

DIDÁCTICA DE LA NUMERACIÓN EN EDUCACIÓN INFANTIL:

LA METODOLOGÍA DE ALGORITMOS ABIERTOS BASADOS EN NÚMEROS

YAIZA ROS SÁNCHEZ

Trabajo Fin de Grado de Maestro en Educación Infantil Curso 2015-2016 Julio 2016

Tutor de la Universidad:

Ignacio Ernesto Martínez Morales

(Departamento de Sociología y Antropología Social)

Cotutora:

María Teresa Ayuso Oliver

AGRADECIMIENTOS

A través de estas líneas me gustaría expresar mi más sincero y profundo agradecimiento a todas aquellas personas que, mediante su ayuda directa o indirecta, han participado en este Trabajo de Fin de Grado, leyendo, opinando, corrigiendo, dando ánimo y, especialmente, acompañándome durante estos meses de trabajo constante, en los que ha habido momentos de crisis y debilidad, pero también de felicidad y satisfacción. El presente TFG no es fruto de un simple trabajo individual, sino que es el resultado de un conjunto de apoyos y esfuerzos.

Quiero dedicar un especial agradecimiento a mi cotutora, Maite Ayuso Oliver, por guiarme, apoyarme, animarme y confiar en mí durante el período *Practicum III*, así como por cederme parte de su tiempo para poder llevar a cabo la siguiente investigación. Del mismo modo, agradezco la implicación, disposición y colaboración de los alumnos de la clase dels *Cavallets de mar*, sin la cual, el presente trabajo no hubiera sido posible realizar, muchas gracias.

También, a mi compañera y fiel amiga Paula, por estar siempre a mi lado y convertir los momentos de crisis en una motivación para seguir adelante.

Un agradecimiento muy especial merecen mis padres, mi hermano y Jonathan, por la comprensión, la paciencia, el ánimo, la ayuda y el apoyo incondicional, pero sobre todo, por la enorme confianza depositada en mí.

A Dino Salinas, a Manuel Pedro Huerta y a mi tutor, Ignacio Ernesto Martínez, gracias por guiarme a lo largo de este trabajo, corregirme, leer y releer sobre lo escrito, y hacerme reflexionar sobre todas las decisiones tomadas.

Además, quisiera terminar estos agradecimientos nombrando a mis compañeras Pilar, Terere, Raquel, Núria, Antonia y Teresa, por abrirme las puertas del mundo ABN, por el estímulo continuo y por cada sonrisa que han dibujado en mi rostro en los momentos de debilidad.

A todos ellos mi mayor reconocimiento y gratitud, pues forman parte de este Trabajo de Fin de Grado.

RESUMEN

El presente Trabajo de Fin de Grado se centra en analizar los resultados extraídos de la implementación de una propuesta didáctica fundamentada en el método de algoritmos Abiertos Basados en Números (ABN). Ésta se llevó a cabo en un grupo de 22 alumnos de 5-6 años, en una escuela de titularidad pública y durante el curso escolar 2015-2016. Los objetivos que se plantearon fueron, por un lado, evaluar el desarrollo del sentido numérico en los participantes, y por otro lado, valorar si la enseñanza de la numeración y la aritmética básica, mediante una unidad didáctica sustentada en dicho método, conseguía adaptarse a la diversidad existente en el aula. Para ello, se realizó una observación del desempeño de los niños y niñas en cada una de las actividades. A la vista de los resultados obtenidos, se puede concluir que, para la muestra de este estudio, el método ABN podría considerarse una alternativa integradora, basada en el desarrollo del sentido numérico y en un dominio comprensivo de las transformaciones aritméticas.

Palabras clave: Educación Infantil, método ABN, sentido numérico, atención a la diversidad.

RESUM

Aquest Treball de Fi de Grau es centra en analitzar els resultats extrets de la implementació d'una proposta didàctica fonamentada en el mètode d'algoritmes oberts basats en nombres o mètode ABN. Aquesta es va dur a terme amb un grup de 22 alumnes de 5-6 anys, en una escola de titulació pública i durant el curs escolar 2015-2016. Els objectius que es varen plantejar foren, d'una banda, avaluar el desenvolupament del sentit numèric en els participants, i d'altra banda, valorar si l'ensenyament de la numeració i l'aritmètica bàsica, mitjançant una unitat didàctica basada en el mètode mencionat, aconseguia adaptar-se a la diversitat que hi havia a l'aula. Amb aquestos propòsits, es va realitzar una observació de l'execució dels xiquets i xiquetes en cadascuna de les activitats. D'acord amb els resultats obtinguts, es pot concloure que, per a la mostra d'aquest estudi, el mètode ABN podria considerar-se una alternativa integradora, sustentada pel desenvolupament del sentit numèric i per un domini comprensiu de les transformacions aritmètiques.

Paraules clau: Educació Infantil, mètode ABN, sentit numèric, atenció a la diversitat.

ABSTRACT

The present final degree's project is focused on analyzing the results which have been deduced due to the implementation of a didactic unit according to the open and based on numbers algorithms method or ABN method. It was carried out with a 22 pupils' group, which are 5-6 years old, in a public school and during the school year 2015-2016. This study has two objectives, on the one hand, evaluating the development of the numeric sense in the participants; and, on the other hand, investigating if the numbering and basic arithmetic teaching by a didactic proposal based on the mentioned method, achieve adapting to children's needs. Thus, it was made an observation about how the schoolchildren resolved each activity. In accordance with the got results, it would be conclude that, for this specific learners' group, the ABN method could be considerated an alternative with an inclusive character, which is supported by the numeric sense's development and by a deep understanding knowledge of the arithmetic operations.

Keywords: Preschool, ABN method, numeric sense, the diversity outreach.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	10
1. JUSTIFICACIÓN	11
2. MARCO TEÓRICO	12
2.1 CUESTIONES EN TORNO A LAS MATEMÁTICAS EN ED INFANTIL	
2.1.1 Las dificultades de la materia en Educación InfantiL	12
2.1.2 Los conflictos en la didáctica de las matemáticas desde Educac y los efectos no deseados en su aprendizaje	•
2.2 NECESIDAD DE CAMBIO: EL MÉTODO DE ALGORITMOS A BASADOS EN NÚMEROS	
2.2.1 Antecedentes del método ABN	17
2.2.2 Principios del método ABN	18
2.2.3 Descripción del método ABN	19
2.2.4 La idoneidad de la implantación del método ABN desde la Educación Infantil	_
3. METODOLOGÍA O DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN	30
3.1 MUESTRA Y CONTEXTO DE AULA	30
3.2 PROCEDIMIENTO	32
3.2.1 Intervención	32
3.2.2 Estrategias para la recogida de datos y su evaluación	37
4. RESULTADOS	40
4.1 JUEGOS DE LA ASAMBLEA	40
4.1.1 La casita de los amigos del 10	40
4.1.2 Las torres numéricas	42
4.1.3 ¿Qué tengo en el coco?	44
4.2 ACTIVIDADES EN EL AULA	45
4.2.1 La escalera	45
4.2.2 La tabla del cien	47
4.2.3 Jugamos al dominó	48
4.2.4 ¿ Qué número esconderá?	49
4.2.5 Sumamos las fichas del dominó	50
4.2.6 La ruleta giratoria	51

5. CONCLUSIONES)3
BIBLIOGRAFÍA Y OTRAS REFERENCIAS	56
ANEXOS	59
ÍNDICE DE ANEXOS	
Anexo 1. Contenidos propuestos por el método ABN para la etapa de Educación Infantil	
Anexo 2. Proceso de enseñanza-aprendizaje de la subitización	
Anexo 3. Proceso de enseñanza- aprendizaje de la estimación	
Anexo 4. Secuencia de aprendizaje del sentido del número.	
Anexo 5. La disposición de los objetos para contar	
Anexo 6. Las etapas de representación de los cardinales	
Anexo 7. Modelos metodológicos para la representación de la decena en el sistem numérico decimal	
Anexo 8. Ejemplos de actividades para trabajar el reparto proporcional	<i>'</i> 4
Anexo 9. Ejemplos de problemas matemáticos para trabajar el reequilibrio o repartos.	
Anexo 10. Ejemplos de actividades de bisección de números	
Anexo 11. Estrategias de abreviación	
Anexo 12. Un ejemplo de tabla de sumar	
Anexo 13. Ejemplos de las estrategias espontáneas de sustracción que no requiere manipulación directa	en
Anexo 14. Multiplicación de dos por cualquier número	
Anexo 15. Productos y divisiones por 5	
Anexo 16. Las situaciones de la multiplicación y la división	
Anexo 17. El método de algoritmos Abiertos Basados en Números (ABN) frente método tradicional Cerrado Basado en Cifras (CBC)	
Anexo 18. Descripción de la propuesta didáctica	38
Anexo 19. Temporalización de los juegos y actividades	7
Anexo 20. Temporalización de la actividad "Las torres numéricas"	0
Anexo 21. Plantillas de ítems para la observación participante)1
Anexo 22. Eiemplos de las plantillas de observación con anotaciones	2

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Nombre y clasificación de las actividades realizadas. 3	33
Tabla 2. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "La casita de los amigos del 10"	
Tabla 3. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "Las torre numéricas" 4	
Tabla 4. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "¿Qué teng en el coco?"	
Tabla 5. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "L escalera"	
Tabla 6. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "La tabla decien"	
Tabla 7. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "Jugamos adominó" 4	
Tabla 8. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "¿Qunúmero esconderá?"	
Tabla 9. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "Sumamo las fichas del dominó" 5	
Tabla 10. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "La rules giratoria"	
Tabla 11. Actividades para trabajar la búsqueda de conjuntos equivalentes 6	56
Tabla 12. Ejemplos de actividades que se pueden realizar para trabajar establecimiento de un patrón físico. que se pueden realizar para trabajar establecimiento de un patrón físico.	
Tabla 13. Secuencia que debe seguirse en las actividades de ordenamiento de patrone y ejemplos de ejercicios	
Tabla 14. Las cuatro etapas desde la simbolización de los cardinales hasta su expresión en una grafía 7	
Tabla 15. Los cuatro modelos para la transición a la representación de la decena en esistema numérico decimal	
Tabla 16. Tabla de sumar propuesta desde el método ABN 8	31
Tabla 17. Tabla comparativa entre el método ABN y el método tradicional de enseñanza de las matemáticas	
Tabla 18. La casita de los amigos del 10.	38
Tabla 19. Las torres numéricas.	39
Tabla 20. ¿Qué tengo en el coco?	90
Table 21 La accelera	1

Tabla 22. La tabla del cien
Tabla 23. Jugamos al dominó.93
Tabla 24. ¿Qué número esconderá?
Tabla 25. Sumamos las fichas del dominó. 95
Tabla 26. La ruleta giratoria.
Tabla 27. Horario de la primera semana de implementación de la propuesta didáctica.97
Tabla 28. Horario de la segunda semana de implementación de la propuesta didáctica. 98
Tabla 29. Horario de la tercera semana de implementación de la propuesta didáctica. 99
Tabla 30. Distribución de los ejercicios y de la muestra en la actividad "Las torres numéricas". 100
Tabla 31. Plantilla de observación para la actividad "La casita de los amigos del 10". 101
Tabla 32. Plantilla de observación para la actividad "Las torres numéricas"
Tabla 33. Plantilla de observación para la actividad "¿Qué tengo en el coco?" 104
Tabla 34. Plantilla de observación para la actividad "La escalera"
Tabla 35. Plantilla de observación para la actividad "La tabla del cien". 106
Tabla 36. Plantilla de observación para la actividad "Jugamos al dominó"
Tabla 37. Plantilla de observación para la actividad "¿Qué número esconderá?" 108
Tabla 38. Plantilla de observación para la actividad "Sumamos las fichas del dominó"
Tabla 39. Plantilla de observación para a actividad "La ruleta giratoria"
ÍNDICE DE FIGURAS Figure 1. Esqueres de les contenides metemáticos nore le ctore de Educación
Figura 1. Esquema de los contenidos matemáticos para la etapa de Educación Infantil

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Ejemplos de patrones con distintas apariencias
Ilustración 2. Ejemplo de la aplicación de la cadena numérica en el conteo
Ilustración 3. Primera disposición de los objetos para contar
Ilustración 4. Segunda disposición de los objetos para contar
Ilustración 5. Tercera disposición de los objetos para contar
Ilustración 6. Cuarta disposición de los objetos para contar
Ilustración 7. Actividad para trabajar el concepto de doble con palillos
Ilustración 8. Actividad para trabajar el concepto de doble con números
Ilustración 9. Actividad para trabajar el concepto de mitad con fichas
Ilustración 10. Actividad para trabajar el reequilibrio de repartos con fichas
Ilustración 11. Actividad de reequilibrio de repartos para abordar el múltiplo común 8 y los divisores 2 y 4
Ilustración 12. Ejemplo de la primera fase de los ejercicios de la bisección de números en la recta numérica
Ilustración 13. Ejemplo de la segunda fase de los ejercicios de la bisección de números en la recta numérica
Ilustración 14. Ejemplo de la tercera fase de los ejercicios de la bisección de números en la recta numérica
Ilustración 15. Ejemplo de la primera fase de los ejercicios de la bisección de números con palillos
Ilustración 16. Ejemplo de la segunda fase de los ejercicios de la bisección de números con palillos
Ilustración 17. Ejemplo de la tercera fase de los ejercicios de la bisección de números con palillos
Ilustración 18. Ejemplos de ejercicios de bisección de números son símbolos numéricos.
Ilustración 19. Ejemplo para trabajar el producto como enrejado con la recta numérica
Ilustración 20. La casita de los amigos del 10
Ilustración 21. Las torres numéricas. 89
Ilustración 22. Tablero del juego "La escalera"
Ilustración 23. La tabla del cien
Ilustración 24. Dominó conjunto - símbolo numérico
Ilustración 25. Jugando a "¿Qué número esconderá?"

Ilustración 26. Ficha para la actividad "Sumamos las fichas del dominó"
Ilustración 27. Plantilla de observación de la actividad "La casita de los amigos del 10"
Ilustración 28. Plantilla de observación de la actividad "Las torres numéricas" 113
Ilustración 29. Plantilla de observación de la actividad "¿Qué tengo en el coco?" 114
Ilustración 30. Plantilla de observación de la actividad "La escalera"
Ilustración 31. Plantilla de observación de la actividad "La tabla del cien"
Ilustración 32. Plantilla de observación de la actividad "Jugamos al dominó" 117
Ilustración 33. Plantilla de observación de la actividad "¿Qué número esconderá?". 118
Ilustración 34. Plantilla de observación de la actividad "Sumamos las fichas de dominó".
Ilustración 35. Plantilla de observación de la actividad "La ruleta giratoria" Parte 1 de 2
Ilustración 36. Plantilla de observación de la actividad "La ruleta giratoria" Parte 2 de 2

INTRODUCCIÓN

En el presente Trabajo de Fin de Grado de Educación Infantil se describe una investigación teórica-práctica en torno a una innovadora metodología, conocida con el nombre de algoritmos Abiertos Basados en Números (ABN), la cual tiene como objetivo principal desarrollar el sentido numérico en los niños y las niñas. Pues bien se sabe que los seres humanos están rodeados de matemáticas en su día a día, y, por este motivo, los más pequeños mantienen una relación directa con esta materia desde su nacimiento. Las criaturas exploran su cuerpo y su entorno, puesto que cuentan sus dedos, las escaleras que suben o bajan, descubren qué número hay en su portal... Por tanto, si las matemáticas están presentes en la vida diaria del individuo y son tan útiles, resulta imprescindible que en las aulas se desarrolle un método motivador e integrador, esto es, capaz de captar la atención del alumnado, para que ésta no se convierta en una materia aburrida y desagradable, y a la vez, apto para atender a la diversidad que, actualmente, se puede encontrar en las clases.

¿Cuáles son las dificultades que encontramos en las Matemáticas desde la etapa de Educación Infantil? ¿Qué es el método ABN? ¿El método ABN comporta mejoras en la competencia matemática de los escolares? ¿Con propuestas didácticas basadas en dicho método se consigue atender a los distintos ritmos de aprendizaje que se encuentran en un aula? Estas cuestiones, entre otras, son las que dan génesis y sentido a esta investigación teórica-práctica, la cual se ha llevado a cabo implementando una unidad didáctica en un aula de Educación Infantil, concretamente, con 22 alumnos/as de edades comprendidas entre 5 y 6 años.

En cuanto a la estructura del trabajo, éste se organiza en torno a diversos apartados. En primer lugar, se justificará el objeto de estudio elegido, razonándolo desde el punto de vista de la educación.

En segundo lugar, se tratarán, por un lado, las cuestiones acerca de las matemáticas en Educación Infantil, esto es, las dificultades que presenta la materia en dicha etapa educativa, así como los conflictos que surgen en su didáctica y sus efectos no deseados en el aprendizaje. Por otro lado, se presentará el método de algoritmos Abiertos Basados en Números como una de las alternativas al método tradicional de enseñanza de las matemáticas.

En tercer lugar, se describirá la metodología, la cual consiste en la exposición de las decisiones y acciones que se han llevado a cabo en la investigación. Es decir, se abordará la muestra, el contexto del aula y el procedimiento que se ha seguido.

En cuarto lugar, se dedicará un punto para exponer y describir los resultados extraídos a partir de la unidad didáctica puesta en práctica en un aula concreta de 5 años.

Por último, se mostrarán las conclusiones alcanzadas con esta investigación teórica-práctica. De manera que, para finalizar el trabajo, se analizarán y valorarán los resultados obtenidos en relación a los objetivos planteados al principio de la investigación, trazando unas conclusiones globales, así como indicando las limitaciones encontradas durante el proceso de realización de dicha investigación.

1. JUSTIFICACIÓN

En referencia a la elección del tema escogido, es fundamental apuntar a las dificultades que las matemáticas presentan como materia junto con algunos de los errores que en su didáctica se llevan repitiendo durante años desde los métodos tradicionales basados en cifras. Todo ello desemboca en una realidad escolar en la que el alumnado presenta, en numerosas ocasiones, un débil sentido del número, una escasa destreza en el cálculo y una incapacidad para la aplicación del mismo en situaciones reales, evidenciándose desde las etapas más tempranas. Así, esta realidad queda reflejada en los resultados de la competencia matemática en las evaluaciones PISA desarrolladas en los años 2000,2003, 2006, 2009 y 2012, donde España obtiene siempre una puntuación por debajo de la media en cada uno de los períodos evaluados (García, 2015). Además, en cuanto a la resolución de problemas, cabe resaltar que los resultados de los alumnos y las alumnas españoles/as en las pruebas PISA denotan la necesidad de insistir en la adquisición de competencias para resolver problemas de la vida real (INEE, 2014).

Considerando esta situación en relación a la Educación Infantil, es importante mencionar que, desde este nivel escolar, se pueden trabajar las ideas o subáreas matemáticas sobre las que se articula la evaluación PISA, esto es, competencias referidas al sentido numérico, sentido espacial y sentido de la medida (Castro, 2006). De ahí que, a partir de dicha realidad, haya surgido el interés por descubrir nuevos e innovadores métodos matemáticos, notablemente, distintos a los tradicionales. En particular, este trabajo se ha centrado en la enseñanza de la numeración desde una novedosa metodología conocida con el nombre de algoritmos Abiertos Basados en Números (ABN), la cual tiene como fin desarrollar el sentido numérico en los niños y

niñas. Por ello, cabe matizar que en el presente trabajo únicamente se aborda la enseñanza de la numeración. De acuerdo con esto, para conseguir un mejor desarrollo de ésta, es imprescindible evitar algunos de los efectos no deseados que se desprenden del enfoque tradicional de la enseñanza de las matemáticas.

Del mismo modo, se puede resaltar que esta elección ha estado apoyada por el hecho de que el centro escolar donde se ha realizado el periodo *Practicum III* está inmerso en un proyecto de renovación pedagógica de la enseñanza de las matemáticas a partir del método ABN, empezando desde la etapa de Educación Infantil. Igualmente, esta decisión ha estado respaldada porque, tal y como afirma Martínez y Sánchez (2011), diversos estudios de campo han demostrado que los alumnos y alumnas desarrollan un mayor rendimiento, en el sentido de que aprenden mejor, llegan más lejos y entienden de forma más comprensiva las tareas aritméticas. Asimismo, se trata de un enfoque metodológico integrador capaz de atender a la diversidad curricular existente en las aulas, ya que al no haber una única forma de hacer los cálculos, cada discente puede avanzar a su ritmo (Martínez, 2010).

2. MARCO TEÓRICO

2.1 CUESTIONES EN TORNO A LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN INFANTIL

2.1.1 LAS DIFICULTADES DE LA MATERIA EN EDUCACIÓN INFANTIL

Las matemáticas son un elemento clave en el desarrollo intelectual humano; sin embargo, en muchos casos desatan una serie de actitudes negativas y antipatías, tanto por parte de los maestros, como de los escolares. En el caso de los docentes, se trata de un gran trabajo metodológico y, por lo que respecta al alumnado, nos estamos refiriendo a grandes esfuerzos académicos difícilmente recompensados en logros de aprendizaje.

El profesor Servais (1980) aportó una serie de motivos que justifican la dificultad del aprendizaje de las matemáticas, basándose en la propia naturaleza de esta disciplina. Dichas razones se exponen brevemente a continuación:

Nivel de abstracción. La matemática es el contenido educativo que requiere un mayor grado de abstracción por parte de los discentes, debido a sus formas de expresión propias: signos, algoritmos, diagramas... Además, los escolares de la etapa de Educación Infantil deben trabajarla precisamente cuando se encuentran, según la Teoría del desarrollo cognitivo de Piaget, en el estadio preoperacional (2-7 años), esto es,

cuando todavía se hallan lejos de poseer un razonamiento lógico abstracto y son incapaces de manipular la información mentalmente (Córdoba, Descals y Gil, 2006).

Carácter acumulativo. La matemática constituye el bloque de contenidos más acumulativo de las tres áreas del conocimiento que existen en Educación Infantil. Esto significa que para dominar o entender un nuevo contenido, es necesario comprender o tener activos los conocimientos abordados anteriormente. De modo que al ser una materia tan acumulativa, no solo requiere de inteligencia, sino de mucha memoria sintética.

Necesidad de un maestro. Los contenidos matemáticos precisan de un guía para ser aprendidos; extrañamente se encuentran casos de autoaprendizaje y suelen coincidir con sujetos que poseen una gran capacidad intelectual. Así, como afirman Martínez y Sánchez (2011), se ha demostrado que es imprescindible la tarea de un profesional, conocedor de diversas técnicas y recursos de aprendizaje, que promueva la motivación y cree situaciones de aprendizaje, para que los escolares de 0 a 6 años adquieran conocimientos lógico-matemáticos.

El vivir diario aporta poco material para el estudio de la matemática. Según afirma Servais (1980), la mayor parte del aprendizaje matemático del discente de Educación Infantil se da en la escuela, en las situaciones de enseñanza que el maestro diseña para sus alumnos. Pues, pese a que esta disciplina les envuelva, las necesidades matemáticas que su vivir plantea son escasas, a diferencia de lo que sucede con el proceso de adquisición del lenguaje, el cual ocurre, básicamente, por necesidad del niño o de la niña, quien se encuentra, constantemente, en contacto con modelos a los que imitar. Éste resulta un punto de vista controvertido. Así, de forma totalmente opuesta, se encuentran posturas como las de Spelke o Dehaene (citados en Martínez y Sánchez, 2011, p.36), quienes, desde el enfoque intuicionista, consideran que la aritmética elemental forma parte del corpus de conocimientos con los que se nace. De modo que el desarrollo de la competencia matemática, depende en buena parte de los aprendizajes informales del escolar, pero, a su vez, resulta imprescindible que ese conocimiento sea completado mediante la aplicación de enfoques metodológicos en la escuela (Martínez, 2010).

De acuerdo con lo expuesto, a nuestro parecer, se considera que esta segunda perspectiva se ajusta más a la realidad actual, puesto que, aunque el infante no disponga de tantos referentes a los que imitar como se da en el caso del lenguaje, los juguetes educativos existentes en el mercado, así como la preocupación de los padres porque sus

hijos o hijas aprendan cuanto antes, más y mejor, provoca que se creen situaciones de aprendizaje en las que el pequeño debe emplear las matemáticas.

Elevado nivel de objetividad y rigurosidad. La matemática exige a sus participantes un gran nivel de precisión. A diferencia de otras materias como el arte, el lenguaje o las ciencias sociales en las que tiene cabida la subjetividad, las matemáticas son totalmente objetivas y exactas.

2.1.2 LOS CONFLICTOS EN LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS DESDE EDUCACIÓN INFANTIL Y LOS EFECTOS NO DESEADOS EN SU APRENDIZAJE

Anteriormente, se ha mencionado que las matemáticas provocan cierta aversión hacia su aprendizaje. Por ello, se ha indagado sobre la propia naturaleza de la materia con el fin de discernir aquellas características que podrían contribuir al desarrollo de estas actitudes. Sin embargo, en ningún proceso de enseñanza-aprendizaje se le puede atribuir toda la responsabilidad al contenido enseñado, sino que también se debe reflexionar sobre las prácticas escolares y, sobre la didáctica del contenido y de los procesos, las cuales pueden adoptar una forma que interfiera en el aprendizaje, en lugar de potenciarlo. De forma que, seguidamente, se analizarán algunos planteamientos de la enseñanza de las matemáticas, concretamente, del número y de la aritmética que, de acuerdo con Martínez (2010) y Martínez y Sánchez (2011), podrían dificultar dicho aprendizaje desde la etapa de Educación Infantil y fomentar, en el alumnado, actitudes negativas hacia esta materia.

La arreferencialidad. Es decir, la tendencia a estudiar la matemática al margen de la experiencia del escolar. Atendiendo al *Decreto 38/2008 de 28 de Marzo, del Consell, por el que se establece el currículo del segundo ciclo de la Educación Infantil en la Comunitat Valenciana*, tal y como indica el *Artículo 4*. Áreas, en el apartado 4.1 se especifica: "Los contenidos educativos de la Educación Infantil se organizarán en áreas correspondientes a ámbitos propios de la experiencia y del desarrollo infantil, y se aplicarán mediante unidades globalizadas que tengan interés y significado para las niñas y los niños" (p.55019-55020). Por lo tanto, los conceptos matemáticos no pueden construirse a partir de signos y grafías abstractas y ajenas al conocimiento del escolar; sino que deben partir de hechos, materiales, acciones de la vida diaria..., cercanos a los alumnos y que puedan ser representados de una forma concreta y manipulable. Solo de esta forma, el discente podrá llegar a desarrollar el sentido numérico y abstraer el concepto de número, consiguiendo forjar un verdadero aprendizaje significativo.

Cálculo ciego y memorístico. En la escuela, a menudo, se enseñan las matemáticas de un modo memorístico, es decir, el discente conoce de memoria los números, sus combinaciones básicas y los algoritmos para resolver operaciones, pero no comprende. No comprende porque no construye el conocimiento, ni contrasta mediante la manipulación de un material concreto aquello que se le ha dado construido. El resultado de tal modo de enseñar y aprender es que los alumnos completan ejercicios, pero no entienden los problemas matemáticos. Por consiguiente, aprenden unas matemáticas que no saben aplicar, que no son útiles para resolver problemas, puesto que, como señalan Martínez y Sánchez (2013), la enseñanza habitual del cálculo es tan descontextualizada, carente de significado, abstracta y memorística, que los niños y niñas son incapaces de relacionar estos procesos con el contenido de los textos. Los escolares saben los procedimientos que deben seguir para operar correctamente, pero no comprenden cuál es el sentido de estas operaciones.

Carencia de flexibilidad. La forma tradicional de trabajar los números y operar es notablemente rígida e idéntica para todos los alumnos, independientemente de las capacidades de cálculo de cada escolar. Siguiendo a Martínez y Sánchez (2011), si lo comparamos con la iniciación a la escritura, sería equivalente a exigir que todos los niños y niñas de Educación Infantil describiesen un hecho con las mismas palabras, o pretender que todos los infantes corrieran a la misma velocidad en los juegos de psicomotricidad. De forma opuesta a esta concepción de la enseñanza de la numeración, se encuentra el desarrollo del sentido numérico, cuya didáctica permite acercarse a los cálculos de múltiples maneras, que el alumnado desarrolle sus propias estrategias para llegar a una meta común.

Uso inadecuado de las fichas, los libros de textos y los cuadernos de trabajo. En numerosas ocasiones, los libros o las fichas se convierten, en Educación Infantil, en los "grandes didactas", ya que el maestro se limita a utilizar éstos como el único recurso de enseñanza, privando así a los escolares de otras experiencias que pueden ser más motivadoras y enriquecedoras, a la vez que son las que fomentan el aprendizaje significativo de los conocimientos y conceptos matemáticos.

Uso de técnicas de cálculo completamente obsoletas. A menudo, el cálculo que se enseña en las escuelas se basa en la memorización exacta de unas instrucciones o algoritmos que se repiten una y otra vez en el mismo orden, carentes de flexibilidad y que no desarrollan ni las destrezas innatas de cálculo con las que nacemos según Dehaene (citado en Martínez y Sánchez, 2011, p.37), ni el sentido numérico. Es

importante resaltar que este tipo de enseñanzas tenían sentido en una época en la que las calculadoras y otros medios tecnológicos no eran la herramienta o instrumento de trabajo por antonomasia. De manera que calcular con exactitud y rapidez eran exigencias laborales que el empleado debía poseer. Por consiguiente, hoy en día, las exigencias matemáticas en el cálculo no se encuentran en consonancia con las necesidades de la vida actual.

Escasa atención a las posibilidades de la numeración. De acuerdo con Martínez y Sánchez (2011), el pilar fundamental sobre el que tendrían que desarrollarse las matemáticas y, especialmente el cálculo, debería ser la numeración. En cambio, atendiendo a la metodología tradicional, habitualmente, se enseña al alumnado a descomponer de una forma rutinaria el número en unidades-decenas, y a saber qué cifra corresponde a cada orden de unidades, para finalmente, hacer caso omiso a ese conocimiento y operar tratando los diversos órdenes como si fuesen unidades simples.

Tal y como afirma Martínez (2001), la aplicación del algoritmo tradicional requiere de la fragmentación de los números, anulando de este modo su visión global, el número, que se divide, pierde todo su significado. Consecuentemente, las operaciones tienen una estructura demasiado compleja y carente de sentido, de contenido, para que puedan ser representadas mentalmente. En relación con lo expuesto, es importante remarcar que los efectos no deseados del método tradicional no radican precisamente en que impiden el desarrollo del cálculo mental, sino que las repercusiones son todavía más graves. Pues, como expone Martínez (2001), el ser humano posee la capacidad natural para enfrentarse a los distintos cálculos. Esta idea es también respaldada por otros autores como Spelke o Dehaene (citados en Martínez y Sánchez, 2011, p.36), quienes, desde el enfoque intuicionista, consideran que la aritmética elemental forma parte del corpus de conocimientos con los que nacemos. Por lo tanto, el papel de la institución escolar debería ser el de potenciador de estas habilidades con la finalidad de establecer los cimientos del razonamiento aritmético. Sin embargo, en un número considerable de centros escolares, la realidad es bien distinta, la metodología tradicional suele imponer la aritmética formal con sus rígidos procedimientos de cálculo por encima de los conocimientos informales del alumnado y de las habilidades innatas que los niños y niñas presentan para el cálculo mental, el cual tras su escasa práctica, queda olvidado.

2.2 NECESIDAD DE CAMBIO: EL MÉTODO DE ALGORITMOS ABIERTOS BASADOS EN NÚMEROS

2.2.1 ANTECEDENTES DEL MÉTODO ABN

En los años setenta del pasado siglo, Ablewhite (1971) ya anunciaba de los muchos problemas que se generaban en el aprendizaje de las operaciones básicas y de cómo los alumnos con dificultades padecían, en mayor grado, la irracionalidad del método que se estaba utilizando. Posteriormente, en la década de los ochenta, con la aparición de las calculadoras se comienza a plantear el debate sobre la conveniencia de la enseñanza de los algoritmos de cálculo tradicionales (Adamuz y Bracho, 2014). En este sentido, cabe destacar la postura adoptada por Maier (1987), quien postulaba que el uso de las cuatro reglas de cálculo que se enseñaban en las aulas solo tenían aplicación dentro del ámbito escolar. Desde este momento, han sido muchos los autores que han puesto en duda el sentido pedagógico que tienen, en la actualidad, los algoritmos tradicionales y los efectos no deseados que se derivan de su enseñanza (Baroody, 1988; Castro, Rico y Castro, 1987; Chamorro, 2005; Dickson, Brown y Gibson, 1991; Gómez, 1999; Maza, 1989; N.C.T.M., 2000; VV. AA., 2007).

Asimismo, es importante mencionar como uno de los precedentes más claros del método ABN, una experiencia de renovación de la enseñanza-aprendizaje del cálculo, llevada a cabo en Holanda (Martínez, 2011). Dentro de esta propuesta de reforma pedagógica, cabe resaltar, por un lado, una serie de publicaciones llamadas el "Proeve" (Treffers, A., de Moor, E. y Feijs, E, 1989) o "Diseño de un programa nacional para la educación matemática en escuelas primarias". Éstas consisten en un conjunto de descripciones sugerentes sobre cómo abordar las matemáticas como materia escolar, teniendo en cuenta los diversos dominios que la componen. Sin embargo, a pesar de estar redactado en un estilo fácil y con numerosos ejemplos, no está dirigido a los docentes, sino a los asesores escolares, redactores de libros de texto y educadores de maestros, como un apoyo. Por otro lado, se encuentra los "Bosquejos de trayectoria longitudinales de enseñanza-aprendizaje", puestos en marcha desde 1997, todavía en funcionamiento y sobre los que se sigue trabajando. Éstos tratan de recoger los pasos que los discentes deben seguir para alcanzar unos objetivos preestablecidos, incluyendo materiales de trabajo, ejemplos, audiovisuales... De forma que se facilita al profesorado el proceso de enseñanza, con el propósito de contribuir al mejoramiento de la práctica en el aula (Martínez, 2011).

2.2.2 PRINCIPIOS DEL MÉTODO ABN

Atendiendo a Martínez (2011), creador y fundador del método de algoritmos Abiertos Basados en Números (ABN), se puede matizar que los principios sobre los que éste se sustenta derivan del enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR) sobre cómo aprenden los escolares y cuál es su experiencia matemática. Esto supone que las matemáticas mantengan un claro contacto con la realidad y sean abordadas desde la experiencia de los niños y niñas, así como que tengan un valor social y humano. Igualmente, dichos principios se fundamentan en los resultados dimanantes de las investigaciones realizadas en el campo de la didáctica de la matemática y, evidentemente, en las buenas prácticas escolares. A continuación, se expondrán tales principios:

Principio de igualdad. El ser humano nace con una serie de intuiciones matemáticas que lo dotan para este aprendizaje y puede desarrollar habilidades de cálculo incluso aunque carezca de una instrucción para ello. Sin embargo, no debe ser obviado que, como en todas las materias, encontramos personas que aprenden con mayor facilidad que otras, hecho que podría ser justificado por la Teoría de las Inteligencias Múltiples de Edward Gardner. No obstante, todo el alumnado puede alcanzar una competencia matemática aceptable, siempre y cuando cuente con los recursos didácticos y personales adecuados.

Principio de la experiencia. Partiendo de la idea de que las matemáticas engloban los contenidos educativos que poseen el mayor grado de abstracción, cabe mencionar que, para que los escolares puedan llegar a abstraer los conceptos que de ésta se desprenden, es imprescindible tomar como punto de partida la experiencia directa del alumno, el cual debe convertirse en el constructor activo de su propio aprendizaje, mediante la manipulación de una gran diversidad de materiales.

Principio del empleo de números completos. Este principio inapelable marca el punto de inflexión respecto al método tradicional de enseñanza de las matemáticas. El discente trabaja exclusivamente con números completos, y en el caso de que el tamaño o estructura de éstos sea muy complejo para su utilización por parte del alumno, el número se descompone en otros números completos más pequeños, pero nunca en unidades carentes de sentido.

Principio de transparencia. Éste supone que, por un lado, en los algoritmos ABN quedan plasmados, con total exactitud, los procesos intermedios que se llevan a cabo para llegar a un resultado final. Y, por otro lado, dicho principio implica que los

materiales y recursos simbólicos que se emplean en el proceso de enseñanzaaprendizaje, deben reflejar en el mayor grado posible la realidad a la que hacen referencia.

Principio de adaptación al ritmo individual de cada sujeto. Es impensable que todos los niños y niñas realicen los cálculos del mismo modo y al mismo tiempo. Por este motivo, el método ABN, por su flexibilidad, facilita los desdobles y simplifica los cálculos, adaptándose, de esta forma, al ritmo personal de cada escolar.

Principio del autoaprendizaje y del autocontrol. Esto es posible por la singular estructura de los algoritmos Abiertos Basados en Números, que permite que el discente controle los pasos intermedios de los diversos cálculos, posibilitando así, que él sea quien integre o acorte los distintos procesos de acuerdo a sus capacidades, así como que sea el alumno quien compruebe la exactitud de lo que realiza.

2.2.3 DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO ABN

El método de algoritmos Abiertos Basados en Números (ABN), de acuerdo con Martínez y Sánchez (2011), se trata de un método natural que enlaza, directamente, con la espontaneidad e intuición del cerebro a la hora de procesar los cálculos y tratar las realidades numéricas. Además, éste trabaja con cantidades concretas, los escolares las manipulan para descubrir las reglas, construir los números, investigar mediante sus estrategias personales las relaciones que se dan entre ellos... En definitiva, se aprovechan las experiencias y la acción de los discentes para que sean éstos quienes creen sus conocimientos matemáticos a partir de una gran diversidad de materiales manipulativos, sin plantearles la aritmética como algo ya inventado, cerrado y estático.

Tal como señala Adamuz y Bracho (2014), las siglas ABN significan: método de cálculo Abierto Basado en Números, describiendo el propio nombre de los algoritmos, las principales características de los mismos:

- A de Abiertos, porque no hay una única manera de realizarlos, a diferencia de los algoritmos tradicionales que son cerrados, en el sentido de que solo se pueden realizar de una única forma.
- BN de Basados en Números, esto es, combina los números completos con todo su significado.

Partiendo del trabajo realizado por Martínez y Sánchez (2011), los contenidos que se trabajan en Educación Infantil a través del método ABN se centran únicamente

en la numeración y la aritmética. Éstos pueden ser divididos en tres grandes bloques: la cantidad, la estructura y las transformaciones aritméticas (*Anexo 1*).

En primer lugar, respecto al área dedicada a la **cantidad**, cabe destacar que la aprehensión de la numerosidad por parte de los alumnos se desarrolla mediante tres procesos cognitivos: la subitización, la estimación y el conteo.

En cuanto a la **subitización**, cabe resaltar que supone la capacidad de aprehender de golpe el cardinal de un conjunto. Los ejercicios de subitización comenzarán a partir de colecciones formadas por 4 elementos, llegando, progresivamente, hasta un máximo de 12. La secuencia didáctica de enseñanza-aprendizaje deberá seguir las siguientes fases (*Anexo* 2):

- 1. Presentación de configuraciones fijas por cada número, con sus variantes.
- 2. Presentación combinada de configuraciones fijas, pertenecientes a los números que se hayan estudiado.
- 3. Presentación de configuraciones difusas.
- 4. Presentación combinada de configuraciones difusas, pertenecientes a números distintos.

Respecto a la **estimación**, se puede mencionar que se trata de una actividad estrechamente vinculada a la subitización, ya que el desempeño en ésta desarrollará en el niño o la niña un sentido de la numerosidad que, a su vez, le permitirá realizar aproximaciones rigurosas o establecer, con rapidez y con el mínimo sesgo posible, el cardinal de una colección. Los pasos que deberán seguirse en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estimación, la cual se lleva a cabo a posteriori de la subitización, se exponen a continuación (*Anexo 3*):

- 1. Presentación de configuraciones básicas por cada número, con sus variantes.
- 2. Presentación combinada de configuraciones básicas, pertenecientes a los números que se hayan estudiado.
- 3. Presentación de configuraciones difusas.
- 4. Presentación combinada de configuraciones difusas, pertenecientes a números distintos.
- 5. Identificación, entre colecciones con elementos desordenados, del que se corresponde con el cardinal de una configuración básica.
- Presentación combinada de conjuntos dentro de los cuales se pueden establecer otras colecciones más pequeñas en función de los rasgos externos de los elementos.
- 7. Exposición combinada de conjuntos con elementos indiferenciados.

Centrándose en el **conteo**, por un lado, cabe matizar que, en primer lugar, se deberá trabajar el sentido del número mediante la siguiente secuencia didáctica (*Anexo 4*):

- 1. Búsqueda de conjuntos equivalentes.
- 2. Establecimiento de un patrón físico.
- 3. Ordenamiento de patrones.
- 4. Variedad de apariencia en patrones.
- 5. Aplicación de la cadena numérica.

Por otro lado, en segundo lugar, una vez abordada esta primera fase, el alumnado estará preparado para ejercitarse en las tareas de conteo con el fin de adquirir, finalmente, los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978). Para ello, la disposición de los objetos será lo que marque la dificultad en la acción de contar. Así, la sucesión de enseñanza propuesta desde el método ABN es la siguiente (*Anexo 5*):

- 1. Los objetos deben estar alineados y queda claro cuál es el principio y el final.
- 2. Los elementos de los conjuntos están también alineados, pero es el discente quien determina cuál es el principio y el fin.
- 3. Los objetos están dispuestos en alineaciones que se cruzan en sentido horizontal y vertical, con un elemento común. Además queda explícito cuál es el principio y el final.
- 4. Los elementos aparecen totalmente desordenados.

En relación con lo expuesto, cabe señalar que todas estas fases deben trabajarse, al principio, con objetos manipulables y, a continuación, con representaciones de éstos. Además, una vez interiorizadas estas actividades, se podrá incrementar la dificultad introduciendo otras modalidades como contar de dos en dos, aumentar los intervalos de las progresiones aritméticas o contar hacia atrás

En segundo lugar, los contenidos dedicados a la <u>estructura del número</u> comprenden los signos y el sistema de numeración, la introducción de la decena, la composición y descomposición de los números, la relación y representación de los mismos, y su ordenación y comparación.

Abordando los **signos y el sistema de numeración**, cabe destacar que el objetivo del método ABN en esta área será la identificación del cardinal de un conjunto, su representación gráfica, así como su nombre. De este modo, el proceso que se debe seguir desde la simbolización de los cardinales hasta la escritura de su signo tiene que desarrollarse en cuatro etapas (*Anexo 6*):

- 1. La representación figurativa.
- 2. La representación simbólica.
- 3. La representación símbolo-signo.
- 4. La representación por signos.

En lo que se refiere a la **introducción de la decena**, se puede matizar que el primer paso para ello debe ser contar elementos, muchas veces, sobrepasándola, con la finalidad de que sea el propio niño o niña quien sienta la necesidad de agrupar estos objetos para simplificar la tarea. En segundo lugar, es importante explicar que existen cuatro modelos metodológicos para la representación de la decena en el sistema numérico decimal (*Anexo 7*):

- 1. *Modelos de sustitución y reversibilidad*. El escolar agrupa diez elementos formando una decena. Este proceso se caracteriza por su reversibilidad.
- 2. Modelos de equivalencia o conservación de la cantidad. Éste se trabaja a través de las regletas de Cuisenaire y los bloques multibase de Dienes. De forma que el niño o la niña puede observar que la decena no es la unión de diez unidades, sino una representación equivalente.
- 3. *Modelos con contenido figurativo*. Se trata de modelos de asignación de valor. La representación más significativa de ello sería el dinero, el billete de 10 euros equivale a 10 monedas de euro, aunque su constitución y apariencia sea diferente.
- 4. *Modelos de asignación de posición*. Las unidades y las decenas se representan por el mismo signo, siendo la posición que ocupan aquello que las diferencia. Este modelo, didácticamente, puede ser dividido en dos fases. En primer lugar, se resalta la cifra que representa las decenas; y, en segundo lugar, la única distinción que existe entre los órdenes es la posición. De manera que el discente debe integrar el doble valor de las cifras, el absoluto y el de la posición.

Respecto a la **composición y descomposición de los números**, por una parte, se encuentra el reparto regular, y por otra, el irregular. El reparto regular consiste en distribuir una serie de elementos en cantidades iguales. Esta tarea debe abordarse ajustando la dificultad de los ejercicios al progreso de los escolares, variando la cantidad de montones en los que los elementos deben ser repartidos, así como los que sobran, hasta que el alumno sea capaz de deducir, a partir de una información dada, la cuantía total de objetos, el número de montones de reparto o la cantidad de elementos que sobran.

El reparto irregular se basa en la descomposición de las colecciones sin seguir un patrón fijo, mostrando el reparto de una cuantía de objetos de todas las maneras posibles. Para ello, se pueden distinguir tres tipos de ejercicios:

- 1. Reparto en partes establecidas previamente.
- 2. Reparto de todas las maneras posibles o libre.
- 3. Representación simbólica. Realizar los ejercicios anteriores con los símbolos numéricos.

En cuanto a la **relación y representación de los números**, se encuentran cuatro apartados de contenidos: el reparto proporcional, el reequilibrio de repartos, la bisección de números y la adición, sustracción e inversión de éstos. En primer lugar, el reparto proporcional trabaja los conceptos de doble-mitad y triple-tercio. Para ello, los niños y niñas disponen de dos cajas y por cada objeto que ponen en una, deben colocar dos o tres en la otra, dependiendo de si se trata del doble o el triple. El mismo proceso, pero de forma inversa se sigue para abordar los conceptos de mitad y tercio (*Anexo* 8).

En segundo lugar, el reequilibrio de repartos proporciona al alumnado una base experiencial sobre los conceptos de múltiplos y divisores, sin mencionarles estos términos a los discentes. Así, esta tarea consiste en llevar a cabo un reparto equitativo de unos elementos dados o de equilibrar un reparto desigual (*Anexo 9*).

En tercer lugar, la bisección de número se centra en la distribución espacial del mismo. Ésta estriba, inicialmente, en utilizar la recta numérica para establecer la distancia que hay entre dos números, identificar cuál es el número que ocupa el lugar intermedio, o buscar un tercero que se encuentre a la misma distancia. Posteriormente, se sustituye la recta numérica por palillos u otros materiales (*Anexo 10*).

Por último, la adición, sustracción e inversión de símbolos se basa en la formación de nuevos números añadiendo o quitando cifras, o cambiando el orden de las mismas.

Respecto a la **ordenación y comparación de números**, por una parte, la ordenación consiste en que los escolares trabajen el orden serial, tanto que descubran el criterio de ordenación en una colección de elementos dispuestos, como que conociendo éste, diseñen por ellos mismos la ordenación. La secuencia que deberá seguirse en su didáctica es la siguiente:

- 1. Ordenación de conjuntos desordenados.
- 2. Intercalación de elementos perdidos.
- 3. Ordenación con material no manipulable.

Por otra parte, la comparación se trata de saber si un conjunto es más grande que otro, hasta saber cuántos elementos los diferencian. Las actividades de comparación pueden ser divididas en cuatro etapas de dificultad creciente:

- 1. Comparación de objetos reales.
- 2. Exploración del lenguaje relativo a la comparación.
- 3. Comparación con elementos figurativos no manipulables.
- 4. Comparación con símbolos numéricos.

En tercer lugar, centrándose en el bloque de contenidos de las <u>transformaciones</u> <u>de números</u>, se encuentra la suma o adición, la resta o sustracción y, la multiplicación y división. Antes de adentrarse en el grueso de esta área de contenidos, cabe resaltar que es muy importante que el maestro de Educación Infantil casi ni mencione los nombres formales de estas operaciones, sino que la relevancia de la tarea debe recaer en la experiencia del alumno y en las acciones que estas transformaciones aritméticas requieren.

En relación a la **suma o la adición**, se trata de una operación sencilla para los niños y niñas, ya que se resuelve avanzando en la recta numérica y, por tanto, va en el sentido de la manera más rápida que tiene el cerebro de procesar los cálculos. De acuerdo con esto, cabe destacar que los procesos mentales para la resolución de la adición recorren seis etapas evolutivas, cada una de las cuales comprende las anteriores. Dichas fases se exponen seguidamente:

- 1. *Contar todo*.
- 2. Contar a partir de un sumando. Se cuenta a partir del primer sumando.
- 3. Contar a partir del sumando mayor. El escolar entiende que es más sencillo contar a partir del sumando mayor.
- 4. *Recuperar hechos básicos*. Este estadio supone recuperar de la memoria a largo plazo los resultados de los cálculos realizados anteriormente.
- 5. *Descomponer*. Es una técnica fundamental del cálculo ABN. Primero, el niño o la niña puede desdoblar hasta completar la primera decena, después hacerlo con cualquier decena y, finalmente, integrar varias decenas.
- 6. *Utilizar estrategias de abreviación*. Se trata de estrategias que, al aplicarlas, el cálculo se simplifica a unos niveles más elementales. Éstas son, principalmente, el redondeo y la compensación (*Anexo 11*).

La secuencia de aprendizaje de la suma propuesta desde el método ABN es la siguiente:

- 1. Suma de parejas de unidades. Para ello, uno de los principales recursos que deben ser empleados es la tabla de sumar (Anexo 12).
- 2. Sumas de tres dígitos. En primer lugar sin rebasar la decena; en segundo lugar, sobrepasando la decena en la última combinación; en tercer lugar, rebasándola en la primera combinación únicamente; y por último, sumas pasando la decena en las dos combinaciones.
- 3. Decenas completas más dígitos. Por ejemplo: 20+3,30+4...
- 4. Sumas de decenas completas. Verbigracia: 20+40,50+30...
- 5. Sumas de decenas completas más decenas incompletas. Esto es, 20+33,80+55...
- 6. Sumas de decenas incompletas más dígitos. Es decir, 23+4,45+2...
- 7. Sumas de decenas incompletas más decenas incompletas. Un ejemplo de ello sería 45+13,12+46...

Abordando la **resta o sustracción**, se puede matizar que se trata del proceso inverso a la suma. Por este motivo, las actividades que se centren en las transformaciones de números que supongan sustracciones, se deberán desarrollar después de las dedicadas a la suma. Los discentes no parten de cero y en su desempeño aplican estrategias espontáneas, a partir de las cuales construirán técnicas de cálculo depuradas. Así, las técnicas que los alumnos utilizan pueden ser divididas en dos bloques: las que precisan una manipulación directa y aquellas que no la requieren. Por un lado, las primeras se pueden reducir a dos: el retiro directamente del sustraendo o el retiro de elementos hasta que quede sobre la mesa el sustraendo. Para pasar al empleo del segundo tipo de estrategias, es necesario que se haga de forma progresiva, esto es, en un primer momento, el escolar realizará las operaciones de forma manipulativa únicamente. A continuación, podrá anticipar el resultado empleando soportes como la recta numérica, y hará uso de los objetos, tan solo, para comprobar su respuesta. Finalmente, adquirirá la destreza de adivinar el resultado sin necesidad de ayudas externas o de la manipulación de objetos, y realizará un cambio en el uso de las estrategias de cálculo.

Por otro lado, las estrategias que no requieren manipulación directa son tres, graduadas en orden creciente de dificultad. Éstas se exponen seguidamente (*Anexo 13*):

- 1°. Contar hacia atrás, desde el minuendo, tantas como indica el sustraendo.
- 2°. Contar hacia atrás, desde el minuendo hasta llegar al sustraendo.
- 3°. Contar hacia adelante, desde el sustraendo hasta el minuendo.

En lo que se refiere a las distintas situaciones que pueden ser resueltas por una sustracción, se puede mencionar que existen 13, pero que en el periodo de Educación Infantil tan solo se trabajarán cinco de estas categorías, expuestas a continuación:

- Detraer. Consiste en quitar un determinado número de elementos y averiguar los que quedan. Es importante matizar que implica una sola cantidad, de la que se retira una parte de la misma.
- Añadir hasta un tope. Se basa en agregar elementos a una colección hasta que ésta alcance un cardinal determinado. A continuación, para hallar el resultado se deben contar los objetos añadidos.
- 3. Quitar hasta un tope. Se trata del proceso inverso al anterior, hay que ir quitando elementos hasta llegar a un número concreto. Este tipo de resta, a su vez, puede ser trabajada en tres situaciones distintas. En primer lugar, partiendo de una cuantía, se detrae una parte no determinada, conociendo lo que queda. En segundo lugar, se añade una cantidad conocida a otra que se desconoce, de modo que sabiendo el total, se ha de averiguar cuántas se tenían en un primer momento. En tercer lugar, el cardinal al que se debe llegar tiene como referencia una cantidad ajena.
- 4. *Compensar*. Se apoya en ejercicios de reequilibrio de repartos o bisección de números con la finalidad de redistribuir, esto es, se debe establecer la diferencia entre dos cantidades dadas para, finalmente, igualar ambos conjuntos.
- 5. Comparar. Esta categoría, tratada anteriormente en el bloque de contenidos de la estructura del número, se fundamenta en presentar dos cantidades diferentes para establecer cuál es mayor o menor o, en otras palabras, qué colección está compuesta por más elementos y cuál por menos.

Respecto a la **multiplicación y la división**, tal y como afirman Martínez y Sánchez (2011), los alumnos de Educación Infantil son capaces de llevar a cabo transformaciones y resolver situaciones que impliquen multiplicaciones y divisiones. Sin embargo, de nuevo es imprescindible remarcar que no se pretende que los discentes realicen cuentas de multiplicar y dividir, sino que tengan experiencias en las que están anidados modelos de productos y divisiones.

En esta área de contenidos, se encuentra, en primer lugar, los productos y divisiones por dos, y en segundo lugar, los productos y divisiones por 10, por 5 y por 3, todos ellos deberán ser trabajados en este mismo orden. En cuanto a los primeros,

comprenden, por una parte, los ejercicios para hallar el doble y la mitad, explicados con anterioridad, y por otra parte, las actividades en las que se deba multiplicar dos por cualquier otro número. En este sentido, es importante destacar que, aunque estas transformaciones aritméticas presenten la propiedad conmutativa, cuando se abordan en Educación Infantil, para el alumnado no significa lo mismo multiplicar un cardinal por dos que dos por un número, debido a que son incapaces de realizar el proceso de abstracción de lo que se multiplica. Por este motivo, se debe prestar una atención especial a los enunciados de los problemas que se plantean, para que tengan significado para el niño y la niña.

Desde el método ABN, se sugiere que las multiplicaciones de dos por cualquier otro número se aborden a partir de los discentes y las partes de su cuerpo: manos, piernas, orejas... Y la secuencia de enseñanza-aprendizaje que se deberá seguir, se expone a continuación (*Anexo 14*):

- 1. Multiplicar dos por cualquier número, ejemplificando los ejercicios con las propias partes del cuerpo de los infantes. Estas tareas deberán ir aumentando, progresivamente, en dificultad y se realizarán hasta que el alumnado se percate de que la solución coincide con contar de dos en dos.
- 2. Dividir cualquier cardinal entre dos. Se trata del ejercicio inverso al anterior.
- 3. Generalización de las actividades anteriores a diversos objetos. En primer lugar, los elementos deberán mantener un vínculo estrecho con el número de manos y pies que tiene una persona. Y en segundo lugar, se podrá generalizar a objetos que no mantengan dicha relación, pero que se fijará previamente.
- 4. Utilización de números no pares, con el fin de hallar el resto y saber cómo calcular con él. Hasta este momento se trabaja con números pares. Así, esta última fase de la progresión supone la generalización del dividendo a cualquier cardinal, incluidos los impares. El fundamento de este ejercicio es que el discente retroceda para encontrar el número par más próximo.

En cuanto a los productos y divisiones por 10, éstos deberán ser trabajados de dos formas. Por un lado, a partir de un número concreto de colecciones de 10 elementos, el niño o la niña deberá averiguar la cuantía total de éstos, contándolos individualmente. Y, por otro lado, de forma inversa, partiendo de un número total de objetos, el cual debe ser múltiplo de 10, el discente deberá formar conjuntos de 10 elementos y contar la cantidad de colecciones formadas.

En lo referente a los productos y divisiones por 5, la progresión didáctica recomendada desde el método ABN es la siguiente (*Anexo 15*):

- 1. Aprender a contar de cinco en cinco, hacia delante y hacia atrás. Con la finalidad de que el infante perciba la relación existente entre las palabras y la cardinalidad de los objetos, es interesante que el alumno que comience a contar, levante su mano al mismo tiempo que dice "cinco", el siguiente hace lo mismo pero diciendo "diez", y así sucesivamente.
- 2. *Aprender los productos de cinco*. Se deberá suponer el resultado, y emplear el proceso anterior tan solo para comprobar la respuesta.
- 3. Aprender los cocientes de cinco. Consiste en el ejercicio inverso al anterior.
- 4. Generalizar el proceso a otros objetos.
- 5. Emplear cualquier número, con el fin de hallar el resto y saber cómo operar con él. El alumnado deberá hallar el múltiplo de cinco inferior o superior más próximo al número dado. Para ello, primero se ubica el número en la recta numérica y luego, se retira lo que sobra o se establece lo que falte de acuerdo a la progresión aritmética de cinco en cinco.

Abordando los productos y divisiones por 3, el proceso de enseñanzaaprendizaje es idéntico al llevado a cabo con el número 5, con la excepción de que, en este caso, será suficiente con trabajar hasta el número que más se aproxime al de niños y niñas que hay en el aula.

Para terminar este bloque de contenidos, se puede mencionar que, teniendo en cuenta la edad de los discentes y su nivel de desarrollo evolutivo, las situaciones en las que se trabaja la multiplicación y la división que pueden ser abordadas en Educación Infantil, son las siguientes (*Anexo 16*):

- 1. *El producto como suma de sumandos iguales*. Se basa en una suma de sumandos iguales, en la que multiplicando y producto son de la misma naturaleza.
- 2. El producto comparativo. Se presentan dos cantidades diferentes. No existe un factor de repetición, sino que éste es una proporción fija que guarda una cantidad respecto a la otra. Es relevante resaltar que este tipo de situaciones deben tratarse con proporciones de dobles y triples sobre cantidades pequeñas, con el fin de disminuir las dificultades de la tarea.
- 3. *El producto como enrejado*. En este caso la resolución del producto adopta forma de enrejado o cuadrícula. Se partirá de tablas muy sencillas, cuyas celdas

han de rellenar con fichas u otro material. El objetivo de la actividad no es que los escolares cuenten las celdas, sino que anticipen la solución y, luego, mediante las fichas o el conteo comprueben dicha respuesta siguiendo criterios factoriales. No obstante, en un primer momento, será imposible evitar que los niños y niñas cuenten las celdas y después, cojan ese número de fichas. En este sentido, es importante matizar que no se persigue que el alumnado se aprenda todas las combinaciones, sino facilitarle el procedimiento por el que se pueden resolver este tipo de situaciones sin tener que aprenderse los productos de memoria. Para ello, se utilizará como material de apoyo la recta numérica, en la cual se darán saltos de tantos números como columnas tenga la cuadrícula y tantas veces como filas haya.

4. La división como partición y como cuotición. Ésta se puede clasificar, por un lado, como tareas de reparto o partición, y por otro lado, como ejercicios de agrupación o cuotición. Las primeras consisten en distribuir los elementos que deben ser repartidos en partes iguales, entre el número que indique el divisor. El segundo tipo de actividades se basa en formar grupos de acuerdo a la cantidad total de objetos y el número de elementos que debe haber en cada agrupación. Las situaciones de cuotición deben ser trabajadas después de las de partición o reparto, puesto que resultan más complejas para los infantes.

De acuerdo con todo lo expuesto, se pueden extraer conclusiones de que el método ABN presenta unas claras diferencias respecto al método tradicional de enseñanza de las matemáticas. Así, éstas se especifican en el *Anexo 17*.

2.2.4 LA IDONEIDAD DE LA IMPLANTACIÓN DEL MÉTODO ABN DESDE LA ETAPA DE EDUCACIÓN INFANTIL

De acuerdo con la psicología evolutiva, durante el periodo de escolarización de Educación Infantil, el discente experimenta su mayor crecimiento cognitivo. Además, es el lapso temporal en el que el niño o la niña más curiosidad siente hacia el mundo que le rodea y, a la vez, presenta una gran capacidad de imitación y repetición. En este contexto tan favorable, que nunca más se repetirá, el escolar es totalmente transparente en el despliegue de su conducta en el aula; acepta gustosamente la influencia que el docente ejerce sobre él, siendo un incuestionable modelo a seguir; y nunca más habrá una coordinación y relación tan estrecha y unidireccional entre lo que se lleva a cabo en el centro escolar y lo que se realiza fuera de él. Igualmente, es importante destacar que

no se encuentra otro ciclo de escolarización en el que la atención, cuidado y colaboración de los padres sea como en ésta. Por último, a modo de cierre, cabría considerar la siguiente reflexión: si nacemos dotados de cierto sentido numérico, ¿no parece sensato aprovecharse de ello ya desde la primera etapa del aprendizaje? (Martínez y Sánchez, 2011).

3. METODOLOGÍA O DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

De acuerdo con la metodología empleada en la presente investigación teóricoexperimental, es relevante matizar que, como a continuación se desarrollará, este
estudio se adscribe a un enfoque cualitativo, de diseño descriptivo, con el propósito de
aproximarse a los efectos de la puesta en práctica de un método específico de enseñanza
de la numeración en un contexto educativo concreto. Por lo tanto, se trata de una
investigación a nivel micro y realizada empleando datos primarios, es decir, la
información fue recogida para la investigación por quien la llevó a cabo. Por último,
cabe mencionar que el alcance temporal de ésta, exactamente, tres semanas, permitió la
observación de una sucesión de momentos, lo cual ha posibilitado analizar la evolución
del fenómeno objeto de estudio (González, 1997). En referencia a lo expuesto, es
imprescindible remarcar que, debido al reducido número de participantes y a la
brevedad de la propuesta didáctica, los resultados y las conclusiones que de éstos se
extraen no podrán ser generalizados para otros contextos educativos.

3.1 MUESTRA Y CONTEXTO DE AULA

El trabajo en el aula se desarrolló durante el curso escolar 2015/2016, concretamente, en el mes de abril, en un colegio público de Educación Infantil y Primaria, ubicado en un municipio de la comarca del Camp del Túria, en la provincia de Valencia. Éste se encuentra a cinco kilómetros del casco urbano, colindando con urbanizaciones residenciales.

En la actualidad, la institución imparte las enseñanzas de 2º Ciclo de Educación Infantil y la etapa de Educación Primaria. Además, cabe destacar que ofrece dos modalidades lingüísticas o líneas educativas: el Programa Plurilingüe de Enseñanza en Valenciano (PPEV), y el Programa Plurilingüe de Enseñanza en Castellano (PPEC). En total asisten al centro 468 alumnos, atendidos por 32 maestros: 8 de Infantil, 14 de Primaria y 10 especialistas.

Centrándose en la muestra seleccionada para este estudio, se puede mencionar que la clase ha estado constituida por un total de 22 participantes, de los cuales 12 eran niños y 10 niñas, con edades que oscilaban entre los 5 y 6 años. Éstos asistían regularmente al colegio, sin ningún caso de absentismo, y constituían la clase de 5 años PPEV de dicha institución escolar. El conjunto de discentes formaba parte, en términos generales, de la clase media, y no se encontraron grandes diferencias socioeconómico y culturales entre ellos, a excepción de una de las niñas, la cual pertenecía a la etnia gitana, aunque procedente de una familia implicada en su educación.

Partiendo de la observación directa y de una conversación con la tutora del aula, se puede resaltar que el alumnado presentaba un desarrollo normalizado, acorde al nivel madurativo correspondiente a su edad, aunque existía una gran diversidad de ritmos en lo que se refiere al desarrollo de la competencia matemática. Así, de los 22 escolares, 10 presentaban altas capacidades para los contenidos matemáticos y se mostraban motivados por los trabajos a realizar; 4 poseían un ritmo que se encuentra dentro de los parámetros normales del aprendizaje de los conocimientos matemáticos y, también presentaban actitudes positivas hacia las tareas a desarrollar; 2 alumnos eran más inmaduros que el resto, por lo que su ritmo de aprendizaje era más lento, comparándolo con el grupo anterior; 2 participantes, además de mostrar una mayor inmadurez que el resto, manifestaban un elevado grado de timidez, el cual dificultó tanto a la docente como a la investigadora, la evaluación de su competencia matemática. Asimismo, en la muestra para la presente investigación contábamos con el caso de una niña, de nueva incorporación, que durante el curso escolar anterior, en el centro en el que estaba escolarizada, tuvo numerosas faltas de asistencia por hospitalizaciones. Ésta presentaba un trato afectuoso, era colaboradora y sociable, pero no mostraba ningún interés hacia las actividades de aprendizaje ni prestaba atención a las explicaciones. Por último, cabe destacar que del total de discentes, 3 poseían elevadas capacidades en la competencia matemática, pero eran muy inquietos y ansiosos, impidiendo este hecho su atención y concentración en las actividades ejecutadas.

Este grupo era el mismo que el curso pasado, exceptuando un niño y una niña, y durante los tres años escolares ha mantenido la misma maestra. No obstante, es importante señalar que, este año académico, la tutoría de dicha aula es compartida con otra docente.

Los niños y las niñas para la realización de las actividades individuales se organizan en el aula formando equipos de trabajo. En cambio, se disponen en un solo

grupo o en dos cuando se llevan a cabo juegos colectivos, dinámicas, se cuentan cuentos o se realiza la asamblea. Respecto a los métodos de trabajo empleados en el aula de 5 años PPEV, se encuentran los proyectos de trabajo tanto anuales como trimestrales, los talleres, y los cuadernos y fichas. En este sentido, es importante resaltar que los contenidos que hacen referencia a las *Matemáticas* son trabajados, por las tardes, a través de cuatro cuadernos, tres de ellos, trimestrales, dos de la editorial Baula y uno de la editorial Teide. Éstos se centran en la resolución de problemas que impliquen la aplicación de operaciones sencillas. Y el cuarto cuaderno, de duración anual y de la editorial Baula, comprende los contenidos espaciales, temporales y numéricos. Además, la geometría y, las nociones temporales y espaciales se abordan a través de una serie de fichas dirigidas. Igualmente, en la asamblea, se realizan juegos que pretenden desarrollar la competencia matemática de los infantes.

Respecto a la investigadora, es pertinente mencionar que asistió como alumna de prácticas durante toda la jornada lectiva desde el día 8 de febrero hasta el 6 de mayo de 2016. Además, ya había estado en la misma aula el curso anterior, realizando en ésta, la asignatura *Practicum II*, la cual se extendió desde el 17 de noviembre de 2014 hasta el 23 de enero de 2015.

Finalmente, se debe matizar que para poder llevar a cabo esta investigación, fue imprescindible contar con el consentimiento informado de los padres de los participantes para dicho trabajo. Así, se solicitó el permiso firmando un documento, elaborado conjuntamente por la investigadora y la tutora principal del aula. Igualmente, las familias habían firmado una autorización, al inicio del curso, para poder filmar a sus hijos, por lo que no fue necesario volver a pedir este permiso. En definitiva, el total de los alumnos de la clase 5 años PPEV fue autorizado para formar parte de esta experiencia.

3.2 PROCEDIMIENTO

3.2.1 INTERVENCIÓN

La propuesta didáctica que se implementó, sobre la que se esperaba obtener conclusiones acerca de los objetivos marcados, fue pensada para llevarla a cabo a lo largo de tres semanas, concretamente, desde el lunes 11 de abril hasta el viernes 29 de abril. Además, ésta se compuso por dos tipos de situaciones de aprendizaje: los juegos de la asamblea y las actividades en el aula (*Anexo 18*). Ambas tuvieron la finalidad primordial de desarrollar el sentido numérico en los alumnos de 5 años de la clase

PPEV del centro escolar en el que se realizó el período de prácticas III, así como estimar si la enseñanza de las matemáticas a través de las mismas era capaz de atender a las diferentes estrategias y ritmos de aprendizaje de este alumnado. Todo ello, sin olvidar los objetivos y contenidos curriculares que se exigen en el Decreto 38/2008 de 28 de Marzo, del Consell por el que se establece el currículo del segundo ciclo de la Educación Infantil en la Comunitat Valenciana.

Las actividades, las cuales se filmaron con el fin de corroborar su ejecución, pretendían abordar los tres bloques en los que se dividen los contenidos de numeración para la etapa de Educación Infantil según Martínez y Sánchez (2011). Así, por un lado, los "juegos de la asamblea" se plantearon como dinámicas grupales con un marcado componente lúdico; mientras que, por otro lado, "las actividades en el aula" se propusieron como juegos matemáticos en gran y pequeño grupo. En este sentido, es importante matizar que las tareas, como se ha mencionado anteriormente, fueron agrupadas en dos clases según el momento en que se desarrollaron. La distribución fue la siguiente (Tabla 1):

Tabla 1. *Nombre y clasificación de las actividades realizadas.*

JUEGOS DE LA ASAMBLEA	ACTIVIDADES EN EL AULA
- La casita de los amigos del 10.	- La escalera.
- Las torres numéricas.	- La tabla del cien.
- ¿Qué tengo en el coco?	- Jugamos al dominó.
	- ¿Qué número esconderá?
	- Sumamos las fichas del dominó.
	- La ruleta giratoria.

Fuente: Elaboración propia.

Los juegos de la asamblea se desarrollaron diariamente durante la primera hora de la mañana, mientras que las actividades en el aula se realizaron tres veces por semana (lunes, martes y jueves), siempre en las mismas sesiones de la tarde, consiguiendo, de este modo, ser sistemáticos en la recogida de los datos, así como evitar posibles sesgos. En el *Anexo 19* se detalla la distribución de los juegos y actividades que se siguió durante la ejecución de la unidad didáctica. Así la organización de la misma se realizó atendiendo al desarrollo de la jornada escolar que se mantenía en el centro, haciendo coincidir los horarios de la propuesta didáctica con las sesiones habituales de contenido matemático de la clase de 5 años PPEV. Todo ello con la finalidad de que el estudio incidiera, en la menor medida posible, en la dinámica que solía seguir esta aula y, por

tanto, no significara un cambio brusco para el alumnado, el cual le llevara a pensar que estaba siendo examinado. Pues, esto podría provocar modificaciones en sus comportamientos debido al fenómeno psicológico conocido como deseabilidad social.

A continuación, detallaremos y justificaremos todas las decisiones tomadas en torno a la intervención didáctica en el aula, con el objetivo de demostrar que han sido deliberadas y estudiadas para obtener la mayor sistematicidad posible. De acuerdo con esto, en primer lugar, es importante matizar que todas las tareas no se realizaron el mismo número de veces. Esto es debido a que, por un lado, por lo general, en las actividades en el aula el alumno tenía numerosas oportunidades de intervención en cada una ellas. Sin embargo, por otro lado, en los juegos de la asamblea normalmente al ser más breves y estar organizados para ejecutarlos en gran grupo, el número de intervenciones del escolar en cada uno de ellos se reducía, por lo que fue necesario aumentarlas en cuantía para que la muestra, tanto de unas como de otras, fuera similar en cantidad, y las conclusiones extraídas fueran más significativas, puesto que si solo eran llevadas a cabo en una ocasión, podían aportar una información equivocada de la realidad.

De modo que, atendiendo a los **juegos de la asamblea**, cabe mencionar que éstos se efectuaron siguiendo un patrón de distribución fijo las tres semanas. Así, "La casita de los amigos del 10" se realizó tres veces por semana, lunes y viernes durante la asamblea, y miércoles por la tarde. En resumen, esta actividad se implementó en nueve ocasiones, puesto que la muestra estaba compuesta por 22 participantes y cada día resolvían la tarea cinco alumnos. De manera que se consideró pertinente que cada escolar la llevará a cabo dos veces, con el fin de asegurar que las conclusiones extraídas no podían ser justificadas por el azar o porque el día en que se realizó la tarea, el niño o la niña no se encontraba predispuesto/a para ello.

Un procedimiento similar se siguió con la actividad "Las torres numéricas", la cual se puso en práctica seis veces a lo largo de las tres semanas. La principal razón que justifica esta decisión, es la gran cantidad de contenidos matemáticos que en ésta se trabajan:

- El número cardinal y ordinal.
- La construcción de la serie numérica hasta el diez.

¹ Este supone el único caso en el que un juego propuesto para la asamblea matutina se desarrolló por la tarde. Básicamente, debido a la carencia de tiempo durante las horas de la mañana para ajustar la presente propuesta con el trabajo diario del aula.

- La identificación de la representación por signos numéricos de las colecciones de objetos.
- La cadena numérica, siendo el universo numérico de referencia hasta el 10.
- La comparación de conjuntos y colecciones.
- La ordenación de los cardinales de diferentes colecciones de objetos.
- La resolución de problemas que impliquen la aplicación de sencillas operaciones y su razonamiento de forma verbal.

Por este motivo, se tuvo que desarrollar la tarea en diversos momentos, con el fin de recabar una muestra de cada participante en cada una de las variantes de la actividad, ya que resultaba imposible que en una sesión todos los alumnos la realizarán. De modo que ésta se desglosó en los distintos ejercicios que se podían realizar para trabajar los contenidos mencionados, y se clasificaron, aleatoriamente, los escolares en tres grupos, para que cada uno de ellos practicara, al menos una vez, cada una de las tareas:

- 1. Construir la serie numérica.
- 2. Ordenar de mayor a menor las torres habiendo hecho desaparecer una.
- 3. Ordenar de menor a mayor las torres habiendo hecho desaparecer una.
- 4. Adivinar qué torre falta en la ordenación ascendente o descendente.
- 5. Comparar torres y aplicar operaciones manipulativas sobre ellas para resolver problemas.

En el *Anexo* 20 se detalla la distribución de los ejercicios y de la muestra en esta actividad.

En cuanto a la actividad "¿Qué tengo en el coco?", se ejecutó un total de seis veces, porque aunque se llevó a cabo un único día a la semana, cada miércoles se realizó la tarea dos veces. En relación con esto, es importante destacar que al tratarse de un juego en el que podían participar todos sin que éste resultase muy largo, no fue necesario repetirlo en más ocasiones para extraer conclusiones claras sobre su funcionamiento y adecuación, en el aula de 5 años PPEV, para desarrollar el sentido numérico. Asimismo, es relevante matizar que el primer día que se puso en práctica la actividad, se dejó que los escolares participaran voluntariamente, levantando la mano quien quería decir un número, para así, poder observar cómo se desenvolvían sin la presión de ser obligados a jugar. Sin embargo, en las dos sesiones siguientes, se determinó un orden de juego con la finalidad de que todo el alumnado interviniera en la actividad. De este modo, se evitó que ningún participante quedara sin ser evaluado; puesto que, aunque en la primera sesión la mayoría de los niños y niñas se mostraron

activos, aquellos con más dificultades aprovecharon la libertad de participación para no intervenir.

Centrándose en las **actividades en el aula**, se puede mencionar que éstas se llevaban a cabo en una única sesión, ya que por su planteamiento permitían observar más de una intervención de los escolares en la resolución de la tarea. Así pues, por ejemplo, en la actividad "Jugamos al dominó" o "¿Qué número esconderá? se analizaron al menos tres actuaciones por infante para poder extraer datos significativos que nos ayudaran a formular conclusiones sobre el método ABN. En cambio, en la actividad "Sumamos las fichas del dominó" se plantearon cuatro sumas para poder comprobar si el alumnado, realmente, había adquirido la competencia de adición y el conocimiento de la correspondencia entre una cantidad y su respectiva grafía, previniendo, de esta manera, que las respuestas de los discentes fuesen acertadas por mero azar.

En el juego "La ruleta giratoria" se optó por dividir la clase en dos grupos, cada uno de ellos de 11 participantes, y se puso en práctica en una misma sesión dos veces, ya que se consideró que el grupo era demasiado grande (22 alumnos) para mantener la motivación y curiosidad de los escolares si se realizaba conjuntamente; pues, el tiempo de espera podría provocar que su atención se dispersara hacia otro estímulo del aula. Por esta razón, mientras unos ejecutaban esta tarea, el resto realizaba otra diferente, no perteneciente a la propuesta didáctica, y luego se intercambiaban los grupos. En este sentido, cabe mencionar que se tomaron tres muestras de cada discente, esto es, cada niño o niña realizó tres transformaciones aritméticas. Por último, es importante resaltar que "La escalera" y "La tabla del cien", sí que se llevaron a cabo en más de una sesión. Por un lado, "La escalera", al ser la primera actividad propuesta basada en el método ABN, se planteó como una sesión inicial de introducción o transición para el alumnado, el cual iba a cambiar, notablemente, el método en el que asiduamente practicaba matemáticas por las tardes (cuaderno de la editorial Baula y Teide). De modo que este juego se volvió a realizar la última semana, momento en el que se registraron las observaciones del desempeño matemático de los niños y niñas. Por otro lado, "La tabla del cien" se implementó tres veces, a causa de la gran diversidad de variantes que ésta admitía y, por lo tanto, de contenidos que se trabajaban:

- El número cardinal y ordinal.
- La cadena numérica, siendo el universo numérico de referencia hasta el cien.
- Comparación de cardinales representados con signos numéricos.

• El descubrimiento inicial de la estructura de los números.

De acuerdo con lo expuesto, se puede mencionar que de esta tarea se registraron dos muestras de cada alumno en cada una de las variantes realizadas, porque por razones de tiempo y ratio, resultaba muy difícil obtener más.

Por último, se puede detallar que de todas las actividades propuestas, la única que los escolares conocían y habían practicado en la asamblea era "La casita de los amigos del 10". De forma que el resto fueron explicadas y ejemplificadas para que el alumnado entendiera qué debían realizar. Asimismo, en cualquier momento de la actividad en el que algún niño o niña presentó una duda, se intentó ayudarle, no dándole la respuesta, sino presentándole soportes o preguntas de reflexión para que él o ella por sí mismo llegase a la solución.

3.2.2 ESTRATEGIAS PARA LA RECOGIDA DE DATOS Y SU EVALUACIÓN

Esta investigación, como se ha mencionado anteriormente, se encuadra en el marco de los estudios cualitativos. Seguidamente, se justificará por qué hacer un estudio cualitativo para esta investigación en particular, subrayando los aspectos más importantes que justifican esta decisión.

Tomando como base a Kazdin y Rennie (citados en Allepuz, 2010, p.12) algunas de las características básicas de la investigación cualitativa son:

- Una forma de descripción lingüística.
- Preguntas de investigación abiertas y exploratorias.
- Sus metas serían describir la experiencia, interpretarla y explicarla con pocas o ninguna hipótesis inicial.

Partiendo de estas características mencionadas por Kazdin y Rennie (citados en Allepuz, 2010, p.12), la meta del presente trabajo es doble. En primer lugar, analizar el desarrollo del sentido numérico, en un aula concreta de cinco años, tras la implementación de una unidad didáctica basada en el método ABN. Y, en segundo lugar, valorar si la enseñanza de la numeración y la aritmética básica, mediante una propuesta didáctica basada en dicho método, consigue adaptarse a las diferentes estrategias y ritmos de aprendizaje de un alumnado determinado de cinco años. Por tanto, la finalidad de este estudio requerirá, en palabras de Kazdin (citado en Allepuz, 2010, p.12), elaborar más que simplificar el objeto de estudio de este trabajo, es decir, interpretar y describir los comportamientos y acciones de los discentes, derivados de las actividades puestas en práctica.

Por último, como síntesis de los enfoques cualitativos, es relevante resaltar que, como afirma Stiles (citado en Allepuz, 2010, p.13), ofrecen un campo amplio y libertad, pero, probablemente, precisan de un mayor pensamiento crítico y de una mayor vigilancia en lo que concierne al rigor y la calidad. Por este motivo, a continuación, se explicarán los procesos llevados a cabo tanto para la recogida de datos como para el análisis de éstos, en los que se ha intentado en todo momento seguir unas reglas de procedimiento que aseguren, en la mayor de las medidas, la rigurosidad, para con ello ofrecer unos resultados que se ajusten a lo observado en el aula.

En cuanto a la recogida de datos, se puede destacar que en el presente trabajo se hizo uso de un método de observación participante.

La observación participante consiste en un conjunto de métodos de observación donde el investigador forma parte de los sucesos que se observan. El observador está en una relación "frente a frente" con los observados recogiendo datos al mismo tiempo que participa con ellos dentro del marco de su vida natural. La participación directa del observador en la situación le permite obtener una imagen más detallada y completa de la situación observada, pero, a su vez, tiene el inconveniente de que, al estar inmerso en la situación que observa, está expuesto a la pérdida de objetividad (Schwartz y Green, citados en Cicourel, 1982, p.73)

En relación con lo explicado, es pertinente matizar que se habla de una observación participante, porque el propio investigador fue quien explicó las diversas propuestas didácticas, desempeñó el rol de modelador en las actividades y guió a los alumnos y las alumnas en su ejecución siempre que se precisase, es decir, el investigador, sin dejar de lado la imprescindible objetividad que requiere este tipo de estudios, desarrolló un papel activo en los sucesos observados.

Respecto a la anotación de datos, es decir, en lo que se refiere al modo en que se registraron las conductas, se puede destacar que se realizó de acuerdo con los principios de la matriz etológica, la cual se basa en un sistema pormenorizado y comprensivo para registrar comportamientos con una escasa o ninguna interpretación (González, 1997). Para ello, previamente, se desglosaron cada una de las actividades en una tabla de ítems con las posibles conductas que podían darse en los escolares al efectuarlas, y que debían ser observadas y registradas, así como se estableció la frecuencia en la que cada una de las tareas se pondrían en práctica. En definitiva, se empleó una plantilla de observación

(Anexo 21), cuya información fue organizada tomando como modelo las escalas tipo Likert, propias de los enfoques cuantitivos, en la que en cada comportamiento se indicaba la cantidad de participantes que lo desarrollaban al ejecutar la actividad. Así, cada ítem podía ser respondido con Todos, lo cual implicaba que los 22 participantes realizaban la conducta; Casi todos, donde la cantidad de escolares oscilaba entre 21 y 15; Algunos, que comprendía un número de niños y niñas entre 14 y 8; Casi ninguno, lo cual significaba que la acción descrita en el ítem era llevada a cabo por entre 7 y 1 alumno; y Ninguno, correspondiente a la carencia de sujetos que desarrollaban el comportamiento indicado en el ítem.

Sin embargo, es importante resaltar que, simultáneamente a esta tabla de ítems, se incluyó un diario de trabajo donde se anotaron aquellas acciones o conductas que no se habían previsto, pero que el investigador consideró en su momento relevantes para, a posteriori, extraer evidencias en relación a los objetivos de la investigación. Por lo tanto, se hizo uso de dos herramientas básicas de recogida de datos, las cuales permitieron contrastar la información proveniente de ambas fuentes. Asimismo, este proceso fue llevado a cabo también por la tutora del grupo, con la finalidad de evitar la posible pérdida de objetividad que puede darse como consecuencia de una observación de tipo participante, mencionada anteriormente por Schwartz y Green (citados en Cicourel, 1982, p.73). De forma que, tanto el investigador como la docente durante el estudio y respecto al grupo de escolares, adoptaron el papel de observador participante. Esto significa que ambas eran conocidas como observadoras por los escolares y además, participaban en la acción. En este sentido, cabe remarcar que no se trataba del rol de participante completo, es decir, que nadie sabe que esté investigando y, a la vez, participa en las actividades (González, 1997), porque tanto la tutora como la alumna de prácticas, por su habitual papel dentro del aula, eran percibidas por los alumnos y las alumnas como evaluadores y no como un participante más.

En cuanto a los resultados en las investigaciones cualitativas, cabe destacar que éstos tienden a ser expresados en palabras en lugar de en números. Así, como afirman Polkinghorne y Rennie (citados en Allepuz, 2010, p.12) las investigaciones cualitativas se fundamentan en datos lingüísticos no numéricos, utilizando formas de análisis basadas en el significado y no en la estadística, ofreciendo la comprensión de todo ello de forma verbal. De acuerdo con esto, los resultados de la investigación se analizaron explicando, por separado, aquello observado y registrado en cada una de las actividades. Así, en cada tarea de la unidad didáctica implementada se describió brevemente cuál era

su finalidad. A continuación, se expusieron los ítems que se emplearon para la observación participante, justificando la elección de cada uno de ellos. Y, finalmente, se plasmaron las diferentes estrategias que los escolares desarrollaron para resolver el ejercicio, así como se mencionaron los progresos constatados en los discentes a lo largo de la puesta en práctica de la propuesta didáctica.

4. RESULTADOS ²

4.1 JUEGOS DE LA ASAMBLEA

4.1.1 LA CASITA DE LOS AMIGOS DEL 10

Esta actividad pretende, principalmente, trabajar la descomposición de la decena o el reparto irregular con una de las partes establecidas, por tanto, se puede encuadrar en el segundo bloque de contenidos: la estructura del número, de acuerdo con Martínez y Sánchez (2011). No obstante, también se abordan ejercicios propios de los otros bloques como la estimación o el conteo, del primero: la cantidad; y del tercero: transformaciones aritméticas, la adición, así como la sustracción. De modo que para analizar el desarrollo de la presente tarea se emplearon los siguientes ítems (*Tabla 2*):

Tabla 2. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "La casita de los amigos del 10".

- Descompone de forma correcta el número 10, utilizando las piezas de bloques encajables como material manipulativo de ayuda.
- 2. Representa, sin equivocaciones, la cantidad que determina un símbolo numérico menor o igual a 10 utilizando las piezas de los bloques encajables.
- 3. Acierta en el nombre de los signos numéricos del 0 al 10.
- 4. Emplea el conteo de las piezas de los bloques encajables, respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978), para comprobar que la operación se ha realizado con éxito.
- 5. Al contar las piezas de los bloques encajables respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978), es capaz de saber si se ha equivocado y rectificar la operación realizada con el objetivo de descomponer el número 10 correctamente.
- 6. Descompone el número 10 de forma espontánea y, después, emplea el conteo de las piezas de los bloques encajables, respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978), para comprobar si la respuesta es correcta.
- 7. Descompone el número 10 de forma deliberada (utilizando los dedos, la recta numérica, mentalmente...) y después, tan solo emplea el conteo de las piezas de los bloques encajables, respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978), para asegurarse de que la respuesta no es errónea.
- 8. Sin que le sea indicado comienza a contar a partir de cualquier número que se le presente por escrito, con el fin de hallar su complementario en la descomposición del diez.

² En el *Anexo* 22 se adjunta, de cada una de las actividades, una plantilla de observación rellenada y con las anotaciones que en su momento fueron pertinentes.

Centrándose en los ítems, cabe matizar que el ítem 1 tiene como fin valorar los beneficios y si resulta factible el empleo de un determinado material manipulativo como apoyo para la ejecución de esta actividad por parte de los discentes. El ítem 2 y 3 evalúan el conocimiento de los participantes sobre los signos, la cantidad que éstos expresan y sobre el sistema de numeración decimal. Por lo que respecta al 4 y al 5, pretenden analizar la etapa del conteo en la que se encuentran los niños y niñas y si éstos son capaces de aplicar esta acción con una finalidad determinada, en este caso, comprobar el éxito en la resolución de la tarea y modificar cualquier tipo de error. Finalmente, los tres últimos ítems inciden en el modo en el que el alumnado puede realizar el ejercicio, concretamente, el ítem 8, se trata de una de las estrategias que los escolares podrían emplear para descomponer el número diez de una forma deliberada.

De acuerdo con los resultados extraídos a partir de los anteriores ítems, se podría considerar que la tarea cumplió los objetivos para los que fue diseñada, ya que todos los participantes, a excepción de un caso, fueron capaces de resolver la actividad, ya fuera mediante estrategias más espontáneas o deliberadas. Además, es importante resaltar la idoneidad de los materiales manipulativos para que los discentes pudieran comprobar si la solución dada era correcta, y si existía algún tipo de error, poderlo rectificar.

Abordando las diferentes estrategias que los niños y niñas emplearon, por una parte, deben ser comentadas las referentes a la descomposición del número 10, y por otra parte, las relacionadas con la actividad de conteo. Respecto a las primeras, se encuentra que la estrategia más empleada fue la descomposición intuitiva y, a continuación, el uso del conteo para hallar el resultado exacto. También, se halla en los participantes con altas capacidades para los contenidos matemáticos, la resolución del ejercicio mediante el uso de los dedos o, incluso, mentalmente; de forma que conocían la solución cuando iban a representar la descomposición con las piezas de los bloques encajables. Igualmente, cabe mencionar el caso de un grupo minoritario de escolares que a partir del primer número dado, iba añadiendo piezas a la vez que las contaba hasta llegar a diez, y después realizaba un conteo de las piezas añadidas. Por último, aquellos alumnos que presentaban un ritmo de aprendizaje más lento, por lo general, llevaban a cabo el ejercicio de un modo espontáneo, y para alcanzar el resultado precisaban de otra ayuda externa como era la recta numérica, así como necesitaban contar las piezas varias veces.

En cuanto a las estrategias empleadas para el conteo, una minoría de los participantes era capaz de contar las piezas mentalmente; mientras que la mayoría necesitaban tocarlas a la vez que las contaban.

Por último, es relevante comentar que se percibió una notable evolución en el desempeño de esta tarea, puesto que mientras que en el primer muestreo recogido, fueron 13 los discentes que llevaron a cabo la actividad de forma espontánea y 9 de un modo deliberado. En el segundo, los resultados se invierten, y tan solo 3 infantes la realizaron espontáneamente, mientras que el resto empleó estrategias deliberadas, entre las cuales se encuentran la recuperación de hechos básicos, esto es, recuperar de la memoria a largo plazo los resultados de los cálculos realizados anteriormente. Asimismo, entre los días 20 y 22 de abril de 2016, los participantes, por imitación, empezaron a emplear la técnica de separación de las piezas que contaban, para no equivocarse y saber cuál era el principio y el final de la colección de objetos.

4.1.2 LAS TORRES NUMÉRICAS

Esta tarea tiene como finalidad que los niños y niñas trabajen el sentido del número mediante el establecimiento de patrones con referentes físicos comunes sin significado, así como la estructura del mismo, a través del ordenamiento y comparación de conjuntos cuyo cardinal va desde el 1 hasta el 10. Los ítems que se emplearon para la observación del desempeño de los escolares en esta actividad, son los siguientes (*Tabla 3*):

Tabla 3. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "Las torres numéricas".

- 1. Construye la cantidad que representa un signo numérico mediante las piezas de los bloques encajables.
- 2. Acierta el orden ascendente de los números del 1 al 10, haciendo uso de las torres construidas con los bloques encajables.
- 3. Acierta el orden descendente de los números del 10 al 1, haciendo uso de las torres construidas con los bloques encajables.
- 4. Identifica correctamente el nombre de los símbolos numéricos del 1 al 10 y las respectivas cantidades que expresan.
- 5. Compara colecciones de objetos (torres) y descubre cuál es mayor y cuál es menor.
- 6. Compara colecciones de objetos (torres) e identifica correctamente cuál es la diferencia entre ambos conjuntos para que sean equivalentes.
- 7. Habiendo hecho desaparecer uno de los conjuntos, cuando el resto son ordenados de forma ascendente, descubre qué número o colección falta.
- 8. Habiendo hecho desaparecer uno de los conjuntos, cuando el resto son ordenados de forma descendente, descubre qué número o colección falta.

Respecto a los ítems expuestos, se puede resaltar que el ítem 1 y 4 evalúan el conocimiento de los participantes sobre los signos, la cantidad que éstos expresan y sobre el sistema de numeración decimal. El 2 y el 3 valoran la capacidad del alumnado en la ordenación ascendente y descendente de colecciones de objetos cuyo cardinal oscila entre el 1 y el 10. En lo que se refiere a los ítems 5 y 6, analizan la habilidad de los escolares para comparar los cardinales de los conjuntos, así como la iniciación en las transformaciones básicas de adición y sustracción. El 7 y el 8 determinan el conocimiento de los niños y niñas sobre la secuencia numérica y la aptitud para reconocer la intercalación de un elemento perdido. En este sentido, es importante mencionar que el universo de referencia para todos estos ítems ha sido desde el número 1 hasta el 10. Por último, cabe destacar que todos los ítems, salvo el 4, tienen como objetivo reflexionar sobre la conveniencia del uso de las torres como material de apoyo para la ejecución de esta tarea por parte de los discentes

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos y la observación realizada en el aula, se podría afirmar que esta actividad sirvió para que aquellos alumnos con un ritmo de aprendizaje más lento pudiesen asentar los cimientos de la cadena numérica, exigidos desde currículum³. Así, salvo varios participantes, los escolares dominaban, desde el inicio de la propuesta didáctica, los ejercicios de construcción de la serie numérica y ordenación tanto ascendente como descendente. Sin embargo, la comparación de colecciones de objetos, en este caso torres, fue percibida como una tarea novedosa que no se encontraba bajo el dominio de los discentes y que, por tanto, logró favorecer el desarrollo de distintas estrategias para poder alcanzar la solución. Igualmente, es relevante comentar que el empleo de las torres como material, permitió que los niños y niñas tomaran consciencia del significado que entraña el signo gráfico de un cardinal en cuanto a la cantidad que representa, fomentando de este modo el establecimiento de relaciones entre los números.

Centrándose en las diferentes estrategias que el alumnado utilizó en la ejecución de los distintos ejercicios, en los que se refieren a la construcción de la serie numérica con las piezas de los bloques encajables, todos los discentes hicieron uso de la misma técnica, contar las piezas a la vez que iban montando la torre del cardinal que se le había asignado, algunos de ellos necesitaban realizar el conteo en voz alta, mientras que aquellos que presentaban, desde un principio, altas capacidades en los contenidos

_

³ Decreto 38/2008 de 28 de Marzo, del Consell, por el que se establece el currículo del segundo ciclo de la Educación Infantil en la Comunitat Valenciana.

matemáticos, eran capaces de llevarlo a cabo mentalmente. Respecto a las técnicas empleadas para la ordenación de las colecciones, el descubrimiento del conjunto perdido y el reequilibrio de las torres para igualarlas, en todos estos ejercicios, se distinguieron dos estrategias. Por un lado, algunos participantes hallaban la solución guiándose por el tamaño de las torres, incluso, a veces, sin necesidad de emplear el conteo de las piezas para asegurarse de que la respuesta era la correcta, ya fuera al ordenar los conjuntos, encontrar el elemento perdido o reequilibrar las torres. Por otro lado, el resto de los escolares hacían uso del conteo para todo ello, o bien como su estrategia principal, o para asegurarse de que la información visual no les había llevado al error. Por último, en las tareas de comparación todos los niños y niñas se valían del tamaño de las torres para encontrar la solución.

4.1.3 ¿QUÉ TENGO EN EL COCO?

Esta actividad está diseñada con el objetivo de trabajar la cadena numérica siendo el universo numérico de referencia hasta el cien, así como la comparación con símbolos numéricos, fomentando de este modo, el desarrollo del lenguaje matemático. Por lo tanto, los conceptos que se abordan en esta tarea se pueden encuadrar, de acuerdo con Martínez y Sánchez (2011), en el segundo bloque de contenidos: la estructura del número, concretamente, en los apartados de los signos y el sistema de numeración y, la ordenación y comparación. De forma que para analizar el desarrollo del presente ejercicio se emplearon los siguientes ítems (*Tabla 4*):

Tabla 4. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "¿Qué tengo en el coco?".

- 1. Acierta si un número es mayor o menor mediante la recta numérica o la tabla del cien.
- 2. Descubre de qué número se trata, realizando preguntas que permitan acotar la franja de la serie numérica en la que se encuentra dicho número.
- 3. Acierta en el nombre de los signos numéricos del 0 al 99.

Fuente: Elaboración propia.

Respecto a los ítems, cabe destacar que el ítem 1 y 2 evalúan la capacidad del alumnado en la comparación con símbolos numéricos. Además, el ítem 1 también valora la idoneidad del uso de un material de apoyo, ya sea la recta numérica o la tabla del cien, para la resolución de la tarea. Y, por último, el ítem 3 refleja el conocimiento de los discentes sobre los signos y los nombres de los números de la cadena numérica.

De acuerdo con los resultados extraídos a partir de dichos ítems, podríamos considerar que la actividad se desarrolló con éxito, ya que casi todos los alumnos

(21-15) acertaron si un número era mayor o menor que otro, empleando la recta numérica o la tabla del cien. Asimismo, en todas las ocasiones en las que se llevó a cabo la tarea, se llegó a la solución sin ningún tipo de problema y además, la mayoría de los escolares, fueron ampliando su corpus de conocimientos sobre los signos y los nombres de los números del 0 al 99. Por lo que respecta al material, teniendo en cuenta las observaciones efectuadas, se podría sostener que tanto la recta numérica como la tabla del cien, en este caso concreto, resultaron indispensables para el desarrollo de la actividad, ya que facilitaban la labor a los niños y niñas, recordándoles la franja de números en la que se encontraba el cardinal que debían adivinar. Del mismo modo, estos materiales les servían para situar los números en el espacio y reflexionar sobre las relaciones de tamaño que se daban entre ellos.

Centrándose en las estrategias que los participantes desarrollaron para resolver esta actividad, se pueden mencionar tres. En primer lugar, se encontró un reducido número de alumnos capaces de acertar si un número era mayor o menor que otro dado sin hacer uso de ningún material de apoyo. En segundo lugar, la mayoría de los discentes al escuchar el nombre de un número, necesitaban ubicarlo en la recta numérica y, en muy pocos casos, en la tabla del cien, para posteriormente poder dar una respuesta correcta. Y, en tercer lugar, una minoría de la muestra, para resolver la actividad, necesitaba señalar con el dedo la grafía numérica a la que quería hacer referencia, puesto que comprendía el concepto de mayor y menor y la direccionalidad de los números en la recta numérica según su tamaño, pero desconocía algunos de los nombres de los signos numéricos.

Por último, a pesar de que este ejercicio tan solo se realizó en tres sesiones, se pudo discernir una evolución en el alumnado, tanto en el lenguaje matemático empleado como en el aumento del conocimiento de los nombres de los números. De la misma manera, se constató un progreso en cuanto a que los escolares razonaban entre ellos sobre las respuestas dadas y, sacaban conclusiones sobre las características y la estructura del número que debían adivinar.

4.2 ACTIVIDADES EN EL AULA

4.2.1 LA ESCALERA

En esta tarea se pretende, principalmente, abordar la actividad del conteo y las transformaciones aritméticas básicas de la adición. De modo que los contenidos que se trabajan, según Martínez y Sánchez (2011), se pueden incluir, respectivamente, en el

primer bloque: la cantidad, y en el tercero: las transformaciones aritméticas. Así pues, con el fin de analizar, minuciosamente, el desempeño de los escolares en la presente tarea, se diseñaron los ítems expuestos a continuación (*Tabla 5*):

Tabla 5. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "La escalera".

- 1. Acierta las sumas calculando el resultado de forma mental.
- 2. Acierta las sumas haciendo uso de la cuerda con cuentas como soporte.
- 3. Acierta las sumas empleando sus dedos para contabilizar la operación aritmética.
- 4. Acierta las sumas contando los puntos de ambos dados y respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978).
- 5. Hace uso del conteo según los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978) para hacer avanzar la ficha.
- 6. Mueve la ficha en la dirección correcta de acuerdo a la numeración del tablero (tabla del cien), el cual tiene la salida en el 0 y la meta en el 99.

Fuente: Elaboración propia.

Tal y como se puede observar en la *Tabla 5*, los ítems 1, 2, 3 y 4 valoran las diferentes estrategias que el alumnado puede desarrollar para resolver el ejercicio, por tanto, en éstos, a su vez, se evalúa la necesidad de un determinado tipo de material y su idoneidad para la ejecución de la tarea por parte de los niños y niñas. El ítem 5 analiza la etapa del conteo en la que se encuentran los discentes y si éstos son capaces de aplicar esta acción con una finalidad concreta, en este caso, avanzar la ficha correctamente de acuerdo a la puntuación obtenida en los dados. Por último, el ítem 6 refleja el conocimiento de los participantes sobre la cadena numérica y la direccionalidad de los signos numéricos en la tabla del cien, siendo éste el universo numérico de referencia.

Valorando los resultados obtenidos, se podría afirmar que la actividad cumplió con los objetivos para la cual fue diseñada. Pues, aunque en un primer momento, gran parte del alumnado requería de la guía de la docente, a medida que este juego avanzaba, los discentes comprendieron su mecanismo y las reglas, y fueron capaces de adquirir mayor autonomía en su desempeño. En lo referente al material, cabe resaltar que el tablero del juego realizaba la función de soporte para conocer, de una forma lúdica, la secuencia numérica hasta el cien, así como los dados sirvieron para la ejecución de adiciones de una manera sencilla para los escolares, a la vez que se trabajaba la subitización.

Respecto a las diferentes estrategias que los niños y niñas utilizaron en la realización de las sumas, fueron tres principalmente. En primer lugar, la mayoría de los participantes contaba directamente los puntos sobre los dados para hallar la solución. En

segundo lugar, un reducido número de alumnos, llevaba a cabo las operaciones con los dedos. Y, en tercer lugar, debido al carácter repetitivo del juego, algunos infantes fueron capaces de resolver las sumas recuperando de la memoria a largo plazo los resultados, puesto que se trataba de operaciones que ya habían realizado anteriormente ellos u otros compañeros. En este sentido, es relevante mencionar que esta última estrategia era cada vez más utilizada a medida que se iban repitiendo las mismas transformaciones aritméticas.

4.2.2 LA TABLA DEL CIEN

Este ejercicio está pensado para que los alumnos trabajen la cadena numérica mediante la tabla del cien como material de apoyo, siendo por tanto, el universo numérico de referencia hasta el cien. Asimismo, se ha diseñado con la intención de tratar con los discentes la comparación con símbolos numéricos, fomentando de este modo, el desarrollo del lenguaje matemático. De manera que los conceptos que se abordan en la presente tarea se pueden encuadrar, de acuerdo con Martínez y Sánchez (2011), en el segundo bloque de contenidos: la estructura del número, concretamente, en los apartados de los signos y el sistema de numeración, y la ordenación y comparación. Así, para analizar el desarrollo de esta actividad se hicieron servir los siguientes ítems (*Tabla 6*):

 Tabla 6. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "La tabla del cien".

- 1. Acierta en la búsqueda de un número a través de la tabla del cien.
- 2. Identifica qué número es mayor y cuál es menor al mostrarle dos signos numéricos pertenecientes a la tabla del cien.
- 3. Reconoce las diferentes familias o decenas comprendidas entre el 0 y el 99, utilizando la tabla del cien.
- 4. Al tapar un número en la tabla del cien, descifra correctamente cuál es.
- 5. Si se retiran de la tabla del cien diversos números, es capaz de colocarlos de nuevo en su lugar correspondiente.
- 6. Acierta en el nombre de los signos numéricos del 0 al 99.

Fuente: Elaboración propia.

Centrándose en los ítems, debe ser comentado que los ítems 1, 3, 4, 5 y 6 determinan el conocimiento de los niños y niñas sobre los signos, los nombres y la ordenación de los números en el sistema de numeración decimal. Además, el 1, 3, 4 y 5, a su vez, valoran si la tabla del cien resulta un material factible para trabajar los contenidos anteriormente mencionados con el grupo de participantes. Por lo que respecta al ítem 2, evalúa la capacidad del alumnado en la comparación con símbolos numéricos.

De acuerdo con los resultados extraídos a partir de dichos ítems, se podría considerar que la actividad se desarrolló con éxito, ya que la mayoría de los escolares fueron ampliando su corpus de conocimientos sobre los signos, los nombres de los números y la posición que ocupan en el sistema numérico decimal. En cuanto al material, teniendo en cuenta las observaciones efectuadas, se podría sostener que la tabla del cien al ser un recurso atractivo y novedoso para los alumnos, además de servir para su cometido, incidió en aumentar el interés participativo de los niños y niñas.

Abordando las estrategias que los discentes emplearon, una minoría de éstos necesitaba contar desde el 0 para hallar el número que se le había asignado. En segundo lugar, algunos de los infantes, para encontrar el número, primero localizaban la decena a la cual éste pertenecía y, a continuación, en la fila, buscaban la posición del mismo. Y, por último, la mayoría de los participantes eran capaces de identificar directamente el número, aumentando esta estrategia a medida que se repetía el ejercicio.

4.2.3 JUGAMOS AL DOMINÓ

Los conceptos que se tratan en esta actividad, de acuerdo con Martínez y Sánchez (2011), estarían incluidos en el primer bloque: la cantidad, ya que, a través de este dominó se persigue que los alumnos asocien conjuntos equivalentes aplicando la cadena numérica desde el 0 hasta el 6, ambos incluidos, esto es, que trabajen el sentido del número. Igualmente, otro de los pilares sobre los que se sustenta esta tarea es el conteo, la subitización y la estimación. Los ítems que se emplearon para la observación del desempeño de los escolares en esta actividad, son los siguientes (*Tabla 7*):

Tabla 7. İtems empleados para la observación participante en la actividad "Jugamos al dominó".

- 1. Asocia correctamente el símbolo numérico de los números del 0 al 6 con la respectiva cantidad que éste expresa.
- 2. Muestra un conocimiento de la sucesión numérica, realizando correctamente tareas de conteo de las fichas del dominó que le quedan al ganar un compañero o cerrarse la partida, para registrarlas en una hoja.
- 3. Hace uso del conteo respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978).

Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a la *Tabla 7*, cabe resaltar que el ítem 1 tiene como objetivo determinar el conocimiento de los niños y niñas sobre los signos numéricos del 0 al 6 y la cantidad que éstos expresan. En lo referente al 2, analiza la etapa del conteo en la que se encuentran los discentes y si éstos son capaces de aplicar esta acción con una finalidad determinada, en este caso, registrar la situación final de la partida. Por último,

el ítem 3 incide en el modo en el que se esperaba que los escolares realizaran el ejercicio, es decir, contando los elementos de cada ficha del dominó.

El material despertó confusiones entre el alumnado, debido a la composición mixta de las fichas (número-conjunto de elementos). No obstante, esta misma característica fomentó un conocimiento más profundo entre la relación cardinal-conjunto de elementos, puesto que se presentó este ejercicio de un modo diferente del que ellos estaban acostumbrados a ver y a trabajar en los cuadernillos.

En la ejecución de esta actividad, por un lado, un grupo reducido del alumnado necesitaba contar los elementos de la colección que aparecía en la ficha, fuese cual fuese el cardinal de ésta. Por otro lado, la gran mayoría de los escolares reconocía de súbito el cardinal del conjunto siempre que fuese inferior a cinco, pues en las colecciones formadas por cinco o seis objetos, tenían que contarlos para determinar la cantidad. Sin embargo, resulta interesante que, a pesar de que este ejercicio tan solo se realizó en una sesión, al final del juego ya eran algunos los niños y niñas capaces de reconocer de golpe, sin contar, el cardinal de conjuntos formados por cinco y seis elementos.

4.2.4 ¿QUÉ NÚMERO ESCONDERÁ?

Esta actividad está diseñada con la finalidad de trabajar los signos y el sistema de numeración decimal, empleando como principal recurso didáctico la tabla del cien y siendo, por lo tanto, el universo numérico de referencia hasta dicho número. Así, a través de esta tarea se abordan contenidos como la identificación de la grafía y el nombre de los números o la estructura y comparación de los mismos, fomentando, de este modo, una mejora del lenguaje matemático. Para analizar el desarrollo del presente ejercicio se emplearon los siguientes ítems (*Tabla 8*):

Tabla 8. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "¿Qué número esconderá?".

- 1. Acierta si un número es mayor o menor respecto a otro dado, teniendo la tabla del cien como soporte.
- 2. Descubre de qué número se trata realizando preguntas que permitan acotar la franja de la tabla del cien en la que se encuentra dicho número.
- 3. Reconoce las diferentes familias o decenas comprendidas entre el 0 y el 99, utilizando la tabla del cien.
- 4. Acierta en el nombre de los signos numéricos del 0 al 99.
- Reconoce si el número está formado por una o por dos cifras, empleando la tabla del cien si fuese necesario.

Respecto a los ítems, cabe destacar que el ítem 1 evalúa la capacidad del escolar en la comparación con símbolos numéricos. El 2, 3, 4 y 5 determinan el conocimiento de los discentes sobre los signos numéricos, sus nombres y sus características. Por último, debe mencionarse que en todos los ítems, a excepción del 4, se valora la conveniencia de la tabla del cien como material de apoyo para la ejecución del ejercicio.

Teniendo en cuenta la observación realizada en el aula, se podría considerar que aunque los resultados demuestran un dominio por parte del alumnado de los signos y el sistema de numeración decimal, no se consiguió alcanzar el objetivo para el que la tarea fue diseñada. Pues, se pretendía que los escolares realizaran preguntas sobre las decenas y la composición de los números para alcanzar la respuesta, y éstos, en cambio, se ciñeron a formular cuestiones en las que se comparaban signos numéricos, como estaban acostumbrados a realizar en las actividades "¿Qué tengo en el coco" o "La tabla del cien".

4.2.5 SUMAMOS LAS FICHAS DEL DOMINÓ

En esta tarea se pretende, principalmente, abordar la identificación del cardinal de un conjunto y su representación gráfica, así como las transformaciones aritméticas básicas de la adición. De modo que los contenidos que se trabajan, según Martínez y Sánchez (2011), se pueden incluir, respectivamente, en el segundo bloque: la estructura del número, y en el tercero: las transformaciones aritméticas. Así pues, con el fin de analizar, minuciosamente, el desempeño de los escolares en la presente tarea, se diseñaron los ítems expuestos a continuación (Tabla 9):

Tabla 9. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "Sumamos las fichas del dominó".

- 1. Acierta las sumas haciendo uso de la cuerda con cuentas como soporte.
- 2. Acierta las sumas contando los puntos de ambas partes de las ficha del dominó y respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978).
- 3. Asocia correctamente una cantidad desde 0 hasta 10 con su correspondiente símbolo numérico que la representa.

Fuente: Elaboración propia.

Tal y como puede observarse en la Tabla 9, los ítems 1 y 2 valoran las diferentes estrategias que el alumnado puede desarrollar para resolver el ejercicio, por tanto, en éstos, a su vez, se evalúa la necesidad de un tipo de material concreto y su idoneidad para la ejecución de la actividad por parte de los niños y niñas. Por último, en el ítem 3

se determina el conocimiento de los discentes sobre los signos numéricos y la cantidad que éstos expresan.

La tarea resultó fácil de entender para los alumnos, quienes la realizaron correctamente y sin ningún problema. Este ejercicio les permitió almacenar en la memoria a largo plazo los resultados de los cálculos cuya solución no rebasaba la decena, los cuales serían recuperados para la resolución de otros problemas. Además, al trabajar con las fichas del dominó, se fomentó de un modo indirecto la práctica de la subitización.

Abordando las estrategias que los escolares emplearon, casi todos, a excepción de tres, contaban directamente los puntos sobre las fichas del dominó para hallar la solución. Sin embargo, cabe mencionar que cuando uno de los sumandos era 0 o los cardinales de las colecciones a sumar eran pequeños, el alumnado era capaz de resolver la adición mediante la subitización. Dos de los participantes hicieron uso de los dedos para efectuar las operaciones. Y por último, se encuentra un único caso en el que una niña utilizó la cuerda de cuentas para resolver el ejercicio.

4.2.6 LA RULETA GIRATORIA

Este ejercicio puede enmarcarse, de acuerdo con Martínez y Sánchez (2011), en el tercer bloque de contenidos: las transformaciones aritméticas, ya que mediante ésta se persigue que los alumnos comprendan el significado de la adición y la sustracción, realizando dichas operaciones con piezas de los bloques encajables, lo cual permite observar el proceso que se lleva a cabo para llegar a la solución en una operación de este tipo. De modo que con el fin de recabar la información sobre el desempeño de los escolares en la presente actividad, se diseñaron los ítems expuestos a continuación (Tabla 10):

Tabla 10. Ítems empleados para la observación participante en la actividad "La ruleta giratoria".

- 1. Asocia correctamente el símbolo numérico de los números con la correspondiente cantidad que éste expresa y viceversa.
- 2. Identifica la operación aritmética de sumar con la acción de añadir.
- 3. Identifica la operación aritmética de restar con la acción de quitar.
- 4. Acierta las sumas añadiendo la cantidad correcta de las piezas de los bloques encajables y, a continuación, contando el total directamente, respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978).
- 5. Acierta las restas retirando la cantidad correcta de las piezas de los bloques encajables y, a continuación, contando el total directamente, respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978).

- 6. Resuelve la operación aritmética de la adición haciendo uso de los dedos y, seguidamente, utiliza las piezas de los bloques encajables para comprobar si la suma se ha resuelto correctamente.
- 7. Resuelve la operación aritmética de la sustracción haciendo uso de los dedos y, seguidamente, utiliza las piezas de los bloques encajables para comprobar si la resta se ha resuelto correctamente.
- 8. Acierta la suma a través del cálculo mental y emplea las piezas de los bloques encajables para verificar que la operación aritmética se ha resuelto correctamente.
- 9. Acierta la resta a través del cálculo mental y emplea las piezas de los bloques encajables para verificar que la operación aritmética se ha resuelto correctamente.
- 10. En primer lugar intenta resolver la operación aritmética de la adición con los dedos, pero al efectuarla con las piezas de los bloques encajables, es capaz de identificar que se ha equivocado y modifica su respuesta.
- 11. En primer lugar intenta resolver la operación aritmética de la sustracción con los dedos, pero al efectuarla con las piezas de los bloques encajables, es capaz de identificar que se ha equivocado y modifica su respuesta.
- 12. Intenta resolver la operación aritmética de la adición a través del cálculo mental, pero al efectuarla con las piezas de los bloques encajables, es capaz de identificar que se ha equivocado y modifica su respuesta.
- 13. Resuelve la operación aritmética de la sustracción obviando visualmente las piezas de los bloques encajables que debe quitar, y contando el resto.
- 14. Realizar la suma con las piezas de los bloques encajables como material manipulativo de ayuda, le permite comprobar si ha efectuado la operación con éxito.
- 15. Realizar la resta con las piezas de los bloques encajables como material manipualtivo de ayuda, le permite comprobar si ha efectuado la operación con éxito.

Fuente: Elaboración propia.

Centrándose en los ítems, debe ser comentado que el ítem 1 determina el conocimiento de los discentes sobre los signos numéricos y la cantidad que éstos expresan. El 2 y el 3 evalúan si lo niños y niñas comprenden el significado de las operaciones aritméticas de adición y sustracción, así como las acciones que éstas requieren para su resolución. Por lo que respecta a los ítems 4, 6, 8, 10, y 12, valoran las diferentes estrategias que el alumnado puede desarrollar para resolver las sumas; mientras que el 5, 7, 9, 11 y 13 analizan las técnicas empleadas para la resolución de las sustracciones. Por último, los ítems 14 y 15 inciden en la utilidad e idoneidad del material empleado para la ejecución de la tarea por los participantes.

Según los resultados extraídos a partir de dichos ítems, se podría considerar que la actividad se desarrolló con éxito, ya que todos los escolares lograron resolver el ejercicio. En cuanto al material, de acuerdo con las observaciones efectuadas, se podría afirmar que la ruleta despertó un interés y atracción, que incidieron en la motivación por participar en la tarea. Igualmente, se puede resaltar que al efectuar las operaciones de la adición y sustracción con las piezas de los bloques encajables, los discentes pudieron comprender las acciones asociadas a estas transformaciones aritméticas, esto es, restar supone quitar, mientras que sumar significa añadir.

Respecto a las diferentes estrategias que los niños y niñas emplearon en la realización de la tarea. En primer lugar, en cuanto a la adición, son tres las estrategias utilizadas: el empleo directamente de las piezas de los bloques encajables para resolver la operación; el uso de los dedos para hallar la solución y, a continuación, la ejecución de la suma con el material manipulativo para comprobar la respuesta dada; y por último, el cálculo mental y la verificación del resultado, a posteriori, con los bloques. En este sentido, es importante matizar que estas tres estrategias fueron utilizadas, aproximadamente, por la misma cantidad de participantes.

En segundo lugar, en lo referente a la resta, se utilizaron las mismas técnicas que en la anterior transformación aritmética, pero además, se empleó otra diferente. Ésta consistió en obviar visualmente las piezas que debían sustraerse y contar el resto para hallar la respuesta. Asimismo, cabe destacar que en la sustracción, el número de alumnos que empleaban el cálculo mental para resolver la operación, disminuyó notablemente, encontrando únicamente dos casos; mientras que en el resto de estrategias no se pudieron discernir diferencias significativas en su uso.

Por último, en el desarrollo de esta actividad se pudo observar un interés por parte de los discentes hacia el empleo de otras estrategias que no fuesen las piezas de los bloques encajables, como son los dedos o incluso el cálculo mental, aunque, a veces, cometían errores en los resultados, debido al poco domino de la nueva estrategia utilizada. Sin embargo, como luego comprobaban la solución mediante el conteo de las piezas de los bloques encajables, ésta podía ser rectificada por ellos mismos.

5. CONCLUSIONES

En términos generales y basándonos en los resultados obtenidos, por un lado, se podría determinar que la implementación de una unidad didáctica basada en el método ABN ha conseguido desarrollar el sentido numérico en el grupo de participantes con el que se ha llevado a cabo la investigación. Así, a través de todas las actividades, a excepción de la tarea "¿Qué número esconderá?", se ha conseguido que los discentes aumenten su conocimiento sobre los números, el tamaño de éstos, su representación..., así como que desarrollen percepciones acertadas sobre los efectos de las operaciones, y empleen este conocimiento para razonar de un modo más complejo, orientado todo ello, hacia un aumento de la competencia matemática. Por lo tanto, de acuerdo con esto, el primer objetivo del presente trabajo se ve cumplido, a saber: analizar el desarrollo del

sentido numérico en un aula concreta de cinco años tras la implementación de una unidad didáctica basada en el método ABN.

Por otro lado, tal y como se muestra en los resultados extraídos, en lo referente a la diversificación de estrategias desarrolladas por los escolares en cada una de las tareas propuestas, se podría afirmar que la enseñanza de las matemáticas basada en los algoritmos ABN consigue un mejor rendimiento de todos los sujetos, incluso de aquellos con un ritmo de aprendizaje más lento. Esta realidad se podría atribuir al hecho de que las actividades planteadas desde esta innovadora metodología no imponen un único camino para alcanzar la solución, sino que cada infante escoge aquel que más se adecua a sus necesidades. Por lo tanto, en un mismo grupo de alumnos, se puede encontrar algunos niños y niñas capaces de establecer relaciones y combinaciones con signos numéricos, mientras que otros precisan de un material físico para poder llevar a cabo estas acciones. En este sentido, se podría considerar que el segundo objetivo de esta investigación teórica-práctica: "valorar si la enseñanza de la numeración y la aritmética básica, mediante una propuesta didáctica basada en el método ABN, consigue adaptarse a las diferentes estrategias y ritmos de aprendizaje de un alumnado determinado de cinco años", también se ve cumplido.

En lo relativo a las limitaciones del estudio, conviene destacar:

- La escasez de tiempo, ya que el período para la realización de la investigación ha sido aproximadamente de tres semanas, impidiendo, por lo tanto, abarcar el trabajo con la profundidad necesaria para poder extraer conclusiones generalizables. No obstante, éste sí que puede ser útil como punto de partida para futuras investigaciones.
- La insuficiente literatura científica existente en la base de datos, es decir, la
 escasez de artículos científicos sobre la temática de este estudio.
 Consecuentemente, la mayor parte de datos e investigaciones citados en el
 trabajo proceden de un mismo autor, Jaime Martínez Montero, creador y
 fundador del método ABN.
- La imposibilidad de contrastar los resultados de la investigación entre un grupo experimental y otro de control, lo cual permitiría extraer unas conclusiones más significativas sobre las ventajas del método ABN y del método tradicional de enseñanza de las matemáticas.

Para finalizar, es relevante comentar que, relacionadas con el estudio realizado, se plantean las siguientes futuras líneas de trabajo:

- Analizar las repercusiones en los resultados de la competencia matemática de las pruebas Pisa tras el estudio de las matemáticas mediante el método ABN.
- Estudiar los aspectos motivacionales de los discentes en el proceso de aprendizaje de las matemáticas durante la implementación en el aula de la metodología ABN.
- Investigar, desde la etapa de Educación Infantil hasta la Educación Secundaria
 Obligatoria, en un grupo amplio de participantes, el impacto escolar del empleo de la metodología basada en algoritmos ABN.

BIBLIOGRAFÍA Y OTRAS REFERENCIAS

- Ablewhite, R. C. (1971). Las matemáticas y los menos dotados. Madrid: Morata.
- Adamuz, N., y Bracho, R. (2014). Algoritmos flexibles para las operaciones básicas como modo de favorecer la inclusión social. *Revista Internacional de Educación para la Justicia Social*, 3(1), 37-53.
- Allepuz, A. (2010). La asimilación de experiencias problemáticas a través de narrativas: un estudio de caso. (Tesis de postgrado). Universitat de València, Valencia.
- Baroody, A. J. (1988). El pensamiento matemático de los niños. Madrid: MEC-Visor.
- Castro, E. (2006). Competencia matemática desde la infancia. Rev. Pensamiento Educativo, 39 (2), 119-135.
- Castro, E., Rico, L., y Castro, E. (1987). Números y operaciones. Fundamentos para una aritmética escolar. Madrid: Síntesis.
- Chamorro, M. C. (Coord.) (2005). Didáctica de las matemáticas. Colección Didáctica Infantil. Madrid: Pearson-Prentice Hall.
- Cicourel, A. V. (1982). El método y la medida en Sociología. Madrid: Editora Nacional.
- Conselleria d'Educació. (2008). DECRETO 38/2008, de 28 de marzo, del Consell, por el que se establece el currículo del segundo ciclo de la Educación Infantil en la Comunitat Valenciana. València: Diari oficial de la Comunitat Valenciana.
- Córdoba, A. I., Descals, A., y Gil, M.D. (2006). *Psicología del Desarrollo en la Edad Escolar*. Madrid: Pirámide.
- De la Rosa, J. M. (2010). Secuencias de ejercicios para la adquisición de los primeros niveles de la cadena numérica II [Mensaje en un blog]. Recuperado el día 1 de Junio de 2016 de http://www.actiludis.com/?p=21941
- De la Rosa, J. M. (2015). Secuencia numeración ABN en Infantil 3 años [Mensaje en un blog]. Recuperado el día 1 de Junio de 2016 de http://www.actiludis.com/?p=57496
- Dickson, L., Brown, M., y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: MEC-Labor.
- García, R. (2015). La competencia matemática en las evaluaciones PISA. En AIDIPE (Ed.), *Investigar con y para la sociedad* (Vol. 2, pp. 1247-1255). Cádiz: Bubok Publishing S.L. Recuperado el día 22 de Abril de 2016 de http://aidipe2015.aidipe.org

- Gelman, R. y Gallistel, C. R. (1978). *The Child's Understanding of Number*. Cambridge: Harvard University Press.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2003) Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática. Recuperado el día 23 de Mayo de 2016 de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1 Fundamentos.pdf
- Gómez, B. (1999). El futuro del cálculo. *Uno*, 22, 20-27.
- González, M. J. (1997). *Metodología de la investigación social. Técnicas de recolección de datos*. Alicante: Aguaclara.
- Infantil Huetor Santillan. (2013). Seguimos con la lógica matemática [Mensaje en un blog]. Recuperado el día 1 de Junio de 2016 de http://saltanmisranas.blogspot.com.es/2013/05/desarrollo-y-mejora-de-la-inteligencia.html
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2014). PISA 2012: Resolución de problemas de la vida real. Resultados de Matemáticas y Lectura por ordenador. Informe Español. Versión preliminar. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Maier, E.A. (1987). Basic Mathematical Skills or School Survival Skill? *Teaching Children Mathematics*, 2, art3.
- Martínez, J. (1995). Los problemas aritméticos elementales verbales de una etapa, desde el punto de vista de las categorías semánticas, en los cursos 3°, 4° y 5° de EGB/Primaria (Tesis doctoral). UNED, España.
- Martínez, J. (2001). Los efectos no deseados (y devastadores) de los métodos tradicionales de aprendizaje de la numeración y de los algoritmos de las cuatro operaciones básicas. *Epsilon*, 49, 13-26.
- Martínez, J. (2010). Algoritmos ABN. El cálculo del futuro. *Clave XXI. Reflexiones y experiencias en educación*, 2. Recuperado el día 20 de Febrero de 2016 de http://www.clave21.es/files/articulos/AlgoritmosABN.pdf
- Martínez, J. (2010). Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales. Madrid: Wolters Kluwer.
- Martínez, J. (2011) El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón*, 63(4), 95-110.

- Martínez, J., y Sánchez, C. (2011). Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en la Educación Infantil. Madrid: Wolters Kluwer.
- Martínez, J., y Sánchez, C. (2013). *Resolución de problemas y método ABN*. Madrid: Wolters Kluwer.
- Maza, C. (1989). Sumar y restar. Madrid: Visor.
- NCTM. (2000). Principios y estándares para la educación matemáticas. Granada: SAEM Thales.
- Ruíz, Y. M. (2011). Aprendizaje de las matemáticas. *Temas para la educación. Revista digital para profesionales de la enseñanza*, (14). Recuperado el día 30 de Mayo de 2016 de https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd8451.pdf
- Servais, W. (1980). Humanizar la enseñanza de la matemática. *Revista de Bachillerato*, 13 (4), 3-22.
- Sowder, J. (1992). Estimation and Number Sense. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-389). New York: Macmillan Publishing Company and NCTM.
- Treffers, A., De Moor, E., y Feijs, E. (1989). Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel I. Overzicht einddoelen [Diseño de un programa nacional para la educación matemática en las escuelas primarias. Parte I. Perspectiva general de las metas]. Tilburg: Zwijsen.
- VV. AA. (2007). Aprender matemáticas. Metodología y modelos europeos. Madrid: S.P. del MECD.

ANEXOS

ANEXO 1. CONTENIDOS PROPUESTOS POR EL MÉTODO ABN PARA LA ETAPA DE EDUCACIÓN INFANTIL

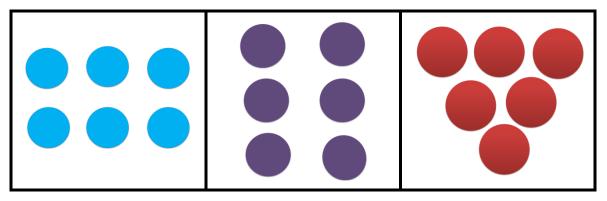
Subitización Estimación **CANTIDAD** Sentido del Iniciación al conteo Signos y sistema de numeración Introducción de la decena DIDÁCTICA DE LA **NUMERACIÓN** Composición y **ESTRUCTURA** descomposición Relación y representación Ordenación y comparación Suma o adición TRANSFORMACIONES **ARITMÉTICAS** Resta o sustracción Multiplicación y división

Figura 1. Esquema de los contenidos matemáticos para la etapa de Educación Infantil

ANEXO 2. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA SUBITIZACIÓN

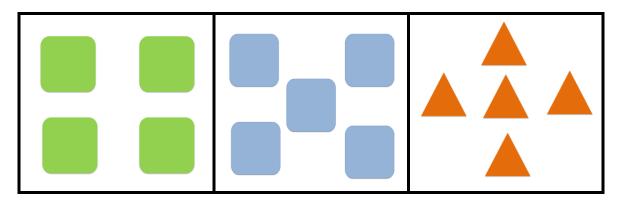
Ejemplo de la secuencia didáctica de enseñanza-aprendizaje que se deberá seguir en la actividad de subitización con una colección formada por seis elementos.

1. Presentación de configuraciones fijas por cada número, con sus variantes.

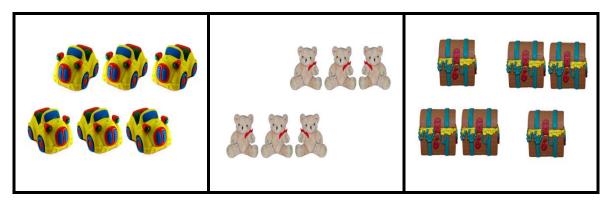


Fuente: Elaboración propia.

2. Presentación combinada de configuraciones fijas, pertenecientes a los números que se hayan estudiado.

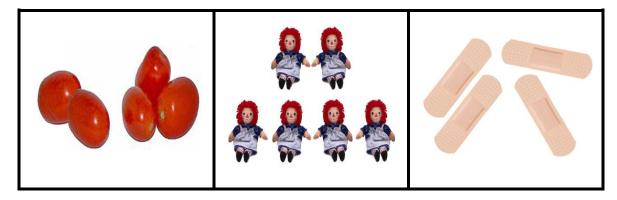


3. Presentación de configuraciones difusas.



Fuente: Elaboración propia.

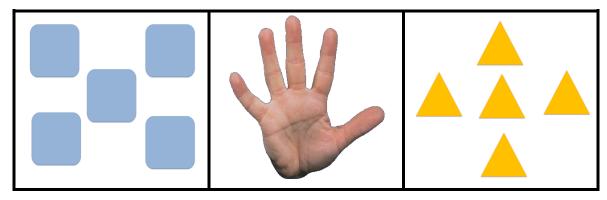
4. Presentación combinada de configuraciones difusas, pertenecientes a números distintos.



ANEXO 3. PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA ESTIMACIÓN

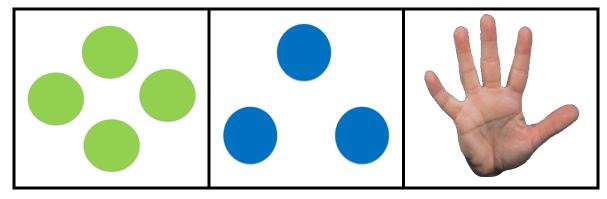
Ejemplo de la secuencia didáctica de enseñanza-aprendizaje que se deberá seguir en la tarea de estimación con una colección formada por cinco elementos.

1. Presentación de configuraciones básicas por cada número, con sus variantes.



Fuente: Elaboración propia.

2. Presentación combinada de configuraciones básicas, pertenecientes a los números que se hayan estudiado.

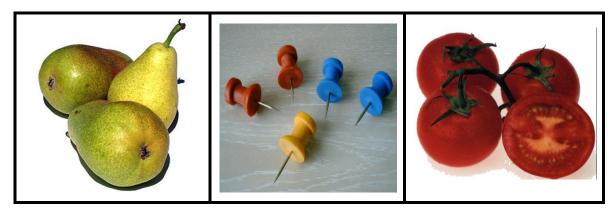


Fuente: Elaboración propia.

3. Presentación de configuraciones difusas.



4. Presentación combinada de configuraciones difusas, pertenecientes a números distintos.



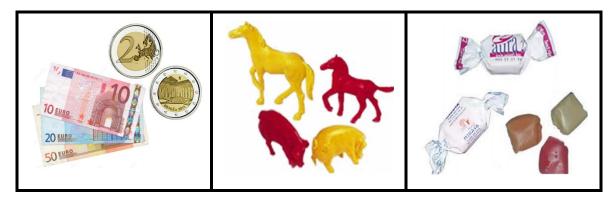
Fuente: Elaboración propia.

5. Identificación, entre colecciones con elementos desordenados, del que se corresponde con el cardinal de una configuración básica.



Fuente: Elaboración propia.

6. Presentación combinada de conjuntos dentro de los cuales se pueden establecer otras colecciones más pequeñas en función de los rasgos externos de los elementos.



Fuente: Elaboración propia.

7. Exposición combinada de conjuntos con elementos indiferenciados.

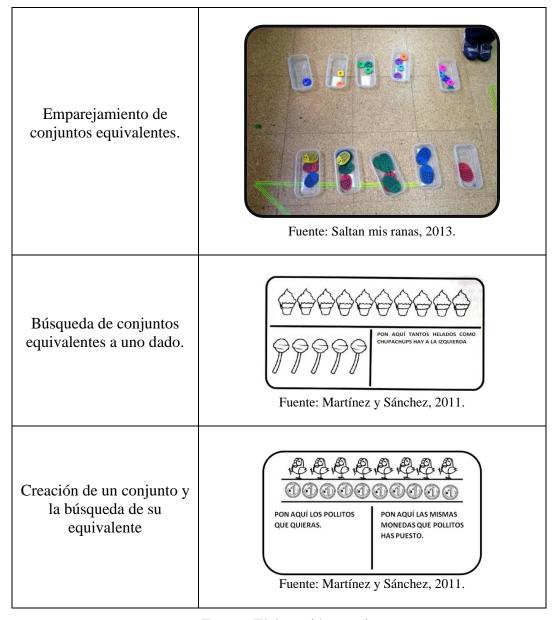


ANEXO 4. SECUENCIA DE APRENDIZAJE DEL SENTIDO DEL NÚMERO

Ejemplo de una secuencia didáctica basada en el método ABN para trabajar el sentido del número.

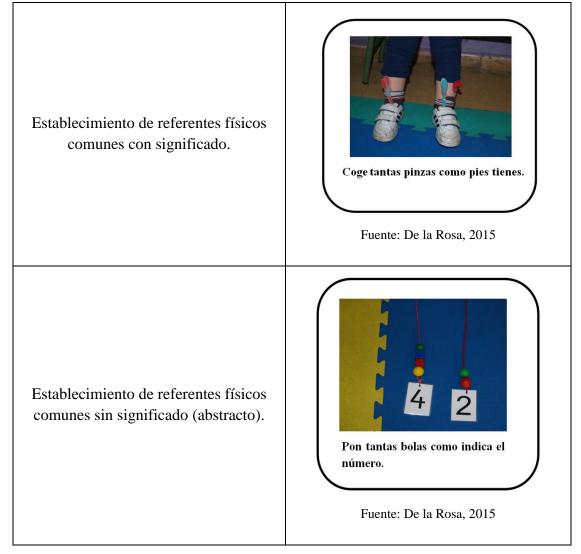
1. Búsqueda de conjuntos equivalentes. Existen tres tipos de actividades adecuadas para desarrollar esta fase: el emparejamiento de conjuntos equivalentes, la búsqueda de conjuntos equivalentes a uno dado y, la creación de un conjunto y la búsqueda de su equivalente.

Tabla 11. Actividades para trabajar la búsqueda de conjuntos equivalentes.



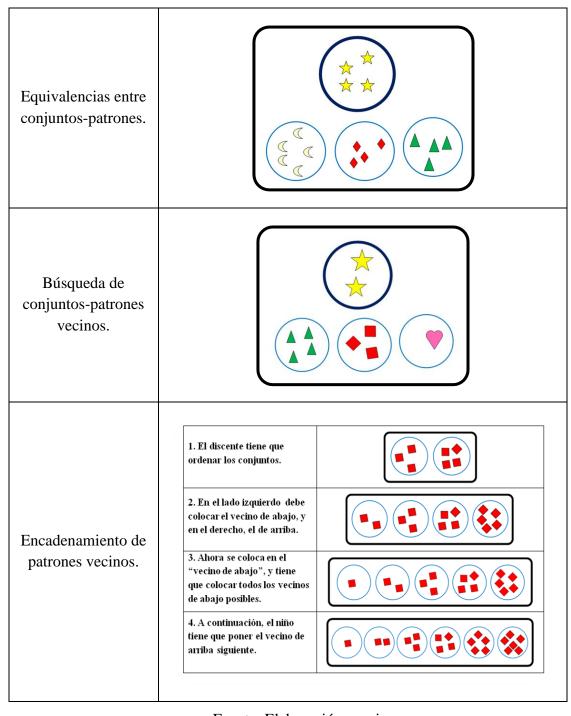
2. Establecimiento de un patrón físico. Consiste en la búsqueda de un patrón que simbolice cualquier conjunto de un número concreto de elementos. Para ello, primero, se deben emplear referentes físicos comunes con significado y, a posteriori, sin significado. De modo que el proceso de abstracción se lleve a cabo de forma progresiva.

Tabla 12. Ejemplos de actividades que se pueden realizar para trabajar el establecimiento de un patrón físico.



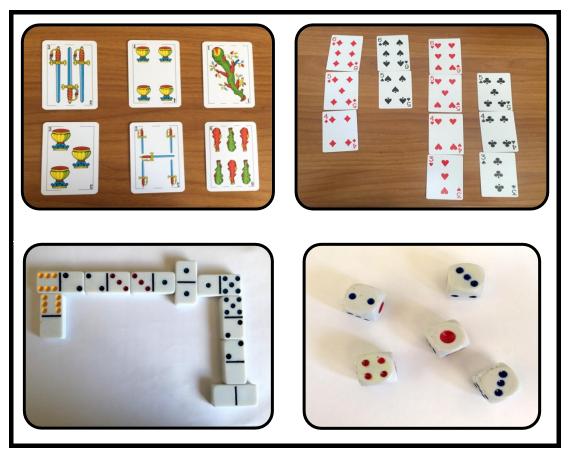
3. Ordenamiento de patrones. Para que el escolar pueda realizar este tipo de ejercicios debe dominar sin problemas los anteriores. En este nivel se empezará estableciendo equivalencias entre conjuntos-patrones, a continuación, se trabajará la búsqueda de conjuntos-patrones vecinos, y por último, se abordarán los encadenamientos de patrones vecinos.

Tabla 13. Secuencia que debe seguirse en las actividades de ordenamiento de patrones y ejemplos de ejercicios.



4. Variedad de apariencia en patrones.

Ilustración 1. Ejemplos de patrones con distintas apariencias.



Fuente: Elaboración propia.

5. Aplicación de la cadena numérica.

Ilustración 2. Ejemplo de la aplicación de la cadena numérica en el conteo.

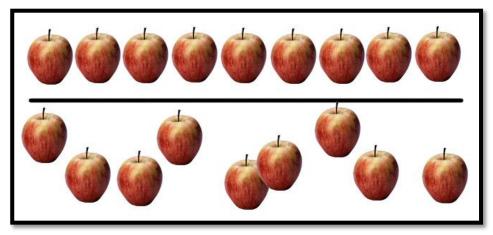


ANEXO 5. LA DISPOSICIÓN DE LOS OBJETOS PARA CONTAR

Ejemplo de la sucesión en la disposición de los objetos para el conteo propuesta desde el método ABN.

1. Los objetos deben estar alineados y queda claro cuál es el principio y el final.

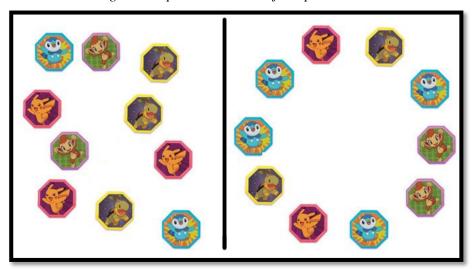
Ilustración 3. Primera disposición de los objetos para contar.



Fuente: De la Rosa, 2010.

2. Los elementos de los conjuntos están también alineados, pero es el alumno quien determina cuál es el principio y el fin.

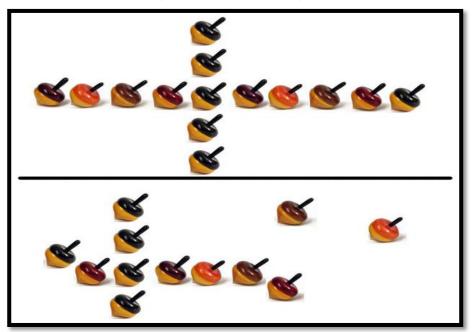
Ilustración 4. Segunda disposición de los objetos para contar.



Fuente: De la Rosa, 2010.

3. Los objetos están dispuestos en alineaciones que se cruzan en sentido horizontal y vertical, con un elemento común. Además queda explícito cuál es el principio y el final.

Ilustración 5. Tercera disposición de los objetos para contar.



Fuente: De la Rosa, 2010.

4. Los elementos aparecen totalmente desordenados.

Ilustración 6. Cuarta disposición de los objetos para contar.



Fuente: De la Rosa, 2010.

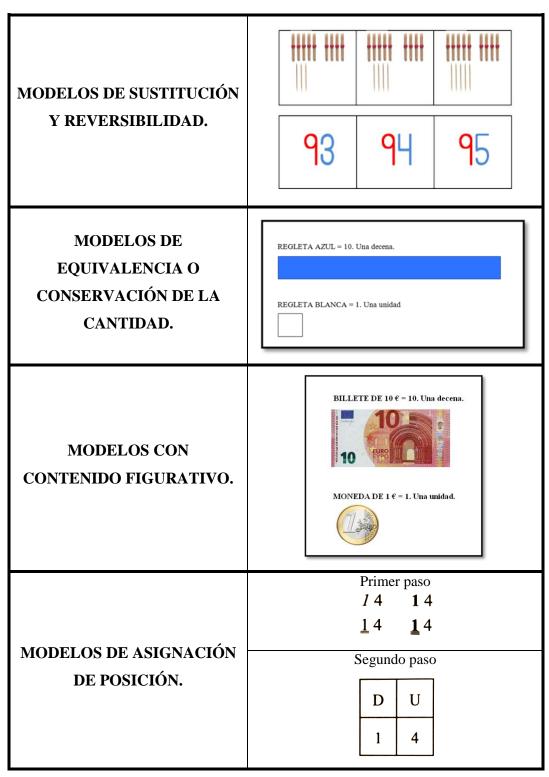
ANEXO 6. LAS ETAPAS DE REPRESENTACIÓN DE LOS CARDINALES

Tabla 14. Las cuatro etapas desde la simbolización de los cardinales hasta su expresión en una grafía.

PRIMERA ETAPA: Representación figurativa. El alumno reconoce conjuntos representados con objetos reales y es capaz de contarlos.	
SEGUNDA ETAPA: Representación simbólica. Se diferencia de la etapa anterior en que las colecciones de objetos son representadas mediante símbolos.	
TERCERA ETAPA: Representación símbolo-signo. Se unen los símbolos con los signos, pues aparecen las grafías de los números conteniendo tantos símbolos como la cantidad expresada por el signo numérico.	
CUARTA ETAPA: Representación por signos. Supone la representación gráfica de los números mediante sus signos.	

ANEXO 7. MODELOS METODOLÓGICOS PARA LA REPRESENTACIÓN DE LA DECENA EN EL SISTEMA NUMÉRICO DECIMAL

Tabla 15. Los cuatro modelos para la transición a la representación de la decena en el sistema numérico decimal.



$\bf ANEXO$ 8. EJEMPLOS DE ACTIVIDADES PARA TRABAJAR EL REPARTO PROPORCIONAL

Ilustración 7. Actividad para trabajar el concepto de doble con palillos.

Se añade	Van	Se añaden	Van		
	1			2	
	2			4	
	3			6	
	1411	1	88 88 88 88	8	

Fuente: Martínez y Sánchez, 2011.

Ilustración 8. Actividad para trabajar el concepto de doble con números.

Se añade	Van		Se añaden	Van		
•	•	1	••	••	2	
•	••	2	••	••••	4	
•	•••	3	••	•••••	6	
•	••••	4	••			
•	••••	5	00			
•		6	••			

Ilustración 9. Actividad para trabajar el concepto de mitad con fichas.

POR CADA DOS GALLETITAS QUE LE HE DADO AL GATO, LE HE DADO UNA SOLA AL HÁMSTER							
GALLETAS DEL GATO	GALLETAS DEL HÁMSTER						
••••	ί?						
•• ••							
•••••	ί?						
•• •• ••							
•••••	ί?						
• •• •• •• ••							
•••••	ζ?						
•• •• •• ••							

ANEXO 9. EJEMPLOS DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS PARA TRABAJAR EL REEQUILIBRIO DE REPARTOS

"Andrés y Aarón se han repartido seis canicas. Luego ha llegado su amiga Alba, y han tenido que darle canicas para que todos tengan el mismo número. ¿Con cuántas canicas se ha quedado cada uno?" (Martínez y Sánchez, 2011, p.189).

Ilustración 10. Actividad para trabajar el reequilibrio de repartos con fichas.

ANDRÉS		AARÓN				
•••	•••					
Ahora viene Alba. Andrés le da una canica.						
ANDRÉS	AAR	ÓN	ALBA			
••	•••		•			
Aarón le da otra.	Ya tienen todo	s el mismo nú	imero de canicas.			
ANDRÉS	AAR	ÓN	ALBA			
••	•	••				

Fuente: Martínez y Sánchez, 2011.

Ilustración 11. Actividad de reequilibrio de repartos para abordar el múltiplo común 8 y los divisores 2 y 4.

MÚLTIPLO COMÚN: 8. DIVISORES: 2 Y 4.						
Juani y Pepi se reparten en partes iguales 8 pulseras. ¿Cuántas tiene cada una?	•••••					
Ahora llegan Vanesa y Luis. Vuelven a repartirse las pulseras y todos tienen las mismas. ¿Cuántas les corresponden a cada uno?						

ANEXO 10. EJEMPLOS DE ACTIVIDADES DE BISECCIÓN DE NÚMEROS

a) BISECCIÓN SOBRE LA RECTA NUMÉRICA

Primera etapa o fase:

1. En la recta numérica se le indica al escolar que señale el número seis. A continuación, ha de marcar el número que esté tres lugares antes y tres lugares después.

Ilustración 12. Ejemplo de la primera fase de los ejercicios de la bisección de números en la recta numérica.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		X			X			X			

Fuente: Martínez y Sánchez, 2011.

Segunda etapa o fase:

2. En la recta numérica se le dice al alumno que marque el número seis y el dos. Seguidamente, debe encontrar el cardinal que esté a la misma distancia que el seis lo está del dos, pero en la otra dirección.

Ilustración 13. Ejemplo de la segunda fase de los ejercicios de la bisección de números en la recta numérica.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	X				X				X		

Fuente: Martínez y Sánchez, 2011.

Tercera etapa o fase:

3. En la recta numérica el discente debe señalar el 7 y el 15. Después, tiene que ir probando para encontrar el número que equidista de ambos.

Ilustración 14. Ejemplo de la tercera fase de los ejercicios de la bisección de números en la recta numérica.

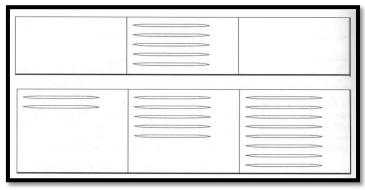
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
						X				X				X

b) BISECCIÓN CON MATERIAL DISCONTINUO

Primera etapa o fase:

1. Hay cinco palillos en el centro. Pon, a la izquierda, un conjunto que tenga tres palillos menos, y a la derecha otro que tenga tres palillos más.

Ilustración 15. Ejemplo de la primera fase de los ejercicios de la bisección de números con palillos.

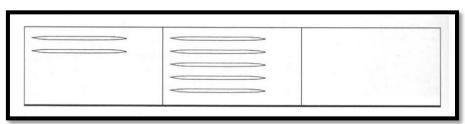


Fuente: Martínez y Sánchez, 2011.

Segunda etapa o fase:

2. En el ejercicio anterior una niña se ha llevado los palillos de la casilla de la derecha. Ponlos tú.

Ilustración 16. Ejemplo de la segunda fase de los ejercicios de la bisección de números con palillos.



Fuente: Martínez y Sánchez, 2011.

Tercera etapa o fase:

3. ¿Cuántos palillos deben ir al centro? Ponlos tú.

Ilustración 17. Ejemplo de la tercera fase de los ejercicios de la bisección de números con palillos.



c) BISECCIÓN CON SÍMBOLOS NUMÉRICOS

Ilustración 18. Ejemplos de ejercicios de bisección de números son símbolos numéricos.

• ¿Qué número está a la misma distancia de dos números dados?

¿Qué número está a la misma distancia							
del 2 y del 6?	del 3 y del 7?	del 4 y del 8?					
del 5 y del 9?	del 6 y del 10?	del 1 y del 7?					
del 2 y del 8?	del 3 y del 9?	del 4 y del 10?					

• En las siguientes series, escribe el número que falta. Está a la misma distancia del primero que del segundo.

1 5	1 7	1 9	2 6
2 8	2 10	3 9	3 11

ANEXO 11. ESTRATEGIAS DE ABREVIACIÓN

a) REDONDEO. Se trata de manipular los sumandos para transformarlos en otros que faciliten un cálculo más sencillo y rápido. Por ejemplo:

$$19 + 15 \implies 20 + 14 = 34$$

- **b) COMPENSACIÓN.** Consiste en, cuando uno de los sumandos rebasa la decena en muy poco o, por el contrario, le falta poco para llegar a la decena siguiente, sumarle o restarle las unidades necesarias para convertirlo en una decena completa, con el fin de operar con ésta. Posteriormente, se realizan los ajustes correspondientes para obtener el resultado exacto. Por ejemplo:
 - Compensación añadiendo: $18 + 37 \Rightarrow 20 + 37 = 57 \Rightarrow 57 2 = 55$.
 - Compensación quitando: $31 + 17 \Rightarrow 30 + 17 = 47 \Rightarrow 47 + 1 = 48$.

ANEXO 12. UN EJEMPLO DE TABLA DE SUMAR

Tabla 16. Tabla de sumar propuesta desde el método ABN.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

ANEXO 13. EJEMPLOS DE LAS ESTRATEGIAS ESPONTÁNEAS DE SUSTRACCIÓN QUE NO REQUIEREN MANIPULACIÓN DIRECTA

- **1.** Contar hacia atrás, desde el minuendo, tantas como indica el sustraendo. Por ejemplo, si a nueve le quito cuatro, el discente identifica un dedo con el nueve y, seguidamente, cuenta cuatro hacia atrás, señalando un dedo cada vez que cuenta.
- **2.** Contar hasta llegar al sustraendo. Verbigracia, si tengo 10 caramelos y me voy a comer 6, ¿cuántos me quedarán? El alumno piensa en 10 y luego, va contando dedos: 9, 8, 7, 6. Ya ha llegado. Ha contado 4 dedos.
- **3. Contar hacia adelante, desde el sustraendo hasta el minuendo.** Es el proceso más natural, ya que implica seguir el procedimiento más rápido y efectivo de conteo. No obstante, puede llegar a ser más costoso si existe una gran distancia entre minuendo y sustraendo. Por ejemplo, si tengo ocho euros, pero le doy cinco a María, ¿cuántos me quedarán? El escolar puede contar, fácilmente, desde cinco hasta ocho señalando un dedo cada vez que cuenta, para hallar la respuesta.

ANEXO 14. MULTIPLICACIÓN DE DOS POR CUALQUIER NÚMERO

Ejemplos en la secuencia didáctica de enseñanza-aprendizaje de la multiplicación de dos por cualquier número.

- 1. Multiplicar dos por cualquier número, ejemplificando los ejercicios con las propias partes del cuerpo del alumno:
 - ¿Cuántos pies tiene una madre?, ¿Y dos?, ¿Y tres?...
- 2. Dividir cualquier cardinal entre dos:
 - ¿Cuántas madres necesitamos para tener 8 pies?, ¿Y para tener 10?...
- 3. Generalización de las actividades anteriores a diversos objetos:
 - Hay 12 guantes, ¿cuántos niños hay?
 - ¿Cuántos zapatos hay en clase si somos 10 niños y niñas?
- 4. Utilización de números no pares, con el fin de hallar el resto y saber cómo calcular con él:
 - Hay 5 calcetines, ¿cuántas niñas se van a poder poner calcetines?, ¿Sobrará algún calcetín?

ANEXO 15. PRODUCTOS Y DIVISIONES POR 5

Ejemplos en la progresión didáctica recomendada desde el método ABN para la enseñanza de los productos y divisiones por 5.

1. Aprender a contar de cinco en cinco, hacia delante y hacia atrás.

2. Aprender los productos de cinco:

• ¿Cuántos dedos tiene un pie?, ¿Y dos?, ¿Y tres?...

3. Aprender los cocientes de cinco:

• ¿Cuántos pies hay si tenemos 5 dedos?, ¿Y si tenemos 10?, ¿Y si tenemos 15?...

4. Generalizar el proceso a otros objetos:

- La profesora ha comprado 3 paquetes de 5 lápices, ¿cuántos lápices ha comprado en total?
- Cada compañero tiene 5 caramelos y en total hay 20; ¿cuántos niños o niñas tienen caramelos?

5. Emplear cualquier número, con el fin de hallar el resto y saber cómo operar con él:

- Un abuelo tiene 17 euros para repartir entre sus 5 nietos. ¿Cuántos euros le va a dar a cada uno?, ¿Cuántos euros le sobrarán?
- Paula tiene 13 chucherías. ¿A cuántos amigos le va a poder dar 5 chucherías? Y si viene un amigo más, ¿cuántas chucherías más necesitará?

ANEXO 16. LAS SITUACIONES DE LA MULTIPLICACIÓN Y LA DIVISIÓN

Ejemplos de las cuatro situaciones que pueden ser formalizadas por un producto o una división en la etapa de Educación Infantil.

1. El producto como suma de sumandos iguales:

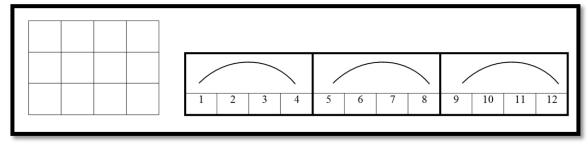
 Si a un niño le dan cuatro euros cada día, ¿cuántos euros tendrá en cuatro días?

2. El producto comparativo:

 Claudia tiene dos caramelos y Paula tiene tres veces más. ¿Cuántos caramelos tiene Paula?

3. El producto como enrejado:

Ilustración 19. Ejemplo para trabajar el producto como enrejado con la recta numérica.



Fuente: Elaboración propia.

- ¿Cuántas casillas tiene la primera fila?
- ¿Cuántas filas hay?
- ¿Cuántas fichas necesitaremos para rellenar todas las casillas?

4. La división como partición y como cuotición.

a) DIVISIÓN COMO PARTICIÓN O REPARTO:

• Si la maestra tiene 12 ceras y las tiene que repartir entre cuatro niños, ¿cuántas ceras tendrá cada alumno?

b) DIVISIÓN COMO CUOTICIÓN O AGRUPACIÓN:

• ¿A cuántos amigos le podemos dar 3 chocolatinas si tenemos 18 en total?

ANEXO 17. EL MÉTODO DE ALGORITMOS ABIERTOS BASADOS EN NÚMEROS (ABN) FRENTE AL MÉTODO TRADICIONAL CERRADO BASADO EN CIFRAS (CBC)

Tabla 17. Tabla comparativa entre el método ABN y el método tradicional de enseñanza de las matemáticas.

MÉTODO DE ALGORITMOS ABIERTOS BASADOS EN NÚMEROS (ABN)	MÉTODOS TRADICIONALES CERRADOS BASADOS EN CIFRAS (CBC)				
Concepción constructivista de la enseñanza de las matemáticas:	Concepción idealista-platónico de la enseñanza de las matemáticas:				
- Construcción de los conceptos con materiales manipulativos y a partir de las propias vivencias de los niños y niñas, dándole sentido así a las matemáticas (Godino, Batanero y Font, 2003).	- No se pueden aplicar las matemáticas si no se cuenta con un buen fundamento matemático, el cual se plantea como algo ya existente, con unos procedimientos fijados y estáticos, donde no hay nada que inventar (Godino, Batanero y Font, 2003).				
Aprendizaje de las matemáticas según la <i>Teoría cognitiva</i> : - El conocimiento significativo, el cual implica intuición y comprensión, debe elaborarse desde dentro mediante la propia acción del alumno (Ruiz, 2011).	Aprendizaje de las matemáticas según la <i>Teoría de la absorción</i> : - El conocimiento se mide por la cantidad de información memorizada y los nuevos contenidos, que se presentan ya construidos, se aprenden a través de la reiteración de actividades o copia de información (Ruiz, 2011).				
Se trata de un método natural que enlaza, directamente, con la espontaneidad e intuición del cerebro a la hora de procesar los cálculos y tratar las realidades numéricas (Martínez y Sánchez, 2011).	Es un cálculo ciego y memorístico, en el que se resuelven las operaciones sin posibilidad de reflexión, manipulación ni contrastación (Martínez y Sánchez, 2011).				
Se trabaja con números completos, no con cifras (Martínez y Sánchez, 2011).	Se trabaja con cifras, no con números (Martínez y Sánchez, 2011).				

Se trabaja la intuición aritmética con cantidades y objetos y, una vez sistematizada esta intuición, a posteriori se aprende la aritmética simbólica (Martínez y Sánchez, 2011).	Se trata de una metodología en la que todo debe aprenderse basándose en la memorización y la capacidad de repetición, no cabe la intuición del alumno (Martínez y Sánchez, 2011).		
Se abordan las matemáticas con cantidades concretas que el escolar manipula, descubre las reglas, construye los números y las relaciones que se dan entre ellos (Martínez y Sánchez, 2011).	El discente aprende de memoria los números, sus combinaciones básicas, las reglas por las que se resuelven los cálculos, y las aplica ciegamente (Martínez y Sánchez, 2011).		
Permite que los niños y niñas apliquen sus propias estrategias en la resolución de los cálculos (Martínez y Sánchez, 2011).	A todo el alumnado se le exige lo mismo y llevado a cabo del mismo modo (Martínez y Sánchez, 2011).		
Se incide en el sentido numérico, algo que es abierto dinámico, vivo (Sowder, 1992).	Se centra la atención en el número que es algo cerrado, estático y determinado (Martínez y Sánchez, 2011).		
Propicia que las vivencias de los discentes sean la fuente que da sentido a las matemáticas, por lo tanto, los aprendizajes son vividos, comprendidos e interiorizados (Martínez y Sánchez, 2011).	Se trabajan las matemáticas al margen de la experiencia del escolar y del uso de referentes, los cuales podrían ser útiles para mejorar dicho aprendizaje (Martínez y Sánchez, 2011).		
En primer lugar se trabaja con diversidad de materiales manipulables y, a continuación, se aprende la aritmética simbólica mediante fichas, libros de texto y cuadernos de trabajo (Martínez y Sánchez, 2011).	Las fichas, los libros de texto y los cuadernos de trabajo son el principal recurso utilizado (Martínez y Sánchez, 2011).		
Método flexible: las propuestas didácticas basadas en éste permiten adaptarse a las capacidades de los escolares y aprovechan las dotes innatas de los mismos (Martínez y Sánchez, 2011).	Carencia de flexibilidad: el modo tradicional de trabajar los números y operar es totalmente rígido, idéntico para todos, sean cuales sean las capacidades de cálculo de los alumnos (Martínez y Sánchez, 2011).		

ANEXO 18. DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA

a) JUEGOS DE LA ASAMBLEA

Tabla 18. La casita de los amigos del 10.

ACTIVIDAD: LA CASITA DE LOS AMIGOS DEL 10.				
DURACIÓN: 25-30 minutos. ORGANIZACIÓN ALUMNADO:				
	Colectivamente.			
MATERIALES:4	LOCALIZACIÓN:			
-Piezas pequeñas de los bloques encajables. -Tiza.	Aula, en la asamblea.			

DESCRIPCIÓN ACTIVIDAD:

Esta actividad se basa en trabajar la descomposición del número 10 de una manera

manipulativa y divertida para los niños y niñas. Para ello, en primer lugar, se dibujará con una tiza, en el suelo, una casa con diversos pisos, por ejemplo tres, y se dividirá cada uno de éstos en dos viviendas. En segundo lugar, la docente determinará qué número vive en una de las viviendas de cada piso y escribirá su símbolo numérico. Seguidamente, un alumno deberá colocar, dentro de uno de los pisos, la cantidad de bloques encajables que representa el signo

Ilustración 20. La casita de los amigos del 10.



Fuente: Elaboración propia.

numérico escrito por la maestra, así como deberá averiguar quién es el vecino de éste. Pues, al sumar ambos, el resultado debe ser diez, ya que es la casita del 10. El discente, del mismo modo, escribirá el símbolo numérico correspondiente, pero también dejará reflejada la cantidad que éste representa con las piezas encajables, y así sucesivamente.

⁴ *Material:* elemento u objeto que no ha sido diseñado con una intención educativa, pero que se utiliza en una actividad escolar.

Tabla 19. Las torres numéricas.

ACTIVIDAD: LAS TORRES NUMÉRICAS.				
DURACIÓN: 25-30 minutos.	ORGANIZACIÓN ALUMNADO:			
	Colectivamente.			
MATERIALES:	LOCALIZACIÓN:			
- Piezas pequeñas de los bloques encajables.	Aula, en la asamblea.			
RECURSOS: 5				
- Tarjetas con los números del 1 al 10.				

Esta tarea está compuesta por tres tipos de ejercicios. En primer lugar, en el suelo se dispondrán distribuidas al azar unas tarjetas de los números del 1 al 10. De modo que

el alumnado deberá construir, encima de éstas, una Ilustración 21. Las torres numéricas. torre con la cantidad de piezas que cada número represente.

En segundo lugar, la maestra hará desaparecer una de las torres y, a continuación, las restantes se deberán ordenar, ya sea en sentido ascendente o descendente. Una vez ordenadas, los dicentes tendrán que averiguar cuál ha sido la colección de piezas que se ha perdido.

Finalmente, la docente realizará preguntas a los niños y niñas para reflexionar sobre los números y



Fuente: Elaboración propia.

las cantidades que simbolizan, así como para establecer comparaciones entre colecciones de elementos, haciendo uso de las torres que han construido. Por ejemplo:

- Si cogemos la torre 4 y la 6, ¿qué podemos hacer para que sean iguales?
- Si cogemos las torre 7 y 8, ¿cuál es más grande?
- -¿Podrías convertir la torre 5 en la torre 3?

⁵ Recurso didáctico: material diseñado específicamente para el proceso de enseñanzaaprendizaje.

Tabla 20. ¿Qué tengo en el coco?

ACTIVIDAD: ¿QUÉ TENGO EN EL COCO?				
DURACIÓN: 25-30 minutos.	ORGANIZACIÓN ALUMNADO:			
	Colectivamente.			
MATERIALES:	LOCALIZACIÓN:			
- Dos pegatinas.	Aula, en la asamblea.			
RECURSOS:				
- Recta numérica del 0 al 99.				
- Tarjetas con los números del 0 al 99.				

Un niño o niña del aula cogerá, aleatoriamente, una de las tarjetas con los números del 0 al 99, y el resto de compañeros deberá intentar adivinar de qué número se trata. De manera que cada vez que le digan un número al escolar, éste tendrá que contestar si el número que él o ella tiene en las manos es mayor o menor que el nombrado. Así, con el objetivo de facilitar la tarea, sobre todo visualmente, se utilizarán dos pegatinas para ir acotando la franja de la serie numérica en la que se encuentra dicho número. Por ejemplo, al principio una pegatina estará en el 0 y la otra en el 99, pero si un discente dice el veinte y el número de la tarjeta es mayor, la pegatina que estaba en el cero se moverá hasta el veinte.

b) ACTIVIDADES EN EL AULA

Tabla 21. La escalera.

ACTIVIDAD: LA ESCALERA.				
DURACIÓN: 1 hora.	ORGANIZACIÓN ALUMNADO:			
	En 3 pequeños grupos, máximo 8 niños.			
MATERIALES:	LOCALIZACIÓN:			
- 22 Fichas de colores.	Aula, en las mesas de trabajo.			
- 3 Cubiletes.				
- 6 Dados con una numeración del 0 al				
5.				
RECURSOS:				
- Cuerda con cuentas.				
- 3 Tableros del juego "La escalera".				

DESCRIPCIÓN ACTIVIDAD:

Se trata de un juego de mesa en el que cada equipo dispondrá de un tablero, un

cubilete, dos dados y tantas

fichas como miembros haya en el equipo. Así, el juego consistirá en que los escolares lancen los dados, sumen la cantidad que haya salido en ambos, y avancen su ficha tantas casillas como indique la cantidad total de los dados. En este sentido, es importante destacar que la ficha se moverá

Ilustración 22. Tablero del juego "La escalera".

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	<u>42</u>	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
<u>70</u>	71	72	73	74	<u>75</u>	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	<u>92</u>	93	94	95	96	97	98	99 12 12 14

Fuente: Elaboración propia.

según la numeración del tablero (*tabla del cien*). Además, a lo largo del recorrido, habrán diferentes escaleras que unirán casillas, si un jugador cae en una de éstas, se moverá directamente hacia donde la escalera le lleve, ya sea en dirección ascendente o descendente. Finalmente, el jugador que primero consiga llegar a la última casilla (99), será el ganador.

Tabla 22. La tabla del cien.

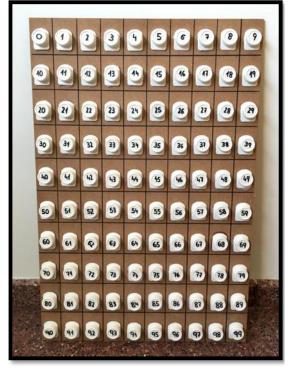
ACTIVIDAD: LA TABLA DEL CIEN.				
DURACIÓN: 30- 45 minutos. ORGANIZACIÓN ALUMNADO:				
	Colectivamente.			
MATERIALES:	LOCALIZACIÓN:			
-La tabla del cien.	Aula, en la asamblea.			

Esta tarea está compuesta por tres tipos de ejercicios, cuya finalidad es que los

niños y niñas reflexionen sobre la tabla del cien y aumenten su conocimiento sobre los signos numéricos y el sistema de numeración decimal. Así pues, en primer lugar, la docente le dirá a cada escolar un número, éste deberá señalarlo en la tabla del cien y cogerlo, así como enunciar a qué familia o decena pertenece.

En segundo lugar, una vez que el alumnado haya cogido el número que se le ha sido asignado, se mezclarán todos. A continuación, la maestra escogerá dos de los números y les preguntará a los discentes cuál es el mayor o cuál es el menor (se irán variando las preguntas), si

Ilustración 23. La tabla del cien.



Fuente: Elaboración propia.

el alumno acierta la respuesta, volverá a colocar dicho número en la tabla del cien.

En tercer lugar, la última actividad que se llevará a cabo consistirá en que la maestra, sin que los niños y las niñas la vean, quitará un número de la tabla del cien y, en este caso, los escolares deberán adivinar de qué número se trata. Si aciertan la respuesta, tendrán que determinar a qué familia o decena pertenece, así como volver a colocarlo en su lugar.

Fuente: Elaboración propia.

92

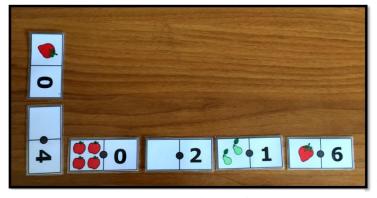
Los diversos ejercicios que se describen se realizarán en 3 sesiones diferentes.

Tabla 23. Jugamos al dominó.

ACTIVIDAD: JUGAMOS AL DOMINÓ.				
DURACIÓN: 1 hora.	ORGANIZACIÓN ALUMNADO:			
	Pequeños grupos, máximo 8 miembros.			
MATERIALES:	LOCALIZACIÓN:			
- 3 Dominós.	Aula, en las mesas de trabajo.			
- Lápiz.				
RECURSOS:				
- Ficha de registro de puntos				

La actividad se basará en jugar al dominó. Sin embargo, se trata de un dominó especial, en el que en una parte de la ficha aparecerá una cantidad del 0 al 6, representada por un conjunto de frutas; mientras que en la otra parte de la ficha habrá una cantidad diferente, expresada mediante un símbolo numérico convencional. De

Ilustración 24. Dominó conjunto-símbolo numérico



Fuente: Elaboración propia.

forma que el juego consistirá en unir la cantidad reflejada por la colección de frutas con su correspondiente signo en la cadena numérica decimal, como se puede observar en la imagen. Por lo tanto, el juego se compondrá de un total de 49 piezas. Cada jugador tendrá

seis fichas y en caso de no poder colocar ninguna, tendrá que pasar turno o coger una de las sobrantes, si las hay.

Además, es importante matizar que cada equipo dispondrá de una hoja de registro. De manera que cuando un jugador gane la partida o, por el contrario, ésta quede cerrada, cada miembro del grupo deberá contar las fichas que le han quedado, y anotarlo en la casilla correspondiente a su nombre. Por último, cabe destacar que como cada equipo de juego poseerá una sola hoja para anotar las puntuaciones, luego se realizarán fotocopias para que cada alumno pueda tener una copia de ello.

Tabla 24. ¿ Qué número esconderá?

ACTIVIDAD: ¿QUÉ NÚMERO ESCONDERÁ?				
DURACIÓN: 1 hora.	ORGANIZACIÓN ALUMNADO:			
	Gran grupo.			
MATERIALES:	LOCALIZACIÓN:			
- Rotulador para pizarra blanca.	Aula, en la asamblea.			
RECURSOS:				
- Tabla del cien plastificada.				
- Tarjetas con los números del 0 al 99.				

Un niño saldrá al medio de la asamblea y cogerá, al azar, una tarjeta con los números del 0 al 99 y el resto de compañeros deberá intentar adivinar de qué número se trata. Para ello, le podrán realizar preguntas que sean respondidas con "sí" o "no". Por ejemplo:

- -"¿El número es de la familia del 10?"
- "¿Está formado por dos cifras?"

Ilustración 25. Jugando a "¿Qué número esconderá?"



Fuente: Elaboración propia.

Así, con el objetivo de facilitar visualmente la solución, se irán tachando en la tabla del cien aquellos números que queden descartados de acuerdo con la respuesta a las preguntas que realiza el alumnado, acercándse de este modo, poco a poco, al número que el infante ha sacado aleatoriamente. Finalmente, el escolar que acierte de qué número se trata, será el siguiente en salir y coger una tarjeta, y así sucesivamente.

Tabla 25. Sumamos las fichas del dominó.

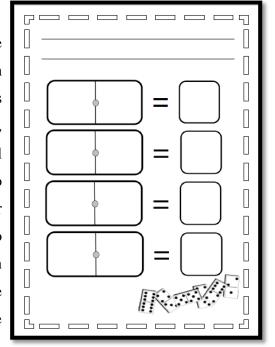
ACTIVIDAD: SUMAMOS LAS FICHAS DEL DOMINÓ.				
DURACIÓN: 1 hora. ORGANIZACIÓN ALUMNADO:				
	Individual.			
MATERIALES:	LOCALIZACIÓN:			
- 4 Juegos del dominó.	Aula, en las mesas de trabajo.			
- Lápiz.				
RECURSOS:				
- Cuerda con cuentas.				
- Fotocopias de la ficha.				

A cada niño y niña se le repartirán, aleatoriamente, cuatro fichas del dominó y una

hoja que deberá completar. En encontrarán cuatro fichas del dominó vacías, de modo que ellos deberán escribir el signo numérico que corresponde a la cantidad que aparece en las piezas del dominó que le han sido asignadas. A continuación, los escolares tendrán que sumar los puntos que hay en total, entre las dos partes de la ficha, y escribir el resultado también en forma de símbolo númerico convencional. En este sentido, por un lado, cabe destacar que las fichas cuyo resultado sea mayor que 10, quedarán descartadas, y por otro lado, es importante recordar que el alumnado podrá hacer uso de la cuerda con cuentas de que dispone para

resolver las operaciones aritméticas.

Ilustración 26. Ficha para la actividad "Sumamos las fichas del dominó"



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 26. La ruleta giratoria.

ACTIVIDAD: LA RULETA GIRATORIA.				
DURACIÓN: 30 – 45 minutos.	ORGANIZACIÓN ALUMNADO:			
	En dos grandes grupos.			
MATERIALES:	LOCALIZACIÓN:			
1 Dado con una numeración del 1 al6.Piezas de los bloques encajables.	Aula, en la asamblea.			
- Pizarra digital.				
RECURSOS:				
- La ruleta giratoria.				

Esta actividad consistirá en realizar operaciones aritméticas en la asamblea de un modo manipulativo y lúdico. En primer lugar, para empezar la tarea, la maestra colocará un número determinado de piezas de los bloques encajables en el centro de la asamblea, y un alumno comenzará el juego lanzando un dado y haciendo girar una ruleta en la que aparece el signo de la adición y de la sustracción. De forma que el discente deberá efectuar aquella operación aritmética que aparezca aleatoriamente al juntar los datos del dado y de la ruleta. Por ejemplo, si sale el signo de la suma y la cantidad tres, el escolar deberá añadir tres bloques más a los que ya había en el centro y contabilizar el total. Así pues, el siguiente niño deberá partir de la cuantía de piezas que ha dejado su compañero al efectuar la operación. Por ello, con el objetivo de que la cantidad de piezas no sea demasiado grande, la ruleta estará formada por los signos de la suma y de la resta intercalados y el alumnado más que girar la ruleta, deberá cambiar la flecha a la casilla siguiente, así las operaciones se irán combinando siempre con un patrón fijo y el número de piezas del centro no aumentará demasiado.

Por último, es importante mencionar que en la pizarra digital habrá proyectada una tabla de tres columnas: nombre, ¿qué hemos hecho? y total. Por lo tanto, cada vez que un niño realice el proceso descrito, deberá completar una fila de la tabla, verbigracia:

- Nombre: Jonathan
- ¿Qué hemos hecho?: + 3
- **Total:** 7 (4 que ya habían en el centro más las 3 que él ha añadido)

ANEXO 19. TEMPORALIZACIÓN DE LOS JUEGOS Y ACTIVIDADES

Tabla 27. Horario de la primera semana de implementación de la propuesta didáctica.

	LUNES 11	MARTES 12	MIÉRCOLES 13	JUEVES 14	VIERNES 15
	Asamblea	Asamblea	Asamblea	Asamblea	Asamblea
9:00-10:00	Juegos asamblea: La casita de los amigos del 10	Juegos asamblea: Las torres numéricas	Juegos asamblea: ¿Qué tengo en el coco?	Juegos asamblea: Las torres numéricas	Juegos asamblea: La casita de los amigos del 10
10:00-11:00	uoi 10				uci io
11:00-11:45					
11:45-12:30					
12:30-14:30		12:30-13:15			
14:30-16:00	La escalera		La casita de los amigos del 10 La tabla del 100	Jugamos al dominó	13:15-14:00

Tabla 28. Horario de la segunda semana de implementación de la propuesta didáctica.

	LUNES 18	MARTES 19	MIÉRCOLES 20	JUEVES 21	VIERNES 22
	Asamblea	Asamblea	Asamblea	Asamblea	Asamblea
9:00-10:00	Juegos asamblea:	<u>Juegos asamblea:</u> <u>Juegos asamblea:</u> <u>Jueg</u>		<u>Juegos asamblea:</u>	Juegos asamblea:
	La casita de los amigos del 10	Las torres numéricas	¿Qué tengo en el coco?	Las torres numéricas	La casita de los amigos del 10
10:00-11:00					
11:00-11:45			PATIO		
11:45-12:30					
12:30-14:30		DESCANS	O COMIDA		12:30-13:15
14:30-16:00	¿Qué número esconderá?		La casita de los amigos del 10 La tabla del 100	Sumamos las fichas del dominó	13:15-14:00

Tabla 29. Horario de la tercera semana de implementación de la propuesta didáctica.

	LUNES 25	MARTES 26	MIÉRCOLES 27	JUEVES 28	VIERNES 29
	Asamblea	Asamblea	Asamblea	Asamblea	Asamblea
9:00-10:00	Juegos asamblea:	Juegos asamblea:	<u>Juegos asamblea:</u>	Juegos asamblea:	<u>Juegos asamblea</u> :
	La casita de los amigos del 10	Las torres numéricas	res numéricas ¿Qué tengo en el coco?		La casita de los amigos del 10
10:00-11:00					
11:00-11:45			PATIO		
11:45-12:30					
12:30-14:30		DESCANS	O COMIDA		12:30-13:15
14:30-16:00	La ruleta giratoria		La casita de los amigos del 10 La tabla del 100	La escalera	13:15-14:00

ANEXO 20. TEMPORALIZACIÓN DE LA ACTIVIDAD "LAS TORRES NUMÉRICAS"

Tabla 30. Distribución de los ejercicios y de la muestra en la actividad "Las torres numéricas".

	Participante 1 Participante 2 Participante 3 Participante 4 Participante 5 Participante 6 Participante 7	Participante 8 Participante 9 Participante 10 Participante 11 Participante 12 Participante 13 Participante 14 Participante 15	Participante 16 Participante 17 Participante 18 Participante 19 Participante 20 Participante 21 Participante 22
DÍA		TAREAS	
Martes 12. Abril. 2016	1º Construir la serie numérica.	2° Ordenar de mayor a menor.	
	3º Adivinar qué torre falta.	3º Adivinar qué torre falta.	3º Adivinar qué torre falta.
			1º Construir la serie numérica.
Jueves 14. Abril.	2º Ordenar de mayor a menor.		
2016	3º Adivinar qué torre falta.	3º Adivinar qué torre falta.	3º Adivinar qué torre falta.
		1º Construir la serie numérica.	
Martes 19. Abril 2016			2º Ordenar de mayor a menor.
2010	3° Adivinar qué torre falta.	3º Adivinar qué torre falta.	3º Adivinar qué torre falta.
		1º Ordenar de menor a mayor.	
Jueves 21. Abril.	2º Adivinar qué torre falta.	2º Adivinar qué torre falta.	2º Adivinar qué torre falta.
2016			3º Comparar torres y aplicar operaciones.
	1º Ordenar de menor a mayor.		
Martes 26. Abril 2016	2º Adivinar qué torre falta.	2º Adivinar qué torre falta.	2º Adivinar qué torre falta.
2310		3° Comparar torres y aplicar operaciones.	
			1º Ordenar de menor a mayor.
Jueves 28. Abril. 2016	2º Adivinar qué torre falta.	2º Adivinar qué torre falta.	2º Adivinar qué torre falta.
2310	3º Comparar torres y aplicar operaciones.		

ANEXO 21. PLANTILLAS DE ÍTEMS PARA LA OBSERVACIÓN PARTICIPANTE

a) JUEGOS DE LA ASAMBLEA

Tabla 31. Plantilla de observación para la actividad "La casita de los amigos del 10".

LA CASITA DE LOS AMIGOS DEL 10	TODOS (22)	CASI TODOS (21-15)	ALGUNOS (14-8)	CASI NINGUNO (7-1)	NINGUNO (0)
Descompone de forma correcta el número 10, utilizando las piezas de bloques encajables como material manipulativo de ayuda.					
Representa, sin equivocaciones, la cantidad que determina un símbolo numérico menor o igual a 10 utilizando las piezas de los bloques encajables.					
Acierta en el nombre de los signos numéricos del 0 al 10.					
Emplea el conteo de las piezas de los bloques encajables, respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978), para comprobar que la operación se ha realizado con éxito.					
Al contar las piezas de los bloques encajables respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978), es capaz de saber si se ha equivocado y rectificar la operación realizada con el objetivo de descomponer el número 10 correctamente.					

Descompone el número 10 de forma espontánea y, después, emplea el conteo de las piezas de los bloques encajables, respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978), para comprobar si la respuesta es correcta.			
Descompone el número 10 de forma deliberada (utilizando los dedos, la recta numérica, mentalmente) y después, tan solo emplea el conteo de las piezas de los bloques encajables, respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978), para asegurarse de que la respuesta no es errónea.			
Sin que le sea indicado comienza a contar a partir de cualquier número que se le presente por escrito, con el fin de hallar su complementario en la descomposición del diez.			

Tabla 32. Plantilla de observación para la actividad "Las torres numéricas".

LAS TORRES NUMÉRICAS	TODOS (22)	CASI TODOS (21-15)	ALGUNOS (14-8)	CASI NINGUNO (7-1)	NINGUNO (0)
Construye la cantidad que representa un signo numérico mediante las piezas de los bloques encajables.					
Acierta el orden ascendente de los números del 1 al 10, haciendo uso de las torres construidas con los bloques encajables.					
Acierta el orden descendente de los números del 10 al 1, haciendo uso de las torres construidas con los bloques encajables.					
Identifica correctamente el nombre de los símbolos numéricos del 1 al 10 y las respectivas cantidades que expresan.					
Compara colecciones de objetos (torres) y descubre cuál es mayor y cuál es menor.					
Compara colecciones de objetos (torres) e identifica correctamente cuál es la diferencia entre ambos conjuntos para que sean equivalentes.					
Habiendo hecho desaparecer uno de los conjuntos,cuando el resto son ordenados de forma ascendente, descubre qué número o colección falta.					
Habiendo hecho desaparecer uno de los conjuntos, cuando el resto son ordenados de forma descendente, descubre qué número o colección falta.					

Tabla 33. Plantilla de observación para la actividad "¿Qué tengo en el coco?".

¿QUÉ TENGO EN EL COCO?	TODOS (22)	CASI TODOS (21-15)	ALGUNOS (14-8)	CASI NINGUNO (7-1)	NINGUNO (0)
Acierta si un número es mayor o menor mediante la recta numérica o la tabla del cien.					
Descubre de qué número se trata, realizando preguntas que permitan acotar la franja de la serie numérica en la que se encuentra dicho número.					
Acierta en el nombre de los signos numéricos del 0 al 99.					

b) <u>ACTIVIDADES EN EL AULA</u>

Tabla 34. Plantilla de observación para la actividad "La escalera".

LA ESCALERA	TODOS (22)	CASI TODOS (21-15)	ALGUNOS (14-8)	CASI NINGUNO (7-1)	NINGUNO (0)
Acierta las sumas calculando el resultado de forma mental.					
Acierta las sumas haciendo uso de la cuerda con cuentas como soporte.					
Acierta las sumas empleando sus dedos para contabilizar la operación aritmética.					
Acierta las sumas contando los puntos de ambos dados y respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978).					
Hace uso del conteo según los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978) para hacer avanzar la ficha.					
Mueve la ficha en la dirección correcta de acuerdo a la numeración del tablero (tabla del cien), el cual tiene la salida en el 0 y la meta en el 99.					

Tabla 35. Plantilla de observación para la actividad "La tabla del cien".

LA TABLA DEL CIEN	TODOS (22)	CASI TODOS (21-15)	ALGUNOS (14-8)	CASI NINGUNO (7-1)	NINGUNO (0)
Acierta en la búsqueda de un número a través de la tabla del cien.					
Identifica qué número es mayor y cuál es menor al mostrarle dos signos numéricos pertenecientes a la tabla del cien.					
Reconoce las diferentes familias o decenas comprendidas entre el 0 y el 99, utilizando la tabla del cien.					
Al tapar un número en la tabla del cien, descifra correctamente cuál es.					
Si se retiran de la tabla del cien diversos números, es capaz de colocarlos de nuevo en su lugar correspondiente.					
Acierta en el nombre de los signos numéricos del 0 al 99.					

Tabla 36. Plantilla de observación para la actividad "Jugamos al dominó".

JUGAMOS AL DOMINÓ	TODOS (22)	CASI TODOS (21-15)	ALGUNOS (14-8)	CASI NINGUNO (7-1)	NINGUNO (0)
Asocia correctamente el símbolo numérico de los números del 0 al 6 con la respectiva cantidad que éste expresa.					
Muestra un conocimiento de la sucesión numérica, realizando correctamente tareas de conteo de las fichas del dominó que le quedan al ganar un compañero o cerrarse la partida, para registrarlas en una hoja.					
Hace uso del conteo respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978).					

Tabla 37. Plantilla de observación para la actividad "¿Qué número esconderá?".

¿QUÉ NÚMERO ESCONDERÁ?	TODOS (22)	CASI TODOS (21-15)	ALGUNO (14-8)	CASI NINGUNO (7-1)	NINGUNO (0)
Acierta si un número es mayor o menor respecto a otro dado, teniendo la tabla del cien como soporte.					
Descubre de qué número se trata realizando preguntas que permitan acotar la franja de la tabla del cien en la que se encuentra dicho número.					
Reconoce las diferentes familias o decenas comprendidas entre el 0 y el 99, utilizando la tabla del cien.					
Acierta en el nombre de los signos numéricos del 0 al 99.					
Reconoce si el número está formado por una o por dos cifras, empleando la tabla del cien si fuese necesario.					

Tabla 38. Plantilla de observación para la actividad "Sumamos las fichas del dominó".

SUMAMOS LAS FICHAS DEL DOMINÓ	TODOS (22)	CASI TODOS (21-15)	ALGUNOS (14-8)	CASI NINGUNO (7-1)	NINGUNO (0)
Acierta las sumas haciendo uso de la cuerda con cuentas como soporte.					
Acierta las sumas contando los puntos de ambas partes de las ficha del dominó y respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978).					
Asocia correctamente una cantidad desde 0 hasta 10 con su correspondiente símbolo numérico que la representa.					

Tabla 39. Plantilla de observación para la actividad "La ruleta giratoria".

LA RULETA GIRATORIA	TODOS (22)	CASI TODOS (21-15)	ALGUNOS (14-8)	CASI NINGUNO (7-1)	NINGUNO (0)
Asocia correctamente el símbolo numérico de los números con la correspondiente cantidad que éste expresa y viceversa.					
Identifica la operación aritmética de sumar con la acción de añadir.					
Identifica la operación aritmética de restar con la acción de quitar.					
Acierta las sumas añadiendo la cantidad correcta de las piezas de los bloques encajables y, a continuación, contando el total directamente, respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978).					
Acierta las restas retirando la cantidad correcta de las piezas de los bloques encajables y, a continuación, contando el total directamente, respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978).					
Resuelve la adición haciendo uso de los dedos y, seguidamente, utiliza las piezas de los bloques encajables para comprobar si la suma se ha resuelto correctamente.					
Resuelve la operación aritmética de la sustracción haciendo uso de los dedos y, seguidamente, utiliza las piezas de los bloques encajables para comprobar si la resta se ha resuelto correctamente.					
Acierta la suma a través del cálculo mental y emplea las piezas de los bloques para verificar que la operación se ha resuelto correctamente.					

Acierta la resta a través del cálculo mental y emplea las piezas de los bloques encajables para verificar que la operación aritmética se ha resuelto correctamente.			
En primer lugar intenta resolver la operación aritmética de la adición con los dedos, pero al efectuarla con las piezas de los bloques encajables, es capaz de identificar que se ha equivocado y modifica su respuesta.			
En primer lugar intenta resolver la operación aritmética de la sustracción con los dedos, pero al efectuarla con las piezas de los bloques encajables, es capaz de identificar que se ha equivocado y modifica su respuesta.			
Intenta resolver la operación aritmética de la adición a través del cálculo mental, pero al efectuarla con las piezas de los bloques encajables, es capaz de identificar que se ha equivocado y modifica su respuesta.			
Resuelve la operación aritmética de la sustracción, obviando visualmente las piezas de los bloques encajables que debe quitar, y contando el resto.			
Realizar la suma con las piezas de los bloques encajables como material manipulativo de ayuda, le permite comprobar si ha efectuado la operación con éxito.			
Realizar la resta con las piezas de los bloques encajables como material manipualtivo de ayuda, le permite comprobar si ha efectuado la operación con éxito.			

ANEXO 22. EJEMPLOS DE LAS PLANTILLAS DE OBSERVACIÓN CON ANOTACIONES

Ilustración 27. Plantilla de observación de la actividad "La casita de los amigos del 10".

-M.C -E.C	TODOS (5)	CASI TODOS (4-3)	ALGUNOS (2)	CASI NINGUNO (1)	NINGUNO (0)
Descompone de forma correcta el número 10, utilizando las piezas de bloques encajables como material manipulativo de ayuda.	\times				
Representa, sin equivocaciones, la cantidad que determina un símbolo numérico menor o igual a 10 utilizando las piezas de los bloques encajables.	X	A Aunque	e a M.C le	westa w	lentificat (
Acierta en el nombre de los signos numéricos del 0 al 10.	× ′		del 10, es		
Emplea el conteo de las piezas de los bloques encajables, respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978), para comprobar que la operación se ha realizado con éxito.	×	Zalm d	e conocin	ientos.	
Al contar las piezas de los bloques encajables respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978), es capaz de saber si se ha equivocado y rectificar la operación realizada con el objetivo de descomponer el número 10 correctamente.	X 100	realiza	ran o gal por eva el soporus	tor, pero	ogna recon no cuantos y al gina con nume e quient
Descompone el número 10 de forma espontanea y, después, emplea el conteo de las piezas de los bloques encajables, respetando los principios básicos del conteo de					X
Gelman y Gallistel (1978), para comprobar si la respuesta es correcta.		1	escompor	ne sin los	cupatrodit
	\times	(10 Tesue	no brocer	ndo con lo	s dedos)

Ilustración 28. Plantilla de observación de la actividad "Las torres numéricas".

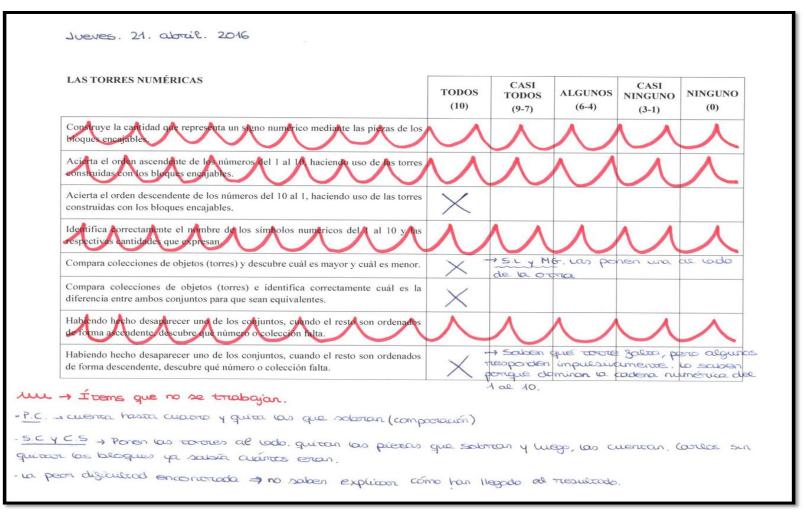


Ilustración 29. Plantilla de observación de la actividad "¿Qué tengo en el coco?".

Miércoles. 13. abruil. 2016

- A.A					
¿QUÉ TENGO EN EL COCO?	TODOS (22)	CASI TODOS (21-15)	ALGUNOS (14-8)	CASI NINGUNO (7-1)	NINGUNO (0)
Acierta si un número es mayor o menor mediante la recta numérica o la tabla del cien.		X			
Descubre de qué número se trata, realizando preguntas que permitan acotar la franja de la serie numérica en la que se encuentra dicho número.	×				
Acierta en el nombre de los signos numéricos del 0 al 99.		X			

-LG , Deduce que es número puede sor o de la gamilia del 40 o del 50, por la granja acotoda.

-A.5 - Entriende es concepto y la differcionalidad de mayor y menon, pero no sobre es nombre de muchos números.

- V.Q - No entiende muy bien el mecanismo del juego. No domina los conceptos de mayor, y menor, pero puede jugar gracias a las glechas.

Ilustración 30. Plantilla de observación de la actividad "La escalera".

LA ESCALERA (Equipo Tenis)	TODOS (7)	CASI TODOS (6-5)	ALGUNOS (4-3)	CASI NINGUNO (2-1)	NINGUNO
Acierta las sumas calculando el resultado de forma mental.				\times	
Acierta las sumas haciendo uso de la cuerda con cuentas como soporte.					×
Acierta las sumas empleando sus dedos para contabilizar la operación aritmética.				X	
Acierta las sumas contando los puntos de ambos dados y respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978).		X			
Hace uso del conteo según los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978) para hacer avanzar la ficha.		X			
Mueve la ficha en la dirección correcta de acuerdo a la numeración del tablero (tabla del cien), el cual tiene su salida en el 0 y su meta en el 99.		X			
1.MG (con los dedos y cálculo mental) 2.5C (contar puntas). Dificultad para avanzor sic 3.R.N (contar puntas) 4.B.P (contar puntas) 5.P.C (contar puntas) 6.C.5 (contar puntas) 7.5L (contar puntas) ii la puntación es muy baja, no cuentan: Subiaz	as)	dirección	correcto	a del tak	dero.

Ilustración 31. *Plantilla de observación de la actividad "La tabla del cien"*.

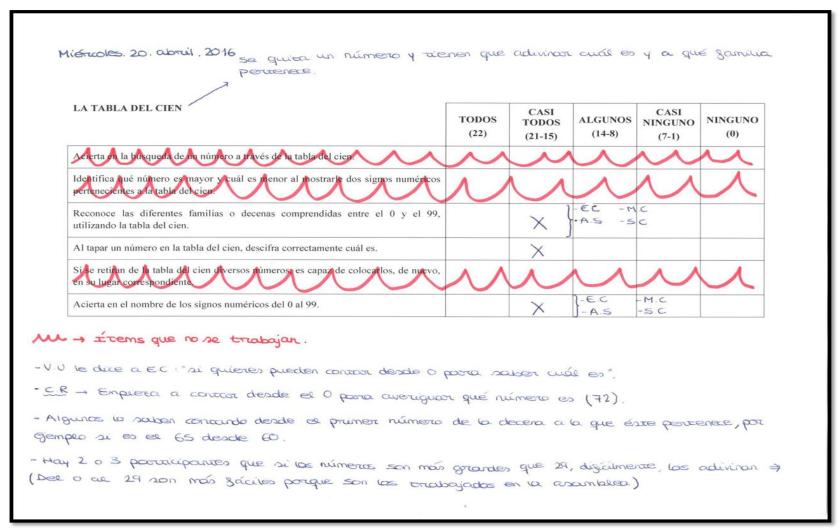


Ilustración 32. Plantilla de observación de la actividad "Jugamos al dominó".

JUGAMOS AL DOMINÓ => Equipo hípica	TODOS (7)	CASI TODOS (6-5)	ALGUNOS (4-3)	CASI NINGUNO (2-1)	NINGUNO (0)
Asocia correctamente el símbolo numérico, de los números del 0 al 6, con la respectiva cantidad que éste expresa.	×				
Muestra un conocimiento de la sucesión numérica, realizando, correctamente, tareas de conteo de las fichas del dominó que le quedan al ganar un compañero o cerrarse la partida, para registrarlas en una hoja.	×				
Hace uso del conteo respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978).				X	- A.S - V. Q
Las colecciones de 5 y 6 elementos muchos, por cumbos cardinales. número 0 es el que crea más congusiones a la luta. G- Reconoce los dobles (ejercicio que yo no habita.	hora de	anocio	wilo con	noda, co	on rungumo

Ilustración 33. Plantilla de observación de la actividad "¿Qué número esconderá?".

Lunes. 18. abril. 2016

¿QUÉ NÚMERO ESCONDERÁ?	TODOS (22)	CASI TODOS (21-15)	ALGUNO (14-8)	CASI NINGUNO (7-1)	NINGUNO
Acierta si un número es mayor o menor respecto a otro dado, teniendo la tabla del cien como soporte.		X			
Descubre de qué número se trata realizando preguntas que permitan acotar la franja de la tabla del cien en la que se encuentra dicho número.		X			
Reconoce las diferentes familias o decenas comprendidas entre el 0 y el 99, utilizando la tabla del cien.		X			
Acierta en el nombre de los signos numéricos del 0 al 99.		×			
Reconoce si el número está formado por una o por dos cifras, empleando la tabla del cien si fuese necesario.	X				

- Necesicar que se les diga preguntas modeso, sino siempre preguntar la mismo,
- Tierden a prieguntar par un número y no por una corecterisaia.
- El juego se hace muy largo, porque las preguntas a penas acottan la granja 204 números par cada una.
- Este juego soria más ejectio as ginas de la Unidad didáctica, y se debería repetir más vetes.

Ilustración 34. Plantilla de observación de la actividad "Sumamos las fichas del dominó".

Jueves. 21 . abruil. 2016

SUMAMOS LAS FICHAS DEL DOMINÓ	TODOS (22)	CASI TODOS (21-15)	ALGUNOS (14-8)	CASI NINGUNO (7-1)	NINGUNO
Acierta las sumas haciendo uso de la cuerda con cuentas como soporte.				× -	1 V.U
Acierta las sumas contando los puntos de ambas partes de las ficha del dominó y respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978).		X			
Asocia correctamente una cantidad, de los números del 0 al 10, con su correspondiente símbolo numérico que la representa.	×				

- 2 niños cuertan con los dedos.
- Muchos niños saben algurar de memoria, sobre todo, si uno de los surrandos en O.
- Reconocen el número de puras por subititación (Casi todos).
- V.V -> Emplea la cuerda con cuertas, parque le hace ilusión utilizarla, pero puede hace las sumas con los dedes e, incluso, mentalmente.

Ilustración 35. Plantilla de observación de la actividad "La ruleta giratoria". Parte 1 de 2.

LA RULETA GIRATORIA	TODOS (22)	CASI TODOS (21-15)	ALGUNOS (14-8)	CASI NINGUNO (7-1)	NINGUNO (0)
Asocia correctamente el símbolo numérico de los números con la correspondiente cantidad que éste expresa y viceversa.	×		3000 30		
Identifica la operación aritmética de sumar con la acción de añadir.		X (19)			
Identifica la operación aritmética de restar con la acción de quitar.		× (19)			A.A. Excepcies
Acierta las sumas añadiendo la cantidad correcta de las piezas de los bloques encajables y, a continuación, contando el total directamente, respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978).		(1.7		X PO	rique se le p a ura suma resultado
Acierta las restas retirando la cantidad correcta de las piezas de los bloques encajables y, a continuación, contando el total directamente, respetando los principios básicos del conteo de Gelman y Gallistel (1978).				× (6)→	L.G. (ano en -3=8). Si no
Resuelve la operación aritmética de la adición haciendo uso de los dedos y, seguidamente, utiliza las piezas de los bloques encajables para comprobar si la suma se ha resuelto correctamente.				X (a)	ese sobriepa decena la h iera resuello m los declas.
Resuelve la operación aritmética de la sustracción haciendo uso de los dedos y, seguidamente, utiliza las piezas de los bloques encajables para comprobar si la resta se ha resuelto correctamente.			(8)		
Acierta la suma a través del cálculo mental y emplea las piezas de los bloques encajables para verificar que la operación aritmética se ha resuelto correctamente.				×	

Ilustración 36. Plantilla de observación de la actividad "La ruleta giratoria". Parte 2 de 2.

	TODOS (22)	CASI TODOS (21-15)	ALGUNOS (14-8)	CASI NINGUNO (7-1)	NINGUN (0)
Acierta la resta a través del cálculo mental y emplea las piezas de los bloques encajables para verificar que la operación aritmética se ha resuelto correctamente.				X (2)	
En primer lugar intenta resolver la operación aritmética de la adición con los dedos, pero al efectuarla con las piezas de los bloques encajables, es capaz de identificar que se ha equivocado y modifica su respuesta.				X (3)	
En primer lugar intenta resolver la operación aritmética de la sustracción con los dedos, pero al efectuarla con las piezas de los bloques encajables, es capaz de identificar que se ha equivocado y modifica su respuesta.				X (3)	
Intenta resolver la operación aritmética de la adición a través del cálculo mental, pero al efectuarla con las piezas de los bloques encajables, es capaz de identificar que se ha equivocado y modifica su respuesta.				X (1)	
Resuelve la operación aritmética de la sustracción, obviando visualmente las piezas de los bloques encajables que debe quitar, y contando el resto.				× }	1 B BP V.U
Realizar la suma con las piezas de los bloques encajables como material manipulativo de ayuda, le permite comprobar si ha efectuado la operación con éxito.	×				
Realizar la resta con las piezas de los bloques encajables como material manipualtivo de ayuda, le permite comprobar si ha efectuado la operación con éxito.	×				