

# VNIVERSITAT Æ VALÈNCIA



Departament de Física Aplicada i Electromagnetisme

## **Análisis modal de fibras ópticas curvadas: aplicaciones de sensor**

TESIS DOCTORAL

Mauricio Reyes Hurtado

València, 2016



D. Miguel V. Andrés Bou, Catedrático de Universidad del Departamento de Física Aplicada y Electromagnetismo, y D. Enrique Silvestre Mora, Profesor Titular del Departamento de Óptica, ambos de la Universitat de València.

**CERTIFICAN** que la presente memoria: “Análisis modal de fibras ópticas curvadas: aplicaciones de sensor”, resume el trabajo de investigación realizado, bajo su dirección, por D. Mauricio Reyes Hurtado y constituye su Tesis para optar al grado de Doctor por la Universidad de Valencia.

Y para que conste y en cumplimiento de la legislación vigente, firman el presente certificado.

Valencia, a 19 de octubre de 2016.

Fdo.: Dr. Miguel V. Andrés Bou

Fdo.: Dr. Enrique Silvestre Mora



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Proyecto de tesis doctoral . . . . .	1
1.2. Introducción . . . . .	2
<b>2. Estudio Modal de Fibras Ópticas Curvadas</b>	<b>9</b>
2.1. Planteamiento del problema . . . . .	9
2.2. Método Iterativo de Fourier . . . . .	18
2.3. Modos guiados en una fibra óptica con curvatura constante . . . . .	22
2.4. Transmitancia de un dispositivo . . . . .	26
<b>3. Bucle de fibra óptica: Sensor de índice de refracción</b>	<b>31</b>
3.1. Estudio modal del sensor. . . . .	31
<b>4. Dispositivos de fibra estrechada con transición abrupta: Interferómetro modal.</b>	<b>43</b>
4.1. Sensor de índice de refracción. . . . .	43
4.2. Goniómetro. . . . .	52
<b>5. Conclusiones</b>	<b>57</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>59</b>



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Proyecto de tesis doctoral

Este proyecto se ha desarrollado en el Departamento de Física Aplicada y Electromagnetismo de la Universitat de València, bajo la dirección del Dr. Miguel V. Andrés y del Dr. Enrique Silvestre. En esta memoria se presenta el trabajo de tesis doctoral titulada “Análisis modal de fibras ópticas curvadas: aplicaciones de sensor” que se ha realizado en el marco de los proyectos TEC2008-05490 y PROMETEO/2009/077 financiados por el Ministerio de Economía y Competitividad y la Generalitat Valenciana, respectivamente. El objetivo final de estos proyectos es desarrollar nuevas fuentes de luz de fibra óptica tipo láseres mode-lock activos, supercontinuo, pares de fotones, etc. Algunos experimentos anteriores al inicio de esta tesis indican que la interacción acusto-óptica en combinación con redes de periodo largo grabadas en fibra óptica (Oliveira, 2011) puede permitir el desarrollo de moduladores en fibra eficientes, siendo estos moduladores de interés para el desarrollo de fuentes de luz pulsadas. Por ello, inicialmente nos propusimos abordar la modelización de estas interacciones en base al estudio de los efectos de las curvaturas inducidas por la onda acústica de flexión en la estructura modal de la fibra óptica (Block, 2006).

Por otra parte, según avanzaba el trabajo y fruto de la interacción con el Dr. David Monzón del Centro de Investigaciones en Óptica (León, México) vimos que el estudio modal de la fibra óptica curvada permite modelizar las características de determinados sensores ópticos de índice de refracción (IR), conocidos como refractómetros, y que se pueden emplear para medir la concentración de una sustancia en disolución a partir del índice de refracción. Los sensores de IR pueden estar basados en secciones de fibra óptica curvada (Chiang, 2013), redes de Bragg grabadas en fibra óptica (FBG) (Iadicicco, 2004), interferómetros hechos con FBG (Mosquera, 2010), redes de periodo largo (LPG) (Shu, 1999) o fibras estrechadas (*tapers*) (Tian, 2008), entre otros. Finalmente, el grueso del proyecto se ha centrado en estas aplicaciones de sensor, quedando para otros trabajos futuros su empleo en la modelización de la interacción acusto-óptica. El estudio se ha realizado empleando una herramienta de

simulación, desarrollada previamente en el grupo de investigación, que se fundamenta en el método iterativo de Fourier que permite obtener los modos de la fibra con geometrías especiales (Silvestre, 2005).

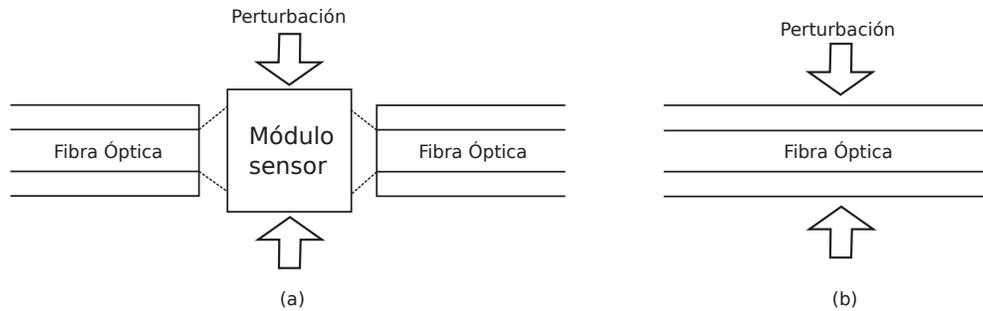
## 1.2. Introducción

En los últimos años, el campo de las fibras ópticas ha tenido un notable crecimiento debido a la diversidad de aplicaciones en las que se pueden usar. En la actualidad, mediante técnicas de post-procesado, la fibra óptica se puede someter a distintas clases de modificaciones, por ejemplo, la modificación de su geometría mediante fusión y estiramiento o la modificación de su índice de refracción mediante radiación UV, que pueden afectar de forma considerable a las propiedades de propagación de la luz. Los dispositivos basados en fibras ópticas son cruciales en la mayoría de los sistemas de comunicación, lo que ha impulsado su desarrollo y ha permitido mejorar de forma progresiva su calidad, trayendo consigo una variedad de componentes utilizables en muchas otras aplicaciones. Esto ha provocado un impacto positivo en la tecnología de sensores, en algunos casos porque la fibra óptica permite excitar y medir el estado de un sensor óptico más convencional y en otros casos porque la propia fibra óptica es el elemento sensor. Esta es la situación más interesante para nuestro trabajo, las aplicaciones de la propia fibra como sensor.

Los sensores de fibra óptica son sistemas que se fundamentan en obtener la información de un parámetro dado a partir de la interacción con el haz de luz guiado (Udd, 2011). El desarrollo de los sensores ópticos es importante debido a que se ha introducido en muchos campos, por ejemplo, en la ingeniería, la medicina y la industria. Desde el punto de vista industrial, se pueden usar para el control de presión, temperatura, nivel de líquidos, etc. Además, se requiere en muchos casos que estos sensores sean compactos, resistentes, precisos y sobre todo de bajo coste. Las características de las fibras ópticas y de los sensores basados en ellas permiten su aplicación en condiciones hostiles, donde los sensores clásicos no pueden emplearse debido a que no son resistentes a las altas temperaturas, a entornos químicamente corrosivos y sobre todo a las interferencias electromagnéticas. Además, las fibras ópticas permiten operar sensores a larga distancia y, lo que también es diferenciador, permiten implementar sensores distribuidos en los que la medida se realiza a lo largo de toda la fibra óptica en centenares de metros e incluso kilómetros. Debido a todo ello, los sensores basados en fibra óptica ofrecen ventajas específicas, proporcionan alternativas diferentes a las convencionales y permiten abordar aplicaciones nuevas. Esto ha hecho que los sensores ópticos ocupen áreas de aplicación en las que los sensores clásicos presentan limitaciones o no son utilizables y, en algunos campos, puedan llegar a desplazarlos a pesar de que la tecnología convencional está bien establecida.

Como se mencionó anteriormente, los sensores de fibra óptica se basan en la utilización de la luz guiada en la fibra para medir parámetros externos. Existe una gran variedad de configuraciones de fibra con las que se puede medir diferentes parámetros físicos tales como

voltaje, presión, deformación, temperatura, índice de refracción, etc. En función de cómo se mida la perturbación externa los sensores se clasifican en sensores intrínsecos y sensores extrínsecos (figura 1.1) (Culshaw, 1984). En los sensores extrínsecos, la fibra actúa solamente como una guía de onda llevando la luz al elemento sensor y midiendo su estado a partir de la luz reflejada o transmitida, que se guía hasta un detector. En cambio, en los sensores intrínsecos, la interacción que fundamenta la medida ocurre en la propia fibra, ya sea en una sección concreta de la misma o de forma distribuida.



**Figura 1.1:** Tipo de sensores de fibra óptica: (a) extrínseco, (b) intrínseco.

En nuestro proyecto nos vamos a centrar en sensores intrínsecos, que en adelante llamaremos simplemente sensores de fibra óptica. Una de las ventajas que tienen los sensores de fibra óptica es su naturaleza dieléctrica y la capacidad de monitorización a grandes distancias, con la posibilidad de aprovechar las tecnologías de los sistemas de comunicaciones de fibra óptica. Las principales ventajas de usar fibras ópticas para la construcción de sensores son:

- Alta sensibilidad y gran ancho de banda.
- Buena resistencia a la corrosión y fatiga.
- Detectan una variedad de parámetros como deformaciones, vibraciones, temperatura, voltajes, etc.
- En condiciones normales, las radiaciones electromagnéticas no afectan al sensor.
- Bajo peso y volumen.
- No necesitan alimentación eléctrica en el punto de medida.

Dado que la perturbación externa se mide por medio de la interacción con el haz de luz, en un sensor de fibra óptica es posible modular diferentes propiedades de la onda (su amplitud, su frecuencia, la polarización y la fase), es decir, podríamos construir distintos tipos de sensores según las propiedades de la onda que podamos modular en base a la configuración concreta del sensor y su interacción con la magnitud a medir. En muchas ocasiones se habla de sensores codificados en amplitud, frecuencia, longitud de onda, tiempo, fase, etc., según como finalmente se haga la extracción de la información de la medida (Roriz, 2012) (Udd, 1995) (Lee, 2012) (Hill, 1997) (Yin, 2002). Algunas formas de codificación son preferibles, ya sea por su robustez frente a perturbaciones indeseadas, como es el caso de los sensores

codificados en frecuencia. En el esquema de la figura 1.2 se puede ver la clasificación de algunos sensores ópticos.



**Figura 1.2:** Clasificación de los sensores ópticos.

Los sensores de fibra óptica pueden presentar diferentes configuraciones. Por ejemplo, la parte activa de la fibra que define el elemento sensor puede ser una sección de fibra óptica procesada, como sería el caso de las redes de Bragg (Causado-Buelvas, 2011) producidas mediante la modificación periódica del índice de refracción del núcleo de la fibra. El extremo de la fibra óptica puede constituir la parte activa del sensor y se puede emplear como sensor de nivel de líquidos (Snow, 1989). También, la parte activa puede ser la superficie lateral de la fibra, previo procesamiento de la misma ya sea mediante ataque químico o fusión y estiramiento para conseguir que el campo evanescente alcance la superficie, de tal forma que se tenga una interacción directa de la luz con el medio exterior (Díez, 1999).

Por lo general, los sensores en donde la perturbación modifica directamente la amplitud de la luz, es decir, que genera un cambio en la intensidad en el detector, se les denomina sensores de intensidad. Este tipo de sensor son los más fáciles de construir, debido a que requieren pocos elementos y su implementación suele tener un coste bajo. Sin embargo, son sensores relativamente poco robustos y fiables ya que existen muchos tipos de perturbaciones que pueden afectar a la intensidad de la señal y confundirse con la medida, como son las fluctuaciones de la propia fuente de luz. Estas circunstancias hacen que al final el sistema deba incorporar referencias y controles que incrementan su complejidad.

Una técnica para construir sensores se basa en curvar una sección de fibra óptica. La curvatura produce varios efectos que pueden emplearse, como es la modulación de la intensidad transmitida a causa de las pérdidas generadas en el modo fundamental que son función de la curvatura. El tener una comprensión detallada de los efectos generados al curvar la fibra es de vital importancia para el desarrollo de sensores basados en fibras curvadas y poder afrontar su optimización, además de poder proponer nuevos usos. Precisamente, el estudio modal desarrollado en esta tesis permite proponer configuraciones que codifican el sensor en longitud de onda.

A pesar de que las fibras curvadas se han convertido en una parte integral de muchos componentes y sensores de fibra óptica, no existen estudios modales rigurosos y completos que analicen la transmitancia y la respuesta espectral de los bucles de fibra curvada. Así, parece importante tener una comprensión desde un punto de vista modal de estos dispositivos. Los

estudios existentes de guías de onda con curvatura se han reportado en diferentes trabajos. Por ejemplo, en las referencias (Lagakos, 1981) y (Lagakos, 1987) estudian un sensor óptico basado en la modulación de intensidad, deformando una fibra óptica multimodo mediante dos placas onduladas para inducir micro-curvaturas. Este efecto es utilizado como un mecanismo de transducción con el propósito de medir cambios en el entorno tales como presión, aceleración, temperatura, campos eléctrico y magnético, como también para detectar pequeños desplazamientos. Por otra parte (Wlodarczyk, 1987) menciona que las pérdidas ocasionadas por las micro-curvaturas en una fibra óptica monomodo tiene una fuerte dependencia con la longitud de onda, en particular con longitudes de ondas largas, por lo que la atenuación en una fibra monomodo tiene una fuerte dependencia con la periodicidad de las micro-curvaturas inducidas y con las características de la fibra. Esto permite desarrollar sensores ópticos que se basan en la comparación de intensidad de dos longitudes de onda, las cuales se obtienen filtrando el espectro de un LED para minimizar los efectos de las variaciones de intensidad ocasionadas por los cambios de temperatura de este, ya que si se utilizan dos fuentes esta minimización no se puede alcanzar fácilmente. Así, mediante la optimización de la periodicidad de las micro-curvaturas y las dimensiones de la fibra óptica es posible que la longitud de onda correspondiente a la dispersión pueda situarse cerca de la longitud de onda de emisión del LED.

En (Gauthier, 1997) se realiza una descripción teórica de los principios físicos involucrados en la pérdida de potencia cuando una fibra óptica recta monomodo se somete a una cierta curvatura. Por otra parte, realizan un diseño experimental de un sensor óptico single-point el cual permite conocer la posición y magnitud de la curvatura inducida en la fibra óptica monomodo mediante la medida de la reducción de la luz propagada por el núcleo. El trabajo de (Jeong, 2002) presenta un estudio teórico y experimental de una fibra óptica de núcleo hueco (HCF) que se usa como un sensor para medir macro-curvatura. En este trabajo se presenta una teoría de perturbaciones para modos de una fibra óptica curvada de núcleo hueco con el propósito de entender las características de la fibra, donde la estimación numérica de primer orden de la teoría de perturbación para el perfil de campo muestra que tiene una buena concordancia con los datos experimentales. Cabe resaltar que la sensibilidad a macro-curvaturas es muy alta y es posible detectar radios de curvatura grandes como cientos de milímetros, por otro lado, la sensibilidad del sensor a la temperatura y tensión dentro de un rango de 100 °C y 100  $\mu\epsilon$  respectivamente, es despreciable. Por último, en (Nam, 2005) se reporta un sensor de altas temperaturas basado en WGM (whispering gallery modes) en una fibra monomodo curvada con revestimiento adelgazado mediante ataque químico donde el bucle de fibra formado se ajustó hasta obtener picos de resonancia que se monitorizaron a temperatura ambiente, para luego observar los desplazamientos de los picos cuando la fibra se introdujo en un horno donde la temperatura se varió desde la temperatura ambiente hasta los 700 °C. Midiendo el desplazamiento de los picos en función de la temperatura, se observó que la evolución del espectro como de la sensibilidad térmica depende del espesor del revestimiento.

Aunque estos trabajos son interesantes, son limitados y no contienen un análisis modal completo que abarque las curvas de dispersión, los acoplos resonantes y la transmitancia

de los dispositivos. Adicionalmente, el estudio modal de la fibra óptica curvada que nos proponemos realizar proporcionará información útil para modelizar las propiedades de otros componentes y sensores como son las FBG grabadas en fibra óptica curvada (Iadicicco, 2004), interferómetros construidos con fibras curvadas, redes de periodo largo (LPG) en fibras curvadas o curvadas por ondas acústicas de flexión (Shu, 1999) y fibras estrechadas (*tapers*) curvadas (Tian, 2008), entre otros.

En esta memoria veremos que el estudio modal de la propagación guiada en bucles circulares de fibra óptica revela acoplamientos resonantes entre el modo fundamental y los modos de la cubierta. Estos acoplamientos son sensibles al índice de refracción del medio exterior y constituyen el fundamento de un sensor de índice de refracción codificado en longitud de onda y construido con un simple bucle de fibra óptica. La medición del índice de refracción juega un papel importante en muchas áreas de la biofísica, la bioquímica y la biomedicina. Por ejemplo, el IR se puede utilizar para determinar la concentración de azúcar o proteínas en una disolución. En la actualidad existen diferentes técnicas para medir el índice de refracción de un líquido (Polynkin, 2005), (Kim, 2004), (Villatoro, 2006), (Nath, 2008), (Schroeder, 2001), (Ríos, 2003). Tal y como se ha mencionado anteriormente, esto se puede lograr accediendo al campo evanescente de los modos de diferentes maneras. Por ejemplo, el pulido lateral de la fibra, que consiste en rebajar el diámetro del revestimiento hasta acercarse a unas pocas micras del núcleo, permite interactuar con los campos evanescentes del modo fundamental, dejando el núcleo de la fibra inalterado. Otra alternativa, es el ataque químico que permite eliminar buena parte del revestimiento de la fibra dejando el núcleo y unas pocas micras del revestimiento al aire. La preparación de fibras ópticas estrechadas (*tapers*) por fusión y estiramiento es una técnica bastante práctica ya que se necesitan unos pocos minutos para su preparación y los dispositivos son relativamente robustos ya que no se necesita rebajar el diámetro tanto como en el caso de emplear ataque químico. La técnica de los *tapers* reduce por igual el diámetro del revestimiento y del núcleo, lo que produce un aumento del diámetro modal del modo fundamental y con ello los campos evanescentes se intensifican suficientemente para medir propiedades del medio exterior con diámetros de la cubierta de decenas de micras. En función del factor de reducción, el diámetro del núcleo de la fibra queda tan reducido que se puede considerar despreciable en muchos casos, por lo que la guía de onda queda formada por el revestimiento y el medio exterior. La interacción con este campo evanescente producirá cambios en la fase y la amplitud de la luz que se propaga a través de la fibra. El añadir a estos dispositivos estrechados una cierta curvatura permite introducir un nuevo parámetro para controlar sus propiedades y eventualmente mejorar su sensibilidad como sensor. La implementación de un estudio modal de estas fibras ópticas curvadas y/o estrechadas y curvadas resultará particularmente útil en la modelización de toda una serie de interferómetros modales basados en estas estructuras guidoras.

Por otra parte, el estudio modal de las fibras ópticas curvadas también abrirá las puertas a una comprensión más detallada de las propiedades de los dispositivos acusto-ópticos en fibra que incorporan una red de difracción, ya sea tipo FBG o LPG, tal y como se ha señalado anteriormente. Estos dispositivos se caracterizarán por ser de forma intrínseca dinámicos, al ser controlables con la amplitud y frecuencia de la señal de radio frecuencia que genera

la onda acústica. La propagación de una onda acústica a lo largo de la fibra introduce un cambio de fase en la propagación de la luz asociada a la deformación geométrica del material y, a su vez, crea un campo de tensión que, a través del efecto elasto-óptico, induce cambios en el índice de refracción del medio (Kim, 1986).

Para estudiar el espectro modal de una guía de ondas electromagnéticas específica con una curvatura dada, se requiere emplear técnicas numéricas relativamente complejas. Este estudio se ha realizado mediante un algoritmo iterativo de Fourier, resultado de la adaptación de unas técnicas numéricas previamente desarrolladas por el grupo de investigación (Silvestre, 2005). En esta técnica de cálculo se obtienen los valores y vectores propios del sistema, sin tener que recurrir a una representación explícita del operador que determina los modos de la guía y permite modelizar guías definidas por una distribución de índice de refracción compleja. A partir de este programa se obtuvo el factor de propagación de los modos de una fibra curvada y sus respectivos campos. El estudio realizado nos permite determinar, por ejemplo, los puntos donde se presentaban cruces y anticruces de acoplo con modos de la cubierta (Jansen, 2011), para luego, calcular la constante de acoplo entre los modos, así como también la transmitancia de un dispositivo con una longitud dada.

Después de esta introducción, en el capítulo 2 de esta tesis se resumen brevemente los conceptos más importantes de la estructura modal de una fibra óptica, se expondrán las ecuaciones de Maxwell involucradas para deducir la ecuación de valores propios con la que se obtiene los modos de una fibra recta. En la sección 2.2, se plantea cómo resolver la ecuación de onda en la aproximación escalar para modos de una fibra curvada, luego, en la sección 2.3 se expone la formulación general del método iterativo de Fourier utilizado para la obtención de los modos de una fibra curvada, así como sus campos. En el capítulo 3, se presentan los resultados de un sensor de índice de refracción construido con un bucle de fibra. En el capítulo 4 se resumen los resultados de la modelización de un interferómetro óptico basado en un *taper* de longitud  $L$  y diámetro  $d$ , conectado por medio de dos transiciones abruptas a una fibra óptica estándar SMF-28, que funciona como un sensor de índice de refracción. La introducción de curvatura en estos dispositivos de fibra estrechada abre la posibilidad de construir un goniómetro fundamentado en un interferómetro modal. Finalmente, la memoria termina con un capítulo de conclusiones.



## Capítulo 2

# Estudio Modal de Fibras Ópticas Curvadas

### 2.1. Planteamiento del problema

Tal y como ya se ha resumido en la introducción, las guías de onda tipo fibra óptica con curvatura se han convertido en una parte integral de muchos componentes y por ello consideramos que el tener un estudio del espectro modal de estas estructuras es importante. El primer modelo fue desarrollado por Marcuse (Marcuse, 1976a) donde la guía de onda se trata como una estructura núcleo/revestimiento infinito, aplicable a las guías de ondas que cumplen la condición de guiado débil con radios de curvatura suficientemente grandes. Al considerar el revestimiento infinito, los modos externos al núcleo son un continuo descrito por funciones de Hankel radiantes, lo que da lugar a una estimación de las pérdidas monótonamente creciente con la curvatura. Marcuse propuso posteriormente un modelo basado en la teoría de la difracción de Fraunhofer para el mismo sistema guiador de revestimiento infinito (Marcuse, 1993). Así mismo, Marcuse evaluó también la deformación de los campos por la curvatura al tener en cuenta una perturbación de primer orden del índice de refracción equivalente generado por la curvatura, pero considerando siempre un revestimiento infinito (Marcuse, 1976b). La introducción de un índice equivalente que simula el efecto de la curvatura, como resultado de una transformación conforme (Heiblum, 1975), es un resultado clave para nuestro trabajo como veremos más adelante. Por supuesto, estos estudios también se realizaron en láminas dieléctricas curvadas (Marcatili, 1969) y (Marcuse, 1971), lo que permite un análisis más sencillo preservando buena parte de la fenomenología físicamente relevante y que puede emplearse como trabajo previo al caso de una fibra con simetría cilíndrica (Lewin, 1974).

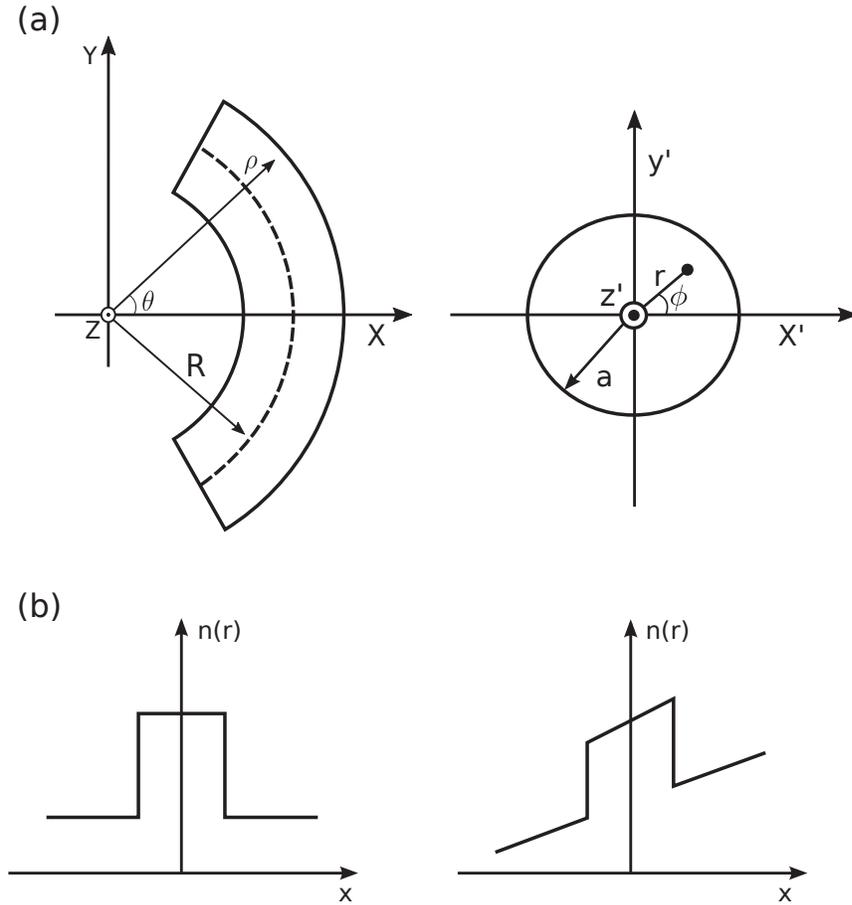
Solamente si se tiene en cuenta el tamaño finito del revestimiento es posible dar cuenta de unas pérdidas no monótonas con la curvatura, como resultado de la estructura modal del revestimiento. Hay trabajos donde se aborda el caso de fibras ópticas con revestimiento, pero

que son en realidad anti guías, o sea, en las que el medio exterior tiene un índice mayor o igual que el del núcleo, en cuyo caso el continuo de modos de radiación da lugar a unas pérdidas monótonas con la curvatura (Jeong, 2002), (Marcuse, 1982). El caso que nos proponemos abordar en esta tesis pretende ser realista: nos referimos al caso en el que el revestimiento constituye una guía multimodo y su estructura modal será responsable de la aparición de acoplos resonantes y pérdidas del modo fundamental no monótonas con la curvatura. En las referencias (Nam, 2005) y (Harris, 1986) se considera la estructura guiadora correcta, pero la modelización se aborda con un modelo de rayos que no puede simular la aparición de acoplos modales de forma físicamente correcta. En el trabajo de Wang (Wang, 2005) se desarrolla un método perturbativo para evaluar las pérdidas por curvatura producidas en una fibra óptica multicapa empleando la solución escalar de la ecuación de ondas y despreciando el efecto elasto-óptico. En ese trabajo se obtiene una buena concordancia con los experimentos realizados con fibra SMF-28 íntegra, o sea con el polímero incluido, lo que hace que la absorción asociada al polímero domine en las pérdidas teóricas y en las medidas experimentalmente. Renner (Renner, 1992) y Faustini (Faustini, 1997) abordan el problema transformando las interfaces externas del revestimiento en una estructura de capas planas y discuten las oscilaciones de las pérdidas con la curvatura como una consecuencia de la reflexión producida en la interfase plana, lo que no parece riguroso desde un punto de vista físico.

Desde el punto de vista teórico, el único antecedente en el que se aborda el problema desde un punto de vista coincidente con el que desarrollamos en esta tesis es el trabajo de Block (Block, 2006). En este trabajo se estudia el caso de una fibra óptica, con su núcleo y su cubierta, que se curva en un medio externo homogéneo e indefinido como aire o un líquido, tal y como se representa en la Fig. 2.1. Al curvar la fibra, aparecen dos efectos importantes para el análisis modal de la estructura que son el efecto geométrico de la curvatura y el efecto elasto-óptico generado por las tensiones internas asociadas a curvar una fibra. En ese trabajo, ambos efectos se tratan, en principio, con una aproximación de primer orden. El estudio modal realizado en dicho trabajo se emplea para estudiar los espectros de LPG curvadas.

Como resumen de la discusión realizada en los párrafos anteriores sobre los antecedentes teóricos, podemos decir que, en nuestro trabajo, al igual que en (Block, 2006), obtendremos la estructura modal sin aproximaciones escalares de las ecuaciones de Maxwell, tendremos en cuenta la geometría cilíndrica de la fibra óptica (núcleo y cubierta) y tendremos en cuenta los efectos geométricos y elasto-ópticos. Así mismo, mejoraremos las aproximaciones de primer orden que se vienen empleando de forma generalizada y tendremos en cuenta la dispersión de la sílice. Con todo ello, intentaremos obtener la estructura modal de las fibras curvadas de la forma más realista posible.

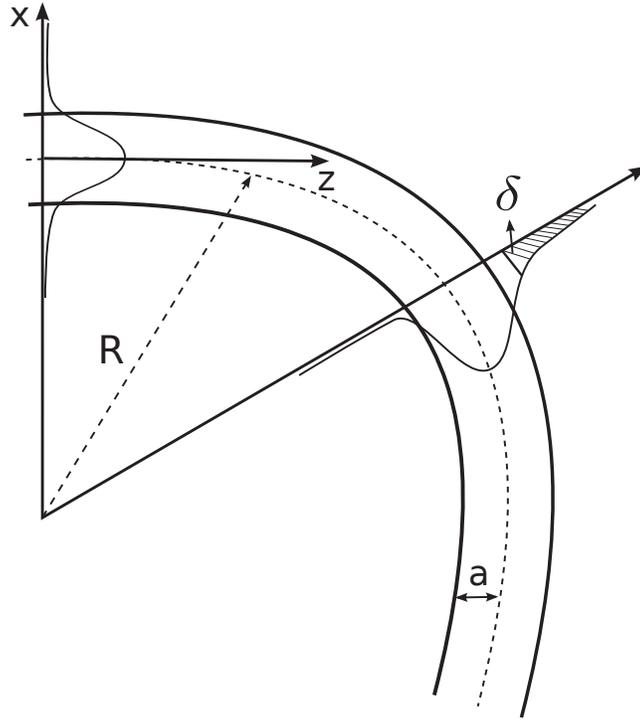
En primer lugar, vamos a analizar los efectos geométricos generados por la curvatura. Al curvar una fibra óptica se genera una nueva estructura de guiado donde los modos dejan de estar confinados completamente en el núcleo. En el análisis de la propagación en fibras ópticas curvadas, se ha demostrado que la distribución de campo se deforma considerablemente



**Figura 2.1:** (a) Geometría de una fibra óptica curvada y detalle de su sección transversal. (b) Perfil del índice de refracción de una fibra recta y curvada.

por la curvatura. En la figura 2.2, se muestra de forma simbólica cómo en la parte externa de la fibra curvada se espera una intensificación del campo evanescente ( $\delta$ ) del modo fundamental guiado por el núcleo, en comparación con el perfil del mismo modo en el segmento de fibra recta. En realidad, el efecto de la curvatura es conceptualmente más significativo que un simple desplazamiento de los campos hacia el exterior ya que la curvatura origina pérdidas por radiación. La estructura curvada deja de ser estrictamente un sistema con soluciones guiadas, si bien las pérdidas de radiación pueden ser tan bajas que en la práctica no sean la propiedad más relevante. La intensificación de los campos en la parte externa de la curvatura son la base del empleo de fibras curvadas para el desarrollo de sensores de índice de refracción del medio externo de la fibra (Wang, 2009).

La situación que ahora consideramos correspondería al caso en el que una guía de ondas se construyera con una curvatura constante. Vamos a describir por tanto lo que venimos llamando efectos geométricos de la curvatura, dejando para después los efectos elasto-ópticos. Para este desarrollo, tomamos como referencia el trabajo (Marcuse, 1982).



**Figura 2.2:** Una guía de onda curvada y la representación simbólica del desplazamiento de los campos hacia el exterior.

Tomaremos como punto de partida las ecuaciones de Maxwell para un medio con simetría traslacional en la dirección de propagación, que se ha definido como el eje  $z$ . La solución de estas ecuaciones la escribiremos como superposición de campos eléctricos ( $\mathbf{E}$ ) y magnéticos ( $\mathbf{H}$ ) armónicos en el tiempo,  $\exp(-j\omega t)$ , los medios se supondrán sin propiedades magnéticas y sin cargas libres ni corrientes  $\mu = \mu_0$ ,  $\rho = 0$ ,  $\mathbf{J} = 0$ ,

$$\nabla \times \mathbf{E} = j \left( \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \right)^{1/2} k_0 \mathbf{H} \quad ; \quad \nabla \times \mathbf{H} = -j \left( \frac{\varepsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} k_0 \varepsilon \mathbf{E} \quad (2.1)$$

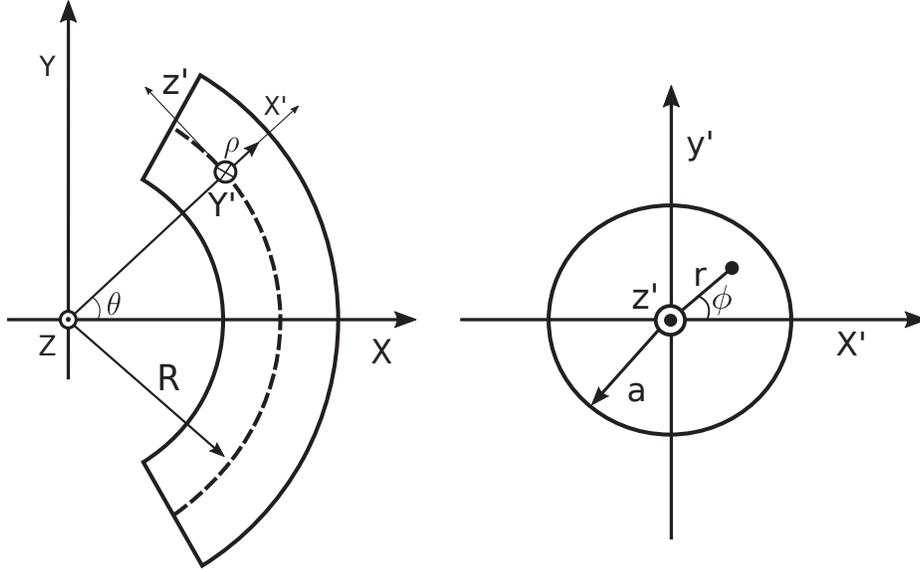
$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad ; \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (2.2)$$

donde  $k_0$  es el número de onda en el vacío. Si la guía está formada por materiales homogéneos adosados, en cada uno de dichos materiales la solución vendrá dada por la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (2.3)$$

donde  $k$  es el número de onda en cada material. El laplaciano lo expresaremos en coordenadas cartesianas o en coordenadas cilíndricas según sea la simetría del problema:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} + k_0^2 n^2 \mathbf{E} = 0 \quad (2.4)$$



**Figura 2.3:** Representación gráfica del sistema de las nuevas coordenadas.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} + k_0^2 n^2 \mathbf{E} = 0 \quad (2.5)$$

donde  $\rho$ ,  $\theta$  y  $z$  son las coordenadas cilíndricas y  $n$  es el índice de refracción del medio.

La propagación de la onda a lo largo de la fibra óptica curvada la vamos a describir mediante la ecuación (2.5) escrita en el sistema  $(\rho, \theta, z)$  indicado en la figura 2.3. Seguidamente introducimos un sistema de coordenadas locales  $(x', y', z')$ , que en cilíndricas será  $(r, \phi, z')$ , como se indica en la figura 2.3, tal que localmente la fibra se vea como una fibra recta alineada con el eje  $z'$ . Al introducir el nuevo sistema de coordenadas locales  $(r, \phi, z')$ , necesitaremos la relación entre las coordenadas viejas y nuevas para ver qué ecuación hemos de resolver localmente. Este cambio de variables se expresa de la siguiente forma:

$$\rho^2 = (R + r \cos \phi)^2 \approx R^2 \left( 1 + 2 \frac{r}{R} \cos \phi \right) \quad (2.6)$$

$$z = r \sin \phi \quad (2.7)$$

$$\theta = \frac{z'}{R} \quad (2.8)$$

donde la forma aproximada de la ecuación 2.6 se obtiene despreciando  $r^2$  respecto a  $R^2$ . Si expresamos las derivadas del campo  $\mathbf{E}$  en términos de las coordenadas locales, obtenemos:

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \rho} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \rho} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \rho^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial r^2} \left( \frac{\partial r}{\partial \rho} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial r \partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} \frac{\partial r}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial r} \frac{\partial^2 r}{\partial \rho^2} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \phi} \frac{\partial \phi^2}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \phi^2} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \rho} \right)^2 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial r^2} \left( \frac{\partial r}{\partial z} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial r \partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial r}{\partial z} \right) + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial r} \frac{\partial^2 r}{\partial z^2} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \phi} \frac{\partial \phi^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \phi^2} \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \theta^2} = R^2 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} \quad (2.12)$$

Con la aproximación  $R/r \gg 1$ , podemos aproximar las derivadas de las nuevas coordenadas con respecto a las viejas de la siguiente manera:

$$\frac{\partial r}{\partial \rho} = \cos \phi \quad ; \quad \frac{\partial \phi}{\partial \rho} = \frac{-\sin \phi}{r} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial \rho^2} = \frac{\sin^2 \phi}{r} \quad ; \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial \rho^2} = \frac{2 \cos \phi \sin \phi}{r^2} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial r}{\partial z} = \sin \phi \quad ; \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\cos \phi}{r} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial z^2} = \frac{\cos^2 \phi}{r} \quad ; \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{-2 \cos \phi \sin \phi}{r^2} \quad (2.16)$$

Con ello, podemos completar la reescritura de la ecuación 2.5 en el sistema de referencia local en la aproximación de primer orden, o sea, considerando  $\frac{r}{R} \ll 1$ :

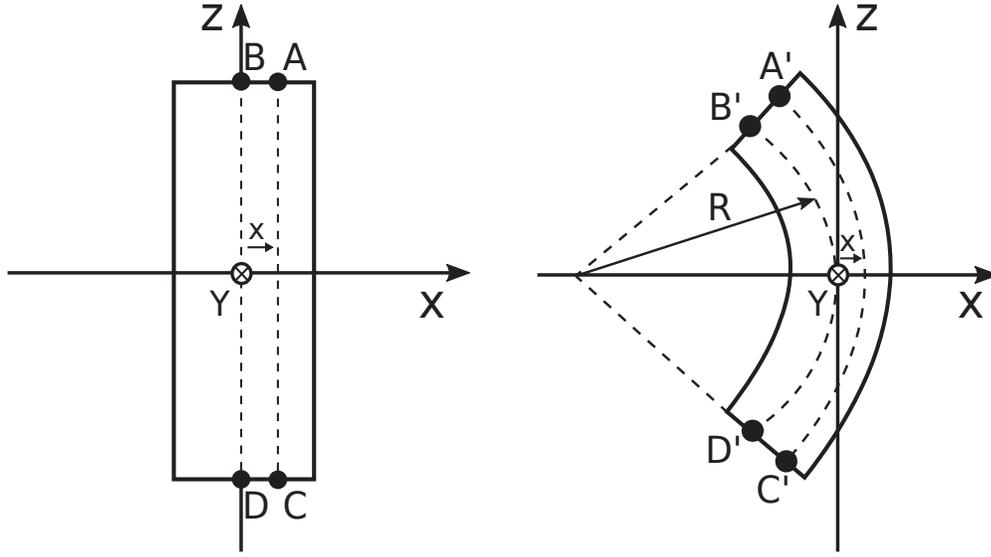
$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} + k_0^2 \left( 1 + 2 \frac{r}{R} \cos \phi \right) n^2 \mathbf{E} = 0 \quad (2.17)$$

La onda se propaga a lo largo del arco circular de la fibra curvada, gobernada por la ecuación de onda 2.17, expresada en coordenadas cilíndricas locales. Si comparamos ahora esta ecuación con la correspondiente a una fibra rectilínea (radio de curvatura infinito) vemos que el efecto de la curvatura se puede describir con un índice de refracción equivalente dado por:

$$n_{eq}^2 = \left( 1 + 2 \frac{r}{R} \cos \phi \right) n^2 \quad (2.18)$$

Vale la pena mencionar en este punto que en la bibliografía existe un desarrollo más riguroso basado en el análisis de guías curvadas mediante una transformación conforme (Heiblum, 1975), pero limitado al caso de guías planas con soluciones TE y TM. La ecuación 2.18 es consistente con los resultados obtenidos mediante la transformación conforme.

Después de describir lo que llamamos los efectos geométricos asociados a la curvatura, pasamos a continuación a describir los efectos elasto-ópticos. Si la fibra óptica se ha fabricado rectilínea y posteriormente se curva aplicando cierta fuerza, las tensiones internas que se generan no son despreciables y modifican el índice de refracción del material. La curvatura hace que la parte interna del material se comprima, mientras que la parte exterior se expande. En régimen elástico, estas tensiones son reversibles y desaparecen si la fibra regresa a su estado rectilíneo inicial. A continuación, discutimos los efectos asociados a las tensiones internas del material. Esta parte del trabajo la desarrollaremos siguiendo la referencia (Smith, 1980).



**Figura 2.4:** Esquema de una barra homogénea recta sometida a una curvatura.

De acuerdo con el esquema de la figura 2.4, consideremos la fibra neutra de la fibra  $BD$ , que coincide con el eje de la fibra en la que el material no sufre deformación al ser curvado, y un segmento arbitrario  $AC$  que está a una distancia  $x$  de la fibra neutra  $BD$ . Después de curvar la fibra, la sección  $A'C'$  se deforma, como se muestra en la figura 2.4, de manera que la deformación  $s$  tendrá la expresión:

$$s = \frac{A'C' - BD}{BD} = \frac{(R+x)\theta - R\theta}{R\theta} = \frac{x}{R} = \kappa x \quad (2.19)$$

donde  $\kappa$  es la curvatura ( $\kappa = 1/R$ ). Esta deformación se produce por la tensión interna longitudinal  $\tau$  que se relaciona con la deformación  $s$  y el módulo de Young  $Y$  de la forma:

$$\tau = Ys \quad (2.20)$$

En nuestro caso la fibra neutra coincide con el eje  $z$  de la fibra, y los ejes  $x$  e  $y$  son los ejes indicados en la figura, que coincidirán con los ejes principales de inercia de la sección transversal, que estará ligeramente deformada por la curvatura. Teniendo en cuenta el valor del coeficiente de Poisson,  $\nu$ , los coeficientes del tensor de deformaciones en la notación simplificada de 6 subíndices están dados por (Sokolnikoff, 1956).

$$\begin{cases} s_1 = -\nu \frac{x}{R} & s_2 = -\nu \frac{x}{R} & s_3 = \frac{x}{R} \\ s_4 = 0 & s_5 = 0 & s_6 = 0 \end{cases} \quad (2.21)$$

Describiremos la permitividad dieléctrica de la fibra mediante el tensor de impermeabilidad dieléctrica relativa, cuyos coeficientes  $b_i$  de la sílice, que forma la fibra sin curvar, tendrán

la forma:

$$\begin{aligned} b_i &= \frac{1}{\varepsilon} & i = 1, 2, 3 \\ b_i &= 0 & i = 4, 5, 6 \end{aligned} \quad (2.22)$$

donde  $\varepsilon$  es la constante dieléctrica relativa (isótropa) de la fibra sin curvar y que depende de las coordenadas en función del dopado que presente el núcleo de la fibra y/o el revestimiento. Al curvar la fibra se produce una perturbación anisótropa del índice de refracción, que en general se representará mediante el elipsoide de índices

Estos cambios en el índice de refracción debido a la deformación resultado de la tensión/deformación se puede relacionar (Narasimhamurty, 1981), de tal manera que el tensor de impermeabilidad dieléctrica relativa sufre una perturbación de la forma:

$$\Delta b_i = \sum_{j=1}^{j=6} p_{ij} s_j \quad (2.23)$$

donde  $p_{ij}$  es el tensor elasto-óptico. Como la sílice es un sólido isótropo, el tensor elasto-óptico es de la forma (Nye, 1985),

$$p_{ij} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{12} & p_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

siendo solamente dos coeficientes independientes, ya que  $p_{44} = (p_{11} - p_{12})/2$ . Debido a las tensiones anisótropas generadas por la curvatura, el tensor de impermeabilidad dieléctrica de la fibra curvada tendrá la forma  $b'_i = b_i + \Delta b_i$ :

$$\begin{aligned} b'_1 &= \frac{1}{\varepsilon_x} & b'_2 &= \frac{1}{\varepsilon_y} & b'_3 &= \frac{1}{\varepsilon_z} \\ b'_i &= 0 & i &= 4, 5, 6 \end{aligned} \quad (2.25)$$

El cambio tiene la siguiente expresión, por ejemplo, para  $i = 1$

$$\Delta b_1 = \frac{1}{\varepsilon_x} - \frac{1}{\varepsilon} \quad (2.26)$$

Insertando 2.23 en 2.26 para los índices  $i = 1, 2$  y 3, obtenemos,

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon \alpha_t \kappa x} \quad (2.27)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon \alpha_z \kappa x} \quad (2.28)$$

siendo  $\kappa$  la curvatura definida anteriormente y  $\alpha_t$  y  $\alpha_z$  dos coeficientes dados por las expresiones:

$$\begin{aligned}\alpha_t &= \nu p_{11} + (\nu - 1)p_{12} \\ \alpha_z &= 2\nu p_{12} - p_{11}\end{aligned}\tag{2.29}$$

En el caso de la sílice, los valores de los coeficientes elasto-ópticos que hemos empleado en nuestros cálculos son  $p_{11} = 0.121$  y  $p_{12} = 0.27$ , y para el coeficiente de Poisson tomamos  $\nu = 0.17$  (Hocker, 1979). De acuerdo a estos valores, los coeficientes alfa resultan ser:  $\alpha_t = -0.203$  y  $\alpha_z = -0.029$ .

La superposición de los dos efectos anteriores, el geométrico y el elasto-óptico, nos permitirá incluir ambos efectos en nuestro tratamiento modal de una fibra curvada mediante el empleo de una fibra equivalente rectilínea con un índice anisótropo. Para ello, el razonamiento que seguimos es considerar que al índice equivalente anisótropo que da cuenta del efecto elasto-óptica le añadimos la perturbación debida al cambio de geometría (ecuación (2.18)). De esta manera, las ecuaciones (2.27) y (2.28) quedan de la forma:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x = \varepsilon_y &= \frac{(1 + 2\kappa x)\varepsilon}{(1 - \varepsilon\alpha_t\kappa x)} \\ \varepsilon_z &= \frac{(1 + 2\kappa x)\varepsilon}{(1 - \varepsilon\alpha_z\kappa x)}\end{aligned}\tag{2.30}$$

Para el caso concreto de una fibra de salto de índice curvada y con un medio externo tipo aire o líquido, en el que no habrá efectos elasto-ópticos generados por la curvatura de la fibra, escribiremos:

$$\left. \begin{aligned}n_x^2 = n_y^2 &= \frac{(1 + 2\kappa r \cos\phi)\varepsilon}{(1 - \varepsilon\alpha_t\kappa r \cos\phi)} \\ n_z^2 &= \frac{(1 + 2\kappa r \cos\phi)\varepsilon}{(1 - \varepsilon\alpha_z\kappa r \cos\phi)}\end{aligned} \right\}, \quad r < a\tag{2.31}$$

$$n_x^2 = n_y^2 = n_z^2 = n_{ext}^2(1 + 2\kappa r \cos\phi), \quad r > a$$

$n_x$ ,  $n_y$  y  $n_z$  son los índices de refracción equivalentes de la fibra equivalente rectilínea,  $\varepsilon = n^2(r)$  es el cuadrado del índice original de la fibra óptica que corresponde al perfil del índice de refracción no perturbado y  $n_{ext}$  es el índice del medio externo. Estas ecuaciones se han expresado en las coordenadas locales  $(r, \phi, z')$ , siendo  $x = r \cos\phi$ .

Estos resultados tienen una interpretación física sencilla. La clave es fijarse en los cambios de fase, o sea, de camino óptico. La fibra óptica rectilínea equivalente ha de ofrecer caminos ópticos iguales a los de la fibra curvada. El cambio de camino óptico para un segmento  $AC$

(2.4) al curvar la fibra será  $\delta(nL) = \delta nL + n\delta L$ , el primer término viene dado por el efecto elasto-óptico y el segundo término es el efecto geométrico. Desde el punto de vista de la fibra equivalente, lo modelizamos con un índice equivalente, que tendrá que tener el valor  $\delta(nL) = \delta n_{ef}L$ , luego  $\delta n_{ef} = \delta n + n\delta L/L$ . El incremento de longitud del arco de radio  $R+x$  tiene el valor  $\delta L = xL/R$ , con el que obtenemos el valor aproximado del efecto geométrico que coincide con el estimado a primer orden en la ecuación (2.18). Superpuesto este efecto geométrico al elasto-óptico obtenemos el resultado de la ecuación (2.31).

En el trabajo que hemos citado anteriormente como antecedente más próximo a nuestra forma de abordar el estudio modal de las fibras curvadas (Block, 2006) no se tiene en cuenta la anisotropía del efecto elasto-óptico, lo que es equivalente a decir que se toma  $\alpha_t = \alpha_z$ . Adicionalmente, parece que en dicho trabajo se cometió un pequeño error numérico al olvidarse dividir por  $n$  en un paso algebraico, obteniendo  $n_x = n(1 + 0.69\kappa r \cos\phi)$  en lugar del valor correcto  $n_x = n(1 + 0.79\kappa r \cos\phi)$ .

## 2.2. Método Iterativo de Fourier

En los últimos años ha tenido lugar un amplio desarrollo teórico y experimental de sistemas ópticos con una estructura de materiales compleja, normalmente dieléctricos, como es el caso de los cristales fotónicos. Este desarrollo ha requerido herramientas numéricas de simulación que permiten obtener los campos electromagnéticos y los parámetros clave que proporcionan una descripción general del sistema y que permita su diseño y optimización.

Para obtener los modos de una fibra de salto de índice basta con resolver la ecuación de onda en las regiones con soluciones analíticas conocidas y luego aplicar las condiciones de contorno adecuadas, pero cuando la solución analítica no se puede aplicar, se deben emplear otro tipo de métodos. Tras el trabajo que se ha llevado a cabo a lo largo de los últimos años en el Grupo de Investigación de Fibras Ópticas de la Universidad de Valencia, se ha desarrollado una técnica numérica que emplea el método iterativo de Fourier. Este método es el fundamento principal de la herramienta de cálculo "*itera*", que permite el análisis modal de fibras ópticas y guías ópticas con perfiles de índice de refracción especiales.

A lo largo de esta sección resumimos los fundamentos teóricos del método iterativo de Fourier empleado que, en el marco de este proyecto de tesis doctoral, resulta idóneo para la obtención de los modos de la guía de onda curvada. La herramienta *itera* permite describir la propagación del campo electromagnético en sistemas con simetría traslacional y una distribución de índice de refracción arbitraria en el plano transversal, incluyendo una anisotropía uniaxial.

A partir de las ecuaciones de Maxwell, se demuestra que las ecuaciones de onda vectoriales que determinan el comportamiento del campo electromagnético se pueden escribir en términos de un par de operadores que resultan ser adjuntos entre sí. Como consecuencia de esto, los vectores propios, que son los campos eléctrico y magnético transversales, satisfacen las re-

laciones de biortogonalidad (Silvestre, 1998). Esta propiedad permite implementar de forma consistente un procedimiento modal como en los sistemas regidos por operadores autoadjuntos más usuales. La propiedad de biortogonalidad permite realizar una descomposición modal en guías de ondas cuyo perfil de índice de refracción sea real o complejo, incluyendo por tanto el estudio de guías con pérdidas, y posibilitando su aplicación a sistemas muy diferentes. En las ecuaciones (2.1) y (2.2) vemos que los campos eléctrico y magnético se encuentran acoplados. Aplicando el operador rotacional sobre estas ecuaciones, se llega a las ecuaciones de onda para el campo eléctrico y magnético, que son:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = k_0^2 \varepsilon \mathbf{E} \quad (2.32)$$

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{H} \right) = k_0^2 \mathbf{H} \quad (2.33)$$

La constante  $\varepsilon$  es la permitividad dieléctrica relativa del sistema, que en general será función de la posición. Para medios isótropos, se reduce a un escalar mientras que, para medios anisótropos, se representa por un tensor de orden dos. Debido al papel que desempeña la dirección de guiado  $z$ , resulta conveniente descomponer los campos electromagnéticos en componentes longitudinales, es decir, componentes a lo largo de la dirección  $z$ , y en componentes transversales, es decir, componentes en las direcciones  $x$ ,  $y$ , de la forma:

$$\mathbf{E}(x, y) = \underbrace{\hat{\mathbf{x}}E_x(x, y) + \hat{\mathbf{y}}E_y(x, y)}_{\text{Transversal}} + \underbrace{\hat{\mathbf{z}}E_z(x, y)}_{\text{Longitudinal}} = \mathbf{E}_t(x, y) + \hat{\mathbf{z}}E_z(x, y) \quad (2.34)$$

De manera similar, se descompone el gradiente:

$$\nabla = \hat{\mathbf{x}}\partial_x + \hat{\mathbf{y}}\partial_y + \hat{\mathbf{z}}\partial_z = \nabla_t - \hat{\mathbf{z}}\partial_z \quad (2.35)$$

Ya que nuestro sistema es invariante a lo largo de la dirección  $z$ , la constante dieléctrica  $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{x}_t)$  dependerá solo de las coordenadas transversales  $\mathbf{x}_t = (x, y)$ , como consecuencia de esto, la solución más general de las ecuaciones de onda anteriores será una combinación lineal de campos con una dependencia armónica en  $z$ ,

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \mathbf{e}(\mathbf{x}_t) \exp[j\beta z] = [\mathbf{e}_t(\mathbf{x}_t) + e_z(\mathbf{x}_t)\hat{\mathbf{z}}] \exp[j\beta z] \quad (2.36)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_t) \exp[j\beta z] = [\mathbf{h}_t(\mathbf{x}_t) + h_z(\mathbf{x}_t)\hat{\mathbf{z}}] \exp[j\beta z] \quad (2.37)$$

El subíndice  $t$  denota las componentes transversales,  $\beta$  es la constante de propagación,  $\mathbf{e}(\mathbf{x}_t)$  y  $\mathbf{h}(\mathbf{x}_t)$  son las funciones vectoriales que determinan la dependencia de los campos con las coordenadas transversales. Así mismo,  $e_z(\mathbf{x}_t)$  y  $h_z(\mathbf{x}_t)$  determinan las componentes longitudinales. Estos campos armónicos en  $t$  y  $z$  son los modos de la guía, por medio de los cuales se podrá describir la propagación del campo electromagnético. Los campos gobernados por las ecuaciones (2.32) y (2.33), solo tienen dos grados de libertad, dadas las ligaduras impuestas por las ecuaciones de Maxwell. Normalmente se toman como componentes independientes las componentes longitudinales de los campos, si bien para la implementación de los métodos

numéricos suele ser más práctico tomar como independientes las componentes transversales del campo eléctrico o del campo magnético.

En general, se necesitará una descripción que incluya el caso de medios anisótropos, en particular para nuestro trabajo será imprescindible. La anisotropía que vamos a considerar corresponde a un tensor  $\varepsilon$  de orden dos, diagonal por cajas,

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{tt} & 0 \\ 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

El tensor dieléctrico tiene dos bloques, la componente  $\varepsilon_{tt}$  que es una submatriz  $2 \times 2$  correspondiente a los campos transversales y  $\varepsilon_{zz}$  que es un escalar relacionado a la componente longitudinal. Nuestro objetivo es centrarnos en las ecuaciones que satisfacen las componentes transversales del campo eléctrico  $\mathbf{e}_t = (e_x, e_y)$  y del campo magnético  $\mathbf{h}_t = (h_x, h_y)$ . Dado que para los materiales no magnéticos, que son los más comunes, las componentes de  $\mathbf{h}_t$  son continuas en las superficies de separación entre dieléctricos, escogemos operar con  $\mathbf{h}_t$ . Si combinamos las ecuaciones (2.33) y (2.37), y tenemos en cuenta que  $\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{z}} = 1$ ,  $\hat{\mathbf{z}} \times \hat{\mathbf{z}} = 0$ ,  $\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{h}_t = 0$ ,  $\hat{\mathbf{z}} \cdot \nabla_t h_z = 0$ , y donde  $\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{h}_t$  y  $\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_t h_t$  son transversales mientras que  $\nabla_t \times \mathbf{h}_t$  es longitudinal (Orfanidis, 2002), tenemos la siguiente expresión para el campo  $\mathbf{h}_t$ ,

$$\nabla_t \times [\varepsilon_{zz}^{-1} (\nabla_t \times \mathbf{h}_t)] - \hat{\mathbf{z}} \times [\varepsilon_{tt}^{-1} (\nabla_t \times \hat{\mathbf{z}} (\nabla_t \mathbf{h}_t))] - \beta^2 \hat{\mathbf{z}} \times [\varepsilon_{tt}^{-1} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{h}_t] = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{h}_t \quad (2.39)$$

De acuerdo con las simplificaciones algebraicas realizadas en (Pinheiro, 2008), la ecuación (2.39) conduce a la siguiente expresión,

$$\left[ \nabla_t \nabla_t^T + \boldsymbol{\eta} \varepsilon_{tt} \boldsymbol{\eta}^T \left( \frac{\omega^2}{c^2} - \boldsymbol{\eta} \nabla_t (\varepsilon_{zz}^{-1} \nabla_t^T \boldsymbol{\eta}) \right) \right] \mathbf{h}_t = \beta^2 \mathbf{h}_t \quad (2.40)$$

El superíndice  $T$  indica la transpuesta de una matriz o de un vector según sea el caso,  $\varepsilon_{zz}^{-1}$  representa la componente longitudinal del inverso del tensor dieléctrico, y  $\boldsymbol{\eta}$  es el tensor antisimétrico en 2 dimensiones,

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

El corchete de la ecuación (2.40) lo podemos identificar como el operador diferencial  $L$ , responsable de la evolución de las componentes transversales del campo a lo largo del eje  $z$ , que debe ser diagonalizado para encontrar los valores propios  $\beta^2$ , y los vectores propios  $\mathbf{h}_t$ . De forma compacta, podemos escribir la ecuación (2.40) como una ecuación de valores propios para el operador diferencial  $L$  con valores propios  $\beta_i^2$  y funciones propias  $\mathbf{h}_{t(i)}$ :

$$L \mathbf{h}_{t(i)} = \beta_i^2 \mathbf{h}_{t(i)}$$

con,

$$L = \nabla_t \nabla_t^T + \boldsymbol{\eta} \varepsilon_{tt} \boldsymbol{\eta}^T \left( \frac{\omega^2}{c^2} - \boldsymbol{\eta} \nabla_t (\varepsilon_{zz}^{-1} \nabla_t^T \boldsymbol{\eta}) \right)$$

Si ahora nos planteamos desarrollar una ecuación para la parte transversal de campo eléctrico, se obtiene:

$$\left[ \nabla_t \frac{1}{\varepsilon_{zz}} \nabla_t^T \boldsymbol{\varepsilon}_{tt} + \left( \frac{\omega^2}{c^2} \boldsymbol{\varepsilon}_{tt} - \boldsymbol{\eta} \nabla_t (\nabla_t^T \boldsymbol{\eta}) \right) \right] \mathbf{e}_t = \beta^2 \mathbf{e}_t \quad (2.42)$$

Si se reescribe el campo  $\mathbf{e}_t$  de la forma  $\bar{\mathbf{e}} = (e_y^*, -e_x^*)$ , podemos escribir de forma compacta,

$$L^\dagger \bar{\mathbf{e}}_{t(i)} = \beta^2 \bar{\mathbf{e}}_{t(i)} \quad (2.43)$$

donde  $L^\dagger$  es el operador adjunto de  $L$ . El operador  $L$  no es autoadjunto  $L \neq L^\dagger$ , incluso para medios no absorbentes cuya permitividad sea real. Esta dificultad inicial no constituye un problema insalvable para la implementación de un método modal ya que los vectores propios del operador no autoadjunto  $L$  y los vectores propios de su operador adjunto  $L^\dagger$ , cumplen una relación que se conoce como relación de biortogonalidad (Silvestre, 1998),

$$\langle \bar{\mathbf{e}}_{t(i)}, \mathbf{h}_{t(j)} \rangle = \delta_{ij} \quad (2.44)$$

Siendo  $\langle \circ \rangle$  el producto escalar ordinario de funciones vectoriales complejas en el plano  $xy$ , los subíndices  $i$  y  $j$  corresponden a dos modos distintos no degenerados. Esta propiedad permite realizar las proyecciones que los métodos modales requieren.

Solucionando la ecuación de ondas dada por la relación (2.42) obtenemos los valores y vectores propios del sistema, en nuestro caso utilizaremos un método iterativo que no requiere la representación explícita del operador  $L$ . Esto se logra haciendo actuar los elementos que aparecen en la ecuación (2.43) en el espacio en que son diagonales, es decir, en el de momentos y en el de posiciones respectivamente. De esta manera, el método permite, dado un campo en el cual es diagonal, pasar del espacio de momentos al espacio de posiciones o viceversa, mediante una transformada rápida de Fourier, donde se evalúa la acción de  $L$  sobre  $\mathbf{h}_t$  paso por paso. De esta forma, durante todo el proceso se trabaja únicamente con vectores de dimensión  $m$ , sin tener que utilizar la representación matricial del operador ( $m \times m$ ); como consecuencia de este hecho se reduce significativamente los requerimientos de memoria, y tiempo. Ya conocido  $\mathbf{h}_t$ , podemos hallar el resto de las componentes del campo electromagnético utilizando las condiciones de ligaduras derivadas de las ecuaciones de Maxwell,

$$h_z = -i \left( \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \right)^{1/2} k_0^{-1} (\nabla_t \times \mathbf{e}_t) \cdot \hat{\mathbf{z}} \quad (2.45)$$

$$\mathbf{e}_t = \left( \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \right)^{1/2} k_0^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_{tt}^{-1} \hat{\mathbf{z}} \times \left[ \frac{1}{\beta} \nabla_t (\nabla_t \mathbf{h}_t) - \beta \mathbf{h}_t \right] \quad (2.46)$$

$$e_z = -i \left( \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \right)^{1/2} k_0^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_{tt}^{-1} (\nabla_t \times \mathbf{h}_t) \cdot \hat{\mathbf{z}} \quad (2.47)$$

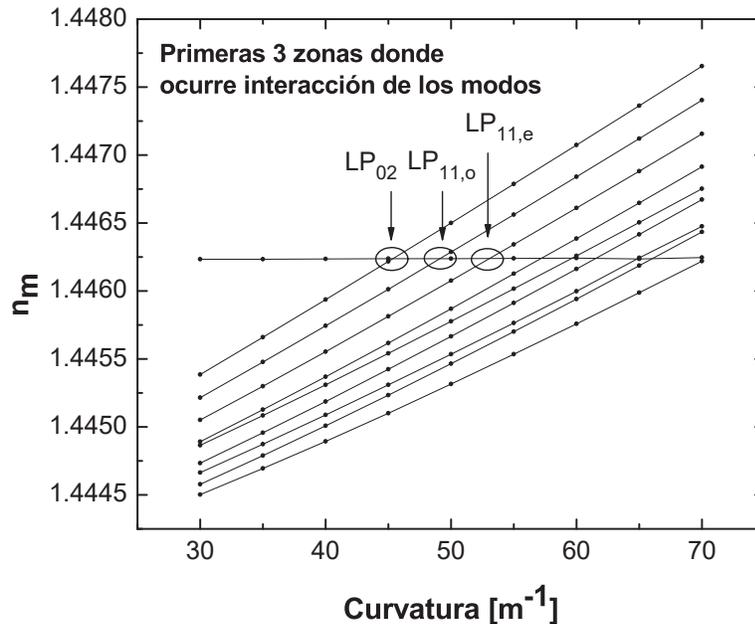
Por último, cabe mencionar que el método desarrollado por S.G. Johnson y J.D. Joannopoulos (Johnson, 2001) está concebido para abordar problemas tridimensionales y ha inspirado el método iterativo de Fourier que aquí hemos presentado, si bien en nuestro caso el problema abordado es bidimensional, por lo que resulta más eficiente para el estudio de sistemas guiadores.

### 2.3. Modos guiados en una fibra óptica con curvatura constante

En esta sección abordaremos el estudio modal de una fibra óptica curvada con el método iterativo de Fourier. A partir de los parámetros que definen una fibra, y en función de la curvatura de la misma, se estudió numéricamente el impacto que tiene la curvatura sobre los modos guiados.

El perfil de índice de refracción que vamos a considerar es el dado por las ecuaciones (2.31). El análisis nos permitirá obtener una descripción completa de los efectos que tiene sobre la propagación óptica el curvar la estructura de guiado. Para ello se realizarán dos pasos, en primer lugar, obtener los modos de la fibra curvada y, en segundo lugar, obtener la transmitancia de un segmento curvado de fibra óptica.

A continuación, abordaremos el estudio del espectro de modos de una fibra curvada, prestando especial atención al acoplo entre el modo fundamental con algunos modos del revestimiento, acoplo que será responsable de una transferencia resonante de energía. Este estudio de los acoplos entre modos lo realizaremos a partir de las curvas de dispersión de los modos



**Figura 2.5:** Dependencia de los índices efectivos de los primeros 10 modos a una longitud de onda fija de 1550 nm en función de la curvatura. Las etiquetas indican los subíndices del modo LP, y su respectiva simetría donde: *e* par, *o* impar, respecto al plano ZY de la fibra

guiados por la estructura. Por último, haciendo uso de las propiedades de ortogonalidad de

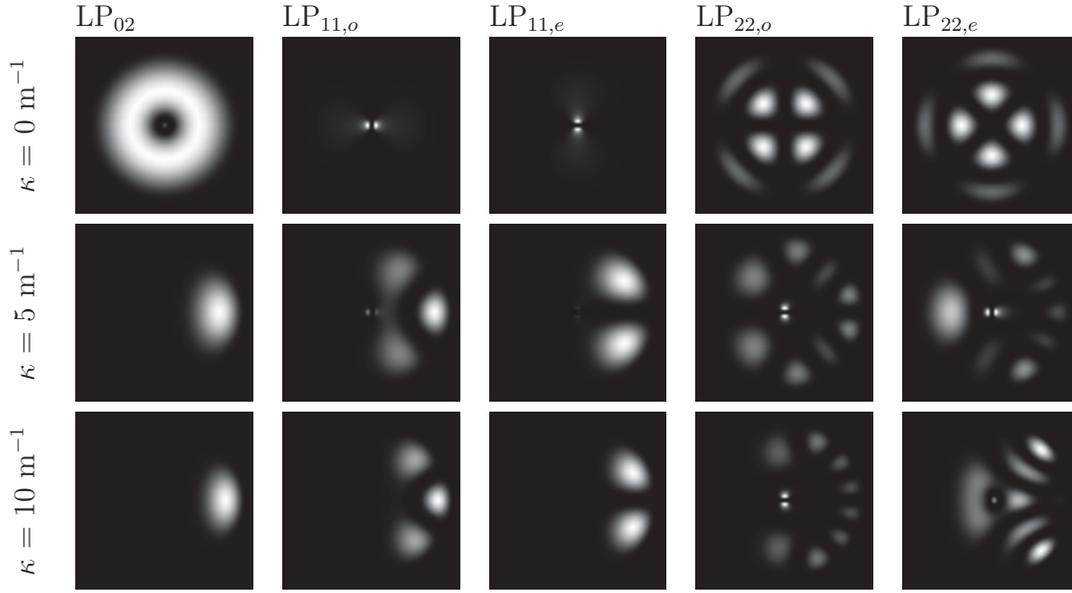
los modos, calcularemos la transmitancia de una sección de fibra óptica curvada a partir del conocimiento de los modos guiados del sistema.

En nuestro trabajo la estructura modelizada es una fibra óptica monomodo tipo SMF-28, con un núcleo de radio  $4.1 \mu\text{m}$  y una cubierta de radio  $62.5 \mu\text{m}$ . Se ha asumido que el revestimiento está compuesto de sílice pura y el núcleo por una combinación de  $\text{SiO}_2\text{-GeO}_2$ . Para modelar las propiedades de dispersión de la guía utilizamos los coeficientes de Sellmeier, deducidos de acuerdo con las relaciones dadas en (Fleming, 1984). Como resultado de ello, los índices de refracción se calcularon a partir de estos coeficientes y, para una longitud de onda de  $\lambda=1550 \text{ nm}$ , se obtuvo para la cubierta  $n_1 = 1.444024$ , para el núcleo  $n_2 = 1.450739$  y para el medio exterior tomaremos en principio  $n_{3(\text{aire})} = 1$ . A partir de estos parámetros, los resultados numéricos obtenidos nos proporcionan los índices equivalentes de los modos y las componentes de los campos eléctrico y magnético.

En la figura 2.5 se representa a una longitud de onda fija, la dependencia de los índices equivalentes o índice modal  $n_m = \beta/k_0$  de los diez primeros modos guiados por una fibra en función de la curvatura. La denominación de cada curva se corresponde con el modo LP que se tiene con curvatura nula. Se ha elegido el rango de curvaturas donde se observan los primeros cruces entre las curvas de dispersión y, por tanto, se tiene un ajuste de fase entre diferentes modos. Se puede observar que la perturbación en la fibra tiene un efecto mucho menor en el modo guiado por el núcleo LP<sub>01</sub> que en los modos del revestimiento, debido a que los campos del modo fundamental se concentran alrededor del eje elásticamente neutro. Las distribuciones de campo recogidas en la Tabla 2.1 nos permiten observar que a medida que se incrementa la curvatura los campos de los modos del revestimiento se concentran en la parte exterior de la fibra donde el índice de refracción equivalente de la guía es mayor, esto hace que los índices efectivos de los modos aumenten rápidamente al aumentar la curvatura. Así mismo, el índice efectivo del modo fundamental aumenta al aumentar la curvatura, pero suavemente, así que es posible lograr que diferentes modos de la cubierta alcancen el valor del índice efectivo del modo fundamental, y si la simetría es la adecuada, se producirá un acoplamiento entre los modos en el entorno del punto de ajuste de fase. Ya que nuestro propósito es estudiar la transferencia de energía entre los modos acoplados, procedimos a analizar con detalle las curvas de dispersión de la figura 2.5, para determinar la posición donde el efecto de la curvatura produce cruces o anticruces (Jansen, 2011). Cada modo debe analizarse con detalle en la zona donde ocurre una interacción. En una gráfica como la de la 2.5 no se aprecia con exactitud qué modos presentan cruces y cuáles anticruces, por eso, con el objetivo de realizar un análisis detallado del comportamiento, analizaremos las tres primeras zonas que se indican en la figura 2.5.

Como se ha señalado anteriormente, al introducir una perturbación en la guía, como es la curvatura, es posible inducir el acoplamiento entre modos, y con ello el trasvase de energía entre modos que conlleva el cambio de la amplitud en su evolución según avanza en  $z$ . Tal y como se describiría el problema en una teoría de dos modos acoplados (Haus, 1984), los nuevos modos del sistema (que llamaremos modos  $p$  y  $q$ ), se propagan con unos factores de propagación  $\beta_{p,q}$  de la forma,

**Tabla 2.1:** Dependencia de las distribuciones de intensidad de los primeros modos a una longitud de onda fija de 1550 nm, para tres valores de la curvatura.



$$\beta_{p,q} = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2}\right)^2 + k_{12}k_{21}} \quad (2.48)$$

donde  $\beta_1$  y  $\beta_2$  son los factores de propagación de los modos que se acoplan, siendo  $k_{12}$  y  $k_{21}$  los respectivos coeficientes de acoplo (en un sistema sin pérdidas:  $k_{12} = k_{21}$ ). El trasvase de energía será más eficaz en el punto donde los modos presenten degeneración, es decir, donde se cumple la condición de ajuste de fase, o sea,  $\beta_1 - \beta_2 = 0$ . Por ello, si nuestro método modal de análisis del problema nos proporciona los nuevos modos del sistema, en el punto de las curvas de dispersión donde se tenga la mínima distancia (que corresponde al punto de degeneración de los modos acoplados) se tendrá  $\beta_p - \beta_q = 2|k_{12}|$ . De esta manera el coeficiente de acoplo se puede obtener a partir de los valores de los índices efectivos de los modos nuevos del sistema acoplado, como lo indica la siguiente expresión,

$$\Delta n_m = n_{mp} - n_{mq} = \frac{2|k_{12}|}{k_0} \quad (2.49)$$

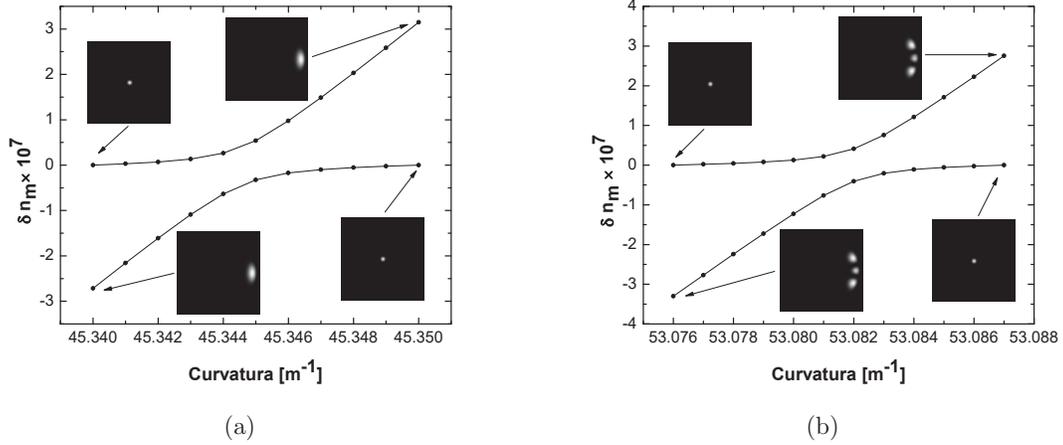
evaluado en el punto donde su valor es mínimo.

Adicionalmente, la teoría de ondas acopladas nos facilita una evaluación teórica de los coeficientes de acoplamiento en función de las integrales de solapamiento de los campos:

$$k_{12} = \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{1/2} \int_S (\tilde{n}^2 - n^2) \mathbf{e}_1^* \mathbf{e}_2 dx dy \quad (2.50)$$

donde  $\tilde{n}^2$  y  $n^2$  es el índice de refracción del sistema perturbado y sin perturbar,  $S$  es la sección transversal de la fibra y  $\mathbf{e}_1$  y  $\mathbf{e}_2$  son los campos transversales de los modos que se acoplan.

La figura 2.6 nos muestra con detalle las curvas de dispersión en el entorno de los primeros puntos de cruce. Podemos observar los anticruces generados por los acoplos de los modos  $LP_{01}$ - $LP_{02}$  y  $LP_{01}$ - $LP_{11,o}$ . En el caso de la intersección de la curva de dispersión del modo  $LP_{01}$  con la del modo  $LP_{11,e}$  indicada en la figura 2.5, se observa el cruce directo de las curvas, luego el acoplo es nulo tal y como se deduce de la integral (2.50), dada la asimetría del modo  $LP_{11,e}$ . Si evaluamos la separación en el punto crítico, es decir en el punto de mínima diferencia, podemos determinar el modulo del coeficiente de acoplo. Por medio de la ecuación (2.49) se obtiene que los coeficientes de acoplo para estos dos primeros modos es aproximadamente  $0.15 \text{ m}^{-1}$ .

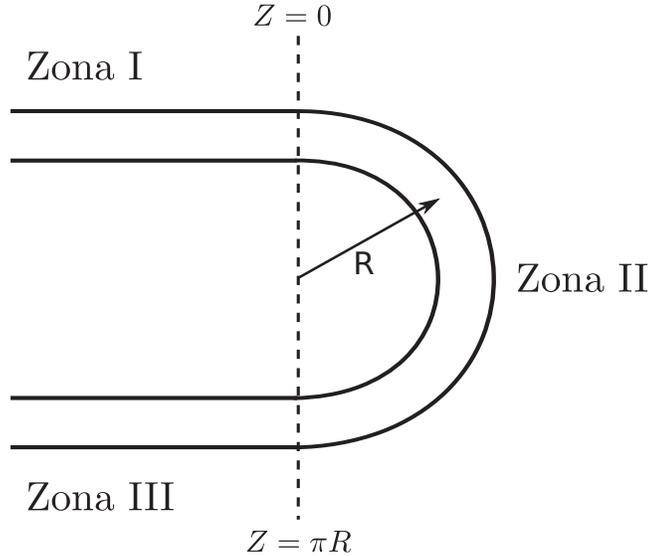


**Figura 2.6:** Curvas de variación del índice efectivo, en el entorno de los primeros puntos de cruce, en función de la curvatura: en (a) y (b) se presentan los dos primeros anticruces que se observan.

La determinación del coeficiente de acoplo nos permite realizar una estimación de las condiciones necesarias para tener una transferencia de energía significativa. Dado que en el punto de máxima transferencia de energía, el acoplo de energía es proporcional a  $|\text{sen}(k_{12}L)|^2$ , siendo  $L$  la longitud de interacción, resulta que para  $k_{12} = 0.15 \text{ m}^{-1}$ , se necesitaría una longitud de interacción de unos 5 m para conseguir una transferencia de energía del 50%. En este caso la curvatura es  $45 \text{ m}^{-1}$ , por lo que 5 m corresponderían a unas 36 vueltas de fibra con un diámetro de 4.4 cm. Sin embargo, si se simula el caso de curvaturas mayores, como será el caso del siguiente capítulo, podemos encontrar acoplos con coeficientes mayores, lo que significa que con un solo bucle de fibra curvada se pueden tener transferencias de energía significativas.

## 2.4. Transmitancia de un dispositivo

Seguidamente nos planteamos evaluar numéricamente la transmitancia de un dispositivo. El desarrollo que vamos a seguir, consiste en proyectar el campo incidente que se propaga por la fibra recta sobre los modos de la estructura curvada en  $z = 0$ , luego propagar los modos por la trayectoria curva, y finalmente, en  $z = \pi R$  (el valor particular que vamos a considerar a modo de ejemplo), volver a proyectar el campo total sobre el modo fundamental a la salida de la fibra, donde nuevamente es recta (Sévigny, 2008) (Gambling, 1979) (Marcuse, 1969). En ambas interfaces se ha considerado despreciables los posibles campos reflejados. El sistema representado en la figura 2.7 esquematiza esta situación. Denominemos  $\xi_I$  al campo electromagnético incidente de la zona I, si  $\phi_1$  es el campo del modo guiado fundamental de aquella zona, podemos escribir:



**Figura 2.7:** Esquema de una fibra curvada 180°, representada por zonas: I zona del sistema sin perturbar, II zona curvada con  $z = \pi R$ , III zona final de la fibra sin perturbar.

$$\xi_1 = \phi_1 \quad (2.51)$$

Lo que equivale a tomar el campo incidente con amplitud 1.

De una manera similar denominaremos  $\xi_{II}$  al campo electromagnético de la onda guiada por la estructura en la zona II, donde tenemos una variación del índice de refracción. El campo en la guía perturbada (en  $z = 0$ ) se puede expresar como

$$\xi_{II} = \sum_{m=1}^N b_m \psi_m \quad (2.52)$$

donde  $\psi_{1m}$  son los modos guiados y  $b_m$  nos indican la fracción de los campos incidentes que se acopla a cada uno de los modos. Teniendo en cuenta la relación de ortogonalidad entre

los distintos modos, supondremos que las expresiones de los campos están normalizadas. En el plano de discontinuidad  $z = 0$ , se debe cumplir que  $\xi_I(z = 0) = \xi_{II}(z = 0)$ , entonces

$$\phi_1 = \sum_{m=1}^N b_m \psi_m \quad (2.53)$$

Si proyectamos la ecuación (2.53) sobre  $\psi_l$ , y haciendo uso de la relación de ortogonalidad, obtenemos

$$\begin{aligned} \langle \psi_l | \phi_1 \rangle &= \sum_{m=1}^N b_m \langle \psi_l | \psi_m \rangle \\ b_l &= \langle \psi_l | \phi_1 \rangle = \int_{A_\infty} (\mathbf{e}_t^{\psi_l} \times \mathbf{h}_t^{*\phi_1}) ds \end{aligned} \quad (2.54)$$

Tenemos, pues, una proyección del campo incidente sobre los modos de la zona II. Propagando el campo  $\xi_{II}$  hasta el plano  $z = \pi R$ , y teniendo en cuenta sus factores de propagación, podemos escribir:

$$\xi_I(z = 0) = \sum_{m=1}^N b_m \psi_m \exp[j\beta_m L] \quad (2.55)$$

donde  $\beta_m$  son las constantes de propagación de los modos  $\psi_{1m}$  de la región II y  $L = \pi R$ . Para calcular el valor de la potencia guiada por el modo fundamental a la salida donde la fibra vuelve a estar recta y sus modos son como los de la zona I, analizaremos el plano  $z = \pi R$ ,  $\xi_{II}(z = \pi R) = \xi_{III}(z = \pi R)$ , donde tenemos de nuevo una discontinuidad. Para ello, escribiremos el campo de la zona III de la forma,

$$\xi_{III} = a'_1 \phi_{11} + \sum_{m \neq 1}^N a'_m \phi_{1m} \quad (2.56)$$

donde  $\phi_{1m}$  son los campos de los modos de orden superior de la fibra en III. Como nuestro interés se centra en calcular la transmitancia del modo fundamental, solo nos preocupa el coeficiente  $a'_1$  y, por lo tanto, proyectaremos sobre el modo  $\phi_1$ ,

$$\sum_{m=1}^N b_m \langle \phi_1 | \psi_m \rangle \exp[j\beta_m L] = a'_1 \quad (2.57)$$

Reemplazando la ecuación (2.55) en (2.57), obtenemos la relación

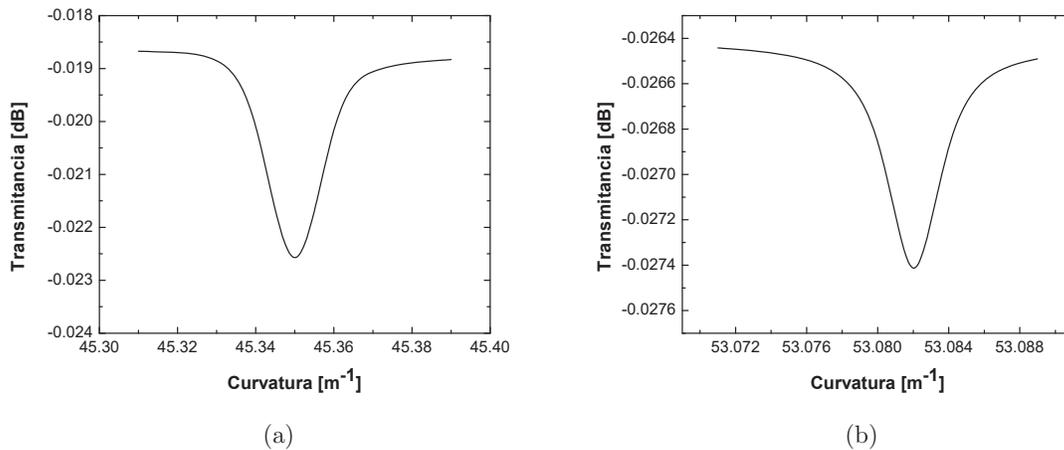
$$a'_1 = \sum_{m=1}^N \langle \psi_m | \phi_1 \rangle \langle \phi_1 | \psi_m \rangle \exp[j\beta_m L] \quad (2.58)$$

Así pues, teniendo en cuenta la definición del producto escalar, tendremos la siguiente expresión para la transmitancia del dispositivo ( $T = |a'_1|^2$ ):

$$T = \left| \sum_{m=1}^N \left\{ \int_{A_\infty} (\mathbf{e}_t^{\psi_m} \times \mathbf{h}_t^{*\phi_1}) ds \right\} \left\{ \int_{A_\infty} (\mathbf{e}_t^{\phi_1} \times \mathbf{h}_t^{*\psi_m}) ds \right\} \exp[j\beta_m L] \right|^2 \quad (2.59)$$

Esta expresión es la que debemos evaluar para encontrar la transmitancia de la fibra. Una vez conocidos los modos responsables del acoplamiento en el entorno de un punto de cruce dado, podemos evaluar la transmitancia empleando la ecuación (2.59), pero limitando el sumatorio a los dos modos involucrados en el acoplo, dado que solamente esos dos modos, al tener factores de propagación próximos contribuirán significativamente. Así pues, en el punto de mínima diferencia de índice modal es cuando se produce la máxima transferencia de energía entre los modos acoplados y se puede observar un pico de atenuación en la transmitancia del modo fundamental de la fibra.

El pico de atenuación que se observa en la gráfica (a) de la figura 2.8 está generado por el acoplamiento del modo  $LP_{01}$  al modo  $LP_{02}$  en una fibra curvada, en la zona un poco alejada del punto óptimo los modos no presentan un trasvase de energía significativo. De manera análoga, en la gráfica (b) correspondiente al acoplo entre los modos  $LP_{01}$  y  $LP_{11,o}$ , tenemos el correspondiente pico de atenuación.

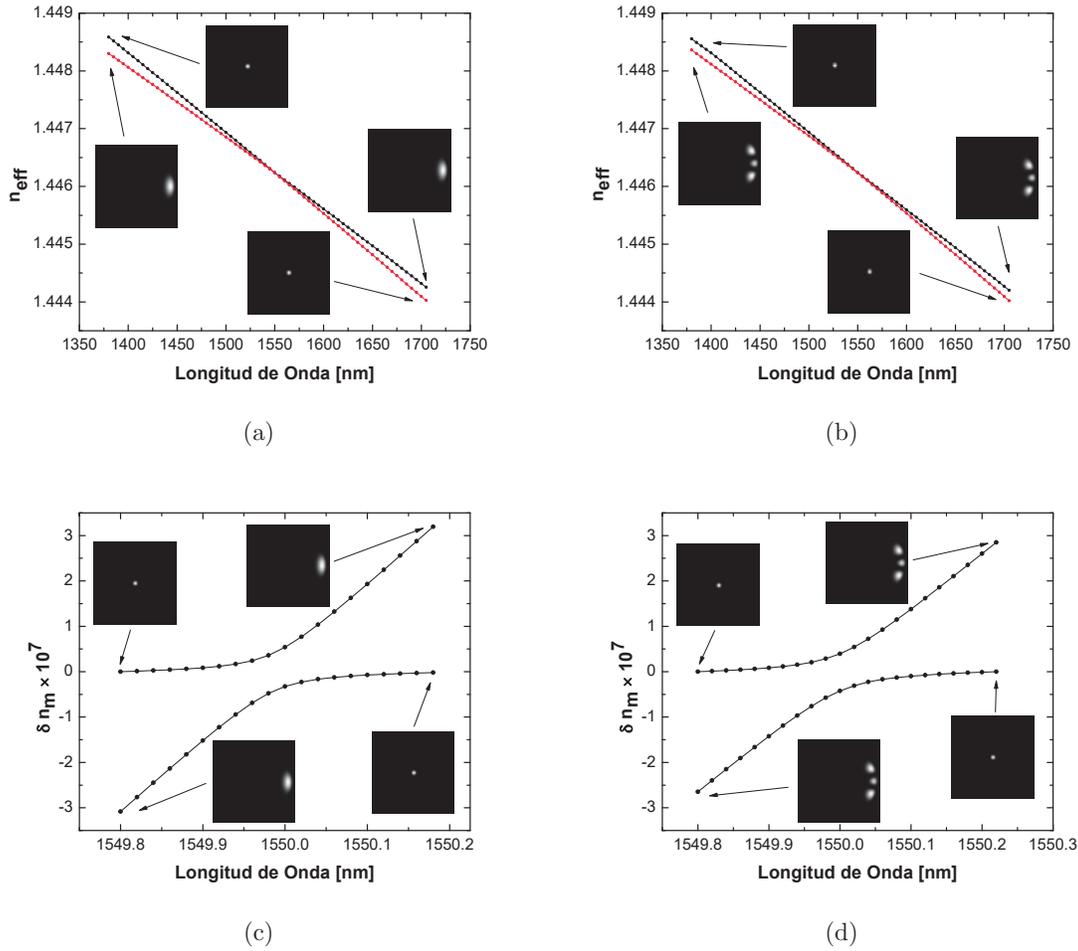


**Figura 2.8:** Transmitancia teórica del modo fundamental de una fibra óptica en función de la curvatura, para un bucle de  $\pi$  radianes y una longitud de onda  $\lambda = 1550$  nm, correspondientes a los dos primeros acoplos.

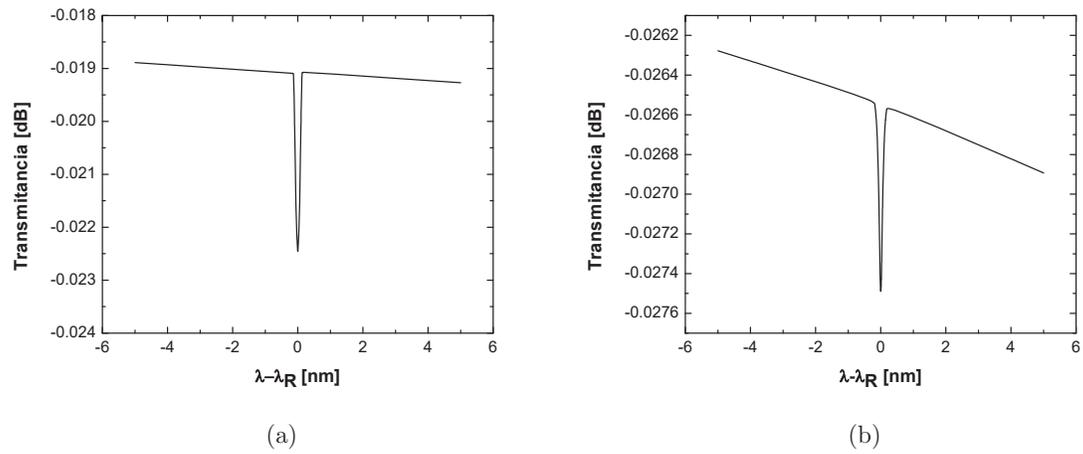
Para interpretar estos resultados en términos de las curvas de dispersión de los modos, vamos a considerar en nuestro análisis el intervalo de longitud de onda desde  $\lambda = 1380$  nm a 1700 nm, dejando fijo el valor de la curvatura. En la figura 2.9 podemos observar intersecciones de las curvas de dispersión que en general pueden corresponder a un cruce o anticruce de los modos. En nuestro caso son anticruces, tal y como puede observarse mejor en las gráficas (c) y (d). De dichas figuras se deduce que el coeficiente de acoplo de estos modos con el modo fundamental es de  $0.15 m^{-1}$ . Seguidamente, calculamos el espectro de transmitancia para los acoplos correspondientes a los dos modos, en función de la longitud de onda, de acuerdo con el planteamiento anterior. En la figura 2.10 se muestra el espectro de transmitancia de una fibra curvada en función de la longitud de onda, donde se ha dejado fijo el radio de

curvatura. Este resultado es el tipo de respuesta que se espera medir experimentalmente para una fibra curvada con una geometría dada que en el experimento se mantenga constante. Para un radio de curvatura determinado, la longitud de onda donde se produzca el ajuste de fase deberá coincidir con la posición espectral del pico de atenuación.

Finalmente, podemos concluir este capítulo diciendo que hemos presentado los detalles del desarrollo teórico realizado para calcular la transmitancia en función de la longitud de onda de una fibra óptica curvada, fundamentándonos en un método modal.



**Figura 2.9:** Dependencia de los índices efectivos de los dos primeros modos a curvatura fija donde se produjo el acoplo, con respecto a variaciones de la longitud de onda (a) primer acoplo con curvatura de  $45.35 \text{ m}^{-1}$ , (b) segundo acoplo con  $53.082 \text{ m}^{-1}$ . (c) y (d) Detalle de los anticruces en función de la longitud de onda para las curvaturas anteriores, respectivamente.



**Figura 2.10:** Espectro de transmitancia teórico para una fibra óptica en función de la longitud de onda a una curvatura fija (a)  $45.35 \text{ m}^{-1}$ , y (b)  $53.082 \text{ m}^{-1}$ .  $\lambda - \lambda_R$  Corresponde a la diferencia de longitudes de onda, donde  $\lambda_R = 1550 \text{ nm}$ .

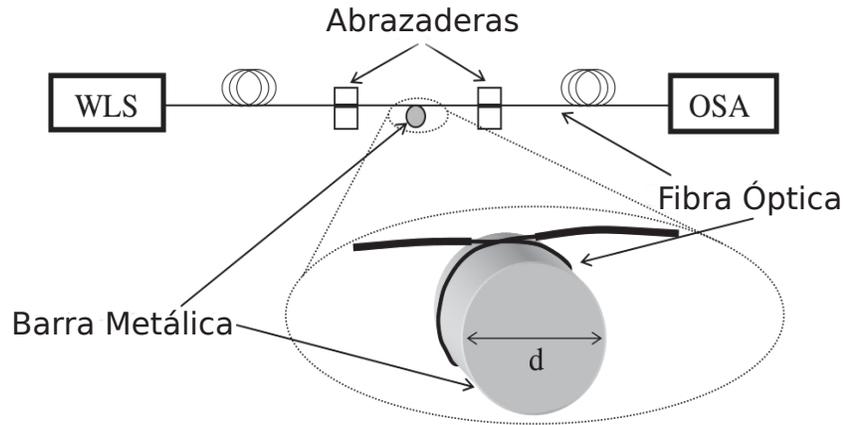
## Capítulo 3

# Bucle de fibra óptica: Sensor de índice de refracción

### 3.1. Estudio modal del sensor.

En este capítulo, se abordará una de las aplicaciones fundamentales para el desarrollo de esta tesis Doctoral: sensores ópticos de índice de refracción (IR), conocidos como refractómetros. El interés de un sensor de fibra óptica es ampliamente conocido por su precisión potencial, simplicidad y robustez. Una propiedad que hace interesante los sensores de índice de refracción basados en fibra óptica es la posibilidad de realizar medidas remotas en tiempo real, con muestras muy pequeñas a diferencia de los refractómetros tradicionales tipo Abbe, por ejemplo. En virtud de sus características, su aplicación puede resultar apropiada en el área industrial y en la monitorización ambiental. Además, el uso de refractómetros ópticos está bastante difundido en medicina, biofísica, bioquímica y en análisis químico de alimentos. Por este motivo, varios tipos de sensores de IR basados en fibra óptica se han propuesto a lo largo de los últimos años, como los fundamentados en redes de periodo largo (Zhu Tao, 2007) y redes de Bragg (Ladicicco, 2005) (Liang, 2005), así como toda una serie de interferómetros (Salceda-Delgado, 2012) y fibras estrechadas (*tapers*) (Monzón-Hernández, 2006) (Xu, 2008). Tal y como se ha explicado en el capítulo 1, las técnicas de fibra óptica que normalmente se emplean para construir sensores de IR necesitan que el campo evanescente alcance la superficie y pueda medir propiedades del medio exterior. La interacción de este campo evanescente con el medio externo produce cambios en la fase y amplitud de la luz que se propaga a través de la fibra. Por este motivo, varias técnicas se han empleado para lograr sensores de alta resolución (de  $10^{-4}$  a  $10^{-7}$ ) en los que la fibra se ha modificado: las dimensiones y forma mediante grabado, pulido lateral, fusión y estiramiento, etc. Estos métodos de post-procesado son técnicamente exigentes, además hacen la fibra frágil. Con el fin de superar este problema se utilizan redes de periodo largo estándar LPG (Bhatia, 1996), interferómetros basados o asistidos por LPG (Mosquera, 2010) e interferómetros cortos de fibra multimodo (Wu, 2011), ya que estos preservan la integridad de la fibra. Un método

muy sencillo y eficaz para lograr alta resolución, pero conservando la integridad de la fibra, es el de emplear fibras ópticas curvadas, ya que la sensibilidad se incrementa debido a que los campos se intensifican en la parte externa de la fibra, y permite la interacción con el medio exterior.

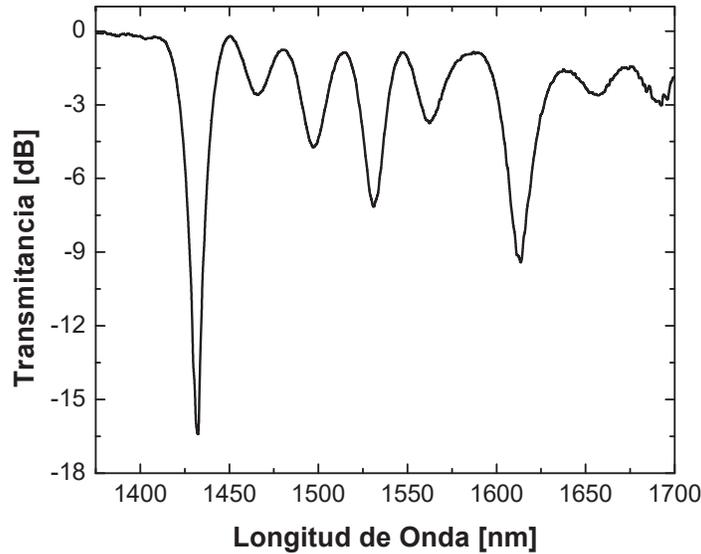


**Figura 3.1:** Representación gráfica del arreglo experimental. Donde WLS es la fuente de luz blanca y OSA es el analizador de espectros.

El sensor de IR que hemos estudiado se basa en el acoplo resonante entre el modo fundamental y algún modo de la cubierta (Wang, 2009) en un bucle circular de fibra óptica. El acoplo entre el modo guiado por el núcleo y el modo del revestimiento se produce por la perturbación del perfil del índice de refracción de la fibra generado por la curvatura. La transferencia de energía resonante tiene lugar en longitudes de onda donde el modo guiado por el núcleo satisface la condición de ajuste de fase con un modo del revestimiento. Estos acoplamientos son sensibles al cambio de los parámetros del medio exterior, como, por ejemplo, al cambio del índice de refracción o la temperatura (Silvestre, 1998) (Wang, 2009) (Sumetsky, 2010). Esta propiedad es la que explotaremos en este capítulo para caracterizar la respuesta del sensor que consiste en un simple bucle de fibra óptica.

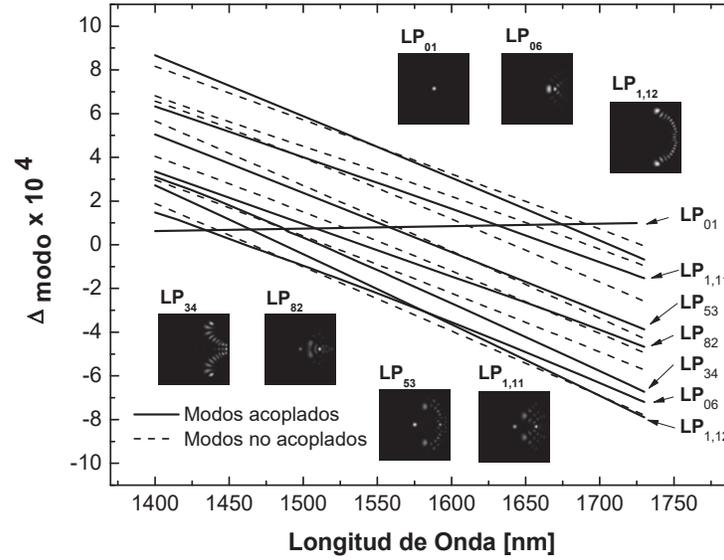
Para calcular los factores de propagación de los modos guiados por la fibra curvada hemos usado el método iterativo de Fourier (Silvestre, 2005) ya descrito en el capítulo 2. La distribución espacial del índice de refracción que hemos utilizado para las simulaciones de las fibras curvadas corresponde al índice equivalente de la ecuación (2.31). La simulación teórica que se realizó en este trabajo se comparó con unas medidas experimentales obtenidas por un grupo de investigación del Centro de Investigaciones en Óptica de León (México), que mantiene una colaboración estable con el grupo del Laboratorio de Fibras Ópticas de la Universidad de Valencia. En dicho grupo se ha medido la transmitancia de fibras ópticas curvadas cuando se hace actuar sobre ella un agente externo, desarrollando así, una aplicación de sensor. El arreglo experimental del sensor de IR propuesto se esquematiza en la figura 3.1, donde la parte principal del sensor consiste en un bucle de fibra óptica SMF-28

enrollada alrededor de una barra metálica con diámetro  $d$ , la cual permite mantener un radio de curvatura constante en la fibra  $R = d/2$ . El recubrimiento de polímero que cubre la sección de la fibra enrollada se eliminó sumergiendo la fibra en una solución de acetona durante unos pocos minutos con el fin de evitar el uso de un pelador mecánico, que podría dañar la superficie de la fibra. La eliminación del polímero es necesaria para tener la interacción de los campos evanescentes con el medio exterior.

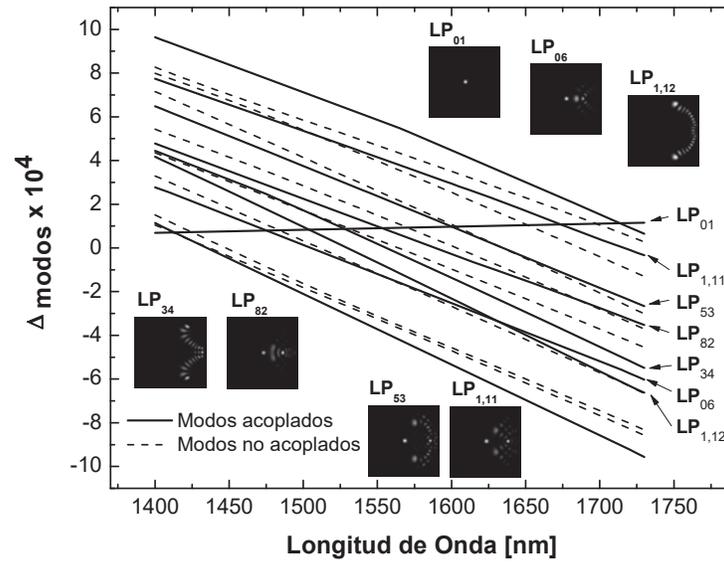


**Figura 3.2:** Espectro de transmitancia experimental para un bucle de  $360^\circ$  de fibra óptica con radio de curvatura 6.35 mm.

El espectro de transmisión experimental de una fibra SMF-28 enrollada en un cilindro metálico cuyo diámetro es 12.70 mm se muestra en la figura 3.2, este espectro se normalizó usando como señal de referencia el espectro de transmisión de la fibra recta. Si observamos esta curva de transmisión se puede distinguir varios picos, aunque prestaremos más atención a los que tiene mayor atenuación que son los centrados en las longitudes de onda de 1432 y 1613 nm. De acuerdo con nuestro análisis modal, cada pico de atenuación en el espectro de transmitancia está producido por un acoplo resonante entre el modo fundamental  $LP_{01}$  y un modo del revestimiento, ambos perturbados por la curvatura de la fibra. La transferencia de energía entre los modos de los distintos acoplos produce los picos de atenuación, ya que en la fibra de salida el polímero de la misma absorberá la energía trasferida a los modos de la cubierta y solo se medirá la potencia remanente en el modo fundamental.

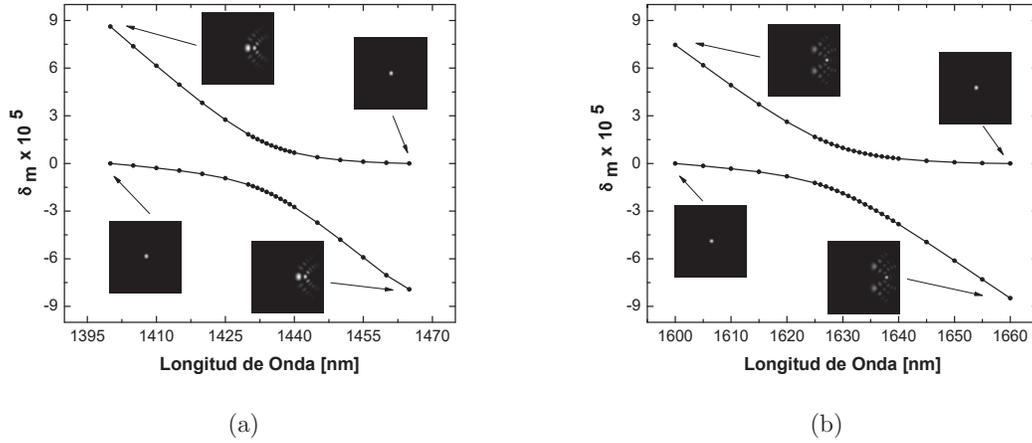


(a)

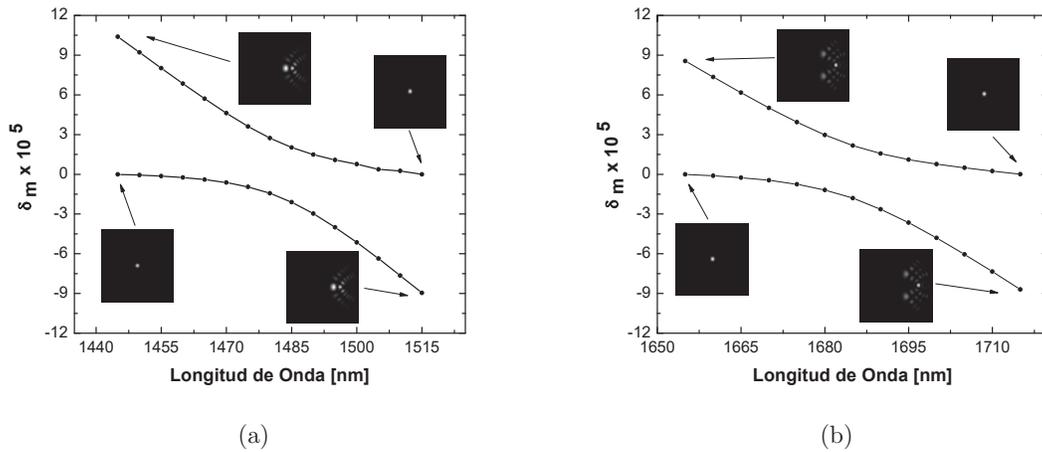


(b)

**Figura 3.3:** Diferencia entre los índices modales de los modos de orden superior con respecto al modo fundamental de una fibra recta (curvatura  $\kappa = 0$ ): los modos con anticruces se representan con líneas continuas mientras que los modos no acoplados se representan con líneas discontinuas. Los recuadros muestran los patrones de intensidad de los modos acoplados en una región de  $136 \times 136 \mu\text{m}^2$ . Se presentan dos casos: (a) fibra enrollada en un cilindro de diámetro de 12.7 mm (radio 6.35 mm) y (b) fibra enrollada en un cilindro de diámetro de 12.35 mm (radio 6.175 mm).



**Figura 3.4:** Acoplos resonantes predichos por la teoría en función de la longitud de onda para una fibra con radio de curvatura 6.35 mm. (a) Primer acoplo resonante y (b) último acoplo resonante de los identificados en la figura 3.3.



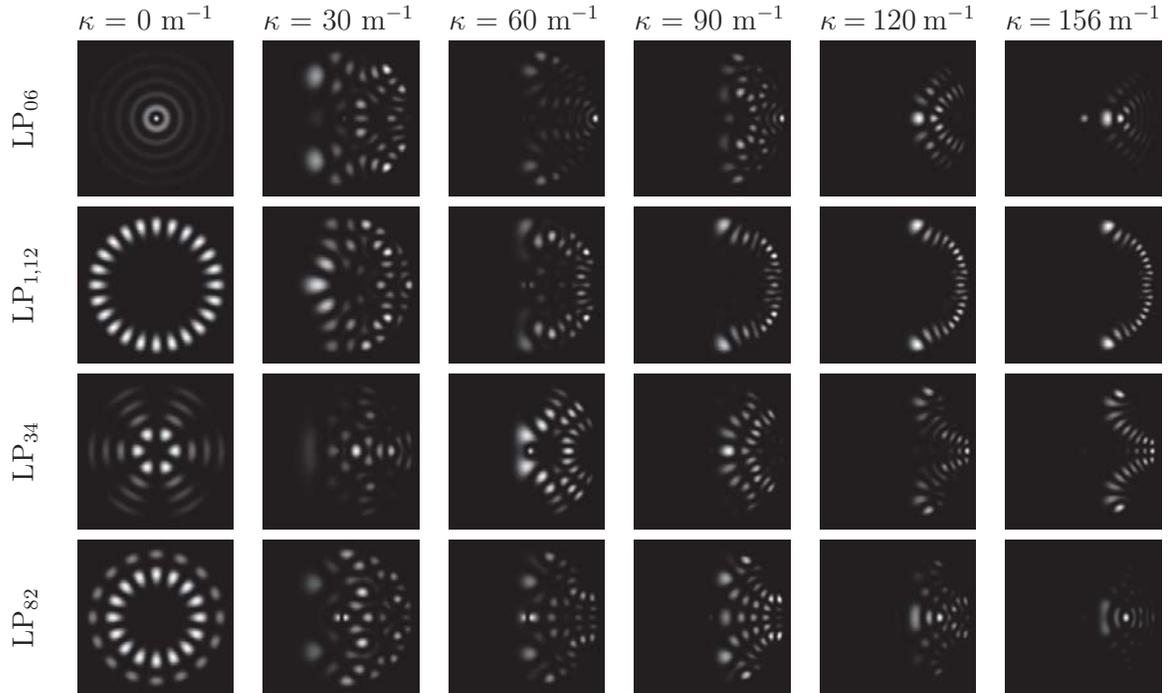
**Figura 3.5:** Acoplos resonantes predichos por la teoría en función de la longitud de onda para una fibra con radio de curvatura 6.175 mm. (a) Primer acoplo resonante y (b) último acoplo resonante de los identificados en la figura 3.3.

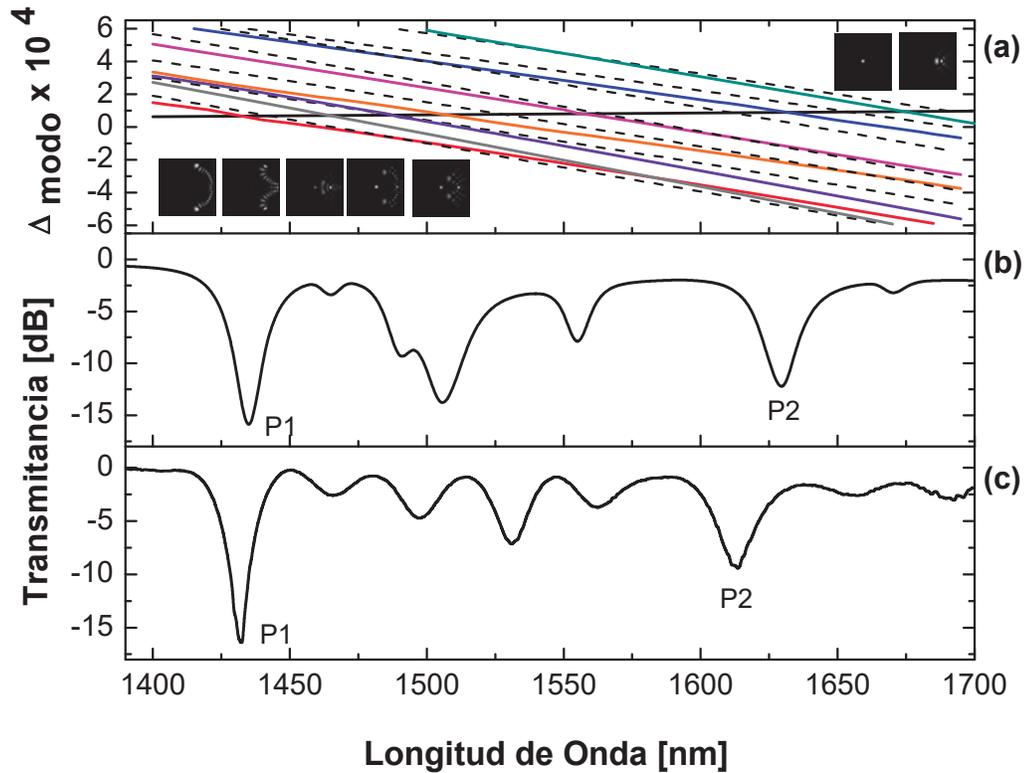
Nuestros resultados numéricos permitieron identificar las resonancias que determinan la respuesta observada experimentalmente. Para establecer a qué modos se está acoplando la energía vamos a analizar con detalles las curvas de dispersión mostradas en la figura 3.3, donde hemos representado la diferencia de los índices efectivos de los modos de orden superior respecto al índice efectivo del modo fundamental a curvatura cero en función de la longitud de onda para dos curvaturas, correspondientes a los diámetros 12.35 y 12.70 mm. Podemos

observar que para los valores de curvatura considerados la distribución del campo del modo fundamental no se perturba mucho, pero los modos de la cubierta aparecen fuertemente perturbados respecto a la distribución propia del modo de una fibra estándar recta. Para ilustrar de una manera más intuitiva a qué longitudes de onda ocurren estos acoplamientos, se ha representado en la figura 3.3 con líneas continuas los modos que exhiben acoplos resonantes, mientras que los demás modos de orden superior que no presentan acoplamiento resonante con el modo fundamental, debido a la simetría de los campos, se representan con líneas discontinuas. Podemos ver en estas curvas que, para el rango de longitudes de onda entre 1400-1730 nm, aparecen siete acoplos resonantes teóricos, correspondientes a los modos de línea continua que se muestra en las figuras 3.3a y 3.3b.

Una vez conocidos los modos involucrados en los acoplamientos resonantes, podemos mediante la separación mínima  $\delta_{m,min}$  entre las curvas de dispersión de los dos modos acoplados determinar el coeficiente de acoplo:  $k = \pi\delta_{m,min}/\lambda$ . En las gráficas 3.4 y 3.5 se pueden ver con detalle los dos acoplos resonantes más fuertes predichos por la teoría, pudiendo calcular el coeficiente de acoplo de estos modos con el modo fundamental. De la figura 3.4 (a) y (b), se deduce que el coeficiente de acoplo es  $67.04 \text{ m}^{-1}$  para el primer acoplo, y de  $57.13 \text{ m}^{-1}$  para el último, cuando el radio de curvatura es de 6.35 mm. De manera análoga, en la gráfica 3.5 (a) y (b), el coeficiente de acoplo es  $97.13 \text{ m}^{-1}$  para el primer acoplo y  $74.11 \text{ m}^{-1}$  para el último acoplo, cuando el radio de curvatura es de 6.175 mm.

**Tabla 3.1:** Evolución de los perfiles de intensidad de los modos acoplados desde curvatura cero.





**Figura 3.6:** (a) Diferencia de índice modal de los modos de orden superior con respecto al modo fundamental de la fibra recta (curvatura  $\kappa = 0$ ): los modos acoplados se representan con líneas continuas, mientras que los modos no acoplados se representan con líneas discontinuas. (b) Espectro de transmitancia teórico. (c) Espectro de transmitancia experimental. Esta figura corresponde al caso de una fibra enrollada en un cilindro de diámetro 12.7 mm (radio 6.35n mm).

Esto nos muestra que al reducir el diámetro de la curvatura las posiciones de los picos de resonancia se desplazan a longitudes de onda largas. Así mismo, se observa que el coeficiente de acoplo aumenta, lo que producirá picos de atenuación más intensos para una misma longitud de interacción. Si seguimos las curvas de dispersión de los modos mediante la reducción de la curvatura de la fibra hasta llegar a curvatura cero  $\kappa = 0 \text{ m}^{-1}$ , podemos identificar los modos de la fibra sin perturbar que evolucionan hasta los perfiles de intensidad involucrados en los acoplos resonantes como los que se muestran en la figura 3.3. En la tabla 3.1 se muestra la evolución de los perfiles de intensidad para los primeros cuatro modos con acoplo resonante.

El espectro de transmitancia teórico de un bucle de fibra mostrado en la figura 3.6b, se ha calculado proyectando el modo fundamental de entrada en los modos perturbados de la sección curvada de la fibra, permitiendo que los modos perturbados se propaguen a lo largo del bucle de fibra con sus propios factores de propagación, y finalmente se vuelve a proyectar

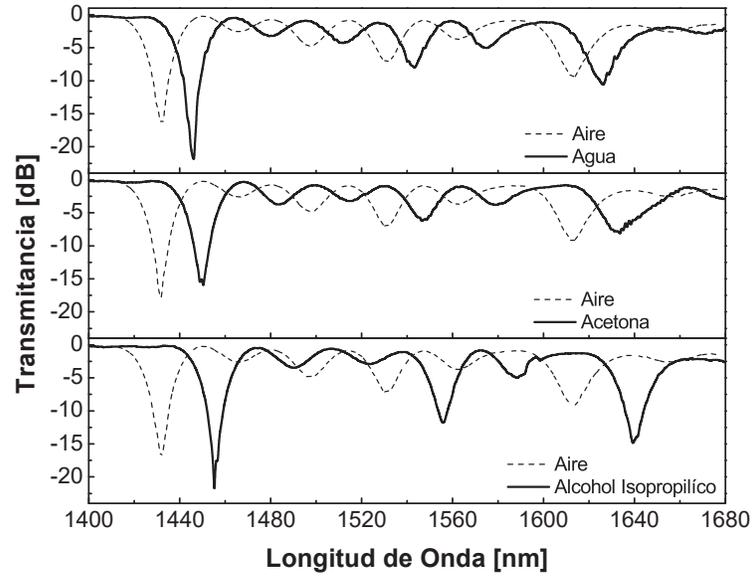
los campos sobre el modo fundamental a la salida del bucle de fibra, esto nos ha permitido simular el espectro de transmitancia que se mide en el experimento. Por otra parte, la posición espectral de los picos está determinada por los puntos donde hay un anticruce en las curvas de dispersión, mientras que el mínimo de transmitancia de cada pico depende de la longitud de interacción, en función de la diferencia de fase acumulada a lo largo de la fibra curvada y la amplitud de la excitación de los modos cuando se calcula la proyección.

A partir de las gráficas mostradas en la figura 3.6, donde por completitud se ha reproducido de nuevo la gráfica de la figura 3.3a, se puede establecer una buena correspondencia entre los resultados experimentales y los resultados numéricos, si asumimos que las longitudes de onda teóricas donde hay acoplos resonantes más intensos están desfasadas unos 10 nm hacia longitudes de onda mayores con respecto a los valores experimentales. Tal diferencia puede ser debida a una posible tensión mecánica a la que se somete la fibra cuando se enrolla alrededor del cilindro metálico, a la aproximación de primer orden que estamos empleando para modelizar el efecto geométrico de la curvatura, así como a una pequeña diferencia entre los parámetros que definen la fibra de salto de índice modelizada y la fibra real SMF-28 empleada en el experimento. Cabe destacar, que no hemos realizado ningún ajuste de los valores nominales de la fibra y que los parámetros considerados para las simulaciones son los valores nominales que se especifican en el capítulo 2. No está de más decir que, en cualquier simulación donde están implicados los modos del revestimiento como por ejemplo en el caso de las redes de periodo largo, estos modos son altamente sensibles a pequeños cambios de la fibra y a los parámetros del material. En nuestro caso, no hemos intentado forzar una concordancia precisa entre la teoría y el experimento buscando un ajuste fino de los parámetros, ya que estamos más interesados en la discusión del mecanismo físico explotado por el sensor que se ha propuesto.

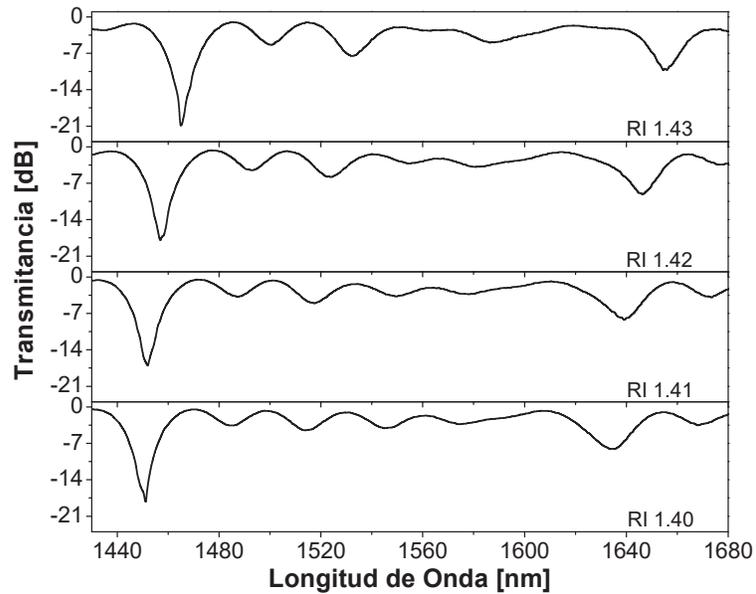
Por otra parte, la diferencia de amplitud de los picos de atenuación entre el teórico y las experimentales son pequeñas y probablemente sean debidas a la transición desde la sección de fibra con curvatura nula a la sección curvada, y viceversa, que en la teoría se asume puntual, pero que en el experimento es claramente gradual.

Conforme con nuestros resultados teóricos, el espectro de transmisión experimental representado en la figura 3.6c no debe ser interpretado como franjas de interferencia entre dos modos en el cual la diferencia de fase cambia como una función de longitud de onda. En el espectro de transmitancia experimental se puede observar con claridad ocho picos de atenuación donde tres de ellos son más fuertes 1432, 1526 y 1613 nm y cinco picos son menos profundos 1463, 1500, 1562, 1658 y 1692 nm. Los siete modos del revestimiento identificados en el cálculo teórico como modos acoplados con el modo fundamental dan lugar a tres acoplamientos más fuertes y cuatro menos intensos. Cada uno de esos modos del revestimiento produce por separado un pico en el espectro de transmisión, además el número de acoplamientos relativamente alto puede generar solapamiento entre picos. El pico experimental poco intenso que se observa en el extremo del intervalo (1692 nm) no aparece en la simulación, tal vez porque se necesite un barrido más fino del espectro de modos y nos la hayamos saltado involuntariamente o porque se ubique fuera del rango de longitudes de

onda explorado, algo desplazado hacia longitudes de onda mayores.



(a)

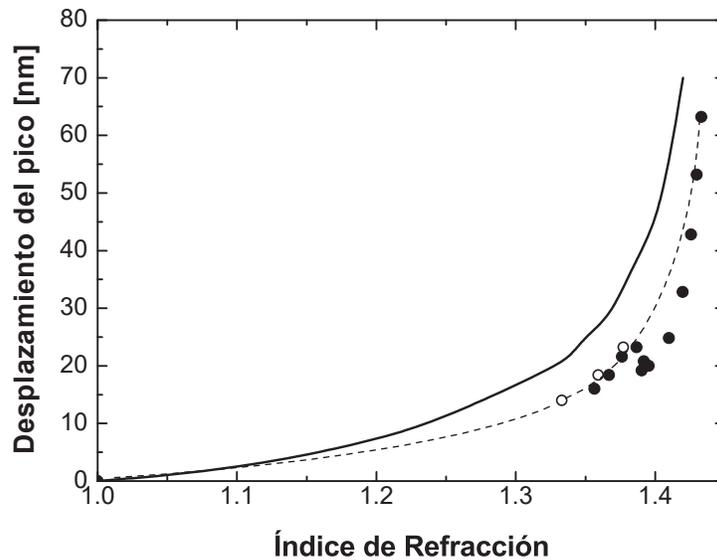


(b)

**Figura 3.7:** (a) Espectro de transmisión del sensor para diferentes líquidos, cuando el diámetro del bucle es 12.70 mm. (b) Espectro de transmisión del sensor para diferentes líquidos de índice calibrado. El diámetro del bucle de fibra es 12.70 mm.

Como el propósito es estudiar el bucle de fibra óptica como sensor de índice de refracción,

los colaboradores del CIO midieron experimentalmente el desplazamiento de los acoplos resonantes en función del índice de refracción externo. Para medir cómo se comporta el bucle de fibra con distintos índices de refracción se sumerge la fibra en un líquido con índice de refracción conocido, para lo que se dispone de un juego de líquidos Cargille con el índice calibrado y con una dependencia con la temperatura conocida en un rango de 1.360 a 1.442 (valores nominales a 519 nm y 25 °C). Además, también se hicieron medidas con disolventes estándar como agua, acetona y alcohol isopropílico, manteniendo constante la temperatura. En la figura 3.7 se muestran los espectros de transmisión experimentales para los diferentes índices de refracción. En esta figura se puede observar los desplazamientos en longitud de onda de los acoplos resonantes en función del índice de refracción del medio externo cuando el diámetro de curvatura es de 12.70 mm (radio 6.35 mm). La longitud de onda de cada acoplo resonante se desplaza hacia longitudes de onda mayores a medida que el índice del medio exterior aumenta, sin que la profundidad de los picos se vea muy afectada. Entre dos medidas consecutivas, el bucle de fibra se limpió con isopropanol y agua, el secado se hizo con aire. En la figura 3.7a se muestra el espectro de transmisión cuando el sensor se sumerge en agua, acetona y alcohol, mientras que en la figura 3.7b se muestra los espectros de transmitancia para cuatro líquidos Cargille con distinto índice de refracción. De manera similar se analizó teóricamente la respuesta de la fibra al variar el índice de refracción del medio exterior, donde hemos tenido supuesto un medio externo no dispersivo.



**Figura 3.8:** Desplazamiento de la longitud de onda de resonancia del acoplo en función del índice de refracción del medio exterior: (línea continua) desplazamiento teórico de la resonancia, (círculos llenos) valores experimentales obtenidos con líquidos Cargille, (círculos vacíos) valores experimentales obtenidos con líquidos estándar, (línea discontinua) tendencia de los puntos experimentales.

En la figura 3.8, se muestra el desplazamiento teórico de la longitud de onda de resonancia en función del índice de refracción externo, esta calibración se hizo con el acoplo experimental más fuerte, que se encuentra en 1432 nm cuando el medio externo a la fibra es aire. De acuerdo a las simulaciones realizadas, esta resonancia corresponde al acoplo de energía entre los modos LP<sub>01</sub>-LP<sub>06</sub>. Lo que se puede observar es que la teoría predice correctamente la tendencia de la curva, aunque no da los valores exactos de los cambios de longitud de onda. Por otra parte, los puntos experimentales muestran un comportamiento anómalo en torno a 1.38. Esa anomalía está probablemente producida por un acoplamiento resonante donde están involucrados tres modos. En las simulaciones numéricas alrededor de ese punto se ha podido observar una coincidencia simultánea de tres modos, entre dos modos acoplados y, en principio, uno desacoplado. Estos tres modos presentan un anticruce complejo en el que la distancia entre las curvas de los modos de dispersión tiene una dependencia no trivial con la longitud de onda. En torno al índice de refracción de 1.33 que corresponde al agua, se obtiene una sensibilidad de 190 nm por unidad de índice de refracción, esta sensibilidad es más alta que los valores reportados para LPG estándar que están alrededor de 50 nm/RIU para disoluciones acuosas (Chamorro-Enríquez, 2012). Si suponemos una resolución de 50 pm en la medida del desplazamiento de la resonancia eso nos da un límite de detección de  $3 \times 10^{-4}$  en donde el límite de detección es el menor cambio detectable que nos fija la variación del índice de refracción mínima que el sensor puede detectar. En el capítulo 4 se discutirá más detalladamente este parámetro. Para altos valores de índice de refracción, alrededor de 1.41, la sensibilidad incrementa a 900 nm/RIU, con un límite de detección de  $6 \times 10^{-5}$ . Aunque estos valores son relativamente bajos, son mejores que algunos refractómetros comerciales y son similares a los publicados en (Wang, 2009). Sin embargo, nuestra propuesta es un sensor codificado en longitud de onda, que es intrínsecamente más fiable que los sensores codificados en amplitud, como los que se proponen en (Wang, 2009).

Una caracterización que es de particular relevancia para cualquier sensor de índice de refracción es su respuesta a las variaciones de temperatura. Para analizar esta cuestión, lo primero es entender qué pasa en una fibra óptica cuando la temperatura cambia. Al aplicar un incremento de temperatura a la fibra, el material se dilatará y el índice de refracción cambiará.

En nuestro caso, deberemos evaluar cómo cambia la longitud de onda del acoplo resonante con la temperatura. Dado que este desplazamiento podría ser significativo, es necesario realizar una caracterización teórica detallada. Si un sensor de índice de refracción tiene una longitud de onda resonante a una temperatura  $T_0$  cuando la temperatura se incrementa  $\Delta T$  la longitud de onda del acoplo resonante variará una cantidad  $\Delta \lambda$ . Por una parte, tendremos que evaluar el efecto de la dilatación del material que en una dirección está dada por (Landau, 1970),

$$\Delta l = \alpha \Delta T l \quad (3.1)$$

donde  $\alpha = 0.55 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  es el coeficiente de expansión térmica y  $l$  es la longitud del material. Por otra parte, evaluaremos el efecto del cambio del índice de refracción que vendrá

dado por la expresión

$$\Delta n = \frac{\partial n}{\partial T} \Delta T \quad (3.2)$$

donde  $\partial n/\partial T$  es el coeficiente termo-óptico y su valor puede ser positivo o negativo. En la simulación que hemos llevado a cabo, el coeficiente termo-óptico usado para el núcleo de la fibra que está dopado con *Ge* es  $\partial n_{core}/T = 1.15 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  (Young-Jae, 2002), mientras que para el revestimiento de sílice pura  $\partial n_{clad}/\partial T = 1.06 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  (Ghosh, 1997).

Con estos valores, hemos realizado la simulación teórica de la fibra curvada, obteniendo un desplazamiento de la resonancia de  $0.1 \text{ nm}/^\circ\text{C}$ , hacia longitudes de onda menores para el primer acoplo resonante (P1) mostrado en la figura 3.6, de modo que la influencia de los efectos de la temperatura en el sensor puede ser despreciada cuando se opera en condiciones ambientales normales. Este resultado es importante dado que indica que el sensor es bastante robusto frente a los cambios de temperatura, pero si aspiramos a medir desplazamientos espectrales de  $50 \text{ pm}$  como los considerados para determinar el límite de detección del sensor, deberíamos estabilizar el sensor con una precisión de  $0.5 \text{ }^\circ\text{C}$ .

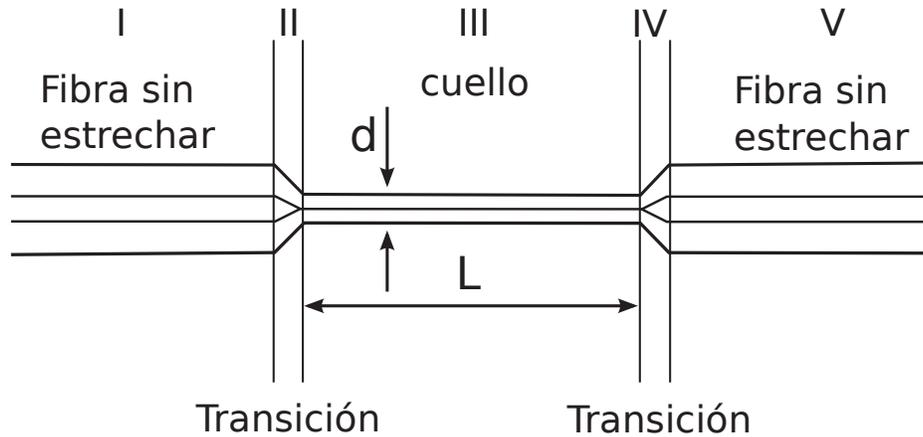
## Capítulo 4

# Dispositivos de fibra estrechada con transición abrupta: Interferómetro modal.

### 4.1. Sensor de índice de refracción.

En la actualidad existen un gran número de sensores de fibra óptica que basan su funcionamiento en la interacción de los modos guiados de la fibra con el medio exterior, es decir, la interacción mediante el campo evanescente. Como ya se ha mencionado anteriormente, cualquier interacción con dicho campo evanescente producirá cambios en las propiedades de la luz que se propaga a través de la fibra. En este capítulo se presenta una serie de resultados fruto de la modelización de un interferómetro óptico empleado como sensor de índice de refracción, que está formado por una fibra estrechada de longitud  $L$  y diámetro  $d$ , conectado por medio de dos transiciones abruptas a una fibra óptica estándar SMF-28. Este interferómetro se caracteriza por presentar un interferograma independiente de las variaciones de temperatura. Estas fibras con estructura estrechada conocidas como *tapers*, se obtienen mediante el calentamiento de la fibra óptica hasta el punto de fusión del vidrio; simultáneamente al proceso del calentamiento, se va estirando de los dos extremos de la fibra hasta conseguir diámetros de la sección transversal de unas cuantas micras conservando la simetría cilíndrica, con longitudes de unos pocos milímetros o centímetros de largo (Birks, 1992). En la zona donde se ha producido el estiramiento es donde el campo va a estar en contacto con el medio externo. En esta región el diámetro del núcleo puede haberse reducido significativamente, hasta unas centenas de nanómetro, casi despreciable, por lo que prácticamente el campo será guiado por el revestimiento. Estas fibras con estructura estrechada, han sido de considerable atención en los últimos años debido a su fuerte interacción con el medio exterior, bajo peso, tolerancia a altas temperaturas, flexibilidad, inmunidad a interferencia electromagnética y bajo costo.

En general, los *tapers* se pueden clasificar en dos categorías, adiabáticos y no adiabáticos. El primer tipo: *taper* adiabático, se realiza mediante una transición larga y suave en el diámetro de la fibra, lo cual minimiza las pérdidas (Brambilla, 2004) (Snyder, 1983), de manera que la parte principal de la energía permanece en el modo fundamental  $LP_{01}$  y no acopla energía a modos de orden superior a lo largo del *tapers*. El segundo tipo: *tapers* no-adiabático, se realiza haciendo una transición rápida en el diámetro de la fibra (Lacroix, 1986a) esto permite que existan acoplamientos entre el modo fundamental de la fibra estándar y dos o más modos de la fibra estrechada. Este tipo de *tapers*, es decir los no-adiabáticos, son de interés porque la excitación de modos de orden superior incrementa la intensidad de los campos evanescentes y permite construir interferómetros modales muy compactos, dado que en el taper de salida se recombinan los modos, proyectándose sobre el modo fundamental de la fibra de salida.



**Figura 4.1:** Esquema del sensor de IR basado en una fibra estrechada (*taper*).

El dispositivo que hemos estudiado en esta tesis doctoral está compuesto por cinco regiones, donde la sección principal es una guía de onda cilíndrica de longitud  $L$  y un diámetro  $d$  (región III), conectada por medio de dos transiciones abruptas decreciente y creciente (región II y IV, respectivamente), a una fibra óptica estándar SMF-28 (región I y V), como se ha esquematizado en la figura 4.1. Esta reducción en las dimensiones transversales de la fibra conlleva que el modo  $LP_{01}$ , que está ligado al núcleo de la fibra óptica estándar, ahora se propague por el revestimiento de la fibra estrechada con un campo suave que se extiende hasta la superficie de separación entre el revestimiento y el medio externo.

Para entender de una manera más precisa el funcionamiento del dispositivo, consideremos la región I donde la fibra permanece inalterada; en esta región solo se propaga por el núcleo el modo fundamental  $LP_{01}$ . Al entrar en la región II, donde se ha disminuido abruptamente el tamaño del núcleo y del revestimiento, se produce un acoplamiento entre este modo  $LP_{01}$  y otros modos simétricos  $LP_{0m}$  del revestimiento (Black, 1991). Cabe prever que este acoplo sea más importante con el modo  $LP_{02}$  ya que este modo tiene una distribución de campo que se solapará más con el  $LP_{01}$ . Después de la propagación a lo largo de la fibra estrechada

(región III), estos modos se proyectan en la segunda transición abrupta (región IV) sobre el modo fundamental que se propaga por el núcleo de la fibra de salida (región V) (Lu, 2009). A lo largo del *taper*, cada modo acumulará una fase diferente y su diferencia será función del índice de refracción del medio externo dado que cada modo tiene unos campos evanescentes diferentes.

En el análisis teórico que hemos realizado, las transiciones abruptas se han simulado como un paso discontinuo entre ambas fibras ópticas, es decir, entre la fibra óptica estándar SMF-28 y la fibra estrechada. Por lo tanto, se ha calculado la proyección del campo incidente que se propaga por la fibra inalterada sobre el espectro de modos de la estructura estrechada en  $z = 0$ , luego se propagan los modos por la región estrechada, y finalmente, en  $z = L$ , se vuelve a proyectar el campo total sobre el modo fundamental de la fibra de salida. Si realizamos un desarrollo análogo al presentado en la sección 2.3 del capítulo 2, a la salida de la fibra obtenemos la siguiente expresión para la transmitancia del modo fundamental  $T$ :

$$T = \left| \sum_{m=1}^N \langle \psi_m | \phi_1 \rangle \langle \phi_1 | \psi_m \rangle \exp[j\beta_m L] \right|^2 \quad (4.1)$$

donde  $\phi_1$  es el modo fundamental de la región I,  $\psi_m$  de  $m = 1$  a  $N$  son los modos de la región III y  $\beta_m$  son sus factores de propagación de los modos en III. Por simplicidad, vamos a definir  $a_m = \langle \psi_m | \phi_1 \rangle$  y  $a_{1m} = \langle \phi_1 | \psi_m \rangle$ , tras una serie de manipulaciones matemáticas, llegamos a la siguiente expresión,

$$T = \sum_m \sum_n a_{m1} a_{1m} a_{n1}^* a_{1n}^* \cos(\Delta\varphi_{mn}) \quad (4.2)$$

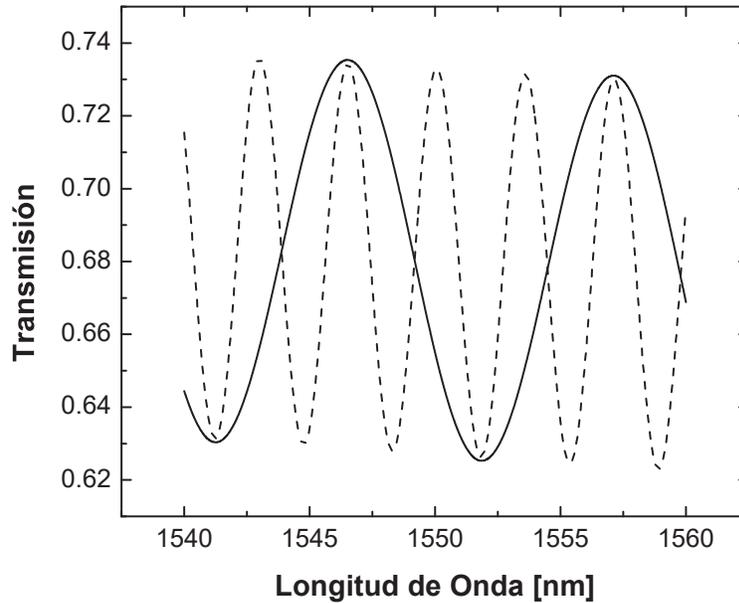
$$T = \sum_m |a_{m1} a_{1m}|^2 + 2 \sum_{m>n} a_{m1} a_{1m} a_{n1}^* a_{1n}^* \cos(\Delta\varphi_{mn}) \quad (4.3)$$

donde  $\Delta\varphi_{mn}$  es la diferencia de fase entre los modos  $m$  y  $n$  de la región III, o sea,  $\Delta\varphi_{mn} = (\beta_m - \beta_n)L$ . En el caso más sencillo en el que solo se exciten los dos primeros modos de la región III, el resultado de los acoplamientos y recombinación entre el modo fundamental que se propaga por la fibra SMF-28 y dos modos de la fibra estrechada, será una respuesta espectral armónica con la diferencia de fase  $\Delta\varphi_{12}$ . Por lo tanto, si definimos  $(a_{m1} a_{1m})^2 = I_m$  (Lacroix, 1986b), el sensor puede ser descrito como un interferómetro modal compacto con una transmitancia dada por (Tian, 2009) (Mignani Anna Grazia, 1998),

$$I(\lambda) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi_{12}) \quad (4.4)$$

donde  $I_1$  y  $I_2$  son las intensidades de los dos modos que interfieren (que asumimos serán los modos LP<sub>01</sub> y LP<sub>02</sub>) y  $\varphi_{12}$  es la diferencia de fase acumulada entre estos modos a lo largo de la longitud del interferómetro (Shi, 2012),

$$\Delta\varphi_{12} = \frac{2\pi(n_1^{neff} - n_2^{neff})L}{\lambda} \quad (4.5)$$



**Figura 4.2:** Espectro de transmisión de un dispositivo cuando el diámetro es  $9.15 \mu\text{m}$  y la longitud es 10 mm (línea continua) y 30 mm (línea discontinua).

$n_1^{neff}$  y  $n_2^{neff}$  son los índices efectivos de los modos  $LP_{01}$  y  $LP_{02}$ , respectivamente, y  $\lambda$  es la longitud de onda de trabajo.

El espectro de transmitancia será una señal oscilatoria en función de la longitud de onda, que contiene una serie de picos y valles. Esta señal oscilatoria dependerá del diámetro y longitud del taper, así como también del medio externo. Los espectros de transmitancia de un dispositivo ejemplo, cuando el medio exterior es aire, en función de la longitud de onda se muestra en la figura 4.2. Otra característica relevante al observar dicha figura es que el periodo del patrón de interferencia puede ser controlado por la longitud del taper  $L$ . Nuestras simulaciones se compararon con los resultados experimentales obtenidos por el grupo de investigación del Centro de Investigaciones en Óptica, León (México), que publicó sus medidas en 2012 (Salceda-Delgado, 2012). Experimentalmente, cuando el sensor se ilumina con una fuente de banda ancha, como un LED, el patrón de interferencia es sinusoidal y exhibe un periodo característico en función de la longitud de onda. El valor experimental del periodo  $\Lambda$  reportado por los colaboradores del CIO para un taper de  $10 \mu\text{m}$  de diámetro se reproduce en nuestras simulaciones con un ajuste del diámetro de  $9.15 \mu\text{m}$ . Este estudio teórico lo hemos realizado empleando la herramienta de simulación que se fundamenta en el método iterativo de Fourier descrito anteriormente y, una vez que hemos podido contrastarlo con medidas experimentales, vamos a explotarlo para analizar las características y optimización de este interferómetro modal como sensor de índice de refracción.

Dado que el periodo espectral de la transmitancia del interferómetro depende principalmente de la diferencia entre las constantes de propagación de los modos que interfieren, para una longitud dada, la condición de interferencia constructiva para estos modos que se propagan por la fibra estrechada está dada por  $\Delta\beta L = N2\pi$  (con  $N$  entero), donde el máximo siguiente se dará en  $(N + 1)$ , de modo que  $\Delta\beta L = (N + 1)2\pi$ . El periodo espectral del dispositivo, en términos de la frecuencia angular óptica, se puede calcular a partir de

$$[\Delta\beta(\omega_{N+1}) - \Delta\beta(\omega_N)]L = 2\pi \quad (4.6)$$

El término  $\Delta\beta(\omega_{N+1})$  puede desarrollarse en serie de Taylor,

$$\Delta\beta(\omega_{N+1}) = \beta_1(\omega_N) + \left(\frac{\partial\beta_1}{\partial\omega}\right)_N \Delta\omega - \beta_2(\omega_N) - \left(\frac{\partial\beta_2}{\partial\omega}\right)_N \Delta\omega \quad (4.7)$$

permitiendo reescribir la ecuación (4.6) de la forma

$$\left[\left(\frac{\partial\beta_1}{\partial\omega}\right) - \left(\frac{\partial\beta_2}{\partial\omega}\right)\right] \Delta\omega L = 2\pi \quad (4.8)$$

Haciendo uso de la definición de la velocidad de grupo  $v_g = \partial\omega/\partial\beta$  y de  $\omega = 2\pi c/\lambda$ , la expresión 4.8 queda de la forma

$$\left[\left(\frac{c}{v_{g1}}\right) - \left(\frac{c}{v_{g2}}\right)\right] \frac{\Delta\omega L}{c} = 2\pi \quad (4.9)$$

Así, desde un punto de vista teórico, el espectro de transmitancia de un interferómetro tiene un periodo de longitud de onda que está determinado por la diferencia del índice de grupo  $\Delta n_g$  entre los dos modos que interfieren,

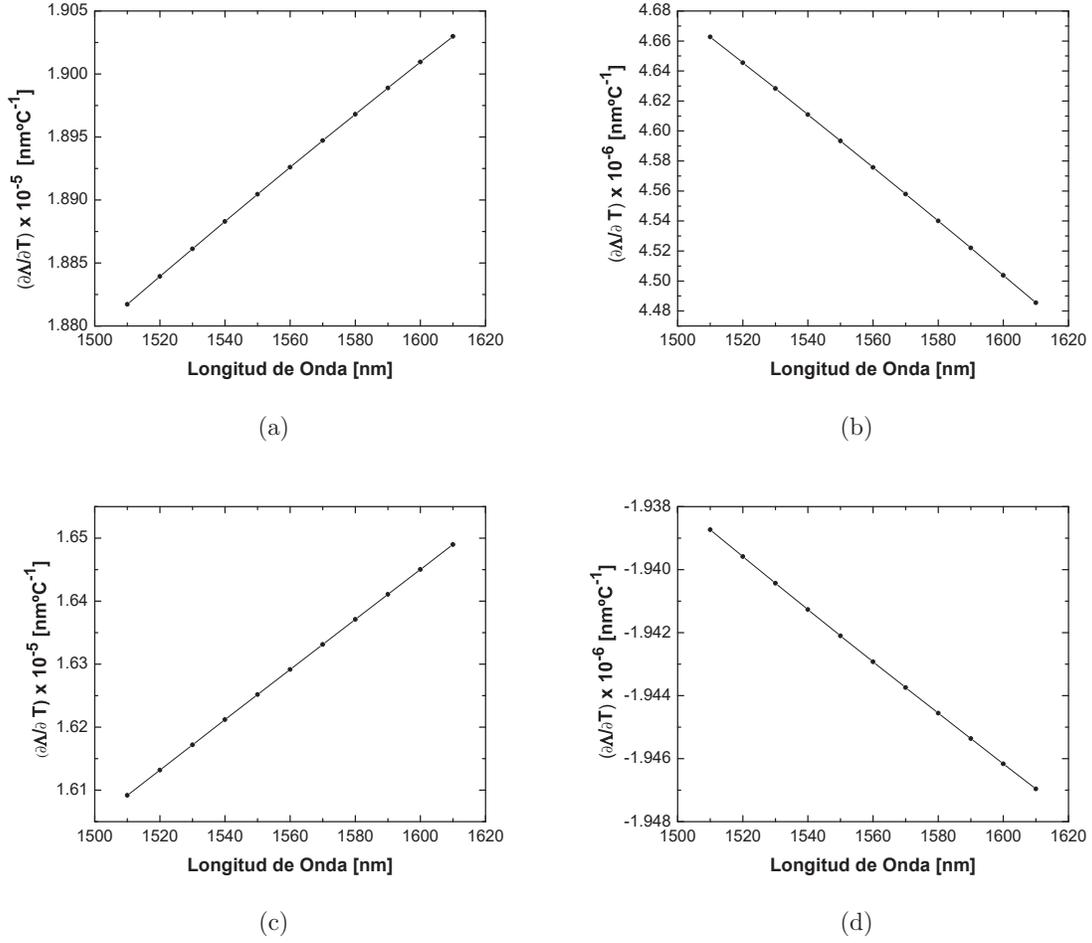
$$\Lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta n_g L} \quad (4.10)$$

Por otra parte, hemos estudiado los efectos térmicos en nuestro dispositivo. Como veremos, aunque los cambios de temperatura inducen efectos termo-ópticos y expansión térmica de los materiales, la respuesta del sensor no depende apreciablemente de la temperatura. Los factores de propagación de los modos del *taper* se calcularon para diferentes temperaturas ( $T$ ) alrededor de la temperatura ambiente, dentro de un rango de longitudes de onda desde 1500 hasta 1600 nm. Para estudiar los efectos de la temperatura, tendremos que evaluar el efecto en el cambio del índice de refracción y el efecto de la dilatación del material, los cuales están dados por las expresiones,

$$n(T) = n(T_0) + \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right) \Delta T \quad (4.11)$$

$$L(T) = L(T_0)(1 + \alpha\Delta T) \quad (4.12)$$

$$d(T) = d(T_0)(1 + \alpha\Delta T) \quad (4.13)$$



**Figura 4.3:** Cálculo de la derivada del periodo  $\Lambda$  con la temperatura en función de la longitud de onda para un taper de longitud 30 mm y diámetro  $d = 9.15 \mu\text{m}$ , tomando en cuenta los siguientes términos: (a) todos los efectos térmicos, (b) solo los efectos termo-ópticos del índice del material  $(\partial n/\partial T)$ , (c) solo el cambio del diámetro  $[(1/d)(\partial d/\partial T)]$  y (d) solo el cambio de longitud  $[(1/L)(\partial L/\partial T)]$ .

donde  $\alpha = 0.55 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  es el coeficiente de expansión térmica. En la simulación que hemos llevado a cabo, el coeficiente termo-óptico usado para el núcleo de la fibra que está dopado con *Ge* es  $\partial n_{core}/\partial T = 1.15 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  (Young-Jae, 2002), mientras que para el revestimiento de sílice pura  $\partial n_{clad}/\partial T = 1.06 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  (Ghosh, 1997).

Teniendo en cuenta todo lo anterior, el comportamiento térmico del patrón de interferencia puede evaluarse calculando el cambio de los índices modales en función de la temperatura, una vez que introducimos en los parámetros del taper las ecuaciones anteriores 4.11-4.13. Una vez obtenidos los índices modales, las ecuaciones 4.4, 4.5 y 4.10 nos determinan la respuesta del interferómetro. Cabe esperar que un cambio de temperatura desplace los índices modales de forma significativa y con ello desplace el espectro de transmitancia, pero que

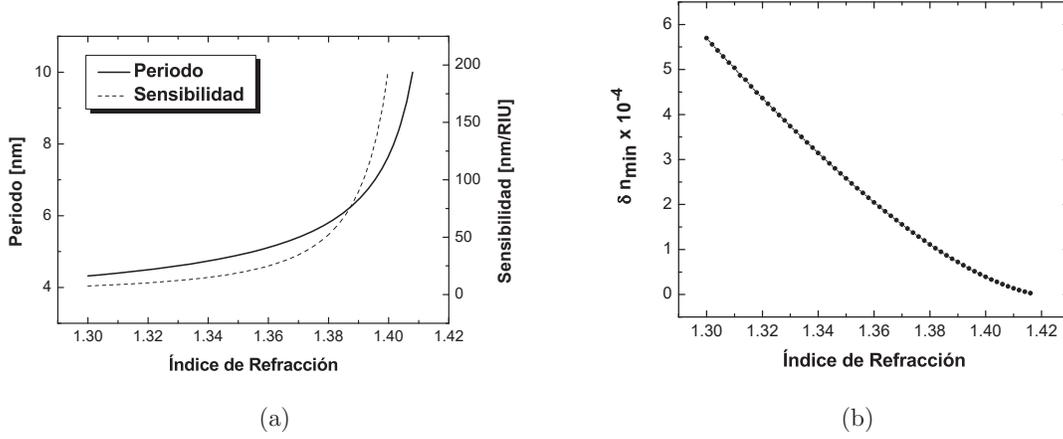
las diferencias entre los índices modales cambien poco y en consecuencia el periodo sea casi constante.

En la figura 4.3 se muestra la derivada del periodo con la temperatura  $\partial\Lambda/\partial T$  en función de la longitud de onda. Para evaluar numéricamente la  $\partial\Lambda/\partial T$ , se realizaron los cálculos para dos temperaturas: 20 y 40 °C. Las simulaciones nos permitió analizar por separado la contribución de los términos  $(1/L)(\partial L/\partial T)$ ,  $\partial n/\partial T$  y  $(1/d)(\partial d/\partial T)$ , computando los índices modales cuando solo uno de estos términos se toma en consideración.

El valor calculado para la derivada del periodo con la temperatura  $\partial\Lambda/\partial T$  fue de  $1.89 \times 10^{-5}$  nm °C<sup>-1</sup>, a una longitud de onda de 1550 nm para un taper con diámetro de 9.15  $\mu\text{m}$  y longitud de 30 mm, lo que significa que la dependencia del periodo  $\Lambda$  con la temperatura podrá despreciarse frente a los cambios del índice de refracción externo, como veremos a continuación. En las figuras 4.3 (b), (c) y (d) se muestra el cálculo de la derivada del periodo con la temperatura cuando se consideran solamente los efectos termo-ópticos, o la dilatación térmica del diámetro, o la de la longitud *taper*. La contribución dominante es la del cambio del diámetro del *taper* con la temperatura (figura 4.3c).

Por otra parte, se caracterizó la respuesta del interferómetro como sensor de índice de refracción, evaluando teóricamente los efectos de las variaciones del índice de refracción externo. El incremento del índice de refracción externo produce un aumento del periodo del interferograma, o sea, un aumento del *Free Spectral Range (FSR)* del interferómetro (Chao, 2006). Para un sensor de IR basado en un *taper*, los modos de orden superior presentan una mayor sensibilidad al medio exterior por tener un campo evanescente más intenso y presentan, en consecuencia, un cambio de fase diferente a los modos de orden inferior. Esta estructura sirve para medir cambios muy pequeños del índice de refracción de un líquido ya que la transmitancia del taper depende del índice de refracción de medio exterior, lo cual ofrece muchas ventajas y posibles aplicaciones en sensores biológicos y químicos.

Para caracterizar la respuesta del sensor de IR a las variaciones del índice de refracción exterior, los colaboradores del CIO midieron experimentalmente la variación del periodo de un taper de 10  $\mu\text{m}$  nominales y 30 mm de longitud en función del índice refracción externo, empleando líquidos Cargille como índice calibrado y con una dependencia con la temperatura conocida en un rango de 1.36 a 1.43. En dicho trabajo se ha reportado que el periodo del interferograma cambia con el índice de refracción del líquido. De manera similar, se analizó teóricamente la respuesta del periodo del interferograma al cambiar el índice de refracción exterior, a una longitud de onda central fija de 1550 nm para un taper de 9.15  $\mu\text{m}$  de diámetro y de 30 mm de longitud, donde hemos tenido en cuenta un medio externo no dispersivo caracterizado por un índice de refracción constante. El cálculo teórico de la variación del periodo en función del medio externo, se realizó mediante la ecuación 4.10.



**Figura 4.4:** (a) Periodo (eje izquierdo) y sensibilidad (eje derecho) en función del índice de refracción externo a una longitud de onda de 1550 nm. (b) Límite de detección en función de la variación del índice de refracción externo con  $L = 30$  mm y el diámetro  $d = 9.15 \mu\text{m}$ , a una longitud de onda de 1550 nm.

En la figura 4.4a, se muestra la variación teórica del periodo del interferómetro en función del índice de refracción externo.

La caracterización de un sensor de IR se suele realizar mediante la sensibilidad del sensor, que en este caso será la derivada de la separación espectral entre máximos del interferograma de salida en función del índice de refracción del medio exterior, y la resolución o límite de detección, que será el incremento mínimo de índice de refracción medible. Dicha sensibilidad determinará la resolución del sistema en función de cuál sea el mínimo cambio detectable en el interferograma, lo que dependerá de la fuente de luz y sistema de detección. La sensibilidad  $S$  del dispositivo se podrá evaluar mediante la expresión

$$S = \frac{\partial \Lambda}{\partial n_{ext}} = \frac{\partial}{\partial n_{ext}} \left( \frac{\lambda^2}{\Delta n_g L} \right) \quad (4.14)$$

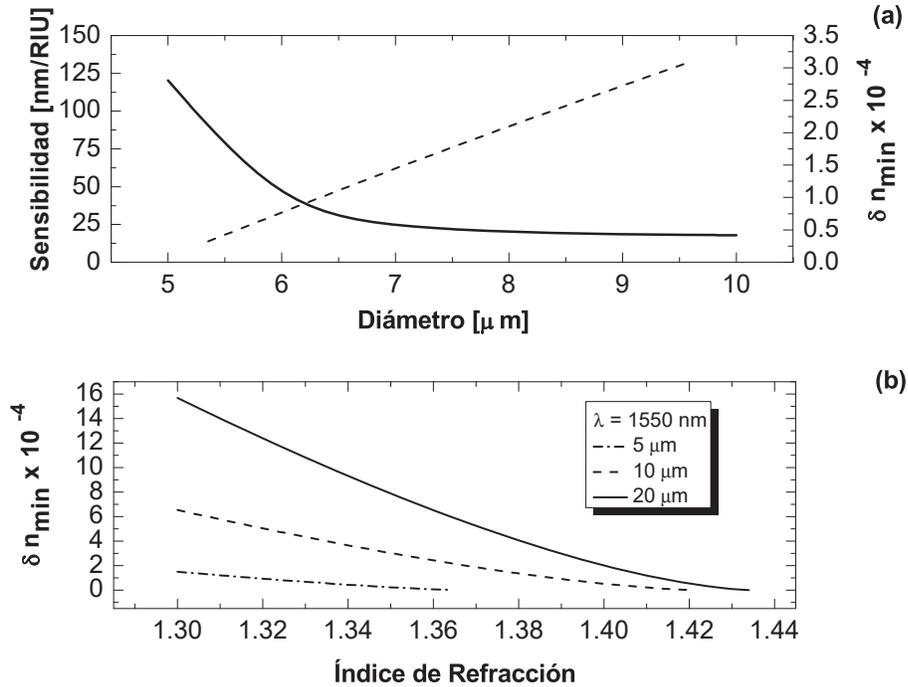
Del análisis de la figura 4.4a, se obtiene que, en torno al índice de refracción 1.33, que corresponde a las disoluciones acuosas, se obtiene una sensibilidad de 12.2 nm/RIU, mientras que alrededor de 1.40, la sensibilidad se incrementa hasta 200 nm/RIU.

En cuanto al límite de detección,  $\delta_{min}$ , se puede evaluar mediante la expresión

$$\delta_{min} = \frac{\delta \Lambda_{min}}{S} \quad (4.15)$$

siendo  $\delta_{min}$  el cambio mínimo medible del periodo espectral. El límite de detección se puede estimar suponiendo una precisión razonable en la medición de  $\Lambda$ . Si asumimos que el periodo  $\Lambda$  se puede medir con una resolución de 10 pm, lo que coincide con la resolución de algunos analizadores de espectro ópticos comerciales y es fácilmente alcanzable por los láseres de

diodo sintonizables, entonces el límite de detección puede calcularse. En nuestro caso hemos evaluado resoluciones de  $3.7 \times 10^{-4}$  en torno al índice de refracción de 1.33 como lo muestra la figura 4.4b. De acuerdo con este resultado, cambios de temperatura pequeños tendrían efectos despreciables, tal y como adelantábamos, ya que  $\partial\Lambda/\partial T$  es un orden de magnitud menor que la resolución del sensor.



**Figura 4.5:** (a) (eje izquierdo) Sensibilidad calculada en función del diámetro y (eje derecho) límite de detección estimado en torno al índice de refracción de 1.33. (b) Límite de detección en función del índice de refracción externo con  $L = 30 \text{ mm}$  y para tres diámetros del *taper*: de 5,10,20  $\mu\text{m}$ . Todos los cálculos se hicieron a una longitud de onda de 1550 nm.

Con el objetivo de optimizar el dispositivo como sensor de IR, la figura 4.5a muestra la sensibilidad y la resolución del sensor en función del diámetro del *taper*. La figura muestra que al disminuir el diámetro del *taper*, la sensibilidad aumenta, tal y como cabe esperar al poder prever que la onda evanescente del modo de la cubierta aumenta con la reducción del diámetro. Se logra un incremento en la sensibilidad de hasta 120 nm/RIU para las disoluciones acuosas ( $n_{ext} \approx 1.33$ ) cuando el diámetro del *taper* es de 5  $\mu\text{m}$ , manteniendo una longitud de 30 mm. En la figura 4.5b, se muestra el límite de detección en función del índice externo, para tres *tapers* con diferente diámetro. La gráfica muestra que para ciertos valores de índice de refracción externos, el límite de detección tiende a cero. Esto es debido a la longitud de onda de corte del modo  $LP_{02}$  aparece para valores de índice de refracción relativamente bajos, mientras que la longitud de onda de corte del modo fundamental se produce solo cuando el índice de refracción externo alcanza el índice de refracción de sílice

( $\sim 1.44$ ).

Llegado a este punto, podemos decir que la estructura se ha analizado desde un punto de vista modal, lo que es una contribución original, y además nos ha permitido la reproducción de los resultados experimentales y calcular la respuesta en un rango de los parámetros geométricos significativo para la optimización del dispositivo en futuros desarrollos experimentales. El dispositivo constituye un sensor interferométrico que permite medir pequeños cambios del índice de refracción del medio exterior. El periodo del interferograma cambia, debido a que las constantes de propagación de los modos de orden superior cambian considerablemente por su interacción con el medio externo. La simulación muestra que al emplear el periodo del interferograma como parámetro que codifica la información del sensor se obtiene una relativa independencia de la respuesta del dispositivo con la temperatura, si bien existe una pequeña contribución que está básicamente determinada por los cambios del diámetro del *taper* con la temperatura. Se han calculado los principales parámetros que describen las propiedades del dispositivo, entre ellos la sensibilidad y el límite de detección, para poder abordar la optimización del mismo como sensor.

## 4.2. Goniómetro.

Para completar el estudio del interferómetro modal formado por un *taper* abrupto, vamos a estudiar teóricamente su respuesta como goniómetro. En muchos procesos industriales y en experimentos científicos, se requiere monitorear con precisión las variaciones del ángulo entre dos planos; esto se ha realizado tradicionalmente utilizando sistemas de instrumentación conocidos como goniómetros. En la industria estos dispositivos se emplean para controlar los ángulos de inclinación de aeronaves y automóviles. También se utilizan ampliamente en el campo de la terapia física debido a que son indispensables cuando se precisa medir el ángulo de las articulaciones (Donno, 2007) (Donno, 2008) (Lim, 2011). Actualmente, los dispositivos empleados para estos fines son goniómetros mecánicos que presentan muchos inconvenientes debido a su gran tamaño y la dificultad para realizar medidas rápidas. Ejemplos de goniómetros basados en fibra óptica son los desarrollados por Stigant (Stigant, 2000) y luego mejorados por Bell (Bell, 2008), donde estos dispositivos se aplican en la terapia física. En esta tesis doctoral abordamos la simulación y caracterización teórica de un goniómetro óptico basado en un interferómetro modal de fibra óptica estrechada (*taper*). El dispositivo resulta atractivo por presentar una estructura compacta y su fácil fabricación, volumen pequeño y, como veremos, una buena sensibilidad y resolución. Para nuestro propósito, el perfil que se empleó para la modelización del goniómetro basado en fibra óptica estrechada se muestra en la figura 4.1. En nuestro modelo, suponemos que un extremo de la fibra está fijo, mientras que el otro extremo puede girar curvando el *taper*, con un eje de rotación fijo y un radio de curvatura fijo también, con el objetivo de medir cualquier valor angular. El rango de ángulos consideramos en la simulación es desde 0 hasta 90°. En la figura 4.6 se esquematiza el dispositivo simulado.

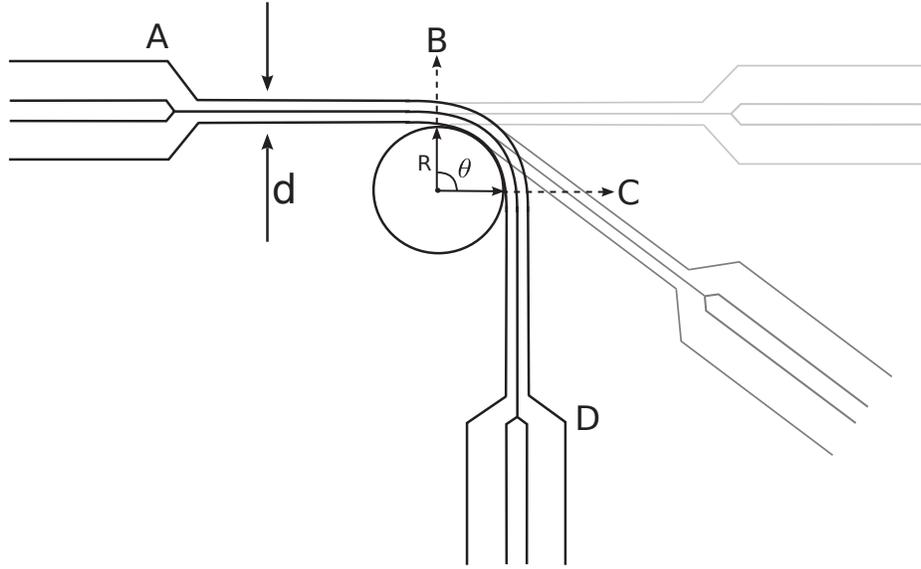


Figura 4.6: Esquema del goniómetro propuesto..

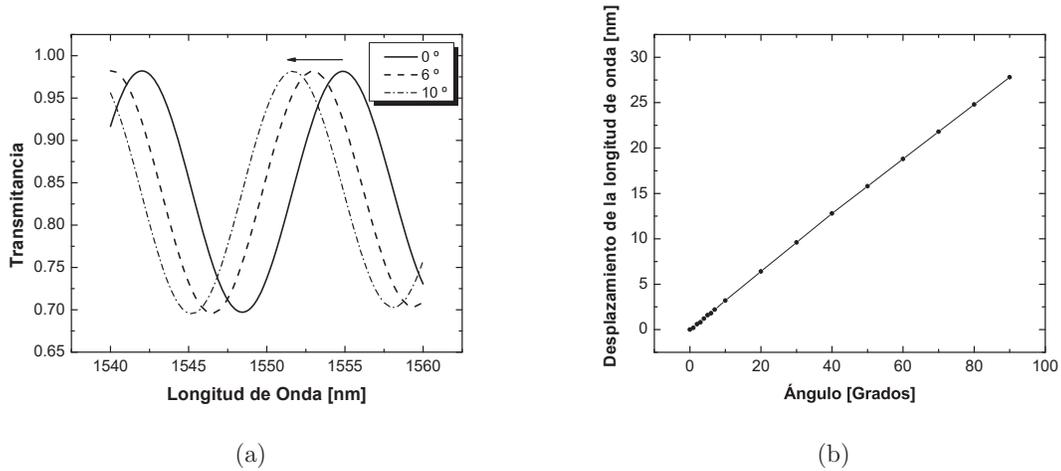
Como ya se ha comentado anteriormente los modos se excitarán en el punto A, y se propagan a lo largo del *taper* hasta llegar al punto D, donde se recombinan de nuevo proyectándose sobre el modo fundamental de la fibra de salida. Por lo tanto, la diferencia de fase acumulada entre los dos modos se expresa como en la ecuación (4.4). Consideremos  $L_1$  y  $L_3$  las longitudes de los tramos AB y CD, respectivamente, y  $L_2$  la longitud de arco del tramo BC como se denota en la figura 4.6. Cuando la onda se propaga por los tramos AB, BC y CD los modos se propagarán con constantes de propagación  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , respectivamente, para el modo fundamental y con las constantes  $\beta'_1$  y  $\beta'_2$ , para el modo de orden superior del interferómetro. Así pues, la diferencia de fase para el interferómetro modal será de la forma

$$\Delta\varphi = (\beta_1 - \beta'_1)L_1 + (\beta_2 - \beta'_2)L_2 + (\beta_1 - \beta'_1)L_3 \quad (4.16)$$

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + (\Delta\beta_2 - \Delta\beta_1)L_2 \quad (4.17)$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi \left[ \Delta n_1^{eff} L + (\Delta n_2^{eff} - \Delta n_1^{eff}) R\theta \right]}{\lambda} \quad (4.18)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda,  $L = L_1 + L_2 + L_3$ ,  $R$  es el radio de curvatura,  $\theta$  es la medida del arco,  $\Delta n_1^{eff} = (\beta_1 - \beta'_1)/k_0$  y  $\Delta n_2^{eff} = (\beta_2 - \beta'_2)/k_0$ . Tal y como se ha explicado en la sección anterior, para calcular el espectro de transmitancia de nuestro dispositivo, se ha proyectado el modo fundamental de la fibra estándar SMF-28 sobre los modos de la región estrechada considerando un paso discontinuo entre ambas fibras. Luego se han propagado los modos por la región estrechada donde se ha tenido en cuenta los efectos de la curvatura en la parte central de longitud  $R\theta$  y, finalmente, se ha proyectado el campo total sobre el modo fundamental de la fibra de salida.



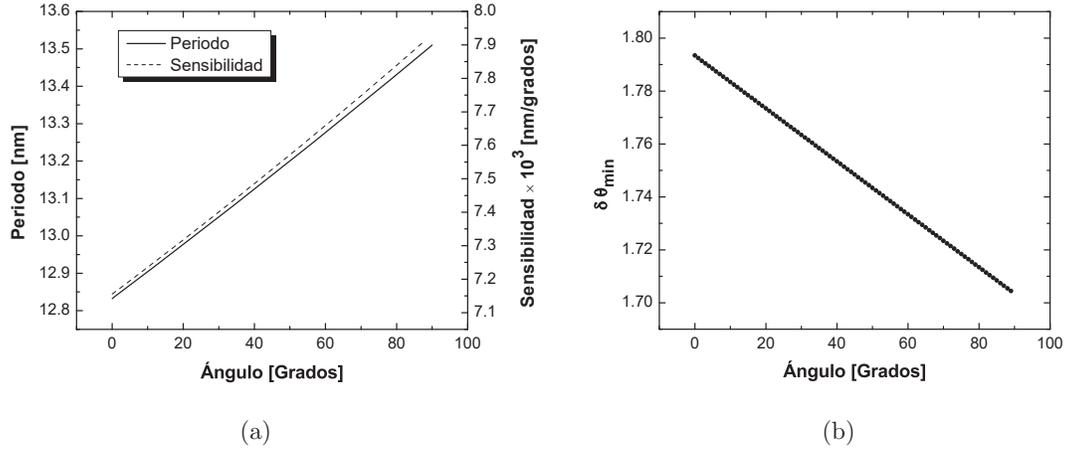
**Figura 4.7:** (a) Espectro de transmisión para diferentes ángulos. (b) desplazamiento teórico del espectro de transmisión en función del ángulo.

En primera instancia, se calculó el espectro de transmitancia para un taper de  $18 \mu\text{m}$  de diámetro y 30 mm de longitud, cuando el valor del ángulo es cero ( $\theta=0^\circ$ ) el cual se usó como espectro de referencia. Seguidamente se obtuvieron los espectros de transmitancia para diferentes ángulos, desde 0 hasta  $90^\circ$ , manteniendo un radio de curvatura  $R$  constante. En la figura 4.7a, se muestra que el espectro de transmitancia se desplaza hacia la izquierda a medida que se aumenta el ángulo, cuando el taper se ha enrollado en una barra de 3.8 mm de diámetro ( $R = 1.9 \text{ mm}$ ).

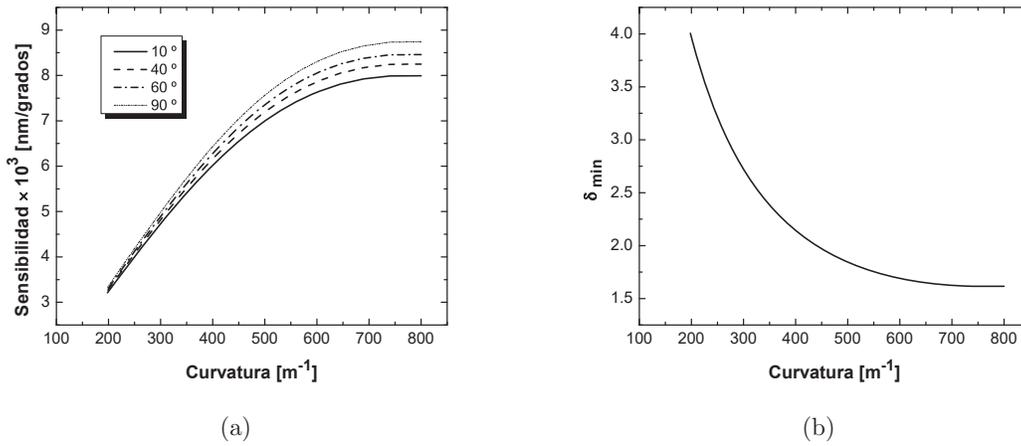
En la figura 4.7b, se muestra el desplazamiento teórico del espectro de transmisión en función del ángulo. Dicho desplazamiento puede medirse siguiendo, por ejemplo, un máximo del espectro. Ya que nuestro dispositivo se fundamenta en la medición de las variaciones angulares, se simuló el comportamiento al variar el ángulo  $\theta$  con el propósito de evaluar la sensibilidad y resolución de nuestro dispositivo al medir cambios angulares. De la figura 4.8a podemos concluir que en torno a  $20^\circ$  el sensor presenta una sensibilidad para el periodo espectral de  $7.3 \times 10^{-3} \text{ nm/grado}$ , y sube a  $7.8 \times 10^{-3} \text{ nm/grado}$  alrededor  $90^\circ$ . Por otra parte, en la figura 4.8b se muestra el límite de detección en función del ángulo, en nuestro caso hemos estimado resoluciones de hasta 1.7 grados, suponiendo un desplazamiento mínimo medible de 10 pm.

A fin de tener una mejor caracterización de nuestro dispositivo, se ha analizado cómo cambia la sensibilidad y la resolución, respectivamente, cuando el radio de curvatura cambia. En la figura 4.9a se ha representado la sensibilidad en función de la curvatura a una longitud de onda de 1550 nm para cuatro variaciones angulares. Del análisis de dicha gráfica se obtiene que la sensibilidad incrementa a  $8.7 \times 10^{-3} \text{ nm/grado}$  en torno a  $90^\circ$  cuando el taper se ha enrollado en una barra de 2.5 mm de diámetro ( $R = 1.25 \text{ mm}$ ). En cuanto al límite de detección, se ha evaluado resoluciones de 1.5 grados como se observa en la figura

4.9b. Si comparamos nuestro sensor con los sensores convencionales antes mencionados en la introducción de esta sección, podemos ver varias ventajas como su alta sensibilidad, bajo peso e inmunidad a las interferencias electromagnéticas.



**Figura 4.8:** (a) Sensibilidad calculada en función de la variación angular cuando el radio de curvatura es 1.9 mm a una longitud de onda de 1550 nm (b) Límite de detección en función de la variación del ángulo con  $L = 30$  mm y el radio de curvatura 1.9 mm, a una longitud de onda de 1550 nm.



**Figura 4.9:** (a) Sensibilidad calculada en función de la curvatura a una longitud de onda de 1550 nm; (b) límite de detección estimado en torno a un ángulo de  $90^\circ$ .

En conclusión, se ha estudiado un goniómetro fundamentado en un interferómetro modal, el cual presenta una sensibilidad de  $8.7 \times 10^{-3}$  nm/grado, con una resolución de 1.5 grados cuando alcanzamos radios de curvatura de 1.25 mm. Por otra parte, este tipo de sensor es

adecuado para aplicaciones médicas y deportivas debido a que es simple, compacto, flexible y no invasivo.

# Capítulo 5

## Conclusiones

El trabajo realizado nos ha permitido desarrollar un análisis modal riguroso de las fibras ópticas curvadas. Nuestro análisis incluye tanto los efectos geométricos como los elasto-ópticos, y ambos se modelizan mediante la introducción de un índice de refracción efectivo en una fibra equivalente rectilínea. En general, la curvatura genera un incremento del índice modal, pequeño, en términos relativos, para el modo fundamental y grande para los modos de la cubierta. Las curvas de dispersión permiten identificar los acoplos resonantes entre el modo fundamental y los modos de la cubierta que, por su simetría, presentan coeficientes de acoplo no nulos. La obtención de las curvas de dispersión y los campos, permite evaluar la transmitancia del modo fundamental de un determinado segmento de fibra óptica curvada. Dicha transmitancia presenta picos de atenuación generados por los acoplos resonantes entre modos.

Los resultados teóricos se han comparado con medidas experimentales de una fibra óptica curvada inmersa en líquidos de diferentes índices de refracción. Los espectros de transmitancia experimentales y teóricos presentan una buena concordancia en cuanto al número de picos y la atenuación de los mismos. Adicionalmente, los desplazamientos de los picos de acoplo en función del índice externo, calculados y medidos experimentalmente, concuerdan razonablemente bien. Estos resultados muestran que el dispositivo se puede emplear como sensor de índice de refracción codificado en longitud de onda, con una sensibilidad de 50 nm/RIU, una resolución para las disoluciones acuosas de  $3 \times 10^{-4}$ , suponiendo una resolución espectral de 50 pm, y una dependencia con la temperatura de 0.1 nm/°C que exigiría estabilizar el sensor con una precisión de 0.5 °C para preservar la resolución mencionada.

Así mismo, hemos abordado el estudio de interferómetros modales formados por *tapers* cortos con transiciones abruptas en los que la sección delgada tiene cierta curvatura. En primer lugar, se ha estudiado el dispositivo en línea recta que funciona como un refractómetro. El análisis modal muestra que en la transición abrupta se excitan modos de orden superior que se recombinan en la transición de salida. La diferencia de intensidad de las ondas evanescentes entre el modo fundamental y el segundo modo simétrico permite modelizar la respuesta del sensor en concordancia con las medidas experimentales. Una vez validado

el modelo teórico, se ha realizado un análisis de su respuesta en temperatura y un estudio de optimización como sensor de índice de refracción. Podemos concluir que los efectos térmicos son pequeños y que pueden ser despreciables en muchos dispositivos concretos y que la respuesta del sensor, codificada en términos de periodo espectral, es robusta y puede proporcionar una resolución del orden de diezmilésimas en disoluciones acuosas.

El mismo dispositivo, el *taper* con transiciones abruptas, puede utilizarse como goniómetro. En ese caso se ha estudiado la respuesta del interferómetro modal en función de la curvatura y del ángulo de giro. El análisis del desplazamiento espectral de los máximos de interferencia muestra que es posible alcanzar una sensibilidad de  $8.7 \times 10^{-3}$  nm/grado, con una resolución de 1.5 grados cuando se curva un *taper* de  $18 \mu\text{m}$  de diámetro con un radio de curvatura de 1.25 mm.

# Bibliografía

- Bell, J. y Stigant, M. (2008): “Validation of a fibre-optic goniometer system to investigate the relationship between sedentary work and low back pain,” *International Journal of Industrial Ergonomics*, vol. 38, no. 11, pp. 934–941.
- Bhatia, V. y Vengsarkar, A. M. (1996): “Optical fiber long-period grating sensors,” *Optics Letters*, vol. 21, no. 9, pp. 692–694.
- Birks, T. A. y Li, Y. W. (1992): “The shape of fiber tapers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 10, no. 4, pp. 432–438.
- Black, R., Lacroix, S., Gonthier, F., y Love, J. (1991): “Tapered single-mode fibres and devices. ii. experimental and theoretical quantification,” *IEE Proceedings J-Optoelectronics*, vol. 138, no. 5, pp. 355–364.
- Block, U. L., Dangui, V., Dignonnet, M. J., y Fejer, M. M. (2006): “Origin of apparent resonance mode splitting in bent long-period fiber gratings,” *Journal of lightwave technology*, vol. 24, no. 2, pp. 1027–1034.
- Brambilla, G., Finazzi, V., y Richardson, D. (2004): “Ultra-low-loss optical fiber nanotapers,” *Optics Express*, vol. 12, no. 10, pp. 2258–2263.
- Causado-Buelvas, J., Gómez-Cardona, N., González Valencia, E., Jessie, D., y Torres, P. (2011): “Aplicaciones de sensores basados en redes de bragg en fibra óptica en estructuras civiles,” *Revista Colombiana de Física*, vol. 43, no. 3, pp. 877.
- Chamorro-Enríquez, Daniel Alfredo da Cruz, A. R. R. G. y Giraldo, M. T. M. R. (2012): “Hybrid fbg–lpg sensor for surrounding refractive index and temperature simultaneous discrimination,” *Optics & Laser Technology*, vol. 44, no. 4, pp. 981–986.
- Chao, C.-Y. y Guo, L. J. (2006): “Design and optimization of microring resonators in biochemical sensing applications,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 24, no. 3, pp. 1395–1402.
- Chiang, C.-C. y Chao, J.-C. (2013): “Whispering gallery mode based optical fiber sensor for measuring concentration of salt solution,” *Journal of Nanomaterials*, vol. 2013, pp. 4.
- Culshaw, B. (1984): *Optical fibre sensing and signal processing*, Peregrinus.

- Donno, M., Palange, E., Di Nicola, F., Bucci, G., y Ciancetta, F. (2007): “A flexible optical fiber goniometer for dynamic angular measurements,” in “2007 IEEE Instrumentation & Measurement Technology Conference IMTC 2007,” IEEE, pp. 1–5.
- Donno, M., Palange, E., Di Nicola, F., Bucci, G., y Ciancetta, F. (2008): “A new flexible optical fiber goniometer for dynamic angular measurements: application to human joint movement monitoring,” IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 57, no. 8, pp. 1614–1620.
- Díez, Antonio, A. M. V. y L., C. J. (1999): “Hybrid surface plasma modes in circular metal-coated tapered fibers,” JOSA A, vol. 16, no. 12, pp. 2978–2982.
- Faustini, L. y Martini, G. (1997): “Bend loss in single-mode fibers,” Journal of lightwave technology, vol. 15, no. 4, pp. 671–679.
- Fleming, J. W. (1984): “Dispersion in geo 2–sio 2 glasses,” Applied Optics, vol. 23, no. 24, pp. 4486–4493.
- Gambling, W., Matsumura, H., y Ragdale, C. (1979): “Curvature and microbending losses in single-mode optical fibres,” Optical and Quantum Electronics, vol. 11, no. 1, pp. 43–59.
- Gauthier, R. y Ross, C. (1997): “Theoretical and experimental considerations for a single-mode fiber-optic bend-type sensor,” Applied optics, vol. 36, no. 25, pp. 6264–6273.
- Ghosh, G. (1997): “Sellmeier coefficients and dispersion of thermo-optic coefficients for some optical glasses,” Applied optics, vol. 36, no. 7, pp. 1540–1546.
- Harris, A. y Castle, P. (1986): “Bend loss measurements on high numerical aperture single-mode fibers as a function of wavelength and bend radius,” Journal of Lightwave technology, vol. 4, no. 1, pp. 34–40.
- Haus, H. A. (1984): *Waves and fields in optoelectronics*, Prentice-Hall,.
- Heiblum, M. y Harris, J. H. (1975): “Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation,” IEEE Journal of Quantum Electronics, vol. 11, pp. 75–83.
- Hill, K. O. y Meltz, G. (1997): “Fiber bragg grating technology fundamentals and overview,” Journal of lightwave technology, vol. 15, no. 8, pp. 1263–1276.
- Hocker, G. (1979): “Fiber-optic sensing of pressure and temperature,” Applied optics, vol. 18, no. 9, pp. 1445–1448.
- Iadicicco, A., Cusano, A., Cutolo, A., Bernini, R., y Giordano, M. (2004): “Thinned fiber bragg gratings as high sensitivity refractive index sensor,” IEEE Photonics Technology Letters, vol. 16, no. 4, pp. 1149–1151.
- Jansen, F., Stutzki, F., Jauregui, C., Limpert, J., y Tünnermann, A. (2011): “Avoided crossings in photonic crystal fibers,” Optics express, vol. 19, no. 14, pp. 13578–13589.

- Jeong, Y., Baek, S., Lee, B., Choi, S., y Oh, K. (2002): “Macrobend sensor via the use of a hollow-core splice fiber: theory and experiments,” *Optical Engineering*, vol. 41, no. 8, pp. 1815–1820.
- Johnson, S. G. y Joannopoulos, J. D. (2001): “Block-iterative frequency-domain methods for maxwell’s equations in a planewave basis,” *Optics express*, vol. 8, no. 3, pp. 173–190.
- Kim, B., Engan, H., Shaw, H., y Blake, J. (1986): “All-fiber acousto-optic frequency shifter,” *Optics Letters*, vol. 11, no. 6, pp. 389–391.
- Kim, C.-B. y Su, C. B. (2004): “Measurement of the refractive index of liquids at 1.3 and 1.5 micron using a fibre optic fresnel ratio meter,” *Measurement Science and Technology*, vol. 15, no. 9, pp. 1683.
- Lacroix, S., Black, R. J., Veilleux, C., y Lapierre, J. (1986a): “Tapered single-mode fibers: external refractive-index dependence,” *Applied optics*, vol. 25, no. 15, pp. 2468–2469.
- Lacroix, S., Bourbonnais, R., Gonthier, F., y Bures, J. (1986b): “Tapered monomode optical fibers: understanding large power transfer,” *Applied optics*, vol. 25, no. 23, pp. 4421–4425.
- Ladicicco, A., Campopiano, S., Cutolo, A., Giordano, M., y Cusano, A. (2005): “Nonuniform thinned fiber bragg gratings for simultaneous refractive index and temperature measurements,” *IEEE photonics technology letters*, vol. 17, no. 7, pp. 1495–1497.
- Lagakos, N., Cole, J., y Bucaro, J. A. (1987): “Microbend fiber-optic sensor,” *Applied optics*, vol. 26, no. 11, pp. 2171–2180.
- Lagakos, N., Litovitz, T., Macedo, P., Mohr, R., y Meister, R. (1981): “Multimode optical fiber displacement sensor,” *Applied Optics*, vol. 20, no. 2, pp. 167–168.
- Landau, L. D. y Lifshitz, E. M. (1970): *Theory of Elasticity*, Pergamo Press.
- Lee, B. H., Kim, Y. H., Park, K. S., Eom, J. B., Kim, M. J., Rho, B. S., y Choi, H. Y. (2012): “Interferometric fiber optic sensors,” *Sensors*, vol. 12, no. 3, pp. 2467–2486.
- Lewin, L. (1974): “Radiation from curved dielectric slabs and fibers,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 22, no. 7, pp. 718–727.
- Liang, W., Huang, Y., Xu, Y., Lee, R. K., y Yariv, A. (2005): “Highly sensitive fiber bragg grating refractive index sensors,” *Applied physics letters*, vol. 86, no. 15, pp. 151122.
- Lim, C. K., Luo, Z., Chen, I.-M., y Yeo, S. H. (2011): “A low cost wearable optical-based goniometer for human joint monitoring,” *Frontiers of Mechanical Engineering*, vol. 6, no. 1, pp. 13–22.
- Lu, P., Men, L., Sooley, K., y Chen, Q. (2009): “Tapered fiber mach–zehnder interferometer for simultaneous measurement of refractive index and temperature,” *Applied Physics Letters*, vol. 94, no. 13, pp. 131110.

- Marcattili, E. (1969): "Bends in optical dielectric guides," Bell System Technical Journal, vol. 48, no. 7, pp. 2103–2132.
- Marcuse, D. (1971): "Bending losses of the asymmetric slab waveguide," Bell System Technical Journal, vol. 50, no. 8, pp. 2551–2563.
- Marcuse, D. (1976a): "Curvature loss formula for optical fibers," JOSA, vol. 66, no. 3, pp. 216–220.
- Marcuse, D. (1976b): "Field deformation and loss caused by curvature of optical fibers," JOSA, vol. 66, no. 4, pp. 311–320.
- Marcuse, D. (1982): "Influence of curvature on the losses of doubly clad fibers," Appl Opt, vol. 21, no. 23, pp. 4208–4213.
- Marcuse, D. (1993): "Bend loss of slab and fiber modes computed with diffraction theory," IEEE Journal of Quantum Electronics, vol. 29, no. 12, pp. 2957–2961.
- Mignani Anna Grazia, Riccardo Falciai, L. C. (1998): "Evanescent wave absorption spectroscopy by means of bi-tapered multimode optical fibers," Applied spectroscopy, vol. 52, no. 4, pp. 546–551.
- Monzón-Hernández, D. y Villatoro, J. (2006): "High-resolution refractive index sensing by means of a multiple-peak surface plasmon resonance optical fiber sensor," Sensors and Actuators B: Chemical, vol. 115, no. 1, pp. 227–231.
- Mosquera, L., Sáez-Rodríguez, D., Cruz, J., y Andrés, M. (2010): "In-fiber fabry-perot refractometer assisted by a long-period grating," Optics letters, vol. 35, no. 4, pp. 613–615.
- Nam, S. H. y Yin, S. (2005): "High-temperature sensing using whispering gallery mode resonance in bent optical fibers," IEEE photonics technology letters, vol. 17, no. 11, pp. 2391–2393.
- Narasimhamurty, T. S. (1981): *Photoelastic and electro-optic properties of crystals*, Springer Science.
- Nath, P., Singh, H., Datta, P., y Sarma, K. C. (2008): "All-fiber optic sensor for measurement of liquid refractive index," Sensors and Actuators A: Physical, vol. 148, no. 1, pp. 16–18.
- Nye, J. F. (1985): *Physical properties of crystals: their representation by tensors and matrices*, Oxford university press.
- Oliveira, R. A., Possetti, G. R., Marques, C. A., Neves Jr, P. T., Cook, K., Kamikawachi, R. C., Bavastri, C., Fabris, J. L., Muller, M., Nogueira, R. N. et al (2011): "Control of the long period grating spectrum through low frequency flexural acoustic waves," Measurement Science and Technology, vol. 22, no. 4, pp. 045205.

- Orfanidis, S. J. (2002): *Electromagnetic waves and antennas*, Rutgers University New Brunswick, NJ.
- Pinheiro, T. (2008): “Análisis y diseño avanzados en fibras de cristal fotónico,” Tesis de Doctorado, Facultat de Física.
- Polynkin, P., Polynkin, A., Peyghambarian, N., y Mansuripur, M. (2005): “Evanescent field-based optical fiber sensing device for measuring the refractive index of liquids in microfluidic channels,” *Optics letters*, vol. 30, no. 11, pp. 1273–1275.
- Renner, H. (1992): “Bending losses of coated single-mode fibers: a simple approach,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 10, no. 5, pp. 544–551.
- Roriz, P., Ramos, A., Santos, J. L., y Simões, J. A. (2012): “Fiber optic intensity-modulated sensors: A review in biomechanics,” *Photonic Sensors*, vol. 2, no. 4, pp. 315–330.
- Ríos, N. D. L. G. (2003): “Desarrollo de un sensor para la medida del índice de refracción en líquidos, basado en fibras ópticas de plástico,” Tesis de Doctorado, PFC de la Universidad de Cantabria.
- Salceda-Delgado, G., Monzon-Hernandez, D., Martinez-Rios, A., Cardenas-Sevilla, G., y Villatoro, J. (2012): “Optical microfiber mode interferometer for temperature-independent refractometric sensing,” *Optics letters*, vol. 37, no. 11, pp. 1974–1976.
- Schroeder, K., Ecke, W., Mueller, R., Willsch, R., y Andreev, A. (2001): “A fibre bragg grating refractometer,” *Measurement Science and technology*, vol. 12, no. 7, pp. 757.
- Shi, J., Xiao, S., Yi, L., y Bi, M. (2012): “A sensitivity-enhanced refractive index sensor using a single-mode thin-core fiber incorporating an abrupt taper,” *Sensors*, vol. 12, no. 4, pp. 4697–4705.
- Shu, X., Zhu, X., Jiang, S., Shi, W., y Huang, D. (1999): “High sensitivity of dual resonant peaks of long-period fibre grating to surrounding refractive index changes,” *Electronics Letters*, vol. 35, no. 18, pp. 1580–1581.
- Silvestre, E., Andrés, M. V., y Andrés, P. (1998): “Biorthonormal-basis method for the vector description of optical-fiber modes,” *Journal of lightwave technology*, vol. 16, no. 5, pp. 923.
- Silvestre, E., Pinheiro-Ortega, T., Andrés, P., Miret, J. J., y Ortigosa-Blanch, A. (2005): “Analytical evaluation of chromatic dispersion in photonic crystal fibers,” *Optics letters*, vol. 30, no. 5, pp. 453–455.
- Smith, A. (1980): “Birefringence induced by bends and twists in single-mode optical fiber,” *Applied optics*, vol. 19, no. 15, pp. 2606–2611.
- Snow, J. W. (1989): “A fibre optic fluid level sensor: Practical considerations,” in “1988 Dearborn Symposium,” *International Society for Optics and Photonics*, pp. 657–663.

- Snyder, A. W. y John, D. (1983): "Optical waveguide theory," Chapman and Hall Ltd, vol. 13, pp. 592.
- Sokolnikoff, I. (1956): "Mathematical theory of elasticity," McGraw-Hill Inc, US.
- Stigant, M. (2000): "Development, evaluation and use of an optical fibre goniometer to continuously monitor lumbar sagittal curves," Leeds: The University of Leeds.
- Sumetsky, M., Dulashko, Y., y Ghalmi, S. (2010): "Fabrication of miniature optical fiber and microfiber coils," Optics and Lasers in Engineering, vol. 48, no. 3, pp. 272–275.
- Sévigny, B., Zhang, X., Garneau, M., Faucher, M., Lizé, Y. K., y Holehouse, N. (2008): "Modal sensitivity analysis for single mode operation in large mode area fiber," in "Lasers and Applications in Science and Engineering," International Society for Optics and Photonics, pp. 68730A–68730A.
- Tian, Z., Yam, S. S., y Loock, H.-P. (2008): "Refractive index sensor based on an abrupt taper michelson interferometer in a single-mode fiber," Optics letters, vol. 33, no. 10, pp. 1105–1107.
- Tian, Z. y Yam, S. S.-H. (2009): "In-line single-mode optical fiber interferometric refractive index sensors," Journal of Lightwave Technology, vol. 27, no. 13, pp. 2296–2306.
- Udd, E. (1995): "An overview of fiber-optic sensors," review of scientific instruments, vol. 66, no. 8, pp. 4015–4030.
- Udd, E. y William B. Spillman, J. (2011): *Fiber optic sensors: An introduction for engineers and scientists*, Wiley.
- Villatoro, J. y Monzón-Hernández, D. (2006): "Low-cost optical fiber refractive-index sensor based on core diameter mismatch," Journal of lightwave technology, vol. 24, no. 3, pp. 1409–1413.
- Wang, P., Semenova, Y., Wu, Q., Farrell, G., Ti, Y., y Zheng, J. (2009): "Macrobending single-mode fiber-based refractometer," Applied Optics, vol. 48, no. 31, pp. 6044–6049.
- Wang, Q., Farrell, G., y Freir, T. (2005): "Theoretical and experimental investigations of macro-bend losses for standard single mode fibers," Optics Express, vol. 13, no. 12, pp. 4476–4484.
- Wlodarczyk, M. T. (1987): "Wavelength referencing in single-mode microbend sensors," Optics letters, vol. 12, no. 9, pp. 741–743.
- Wu, Q., Semenova, Y., Yan, B., Ma, Y., Wang, P., Yu, C., y Farrell, G. (2011): "Fiber refractometer based on a fiber bragg grating and single-mode-multimode-single-mode fiber structure," Optics letters, vol. 36, no. 12, pp. 2197–2199.

- 
- Xu, F., Pruneri, V., Finazzi, V., y Brambilla, G. (2008): “An embedded optical nanowire loop resonator refractometric sensor,” *Optics Express*, vol. 16, no. 2, pp. 1062–1067.
- Yin, S. S. y Ruffin, P. (2002): *Fiber optic sensors*, Wiley Online Library.
- Young-Jae, P. U.-C. y Ha, L. B. (2002): “Measurement of refractive-index variation with temperature by use of long-period fiber gratings,” *Optics letters*, vol. 27, no. 15, pp. 1297–1299.
- Zhu Tao, Yun-Jiang Rao, J. L. W. y Song, Y. (2007): “A highly sensitive fiber-optic refractive index sensor based on an edge-written long-period fiber grating,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 19, no. 24, pp. 1946–1948.