenvolupaments?



A2: Ací [3r desenvolupament: ], en el de baix, està el gat, però no sé si va ací [dalt del pingüí] o ací [baix del pingüí]?

M: Fixem-nos. En què ens haurem de fixar per saber-ho?

A2: Si el gat en el altre desenvolupament [1r desenvolupament] si està a la dreta o a l'esquerra?

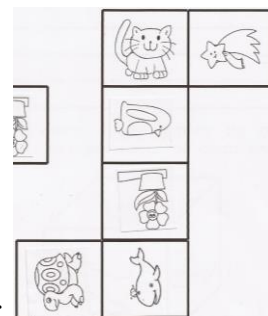
.....

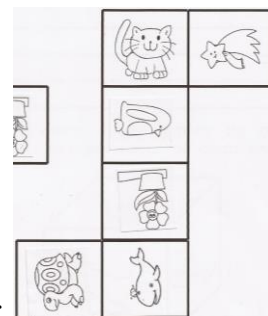
A2: Si el pingüí el posem de manera que tinga els peus cap avall, el gat estaria a la esquerra. Si el posem de manera que tinga els peus cap a dalt, el gat estaria a la dreta.

.....

A2: Si estan en els peus cap avall [gat] els peus del gat tocarien l'esquena del pingüí.

.....



A2: Pense que ací [baix del gat en el 2n desenvolupament: ] va el pingüí boca cap avall [els peus del gat toquen l'esquena del pingüí].

- Pensament crític i persistent en la consecució dels objectius que es proposa.

En la primera intervenció, l'Alumne 2 tenia una figura menys en els desenvolupaments que els alumnes del grup-classe, tal i com podem veure en l'Annex 1, el que feia més difícil l'activitat. Durant l'entrevista, amb l'objectiu de què tots els alumnes tingueren les mateixes activitats, amb les mateixes figures, m'oferisc a donar-li la figura del desenvolupament que li falta. Però, podem observar com l'alumne indica que vol descobrir-la. En aquest sentit, podem observar que l'alumne persisteix en la realització de l'activitat i a més, en aquesta intervenció podem observar que li agraden les matemàtiques i que s'interessa per la realització de les activitats.

Alumne 2 [Activitat 4B] [Entrevista]

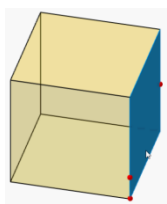
M: *Vols que et done la tortuga? En el [desenvolupament] que jo tinc, aquesta figura sí que estava donà o ¿vols descobrir-la tu?*

A2: *Preferisc descobrir-la jo.*

En la següent conversació amb l'Alumne 9 ens podem adonar que vol aconseguir un quadrat en la forma de la secció del cub i fins que no ho aconsegueix no para, ja que vol realitzar correctament la secció. En aquesta intervenció també podem observar el pensament crític propi d'aquesta característica, ja que és capaç d'observar com va realitzant la forma de la secció i identificant quan la secció és un quadrat.

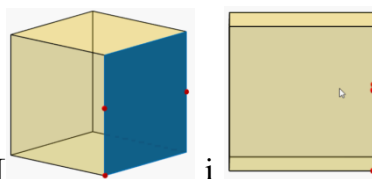
Alumne 9 [Activitat 13] [Entrevista] [Aconseguint un quadrat en el Geogebra diferent als que ell tenia dibuixat en el paper].

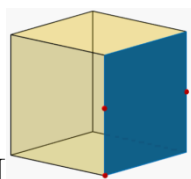
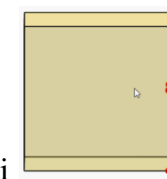
M: *Com ho faries?*



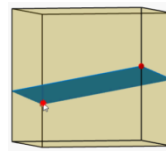
A9: *Pues doblar-lo [girar-lo]*

M: *Cap on vols menejar-ho?*



19: *Cap ahi [*  *i* *] i que es quede ahi [es refereix on té el cursor en l'última foto].*

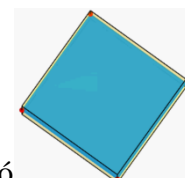
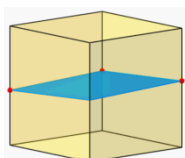
M: *Molt bé. Això seria un quadrat. Ens ho imaginem i ja està. Passem a rectangles.*



[Mentrestant A9 segueix intentant fer el quadrat i aconsegueix]

M: *Ei, ja ho tens.*

A9: *Noo, quasi, però no.*



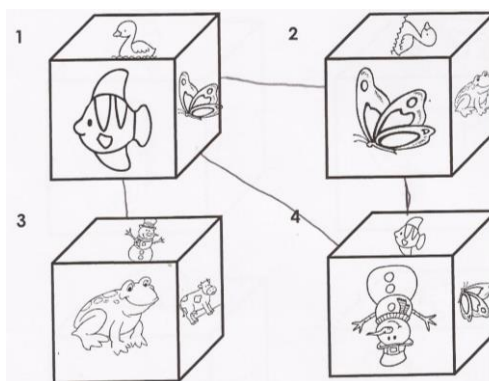
[Segueix menejant-ho i aconsegueix i vista de la secció]

A9: *Ahora sí.*

- Memòria matemàtica:

En la unitat d'ensenyament els alumnes no havien d'estudiar continguts, ja que el principal objectiu d'aquesta era desenvolupar les habilitats de visualització. No obstant això, l'Alumne 9 recorda idees que ha vist en aquestes activitats, en aquest cas, en la introducció de les activitats de rotacions, i les aplica posteriorment, a l'hora de realitzar l'activitat correctament. Per tant, en aquesta intervenció l'alumne mostra dues característiques: la memòria matemàtica i la capacitat de generalitzar i transferir.

Alumne 9: [Activitat 9] [Entrevista]



M: *Que este coincideix en este [1r i 2n cub:]. Per què?*

A9: *Perquè això [1r cub] en el que ens has explicat tu amb el primer cub gran al principi [es refereix a la introducció de la sessió], ens has dit que si gira u, gira el de arriba, el de dalt. Entonces ahí [cara de dalt del 1r cub] gira i això [cares laterals] també giren perquè la papallona eixa d'ací...*

M: *Les ales*

A9: *Dóna amb la cua [de l'ànec]. I ahí les ales amb la cua ahí [2n cub] també.*

- Seguretat en la resposta

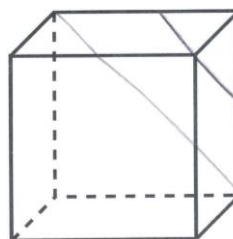
L'Alumne 1 mostra en la conversació grupal que està segur de la seua resposta i els l'explica als companys.

Alumne 1 [Activitat 2] [Conversació grupal] *Además, el caracol, quiero que veáis, esto está unido* [cares contigües del desenvolupament], *esto no está unido* [unes altres cares contigües del desenvolupament] *y como está unido quiere decir que es esto* [assenyalant aquestes cares contigües en el cub].

Així mateix també podem observar a l'Alumne 9, qui en la seua conversació demostra que està segur de la seua resposta, ja que la defèn front al seu company. Encara que aquest alumne té errors en el dibuix, ja que, tal i com indica l'Alumne 5, la línia no ha d'arribar als vèrtexs. Però, l'A9 dibuixa correctament la part frontal del cub, mentre que l'A5 no. Per tant, l'A9 observa que el dibuix del seu company no és correcte i que en aquest sentit, la part frontal la té ell correcta.

Alumnes 9 i 5 [Activitat 11] [Conversació grupal]

A5: *Ahora con este cubo* [4t cub].



A9: *¿Así?* [Línia més clara és la opció que ha dibuixat].

A5: *Espérate. No. No es así. A9, es esta parte. Bueno, se queda esta parte* [assenyalant la part que talla la part frontal del cub].

.....

A5: *Ahora tenemos que descubrir cómo se corta. A ver, se corta media parte.* [Estan veient el



cub des d'aquesta perspectiva:] [A5 dibuixa la línia que està més obscura en el dibuix anterior].

A9: *Por eso, justo cuando aquí se quedaría esta esquina [en la part frontal]. La esquina esta [assenyalant el cantó de la secció de la cara frontal del cub físic], es esta esquina [el cantó que ell ha dibuixat en el paper].*

A5: *Ya, pero no tienes que cortar toda esta parte [indicant que no tenia que arribar fins el vèrtex]. Borra eso.*

A9: *Y luego, la esquina esta [la del lateral dret del cub real] es esta [la del lateral dret del cub dibuixat en el paper].*

A5: *No A9, no se queda así. Mira cómo se queda. Es que ese [línea clara del dibuix de A9] es este [3r cub]. Lo que acabas de dibujar es una parte de este [3r cub]. Bórralo por favor, es que no es así. Es así [assenyalant un cantó del 4t cub], es como, es parecido a este [1r cub]. Pero, de otra forma.*



A9: *Si lo pongo así, esto [assenyalant lo de la imatge] sería esto [part del dibuix del cantó inferior esquerre de la cara superior del cub dibuixat]. Y luego, le doy la*



vuelta y sería esto



es esto

Per concloure, hem de destacar que al llarg de les activitats, els alumnes han demostrat diferents característiques de talent matemàtic, tal i com hem pogut observar en els exemples anteriors. Però, tots els alumnes no demostren aquestes característiques, sinó que els alumnes que hem observat que manifesten les característiques amb talent matemàtic, de manera consistent al llarg de les activitats són predominantment els que hem posat en els exemples: l'Alumne 1, l'Alumne 2, l'Alumne 9 i l'Alumne 10.

5.3. AVALUACIÓ DEL RENDIMENT DELS ALUMNES

En aquest apartat anem a analitzar els resultats individuals dels deu alumnes observats durant l'experiment d'ensenyament amb l'objectiu d'identificar els estudiants que han mostrat major talent en les activitats dissenyades. Per poder realitzar-ho, s'han analitzat les següents dades:

- *Coefficient d’Habilitats de Visualització Correctes*, és a dir, el percentatge de manifestacions correctes de les habilitats de visualització d’un alumne respecte al total de manifestacions d’aquest alumne.
- *Test PMA* (Thurstone, 2005) és un test psicològic creat per mesurar diverses aptituds, entre les quals hem administrat el subtest del *Factor Espacial* que està dissenyat amb l’objectiu de mesurar la capacitat de visualització.
- *Test PEMM*, és a dir, el test adaptat del test PEM (Benavides, 2008), format per un conjunt de problemes d’estructura multiplicativa que té l’objectiu de discriminar els alumnes amb talent matemàtic.
- *Rendiment acadèmic en matemàtiques*, és a dir, una valoració quantitativa dels alumnes en l’assignatura de matemàtiques proporcionada per la mestra-tutora dels alumnes.

Per presentar els resultats, en la Figura 13 mostrem les comparacions que hem analitzat en aquesta investigació i que considerem que ens aporten informació rellevant. En aquest capítol profunditzem en les relacions entre els diferents instruments utilitzats i indicarem què pretenem amb cadascuna de les comparacions.

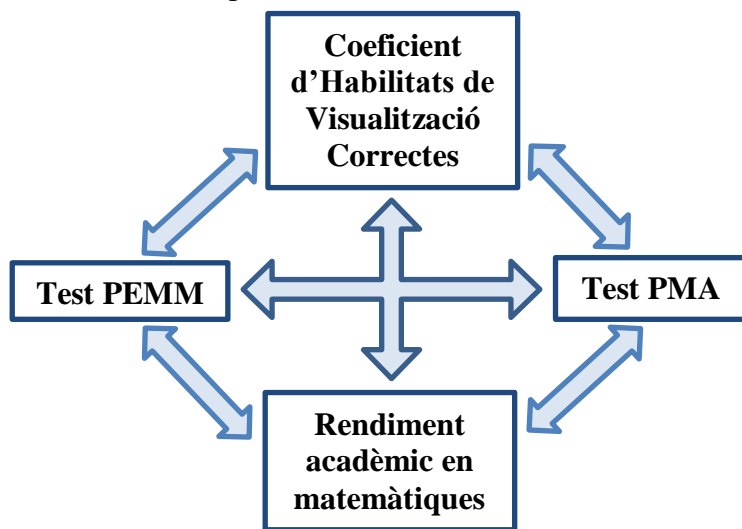


Figura 13: Relacions analitzades dels instruments utilitzats en aquesta investigació.

La Figura 14 i la Taula 7 ofereixen una primera visió global dels quatre conjunts de dades mencionant abans, tots en forma de percentatges. Per donar resposta l’últim objectiu d’aquesta investigació, a continuació analitzem les relacions entre cada parell d’aquest conjunt de dades.

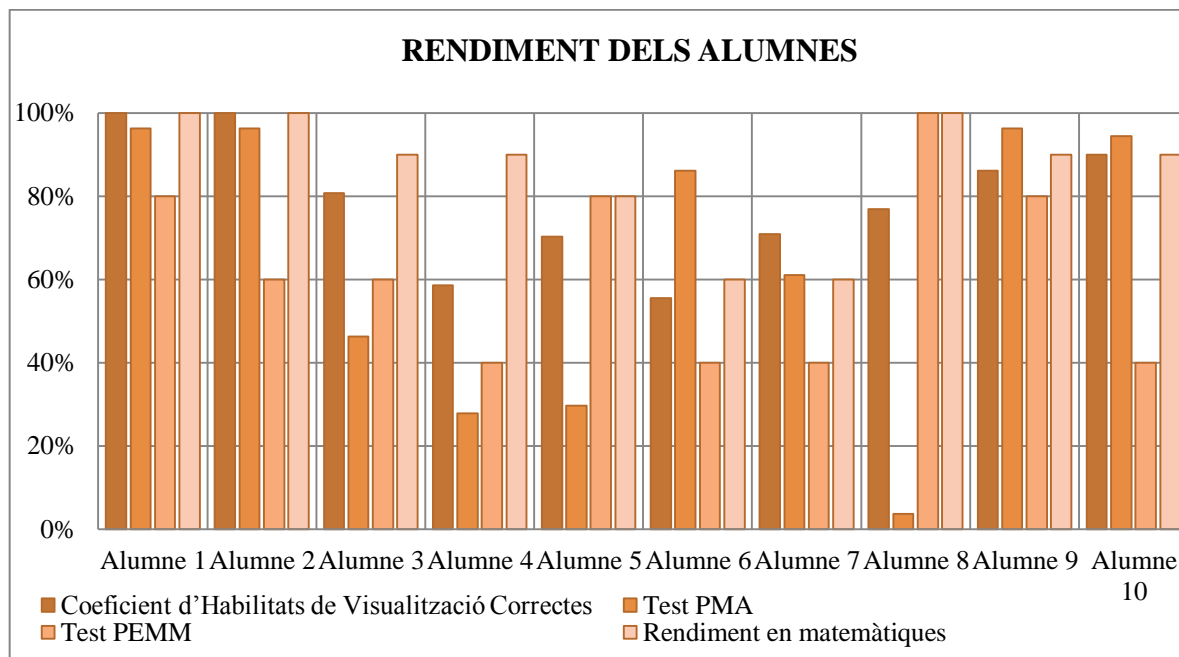


Figura 14: Resultats del rendiment dels alumnes.

	Coeficient d'Habilitats de Visualització Correctes	Test PMA	Test PEMM	Rendiment en matemàtiques
Alumne 1	100%	96,29%	80%	100%
Alumne 2	100%	96,29%	60%	100%
Alumne 3	80,70%	46,29%	60%	90%
Alumne 4	58,53%	27,77%	40%	90%
Alumne 5	70,27%	29,63%	80%	80%
Alumne 6	55,55%	86,18%	40%	60%
Alumne 7	70,96%	61,11%	40%	60%
Alumne 8	76,92%	3,70%	100%	100%
Alumne 9	86,20%	96,29%	80%	90%
Alumne 10	90%	94,44%	40%	90%

Taula 7: Percentatge dels resultats individuals del rendiment dels alumnes.

Però, profunditzant més en cadascuna de les relacions, a continuació presentem cadascuna d'elles amb els seus resultats. La primera relació en la que ens centrarem està relacionada amb el coeficient de les habilitats de visualització correctes. D'aquesta forma podem observar les habilitats de visualització que han demostrat els alumnes al llarg de les activitats proposades en aquesta investigació. I si aquestes habilitats estan relacionades amb els altres instruments utilitzats: test PMA, test PEMM i rendiment acadèmic en matemàtiques dels alumnes.

5.3.1.1. COEFICIENT D'HABILITATS DE VISUALITZACIÓ CORRECTES I TEST PMA

En la Figura 14 i en la Taula 7 hem observat la diferència de resultats dels alumnes en aquests dos instruments utilitzats. La finalitat d'aquesta relació és observar si els alumnes obtenen puntuacions similars en les habilitats de visualització manifestades pels alumnes durant les activitats i en el test PMA, ja que aquest és un instrument de mesura de la capacitat de visualització.

Tal i com podem observar en la Figura 15, hi ha una alta relació entre els alumnes que manifesten un major número d'habilitats de visualització correctes durant l'experiment d'ensenyament i els alumnes que obtenen una alta puntuació en el test PMA. Això es pot observar en la Figura 15, ja que els punts dels alumnes amb un major número de manifestacions de les habilitats de visualització i altes puntuacions en el test PMA (alumnes A1, A2, A9 i A10) es troben pròxims a la línia diagonal i això significa que han obtingut resultats similars en ambdós instruments per mesurar la visualització i també es situen pròxims a l'extrem superior de la diagonal, el que significa que han obtingut resultats molt bons en ambdós instruments. Per tant, hi ha una relació entre els resultats obtinguts en aquests instruments per als alumnes amb alta capacitat visualitzadora.

Però aquesta relació no es manté per als alumnes que manifesten menys habilitats de visualització, ja que en el diagrama de la Figura 15 apareixen separats de la diagonal el que significa que en un dels instruments han obtingut un resultat inferior que en l'altre instrument. A més, els resultats d'aquests alumnes apareixen llunys de l'extrem superior de la diagonal, el que vol dir que els seus resultats en un o ambdós instruments no han sigut bons. Cal destacar que la Figura 15, i d'altres similars que presentem més endavant, no tenen la intenció d'oferir un estudi estadístic, sinó més bé és un instrument per observar de manera gràfica els resultats obtinguts en ambdós instruments.

D'aquestes dades podem concloure que les activitats dissenyades en aquesta investigació han afavorit que els alumnes amb major talent matemàtic manifesten les seues habilitats de visualització.

Els alumnes que han manifestat un major número de manifestacions de les habilitats de visualització i també majors puntuacions en el test PMA són els alumnes A1, A2, A9 i A10. Els alumnes que han manifestat menys número de manifestacions de les habilitats de visualització durant l'experimentació o menys puntuacions en el test PMA han sigut els alumnes A4 i A8.

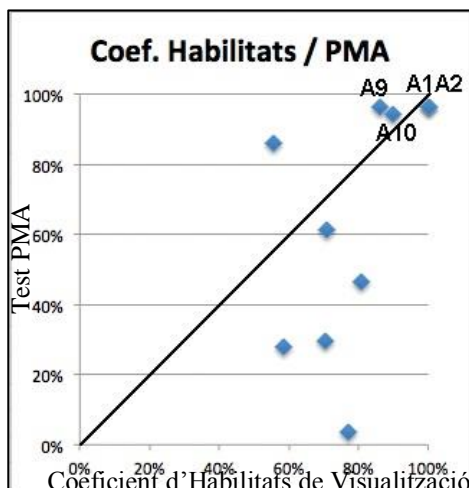


Figura 15: Relació entre el Coeficient d'Habilitats de Visualització i el test PMA.

5.3.1.2. COEFICIENT D'HABILITATS DE VISUALITZACIÓ CORRECTES I RENDIMENT ACADÈMIC EN L'ASSIGNATURA DE MATEMÀTIQUES

Hem observat la relació entre el coeficient d'habilitats de visualització correctes i el rendiment acadèmic en l'assignatura de matemàtiques amb l'objectiu de veure si els alumnes que mostren més habilitats de visualització tenen un major rendiment acadèmic en l'assignatura de matemàtiques i viceversa.

En la Figura 16 es pot observar que totes les dades, excepte les dels alumnes A4 i A8, es troben centralitzades i properes a la línia diagonal. Això significa que els resultats obtinguts en el coeficient d'habilitats de visualització i en el rendiment acadèmic en l'assignatura de matemàtiques tenen una alta relació, ja que quan els alumnes manifesten les habilitats de visualització, aquests obtenen bones puntuacions en l'assignatura de matemàtiques. Els alumnes A1, A2, A9 i A10 són els alumnes que manifesten altes habilitats en les activitats dissenyades i tenen unes puntuacions elevades en l'assignatura de matemàtiques. Però, l'alumne 4, que no ha mostrat un número elevat d'habilitats de visualització correctes durant l'experimentació, presenta un alt rendiment acadèmic en l'assignatura de matemàtiques.

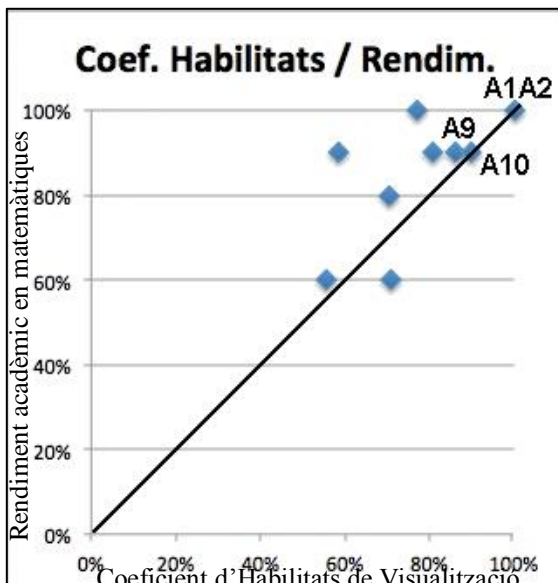


Figura 16: Relació entre el coeficient d’habilitats de visualització i el rendiment acadèmic en matemàtiques.

5.3.1.1. TEST PMA I RENDIMENT ACADÈMIC EN L’ASSIGNATURA DE MATEMÀTIQUES

Ara, anem a relacionar el test PMA i el rendiment acadèmic dels alumnes en l’assignatura de matemàtiques. L’objectiu de l’anàlisi d’aquesta relació és observar si les capacitats de visualització mesurades mitjançant el Factor Espacial del test PMA permet establir alguna relació amb el rendiment en l’assignatura de matemàtiques en la que predominen rutines aritmètiques.

En la Figura 17 podem observar que hi ha una alta relació entre aquests instruments de mesura en els alumnes amb alt rendiment en matemàtiques i amb altes puntuacions en el test PMA (alumnes A1, A2, A9 i A10). Aquests alumnes manifesten una alta capacitat de visualització, tant en les activitats dissenyades, mitjançant les habilitats de visualització, com en el test PMA i també tenen un alt rendiment acadèmic en l’assignatura de matemàtiques. Per tant, en aquesta investigació, els alumnes que manifesten una alta capacitat de visualització (test PMA i les habilitats de visualització manifestades en l’experiment d’ensenyament), també tenen un alt rendiment acadèmic en l’assignatura de matemàtiques.

Però, en la resta dels alumnes podríem indicar que hi ha una baixa relació, excepte l'alumne 7 que es manté en la línia diagonal, com es pot observar en la Figura 17. Els alumnes que tenen menys relació entre el test PMA i el rendiment acadèmic en matemàtiques són els alumnes A4 i A8, ja que aquests mostren una baixa capacitat visualitzadora en les habilitats manifestades durant l'experiment d'ensenyament i en el Test PMA, tal i com hem observat en la Figura 15 i en la 17. No obstant això, aquests alumnes tenen un alt rendiment en l'àrea de matemàtiques. Per tant, d'aquests dos alumnes podem concloure que no són alumnes visualitzadors, ja que tenen dificultats a l'hora d'utilitzar el raonament visualitzador, tal i com han demostrat a l'hora de resoldre les activitats dissenyades utilitzant les habilitats de visualització i en la baixa puntuació en el test PMA. Com que no són alumnes visualitzadors, necessiten desenvolupar estratègies analítiques i aquestes estratègies els permeten adquirir uns alts resultats en l'assignatura de matemàtiques.

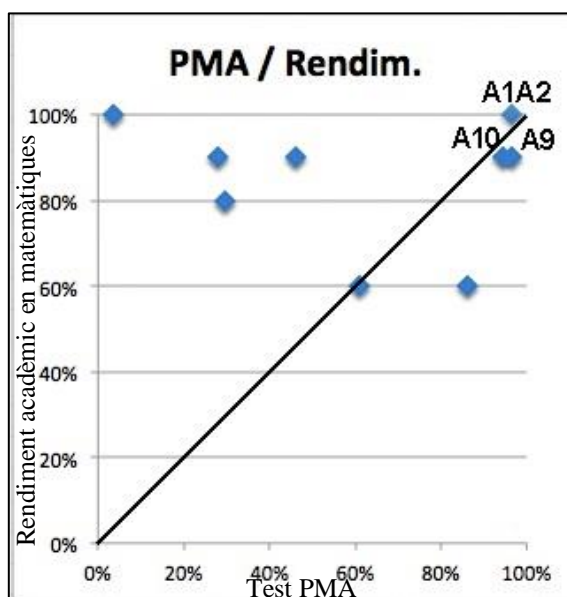


Figura 17: Relació entre el test PMA i el rendiment acadèmic en matemàtiques.

Per tant, després de comparar els resultats dels alumnes analitzats en detall, arribem a la conclusió que els alumnes que usen un major número d'habilitats de visualització correctes al llarg de les activitats dissenyades, és a dir, que tenen un raonament, predominantment, visualitzador, tenen èxit en totes les activitats, tant en aquelles en les que necessiten resoldre les activitats per mètodes visualitzadors, com aquelles que es solen caracteritzar per poder-se resoldre per ambdós mètodes, tant analítics com visualitzadors, com per exemple les activitats pròpies de l'àrea de matemàtiques en l'aula ordinària. És el cas dels alumnes A1, A2, A9 i A10.

No obstant això, els alumnes que manifesten menys habilitats visualitzadores (coeficient de les habilitats de visualització i el test PMA), solen tindre menys èxit a l'hora de resoldre les activitats, tal i com demostren les puntuacions d'aquests alumnes. Hi ha alumnes, com els A4 i A8 que no són considerats visualitzadors, ja que tenen dificultats en el raonament visualitzador i ho demostren en els resultats de les activitats i en el test PMA. Però, demostren un nivell elevat en les activitats que permeten ambdós tipus de raonament (analític i visualitzador) el que ens fa entendre que són dos alumnes analític i a l'hora de resoldre les activitats per aquest tipus de raonament tenen èxit.

En conclusió, cal destacar que els resultats d'aquests tres instruments acabats d'analitzar (coeficient d'habilitats de visualització correctes, el test PMA i el rendiment en matemàtiques) mostren una alta relació entre ells, tal i com hem pogut observar. Encara que aquesta relació únicament es compleix en els alumnes amb alta capacitat de visualització.

A banda dels instruments analitzats (test PMA, rendiment acadèmic en matemàtiques i el coeficient d'habilitats de visualització en l'assignatura de matemàtiques), alguns alumnes han manifestat durant l'experiment d'ensenyament característiques de talent matemàtic, concretament A1, A2, A9 i A10. Aquests alumnes van mostrar de manera consistent al llarg de les activitats les següents característiques de talent matemàtic: l'atenció als detalls, el desenvolupament d'estratègies eficients, el pensament crític i persistent en la consecució dels objectius, la memòria matemàtica, capacitat de generalitzar i transferir i la seguretat en la resposta. Per tant, podem observar que aquests alumnes mantenen un alt rendiment en cadascun dels instruments analitzats en aquesta investigació.

5.3.1.3. TEST PEMM I LA RESTA D'INSTRUMENTS UTILITZATS EN AQUESTA INVESTIGACIÓ

Aquesta alta relació no es manté amb el test adaptat del test PEMM, ja que la Figura 18 mostren que els resultats d'aquests tests no es relacionen amb ningun altre resultat perquè els punts estan dispersos i generalment allunyats de la diagonal i, per tant, no hi ha relació entre el test PEMM i ningun dels altres instruments utilitzats en aquesta investigació (coeficient de les habilitats de visualització correctes, el test PMA i el rendiment dels alumnes).

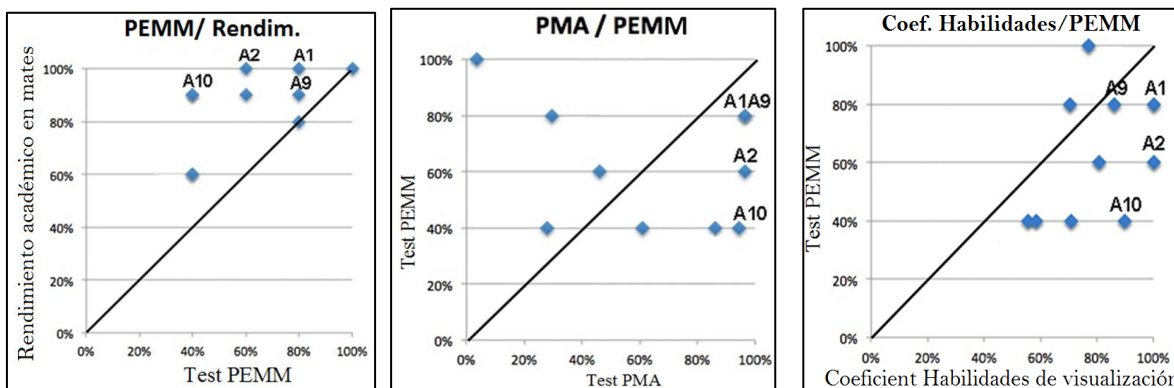


Figura 18: Relació entre el test PEMM i el rendiment acadèmic en matemàtiques, el test PMA i el coeficient d'habilitats de visualització correctes.

En els resultats del test PEMM sols destaca amb alta puntuació l'alumne 8, és a dir, el que hem identificat anteriorment com a baix visualitzador i amb alts rendiments acadèmics en l'assignatura de matemàtiques. Per tant, es confirma la idea comentada anteriorment, ja que aquest alumne té dificultats per utilitzar estratègies visualitzadores a l'hora de resoldre els problemes matemàtics, no obstant això, mitjançant la utilització d'estratègies analítiques obté molts bons resultats.

6. CONCLUSIONS

En aquesta investigació hem dissenyat una sèrie d'activitats de Geometria 3D i les hem experimentat amb alumnes en diferents graus de talent matemàtic. Durant l'experimentació d'aquestes activitats hem observat les habilitats de visualització i les característiques de talent matemàtic que han manifestat els alumnes mentre realitzaven les activitats. En primer lloc, hem analitzat si les activitats dissenyades, utilitzant material manipulatiu, permeten posar en pràctica les habilitats de visualització i d'aquesta forma, millorar-les, ja que com indica Ramírez (2012), la visualització es considera com un element de la competència matemàtica i per això, hem d'afavorir el seu desenvolupament.

A banda de les activitats, els alumnes han contestat a un test que mesura la capacitat de visualització, anomenat test PMA (Thurstone, 2005) amb l'objectiu de comparar la puntuació del test amb les de les habilitats de visualització manifestades en les activitats dissenyades. Així mateix, hem administrat el test PEMM (adaptació del test PEM de Benavides, 2008) que és un instrument format per diferents problemes d'estructura multiplicativa que s'utilitza com instrument d'identificació dels alumnes amb talent matemàtic. També, hem recollit les dades del rendiment dels alumnes del grup-classe en l'àrea de matemàtiques.

En aquesta investigació, ens hem centrat d'una banda en la identificació de les habilitats de visualització que mostren els alumnes i d'altra, en els resultats d'un test amb problemes d'estructura multiplicativa i en el rendiment acadèmic de l'assignatura de matemàtiques, ja que hem de tindre en compte que els alumnes amb talent, tal i com indica Krutetskii (1976), no necessàriament han de tindre una habilitat visualitzadora. Per tant, a partir de l'anàlisi retrospectiu dels resultats obtinguts, extraïem les conclusions d'aquesta investigació que detallarem a continuació.

Amb aquesta investigació hem volgut donar resposta als objectius plantejats en la introducció. En quant al primer objectiu *dissenyar i experimentar una sèrie d'activitats de Geometria 3D que permeten als estudiants d'Educació Primària amb diferents graus de talent, posar en joc les seues habilitats de visualització*, hem pogut observar que les activitats dissenyades han afavorit que els alumnes mostren estes habilitats i permeten desenvolupar la seua capacitat de visualització. Aquest objectiu està estretament relacionat amb aquests altres dos objectius:

- *Determinar si les activitats dissenyades permeten discriminar diferents tipus d'habilitats de visualització.*
- *Analitzar les habilitats de visualització que manifesten els alumnes que han realitzat l'experimentació i observar la diferència entre els raonaments mostrats.*

Pel que fa al primer d'aquests dos objectius cal destacar que les activitats plantejades han possibilitat que els alumnes manifesten diferents habilitats de visualització al llarg de les sessions experimentals, encara que en aquestes no s'han manifestat totes les habilitats. Les activitats amb més manifestacions de les habilitats de visualització, tant correctes com incorrectes, han sigut les de seccions (4a sessió), ja que s'han mostrat totes les habilitats observades i a més, els alumnes han manifestat cadascuna d'elles en un alt percentatge. Per contra, en les activitats de la primera sessió de desenvolupaments sols s'han manifestat les habilitats de visualització de reconeixement de posicions en l'espai i de reconeixement de les relacions espacials.

Cal destacar que l'habilitat que més s'ha manifestat al llarg de les activitats ha sigut l'habilitat de reconeixement de les relacions espacials. Per tant, podem concloure que aquesta habilitat és la que més s'ha fomentat en les activitats dissenyades, ja que els alumnes necessiten observar la relació interna entre les figures per situar cadascuna d'elles correctament. L'habilitat que menys s'ha posat de manifest ha sigut la d'identificació visual, ja que sols era necessària en dos de les activitats de seccions perquè en aquestes es fa necessari que els alumnes reconeguen on havien de situar la secció de la figura aïllant-la del seu context.

Pel que fa a l'objectiu d'*analitzar les habilitats de visualització que manifesten els alumnes que han realitzat l'experimentació i observar la diferència entre els raonaments mostrats*, en el capítol 5 es poden observar les dades referents als instruments utilitzats per mesurar la capacitat de visualització. Centrant-nos en el coeficient d'habilitats de visualització correctes, cal destacar que hi podem trobar alumnes que manifesten un tipus de raonament visualitzador durant l'experiment d'ensenyament, ja que usen un major número d'habilitats de visualització correctes que d'incorrectes, mentre que altres estudiants tenen dificultats per utilitzar aquest raonament, ja que cometen més errors a l'hora de posar en pràctica les habilitats de visualització. Per tant, en les activitats dissenyades hi podem trobar que cada alumne

manifesta diversos tipus de raonament diferents i que aquests estudiants presenten diferències entre ells.

A banda del coeficient d'habilitats de visualització correctes, també hem utilitzat el test PMA per mesurar la capacitat de visualització dels alumnes. Per tant, en aquesta investigació hem tingut en compte dues perspectives de la visualització. D'una banda, aquella que considera la visualització com un constructe únic i utilitza tests estandarditzats per a la seua mesura, com el Factor E del Test PMA. D'altra banda, la perspectiva que considera la visualització com un conjunt d'habilitats que poden ser manifestades pels estudiants quan s'enfronten a tasques que han de realitzar en un context determinat com el cas de la mesura de les habilitats de visualització manifestades durant l'experiment d'ensenyament (Ramírez, 2012). Aquesta última perspectiva és la que considerem més adequada i l'hem utilitzada en aquesta investigació per analitzar les habilitats de visualització que mostren els alumnes mentre resolen cadascuna de les activitats plantejades en l'experiment d'ensenyament.

A banda d'observar les habilitats de visualització, també hem observat les característiques de talent matemàtic posades en joc pels alumnes amb diferents graus de talent durant l'experimentació de les activitats dissenyades i així, donar resposta a l'objectiu de *determinar les característiques de talent matemàtic posades en joc pels alumnes durant la realització de les activitats dissenyades*. Cal destacar que dels 10 alumnes analitzats, sols 4 van manifestar de manera consistent les característiques de talent matemàtic durant la resolució de les activitats (Alumnes 1, 2, 9 i 10). Aquestes característiques són: l'atenció als detalls, el desenvolupament d'estratègies eficients, el pensament crític i persistent en la consecució dels objectius, la memòria matemàtica, capacitat de generalitzar i transferir i la seguretat en la resposta. Aquests alumnes són també els estudiants que tenen un alt coeficient de les habilitats de visualització correctes i un alt nivell de visualització en el Factor E del Test PMA.

Aquests alumnes també corresponen amb els que tenen un alt rendiment acadèmic en l'assignatura de matemàtiques. Per tant, es pot concloure que aquells que presenten característiques pròpies dels alumnes amb talent matemàtic també tenen èxit a l'hora de realitzar activitats pròpies de l'assignatura de matemàtiques, relacionades aquestes amb rutines aritmètiques. No obstant això, aquests resultats no corresponen amb els obtinguts en el test PEMM, ja que els alumnes que presenten altes puntuacions en aquest test, no corresponen

amb els alumnes que presenten característiques del talent matemàtic i un alt rendiment en matemàtiques.

La tècnica emprada en aquesta investigació d'observar les característiques de talent matemàtic, a partir de la resposta dels alumnes en les activitats, permet adonar-se'n de la qualitat del pensament de l'alumne, ja que Benavides (2008) i Castro (2008) consideren que és un criteri necessari per identificar els alumnes amb talent matemàtic. Però, per determinar si aquests estudiants són alumnes amb talent matemàtic s'hauran d'utilitzar també altres tècniques d'identificació, ja que de no ser així ens podem arriscar a no realitzar identificacions correctes, tal i com afirmen aquests autors. Per aquest motiu, en aquesta investigació no identifiquem alumnes amb talent matemàtic, ja que per poder identificar aquests alumnes necessitaríem utilitzar altres instruments i tècniques. Però, podem diferenciar a aquells alumnes que mostren una major capacitat matemàtica durant les activitats plantejades.

Respecte a l'últim objectiu d'aquesta investigació d'*especificar les relacions entre els instruments de mesura utilitzats per a determinar habilitats de visualització i per a identificar els alumnes amb talent matemàtic*. En la Figura 19 i 20 podem observar amb més detall aquestes relacions. En la Figura 19 es poden observar les relacions que hem analitzat en aquesta investigació i en la Figura 20, les relacions que hem obtingut una vegada hem analitzat les dades.

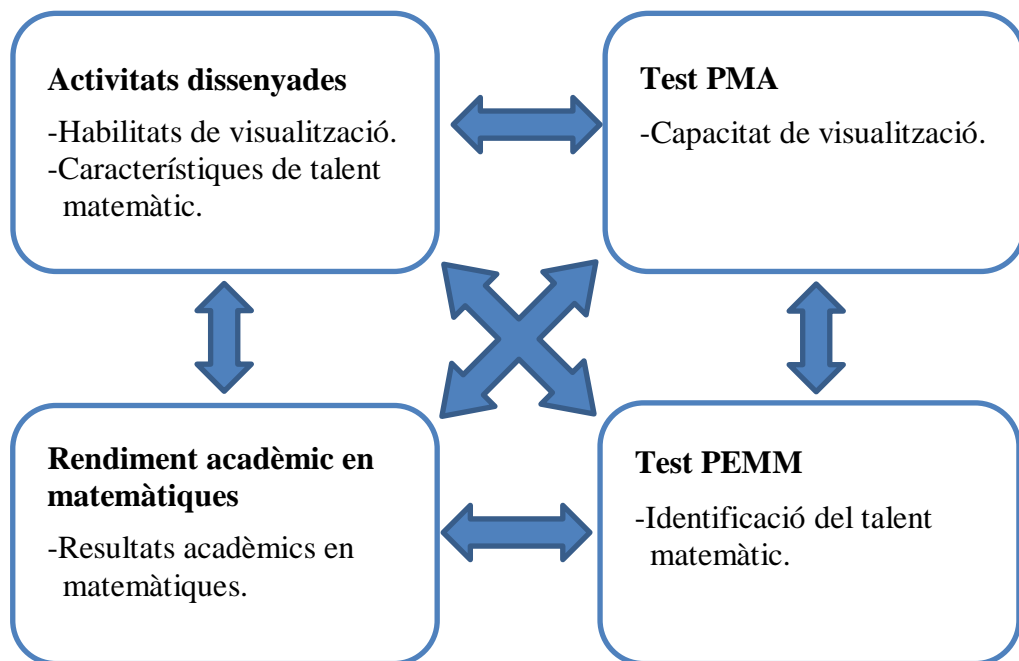


Figura 19: Relacions esperades en la investigació.

Es mostra que, en aquesta investigació, després d'observar les relacions entre els resultats dels diferents instruments utilitzats, hem vist que no hi ha relació entre el test PEMM i la resta d'instruments. Concretament, podem observar que el test PEMM té resultats discrepants front als resultats obtinguts en la resta d'instruments utilitzats en aquesta investigació. Això, es pot deure a que aquest test proposa la identificació dels alumnes amb talent matemàtic mitjançant problemes relacionats amb l'aritmètica, mentre que la resta d'instruments de mesura estan relacionats amb la visualització i pot ocórrer que no hi haja relació entre aquests. Per tant, podem observar que no hi ha relació entre el test PEMM i la resta d'instruments, a pesar de que hem escollit els ítems més discriminadors del test PEM segons Benavides (2008).

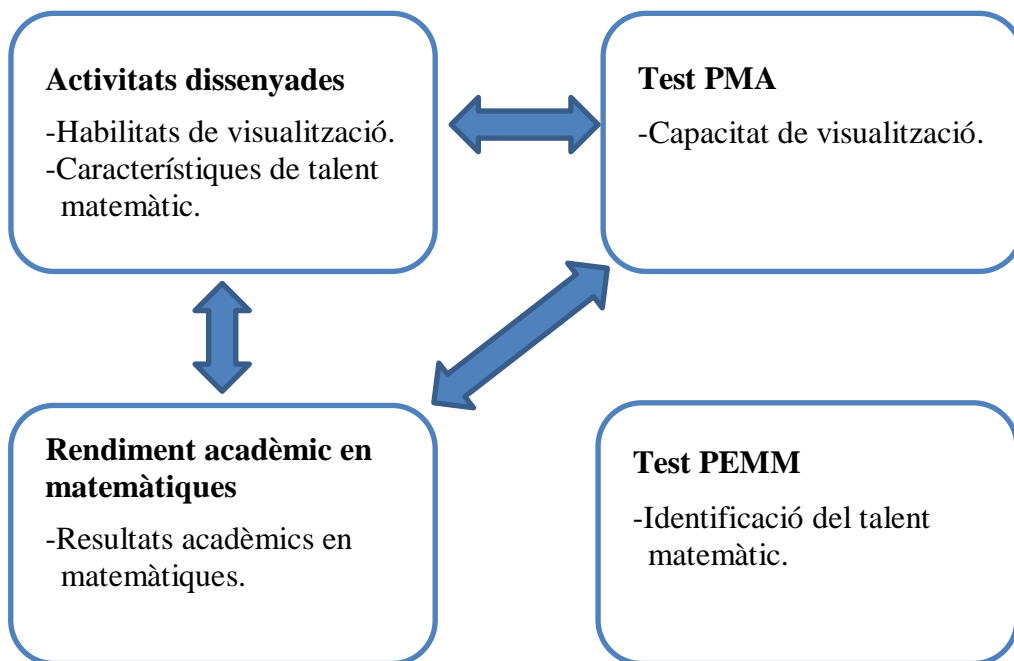


Figura 20: Relacions obtingudes una vegada analitzades les dades.

En aquest sentit, cal destacar que l’alumna 2, identificada prèviament com alumna amb talent matemàtic, ha obtingut resultats elevats en els instruments utilitzats per a la mesura de la visualització (test PMA i coeficient de les habilitats de visualització correctes), posa de manifest característiques del talent matemàtic mentre resol les activitats i té un elevat rendiment acadèmic en l’assignatura de matemàtiques. No obstant això, en el test PEMM, no presenta uns resultats elevats. Per tant, tal i com podem observar en aquest exemple, cal tindre en compte que per identificar un alumne amb talent matemàtic s’han d’utilitzar diversos instruments de mesura.

Aquesta relació entre visualitzador i talent matemàtic ha sigut estudiada per diversos autors tals com Krutetskii (1976) i Presmeg (1986a) que consideren que no hi ha relació entre el talent matemàtic i l’habilitat per visualitzar, ja que Krutetskii (1976) considera que la visualització no és un component necessari del talent matemàtic. Així mateix, Presmeg (1986a) també va observar que els alumnes amb talent matemàtic prefereixen mètodes no visuals en la resolució de problemes. Pel contrari, hi ha autors com Van Garderen (2006) i Ramírez (2012) que indiquen que sí que hi ha relació entre la visualització i un rendiment elevat en matemàtiques, ja que observen que els alumnes amb talent matemàtic mostren habilitats de visualització mentre resolen les tasques matemàtiques i això, els fa obtenir millors resultats.

Aquesta diferència de conclusions es deu a la diversitat de criteris utilitzats a l'hora de mesurar el talent matemàtic i el grau de visualització, ja que en funció de l'instrument de mesura utilitzat, es poden observar resultats aparentment contradictoris.

D'altra banda, l'Alumne 8 ha manifestat altes puntuacions en el rendiment en matemàtiques i en el test PEMM, però no ha mostrat ninguna característica de talent matemàtic durant la realització de les activitats i ha demostrat un raonament, predominantment analític, observat a través de les habilitats de visualització manifestades en l'experiment d'ensenyament i el resultat baix en el Test PMA. Tot i això, seguint la idea de Krutetskii (1976) podria tractar-se d'un alumne amb talent no visualitzador, que podria ser de talent si usarem uns altres tipus d'instruments que fomentara el raonament analític.

Per tant, ens hem adonat que per identificar els alumnes amb talent matemàtic és necessari observar els tipus de raonament matemàtic que manifesten els alumnes quan realitzen activitats en les que han de posar en pràctica la visualització, com es proposa en les activitats dissenyades, ja que en aquesta investigació hem observat que les activitats permeten diferenciar entre alumnes amb diferents capacitats de raonament en matemàtiques. Moltes vegades, en el context escolar no es tenen en compte els alumnes visualitzadors quan s'identifiquen els alumnes amb talent matemàtic, deixant part d'aquests alumnes amb talent sense identificar.

Una limitació d'aquesta investigació ha sigut l'experimentació de les activitats dissenyades únicament amb una alumna identificada amb talent i també, amb un nombre reduït d'alumnes analitzats. Com a perspectiva de futur, caldrà posar en pràctica les activitats dissenyades en més alumnes amb diversos graus de talent matemàtic per tal d'observar si aquestes conclusions obtingudes en els resultats analitzats d'aquest grup-classe i de l'alumna amb talent matemàtic es mantenen en la resta d'alumnes i per tant, concloure si aquestes activitats dissenyades permeten als alumnes posar de manifest les seues habilitats de visualització i observar si les relacions entre els diferents instruments utilitzats en aquesta investigació també es mantenen en altres alumnes.

Una conclusió d'aquesta investigació és posar en relleu que el propòsit d'aquesta investigació és donar a conèixer que la visualització és important a l'hora d'identificar els alumnes amb talent matemàtic, ja que la finalitat última de la identificació dels alumnes amb talent matemàtic és oferir-los una instrucció educativa adequada, i per aquest motiu, és important

conèixer quin tipus de raonament utilitzen (analític, visualitzador i harmònic) i considerem que aquests tipus de raonament es poden identificar mitjançant activitats que fomenten el desenvolupament de les diferents habilitats de visualització com les proposades en aquesta investigació.

7. BIBLIOGRAFIA

- Albes, C. i altres (2012). *Orientaciones educativas. Alumnado con altas capacidades intelectuales*. Vitoria: Departament d'Educació, Política Lingüística i Cultura, Universitats i Investigació del Govern Basc.
- Alsina, C. (2006). Invitación a la tridimensionalidad. En P. Flores, F. Ruiz i M. De la Fuente (Eds.), *Geometría para el siglo XXI* (pp. 119-139). Badajoz: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas i SAEM Thales.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215-241.
- Arocas, E., Martínez, P. i Martínez, M. D. (2009). *Intervención con el alumnado de altas capacidades en educación secundaria obligatoria*. València: Generalitat Valenciana.
- Battista, M. T. i Clements, D. H. (1996). Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 258-292.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-908). Reston, EE.UU.: NCTM.
- Battista, M. T., Wheatley, G. H. i Talsma, G. (1982). The importance of spatial visualization and cognitive development for geometry learning in preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(5), 332-340.
- Benavides, M. (2008). *Caracterización de sujetos con talento en resolución de problemas de estructura multiplicativa* (Tesi doctoral). Granada: Universitat de Granada, Departament de Didàctica de la Matemàtica.
- Benavides, M., Maz, A., Castro, E. i Blanco, R. (2004). *La educación de niños con talento en iberoamérica*. Santiago, Chile: UNESCO.
- Ben-Chaim, D., Lappan, G. i Houang, R. T. (1989). Adolescents' ability to communicate spatial information: analyzing and effecting students' performance. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 121-146.

- Bicknell, B. A. (2009). *Multiple perspectives on the education of mathematically gifted and talented students* (Tesi doctoral). Nova Zelanda: Universitat de Massey. Recuperat de: <http://mro.massey.ac.nz/bitstream/handle/10179/890/02whole.pdf?sequence=1>
- Bishop, A. J. (1973). Use of structural apparatus and spatial ability: a possible relationship. *Research in Education*, 0(9), 43-49.
- Bishop, A. J. (1980a). Spatial abilities and mathematics education: A review. *Educational Studies in Mathematics*, 11(3), 257-269.
- Bishop, A. J. (1980b). Spatial abilities and mathematical thinking. En M. Zweng, T. Green, J. Kilpatrick, H. Pollak i M. Suydam (Eds.), *Proceedings of the 4th ICME Congress* (pp. 176-178). Berkeley, EE.UU.: Birkhäuser.
- Bishop, A. J. (1983). Space and geometry. En R. Lesh i M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 175-205). Nova York, EE.UU.: Academic Press.
- Bishop, A. J. (1988). A review of research on visualisation in mathematics education. En A. Borbás (Ed.), *Proceedings of the 12nd PME Conference* (vol. 2, pp. 170-176). Veszprém, Hongria: Grupo PME.
- Blade, M. F. i Watson, W. S. (1955). Increase in spatial visualization test scores during engineering study. *Psychological Monographs: General and Applied*, 69(12), 1-13.
- Brinkmann, E. H. (1966). Programed instruction as a technique for improving spatial visualization. *Journal of Applied Psychology*, 50(2), 179-184.
- Carreras, L., Valera, M. i Reig, C. (2006). *Guia per a la detecció i intervenció educativa en els alumnes amb altes capacitats intel·lectuals*. Barcelona: Col·legi Oficial de Psicòlegs de Catalunya i de Pedagogs de Catalunya.
- Castelló, A. i Batlle, C. (1998). Aspectos teóricos e instrumentales en la identificación del alumnado superdotado y talentoso. Propuesta de un protocolo. *Faísca*, 6, 26-66.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho i L. Blanco (Coord.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 113-140). Badajoz: SEIEM.
- Chow, K. (s.f.). *Mathematically gifted and talented students. A resource booklet*. Recuperat de: <http://gifted.tki.org.nz/content/download/465/1942/file/Mathematically%20gifted%20and%20talented%20students%20-%20A%20resource%20book.pdf>

- Clements, D. H. i Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). Nova York: MacMillan.
- Clements, D. H., Sarama, J., Yelland, N. i Glass, B. (2008). Learning and teaching geometry with computers in the elementary and middle school. En M. K. Heid i G. W. Blume (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: volume I* (pp. 109-154). EE.UU.: NCTM i IAP.
- Clements, K. (1981). Visual imagery and school mathematics (1). *For the Learning of Mathematics*, 2(2), 2-9.
- Clements, K. (1982). Visual imagery and school mathematics (2). *For the Learning of Mathematics*, 2(3), 33-39.
- Comes, G., Díaz, E., Luque, A. i Moliner, O. (2008). La evaluación psicopedagógica del alumnado con altas capacidades intelectuales. *Revista Educación Inclusiva*, 1(1), 103-117.
- Connor, J. M. i Serbin, L. A. (1985). Visual-spatial skill: is it important for mathematics? Can it be taught? En S. Chipman, L. Brush i D. Wilson (Eds.), *Women and mathematics: balancing the equation* (pp. 151-174). Nova Jersey, EE.UU.: Lawrence Erlbaum.
- Decret 108/2014, de 4 de juliol, del Consell, pel qual estableix el currículum i desplega l'ordenació general de l'Educació Primària a la Comunitat Valenciana, DOCV núm. 7311, de 7 de juliol de 2014.
- Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic Teacher*, 37(6), 14-20.
- Díaz, O., Sánchez, T., Pomar, C. i Fernández, M. (2008). Talentos matemáticos: Análisis de una muestra. *Faísca*, 13(15), 30-39.
- Diezmann, C. i Lowrie, T. (2009). Primary students' spatial visualization and spatial orientation: an evidence base for instruction. En M. Tzekaki, M. Kaldrimidou i C. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd PME Conference* (vol. 2, pp.417-424) Tessalònica, Grecia: Grupo PME.
- Diezmann, C. M. i Watters, J. J. (2002). Summing up the education of mathematically gifted students. En B. Barton, K. C. Irwin, M. Pfannkuch i J. Thomas (Eds.), *Proceedings of the 25th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 219-226). Sidney, Australia: MERGA.

- Dreyfus, T. (1991). On the status of visual reasoning in mathematics and mathematics education. En F. Furinghetti (Ed.), *Proceedings of the 15th PME Conference* (vol. 2, pp. 33-48). Assisi, Italia: Grupo PME.
- Dreyfus, T. (1995). Imagery for diagrams. En R. Sutherland i J. Mason (Eds.) *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education* (pp. 3-20). Berlin: Springer.
- Fernández Blanco, M. T. (2011). *Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacial* (Tesi doctoral). Santiago de Compostel·la: Universitat de Santiago de Compostel·la, Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals. Recuperat de: http://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/Teresa_Fernandez_tesis.pdf
- Fernández Blanco, M. T. (2013). La investigación en visualización y razonamiento espacial. Pasado, presente y futuro. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa i N. Climent (Eds.), *Investigación en educación matemática XVII* (pp. 19-42). Bilbao: SEIEM.
- Fernández Blanco, M. T. (2014). Atendiendo habilidades de visualización en la enseñanza de la geometría. En M. Murillo (Ed.), *IX Festival Internacional de Matemática* (pp. 21-33). Quepos, Costa Rica.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139-162.
- Flores, P. (2006). Pirámides rellenas de... Pirámides. Puzzles espaciales que favorecen la visualización. En P. Flores, F. Ruiz i M. De la Fuente (Eds.), *Geometría para el siglo XXI* (pp. 221-247). Badajoz: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas i SAEM Thales.
- Freiman, V. (2006). Problems to discover and to boost mathematical talent in early grades: A challenging situations approach. *The Mathematics Enthusiast*, 3(1), 51-75.
- Gal, H. i Linchevski, L. (2010). To see or not to see: analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educational Studies in Mathematics*, 74(2), 163-183.
- Generalitat de Catalunya (2013). *Les altes capacitats: detecció i actuació en l'àmbit educatiu*. Catalunya: Departament d'Ensenyament.
- Godino, J. D., Fernández, M. T., Gonzato, M. i Wilhelmi, M. R. (2013). Synergy between visual and analytical languages in mathematical thinking. En B. Ubuz, C. Haser i M.

- A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the CERME 8* (pp. 645-654). Antalya, Turquia: Universitat d'Ankara.
- Gómez, M. T. (2009). *Estratègies d'intervenció amb alumnat de N.E.E. per altes capacitats, dins l'escola inclusiva*. Barcelona: Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya.
- González, M. T. i Domingues, F. S. (2015). ¿Existen indicadores para identificar el talento? *Aula*, 21, 21-32.
- Gonzato, M. (2013). *Evaluación de conocimientos de futuros profesores de educación primaria para la enseñanza de la visualización espacial* (Tesi doctoral). Granada: Universitat de Granada, Departament de Didàctica de la Matemàtica. Recuperat de: <http://hdl.handle.net/10481/30878>
- Gonzato, M. i Godino, J. D. (2010). Aspectos históricos, sociales y educativos de la orientación espacial. *UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 23, 45-58.
- Gonzato, M., Fernández, M. T. i Godino, J. D. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Números*, 77, 99-117.
- Gorgorió, N. (1998). Exploring the functionality of visual and non-visual strategies in solving rotation problems. *Educational Studies in Mathematics*, 35(3), 207-231.
- Gorgorió, N. i Jones, K. (1996). Elements of the visualization process within a dynamic geometry environment. En C. Alsina, J. M. Álvarez, M. Niss, A. Pérez, L. Rico i A. Sfard (Eds.), *Proceedings of the 8th ICME Congress*. Sevilla, Espanya: SAEM Thales.
- Gravemeijer, K. i Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. En J. Van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney i N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 17-52). Oxon, Regne Unit: Routledge.
- Greenes, C. (1981). Identifying the gifted student in mathematics. *Arithmetic Teacher*, 28(6), 14-17.
- Guay, R. B. i Mc Daniel, E. D. (1977). The relationship between mathematics achievement and spatial abilities among elementary school children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8(3), 211-215.
- Guillén, G., Gutiérrez, A., Jaime, A. i Cáceres, M. (1992). *La enseñanza de la geometría de sólidos en la E.G.B.* (Memoria final del proyecto de investigación). València: Institució Valenciana d'Estudis i Investigació "Alfons el Magnànim". Recuperat de: <http://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/GutOtr92.pdf>

- Guillén, G. (2010). ¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría? ¿Y en la investigación? En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo i T. A. Sierra (Eds.), *Investigación en educación matemática XIV* (pp. 21-68). Lleida: SEIEM.
- Gutiérrez, A. (1992). Procesos y habilidades en visualización espacial. En A. Gutiérrez (Ed.), *Memorias del Tercer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática. Geometría*, (pp. 44-59). Mèxic D. F.: Secc. de Matemàtica Educativa, CINESTAV. Recuperat de: <http://www.uv.es/angel.gutierrez/marcotex.html>
- Gutiérrez, A. (1996a). The aspect of polyhedra as a factor influencing the students' ability for rotating them. En A. R. Batturo (Ed.) *New directions in geometry education* (pp. 23-32). Brisbane, Australia: Centre for Math. and Sc. Education, Q.U.T.
- Gutiérrez, A. (1996b). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. En L. Puig i A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th PME Conference* (vol. 1, pp. 3-19). València: Grupo PME.
- Gutiérrez, A. (1998). Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *Revista EMA*, 3(3), 193-220.
- Gutiérrez, A. (2006). La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría. En P. Flores, F. Ruiz, M. de la Fuente (Eds.), *Geometría para el siglo XXI* (pp. 13-58). Badajoz: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas i SAEM Thales.
- Gutiérrez, A. i Jaime, A. (1993). An analysis of the students' use of mental images when making or imagining movements of polyhedra. En I. Hirabayashi et al. (Eds.), *Proceedings of the 17th PME Conference* (vol. 2, pp. 153-160). Tsukuba, Japó: Grupo PME.
- Gutiérrez, A. i Jaime, A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. *Tecné, Episteme y Didaxis*, 32, 55-70.
- Gutiérrez, A. i Jaime, A. (2013). Exploración de los estilos de razonamiento de estudiantes con altas capacidades matemáticas. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa i N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 319-326). Bilbao: SEIEM.
- Hershkowitz, R., Parzysz, B. i Van Dormolen, J. (1996). Space and shape. En A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick i C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education. Part 1* (pp. 161-204). Holanda: Kluwer Academic Publisher.

- Jaime, A. i Gutiérrez, A. (2014). La resolución de problemas para la enseñanza a alumnos de Educación Primaria con altas capacidades matemáticas. En B. Gómez i L. Puig (Eds.), *Resolver problemas. Estudios en memoria de Fernando Cerdán* (pp.147-190). València: PUV.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: Chicago University Press.
- Lawrie, C., Pegg, J. i Gutiérrez, A. (2002). Unpacking student meaning of cross-sections: a frame for curriculum development. En A. Cockburn i E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th PME Conference* (vol. 3, pp. 289-296). Norwich, Regne Unit: Grupo PME.
- Lean, G. i Clements, K. (1981). Spatial ability, visual imagery, and mathematical performance. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 267-299.
- Llei Orgànica 2/2006, de 3 de maig, d'educació, BOE núm. 106, de 4 de maig de 2006.
- McGee, M. (1979). Human spatial abilities: psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889-918.
- Mann, R. L. (2006). Effective teaching strategies for gifted/learning-disabled students with spatial strengths. *The Journal of Secondary Gifted Education*, 17(2), 112-121.
- Mariotti, M. (1989). Mental images: some problems related to the development of solids. En G. Vergnaud, J. Rogalski i M. Artique (Eds.), *Proceedings of the 13rd PME Conference* (vol. 2, pp. 258-265). Paris, França: Grupo PME.
- Martin-Dorta, N., Saorín, J. L. i Contero, M. (2008). Development of a fast remedial course to improve the spatial abilities of engineering students. *Journal of Engineering Education*, 97(4), 505-513.
- Miller, R. C. (1990). *Discovering Mathematical Talent*. Washington, DC: ERIC.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J. L. i Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75-87.
- Mundy, J. (1987). Spatial training for calculus students: sex differences in achievement and in visualization ability. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(2), 126-140.
- Myers, C. T. (1958). The effects of training in mechanical drawing on spatial relations test scores as predictors of engineering drawing grades. *ETS Research Bulletin Series*, 1, 1-10.
- Osorio, E. (2009). *La matemática recreativa, un área de intervención educativa con niños de altas capacidades intelectuales* (Treball de Fi de Màster). Granada: Universitat de

- Granada, Departament de Didàctica de la Matemàtica. Recuperat de: <http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/EsperanzaOsorio.%202009.pdf>
- Pasarín, M. J., Feijoo, M., Díaz, O. i Rodríguez, L. (2004). Evaluación del talento matemático en educación secundaria. *Faísca*, 11, 83-102.
- Phillips, L., Norris, S. i Macnab, J. (2010). *Visualization in mathematics, reading and science education*. Dordrecht, Països Baixos: Springer.
- Pittalis, M. i Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 191-212.
- Plasencia, I. (2000). *Análisis del papel de las imágenes en la actividad matemática. Un estudio de casos* (Tesi doctoral). La Laguna: Universitat de la Laguna, Departament d'Anàlisi Matemàtic. Recuperat de: <ftp://tesis.bbt.ull.es/ccppytec/cp114.pdf>
- Porta, L. i Silva, M. (2003). *La investigación cualitativa: El análisis de contenido en la investigación educativa*. Red Nacional Argentina de Documentación e Información Educativa. Recuperat de: <http://www.uccor.edu.ar/paginas/REDUC/porta.pdf>.
- Presmeg, N. C. (1986a). Visualisation and mathematical giftedness. *Educational Studies in Mathematics*, 17(3), 297-311.
- Presmeg, N. C. (1986b). Visualisation in high school mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 6(3), 42-46.
- Presmeg, N. C. (1992). Prototypes, metaphors, metonymies and imaginative rationality in high school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 23(6), 595-610.
- Presmeg, N. C. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. En A. Gutiérrez i P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education. Past, present and future* (pp. 205-235). Rotterdam, Països Baixos: Sense Publ.
- Ramírez, R. (2012). *Habilidades de visualización de los alumnos con talento matemático* (Tesi doctoral). Granada: Universitat de Granada, Departament de Didàctica de la Matemàtica. Recuperat de: <http://hdl.handle.net/10481/23889>
- Ramírez, R. (2014). En geometría, hablemos de-espacio. En *XV Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas: el Sentido de las Matemáticas. Matemáticas con Sentido*. Baeza: Societat A.E.M. Thales.
- Rivera, F. (2011). *Toward a visually-oriented school mathematics curriculum*. Dordrecht, Holanda: Springer.

- Rood, M. (2010). Geometrical visualization – epistemic and emotional. *For the Learning of Mathematics*, 30(3), 29-35.
- Rodríguez, C., Lorenzo, O. i Herrera, L. (2005). Teoría y práctica del análisis de datos cualitativos. Proceso general y criterios de calidad. *Sociotam*, 15(2), 133-154.
- Rojas, S., Jiménez, W. i Mora, L. C. (2009). El uso de la resolución de problemas como instrumento para la caracterización de talento en matemáticas. Comunicación presentada en *10º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Pasto, Colombia. Recuperat de: <http://funes.uniandes.edu.co/709/1/eluso.pdf>.
- Ryu, H., Chong, Y. i Song, S. (2007). Mathematically gifted students' spatial visualization ability of solid figures. En J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park i D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st PME Conference* (vol. 4, pp. 137-144). Seül, Corea: Grupo PME.
- Saads, S. i Davis G. (1997). Spatial abilities, Van Hiele levels and language use in three dimensional geometry. En E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st PME Conference* (vol. 4, pp. 104-111). Lahti, Finlandia: Grupo PME.
- Safhalter, A., Bakracevic, K. i Glodez, S. (2016). The effect of 3D-modeling training on students' spatial reasoning relative to gender and grade. *Journal of Educational Computing Research*, 54(3), 395-406.
- Singer, F. M., Sheffield, L. J., Freiman, V. i Brandl, M. (2016). *Research on and activities for mathematically gifted students*. Suiza: Springer.
- Stylianou, D., Leikin, R. i Silver, E. (1999). Exploring students' solution strategies in solving a spatial visualization problem involving nets. En O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd PME Conference* (vol. 4, pp. 241-248). Haifa, Israel: Grupo PME.
- Tartre, L. A. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 216-229.
- Thurstone, L. L. (2005). *PMA. Aptitudes mentales primarias*. Madrid: TEA.
- Torrego, J. C. (Coord.) (2011). *Alumnos con altas capacidades y aprendizaje cooperativo. Un modelo de respuesta educativa*. Madrid: Fundación SM i pryconsa.
- Van Garderen, D. (2006). Spatial visualization, visual imagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. *Journal of Learning Disabilities*, 39(6), 496-506.

- Webb, R. M., Lubinski, D. i Benbow, C. P. (2007). Spatial ability: a neglected dimension in talent searches for intellectually precocious youth. *Journal of Educational Psychology*, 99(2), 397-420.
- Wheatley, G. (1997). Reasoning with images in mathematical activity. En L. English (Ed.), *Mathematical reasoning: analogies, metaphors, and images*. (pp. 281-298). Nueva Jersey, EE.UU.: Lawrence Erlbaum.
- Yerushalmy, M. (1993). Generalization in geometry. En J. L. Schwartz, M. Yerushalmy i B. Wilson (Eds.), *The Geometric Supposer: What is it a case of?* Hillsdale, Nova Jersey: Erlbaum.
- Yin, R. K. (2009). *Case study research: design and methods*. Els Àngels: SAGE.

ANNEXOS

ANNEX 1: Activitats i materials de la 1a i 2a sessió: Desenvolupaments

En aquest annex es mostren les activitat de desenvolupaments que han realitzat els alumnes al llarg de la 1a i 2a sessió, junt amb el material que han utilitzat en cada activitat.

SESSIÓ 1

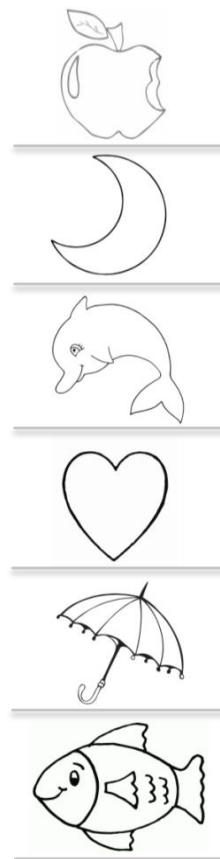
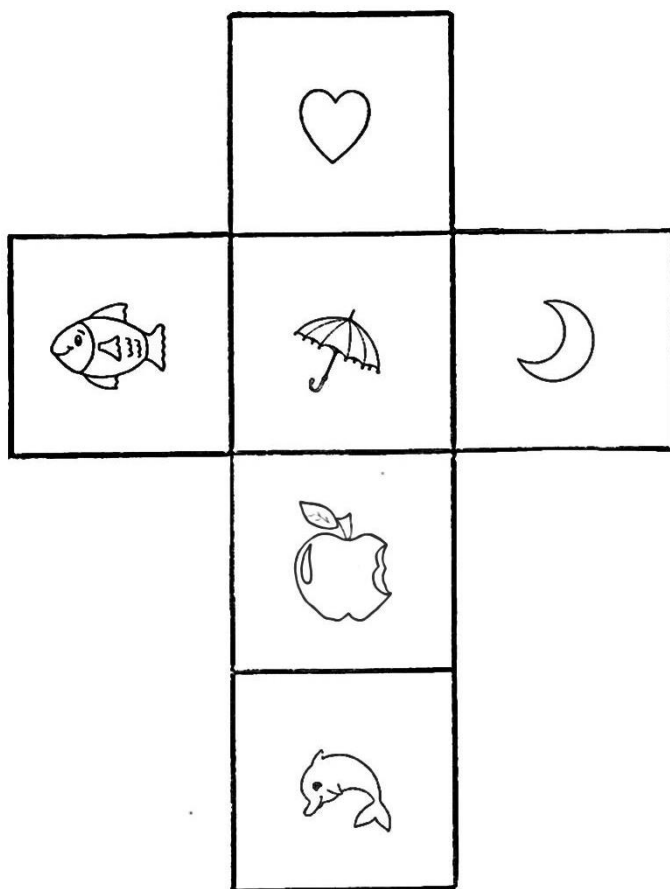
ACTIVITAT 1:

Amb els objectes de la bossa (desenvolupament del cub i el cub), heu de situar els adhesius en la cara correcta del cub físic en funció del desenvolupament que tens en la bossa. Per posar-los, fixa't en la posició de cada dibuix.

Una vegada situats els adhesius, expliqueu com heu sabut on anava l'adhesiu del dofí i del peix en el cub.

Materials emprats en la 1a activitat:

Desenvolupament físic: Adhesius:

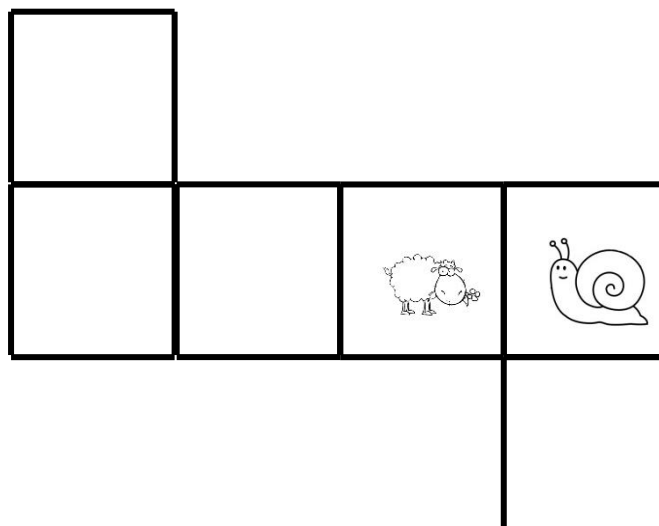


Cub físic:



ACTIVITAT 2:

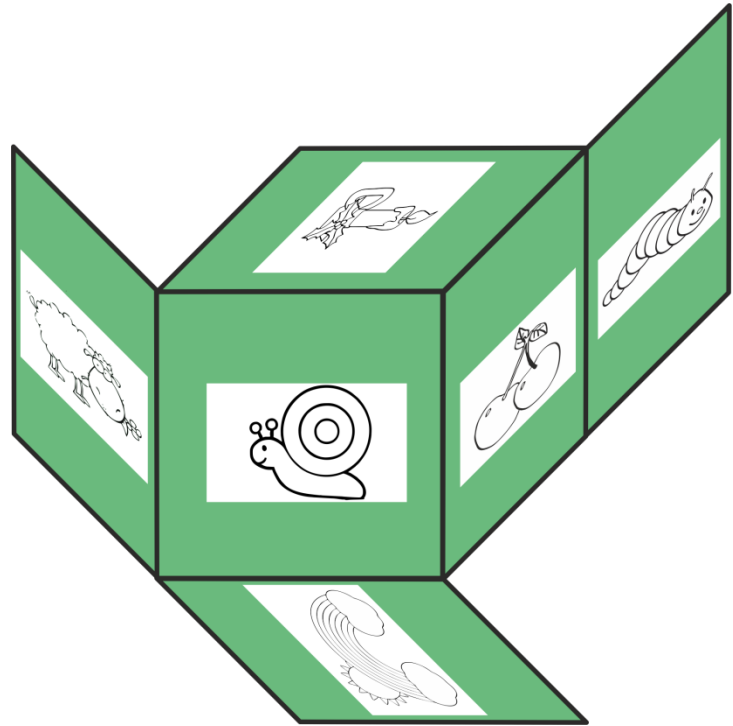
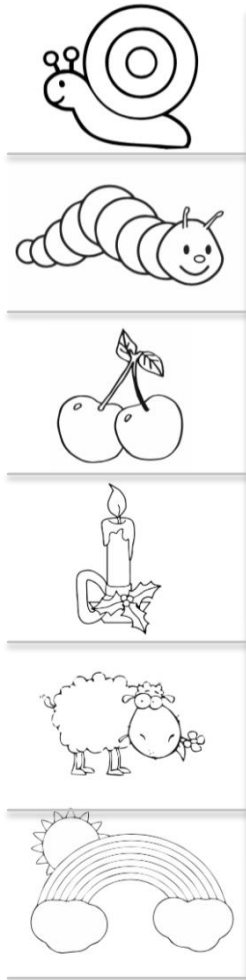
Tenint com a referència el cub físic, com pots acabar de completar el següent desenvolupament?



Una vegada omplert, discutiu amb els vostres companys com heu descobert on anava cada dibuix i en quina posició. Intenteu explicar cada pas que heu seguit i si ho considereu necessari, podeu realitzar dibuixos.

Materials emprats en la 2a activitat:

Adhesius: Cub físic:

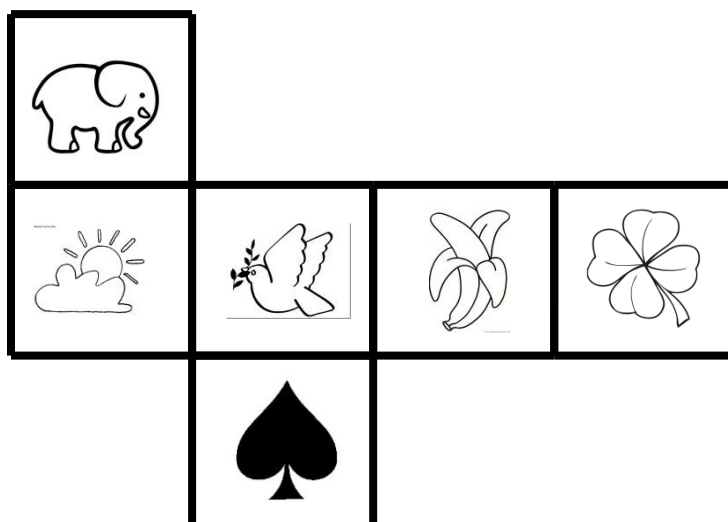


Imatge del cub físic:



ACTIVITAT 3:

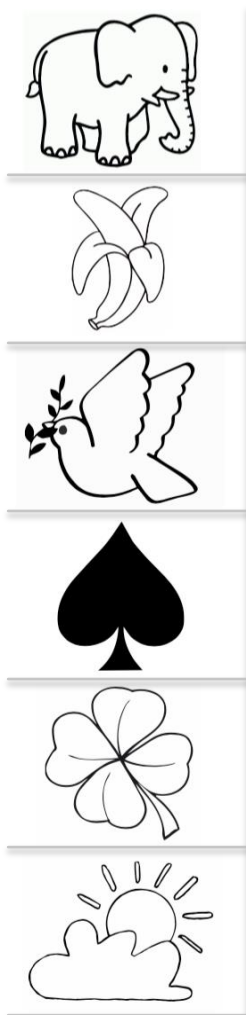
A partir del següent desenvolupament, posa els adhesius en el cub físic de la bossa. Fixa't en apegar els adhesius en la posició correcta.



Quan hageu completat el cub amb els adhesius, discutiu en grup i intenteu explicar com heu sabut on i en quina posició teníeu que situar cadascun dels adhesius.

Materials emprats en la 3a activitat:

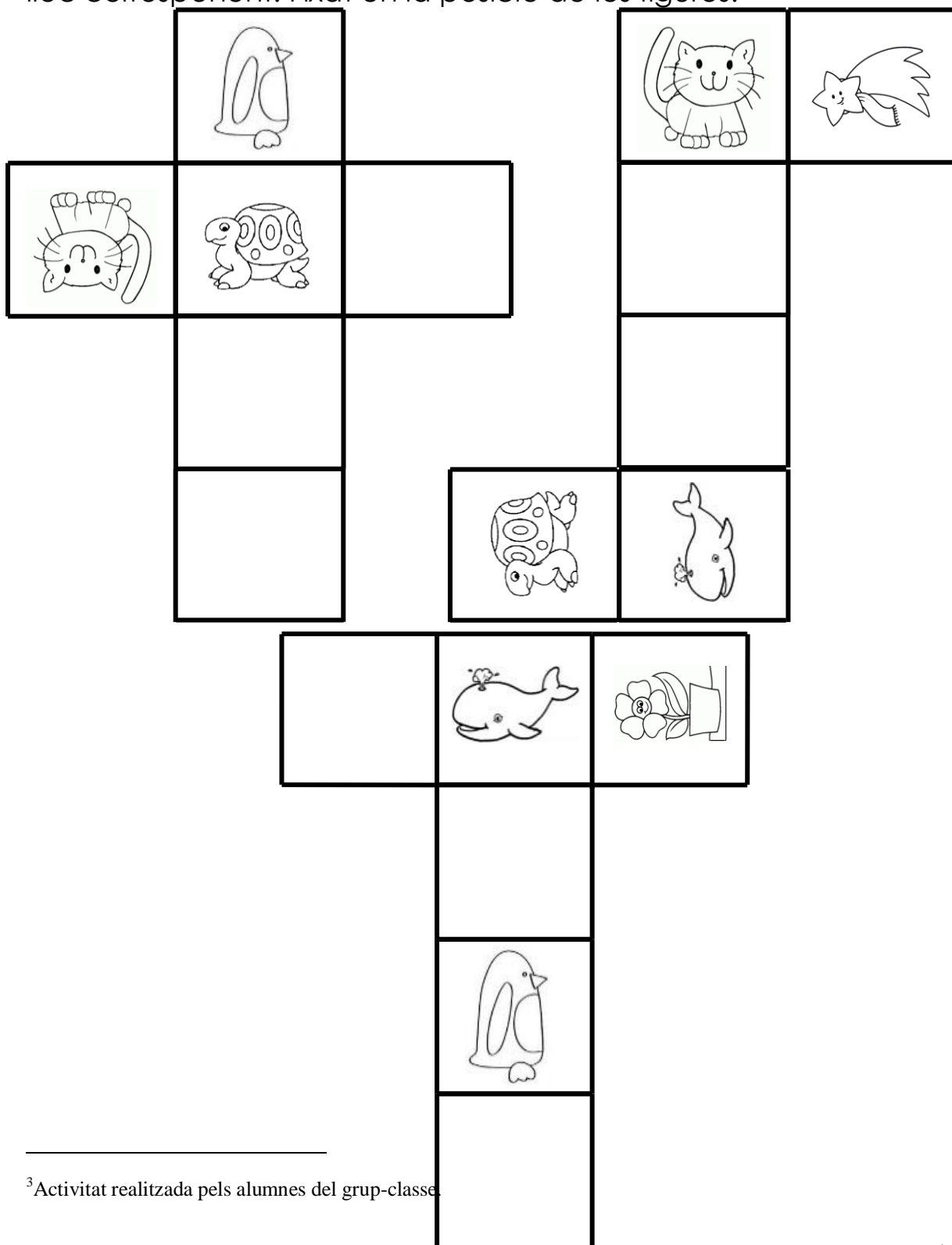
Adhesius: Cub físic:



SESSIÓ 2

ACTIVITAT 4A³

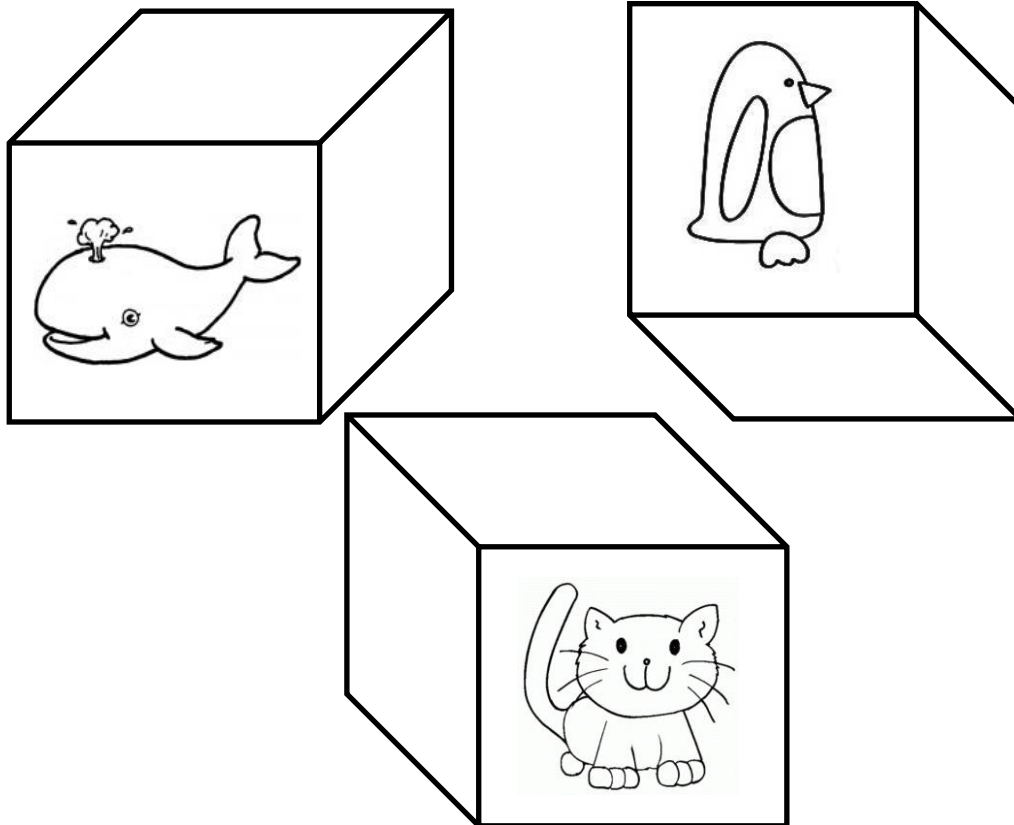
A continuació hi pots trobar tres desenvolupaments del mateix cub, però se'ls han esborrat part de les figures. Deus posar en les cares de cada desenvolupament totes les figures que falten en el lloc corresponent. Fixat en la posició de les figures.



³Activitat realitzada pels alumnes del grup-classe.

Explica quins passos has seguit per rellenar totes les cares dels desenvolupaments.

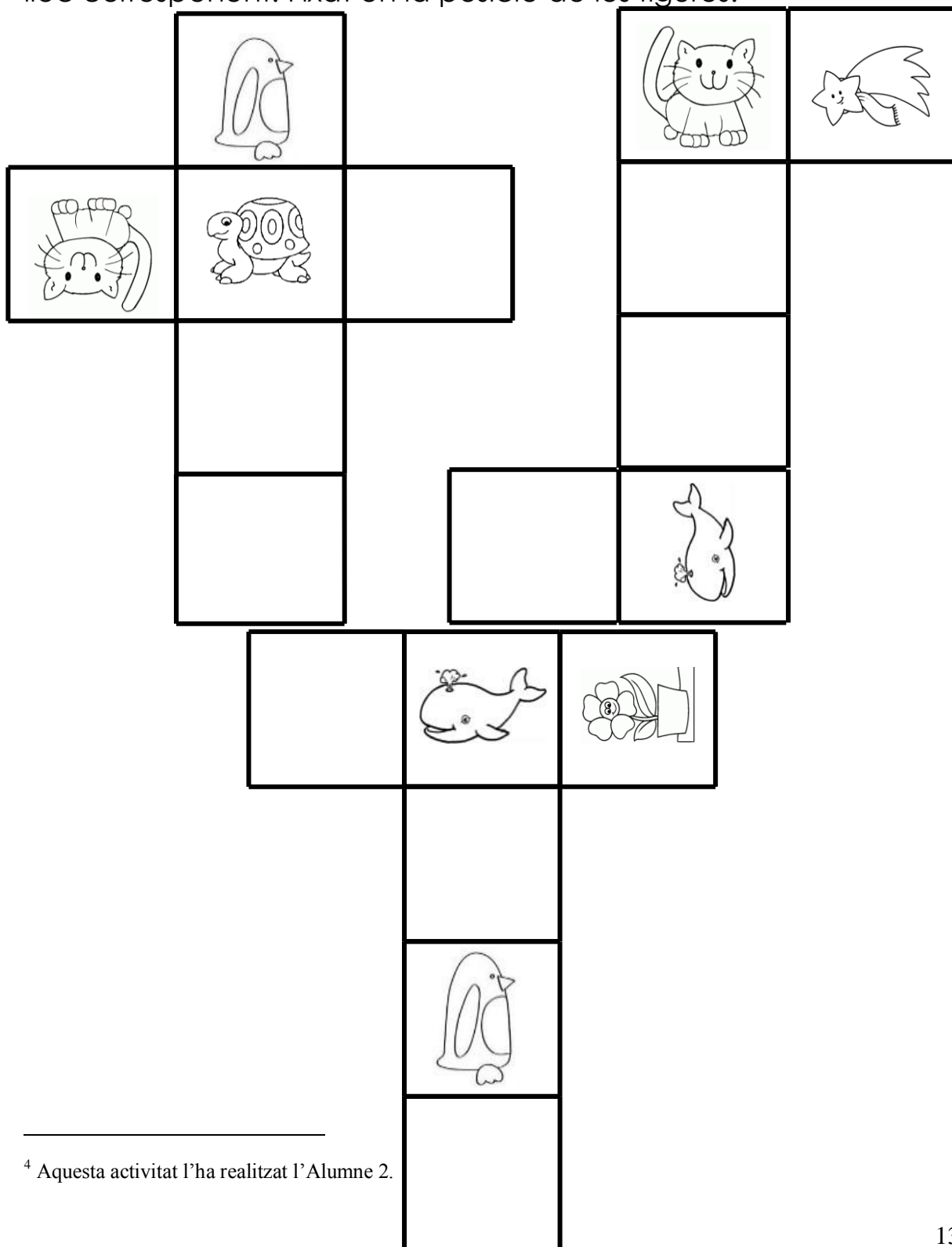
Ací tens tres fotos del mateix cub. A partir dels desenvolupaments anteriors, completa les cares buides de cada foto del cub.



Ara que ja els tens completats, explica com has sabut quines figures anaven en cada lloc i com t'has adonat que la posició era la correcta.

ACTIVITAT 4B⁴

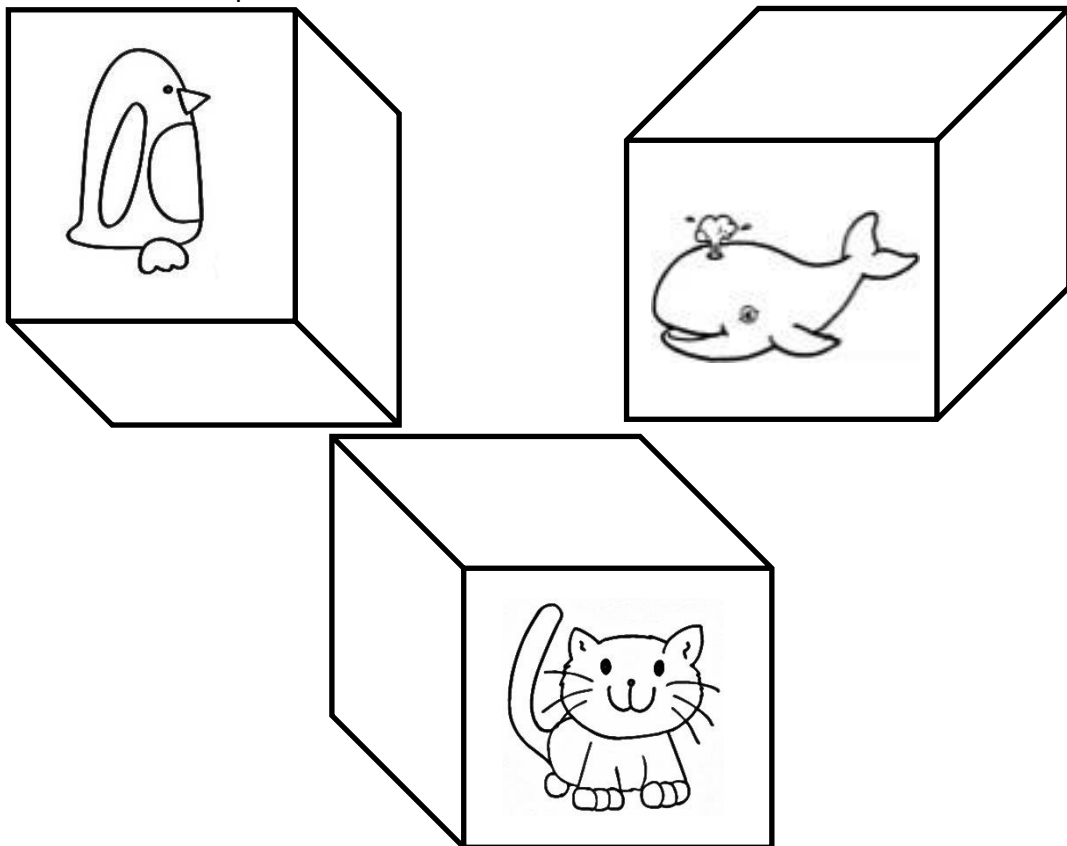
A continuació hi pots trobar tres desenvolupaments del mateix cub, però se'ls han esborrat part de les figures. Deus posar en les cares de cada desenvolupament totes les figures que falten en el lloc corresponent. Fixat en la posició de les figures.



⁴ Aquesta activitat l'ha realitzat l'Alumne 2.

Explica quins passos has seguit per rellenar totes les cares dels desenvolupaments.

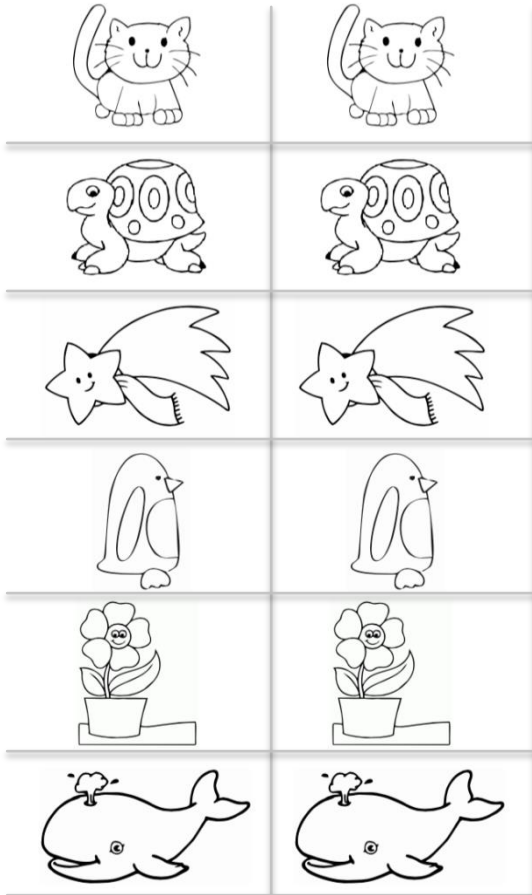
Ací tens tres fotos del mateix cub. A partir dels desenvolupaments anteriors, completa les cares buides de cada foto del cub.



Ara que ja els tens completats, explica com has sabut quines figures anaven en cada lloc i com t'has adonat que la posició era la correcta.

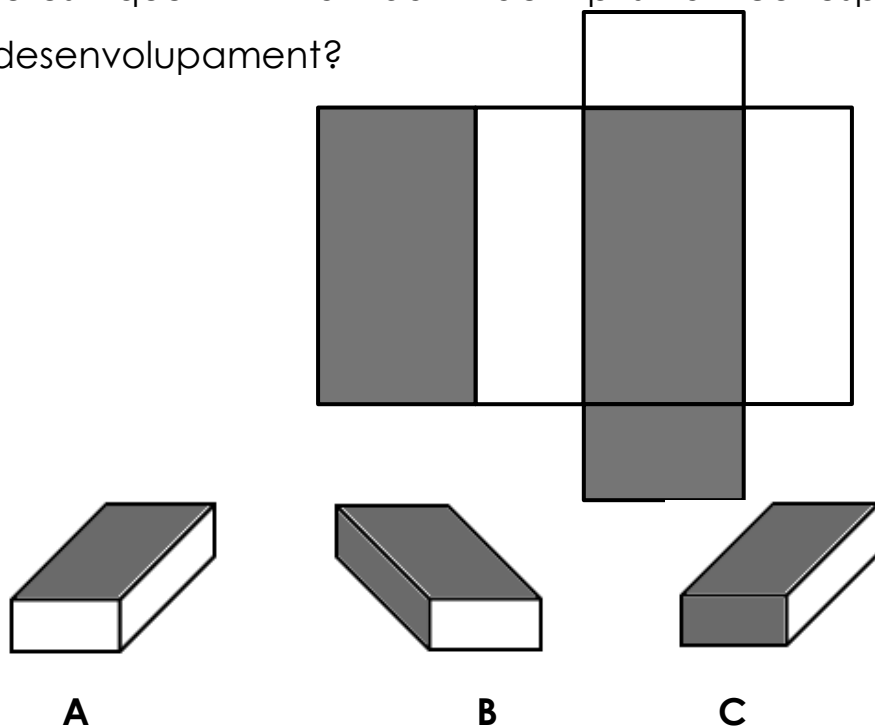
Materials emprats en la 4a Activitat:

Adhesius:



ACTIVITAT 5A⁵

En aquesta activitat podem observar el desenvolupament d'un prisma amb unes cares acolorides. Podries indicar quines de les 4 fotos que hi ha baix del prisma corresponen a aquest desenvolupament?



La foto A SI NO correspon al desenvolupament perquè

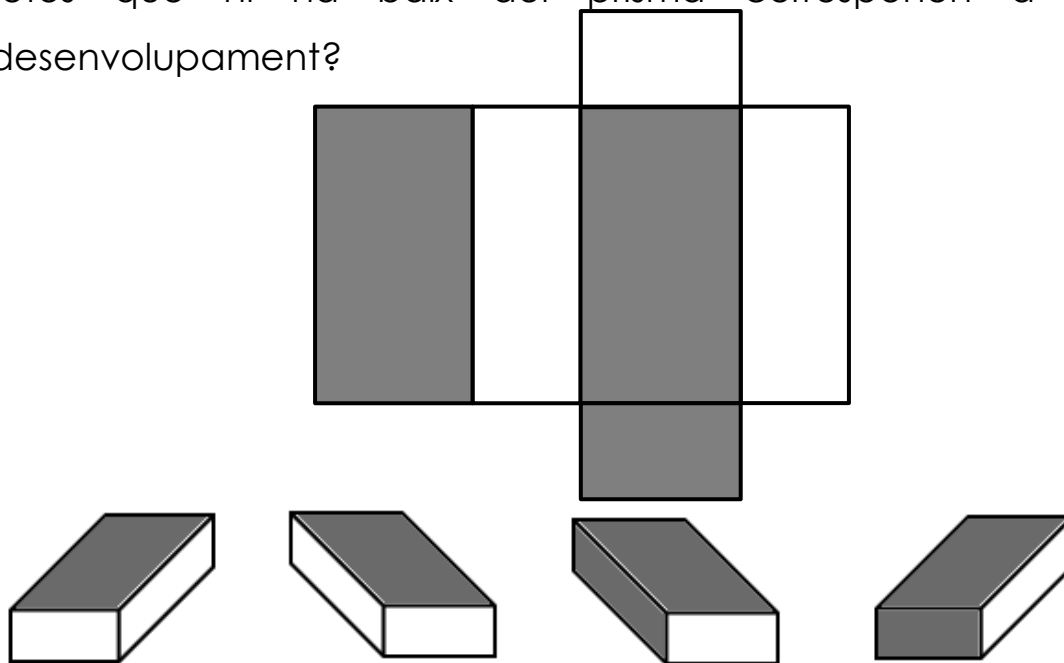
La foto B SI NO correspon al desenvolupament perquè

La foto C SI NO correspon al desenvolupament perquè

⁵ Aquesta activitat l'usen tots els alumnes del grup-classe.

ACTIVITAT 5B⁶

En aquesta activitat podem observar el desenvolupament d'un prisma amb unes cares acolorides. Podries indicar quines de les 4 fotos que hi ha baix del prisma corresponen a aquest desenvolupament?

**A****B****C****D**

La foto A SI NO correspon al desenvolupament perquè

La foto B SI NO correspon al desenvolupament perquè

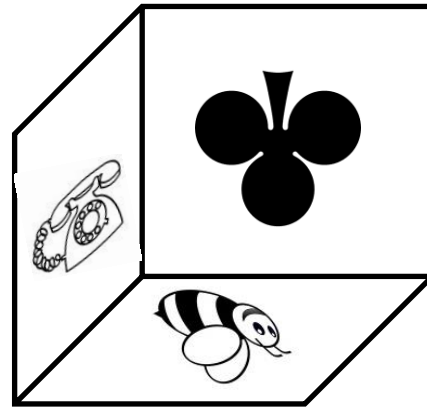
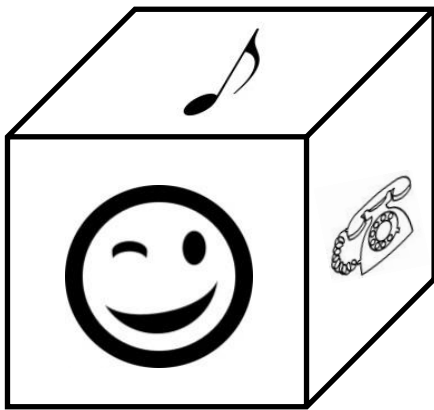
La foto C SI NO correspon al desenvolupament perquè

La foto D SI NO correspon al desenvolupament perquè

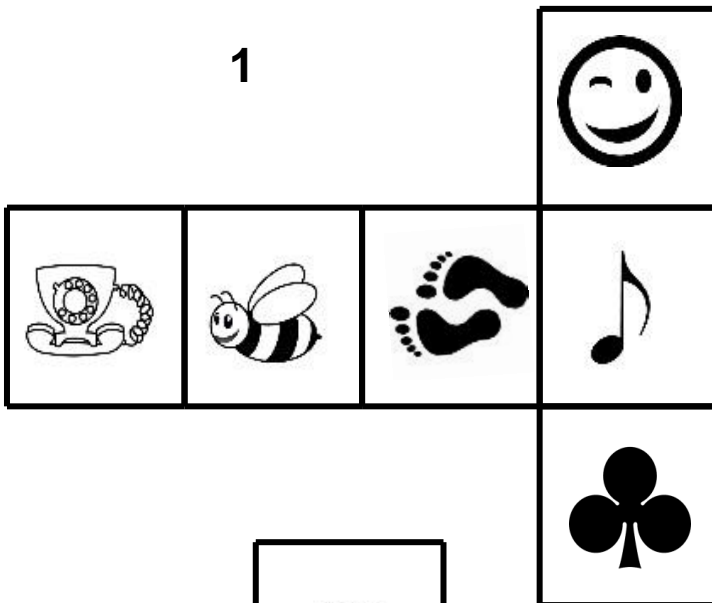
⁶ Aquesta activitat l'ha realitzat, exclusivament, l'Alumne 2.

ACTIVITAT 6

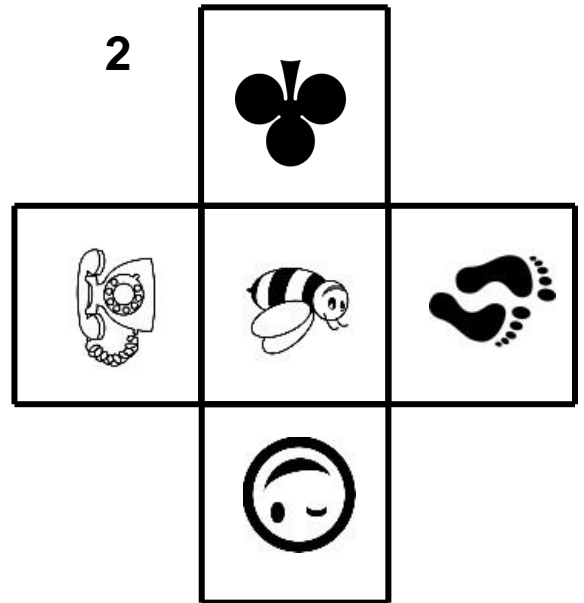
A continuació tens dos fotos del mateix cub. Indica quin dels següents desenvolupaments pertany al cub.



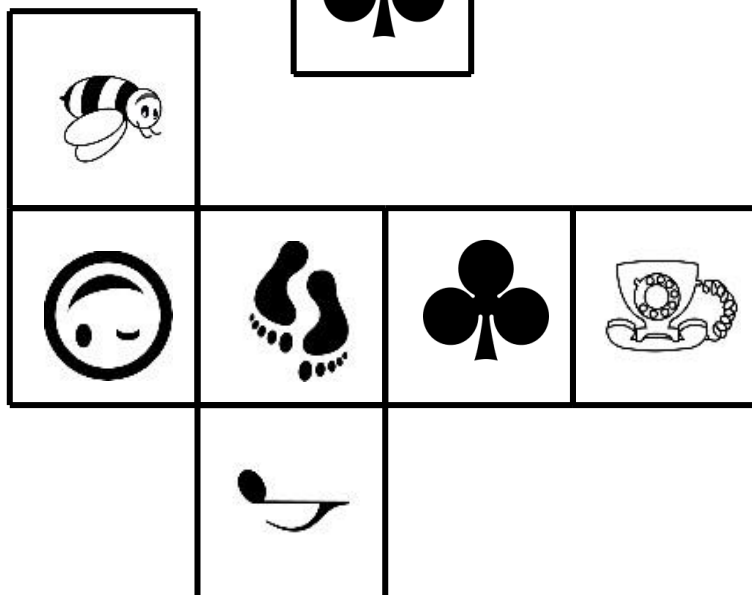
1



2



3



Encercla el desenvolupament anterior que és correcte i indica com ho has sabut:

I al mateix temps, indica perquè la resta de desenvolupaments són incorrectes:

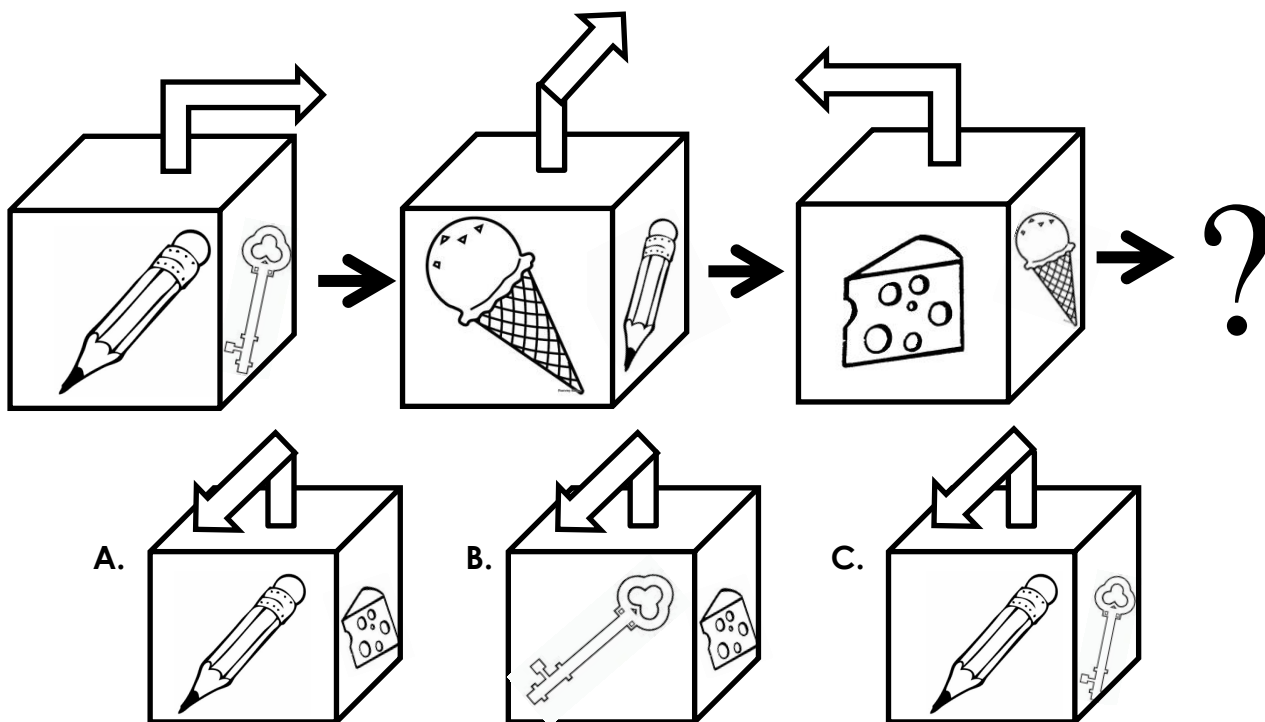
ANNEX 2: Activitats de la 3a sessió:

Rotacions

En aquest annex es mostren les activitat que han realitzat els alumnes al llarg de la 3a sessió.
Al llarg de la memòria ens referirem a aquestes com l'activitat 7, 8, 9 i 10.

ACTIVITAT 7⁷

Segueix la sèrie, quin cub serà el resultat del següent gir? Elegeix entre les tres opcions.



La foto A SI NO és el resultat dels girs perquè

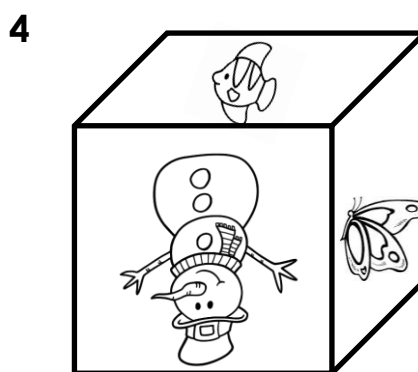
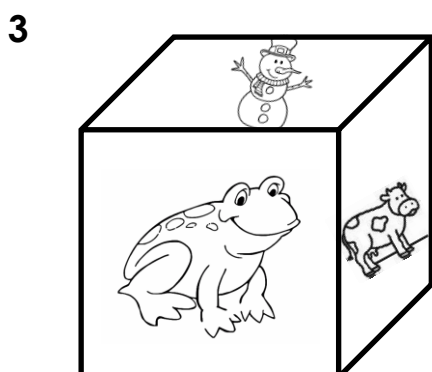
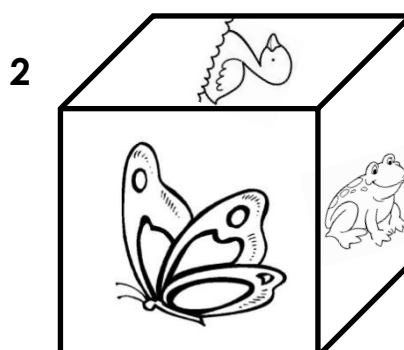
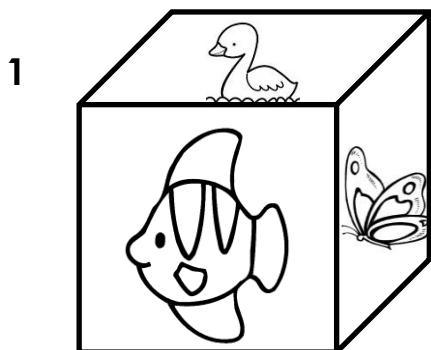
La foto B SI NO és el resultat dels girs perquè

La foto C SI NO és el resultat dels girs perquè

⁷ Aquesta activitat ha sigut presentada als alumnes com Activitat 1.

ACTIVITAT 9⁹:

He fet diverses fotografies de cubs, però s'han mesclat. Ajuda'm a trobar les fotos que són del mateix cub unint amb línies els seus números.



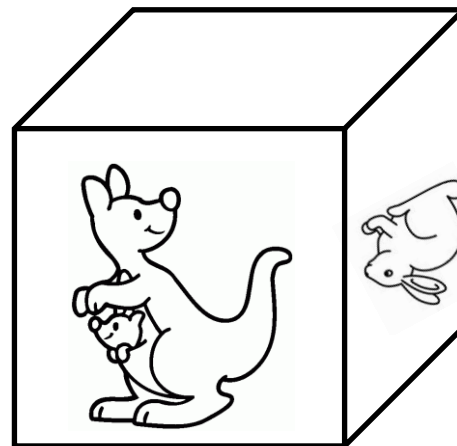
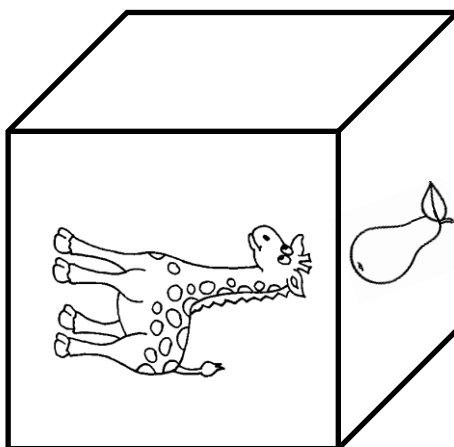
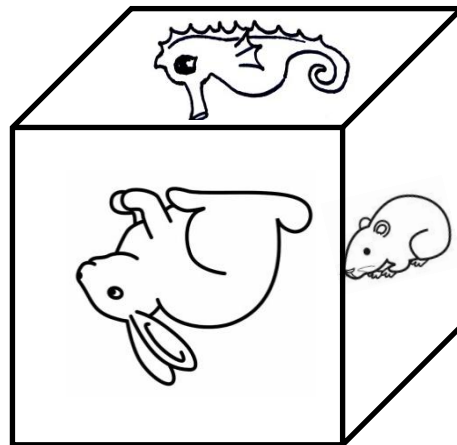
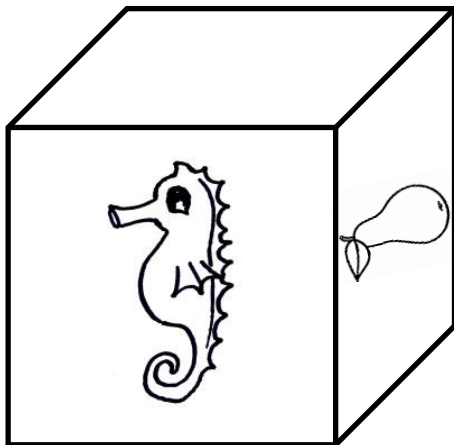
Explica perquè creus que les fotografies que has marcat són del mateix cub.

Ara, explica com has sabut que les altres fotografies no són del mateix cub.

⁹ Aquesta activitat ha sigut presentada als alumnes com Activitat 3.

ACTIVITAT 10¹⁰:

A continuació podem veure diferents fotos del mateix cub, però se'ls han esborrat algunes cares. Intenta completar-les.



Quan hages completat totes les vistes, explica en què t'has fixat per completar cadascuna d'elles.

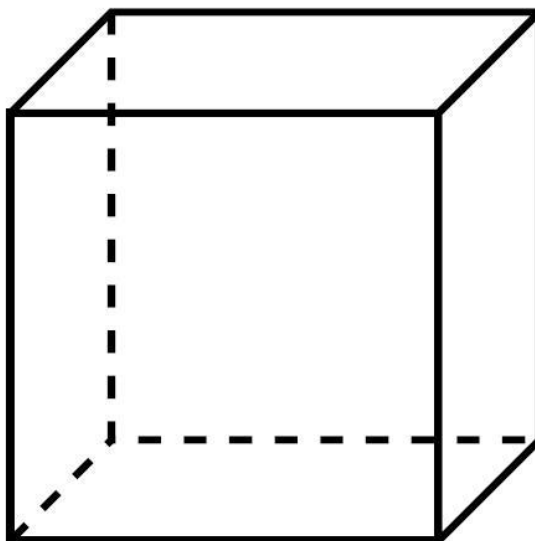
¹⁰ Aquesta activitat ha sigut presentada als alumnes com Activitat 4.

ANNEX 3: Activitats i materials de la 4a sessió: Seccions

En aquest annex es mostren les activitat i els materials que s'han usat al llarg de la 4a sessió. Al llarg de la memòria ens referirem a aquestes com l'activitat 11, 12 i 13.

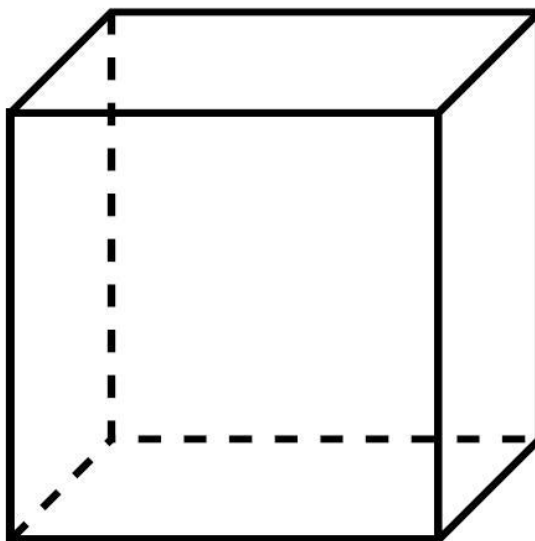
ACTIVITAT 11¹¹:

A continuació, amb els cubs construïts que tenim tallats, has d'indicar quina forma té la secció de cada cub.

PRIMER CUB:**FORMA DE LA SECCIÓ:**

¹¹ Aquesta activitat ha sigut presentada als alumnes com Activitat 1.

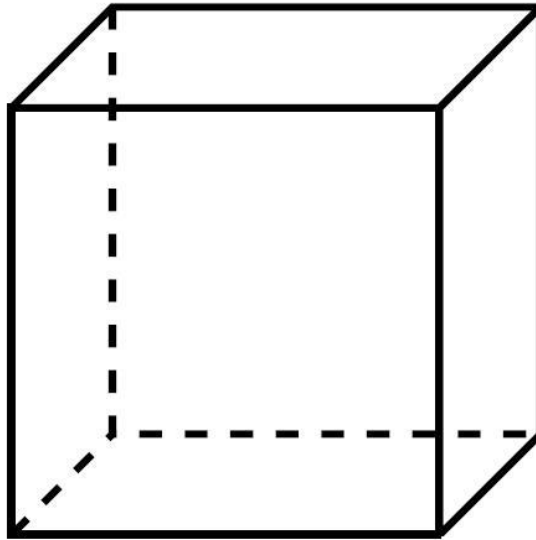
SEGON CUB:



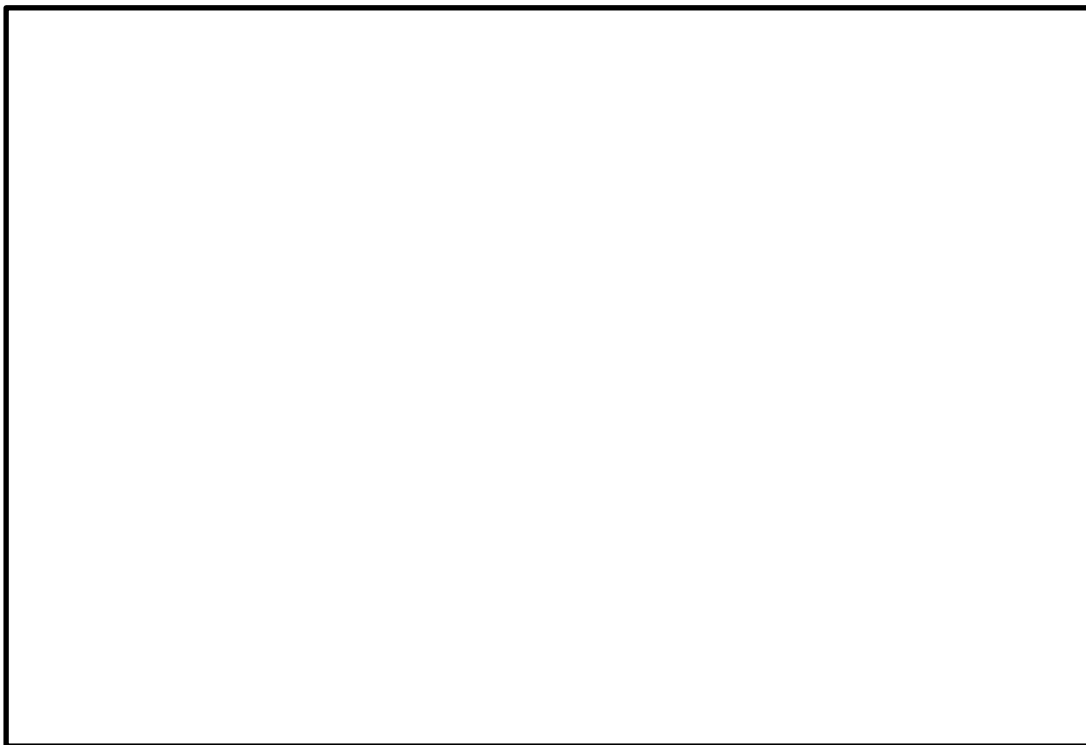
FORMA DE LA SECCIÓ:



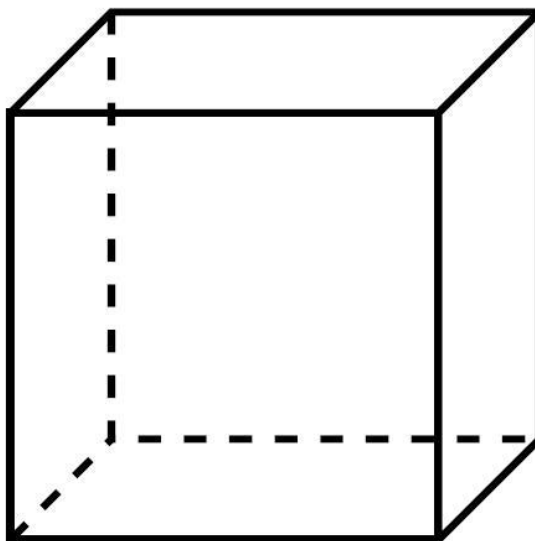
TERCER CUB:



FORMA DE LA SECCIÓ:



QUART CUB:

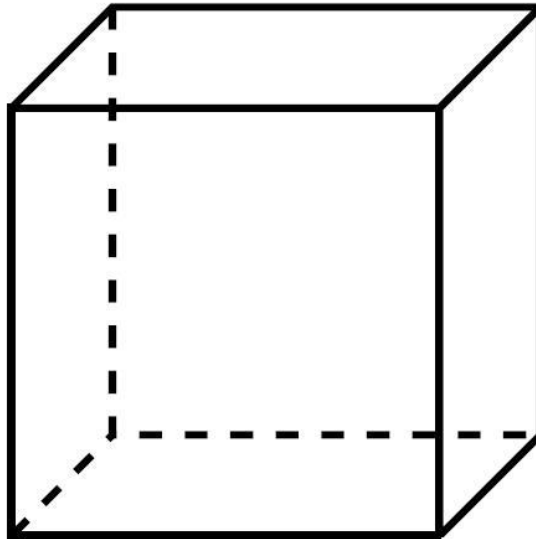


FORMA DE LA SECCIÓ:

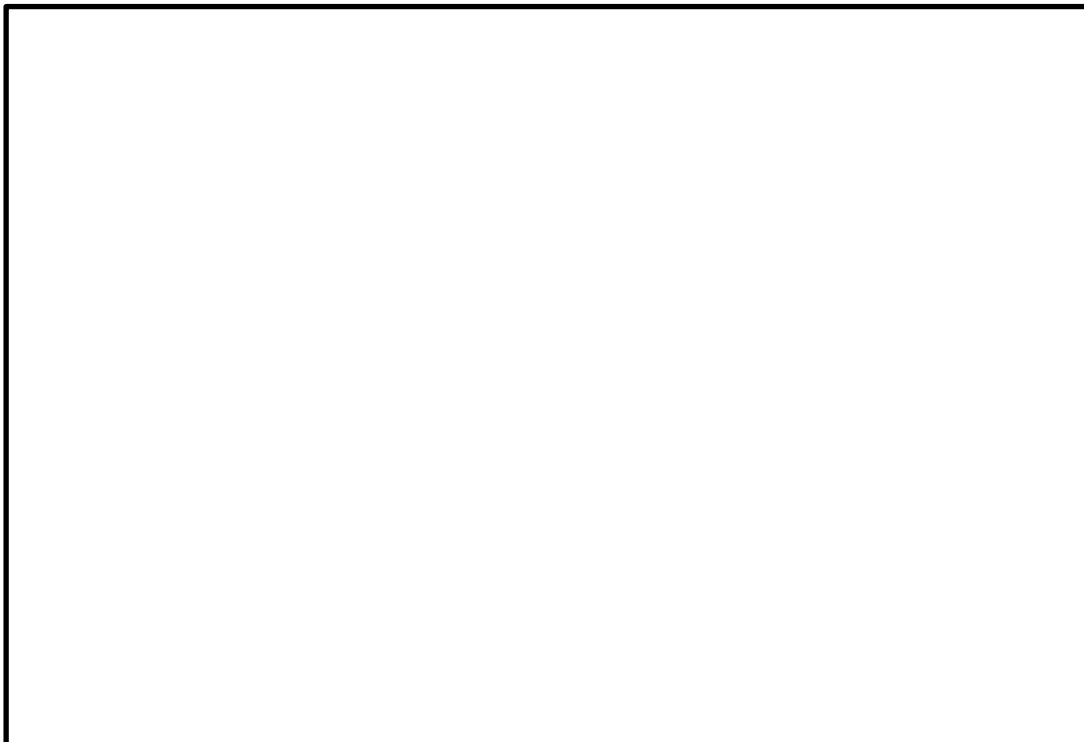


Després, agafa els cubs de suro blanc i observa que tenen un tall marcat. Una vegada descobrisques quina forma pot tindre la secció, dibuixa-la baix.

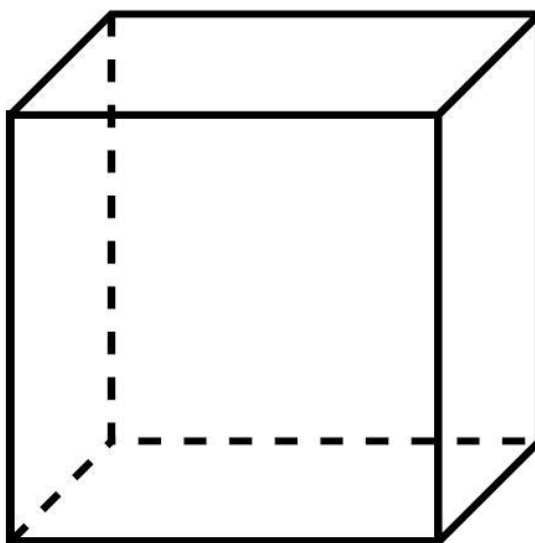
PRIMER CUB:



FORMA DE LA SECCIÓ:



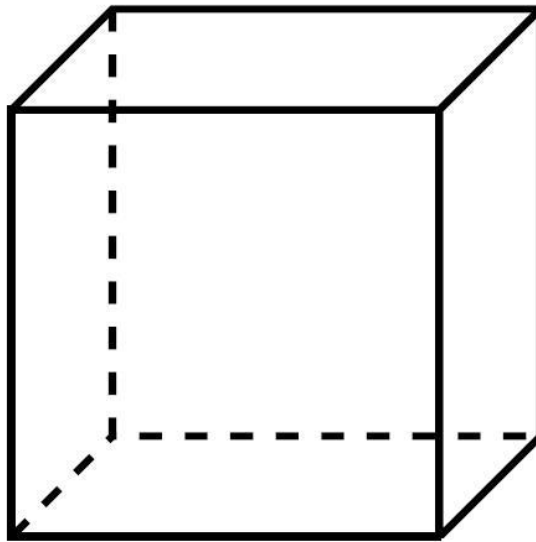
SEGON CUB:



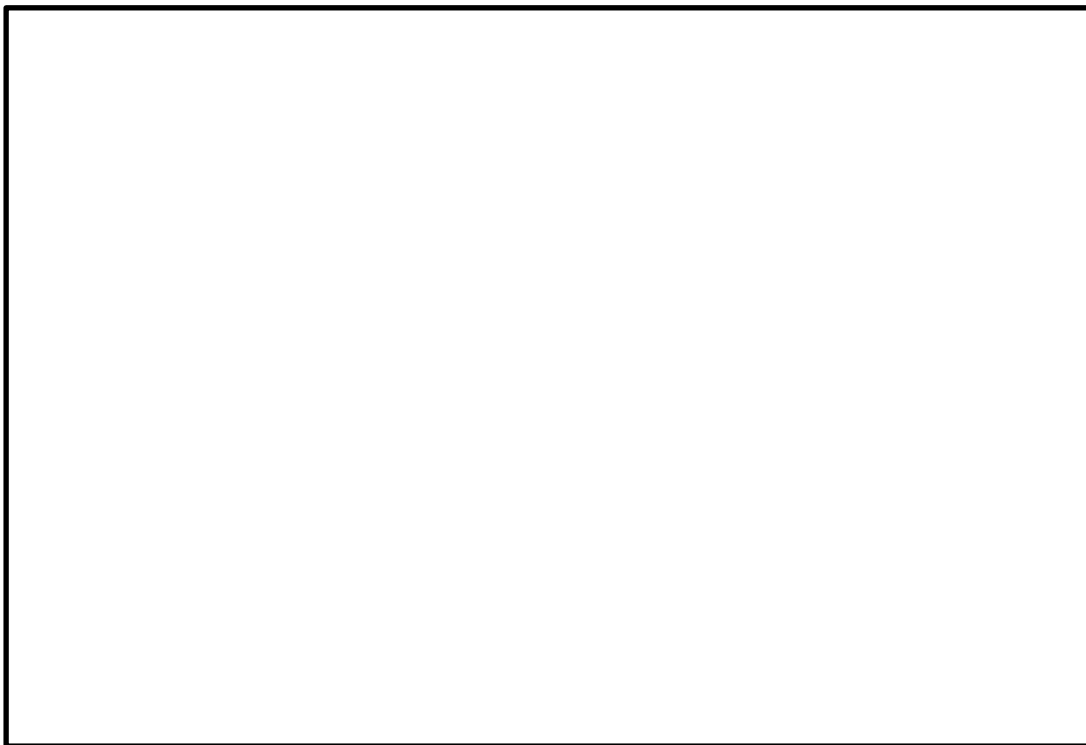
FORMA DE LA SECCIÓ:



TERCER CUB:








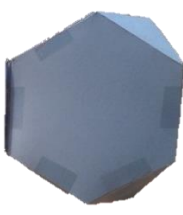


FORMA DE LA SECCIÓ:









Materials emprats en la 1a activitat¹²:

1ª PART DE L'ACTIVITAT

	1	2	3	4
Cub físic				
Forma de la secció				

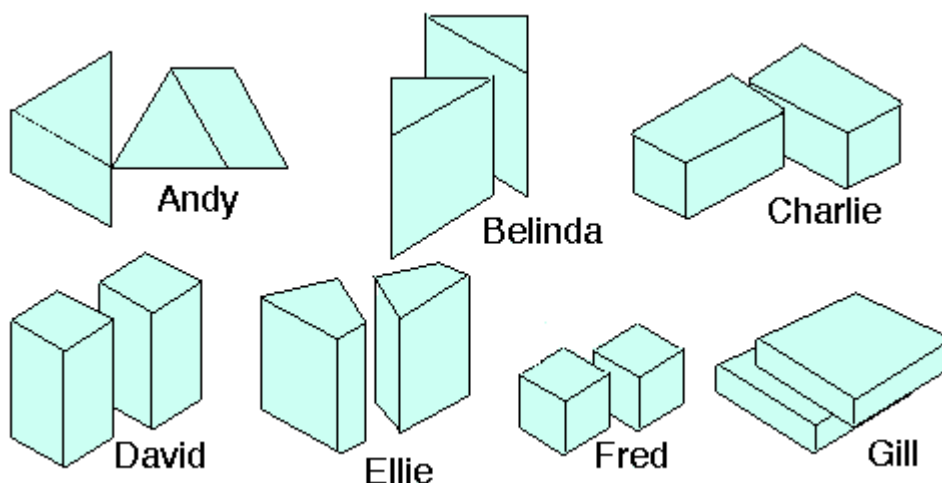
2ª PART DE L'ACTIVITAT

	5	6	7
Cub físic			
Forma de la secció			

¹² Esta activitat ha sigut nombrada com l'activitat 11 al llarg del treball.

ACTIVITAT 12¹³:

En una classe de 6é de Primària estaven treballant les seccions i la mestra els va dir que tenien que tallar un cub en 4 peces iguals. Quan van acabar, van posar cadascun d'ells 2 de les peces tallades i el seu nom.

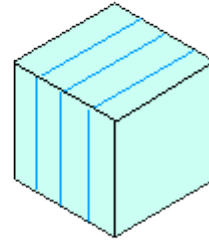
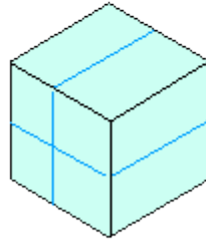
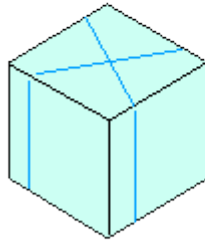
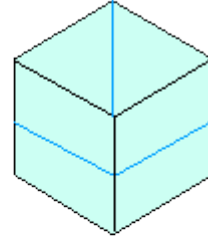
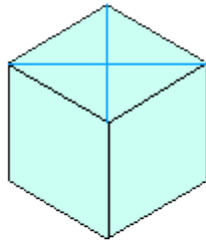
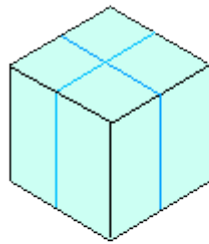


Però, algú no ha tallat el cub en 4 peces. Descobreix qui és i en quantes parts ha tallat el cub.

Després, Fred li va dir a la professora que dos alumnes havien fet les mateixes peces. Escribeu quines són i explica com ho has sabut.

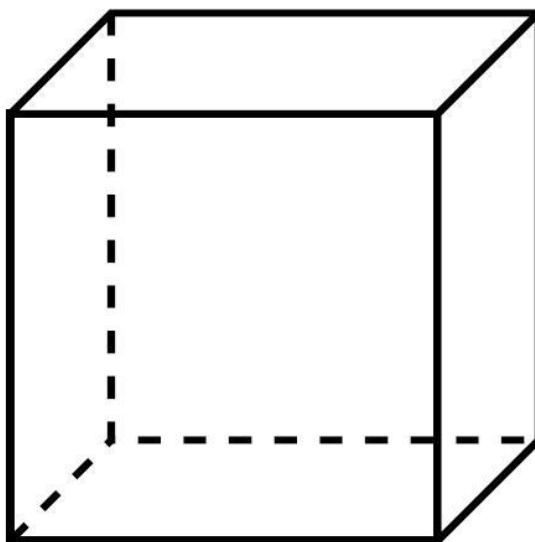
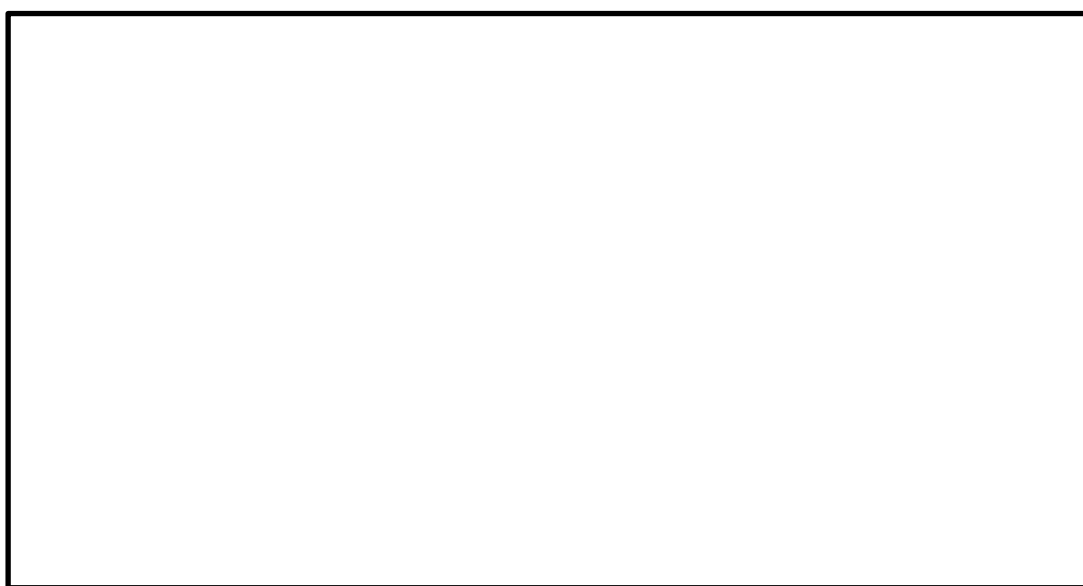
¹³ Aquesta activitat ha sigut presentada als alumnes com Activitat 2.

A continuació, pots veure els cubs amb els talls que ha realitzat cada alumne, menys Fred. Saps a qui pertany cada cub? Escriu el nom en cadascun d'ells.



ACTIVITAT 13¹⁴:

Una vegada obert el Geogebra, quin tall creus que hem de realitzar per aconseguir un quadrat? Indica dues formes diferents de tallar el cub per aconseguir-ho.

TALL REALIZAT:**FIGURA DE LA SECCIÓ:**

¹⁴ Aquesta activitat ha sigut presentada als alumnes com Activitat 3.

TALL REALIZAT:

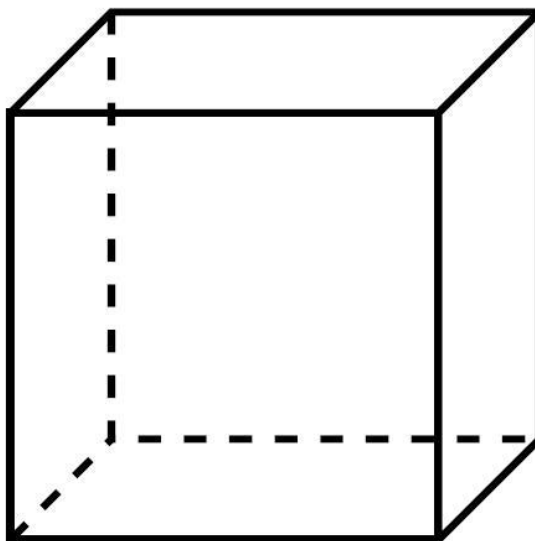


FIGURA DE LA SECCIÓ:



TALL REALIZAT:

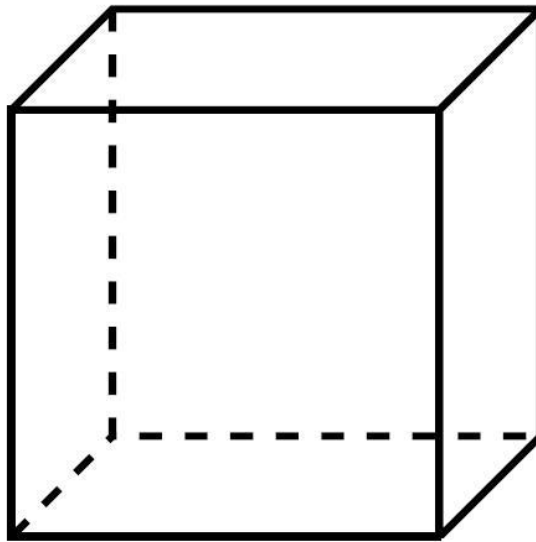
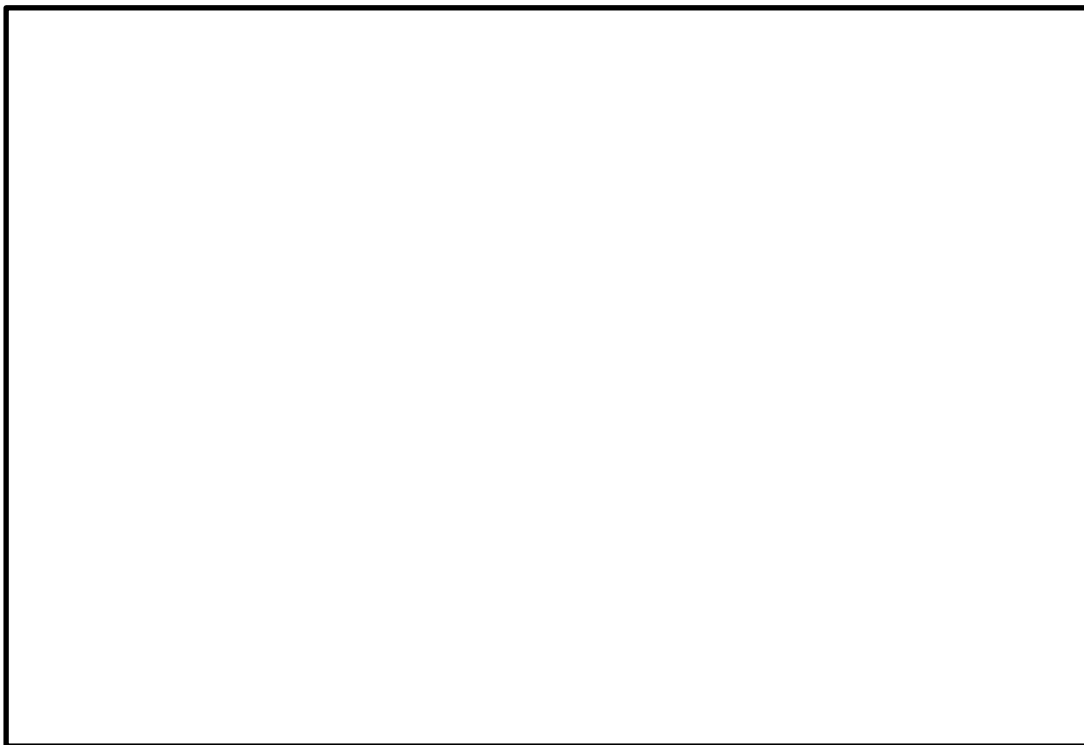


FIGURA DE LA SECCIÓ:



Quin tall creus que hem de realitzar per aconseguir un rectangle?
Indica dues formes diferents de tallar el cub per aconseguir-ho.

TALL REALIZAT:

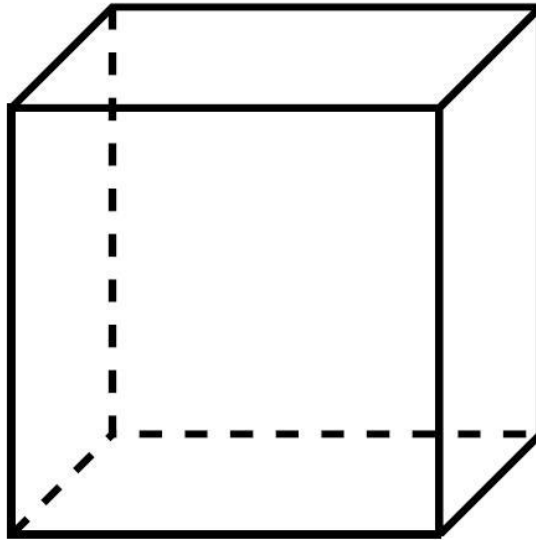
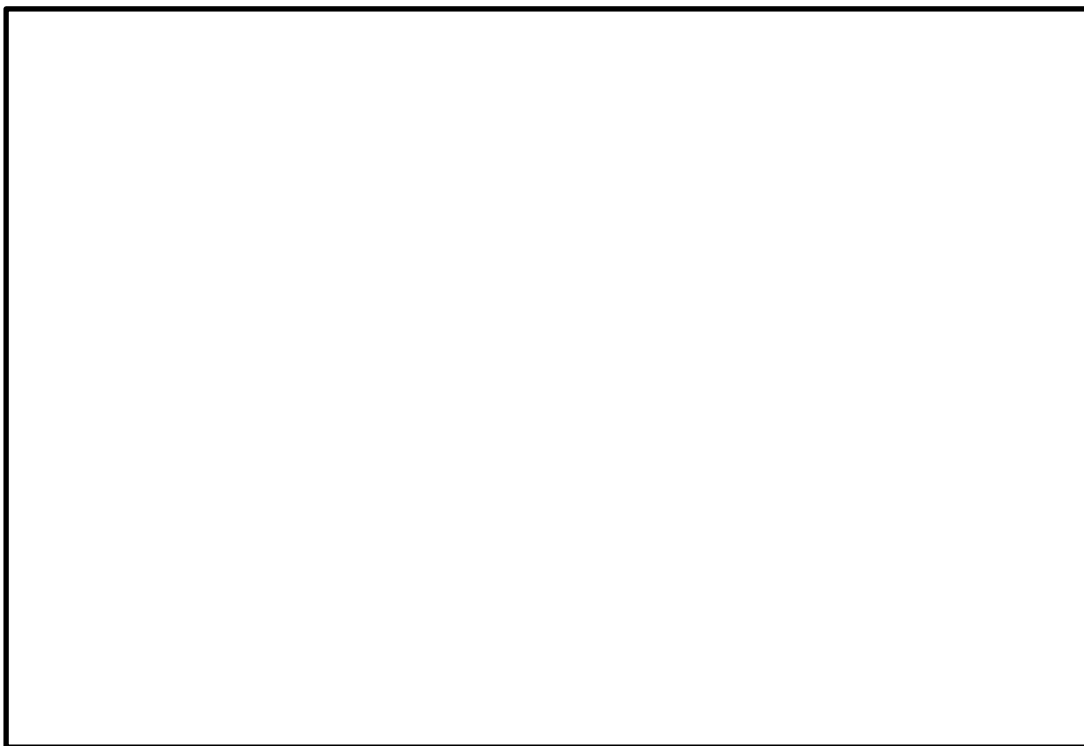


FIGURA DE LA SECCIÓ:



TALL REALIZAT:

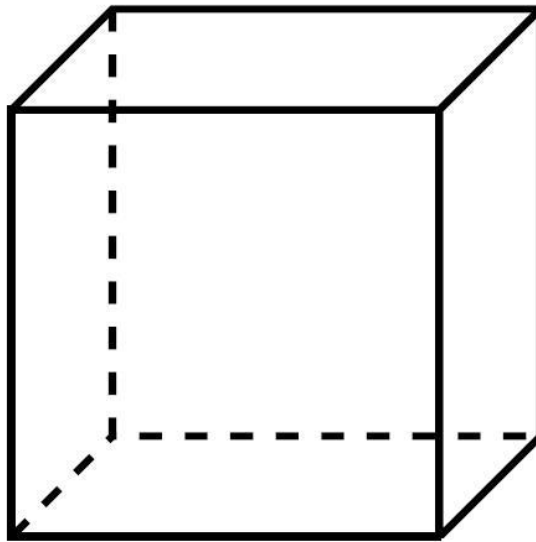
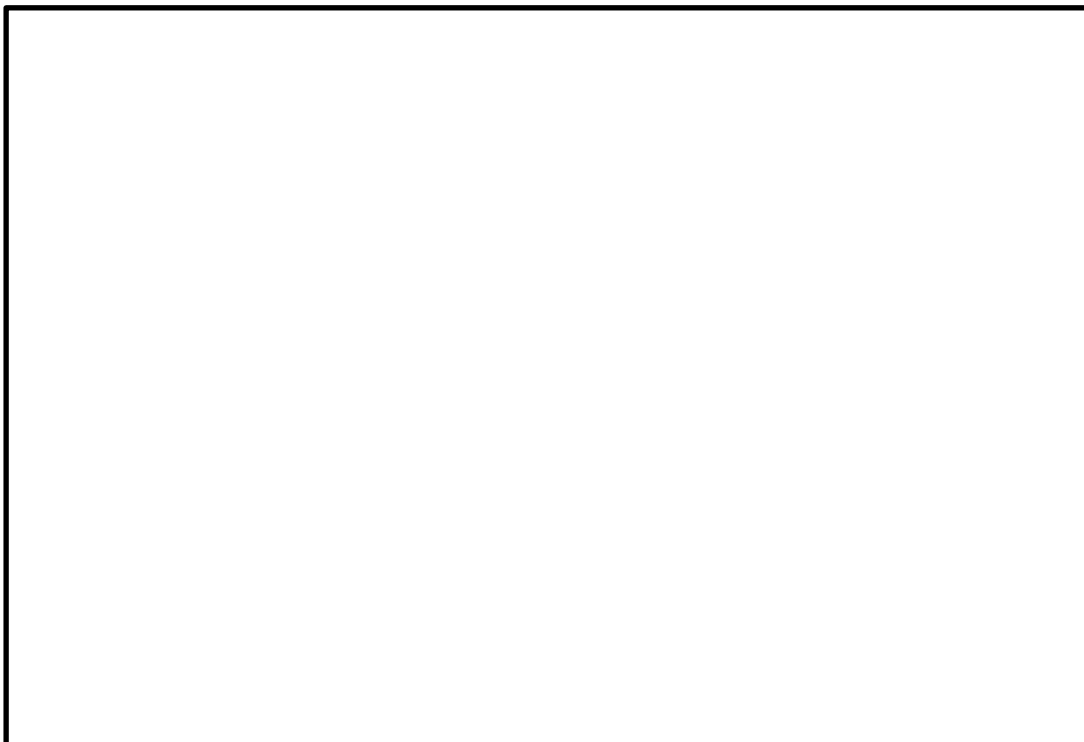


FIGURA DE LA SECCIÓ:



TALL REALIZAT:

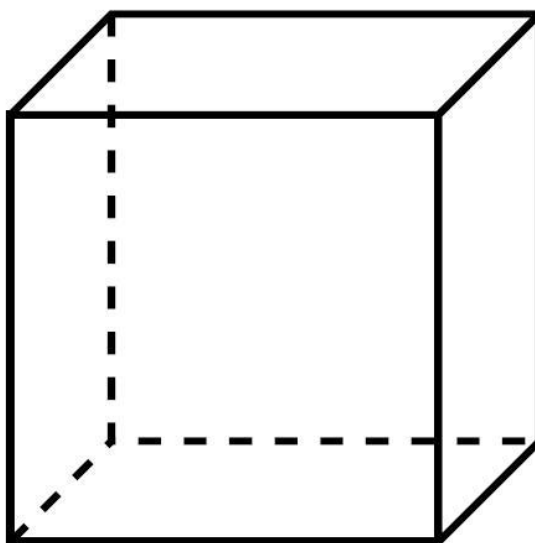


FIGURA DE LA SECCIÓ:



Quin tall creus que hem de realitzar per aconseguir un pentàgon?
Indica dues formes diferents de tallar el cub per aconseguir-ho.

TALL REALIZAT:

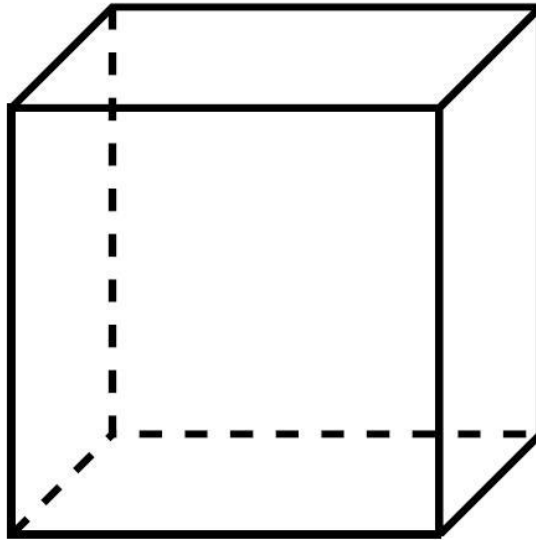


FIGURA DE LA SECCIÓ:



TALL REALIZAT:

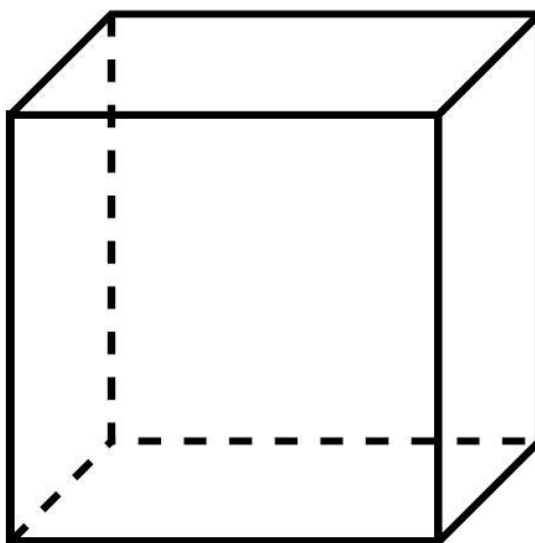


FIGURA DE LA SECCIÓ:



TALL REALIZAT:

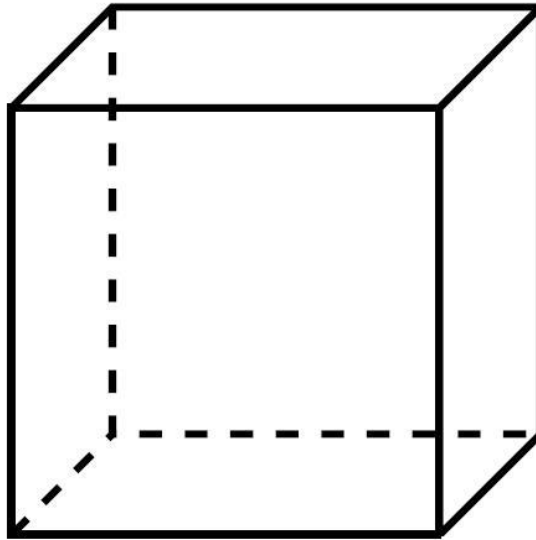
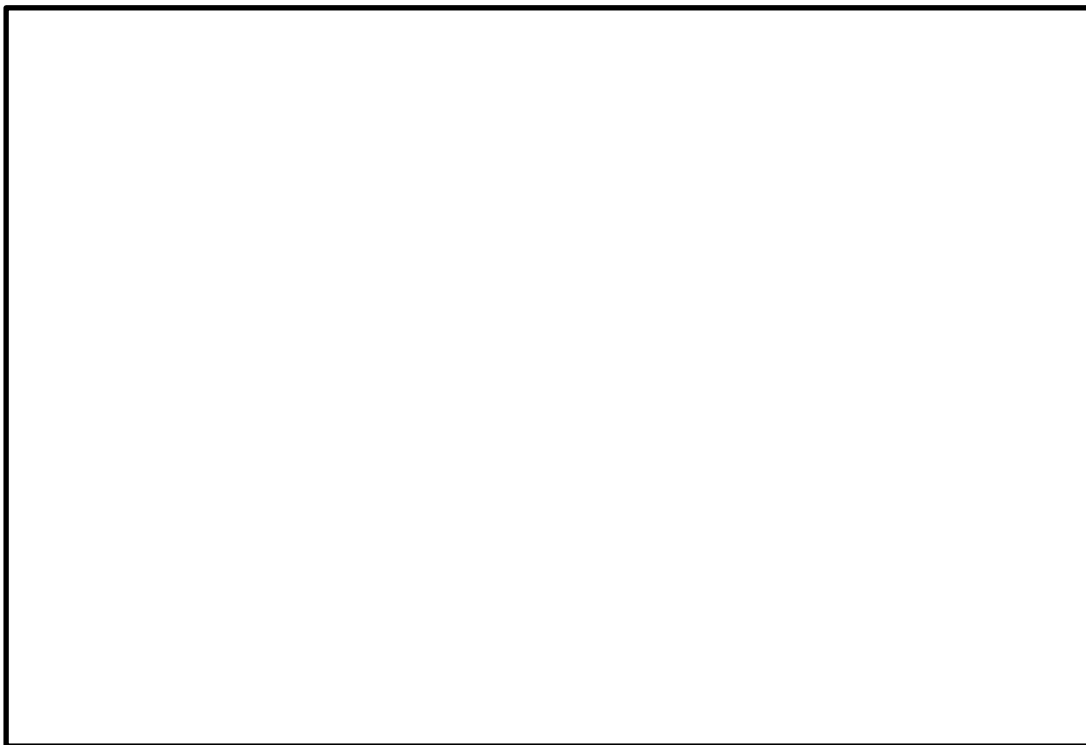
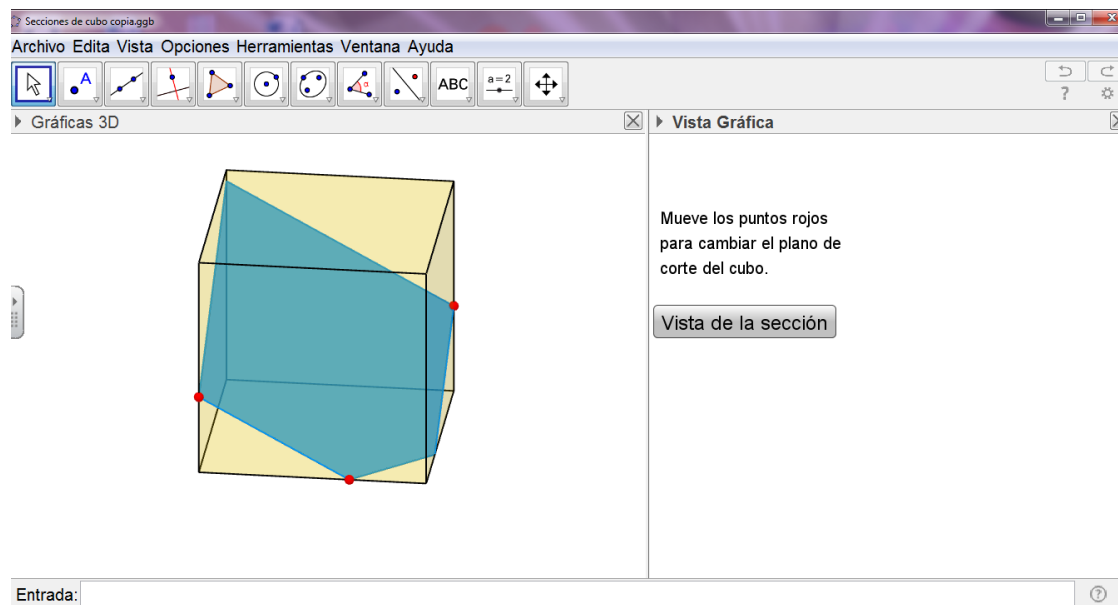


FIGURA DE LA SECCIÓ:



Material emprat en la 3a activitat:

Programa de Geogebra:



ANNEX 4: Criteris d'anàlisi de les Habilitats de visualització en cadascuna de les activitats dissenyades.

En aquest annex es presenten els criteris d'anàlisi de les habilitats de visualització en cadascuna de les activitats que hem dissenyat en aquest experiment d'ensenyament. A banda dels criteris, també presentem un recull d'exemples en els que es manifesten aquests criteris i l'explicació d'aquesta elecció.

SESSIÓ 1

RECONeixEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI			
	Críteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
ACTIVITAT 1	<p>Quan a l'hora de situar les figures, es fixen en les transformacions que sofreixen cada figura per col·locar-les en el cub correctament.</p> <p>En aquest sentit, solen ubicar l'objecte en un sistema de coordinació, ubicant a la dreta, a l'esquerra..., ja que és l'habilitat per relacionar la posició d'un objecte amb un mateix (observador)</p>	<p>Alumne 10: [Resposta a l'activitat]</p> <p><i>Jo m'he fixat en l'aresta del dofi cap a la poma. Ja he determinat que el paraigües era l'inici i que des de l'aresta del dofi ja ho tenia tot clar.</i></p> <p>Alumne 4 [Conversació grupal en el que intenten posar les pegatines correctament en el cub]</p> <p>A4: <i>A ver, tu, el pez lo tienes ahí, ¿no?</i></p> <p>A12: <i>Depende de cómo lo mires.</i></p> <p>A4: <i>Y ¿dónde tienes el delfín?</i></p> <p>A12: <i>Yo tenía esto así, pero puedes girarlo y por tanto, está bien.</i></p> <p>A4: <i>Pon el pez ahí y ¿dónde está el delfín? Ah, igual que yo. A ver, ahora ahí está el corazón. Ahí está el paraguas, la manzana y la luna. Lo tenemos igual.</i></p>	<p>En l'exemple de l'Alumne 10 es pot observar que busca un punt de referència per situar les figures del desenvolupament al cub, en aquest cas, l'alumne es fixa en l'aresta del dofi.</p> <p>Mentre que l'alumna 4 sembla que al comparar amb la seua companya, tinguen en compte la posició i l'orientació de les figures, però, després de comparar el resultat de les activitats de ambdós alumnes, cal destacar que no tenen les figures iguals perquè l'Alumne 12 té</p>

RECONeixEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
ACTIVITAT 2	o amb un altre objecte, que actua com a punt de referència.		posades les figures correctament, mentre que l'Alumne 4 té totes les figures incorrectes, en quant a la seua orientació.
		<p>Alumne 2 [Entrevista] <i>He vist que ací hi ha, mira [ensenyant la fulla de l'activitat on està el desenvolupament] una fila que està el caragol i l'ovella [assenyalant-ho en el desenvolupament]. Entonces he buscat en el cub una fila recta quan s'obri i que fora recta i que estigueren el caragol i l'ovella junts i l'ovella a l'esquerra del caragol, entonces el caragol, l'ovella i després, estan el cuc i les cireres. Pense que ací [assenyalant el desenvolupament del paper] va el cuc i les cireres.</i></p> <p>Alumne 8 [Conversació en classe amb mi]</p> <p>M: <i>Com ho heu fet?</i></p> <p>A8: <i>He girat el cub i estava ací [referint-se a l'ovella]. He tornat a girar i estava el cuc, aleshores he tornat a girar i estaven les cireres. Aleshores, com he tornat a girar i estava açò [referint-se a què havia tornat al caragol]. Davall d'açò [caragol], estava l'arc de Sant Martí. Davall del caragol.</i></p>	<p>L'Alumne 2, intenta basar-se en un sistema de coordinació usant el propi desenvolupament, concretament usa la filera de les 4 cares seguides.</p> <p>I l'Alumne 8 agafa sempre com a punt de referència la cara del front per poder emparellar aquesta cara del cub amb les successives cares unides del desenvolupament. Per tant, aquest</p>

RECONeixEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI			
	criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
ACTIVITAT 3			alumne agafa com a punt de referència la cara del front i la fila de 4 cares del desenvolupament.
		<p>Alumne 9 [Entrevista]</p> <p>A9: <i>El que he fet ha sigut veure l'elefant.</i></p> <p>M: <i>Val, has començat en l'elefant.</i></p> <p>A9: <i>Sí. I després he anat cap avall.</i></p> <p>M: <i>Però, i com sabies on havies de posar l'elefant en el cub?</i></p> <p>A9: <i>A veure, estava dalt, aleshores, he elegit una part [senyalant la cara de dalt del cub físic]. Aleshores, ahí estava baix i jo me l'he imaginat en la ment com podria fer el cub ahí. Aleshores he agafat l'elefant, l'he posat damunt. Després, he posat el sol amb el nívol. I l'altra cara que seria la del costat, el colom [realitzant-ho al mateix temps en el cub]. L'altre costat seria la del plàtan i l'altre, el trèvol. I després, en el colom, baix, que ho posa ahí, està la pica. I així és com ho he fet.</i></p> <p>Alumne 7 [Resposta a l'activitat]</p> <p><i>La meua parella i jo hem començat amb l'elefant per la part de dalt que dona el cub. Davall de l'elefant hem posat el sol amb el nívol i estàvem movent el cub cap a l'esquerra per a posar el</i></p>	<p>Es pot observar que els alumnes 9 i 7 agafen com a punt de referència el desenvolupament de paper imprès en l'activitat i a partir d'aquest van situant les figures en cadascuna de les cares del cub, girant aquest al mateix temps que recorren les cares en el desenvolupament per situar les figures correctament.</p>

RECONeixEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
		<i>pardal, el plàtan i el trèvol. Davall del pardalet de la pau hem posat la pica de la carta apuntant el pardal.</i>	

RECONeixEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
A C T I V I T A T 1	Quan a l'hora de situar les figures, es fixen en la relació entre les figures per tal de col·locar-les en el cub. En aquest cas, no tenen ningun sistema de coordenades, ni referencia externa fixa.	<p>Alumne 2 [Entrevista]</p> <p>M: <i>En què t'has fixat per dibuixar cada dibuixet en quina cara va?</i></p> <p>A2: <i>No ho sé, es que pot ser qualsevol cara.</i></p> <p>M: <i>Pues comença per on vulgues, no?</i></p> <p>A2: <i>Vale, el cor en esta cara [cara superior del cub], el paraigües en esta d'ací baix, en la de continuació, perquè com en esta [desenvolupament] eixia el cor i el paraigües [dibuixa el paraigües]. La poma la posaria en la següent [dibuixa la poma]. El dofí el dibuixaria ací en l'altra cara del cub [indicant la cara inferior de la poma]. Entonces la lluna aniria ahí [senyalant la cara de la dreta del cor] perquè si el cor està ahí [situant el desenvolupament per la cara del cor damunt del cub, on ha dibuixat el cor], la lluna aniria ahi [situant la cara del costat dret del cor]. Entonces el peix aixina, mirant cap allà [cap a l'esquerra] en l'última cara que queda.</i></p>	L'Alumne 2 intenta situar les figures en el cub físic a partir de la relació entre les figures en el desenvolupament.

RECONeixEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
ACTIVITAT 2	Quan a l'hora de situar les figures, es fixen en la relació entre les figures per tal de col·locar-les correctament en el desenvolupament. En aquest cas, no tenen ningun sistema de coordenades, ni referència externa fixa.	<p>Alumne 2 [Entrevista]</p> <p>M: <i>I les figures que falten?</i></p> <p>A2: <i>Hi ha una que està dalt de les cireres i una altra baix del caragol, entones la que està dalt de les cireres és la vela i aniria al revés que les cireres. La part de dalt de la vela aniria en la de dalt de les cireres i el caragol, la que està baix del caragol és l'arc de Sant Martí.</i></p> <p>Alumne 1 [Resposta de l'activitat] <i>Si mires l'ovella, va al costat del caragol. Davall del caragol està unit a l'arc de Sant Martí i l'oruga va a l'altre costat de l'ovella i al costat de l'oruga, la cirera. Així que la vela va dalt.</i></p>	<p>L'Alumne 2 usa aquesta habilitat, ja que per situar les figures es fixa en la relació entre elles.</p> <p>L'Alumne 1 observa la relació entre les figures en el cub i després, passa eixa relació al desenvolupament del paper.</p>
	ACTIVITAT	Quan a l'hora de situar les figures, es fixen en la relació entre les figures per tal de col·locar-les en el cub. En aquest cas, no tenen ningun	<p>Alumne 3 [Conversació grupal i estan situant les figures en el cub, basant-se en un desenvolupament buit de la introducció]</p> <p>A12: <i>Vale, el elefante. Ahora la nube será, ¿no?</i></p> <p>A3: <i>Pero, la puesta de sol estará...</i></p> <p>A12: <i>La puesta de sol, ¿dónde?</i></p> <p>A3: <i>El sol y la nube donde está: debajo, en los pies, debajo. La paloma de la paz esa rara, igual de orientada, o sea, mirando hacia el lado</i></p>

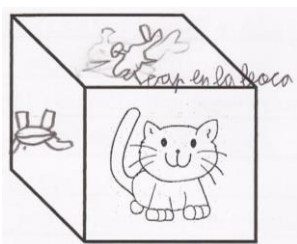
RECONeixEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
3	sistema de coordenades, ni referència externa fixa.	<p><i>izquierdo.</i></p> <p>A12: <i>Ah, vale, ¿así, no?</i></p> <p>A3: <i>No, no, no, al otro lado, debajo de la trompa. ¿Vamos abajo ahora? Abajo, abajo de la paloma de la paz esa rara.</i></p> <p>Alumne 7 [Conversació grupal]</p> <p>A7: <i>Val, jo agafe l'elefant y lo ponemos en la parte de delante. En la part de dalt. Como vemos que el sol y la nube están debajo del elefante, pues lo ponemos debajo del elefante. I hemos puesto el sol y la lluna. El núvol. A la dreta, dic, a l'esquerra.</i></p> <p>A11: <i>¿Cómo?</i></p> <p>A7: <i>He dicho a la dreta. No, a l'esquerra. El pardal de la pau que és molt bonic [...] i al costat del núvol i el sol. Que seguim, al costat aniria el plàtan. I fem el mateix, al costat del plàtan, aniria, el que aniria? El trèvol. I posem el trèvol. Quan hem apegat el pardal, baix del pardal posem el cor aquest de les cartes i posem per a dalt i el peguem baix del pardal. No aixina, ni aixina, ni aixina, sinó, baix del pardal.</i></p> <p>A11: <i>Que la fletxa estiga disparant al pardal.</i></p>	

SESSIÓ 2

RECONeixEMENT DE LES POSICIONS EN L'ESPAI

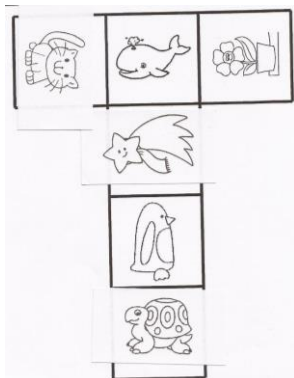
Les habilitats de Reconeixement de posicions en l'espai i Reconeixement de relacions espacials, sovint, es manifesten en la mateixa unitat d'anàlisi, tal i com es pot observar en el següent exemple:

Alumne 1 [Entrevista] [Comentari sobre la 2a part de la activitat 4A]

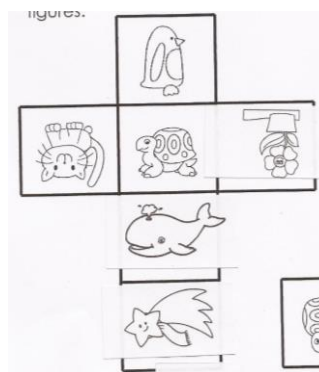


M: Com has sabut que ahí anava la balena [dalt del gat] i en la posició en el que l'has ficat?

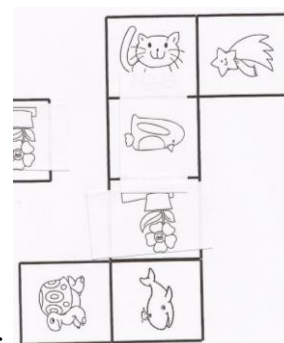
A1: Perquè aixina ho sabia perquè la balena, [...] ací [3r desenvolupament:



] estava la balena al costat [del gat]. Ho sabia i sabia que estava així [boca de la balena amb el cap del gat] i després, si ho ajuntava [balena i gat] es





quedava igual que este d'això [1r desenvolupament:]. I a més,



si això [balena i gat] ho ajuntaves [2n desenvolupament: ], ha sigut




la definitiva. Això és la balena  . Això feia aixina  , aixina

 i aixina  . I quedava en el cap, el seu cap [del gat] estava sobre, estava sobre la seua boca [de la balena].

En aquesta manifestació, l’alumne demostra que usa l’habilitat de reconeixement de posicions en l’espai, ja que tal i com manifesta en les seues mans, intenta tancar el desenvolupament, situant cadascuna de les cares en una posició en l’espai, usant com a punt de referència el propi desenvolupament. Al mateix temps, usa l’habilitat de reconeixement de relacions espacials, ja que per tal de situar les figures correctament, també es fixa en les relacions entre les figures, ja que cada figura la relaciona amb l’element que té al costat.

RECONeixEMENT DE LES POSICIONS EN L’ESPai			
	Criteris d’anàlisi	Exemples	Explicació
A C T I V I T	Quan relacionen la posició d’una figura del desenvolupament amb un mateix	<p>Alumne 9 [Entrevista, comentant el 2n cub de la 2a part de l’activitat]</p> <p>A9: <i>La flor, l’he pensat perquè estava ahí [3r desenvolupament] i m’he imaginat el cub i al doblar-lo estaria a un costat, però seria el pingüí cap a l’altre costat.</i></p> <p>M: <i>Com t’ho has imagina’t?</i></p>	L’Alumne 9 manifesta aquesta habilitat perquè intenta tancar el 3r desenvolupament des del seu punt

A T 4	(l'observador) o amb un altre objecte del propi desenvolupament o, fins i tot, d'un altre desenvolupament, que actua com a punt de referència.	<p>A9: <i>Posant el pingüí [3r desenvolupament] m'estic imaginant, pegar-li la volta i el pic avall i això [la part dels peus], dalt.</i></p> <p>M: <i>Per a què?</i></p> <p>A9: <i>Perquè seria com si estaguera davall [part oposada] de la balena, perquè això [balena del 3r desenvolupament], és la part de dalt, la base [balena], això seria un costat [estrella], l'altre costat [flor] i l'altre costat [tortuga].</i></p>	de vista. A banda d'aquesta habilitat, també manifesta l'habilitat de reconeixement de relacions espacials, ja que per situar les figures en el cub que s'està imaginant, col·loca les figures en funció de la relació d'aquestes.
A C T I V I T A T 5	Quan relacionen cadascuna de les cares de la imatge del prisma amb les del desenvolupament per veure si corresponen, de manera que relacionen la posició d'un objecte amb la d'un altre objecte o amb	<p>Alumne 1 [Entrevista]</p> <p>A1: <i>Esta era molt fàcil excepte perquè això [desenvolupament] és més gran que això [opcions] i ha sigut algo raro. Però, la A, perquè hi ha dos blanques, una a l'oest i l'altra dalt. Però, no és la de l'oest és la de l'est perquè està girat. I després, està la negra, que ha d'estar. La B no l'he vist que siguera a no ser que esta fora més gran [refereix a la cara menuda blanca] i estiguera aixina [situada al costat dret de la cara gran grisa del mig]. I eixa [cara mitjana blanca del desenvolupament] cobrira també l'altra part [la cara mitjana de la dreta en la imatge del prisma B] i algo raro. Era impossible, però, si esta siguera més gran [rectangle negre menut], igual sí. N'hi ha una poqueta possibilitat. La C estava clar,</i></p>	L'Alumne 1 demostra aquesta habilitat, ja que en el seu raonament es pot observar que intenten comparar cada figura dins d'un sistema de coordinació (punts cardinals) i a partir d'aquestes comparacions, indica si correspon o no cada imatge del

	<p>un altre punt de referència.</p>	<p><i>això. Estava clar que era això [cara menuda i gran de la imatge del prisma]</i></p>	<p>prisma.</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">ACTIVITAT 6</p>	<p>Els alumnes manifesten l'habilitat quan relacionen cadascuna de les figures dels desenvolupaments amb les de les imatges del cub des del seu punt de vista o des d'un altre objecte, que actua com a punt de referència.</p>	<p>Alumne 1 [Entrevista]</p> <p>[Li pregunte com ha sabut que era el 3r desenvolupament el correcte, ja que és la seua resposta]</p> <p>A1: <i>La 3 [gira el full]. Això, és la cara,</i></p>  <p><i>pues la nota, ho doblegaves i ho posaves aixina</i></p>  <p><i>i ja el tenies.</i></p> <p>M: <i>Val, aleshores teníem este [1a foto del cub], no?</i></p> <p>A1: <i>Sí</i></p> <p>M: <i>Val, i aleshores com quadraves els dos? [...]</i></p> <p>A1: <i>Este [2a foto del cub], es que hi havia que fer aixina [gira el full, per girar el desenvolupament] i si tu després ho giraves, esta [l'abella] estava dalt, així que volia dir que això tenia que estar en esta [trèvol].</i></p> <p>A1: <i>I si ho giraves, estava en la posició. I el telèfon este estava al costat [del trèvol]. A veure, això [imaginació de la cara superior del desenvolupament girant] i es quedava aixina [última foto].</i></p>  <p>M: <i>Per tant, que coincidia en què?</i></p> <p>A1: <i>Les aletes, no. La panxa, el tòrax de l'abella,</i></p>	<p>L'Alumne 1 usa aquesta habilitat quan situa les figures en funció del seu punt de vista, intentant muntar el 3r desenvolupament i ho manifesta amb les mans, agafant sempre com a punt de referència les imatges del cub. A més, aquesta habilitat també es manifesta quan l'alumne gira el paper de l'activitat per tal de girar de posició la cara del desenvolupament i posar-la en la mateixa posició que les imatges del cub de l'activitat.</p> <p>Al mateix temps, en aquesta</p>

	<i>en el cap del trèvol de tres fulles. A més, ho sabia també perquè això [2n cub] està cap a dalt.</i>	transcripció, l'alumne també manifesta l'habilitat de reconeixement de relacions espacials, ja que per situar cadascuna de les figures, es fixa en la posició de cada figura en relació amb les figures del costat.
--	---	---

RECONEIXEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
	criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
A C T I V I T A T 4	Els estudiants utilitzen aquesta habilitat quan intenten buscar les relacions entre les figures d'un desenvolupament i, a partir d'aquestes relacions, completar els	Alumne 9 [Entrevista] <i>A9: Jo el que he fet era al principi he agafat això [desenvolupament] i he mirat les imatges que hi havia ja posades ací dins. Ací, aquestes 4 [2n desenvolupament], ací, aquestes 3 [1r desenvolupament] i ací, aquestes 3 [3r desenvolupament] i com quan m'has dit que totes les imatges estaven en tots [els desenvolupaments], primer la balena aquesta [2n desenvolupament] i he vist que damunt estava la tortuga i aleshores he posat la balena aquí i la tortuga dalt. [...] Aquí [senyala el 3r</i>	L'Alumne 9 manifesta aquesta habilitat durant l'entrevista, ja que s'ha fixat, principalment, en la relació entre les figures per posar-les en el lloc correcte. Podem observar el mateix

RECONeixEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS		
Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
<p>altres desenvolupaments. En aquest cas, els alumnes poden fer referència a: <i>al doblar-la anirà baix d'aquesta figura o són cares contigües.</i></p>	<p>desenvolupament, indicant la balena i al costat la flor]. <i>I aleshores, m'he fixat que ahí [1r desenvolupament], la cua [balena] tocava amb la flor [compara 1r i 3r desenvolupament]. Així que l'he posat ahí [1r desenvolupament].</i></p> <p>Alumne 2 [Entrevista]</p> <p>A2: <i>En esta [1r desenvolupament] el pingüí va ací i el gat ací [al costat]. Entonces, he muntat el cub i estava el pingüí ací i el gat ací. Resulta que estaven junts en la mateixa fila. I l'he muntat i desmuntat d'una altra manera.[...]</i></p> <p>M: <i>Això ens dóna alguna pista en algun dels altres desenvolupaments?</i></p> <p>A2: <i>Ací [3r desenvolupament], en el de baix, està el gat, pero no sé si va ací [dalt del pingüí] o ací [baix del pingüí].</i></p> <p>M: <i>Fixem-nos. En que ens haurem de fixar per saber-ho?</i></p> <p>A2: <i>Si el gat en l'altre desenvolupament [1r desenvolupament] si està a la dreta o a l'esquerra. [...] Si el pingüí el posem de manera que tinga els peus cap avall, el gat estaria a l'esquerra. Si el posem de manera que tinga els peus cap a dalt, el gat estaria a la dreta.</i></p> <p>M: <i>Vale. I per tant, on el fiquem?</i></p> <p>A2: <i>Si estan els peus cap avall [gat] els peus del</i></p>	<p>raonament en l'Alumne 2, ja que va fixant-se en la relació entre les figures per tal de col·locar-les correctament en cada desenvolupament.</p>

RECONeixEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
		<p><i>gat tocarien l'esquena del pingüí. Pense, que ací [baix del gat en el 2n desenvolupament] va el pingüí boca cap allà [els peus del gat toquen l'esquena del pingüí]. Jo pense que en este [3r desenvolupament], el gat estaria ací [costat esquerre de la balena] perquè l'he muntat i he pensat, on pot anar el gat de manera que pugui estar al costat del pingüí i que en els peus li toque l'esquena. Entonces ací [dalt del pingüí 3r desenvolupament] no pot, ací [baix del pingüí 3r desenvolupament] tampoc, entonces només queda ací [costat esquerre balena 3r desenvolupament].</i></p>	
A C T I V I T A T 5	<p>En aquesta activitat es pot manifestar aquesta habilitat quan fan referència a la relació entre les cares de la imatge del prisma i observar si aquesta relació es manté en el seu desenvolupament.</p>		<p>No s'ha observat ninguna manifestació de l'alumne que use aquesta habilitat, ja que els alumnes usen l'habilitat de reconeixement de posicions en l'espai, ja que van comparant cadascuna de les cares de les imatges del prisma amb les del desenvolupament.</p>

RECONeixEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
	Críteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
ACTIVITAT 6	<p>En aquesta activitat, buscaran establir relacions entre dos figures (o més) d'un desenvolupament per observar si es dona la mateixa relació en les imatges del cub (o viceversa).</p>	<p>Alumne 2 [Entrevista]</p> <p>A2: <i>Jo pense que la 2 no pot ser perquè li faltaria una cara. Jo pense que la 1 no és perquè estava fixant-me en l'abella i el telèfon, perquè ací en la segona foto [2n cub] tenim l'abella i el telèfon, entonces l'abella està donant-li el cul al telèfon i ací està donant la cara [1r cub], entonces jo pense que la 1 [desenvolupament] no pot ser.</i></p> <p>M: <i>Perfecte. Entonces anem a veure si la 3 és o no.</i></p> <p>A2: <i>Jo pense que sí.</i></p> <p>M: <i>Com ho sabem?</i></p> <p>A2: <i>Perquè en esta fotografia [2n cub] la pica, bueno, el trèvol de 3 fulles està cap per avall i el telèfon cap a dalt i ací està justament al revés [3r desenvolupament]. Entonces, encara que estiga al revés és el mateix.</i></p> <p>M: <i>Val, ara ja sabem que el trèvol i el telèfon coincideixen, però les altre 4 [abella, cara, peus i nota] coincideixen?</i></p> <p>A2: <i>Jo pense que la cara sí pel mateix que el telèfon perquè la cara en la fotografia primera està cap a dalt i el trèvol està cap a baix i en el desenvolupament la cara està, esta cara [3r desenvolupament] està cara cap a baix i el trèvol cap a dalt.</i></p>	<p>Aquesta habilitat la mostren diferents alumnes, entre els quals destaquen l'Alumne 2 i l'Alumne 3, ja que ambdós intenten veure si els desenvolupaments són del cub observant les figures i establint relacions espacials entre elles.</p>

RECONeixEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
		Alumne 3 [Conversació en classe amb mi] <i>A veure, jo he vist que com la cara mirava ací [la cara en la 1a imatge del cub], la nota esta [1r desenvolupament] tenia que estar damunt i no està ahí.</i>	

DISCRIMINACIÓ VISUAL			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
A C T I V I T A T 4	Són capaços de comparar diversos objectes o imatges mentals, i identificar les seues semblances i diferències.		Aquesta habilitat no és necessària per a aquesta activitat, ja que les comparacions que realitzen els alumnes no estan relacionades amb buscar diferències entre objectes, sinó d'observar si les relacions internes entre les figures es mantenen.
A C	Són capaços de comparar entre	Alumne 2: [Entrevista] [Activitat 5B] <i>A2: La A no perquè m'estava fixant, bueno, he</i>	L'Alumne 2 usa aquesta habilitat

DISCRIMINACIÓ VISUAL			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
5	<p>T les imatges del I prisma o amb V el I desenvolupam T ent per tal A d'identificar T semblances i diferències entre aquests objectes.</p>	<p><i>girat la fulla perquè la part blanca curta estava ací baix està gira, entonces dic si estaguera muntat bueno, espera: Bueno, sí que és. Vale, jo pense que sí. Perquè coincideixen en el desenvolupament de dalt. El B jo pense que sí perquè m'he fixat en el desenvolupament de dalt i està igual, és a dir, mira si utilitzem la part blanca per a fer això, el blanc podria estar a la dreta o a l'esquerra entonces en el A està a la dreta i en el B, a l'esquerra. Entonces està bé en el A i en el B. La C jo pense que no perquè la lletra A i B estaven bé perquè el desenvolupament si el posem al revés [si que coincidia]. El desenvolupament la part blanca té dalt una negra, no?</i></p> <p>M: Sí.</p> <p>A2: <i>La més xicotina blanca que hi ha, dalt té una part negra [imatge del prisma C]. I a la part negra té a l'esquerra una blanca i a la dreta, una altra blanca [desenvolupament]. Entonces jo pense que si la blanca xicoteta [desenvolupament] està ací [foto del prisma] i esta part és blanca, ni esta part, ni esta poden ser negres ninguna de les dos perquè estes dos són blanques. Entonces no perquè no coincideix en el desenvolupament de dalt.</i></p> <p>Alumne 4 [Entrevista]</p> <p>A4: <i>La foto A, esta [cara superior grisa gran del prisma] seria la del mig [cara grisa gran del mig</i></p>	<p>quan indica les diferències de color que observa entre les cares situades en la mateixa posició de les diferents imatges del prisma amb les del seu desenvolupament, per tal d'indicar si coincideixen o no amb aquest.</p> <p>D'altra banda, l'Alumne 4 també manifesta aquesta habilitat, ja que s'observa que compara les cares de les imatges del prisma en funció del color per establir semblances i diferències entre elles, en aquest cas, compara la</p>

DISCRIMINACIÓ VISUAL		
Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
	<p>del desenvolupament]. <i>I com esta</i> [cara menuda del prisma] <i>no està pintà, he imaginat que seria esta cara</i> [cara blanca menuda de dalt]. <i>I eixa tampoc</i> [cara lateral del prisma], <i>aleshores estaria bé</i> [senyalant les dues cares blanques mitjanes del desenvolupament]. <i>Imagina't que estaria aixina</i> [girant el full] <i>estarien estes dos i esta</i> [senyalant sols les que té segures, la grisa ampla del mig i la blanca menuda]. <i>Este</i> [prisma A cara gran grisa] <i>es este d'ací</i> [cara gran grisa del mig del desenvolupament], <i>esta cara</i> [menuda del prisma] <i>esta</i> [cara menuda blanca del desenvolupament] <i>i esta</i> [mitjana del prisma], <i>esta</i> [cara mitjana de la dreta del desenvolupament].</p> <p>M: <i>I la B?</i></p> <p>A4: <i>La B, no correspon al desenvolupament</i></p> <p>M: <i>Per què?</i></p> <p>A4: <i>Pues en la B esta</i> [cara grisa gran del prisma] <i>hem dit que és la del mig</i> [cara grisa gran del mig del desenvolupament] <i>i estes</i> [senyalant les cares blanques mitjanes del desenvolupament] <i>del costat no estan pintades i en esta</i> [opció B sí]. <i>I la foto C m'he fixat igual que l'altra</i> [foto A] <i>que com esta</i> [cara menuda grisa de la foto] <i>seria esta</i> [cara menuda grisa del desenvolupament], <i>la del mig, esta</i> [cara grisa gran] <i>i esta</i> [cara blanca estreta], <i>esta</i> [cara mitjana de la dreta en el desenvolupament].</p>	<p>foto A amb les fotos B i C. Al mateix temps, també compara, en funció del color i grandària, cadascuna de les cares de les imatges del prisma amb les del desenvolupament per tal de determinar si corresponen o no al desenvolupament.</p>

DISCRIMINACIÓ VISUAL			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
A C T I V I T A T 6	Són capaços de comparar entre els diferents desenvolupaments i identificar les seues semblances i diferències, així com també comparar aquests amb les imatges del cub que es presenten en l'activitat.		Aquesta habilitat no es manifesta en aquesta activitat, ja que les comparacions que realitzen els alumnes no estan relacionades amb buscar diferències entre objectes, sinó d'observar si les relacions internes entre les figures es mantenen.

SESSIÓ 3

CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ

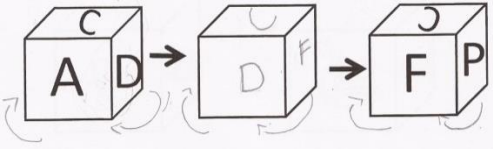
En algunes manifestacions, els alumnes demostren l'habilitat de conservació de la percepció, junt amb l'habilitat de reconeixement de relacions espacials. Conservació de la percepció, ja que són capaços d'adonar-se'n que la forma i la posició de les figures es manté encara que es veguen deformades, amb diferent grandària i/o posició en les diferents cares. I al mateix temps, reconeixement de relacions espacials perquè són capaços de fixar-se en la relació entre les posicions de les figures. Aquesta relació entre les habilitats es pot observar en l'exemple següent de l'activitat 8.

Alumne 2 [Entrevista]

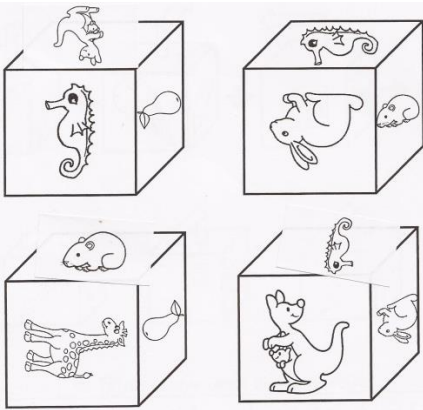
Perquè la C he girat el cub en el meu cap i dic: si la C està aixina (C), al següent gir estaria aixina. I en el següent gir estaria com s'ha quedat en la F (3r cub). I damunt les lletres quadren perquè la P estarà a l'esquerra de la A, la F a l'esquerra de la P i la D a l'esquerra de la F.

L'habilitat de conservació de la percepció la manifesta l'Alumne 2, ja que es capaç d'observar que la C, al girar, segueix mantenint la mateixa posició en la cara superior del cub. Aquest alumne també manifesta l'habilitat de reconeixement de relacions espacials, ja que té en compte les relacions entre les lletres del cub i s'adona que aquesta relació es manté al girar el cub.

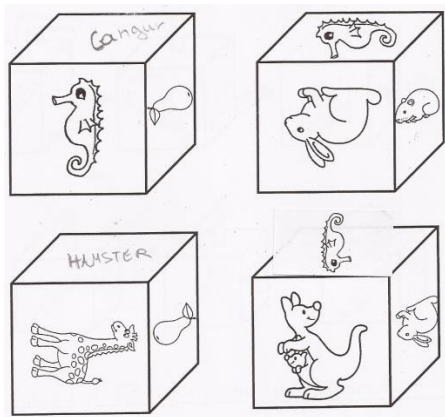
CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ I RECONeixEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
	criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
A	En aquesta		Els alumnes analitzats no fan referència, ja que tenen assumits els canvis de grandària o de posició de les figures quan el cub realitza un gir.
C	activitat es		
T	necessària aquesta		
I	habilitat per		
V	comprendre que		
I	la forma dels		
T	dibuixos i la seua		

CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ I REONEIXEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
A T 7	<p>posició (p. ex. el llapis apunta cap a un cantó de la cara) no canvien encara que es veguen deformats, amb diferent grandària i/o posició.</p>		
A C T I V I T A T 8	<p>Quan entenen que després de cadascun dels girs del cub, les figures no canviaran de posició i encara que les figures estiguen ocultes, entenen que aquestes mantindran la seua posició i/o grandària en la cara del cub.</p>	<p>Alumne 7 [Resultat de l'activitat]</p> <p>[M'he fixat per posar bé les lletres en] <i>que la C està mirant a la D i en l'última, la C està mirant a l'esquerra, aleshores la d'enmig tindria que mirar cap a dalt.</i></p> 	<p>L'Alumne 7 manifesta l'habilitat de conservació de la percepció, ja que observa la C i és capaç de determinar que amb el gir, la C seguirà mantenint la mateixa posició en la cara superior del cub central, per tant determina que aquesta figura canviarà d'orientació i ho demostra en el dibuix. Al mateix temps, es pot observar que l'alumne usa incorrectament l'habilitat de reconeixement de relacions espacials, ja que no ha tingut en compte la relació entre les figures perquè no té en</p>

CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ I REONEIXEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
			consideració les posicions relatives de C i D. Això ho demostra en la resposta a l'activitat, ja que aquest alumne gira la lletra C en un sentit i les lletres D i F en el sentit contrari.
A C T I V I T A T 9	En aquest cas, els alumnes hauran de demostrar que encara que canvie de posició el cub, es mantenen les relacions entre les figures. Però, en aquest exercici hi ha dos tipus de relacions, la de posició i la d'orientació de les figures: Ex: Hauran de veure que al costat de l'ànec, va el peix i també que quan l'ànec està recte, el peix també.	<p>Alumne 1 [Entrevista]</p> <p>M: <i>Esta [4t] en qui l'unim? En esta [1r] o en esta [2n]?</i></p> <p>A1: <i>En la que més seria, seria en esta [1r] perquè té estes dos [peix i papallona]. Així que la de baix [cara inferior del 1r cub] seria el ninot.</i></p> <p>Alumne 3 [Conversació en classe amb mi]</p> <p>M: <i>Com ho teniu per ací?</i></p> <p>A3: <i>El 1 i el 2, el 1 i el 4 i el 4 i el 2.</i></p> <p>M: <i>I perquè el 3 l'excloeu?</i></p> <p>A4: <i>Perquè no quadra.</i></p> <p>A12: <i>Perquè la vaca [senyalant la vaca del 3r cub] i no hi ha ninguna vaca [en la resta de cubs].</i></p> <p>M: <i>Val, i la granota? Sí que tenim granota.</i></p> <p>A4 i A12: <i>Sí, però...</i></p>	<p>L'Alumne 1 manifesta aquesta habilitat, ja que demostra que el cub continua tenint les mateixes figures en la mateixa posició després de sofrir un gir, ja que identifica la posició del ninot de neu en una cara oculta del cub.</p> <p>En aquesta conversació, l'Alumne 3 demostra l'habilitat de conservació de la percepció, ja que és capaç d'observar que després d'un gir, el cub mantindrà les mateixes posicions de les figures i ho demostra en la seua intervenció. Concretament, ho demostra quan indica que en la cara oculta del</p>


CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ I REONEIXEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS		
Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
	<p>A3: <i>No està en el lloc corresponent. Per a què coincidiria en el 2, a ver, en el 3, tindria que estar allà darrere</i> [vaca en la cara oposada a la papallona en el 2n cub]. <i>Però, damunt no pot tindre açò</i> [ninot de neu] <i>perquè tindria que estar l'ànec este</i> [senyalant l'ànec de la cara superior de la granota]. <i>I espera, en el 2, no coincideix perquè damunt té també açò</i> [ànec].</p>	<p>costat dret de la granota va el ninot de neu i també, quan expressa que no són fotografies del mateix cub perquè dalt de la granota en el tercer cub apareix el ninot de neu i en el segon cub, l'ànec. Per tant, també es pot considerar que fa ús de l'habilitat de reconeixement de relacions espacials, ja que té en compte la relació entre les figures del cub per descobrir si són o no imatges del mateix cub.</p>
<p>A C T I V I T A T 1 0</p>	<p>En aquest cas, els alumnes hauran de demostrar que es mantenen les relacions entre les figures, encara que el cub canvie de posició. Però, en aquest exercici hi ha dos tipus de relacions, la de posició i la</p> <p>Alumne 1 [Resposta a l'activitat]</p>  <p>Alumne 7 [Conversació grupal]</p> <p>A7: <i>Hay que fijarnos bien en la</i></p>	<p>Per poder observar si els alumnes han tingut en compte aquesta habilitat, és a dir, la posició i orientació entre les figures quan el cub canvia de posició, es pot observar la resposta a l'activitat. Podem observar que l'Alumne 1 sí que ha tingut en compte aquestes dues relacions, ja que</p>



CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ I REONEIXEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS

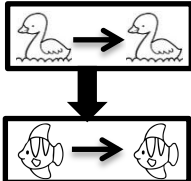



Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
<p>d'orientació de les figures: Ex: Hauran de veure que a l'esquerre del ratolí va el conill i al mateix temps, que quan el conill està del revés, la rata està recta.</p>	<p><i>postura como hay que ponerlas. Es así, así, así o así [...] [Intentan descubrir la posición del caballo de mar del 4º cubo] Conejo, esta así [2º cubo] y ahora se va así [movimiento] y está así [4º cubo]. Giramos el cubo. Conejo aquí. Caballito de mar, así.</i></p> <p>[Resposta a l'activitat] [Té en la posició correcta les figures i sols podem indicar que té en funció de l'orientació una figura correcta].</p> 	<p>realitza correctament aquesta activitat, mentre que l'Alumne 7, es pot observar que sí que té en compte l'orientació de les figures quan conversen en grup, però a l'hora de posar-les en el paper, no li dóna molta importància perquè sols nombra les figures i no posa els adhesius. Per tant, sí que té en compte la posició de les figures, però no l'orientació a l'hora de pegar els adhesius.</p>

REONEIXEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI

Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
<p>A Buscar la transformació que C ha realitzat una T figura per passar I d'un cub a un V</p>	<p>Alumne 9 [Conversació amb els companys] <i>Mira, esto está aquí [la cara del frente del 1º cubo], entonces pasas el de este lado [lápiz del 1º cubo] aquí [a la cara lateral derecha</i></p>	<p>Aquesta habilitat la demostren certs alumnes, com per exemple l'Alumne 9, qui va observant els canvis de</p>

RECONeixEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
I T A T 7	<p>altre i a partir d'ahi, transmetre aquesta transformació a una altra figura. En aquest cas es poden fixar en el gir que ha fet el llapis i posteriorment, ho generalitzen a la clau. Per tant, relaciona cada figura en funció del gir.</p> <p>A més, també es pot manifestar quan situen les posicions de les figures en funció d'un punt de referència.</p>	<p>del 2º cubo] y esto [llave] <i>estaría al otro lado del cubo</i> [en la cara opuesta del helado en el cubo 2], <i>no? Y esto es el helado</i> [cara del frontal del 2º cubo] <i>lo pones aquí</i> [cara lateral derecha del cubo 3] y <i>el queso ahí a este lado</i> [cara frontal del 3º cubo].</p> <p>Alumne 7 [Resposta a l'activitat]</p> <p><i>La foto A NO és el resultat perquè dels girs perquè he pensat fent l'última figura</i> [es refereix a l'últim cub], <i>com seria el cub i el llapis no pot estar al costat de la meua esquerra.</i></p>	<p>posició de cada figura quan gira el cub, per tal de passar aquesta transformació a les altres figures i saber quines cares apareixeran en el següent gir.</p> <p>Aquesta habilitat també la demostra l'Alumne 7, ja que fa referència a la posició de la figura del llapis usant de posicions absolutes de les cares (esquerra).</p>
	A C T I V I T	<p>Buscar la transformació que han realitzat en una figura i a partir d'ahi, passa aquesta transformació a</p>	<p>Alumne 1 [Entrevista]</p> <p>M: <i>Com has sabut que era aixina</i> [Pregunte pel seu dibuix?]</p> <p>A1: <i>Cap a la dreta? Si esta es la C.</i></p>  <p><i>Estàs aixina</i> , <i>fas aixina</i></p>

RECONeixEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
A T 8	<p>una altra figura.</p> <p>En aquest cas, es poden fixar en el gir que ha fet la C i a partir d'ahi, generalitzar a la resta de figures.</p> <p>A més, situen les lletres del cub relacionant la posició d'aquestes amb un mateix o amb un altre objecte, que actua com a referència, en aquest cas, com ja hem indicat, pot ser la C.</p>	<p>[simula el moviment d'una imatge a l'altra] <i>i es queda aixina</i> .</p> <p><i>Si era cap a l'esquerra es quedava aixina</i> .</p> <p>M: <i>I com t'has imagina't les lletres de baix</i> [referint-me a la cara lateral i frontal del cub buit].</p> <p>A1: <i>Perquè la D estava ací</i> [senyalant-la en el 1r cub] <i>i si ho movíem cap allà</i> [senyalant l'esquerra] <i>la D es quedava davant</i> [cara frontal del 2n cub]. <i>I la F es la que està davant en l'altra</i> [senyalant-la en el 3r cub] <i>així que tindria que estar al costat</i> [cara lateral dreta del 2n cub]. <i>I m'he donat conter que era moure aixina</i> [lateralment] <i>perquè la C estava en els dos</i> [1r i 3r cub].</p> <p>Alumne 9 [Entrevista]</p> <p><i>En l'activitat 2 eel que he fet ha sigut girar la A</i> [cap a la dreta] <i>i la P per allà</i> [cap a l'esquerra]. <i>Aleshores es201quedava la P i la A. I la C l'he girat una per a la dreta per a què es quedara aixina</i> [senyalant la C dibuixada en el 2n cub] <i>i després seria</i></p>	<p>posició de les altres lletres.</p> <p>Per tant, aquest alumne usa la C com a punt de referència i a partir d'aquesta lletra, situa la resta de les lletres.</p> <p>Aquesta habilitat també és usada per altres alumnes com l'Alumne 9, qui observa la transformació que fa la C en els dos cub per passar al cub d'enmig. I per aconseguir les altres lletres, fa el mateix moviment cap a la dreta en el 1r cub i cap a l'esquerra en el 3r cub. Per tant, aquests alumnes usen la C com a punt de referència i a partir d'aquesta lletra, situen la resta de les lletres.</p>

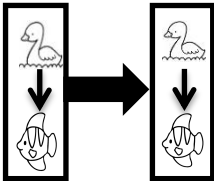
RECONeixEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
		<i>eixe pas.</i>	
ACTIVITAT 9	<p>Buscar la transformació que han realitzat en una figura i a partir d'ahi, passa aquesta transformació a una altra figura. En aquest cas relacionen cada figura en funció de la transformació que ha realitzat. Ex. es fixen en el gir que</p>  <p>ha realitzar l'ànec per passar d'un cub a un altre i posteriorment, realitzen el mateix gir a una altra figura, com per exemple, al peix.</p>	<p>Alumne 4 [Entrevista]</p> <p>A4: <i>Jo el primer que m'he donat conter era que el 1 era el 2.</i></p> <p>M: <i>Per què?</i></p> <p>A4: <i>Si jo gire esta [2n cub]</i></p>  <i>cap ahi</i>  <i>així</i> <p><i>l'ànec miraria cap allà [indicant la posició en la que està en el 2n cub]</i></p>  <i>eem la papallona [senyalant la del 1r cub] estaria ahi [senyalant la papallona del 2n cub] i el peix estaria ahi [lateral esquerre del 2n cub].</i> <p>Alumne 9 [Entrevista]</p> <p>M: <i>I aquesta en esta [coincideixen el 2n amb el 4t cub]?</i></p> <p>A9: <i>També, perquè la papallona [2n cub] amb la papallona [4t cub] i podria quedar-se ahi un tros [indicant el lateral esquerre del 2n cub] per al peix i baix [part inferior de la papallona en el 2n cub] eel ninot de neu.</i></p>	<p>L'Alumne 4 usa aquesta habilitat, ja que agafa com a punt de referència l'ànec, perquè a partir del moviment que realitza aquesta figura és capaç d'imaginar-se la resta de les figures del 1r cub en el 2n cub, seguint la transformació de l'ànec.</p> <p>L'Alumne 9 també usa aquesta habilitat i utilitza la mateixa estratègia que l'alumne anterior, en aquest cas, utilitza la papallona com a punt de referència i a partir d'aquest situa la resta de les figures del 4t cub en el 2n, usant també posicions absolutes per localitzar on va cadascuna de les figures.</p>

RECONEIXEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
ACTIVITAT 10	En aquest cas relacionen cada figura en funció de la transformació que ha realitzat. Ex. observen el cavallet i el gir que ha de realitzar per passar a un altre cub. Posteriorment, passen aquesta transformació a una altra figura i així descobrir on va cada figura en el cub i completar correctament l'activitat.	<p>Alumne 5 [Conversació grupal] [Intenten descobrir la cara buida del 3r cub] <i>Es que mira, si tú tienes la pera [1r cubo], ahora está al revés [3r cubo], no? Porqué la han girado para aquí. Entonces, la pera está al revés. Y la jirafa está aquí. Entonces el caballito estaría detrás [cara opuesta de la jirafa en el 3r cubo]. Y el canguro estaría arriba [cara superior del 3r cubo] otra vez [como en el 1r cubo], pero estaría al revés. Falta la ratita, espérate. Es o la ratita o el canguro.</i></p>	<p>L'Alumne 5 manifesta aquesta habilitat, ja que usa com a punt de referència la pera i a partir d'aquesta referència, intenta passar la transformació d'aquesta figura a la resta de les figures del cub i així, situar-les correctament en el 3r cub.</p> <p>La mateixa estratègia es pot observar en l'Alumne 7, qui utilitza, en aquest cas, el conill per situar la resta de les figures, observant la transformació d'aquesta figura.</p>
		<p>Alumne 7 [Conversació grupal] [Intentan descobrir la posició del caballo de mar en el 4º cubo] <i>Conejo, esta así [2º cubo] y ahora se va así [movimiento] y está así [4º cubo]. Giramos el cubo. Conejo aquí. Caballito de mar, así.</i></p>	

RECONEIXEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS

RECONEIXEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
ACTIVITAT	Busca les relacions de les figures i	<p>Alumne 1 [Entrevista] <i>Perquè ací està la clau i ací el llapis [assenyalant les figures del 1r cub]. Passa aixina</i></p>	En aquesta activitat, sols l'Alumne 1 ha manifestat aquesta habilitat, ja que

RECONeixEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
I V I T A T 7	generalitza aquesta relació a altres cubs. En aquest cas, es pot fixar en les cares contigües: llapis-clau, i posteriorment, realitzar el gir per observar la relació d'aquestes figures en una altre cub.	[realitza el moviment de moure el cub cap a la dreta amb les mans] <i>i es queda el llapis ací, i ací el gelat</i> [assenyala les figures del 2n cub].	observa la relació entre les figures i aquesta relació la observa en el següent cub i d'aquesta forma va creant-se el cub en la ment i a partir d'aquestes relacions intentarà descobrir l'últim cub de la sèrie.
A C T I V I T A T 8	Quan els alumnes es fixen en la relació entre les figures, passant aquesta relació al següent cub.		En els alumnes analitzats sols hi ha dos manifestacions d'aquesta habilitat en aquesta activitat i en ambdós es manifesta l'habilitat de conservació de la percepció. Per tant, els dos exemples els hem comentat en l'habilitat de conservació de la percepció.
A C T I V	Els alumnes que usen aquesta habilitat es fixen en la relació entre les figures	Alumne 1 [Entrevista] M: <i>I en esta coincideixen [2n i 4t cub]?</i> A1: <i>Algo pot ser, peero sols per la</i>	Aquesta habilitat la demostren diversos alumnes, entre els quals destaquem l'Alumne 1, qui observa les relacions entre

RECONeixEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
I T A T 9	internes del cubs per tal de passar aquesta relació a una altre cub i observar si són imatges del mateix cub. En aquest cas, poden observar la relació entre l'ànec i el peix en un cub i transmetre aquesta relació a un altre cub.	<p><i>papallona perquè l'ànec [2n cub], este ànec [1r cub] està diguent que té ací el peix i per això, sabem que ací [lateral esquerre del 2n cub] està el peix i que això [relació peix-papallona del 2n cub] tindria, que estaria això [relació papallona-peix en el 4t cub].</i></p> <p>Alumne 9 [Entrevista]</p> <p>[Li pregunte si hi ha relació entre el cub 1 i el 4] <i>Sí, podia ser també això [assenyalant la papallona i el peix del 1r cub] amb això [assenyalant la papallona i el peix en el 4t cub] perquè això mira lees antenes de la papallona [4t cub] amb el cul del peix [4t cub] i les antenes [1r cub] amb el cul [1r cub]. Aleshores podia coincidir.</i></p>	<p>les diferents figures (ànec-peix i peix-papallona) ho observa en un altre cub per tal d'indicar si són del mateix cub o no.</p> <p>L'Alumne 9 també es fixa en la relació entre dues figures, en aquest cas, es fixa en més detalls de la figura (antenes de la papallona-cul del peix) i passa aquesta relació a un altre cub.</p>
		<p>Alumne 2 [Entrevista]</p> <p><i>Jo crec que en el cub de la girafa [3r cub]. En el 1r cub, està la pera i el caballito de mar. I el caballito de mar està donant-li l'esquena al palet [de la pera]. Entonces jo dic ací [3r cub] està el palet de la pera i en l'altra cara d'ací darrere [cara oposada a la girafa] estarà el caballito de mar.</i></p>	<p>L'Alumne 2 demostra aquesta habilitat, ja que observa la relació entre dues figures (pera-cavallet de mar) i la passa a un altre cub, per tal d'esbrinar les diferents cares dels cubs per omplir les cares buides.</p>
A C T I V I T A T	Busca les relacions entre les figures en un cub i generalitza aquesta relació als altres cubs, per tal de situar les figures en el lloc corresponent.		

RECONeixEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
1 0		<p><i>Aixina recte.</i></p> <p>Alumne 9 [Entrevista]</p> <p><i>A9: Primer he agafat el cavallet de mar. Aleshores l'he posat ahi [cara superior del 4t cub] perquè aquí [2n cub] coincideix amb les potes del conill. Aleshores ahi [4t cub] tindria que ser amb les potes del conill.</i></p>	<p>L'Alumne 9 també usa aquesta habilitat, ja que en l'entrevista explica com ha realitzat l'activitat i per tant, per situar les figures, s'ha fixat en la relació entre elles, en aquest cas, especifica la relació entre cavall-conill del 2n cub i passa aquesta relació al 4t cub.</p>

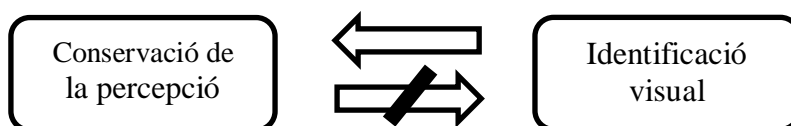
SESSIÓ 4

En aquesta sessió es presenten les habilitats dividides per cada activitat, ja que cadascuna de les activitats presenten unes habilitats diferents i també, es poden observar que hi ha habilitats que es manifesten conjuntament en moltes conversacions dels alumnes.

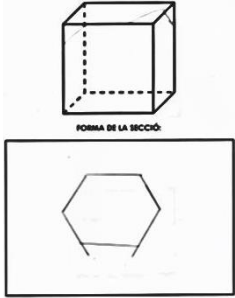
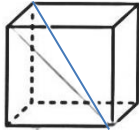
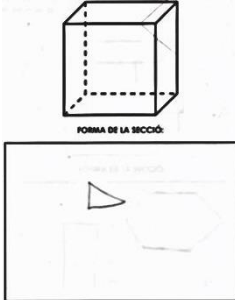
ACTIVITAT 11


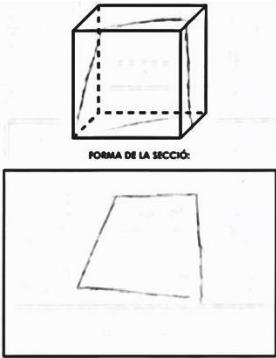

CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ I IDENTIFICACIÓ VISUAL

La relació entre l'*habilitat de conservació de la percepció* i la d'*identificació visual*, podem observar en les conversacions dels alumnes que quan els alumnes manifesten l'habilitat d'identificació visual mostren també la de conservació de la percepció. No obstant això, hem de tindre en compte que quan mostren l'habilitat de conservació de la percepció, això no vol dir que els alumnes manifesten l'habilitat d'identificació visual, és a dir, que sàpiguen distingir entre els costats de la secció amb les arestes del cub dibuixat en el paper.



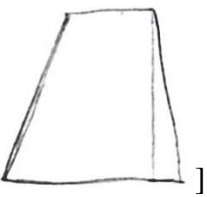
CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ I IDENTIFICACIÓ VISUAL			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
A C T I V I T A T	Conservació de la percepció: Són capaços d'observar que quan canvia de posició o s'observe des d'un altre punt de vista el cub,	Alumne 1 [Observació de les respostes] Activitat 11, la 1a part: <i>Correcte. I xicotet error, ja que no es fixa per on s'han d'unir les línies en el dibuix del 4t cub. Usa la regla per mantindre les característiques de grandària i forma.</i>	L'Alumne 1 té en compte la conservació de la percepció, ja que excepte en un dibuix d'un cub, en la resta ha dibuixat correctament la secció en el cub,

CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ I IDENTIFICACIÓ VISUAL			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
11	<p>la seua secció manté les seues propietats. A més, hi ha alguns alumnes que usen més aquesta habilitat perquè tenen en compte la grandària i la forma de la secció.</p> <p>Identificació visual: Saben reconèixer un component específic en una figura, aïllant-la del seu context. En aquest cas, fan ús d'aquesta habilitat quan saben dibuixar la secció en el cub de paper,</p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p>[Conversació grupal] [3r Cub]</p> <p>A1: <i>De aquí se corta hasta allí y luego, baja. Pues para eso cojo la regla.</i></p> <p>A16: <i>La línea de aquí [vértex superior de l'esquerra de la cara superior] hasta ahí [vértex inferior dret de la cara frontal]. [Línea blava]</i></p> <p>A1: <i>No sería de ahí [vértex superior esquerre de la cara frontal]? Porque esta línea no llega a ahí. [Línea gris].</i></p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Alumne 4 [Observació de les respostes] <i>1 error en el 1r cub, ja que no fa un triangle en un vèrtex.</i></p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>[Observació de les respostes] <i>1 error en el 7é cub,</i></p>	<p>és a dir, té en compte les característiques del cub per dibuixar les formes de la secció en el paper i això ens fa entendre que també usa l'habilitat d'identificació visual, ja que en la majoria dels cubs dibuixats no confon els costats de la secció del cub físic amb les arestes del cub dibuixat en el paper. A banda d'això, cal destacar que per dibuixar la secció, té en compte la forma i la grandària de la secció usant una regla.</p>

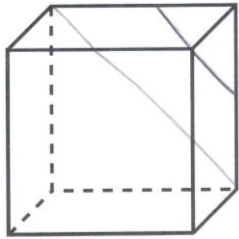
CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ I IDENTIFICACIÓ VISUAL			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
	<p>ja que es necessària per identificar correctament els costats de la secció i no confondre's a causa dels encreuaments amb les arestes del cub. Aquesta habilitat no és necessària a l'hora de dibuixar la forma de la secció en el requadre, ja que no té ningun element pel qual necessite aïllar-lo del context.</p>	<p><i>ja que al final la situen en l'aresta en compte del vèrtex.</i></p>  <p>Alumne 5 [Observació de les respostes] <i>1 Error en el dibuix del 7é cub, ja que confonen l'aresta de davant i la de darrere.</i></p>  <p>[Conversació grupal]</p> <p>A5: <i>Yo voy a hacer el siguiente</i> [viéndolo desde esta perspectiva: ]. <i>Hay que hacerlo hasta aquí, por lo menos. Porque aquí mira hasta donde está</i> [habla en voz alta, mirando el cubo] [está dibujando la parte lateral izquierda y la superior]. [Posteriormente, gira el cubo para poder</p>	<p>L'Alumne 4, comet alguns errors a l'hora de dibuixar la secció en els cubs impresos en el paper i això ens demostra que té algun problema en l'habilitat d'identificació visual. I respecte a l'habilitat de conservació de la percepció, cal destacar que l'Alumne 4 no és conscient que es mantenen les característiques, ja que no dibuixa un triangle en un vèrtex.</p> <p>L'Alumne 5, realitza un error en el dibuix del 7é cub, ja que es</p>


CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ I IDENTIFICACIÓ VISUAL			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
		observar la cara lateral derecha mejor]. <i>Y luego, por aquí hay que hacer así</i> [dibujando la parte lateral derecha].	confon d'aresta, el que ens fa entendre que té dificultats en l'habilitat d'identificació visual. Al mateix temps, en la seua conversació grupal, sembla que sí que usa correctament l'habilitat de conservació de la percepció.


DISCRIMINACIÓ VISUAL			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
A C T I V I T A	Comparar el cub amb els dibuixos i establir diferències i semblances. D'una banda, podem trobar	Alumne 9 [Entrevista] [7é cub] <i>A9: I la forma de la secció és com una sabata. Eixiria un quadrilàter, no me'n recorde</i> [de quin] [...] <i>M: Per què creus que eixe és recte</i> [assenyalant el costat recte de la dreta de la seua forma de la secció]?	L'Alumne 9 compara la forma de la secció del cub amb una sabata i a més, posteriorment, compara cadascuna de les

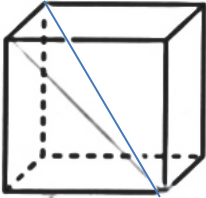
DISCRIMINACIÓ VISUAL			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
T 1 1	<p>les semblances de la forma de la secció amb altres figures prototípiques que en principi és la seua imatge mental. I d'altra banda, podem trobar quan intenten buscar les semblances i les diferències entre el mateix cub per tal de dibuixar correctament el dibuix de la secció en el cub i la forma de la secció.</p>	<p>A9: [Assenyala la línia de la dreta]</p> <p>M: <i>És recta?</i></p> <p>A9: <i>Un poc. No del tot. Seria això, un poc doblat aixina</i> [modifica el seu dibuix de la secció quedant-se: ]</p> <p>M: <i>Entonces, estas dos serien igual d'inclinades</i> [les línies laterals de la forma de la secció]?</p> <p>A9: <i>Nooo, perquè esta</i> [costat esquerre] <i>és més inclinada que esta</i> [costat dret]. <i>Esta</i> [costat dret] <i>si baixes cap avall està prou més prop d'ací</i> [del vèrtex] <i>més que esta</i> [costat esquerre] <i>si vas aixina</i> [seguint les línies i comparant-les en la distància del vèrtex].</p> <p>Alumne 9 [Entrevista] [5é cub]</p> <p>A9: <i>Este era molt fàcil.</i></p> <p>M: <i>Per què era molt fàcil?</i></p> <p>A9: <i>Perquè ahi</i> [agafa el cub], <i>aquest</i> [senyala una línia en el cub físic], <i>aquest, el que va cap avall aixina i després este</i> [va relacionant cada línia del cub físic amb les que ha dibuixat].</p> <p>M: <i>I com has sabut que era un triangle?</i></p> <p>A9: <i>Perquè ahí</i> [observant el cub], <i>aixina pareix una piràmide i la piràmide amb un triangle.</i></p>	<p>línies de la secció per establir semblances i diferències entre elles i això el porta a canviar la forma de la secció. Aquest error és un error de posició del cub, ja que abans el veuria amb una posició en la que la línia de la dreta seria recta, però en l'entrevista ho veu amb el cub inclinat i des d'aquesta posició es veu la secció completa i per tant, es veu amb la línia de la dreta doblada. A més, aquest alumne, també compara la forma de la secció d'un altre cub amb un objecte</p>

DISCRIMINACIÓ VISUAL			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
			familiar amb ell, una piràmide i a més, indica que aquesta piràmide de la seua imatge mental té la seua base forma de triangle.

RECOONEIXEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
ACTIVITAT 11	Són capaços de relacionar cada part del cub físic en el de paper en funció del seu sistema de coordinació, per tal de dibuixar cada part del cub en el lloc corresponent.	<p>Alumnes 5 i 9 [Conversació grupal]</p> <p>A5: <i>Ahora con este cubo</i> [4t cub].</p> <p>A9: <i>¿Así?</i> [Línea más clara es esta opción] [La línea más oscura es la opción del alumno 5 que al final A9 decide copiar-se].</p>  <p>A5: <i>Espérate. No. No es así. A9, es esta parte.</i></p> <p><i>Bueno, se queda esta parte</i> [señalando la parte que en ese momento corta la parte frontal del cubo] [...] <i>Ahora tenemos que descubrir cómo se corta.</i></p>	L'Alumne 5 usa aquesta habilitat, quan intenta situar la secció en el dibuix del cub, ja que s'imagina el cub des de la seua pròpia posició que actua com a punt de referència i a partir d'aquesta, situa la línia correctament en el dibuix. No

RECONeixEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI		
Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
	<p><i>A ver, se corta media parte.</i> [Están viendo el cubo desde esta perspectiva: .</p> <p><i>A9: Por eso, justo cuando aquí se quedaría esta esquina [en la parte frontal]. La esquina esta [esquina frontal de la cara frontal del cubo físico], es esta esquina [la esquina que él ha dibujado en el papel].</i></p> <p><i>A5: Ya, pero no tienes que cortar toda esta parte [indicando que no tenía que llegar hasta el vértice]. Borra eso.</i></p> <p><i>A9: Y luego, la esquina esta [la del lateral derecho del cubo real] es esta [la del lateral derecho del cubo dibujado en el papel].</i></p> <p><i>A5: No A9, no se queda así. Mira cómo se queda. Es que ese [línea clara del dibujo de A9] es este [3r cub]. Lo que acabas de dibujar es una parte de este [3r cub]. Bórralo por favor, es que no es así. Es así [señalando una esquina del 4t cub], es como, es parecido a este [1r cub]. Pero, de otra forma.</i></p> <p><i>A9: Si lo pongo así, esto [señalando .</i></p> <p><i>sería esto [esquina inferior izquierda de la cara</i></p>	<p>obstant això, quan discuteix amb el seu company, Alumne 9, com es pot observar en el diàleg, l'Alumne 9 dibuixa més o menys correcte la part frontal del dibuix, ja que usant aquesta habilitat, situa en el seu sistema de coordinació cada part de la secció i a partir d'aquesta, intenta dibuixar-ho en el cub del paper. Però, l'Alumne 5, veient el cub des de la mateixa perspectiva, no és capaç de veure-ho com el seu company i no ho veu correctament, ja que dibuixa incorrectament la</p>

RECONeixEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
		<p>superior del cubo dibujado]. <i>Y luego, le doy la vuelta y sería esto</i></p>  <p><i>es esto</i></p>	<p>secció en el cub. Per tant, té dificultats per usar aquesta habilitat en algun cub presentat en l'activitat.</p>

RECONeixEMENT DE LES RELACIONS ESPACIALS			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
A C T I V I T A T 1 1	<p>Són capaços d'establir relacions entre les diferents parts del cub per dibuixar la secció en el cub del paper correctament.</p>	<p>Alumne 1 [Conversació grupal] [3r cub]</p> <p>A1: <i>De aquí se corta hasta allí y luego, baja. Pues para eso cojo la regla.</i></p> <p>A16: <i>La línea de aquí [vèrtex superior de l'esquerra de la cara superior] hasta ahí [vèrtex inferior dret de la cara frontal] [línia blava].</i></p> <p>A1: <i>¿No sería de ahí [vèrtex esquerre de la cara frontal]? Porque esta línea no llega a ahí.</i></p> 	<p>Es pot observar que l'Alumne 1 intenta usar aquesta habilitat, però no és capaç de mantindre la relació entre les dos línies de tall horitzontal i vertical. Sols es fixa en els extrems, però no en els segments que formen la línia.</p>

ACTIVITAT 12

CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ I DISCRIMINACIÓ VISUAL

En moltes de les respostes, es pot observar que aquestes dues habilitats estan relacionades, com per exemple, l'Alumne 1 en la següent conversació, ja que es pot observar que l'alumne va realitzant semblances i diferències entre les figures de la primera part, per relacionar cada nom amb el cub corresponent, per tant, demostra l'habilitat de discriminació visual. A més, per realitzar aquestes diferències i semblances, manté les característiques que observa en les peces de cada alumne, usant l'habilitat de conservació de la percepció.

A1: *Bueno, este [2n cub] el de Belinda.*

M: *Vale, com has sabut que era eixe?*

A1: *Pel tipus de triangle perquè este és d'una manera i este és un poquet més una altra i a més, este pareix que estiguen cap avall. Andy. Este és de Andy [3r cub].*

M: *T'has donat conter que el triangle.*

A1: *Perqueee este és més menut això.*

M: *També tens raó.*

A1: *Este [6é cub] el de Gill perquè són com, són plaquetes. I este [4t cub] el de Ellie perquè és com açò [Agafa el 7é cub de l'activitat 11] però, varies voltes.*

M: *Com tallat per ahi [Utilitza el cub per imaginar-s'ho].*

A1: *Tallat, però no esta forma perfecta. Seria un poquet més. Algo aixina.*

M: *Més o menys. Entonces com t'has donat conter de què coincidia eixe [Ellie cub complet] en eixe [Ellie 2 peces]?*

A1: *Per què? Perquè les dos figures no són exactament iguals. A més, perquè he dit. este, si ho ajuntem és això [Senyalant el 7é cub de l'activitat 11].*

CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ I DISCRIMINACIÓ VISUAL			
	Críteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
A C T	Conservació de la percepció:	Alumne 1 [Entrevista] A1: <i>David seria este</i> [associant el	L'Alumne 1, es pot observar que usa aquestes dues habilitats


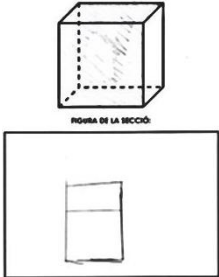


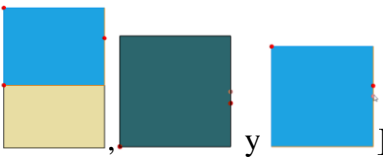
CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ I DISCRIMINACIÓ VISUAL			
	criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
I V T A T 1 2	<p>Demostren que les peces mostrades mantenen les mateixes propietats. Sobretot, ho han de saber aplicar en la identificació de cada individu, cada cub.</p> <p>Discriminació visual:</p> <p>Determinar les diferències i similituds entre els diferents cubs i això es demostra concretament en la 2a pregunta plantejada. Al mateix temps, també serveix per comparar diversos objectes, imatges i/o imatges mentals,</p>	<p>cub amb la persona corresponent], encara que Charlie si les haguera posat cap amunt també podia ser. Però, jo com està més avall i este està més avall jo tenia que ser este Charlie. Per si era tan vago i no li donava la gana posar-ho ell.</p> <p>M: Girar-ho.</p> <p>A1: Sí. O que uno li donara igual i a l'altre no.</p> <p>Alumnes 5 i 9 [Conversació grupal] [Intentant descobrir quin alumne no ha tallat el cub en 4 peces]</p> <p>A9: “Fred li va dir a la professora que dos alumnes havien fet les mateixes peces.” Que eren Belinda y Andy.</p> <p>A5: Nooo, espérate un momento.</p> <p>A9: Sí, son Belinda y Andy las que han fallado porque...</p> <p>A5: Son David y Charlie las que han hecho las mismas piezas porque mira esto es un rectángulo, ¿verdad? Pues esto también es un rectángulo.</p>	<p>perquè d'una banda, indica la diferència entre les peces de Charlie i David (Discriminació visual) i també, es capaç de mantindre les propietats de les peces que ha observat per tal de determinar a quin cub pertanyen cadascuna del parell de peces, reconeixent que encara que canvien de posició, continuen mantenint la mateixa forma.</p> <p>Al mateix temps, els alumnes 5 i 9 també han usat aquestes habilitats. Es pot observar en la seua conversació que l'Alumne 5 té la capacitat d'usar les habilitats correctament, ja que determina qui són els que han tallat les peces igual. No obstant això, l'Alumne 9 usa de forma diferent aquestes habilitats, ja que com que els dibuixos no afavoreixen la diferència entre les figures, l'alumne usa correctament les dues habilitats, mostrant les semblances entre les dues</p>

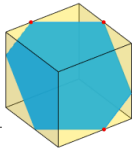
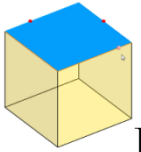
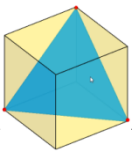
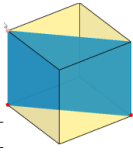
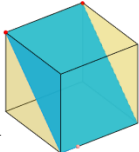
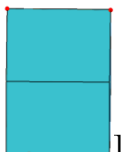
CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ I DISCRIMINACIÓ VISUAL			
	Criteris d'anàlisi	Exemples	Explicació
	i identificar les seues semblances o diferències.	A9: <i>Ya, pero esto</i> [peces de Andy] <i>es igual que esto</i> [3r cub de l'activitat 11] <i>pero en pequeño.</i>	figures de Belinda i Andy i també, les diferències en quant a les seues característiques.

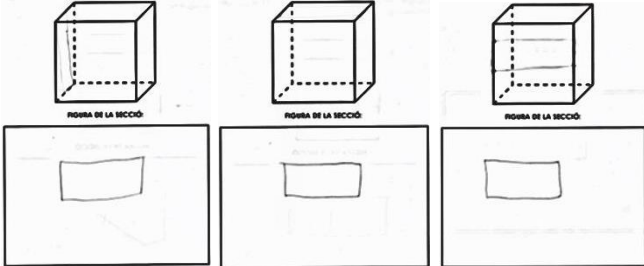
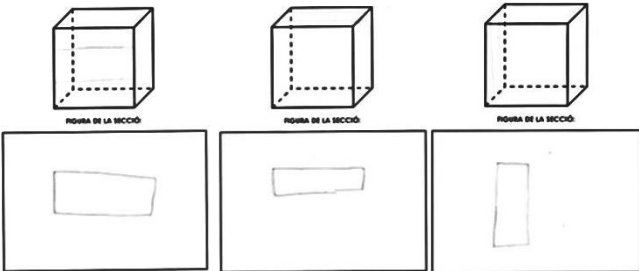
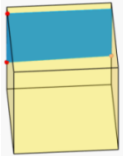
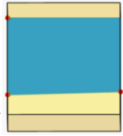
ACTIVITAT 13

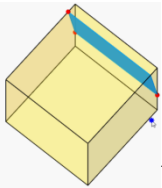
Els alumnes manifesten les habilitats de conservació de la percepció, identificació visual i discriminació visual a la vegada, de manera que a continuació, es mostren els criteris establerts i també es presenten alguns exemples de les habilitats, junt amb la seua explicació.

CRITERIS D'ANÀLISI DE LES HABILITATS DE VISUALITZACIÓ		
CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ (CP)	IDENTIFICACIÓ VISUAL (IV)	DISCRIMINACIÓ VISUAL (DV)
Són capaços d'observar que encara que canvien la posició del cub en la pantalla, les característiques de la figura es mantenen.	Aquesta habilitat és necessària en aquesta activitat per identificar correctament els costats de la secció i no confondre's a causa dels encreuaments amb les arestes del cub. Els alumnes manifesten que tenen dificultats en aquesta habilitat quan dibuixen i s'equivoquen de línia, ja que confonen l'aresta de davant i la de darrere.	Són capaços de distingir si són iguals o diferents les seccions que ells veuen en la pantalla o dibuixen en les respostes amb les imatges mentals de les figures prototípiques que se'ls demana (quadrat, rectangle i pentàgon).

Exemples	Cp	Iv	Dv	Explicació
<p>Alumne 3 i 10 [Conversació grupal i respostes a l'activitat]</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>Alumne 3</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>Alumne 10</p>  </div> </div> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p>A3: <i>Así es un cuadrado</i> []</p> <p>A10: <i>No me digas.</i></p> <p>A3: <i>Ueee.</i></p> <p>A10: <i>Lo hemos conseguido.</i></p> <p>A3: <i>Nosaltres ja tenim un</i></p> <p>L: <i>Això es un quadrat?</i></p> <p>A3: <i>Sí.</i></p> <p>A10: <i>No lo sé. Això es un quadrat?</i></p> <p>A3: <i>Ahora los cuadrados no són cuadrados, no?</i> [Després de moure els punts i trobar diferents figures, troba un altre quadrat]</p> <p>A3: <i>Mira, aquí tienes un cuadrado de verdad.</i> []</p> <p>A10: <i>Vamos a cambiarlo.</i></p> <p>A3: <i>Nooo, que estaba muy bien. Ahora no tenemos</i></p>			<p>X</p>	<p>Aquests alumnes mostren totes les habilitats en aquesta conversació. D'una banda, la discriminació visual la usen quan comparen amb la imatge visual que tenen de cada figura i van demostrant-ho, ja que van identificant cada figura amb el seu nom. I al mateix temps, també demostra l'Alumne 10 aquesta habilitat quan estableix diferències entre un quadrat que ja havien dibuixat i un altre quadrat del mateix estil, és a dir, els que estan en una cara del cub.</p> <p>I demostren que no tenen l'habilitat de Identificació visual i la Conservació de la percepció en els dibuixos, ja que com es pot veure en les</p>

Exemples	Cp	Iv	Dv	Explicació
<p><i>cubo.</i></p> <p>A10: <i>Me ha salido otra cosa curiosa</i> [].</p> <p>A3: <i>Lo tenías ya.</i></p> <p>A10: <i>Oh, no. Me ha salido un rectángulo. Ja està.</i> []</p> <p>A3: <i>Ueee.</i></p> <p>A10: <i>Això conta com a cub? Hazlo en este por si acaso. Oye, ¿este vale? Ponerlo ahí arriba ¿y ya está?</i></p> <p>A3: <i>Me toca.</i></p> <p>A10: <i>Ese es un triángulo</i> [] <i>Un rectángulo</i> [].</p> <p>A3: <i>Ya está.</i></p> <p>A10: <i>Ese ya lo hemos hecho, no vale</i> [Un quadrat com l'anterior en una cara].</p> <p>A3: <i>Vista de la sección</i> [ i ].</p> <p>A10: <i>Nooo, no es un cuadrado.</i> [Lo dibujan como rectángulo. Ver respuestas].</p>				<p>seues respostes, aquests alumnes per dibuixar la secció en el cub, no mantenen les mateixes característiques que la figura de la pantalla, ja que copien el rectangle des de la perspectiva de la “vista de la secció”. Per tant, a l’hora de dibuixar els rectangles mostren dificultats, ja que no reconeixen els elements del cub per dibuixar-ho correctament.</p>

Exemples	Cp	Iv	Dv	Explicació
<p>Alumnes 4 i 8 [Conversació grupal i Resposta a les activitats]</p> <p style="text-align: center;">Alumne 4</p>  <p style="text-align: center;">Alumne 8</p>  <p>A8: <i>Vale, ahora un rectángulo. Éste hazlo tú. (...) Ahora lo mueves hasta conseguir un rectángulo. Ya está, ya está. Déjalo ahí.</i> [] <i>Y ahora dale a vista de la sección</i> [] <i>Es un rectángulo, ¿no? Sí, sí, es un rectángulo.</i></p> <p>A4: <i>Es un rectángulo.</i></p> <p>A8: <i>Lo ponemos aquí atrás, mira aquí.</i></p> <p>A4: <i>Bueno, más o menos.</i></p> <p>A9: <i>¿Atrás o adelante? Adelante que es más fácil.</i></p>	X	X	<p>Els alumnes 4 i 8 manifesten l’habilitat de discriminació visual, ja que podem observar que comparen la seua imatge mental de rectangle amb el que va apareguent en la pantalla i troben la figura de la imatge. L’Alumne 4 també manifesta l’habilitat de conservació de la percepció quan considera que al girar el cub, la figura segueix siguent el mateix rectangle. No obstant això, l’Alumne 8 considera que quan es gira el cub, s’aconsegueixen dos rectangles diferents i per aquest motiu, no té l’habilitat de conservació de la percepció. A banda d’aquestes habilitats, també es pot observar en els seus dibuixos</p>	

Exemples	Cp	Iv	Dv	Explicació
<p>A4: <i>No te compliques la vida.</i></p> <p>A8: <i>Cuando yo lo corte, me saldrá un rectángulo.</i></p> <p>A4: <i>Ya está. Aquí hay un punto, aquí otro.</i></p> <p>A8: <i>Mira, ya sé cómo hacer otro rectángulo</i> [Empiezan a mover el cubo, sin mover los puntos y sale que la que acaban de dibujar es de la siguiente</p>  <p>forma:].</p> <p>A4: <i>Ya, pero buscamos un rectángulo.</i></p> <p>A8: <i>A ver, A4, ¿como ésta? Rectángulo y no te compliques la vida. Ale, ya está. A4 ya está hecho.</i></p> <p>A4: <i>Intentamos hacer otro, es que estamos haciendo el mismo en diferentes partes.</i></p> <p>A8: <i>Pero, son dos rectángulos.</i></p>				<p>que tenen dificultats per copiar la secció que veuen en la pantalla en el cub del paper i per tant, no tenen l'habilitat d'identificació visual, ja que no s'adonen que la figura no està en una sola cara del cub, sinó que també està en unes altres cares.</p>

**ANNEX 5: Problemes del qüestionari de
Benavides (2008). Test PEM.**

QÜESTIONARI

INSTRUCCIONS:

1. Completa totes les dades que es demanen en la part superior de tots els fulls.
2. Escribe totes les operacions necessàries per resoldre cada problema.
3. Escribe la solució en l'espai en blanc que hi ha a continuació del problema.
4. No indiqués com a solució sols un número. Escribe la solució donant el número i el que eixe número significa, per exemple en el següent problema:

Diego tenia 500 euros

Pablo li dona 300 euros

Quants euros té ara Diego?

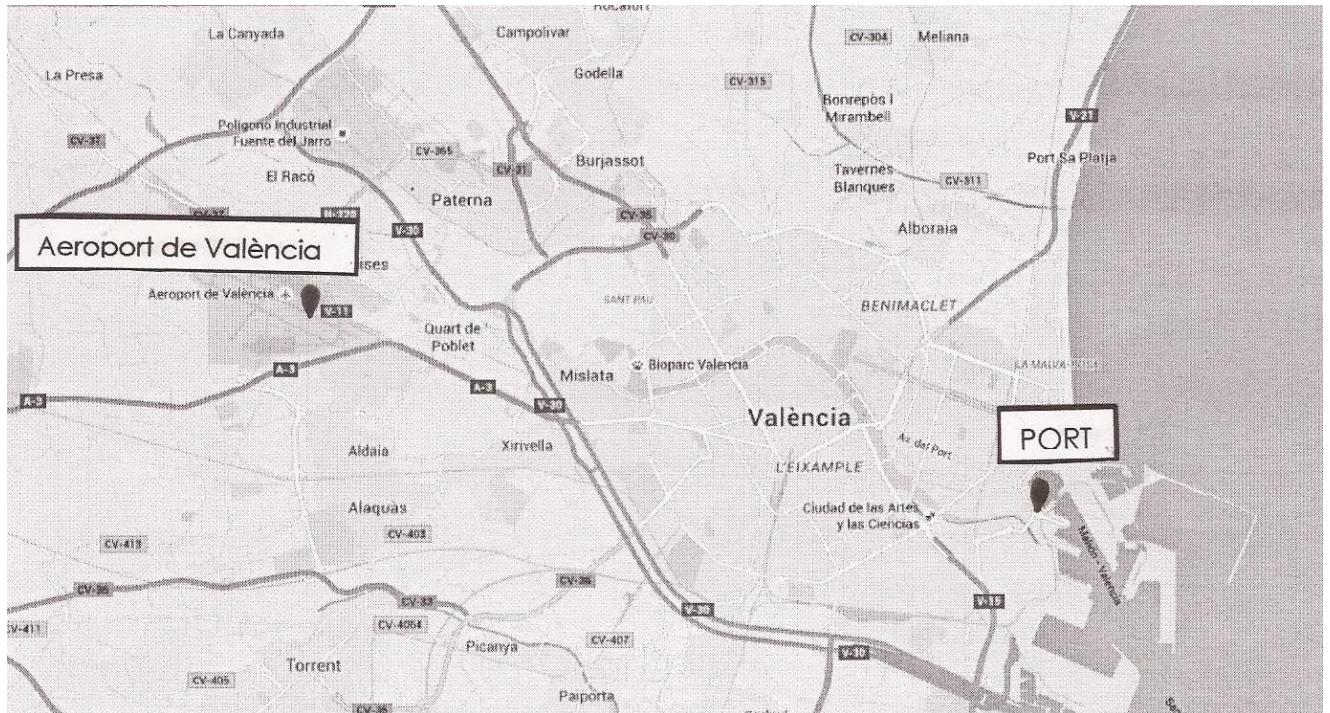
La solució es posaria de la següent forma:

$$\begin{array}{r} 500 \\ + 300 \\ \hline 800 \end{array}$$

Solució: Diego té 800 euros.

PROBLEMA 1

El mapa té una escala de 8:1.200.000, això significa que 8 centímetres del dibuix representen 1.200.000 centímetres reals.



Determina la distancia de l'Aeroport al Port de València i escriu els càlculs utilitzats:

Descriu el procediment que t'ha permès trobar la distancia

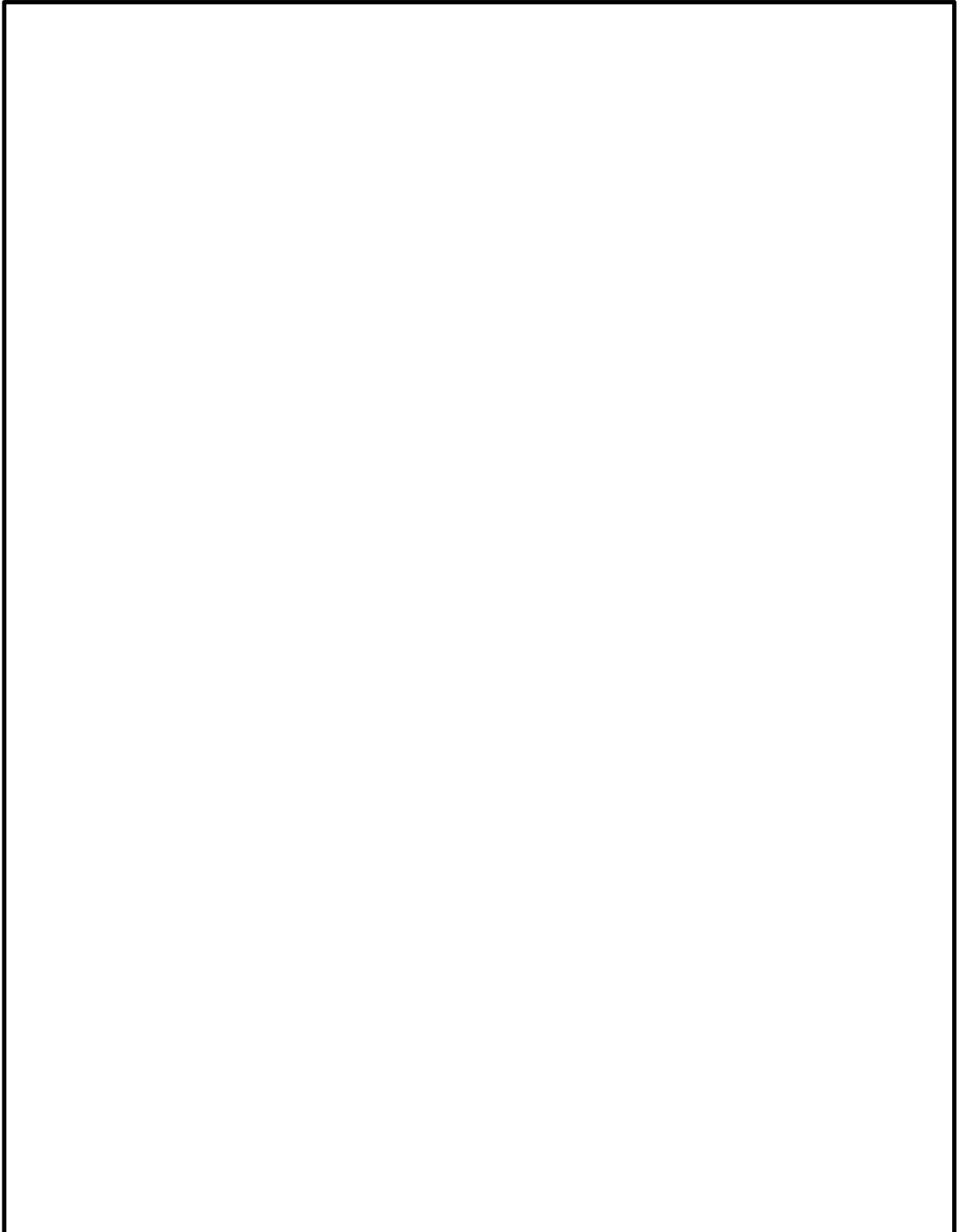
PROBLEMA 2

Tinc 6 camisetes i 2 pantalons. De quantes formes els puc combinar per a vestir-me?



PROBLEMA 3

Pablo té 60 centímetres d'estatura. Tatiana té 180 centímetres d'altura. Quantes vegades menys estatura té Pablo que Tatiana?



PROBLEMA 4

En un restaurant, hi ha 3 entrants, 4 plats principals i 3 postres.
Realment, quants menús poden elegir els clients?

PROBLEMA 5

Si la distancia del Col·legi Federico García Lorca fins el Port és 300.000 centímetres. Quina és l'escala del mapa, és a dir, quants centímetres reals corresponen a un centímetre del dibuix?



Determina l'escala del mapa i escriu els càlculs utilitzats:

Descriu el procediment que t'ha permès trobar la distancia

**ANNEX 6: Taules d'anàlisi de
cadascuna de les habilitats i en
cadascuna de les sessions.**

HABILITATS DE VISUALITZACIÓ

CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ					
ALUMNE 1	1	2	ALUMNE 6	1	2
1a SESSIÓ	0	0	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	0	2a SESSIÓ	0	0
3a SESSIÓ	0	5	3a SESSIÓ	0	0
4a SESSIÓ	0	9	4a SESSIÓ	3	3
ALUMNE 2	1	2	ALUMNE 7	1	2
1a SESSIÓ	0	0	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	0	2a SESSIÓ	0	0
3a SESSIÓ	0	2	3a SESSIÓ	0	4
4a SESSIÓ	0	4	4a SESSIÓ	3	2
ALUMNE 3	1	2	ALUMNE 8	1	2
1a SESSIÓ	0	0	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	0	2a SESSIÓ	0	0
3a SESSIÓ	0	1	3a SESSIÓ	0	0
4a SESSIÓ	1	4	4a SESSIÓ	1	5
ALUMNE 4	1	2	ALUMNE 9	1	2
1a SESSIÓ	0	0	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	0	2a SESSIÓ	0	0
3a SESSIÓ	1	2	3a SESSIÓ	0	1
4a SESSIÓ	2	3	4a SESSIÓ	3	11
ALUMNE 5	1	2	ALUMNE 10	1	2
1a SESSIÓ	0	0	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	0	2a SESSIÓ	0	0
3a SESSIÓ	0	3	3a SESSIÓ	0	0
4a SESSIÓ	3	7	4a SESSIÓ	1	4
	7	40		11	30

CONSERVACIÓ DE LA PERCEPCIÓ					
	1a SESSIÓ	2a SESSIÓ	3a SESSIÓ	4a SESSIÓ	TOTAL
Correctes	0	0	18	52	70
Incorrectes	0	0	1	17	18

RECONeixEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI					
ALUMNE 1	1	2	ALUMNE 6	1	2
1a SESSIÓ	0	4	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	5	2a SESSIÓ	1	0
3a SESSIÓ	0	3	3a SESSIÓ	0	0
4a SESSIÓ	0	0	4a SESSIÓ	0	0
ALUMNE 2	1	2	ALUMNE 7	1	2
1a SESSIÓ	0	4	1a SESSIÓ	0	1
2a SESSIÓ	0	3	2a SESSIÓ	0	1
3a SESSIÓ	0	0	3a SESSIÓ	0	2
4a SESSIÓ	0	1	4a SESSIÓ	0	0
ALUMNE 3	1	2	ALUMNE 8	1	2
1a SESSIÓ	0	2	1a SESSIÓ	0	1
2a SESSIÓ	0	1	2a SESSIÓ	0	1
3a SESSIÓ	0	1	3a SESSIÓ	0	2
4a SESSIÓ	0	1	4a SESSIÓ	0	1
ALUMNE 4	1	2	ALUMNE 9	1	2
1a SESSIÓ	2	0	1a SESSIÓ	0	3
2a SESSIÓ	2	1	2a SESSIÓ	0	4
3a SESSIÓ	1	4	3a SESSIÓ	0	3
4a SESSIÓ	0	1	4a SESSIÓ	0	4
ALUMNE 5	1	2	ALUMNE 10	1	2
1a SESSIÓ	0	3	1a SESSIÓ	0	4
2a SESSIÓ	0	1	2a SESSIÓ	0	0
3a SESSIÓ	0	3	3a SESSIÓ	0	0
4a SESSIÓ	1	0	4a SESSIÓ	0	0
	6	38		1	27

RECONeixEMENT DE POSICIONS EN L'ESPAI					
	1a SESSIÓ	2a SESSIÓ	3a SESSIÓ	4a SESSIÓ	TOTAL
Correctes	22	17	18	8	65
Incorrectes	2	3	1	1	7

RECONeixEMENT DE RELACIONS ESPACIALS					
ALUMNE 1	1	2	ALUMNE 6	1	2
1a SESSIÓ	0	1	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	6	2a SESSIÓ	2	0
3a SESSIÓ	0	9	3a SESSIÓ	0	2
4a SESSIÓ	0	1	4a SESSIÓ	0	0
ALUMNE 2	1	2	ALUMNE 7	1	2
1a SESSIÓ	0	5	1a SESSIÓ	1	3
2a SESSIÓ	0	3	2a SESSIÓ	2	2
3a SESSIÓ	0	9	3a SESSIÓ	1	3
4a SESSIÓ	0	0	4a SESSIÓ	0	0
ALUMNE 3	1	2	ALUMNE 8	1	2
1a SESSIÓ	1	2	1a SESSIÓ	1	0
2a SESSIÓ	0	2	2a SESSIÓ	0	2
3a SESSIÓ	0	1	3a SESSIÓ	1	1
4a SESSIÓ	2	0	4a SESSIÓ	0	1
ALUMNE 4	1	2	ALUMNE 9	1	2
1a SESSIÓ	1	1	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	1	2	2a SESSIÓ	0	5
3a SESSIÓ	1	3	3a SESSIÓ	0	6
4a SESSIÓ	0	0	4a SESSIÓ	0	2
ALUMNE 5	1	2	ALUMNE 10	1	2
1a SESSIÓ	1	1	1a SESSIÓ	0	2
2a SESSIÓ	1	1	2a SESSIÓ	0	1
3a SESSIÓ	0	2	3a SESSIÓ	0	1
4a SESSIÓ	0	2	4a SESSIÓ	0	1
	8	51		8	32

RECONeixEMENT DE RELACIONS ESPACIALS					
	1a SESSIÓ	2a SESSIÓ	3a SESSIÓ	4a SESSIÓ	TOTAL
Correctes	15	24	37	7	83
Incorrectes	5	6	3	2	16

DISCRIMINACIÓ VISUAL					
ALUMNE 1	1	2	ALUMNE 6	1	2
1a SESSIÓ	0	0	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	0	2a SESSIÓ	0	0
3a SESSIÓ	0	0	3a SESSIÓ	0	0
4a SESSIÓ	0	7	4a SESSIÓ	0	4
ALUMNE 2	1	2	ALUMNE 7	1	2
1a SESSIÓ	0	0	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	1	2a SESSIÓ	0	0
3a SESSIÓ	0	0	3a SESSIÓ	0	0
4a SESSIÓ	0	3	4a SESSIÓ	0	3
ALUMNE 3	1	2	ALUMNE 8	1	2
1a SESSIÓ	0	0	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	0	2a SESSIÓ	0	0
3a SESSIÓ	0	0	3a SESSIÓ	0	0
4a SESSIÓ	0	3	4a SESSIÓ	0	3
ALUMNE 4	1	2	ALUMNE 9	1	2
1a SESSIÓ	0	0	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	2	2a SESSIÓ	0	0
3a SESSIÓ	0	0	3a SESSIÓ	0	0
4a SESSIÓ	1	5	4a SESSIÓ	3	9
ALUMNE 5	1	2	ALUMNE 10	1	2
1a SESSIÓ	0	0	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	0	2a SESSIÓ	0	1
3a SESSIÓ	0	0	3a SESSIÓ	0	0
4a SESSIÓ	2	2	4a SESSIÓ	0	3
	3	23		3	23

DISCRIMINACIÓ VISUAL					
	1a SESSIÓ	2a SESSIÓ	3a SESSIÓ	4a SESSIÓ	TOTAL
Correctes	0	4	0	42	46
Incorrectes	0	0	0	6	6

IDENTIFICACIÓ VISUAL					
ALUMNE 1	1	2	ALUMNE 6	1	2
1a SESSIÓ	0	0	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	0	2a SESSIÓ	0	0
3a SESSIÓ	0	0	3a SESSIÓ	0	0
4a SESSIÓ	0	3	4a SESSIÓ	2	1
ALUMNE 2	1	2	ALUMNE 7	1	2
1a SESSIÓ	0	0	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	0	2a SESSIÓ	0	0
3a SESSIÓ	0	0	3a SESSIÓ	0	0
4a SESSIÓ	0	1	4a SESSIÓ	2	1
ALUMNE 3	1	2	ALUMNE 8	1	2
1a SESSIÓ	0	0	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	0	2a SESSIÓ	0	0
3a SESSIÓ	0	0	3a SESSIÓ	0	0
4a SESSIÓ	1	2	4a SESSIÓ	3	3
ALUMNE 4	1	2	ALUMNE 9	1	2
1a SESSIÓ	0	0	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	0	2a SESSIÓ	0	0
3a SESSIÓ	0	0	3a SESSIÓ	0	0
4a SESSIÓ	5	0	4a SESSIÓ	2	2
ALUMNE 5	1	2	ALUMNE 10	1	2
1a SESSIÓ	0	0	1a SESSIÓ	0	0
2a SESSIÓ	0	0	2a SESSIÓ	0	0
3a SESSIÓ	0	0	3a SESSIÓ	0	0
4a SESSIÓ	3	1	4a SESSIÓ	1	1
	9	7		10	8

IDENTIFICACIÓ VISUAL					
	1a SESSIÓ	2a SESSIÓ	3a SESSIÓ	4a SESSIÓ	TOTAL
Correctes	0	0	0	15	15
Incorrectes	0	0	0	19	19

SESSIONS DE L'EXPERIMENT D'ENSENYAMENT

SESSIÓ 1						
	Conserv. percep		Recon. posicions espai		Recon. Rel. espacials	
ALUMNE 1	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	1	0	0
Activitat 2	0	0	0	1	0	1
Activitat 3	0	0	0	2	0	0
ALUMNE 2	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	1	0	1
Activitat 2	0	0	0	1	0	2
Activitat 3	0	0	0	2	0	2
ALUMNE 3	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	0	0	1
Activitat 2	0	0	0	1	1	0
Activitat 3	0	0	0	1	0	1
ALUMNE 4	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	1	0	1	1
Activitat 2	0	0	1	0	0	0
Activitat 3	0	0	0	0	0	0
ALUMNE 5	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	1	0	0
Activitat 2	0	0	0	1	1	1
Activitat 3	0	0	0	1	0	0
ALUMNE 6	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	0	0	0
Activitat 2	0	0	0	0	0	0
Activitat 3	0	0	0	0	0	0
ALUMNE 7	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	0	0	2
Activitat 2	0	0	0	0	1	0
Activitat 3	0	0	0	1	0	1
ALUMNE 8	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	0	0	0
Activitat 2	0	0	0	1	1	0
Activitat 3	0	0	0	0	0	0
ALUMNE 9	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	1	0	0
Activitat 2	0	0	0	1	0	0
Activitat 3	0	0	0	1	0	0
ALUMNE 10	1	2	1	2	1	2

SESSIÓ 1						
	Conserv. percep		Recon. posicions espai		Recon. Rel. espacials	
Activitat 1	0	0	0	1	0	1
Activitat 2	0	0	0	1	0	1
Activitat 3	0	0	0	2	0	0
TOTAL	0	0	2	22	5	15

SESSIÓ 1				
		Conserv percepció	Recon pos espai	Recon rela espa
ACTIVITAT 1	Incorrectes	0	1	1
	Correctes	0	5	6
ACTIVITAT 2	Incorrectes	0	1	4
	Correctes	0	7	5
ACTIVITAT 3	Incorrectes	0	0	0
	Correctes	0	10	4

SESSIÓ 2						
	Recon. posicions espai		Recon. Rel. espacials		Driscriminació visual	
ALUMNE 1	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	3	0	4	0	0
Activitat 2	0	1	0	0	0	0
Activitat 3	0	1	0	2	0	0
ALUMNE 2	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	1	0	2	0	0
Activitat 2	0	1	0	0	0	1
Activitat 3	0	1	0	1	0	0
ALUMNE 3	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	1	0	1	0	0
Activitat 2	0	0	0	0	0	0
Activitat 3	0	0	0	1	0	0
ALUMNE 4	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	1	0	1	0	0	0
Activitat 2	0	1	0	0	0	2
Activitat 3	1	0	0	2	0	0
ALUMNE 5	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	1	1	0	0
Activitat 2	0	1	0	0	0	0
Activitat 3	0	0	0	0	0	0
ALUMNE 6	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	1	0	0	0
Activitat 2	1	0	0	0	0	0
Activitat 3	0	0	1	0	0	0
ALUMNE 7	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	1	2	0	0
Activitat 2	0	1	0	0	0	0
Activitat 3	0	0	1	0	0	0
ALUMNE 8	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	1	0	0
Activitat 2	0	1	0	0	0	0
Activitat 3	0	0	0	1	0	0
ALUMNE 9	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	1	0	3	0	0
Activitat 2	0	1	0	0	0	0
Activitat 3	0	2	0	2	0	0
ALUMNE 10	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	0	0	0
Activitat 2	0	0	0	0	0	1

SESSIÓ 2						
	Recon. posicions espai		Recon. Rel. espacials		Driscriminació visual	
Activitat 3	0	0	0	1	0	0
TOTAL	3	17	6	24	0	4

SESSIÓ 2				
		Recon pos espai	Recon rela espa	Discrim. visual
ACTIVITAT 1	Incorrectes	1	4	0
	Correctes	6	14	0
ACTIVITAT 2	Incorrectes	1	0	0
	Correctes	7	0	4
ACTIVITAT 3	Incorrectes	1	2	0
	Correctes	4	10	0

SESSIÓ 3						
	Conserv. percep		Recon. posicions espai		Recon. Rel. espacials	
ALUMNE 1	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	0	0	3
Activitat 2	0	0	0	2	0	0
Activitat 3	0	3	0	1	0	5
Activitat 4	0	2	0	0	0	1
ALUMNE 2	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	0	0	2
Activitat 2	0	1	0	0	0	1
Activitat 3	0	0	0	0	0	5
Activitat 4	0	1	0	0	0	1
ALUMNE 3	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	1	0	1
Activitat 2	0	0	0	0	0	0
Activitat 3	0	1	0	0	0	0
Activitat 4	0	0	0	0	0	0
ALUMNE 4	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	1	0	1	0	1	0
Activitat 2	0	0	0	2	0	0
Activitat 3	0	2	0	2	0	2
Activitat 4	0	0	0	0	0	1
ALUMNE 5	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	2	0	1	0	0
Activitat 2	0	0	0	0	0	0
Activitat 3	0	0	0	1	0	2
Activitat 4	0	1	0	1	0	0
ALUMNE 6	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	0	0	1
Activitat 2	0	0	0	0	0	0
Activitat 3	0	0	0	0	0	1
Activitat 4	0	0	0	0	0	0
ALUMNE 7	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	1	0	1
Activitat 2	0	1	0	0	1	0
Activitat 3	0	0	0	0	0	1
Activitat 4	0	3	0	1	0	1
ALUMNE 8	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	0	0	1
Activitat 2	0	0	0	1	0	0
Activitat 3	0	0	0	1	0	0

SESSIÓ 3						
	Conserv. percep		Recon. posicions espai		Recon. Rel. espacials	
Activitat 4	0	0	0	0	1	0
ALUMNE 9	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	1	0	1
Activitat 2	0	0	0	1	0	0
Activitat 3	0	1	0	1	0	4
Activitat 4	0	0	0	0	0	1
ALUMNE 10	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	0	0	0	0	1
Activitat 2	0	0	0	0	0	0
Activitat 3	0	0	0	0	0	0
Activitat 4	0	0	0	0	0	0
TOTAL	1	18	1	18	3	37

SESSIÓ 3				
		Conserv. percep	Recon. posicions espai	Recon. Rel. espacials
ACTIVITAT 1	Incorrectes	1	1	1
	Correctes	2	4	11
ACTIVITAT 2	Incorrectes	0	0	1
	Correctes	2	6	1
ACTIVITAT 3	Incorrectes	0	0	0
	Correctes	7	6	20
ACTIVITAT 4	Incorrectes	0	0	1
	Correctes	7	2	5

SESSIÓ 4										
	Conserv. Perc.		Rec. Pos. espai		Rec. Rel. Espa.		Driscrim. visual		Ident. visual	
	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
ALUMNE 1										
Activitat 1	0	5	0	0	0	1	0	0	0	3
Activitat 2	0	4	0	0	0	0	0	4	0	0
Activitat 3	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0
ALUMNE 2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	3	0	1	0	0	0	0	0	1
Activitat 2	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
Activitat 3	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0
ALUMNE 3	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	4	0	1	0	0	0	0	0	2
Activitat 2	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
Activitat 3	1	0	0	0	2	0	0	2	1	0
ALUMNE 4	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	1	2	0	1	0	0	0	0	3	0
Activitat 2	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0
Activitat 3	1	1	0	0	0	0	1	2	2	0
ALUMNE 5	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	1	3	1	0	0	2	0	0	3	0
Activitat 2	0	3	0	0	0	0	0	2	0	1
Activitat 3	2	1	0	0	0	0	2	0	0	0
ALUMNE 6	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	2	0	0	0	0	0	0	1	1
Activitat 2	0	1	0	0	0	0	0	2	0	0
Activitat 3	3	0	0	0	0	0	0	2	1	0
ALUMNE 7	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
Activitat 2	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
Activitat 3	3	0	0	0	0	0	0	2	1	0
ALUMNE 8	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	4	0	1	0	1	0	0	0	3
Activitat 2	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
Activitat 3	1	0	0	0	0	0	0	2	3	0
ALUMNE 9	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	7	0	4	0	2	0	2	1	2
Activitat 2	1	3	0	0	0	0	1	6	0	0
Activitat 3	2	1	0	0	0	0	2	1	1	0
ALUMNE 10	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Activitat 1	0	3	0	0	0	1	0	0	0	1

SESSIÓ 4										
	Conserv. Perc.		Rec. Pos. espai		Rec. Rel. Espa.		Driscrim. visual		Ident. visual	
Activitat 2	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
Activitat 3	1	0	0	0	0	0	0	2	1	0
TOTAL	17	53	1	8	2	7	6	42	19	15

SESSIÓ 4						
		Cons. Per.	Rec. Pos. Esp.	Rec. Rel. Esp.	Discr. Vis.	Iden. Vis.
ACTIVITAT 1	Incorrectes	2	1	0	0	9
	Correctes	34	8	7	2	14
ACTIVITAT 2	Incorrectes	1	0	0	1	0
	Correctes	16	0	0	22	1
ACTIVITAT 3	Incorrectes	14	0	2	5	10
	Correctes	3	0	0	18	0