

VNIVERSITAT DE VALÈNCIA

Departament d'Òptica, Facultat de Física



Formación de estructuras no lineales mediante control de la fase en sistemas fotorrefractivos

por

Rubén Martínez Lorente

Tesis presentada para optar el grado de **Doctor en Física con Mención Internacional**
programa 3126 RD 99/2011

Bajo la supervisión de
Germán J. de Valcárcel Gonzalvo y
Fernando Silva Vázquez

Valencia, en abril de 2018

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
FACULTAT DE FÍSICA

DEPARTAMENT D'ÒPTICA I OPTOMETRIA I
CIÈNCIES DE LA VISIÓ

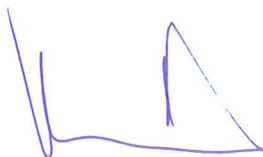
D. Germán J. de Valcárcel Gonzalvo y D. Fernando Silva Vázquez,
Profesores de la Universitat de València,

CERTIFICAN:

Que la presente memoria, **Formación de estructuras no lineales mediante control de fase en sistemas fotorrefractivos**, ha sido realizada bajo su dirección en el Department d'Òptica i Optometria i Ciències de la Visió de la Universitat de València por **D. Rubén Martínez Lorente** y constituye su tesis para optar el grado de doctor en Física con mención internacional.

Y para que conste, en cumplimiento con la legislación vigente, firman el presente certificado en Valencia, a 25 de abril de dos mil dieciocho.

Germán J. de Valcárcel Gonzalvo



(firma)

Fernando Silva Vázquez



(firma)

A mi familia y amigos

Esta tesis doctoral está basada en los siguientes trabajos de investigación:

- [1] *Experimental demonstration of phase bistability in a broad-area optical oscillator with injected signal*
R. Martínez-Lorente, A. Esteban-Martín, E. Roldán, K. Staliunas, G. J. de Valcárcel, F. Silva.
Phys.Rev. A**92**(5) 053858 (2015)
- [2] *Volume integrated phase modulator based on funnel waveguides for reconfigurable miniaturized optical circuits*
J. Parravicini, R. Martínez-Lorente, F. Di Mei, D. Pierangeli, A. J. Agranat, E. DelRe
Optics Letters **40**(7) 1386-1389 (2015)
- [3] *Making of a nonlinear optical cavity*
R. Martínez-Lorente, G. J. de Valcárcel, A. Esteban-Martín, J. García-Monreal, E. Roldán, F. Silva.
Optica Pura y Aplicada **259** 012089 (2016)
- [4] *Scalable Electro-Optic Control of Localized Bistable Switching in Broad-Area VCSEs Using Reconfigurable Funnel Waveguides*
R. Martínez-Lorente, J. Parravicini, M. Brambilla, L.Columbo, F. Prati, C. Rizza, A. J. Agranat, E. del RE.
Phys.Rev. Applied **7** 064004 (2017)
- [5] *Phase Tetrastability in Parametric Oscillation*
R. Martínez-Lorente, F. Silva, and G. J. de Valcárcel.
arXiv:1804.09125. ArXiv e-prints (2018)

Índice general

| | | |
|-----|---|----|
| 1.. | INTRODUCCION | 10 |
| | Patrones en la naturaleza | 10 |
| | Formación de patrones en sistemas ópticos | 17 |
| | Efecto fotorrefractivo y Mezcla de ondas | 31 |
| | Simetrías de fase y modulación Rocking | 40 |
| 2.. | RESUMEN EXPERIMENTOS | 50 |
| | <i>Trabajo 1: Modulación espacial Rocking</i> | 50 |
| | <i>Trabajo 2: Modulación temporal Rocking</i> | 62 |
| | <i>Trabajo 3: Construcción de una cavidad no lineal</i> | 70 |
| | <i>Trabajo 4: Estructuras self-focusing en fotorrefrac-</i> <i>tivos</i> | 76 |
| | <i>Trabajo 5: Estructuras biestables modulables en fase</i> | 81 |
| 3.. | CONCLUSIONES | 85 |
| 4.. | ANEXO: COMPENDIO DE PUBLICACIONES | 92 |

PREFACIO

La formación de patrones, su modelización y la reproducción experimental es un tema que ha despertado siempre interés en la sociedad moderna. Es un tema de estudio dentro de la Física No Lineal y está asociada a diferentes campos de la ciencia como la Hidrodinámica, la Biología, la Química o la Física Aplicada. Hasta mediados del s. XX la ciencia no ha podido profundizar este tema por la falta de medios técnicos. Hoy en día, gracias a la potencia de cálculo que ahora se puede obtener mediante ordenadores, se puede describir, analizar o simular modelos teóricos.

Actualmente hay modelos que simulan y analizan el comportamiento de sistemas naturales, en donde aparecen de forma espontánea estructuras o conjuntos de éstas formando un patrón. Estos modelos pueden generar aplicaciones de gran potencial tanto en la ciencia, como en la industria y tecnología. Estas aplicaciones pueden suponer un mayor avance en la tecnología y la capacidad del ser humano para entender, adaptarse y manipular el entorno donde vive.

En Óptica es común trabajar con estructuras individuales que actúan como operadores lógicos (1 y 0) a través de diferentes parámetros como la amplitud, la fase, la polarización, etc. Por ejemplo, si se piensa en puntos emisores de luz que se encuentran en un resonador óptico, estos puntos de luz pueden moverse, encenderse o apagarse. Este tipo de estructuras pueden interactuar entre sí y crear una matriz de estructuras que forman un patrón extenso más complejo. Este tipo de comportamiento tienen un gran interés en campos como el procesamiento de información (en paralelo), en dispositivos opto-electrónicos como memorias ópticas o moduladores de luz. Estos potenciales diseños

tecnológicos pueden tener mejores características con respecto a los sistemas electrónicos convencionales, dado que los sistemas ópticos tienen un menor tiempo de respuesta τ y la posibilidad de miniaturización e integración en la escala nanométrica.

Esta tesis doctoral se ha realizado en el campo de la Óptica No Lineal experimental, dentro de un marco de investigación básica. El objeto de estudio es la manipulación experimental de estructuras que pueden emerger en la sección transversal de un haz láser bajo determinadas condiciones, y que además están caracterizadas por su fase: como por ejemplo, vórtices, solitones o dominios de fase. Como elemento activo no lineal que contribuye a la generación de este tipo de estructuras, se utilizan diferentes tipos cristal fotorrefractivos (PRCs) con tiempos de respuesta τ largos como el *BaTiO₃* y el *SBN* ($\tau \propto ms$) o tiempos cortos como el *KTLN* ($\tau \propto ns$).

Los sistemas ópticos con los que se ha trabajado son de dos tipos: uno es un resonador óptico fotorrefractivo y otro es en propagación libre. El propósito de esta tesis doctoral es la demostración de una nueva herramienta, con la que se puedan manipular estructuras a través de su fase. Con los resultados que se han obtenido y en colaboración con otros trabajos dentro del campo de la Óptica, es posible combinarlos para producir nuevas tecnologías y aplicaciones.

El período de formación de doctorado se ha desarrollado en el Department d'Òptica i Optometria i Ciències de la Visió, en la Facultat de Física de la Universitat de València (España). Durante este período se han realizado dos estancias breves, dentro del mismo marco experimental que en la Universitat de València. Una estancia se ha realizado en *La Università degli Studi di Roma, 'La Sapienza'* en Roma (Italia). La segunda estancia fue realizada en el centro de Ingeniería Eléctrica en *Princeton* (New Jersey, EE.UU.).

El presente manuscrito está redactado como un compendio de artículos, con un total de cinco publicaciones. Tres de ellas han sido realizadas en la Universitat de València y las otras dos se han llevado

a cabo en la *Università di Roma*. El texto ha sido concebido como una estructura que incluye 4 capítulos. En el primer capítulo se encuentra una introducción sobre los conceptos e ideas básicas en los que se han basados los experimentos: la formación de patrones. Además se explica la teoría y fenomenología que soportan los experimentos y que ayudan a la comprensión de los resultados. En el segundo, se presentan los resúmenes de los trabajos publicados, donde se explica la metodología que se ha usado para desarrollar los experimentos. En el tercer capítulo se encuentran las conclusiones, donde se subrayan los aspectos más novedosos que se han obtenido en este período de formación doctoral. Y por último, como cuarto capítulo, se adjuntan las publicaciones en las que se basan los experimentos realizados.

Los trabajos realizados en Valencia, se basan en la demostración experimental de la ruptura de simetrías de fase en estructuras no lineales que emergen en un oscilador óptico fotorrefractivo (PRO). Este cambio de simetría se produce por la aplicación de una modulación óptica conocida como *Rocking* [6, 7]. El objetivo principal de estos trabajos es el cambio del estado del sistema, de invariancia o bi-estabilidad en fase, a un estado bi- o multi-estable en fase respectivamente. Como se explica en detalle más adelante, esto permite la manipulación de estructuras complejas: unas con invariancia de fase como vórtices y otras que presentan bi-estabilidad o multi-estabilidad en fase, por ejemplo dominios o paredes de fase.

Los experimentos llevados a cabo en la estancia de investigación en Roma, se basan en la propagación libre a través de cristales fotorrefractivos y en láseres de tipo VCSEL. El objetivo es la generación y la manipulación de estructuras cambiando su fase a través del cambio de las propiedades en el PRC. En un paso posterior, los patrones que se han generado en el PRC son inyectados en un láser de tipo VCSEL (Vertical Cavity Surface Emitting Laser) de área ancha. Con una metodología adecuada, es posible excitar otras estructuras localizadas muy cerca de donde se han inyectado las estructuras generadas en el PRC en la superficie del VCSEL. La innovación que presentan estos dos trabajos es que, las nuevas estructuras localizadas tienen la capacidad

de comportarse como un sistema de dos niveles, capaces de encenderse y apagarse en función de la fase del patrón generado en el PRC y con un tiempo de respuesta del orden del microsegundo.

Doy las gracias al Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España por la beca predoctoral de tipo F.P.I. (*Formación Personal Investigador*) otorgada para la financiación del período de formación de doctorado.

Para finalizar este prefacio, me gustaría agradecer de forma explícita a mis directores de tesis: Germán J. de Valcárcel, Fernando Silva y Eugenio Roldán por enseñarme y formarme como investigador.

Querría dar las gracias a toda la gente que me han brindado la oportunidad de conocer durante estos años como Javier García, Martín Sanz, Adolfo Esteban, Rafael Garcés, Joaquín Ruiz, Luis Alberto Bru, Vicente Mico, Carlos Ferreira, Eugenio del Re y Jacopo Parravicini entre muchas otras personas que me han ayudado, con sus consejos, experiencias y comentarios. Agradecer a mis amigos de toda la vida como Roy, Capi, Ros, Sergio y Alejandro por el apoyo y soporte que me han brindado. Por último y no menos importante, a mi familia que me ha ayudado en todos los sentidos posible a llevar a cabo tanto la licenciatura, máster como este período doctoral. A todos ellos les agradezco cada segundo que perdieron animándome y aconsejándome.

En Valencia

Rubén Martínez Lorente.

PREFACE

Patterns' creation, modeling and reproduction has become an object of interest in the current Industry. It is a topic located in Nonlinear Physics and also related to other different fields of Science such as Hydrodynamics, Biology, Chemistry or Applied Physics. Until the middle of the XX^{th} century, Science could not study deeply pattern formation in no field due to the lack of technical resources. Nowadays, we can describe, analyze or simulate theoretical models thanks to the computer's power have.

At the present time there are theoretical models that simulate and describe the evolution of natural systems, where structures or assembles of these, so-called patterns, emerge spontaneously. These models can be implemented in applications of high interest, such as Science and Industry Technology. These applications can generate a marked development in the technology and in the capacity of the mankind to understand, adapt themselves and manipulate the environment.

An example of pattern formation's model is the Information Processing in Parallel, located in Optics, where the present Ph.D is focused. Optics usually works with localized structures than behave as logical operators (1 or 0) controlling different parameters like amplitude, phase or polarization. For example, you can think in emitters light spots located inside of a optical oscillator, which can move, switch on or switch off. These individual structures can interact with others structures similar around him. These interactions can generate an array of structures that provides more functionality to the optical system. These kind of systems have a straight implementation in fields like Information Processing in parallel and in opto-electronic devices such

as optical memories or light modulators. In addition, there is an advantage in the optical systems compared to the conventional electronic systems: optical ones have a shorter response time τ than the electrical ones. Besides, there is the possibility to scale and miniaturize in the nanometric scale.

This Ph.D dissertation has been performed in the field of Experimental Non Linear Optics. The goal of the thesis is the experimental manipulation of non-linear structures that emerge in the transversal section of a laser beam under appropriate conditions. The structures are manipulated by their phase, such as vortices, solitons or domain walls. The generation of structures is possible due to the photorefractive crystals (PRCs), which contribute to generate these kind of structures. We use PRCs with long response time τ such as $BaTiO_3$ or SBN with $\tau \propto ms$ and with short response time like $KTLN$ with $\tau \propto ns$.

We worked with two kind of optical systems: a Photorefractive Optical Oscillator (PRO) and a photorefractive crystal in free propagation. The goal of this Ph.D is the study and the demonstration of a new tool which can manipulate non lineal structures through its phase. Through the results obtained and, in collaboration with other jobs in this field, suggest the development of an electro-optic tool and generate other new technologies.

The period of formation of the Ph. D has been carried out in the *Department d'Òptica i Optometria i Ciències de la Visió, Facultat de Física de la Universitat de València* (Spain). During this time, I made two short internships in the same research line I was working in Valencia: one internship was made in *La università degli Studi di Roma, 'La Sapienza'* in Rome, Italy, and the second one in the Electrical Engineering in the University of Princeton, New Jersey, U.S.

The Ph.D dissertation has been written as a compendium of articles, with a total of five publications. Three of the five papers that form the manuscript have been carried out in *The Universitat de València*. The other two papers have been developed in *The università degli Studi di*

Roma, 'La Sapienza'. The manuscript is structured in four chapters. The first one is an introduction, it talks about concepts and basic ideas which represent the basis of the experiments realized, such as: pattern's formations, photorefractive effect and phase symmetries. Chapter two presents the summaries of the jobs that have been published along the doctorate period. We emphasize methodology and results we have used and obtained to perform the experiments. The third chapter are the conclusions, where we highlight the results and the most important novelties of the experiments performed. Finally, as fourth chapter, the publications in which experiments have been based on, as a final Annex.

The publications made in Valencia talk about the experimental demonstration of broken of phase symmetries of optical structures that emerge in a photorefractive oscillator (PRO). The conversion is made by applying the optical-modulation known as *Rocking*. The main goal of the experiments is the change of the phase symmetry of the system: from an initial state of phase of invariance (first experiment) or bi-stability (second experiment) to a final phase state with bi-stability (first experiment) and tetra-stability(second experiment). As we will detail below, the conversion allows the manipulation of complex structures: with phase invariance like vortices and with phase locked with just two phase values allowed (bi-stability) and with four or more phase values allowed (tetra- or multi-stability) such as phase domains.

The experiments carried out during the internship in Rome consist in the excitation of structures in photorefractive crystals and VCSELs in free propagation. The goal is the generation and manipulation of structures changing their phase through modification of some PRC properties. On a next step, patterns generated in the output face of the crystal are injected in the surface of a broad-area VCSEL. Through a proper methodology, localized structures can be excited very close to the injection point of the PRC structures generated on the VCSEL surface. The innovation of these jobs is the behavior of localized structures. They can work as a two-level system similar to a logical gate.

I would give to thanks to the *Ministerio de Economía y Compe-*

titividad del Gobierno de España for the grant awarded to fund the doctorate formation period.

I would like to end this preface to thank my advisors: Germán J. de Valcárcel, Fernando Silva and Eugenio Roldán for training me as a researcher. Besides I want to give thanks to all awesome people I have known during this time like Javier García, Martín Sanz, Adolfo Esteban, Rafael Garcés, Joaquín Ruiz, Luis Alberto Bru, Vicente Mico, Carlos Ferreira, Eugenio del Re and Jacopo Parravicini and other many people who helped and sharing moments with me. To all the people that encouraged me, encourage me and will encourage me: to my friends from the High School, University like Ros, Roy, Capi, Alejandro, and last but not least my family.

In Valencia

Rubén Martínez Lorente.

1. INTRODUCCION

Patrones en la naturaleza

En la naturaleza pueden aparecer de manera espontánea multitud de diferentes patrones. Un patrón es un agrupamiento de estructuras más pequeñas que forman a su vez otra estructura mayor. Se pueden encontrar patrones en nuestro entorno, desde objetos cotidianos como flores o árboles, hasta en animales como una mariquita, una huella dactilar o una cebra (Fig. 1.1).

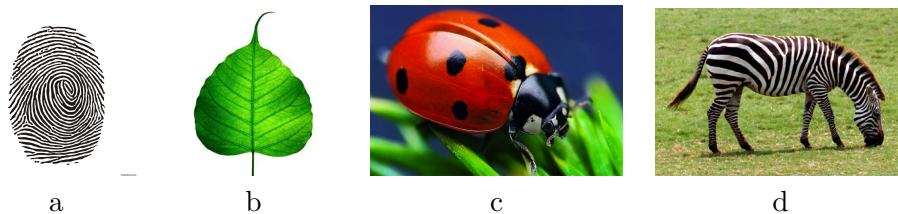


Fig. 1.1: Diferentes tipos de patrones en seres u objetos cotidianos de la flora y fauna animal. a) Huellas dactilares; b) geometría de una hoja; c) caparazón moteado de una mariquita y d) una cebra representa un patrón de franjas.

También hay patrones generados en una mayor escala temporal, por ejemplo la duna de un desierto, una montaña o una galaxia (Fig. 1.2) [8–10]. Todas estas estructuras, son estudiadas dentro de diferentes campos de la ciencia como sistemas biológicos, mecánicos o químicos.

Los patrones y estructuras que se forman debido a interacciones en la naturaleza son estudiados en el campo de la Física No Lineal. Esta

rama de la Física presenta un método de trabajo basado en técnicas cualitativas y cuantitativas, que toma consideraciones métricas, topológicas y geométricas, y que además, juega con aspectos deterministas y estadísticos [11–13].

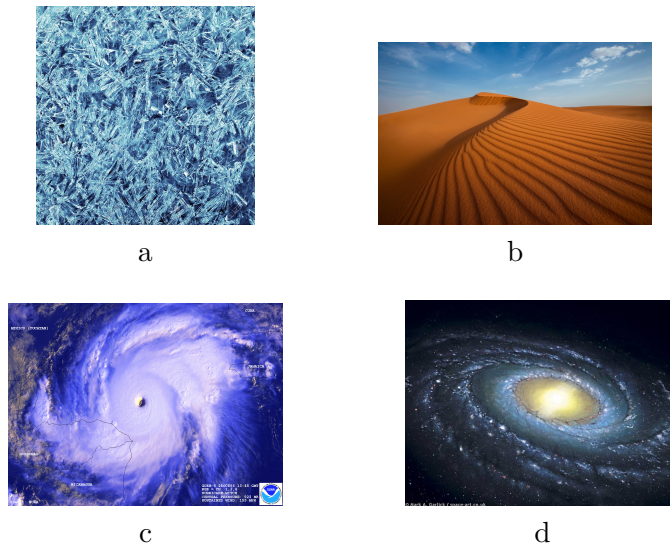


Fig. 1.2: Diferentes tipos de patrones que se forman en el universo a gran escala y con un período temporal mayor que el de la flora/fauna. a) Patrón formado en un bloque de hielo; b) duna de desierto formando un patrón de franjas; c) Anticiclón formando una estructura de tipo vórtice; d) la vía Láctea

Dentro de los ejemplos citados, mostramos en detalle algunos modelos y experimentos realizados en algunos campos como la hidrodinámica [14], donde muchos trabajos se basan en experimentos de convección térmica. También citaremos ejemplos en patrones generados en reacciones químicas como el efecto de *Belousov-Zhabotinsky* [15, 16].

En la convección térmica, se pueden ejemplificar diferentes tipos de experimentos donde en cada uno se basa en un tipo de fuerza o efecto. Por ejemplo es el caso del flujo de Taylor-Couette, donde se estudia el efecto de la fuerza centrífuga de un líquido entre dos cilindros

concéntricos (ver Fig.1.3) [17,18] .

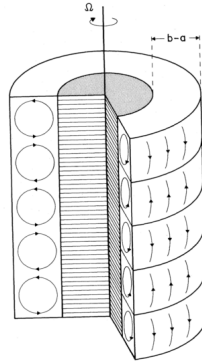
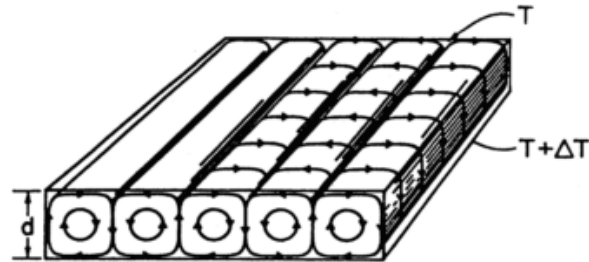
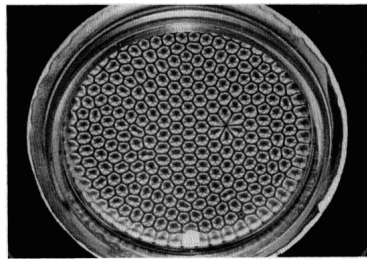


Fig. 1.3: Esquema representativo del flujo de Taylor-Couette: generación de patrones entre dos cilindros concéntricos con un líquido encerrado entre ellos. Dependiendo de las velocidades angulares entre los dos cilindros, pueden emerger diferentes tipos de estructuras. [15,19]

Otro patrón que se muestra en la hidrodinámica, es el denominado flujo de *Rayleigh-Bénard*, donde se estudia las fuerzas de flotación producidas por un líquido que es colocado entre dos placas horizontales espacialmente extensas. Este consiste en calentar la placa inferior a una temperatura menor que la placa superior, produciendo un gradiente de temperatura, mientras que debido a la expansión térmica, la densidad del líquido cerca de la placa inferior disminuye. De este modo, cuando se genera una situación inestable por el campo gravitatorio, se crea un patrón circulatorio [20,21] (Fig. 1.4.a). Por último, como efecto dentro del campo de la hidrodinámica, en la convección térmica, existe el efecto de convección guiada por tensión superficial (*Bénard-Marangoni*) como se muestra en la Fig. 1.4.b [19,22].



a



b

Fig. 1.4: Dos tipos de fenómenos no lineales en sistemas de convección térmica que generan patrones. En a) se muestra un esquema representativo del conocido como flujo de Rayleigh-Bénard. En la imagen b) se muestra el fenómeno de convección bajo el guiado de tensión superficial: una imagen muestra cómo una capa de aceite de silicona en contacto con una superficie de aire produce estructuras de tipo colmena [15, 19].

En química también se han realizado experimentos para la generación de patrones, como el efecto de *Belousov-Zhabotinsky* [15, 16]. Este efecto es particularmente decisivo para la explicación de patrones en sistemas biológicos. En las figuras. 1.5, 1.6 y 1.7 se muestran diferentes estructuras en reacciones químicas que ilustran el fenómeno.

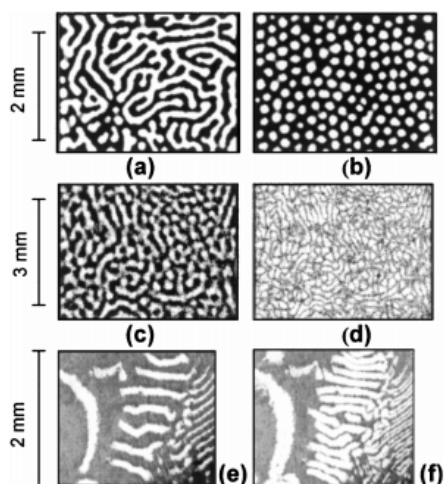


Fig. 1.5: Diferentes imagenes muestran patrones formados en un sistema químico conocido como *Belousov-Zhabotinsky (BZ-AOT)*. Estructuras de tipo laberinto (a), hexagonales (b), ondas viajeras que forman *stripes* (c y d) o patrones más complejos (e y f) [16].

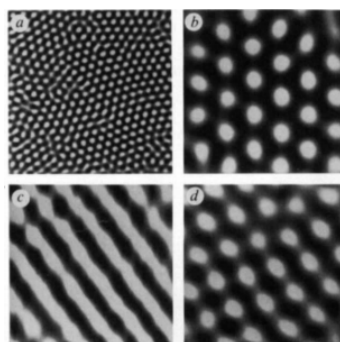


Fig. 1.6: Muestra química de 20 mm de espesor de un gel de policriialamida donde se observan diferentes tipos de patrones: hexagonos (a y b); *stripes* (c) y estados mezclados (d). Estas estructuras aparecen de manera espontánea cuando se varían los valores críticos del experimento como la temperatura o las concentraciones químicas [23].

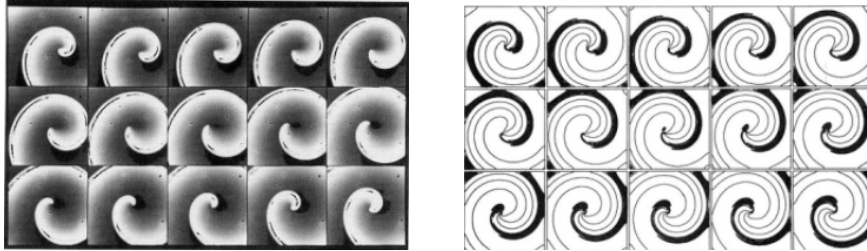


Fig. 1.7: Una solución de 0.19 M de ácido sulfurico H_2SO_4 muestra la generación (izquierda) y simulación (derecha) de estructuras de tipo espiral en un sistema químico [24].

En otros campos de la ciencia, como la Biología, el estudio de patrones es más difícil de llevar a cabo por la carencia de base fenomenológica que pueda apoyar los modelos teóricos. Esto se debe a la dificultad en aspectos técnicos como la monitorización, el hermetismo o la interacción con el sistema [25].

En el campo de la Óptica, que es donde está tesis doctoral se ubica, el estudio de patrones surgió con la invención del láser, en 1960. En el láser aparecen de manera espontánea estructuras y patrones en la sección transversal del haz. El principal uso del láser es el de conseguir haces monocromáticos, de alta coherencia y con una iluminación homogénea, es decir, eliminar la estructura que hay en la sección transversal del haz. No es hasta finales de los años 80, cuando la Óptica y la Física No Lineal convergen y, gracias a los avances tecnológicos en la computación, se empieza a desarrollar teorías que explican la naturaleza de patrones en resonadores ópticos.

El primer trabajo conocido en Óptica sobre el estudio de estructuras no lineales fue en 1970, donde se observó por primera vez la conexión no lineal entre la Física de superconductores y fluidos con la Física de láseres [14]. Los primeros trabajos sobre formación de patrones en Óptica fueron concebidos en propagación libre a través de materiales con alta susceptibilidad no lineal [26]. Los patrones en resonadores

ópticos se empezaron a estudiar a finales de los años 80 [27, 28], con el desarrollo de teorías generales en la Física No Lineal, aplicadas al campo de la Óptica. Estos modelos pudieron dar una descripción teórica a la fenomenología que ocurre en los láseres [29–31].

Formación de patrones en sistemas ópticos

Estructuras localizadas

Los trabajos realizados en la Universitat de València se han usado como sistema óptico un Oscilador Óptico Fotorrefractivo (PRO). Hay dos motivos por el que se utiliza un resonador como sistema óptico en algunos de los trabajos realizados que forman esta tesis.

El primero es la estructura cerrada de los resonadores, que permite la oscilación de un número grande y discreto de modos electromagnéticos, mayor que en otras configuraciones ópticas como en propagación libre. El segundo es la retroalimentación del campo intracavidad, que se adquiere debido al confinamiento y la oscilación del haz. Ambos factores hacen que la cavidad óptica no actúe como una transformación no lineal de la distribución del campo inyectado en el oscilador, si no que, el campo intracavidad es capaz de evolucionar, autoorganizarse e interactuar consigo mismo en los múltiples pasos por la cavidad. Esto implica que los osciladores son capaces de soportar un mayor número de estructuras no lineales que se generan de forma espontánea que en cualquier otro sistema óptico.

Hay una gran diversidad de resonadores ópticos, como los osciladores ópticos paramétricos, láseres, VCSELs, etc. De todos ellos, se usa un resonador óptico porque el tiempo de respuesta del cristal fotorrefractivo es más largo que en los otros. A diferencia de otros resonadores ya mencionados, cuyo tiempo de respuesta es del orden del μs , el PRC tiene un tiempo de respuesta desde el ns como el *KTLN*, hasta el s como el *BaTiO₃* o *SBN*. En los cristales con τ lentos (ms) permite un registro y manipulación de la luz a menor coste y más cómodo, ya que no se necesita instrumentación de alta velocidad.

En los otros experimentos llevados a cabo en la estancia realizada en la Universidad de Roma, se utiliza un cristal fotorrefractivo (o PRC) en propagación libre para la generación de estructuras de tipo *self-focusing* a partir de un haz inicial que se modifica usando las propiedades del cristal.

Aunque hay muchos tipos de estructuras capaces de emerger en sistemas ópticos, por ejemplo: patrones de tipo laberintos, de tipo paneles de colmena o *rogue waves*, en esta tesis vamos a trabajar cuatro tipos de estructuras: vórtices, solitones, dominios de fase y estructuras de tipo *self-focusing*.

Vórtices

Un vórtice en Óptica, aparece como un punto negro sobre un fondo iluminado de manera homogénea, que emerge dentro de la sección transversal de un resonador óptico (Ver Fig. 1.8.a). Este tipo de estructuras se caracteriza por que su fase varía de manera continua alrededor de un punto central. Dicho punto central tiene una singularidad debido a que la fase no está definida, la solución se da cuando la amplitud en dicho punto se anula.

La distribución de fase en los vórtices viene dada por un valor continuo en fase entre 0 y π radianes. Este ciclo de fase puede ser evaluado m veces como se muestra en la Fig. 1.8.b). En la Fig.1.9 se muestran dos hologramas, con sus distribuciones de amplitud y de fase de un haz gaussiano que tiene en su centro un vórtice con diferente carga topológica m . En las imágenes, se puede ver como en el interferograma del vórtice con $m = 1$ (Fig. 1.9.c) hay dos franjas que convergen en un punto y pasan a ser solo una franja y como, en el interferograma del vórtice con $m = 3$ (Fig.1.9. f), hay 4 franjas paralelas que convergen en un punto para llegar a ser solo una. El salto en ambas imágenes es de π radianes.

Matemáticamente, los vórtices se describen del siguiente modo,

$$A(x, y, z = 0) = \frac{[(x - x_0) + i \cdot \text{sign}(m) \cdot (y - y_0)]^{|m|}}{\exp[-(-x^2 + y^2 / r_0^2)]} \quad (1.1)$$

donde $|m|$, es un número entero y positivo que se conoce como *carga topológica*, y su signo $sign(m)$ determina si la fase del vórtice rota en sentido horario o anti-horario.

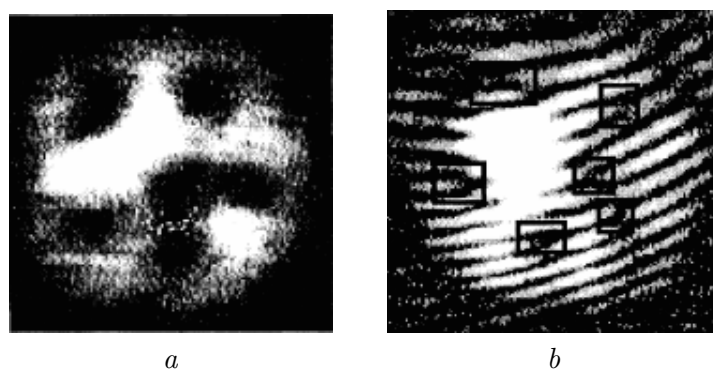


Fig. 1.8: Sección transversal de un PRO que muestra 6 vórtices. En la imagen b) se muestra su distribución de intensidad y en la imagen b) su interferograma. El interferograma muestra los vórtices como una discontinuidad en el patrón de interfranja con una forma de tenedor. Esta discontinuidad se explica como, un salto de fase de 2π que hace que dos franjas paralelas converjan en un punto (la singularidad del vórtice) a una sola franja. La distribución de intensidad muestra una iluminación homogénea en la que hay puntos oscuros donde se encuentran los vórtices [32].

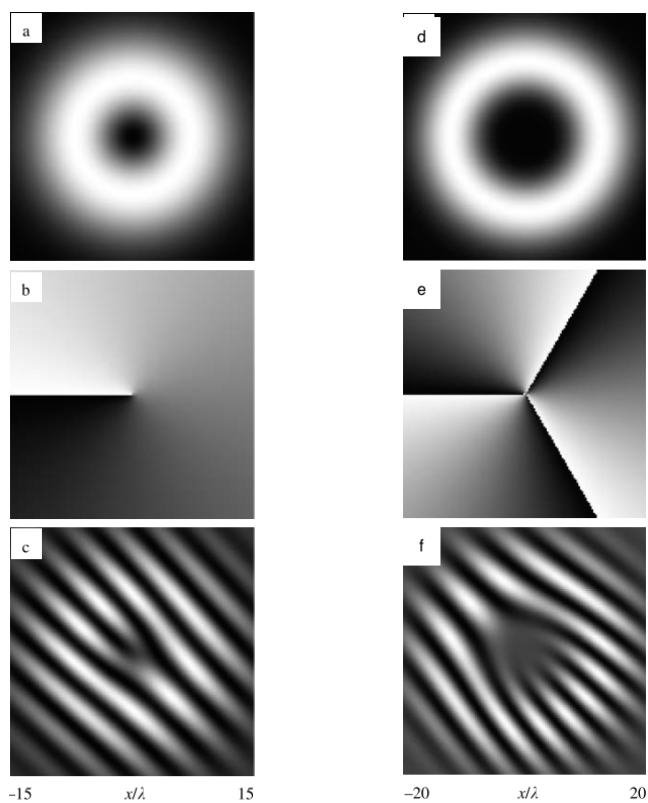


Fig. 1.9: Simulación un haz gaussiano $1/e$ con radio $r_0 = 10\lambda$ como anchura, con un vórtice en su centro: En la columna derecha el vórtice tiene $m = 1$ y en la izquierda $m = 3$. En la fila de arriba se muestra sus intensidades (a y d). En la fila de en medio sus distribuciones de fase (b, e) y en la fila de abajo sus respectivos interferogramas con un onda plana inclinada como haz de referencia (c, f) [33].

Self-focusing

Una estructura de tipo *self-focusing* o *self-defocusing* es la que se consigue generar mediante el enfoque o desenfoque de un haz que se propaga a través de un material no lineal, cuando se ha modificado de manera local su índice de refracción n . También existe un estado

intermedio denominado *self-trapped*. Esta estructura hace que el haz, con un perfil espacial inicial determinado, se propague a través del cristal sin que éste se ensanche debido a la difracción. Estos tres tipos de estructuras pueden dar lugar a diferentes tipo de solitones, que se detallará abajo, según el tipo de estímulo eléctrico aplicado al cristal.

Un material no lineal, como el cristal fotorrefractivo, es aquel que tiene una susceptibilidad eléctrica de tercer o más orden no nula [34,35]. Esto implica que su índice de refracción $n(x, y, z)$ viene condicionado, de manera directa o indirecta por el cuadrado de la amplitud del campo eléctrico $E(x, y)$ aplicado al PRC tal que:

$$n(x, y, z) \propto n_0 + n_2(x, y, z)E^2 \quad (1.2)$$

Donde n_0 es el índice de refracción normal, que se muestra a bajas intensidades y, n_2 es el coeficiente de refracción no lineal, que aumenta su contribución cuanto mayor sea el campo eléctrico aplicado. Hay muchos fenómenos electro-ópticos que pueden causar esta dependencia, como por ejemplo la electrostricción, la orientación de las moléculas (Efecto *Kerr* [36]) o el efecto fotorrefractivo [35]. La generación de la estructura de tipo *self-focusing* se va a explicar dentro del efecto fotorrefractivo, debido a que los experimentos presentados en esta tesis se usan cristales con este tipo de efecto.

Al iluminar un material fotorrefractivo de manera local y aplicar un campo eléctrico externo E_0 o uno interno, denominado campo espacial de carga E_{sc} típico del efecto fotorrefractivo, se produce un cambio local del índice de refracción n . Bajo determinadas condiciones, este cambio actúa como una guía de ondas impresa en el cristal que permite que el haz se propague a través de ella. Dependiendo del signo de n_2 (Ec 1.2), la guía impresa interactúa de manera diferente ante una iluminación que se propague a lo largo del PRC.

El procedimiento por el cuál se pueden formar estas estructuras

es el siguiente: cuando el índice no lineal $n_2 > 0$, n es más grande en regiones en las que se ilumina que en las que no. Tras aplicar el campo eléctrico E y cambiar n , se modifica de manera local el índice de refracción n . La propagación de un haz con un perfil espacial determinado, por ejemplo Gaussiano, a través del cristal en esta zona con Δn genera una competición entre la *difracción* y el efecto no lineal producido por Δn . La difracción es un efecto siempre presente que produce un ensanchamiento espacial del haz y la *no linealidad* es una característica particular del medio (n_2), que en este caso tiende a compensar el ensanchamiento del perfil espacial del haz. Dicho competición termina con un balance neto en el cual, el haz se propaga sin que su perfil espacial varíe. Este fenómeno se puede entender como una guía efectiva escrita por el propio medio, en donde se puede propagar una haz sin que sufra deformación en su perfil espacial. Este efecto es conocido como *self-trapping*, tal y como se ilustra en la Fig. 1.10.

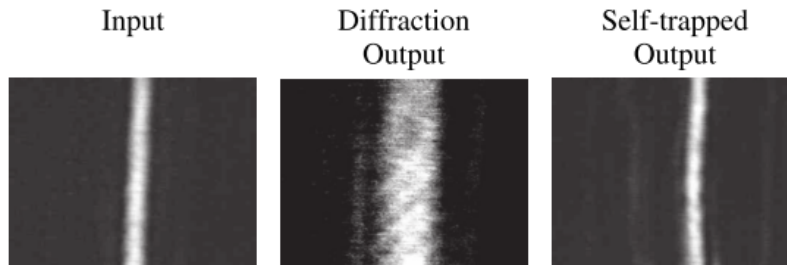


Fig. 1.10: Imágenes muestran un haz *self-trapped* en un cristal fotorrefractivo en configuración 1D. El haz es inyectado en una de las caras del cristal (*izquierda*). El haz se propaga a lo largo del PRC sin aplicación de E_0 y cuando llega a la cara de salida, el haz ha sido ensanchado (*centro*) con respecto a su perfil inicial debido a la difracción. Cuando el campo eléctrico externo E_0 es aplicado al cristal, la el índice de refracción producido por el haz de alta intensidad supera al efecto de la difracción y consecuentemente, el haz mantiene su perfil espacial en la cara de salida igual que el de la entrada(*derecha*) [37]

Según la intensidad del campo eléctrico E_0 aplicado, n_2 puede incrementar notoriamente y ser mayor que la difracción en el medio. En este caso se produce el efecto conocido como *self-focusing*. Cuando esto sucede se produce un balance neto a favor de la no linealidad, que conlleva la propagación del haz a través de la guía focalizándose el haz en un plano transversal al eje de propagación. El punto de enfoque está determinado por cómo se ha modificado el índice de refracción n . En la Fig. 1.11.a y .b se ilustra este fenómeno [38, 39].

En el lado opuesto, cuando $n_2 < 0$, n es más bajo en las regiones iluminadas que en las que no. Consecuentemente, cuando se inyecta un haz y se propaga a lo largo del material, el haz tenderá a propagarse alrededor de la zona que tiene el índice de refracción menor. Este tipo de propagación produce un ensanchamiento espacial del perfil propagado por dicho medio [33]. En la Fig. 1.11.c y .d se muestra este efecto.

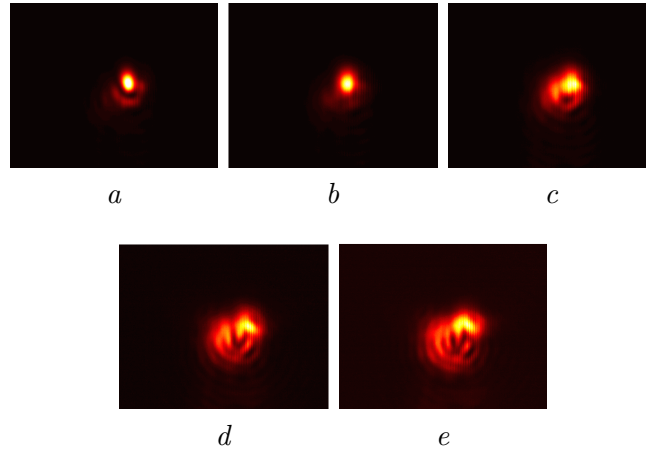


Fig. 1.11: Imágenes experimentales ilustran el efecto *self-focusing/defocusing* de un haz propagándose a través de una guía de ondas en un cristal fotorrefractivo. Las imágenes muestran la distribución de intensidad en la cara de salida de un cristal fotorrefractivo de KTLN cuando se aplica un campo eléctrico externo: *a)* +3.7, *b)*+1.85 *c)* 0 V, *d)* -1.85, *e)* -3.7 kV/cm. El efecto de *self-focusing* se muestra para valores de campo eléctrico positivos y altos (a y b), mientras que el efecto de *self-defocusing* se muestra para valores altos y negativos (d y e).

Solitones

Las ondas ópticas solitarias, comúnmente llamadas *solitones*, son pulsos de energía localizados que mantienen su forma inicial a lo largo del espacio o en un determinado período de tiempo. Los solitones son estructuras que pueden aparecer en más sistemas físicos además de en la Óptica [40, 41], por ejemplo en sistemas químicos de reacción-difusión [42] o en sistemas mecánicos oscilatorios [43].

Aunque hay muchos trabajos acerca de los solitones, nos vamos a centrar en unos conceptos básicos para entender tanto la metodología como los resultados de la publicaciones presentadas en esta tesis. Se va a analizar el solitón como una estructura que, aunque se puede formar a través de diferentes efectos no lineales, aparece como consecuencia

de una estructura de tipo *self-trapping*.

Se pueden clasificar en dos familias: los *solitones temporales*, que se forman mediante el balance entre la dispersión y la modulación de fase. Y los *solitones espaciales*, que se forman por el balance entre la difracción y la curvatura del frente de ondas, que es inducido a través del cambio en el índice de refracción Δn [44, 45].

En los trabajos que hemos llevado a cabo durante la estancia en la Universidad de Roma usamos este tipo de solitones espaciales a través de cristales fotorrofractivos en propagación espacial, por lo que vamos a analizarlos con más detalle.

Para producir un solitón espacial en un medio no lineal de tipo Kerr, debemos llegar a la condición de *self-focusing*, de manera que el haz propagado forme un haz que converja en un punto a distancia finita. Se debe haber obtenido previamente en el medio activo un coeficiente de índice de refracción no lineal $n_2 \gg 0$ (ver Ec. 1.2). Este tipo de solitón espacial es conocido como *solitón brillante*.

Por otro lado, existe un tipo de solitón cuando se da la condición de $n_2 < 0$, es decir, cuando el haz tiene un frente de ondas semejante a un haz divergente, en este caso, el solitón está localizado en la zona de mínima (nula) y continua intensidad rodeado por un halo de alta intensidad. a este tipo de solitón se le llama *solitón oscuro*. En la Figura 1.12 se muestra un ejemplo de ambos tipos de solitones espaciales.

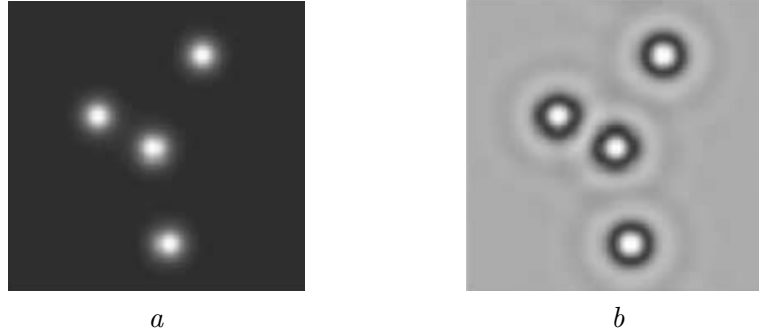


Fig. 1.12: Imágenes mostrando solitones brillantes y oscuros. a) Cuatro solitones brillantes y b) cuatro solitones oscuros son excitados en un oscilador óptico paramétrico degenerado [45].

Patrones extensos: Dominios de fase

Tal y como adelantamos, los patrones extensos en resonadores ópticos son estructuras de un tamaño comparable con el de la apertura del resonador. A partir de estructuras localizadas, se pueden aglomerar estructuras pequeñas que forman un patrón más complejo y grande.

Así como muchos resonadores ópticos permiten la generación espontánea de estructuras individuales no lineales, los patrones extensos emergen bajo una restricción que viene impuesta por la relación entre la apertura del resonador a , la longitud de éste L y la longitud de onda λ del láser utilizado. Esta relación se conoce como el *número de Fresnel* F , descrito por la ecuación 1.3, que indica la difracción que hay en el resonador en función de su geometría.

$$F = \frac{a^2}{L\lambda} \quad (1.3)$$

Según el valor de F , la difracción se clasifica en dos casos diferentes: cuando $F \geq 1$ se conoce como difracción de *Fresnel* (de campo

cercano), cuando se produce un patrón de difracción muy cercano al objeto causante, o lo que es lo mismo, los rayos no se pueden considerar paralelos. Por otra parte, cuando $F \ll 1$ se conoce como difracción de *Fraunhofer* (de campo lejano), y se da cuando se produce un patrón de difracción lejano al objeto causante, esto es, con rayos paralelos.

Los osciladores ópticos con alto número F son capaces de soportar un mayor número de modos electromagnéticos, en cambio, los osciladores con bajo número F tienen un número de modos es más restringido. Con un mayor número de modos electromagnéticos permitidos en una cavidad óptica, también se incrementa la posibilidad de generar estructuras individuales, que bajo determinadas circunstancias, se unen para formar un patrón extenso más complejo [46]. En la Fig. 1.13 se muestra un esquema donde se ilustra como varían un número determinado de modos electromagnéticos que soporta una cavidad óptica en función de F .

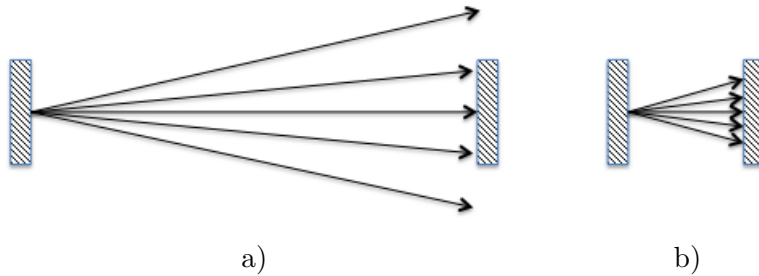


Fig. 1.13: Diagrama que muestra el concepto del número de Fresnel F . Dos resonadores de diferente longitud L , misma apertura a , misma longitud de onda λ y mismo número de modos electromagnéticos. Los resonadores con bajo número F (a) tienen pocos modos longitudinales permitidos, debido a que muchos dejan de oscilar tras un número de vueltas en el oscilador. Por otro lado, resonadores con alto número F pueden alcanzar un mayor número de modos longitudinales permitidos.

Un ejemplo de formación de patrones extensos es la conversión de

estructuras individuales como las ondas inclinadas u ondas viajeras [47], en la formación de patrones extensos como rollos (Fig. 1.15), hexágonos (Fig. 1.17), patrones en espiral (ver Fig. 1.16) o dominios de fase (ver Fig. 1.14). En los trabajos realizados en la Universitat de València, se analiza en particular, dominios (en 2D) o paredes (en 1D) de fase que se generan a partir de vórtices bajo determinadas condiciones.

Los patrones extensos se pueden generar tanto en resonadores pasivos como los osciladores paramétricos ópticos [48–50], resonadores con mezcla de ondas [51], sistemas que presenten bi-estabilidad de fase de manera natural [52, 53] o resonadores con inyección externa [54, 55], láseres [56, 57].

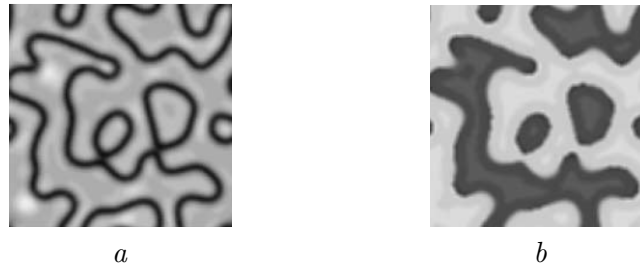


Fig. 1.14: Dominios de fase como ejemplo de patrón extenso formado en un oscilador paramétrico óptico degenerado. El mapa de amplitud (a) muestra una amplitud homogénea con regiones delimitadas por una frontera cuya amplitud cae a cero (líneas oscuras). El mapa de fase (b) muestra como las áreas separadas por esas líneas límite, tienen fases opuestas y constantes [45].

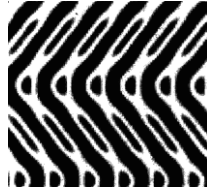


Fig. 1.15: Distribución de intensidad de un plano transversal de un PRO mostrando un rollo en forma de zig-zag [48].

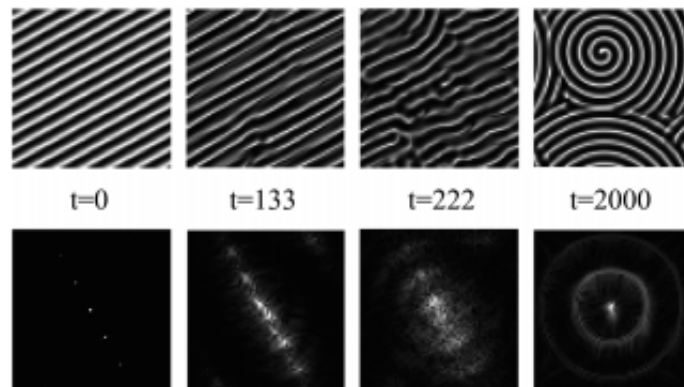


Fig. 1.16: Evolución temporal de la formación de un patrón de espirales a partir de un patrón inestable de rollos en un OPO. Imágenes muestran la distribución de la intensidad en el campo cercano (fila de arriba) y en el campo lejano (fila de abajo) en diferentes tiempos [49].

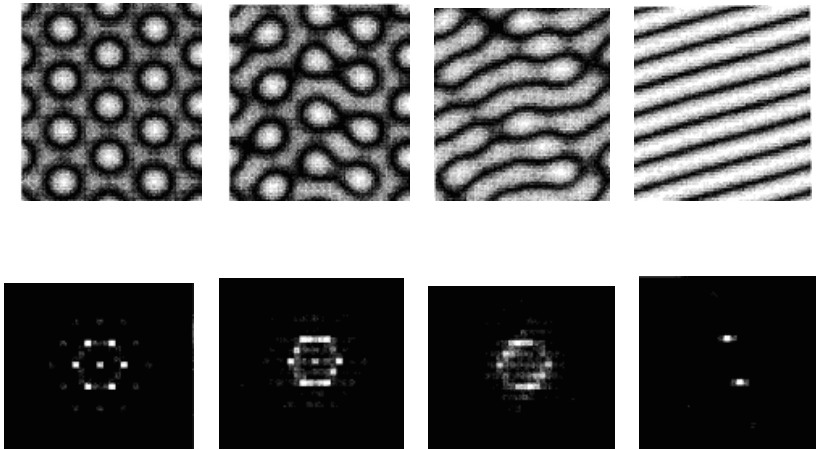


Fig. 1.17: Transición entre un patrón de hexagonos inestables a un patrón de franjas estables en un oscilador óptico paramétrico (OPO). En la fila de arriba se muestran la distribución de intensidad del campo cercano. En la fila de abajo, su transformada de Fourier (campo lejano) [51].

Efecto fotorrefractivo y Mezcla de ondas

Efecto fotorrefractivo

El efecto fotorrefractivo es un fenómeno no lineal, donde el índice de refracción local de un cristal fotorrefractivo cambia bajo la iluminación de un haz con una modulación espacial de intensidad $I(x)$. Como ejemplos de este tipo de cristales tenemos: $BaTiO_3$, $KNbO_3$, $LiNbO_3$, $Sr_{1-x}Ba_xNb_2O_6$ (SBN), $Bi_{12}SiO_{20}$ (BSO), GaAs o InP. En los trabajos realizados en esta tesis, se han utilizado 3 tipos de cristales con diferentes propiedades, por ejemplo el tiempo de respuesta, el porcentaje de dopaje o la capacidad de aplicar un campo eléctrico externo.

El efecto describe el proceso es conocido como *modelo de transporte de bandas* [35]. En este modelo se asume que los cristales que presentan este efecto tienen un porcentaje de impurezas, tanto aceptoras N_A como dadoras N_D .

Desde un punto de vista energético, las impurezas dadoras se encuentran en un nivel de energía similar como se puede ver en el diagrama de la Fig. 1.18. Por cada impureza ionizada, hay un electrón excitado en la banda de conducción, al número de electrones excitados se le conoce como tasa de ionización N . Por otro lado, también hay algunas impurezas ionizadas que son desexcitadas por la captura de un electrón en la banda de conducción, a este número se llama tasa de desionización N_D^I . Cuando se ilumina una zona localizada del cristal, algunas de estas impurezas son ionizadas por la absorción de fotones y excitadas hasta la banda de conducción.

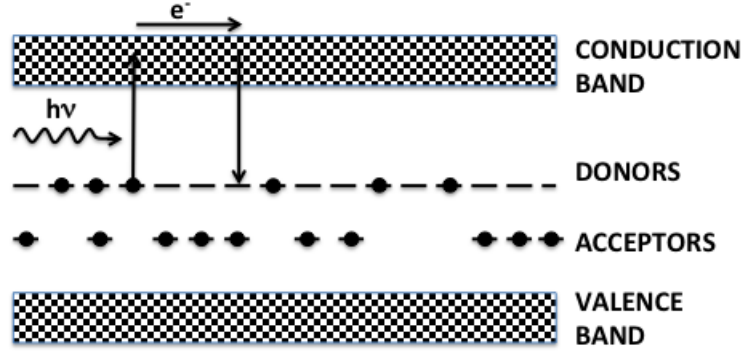


Fig. 1.18: Esquema del modelo de transporte de bandas que explica el efecto fotorrefractivo.

Si se bombea un PRC con dos haces que interfieren a un ángulo θ , se forma un patrón en forma de franjas. Donde los campos eléctricos E_j y su distribución de intensidad $I(\mathbf{r})$ vienen descritos por las siguientes ecuaciones,

$$E_j = A_j \exp[i(\omega t - \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r})], \quad j = 1, 2 \quad (1.4)$$

$$I = |A_1|^2 + |A_2|^2 + A_1^* A_2 e^{-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}} + A_1 A_2^* e^{i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}} \quad (1.5)$$

siendo ω la frecuencia de los haces, \mathbf{k}_1 y \mathbf{k}_2 son sus vectores de onda, \mathbf{E}_1 y \mathbf{E}_2 son las amplitudes y $\mathbf{K} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ es la periodicidad espacial del patrón de franjas formado por la interferencia entre los dos haces a un ángulo θ . La modulación de este sistema de franjas viene descrito por la Ec. 1.6.

$$I(r) = I_0 [1 + \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r})] \quad (1.6)$$

Esta distribución espacial de intensidad $I(r)$ genera una densidad de corriente eléctrica espacial \mathbf{j} ,

$$\mathbf{j} = qN\mu\mathbf{E}_{sc}(r) + k_bT\mu\nabla N \quad (1.7)$$

donde el primer término a la derecha de la ecuación se le conoce como *corriente de arrastre*. El segundo término es la *corriente de difusión*. Con q la carga eléctrica del electrón, μ es el tensor de movilidad del electrón, \mathbf{E}_{sc} es el campo eléctrico de carga espacial, k_bT es la constante de Boltzmann y T la temperatura.

La densidad de corriente \mathbf{j} se anulará cuando la componente de arrastre sea contrarrestada por la de difusión. El balance neto del número de electrones viene dado por la densidad de carga espacial $\rho(r)$, descrita en la Ec. 1.8.

$$\rho(r) = -q(N + N_A - N_D^i) \quad (1.8)$$

$\rho(r)$ describe el número de electrones libres que hay en la banda de conducción y es proporcional a $I(r)$ $\rho(r) \propto \cos(\mathbf{K} \cdot r)$. Así $\rho(r)$ es el número de cargas libres que hay en la banda de conducción N , N_A el número de impurezas aceptoras que dejan electrones libres tras recibir un fotón y N_D^i son las impurezas dadoras ionizadas que son desexcitadas por la captura de un electrón en la banda de conducción.

A partir de $\rho(r)$ es fácil deducir por medio de la ecuación de Poisson, el campo espacial de carga E_{sc} que se deriva de él,

$$\nabla \cdot \epsilon \mathbf{E}_{sc} = \rho(\mathbf{r}) \quad (1.9)$$

Siendo ϵ la permitividad eléctrica del medio fotorrefractivo. Es importante señalar que $E_{sc} \propto \text{sen}(\mathbf{K} \cdot r)$ y $\rho(r) \propto \text{cos}(\mathbf{K} \cdot r)$. Esto produce un desplazamiento de la fase entre $\rho(r)$ y E_0 de $\pi/2$ radianes (ver la Fig. 1.19), que es esencial para la combinación del efecto fotorrefractivo y la mezcla de ondas, como veremos a continuación.

Finalmente, el campo espacial de carga E_{sc} induce una variación espacial del índice de refracción $\Delta n(x)$ a través del efecto Pockels (Ec. 1.10).

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij} = r_{ijk} E_{sc}^k \quad (1.10)$$

donde r_{ijk} son los coeficientes electro-ópticos del cristal fotorrefractivo [58, 59] y E_{sc}^k es el campo espacial de carga. La Fig. 1.19 resume todos los pasos que se han explicado en el efecto fotorrefractivo, tomando como origen la distribución espacial de intensidad $I(x)$.

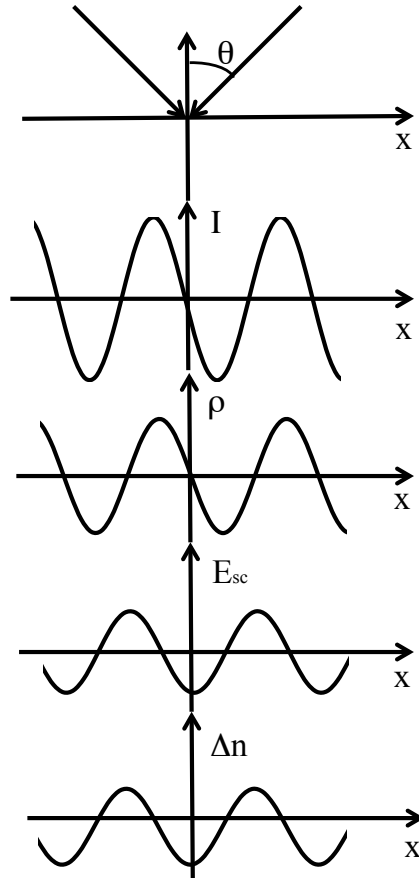


Fig. 1.19: Esquema que explica la inducción de la variación espacial del índice de refracción en el efecto fotorrefractivo a partir de una iluminación espacial periódica. La interferencia de dos haces ópticos a un ángulo θ produce un patrón de interferencias espacial y de periodicidad K con una distribución de intensidad I .

A través del modelo de transporte de bandas, una densidad de carga eléctrica ρ se forma en la banda de conducción de los átomos que forman el cristal fotorrefractivo, y consecuentemente, un campo espacial de carga E_{sc} se forma con una fase adicional de $\pi/2$ radianes con respecto a ρ .

Finalmente, a través del efecto Pockels, se produce la variación periódica espacial en el índice de refracción Δn creando una red con periodicidad K igual a la que tiene el interferenciado inicial aplicado al PRC [3].

Mezcla de ondas

Otro interesante efecto relacionado con el efecto fotorrefractivo es la *mezcla de ondas*. Tras producirse la variación del índice de refracción n en una parte localizada del PRC (la zona iluminada), este efecto hace que cuando dos o cuatro haces se iluminen de manera co- o contra-propagante, puedan interactuar entre sí permitiendo una transferencia de energía entre ellos. En la imagen 1.20 se muestra dos ejemplos para la configuración de dos o cuatro ondas.

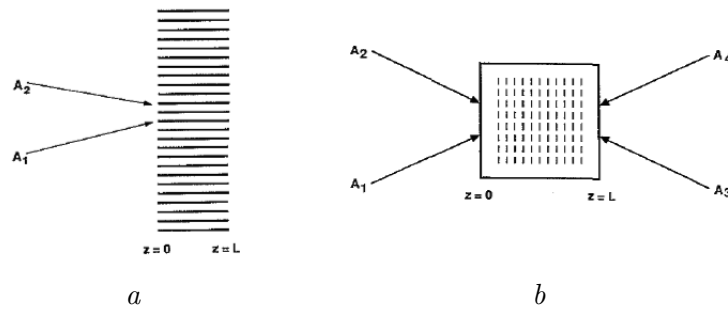


Fig. 1.20: Esquema muestra las dos configuraciones posibles para la mezcla de dos (a) o cuatro (b) [35].

Este efecto permite el acoplamiento de energía para la generación extra de luz intracavidad. Esta transferencia energética aumenta el número de modos electromagnéticos permitidos en la cavidad, lo que conlleva el aumento de la posibilidad de generar estructuras no lineales.

La transferencia de energía se produce por el desplazamiento de π radianes de la carga de densidad eléctrica $\rho(r)$ con el campo eléctrico especial de carga E_{sc} (ver efecto fotorrefractivo). Como veremos en la Ec. 1.11, explicando el proceso de mezcla de ondas, este corrimiento de fase, que denotamos como ϕ , es el responsable del acoplamiento entre las amplitudes de los bombeos que producen la mezcla de cuatro o dos ondas.

Existen diferentes tipos de configuraciones para la mezcla de ondas. Un modo de clasificar es según el número de haces que producen el fenómeno: pudiéndose ser dos o cuatro haces, es entonces cuando se llaman configuración de dos o de cuatro ondas respectivamente.

Y según la frecuencia de los haces que intervienen en la fenómeno: se habla de configuración no-degenerada cuando las frecuencias son diferentes : $\omega_i \neq \omega_j$. Del mismo modo, cuando se conoce como configuración degenerada cuando $\omega_i = \omega_j$, con $j=1,2$ (tomando como caso mezcla de dos ondas).

Para entender el proceso de transferencia de energía, se va a describir usando el caso más simple: la configuración de mezcla degenerada de dos ondas, es decir, cuando dos haces tienen la misma frecuencia ω ($\omega_1 = \omega_2$). Estos haces, descritos en las Ecs.1.4 y 1.5, iluminan una misma zona local del PRC. Si se desarrolla el modelo de transporte de bandas del efecto fotorrefractivo, obtendremos que el índice de refracción n en la zona iluminada es tal que,

$$n = n_0 + \left[\frac{n_1}{2} \exp(i\phi) \frac{A_1^* A_2}{I_0} \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) + c.c \right] \quad (1.11)$$

donde $I_0 = |A_1|^2 + |A_2|^2$ es el término constante de la distribución de intensidad, n_0 es el término lineal del índice de refracción, $c.c$ es el término complejo conjugado y ϕ es la fase adicional de n con respecto al patrón de intensidad I.

Para obtener el acoplamiento que hay entre ambos haces se utiliza la ecuación de ondas (Ec. 1.12) y, usamos la *aproximación de amplitud de variación lenta* (Ec. 1.13) para despreciar las derivadas espaciales de segundo orden.

$$\nabla^2 E + \frac{\omega^2}{c^2} n^2 E = 0 \quad (1.12)$$

$$\left| \frac{d^2}{dz^2} A_j \right| \ll \beta_j \left| \frac{d^2}{dz^2} A_j \right|, \quad j = 1, 2 \quad (1.13)$$

Con β_j como la componente del eje z del vector de onda \mathbf{k}_j con $j=1, 2$. El resultado es la evolución espacial en el eje de propagación, en este caso eje z, para ambas amplitudes, A_1 y A_2 , tal y como se describe en la Ec. 1.14.

$$2i\beta_1 \frac{d}{dz} A_1 = \frac{\omega^2 n_0 n_1}{c^2 I_0} e^{-i\phi} A_2^* A_2 A_1 \quad (1.14a)$$

$$2i\beta_2 \frac{d}{dz} A_2 = \frac{\omega^2 n_0 n_1}{c^2 I_0} e^{-i\phi} A_1^* A_1 A_2 \quad (1.14b)$$

Con c como velocidad de la luz en el vacío. Estas ecuaciones indican como hay un acoplamiento entre las amplitudes de ambos haces gracias a la fase adicional ϕ que se produce entre el densidad de carga $\rho(r)$ y el campo espacial de carga E_{sc} en el efecto fotorrefractivo (Fig. 1.19).

Hemos explicado el proceso más siempre de mezcla de ondas: dos ondas co-propagantes, pero para configuraciones más complejas como la mezcla de dos ondas co- o contra-propagantes se puede resolver con el mismo método de cálculo [35]. Esta descripción explica como en un material fotorrefractivo, cuando se iluminan dos o cuatro haces, permite un acoplamiento de energía.

En la Fig. 1.21 se muestra el proceso de este acoplamiento en un cristal fotorrefractivo utilizado en uno de los trabajos de Valencia.

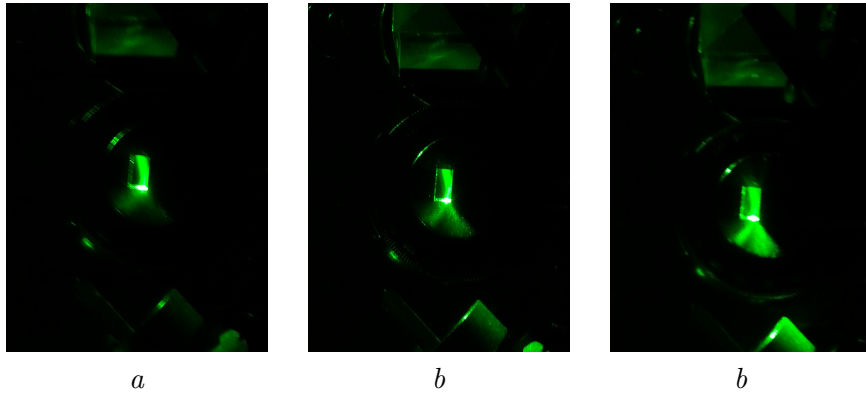


Fig. 1.21: Imágenes capturadas en intervalos de tiempo de 30 s muestran el proceso de acoplamiento de energía en un cristal fotorrefractivo de $BaTiO_3$. Se ha iluminado en una configuración de cuatro ondas no degenerada, en un PRO de tipo Fabry-Perot. Los cuatro haces están en el plano de la fotografía [3]

Simetrías de fase y modulación Rocking

Simetrías de fase

Una de las características que tienen los patrones que aparecen en sistemas disipativos no lineales, como los resonadores ópticos, está relacionada con la fase permitida en éstos. Desde este punto de vista, se pueden clasificar *sistemas con invariancia de fase*, que presentan estructuras cuya fase puede tomar cualquier valor y, *sistemas phase locked*, que permiten la generación de patrones con valores de fase discretizados.

En los trabajos que presentamos en esta tesis, tres de ellos han sido realizados en la Universitat de València con el objetivo de demostrar experimentalmente una técnica de modulación conocida como *Rocking*. Se han utilizado sistemas ópticos que presentan invariancia en la simetría de fase y se convierten en sistemas de fase bloqueada (biestable), y sistemas con phase locked, en donde se cambia el número de valores discretos de fase permitidos. En esta sección se va a explicar los puntos clave para comprender cómo cambian las estructuras según sus simetrías de fase y como se comportan bajo modulaciones externas aplicadas al sistema óptico donde emergen. Además se explica en detalle la teoría de modulación *Rocking* que se utiliza en los experimentos realizados en Valencia [1, 3, 5].

Matemáticamente los sistemas con invariancia en fase y con phase locked vienen descritos por modelos diferentes. Así, los sistemas invariantes en fase se describen mediante un campo complejo, por lo que las ecuaciones que describen los modelos complejos de *Ginzburg-Landau* (CGLE) y de *Swift-Hohenberg* son los que mejor se ajustan. Entre los sistemas phase locked, son de gran interés aquellos en los que se toman dos valores de fase, que difieren en π radianes. Este tipo de sistemas, denominados biestables, se describen mediante las ecuaciones reales de *Ginzburg-Landau* y de *Swift-Hohenberg* [60].

Los sistemas disipativos que presentan invariancia de fase se caracterizan por la aparición de estructuras como los vórtices [61] o las ondas

'espirales' [62]. Mientras que osciladores con biestabilidad soportan patrones más estructurados como los dominios de fase o solitones oscuros. En la Fig. 1.22 se muestran ejemplos de estructuras con invariancia en fase y phase locked.

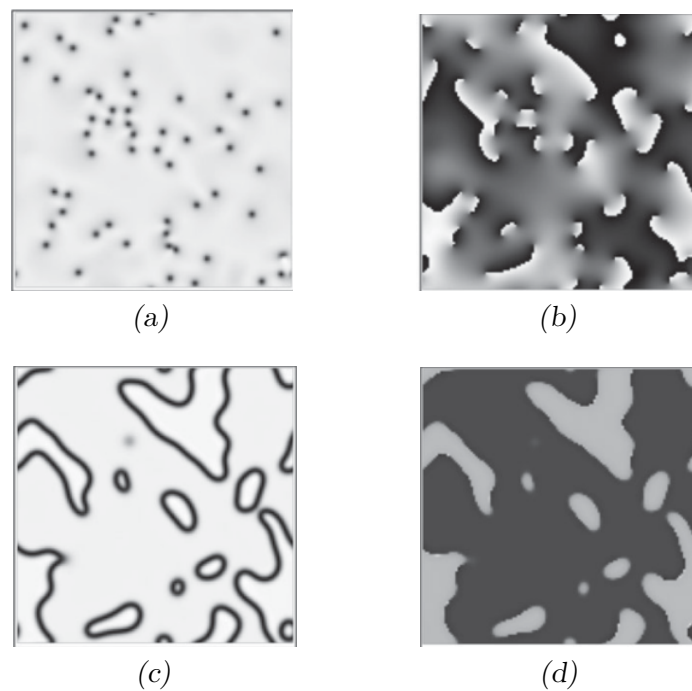


Fig. 1.22: Simulación de conversión de estructuras complejas con alto grado de desorden (invariantes en fase) a estructuras reales con mayor orden y biestabilidad en fase. La conversión se ha hecho a través de la modulación temporal de tipo *Rocking* en un láser de dos niveles. Las líneas blancas y negras corresponden a valores de máxima y de mínima intensidad respectivamente. Como ejemplo de estructuras complejas soportadas en sistemas con invariancia se muestran vórtices en la fila de arriba, donde se ve la distribución de intensidad (a) y la de fase (b). Como estructura real soportada en sistemas con phase locked, se muestran dominios de fase: con la distribución de intensidad en (c) y la de su fase en (d) [63].

A través de un profundo detalle del análisis de estabilidad [64], se puede explicar como los sistemas con invariancia de fase, tienen una mayor sensibilidad a forzamientos externos [15, 65], pudiendo llegar a romperse dicha simetría para fijar la fase [13, 66, 67]. Además de los sistemas ópticos, se han estudiado este tipo de simetrías de fase en otros sistemas no lineales como sistemas de reacción-difusión químicos [68–70], en sistemas con inestabilidad Rayleigh-Bénard [71] o Taylor-Couette [72].

Forzamiento periódico temporal

Uno de los de los forzamientos externos más utilizado en sistemas oscilatorios es el *forzamiento periódico temporal*. Este tipo de modulación opera con frecuencias cercanas al umbral de oscilación del sistema o múltiples entero de ésta [73–76]. El oscilador es sensible a resonancias $n:m$, siendo n y m números enteros positivos descritos por la relación entre la frecuencia de forzamiento ω_e y la frecuencia natural del oscilador ω_0 tal que,

$$\omega_e = \frac{n}{m}(\omega_0 + \nu) \quad (1.1)$$

donde ν es una pequeña corrección de desintonía. Para este caso, la variación lenta de la amplitud de las oscilaciones A viene descrita por la Ec. 1.2,

$$\partial_t A = (\mu + i\nu)A + (1 + i\alpha)\nabla^2 - (1 + i\beta)|A|^2 A + F^m(A^*)^{n-1}, \quad (1.2)$$

donde F es proporcional a la amplitud de la señal de modulación aplicada al resonador, $\nabla^2 = \partial_x^2 - \partial_y^2$ y μ es el parámetro de excitación que permite obtener el nuevo estado con simetría phase locked. La

amplitud A y el espacio de coordenadas (x, y) son normalizados para hacer unitarios el coeficiente de dispersión α y el no lineal β . Donde β es el coeficiente no lineal de desplazamiento frecuencial [77]. Cuando no se aplica la señal de forzamiento $F = 0$, la ecuación 1.2 se reduce a la ecuación *CGLE* que es la descripción universal para sistemas oscilantes [60, 77].

La señal de modulación actúa como un reloj marcando las fases permitidas en el sistema según el tipo de resonancia $n:m$ entre la modulación y el sistema. La relación entre los valores de fase ϕ_k permitidos viene dada por,

$$\phi_k = \phi_1 + \frac{2\pi(k-1)}{n} \quad (1.3)$$

con $k = 1, \dots, n$. El forzamiento más simple y más usado se conoce como *resonancia paramétrica*, donde la señal externa aplicada al resonador es dos veces la frecuencia propia del sistema ($n:m = 2:1$), con solo dos valores permitidos que difieren entre 0 y π radianes [73, 77]. Este tipo de forzamiento solo es sensible para los sistemas oscilantes disipativos que responden bajo los efectos de una forzamiento externo a una frecuencia ω_e múltiplo de la frecuencia natural del resonador ω_0 .

Sin embargo, hay muchos resonadores ópticos como láseres, osciladores ópticos paramétricos (OPO) o PRO, que solo son sensibles a su frecuencia natural. Para generar resonancias paramétricas en resonadores ópticos y convertir estructuras complejas en estructuras biestables y reales se aplica una técnica de modulación denominada *Rocking* que se ha desarrollado en el grupo de Óptica y Cuántica No Lineal en la Universitat de València [6, 7].

Modulación Rocking

La modulación Rocking es un tipo de forzamiento que puede convertir un sistema complejo en uno real a través de una resonancia 1:1 [6, 7, 63]. Este forzamiento oscila a una frecuencia ω_e muy cercana a la frecuencia natural ω_0 del resonador, lo que permite resonancias 1:1 sensibles en los resonadores ópticos. La novedad y unicidad de esta modulación es que la amplitud es lentamente modulada, en tiempo o espacio (ver Ec. 1.4 y 1.5). Esto convierte la señal de forzamiento en una modulación a dos frecuencias tal que $\omega_e = \pm\Omega$ en el caso temporal, o $\Lambda = \pm\Lambda$ en el caso espacial. De esta modo se genera una señal que puede romper la simetría invariante de fase y bloquear el sistema en dos valores de fase opuestos y separados en π radianes.

$$\text{modulación temporal} \quad F = F_0 \cos(\Omega t) \quad (1.4)$$

$$\text{modulación espacial} \quad F = F_0 \cos(\Lambda t) \quad (1.5)$$

Con F_0 como la amplitud de la modulación, Ω como la frecuencia temporal, y Λ como la frecuencia espacial. A partir de ahora usaremos la descripción para modulación temporal, siendo exactamente el mismo proceso para la de tipo espacial. Tomando la ecuación *CGLE* y en comparación con el forzamiento periódico temporal (ver Ec. 1.2), la señal de Rocking viene descrita de la siguiente manera,

$$\partial_t A = (\sigma + i\nu)A + (1 + i\alpha)\nabla^2 - (1 + i\beta)|A|^2 A + F_0 \cos(\Omega t) \quad (1.6)$$

con $\sigma = \text{sgn}(\mu)$ [6]. Para visualizar mejor el efecto de forzamiento a dos frecuencias, se va a tomar el caso más simple: hacer cero los coeficientes de dispersión (α), el desplazamiento frecuencia no lineal

(β) y la corrección de la desintonía (ν). En este caso, la modulación Rocking se puede ver como un oscilador mecánico, en dónde las partes reales e imaginarias de las oscilaciones son representadas como las dos coordenadas cartesianas $\mathbf{q} = (q_1, q_2)$ de una partícula sin masa imaginaria bajo los efectos de una viscosidad ξ y la acción de un potencial V viene dado por la siguiente relación,

$$V(\mathbf{q}) = -\frac{\xi}{2}q^2 + \frac{1}{4}q^4 - qF_0\cos(\Omega t) \quad (1.7)$$

El potencial V tiene una forma de sombrero mexicano (Fig. 1.23), con un máximo en el origen que corresponde a una posición no estable. Hay un mínimo degenerado alrededor del punto máximo, en donde las oscilaciones libres (sin forzamiento) pueden tener cualquier fase entre 0 y 2π radianes [63].

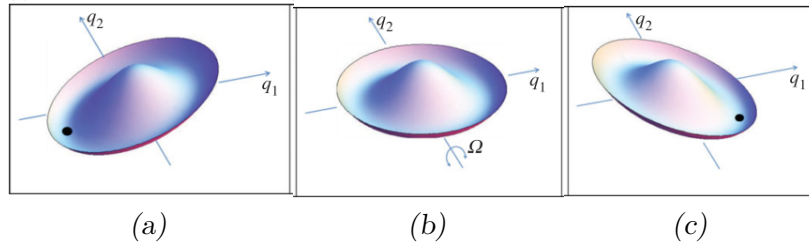


Fig. 1.23: Diagrama de un potencial V con una viscosidad ξ que es 'rockeado' alrededor del eje cartesiano q_2 a una frecuencia de oscilación Ω . En el origen de coordenadas $O = (q_1 = 0, q_2 = 0)$ se encuentra un punto de inestabilidad, alrededor de ésta hay un mínimo degenerado (valle) donde se puede tomar cualquier valor de fase entre 0 y 2π radianes. El punto negro en a) y c) muestran las dos regiones igualmente estables y equiprobables que puede tomar el sistema. Los dos estados están separados por π radianes [63].

Tras aplicar la modulación Rocking al potencial V , éste empieza a oscilar de manera periódica alrededor de uno de los ejes, digamos

q_2 . Debido al movimiento periódico y oscilatorio, la partícula sin masa tiende a ubicarse en dos regiones localizadas en el anillo que forma el mínimo degenerado. Si la frecuencia de Rocking ω_e es suficientemente rápida, el sistema no es capaz de adaptarse de manera constante a ninguno de los dos estados, resultando que ambos estados son permitidos de manera equiprobable como se pueden ver en las imágenes de la Fig. 1.23.

Analizando el forzamiento *Rocking* descrito en la Ec. 2.11, se considera un forzamiento de este tipo cuando la amplitud de modulación A es suficientemente 'fuerte y rápida' con respecto a los parámetros del oscilador disipativo al que se aplica ($F=f\omega$, $\omega \ll 1$) [6]. Esta aproximación permite separar una escala temporal lenta t del sistema sin forzar y una escala más rápida $\tau = \omega t$. La solución al sistema "roceado" (ec. 2.11) viene dado en series de ω de una forma que depende de τ : $A(x, y, t) = A(x, y, t, \tau) + O(\omega^{-1})$ tal que,

$$A(x, y, t, \tau) = f \text{sen}(\tau) + ia(x, y, t) \quad (1.8)$$

Tomando la ec. 2.11 y la separación en dos escalas temporales entre la señal *Rocking* y el oscilador sin forzamiento, obtenemos una descripción análoga al del oscilador periódico temporal para una resonancia 2:1 [77],

$$\partial_t a = (\lambda + i\theta)a + (1 + i\alpha)\nabla^2 a - (1 + i\beta)|a|^2 a + \gamma a^* \quad (1.9)$$

donde $\gamma = \frac{1}{2}(\frac{F_0}{\Omega})^2$ es el parámetro de *Rocking*. Las ecuación tiene dos soluciones espaciales homogéneas, además de la trivial $a=0$, $a = \pm |a| \exp(i\phi)$, con $\phi = \nu/\gamma$.

El último término de la ec. 1.9 representa una ganancia sensible a la fase que permite el bloqueo del valor de la fase con una simetría de fase a y $-a$. Por ejemplo, cuando $\gamma = 0$, es decir, no hay forzamiento *Rocking*, ϕ corresponde a las oscilaciones libres. Sin embargo cuando $\gamma \neq 0$, y con el término proporcional a a^* , el sistema rompe su simetría de fase tomando dos valores discretos $[a, a^*]$ que están conectados por su simetría de fase y son equivalentes.

Como comentario adicional, dentro de los dominios de fase, según el tipo de perfil de fase que tengan, se clasifican dos tipos de dominios: de tipo *Ising* y de tipo *Bloch*. La pared de tipo *Ising* se caracteriza por que tiene una transición de fase que cambia abruptamente, en donde la amplitud cae a cero. Por otra parte los dominios de fase de tipo *Bloch*, la transición de fase es más suave y el amplitud no llega a cero en la interfase entre los dos estados opuestos de fase [78]. En la Fig. 1.24 se muestran estos patrones simulados al aplicar diferentes señales de forzamiento F de tipo *Rocking*.

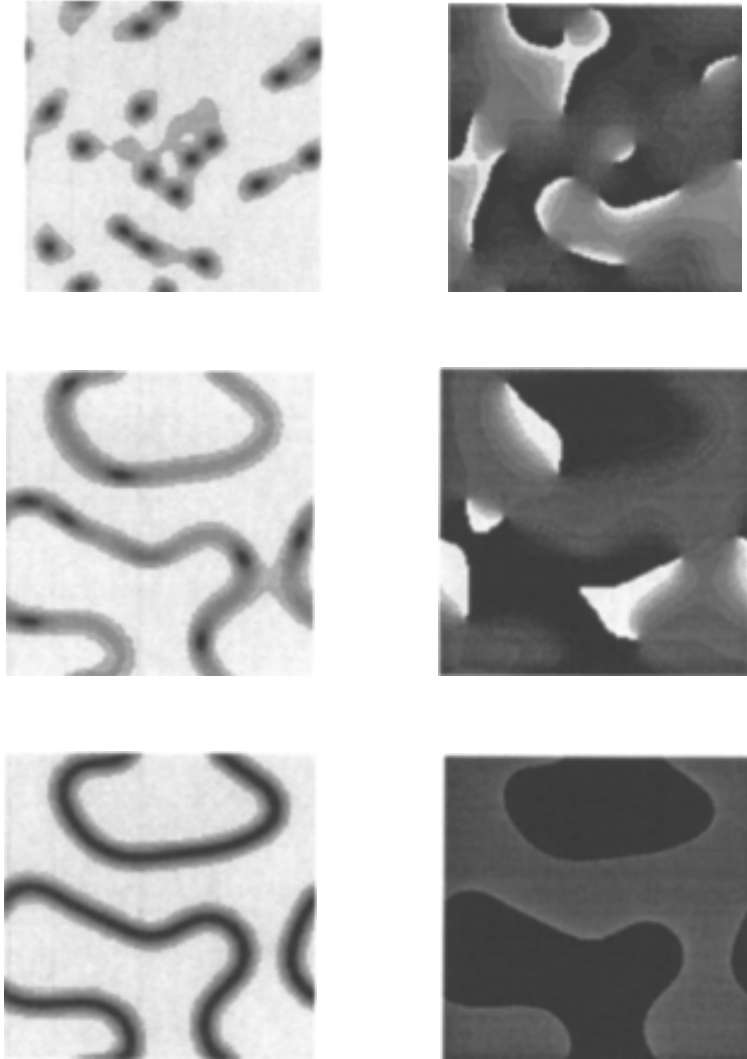


Fig. 1.24: Dominios de fase en el caso varicional ($\alpha = \beta = \nu = 0$) por integración numérica de la modulación (temporal) tipo *Rocking* en resonancia 1:1. En la columna de la izquierda se muestran las distribuciones de intensidades bajo un período de *Rocking* promediadas de A y en la columna derecha se muestran sus fases. En la distribución de intensidad, las líneas blancas y negras corresponden con el máximo y el mínimo de intensidad respectivamente. En la fila superior se muestran una agrupación de vórtices para una modulación *Rocking* nula ($F=0$). En la fila central se muestran paredes de tipo *Bloch* con $F=5$. En la fila de abajo aparecen paredes de tipo *Ising* con $F=10$ [6].

2. RESUMEN EXPERIMENTOS

Trabajo 1: Modulación espacial Rocking

Experimental demonstration of phase bistability in a broad-area optical oscillator with injected signal

En este trabajo se presenta la demostración experimental de la modulación de tipo *Rocking* espacial aplicada a un oscilador fotorrefractivo (PRO) con una configuración de mezcla de cuatro ondas no-degenerada en una cavidad de tipo Fabry-Perot.

El objetivo es la conversión de un sistema óptico no lineal que presenta un estado inicial de invariancia de fase, a un estado con bistabilidad de fase.

En cada estado se generan unas estructuras en función del tipo de simetría de fase que presenta el resonador. El estado natural del PRO en configuración de cuatro ondas no-degenerada es de invariancia de fase, por lo que emergen en su sección transversal estructuras complejas con alto grado de desorden como los vórtices.

Con la aplicación de la modulación *Rocking*, como detallamos más abajo, los vórtices pasan a ser dominios (en el caso 2D) o paredes de fase (en el caso 1D). Los dominios de fase son estructuras más ordenadas cuya simetría de fase permite valores discretos de la misma: en este experimento en particular, se generan estructuras con resonancia paramétrica (2:1) que permiten dos valores diferenciados en π radianes [6, 7, 63].

El montaje experimental es un oscilador fotorrefractivo de tipo

Fabry-Perot de 1.20 m de longitud. Se utiliza una fuente de $\lambda = 532$ nm con una polarización horizontal, que posteriormente se divide en dos haces con polarizaciones vertical y horizontal que se propagan por cada una de las dos cavidades virtuales. Los dos sistemas telescópicos (L_1, L_2) y (L_3, L_4), con focales $f'(L_1) = f'(L_4) = 100$ mm y $f'(L_2) = f'(L_3) = 200$ mm, (Fig. 2.1) forman las imágenes de los espejos con un aumento lateral $m_{PRO} = 1/2$ sobre las caras de entrada y salida del cristal fotorrefractivo.

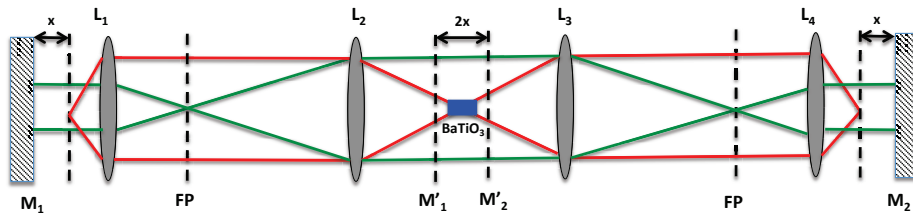


Fig. 2.1: Diagrama del oscilador fotorrefractivo. Dos espejos M_1 y M_2 forman una cavidad de tipo Fabry-Perot. A través de dos sistemas proyectores telescópicos (L_1, L_2) y (L_3, L_4), se forman las imágenes de los espejos en el centro del cristal fotorrefractivo (trazado de rayos rojo). Variando una distancia x los espejos (trazados de rayos verde) se consigue una cavidad virtual de longitud $2x$ que permite un número de Fresnel F alto. Los planes de Fourier FP coinciden en los focos de ambas lentes (trazado rayos verdes).

La polarización horizontal se propaga a través de una de las dos cavidades virtuales, la *cavidad activa*, que contiene el cristal fotorrefractivo y es donde se generan las estructuras no lineales. La polarización vertical se propaga a través de la otra cavidad virtual, la *cavidad pasiva*, que se utiliza como señal de control, manteniendo fija la longitud de la cavidad real. Esta estabilización es necesaria para compensar las fluctuaciones ambientales como cambios de temperatura o corrientes de aire que pueden modificar la longitud del resonador en escala micrométrica. Con esta configuración, evitamos la mezcla de la señal del experimento (patrones y no linealidad) con la de la señal de con-

trol. Como elemento activo utilizamos un cristal de titanato de bario ($BaTiO_3$) de $4.5 \times 4.5 \times 8.0 \text{ mm}^3$, con un tiempo de respuesta de $\tau \cong 30 \text{ ms}$. En el resumen del trabajo tres [3] se detalla esta metodología de estabilización de la cavidad.

La generación de estructuras se produce debido al efecto fotorrefractivo y la mezcla de cuatro ondas no-degenerada. Dos de las ondas son las dos ondas contrapropagantes que se forman en la cavidad Fabry-Perot. La tercera onda se consigue con un bombeo al cristal unidireccional a un ángulo $\alpha = 40^\circ$ con respecto al eje C^+ del PRC. La cuarta aparece debido al acoplamiento de energía entre los otros tres haces [35]. En la figura 2.2 se muestra la configuración del oscilador fotorrefractivo donde se detalla la doble cavidad virtual y el bombeo inyectado en el cristal para generar la mezcla de cuatro ondas no-degeneradas.

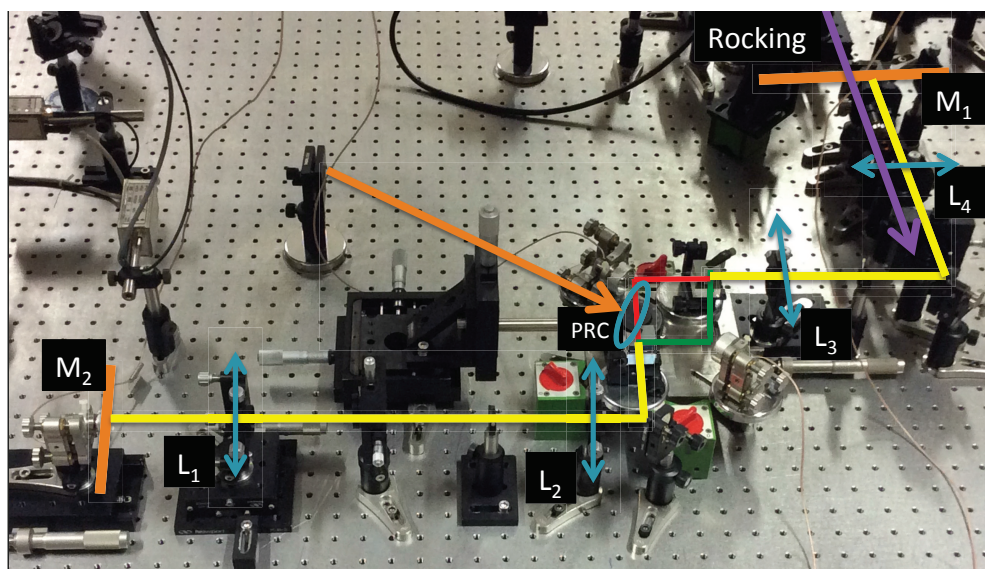


Fig. 2.2: Imagen del montaje experimental del oscilador óptico fotorrefractivo (PRO). Se muestra la cavidad real (Fabry-Perot) delimitada por los espejos M_1 y M_2 (líneas naranjas) que forma el PRO. La cavidad real se divide por un sistema de espejos y cubos polarizadores en dos secciones con polarizaciones cruzadas. La sección marcada en rojo pasa por el cristal fotorrefractivo (PRC) y corresponde a la cavidad activa y la sección marcada en verde sirve para controlar y estabilizar la longitud de la cavidad. Se marcan con flechas azules las lentes de los sistemas telescópicos (L_1 , L_2) y (L_3 , L_4) que forman la cavidad virtual de alto número de Fresnel en los extremos del PRC. El haz de *Rocking* modulado espacialmente (flecha morada) es inyectado en la intracavidad. El bombeo unidireccional se inyecta en el cristal a un ángulo de $\cong 40^\circ$ (flecha naranja) respecto al eje de la cavidad.

Como se ha explicado en la sección de *Rocking*, existen dos tipos de modulaciones: espacial y temporal. En este trabajo se utiliza la modulación de *Rocking* de tipo espacial para la ruptura de simetría de fase. Se ha demostrado la efectividad de la modulación temporal en diferentes sistemas ópticos, tanto de carácter experimental como

teórico: por ejemplo en láseres [79, 80], en VCSELs [81], en resonadores con ruido inducido [82] u osciladores fotorrefractivos con configuración de mezcla de dos ondas [6, 83]. La novedad y aportación original de este trabajo reside en la demostración empírica de la efectividad de la modulación espacial de *Rocking* [7, 63].

Como se ha explicado en su sección correspondiente (*Simetrías de fase y modulación Rocking*), el forzamiento de tipo *Rocking* consiste en la aplicación de una señal externa con una frecuencia ω muy cercana a la natural del sistema en el que se aplica. La amplitud de esta señal está modulada a una frecuencia espacial Λ o temporal Ω mucho mayor que la del sistema. En este caso, que se trabaja con una modulación espacial, para que el *Rocking* sea efectivo, se necesita inyectar en la cavidad una modulación cuya amplitud oscile a una frecuencia espacial que permita introducir, al menos, 3 períodos dentro de cada estructura. Dado que el tamaño de un vórtice es del orden de 60-80 μm , la frecuencia espacial ha de ser mayor que $\Lambda \geq 37.5 - 50 \text{ mm}^{-1}$. La forma más sencilla de generar este tipo de red binaria de fase es utilizar interferometría, sin embargo este método es técnicamente inviable debido a que el ángulo entre los haces es menor que la anchura de los haces.

Para generar la modulación espacial de tipo *Rocking* utilizamos un modulador espacial de luz (SLM) como se ilustra en la Fig. 2.3. Un haz de iluminación ancho y homogéneo, con polarización horizontal, ilumina toda la pantalla del SLM, donde se ha codificado de manera binaria, a través del programa de *Matlab*, un perfil de saltos de fase exactos de π radianes. Esta red binaria es enviada desde el SLM, hasta el espejo plano-paralelo de entrada del oscilador fotorrefractivo. Desde el espejo del PRO, a través de uno de los dos sistemas telescópicos que forma la imagen del espejo (cavidad virtual), se forma también la imagen del perfil de fase sobre la cara de entrada del cristal fotorrefractivo.

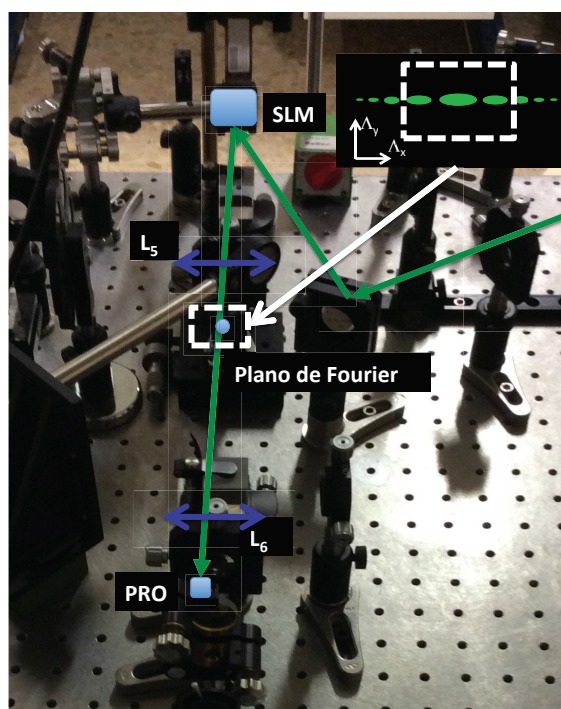


Fig. 2.3: Imagen de la implementación experimental del *Rocking* espacial. Arriba a la derecha se muestra el patrón de armónicos en el plano de Fourier para un red binaria con un perfil de saltos de fase de π con una frecuencia espacial Λ_x . El cuadro blanco representa el tamaño de los elementos ópticos pasivos, como beam splitters y lentes, por el que se propaga la red binaria y que pueden eliminar armónicos de alta frecuencia. Un haz ancho es enviado al SLM de manera homogénea para iluminar toda la pantalla. Tras codificar la red binaria en fase con saltos exactos de π rads, la señal se envía desde el SLM hasta la entrada del oscilador fotorrefractivo a través de un sistema telescópico (L_5 , L_6) con focales $f'(L_5) = 200$ mm y $f'(L_6) = 100$ mm que reduce el tamaño de la imagen, y por tanto aumenta su frecuencia espacial.

La modulación espacial se puede variar de dos modos, lo que la hace más flexible que la modulación temporal: por el número de pixeles que forman un período en el SLM y por el tamaño de la ventana en

donde se genera el perfil. El número de pixeles conlleva como limitación técnica la discretización de los valores de frecuencias permitidas. Dado el tamaño del pixel del SLM (PLUTO-VIS-006-A, Holoeye Photonics AG), en nuestro caso de $8 \mu m$, la frecuencia viene dada por el número de pixeles $2n$ que forman un período, con $n=1, \dots, 960$. Donde la máxima frecuencia permitida por el dispositivo se obtiene cuando un período se forma por dos pixeles, uno como valor máximo (π rads) y otro como mínimo (0 rads).

El segundo método es la variación del tamaño de la ventana de modulación. Ocurre cuando en el SLM, con un tamaño de pantalla de $15.36 \times 8.62 \text{ mm}^2$, se codifica un perfil binario de fase de 30 franjas equivalente a una frecuencia espacial $\Lambda_{SLM} = 2 \text{ mm}^{-1}$. Un sistema telescópico de proyección entre el SLM y el espejo del oscilador tiene un aumento lateral de $m_{PRO} = 1/4$, lo que conlleva a una reducción del tamaño del objeto codificado por el SLM y por consiguiente un aumento en la frecuencia espacial $\Lambda_{PRO} = m_{PRO} \times \Lambda_{SLM}$ (ver Fig. 2.3). El segundo sistema telescópico, con un aumento de $m_{PRC} = 2$, forma la imagen del espejo del PRO y de la red binaria formada en éste en la cara de cristal fotorrefractivo, con una frecuencia espacial de $\Lambda_{PRC} = m_{PRC} \times \Lambda_{PRO}$.

Esta relación de aumentos conlleva a que, para una frecuencia espacial determinada en el SLM (Λ_{SLM}) existan tantas frecuencias espaciales Λ_x como planos en los que se forme la imagen de la red binaria. En concreto, para la configuración experimental que se utiliza hay tres planos: el plano del SLM (Λ_{SLM}), el del oscilador fotorrefractivo (Λ_{PRO}) y el del cristal fotorrefractivo (Λ_{PRC}). En la Fig. 2.4 se muestra como varía Λ_x en función del número de pixeles que se toman en el SLM para generar el perfil de fase en los tres planos mencionados. Se muestra como para la efectividad de la modulación, solo podemos modular a cuatro frecuencias discretizadas $\Delta_x = m \text{ mm}^{-1}$.

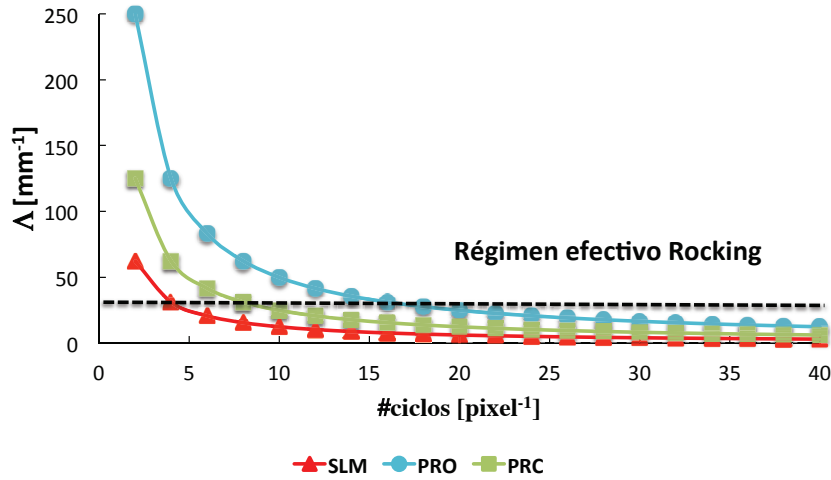


Fig. 2.4: Frecuencias espaciales Δ permitidas de la modulación espacial de *Rocking* en función del número de ciclos generados en el SLM. Las frecuencias espaciales están referidas a diferentes planos del montaje experimental mediante formación de imágenes: En el SLM, en el oscilador fotorrefractivo (PRO) y en la cara de entrada del cristal fotorrefractivo (PRC). La línea punteada, en $\Delta_{umbrales} = 37.5 \text{ mm}^{-1}$, separa la zona en donde el *Rocking* es efectivo ($>\Delta_{umbrales}$) de la zona que no lo es ($<\Delta_{umbrales}$).

El registro de imágenes se produce más allá de la cavidad, dos cámaras CCD registran la sección transversal del cristal (campo cercano) y su transformada de Fourier (campo lejano). El campo cercano se adquiere a través de interferometría, para poder analizar tanto la amplitud como la fase. En el trabajo [3] se detalla la metodología para la formación de imágenes, de holografía y el procesamiento de estos a través de *Matlab* para analizar la amplitud y la fase de las estructuras registradas.

Dos fotodetectores y diferentes dispositivos optoelectrónicos como osciloscopios, amplificadores *Lock-In*, etc., estabilizan la longitud de la cavidad real a través de la señal de la cavidad virtual. En el resumen del tercer trabajo [3] se explica con más detalle la metodología utilizada.

En la Fig. 2.5 se muestra el montaje experimental completo donde se señalan las partes más importantes como la polarización de los haces, el oscilador fotorrefractivo o la formación de imágenes.

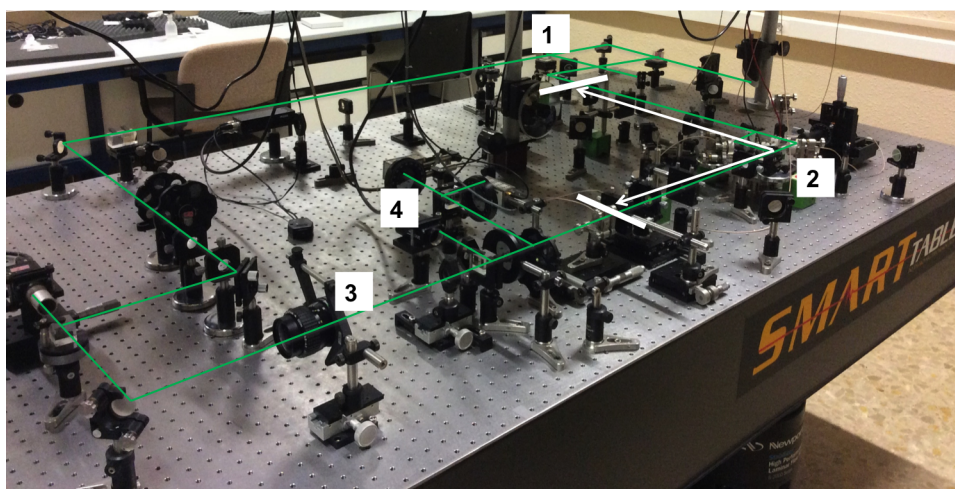


Fig. 2.5: Imagen del montaje experimental completo para un PRO de mezcla de cuatro ondas no-degenerada con aplicación de la modulación de tipo *Rocking*. En la parte 1 se muestra la preparación de los haces, de donde la fuente principal se divide en diferentes haces según su polarización [3]. En la parte 2 se encuentra el oscilador fotorrefractivo con la cavidad real y virtual configuradas dentro del PRO (línea blanca) mostrada en la Fig.2.2. La señal de *Rocking* espacial es aplicada de manera intracavidad dentro del oscilador. Finalmente en la parte 3 es donde se produce el registro de la sección transversal de la cavidad, tanto en el campo cercano como en el campo lejano. Además, en la parte 4 dos fotodetectores (para la señal pasiva y la señal activa) recogen la luz y por un sistema opto-electrónico se produce la estabilización de la longitud de la cavidad.

Los resultados muestran como para el estado inicial sin la aplicación de la modulación *Rocking*, el oscilador presenta invariancia en fase. En este estado es común la aparición de vórtices que se mueven en un

fondo iluminado de manera homogénea. Éstos tienen una dinámica de generación, movimiento y desaparición con un tiempo de respuesta asociados al del cristal fotorrefractivo, en nuestro caso de $\tau = 30$ ms.

Por otro lado, cuando se inyecta la modulación *Rocking*, los vórtices desaparecen y dan paso a dominios de fase, en el caso 2D, produciéndose la ruptura de la simetría de fase. Estos dominios muestran dos valores de fase que difieren entre si π radianes como se puede ver en la publicación [1]. Además, si en el estado biestable se cierra la apertura del resonador en la dirección y (opuesta a la dirección de la modulación *Rocking*) en el campo cercano del resonador se obtienen paredes de fase como muestra las imágenes de la Fig. 2.6, con saltos de fase de π radianes.

Estos resultados demuestran como es posible la conversión de sistemas disipativos complejos en sistemas reales a través de la modulación espacial de tipo *Rocking*. Los datos obtenidos muestran que esta conversión de fase libre en biestabilidad puede ser utilizada para aplicaciones en el campo del procesado de la información en paralelo. Debido al comportamiento biestable en fase que tienen estas estructuras, pueden ser utilizadas como un sistema lógico de dos niveles.

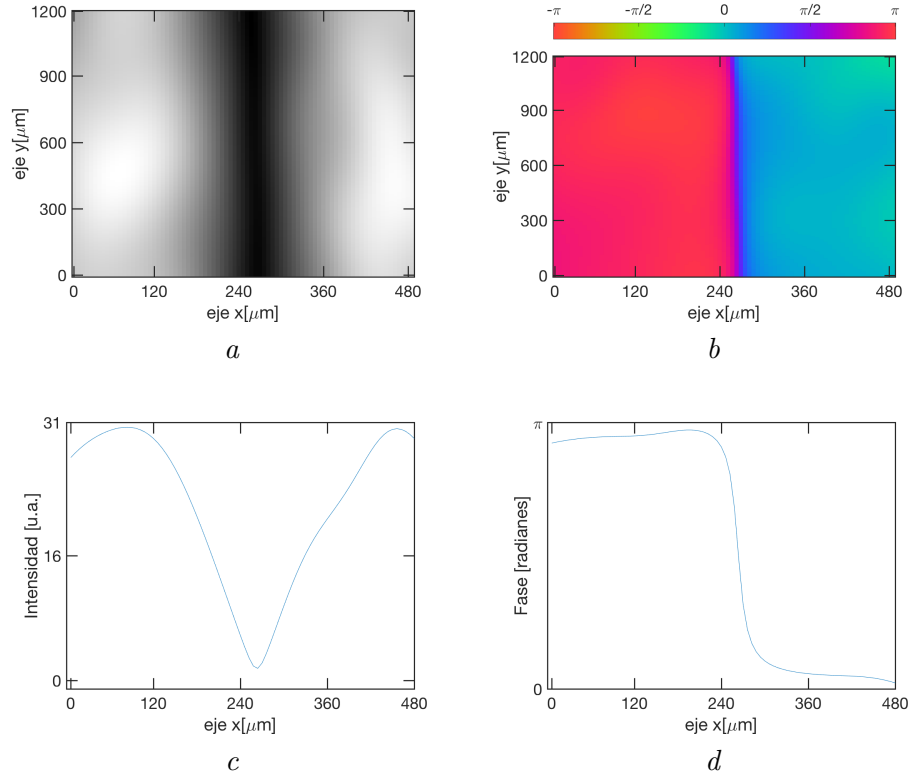


Fig. 2.6: Paredes de fase generadas con una modulación espacial de *Rocking* $\Lambda_{PRC} = 41 \text{ mm}^{-1}$ aplicado al cristal fotorrefractivo. Para una ventana de $1200 \times 480 \mu\text{m}^2$ se muestra en la fila de arriba la distribución de intensidad de la pared a) y un perfil de intensidad a lo largo del eje x para un punto del eje y b). En la fila de abajo, se muestra la distribución de fase c) y el perfil de fase a lo largo del eje x para el mismo punto y que en el perfil de intensidad d).

Trabajo 2: Modulación temporal Rocking

Phase Tetrastability in Parametric Oscillation

La publicación que se presenta es de carácter teórico con casos experimentales que refuerzan el modelo propuesto. El objetivo es la demostración de conversión de un sistema real de tipo phase lock con dos valores discretos permitidos, en uno tetraestable (cuatro valores de fase permitidos separados en $\pi/2$ radianes).

El montaje experimental es similar al que se ha usado para la conversión de un sistema con invariancia de fase, en uno phase lock con dos valores permitidos [1, 3, 5]. Se utiliza como cavidad láser un oscilador óptico fotorrefractivo, con una configuración de Fabry-Perot y bombeo bidireccional contrapropagante con mezcla de cuatro ondas degenerada. El cristal fotorrefractivo (PRC) es de niobato de bario y estroncio, *SBN*, con un tamaño de $5 \times 5 \times 5 \text{ mm}^3$. Este tipo de cristal funciona bajo la aplicación de un campo eléctrico externo E_0 mayor que el campo espacial de carga E_{sc} producido por el efecto fotorrefractivo.

Se utiliza una fuente de $\lambda=532 \text{ nm}$ con polarización horizontal que se divide en dos haces con polarizaciones horizontal y vertical. El oscilador fotorrefractivo la forman dos espejos plano-paralelos configurando la *cavidad real*. A través de dos sistemas telescópicos se forma una doble cavidad virtual: la *cavidad real*, que contiene el PRC y trabaja con la polarización horizontal, y la *cavidad pasiva*, que trabaja con la polarización vertical para mantener fija y estable la longitud de la cavidad. El campo cercano y lejano se explora mediante un sistema formador de imagen, en donde se registra la distribución de intensidad en el campo lejano (plano de Fourier) y, las distribuciones de amplitud y de fase con interferometría en campo cercano. En la Fig. 2.7 se muestra una imagen del montaje experimental completo. Los detalles sobre la construcción de este montaje se detallan en [3].

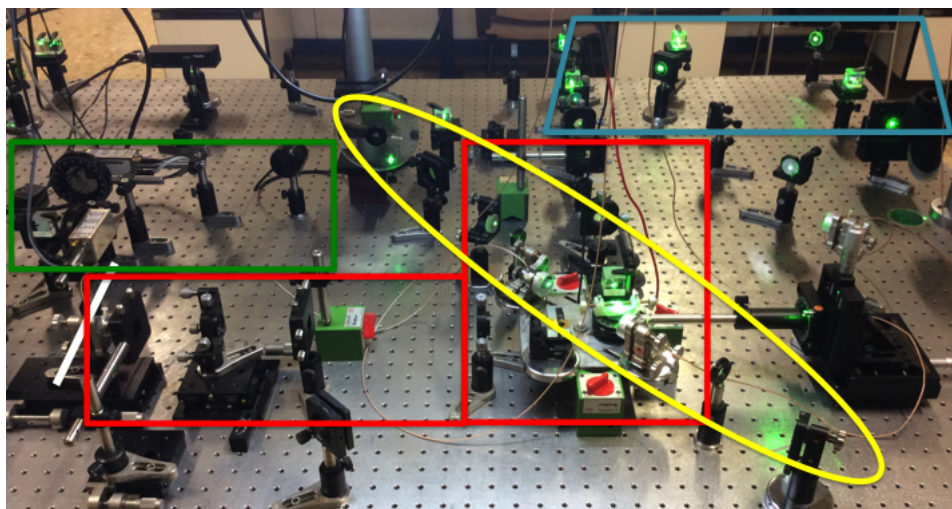


Fig. 2.7: Montaje experimental del oscilador fotorrefractivo de tipo Fabry-Perot con bombeo bidireccional. De la fuente láser λ , se divide el haz en dos polarizaciones horizontal y vertical (cuadro azul). Ambos haces se envían al oscilador fotorrefractivo (cuadro rojo), donde se propagan por la doble cavidad virtual. Dos haces contrapropagantes (elipse amarilla) con polarizaciones horizontales bombean al PRC en sus caras de entrada y salida, ubicado en la cavidad activa, produciendo el efecto fotorrefractivo y mezcla de 4 ondas degenerada. Finalmente un sistema formador de imágenes con CCDs (cuadro verde) registran el campo cercano a través de interferometría y el campo lejano (solo su distribución de intensidad).

Como se explica en la publicación, para que el *Rocking* funcione de manera apropiada en una configuración de mezcla de cuatro ondas degeneradas, se necesita que la modulación sea introducida sobre uno de los bombeos (ver Fig. 2.8). Se utiliza una modulación temporal de tipo *Rocking* a través de un espejo piezo-eléctrico, que cambia el camino óptico, y con ello la fase de la amplitud que porta

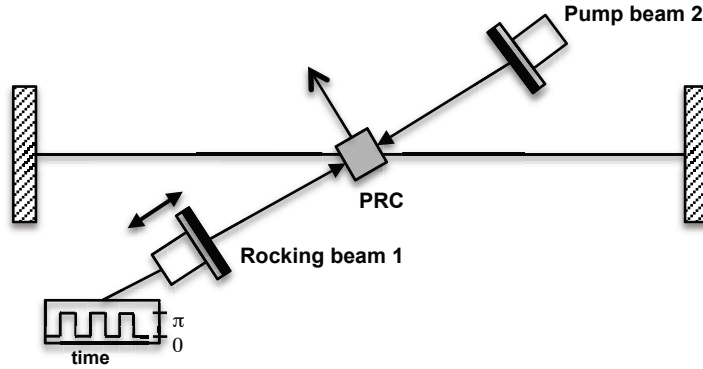


Fig. 2.8: Diagrama del oscilador fotorrefractivo en configuración de Fabry-Perot con un bombeo bidireccional al cristal fotorrefractivo (SBN). El PRC está rotado un ángulo $\alpha \cong 52^\circ$ con respecto a su eje privilegiado C^+ . La modulación de *Rocking* temporal se aplica en uno de los bombeos contrapropagantes (*rocking beam 1*) a través de un espejo piezo-eléctrico que oscila en un movimiento de vaivén cambiando el camino óptico y así, la fase relativa entre los dos haces de bombeo varía en valores entre 0 y π radianes.

Experimentalmente se encuentra que se optimiza el efecto fotorrefractivo cuando el cristal es rotado con respecto al eje intracavidad, maximizando la ganancia no lineal con el eje privilegiado C^+ un ángulo $\alpha \cong 52^\circ$ [35]. Además, se encuentra un rango de intensidad relativa entre los bombeos inyectados al PRC 3:1 (*rocking : pump*) que maximizan la transferencia de energía de la mezcla de ondas.

Una vez ajustada la ganancia del cristal (rotación del PRC, ajuste de haces contrapropagantes y ratio de intensidad entre bombeos, etc.), y con una modulación de *Rocking* apropiada (ver más abajo), existe un campo E_0 óptimo para la generación de dominios tetraestables. En la Fig. 2.9 se muestra el porcentaje del número de paredes de fase que se generan en el PRO en función del campo eléctrico E_0 aplicado, optimizando el resto de parámetros.

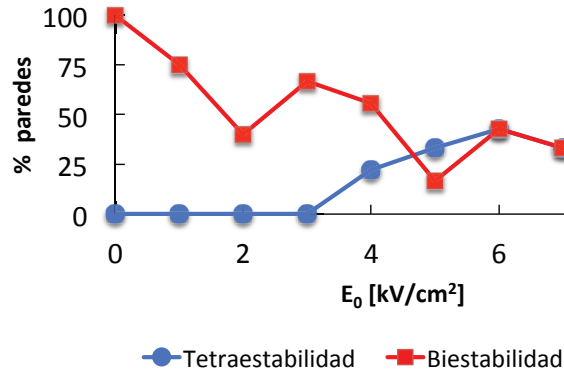


Fig. 2.9: Porcentaje de paredes encontradas con fases biestables y tetra-estables que se generan en la sección transversal del oscilador fotorrefractivo según E_0 . Se han medido las estructuras en una configuración 1D (paredes de fase) para una frecuencia de Rocking $\omega_e = 30$ kHz. En todo el rango de E_0 aplicado existen estructuras biestables, pero existe un régimen centrado en $E_0=6$ kV/cm², en donde se generan paredes de fase tetraestables.

Los resultados obtenidos muestran como es posible la conversión de un estado biestable que presenta dominios/paredes de fase con valores diferenciados en π radianes, en un estado tetra-estable que soporta el mismo tipo de estructuras, pero con 4 valores permitidos, equidistantes $\pi/2$ entre sí. En la Fig. 2.10 se muestran 5 paredes biestables generadas en el oscilador sin aplicación de *Rocking* y 5 paredes tetraestables obtenidas mediante la modulación temporal *Rocking* a $\omega_e = 30$ kHz y un campo eléctrico externo $E_0 = 6$ kV/cm². Las imágenes se han obtenido diafragmando en la dimensión del eje y el campo cercano lo mínimo posible para el registro de señal y la eliminación de curvatura.

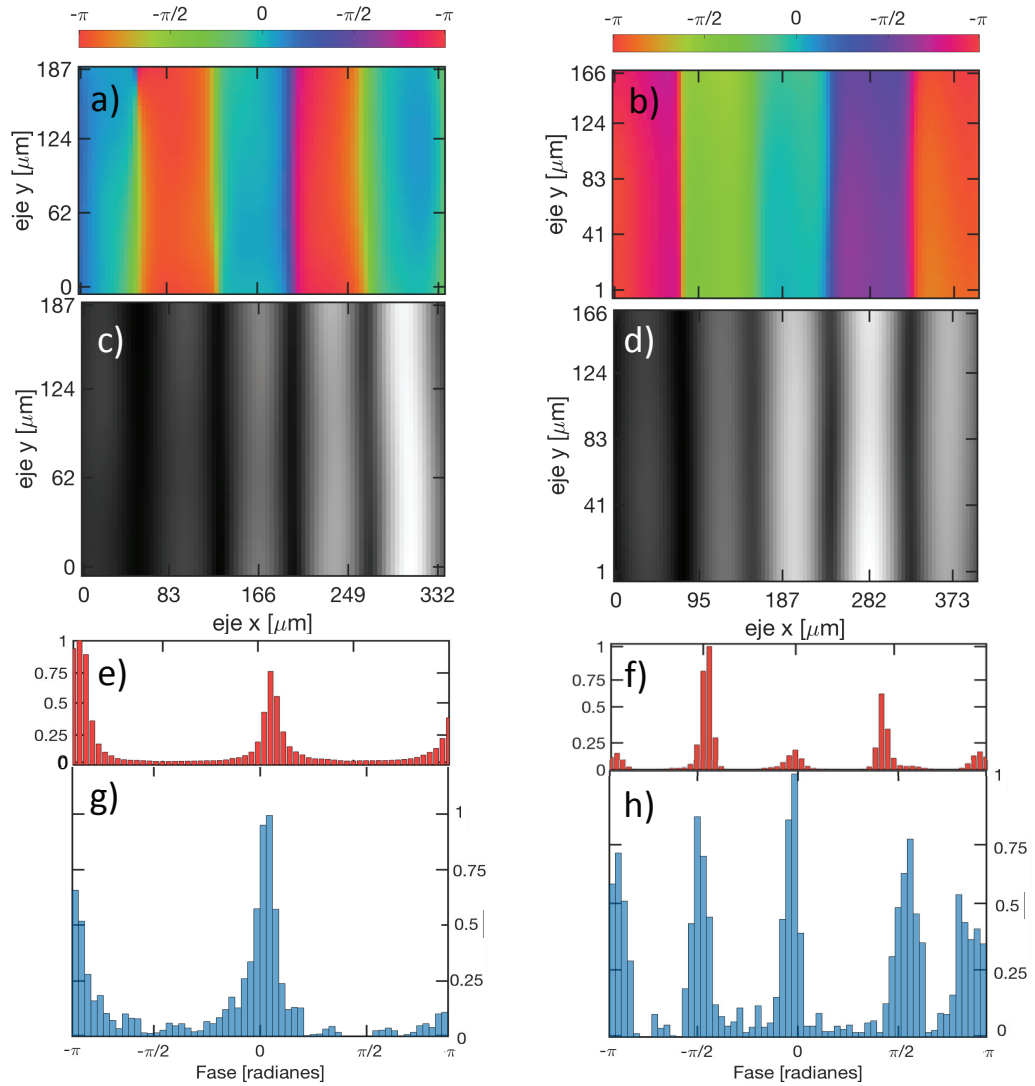


Fig. 2.10: Paredes de fase biestables (columna izquierda sin *Rocking*) y tetraestables (columna derecha con *Rocking*) generadas en la sección transversal de un PRO con $\omega_e = 30$ kHz y $E_0 = 6$ kV/cm². De arriba abajo se muestran: la distribución de intensidad (a,b), la distribución de fase (c,d), el histograma de diferencias de fase entre diferentes pixeles (e,f) y el histograma de la fase (g,h). En la columna izquierda ($332 \times 187 \mu\text{m}^2$) se muestran 5 paredes con saltos de fase de π rads. En la col. derecha ($373 \times 168 \mu\text{m}^2$) se muestran 5 paredes con saltos de fase de $\pi/2$ rads obtenidos a través de la modulación de *Rocking*.

Del mismo modo, si se abre la apertura en el campo cercano, se obtiene dominios de fase como estructuras reales. La Fig.2.12 se muestra un ejemplo de estos dominios de fase tetraestable con la aplicación de *Rocking*, en las mismas condiciones de ω_e , E_0 que las obtenidas en la Fig. 2.10.

En cuanto a la efectividad del forzamiento *Rocking* se ha encontrado un punto óptimo para su frecuencia ω_e en donde se maximiza la generación de estructuras (dominios o paredes) tetraestables. Esta dependencia se muestra en el histograma de la Fig. 2.11.

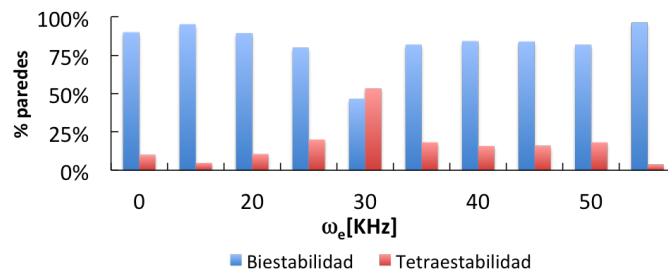


Fig. 2.11: Histograma muestra la coexistencia de la tetraestabilidad y la biestabilidad en función de ω_e , con $E_0=6 \text{ kV/cm}^2$. Se ve como existe un punto crítico para $\omega_e=30 \text{ kHz}$, donde hay un máximo de estructuras tetraestables. Para valores menores y mayores disminuye la probabilidad de generación de paredes tetraestables.

Como conclusión de este trabajo, se ha demostrado de manera experimental la conversión de un sistema biestable a un sistema tetraestable a través de la modulación temporal tipo *Rocking*. Las estructuras soportadas por el sistema biestable son dominios de fase/paredes de fase que presentan diferencias de fase de π rads. Por otro lado, para la nueva situación obtenida, el sistema tetraestable soporta dominios o paredes con saltos de fase de π y de $\pi/2$ radianes. La eficiencia del *Rocking* está optimizada para una frecuencia ω_e y para un campo eléctrico aplicado al cristal E_0 , bajo unas condiciones apropiadas.

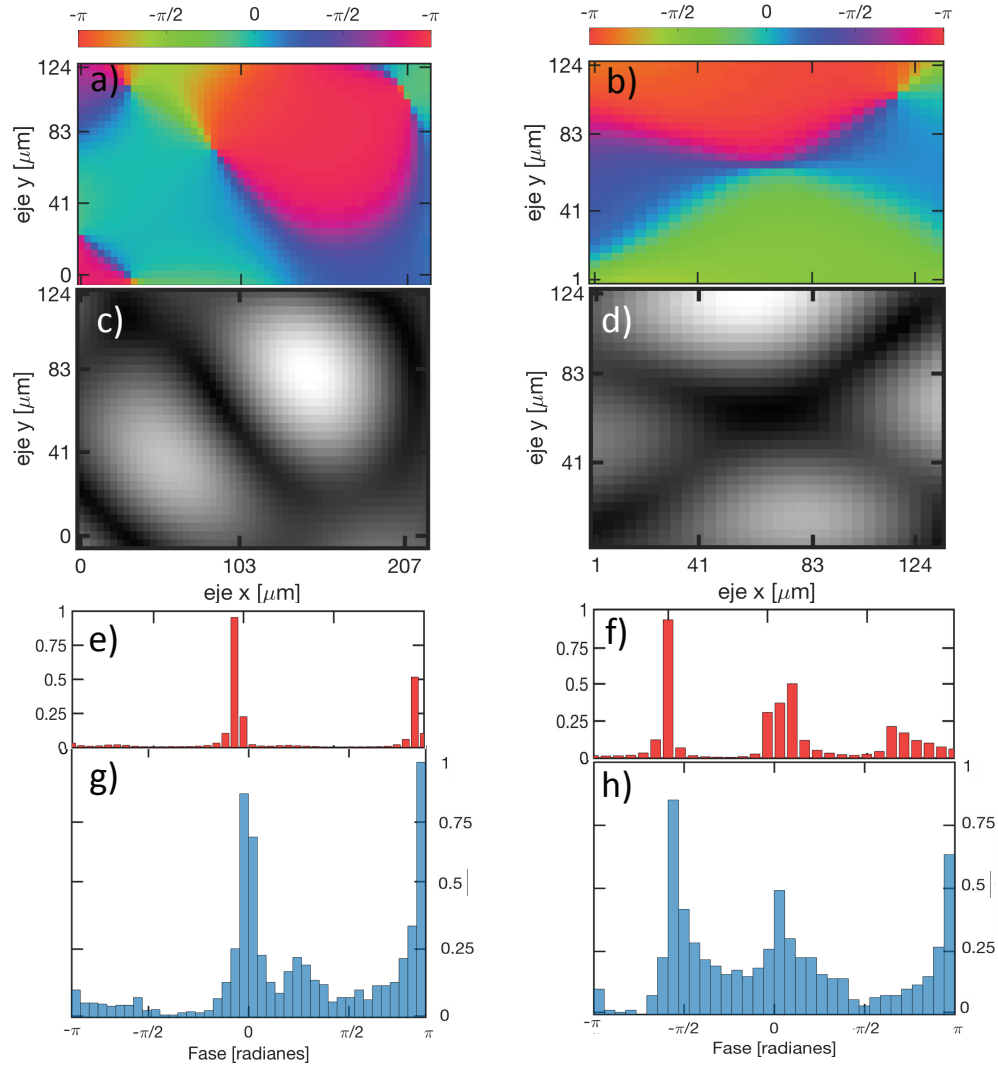


Fig. 2.12: Dominios de fase sin (columna izquierda) y con (columna derecha) modulación temporal de *Rocking* que porta uno de los dos bombeos inyectados en el cristal fotorrefractivo, dentro del resonador óptico, con las mismas condiciones ω_e y E_0 que en la Fig. 2.10. En la columna izquierda, con una ventana de $124 \times 207 \mu m^2$, se muestran dominios con valores de fase diferenciados en π radianes (biestabilidad). En la col. derecha, con una ventana de $124 \times 124 \mu m^2$, se muestran dominios con valores de fase diferenciados en $\pi/2$ radianes (tetraestabilidad). De arriba a abajo se muestra: la distribución de intensidad (a, b), su distribución de fase (c, d), el histograma de diferencias de fase entre diferentes pixeles (e,f) y, el histograma de la fase (g,h).

Trabajo 3: Construcción de una cavidad no lineal

Making of a nonlinear cavity

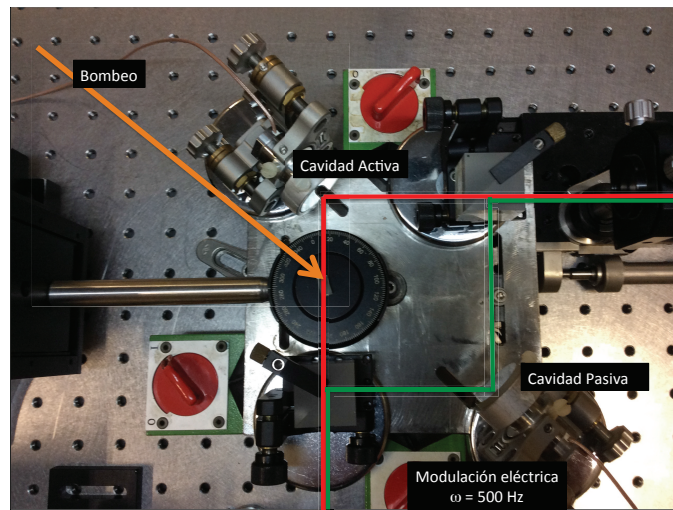
Este trabajo, es un guía didáctica destinada a estudiantes de doctorado o de post-doctorado para iniciarse en el trabajo experimental de un laboratorio de Óptica No Lineal. El documento toma como referencia uno de los experimentos realizados en la Universitat de Valencia, con un detallado resumen sobre la metodología para la construcción de un oscilador óptico fotorrefractivo, y técnicas de procesamiento y tratamiento de imágenes.

La publicación está dividida en 6 secciones: en la primera sección se encuentra una introducción sobre qué tipo de osciladores existen y cuales se van a configurar y analizar. La segunda sección explica la física del efecto fotorrefractivo. La tercera describe los diferentes tipos de oscilador fotorrefractivo en función del tipo de bombeo: ya se uni- o bi-direccional, y el tipo de resonador: de tipo anillo o de tipo Fabry-Perot.

La cuarta sección describe un caso particular: uno de los trabajos que se han presentando en esta tesis: la conversión de un estado invariante en fase en un estado biestable [1]. La quinta sección es la más importante, describe en detalle como construir un PRO de tipo Fabry-Perot con espejos plano-paralelos y bombeo unidireccional.

Un método importante de mención y que en este resumen ampliamos información con respecto a la publicación es la estabilización de la cavidad real. Es un aspecto importante que permite el ajuste y el control de forma precisa para la manipulación de estructuras no lineales. Un oscilador no lineal suele tener fluctuaciones en su longitud del orden del micrométrico, es de vital importancia mantener estable la longitud si se quiere operar con estructuras que se generan y manipulan en esa misma escala.

En la configuración experimental que se ha utilizado en los dos previos trabajos [1] la estabilización de la cavidad se hace mediante una configuración opto-electrónica con dos cavidades que soportan haces con polarizaciones lineales perpendiculares [3, 84]. La doble cavidad está configurada mediante beam splitters y espejos plano-parallel acoplados a desplazadores piezo-eléctricos. La cavidad pasiva (polarización vertical) está modulada con una señal eléctrica constante de $\omega = 500$ Hz a través del espejo piezo tal y como se muestra en la Fig. 2.13. La señal óptica de la cavidad real, también modulada a esta frecuencia ω , es muestreada por un fotodetector que registra la señal óptica de la cavidad real y se envía a un osciloscopio para validar la fineza y el ajuste de la cavidad (Fig. 2.14). Notar que sin el sistema de estabilización activado, estos picos son inestables y se mueven constantemente debido a las fluctuaciones ambientales del laboratorio.



a

Fig. 2.13: Doble cavidad formada por la cavidad activa (línea roja) y cavidad de control (línea verde). Ambas cavidades están separadas por beam splitters y espejos plano-parallel acoplados a desplazadores piezo-eléctricos. Un haz de bombeo (flecha naranja) se inyecta en el cristal a un ángulo $\alpha = 40^\circ$. El espejo piezo-eléctrico de la cavidad pasiva es modulada con una señal $\omega = 500$ Hz que forma parte de la estabilización de la cavidad.

La onda de la cavidad de control es modulada a $\omega = 500$ Hz y acompañada por una fase, que varía dinámicamente debido a las fluctuaciones, se envían a un amplificador *Lock-In*. Este dispositivo compara esta señal con otra modulada a la misma frecuencia ω , pero sin pasar por la cavidad, conocida como señal de referencia. La comparación se hace en una escala de *ms*, y por cada paso, se detecta de manera digital el desajuste de la variación de la longitud de la cavidad. La respuesta, codificada en fase, es enviada a uno de los espejos que forman la cavidad real (PRO) que compensan la variación de la longitud. En la imagen de la Fig. 2.15 se muestran los diferentes dispositivos opto-electrónicos con los que se monitoriza y se genera el proceso de estabilización de la cavidad.

La manipulación de patrones extensos, como los dominios de fase, implica el uso de un oscilador con un número alto de Fresnel ($F \geq 1$) para aumentar el número de modos electromagnéticos permitidos en la cavidad. Este aumento, conlleva al aumento de probabilidades de generación de estructuras. La construcción de un oscilador de alto F , con una longitud L del orden del cm, es técnicamente inviable, por lo que se utilizan dos sistemas proyectores telescópicos de lentes, para formar una *cavidad virtual* de la misma longitud a partir de una *cavidad real* de tamaño mayor formada por espejos reales. De esta manera se puede ajustar una longitud de cavidad virtual tan pequeña como se quiera, llegando hasta una cavidad de autoimagen, con $L_{virtual} = 0$, de una manera sencilla a través del desplazamiento de los espejos de la cavidad real.

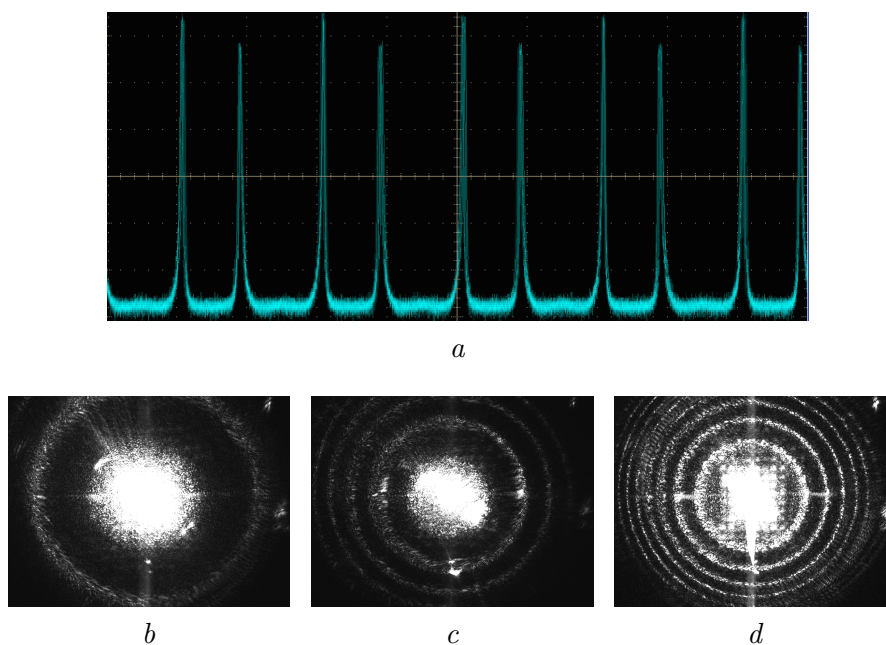
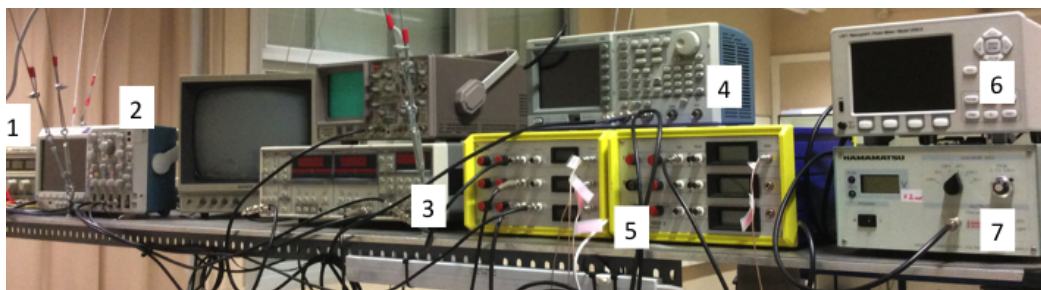


Fig. 2.14: Fineza de los picos de la cavidad real (a). En la fila de abajo se muestran los modos electromagnéticos permitidos por la cavidad real en función de su longitud: 1 modo (degenerado) para una cavidad virtual en autoimagen, es decir cuando las imágenes del espejo coinciden en un mismo plano b). 4 modos permitidos cuando un espejo del oscilador se ha separado $1.63 \mu m$ respecto a su posición de inicio c). 7 permitidos modos cuando el espejo se ha separado $3.37 \mu m$ respecto a su posición de inicio d).



a

Fig. 2.15: Dispositivos opto-electrónicos utilizados para la estabilización de la cavidad. Una fuente de tensión alimentan los fotodetectores (1), un osciloscopio muestrea las señales de referencia y de la cavidad (2), un amplificador *Lock-In* compara ambas señales (3), un generador de frecuencias modula la señal de la cavidad virtual y la señal de referencia a una frecuencia ω (4), dos controladores piezoeléctricos (5), un medidor de potencia (6) y una fuente de tensión para aplicar un campo externo E_0 a el cristal fotorrefractivo *SBN* en el trabajo [5] (7).

Trabajo 4: Estructuras self-focusing en fotorrefractivos

Volume integrated phase modulator based on funnel waveguides for reconfigurable miniaturized optical circuits

En este trabajo, llevado a cabo en la Universidad de Roma, el objetivo es la generación y manipulación de estructuras de tipo *self-focusing* a través de su fase en un cristal fotorrefractivo *KTLN* de corto tiempo de respuesta.

El cristal fotorrefractivo es un cristal paraeléctrico de niobato tantalato litio potasio (KTLN) de $30 \mu\text{m} \times 30 \mu\text{m} \times 2.7 \text{mm}^3$, con un tiempo de respuesta del orden del *ns* [85]. Una fuente de alto voltaje suministra un campo eléctrico externo E_0 al cristal. El PRC también se controla a través de la temperatura T por medio de una unión Peltier, con una precisión del 0.1° .

El índice de refracción n del cristal es modulable bajo la combinación apropiada entre T y el E_0 aplicados al mismo tiempo. Si se ilumina una parte local del cristal con un haz λ a una temperatura superior a la temperatura de Curie T_c y un campo eléctrico E_0 se puede modular el índice de refracción n de manera permanente imprimiendo una guía de ondas de embudo o doble embudo (según en que posición dentro del medio se enfoque el haz). En la Fig. 2.16 se muestra un diagrama donde se ilustra esta modificación de n y se crea una guía de ondas.

El montaje experimental consiste en dos láseres de $\lambda_1 = 532 \text{ nm}$ y $\lambda_2 = 872 \text{ nm}$. Ambos se propagan a través de elementos ópticos pasivos: por ejemplo separadores de haces, lentes, etc. y son inyectados en la cara de entrada del cristal en dos etapas diferentes y bajo diferentes parámetros de T y E_0 .

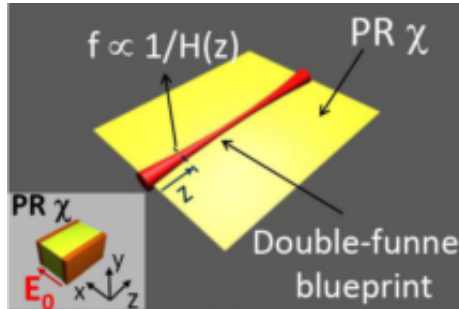


Fig. 2.16: Esquema de una guía de ondas de tipo doble embudo impresa en un cristal fotorrefractivo con un campo eléctrico externo E_0 . Para la impresión de la guía, el haz es impreso en mitad del cristal [86].

El método para escribir y leer una guía de ondas se describe en dos fases. En la primera fase, conocida como *fase de escritura*, el PRC se mantiene en fase paraeléctrica, a una temperatura $T > T_c$, con $T_c = 23^\circ$ y con un campo eléctrico externo aplicado E_0 . λ_1 se enfoca en mitad del cristal, de manera que se propaga el haz a través del PRC en forma de doble-embudo (Fig. 2.16).

Tras un tiempo determinado, de aproximadamente 20 min, se produce un cambio en el índice de refracción en la transversal del cristal que es iluminado debido al efecto fotorrefractivo y la respuesta electro-óptica en función de la temperatura. Tras disminuir T a la temperatura ambiente ($T < T_c$) y quitar E_0 , la guía de ondas se mantiene, pudiéndose propagar otro haz (λ_2) por esta guía sin dañarla.

En la Fig. 2.17 se muestra como varía la estructura impresa en función del campo eléctrico aplicado E_0 . El mecanismo puede verse con más detalle en los trabajos de E. del Re et al. [86–89].

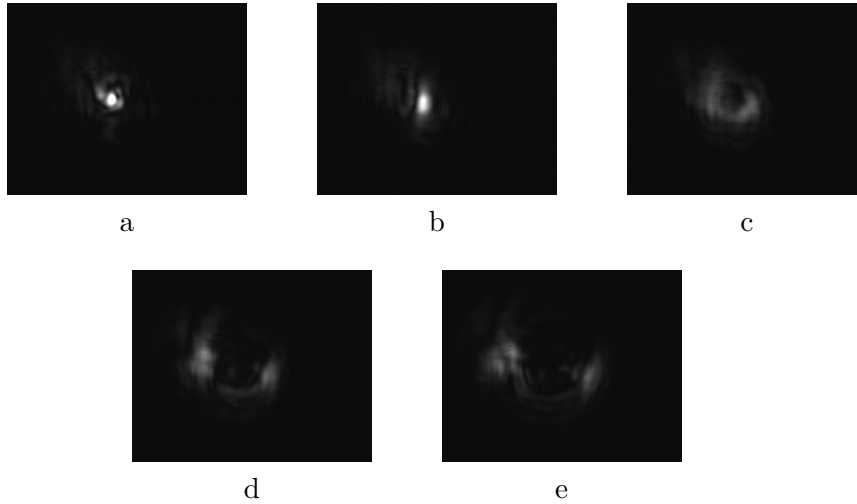


Fig. 2.17: Guía de ondas de tipo doble embudo impresa y leída en un cristal fotorrefractivo de KTLN con un haz λ_1 . Imágenes registradas en la cara de salida del cristal para diferentes valores del campo eléctrico aplicado. Cada imagen toma un valor de campo eléctrico de: a) 3.7; b) 1.8, c) 0, d) -1.8 y e) -3.7 kV/cm.

En una segunda fase, conocida como *fase de lectura*, el cristal se mantiene en una fase ferroeléctrica, a una temperatura $T < T_C$. Esto implica que los dominios que se hayan generado en la fase de escritura se conservan por un período de tiempo largo (un mes aproximadamente). En esta configuración, λ_2 se inyecta enfocando el haz en la cara de entrada del cristal. El haz se propaga confinado en la guía de ondas escrita en la primera fase. Como vimos en la estructura de tipo *self-focusing*, este haz puede enfocarse y enfocarse a lo largo del PRC en función del campo eléctrico E_0 [90].

Para el registro y análisis de la estructura en amplitud y en fase, se utiliza holografía. λ_2 se divide en dos haces: uno de ellos actúa como haz objeto, propagándose sobre la guía de ondas impresa previamente en el cristal, denominado en el experimento como *focused beam* (FB). El otro haz, conocido como *background beam* (BB), actúa como haz de referencia y es ensanchado de manera homogénea. Más allá del cristal

fotorrefractivo una cámara CCD y elementos ópticos pasivos (lente y separadores de haces) forman la imagen de la estructura FB desde la cara de salida del cristal. Ambos haces, FB y BB son detectados por diferentes sensores opto-electrónicos para tener un control de sus potencias y longitudes de onda.

Los resultados muestran como se obtiene una estructura de fase de tipo *self-defocusing* para valores de campo eléctrico positivos y altos (Fig. 2.17.a y .b), mientras que se obtiene una estructura de tipo *self-defocusing* para valores negativos y altos (Fig. 2.17.d y .e). Además, obtenemos en un rango amplio del E_0 para valores positivos, que existe una modulación de la fase de la estructura que es independiente de la intensidad. Este último resultado puede considerar el experimento como un modulador de fase electro-óptico de rápido tiempo de respuesta (del orden del ns).

Trabajo 5: Estructuras biestables modulables en fase

Step-like response for digital optics through the electro-optic control of localized bistability in broad-area VCSELS

Este experimento ha sido llevado a cabo en estancia realizada en la Universitat de La Sapienza, en Roma. El propósito de este trabajo es la demostración y la manipulación experimental de estructuras localizadas (LSs) en un VCSEL de área ancha ($200 \mu\text{m}$) que son excitadas a través de la inyección de una estructura de tipo *self-focusing* modulable en fase.

El montaje experimental se divide en dos partes, en donde la primera parte es similar a otro de los trabajos realizados en esta tesis [2]. Esta primera parte del montaje se usa para la generación de estructuras de tipo *self-focusing*, denominadas *focused beams* FBs. Un haz de $\lambda_1 = 872 \text{ nm}$ ilumina una zona local de un cristal fotorrefractivo de niobato tantalato litio potasio (KTLN) de $30 \mu\text{m} \times 30 \mu\text{m} \times 2.7 \text{ mm}^3$. Con una metodología determinada, se modifica de manera local el índice de refracción n a través de un campo eléctrico externo E_0 . Este cambio Δn actúa como una guía de ondas dentro del cristal que sirve como medio de propagación para generar una estructura FB. Además, un campo eléctrico E_0 aplicado al PRC es capaz de modular el grado de focalización del FB en la cara de salida del cristal. El FB es enviada desde la cara de salida del PRC hasta la superficie del VCSEL.

La segunda parte del montaje experimental está formada por un láser de tipo VCSEL de área ancha, de unos $200 \mu\text{m}$, donde se inyectan los FB desde la cara de salida del cristal por medio de formación de imágenes. Para la generación de las estructuras localizadas (LSs) alrededor de las FB inyectadas, se necesita ajustar algunos parámetros típicos del VCSEL: por ejemplo la temperatura T e intensidad I . La generación de LSs es posible cuando en el VCSEL, a una T y a una I

determinada, se forma una zona caliente, denominada *hot spots*, con la inyección de un haz homogéneo λ_1 igual que FB [91]. La Fig. 2.18 ilustra estos comportamientos.

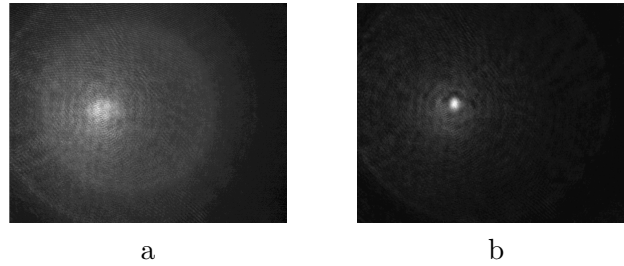


Fig. 2.18: Imágenes experimentales de la superficie de un VCSEL emitiendo a una temperatura $T = 26.43^\circ$ e $I = 128.06$ mA. La imagen a) muestra el VCSEL cuando se inyecta el BB formando un *hot spot* (zona circular de mayor iluminación) que estimula la generación de estructuras localizadas. La imagen b) muestra la estructura FB inyectada dentro del *hot spot*.

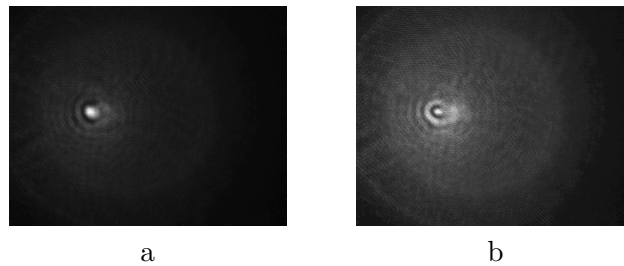


Fig. 2.19: Estructuras localizadas generadas en la superficie de un VCSEL emitiendo a una temperatura $T = 26.43^\circ$ e $I = 128.06$ mA. Se inyecta el BB en la superficie del VCSEL, para estimular la zona caliente que permite la excitación de la LS y, dentro del VCSEL el FB. El FB es modulable en fase a través de E_0 aplicado al cristal fotorrefractivo. La imagen a) muestra la estructura localizada encendida con $E_{ON} = 3.09$ kV/cm., y la imagen b) muestra la misma estructura apagada con $E_{OFF} = 2.7$ kV/cm.

La estructura FB procedente del cristal fotorrefractivo es enviada dentro de la *hot spot*, la cual excita la estructura localizada muy cerca del FB (del orden de $35 \mu m$). La reflexión de la superficie del VCSEL es registrada a través de un sistema formación de imagen, en una cámara CCD donde se explora todo el área del VCSEL.

Los resultados muestran cómo a través de un barrido de la fase del FB [2], hay un comportamiento de biestabilidad en la estructura localizada emergente. Se demuestra como la estructura es capaz de tomar valores máximos y mínimos de intensidad para varios valores de E_0 , incluso dentro del régimen de modulación de fase, sin pasar por valores intermedios. Este comportamiento resulta como un sistema lógico de dos niveles: ON y OFF (Fig. 2.19).

Además, como novedad respecto a otros trabajos con generación de estructuras en VCSEL es que, en este experimento se han generado estructuras localizadas a través de un diseño electro-óptico modulable en fase y con un corto tiempo de respuesta (ns) [92, 93].

3. CONCLUSIONES

Esta tesis doctoral ha sido escrita como un compendio de artículos, con un total de cinco artículos. Los trabajos realizados están enmarcados dentro del campo de la Óptica No Lineal. Se han llevado a cabo experimentos sobre el estudio, el análisis y la manipulación de estructuras ópticas a través de su fase en osciladores ópticos fotorrefractivos y en cristales fotorrefractivos en propagación libre.

Los resultados obtenidos en los diferentes trabajos, con un carácter experimental, pueden extrapolarse a aplicaciones en el campo de la opto-electrónica, por ejemplo: el procesamiento y almacenamiento de información, la seguridad y encriptación, o dispositivos de modulación.

La ventaja de este tipo de aplicaciones con respecto a las que existen en el mercado actualmente, como en la electrónica, es el rápido tiempo de respuesta que se puede alcanzar (del orden de ns) y la posibilidad de integrar y miniaturizar en dispositivos en la escala nanométrica.

Tres de los cinco trabajos presentados en esta tesis, se han realizado en la Universitat de València. Los experimentos se han llevado a cabo en un oscilador óptico fotorrefractivo en configuración de mezcla de 4 ondas, tanto degenerada como no degenerada, de tipo Fabry-Perot con un doble objetivo. El primero es la demostración experimental de la conversión de un oscilador disipativo complejo con invariancia de fase en un sistema real con phase lock y dos valores permitidos (configuración conocida como resonancia paramétrica $2:1$). El segundo objetivo es la conversión de un sistema disipativo real que permite dos valores de fase (sistema que presenta biestabilidad), en otro real con cuatro valores de fase permitidos (tetraestable). En ambos experimentos la

conversión se ha realizado a través de la modulación de tipo *Rocking*, tanto espacial como temporal.

Los resultados obtenidos muestran como es posible el cambio de estructura según la simetría de fase que tienen los estados a través de la aplicación de la modulación *Rocking*. Se ha demostrado la generación de estructuras con fase biestable (dominios de fase) a partir de un estado con invariancia de fase, que presenta vórtices mediante la aplicación de la modulación espacial. En el otro experimento, se han generado estructuras tetraestables a partir de un estado biestable, donde en ambos estados aparecen dominios de fase, pero en el estado biestable los dominios tienen valores de fase que difieren en π radianes, mientras que en el estado tetraestable difieren en $\pi/2$ radianes.

La novedad de estos trabajos se encuentra en la unicidad y efectividad de la modulación, tanto espacial como temporal, de tipo *Rocking*. El conocimiento y desarrollo que se ha adquirido sobre la manipulación y generación de este tipo de estructuras, puede suponer una continuación de este tipo de trabajos en otros osciladores o sistemas ópticos. Este resultado es potencialmente útil para el campo del procesamiento de información en paralelo, donde se puede utilizar la fase relativa entre estructuras como una característica para operar de manera lógica (AND, OR, NOR). Esta investigación es ampliable para el control y la manipulación de estas estructuras para generarlas, moverlas o eliminarlas en diferentes sistemas ópticos o diferentes materiales no lineales [94].

Los otros dos trabajos recopilados se han realizado durante la estancia breve en la Universidad de Roma. El objetivo es la manipulación en fase de estructuras de tipo *self-focusing* propagadas a lo largo de un cristal fotorrefractivo cuando se inyecta un haz por una guía de ondas impresas cambiando su índice de refracción. El resultado se interpreta como una estructura que puede ser modulada en fase, de manera electro-óptica bajo la aplicación de un campo eléctrico en el cristal fotorrefractivo. Como último experimento realizado en Roma, se ha generado estructuras localizadas en láseres de tipo VCSEL a través de la inyección de las estructuras tipo *self-focusing* generadas en un

PRC.

Estos trabajos se pueden desarrollar como un modulador de fase electro-óptico dentro del campo de la opto-electrónica que permite la integrabilidad, miniaturización y un corto tiempo de respuesta. Se propone la posibilidad de continuar con esta línea experimental con otros materiales fotorrefractivos, o con otro efecto no lineal, o analizando la interacción entre diferentes estructuras FB según su posición y distancia [86, 89]. La innovación de este trabajo reside en alcanzar tiempos de respuesta del orden del μs , debido al tiempo de respuesta del VCSEL (menor que la del cristal y por tanto limitante del sistema), y obtener una estructura que se comporta como un sistema lógico de dos niveles.

Conclusions

This Ph.D dissertation has been written as a compendium of articles, with a total of five publications. The jobs performed are located in the Non-linear Optics. They consist in the study, the analysis and the manipulation of optical structures through its phase in photorefractive optical oscillators (PROs) and in photorefractive crystals (PRCs) in free propagation.

The results obtained in these different jobs, with a strong experimental charge, can be associated to others different applications in the field of Opto-electronic, for example: Processing and storing of information, security and encryption or devices of modulation.

The advantage of these kind of tools against the ones that there are in the market today, as in the Electronics field, is the fast response time that optical devices can get (order of ns) and the possibility of integration and miniaturization in nanometric scale.

Three of the five jobs presented in this Ph.D dissertation have been carried out in the *Universitat de València*. The experiments have been performed in photorefractive oscillators with a Fabry-Perot cavity, in a four wave mixing, both generated and non-generated configuration. They have two main objectives: the first one is the experimental demonstration of conversion of a complex dissipative oscillator with phase invariance in a real one with phase lock (just two phase values allowed). The second objective is the conversion of a real system (phase lock) with two phase values allowed, so-called bi-stable system, to another real system with four values allowed, so-called tetra-stable system. In both experiments, the conversion is possible thanks to the application of an optical modulation known as *Rocking*.

The results show how is it possible to change structures in function of the phase symmetry of the system through the application of Rocking modulation. Generation of bi-stable structures have been demonstrated from phase invariance structures as vortices via spatial

optical modulation. On the other hand, a four-phase system has been generated from a two-phase system. Both states can support phase domains, but in the bi-stable system the domains are separated by π radians, meanwhile in the four-phase system, domains are divided by π and $\pi/2$ radians.

The innovation of these jobs is the uniqueness and the effectiveness of the optical modulation of Rocking, both spatial and temporal. The knowledge and development acquired about manipulation and generation of these kind of structures can be used as support to carry on experiments in similar works, in other optical systems or with different nonlinear effects. The results obtained is potentially useful in Parallel Process of Information where the relative phase among structures can be used in order to operate logically (AND, NOR or OR functions). This research can be extended for the control of structures generation, movement and removal in other different optical systems [94].

The other two jobs presented has been carried out during the four-months internship in the University of Rome. The goal is the phase manipulation of the self-focusing structures propagated along photorefractive crystal, when a beam is injected in a waveguide printed in the PRC in a previous step. The result can be considered as an electro-optical structure modulable in phase under the application of an external electrical field. The second experiment performed in Rome consisted in the excitation of localized structures in a broad-area VCSEL through the injection of the previous self-focusing structures generated in the PRC.

Both jobs can be developed as an electro-optical phase modulator, in the Opto-electronic field that allows the integrability, miniaturization and short response time. It proposes the carrying on with the research line using other kind of photorefractive crystal, non linear effect or the analyzing of interaction between the localized structures [86, 89]. The innovation is the fast response time, in the order of μs due to the VCSEL, which is the limiting one. The other novelty is the two-level structure behavior that pattern shows. It can be useful in Information

Processing, taking an analogous role to conventional electronic system.

4. ANEXO: COMPENDIO DE PUBLICACIONES

Experimental demonstration of phase bistability in a broad-area optical oscillator with injected signal

R. Martínez-Lorente,^{1,*} A. Esteban-Martín,² E. Roldán,¹ K. Staliunas,³ G. J. de Valcárcel,¹ and F. Silva¹

¹*Departament d'Òptica, Facultat de Física, Universitat de València, Dr. Moliner 50, 46100 Burjassot, Spain*

²*ICFO—Institut de Ciències Fotòniques, Mediterranean Technology Park, 08860 Castelldefels, Spain*

³*ICREA and Universitat Politècnica de Catalunya, Dept. de Física i Enginyeria Nuclear, Colom 11, 08222 Terrassa, Spain*

(Received 1 July 2015; published 30 November 2015)

We demonstrate experimentally that a broad-area laserlike optical oscillator (a nondegenerate photorefractive oscillator) with structured injected signal displays two-phase patterns. The technique [de Valcárcel and Staliunas, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 054101 (2010)] consists in spatially modulating the injection, so that its phase alternates periodically between two opposite values, i.e., differing by π .

DOI: [10.1103/PhysRevA.92.053858](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.92.053858)

PACS number(s): 42.65.Sf, 89.75.Kd, 42.65.Hw

I. INTRODUCTION

Bistability is a crucial mechanism for optical information encoding and processing. When speaking of bistability one usually thinks of *intensity* bistability, i.e., the stable coexistence of two states of unequal field intensity, like the high and low transmission states of (so-called) optical bistability [1,2] or the on and off states of optical fiber solitons [3,4] or cavity solitons [5–11]. There is, however, an alternative type of bistability, namely *phase* bistability, in which two coexisting stable states of equal intensity but opposite phase are supported by the system. Phase bistability occurs in special nonlinear optical cavities, like synchronously pumped optical parametric oscillators [12]. Phase-bistable states are usually more symmetric than amplitude-bistable states, and it would be desirable for optical information processing if lasers could display such phase bistability.

The first work in that direction was proposed in Ref. [13] and demonstrated in a laserlike system (specifically, a photorefractive oscillator under nondegenerate wave mixing) in Ref. [14]: If in a laser with injected signal the phase of driving field alternates periodically in time between two opposite values (differing by π) at a sufficiently high repetition rate, the phase of the slave laser can lock to one of two possible values, with both states having the same intensity. Such driving technique was termed *rocking* because, in a mechanical analogy, that kind of injection tilts periodically (i.e., rocks) the laser potential between two extreme positions [13,15,16]. Note that the phase of the emitted signal does not lock necessarily to either of the injections, say 0 and π , but rather to some values in between, which depend on the detuning between the injection and the cavity [13,16]. The laser emission, simply speaking, avoids the action of the alternating injection, i.e., avoids the locations in phase space that are maximally affected by the alternating injection, and consequently moves to the most quiet locations. From a dynamical viewpoint such rocking is similar to the stabilization of the topside position of the pendulum when the hanging point is vibrated in vertical direction (Kapitza pendulum).

This kind of rocking is, however, problematic in solid-state and semiconductor lasers, the so-called class-B lasers, because

the relaxation oscillations characterizing those lasers limit the performance of rocking [15]. Consequently the initial concept of rocking in time was extended to rocking in space by considering the injection alternating in transverse space [17,18]. The first proposal [17] consisted of injecting a TEM₁₀ mode (displaying two opposite phases at the two mode lobes) into a low Fresnel number laser, capable of emitting only on one, the lowest order, transverse mode. According to Ref. [17], the phase of the slave laser locks to one among two possible (and opposite) values, which was successfully demonstrated in a laserlike oscillator [18]. The concept was further extended to broad-area lasers [19], in which many transverse modes (a continuum of modes) play a role; it was predicted that under injection of a (monochromatic) beam displaying a spatial alternation of its phase between two opposite values across its cross section, the emission of the slave laser displays phase bistability. In this case, due to the spatially extended nature of the system, different parts of the slave laser beam cross section can take different phase values (among those special two), and phase patterns are predicted to appear, opening the way in particular to phase-bistable cavity solitons [19]. Similar to the rocking in time, where the injection must vary sufficiently rapidly as compared to the characteristic time scale of the system (the cavity lifetime), here in spatial rocking the injection must vary on a sufficiently small space scale as compared with the characteristic spatial scale of the system (diffraction length) [19]. Here we demonstrate experimentally the feasibility of this mechanism by using a photorefractive oscillator (PRO).

II. EXPERIMENT

PROs are optical cavities containing a photorefractive crystal, which is pumped by laser beams that do not resonate inside the cavity (e.g., because they are tilted with respect to the cavity axis) [20–22]. Under appropriate conditions (mainly crystal orientation and pump alignment) an intracavity light field starts oscillating via efficient wave mixing. PROs are highly versatile systems for the study of nonlinear dynamics as different wave mixings (two vs four waves, or degenerate vs nondegenerate) can be tuned by using different resonators (ring or linear) and pumping geometries (one pump or two counterpropagating pumps). In particular when the cavity is linear and a single pump is used, the oscillation occurs due

*Corresponding author: ruben.martinez-lorente@uv.es

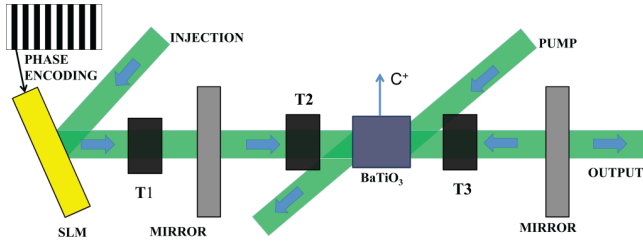


FIG. 1. (Color online) Sketch of the photorefractive oscillator with injected signal (rocking). Two mirrors form the resonator, which contains a BaTiO_3 crystal of $4.5 \times 4.5 \times 8.0 \text{ mm}^3$. SLM: spatial light modulator. T1, T2, T3: telescopic systems.

to a nondegenerate four-wave mixing (NDFWM) process, and the phase of the self-generated light is free, as in a free-running laser. However, the similarities between lasers and NDFWM PROs go far beyond that phase invariance: The PROs are laserlike systems also from a nonlinear dynamics viewpoint [23]. In particular, NDFWM PROs have been proven successful for the study of universal out-of-equilibrium pattern formation scenarios of phase-invariant systems, such as vortex arrays and different traveling wave patterns [24]. In order to allow for pattern formation in the experiment, the cavity Fresnel number is made very large by two telescopic systems that image the cavity mirrors close to the photorefractive BaTiO_3 crystal (nearly self-imaging resonator [25]); see Fig. 1. We inject a rocking beam along the cavity axis, whose phase is tailored by means of a spatial light modulator (SLM). The SLM (PLUTO-VIS-006-A, Holoeye Photonics AG) is electrically addressed and controlled by a computer in order to give sharp π -phase jumps across the beam cross section. The rocking beam, the pumping beam, and other auxiliary beams (for cavity length active stabilization and interferometry) all come from the same frequency-doubled Nd:YAG laser at 532 nm (Verdi V5, Coherent Inc.). For details about the setup, the cavity-stabilization procedure, the interferometry, and the data processing, see Ref. [26].

Owing to the small SLM pixel pitch ($8 \mu\text{m}$), large diffraction is observed on the reflected beam in such a way that only the first two spatial harmonics enter efficiently into the cavity. The injection has then a sinusoidal variation across the resonator transverse section, alternating periodically its sign (phase). This means that when the SLM is operated so that the phase changes by π every three pixel rows (as is the case in the figures we show next), the effective rocking beam profile at the SLM has the form $\cos(2\pi x/\Lambda_{\text{SLM}})$, with $\Lambda_{\text{SLM}} = 6 \times 8 \mu\text{m}$ being the spatial period. A telescope T1 images the SLM plane onto the entrance cavity mirror, which in turn is imaged close to the crystal by the left intracavity telescope T2 with total lateral magnification of $0.5\times$; hence the effective rocking beam profile at the crystal has the form $\cos(2\pi x/\Lambda_C)$, with the transverse period $\Lambda_C = \cos(15^\circ) \times 24 \mu\text{m} = 23.2 \mu\text{m}$ approximately. Here we took into account the tilt of the SLM with respect to the cavity axis.

III. EXPERIMENTAL RESULTS AND DISCUSSIONS

Without injection our PRO is a phase-invariant system (any value of the phase is possible) which, because of its large

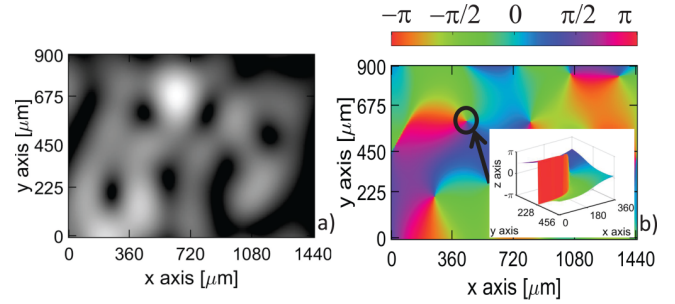


FIG. 2. (Color online) Optical vortex array forming spontaneously in the free-running PRO. Amplitude (a) and phase (b) maps of the field at the nonlinear crystal. Spatial dimensions: $1440 \mu\text{m}$ (horizontal) \times $900 \mu\text{m}$ (vertical). A three-dimensional (3D) representation of the phase around one of these optical vortices is shown in the inset in panel (b), with spatial dimensions $360 \mu\text{m} \times 450 \mu\text{m}$; a clear 2π rotation of the phase is appreciated.

Fresnel number, leads to the spontaneous formation of optical vortices [27,28], as shown in Fig. 2. These phase singularities are characterized by a smooth rotation of the field phase by 2π on a closed loop around a core, a point of null intensity. On the contrary, when spatial rocking is applied, the phase invariance gets broken and just two (opposite) phases are preferred. In this case vortices are replaced by one-dimensional objects, so-called phase domain walls (DWs) [29,30], which separate spatial domains of opposite phase (Fig. 3). The total light field is the superposition of the rocking beam and the beam generated by the PRO. As the latter has small spatial frequencies (small divergence angle) as compared to the former, both contributions are well separated from each other in the far field [19]. In fact, the high spatial frequency

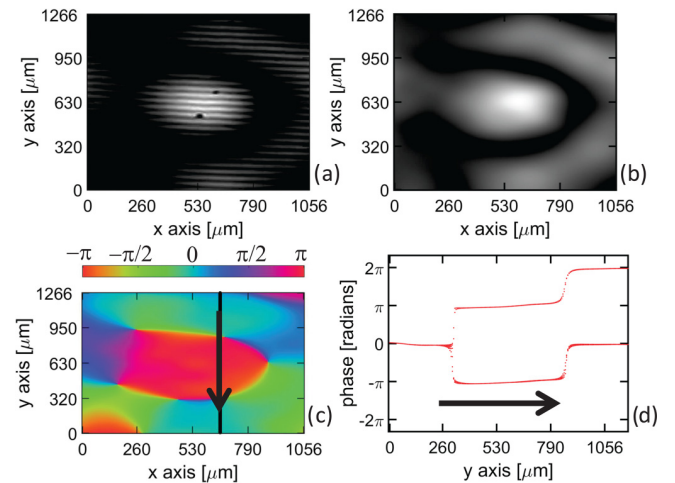


FIG. 3. (Color online) Two-dimensional (2D) phase domains formed by the action of spatial rocking. The spatial period of the rocking beam is $\Lambda_C = 23.2 \mu\text{m}$ (not seen in the images). The spatial dimensions of all subfigures are $1056 \mu\text{m} \times 1266 \mu\text{m}$. The interferogram (a) exhibits horizontal fringes, which are shifted in the central domain by half a period with respect to its surroundings, indicating a π jump of the phase. (b) Amplitude map. (c) Phase map. (d) Different phase profiles around the vertical cut marked by a black vertical arrow in panel (c), evidencing π jumps across the phase domain boundary.

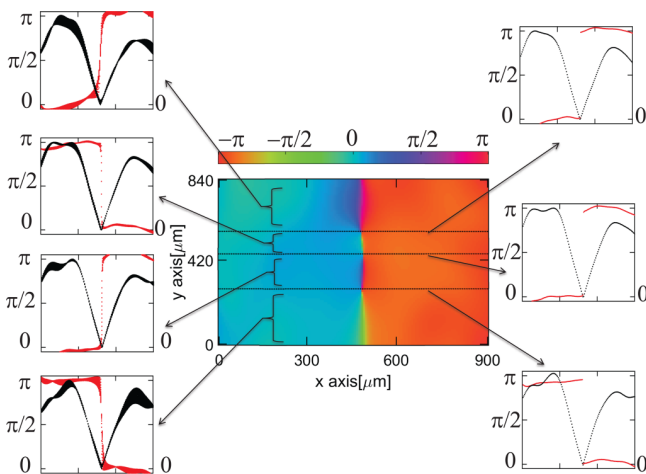


FIG. 4. (Color online) Study of the chirality of a straight domain wall. Spatial dimensions: $900 \mu\text{m} \times 480 \mu\text{m}$. The spatial period of the rocking beam is $\Lambda_c = 23.2 \mu\text{m}$ (not visible in the image). The central image shows the phase map of the wall. The left column shows different phase (red [gray] dashed line) and amplitude (black dashed line) profiles along the horizontal axis, displaying $+\pi$ or $-\pi$ jumps in phase, depending on the region. The right column shows abrupt π jumps and their respective amplitude profiles, observed at three Néel points present in the wall.

of the rocking beam (around $23.2 \mu\text{m}^{-1}$) does not appear in the figures we show here as diffraction outside the cavity filters out the large-angle components of the rocking beam. Domain walls can be such that the phase abruptly jumps by π across the boundary (Ising wall) or displays a relatively smooth variation (Bloch wall), with that terminology coming from solid-state physics [30]. The phase variation across a Bloch wall can be increasing or decreasing; i.e., the phase angle can rotate clockwise or counterclockwise across the wall, which means that Bloch walls are chiral [29,30] [see Fig. 3(d)]. Although we demonstrate the existence of DWs induced by spatial rocking (see Fig. 3), the curvature of DWs can induce an additional dynamics, which should be removed in order to separate the effects. Thus special efforts are taken to ensure a quasi-one-dimensional regime in the transverse plane [29] in order to avoid that influence of DW curvature in the observed dynamics [31,32]. Quasi-one-dimensionality is achieved by placing slits inside the nonlinear cavity, at the Fourier planes of telescopes T2 and T3 (see Fig. 1). The width of the slits is adjusted to the size of the diffraction spot in these planes. In this way, waves with large inclinations are not compatible with the diffraction constraints of the cavity. We also use another pair of slits in the near field, i.e., close to the cavity mirrors

(MIRROR in Fig. 1), which allows us to select specific parts of the nonlinear crystal, e.g., particularly homogeneous regions of the crystal (see Fig. 4). In quasi-one-dimensional systems the interface separating phase domains can display positive chirality in a particular segment and negative chirality in the adjacent one, as shown in Fig. 4. By continuity, between the sections of Bloch walls with opposite chirality, a point of null chirality (a kind of Ising wall) appears. This point is a kind of bound vortex, which is the nonequilibrium analog of a Néel point in solid-state physics [33]. Usually nonequilibrium Bloch walls move according to their chirality [29,30], so that opposite-chirality walls move in opposite directions. When two Bloch walls with opposite chirality are separated by a Néel point, such as in Fig. 4, such motion generically leads to the emergence of spiral waves with center at the (static) Néel point [33,34]. In our case such effect has not been observed, due to two different causes: (i) the dynamics of the system is very slow (in previous experiments on the Ising-Bloch transition in PROs the velocity of the Bloch walls was measured to be on the order of $1 \mu\text{m/s}$ [29]) and we did not perform long-time observations, and (ii) the quasi-1D geometry affects the possible wall motion because walls ending at a boundary are not free to move but are always perpendicular to it [35].

IV. CONCLUSIONS

In this work we have given experimental evidence of phase bistability appearing in a large-Fresnel-number laserlike system submitted to spatial rocking. This agrees with previous theoretical work [19]. The large Fresnel number of the cavity allows the formation of phase patterns, which take the form of domain walls due to phase bistability imposed by spatial rocking. Such phase-bistable spatial structures can be efficiently written, erased, and moved across the transverse section of the system, as has been demonstrated in temporal rocking [35,36]. The reported theoretical results thus indicate that the recent predictions on the excitation of cavity solitons by spatial rocking in broad-area semiconductors, lasers [37], and vertical surface emission lasers [38] open the way to other types of optical information processing in semiconductor microlasers [5–7], based on phase-bistable cavity solitons.

ACKNOWLEDGMENTS

We are indebted to Javier García-Monreal and Martín Sanz-Sabater (Departament d'Òptica, Universitat de València) for their help and advice. This work was supported by the Spanish Ministerio de Economía y Competitividad (Projects No. FIS2011-26960 and No. FIS2011-29734-C02-01) and the European Union FEDER.

- [1] E. Abraham and S. D. Smith, Optical bistability and related devices, *Rep. Prog. Phys.* **45**, 815 (1982).
- [2] H. M. Gibbs, *Optical Bistability: Controlling Light with Light* (Academic Press, San Diego, CA, 1985).
- [3] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics* (Academic Press, San Diego, CA, 2001).

- [4] F. Mitschke, *Fiber Optics: Physics and Technology* (Springer, Berlin, 2010).
- [5] G. S. McDonald and W. J. Firth, Spatial solitary-wave optical memory, *J. Opt. Soc. Am. B* **7**, 1328 (1990).
- [6] S. Barland, J. R. Tredicce, M. Brambilla, L. A. Lugiato, S. Balle, M. Giudici, T. Maggipinto, L. Spinelli, G. Tissoni, T. Knödl, M.

- Miller, and R. Jäger, Cavity solitons as pixels in semiconductor microcavities, *Nature (London)* **419**, 699 (2002).
- [7] P. Genevet, S. Barland, M. Giudici, and J. R. Tredicce, Cavity Soliton Laser Based on Mutually Coupled Semiconductor Microresonators, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 123905 (2008).
- [8] L. A. Lugiato, F. Prati, M. Brambilla, L. Columbo, S. Barland, G. Tissoni, K. M. Aghdami, R. Kheradmand, H. Tajalli, and H. Vahed, Cavity solitons, in *Without Bounds: A Scientific Canvas of Nonlinearity and Complex Dynamics*, Understanding Complex Systems (Springer, Berlin, 2013), pp. 395–404.
- [9] F. Leo, S. Coen, P. Kockaert, S. P. Gorza, P. Emplit and M. Haelterman, Temporal cavity solitons in one-dimensional Kerr media as bits in an all-optical buffer, *Nat. Photon.* **4**, 471 (2010).
- [10] V. Odent, M. Taki, and E. Louvergneaux, Experimental evidence of dissipative spatial solitons in an optical passive Kerr cavity, *New J. Phys.* **13**, 113026 (2011).
- [11] F. Leo, L. Gelens, P. Emplit, M. Haelterman and S. Coen, Dynamics of one-dimensional Kerr cavity solitons, *Opt. Express* **21**, 9180 (2013).
- [12] A. Marandi, Z. Wang, K. Takata, R. L. Byer and Y. Yamamoto, Network of time-multiplexed optical parametric oscillators as a coherent Ising machine, *Nat. Photon.* **8**, 937 (2014).
- [13] G. J. de Valcárcel and K. Staliunas, Excitation of phase patterns and spatial solitons via two-frequency forcing of a 1:1 resonance, *Phys. Rev. E* **67**, 026604 (2003).
- [14] A. Esteban-Martín, M. Martínez-Quesada, V. B. Taranenko, E. Roldán, and G. J. de Valcárcel, Bistable Phase Locking of a Nonlinear Optical Cavity via Rocking: Transmuting Vortices into Phase Patterns, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 093903 (2006).
- [15] K. Staliunas, G. J. de Valcárcel, M. Martínez-Quesada, S. Gilliland, A. González-Segura, G. Muñoz-Matutano, J. Cascante-Vindas, J. Marqués-Hueso, and S. Torres-Peiró, Bistable phase locking in rocked lasers, *Opt. Commun.* **268**, 160 (2006).
- [16] G. J. de Valcárcel, M. Martínez-Quesada, and K. Staliunas, Phase-bistable pattern formation in oscillatory systems via rocking: application to nonlinear optical systems, *Philos. Trans. R. Soc. A* **372**, 20140008 (2014).
- [17] K. Staliunas, G. J. de Valcárcel, and E. Roldán, Bistable phase locking in a laser with injected signal, *Phys. Rev. A* **80**, 025801 (2009).
- [18] S. Kolpakov, F. Silva, G. J. de Valcárcel, E. Roldán, and K. Staliunas, Experimental demonstration of bistable phase locking in a photorefractive oscillator, *Phys. Rev. A* **85**, 025805 (2012).
- [19] G. J. de Valcárcel and K. Staliunas, Pattern Formation Through Phase Bistability in Oscillatory Systems with Space-Modulated Forcing, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 054101 (2010).
- [20] P. Yeh, *Introduction to Photorefractive Nonlinear Optics* (Wiley, New York, 1993).
- [21] M. Cronin-Golomb, B. Fischer, J. O. White, and A. Yariv, Theory and applications of four-wave mixing in photorefractive media, *IEEE J. Quantum Electron.* **20**, 12 (1984).
- [22] N. C. Kothari and B. E. A. Saleh, Theory of photorefractive phase-conjugate oscillators, I: Isotropic four-wave mixing, *Phys. Rev. A* **46**, 2887 (1992).
- [23] K. Staliunas, M. F. H. Tarroja, G. Sleky, C. O. Weiss, and L. Dambly, Analogy between photorefractive oscillators and class-A lasers, *Phys. Rev. A* **51**, 4140 (1995).
- [24] K. Staliunas, G. Sleky, and C. O. Weiss, Nonlinear Pattern Formation in Active Optical Systems: Shocks, Domains of Tilted Waves, and Cross-Roll Patterns, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2658 (1997).
- [25] J. A. Arnaud, Degenerate optical cavities, *Appl. Opt.* **8**, 189 (1969).
- [26] A. Esteban-Martín, V. B. Taranenko, J. García, E. Roldán, and G. J. de Valcárcel, Experimental characterization of domain walls dynamics in a photorefractive oscillator, *Appl. Phys. B* **85**, 117 (2006).
- [27] P. Couillet, L. Gil, and F. Rocca, Optical Vortices, *Opt. Commun.* **73**, 403 (1989).
- [28] M. Brambilla, F. Battipede, L. A. Lugiato, V. Penna, F. Prati, C. Tamm, and C. O. Weiss, Transverse laser patterns, I: Phase singularity crystals, *Phys. Rev. A* **43**, 5090 (1991).
- [29] A. Esteban-Martín, V. B. Taranenko, J. García, G. J. de Valcárcel, and E. Roldán, Controlled Observation of a Nonequilibrium Ising-Bloch Transition in a Nonlinear Optical Cavity, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 223903 (2005).
- [30] P. Couillet, J. Lega, B. Houchmanzadeh, and J. Lajzerowicz, Breaking Chirality in Nonequilibrium Systems, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1352 (1990).
- [31] D. Gomila, P. Colet, M. S. Miguel, and G. L. Oppo, Domain wall dynamics: Growth laws, localized structures, and stable droplets, *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **146**, 71 (2007).
- [32] D. Gomila, P. Colet, G. L. Oppo, and M. San Miguel, Stable Droplets and Growth Laws Close to the Modulational Instability of a Domain Wall, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 194101 (2001).
- [33] P. Couillet and K. Emilsson, Strong resonances of spatially distributed oscillators: A laboratory to study patterns and defects, *Phys. D (Amsterdam, Neth.)* **61**, 119 (1992).
- [34] T. Frisch, S. Rica, P. Couillet, and J. M. Gilli, Spiral Waves in Liquid Crystal, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1471 (1994).
- [35] I. Pérez-Arjona, F. Silva, E. Roldán, and G. J. de Valcárcel, Stabilizing and controlling domain walls and dark-ring cavity solitons, *Opt. Express* **12**, 2130 (2004).
- [36] A. Esteban-Martín, V. Taranenko, E. Roldán, and G. J. de Valcárcel, Control and steering of phase domain walls, *Opt. Express* **13**, 3631 (2005).
- [37] M. Radziunas and K. Staliunas, Spatial rocking in broad emission area semiconductor lasers, *Europhys. Lett.* **95**, 14002 (2011).
- [38] C. Fernandez-Oto, G. J. de Valcárcel, M. Tlidi, K. Panajotov, and K. Staliunas, Phase-bistable patterns and cavity solitons induced by spatially periodic injection into vertical-cavity surface-emitting lasers, *Phys. Rev. A* **89**, 055802 (2014).

Phase Tetrastability in Parametric Oscillation

Rubén Martínez-Lorente, Fernando Silva, and Germán J. de Valcárcel*

¹*Departament d'Òptica, Universitat de València, Dr. Moliner 50, 46100 Burjassot, Spain*

**german.valcarcel@uv.es*

The periodic modulation of an oscillator's frequency can lead to so-called parametric oscillations at half the driving frequency, which display bistability between two states whose phases differ by π . Such phase-locking bistability is at the root of the extraordinary importance of parametric oscillation (and amplification) both in fundamental and applied scenarios. Here we put forward a universal method for exciting tetrastability in parametrically-driven systems, which consists in modulating the amplitude of the parametric drive in such a way that its sign alternates periodically in time. This way, multistability can emerge between four states whose phases differ by a multiple of $\pi/2$. We prove theoretically the validity of the method, both analytically and numerically, and demonstrate it experimentally in an optical oscillator. The method could be relevant to the fields of pattern formation, (quantum) information processing and simulation, metrology and sensing.

PACS numbers: 05.45.a, 05.65.+b, 47.54.r

Introduction.—The familiar image of a child on a swing extending and bending rhythmically their legs is probably the humbler example of parametric driving, which consists in the periodic modulation of an oscillator's frequency [1-4]. When the frequency of such modulation (call it $2\omega_f$) and the oscillator's bare frequency (ω_0) are in a ratio close to 2:1 (hence $\omega_f \approx \omega_0$), a so-called parametric resonance happens which, above a threshold, leads to oscillations at the subharmonic frequency ω_f . Such oscillations are bistable between two phases that differ by π while, below threshold, phase-sensitive (modulo π) signal amplification is observed around the frequency ω_f . This phase sensitivity is easily understood since the system must be invariant under a shift in time by the modulation period (equal to π/ω_f), hence any two oscillatory states of equal amplitude but whose phases differ by π must be equivalent. Parametric oscillation and amplification are observed in very diverse systems, like mechanical/ electromechanical oscillators [5-12], optomechanical cavities [13], granular materials [14], colloidal suspensions [15], fluids [1,4,16-18], Josephson-junction superconducting circuits [19-21], nonlinear optical cavities [22-33], or Bose-Einstein condensates [34-36], to cite some of them. An analogous effect (hence dubbed parametric) occurs as well in degenerate four-wave mixing (FWM) [37,38]: when two strong waves (of frequencies ω_{\pm}) pump a third-order nonlinear medium, phase-sensitive (modulo π) effects occur at the mean frequency $\omega_0 = (\omega_+ + \omega_-)/2$ [39-41]; this parametric FWM process is produced also when the pumps have equal frequencies [42-49], in which case all four waves are frequency-degenerate and differ in e.g. their propagation directions.

The phase sensitivity of parametric systems is at the root of their relevance in modern applications. On one hand phase-sensitive amplification allows the control over quantum noise, leading to squeezed, entangled, and other quantum states [13,22-24], with their use in sensing, metrology, quantum information, quantum computing and quantum communication [20,25-29]. On the other hand, phase bistability of oscillations allows binary information coding and processing [9,10], including spatially extended

[47-49] systems; it also mimics the physics of spin- $1/2$ systems, which allows implementing simulators for complex optimization problems, like quantum annealers and coherent Ising machines [11,30-33]; see [50] for a review. In passing it's worth mentioning the role that the parametric instability (also called Faraday instability) has on the generation of supercontinuum and of mode-locked radiation [51-54], and on \mathcal{PT} -symmetry physics [55].

In this Letter we show that phase tetrastability can be excited in parametrically-driven systems just by (additionally) modulating periodically the drive amplitude, i.e. using a drive of the form $\lambda(t) \cos(2\omega_f t)$, with $\lambda(t+T) = \lambda(t)$. The only requirements for the amplitude $\lambda(t)$ being: (i) its modulation period must verify $\gamma^{-1} \gg T \gg 2\pi/\omega_f$ being γ the system's linear damping, and (ii) its one-period average, $\langle \lambda(t) \rangle$, must be null hence its *sign* must alternate periodically. There are many ways to realize experimentally condition (ii), a simple one being $\lambda(t) = \lambda_0 \cos(2\pi t/T)$, up to an arbitrary (and dynamically unimportant) phase. Note that this modulation in fact corresponds to a two-tone driving with two close frequencies, namely $2\omega_f \pm 2\pi/T$, both close to the second harmonic of the oscillator's bare frequency ω_0 .

The present proposal gets inspiration from previous studies on the effect that such a modulation (dubbed rocking [56]) has on the usual resonant, direct driving of oscillators at a frequency close to ω_0 (1:1 direct resonance) [56-59]. It has been shown that the rocking modulation, when relatively fast as compared to the characteristic damping time of the system, transforms the originally phase-monostable system into a phase-bistable one [56-59]. An extended discussion of the physics behind this transformation can be found in [56,59].

We study the effects of the proposed driving method in two nonlinear models, and finally we give experimental evidence of phase tetrastability in an optical oscillator.

Duffing-type oscillator model—First, we consider a well-established model for a parametrically-driven mechanical resonator [12,60], namely

$$\ddot{x} + \omega_0^2 [1 + \lambda(t) \cos(2\omega_f t)] x + 2\gamma \dot{x} + \alpha x^3 + \eta x^2 \dot{x} = 0, \quad (1)$$

where x is the oscillator displacement, dots denote differentiation with respect to time t , γ is the linear damping coefficient, denoted by $\Gamma/2$ in [12] ($\gamma = \omega_0/2Q$, with Q the resonator quality factor), and finally α and η are the coefficients of nonlinear dispersion (Duffing type) and dissipation, respectively. In [12], λ is a constant as usual in classic parametric driving, while here we assume the form $\lambda(t) = \lambda_0 \cos(2\pi t/T)$. We consider the values [12] $\omega_0/2\pi = 325$ Hz, $Q = 1.8 \times 10^3$, $\alpha = 2.45 \times 10^{10} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-2}$, and $\eta = 6.8 \times 10^6 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$.

In first place we prove analytically that Eq. (1) displays phase-tetrastable oscillations for appropriate values of the parametric drive parameters. We use a standard multiple-scale analysis [61-64], which relies on the existence of disparate time scales in a dynamical system. In our case $\omega_f \approx \omega_0 \gg \gamma$, while the characteristic time scale of the nonlinearities is comparable to the linear damping. In usual parametric driving (λ constant), $\lambda = O(\gamma/\omega_0)$, implying that it acts on the same time scale as the rest of terms (but the restoring force) [3,63,64]. Here such scaling for λ must be modified because the modulation amplitude is time dependent, on the scale of the modulation period T . We find that the sought-for phase tetrastability requires $\lambda = O(\sqrt{\gamma/\omega_0})$ and $\omega_0 \gg T^{-1} \gg \gamma$, which is typical of rocking [56,59]. Finally, we define a normalized detuning as $\theta = (\omega_f - \omega_0)/\gamma$ and assume $\theta = O(1)$, i.e. nearly-resonant driving. Following the standard methods [61-64], an equation for the displacement x is obtained:

$$\begin{aligned} x(t) &= A(t)e^{-i\omega_f t} + c.c. + O(\varepsilon^2), & (2a) \\ A(t) &= [e^{L(t)} \text{Re} \psi(t) + ie^{-L(t)} \text{Im} \psi(t)]e^{-i\pi/4}, & (2b) \end{aligned}$$

where $A = O(\varepsilon)$, $\varepsilon \equiv \sqrt{\gamma/\omega_0}$, $L(t) = \xi \sin(2\pi t/T)$, $\xi \equiv \lambda_0 \omega_0 T/8\pi$, and the complex amplitude ψ verifies

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma} \frac{d\psi}{dt} &= -(1 - i\chi_2 \theta_{\text{eff}})\psi - \frac{1}{2}\chi_2 \tilde{\eta} |\psi|^2 \psi \\ &\quad - \frac{3}{2}i\kappa \tilde{\alpha} (|\psi|^2 \psi + \mu \psi^{*3}), \end{aligned} \quad (3a)$$

being $\tilde{\alpha} = \alpha/\omega_0^2$, $\tilde{\eta} = \eta/\omega_0$, $\theta_{\text{eff}} = \theta + \frac{\pi \lambda_0 I_1(2\xi)}{16 \gamma T I_0(2\xi)}$,

$$\chi_k \equiv \langle e^{kL(t)} \rangle, \quad \kappa \equiv \frac{3\chi_4 + 1}{4}, \quad \mu \equiv \frac{\chi_4 - 1}{3\chi_4 + 1}. \quad (3b)$$

In this case $\chi_k = I_0(k\xi)$, with I_n a modified Bessel function of the first kind. Note that $A(t)$ is a slowly-varying complex amplitude, as $L(t)$ and $\psi(t)$ so are: they vary respectively on the scales $T \sim \varepsilon \omega_0^{-1}$, and $\gamma^{-1} \sim \varepsilon^2 \omega_0^{-1}$.

The term proportional to ψ^{*3} in Eq. (3a) is responsible for the sought-for phase tetrastability, as it imposes the discrete phase symmetry S_4 : $\psi(t) \mapsto \psi(t)e^{i\pi/2}$. This effect requires $\alpha \neq 0$, i.e. a nonlinear dispersion (Duffing type oscillator), while the nonlinear dissipation, governed by η ,

is unimportant for that. The steady states of Eq. (3) correspond to phase-locked oscillating states at the frequency ω_f according to Eq. (2a) and they should be tetrastable according to our analysis.

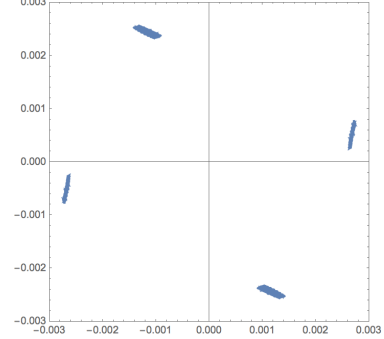


FIG. 1. Phase tetrastability. Four numerical solutions of Eq. (1), with $\lambda(t) = \lambda_0 \cos(2\pi t/T)$, which differ only in their initial conditions. We show a complex-plane representation of the amplitude A_{exp} given by Eq. (4a). Parameters are [12]: $\omega_0/2\pi = 325$ Hz, $\gamma = 1.14 \text{ s}^{-1}$, $\alpha = 2.45 \times 10^{10} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-2}$, and $\eta = 6.8 \times 10^6 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$. As for the driving, $\omega_f/2\pi = 326.14$ Hz, $\lambda_0 = 0.0335$, and $T = 31$ ms.

We have confirmed this prediction by numerically integrating the original Eq. (1) under a variety of conditions, finding that phase tetrastability is a generic, non-critical phenomenon. As an example, Fig. 1 gives evidence of four stable solutions of Eq. (1) corresponding to the same parameter set, which just differ in their phase by multiples of $\pi/2$. The plot represents an approximation to the amplitude A , which we call A_{exp} and define as

$$A_{\text{exp}}(t) \equiv e^{i(\omega_f t + \varphi)} [x(t) + i \dot{x}(t)/\omega_f], \quad (4a)$$

being φ an arbitrary phase (in an experiment, the exponential must be synchronized with the drive). Substituting Eq. (2a) into (4a) and taking into account the slowly-varying character of $A(t)$, we get $A_{\text{exp}}(t) \approx e^{i\varphi} A(t)$. We can further perform an average over one period of the modulation T , obtaining

$$\psi_{\text{exp}}(t) \equiv \langle A_{\text{exp}}(t) \rangle \approx \chi_1 e^{i(\varphi - \pi/4)} \psi(t), \quad (4b)$$

where we used Eq. (2b) and $\langle \psi(t) \rangle \approx \psi(t)$. Note that the effect of φ is just a rotation on the complex plane.

Nonlinear Schrödinger-type model—Next, we consider a universal model for parametrically-excited weakly-nonlinear dispersive waves. Expressing the oscillatory state as $A(\vec{r}, t)e^{-i\omega_f t} + c.c.$, and the drive as $\lambda(t)e^{-i2\omega_f t} + c.c.$, the model can be written as

$$\gamma^{-1} \partial_t A = -A + \lambda(t)A^* + i\kappa(|A|^2 - \theta)A + i\nabla^2 A, \quad (5)$$

which is a nonlinear Schrödinger equation, generalized to include, apart from damping, the effect of parametric gain in an explicit way: the term $\lambda(t)A^*$ breaks the continuous phase symmetry of free oscillations down to the discrete one $S_2: A \mapsto e^{i\pi}A$, leading to phase bistability.

Parameter $s = \pm 1$, and accounts for the type of dispersive nonlinearity: self-focusing/weakening ($s = +1$) or defocusing/hardening ($s = -1$) as in the oscillator model (1), while s is introduced in front of the detuning θ parameter for convenience, $\theta \equiv -s(\omega_f - \omega_0)/\gamma$. Finally, the Laplacian operator ∇^2 has the suitable dimensionality fitting the problem geometry (usually 1D or 2D). All quantities in Eq. (5) are dimensionless but time: the amplitude A has been normalized as to make equal to s the nonlinear dispersion coefficient [equivalent to α in Eq. (1)] which otherwise would appear multiplying the nonlinear term, and space has been normalized to the characteristic dispersion/diffraction length.

Equation (5) is used for studying both extended and localized waves (solitons, breathers and the like) in a huge variety of parametrically pumped systems, including micro- and nano-electromechanical systems [66], fluids [17,18,67], chains of coupled pendula [6,68] or Josephson junctions [69] (via sine-Gordon equation [70-72]), ferromagnets [69], and optical systems [73-76]. We have not included nonlinear dissipation, neither wavenumber-dependent loss in Eq. (5) as that's a pretty usual scenario, see [77] and because we want to keep the presentation simple enough. In any case we have checked that those processes are not essential for the phase tetrastability phenomenon, like in the previous case of the mechanical oscillator model (1).

In order to give more generality to our study, now we consider any periodic parametric-drive amplitude, i.e. not necessarily harmonic, whose one-period average, $\langle \lambda(t) \rangle$, is null. We keep considering the limit where parametric drive is stronger than, and acts on a faster time scale than, dissipation and nonlinearity, but slower than the base frequency ω_f . This allows a standard multiple-scale analysis similar to the previous one, but instead we give here an alternative, simpler treatment leading to the same results. We write $\lambda(t) = \varepsilon^{-1}m(t/T)$, where $\varepsilon \equiv \gamma T \ll 1$, and m is of order unity. In that limit, the leading-order approximation to Eq. (1) reads $\partial_t A = \gamma \lambda(t)A^*$, which has solutions $A(\vec{r}, t) = U(\vec{r})e^{L(t)} + iV(\vec{r})e^{-L(t)}$, where U and V are constant in time, $L(t) \equiv \gamma \int \lambda(t)dt$, and we choose $\langle L \rangle = 0$. The expected main effect of the other, smaller terms in Eq. (5) is to introduce "slow" time variations on U and V [78], hence we write $A(\vec{r}, t) = U(\vec{r}, t)e^{L(t)} + iV(\vec{r}, t)e^{-L(t)} + \mathcal{O}(\varepsilon)$, substitute into Eq. (5), and assume that U and V do not vary appreciably along one period. This way a closed equation for $\psi(\vec{r}, t) \equiv [U(\vec{r}, t) + iV(\vec{r}, t)]$ can be derived at $\mathcal{O}(\varepsilon^0)$, which can be written as

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial t} \psi = -(1 + is\chi_2\theta)\psi + i\chi_2\nabla^2\psi + is\kappa(|\psi|^2\psi + \mu\psi^{*3}). \quad (6)$$

Here $\chi_k \equiv \langle e^{kL(t)} \rangle$, $\kappa \equiv \frac{1}{4}(3\chi_4 + 1)$, and $\mu \equiv \frac{\eta_4 - 1}{3\eta_4 + 1}$, as in Eq. (3b). In order to arrive to Eq. (6) we assumed $\chi_{-k} = \chi_k$, which is a common case and in particular that of sine- and square waveforms, for which $\chi_k = I_0(k\lambda_0\gamma T/2\pi)$ and $\chi_k = \frac{\sinh(k\lambda_0\gamma T/4)}{k\lambda_0\gamma T/4}$, respectively.

Equation (6) coincides with Eq. (3a) in the case where the original models match each other. The spatially-uniform steady states of Eq. (6) represent the phase-locked uniform oscillations of the system and can be written as $\psi = \sqrt{\rho/\kappa}e^{i\phi}$, with ρ and ϕ real constants. The "intensity" $\rho = (\eta_2\theta \pm \sqrt{\mu^2(1 + \eta_2^2\theta^2) - 1})/(1 - \mu^2)$, and the phase is given by $e^{4i\phi} = (\eta_2\theta - \rho + is)/(\gamma\rho)$, which leads to four values of ϕ separated by multiples of $\frac{\pi}{2}$. The existence of these solutions requires $\theta > 0$, and a minimum value of $\mu_0 T$. The "intensity" ρ displays two branches, and it's simple to show via standard linear stability analysis that the lower one is unstable while the upper one is always stable. These solutions never become null, what means that they do not connect with the trivial solution $\psi = 0$ of Eq. (6), which is always stable as in Eq. (3a); in other words, we are in presence of a kind of non-equilibrium first-order transition.

Experiment.—In order to give unmistakably evidence of the proposed parametric driving method, next we report our results obtained with a photorefractive oscillator (PRO) in a degenerate FWM configuration. Two counter-propagating beams coming from a single-line laser (Verdi V5, 532 nm) pump a photorefractive strontium-barium-niobate (SBN) crystal contained in a Fabry-Perot cavity. The pump beams form an angle with respect to the cavity axis and thus are not resonated. Above a given threshold (mainly controlled by the crystal orientation with respect to the pump beams) a fraction of the pumps is scattered towards the cavity axis, giving rise to degenerate FWM emission, characterized by the bistability between two phases separated by π [47-49,79-81]. A detailed account of the experimental geometry can be found in [79,80]. In order to implement the proposed periodic modulation of the parametric gain, one of the pump beams was reflected by a piezo-mirror before impinging the photorefractive crystal. The piezo-mirror was driven by a function generator and we used a square-wave modulation, finely adjusted in order for the separation between the extreme mirror positions to be exactly half a wavelength, corresponding to a phase jump of π , i.e. to a pure change of sign of the amplitude of that beam. As a consequence, the FWM parametric gain has a pure sign modulation [57], corresponding to the square-wave case analyzed in the study of Eq. (5). The light leaving the PRO was mixed with

a reference beam coming from the same pumping laser in order to perform interferometric measurements leading to the detection of the amplitude and phase of the signal [57,80].

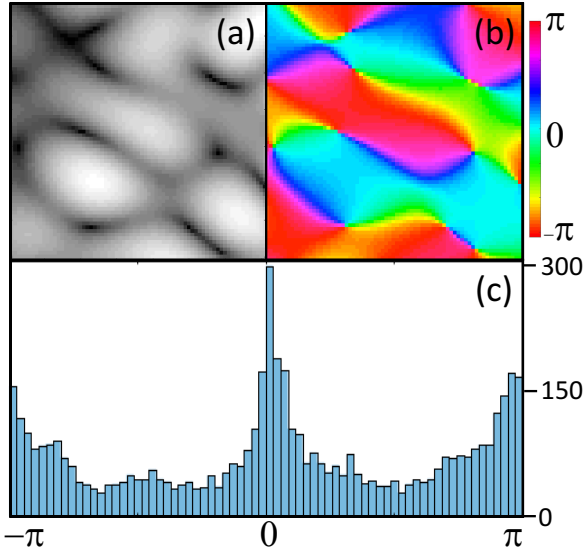


FIG. 2. Phase-bistable behavior in a PRO experiment. (a) is the image of the intensity measured in a 70×70 pixel section beam, showing domains. (b) is its phase profile where is clear that the domains have only two possible phases as we can see in (c), the phase histogram of the above section.

As we are using a spatially extended system (technically, it's a high Fresnel-number optical resonator) different regions can oscillate somehow independently. In particular, in the absence of modulation phase bistability is known to occur, so that different patches of the beam cross section can oscillate in either of the two allowed phases [47-49,80,81]. Figure 2 shows an example of such phase-bistable behavior. When the modulation of the parametric gain is turned on we observe situations like those shown in Fig. 3: four phases emerge in the system, which differ by multiples of $\pi/2$.

Conclusions and outlook.—We have demonstrated the emergence of phase tetrastability in parametric oscillators, due to the modulation of the driving amplitude. An analogous effect is known to occur in the 4:1 resonance of nonlinear systems close to a Hopf bifurcation [82-88]. In such case the modulation of a parameter at a frequency four times larger than the natural frequency of oscillations is needed. As well as a sufficiently strong nonlinearity is needed for the 4:1 forcing to be effective, a case that is not always met; for instance, in the optical domain, such possibility is remote. On the other hand, we are exploiting the usual 2:1 parametric resonance, which is known to be the strongest one, thus favoring the observation of the phase tetrastability. We hope that the phenomena put forward in this Letter can be applied to (quantum) information processing and simulation, metrology and

sensing. Work in those directions will be the object of future research.

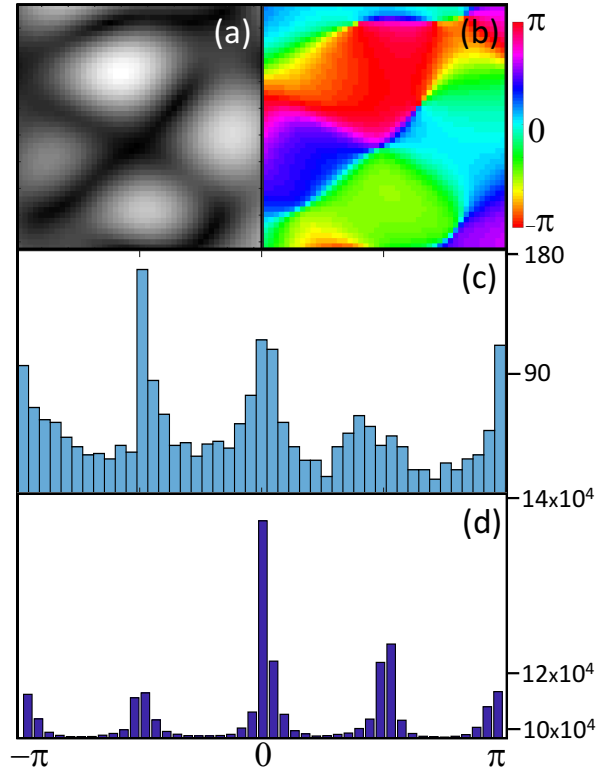


FIG. 3. Phase tetrastability behavior in the Fig. 2 PRO experiment forcing with a 30 Hz rocking in the bidirectional pump. As in Fig 2, (a) is the image of the intensity measured in a 45×45 pixel beam section. (b) is its phase profile where now the domains have four possible phases as we can see in (c), the phase histogram. In (d) we show the phase difference histogram between different pixels in a exponential scale axis.

We thank Javier García and Martín Sanz for their valuable advice on some techniques used in the experiment. We acknowledge fruitful discussions with Eugenio Roldán and Kestutis Staliunas and also their participation on the early stages of this work. This work was supported by the Spanish Ministerio de Economía, Industria y Competitividad, and FEDER through projects FIS2014-60715-P and FIS2015-65998-C2-1-P.

[1] M. Faraday, *Phil. Trans. R. Soc. London* **121**, 299 (1831).
[2] J. W. Strutt (Lord Rayleigh), *Phil. Mag.* (5th series) **15**, 229 (1883); *ibid.* **24**, 145 (1887).
[3] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Mechanics*, 3rd edition (Butterworth-Heinemann, Oxford, 1976), pp. 80-84.
[4] J. W. Miles and D. Henderson, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **22**, 143 (1990).
[5] D. Rugar and P. Grütter, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 699 (1991).
[6] B. Denardo, B. Galvin, A. Greenfield, A. Larraza, S. Putterman, and W. Wright, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1730

- (1992).
- [7] L. J. Lapidus, D. Enzer, and G. Gabrielse, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 899 (1999).
- [8] A. Eichler, J. Chaste, J. Moser, and A. Bachtold, *Nano Lett.* **11**, 2699 (2011).
- [9] I. Mahboob and H. Yamaguchi, *Nature Nanotechnol.* **3**, 275 (2008).
- [10] I. Mahboob, E. Flurin, K. Nishiguchi, A. Fujiwara, and H. Yamaguchi, *Nature Commun.* **2**, 198 (2011).
- [11] I. Mahboob, H. Okamoto, and H. Yamaguchi, *Sci. Adv.* **2**, e1600236 (2016).
- [12] A. Leuch, L. Papariello, O. Zilberberg, C. L. Degen, R. Chitra, and A. Eichler, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 214101 (2016).
- [13] A. Pontin, M. Bonaldi, A. Borrielli, F. S. Cataliotti, F. Marino, G. A. Prodi, E. Serra, and F. Marin, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 023601 (2014).
- [14] P. B. Umbanhowar, F. Melo, and H. L. Swinney, *Nature* **382**, 793 (1996).
- [15] O. Lioubashevski, Y. Hamiel, A. Agnon, Z. Reches, and J. Fineberg, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3190 (1999).
- [16] J. Wu, R. Keolian, and I. Rudnick, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 1421 (1984).
- [17] J. W. Miles, *J. Fluid Mech.* **148**, 451 (1984).
- [18] B. Denardo, W. Wright, S. Putterman, and A. Larraza, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1518 (1990).
- [19] T. Yamamoto, K. Inomata, M. Watanabe, K. Matsuba, T. Miyazaki, W. D. Oliver, Y. Nakamura, and J. S. Tsai, *Appl. Phys. Lett.* **93**, 042510 (2008).
- [20] Z. R. Lin, K. Inomata, K. Koshino, W. D. Oliver, Y. Nakamura, J. S. Tsai, and T. Yamamoto, *Nat. Commun.* **5**:4480 doi: 10.1038/ncomms5480 (2014).
- [21] S. Puri, C. K. Andersen, A. L. Grimsmo, and A. Blais, *Nature Commun.* **8**, 15785 (2017).
- [22] D. F. Walls and G. J. Milburn, *Quantum Optics*, 2nd edition (Springer-Verlag, Heidelberg, 2008).
- [23] A. Furusawa, J. L. Sørensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble, and E. S. Polzik, *Science* **282**, 706 (1998).
- [24] H. Vahlbruch, M. Mehmet, K. Danzmann, and R. Schnabel, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 110801 (2016).
- [25] J. Roslund, R. M. de Araújo, S. Jiang, C. Fabre, and N. Treps, *Nature Photon.* **8**, 109 (2014).
- [26] Y. Cai, G. Ferrini, F. Arzani, X. Xu, C. Fabre, and N. Treps, *Nature Commun.* **8**, 15645 (2017).
- [27] N. C. Menicucci, S. T. Flammia, and O. Pfister, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 130501 (2008).
- [28] M. Chen, N. C. Menicucci, and O. Pfister, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 120505 (2014).
- [29] Z. Xie, et al., *Nature Photon.* **9**, 536 (2015).
- [30] A. Marandi, Z. Wang, K. Takata, R. L. Byer, and Y. Yamamoto, *Nature Photon.* **8**, 937 (2014).
- [31] T. Inagaki, et al., *Science* **354**, 603 (2016).
- [32] P. L. McMahon, et al., *Science* **354**, 614 (2016).
- [33] T. Inagaki, T. Inagaki, K. Inaba, R. Hamerly, K. Inoue, Y. Yamamoto, and H. Takesue, *Nat. Photonics* **10**, 415 (2016).
- [34] K. Staliunas, S. Longhi, and G. J. de Valcárcel, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 210406 (2002).
- [35] P. Engels, C. Atherton, and M. A. Hoefer, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 095301 (2007).
- [36] T. M. Hoang, M. Anquez, B. A. Robbins, X. Y. Yang, B. J. Land, C. D. Hamley, and M. S. Chapman, *Nature Commun.* **7**, 11233 (2016).
- [37] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*, 3rd edition (Academic Press, Burlington, 2008).
- [38] P. Yeh, *Introduction to Photorefractive Nonlinear Optics* (Wiley, New York, 1993).
- [39] D. Grandclément, M. Pinard, and G. Grynberg, *IEEE J. Quantum Electron.* **25**, 580 (1989).
- [40] G. Yu Kryuchkyan, K. G. Petrosyan, and K. V. Kheruntsyan, *Quantum Electron.* **25**, 573 (1995).
- [41] G. Yu Kryuchkyan and K. V. Kheruntsyan, *Quantum Semiclass. Opt.* **7**, 529 (1995).
- [42] H. P. Yuen and J. H. Shapiro, *Opt. Lett.* **4**, 334 (1979).
- [43] D. Fekete, J. Au Yeung, and A. Yariv, *Opt. Lett.* **5**, 51 (1980).
- [44] R. S. Bondurant, P. Kumar, J. H. Shapiro, and M. Maeda, *Phys. Rev. A* **30**, 343 (1984).
- [45] C. M. Savage and D. F. Walls, *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 1514 (1987).
- [46] D. Grandclément, G. Grynberg, and M. Pinard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 44 (1987).
- [47] V. B. Taranenko, K. Staliunas, and C. O. Weiss, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2236 (1998).
- [48] A. Esteban-Martín, V. B. Taranenko, E. Roldán, and G. J. de Valcárcel, *Opt. Express* **13**, 3631 (2005).
- [49] A. Esteban-Martín, V. B. Taranenko, J. García, G. J. de Valcárcel, and E. Roldán, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 223903 (2005).
- [50] Y. Yamamoto, K. Aihara, T. Leleu, K.-i. Kawarabayashi, S. Kako, M. Fejer, K. Inoue, and H. Takesue, *npj Quant. Inf.* **3**, 49 (2017).
- [51] K. Krupa, A. Tonello, A. Barthélémy, V. Couderc, B. M. Shalaby, A. Bendahmane, G. Millot, and S. Wabnitz, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 183901 (2016).
- [52] F. Copie, M. Conforti, A. Kudlinski, A. Mussot, and S. Trillo, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 143901 (2016).
- [53] A. M. Perego, N. Tarasov, D. V. Churkin, S. K. Turitsyn, and K. Staliunas, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 028701 (2016).
- [54] N. Tarasov, A. M. Perego, D. V. Churkin, K. Staliunas, and S. K. Turitsyn, *Nature Commun.* **7**, 12441 (2016).
- [55] T. T. Koutserimpas, A. Alù, and R. Fleury, *Phys. Rev. A* **97**, 013839 (2018).
- [56] G. J. de Valcárcel and K. Staliunas, *Phys. Rev. E* **67**, 026604 (2003).
- [57] A. Esteban-Martín, M. Martínez-Quesada V. Taranenko, E. Roldán, and G. J. de Valcárcel, *Phys. Rev.*

- Lett. **97**, 093903 (2006).
- [58] G. J. de Valcárcel and K. Staliunas, *Phys. Rev. A* **87**, 043802 (2013).
- [59] G. J. de Valcárcel, M. Martínez-Quesada, and K. Staliunas, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **372**, 20140008 (2014).
- [60] M. C. Lifshitz and R. Cross, “Nonlinear Dynamics of Nanomechanical and Micromechanical Resonators,” in *Reviews of Nonlinear Dynamics and Complexity*, Volume 1, edited by H. G. Schuster (Wiley-VCH, Weinheim, 2008), pp. 1–52.
- [61] A. H. Nayfeh, *Perturbation Methods* (Wiley-VCH, 2007).
- [62] C. C. Chow, “Multiple scale analysis,” *Scholarpedia* **2**, 4249 (2007) [doi:10.4249/scholarpedia.1617](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.1617).
- [63] G. Litak, G. Spuz-Szpos, K. Szabelski, and J. Warminski, *Int. J. Bifurcation Chaos* **9**, 493 (1999).
- [64] R. Lifshitz and M. C. Cross, *Phys. Rev. B* **67**, 134302 (2003).
- [65] See the Supplemental Material for details.
- [66] E. Kenig, B. A. Malomed, M. C. Cross, and R. Lifshitz, *Phys. Rev. E* **80**, 046202 (2009).
- [67] C. Elphick and E. Meron, *Phys. Rev. A* **40**, 3226 (1989).
- [68] N. V. Alexeeva, I. V. Barashenkov, and G. P. Tsironis, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3053 (2000).
- [69] I. V. Barashenkov, M. M. Bogdan, and V. I. Korobov, *Europhys. Lett.* **15**, 113 (1991).
- [70] J. J. Mazo and A. V. Ustinov, “The sine-Gordon Equation in Josephson-Junction Arrays,” in *The sine-Gordon Model and its Applications*, edited by J. Cuevas-Maraver, P. G. Kevrekidis, and F. William (Springer, 2014), p. 155.
- [71] N. Grønbech-Jensen, Y. S. Kivshar, and M. R. Samuelsen, *Phys. Rev. B* **47**, 5013 (1993).
- [72] R. Grauer and Y. S. Kivshar, *Phys. Rev. E* **48**, 4791 (1993).
- [73] A. Mecozzi, W. L. Kath, P. Kumar, and C. G. Goedde, *Opt. Lett.* **19**, 2050 (1994).
- [74] K. Staliunas, *J. Mod. Opt.* **42**, 1261 (1995).
- [75] S. Longhi, *Phys. Scr.* **56**, 611 (1997).
- [76] V. J. Sánchez-Morcillo, I. Pérez-Arjona, F. Silva, G. J. de Valcárcel, and E. Roldán, *Opt. Lett.* **25**, 957 (2000).
- [77] G. J. de Valcárcel, I. Pérez-Arjona, and E. Roldán, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 164101 (2002).
- [78] S. Fauve and O. Thual, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 282 (1990).
- [79] A. Esteban-Martín, J. García, E. Roldán, V. B. Taranenko, G. J. de Valcárcel, and C. O. Weiss, *Phys. Rev. A* **69**, 033816 (2004).
- [80] A. Esteban-Martín, V. B. Taranenko, J. García, E. Roldán, and G. J. de Valcárcel, *Appl. Phys. B* **85**, 117 (2006).
- [81] V. V. Yaparov and V. B. Taranenko, *Ukr. J. Phys. Opt.* **16**, 159 (2015).
- [82] J. M. Gambaudo, *J. Diff. Eq.* **57**, 172 (1985).
- [83] P. Coullet and K. Emilsson, *Physica (Amsterdam)* **61D**, 119 (1992).
- [84] C. Elphick, A. Hagberg, and E. Meron, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 5007 (1998).
- [85] C. Elphick, A. Hagberg, and E. Meron, *Phys. Rev. E* **59**, 5285 (1999).
- [86] A. L. Lin, A. Hagberg, A. Ardelea, M. Bertram, H. L. Swinney, and E. Meron, *Phys. Rev. E* **62**, 3790 (2000).
- [87] A. L. Lin, A. Hagberg, E. Meron, and H. L. Swinney, *Phys. Rev. E* **69**, 066217 (2004).
- [88] P. Kaira, P. S. Bodega, C. Punckt, H. H. Rotermund, and D. Krefting, *Phys. Rev. E* **77**, 046106 (2008).

Making of a nonlinear optical cavity

Cómo construir una cavidad óptica no lineal

R. Martínez-Lorente,^{1*} G.J. de Valcárcel,^{1,S} A. Esteban-Martín,² J. García-Monreal,^{1,S}
E. Roldán,¹ and F. Silva^{1,S}.

1. Departament d' Òptica, Universitat de València, Dr. Moliner 50, 46100-Burjassot, Spain

2. ICFO Institut de Ciències Fotòniques, Mediterranean Technology Park, 08860 Castelldefels, Spain

(*) E-mail: ruben.martinez-lorente@uv.es

S: SEDOPTICA member

Received: 11/03/2016

Accepted: 12/09/2016

DOI: 10.7149/OPA.49.3.49004

ABSTRACT:

In the article we explain in detail how to build a photorefractive oscillator (PRO), which is a laser-pumped nonlinear optical cavity containing a photorefractive crystal. The specific PRO whose construction we describe systematically, is based on a Fabry-Perot optical cavity working in a non-degenerate four wave-mixing configuration. This particular PRO has the property that the generated beam exhibits laser-like phase invariance and, as an application, we show how a suitably modulated injected beam converts the output field from phase-invariant into phase-bistable. While the emphasis is made on the making of the experimental device and on the way measurements are implemented, some introduction to the photorefractive effect as well as to the necessary concepts of nonlinear dynamics are also given, so that the article is reasonably self-contained.

Key words: Photorefractive effect, wave mixing, nonlinear optics, optical resonator, patterns, bistability.

RESUMEN:

En este trabajo explicamos detalladamente cómo construir un oscilador fotorrefractivo (PRO), que es una cavidad óptica bombeada con láser que contiene un cristal fotorrefractivo. El PRO concreto cuya construcción es descrita paso a paso, está basado en una cavidad óptica lineal (tipo Fabry-Perot) funcionando en una configuración de mezcla no degenerada de cuatro ondas. Este PRO particular tiene la propiedad de que el haz generado exhibe emisión láser con invariancia de fase y, como aplicación, mostramos cómo un haz inyectado y modulado adecuadamente convierte el campo de salida con invariancia de fase en uno con biestabilidad de fase. Aunque se ha hecho énfasis en cómo configurar el dispositivo experimental y en cómo realizar las medidas, se incluye una introducción al efecto fotorrefractivo así como a los conceptos necesarios de dinámica no lineal, resultando un trabajo razonablemente auto contenido.

Palabras clave: Efecto fotorrefractivo, mezcla de ondas, óptica no lineal, resonador óptico, patrones, biestabilidad.

REFERENCES AND LINKS / REFERENCIAS Y ENLACES

- [1] B. Fischer, Sh. Sternkler, and Sh. Weiss, "Photorefractive oscillators," *IEEE J. Quantum. Electron.* **25**, 550 (1989).
<http://dx.doi.org/10.1109/3.18568>
- [2] K. Staliunas and V.J. Sánchez-Morcillo, *Transverse Patterns in Nonlinear Optical Resonators*. (Springer, 2003).
- [3] P. Mandel, *Theoretical Problems in Cavity Nonlinear Optics*. (Cambridge University Press, 2005).
- [4] P. Yeh, *Introduction to photorefractive nonlinear optics*. (Wiley-Interscience, 1993).

- [5] R. W. Boyd, *Nonlinear optics*. (Elsevier 2008).
- [6] L. Solymar, D. J. Webb, and A. Grunnet-Jepsen, *The Physics and Applications of Photorefractive Materials*. (Clarendon Press, Oxford, 1996).
- [7] S. I. Stepanov, "Applications of photorefractive crystals," *Rep. Prog. Phys.* **57**, 39-116 (1994).
- [8] M.C. Cross and P.C. Hohenberg, "Pattern formation outside of equilibrium," *Rev. Mod. Phys.* **65**, 851-1112 (1993).
- [9] G. Nicolis, *Introduction to Nonlinear Science*. (Cambridge University Press, 1995).
<http://dx.doi.org/10.1017/CBO9781139170802>
- [10] J. A. Arnaud, "Degenerate Optical Cavities," *Appl. Opt.* **8**, 189-196 (1969).
<http://dx.doi.org/10.1364/AO.8.000189>
- [11] V.B. Taranenko, K. Staliunas, and C.O. Weiss, "Pattern Formation and Localized Structures in Degenerate Optical Parametric Mixing," *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2236-2239 (1998).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.2236>
- [12] G. D. Boyd, and A. Ashkin, "Theory of Parametric Oscillator Threshold with Single-Mode Optical Masers and Observation of Amplification in LiNbO₃". *Physical review*, **146**(1), 187 (1966).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.146.187>
- [13] K. Staliunas, M.F.H. Tarroja, G. Slekyš, C.O. Weiss, and L. Dambly, "Analogy between photorefractive oscillators and class-A lasers," *Phys. Rev. A* **51**, 4140 (1995)
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.51.4140>
- [14] W.J. Firth, and C.O. Weiss, "Cavity and Feedback Solitons," *Opt. Photon. News* **13** (2), 54 (2002).
<http://dx.doi.org/10.1364/OPN.13.2.000054>
- [15] S. Barland, J. R. Tredicce, M. Brambilla, L. A. Lugiato, S. Balle, M. Giudici, T. Maggipinto, L. Spinelli, G. Tissoni, Th. Knodl, M. Miller, and R. Jager, "Cavity solitons as pixels in semiconductor microcavities," *Nature* **419**, 699-702 (2002).
<http://dx.doi.org/10.1038/nature01049>
- [16] T. Ackemann, W. Firth, and G.L. Oppo, "Fundamentals and applications of spatial dissipative solitons in photonic devices". *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **57**, 323-421 (2009).
[http://dx.doi.org/10.1016/S1049-250X\(09\)57006-1](http://dx.doi.org/10.1016/S1049-250X(09)57006-1)
- [17] P. Couillet, G. Gil, and F. Rocca, "Optical vortices," *Opt. Commun.* **73**, 403-408 (1989).
[http://dx.doi.org/10.1016/0030-4018\(89\)90180-6](http://dx.doi.org/10.1016/0030-4018(89)90180-6)
- [18] K. Staliunas and V.J. Sanchez-Morcillo, "Spatial-localized structures in degenerate optical parametric oscillators," *Phys. Rev. A* **57**, 1454-1457 (1997).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.57.1454>
- [19] G. J. de Valcárcel and K. Staliunas. "Excitation of phase patterns and spatial solitons via two-frequency forcing of a 1:1 resonance," *Phys. Rev. E* **67**, 026604 (2003).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.67.026604>
- [20] A. Esteban-Martín, M. Martínez-Quesada, V.B. Taranenko, E. Roldán, and G.J. de Valcárcel, "Bistable phase locking of a nonlinear optical cavity via rocking: Transmuting vortices into phase patterns," *Phys. Rev. Lett.* **97**, 093903 (2006).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.093903>
- [21] G.J. de Valcárcel, M. Martínez-Quesada, and K. Staliunas, "Phase-bistable pattern formation in oscillatory systems via rocking: application to nonlinear optical systems". *Phil. Trans. R. Soc. A*, **372**(2027), 20140008 (2014).
<http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2014.0008>
- [22] K. Staliunas, G.J. de Valcárcel, and E. Roldán, "Bistable phase-locking in a laser with injected signal," *Phys. Rev. A* **80**, 025801 (2009).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.80.025801>
- [23] S. Kolpakov, F. Silva, G.J. de Valcárcel, E. Roldán, and K. Staliunas, "Experimental demonstration of bistable phase locking in a photorefractive oscillator," *Phys. Rev. A* **85**, 025805 (2012).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.85.025805>
- [24] G.J. de Valcárcel and K. Staliunas, "Pattern formation through phase bistability in oscillatory systems with space modulated forcing," *Phys. Rev. Lett.* **105**, 054101 (2010).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.054101>
- [25] R. Martínez-Lorente, A. Esteban-Martín, E. Roldán, K. Staliunas, G.J. de Valcárcel, and F. Silva, "Experimental demonstration of phase bistability in a broad area optical oscillator with injected

- signal," *Phys. Rev. A* **92**,053858 (2015).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.92.053858>
- [26] A. Esteban-Martín, V.B. Taranenko, E. Roldán, and G.J. de Valcárcel, "Control and steering of phase domain walls," *Optics Express* **13**, 3631-3636 (2005).
<http://dx.doi.org/10.1364/OPEX.13.003631>
- [27] Myung K. Kim, "Principles and techniques of digital holographic microscopy," *SPIE Reviews*. **1**, 018005 (2010).
<http://dx.doi.org/10.1117/6.0000006>
- [28] E. Cuche, P. Marquet, and Ch. Depeursinge, "Simultaneous amplitude-contrast and quantitative phase-contrast microscopy by numerical reconstruction of Fresnel off-axis holograms," *Appl. Opt.* **38**, 6994-7001 (1999).
<http://dx.doi.org/10.1364/AO.38.006994>
- [29] J. Garcia-Sucerquía, W. Xu, S. K. Jericho, P. Klages, M. H. Jericho, and H. Jürgen Kreuzer "Digital in-line holographic microscopy," *Appl. Opt.* **45**, 836-850 (2006).
<http://dx.doi.org/10.1364/AO.45.000836>
- [30] A. Esteban-Martín, J. García, E. Roldán, V. B. Taranenko, G.J. de Valcárcel, and C.O. Weiss, "Experimental approach to transverse wave-number selection in cavity nonlinear optics." *Phys. Rev. A*, **69**, 033816 (2004).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.69.033816>
- [31] A. Esteban-Martín, V.B. Taranenko, J. García, G.J. de Valcárcel, and E. Roldán, "Controlled observation of a nonequilibrium Ising-Bloch transition in a nonlinear optical cavity," *Phys. Rev. Lett.* **94**, 223903 (2005).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.223903>
- [32] A. Esteban-Martín, V.B. Taranenko, J. García, E. Roldán, and G.J. de Valcárcel, "Experimental characterization of domain walls dynamics in a photorefractive oscillator," *Appl. Phys. B* **85**, 117-123 (2006).
<http://dx.doi.org/10.1007/s00340-006-2391-y>
- [33] W. Królikowski, M.R. Belić, M. Cronin-Golomb, and A. Błędowski, "Chaos in photorefractive four-wave mixing with a single grating and a single interaction region," *J. Opt. Soc. Am. B* **7**, 1204-109 (1990).
<http://dx.doi.org/10.1364/JOSAB.7.001204>
- [34] F.T. Arecchi, G. Giacomelli, P.L. Ramazza, and S. Residori, "Vortices and defect statistics in two-dimensional optical chaos," *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3749 (1991).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.67.3749>
- [35] D. Hennequin, L. Dambly, D. Dangoisse, and P. Glorieux, "Basic transverse dynamics of a photorefractive oscillator," *J. Opt. Soc. Am. B* **11**, 676-684 (1994).
<http://dx.doi.org/10.1364/JOSAB.11.000676>
- [36] Z. Chen, D. McGee, and N. Abraham, "Pattern dynamics in photorefractive bidirectional ring-resonator experiments," *J. Opt. Soc. Am. B* **13**, 1482-1490 (1996).
<http://dx.doi.org/10.1364/JOSAB.13.001482>
- [37] A.V. Mamaev and M. Saffman, "Pattern formation in a linear photorefractive oscillator," *Opt. Commun.* **128**, 281-286 (1996).
[http://dx.doi.org/10.1016/0030-4018\(96\)00158-7](http://dx.doi.org/10.1016/0030-4018(96)00158-7)
- [38] M. Vaupel and C.O. Weiss, "Circling optical vortices," *Phys. Rev. A* **51**, 4078 (1995).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.51.4078>
- [39] J. Malos, M. Vaupel, K. Staliunas, and C.O. Weiss, "Dynamical structures of a photorefractive oscillator," *Phys. Rev. A*, **53**, 3559 (1996).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.53.3559>
- [40] M. Vaupel, K. Staliunas, and C.O. Weiss, "Hydrodynamic phenomena in laser physics: Modes with flow and vortices behind an obstacle in an optical channel," *Phys. Rev. A* **54**, 880 (1996).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.54.880>
- [41] S. Residori, P. L. Ramazza, E. Pampaloni, S. Boccaletti, and F.T. Arecchi, "Domain coexistence in two-dimensional optical patterns," *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1063 (1996).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.76.1063>
- [42] P.L. Ramazza, S. Residori, E. Pampaloni, and A.V. Larichev, "Transition to space-time chaos in a nonlinear optical system with two-dimensional feedback," *Phys. Rev. A* **53**, 400 (1996).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.53.400>

- [43] K. Staliunas, G. Slekyš, and C.O. Weiss, "Nonlinear pattern formation in active optical systems: shocks, domains of tilted waves, and cross-roll patterns" *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2658-2661 (1997).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.79.2658>
- [44] K. Staliunas, V.B. Taranenko, G. Slekyš, R. Viselga, and C.O. Weiss, "Moving spatial solitons in active nonlinear optical resonators," *Phys. Rev. A* **57**, 599 (1998).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.57.599>
- [45] G. Slekyš, K. Staliunas, and C.O. Weiss, "Spatial localized structures in resonators with saturable absorber," *Opt. Commun.* **149**, 113-116 (1998)
[http://dx.doi.org/10.1016/S0030-4018\(97\)00667-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0030-4018(97)00667-6)
- [46] G. Balzer, C. Denz, O. Knaup, and T. Tschudi, "Circling vortices and pattern dynamics in a unidirectional photorefractive ring oscillator," *Chaos, Solitons & Fractals* **10**, 725-730 (1999).
[http://dx.doi.org/10.1016/S0960-0779\(98\)00021-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0960-0779(98)00021-6)
- [47] S.G. Odoulov, M.Y. Goulikov, and O.A. Shinkarenko, "Threshold behavior in formation of optical hexagons and first order optical phase transition," *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3637 (1999).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.3637>
- [48] U. Bortolozzo, P. Villoresi, and P.L. Ramazza, "Experimental evidence for detuning induced pattern selection in nonlinear optics," *Phys. Rev. Lett.* **87**, 274102 (2001).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.274102>
- [49] P. Mathey, S. Odoulov, and D. Rytz, "Instability of Single-Frequency Operation in Semilinear Photorefractive Coherent Oscillators," *Phys. Rev. Lett.* **89**, 053901 (2002)
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.89.053901>
- [50] U. Bortolozzo, L. Pastur, P. L. Ramazza, M. Tlidi, and G. Kozyreff, "Bistability between different localized structures in nonlinear optics," *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 253901 (2004).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.253901>
- [51] E. Smirnov, M. Stepic, V. Shandarov, and D. Kip, "Pattern formation by spatially incoherent light in a nonlinear ring cavity," *Appl. Phys. B*, **85**, 135-138 (2006).
<http://dx.doi.org/10.1007/s00340-006-2267-1>
- [52] C. Cleff, B. Gtlich, and C. Denz, "Gradient induced motion control of drifting solitary structures in a nonlinear optical single feedback experiment," *Phys. Rev. Lett.* **100**, 233902 (2008).
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.233902>
- [53] V.V. Yaparov, and V.B. Taranenko, "Moving domain walls with Néel defects in optical oscillator," *Ukr. J. Phys. Opt.* **16**(4), 159-164 (2015).
<http://dx.doi.org/10.3116/16091833/16/4/159/2015>

1. Introduction

Experimental research articles seldom contain many details about the construction and tuning of the experimental device. As this essential knowledge is considered, somehow, as a sort of *common knowledge*, an inexperienced researcher willing to implement in the lab an experimental device will hardly find enough details in the research literature, these details being actually transmitted personally to the beginner by their more experienced colleagues. Certainly, building and tuning details do not use to involve new knowledge, which justifies passing quickly through them in published reports in order to concentrate on the specific goal of the research. However, it would be useful, especially for researchers who are novel in a particular experimental field, to have at hand primers where at least some of "the things that are never explained" could be found. This could also be inspiring for the design of experiments aimed at teaching in undergraduate levels. This is the context of the article in which: (i) we explain in *full* detail how to build a particular optical device, namely a photorefractive oscillator, and (ii) how to make experiments on nonlinear pattern formation with it.

A photorefractive oscillator (PRO) [1] is a special type of nonlinear optical cavity [2, 3], a term used to generically refer to optical resonators that contain a nonlinear medium (a material exhibiting some kind of nonlinear optical response); in the case of the PRO the nonlinear medium being a photorefractive crystal (PRC) [6, 7]. Some PROs find applications in phase conjugation or gyroscope, among many others [6, 7]. However, our interest is not on the applicability of the device: We are interested in the study of the PRO as a nonlinear optical cavity, i.e., we use it as an *experimental model* of such cavities. One of their characteristics that is more appealing for us is the usually slow response time of PRCs (ranging from tenths of μs to tenths of s), which has the advantage that no fast electronics is necessary for the

observation/ recording of the dynamics of the system output. This simplifies the experimental resources needed for research in nonlinear patterns as compared to other nonlinear optical cavities containing faster material media such as, e.g., semiconductors.

As stated, for us PROs are just a useful model for the study of some aspects of nonlinear optical cavities. More specifically, it turns out that from a nonlinear dynamics perspective, the type of temporal dynamic regimes, as well as the type of patterns displayed by a particular nonlinear optical cavity, depend only weakly on the particular type of nonlinearity, being *universal* [8, 9] many of the features of the dynamics. In particular, the symmetry properties of the phase of the intracavity field determine many features of the spatiotemporal dynamics of the system. PROs are ideal systems for studying this phase properties because depending on the type of cavity and on the way of pumping it, they can display very different phase properties.

We shall comment more below about that physics, but this exciting research *is not* the main goal of this article, but the making of the device itself. If we think that describing the building of the setup could be of interest to others is because, in essence, we are just mounting an optical cavity and running an optical experiment. This means aligning mirrors and lenses, controlling polarizations, injecting laser beams, making interferograms, stabilizing the cavity length, etc., activities that are common to most optical laboratories irrespective from the specific research carried out in them.

After stating the aim of the article, the rest of it organizes as follows. In Section II, we briefly review the physics of the photorefractive effect, and in Section III we make a general description of the different types of PROs depending on the type of cavity (ring vs. linear) and the modality of pumping (unidirectional vs. bidirectional). We pay attention to the main feature we are interested in, namely the phase properties of the output field (phase invariant vs. phase bistable). Section IV is the most important and we describe in it, systematically, how to build a Fabry-Perot-type cavity PRO with plane mirrors and unidirectional pumping. In this case, the intracavity nonlinear interaction is a non-degenerate four-wave mixing process, which leaves the output field phase invariant, as it occurs in a free running laser. As will be explained below, an important requisite for our device is that its cavity length could be precisely tuned, which we solve with a double-cavity technique and an active stabilization mechanism. Moreover, as we are interested in having a very short effective length in the cavity, because we want to reach a very large Fresnel number, the cavity we build has telescopes within, so that their tuning allows fine variations of the effective cavity length. This is a special type of so-called self-imaging resonators [10], first used as we do it by Carl O. Weiss and coworkers [11]. These telescopes, as a by-product, permit an easy access inside the cavity to the far field distribution, so that filtering is easy. Once the device construction and tuning have been fully described in Section V, we pass, in section VI, to concentrate on a particular experiment that consists in transmuting the system from phase invariant to phase bistable, which is accomplished by injecting in the PRO an additional laser beam having amplitude modulation (a technique dubbed *temporal rocking*). Then in Section VII, we give our main conclusions and outlook.

2. The photorefractive effect

The photorefractive effect is a nonlinear phenomenon that occurs in some non-centrosymmetric crystals, and consists in the appearance of a light-intensity dependent spatial modulation in the refractive index of the material when submitted to a *spatially varying* illumination. The phenomenon was first observed in 1966 by Arthur Ashkin and coworkers at Bell Laboratories when experimenting with the inorganic crystals LiNbO_3 and LiTaO_3 [12], and has found quite many applications, especially in holography and phase conjugation [4, 5].

Even if it brings some similarity with the optical Kerr effect, the photorefractive response is quite different and more complex because charge transport processes and interband transitions are involved in it [4–7]. Let us be somewhat more concrete. In the Kerr effect the refraction index has the form $n = n_0 + n_2 I$ (n_0 is the linear refraction index, I is the light intensity, and n_2 is the nonlinear index that can be positive or negative), a phenomenon that appears in centrosymmetric nonlinear media [5]. The photorefractive effect, contrarily, appears in non-centrosymmetric media. As it also manifests as a dependence of the refraction index on the incident fields (a more complicated one than that of the Kerr

effect, see below), two- and four-wave nonlinear mixing can occur in photorefractive media similarly as they do in Kerr media.

The photorefractive nonlinear response can be understood as the combined result of the electro-optic Pockels effect (i.e., the dependence of the refractive index on the amplitude of an applied electrostatic, or quasi-electrostatic, electric field, a nonlinear phenomenon that appears in non-centrosymmetric crystals) together with the appearance, within the crystal, of a so-called *spatial charge field*, E_{sc} [4, 5]. The field E_{sc} originates within the crystal in the diffusion of the charges that have been excited by the light field, which move from illuminated to non-illuminated regions, see Fig. 1. (In some cases, an extra electric field needs to be added to the PRC with the purpose of helping diffusion in moving the charges.) Then, the inhomogeneous light distribution creates a spatial separation of charges that move escaping from illuminated regions, which creates an E_{sc} within the crystal that, because of the Pockels effect, causes a change in the refractive index.

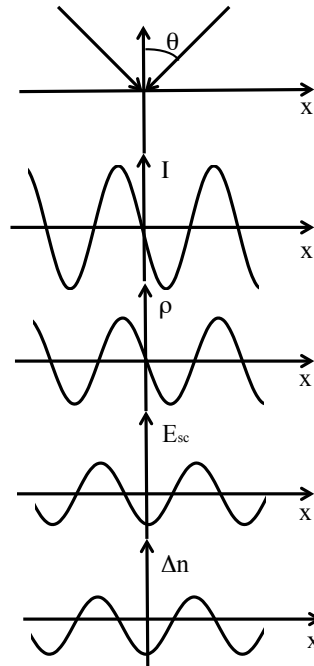


Fig.1. Photorefractive effect. Two beams interfere with angle θ , creating a harmonic intensity distribution $I(x)$. Hence, there are bright regions that alternate with dark ones, and charge mobility favors charge accumulation in dark regions so that a spatial charge distribution ρ appears. The electro-optic effect translates the space charge field E_{sc} into a spatial variation of the refractive index, the index grating Δn being dephased $\pi/2$ with respect to the intensity grating. The dephasing is necessary for the transfer of energy from one beam to the other.

The critical feature is that the index grating is dephased with respect to the light intensity grating, which makes possible the transfer of energy from, e.g., one of two interfering light beams to the other one [4, 5]. Let us be a little more specific. Consider a photorefractive medium illuminated by the light field

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e} \sum_{j=1,2} A_j(z) e^{+i(\mathbf{k}_j \mathbf{r} - \omega_j t)}; \tag{1}$$

with \mathbf{e} a unitary polarization vector, $A_j(z)$ the slowly varying amplitude of the beams propagating along the photorefractive crystal; k_j and ω_j are the wavevectors and frequency of the amplitude components respectively. In this medium an index grating forms

$$\Delta \left(\frac{1}{n^2} \right) = r_{ijk} E_{sc,k}; \tag{2}$$

where r_{ijk} are the components of the electro-optic tensor (summation over $k=x,y,z$ is assumed), and $E_{sc,k}$ is the k -th component of the space-charge field inside the medium, which for diffusive type photorefractive crystals (i.e., without additional electric bias) is given by [4]

$$\mathbf{E}_{sc} = \text{Re} [E_{sc} e^{-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}}] \mathbf{u}_K; \tag{3a}$$

$$E_{sc} = i \frac{E_d}{E_d + E_q} \frac{A_1(z) A_2^*(z)}{|A_1(z)|^2 + |A_2(z)|^2}; \tag{3b}$$

with \mathbf{u}_K a unitary along the intensity grating vector $\mathbf{K} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$. E_d and E_q above are the so-called diffusion and saturation fields, which are characteristic of the particular photorefractive crystal. The above expression reveals the dependence on the complex field amplitudes, and the “ i ” factor in E_{sc} reflects the dephasing of the intensity grating with respect to the refractive index grating, by $\pi/2$.

In short, when two light beams illuminate the diffusive PRC this is well characterized as having an effective refractive index n_{eff} of the form

$$n_{eff} = n_0 + i \frac{n_1}{2} \frac{A_1 A_2^*}{|A_1|^2 + |A_2|^2} e^{i\mathbf{K}r} + c.c; \quad (4)$$

with n_0 the refractive index in the absence of illumination and n_1 proportional to the space-charge field E_{sc} . When more than two light beams interfere, as in four wave mixing (FWM) processes, more index gratings must be taken into account, but two-field gratings usually dominate the interaction; however we do not need to go further in this direction and refer the interested reader to the literature for further knowledge [4-7].

The modulation of the index grating is peaked for particular polarizations of the interacting fields and for a particular orientation of the grating vector \mathbf{K} with respect to the symmetry axis of the crystal, its c-axis. In our case the PRC is a 4.5x4.5x8mm³ BaTiO₃ crystal, and the fields must be polarized on the plane containing the crystal c-axis, as well as the two beams must form an angle of $\delta=45^\circ$ and $\alpha=8^\circ$ with respect to the c-axis, see Fig. 2, where the configurations are shown for two- and four-wave mixing. There is of course a tolerance in the angular values, which can be rather high (several degrees).

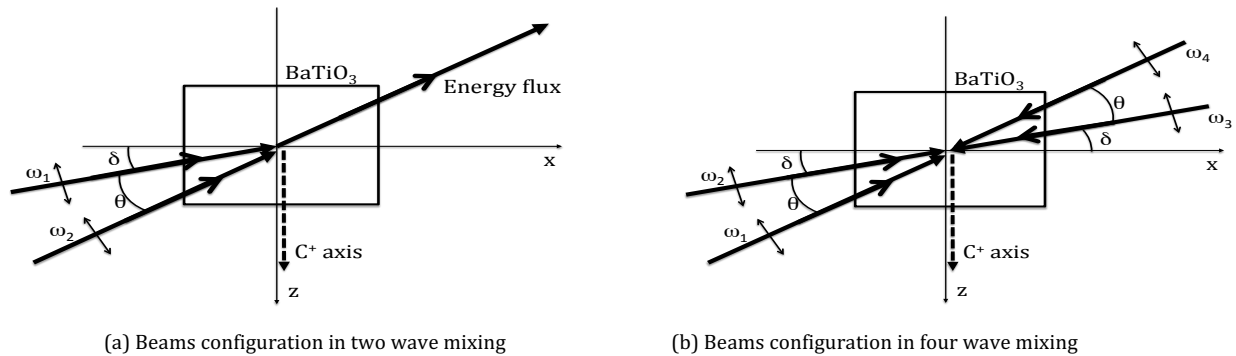


Fig.2. (a) In the two-wave mixing (TWM) configuration two beams with the same polarization impinge on one of the faces of the photorefractive crystal. A wide cone of emission appears within of a certain solid angle, a phenomenon called *beam fanning* (see 5.b.4). (b) In the four wave mixing (FWM) configuration, two pairs of beams, again with the same polarization, impinge on opposite faces of the crystal.

3. Classification of photorefractive oscillators

The classification can be made attending to the type of optical cavity: ring cavities, in which the cavity modes are traveling waves, and linear cavities (or Fabry-Perot type cavities) in which the cavity modes are standing waves. However, the truly relevant fact from the nonlinear dynamics viewpoint is whether the wave mixing occurring inside the resonator is degenerate or non-degenerate. In the former case the system can be phase invariant (i.e., the output field phase can take any value), while in the latter the system is phase bistable (the output field phase takes one among two fixed values differing by π).

Consider ring cavities first. If the PRC is pumped by a single pumping field (unidirectional pumping), see Fig. 3(a), there is a two-wave mixing process inside the cavity by virtue of which photons from the pump beam are efficiently transferred to the cavity mode. Of course, this occurs for particular pumping and signal modes directions, which forces the signal beam to be in only one of the two possible intracavity counter-propagating traveling wave modes. This two-wave mixing process leaves the signal mode (the mode amplified within the cavity) phase invariant because its generation does not depend on any particular phase relation with respect to the pumping field; they mix at the *intensity* grating. Hence, this system is similar to a laser in which the amplification process leaves the phase of the field undetermined (this is not the only similarity existing between lasers and two-wave mixing PROs [13]).

If the crystal is bi-directionally pumped, see Fig. 3(b), it is a four-wave mixing (FWM) process that occurs, because the ring cavity can sustain bidirectional oscillation. Again, the phases of the generated fields (the two counter-propagating intracavity signal fields) are not fixed by the interaction, because the

two counter-propagating waves do not need to have any spatial relation among them. The process is again phase invariant.

In contrast with ring cavities, in linear cavities two-wave mixing is impossible as the cavity imposes that the signal field be necessarily bidirectional (it is a standing wave), hence the nonlinear process is FWM. There are two possibilities: that the cavity be pumped by a single pumping beam, as in Fig. 3(c), or by two counter-propagating pumping beams, Fig. 3(d). It turns out that in the former the interaction is non-degenerate while it is degenerate in the latter. The degeneracy of the latter case occurs because the phases of two of the waves (the pumping beams) are fixed, and the linear cavity locks the phases of the two counter-propagating signal modes. Indeed the phase of the signal field is locked to two possible values that differ by π , hence the system is said to be *phase-bistable*.

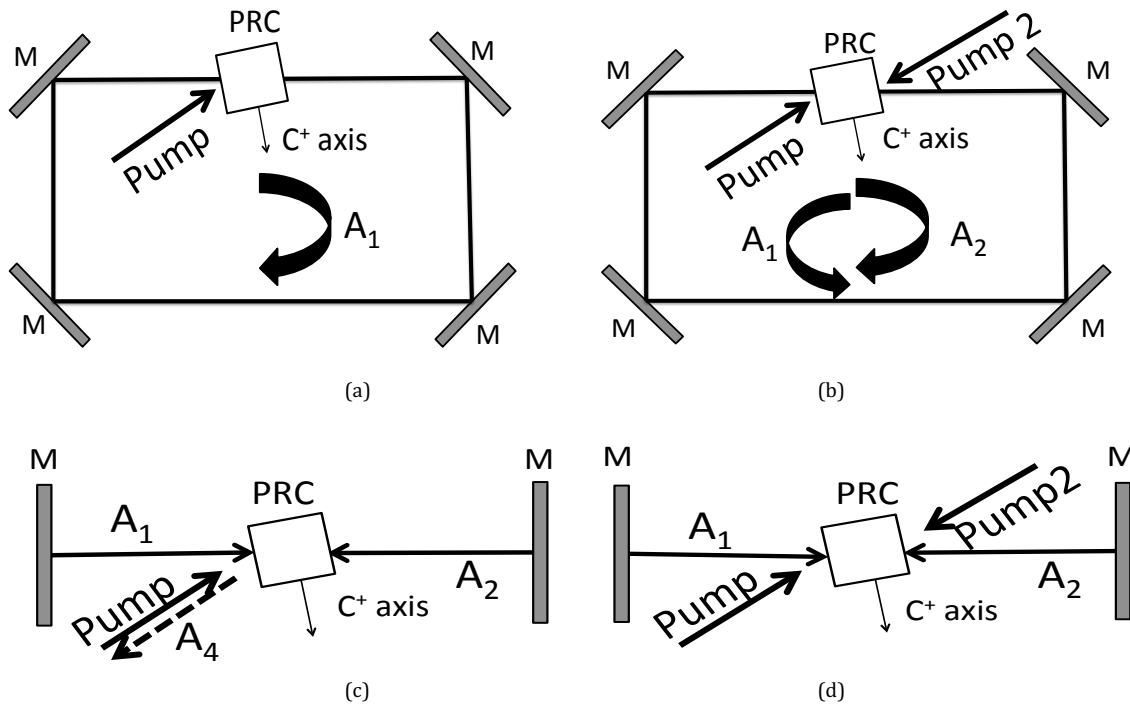


Fig.3. Implementation of different nonlinear wave mixing processes in photorefractive oscillators. Figures (a) and (b) show ring cavities differing in the way they are pumped: either singly (a) or with two counter-propagating pump beams (b). The corresponding nonlinear processes are nondegenerate TWM and nondegenerate FWM. Figures (c) and (d) show a linear cavity with one (c) and two (d) pumping beams, the corresponding processes being degenerate and non-degenerate FWM.

In resume, ring cavities permit non-degenerate TWM (or FWM) when one (or two) pump(s) are used; while linear cavities permit non-degenerate (or degenerate) FWM when one (or two) pump(s) are used. Again, we refer the reader to the literature for details. In particular, in [4] the coupled fields equations for the four processes just mentioned are given.

4. The goal of the experiment: converting a phase-invariant oscillator into a phase bistable one

As already advanced, from our research perspective the important feature of a photorefractive cavity is the phase invariance, or not, of the signal field. We pass now to comment briefly, which are the differences between a PRO with phase invariance and a phase bistable one.

Consider first a single mode PRO, i.e., the intracavity field is on just one of the resonator modes. (This depends on the resonator geometry, but is easy to control with an intracavity iris). What one would observe is that when the PRO is phase invariant the phase of this mode diffuses with time, while it remains locked to the pump field phase when it is not phase invariant. The phase locking can be monostable (as it occurs, e.g., in a laser with injected signal, in which the laser phase locks to that of the

injection), or can multi-stable, in particular bistable, as we have commented that occurs in the degenerate FWM process. Then, when the system is phase *bistable*, in different runs one would observe that the signal phase takes the value ϕ , or the value $\phi + \pi$ in different runs. The difference is much more dramatic when extended patterns form in multimode resonators, as the type of patterns that form are completely different.

About patterns [2, 3, 8, 9], when the number of transverse modes sustained by the oscillator is very small, the complexity of the intensity distribution (in the plane transverse to the light propagation direction) is small too. But when there is a very large number of modes, or better a continuum of modes, the intensity distribution can display extended patterns [2, 3] that belong to the general category of dissipative structures [8, 9]. These patterns form in the plane transverse to the cavity axis, and manifest in the modulation of the intensity distribution, that can be periodic in space (hexagons, stripes, squares), or aperiodic (labyrinths), or can consist in a number of localized structures. Of course, the patterns can also change with time and the resulting spatiotemporal complexity can be very rich. Interestingly, when the boundary conditions do not impose a particular symmetry (as it occurs in a plane-mirror cavity), the mathematical models that describe all these phenomena connect with analogous equations found in very different fields (chemistry, biology, other physical systems) [8, 9]. This is why pattern formation is frequently said to be a universal phenomenon, in the sense that the mechanisms that lead to the appearance and selection of the patterns are very general and weakly dependent on the particular system.

A particularly appealing type of nonlinear pattern are *localized structures*, such as vortices, cavity solitons, domain walls, etc. These type of structures consist in intensity variations that are local and that are independent from other distant localized structures. When they can be excited/erased without affecting neighboring structures, they are known as cavity solitons, which have potential applications for information processing [14–16].

The difference between systems with different phase symmetry is that in phase invariant systems vortices form spontaneously, while in phase bistable systems domain walls form spontaneously. Vortices and domain walls are two very different types of localized structures see Fig. 4. In a vortex, the phase of the field accumulates 2π when circulating around the vortex core, which makes necessary the existence of a zero (a singularity) in the field intensity, then a vortex appears as a dark spot. Of course, the system must be phase invariant for exhibiting vortices because all phase values must be permitted. Vortices were first predicted to occur in nonlinear optical cavities in 1989 by Pierre Coulet and coworkers [17].

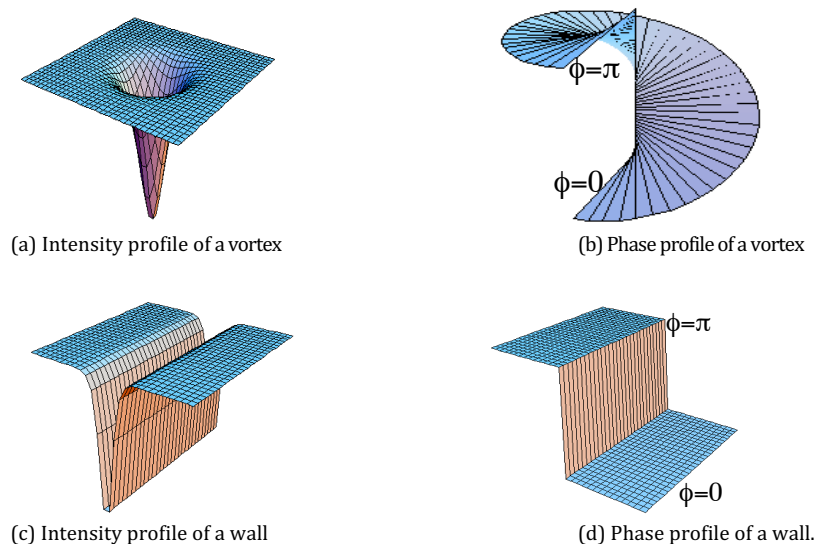


Fig.4. A vortex as appears (top) is a complex structure in which the intensity is homogeneous but at the singularity, where it drops to zero (a), while its phase accumulates 2π around a singularity at which all phase values are permitted (b). The 1D domain wall (bottom) is a real structure in which there are two homogeneous states in intensity (c) and phase (d), but with an opposite phase value (differing by π). The intensity drops to zero at the boundary between the two opposite states.

Contrarily, when only two (opposite) phase values are possible, localized structures are the borders of domains with different phase, these borders being called domain walls, which were first studied in the context of ferromagnetism.

The domain walls have chirality as the π phase accumulation across them can occur by increasing or by decreasing the phase. In 2D, the domain walls can close on themselves, hence separating an inner region with a phase from the surroundings having opposite phase, the core of the wall appearing as a dark circular line. These structures are known as ring dark-solitons [18].

For a nonlinear optical cavity can form extended patterns it is necessary that the cavity has a large Fresnel number. The Fresnel number is the angle subtended by one end cavity mirror as seen from the opposite end cavity mirror, and when it is large it means that a large number of transverse modes can oscillate (notice that an intracavity iris can easily change the Fresnel number). Moreover, in order to deal with an as ideal as possible system, it is highly recommended that the cavity has plane mirrors, as in this case there is a continuum of degenerate transverse modes having the same frequency.

The experiment we will describe consists in the demonstration of the so-called *rocking mechanism* [19-21]. Rocking consists in the injection on the system under study of a signal having (only) amplitude modulation at an appropriate frequency. The injected signal can be amplitude modulated in time (temporal rocking [19]) or in space (spatial rocking [22-25]); here we consider the first case. As we show below, rocking converts a phase invariant non-linear system into a phase bistable one and this is noticed by observing the type of transverse patterns the system forms: in the absence of rocking the system must exhibit vortices while when rocked it must exhibit domain walls

5. Building the nonlinear cavity

The PRO we build is a Fabry-Perot type cavity with plane mirrors and short effective cavity length in order to guarantee a large enough Fresnel number. In principle, one could think of making a very short cavity with large plane mirrors placed very close to the crystal facets. However, the length would still be limited to a minimum (the crystal length, at least) and the device would not be easy to handle because of lack of space. In spite of this, we build a large cavity (120 cm long in our case) that contains imaging forming systems (telescopes) inside the resonator that image the cavity mirrors on the crystal facets, or wherever. In fact, such a cavity can have a null effective length or even a negative effective length, and one of its advantages is that the far field plane is accessible inside the cavity, at the telescopes foci, which makes filtering particularly simple.

Next, we describe the main characteristics in the design of the cavity, namely the use of a double cavity for cavity length control, and the use of telescopes for making a self-imaging resonator. Later we describe the building and alignment of the system step by step.

5.a. Design of the cavity

The nonlinear optical cavity we are going to build must verify two important requisites for allowing the controlled observation of dissipative structures: it must have a large enough Fresnel number, and it must have a controlled length. The first requisite is essential for observing patterns, and the second is essential for keeping the patterns reasonably steady because some of the characteristics of the patterns (not all of them) depend strongly on detuning. These requisites are fulfilled by using a double cavity scheme (for detuning control) and by constructing a self-imaging resonator. The special design we present below is a variation of that implemented by Weiss in [11].

5.a.1. A double cavity for detuning control

Detuning, Δ , is the difference between the frequency of the laser light beam pumping the cavity, say ω_p , and the frequency of the cavity longitudinal mode closest to that frequency, say ω_c , so that $\Delta \equiv (\omega_p - \omega_c)$. While the pumping frequency ω_p is fixed, the cavity frequency ω_c depends on the cavity length, so that Δ changes by varying the cavity length. Hence, we need a cavity that maintains a fixed and controllable length. In order to have an intracavity signal that allows us to measure in real time its length variations, we play with the light polarization by using the double cavity shown in Fig. 5. The simple idea is the following: the cavity divides into two, of equal length, each of the cavities sustaining a different polarization (one horizontal, and the other vertical). While one of the polarizations interacts with the nonlinear crystal, the other does not, and is used only for measuring the cavity length, and controlling it.

The horizontal plane contains the cavity axis and the crystal c-axis so that for amplification it is necessary that the pumping beam has horizontal polarization. The device shown in Fig. 5 is injected with 45° linearly polarized light, and a polarization beam splitter (PBS) divides this pumping beam into two beams, one with horizontal (H) polarization will interact with the crystal, and one with vertical (V) polarization that follows the path in which there will be no crystal. The two beams are recombined into one with the help of two piezoelectric mirrors (PZMs) and a second PBS, see Fig. 5.

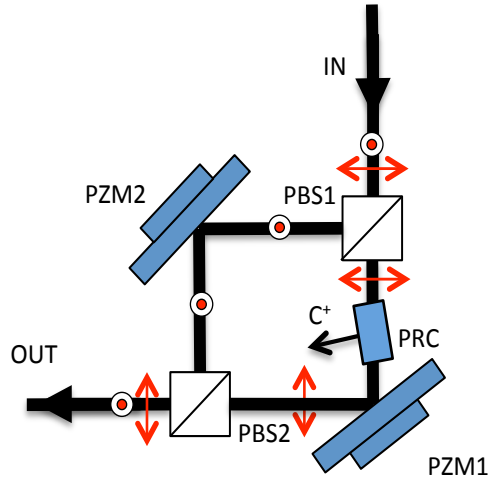


Fig.5. Double cavity arrangement for detuning control. Two co-linear beams enter the double cavity device with orthogonal polarizations (arrows mark horizontal polarization and circles mark vertical polarization). A first PBS (PBS1) separates each polarization that follows a different path. In one of the paths (horizontal polarization), the light interacts with the PRC, while in the other one there is not any nonlinear interaction. Finally, a second PBS (PBS2) recombines both beams into a single beam. Any variation of the optical path in the “active cavity” (horizontal polarization) is also suffered by the vertical polarization, which is used only for cavity length control.

Hence, the two orthogonal polarizations follow different paths of equal length (except for the presence of the crystal in one of them, which is irrelevant for our purposes). As the V polarization plays no role in the interaction, we can use it at the output of the cavity for detecting variations (due to thermal and mechanical fluctuations) of the cavity length. These variations are detected, and corrected, with the help of a lock-in amplifier. Piezoelectric mirrors are used for changing the cavity length accordingly with any detected variation, so that the cavity length can be kept fixed through a feedback loop. Of course, the correction of the cavity length is made with some delay, but this is very short as compared to the characteristic time of the fluctuations, so that the correction is instantaneous for all practical purposes. Finally, in order to minimize errors, the two PBSs, the mirror and the crystal are all mounted on a rigid piece of invar, so that the part of the device shown in Fig. 5. is mounted apart, and later introduced in the resonator.

5.a.2. Self-imaging resonator

If the two cavity end-mirrors were placed at the entrances of the device in Fig. 3(c), which has no telescopes, the cavity would have a too small Fresnel number unless the mirrors were absurdly large. In spite of this we use normal size plane mirrors (with diameter of 2 cm) and insert between each of them and the double-cavity device both telescopes that form the image of the end mirrors somewhere close the nonlinear crystal. In this way, an effective cavity length that can be varied over some range (including zero and negative lengths) is easily achievable. In our case we use an effective cavity length of 1-2 cm. The reason for using telescopes and not, e.g., single lenses, is that the image of the plane mirror must continue being a plane mirror; either the wavefronts would suffer some curvature. Moreover, in this case, the displacement of the image is linear with the displacement of the object, which is convenient for detuning control.

As stated, in this device the far field of the cavity is placed at the common focal plane inside the telescopes. The near field is the field distribution one finds at the PRC facets, and the far field (the spatial Fourier transform of the near field distribution) is in principle detected far outside the cavity, but the telescopes approach this far field to the referred focal planes, see Fig. 6. This has the obvious advantage of allowing filtering inside the cavity.

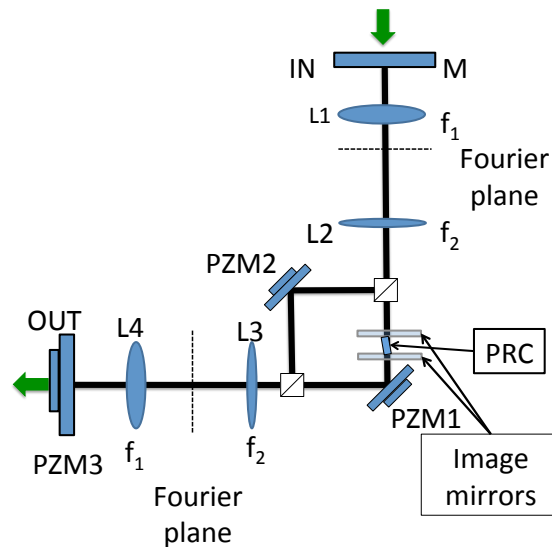


Fig.6. Self-imaging resonator. Two telescopic system image both end cavity mirrors on the faces of the PRC, so that a virtual cavity with the mirrors as close as one wants, can be made.

Hence two telescopes must be mounted, one in each of the arms of the cavity; we explain later the right moment for doing that. In our case, each telescope consists of two lenses with focal distances $f = 10$ cm and $f = 20$ cm separated, obviously, 30 cm (see Fig. 6), being the distance between the end mirror and its respective telescope 10 cm, and the distance between the closer lens of the telescopes and the PRC 20cm. The selection of focal lengths attends two goals, namely making an enlarged image of the plane mirrors on the PRC (they must be larger than the crystal), and not introducing large aberrations, which implies not using too short focal lengths.

5.b. Assembling the cavity

There is not a single way for mounting the device, of course, and the experience of the experimentalist is an important aspect at this stage. Next we describe what we think is a good procedure.

5.b.1. Extracting beams from the laser source

The first part to be mounted is that for extracting several laser beams from the single laser source. We must extract: the pumping beam, the cavity control beam (CCB in the following), which does not interact with the PRC, the reference beam for making interferograms of the cavity output, the rocking beam for making rocking, as well as an additional beam for injection purposes (see below). All beams have horizontal polarizations but the CCB, which has vertical polarization. A half-wave plate (HWP) is used to rotate the laser polarization (usually horizontal or vertical) at a convenient polarization angle. In our case it is such that the ratio of V to H polarizations powers is around 1/9. See Fig. 7 and its caption for more details.

As within the cavity the rocking beam has the same polarization and follows the same path as the mode that the cavity will generate, we will refer to them as cavity active beam in the following (CAB). In Fig. 7 we do represent how all these beams are extracted and distributed in space with the help of PBSs, PZMs and mirrors.

5.b.2. Assembling the cavity. Alignment

As stated, we first build and align the double cavity device of Fig. 5, then place the two end- mirrors, and then the telescopes. In fact, the detection mechanism must be mounted after the mirrors and before the telescopes, see below. Before positioning the elements on the worktable, distances must be taken in order to guarantee the disposal of enough room. The first end-mirror to be mounted is that farther from the laser source, and it is a PZM. It is highly advisable the use of two pinholes mounted on micrometer positioners (along both x and y) in order to improve the alignment by passing the laser beam through them. We also use them (when necessary) as low frequency filters by positioning them on the Fourier planes, see below on detection and observation.

After the end-mirrors have been aligned, the first telescope to be mounted is, again, that farther from the laser. It is convenient that at least one of the two telescope lenses supports allow for micrometric displacement on the plane in order to achieve a good adjustment of the afocal condition.

There is a useful trick for getting good alignments and it consists in using two mirrors and two pinholes disposed as in Fig. 8. It allows that the beam can be displaced parallel to itself, and the pinholes help in testing the alignment. This is used with the rocking beam. The other beams are reflected by two PBSs (Fig. 7), the same can be done by slightly rotating the PBSs because the beam they transmit does not significantly deviate when the prism is rotated a very small angle.

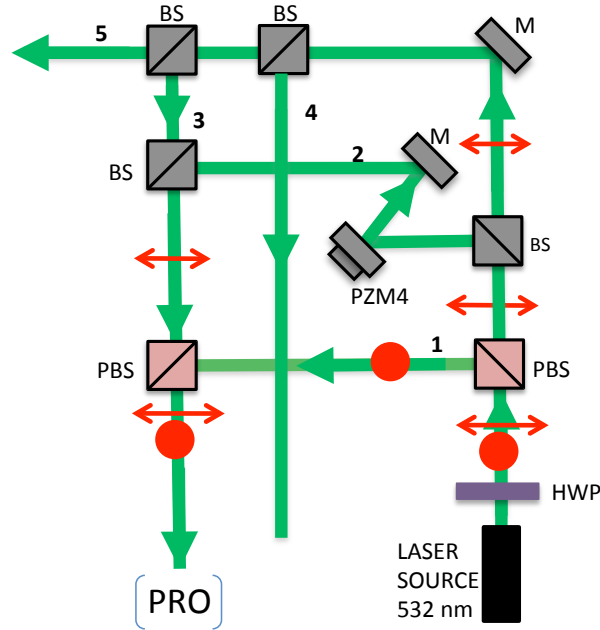


Fig.7. Schedule of beams preparation. We use beam splitters (BSs), PBSs and mirrors (M) in order to address each beam with a different proposal. The beam number one is the CCB, the beam number two is the rocking beam, the beam number three is the CAB, the beam number four is the pump beam and the beam number five is used as reference to make interference.

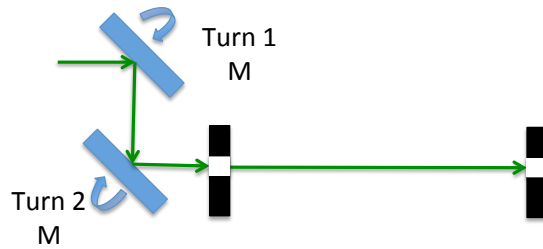


Fig.8. Experimental procedure for efficiently aligning a beam. Mirrors M1 and M2 can be rotated, so that the light beam can be displaced parallel to itself. Pinholes 1 and 2 help in checking the correctness of the alignment.

It could occur that the alignment of one of the beams (either the CCB or the CAB) implies some misalignment in the other beam. We choose the CAB as the master, and we use PZM2 (Fig. 5) to correct the CCB alignment.

5.b.3. Cavity alignment

The cavity output beam is separated into its polarization components that are detected by photodetectors Pd1 (CCB) and Pd2 (CAB), see below section 5.b.7. These signals are monitored with the help of an oscilloscope. A correct alignment of the Fabry-Perot cavity should provide resonance peaks with high finesse, which is essential for the experiment.

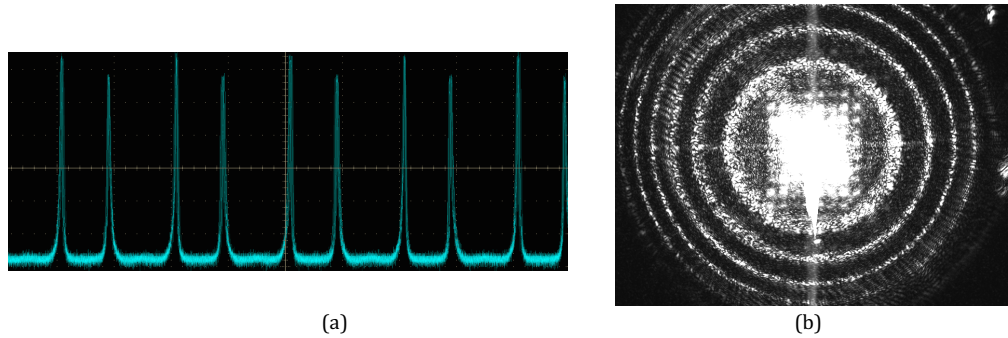


Fig. 9. Checking of alignment of a Fabry-Perot cavity. In (a) we show peaks of resonance of the cavity with high Finesse. In (b) different longitudinal modes of the cavity are seen in the far field.

As the two mirrors must be perfectly parallel, one must proceed by slightly moving (alternatively) each of the mirrors, always checking the quality of the resonances appearing in the oscilloscope, Fig. 9(a). This is done with the help of a suitable electric modulation that is applied to one of the piezomirrors (PZM2 for CCB or PZM1 for CAB, see Fig. 5). One adjusts the time scale of the oscilloscope to that of the electric signal driving and checks the improvement of the resonance peak. One must also look at the far field and check the presence of well-defined longitudinal modes as shown in Fig. 9(b).

5.b.4. Stabilization and control mechanism

The cavity changes its length in some μm because of thermal and mechanical fluctuations, which occur in a slow time scale (in the order of seconds). Then one applies a reference electric signal ($\omega = 500 \text{ Hz}$) to one of the piezomirror, PZM2, which modulates the CCB cavity length. This cavity output detected with photodetector Pd2 is sent to a lock-in amplifier together with the reference signal. The lock-in amplifier compares both signals, determines their relative phase, and applies a voltage to the cavity end-mirror PZM3 appropriate for canceling the detected difference. In this way cavity length fluctuations are compensated, even if with some (irrelevant) delay. This procedure corrects the fluctuations of both cavities, CAB and CCB, as their optical lengths are nearly equal (the only difference is the presence of the nonlinear crystal in CAB). However we have also the possibility of acting on PZM1, within the CAB cavity, which is used in the alignments stage for controllably improving the cavity resonances.

An additional continuous drive could be performed over PZM3 to control the cavity detuning as explained above.

5.b.5. Pumping the cavity

We mentioned above that the crystal c-axis must be properly oriented with respect to the pumping and the signal beams. Once the cavity has been aligned, the crystal is finally inserted within it. The crystal must be oriented as shown above in Fig. 3. According with the angles shown in Fig. 2. When these values are optimized, one observes *beam-fanning*, see Fig. 10, which appears as a cone of emission that must occur along the cavity axis if everything is properly done. The detection of the near and far fields (see below) will reveal the growing of the light intensity as well as the formation of moving patterns in the near field. Then the active cavity must be slightly realigned because of the changes introduced by the nonlinear crystal in the optical length, this realignment being made by moving with care PZM1, Fig. 5, as already mentioned.



Fig.10. Energy transfer (beam fanning) in a non- degenerate four wave mixing configuration. The three images capture instants separated by 10 sec.

5.b.6. Use of additional beams

Up to now, we have considered all the elements necessary for the normal operation of the cavity and in principle nothing more is needed apart from the detection and observation devices that we describe in the following subsection.

But depending on the experiment, additional laser beams can be necessary. In the experiment we are describing an additional rocking beam must be fed into the cavity. The rocking beam is a laser beam of the same frequency as the pumping beam that is amplitude modulated and injected in the cavity. This beam is amplitude modulated before injection by reflecting it on a PZM that oscillates back and forth exactly $\lambda/2$.

This beam must be intense enough for rocking to be efficient so it is convenient to have some degree of control on its intensity [20]. In our case, a piezomirror is used to modulate the amplitude, see Fig. 7 by applying an electric AC modulation (frequency 1 to 10Hz).

Another beam that is interesting to have for this experiment is that for writing domain walls in the cavity. The idea is the following: if one injects a laser beam that is tilted with respect to the cavity axis, one is forcing a phase gradient (along the horizontal direction) that depends on the angle the beam forms with the cavity axis. If this gradient covers 2π one is forcing a phase change in the field so that it will be positive on one side of the crystal and negative on the other. This is the way we inject domain walls in the cavity. Of course, more than one domain wall can be injected by increasing the angle, and consequently the imprinted phase gradient [26].

5.b.7. Detection and observation

Our observation requirements include the detection of both the near and far fields, as well as the extraction of some signal for stabilization purposes (lock-in amplifier). Two CCD cameras (Basler sca780-54fm FireWire) are configured to record the far and near fields, for which appropriate image systems must be used. The far field observation is easier to configure because it only needs a lens and the CCD, which is positioned in the focal plane of that lens. The other CCD camera images the near field in the mirror plane closer to the PRO.

The positioning and alignment of the detection mechanism must be done before positioning the intracavity telescopes as already stated. The procedure is the following: the cavity output beam is divided into three beams with the help of beam splitters BS1 and BS2, see Fig. 11. The beam reflected by BS1 is used for stabilization, the one reflected by BS2 is used for the observation of the far field, and the one transmitted by BS2 is used for the observation of the near field

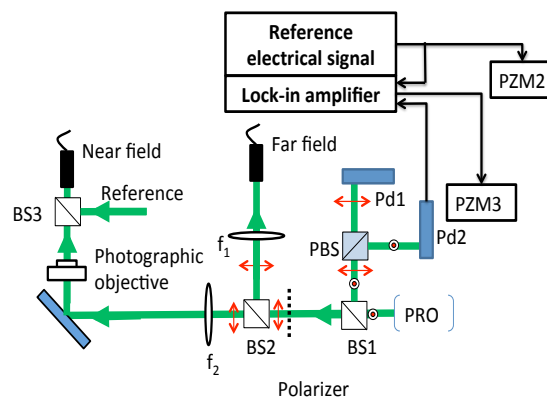


Fig.11. Observation and detection scheme.

The first beam is sent to a PBS that separates the CCB from the CAB contributions to the output, and are detected and sent to the lock-in system. The second beam (reflection in BS2) is sent to a CCD camera through a lens (focal length $f = 10$ cm in our case), and the transmitted beam is sent to another CCD through a photographic objective (smc-PENTAX-A A/35-75 mm F/3.5- 4.5) and a lens ($f = 5$ cm). In order to remove the CCB contribution to the cavity output, a linear polarizer is used. Finally, in order to record interferograms of the near field (which is necessary to obtain phase information), we place a beam-

splitter BS3 before the second CCD, and inject the reference as indicated in Fig. 11. The detected interferogram is later processed for extracting the amplitude and phase of the field. (See [27–29] for details about how to do that). The scheme of the complete setup is shown in Fig. 12.

6. Some experimental results

Even if the purpose of the present article is not to present specific research, here we describe some of the results that we have obtained in the past. Concretely, we are going to present results concerning the demonstration of temporal rocking in order to get a clearer idea of what can be observed in such experiments, and how the recorded patterns must be processed in order to get clear results.

As explained above, a singly-pumped linear cavity PRO is a phase invariant system; hence the system displays vortices, localized structures in which the field intensity has a zero around which the field phase accumulates $2m\pi$ rad with m an integer that is the charge of the vortex.

In Fig. 13(a) we represent the detected intensity distribution in the interferogram of the near field where the presence of several vortices can be appreciated. However, in order to fully characterize these dark points as vortices we must obtain the field phase distribution.

In order to reconstruct the phase and the amplitude map we firstly propagate the interferogram from the object plane to the Fourier plane by using a Fourier transform (FT), which is shown in Fig. 13(b). Then we apply a band-pass filter to one of the images (the upper one is the real image), so that the zero-th order and the other (so called virtual) image are removed, Fig. 13(c), and center it, Fig. 13(d).

The resulting interferogram is again propagated to the image plane, and the amplitude and phase are generated, which are shown in Figs. 13(e) and 13(f). It can be appreciated that in a circuit surrounding one of the dark points in the intensity distribution, the phase accumulates 2π , hence they are vortices. The image can still be improved by numerically adding a spherical wave with variable curvature. This is done with the purpose of compensating the fact that the interferogram has not been taken at the focal plane of the telescopes, and adding a wavefront is similar to propagating the interferogram to the right plane.

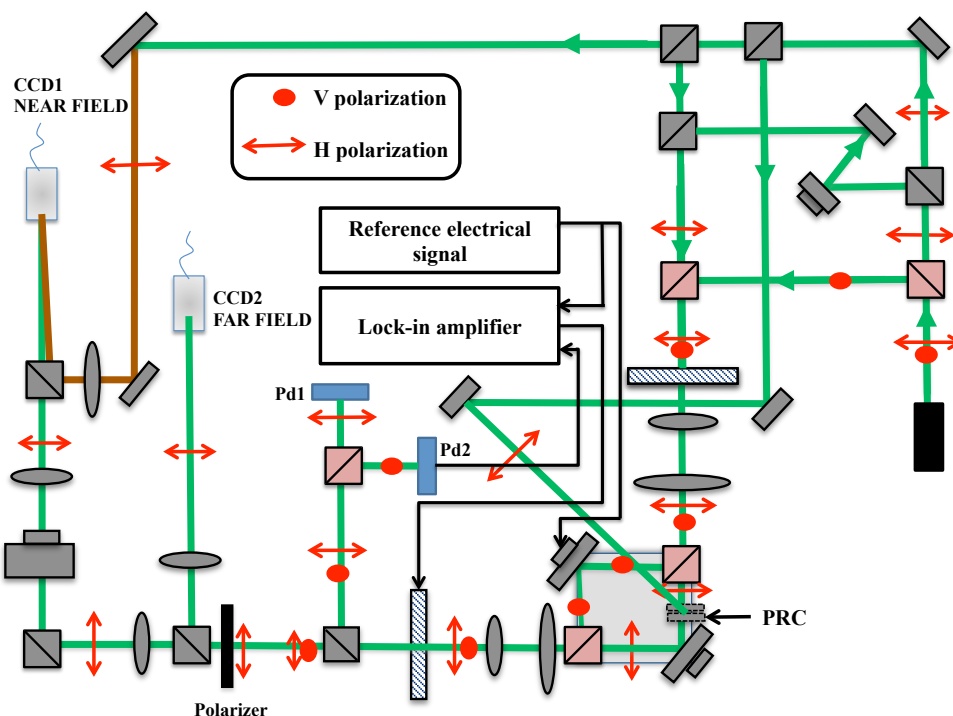


Fig.12. Complete scheme of PRO.

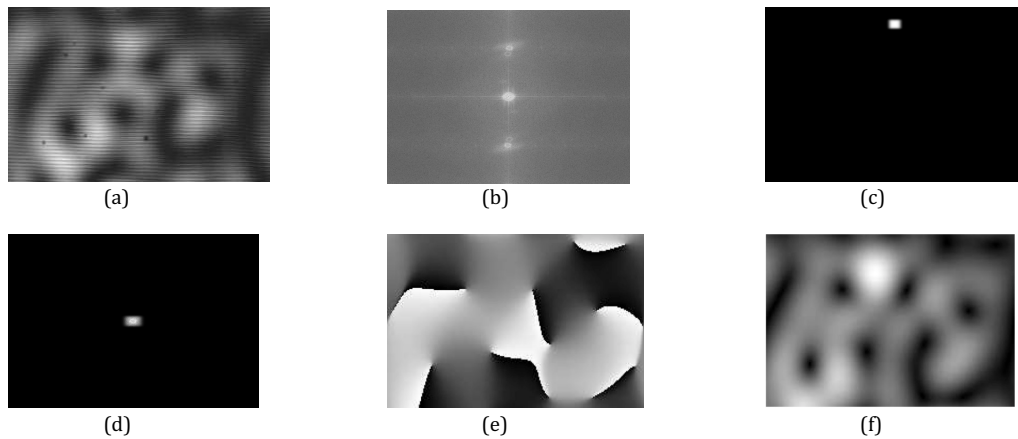


Fig.13. Vortices as seen in the near field. In (a) we show the interferogram, and in (b) we show its Fourier transform where the real image (top image) is selected with a band-pass filter (c) removing the other two images, and later is centered (d). In (e) and (f), an inverse FT is applied. Image (e) shows the phase map reconstruction, while image (e) shows the amplitude map reconstruction.

Now comes the second part of the experiment: converting the system into phase-bistable by injecting the rocking beam. This beam must be intense enough and the amplitude modulation must have a frequency around 10 Hz. The result is shown in Fig. 14 where we represent the result of the processing of the detected interferogram. The appearance of the output is very different to that of Fig. 13, and the presence of domain walls is very clear, see the phase distribution.

The results we have presented here were originally published ten years ago in [32], but our experimental research concerning other rocking techniques, spatial rocking, can be found in [23,25]. At present, we are implementing other rocking schemes [24], as well as investigating the effect of rocking on phase bistable systems.

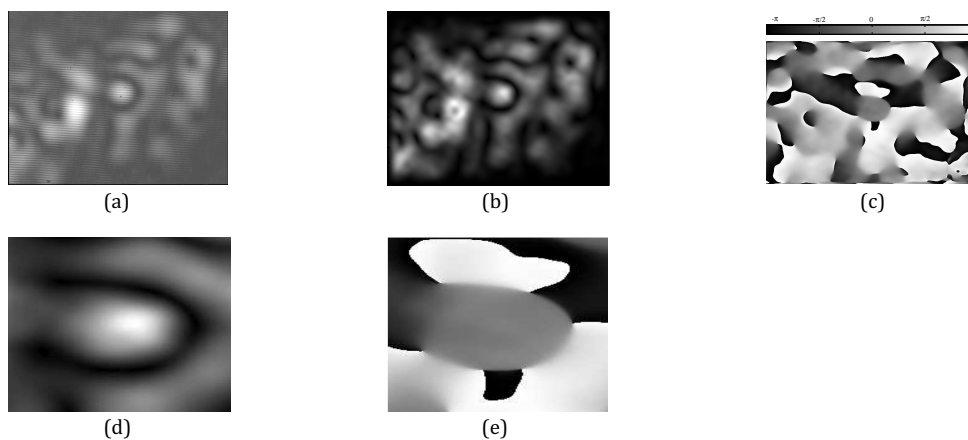


Fig.14. Domain walls as seen in the near field after injecting the rocking beam. (a) Interferogram of the phase domain, see that it is completely different from that shown Fig. 13(a). In (b) and (c) we show the amplitude and phase distributions extracted from (a). In (d) and (e) a magnification is shown in order to better appreciate the details. Inside of the phase domain one sees a homogeneous 0 phase value, whereas outside the phase value changes to $+\pi$.

7. Conclusions

After a suitable introduction to the photorefractive effect and to the main trends of nonlinear pattern formation in nonlinear optical cavities, we have explained how to build a photorefractive oscillator with large Fresnel number. We have detailed the design and assembling procedure of the different parts of the cavity (the double cavity device, the use of intracavity telescopes, the detection mechanism, etc.), so that the article is reasonably self-contained.

We have also described a special experiment in which one first observes the patterns displayed by the cavity (vortices), and then modifies the output by injecting an amplitude modulated signal (rocking mechanism), which transmutes the vortices into domain walls.

More results concerning temporal rocking can be found in [30–32], as well as more details on the nonlinear dynamics of the system. In fact, in the past the nonlinear dynamics of photorefractive oscillators have been studied by different research groups, and we refer the reader to some of the original references (see [33–53]).

Acknowledgements

This work has been supported by the Spanish Government (Ministerio de Economía y Competitividad) and the European Union FEDER, through projects FIS2011-26960, FIS2011-29734-C02-11, and FIS2014-60715-P.

Volume integrated phase modulator based on funnel waveguides for reconfigurable miniaturized optical circuits

J. Parravicini,^{1,2,*} R. Martínez Lorente,³ F. Di Mei,^{1,4} D. Pierangeli,¹ A. J. Agranat,⁵ and E. DelRe^{1,2}

¹Dipartimento di Fisica, "Sapienza" Università di Roma, 00185 Rome, Italy

²IPCF-CNR, "Sapienza" Università di Roma, 00185 Rome, Italy

³Departamento de Óptica, Universitat de València, 46100 Burjassot, Spain

⁴Center for Life NanoScience@Sapienza, Istituto Italiano di Tecnologia, 00161 Rome, Italy

⁵Applied Physics Department, Hebrew University of Jerusalem, 91904 Jerusalem, Israel

*Corresponding author: jacopo.parravicini@roma1.infn.it

Received December 16, 2014; revised February 16, 2015; accepted February 19, 2015;
posted February 20, 2015 (Doc. ID 230547); published March 24, 2015

We demonstrate the integration of a miniaturized $30^{(x)} \mu\text{m} \times 30^{(y)} \mu\text{m} \times 2.7^{(z)} \text{mm}$ electro-optic phase modulator operating in the near-IR ($\lambda = 980 \text{ nm}$) based on the electro-activation of a funnel waveguide inside a paraelectric sample of photorefractive potassium lithium tantalate niobate. The modulator forms a basic tassel in the realization of miniaturized reconfigurable optical circuits embedded in a single solid-state three-dimensional chip. © 2015 Optical Society of America

OCIS codes: (190.5330) Photorefractive optics; (350.5030) Phase; (130.4110) Modulators; (130.3060) Infrared.
<http://dx.doi.org/10.1364/OL.40.001386>

Can a complex optical circuit be miniaturized, for example, to fit inside a single millimetric three-dimensional chip? The question is not altogether speculative, since a miniaturized optical network could handle optical circuit complexity emerging in a variety of fields, the principal of which being optical quantum computing [1]. Open issues are how to miniaturize and integrate into a volume basic passive optical components, such as beam splitters, lenses, filters, and mirrors; how to introduce rapid modulation of intensity, polarization, and phase; and, finally, how to achieve optical logic functions and memory [2–4].

One research effort aims at using ferroelectric crystals that at once span all the fundamental photonic applications and are home to a great variety of linear and nonlinear phenomena [5]. In terms of optical circuitry, ferroelectrics can support visible spatial solitons through photorefractive that turn into integrated waveguides and directional couplers for near-IR beams [6–9]. In the high-symmetry paraelectric phase, the quadratic electro-optic effect adds the ability to achieve miniaturized nanosecond intensity and polarization modulators, integrated into a volume and scaled into large arrays of soliton devices [10–18]. Above the Curie point, furthermore, compositional disorder can lead to the formation of reorienting polar nanoregions with a giant electro-optic response [19–25]. Combined with the development of biomimetic funnel waveguides and the demonstration of coupling to localized structures in large-area VCSELs, these techniques can support both a stronger volume integration and the all-important ability to carry out processing through optical logic operations [26–33]. A missing tassel to this effort is the demonstration of a miniaturized volume-integrated phase modulator. Interestingly, this apparently straightforward function is in truth conceptually more difficult in the miniaturized environment, since here the electro-optic effect must at once

guide the light beams and, independently, change their phase.

Here we experimentally demonstrate a scheme to electro-optically modulate the phase of an IR beam ($\lambda = 980 \text{ nm}$) using the electro-activation of a funnel waveguide integrated in the volume of a sample of photorefractive potassium lithium tantalate niobate (KLTN).

To grasp the physical mechanism at work, consider a visible λ_1 optical field $E_{\text{opt},1}$ (of intensity distribution $I_1(\mathbf{r}) \equiv I_1(x, y, z) = |E_{\text{opt},1}(\mathbf{r})|^2$) that propagates along the z axis through a paraelectric photorefractive crystal under the action of a constant bias electric field $E_{0,1}$ for a given interval of time t_e . In the established band-transport model [9], light excites mobile electrons from impurity sites that drift, diffuse, and recombine, giving rise to a strong optically induced quasi-static field distribution E_1 . In standard conditions, E_1 produces nonlinear beam propagation through the electro-optic change in the natural index of refraction n_b so that $n_1 = n_b + \Delta n_1$, with, in our specific paraelectric phase, $\Delta n_1 = -(1/2)n_b^3 g_{\text{eff}} \epsilon_0^2 (\epsilon_r(T_1) - 1)^2 E_1^2$ [26]. Here g_{eff} is an effective electro-optic coefficient, ϵ_0 is the vacuum dielectric constant, and $\epsilon_r(T_1)$ is the low frequency dielectric constant at the operating temperature T_1 . Operating above the Curie point, $\epsilon_r(T) = C/(T - T_0)$, where C and T_0 are the two mean-field constants so that, for a temperature sufficiently above T_0 , this electro-optic response can be effectively turned off. In these conditions, the space-charge field is formed without leading to optical self-action and nonlinear waves, such as solitons. For typical experimental conditions, the beam peak intensity $I_{p,1} \gg I_b$, where I_b is the so-called dark illumination associated with the thermal excitation of mobile electrons or an artificial homogeneous illumination of the sample, and $E_1 = E_{0,1} \exp(-t_e I_1 / 2U_0)$, where $U_0 = I_b \tau_d / 2$ is the critical exposure, τ_d is the dielectric relaxation time, and t_e is such that $t_e I_{p,1} \sim U_0$ [26–29]. Since the Δn_1 has a

negligible effect on $E_{\text{opt},1}$, the light beam will be a standard Gaussian laser beam focused down to its minimum spot $w_{0,1}$ at, say, a distance $z_{c,1}$ inside the sample (i.e., $z_c = 0$ means the beam is focused on the input facet). The end result of this exposure or “writing” phase is thus the writing of a funnel-like space-charge field distribution $E_{sc} = E_1 - E_{0,1}$ by the writing beam $E_{\text{opt},1}(\mathbf{r})$. Consider now a “reading” beam $E_{\text{opt},2}(\mathbf{r})$ (z dependence is weak in the guiding case) at a longer wavelength $\lambda_2 > \lambda_1$ for which no photoexcitation of charge occurs (typically, λ_2 will be in the near-IR). For a T_2 closer to T_0 , the much enhanced value of $\epsilon_r(T_2) \gg \epsilon_r(T_1)$ will heavily affect the readout beam $E_{\text{opt},2}$ (with an intensity distribution $I_2(\mathbf{r}) = |E_{\text{opt},2}(\mathbf{r})|^2$), and Δn_2 will be given by

$$\Delta n_2 = -\frac{1}{2}n_b^3 g_{\text{eff}} \epsilon_0^2 (\epsilon_r(T_2) - 1)^2 (E_1(\mathbf{r}) - E_{0,1} + E_{0,2})^2, \quad (1)$$

where $E_{0,2}$ is the bias electric field used during this reading phase. For $E_{0,2} = E_{0,1}$, the fully three-dimensional funnel-like index of refraction pattern generated by the diffracting writing beam $I_1(\mathbf{r}) = |E_{\text{opt},1}(\mathbf{r})|^2$ forms, for the reading beam I_2 , a waveguide with $\Delta n_2 = -(1/2)n_b^3 g_{\text{eff}} \epsilon_0^2 (\epsilon_r(T_2) - 1)^2 (E_1)^2$. In turn, a generic value of $E_{0,2} \neq E_{0,1}$ should affect both the guiding properties of the pattern and the overall phase accumulated by the guided beam.

The experimental setup is illustrated in Fig. 1. In the writing stage, a Gaussian laser beam at $\lambda_1 = 532$ nm of 2 μW (measured before the sample) (λ_1) polarized along the x axis and propagating along the z axis is first expanded and then focused down to a $w_{0,1} = 8.5$ μm at $z_{c,1} = L_z/2$ inside the zero-cut

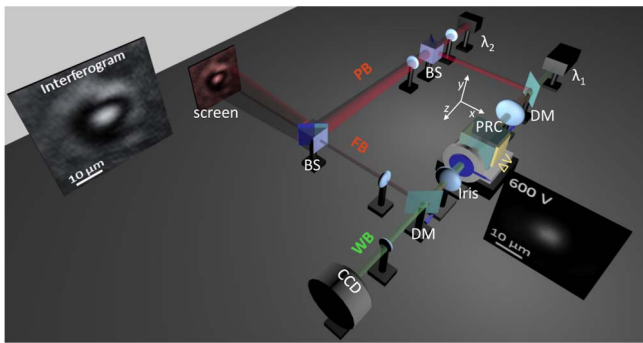


Fig. 1. Experimental setup. A beam coming from an IR ($\lambda_2 = 980$ nm) laser (λ_2) passes through a beam splitter (BS); by means of suitable lenses a broad plane-wave beam (PB) and a focused Gaussian beam (FB) are produced, in a Mach-Zehnder interferometer configuration. FB is made to propagate in an electro-optically controlled photorefractive crystal (PRC), where a guiding pattern was previously impressed through a visible ($\lambda_1 = 532$ nm) writing beam (WB), which propagated collinearly to FB through the dichroic mirrors (DM). The written pattern can be inspected by a CCD camera (CCD), while, at the output facet of PRC, an iris (Iris) selects the transverse profile of FB. When interference measurements are performed, PB and FB are made to recombine and interfere on a suitable screen; conversely, when intensity measurements are carried out, PB is blocked and only FB is inspected.

$L_x = 2.4 \times L_y = 9.9 \times L_z = 2.7$ mm sample of KLTN, whose modulation part has the dimensions of $30^{(x)} \mu\text{m} \times 30^{(y)} \mu\text{m} \times 2.7^{(z)}$ mm. The sample, which has a Curie temperature $T_0 = 14^\circ\text{C}$, is kept at $T_1 = 31.5^\circ\text{C}$ using a Peltier junction and is biased in the x direction applying a constant $E_{0,1} = \Delta V_{0,1}/L_x = 2.1$ kV/cm (corresponding to $\Delta V_{0,1} \simeq 500$ V) using a stabilized voltage supply and two sputtered plane electrodes on the x facets. The exposure of duration $t_e \simeq 20$ min leads to a saturation parameter $a = t_e I_p / U_0 \simeq 1$, as established by optical readout experiments and from the quasi-steady-state soliton formation dynamics [34]. In the readout phase, the crystal is kept at $T_2 = 21^\circ\text{C}$ and an IR $\lambda_2 \simeq 980$ nm beam (at the center of the typical VCSEL emission window [35]) is launched from a diode laser (λ_2) with a power of 10 μW (measured before the crystal) and x polarized. Using this wavelength, the space-charge field was not optically altered. Ultimately, stray ambient light caused the space-charge pattern to slightly deteriorate after 10 days. The Gaussian beam was focused down to $w_{0,2} = 15.8$ μm at $z_{c,2} = 0$, i.e., at the input facet of the sample, and aligned so as to copropagate with the original writing beam, and different signal $E_{0,2}$ were applied to the crystal. The transmitted light distribution during both phases was monitored using a CCD camera and imaging optics. Phase modulation was monitored having the readout beam form an interferogram with a plane-wave reference from the IR laser, and the intensity distribution was once again captured using a CCD camera.

The sample is a perovskite solid solution $\text{K}_{1-\alpha}\text{Li}_\alpha\text{Ta}_{1-\beta}\text{Nb}_\beta\text{O}_3$ grown through the top-seeded method and zero-cut, with $\alpha = 0.003$ and $\beta = 0.36$. Vanadium and Copper doping causes a strong photorefractive effect for the visible λ_1 . In Fig. 2 we report the normalized peak intensity $I_{p,2}$ of the readout beam as a function of applied voltage $\Delta V_{0,2}$. Interestingly, when $E_{0,2} > E_{0,1}$, the transverse intensity distribution becomes only weakly dependent on $\Delta V_{0,2}$. Specifically, for a given limited region of operation, the output mode appears independent of the applied field, so that a pure phase modulation

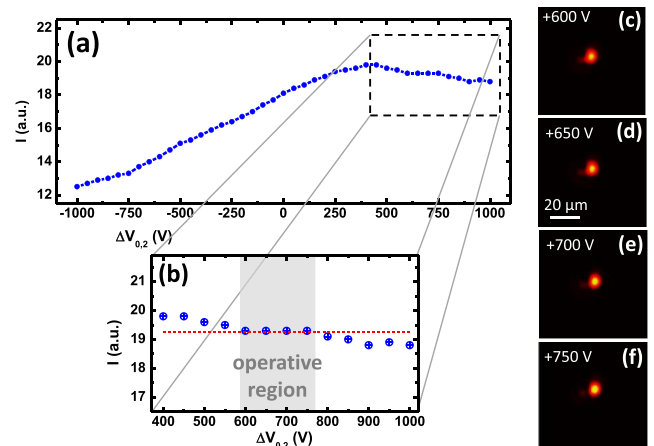


Fig. 2. (a) Peak intensity of the focused beam as a function of applied voltage and (b) blow-up of the 370–1020 V range (approximate decoupling region for $E_{0,2} > E_{0,1}$) with the shaded 580–770 V interval considered for the pure phase modulation; (c), (d)–(f) intensity distribution of the focused spot in the interferogram plane for this interval of operation.

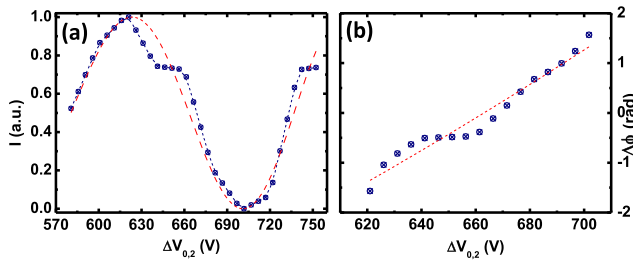


Fig. 3. (a) Interference pattern of the focused beam and reference plane wave as a function of $\Delta V_{0.2}$ in the operative range (580–770 V) and (b) corresponding phase variation $\Delta\phi$ in the linear variation range 620–700 V.

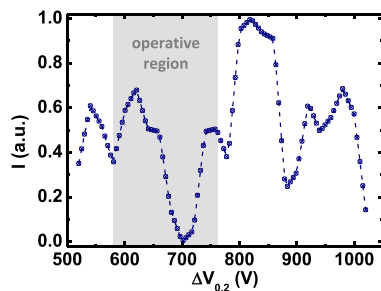


Fig. 4. Interference pattern of the focused beam and reference plane wave as a function of $\Delta V_{0.2}$ measured in the entire range 370–1020 V.

associated becomes possible. In Fig. 3 we analyze, through the interferograms, the phase modulation in the selected region of operation. Analyzing the normalized intensity distribution of the transmitted light in the central portion of the distribution (selected by the output iris), we find a full 2π phase modulation, even though no observable change in the transverse mode is detected.

As reported in Fig. 4, on a wide interval of bias fields, phase modulation is mixed with intensity modulation.

The existence of a phase-modulation-only region for values of $E_{0.2}$ slightly above $E_{0.1}$ can be intuitively grasped considering the functional form of the index modulation from Eq. (1). For a Gaussian distribution I_1 , the nested-exponential form that emerges in the spatial dependence of $E_1 = E_{0.1} \exp(-t_e I_1(\mathbf{r})/2U_0)$ causes the guiding structure to be strongly saturated and insensitive to small changes in bias field, a condition that holds as long as the relative mismatch in the readout field is limited, i.e., $\Delta E = (E_{0.2} - E_{0.1})/E_{0.1} < 1$.

In conclusion, we have demonstrated a phase modulator based on the electro-optic readout of a funnel waveguide in a paraelectric crystal. The effect is a consequence of the decoupling of the electro-optic response supporting the waveguide from the bias electric field. The result forms an essential tassel in the realization of miniaturized electro-optic circuits integrated and scalable in a volume geometry. Integrated phase-only modulators miniaturized into a solid-state configuration can be useful in phase-modulated and phase-resolved pattern recognition [36], pattern formation for high-resolution microscopy [37] and imaging [38], electro-optic control

of VCSELs [32], and, in particular, for setups where circuit complexity must be matched with stringent signal-to-noise ratio and stability requirements, such as in single-photon devices [1,39–41].

This work was partially funded by grants PRIN 2012BFNWZ2 and Sapienza-Ricerca 2013.

References

1. P. Kok, W. J. Munro, K. Nemoto, T. C. Ralph, J. P. Dowling, and G. J. Milburn, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 135 (2007).
2. N. Spagnolo, C. Vitelli, V. G. Lucivero, V. Giovannetti, L. Maccone, and F. Sciarrino, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 233602 (2012).
3. G. Corrielli, A. Crespi, R. Geremia, R. Ramponi, L. Sansoni, A. Santinelli, P. Mataloni, F. Sciarrino, and R. Osellame, *Nat. Commun.* **5**, 4249 (2014).
4. N. Spagnolo, L. Aparo, C. Vitelli, A. Crespi, R. Ramponi, R. Osellame, P. Mataloni, and F. Sciarrino, *Sci. Rep.* **2**, 862 (2012).
5. O. Ferraro, S. Grilli, and P. De Natale, eds., *Ferroelectric Crystals for Photonic Applications* (Springer, 2009).
6. M. Morin, G. Duree, G. Salamo, and M. Segev, *Opt. Lett.* **20**, 2066 (1995).
7. M. Klotz, H. Meng, G. Salamo, M. Segev, and S. R. Montgomery, *Opt. Lett.* **24**, 77 (1998).
8. S. Lan, E. DelRe, Z. Chen, M. Shih, and M. Segev, *Opt. Lett.* **24**, 475 (1999).
9. E. DelRe and M. Segev, *Top. Appl. Phys.* **114**, 547 (2009).
10. E. DelRe, M. Tamburrini, and A. J. Agranat, *Opt. Lett.* **25**, 963 (2000).
11. E. DelRe, B. Crosignani, E. Palange, and A. J. Agranat, *Opt. Lett.* **27**, 2188 (2002).
12. E. DelRe, E. Palange, and A. J. Agranat, *J. Appl. Phys.* **95**, 3822 (2004).
13. A. D'Ercole, E. Palange, E. DelRe, A. Ciattoni, B. Crosignani, and A. J. Agranat, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 2679 (2004).
14. M. Asaro, M. Sheldon, Z. G. Chen, O. Ostroverkhova, and W. E. Moerner, *Opt. Lett.* **30**, 519 (2005).
15. M. Chauvet, A. Guo, G. Fu, and G. Salamo, *J. Appl. Phys.* **99**, 113107 (2006).
16. A. Pierangelo, E. DelRe, A. Ciattoni, G. Biagi, E. Palange, and A. Agranat, *Opt. Express* **15**, 14283 (2007).
17. A. D'Ercole, A. Pierangelo, E. Palange, A. Ciattoni, A. J. Agranat, and E. DelRe, *Opt. Express* **16**, 12002 (2008).
18. N. Sapiens, A. Weissbrod, and A. J. Agranat, *Opt. Lett.* **34**, 353 (2009).
19. E. DelRe, E. Spinozzi, A. J. Agranat, and C. Conti, *Nat. Photonics* **5**, 39 (2011).
20. A. Gumennik, Y. Kurzweil-Segev, and A. J. Agranat, *Opt. Mater. Express* **1**, 332 (2014).
21. K. Takeda, T. Hoshina, H. Takeda, Y. Noguchi, M. Miyayama, and T. Tsurumi, *J. Ceram. Soc. Jpn.* **120**, 613 (2012).
22. Y. Chang, C. Wang, S. Yin, R. C. Hoffman, and A. G. Mott, *Opt. Express* **21**, 17760 (2013).
23. Y. Chang, C. Wang, S. Yin, R. C. Hoffman, and A. G. Mott, *Opt. Lett.* **38**, 4574 (2013).
24. L. Wang, H. Tian, X. Meng, H. Chen, Z. Zhou, and Y. Shen, *Appl. Phys. Express* **7**, 112601 (2014).
25. D. Pierangeli, F. Di Mei, J. Parravicini, G. B. Parravicini, A. J. Agranat, C. Conti, and E. DelRe, *Opt. Mater. Express* **4**, 1487 (2014).
26. E. DelRe, A. Pierangelo, E. Palange, A. Ciattoni, and A. J. Agranat, *Appl. Phys. Lett.* **91**, 081105 (2007).

27. A. Pierangelo, E. DelRe, A. Ciattoni, E. Palange, A. J. Agranat, and B. Crosignani, *J. Opt. A* **10**, 064005 (2008).
28. A. Pierangelo, A. Ciattoni, E. Palange, A. J. Agranat, and E. DelRe, *Opt. Express* **17**, 22659 (2009).
29. E. DelRe, A. Pierangelo, J. Parravicini, S. Gentilini, and A. J. Agranat, *Opt. Express* **20**, 16631 (2012).
30. L. Columbo, C. Rizza, M. Brambilla, F. Prati, and G. Tissoni, *Opt. Lett.* **37**, 4696 (2012).
31. L. Columbo, C. Rizza, M. Brambilla, F. Prati, and G. Tissoni, *Opt. Express* **22**, 6934 (2014).
32. J. Parravicini, M. Brambilla, L. Columbo, F. Prati, C. Rizza, G. Tissoni, A. J. Agranat, and E. DelRe, *Opt. Express* **22**, 30225 (2014).
33. J. Parravicini, F. Di Mei, D. Pierangeli, A. J. Agranat, and E. DelRe, "Miniaturized electro-optic infrared beam-manipulator based on 3D photorefractive funnels," *J. Opt.* (to be published).
34. E. DelRe and E. Palange, *J. Opt. Soc. Am. B* **23**, 2323 (2006).
35. H. Li and K. Iga, eds., in *Springer Series in Photonics* (Springer, 2003), Vol. **6**, pp. 53–98.
36. Y. Frauel and B. Javidi, *Opt. Lett.* **26**, 1478 (2001).
37. R. Heintzmann and M. G. L. Gustafsson, *Nat. Photonics* **3**, 362 (2009).
38. S. Popoff, G. Lerosey, M. Fink, A. C. Boccara, and S. Gigan, *Nat. Commun.* **1**, 1 (2010).
39. D. Tiarks, S. Baur, K. Schneider, S. Dürr, and G. Rempe, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 053602 (2014).
40. D. Pile, *Nat. Photonics* **8**, 746 (2014).
41. V. Venkataraman, K. Saha, and A. L. Gaeta, *Nat. Photonics* **7**, 138 (2013).

Scalable Electro-Optic Control of Localized Bistable Switching in Broad-Area VCSELs Using Reconfigurable Funnel Waveguides

R. Martínez-Lorente,^{1,2} J. Parravicini,³ M. Brambilla,⁴ L. Colombo,^{5,6} F. Prati,⁷ C. Rizza,⁸ A. J. Agranat,⁹ and E. DelRe^{2,*}

¹*Departamento de Óptica y Optometría y Ciencias de la visión,
Universitat de València, 46010 València, Spain*

²*Dipartimento di Fisica, Università di Roma “La Sapienza”, 00185 Rome, Italy*

³*Dipartimento di Scienza dei Materiali and MIB-SOLAR, Università degli Studi di Milano-Bicocca,
20125 Milano, Italy*

⁴*Dipartimento Interateneo di Fisica, Università e Politecnico di Bari, 70126 Bari, Italy*

⁵*CNR-IFN, 70126 Bari, Italy*

⁶*Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni, Politecnico di Torino, 10129 Torino, Italy*

⁷*Dipartimento di Scienza & Alta Tecnologia, Università dell’Insubria, 22100 Como, Italy*

⁸*Department of Industrial and Information Engineering and Economics,
University of L’Aquila, 67100 L’Aquila, Italy*

⁹*Applied Physics Department, Hebrew University of Jerusalem, 91904 Jerusalem, Israel*

(Received 10 October 2016; revised manuscript received 21 April 2017; published 6 June 2017)

We demonstrate a steplike optical modulation based on the activation and deactivation of a bistable localized structure using a photoinduced and reconfigurable miniaturized $30 \times 30 \mu\text{m}$ electroactivated funnel waveguide. Control of a single $10\text{-}\mu\text{m}$ -diameter spot in a $200\text{-}\mu\text{m}$ -diameter vertical-cavity surface-emitting laser at 980 nm is achieved modulating the phase of an exciting beam in the specific position of the spot in the cavity. This localized on-off response can be scaled into arrays and offer a possible route to fast integrated optical logical functions and memory at low intensities at near-infrared wavelengths.

DOI: 10.1103/PhysRevApplied.7.064004

I. INTRODUCTION

Optical modulators do not easily reproduce the response of basic digital electronic circuits, such as the all-important steplike response, rendering even the most elementary building blocks of a “digital” optics, such as optical memories and optical logic gates, a challenge [1–3]. Although remarkable advances have been achieved in integrated optical modulators, especially in silicon photonics for telecommunication wavelengths [4], the search is on for a fast, scalable, and integrated steplike intensity modulator.

One approach is based on the use of bistable systems. In a bistable system, only two states are possible, and the response will be naturally steplike even when the driving signal is not. Dissipative self-localized structures in active cavities offer an enhanced versatility, since each bistable structure can form in, and be moved to, different positions throughout the device cross section, thus yielding an effective spatial multistability for switching. For example, vertical-cavity surface-emitting lasers (VCSELs) with a broad emission area can host bistable localized micrometric structures (LSs) that are externally addressable and able to store and process information. This forms the optical equivalent of a blackboard mapped across a device-dependent patchwork in the active area [5–8]. In this vein, the single LS should be optically addressed using a

conventional electro-optic phase modulator while the steplike conversion occurs for the light it emits, a principle that has been demonstrated using a piezoelectric-driven interferometric scheme [9]. In turn, the possibility of extending this control to a full transverse plane has been demonstrated using a liquid-crystal spatial phase mask [10]. Ideally, each LS should be addressable independently and use a fast electro-optic phase modulator, a challenge that requires the miniaturization and integration of fast optical modulators operating in the visible and near infrared. In a recent development, a miniaturized intensity modulator based on an electroactivated waveguide was used to excite a LS [11]. The approach is based on electroactivated circuitry, that is, volume-integrated electro-optic waveguides generated through spatial solitons or optical funnels that are modulated using the quadratic electro-optic effect. These circuits are wholly reconfigurable through photoinduction and can be miniaturized, scaled into arrays [12], fiber coupled [13], and electroactivated with a fast nanosecond response also for visible and near-infrared light [14].

Here, we demonstrate an electrically driven steplike optical modulation in the light emitted by an LS using a miniaturized funnel-waveguide electro-optic phase modulator in a sample of $\text{K}_{1-y}\text{Li}_y\text{Ta}_{1-x}\text{Nb}_x$ (KLTN) [15–17]. The LS forms in a $200\text{-}\mu\text{m}$ -wide VCSEL kept below threshold emitting at $\lambda = 978 \text{ nm}$ and is locally excited or de-excited by modulating the phase of a focused beam relative to the background holding beam. The phase sweep, which is tuned

*eugenio.delre@uniroma1.it

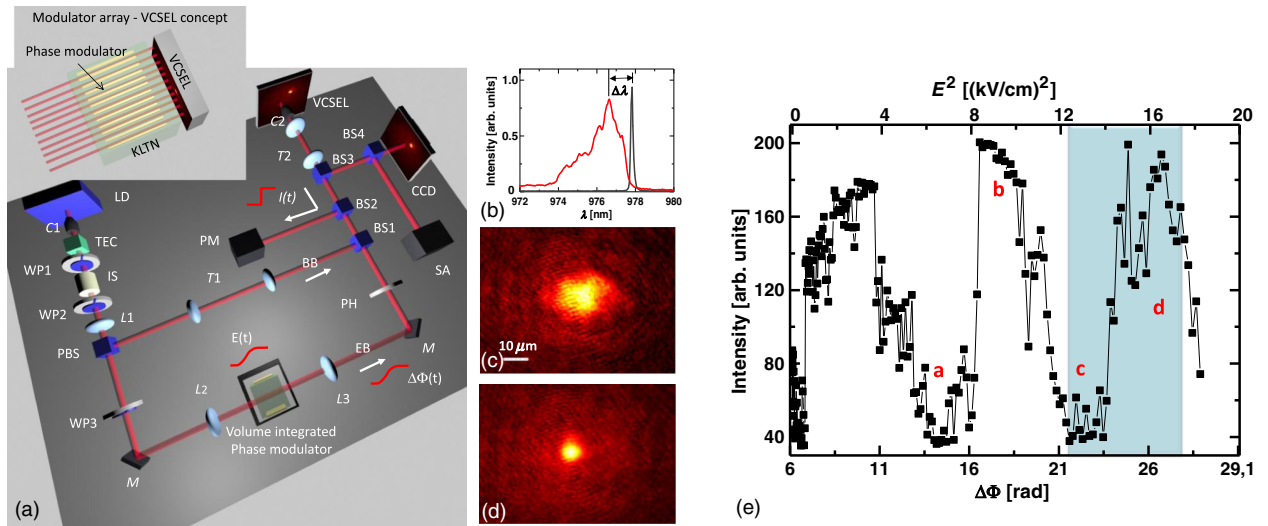


FIG. 1. Demonstrating a steplike response in LS activation or deactivation using a volume-integrated photoinduced miniaturized electro-optic phase modulator. (a) Experimental setup (see text) and applicative concept (inset). (b) Typical broad spectrum of the broad-area VCSEL (red curve) and of the exciting beam (black curve) where $\Delta\lambda$ is the shift between the two peaks in the spectrum. (c) Light emitted by the VCSEL with the BB in proximity of an emission island (the slight asymmetry depends on alignment) and (d) the same region with also the EB, in conditions activating the LS. (e) Optical on-off response: intensity of the LS emission from the VCSEL as a function of the applied electrical field E (see text). The red labels a–d indicate the conditions corresponding to the spatial intensity distributions reported in Fig. 2. The shaded region indicates the data aggregated into Fig. 2(f). Note the asymmetry in the on-off and off-on transitions.

to be slower than the two-state transition time of the LS, accesses the underlying bistability and leads to the on-off and off-on response [11,18]. The result extends previous steplike experiments using bistable localized structures to a configuration that can be integrated into dense arrays and potentially operated at fast nanosecond time scales.

II. EXPERIMENTAL SETUP AND PROCEDURE

The proof of concept of a single miniaturized element is performed using the experimental setup illustrated Fig. 1(a), while the complete scheme of the ideal reconfigurable integrated array is illustrated in the inset. We should note that in the presently available broad-area VCSELs, the regions forming the optical blackboard are a device- and condition-dependent patchwork that spans the active area. A laser beam (red beam) is split into a background beam (BB) and exciting beam (EB). As the EB propagates through the biased funnel-waveguide modulator, its phase suffers a shift $\Delta\Phi(t)$ caused by the applied electric field $E(t)$. As the EB recombines with the BB and is coupled into a VCSEL, light is emitted and manifests a steplike signature in the corresponding $I(t)$.

In detail, an infrared laser beam from a semiconductor laser diode (LD, $\lambda \approx 978$ nm, 200–400 mW optical power emission, spectral range of 15 nm) is collimated (C1) and filtered by a tunable Littman-Metcalf cavity (TEC). It passes through a pair of $\lambda/2$ wave plates (WP1/2), an optical isolator (IS), and a launch lens $L1$ before being split into the BB and EB by a polarizing beam splitter (PBS). In combination with the wave plates, this allows the balancing

of the relative BB and EB beam powers. The polarization of the EB is once again rotated to be parallel to that of the BB by WP3 and lenses $L2$ and $L3$ couple into and out of a funnel waveguide imprinted in a sample of photorefractive KLTN (PR). The waveguide has been previously prepared using a CW visible laser beam ($\lambda = 532$ nm, ≈ 20 mW) following the procedure described elsewhere [11,16,17], and the PR is biased by an electric field E that introduces a shift in the phase of EB relative to BB ($\Delta\Phi$) [15]. The BB passes through the beam expander $T1$ and is recombined to the EB at BS1. A final beam expander $T2$ and collimator C2 injects both EB and BB into the 200- μm VCSEL. The surface of the VCSEL is inspected using a spectrum analyzer (SA), a CCD camera (CCD), and a power meter (PM) [6,11,19,20]. An iris pin-hole (PH) is placed after the PR to obtain a homogeneous EB [15]. The detuning $\Delta\lambda$ between the injected beam and the VCSEL emission peak (when brought above threshold) is fixed changing the wavelength of the EB through the TEC and the VCSEL temperature [Fig. 1(b)].

In our specific batch of VCSELs (ULM Photonics, 980-00-TN-H56 OOP), optically injected LSs form when the current is tuned in the range 75–200 mA and the temperature in the range 22–26 °C. Regions in the active area are selected with defects that allow the spontaneous formation of stable and fixed regions of increased emission even with no EB [19,21,22]. The wavelength detuning $\Delta\lambda$ between the VCSEL emission and the BB (measured at the peaks of the spectra) is then continuously changed. In a range of $\Delta\lambda$ from ≈ 1.01 to ≈ 1.07 nm there are a variable number of

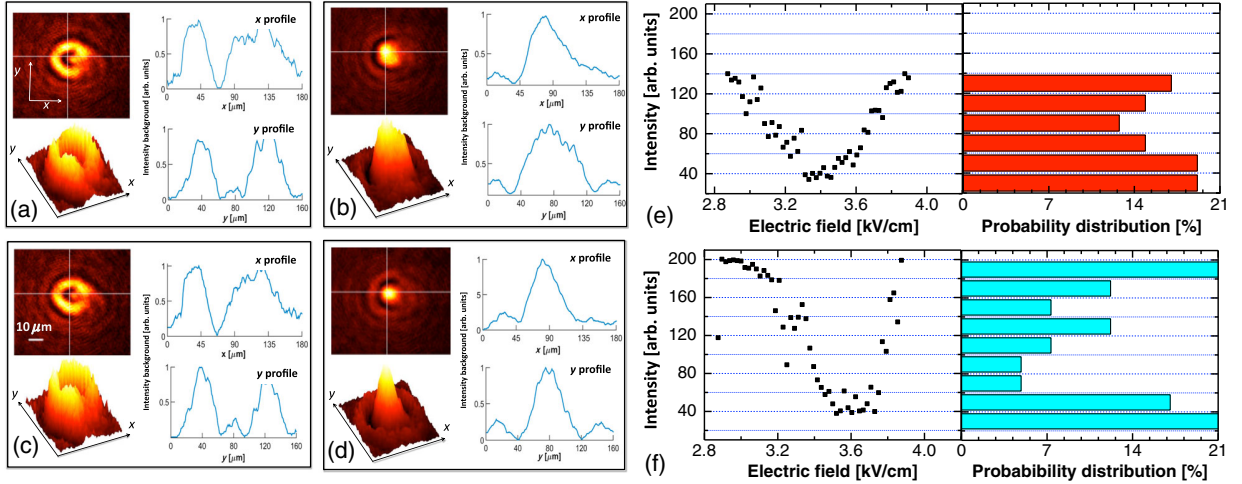


FIG. 2. Transverse intensity distributions and x and y profiles (background is subtracted for added clarity) of the emitted light for different values of E and $\Delta\Phi$: (a) 2.58 kV/cm and 14.34 rad (deactivation), (b) 3.13 kV/cm and 18.29 rad (activation), (c) 3.66 kV/cm and 22.98 rad (deactivation), and (d) 4.04 kV/cm and 26.06 rad (activation). Note the phase-dependent ringlike structures. (e) (left) intensity versus E and (right) data histogram in conditions not leading to the formation of LSs ($\Delta\lambda \neq 1.18$ nm) compared to (f) same data in conditions leading to LS activation or deactivation.

islands (generally from 1 to 5) of enhanced emission [see Fig. 1(c)], each amounting to about 1/7 of the total device area, in which bistable LS can form. In the inspected cases we find no clear evidence of island cross talk. The island size and distribution, that are both device and condition dependent, ultimately fix, in our experiment, the minimum distance between independent LS to 35 μm and the maximum number of LS to 5. LS formation is found also to depend on $\Delta\lambda$, mutual VCSEL-BB alignment, and the intensity of the BB. After the identification of the suitable regions, the increased emission in proximity of cavity defects are switched off by increasing $\Delta\lambda$. The EB is then injected into the VCSEL. The BB and EB have approximately the same intensity ($P_{\text{BB}} \approx 3.3$ mW, $P_{\text{EB}} \approx 15.9$ μW). The EB is launched in the proximity of a defect supporting a region of enhanced emission and the detuning is increased to $\Delta\lambda \approx 1.18$ nm. The activation and deactivation experiments are carried out with $\lambda_{\text{EB}} = 977.83$ nm and $\lambda_{\text{VCSEL}} = 976.65$ nm, $T_{\text{VCSEL}} = 26.43$ $^{\circ}\text{C}$ and $I_{\text{VCSEL}} = 128.06$ mA. The relative phase between EB and BB is then changed by appropriately changing the voltage applied to the funnel-waveguide modulator [15]. An activated LS is reported in Fig. 1(d), and activation occurs with up to a 20- μm misalignment between the EB and the defect.

III. RESULTS AND COMPARISON TO MODEL

In Fig. 1(e) we report the LS activation and deactivation as a function of the electric field E applied to the electro-optical funnel waveguide and associated phase shift $\Delta\Phi$. The intensity I is measured in the central region of the LS [Fig. 1(d)]. The transverse x , y intensity distribution for different stages in the modulation are reported in

Figs. 2(a)–2(d)]. The on-off response is further detailed comparing the emitted intensity versus E in conditions not leading to LS [Fig. 2(e)] to those leading to LS [Fig. 2(f)]. Histograms of the data indicate that, as bistability sets in, the LS is activated and deactivated abruptly, without passing through intermediate values of emitted intensity.

The steplike response of Fig. 1, with an on-off extinction ratio of 5, confirms previous steplike experiments and can be interpreted through simulations based on the well-established model of VCSEL spatiotemporal dynamics [6,23]. Specifically, we adopt the model equations (8a) and (8b) of [24] and the laser parameters relative to Fig. 8 therein, a condition compatible with our present experiments.

The input field Y is modeled by superimposing a plane-wave background beam (BB) and a narrow pulse acting as an exciting beam (EB), whose phase is linearly varied in $(0, 2\pi)$ throughout the simulations. The variation is carried out so as to ensure that the field is adiabatically always at steady state. Assuming

$$Y(t) = Y_{\text{BB}} + Y_{\text{EB}} \exp[-(x^2 + y^2)/(2\sigma^2)] \exp[i\phi(t)], \quad (1)$$

we choose $Y_{\text{BB}} = 0.75$ to ensure that the laser is in a regime where LSs, similar to those described previously, and identified as cavity solitons (CS) are stable [see Fig. 8(a) in [24]] and $Y_{\text{BB}} = Y_{\text{EB}}$ to meet the experimental conditions. The width of the EB is chosen comparable to the CS diameter. We consider an initial condition where a steady-state CS is present on the optical axis and evaluate the field intensity at this location while the phase is varied in $(0, 2\pi)$ (black line) and back (red line). Figure 3 shows the plot of the predicted intensity versus phase, where one can appreciate the CS switching off and on as the phase variation causes the EB and

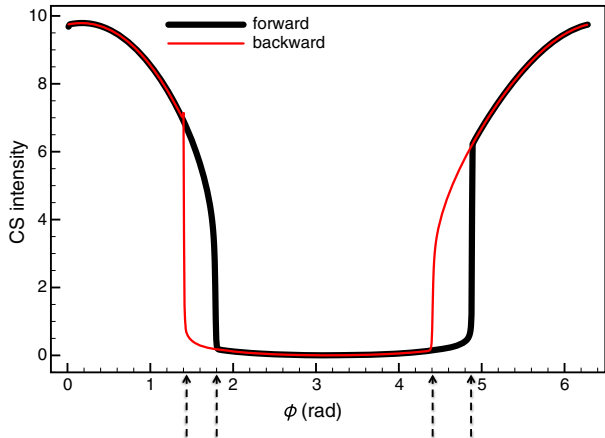


FIG. 3. Simulation results of the intensity at optical axis versus EB phase during an adiabatic phase sweep from 0 to 2π (black line) and back (red line). The dashed arrows mark hysteresis regions. For the purpose of interpreting our experiments, this hysteresis leaves the fingerprint in the form of an asymmetry in the rise and fall sections of the signal [see Fig. 2(f)].

the BB to interfere destructively and constructively, respectively. Note the coexistence of the on and off states which indicates a bistability between the homogeneous state and the CS branch (as seen in Fig. 8 of [24]) and the asymmetry in the switch-off and switch-on processes as observed in the experiment (Fig. 2). The bistability is evidenced by arrows in Fig. 3.

The ringlike structures observed in the transverse intensity distributions of Fig. 2 suggest a residual phase profile in the EB from the miniaturized modulator described in [15,25]. This is confirmed by simulations, further indicating the existence of an area around the LS reasonably free of defects and emission anomalies. The effect can be simulated in the model by assuming an EB phase that presents a transverse Gaussian spatial modulation, compounded with the time-varying phase introduced previously. We consider thus

$$\phi(x, y, t) = \varphi(t) + \delta\phi \exp[-(x^2 + y^2)/(2\xi^2)], \quad (2)$$

where $\delta\phi$ is taken constant while $\varphi(t)$ is varied during the simulation in the range $(0, 8\pi)$ forward and backward; ξ is larger than σ and compatible with the size of the funnel waveguide at the VCSEL plane ($\sigma/\xi \approx 3/5$ in our simulations). This phase replaces $\phi(t)$ in Eq. (1) and allows the simulation of a spatially distributed phase interference between a plane-wave BB and a complex, time varying EB.

The visualizations Visualization1.avi and Visualization2.avi provided as Supplemental Material [26] show the temporal evolution of the intracavity field profile as the phase is varied forward and backward, respectively. Specific results are presented for $Y_{\text{BB}} = 0.5$ and $Y_{\text{EB}} = 0.7$. The formation and alternation of rings that accompany the onset and erasure of the central CS are in agreement with the experiments.

Our experiments drive an LS using a miniaturized funnel waveguide at steady state. The actual time response of the

assembly depends on the specific details of the two underlying components, i.e., the electro-optic response of KLTN τ_1 and the activation and deactivation time in the VCSEL τ_2 . Although τ_1 can potentially be below the nanosecond time scale using traveling-wave radio-frequency techniques, standard electric driving of KLTN leads to a $\tau_1 \sim 10$ ns [14]. In turn, τ_2 is determined by the excitation-recombination process in the active medium and in conditions comparable to ours has been measured to be $\tau_2 \sim 5$ ns [9].

IV. CONCLUSIONS

We demonstrate the activation and deactivation of localized light structures in a broad-area VCSELs by employing a phase modulator based on an electro-optical funnel waveguide with a potential nanosecond response and micrometric transverse miniaturization [14]. Our results expand previous findings on steplike two-state response using bistability [8,9] demonstrating miniaturized electro-optic control that can be potentially scaled into dense arrays and driven to speeds typical of cutting-edge optical modulation technology. While this builds on previous results, introducing no conceptual modifications in our understanding of the underlying soliton physics, it opens alternative applicative scenarios in optical information processing and optical memories, and a similar configuration can be developed to implement optical logical gates (AND, OR, NAND, and NOR) [27]. Future progress is required to deploy a full-fledged array of modulators, butt couple the modulators to the VCSEL, and evaluate response time, long-term stability, and overall complexity of the assembly compared to presently deployed interferometric modulation techniques.

ACKNOWLEDGMENTS

Funding from La Sapienza (Ricerca di Ateneo 2016) is acknowledged.

- [1] E. Kuramochi, K. Nozaki, A. Shinya, K. Takeda, T. Sato, S. Matsuo, H. Taniyama, H. Sumikura, and M. Notomi, Large-scale integration of wavelength-addressable all-optical memories on a photonic crystal chip, *Nat. Photonics* **8**, 474 (2014).
- [2] M. R. Sprague, P. S. Michelberger, T. F. M. Champion, D. G. England, J. Nunn, X.-M. Jin, W. S. Kolthammer, A. Abdolvand, P. St. J. Russell, and I. A. Walmsley, Broadband single-photon-level memory in a hollow-core photonic crystal fibre, *Nat. Photonics* **8**, 287 (2014).
- [3] C. Ros, M. Stegmaier, P. Hosseini, D. Wang, T. Scherer, C. D. Wright, H. Bhaskaran, and W. H. P. Pernice, Integrated all-photonic non-volatile multi-level memory, *Nat. Photonics* **9**, 725 (2015).
- [4] G. T. Reed, G. Mashanovich, F. Y. Gardes, and D. J. Thomson, Silicon optical modulators, *Nat. Photonics* **4**, 518 (2010).

- [5] T. Ackemann, W. Firth, and G. L. Oppo, Fundamentals and applications of spatial dissipative solitons in photonic devices, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **57**, 323 (2009).
- [6] S. Barland, J. R. Tredicce, M. Brambilla, L. Lugiato, S. Balle, M. Giudici, T. Maggipinto, L. Spinelli, G. Tissoni, T. Knödl, M. Miller, and R. Jäger, Cavity solitons as pixels in semiconductor microcavities, *Nature (London)* **419**, 699 (2002).
- [7] M. Marconi, J. Javaloyes, S. Barland, S. Balle, and M. Giudici, Vectorial dissipative solitons in vertical-cavity surface-emitting lasers with delays, *Nat. Photonics* **9**, 450 (2015).
- [8] X. Hachair, L. Furfaro, J. Javaloyes, M. Giudici, S. Balle, J. Tredicce, G. Tissoni, L. A. Lugiato, M. Brambilla, and T. Maggipinto, Cavity solitons switching in semiconductor microcavities, *Phys. Rev. A* **72**, 013815 (2005).
- [9] S. Barbay, Y. Mnesguen, X. Hachair, L. Leroy, I. Sagnes, and R. Kuszelewicz, Incoherent and coherent writing and erasure of cavity solitons in an optically pumped semiconductor amplifier, *Opt. Lett.* **31**, 1504 (2006).
- [10] F. Pedaci, P. Genevet, S. Barland, M. Giudici, and J. R. Tredicce, Positioning cavity solitons with a phase mask, *Appl. Phys. Lett.* **89**, 221111 (2006).
- [11] J. Parravicini, M. Brambilla, L. Columbo, F. Prati, C. Rizza, G. Tissoni, A. J. Agranat, and E. DelRe, Observation of electro-activated localized structures in broad area VCSELs, *Opt. Express* **22**, 30225 (2014).
- [12] A. D'Ercole, E. Palange, E. DelRe, A. Ciattoni, B. Crosignani, and A. J. Agranat, Miniaturization and embedding of soliton-based electro-optically addressable photonic arrays, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 2679 (2004).
- [13] E. DelRe, E. Palange, and A. J. Agranat, Fiber-launched ultratight photorefractive solitons integrating fast soliton-based beam manipulation circuitry, *J. Appl. Phys.* **95**, 3822 (2004).
- [14] N. Sapiens, A. Weissbrod, and A. J. Agranat, Fast electroholographic switching, *Opt. Lett.* **34**, 353 (2009).
- [15] J. Parravicini, F. Di Mei, R. Martinez Lorente, D. Pierangeli, A. J. Agranat, and E. Del Re, Volume integrated phase-modulator based on funnel waveguides for reconfigurable miniaturized optical circuits, *Opt. Lett.* **40**, 1386 (2015).
- [16] A. Pierangelo, A. Ciattoni, E. Palange, A. J. Agranat, and E. DelRe, Electro-activation and electro-morphing of photorefractive funnel waveguides, *Opt. Express* **17**, 22659 (2009).
- [17] E. DelRe, A. Pierangelo, J. Parravicini, S. Gentilini, and A. J. Agranat, Funnel-based biomimetic volume optics, *Opt. Express* **20**, 16631 (2012).
- [18] L. Columbo, C. Rizza, M. Brambilla, F. Prati, and G. Tissoni, Controlling cavity solitons by means of photorefractive soliton electro-activation, *Opt. Lett.* **37**, 4696 (2012).
- [19] E. Averlant, M. Tlidi, H. Thienpont, T. Ackemann, and K. Panajotov, Experimental observation of localized structures in medium size VCSELs, *Opt. Express* **22**, 762 (2014).
- [20] Y. Tanguy, T. Ackemann, and R. Jäger, Characteristics of switching dynamics in a semiconductor-based cavity-soliton laser, *Opt. Express* **15**, 16773 (2007).
- [21] F. Pedaci, G. Tissoni, S. Barland, M. Giudici, and J. Tredicce, Mapping local defects of extended media using localized structures, *Appl. Phys. Lett.* **93**, 111104 (2008).
- [22] E. Caboche, S. Barland, M. Giudici, J. Tredicce, G. Tissoni, and L. A. Lugiato, Cavity-soliton motion in the presence of device defects, *Phys. Rev. A* **80**, 053814 (2009).
- [23] M. Brambilla, L. A. Lugiato, F. Prati, L. Spinelli, and W. J. Firth, Spatial Soliton Pixels in Semiconductor Devices, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2042 (1997).
- [24] L. Spinelli, G. Tissoni, M. Brambilla, F. Prati, and L. A. Lugiato, Spatial solitons in semiconductor microcavities, *Phys. Rev. A* **58**, 2542 (1998).
- [25] J. Parravicini, F. Di Mei, D. Pierangeli, A. J. Agranat, and E. DelRe, Miniaturized electro-optic infrared beam manipulator based on 3D photorefractive funnels, *J. Opt.* **17**, 055501 (2015).
- [26] See Supplemental Material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevApplied.7.064004> for the time evolution of the simulated intracavity field.
- [27] L. Columbo, C. Rizza, M. Brambilla, F. Prati, and G. Tissoni, A concomitant and complete set of nonvolatile all-optical logic gates based on hybrid spatial solitons, *Opt. Express* **22**, 6934 (2014).

BIOGRAFÍA

Bibliografía

- [1] R Martínez-Lorente, A Esteban-Martín, E Roldán, Kestutis Staliunas, GJ de Valcárcel, and F Silva. Experimental demonstration of phase bistability in a broad-area optical oscillator with injected signal. *Physical Review A*, 92(5):053858, 2015.
- [2] J Parravicini, R Martínez Lorente, F Di Mei, D Pierangeli, AJ Agranat, and Eugenio DelRe. Volume integrated phase modulator based on funnel waveguides for reconfigurable miniaturized optical circuits. *Optics letters*, 40(7):1386–1389, 2015.
- [3] R Martínez-Lorente, GJ de Valcárcel, A Esteban-Martín, J García-Monreal, E Roldán, and F Silva. Making of a nonlinear cavity. *Optica Pura y Aplicada*, 49(3):125–142, 2015.
- [4] R Martínez-Lorente, J Parravicini, M Brambilla, L Columbo, F Prati, C Rizza, AJ Agranat, and E DelRe. Scalable electro-optic control of localized bistable switching in broad-area vcsels using reconfigurable funnel waveguides. *Physical Review Applied*, 7(6):064004, 2017.
- [5] R. Martínez-Lorente, F. Silva, and G.J. de Valcárcel. Phase tetrastability in parametric oscillation. *arXiv:1804.09125*, 2018.
- [6] Germán J de Valcárcel and Kestutis Staliunas. Excitation of phase patterns and spatial solitons via two-frequency forcing of a 1: 1 resonance. *Physical Review E*, 67(2):026604, 2003.
- [7] Germán J de Valcárcel and Kestutis Staliunas. Pattern formation through phase bistability in oscillatory systems with space-modulated forcing. *Physical review letters*, 105(5):054101, 2010.

-
- [8] Pat Simpson. The stars and stripes of animal bodies: evolution of regulatory elements mediating pigment and bristle patterns in drosophila. *TRENDS in Genetics*, 23(7):350–358, 2007.
- [9] Hiraku Nishimori and Noriyuki Ouchi. Formation of ripple patterns and dunes by wind-blown sand. *Physical Review Letters*, 71(1):197, 1993.
- [10] BT Werner. Complexity in natural landform patterns. *Science*, 284(5411):102–104, 1999.
- [11] Lui Lam. *Introduction to nonlinear physics*. Springer Science & Business Media, 2003.
- [12] H Haken and G Jumarie. *A macroscopic approach to complex system*. Springer, 2006.
- [13] Grégoire Nicolis. *Introduction to nonlinear science*. Cambridge University Press, 1995.
- [14] R Graham and H Haken. Laserlight—first example of a second-order phase transition far away from thermal equilibrium. *Zeitschrift für Physik*, 237(1):31–46, 1970.
- [15] Mark C Cross and Pierre C Hohenberg. Pattern formation outside of equilibrium. *Reviews of modern physics*, 65(3):851, 1993.
- [16] Vladimir K Vanag and Irving R Epstein. Pattern formation in a tunable medium: The belousov-zhabotinsky reaction in an aerosol of microemulsion. *Physical review letters*, 87(22):228301, 2001.
- [17] RC DiPrima, HL Swinney, and JP Gollub. Hydrodynamic instabilities and transitions to turbulence, 1981.
- [18] Philip S Marcus. Simulation of taylor-couette flow. part 1. numerical methods and comparison with experiment. *Journal of Fluid Mechanics*, 146:45–64, 1984.
- [19] EL Koschmieder. Bénard convection. *Adv. Chem. Phys*, 26(177-212):605, 1974.

-
- [20] Subrahmanyan Chandrasekhar. *Hydrodynamic and Hydrodynamic stability*. OUP, 1961.
- [21] P Bergé and M Dubois. Rayleigh-bénard convection. *Contemporary Physics*, 25(6):535–582, 1984.
- [22] EL Koschmieder and MI Biggerstaff. Onset of surface-tension-driven Bénard convection. *Journal of fluid mechanics*, 167:49–64, 1986.
- [23] Qi Ouyang and Harry L Swinney. Transition from a uniform state to hexagonal and striped Turing patterns. *Nature*, 352(6336):610–612, 1991.
- [24] Raymond Kapral and Kenneth Showalter. *Chemical waves and patterns*, volume 10. Springer Science & Business Media, 2012.
- [25] Hans Meinhardt and Hans Meinhardt. *Models of biological pattern formation*, volume 6. Academic Press London, 1982.
- [26] SA Akhmanov, RV Khokhlov, and AP Sukhorukov. Laser handbook, eds. ft arecchi, eo schulz-dubois, 1972.
- [27] LA Lugiato, LM Narducci, and C Oldano. Cooperative frequency locking and stationary spatial structures in lasers. *JOSA B*, 5(5):879–888, 1988.
- [28] LA Lugiato, GL Oppo, JR Tredicce, LM Narducci, and MA Pernigo. Instabilities and spatial complexity in a laser. *JOSA B*, 7(6):1019–1033, 1990.
- [29] Igor S Aranson and Lorenz Kramer. The world of the complex Ginzburg-Landau equation. *Reviews of Modern Physics*, 74(1):99, 2002.
- [30] BI Shraiman, A Pumir, W Van Saarloos, PC Hohenberg, H Chaté, and M Holen. Spatiotemporal chaos in the one-dimensional complex Ginzburg-Landau equation. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 57(3):241–248, 1992.

-
- [31] J Lega, JV Moloney, and AC Newell. Swift-hohenberg equation for lasers. *Physical Review Letters*, 73(22):2978, 1994.
- [32] M Vaupel and CO Weiss. Circling optical vortices. *Physical Review A*, 51(5):4078, 1995.
- [33] R Henderson. Classical optics and its applications: Masud mansuripur, cambridge university press, cambridge, 2002; isbn 0-521-800-935 pp. 512, £ 75.00, 2003.
- [34] Orazio Svelto and David C Hanna. *Principles of lasers*, volume 4. Springer, 1998.
- [35] Pochi Yeh. *Introduction to photorefractive nonlinear optics*, volume 14. Wiley-Interscience, 1993.
- [36] Robert W Boyd. *Nonlinear optics*. Academic press, 2003.
- [37] Robert W Boyd, Svetlana G Lukishova, and YR Shen. *Self-focusing: Past and Present: Fundamentals and Prospects*, volume 114. Springer Science & Business Media, 2008.
- [38] Mordechai Segev, Bruno Crosignani, Amnon Yariv, and Baruch Fischer. Spatial solitons in photorefractive media. *Physical Review Letters*, 68(7):923, 1992.
- [39] Bruno Crosignani, Mordechai Segev, Doruk Engin, Paolo Di Porto, Amnon Yariv, and Greg Salamo. Self-trapping of optical beams in photorefractive media. *JOSA B*, 10(3):446–453, 1993.
- [40] Mustapha Tlidi, Paul Mandel, and René Lefever. Localized structures and localized patterns in optical bistability. *Physical review letters*, 73(5):640, 1994.
- [41] Nikolay N Rosanov. I transverse patterns in wide-aperture nonlinear optical systems. *Progress in Optics*, 35:1–60, 1996.
- [42] Guy Dewel, Pierre Borckmans, Anne De Wit, B Rudovics, J-J Peeraud, Etienne Dulos, Jacques Boissonade, and Patrick De Kepper. Pattern selection and localized structures in reaction-diffusion

-
- systems. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 213(1):181–198, 1995.
- [43] Lev S Tsimring and Igor S Aranson. Localized and cellular patterns in a vibrated granular layer. *Physical review letters*, 79(2):213, 1997.
- [44] James Roy Taylor. *Optical solitons: theory and experiment*, volume 10. Cambridge University Press, 1992.
- [45] Kestutis Staliunas and Victor J Sanchez-Morcillo. *Transverse patterns in nonlinear optical resonators*, volume 183. Springer Science & Business Media, 2003.
- [46] Chr Tamm. Frequency locking of two transverse optical modes of a laser. *Physical Review A*, 38(11):5960, 1988.
- [47] PK Jakobsen, Jerome V Moloney, Alan C Newell, and R Indik. Space-time dynamics of wide-gain-section lasers. *Physical Review A*, 45(11):8129, 1992.
- [48] Gian-Luca Oppo, Massimo Brambilla, and Luigi A Lugiato. Formation and evolution of roll patterns in optical parametric oscillators. *Physical Review A*, 49(3):2028, 1994.
- [49] Peter Lodahl, Morten Bache, and Mark Saffman. Spiral intensity patterns in the internally pumped optical parametric oscillator. *Physical review letters*, 85(21):4506, 2000.
- [50] Stefano Longhi. Spiral waves in a class of optical parametric oscillators. *Physical Review E*, 63(5):055202, 2001.
- [51] GJ De Valcarcel, Kcstutis Staliunas, Eugenio Roldán, and VJ Sánchez-Morcillo. Transverse patterns in degenerate optical parametric oscillation and degenerate four-wave mixing. *Physical Review A*, 54(2):1609, 1996.
- [52] Mustapha Tlidi, Miltos Georgiou, and Paul Mandel. Transverse patterns in nascent optical bistability. *Physical Review A*, 48(6):4605, 1993.

-
- [53] J Nalik, LM Hoffer, GL Lippi, Ch Vorgerd, and W Lange. Transverse optical bistability and formation of transverse structures in a sodium-filled fabry-pérot resonator. *Physical Review A*, 45(7):R4237, 1992.
- [54] Miltos Georgiou and Paul Mandel. Transverse effects in a laser with an injected signal. *Chaos, Solitons & Fractals*, 4(8-9):1657–1661, 1994.
- [55] Stefano Longhi. Transverse patterns in a laser with an injected signal. *Physical Review A*, 56(3):2397, 1997.
- [56] Dejin Yu, Weiping Lu, and Robert G Harrison. Origin of spiral wave formation in excitable optical systems. *Physical review letters*, 77(25):5051, 1996.
- [57] Dejin Yu, Weiping Lu, and RG Harrison. Dynamic bistability and spiral waves in a laser. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, 1(1):25, 1999.
- [58] Marko Zgonik, P Bernasconi, M Duelli, R Schlessler, P Günter, MH Garrett, D Rytz, Y Zhu, and X Wu. Dielectric, elastic, piezoelectric, electro-optic, and elasto-optic tensors of batio 3 crystals. *Physical review B*, 50(9):5941, 1994.
- [59] PU Sastry. Linear electro-optical properties of tetragonal batio3. *Pramana*, 59(3):547–552, 2002.
- [60] MC Cross. Mc cross and pc hohenberg, rev. mod. phys. 65, 851 (1993). *Rev. Mod. Phys.*, 65:851, 1993.
- [61] P Couillet, L Gil, and F Rocca. Optical vortices. *Optics Communications*, 73(5):403–408, 1989.
- [62] Arthur T Winfree. Spiral waves of chemical activity. *Science*, 175(4022):634–636, 1972.
- [63] Germán J de Valcárcel, Manuel Martínez-Quesada, and Kestutis Staliunas. Phase-bistable pattern formation in oscillatory systems

-
- via rocking: application to nonlinear optical systems. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 372(2027):20140008, 2014.
- [64] Hugues Chaté, Arkady Pikovsky, and Oliver Rudzick. Forcing oscillatory media: phase kinks vs. synchronization. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 131(1):17–30, 1999.
- [65] Paul Manneville. Dissipative structures and weak turbulence. In *Chaos—The Interplay Between Stochastic and Deterministic Behaviour*, pages 257–272. Springer, 1995.
- [66] P Couillet, C Elphick, and D Repaux. Nature of spatial chaos. *Physical review letters*, 58(5):431, 1987.
- [67] VB Taranenko, K Staliunas, and CO Weiss. Pattern formation and localized structures in degenerate optical parametric mixing. *Physical review letters*, 81(11):2236, 1998.
- [68] Louis N Howard and Nancy Kopell. Slowly varying waves and shock structures in reaction-diffusion equations. *Studies in Applied Mathematics*, 56(2):95–145, 1977.
- [69] Yoshiki Kuramoto. Cooperative dynamics of oscillator community a study based on lattice of rings. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 79:223–240, 1984.
- [70] Valery Petrov, Qi Ouyang, and Harry L Swinney. Resonant pattern formation in a chemical system. *Nature*, 388(6643):655–657, 1997.
- [71] Y Pomeau and P Manneville. Stability and fluctuations of a spatially periodic convective flow. *Journal de Physique Lettres*, 40(23):609–612, 1979.
- [72] H Brand and MC Cross. Phase dynamics for the wavy vortex state of the Taylor instability. *Physical Review A*, 27(2):1237, 1983.
- [73] Jean-Marc Gambaudo. Perturbation of a Hopf bifurcation by an external time-periodic forcing. *Journal of differential equations*, 57(2):172–199, 1985.

-
- [74] Dagmar Krefting, Prabha Kaira, and Harm Hinrich Rotermund. Period doubling and spatiotemporal chaos in periodically forced co oxidation on pt (110). *Physical review letters*, 102(17):178301, 2009.
- [75] Matthias Bertram, Carsten Beta, Harm H Rotermund, and Gerhard Ertl. Complex patterns in a periodically forced surface reaction. *The Journal of Physical Chemistry B*, 107(35):9610–9615, 2003.
- [76] V Petrov. V. petrov, q. ouyang, and hl swinney, nature (london) 388, 655 (1997). *Nature (London)*, 388:655, 1997.
- [77] Pierre Coulet and Kjartan Emilsson. Strong resonances of spatially distributed oscillators: a laboratory to study patterns and defects. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 61(1-4):119–131, 1992.
- [78] P Coulet, J Lega, B Houchmanzadeh, and J Lajzerowicz. Breaking chirality in nonequilibrium systems. *Physical review letters*, 65(11):1352, 1990.
- [79] K Staliunas, GJ de Valcárcel, M Martínez-Quesada, S Gilliland, A González-Segura, G Muñoz-Matutano, J Cascante-Vindas, J Marqués-Hueso, and S Torres-Peiró. Bistable phase locking in rocked lasers. *Optics communications*, 268(1):160–168, 2006.
- [80] Kestutis Staliunas, Germán J de Valcárcel, and Eugenio Roldán. Bistable phase locking in a laser with injected signal. *Physical Review A*, 80(2):025801, 2009.
- [81] Cristian Fernandez-Oto, GJ de Valcárcel, Mustapha Tlidi, Krasimir Panajotov, and K Staliunas. Phase-bistable patterns and cavity solitons induced by spatially periodic injection into vertical-cavity surface-emitting lasers. *Physical Review A*, 89(5):055802, 2014.
- [82] Kestutis Staliunas, Germán J de Valcárcel, Javier M Buldú, and Jordi Garcia-Ojalvo. Noise-induced phase bistability via stochastic rocking. *Physical review letters*, 102(1):010601, 2009.

-
- [83] Adolfo Esteban-Martín, Manuel Martínez-Quesada, Victor B Taranenko, Eugenio Roldán, and Germán J de Valcárcel. Bistable phase locking of a nonlinear optical cavity via rocking: Transmuting vortices into phase patterns. *Physical review letters*, 97(9):093903, 2006.
- [84] Adolfo Esteban-Martín, Javier García, Eugenio Roldán, Victor B Taranenko, Germán J de Valcárcel, and Carl O Weiss. Experimental approach to transverse wave-number selection in cavity nonlinear optics. *Physical Review A*, 69(3):033816, 2004.
- [85] Noam Sapiens, Aharon Weissbrod, and Aharon J Agranat. Fast electroholographic switching. *Optics letters*, 34(3):353–355, 2009.
- [86] Eugenio DelRe, A Pierangelo, J Parravicini, S Gentilini, and AJ Agranat. Funnel-based biomimetic volume optics. *Optics Express*, 20(15):16631–16638, 2012.
- [87] Eugenio DelRe, Angelo Pierangelo, E Palange, A Ciattoni, and AJ Agranat. Beam shaping and effective guiding in the bulk of photorefractive crystals through linear beam dynamics. *Applied Physics Letters*, 91(8):081105, 2007.
- [88] A D’Ercole, A Pierangelo, E Palange, A Ciattoni, AJ Agranat, and Eugenio DelRe. Photorefractive solitons of arbitrary and controllable linear polarization determined by the local bias field. *Optics express*, 16(16):12002–12007, 2008.
- [89] A Pierangelo, A Ciattoni, E Palange, AJ Agranat, and Eugenio DelRe. Electro-activation and electro-morphing of photorefractive funnel waveguides. *Optics express*, 17(25):22659–22665, 2009.
- [90] Marcus Asaro, Michael Sheldon, Zhigang Chen, Oksana Ostroverkhova, and WE Moerner. Soliton-induced waveguides in an organic photorefractive glass. *Optics letters*, 30(5):519–521, 2005.
- [91] Xavier Hachair, Francesco Pedaci, Emilie Caboche, Stphane Barland, Massimo Giudici, JR Tredicce, Franco Prati, Giovanna Tisoni, Reza Kheradmand, Luigi A Lugiato, et al. Cavity solitons

-
- in a driven vcsel above threshold. *IEEE Journal of selected topics in quantum electronics*, 12(3):339–351, 2006.
- [92] S Barbay, R Kuszelewicz, and JR Tredicce. Cavity solitons in vcsel devices. *Advances in Optical Technologies*, 2011, 2011.
- [93] Etienne Averlant, Mustapha Tlidi, Hugo Thienpont, Thorsten Ackemann, and Krassimir Panajotov. Experimental observation of localized structures in medium size vcsels. *Optics express*, 22(1):762–772, 2014.
- [94] Adolfo Esteban-Martín, Victor Taranenko, Eugenio Roldán, and Germán de Valcárcel. Control and steering of phase domain walls. *Optics express*, 13(10):3631–3636, 2005.