



UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
PROGRAMA DE DOCTORAT EN ENGINYERIA ELECTRÒNICA

Estudio de Inductancias acopladas y su aplicación a
convertidores DC/DC en aplicaciones
Aeroespaciales.

TESIS DOCTORAL

Presentada por:
David Gilabert Palmer

Director:
Esteban Sanchis Kilders

Valencia, Diciembre 2019



VNIVERSITAT
DE VALÈNCIA

El Dr. D. Esteban Sanchis Kilders, Catedrático de Universidad del Departamento de Ingeniería Electrónica de la Universitat de València.

HACE CONSTAR: Que el Ingeniero Electrónico D. David Gilabert Palmer ha realizado bajo su dirección el trabajo titulado *“Estudio de inductores acoplados y su aplicación a convertidores DC/DC en aplicaciones aeroespaciales.”*, que se presenta en esta memoria para optar al grado de Doctor en Ingeniería Electrónica.

Y para que así conste, firmo el presente documento en Valencia a 16 de Diciembre de 2019.

Fdo. D. Esteban Sanchis Kilders.

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA
Departamento de Ingeniería Electrónica
Avd. de la Universitat s/n, 46100 Burjassot (Valencia)



Acta de calificación de tesis doctoral

Autor: D. David Gilabert Palmer.

Título: **Estudio de inductancias acopladas y su aplicación a convertidores DC/DC en aplicaciones aeroespaciales**

Director: Esteban Sanchis Kilders.

El tribunal nombrado para juzgar la citada Tesis Doctoral, compuesta por:

Secretario

Presidente

Vocal

Fdo: D/D^a

Fdo: D/D^a

Fdo: D/D^a

Acuerda otorgarle la calificación de: ...

En Burjassot, a ... de de 2020

Agradecimientos

En primer lugar debo agradecer a mi tutor de Tesis, el Prof. Esteban Sanchis Kilders por su dedicación, paciencia, esfuerzo y los innumerables consejos que ha ido dándome a lo largo de esta tesis. A él le debo todo lo que he aprendido en estos últimos años, tanto en el periodo de técnico de apoyo a la investigación como en los años de tesis doctoral. Son muchos los momentos de discusión junto a él, donde me ha hecho ver diferentes puntos de vista para abordar un mismo problema. Agradecerle que cada una de las charlas en su despacho, hacía que saliera de allí con las motivaciones renovadas. Y sobre todo por inculcarme que todo y cada uno de los detalles son importantes, lo que hace que, al final un trabajo sea excelente.

Agradecer a D. Jose Luis Gasent Blesa, por la confianza que ha depositado en mi en todo momento e incluirme dentro del equipo de trabajo del proyecto *Solar Orbiter*, donde he podido conocer de primera mano como se gesta un proyecto aeroespacial.

Agradecer al Prof. Agustín Ferreres y a D. Daniel Osorno Caudet, por todo lo que me han ayudado de forma desinteresada, pero sobre todo, por todas aquellas conversaciones que hemos tenido en el Laboratorio, que sin duda han sido muy provechosas. Tampoco olvidar a mis compañeros de laboratorio: Guillermo Terol Tortosa y Pedro Martínez Mecinas, los buenos ratos de compañerismo no se olvidan y hacen de los momentos frustrantes algo anecdótico.

No debo olvidarme de cada uno de los integrantes del grupo de investigación Laboratorio de Electrónica Industrial e Instrumentación (LEII), por su apoyo y consejos que han sido constantes en cada una de las diferentes fases de la tesis.

No puedo cerrar el apartado de Agradecimientos sin mencionar al Prof. Càndid Reig Escrivà, por su apoyo incondicional, pero sobre todo su dirección durante el disfrute de la beca de colaboración de la que fui beneficiario, que me permitió descubrir el mundo de la investigación que existe en la Universidad. Esto me ha motivado a elegir este camino y así mejore tanto académicamente como personalmente.

Debo de resaltar el apoyo total de mi esposa Esther Domínguez y de mi hijo Guillem Gilabert. Agradecerles los gestos de apoyo en los momentos decisivos.

Y sin duda, gracias a mis padres: Arturo y Mari, por enseñarme y educarme en el esfuerzo y en la constancia.

Por todo esto y más, os doy las gracias. Sin duda esta Tesis es fruto de vuestro esfuerzo.

Resumen

El presente estudio aborda el tema del inductor acoplado, elemento magnético que se emplea sobre todo en los convertidores de potencia PWM. Entendemos por inductor acoplado, un elemento magnético donde se concentran (acoplan), por ejemplo, todas las inductancias de salida de un mismo convertidor multisalida. Para un convertidor con múltiples salidas de topología tipo Buck, el inductor acoplado estaría constituido por cada una de las inductancias que forman parte del filtro de salida, todas ellas arrolladas sobre un mismo núcleo magnético.

Este estudio surge ante la necesidad de utilizar un inductor acoplado con siete bobinados, donde su alta complejidad hace que los métodos de diseño y caracterización existentes no sean precisos o incluso fallen.

La tesis se puede dividir en dos bloques. El primero, consiste en el análisis de los métodos de caracterización ya existentes, finalizando el estudio con una propuesta de método de caracterización que permite medir la matriz de inductancia, matriz constituida por inductancias propias y mutuas, para inductores acoplados complejos.

Teniendo en cuenta que la matriz de acoplamiento se relaciona directamente con la de inductancias, como se mostrará más adelante, los problemas detectados en los métodos clásicos, es que daban como resultado, por ejemplo, una matriz con valores de acoplamiento mayores a la unidad, siendo el valor máximo e ideal igual a 1. Además, una matriz se habrá medido correctamente, si es semidefinida positiva (SPD), lo que significa que todos sus valores propios son reales y positivos. Bajo esta condición la matriz representa un elemento físico real.

La propuesta del método de caracterización es analizado de forma experimental y comparado con un segundo método de medida, serie y oposición. La parte experimental avala la teórica, y además ha permitido establecer los límites del nuevo método propuesto. Fuera de estos límites el error es demasiado grande.

La segunda parte de la tesis se centra en el propio estudio del inductor acoplado. Nuevamente, la bibliografía no facilita herramientas para poder conocer tanto el comportamiento del inductor acoplado, como criterios claros de diseño independientes de la aplicación. El estudio propone un modelo matemático que describe todos los fenómenos descritos en muchos de los artículos que se encuentran en la literatura técnica, como por ejemplo: rizados invertidos, cambios de pendiente de forma brusca, rizados de corriente mayores, menores o incluso cero.

Se demuestra que un inductor acoplado de forma ideal posee unas inductancias

equivalentes que tienden a ser m veces más grandes que la inductancia sin acoplar, siendo m el número de bobinados. Esto significa que el rizado de corriente se verá reducido m veces. Pero el modelo no explica la existencia del rizado de corriente igual a cero como demuestran algunos estudios y pruebas experimentales. Ampliando el estudio se ha podido demostrar que esto sucede si y solo si el inductor acoplado se encuentra desbalanceado. En ese caso aparece una divergencia en el valor de la inductancia que hacen que la inductancia equivalente tienda a infinito.

Gracias al modelo matemático se han podido establecer criterios de diseño con el fin de optimizar el inductor acoplado en masa y volumen. Las verificaciones experimentales ratifican la teoría propuesta, haciendo de las expresiones matemáticas, herramientas para poder conocer previamente los valores de inductancias equivalentes que aparecerán en el circuito, permitiendo así optimizar el diseño cumpliendo las características técnicas deseadas.

Con todo ello, el presente estudio presenta una serie de recomendaciones para obtener el diseño óptimo de un inductor acoplado, controlar los rizados de corriente y establecer un rizado de corriente próximo a cero en todas menos en una de las salidas.

El método de diseño propuesto ha sido verificado de forma experimental. Como ventajas adicionales, el nuevo método de diseño además reduce tanto la masa como el volumen del inductor acoplado comparado con inductancias desacopladas. Estos resultados son, sin duda, interesante en el desarrollo de proyectos aeroespaciales, donde siempre se busca reducir ambas magnitudes.

La tesis finaliza respondiendo las cuestiones planteadas y alcanzando los objetivos fijados. Pero es evidente que a lo largo del estudio han surgido nuevas preguntas que serán el punto de partida de futuras investigaciones.

Nunca consideres el estudio como una obligación, sino como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber.

Albert Einstein.



VNIVERSITAT
DE VALÈNCIA

UNIVERSITAT DE VALÈNCIA
DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELECTRÒNICA

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.1.1. Descripción del módulo de conversión de potencia	4
1.1.2. Fundamentos matemáticos del InAc	10
1.2. Introducción a los Inductores acoplados múltiples	13
1.3. Motivación y Objetivos	24
2. Caracterización de elementos inductivos complejos.	25
2.1. Introducción	25
2.1.1. Método por Cortocircuito (SO)	26
2.1.2. Método por relación entre tensiones y corrientes (método xVI)	27
2.1.3. Medidas de inductancias en serie suma y en serie oposición (método DiC)	33
2.1.4. Precisión del Método DiC	35
2.2. Otra metodología	38
2.2.1. Metodología por Resonancia (método RE)	39
2.2.2. Fundamentos matemáticos.	40
2.2.3. Estudio del comportamiento ideal del InAc	41
2.2.4. Precisión del método de RE	42
2.2.5. Normalización de la expresión de la impedancia	44
2.2.6. Influencia resistiva en el método RE.	45
2.2.7. Selección del condensador	50
2.3. Estudio de Elementos Finitos	52
2.4. Validación Experimental	53
2.4.1. Cinco bobinados con núcleo de polvo de hierro	53
2.4.2. InAc con 7 Inductancias sobre un núcleo de MPP	57
2.4.3. Prototipo con 3 inductancias sobre un núcleo laminado de hie- rro de tipo E.	60
2.5. Aplicabilidad y conclusiones	61
2.6. Publicaciones	63

3. Análisis del comportamiento de Inductores Acoplados	65
3.1. Introducción	65
3.1.1. Inductancia Equivalente de cada bobinado en un InAc.	66
3.1.2. Estudio del InAc de forma desbalanceada	69
3.1.3. Aproximación de la Inductancia equivalente para un mismo va- lor de acoplamiento	72
3.2. Ejemplo con tres Inductancias	75
3.2.1. Caso A: Caso Ideal	75
3.2.2. Caso B: Estudio del InAc desbalanceado, $\Delta_{qr} \neq 1$	76
3.3. Resultados Experimentales	78
3.3.1. Caso B	85
3.3.2. Caso C	87
3.3.3. Conclusión	92
3.4. Publicaciones	94
4. Diseño de Inductores acoplados	95
4.1. Introducción	95
4.2. Metodología de diseño de un InAc	98
4.2.1. Diseño del InAc en la zona lineal.	100
4.2.2. Diseño del InAc para un rizado de corriente cero	101
4.3. Diseño genérico de un InAc	106
4.4. Apartado Experimental	107
4.4.1. Test <i>A</i>	108
4.4.2. Test <i>B</i>	115
4.5. Conclusiones	122
4.6. Publicaciones	123
5. Conclusiones y futuras líneas de Estudio	125
5.1. Conclusiones generales	125
5.2. Estudios Futuros.	130
A.	133

Capítulo 1

Introducción

El diseño y montaje de proyectos electrónicos requiere una buena organización y sumo cuidado en su elaboración dada la complejidad de los sistemas. Si además se trata de un proyecto electrónico aeroespacial la dificultad y exigencia, a nivel tecnológico, aún es mayor.

Dentro de los proyectos aeroespaciales se debe tener en cuenta tanto la masa como el volumen, siendo estas dos magnitudes críticas. La masa es el parámetro que más encarece las misiones por el coste del lanzamiento, ya que hay una relación directa entre la masa y el combustible necesario para poner en órbita un satélite.

Un efecto directo de trabajar con estos niveles de dificultad es que se está en la frontera del conocimiento y hay muchas dudas y preguntas que necesitan respuesta.

1.1. Antecedentes

El presente estudio se centra en ampliar los conocimientos sobre múltiples inducciones bobinadas sobre un mismo núcleo magnético. Este elemento suele ser ampliamente utilizado en convertidores DC-DC de potencia. La necesidad de ampliar el conocimiento sobre este componente surge a partir del diseño de una fuente de alimentación personalizada que formará parte de una misión espacial, donde el objetivo científico es estudiar el sol. Todos los equipos necesarios para realizar los experimentos irán alojados dentro de un satélite llamado *Solar Orbiter*. El proyecto se inició en 2004 y finalizará tras su lanzamiento el próximo mes de febrero de 2020 desde cabo Cañaveral (Florida, EE.UU.).

Solar orbiter es una misión del programa espacial de la ESA (European Space Agency, nombre en inglés de la Agencia Espacial Europea) [1]. En los últimos 20 años se han llevado a cabo múltiples esfuerzos internacionales para comprender el funcionamiento del sol y la heliosfera. La heliosfera es la región espacial que se encuentra bajo el efecto de los vientos solares y su campo magnético, extendiéndose más allá de la órbita de Plutón.

En el año 2000 el comité del programa científico (SPC) de la ESA inició los estudios de viabilidad técnica de la misión *Solar Orbiter* y en 2004 este comité científico confirmó *Solar Orbiter* como misión dentro del programa Horizon 2000+ con una dotación financiera de 300 millones de euros. La misión *Solar Orbiter* forma parte del programa de ciencia cósmica que intenta responder preguntas científicas sobre nuestro sistema solar.

La misión consiste en construir un satélite que se posicionará a una distancia de 0.22 au (Unidades Astronómicas) con una inclinación de 35° con respecto al ecuador del sol. Este punto tan privilegiado permitirá realizar estudios del comportamiento del sol de cerca, examinar su superficie y su interior. Esta inclinación durante algunas fases de la misión, que equivalen a orbitar fuera de la eclíptica, permitirá estudiar los casquetes polares del sol empleando instrumentos de teledetección y proporcionando imágenes de alta calidad de los mismos. Esto será un hito en las misiones espaciales, ya que no se había realizado en ninguna misión anterior.

La misión busca responder a la pregunta científica transcendental: *¿Cómo funciona el Sistema Solar?*

Para ello, se busca identificar los orígenes y causas de los vientos solares, el campo magnético heliosférico y las partículas energéticas. Esto hace que los objetivos científicos de alto nivel de *Solar Orbiter* sean:

- Determinar las propiedades dinámicas e interacciones de plasma, campos y partículas del sol en un punto cercano de la heliosfera.
- Investigar los vínculos entre la superficie solar, la corona y el interior de la heliosfera.
- Explorar en todas las latitudes la energía y la dinámica de la magnetización de la atmósfera del sol.
- Medir y observar el campo, los flujos y las ondas sísmicas a altas latitudes del sol.

El problema que se encuentran los científicos es que toda esta información se pierde tras recorrer una distancia de 1 au ($\sim 150 \times 10^6$ km) hasta la tierra, y por ello el gran interés de llevar a cabo esta misión.

Con el fin de alcanzar los objetivos de la misión, el satélite transporta diferentes instrumentos y cada uno de ellos llevará a cabo múltiples experimentos. En la Fig. 1.1 se muestra la disposición de cada uno de los instrumentos a bordo del satélite *Solar Orbiter*.

Entre los diferentes instrumentos que alberga el satélite, solo nos vamos a centrar en uno de ellos, PHI (de las siglas en inglés *Polarimetric and Helioseismic Imager*), localizado dentro de su carcasa en la parte inferior de *Solar Orbiter*. (ver Fig. 1.1), En [2] y [3] hay más información sobre objetivos científicos de PHI y de la misión en general.

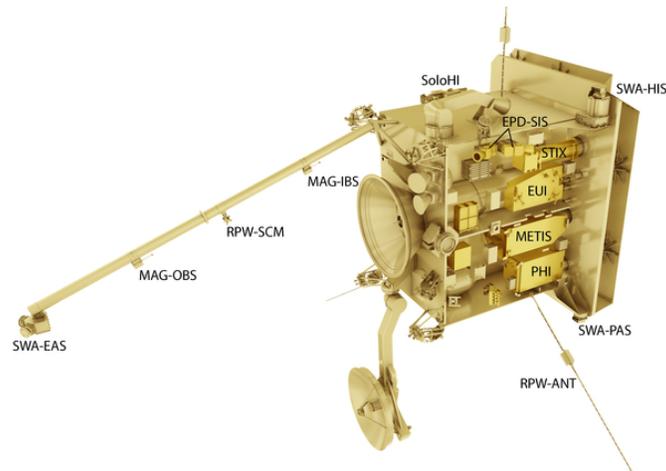


Figura 1.1: Satélite *Solar Orbiter*, en el que se muestra la disposición de las diferentes instrumentos (cargas útiles) dentro del satélite. En la parte de abajo se destaca PHI, instrumento en el que ha participado el grupo de investigación LEII, de la Universidad de Valencia. Esta imagen ha sido cedida por la página web oficial de ESA.

El diseño, montaje e integración del instrumento PHI ha corrido a cargo de un consorcio internacional, liderado por el *Max-Planck Institut für Sonnensystemforschung* y siendo España el segundo país de mayor contribución al instrumento. Además han participado Francia, y en menor medida, Noruega y Australia. En la Fig. 1.2 se muestra el logotipo del instrumento y los diferentes grupos que han participado en su desarrollo. Entre todos ellos destacamos la Universidad de Valencia.

El objetivo del instrumento PHI es proporcionar mediciones de alta resolución, mapas del vector magnético fotosférico y la velocidad de la línea de visión (LoS) en la fotosfera solar. De esta manera sondearán las capas más profundas del Sol.



Figura 1.2: Logotipo del instrumento PHI perteneciente a la misión *Solar Orbiter*, junto con los grupos de investigación vinculadas a él. Destacamos GACE, grupo de investigación que pertenece a la Universidad de Valencia.

Con sus mediciones se intentará esclarecer el funcionamiento del sistema solar, intentando responder, además de las preguntas generales, a:

- ¿Cuáles son los orígenes de las corrientes de los vientos solares y el campo magnético heliosférico?

- ¿Cuáles son las fuentes, los mecanismos de aceleración y los proceso de transporte de la energía solar?
- ¿Cómo evolucionan las eyecciones de masa coronal en la heliosfera interna?

Para llegar a responder a todas las preguntas, el instrumento PHI está dividido en siete diferentes subsistemas para realizar su ciencia. Todos estos subsistemas son alimentados a través de una fuente de alimentación que suministra las tensiones adecuadas a las especificaciones eléctricas dadas para cada uno de los subsistemas. La fuente de alimentación toma la potencia necesaria del bus general del satélite de 28 V.

Dentro de esta misión la Universidad de Valencia asume la responsabilidad de realizar el diseño, implementación y test de la fuente de alimentación para alimentar los diferentes subsistemas de PHI.

El diseño de esta fuente representa un reto para el equipo de investigación donde las especificaciones de la fuente de alimentación tanto a nivel eléctrico como físico, son muy exigentes. No olvidemos que la masa y el volumen son controladas muy rigurosamente en proyectos aeroespaciales, por dos razones, la optimización del espacio útil disponible es limitado y la relación directa que existe entre la masa y el combustible necesario para poner en órbita un satélite y por tanto su coste.

En ocasiones, cuando se abordan proyectos con altos niveles de exigencia aparecen dudas o comportamientos desconocidos que la literatura técnica no es capaz de responder. Esto hace que se apliquen soluciones basadas en la experiencia, pero que no siempre son las soluciones óptimas.

1.1.1. Descripción del módulo de conversión de potencia

La Universidad de Valencia es la encargada de diseñar, implementar y testear el módulo de conversión de potencia (PCM), que suministra la potencia necesaria a los diferentes subsistemas de PHI.

Una de las singularidades que presenta el PCM no es su potencia, si no, su gran número de salidas, siendo este de siete. La complejidad del proyecto ha favorecido la realización de diferentes estudios cuyos resultados se han presentado en congresos tanto nacionales como internacionales, [4–10]. Estos artículos aportan diferentes estudios del PCM de PHI, donde en ellos se estudia el proceso de diseño del PCM, pérdidas, rendimientos, soluciones particulares en base a la experiencia de sistemas con múltiples salidas o propuesta de un modelo circuital para un PCM con múltiples salidas y todo ello dentro del marco de un entorno hostil como puede ser el espacio.

[8] es un estudio donde se proponen consejos, basados en la experiencia, para el diseño del inductor acoplado con múltiples bobinados, utilizado como filtro de salida. Además, se realiza un estudio de la función de transferencia y cómo afecta a la regulación cruzada entre las diferentes salidas. Uno de los estudios más interesantes es [11], donde se estudia la estabilidad del lazo de realimentación del PCM, donde

se confirma tanto analíticamente como experimentalmente que la respuesta del sistema es más rápida con un inductor acoplado que con inductancias independientes. Igualmente, se presenta un modelo circuital del PCM propuesto para PHI en [10], aportando simulaciones en LT-SPICE para verificar tanto el diseño como su correcto funcionamiento.

La fuente ha presentado un reto para la Universidad de Valencia, tanto por su complejidad como las exigencias técnicas requeridas por el proyecto espacial. El PCM tiene siete salidas aisladas galvánicamente, y además tiene dos salidas adicionales a tensión de bus. Estas dos salidas adicionales pasan a través del PCM para ser filtradas y sensadas.

Como especificaciones técnicas, tenemos que la potencia máxima esperada para el PCM es de 35 W con una eficiencia del 70 %. Su peso no debe superar los 700 g con unas dimensiones máximas de $195 \times 195 \text{ mm}$. La frecuencia de trabajo tanto del transformador como del inductor acoplado es de 250 kHz. Además, los niveles máximos de emisiones electromagnéticas (*EM*) son muy estrictos (p.ej. un campo eléctrico radiado máximo de $\sim 0 \text{ dB } \mu\text{V}/\text{m}$ hasta una frecuencia de 50 MHz). Estos niveles tan estrictos de emisiones electromagnéticas son debidos a la gran sensibilidad de los sensores de los otros instrumentos que también están a bordo del satélite.

La conmutación de los MOSFETs generan flancos de conmutación de corriente de alta pendiente, es decir, altos $\frac{di}{dt}$ que tras su paso por los elementos magnéticos (principalmente por el transformador) generan ruido EM. Esto hace muy difícil cumplir con las altas exigencias establecidas por la ESA. Las soluciones tomadas para reducir el ruido EM fueron: cubrir los principales magnéticos y dispositivos activos mediante una cubierta de aluminio a modo de jaula de Faraday, reducir la pendiente de los flancos de conmutación y por último cambiar la conexión a masa por un plano de masa distribuida con conexión multipunto. Todas estas medidas permitieron pasar los estrictos niveles de EMC impuestos.

Para el PCM se optó por una topología tipo Push-Pull con una frecuencia de conmutación de 125 kHz. En la Fig. 1.3 se muestra un esquema básico de su estructura. Se seleccionó esta topología, por la facilidad de disparo de los transistores, su menor frecuencia de conmutación, menores pérdidas en el diodo rectificador de media onda y buena estabilidad, debido a su comportamiento tipo Buck.

Además, esta topología permite un aislamiento galvánico entre primario y las diferentes salidas.

El proyecto ha tenido diferentes fases, como todos los proyectos espaciales, hasta llegar al prototipo definitivo. En las figuras 1.4 y 1.5 se muestra el prototipo de vuelo (FM). Entre las dos capas, top y bottom, hay distribuidos 1 500 componentes.

En la Fig. 1.4 se muestra en la esquina inferior derecha el transformador y el inductor acoplado (de ahora en adelante, InAc), siendo el transformador el de mayor tamaño y más cercano al borde inferior. Entre los dos componentes magnéticos se destaca el InAc, ya que es este componente el motivo de esta tesis, por su complejidad y el comportamiento de los rizados de corriente que no se ajustan a los valores

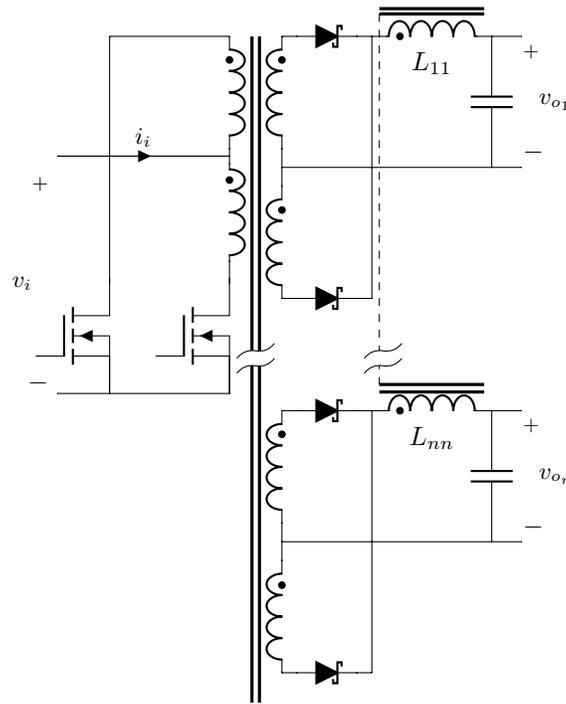


Figura 1.3: Esquema de un convertidor Push-Pull simplificado, donde se representa en trazo discontinuo el inductor acoplado. Todas las inductancias del filtro de salida se encuentran bobinadas sobre un mismo núcleo toroidal.

esperados.

Con el fin de obtener una visión global del PCM se muestra en la Fig. 1.6 un diagrama de bloques. De la entrada destacamos los filtros, necesarios para evitar perturbar los niveles de tensión de bus, y en la salida destacamos la gran cantidad de *Switches*, que permiten activar o desactivar las salidas de forma individual. Además, como ya se ha mencionado, se pueden observar las 7 tensiones de salida. Estas tensiones son: 3.3 V, 7 V, -7 V, 14 V, -14 V, 60 V y 14.2 V siendo esta última la tensión de alimentación auxiliar para primario del PCM.

El PCM posee un complejo sistema para distribuir la potencia para cada una de las cargas, y además posee sensores tanto de tensión como de corriente para detectar comportamientos anómalos en cada una de las salidas. Este sistema permite habilitar o deshabilitar las salidas de forma individual a través de los switches, y de esta forma el ordenador del instrumento controla la alimentación de cada uno de los subsistemas y además se puede anular cualquier salida en el caso de que su funcionamiento sea erróneo.

No solo hay un control de las salidas, si no además, se mide la tensión del bus de entrada. Los instrumentos utilizados en cada uno de los subsistemas son sensibles a sobretensiones y subtensión. Esto hace que el PCM pueda desconectarse para protegerse ante tensiones de alimentación fuera de su rango de funcionamiento.

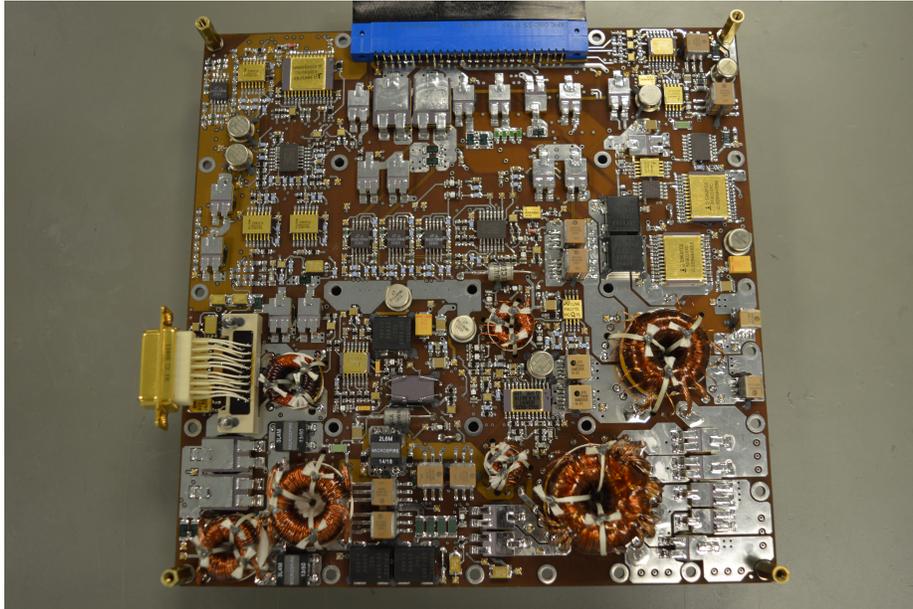


Figura 1.4: Prototipo FM del PCM de PHI. Se muestra la parte superior de la placa. En la esquina derecha inferior de la imagen se encuentra el transformador y el inductor acoplado, este en la parte de arriba del transformador.

El lazo de realimentación solo controla el nivel de tensión de la salida de 3.3 V, como se puede observar en el diagrama de bloques de la Fig. 1.6. Esto es debido a que esta salida es la de mayor potencia, y además es la salida que se encarga de alimentar el ordenador del instrumento y requiere una regulación muy precisa. La gran mayoría de las restantes salidas utilizan un post-regulador, con el fin de regular sus niveles de tensión y corregir las desviaciones producidas por la regulación cruzada.

En la Fig. 1.7 se muestra el *Set-Up* realizado en el laboratorio para comprobar el correcto funcionamiento y el cumplimiento de todos los requisitos establecidos en el proyecto espacial de SO/PHI para el PCM.

Con objeto de minimizar masa, volumen y optimizar el espacio en placa, se decidió que las siete inductancias de cada una de las salidas se bobinasen sobre un mismo núcleo toroidal. Un beneficio adicional que se tiene por el hecho de emplear un InAc, ya mencionado anteriormente en [11], es la mejora en estabilidad. Además en [12] se realiza un estudio con mayor detalle de la estabilidad del InAc aplicado a un convertidor tipo *Ćuk*, donde se calculan los ceros y polos del lazo de control y se compara con un sistema con inductancias desacopladas, concluyendo que el InAc incrementa los márgenes de estabilidad.

La complejidad del PCM obligaba a disponer de un modelo circuital para realizar simulaciones. En esta memoria se emplea el software LT-SPICE. Esto obliga a que se deban caracterizar todos los elementos magnéticos del PCM con la mayor precisión posible, con el fin de obtener simulaciones lo más ajustadas a la realidad. Concreta-

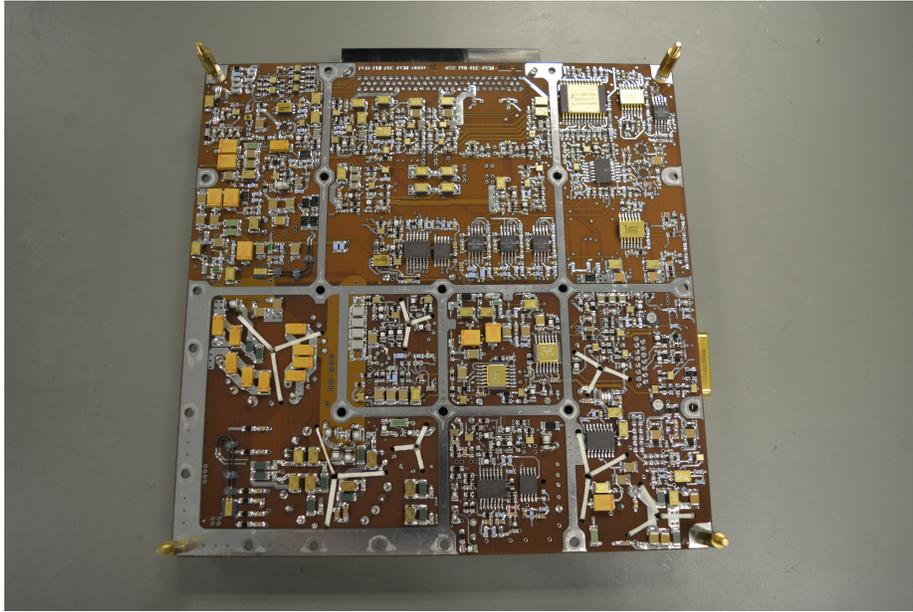


Figura 1.5: Prototipo FM del PCM de PHI. Se muestra la parte inferior de la PCM. El número total de componentes, entre las dos caras, es de 1 500.

mente, los dos elementos magnéticos más críticos en el PCM son: el transformador y el inductor acoplado. Para este último, es de interés su análisis por su gran número de inductancias. Cabe resaltar que LT-SPICE utiliza un modelo circuital de Inductancias acopladas, que requiere que se indique el valor del acoplo entre cada pareja de inductancias. En base a lo que expone en [13], (la cita se desarrollará con detalle más adelante), la matriz de acoplamiento o la matriz de inductancias, debe ser semidefinida positiva (a partir de ahora: SPD). En caso contrario, de no cumplirse esta condición, el software LT-SPICE, aborta la simulación indicando que la matriz introducida no corresponde a un elemento magnético físicamente realizable.

El método de caracterización debe garantizar que la matriz de inductancias o de acoplos sea SPD, pero, obtener una matriz que lo cumpla de forma directa no es fácil (ver apéndice A). Esto ha obligado a desarrollar una nueva técnica de caracterización para los InAc. Esta es una de las aportaciones de la tesis.

Por otro lado, durante las campañas de test del PCM, se observó que los rizados de corriente de cada una de las siete salidas del InAc no eran los esperados, siendo notablemente menores. Esto repercutió en el detector de corriente de pico para el control del lazo de realimentación del PCM. La solución que se tomó es la de reducir los valores de las inductancias con el fin de aumentar el rizado. Pero esta solución se tomó en base a los resultados experimentales y en base de la propia experiencia del diseñador. Tras un estudio bibliográfico en profundidad, se pudo ver que no existe un método de diseño para el InAc y que explique este comportamiento y de que factores depende. Además, los consejos o pautas encontradas no aportan soluciones

1.1. Antecedentes

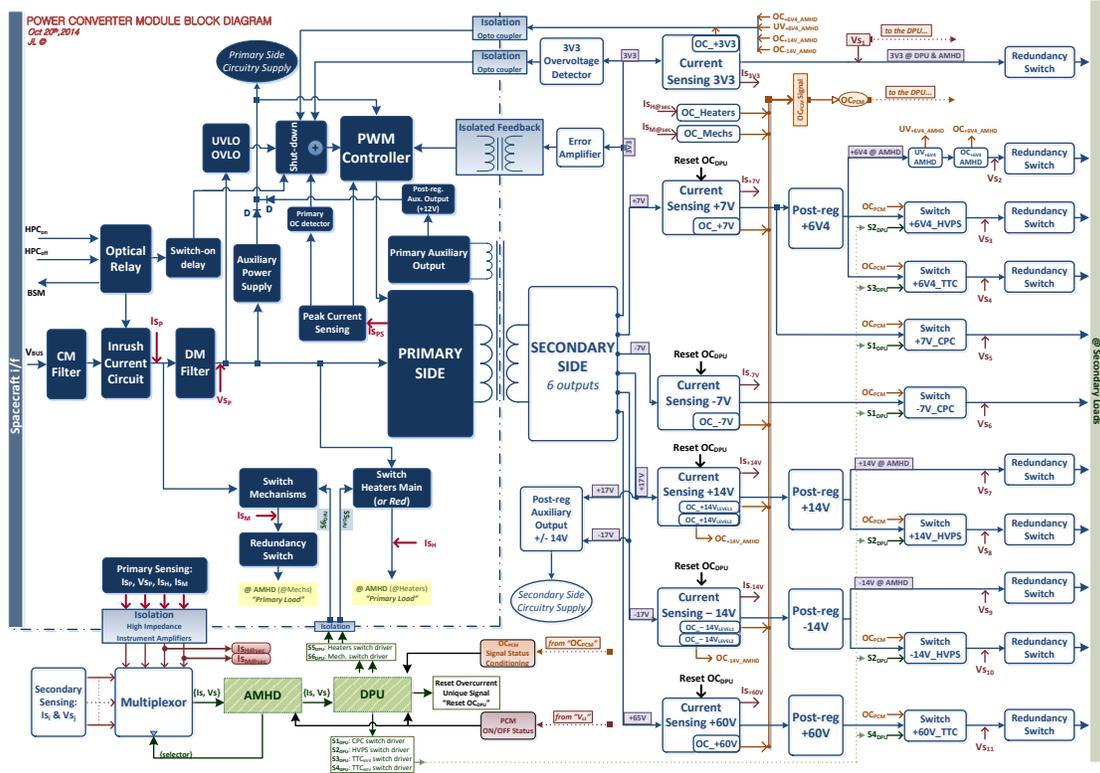


Figura 1.6: Diagrama de bloque del PCM que alimenta el instrumento PHI de la misión espacial *Solar Orbiter*.

extrapolables de forma directa al InAc que nos compete, un InAc con siete inductancias bobinadas sobre un núcleo toroidal. Básicamente los diseños encontrados están optimizados para solo dos o tres inductancias como máximo.

Por lo tanto, todo esto dio pie a iniciar un estudio detallado del InAc, partiendo de un análisis del estado del arte, donde se comprobó que artículos existentes no aportan un método de diseño o estudios detallados para un InAc de forma genérica. Los estudios encontrados se centran en aplicaciones muy concretas y donde, por ejemplo, los valores de las inductancias que forman el elemento magnético son del mismo orden de magnitud. Esto hace que haya un vacío respecto a lo que engloba al diseño del InAc con múltiples inductancias y con valores muy diferentes entre ellos, esta ausencia es el segundo tema importante que se abordará en esta memoria. El estudio se centrará especialmente en un InAc, donde el elemento magnético puede tomar cualquier valor de inductancia y/o de acoplamiento. Esto permitirá ampliar los conocimientos sobre InAc y entender de qué dependen los rizados y como influyen en los demás bobinados. Este conocimiento permitirá aportar posibles propuestas de diseño.

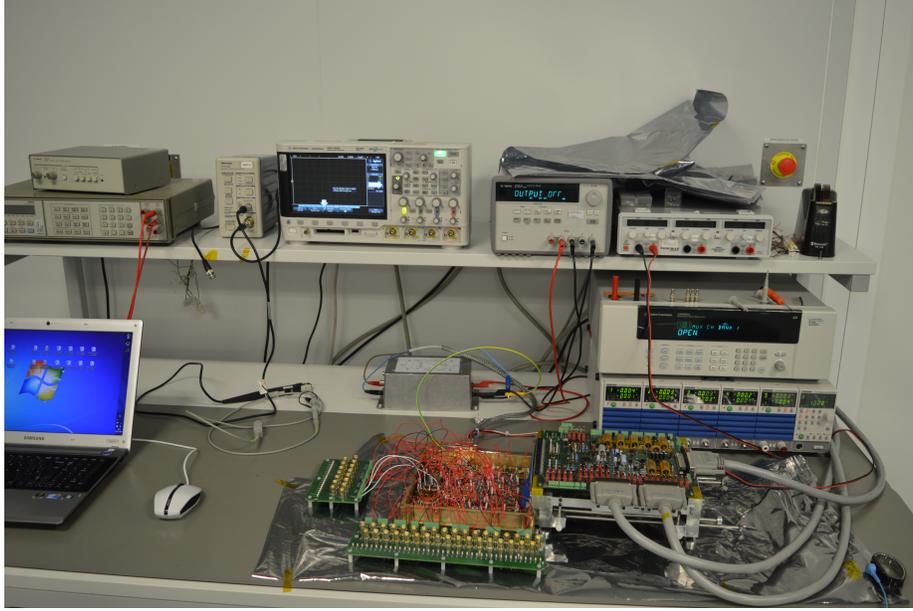


Figura 1.7: *Set-Up* del prototipo FM del PCM para comprobar su correcto funcionamiento.

1.1.2. Fundamentos matemáticos del InAc

Con el fin de facilitar la comprensión tanto del estudio realizado a lo largo de la presente memoria como los términos que se utilizan en la parte de análisis en la literatura técnica, se van explicar los conceptos matemáticos en los que se basa el InAc.

Se ha tomado el modelo matemático de la matriz de inductancias para el estudio del InAc. La matriz de inductancias para m bobinados acoplados se define como, (1.1), donde m es el número de bobinados que se encuentran en un mismo InAc:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1m} \\ L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{m1} & L_{m2} & \cdots & L_{mm} \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Donde se representa en su diagonal principal las inductancias propias, (L_{mm}), y las restantes inductancias se denominan inductancias mutuas. En base al estudio de [13], afirma que una matriz se encuentra correctamente caracterizada cuando esta es simétrica y SPD, ya que no es condición suficiente que los valores de acoplamiento entre pares de inductancias sean inferior a la unidad $k \leq 1$. En seguida se mostrará la relación entre la matriz de inductancias y la matriz de acoplamientos.

Caracterizar un elemento magnético con varios bobinados acoplados entre si, consiste en obtener su matriz de inductancias o de acoplamiento, siendo ésta SPD de

forma directa. Esto permitirá realizar simulaciones u obtener parámetros necesarios para incorporarlos en modelos circuitales como por ejemplo en el modelo Cantilever [14].

La matriz de acoplamientos se puede definir como la matriz normalizada de la matriz de inductancias. Donde, la relación que existe entre ellas se puede expresar a través de un producto matricial (ver [13]) como:

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_d \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{L}_d \quad (1.2)$$

Donde \mathbf{L}_d es una matriz diagonal definida como,

$$\mathbf{L}_d = \begin{cases} \sqrt{L_{qq}}, & \text{if } q = r \\ 0, & \text{if } q \neq r \end{cases} \quad (1.3)$$

Los subíndices son definidos como: $1 \leq q, r \leq m$.

La matriz de acoplamiento es \mathbf{k} y es además la matriz normalizada de \mathbf{L} . Tenemos que si \mathbf{k} es simétrica y SPD, esto implica que la matriz de inductancias también lo es. Al igual que la matriz de inductancias, \mathbf{k} se representa como:

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} 1 & k_{12} & \cdots & k_{1m} \\ k_{21} & 1 & \cdots & k_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{m1} & k_{m2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

Donde en la diagonal principal de \mathbf{k} toma el valor de 1 y los restante valores son definidos como los valores de acoplamiento entre los diferentes bobinados. El rango de valores está comprendido entre: $k_{rq} \in [-1, 1]$, entendiendo que los valores negativos aparecen cuando los puntos entre los pares de inductancias son opuestos (cambio de fase).

Por lo tanto, a partir de (1.2) se puede llegar a la siguiente, ya conocida, expresión, que relaciona matemáticamente los valores de inductancias propias y mutuas y su valor de acoplamiento ($1 \leq q, r \leq m$), donde m , como ya se ha mencionado, es el número de bobinados.

$$k_{qr} = \frac{L_{qr}}{\sqrt{L_{qq}L_{rr}}} \quad (1.5)$$

En [13] se demuestra que para que una matriz este correctamente caracterizada y por lo tanto, represente un elemento físico real, esta debe ser SPD. Una forma de saber si la matriz cumple con el criterio SPD es calculando sus valores propios, ya que estos deben ser todos reales y positivos. Recordemos que los valores propios se definen como las soluciones del polinomio de la siguiente ecuación:

$$p(x) = |\mathbf{L} - x\mathbf{I}| \quad (1.6)$$

Donde \mathbf{L} , es matriz de inductancias o en el caso de analizar en base a la matriz de acoplamiento sería \mathbf{k} , e \mathbf{I} , es la matriz de identidad.

Basándose en un sistema de m bobinados, como se muestra en la Fig. 1.8 y aplicando la ley de Ohm, se puede llegar a deducir una expresión general que relaciona corrientes y tensiones entre los diferentes bobinados, como se muestra en (1.7).

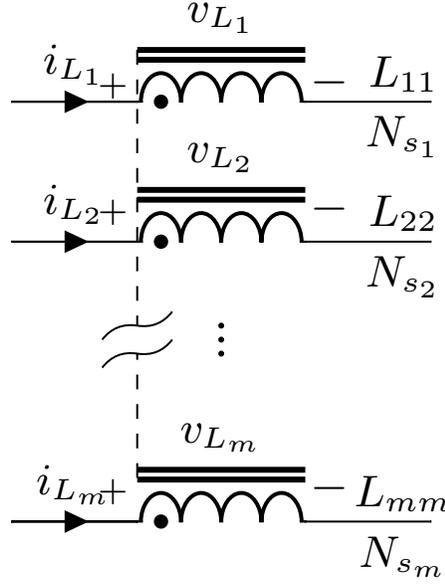


Figura 1.8: Inductor acoplado con m bobinados. Siendo $(L_{11}...L_{mm})$ las inductancias propias, $(N_{s_1}...N_{s_m})$ el número de vueltas, $(v_{L_1}...v_{L_m})$ y $(i_{L_1}...i_{L_m})$ tensión y corriente en cada uno de los bobinados respectivamente. Donde todas las inductancias se encuentran bobinadas sobre un mismo núcleo.

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} & L_{n2} & \cdots & L_{nn} \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

(1.7) permite un análisis general para un sistema de $m \times m$ inductancias acopladas. Esta expresión es empleada a lo largo de la presente memoria y es la base fundamental del análisis matemático en los posteriores capítulos.

En base a las señales PWM aplicadas entre las inductancias dentro del periodo t_{on} , siendo este constante, se puede medir la inductancia equivalente de forma experimental como (1.8), y recordemos que la pendiente de la corriente viene fijado por su valor.

$$L = \frac{\Delta t}{\Delta i_L} v_L \quad (1.8)$$

Aplicando (1.8), se puede estimar el valor de las inductancias equivalentes de forma experimental y así poder realizar la comparativa con los valores teóricos, como más adelante se mostrará.

1.2. Introducción a los Inductores acoplados múltiples

Como hemos mencionado anteriormente en la memoria, el estudio se basa en el InAc. El inductor es un componente electrónico pasivo que es utilizado en multitud de convertidores de potencia, sobre todo en fuentes DC-DC conmutados, por ejemplo el convertidor tipo Buck y sus variantes (Forward, Push-Pull,...). El inductor junto con el condensador de salida, forman el filtro de salida de segundo orden. La finalidad de la inductancia, independientemente de la topología, es almacenar la energía en un intervalo de tiempo y transferir esta misma energía hacia la salida en el siguiente intervalo. Uno de los problemas que nos encontramos es que estos elementos, normalmente, son voluminosos e incrementan la masa de las fuentes de alimentación.



Figura 1.9: Dos prototipos diferentes de InAc con siete inductancias con valores inductivos diferentes, donde todas ellas son bobinadas sobre un núcleo toroidal de MPP. Sus valores de acoplamiento son altos y son empleados en prototipos del PCM de SO/PHI.

En la Fig. 1.9 se muestra, como ejemplo, dos InAc diferentes con 7 inductancias bobinadas sobre un núcleo de MPP con geometría toroidal. Estos InAc fueron incluidos en diferentes prototipos del PCM dentro del proyecto PHI, y en particular el InAc de la izquierda se incluyó dentro del prototipo de vuelo (FM, visto en la Fig. 1.4 anterior).

Como ya se ha mencionado, en esta memoria se parte de las condiciones y expresiones de los elementos magnéticos desarrolladas en [13], incluyendo además la condición que define que la matriz de inductancias corresponde a un elemento magnético físicamente realizable. Por desgracia, este artículo no analiza los inductores acoplados, ni da pautas para su diseño.

En la actualidad el inductor acoplado se integra en numerosas aplicaciones como en [15], donde se aplica el InAc a un convertidor Buck-Boost, o en [16] donde es

integrado en un convertidor bidireccional DC-DC o en [17], donde el InAc forma parte de un convertidor tipo Boost con conmutación suave. Todos ellos son comparados con sus homólogos con inductancias independientes y en todos ellos se resalta el incremento de la eficiencia del convertidor ($\approx 96\%$) e incluso la reducción tanto en volumen como en coste del elemento magnético. El InAc no solo se aplica en sistemas convencionales si no también en aplicaciones espaciales como en [18–21], donde se benefician de su mejora en rendimiento y del ahorro en masa y volumen. En [22] también se demuestra que el InAc aporta ventajas en el diseño de filtros.

El primer artículo donde aparece el concepto de inductor acoplado es en el convertidor de potencia de *Ćuk* [23–25]. En la Fig. 1.10 se muestra un esquema básico del convertidor de *Ćuk* sin aislamiento galvánico, donde las inductancias L_1 y L_2 son bobinadas sobre un mismo núcleo. Los artículos, todos ellos de los mismos autores, analizan y estudian el comportamiento de una nueva topología *Ćuk*, propuesta junto con un InAc. En el artículo describen los efectos, que miden de forma experimental, y que son la reducción de los niveles de estrés tanto en los transistores como en los diodos. Los niveles de rizado de corriente que obtienen también son menores. El núcleo empleado en todos los estudios es el mismo, siendo un núcleo con geometría en E, donde cada una de las dos inductancias son bobinadas en las ramas más alejadas y con los puntos de los bobinados en oposición. Esto permite reducir la masa del núcleo, gracias a la cancelación de los flujos en la rama central, y por lo tanto, proponen eliminarla, minimizando así la masa y reduciendo las pérdidas. En la estimación del rendimiento demuestran unos mejores resultados, frente a convertidores sin acoplar sus inductancias. Por desgracia, el artículo no se centra demasiado en los inductores acoplados, siendo su análisis superficial.

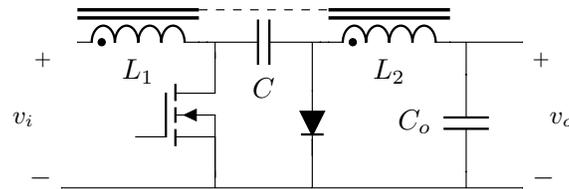


Figura 1.10: Esquema del convertidor *Ćuk*, donde las inductancias L_1 y L_2 se encuentran bobinadas en un mismo núcleo.

Tenemos que resaltar que este artículo es uno de los primeros donde mencionan que el rizado de corriente puede ser igual o próximo a cero, en al menos en una de las salidas. Esta variación de la pendiente de la corriente lo consiguen a través de la variación de la ancho del entrehierro o *gap*.

Un estudio muy consultado, entre los ingenieros y diseñadores, para el análisis de los InAc lo encontramos en [26], siendo este una referencia para empezar a entender los beneficios que puede aportar los InAc. En el artículo se aplica un InAc a un convertidor tipo Buck con múltiples salidas y se describen los inconvenientes y las ventajas que existen, como mejora de la regulación cruzada, reducción de las sobre-

tensiones, las cargas mínimas no son tan críticas y se requiere de una carga menor para pasar a modo discontinuo, y finalmente valores capacitivos en cada una de las salidas más reducidos. Una peculiaridad, frente a las propuestas de otros artículos, recomienda un acoplamiento alto entre los diferentes bobinados. Pero, como se verá tanto analíticamente como experimentalmente, no es una buena propuesta, ya que su comportamiento no es lineal y posiblemente obtengamos resultados no satisfactorios.

Una de las mayores contribuciones que aporta este artículo a la hora de realizar el diseño de un InAc es que se debe de cumplir con la igualdad (1.9), para que el InAc se encuentre balanceado. La relación de vueltas entre bobinados acoplados debe coincidir con la relación entre tensiones aplicadas a los bobinados.

$$\frac{L_a}{L_b} = \left(\frac{v_{L_a}}{v_{L_b}} \right)^2 \quad (1.9)$$

En el caso de existir un transformador para generara la tas diferentes tensiones de salida que debe filtrar el InAc, esto implica que la relación de transformación de cada salida debe coincidir con la relación de vueltas de los bobinados acoplados.

Si esta igualdad no se cumple, como ya veremos más adelante, debido por ejemplo a caídas de tensión, esto provoca un desbalanceamiento en el InAc, haciéndolo trabajar en una zona donde sus efectos podrían no ser los deseados. Estos efectos se aprecian en el comportamiento del rizado de corriente de cada una de las salidas, que se suelen traducir en pendientes elevadas o reducidas (pudiendo llegar al rizado cero) e incluso pendientes invertidas. En el artículo, con el fin de reducir estos efectos, se propone intercalar inductancias en serie para controlar estas caídas y minimizar el error de tensión entre los bobinados. Pero al igual que en los artículos anteriores, todo el desarrollo se realiza en base a resultados experimentales. Esto implica que sea muy difícil aplicar los mismos criterios a un InAc con un número mayor de inductancias.

Uno de los motivos por el que se emplea el InAc y su estudio ha estado vigente hasta ahora es la obtención del rizado de corriente igual a cero. Se pueden encontrar varios artículos en la literatura técnica, donde analizan su comportamiento con la finalidad de proponer diseños. En ellos se incorpora el concepto de inductancias equivalente. Entendemos por inductancia equivalente a la inductancia resultante debido a interacción entre las demás inductancias en un mismo elemento magnético. Su valor no posee correlación de forma directa, con su homóloga desacoplada.

En [27] se propone un estudio desde el modelo matemático de la matriz de inductancias. El objetivo del artículo es dar herramientas para entender su comportamiento y arrojar luz al complejo problema de los inductores acoplados y sus valores equivalentes. En la introducción el autor se hace una serie de preguntas: ¿permite el InAc siempre respuestas más rápidas en cambios de carga respecto a un sistema desacoplado? o ¿existe una condición para optimizar el rendimiento? Estas preguntas lanzadas en 2011 aún se encuentran en el aire, y el autor además añade que no existen ecuaciones matemáticas que relacionen el comportamiento entre los diferentes inductores. Inicialmente el análisis parte de un sistema de 2×2 y posteriormente se extrapo-

la a un sistema para N inductancias. Un aporte notable del artículo es que facilita una expresión aproximada para la obtención del valor de inductancia de dispersión equivalente, reproducido aquí en (1.10).

$$L_{eq} = L \frac{(1+k)[1-(N-1)k]}{1-(N-2)k} \quad (1.10)$$

El problema de la expresión (1.10) es que se encuentra simplificada y solo es válida para un InAc donde todas sus inductancias son iguales. Las preguntas planteadas por los autores del artículo son muy interesantes, pero para poder llegar a responderlas de forma adecuada, previamente se debe de conocer exactamente el funcionamiento del InAc y saber que limitaciones tiene el mismo.

En [28] se analiza el InAc aplicado a un convertidor tipo Buck, con el objetivo de reducir el rizado y buscar una mejor respuesta transitoria. Los autores afirman que minimizar el rizado de corriente es bueno para la eficiencia en sistemas con microprocesadores. Propone desfasar los bobinados 180° , es decir, las inductancias son bobinadas en contrafase. Los autores aportan unas expresiones para estimar los valores de las inductancias equivalentes en función del modo de trabajo para un sistema de tres inductancias acopladas, (1.11), (1.12) y (1.13).

$$L_{eq1} = L \frac{1-k^2}{1+k\frac{D}{1-D}}; \text{ modo 1} \quad (1.11)$$

$$L_{eq2} = L(1+k); \quad \text{modo 2} \quad (1.12)$$

$$L_{eq3} = L \frac{1-k^2}{1+k\frac{1-D}{D}}; \text{ modo 3} \quad (1.13)$$

Donde k es el valor de acoplamiento y D es el ciclo de trabajo.

Como podemos ver, cada ecuación corresponde a un modo de funcionamiento diferente, que viene determinado por el estado (*on-off*) de los *MOSFET*. Los beneficios del InAc que se resaltan en el artículo, son que se minimiza el rizado de corriente, se reducen las pérdidas de conmutación y se consigue una respuesta transitoria más rápida. Este artículo, da como valor añadido, que el valor de las inductancias equivalentes se encuentra relacionado con el estado de los *switches*. Pero un problema que presenta el autor es que excita los *MOSFET* en unos ciclos de trabajo muy determinados y orientados a la aplicación propuesta. Esto hace difícil extrapolarlo a otros convertidores con dinámicas diferentes. Los valores de las inductancias propuestas en el artículo son iguales, lo que simplifica el análisis. Esto plantea dudas ante sistemas con valores inductivos diferentes. En el artículo se facilita en la tabla I el valor de acoplamiento y el ciclo de trabajo óptimo para alcanzar un rizado de corriente igual a cero. Pero una peculiaridad que se observa en ella es que los valores de acoplamiento propuestos son bajos e incluso en el apartado experimental el acoplamiento utilizado es de $k = 0,2$. Se considera que este acoplamiento es demasiado bajo y prácticamente

el InAc se asemeja más a un sistema desacoplado y en consecuencia el aporte de InAc es nulo o prácticamente despreciable.

El trabajo descrito en [29] posee grandes similitudes al trabajo de [28]. La diferencia radica en el tipo de convertidor al que se ha aplicado el InAc y su análisis se amplía al estudiar el comportamiento ante el acoplamiento directo o inverso. El convertidor utilizado es un Boost. En el artículo se describen las expresiones necesarias para obtener un rizado de corriente mínimo en función del ciclo de trabajo. En función de éste, se obtienen unos valores de las inductancias equivalentes, estas expresiones son resumidas en la tabla II. No se muestran las ecuaciones ya que son muy similares a las ya aportadas anteriormente, en (1.11), (1.12) y (1.13), simplemente varía el signo del valor de acoplamiento que se encuentra en el denominador de las expresiones del modo 1 y 3. Este cambio de signo es debido a que los puntos de los bobinados se encuentran en contrafase.

Tras su análisis entendemos que las ecuaciones aportadas son particulares para la aplicación descrita, por lo que no son útiles para otras topologías o para el caso donde el InAc posea un número mayor de inductancias.

Otro análisis del InAc lo encontramos en [30], utilizando un núcleo en *EE*. Una de las aportaciones que se debe de resaltar del artículo es la condición de diseño que se debe de cumplir para obtener un rizado cero en la corriente a través de las inductancias del InAc, siendo esta, (1.14).

$$k_r = \frac{N_1}{N_2} \quad (1.14)$$

Es decir, el acoplamiento debe ser igual a la relación de vueltas entre las inductancias. Pero no especifica si este criterio es aplicable para más de dos bobinados o, incluso si el mismo criterio es válido en otras topologías distintas al convertidor utilizado. q igual que en los casos anteriores, el estudio se encuentra personalizado y los criterios aplicados, por lo que no son válidos para cualquier aplicación. Un problema que no se puede despreciar es que no presenta un estudio analítico del comportamiento del InAc. Por otro lado, sus conclusiones se fundamentan en datos experimentales, lo que dificulta su extrapolación a otras topologías o incluso intentar deducir y modelizar comportamientos del InAc generales.

Pocos son los artículos que se encuentran en la literatura técnica donde se propongan métodos de caracterización, como veremos, existen diferentes propuestas pero no especifican cuales son sus limitaciones y bajo que condiciones se pueden aplicar. Por ejemplo, en [31] realiza un análisis matemático basándose en la matriz de inductancias ya introducida en (1.7) y reforzado a través de simulaciones con Spice del InAc. El autor comenta que el comportamiento del InAc sigue siendo una incógnita. En este mismo artículo, [31], propone un método de caracterización, a través de las relaciones entre tensiones y corrientes. Como veremos en el capítulo 2, donde se detalla el métodos de caracterización, se demuestra que este método falla cuando es aplicado a un InAc complejo con coeficientes de acoplamiento cercanos a la unidad. Un artículo

muy similar es [32], donde se aplica el método de caracterización propuesto en [31]. La diferencia respecto al anterior es que incluye un estudio con modelos de reluctancias en el análisis matemático y los resultados los aplica a modelos circuitales ya existentes (modelo en PI). Como se desarrollará más adelante, estos modelos circuitales propuestos carecen de utilidad para aquellos casos donde se tiene más de 3 bobinados.

Un artículo referente, donde se abordan métodos de caracterización, es [33]. En él se realiza una comparativa entre dos métodos diferentes de caracterización, aplicados a un mismo InAc, siendo estos el de circuito abierto y cortocircuito, método muy empleado para caracterizar transformadores, y a través de la conexión de bobinados de forma serie-suma y serie-oposición. En su conclusión se afirma que el segundo método, (serie-suma y serie-oposición), es más preciso. Este estudio se ampliará en mayor detalle, como ya se ha dicho, en el capítulo 2, y donde se propondrá un método de caracterización para obtener la matriz de inductancias con mayor precisión.

El objetivo principal de caracterizar un InAc es obtener su matriz de inductancias, pero además que estos elementos nos permitan calcular los valores de los componentes que forma parte de los diferentes modelos circuitales. Como por ejemplo, en [14] donde se propone un modelo circuital para inductores acoplados llamado modelo *Cantilever*.

En la siguiente Fig. 1.11 se muestra un ejemplo del modelo circuital *Cantilever* de un InAc de cuatro inductancias. En [14] se afirma que la regulación cruzada depende del nivel de acoplamiento entre los bobinados y la efectividad de las relaciones de vueltas entre ellos, llegando a la misma conclusión que en la expresión (1.9). Estos mismos parámetros afectan al rizado de corriente, donde si la relación se rompe aparecen cambios bruscos en la pendientes.

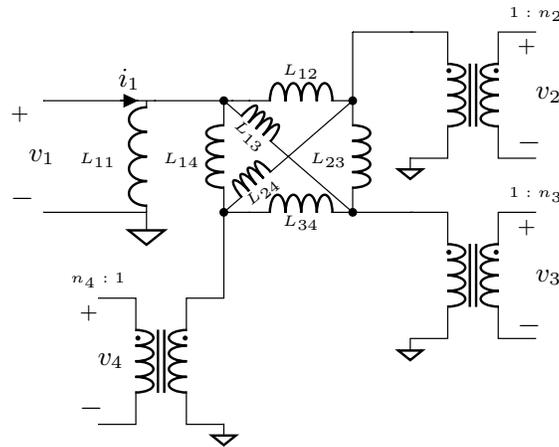


Figura 1.11: Modelo circuital *Cantilever* para 4 inductancias acopladas.

En el artículo, el modelo *Cantilever* es generalizado a m inductancias. Según el autor el número de parámetros que se necesita para tener un modelo *Cantilever* completo esta determinado por la expresión (1.15).

$$parametros_{Cantilever} = \frac{m(m+1)}{2} \quad (1.15)$$

Donde m es el número de bobinados. Esto nos lleva, por ejemplo, a que la el InAc empleado en el PCM de PHI necesite al menos 28 elementos en el modelo circuital ya que $m = 7$, lo que coincide con los elementos de la matriz de inductancias simétrica. Esto dificulta plantear un modelo eléctrico de PHI incluyendo el modelo de *Cantilever* del InAc. Pero independientemente, para obtener los valores de los parámetros que forman parte del modelo, previamente se necesita conocer su matriz de inductancias, es decir, caracterizar el elemento magnético.

Otros modelos más convencionales son descritos en [32] o [34], donde se emplean los modelos en PI y en T, modelos circuitales muy empleados para describir el comportamiento de transformadores. que en este caso representan inductancias acopladas. Por desgracia, estos modelos no son válidos para un número superior a dos inductancias. En [34], su estudio además aporta modelos físicos, aplicando métodos de elementos finitos (FEM). Es evidente que esta forma de aportar datos y resultados es poco útil para diseños generales, ya que no aporta herramientas directas para poder optimizar el diseño, si no solo caracterizar de forma simulada. Además, estas herramientas de simulación no son sencillas de aprender ni es fácil conseguir un modelo fiable que represente el elemento magnético: Por otra parte, las conclusiones a las que llega el artículo son muy interesantes y se deben resaltar. El autor afirma que el rizado cero depende de los valores relativos de las inductancias magnetizantes, de las inductancias de dispersión y de la relación de vueltas entre los diferentes bobinados.

Ya se ha descrito y es obvia la relación entre el InAc, por ser un elemento magnético y el rizado de corriente. Parece or tanto evidente que su diseño debiera ser posible para llevarnos a un rizado de corriente igual a cero. En la bibliografía técnica podemos encontrar diferentes artículos que abordan el fenómeno del rizado cero, como por ejemplo en [35, 36]. Éste fue unos de los primeros análisis del rizado cero aplicando el InAc en un convertidor tipo *Ćuk*. El rizado cero se alcanza a través de la variación del *gap*. Todo el desarrollo se encuentra de forma experimental lo que no aporta una base matemática solida para afianzar los conceptos y poder así extrapolarlo a otras aplicaciones. No obstante, en el artículo se aporta un dato interesante, y es que los rizados de corriente de cada una de las salidas se pueden hacer negativos. Esta variación de la pendiente del rizado de corriente es obtenida a medida que se varía la longitud del entrehierro, esto es sinónimo a decir que, el rizado de corriente está en función del valor de acoplamiento, k_{ij} .

Otro estudio que incluyen el InAc para estudiar el rizado de corriente es [37]. El estudio aplica un InAc a un convertidor interleaved con una topología Buck, donde demuestra que reduciendo el rizado de corriente obtiene mejoras en el rendimiento del convertidor. El artículo proporciona tanto un análisis circuital como simulaciones con Matlab y Spice. Finalmente, en la parte experimental, avala toda la parte teórica. Otro estudio muy similar es [38], donde se particulariza el análisis a un convertido

tipo Boost con solo dos bobinados. Da una expresión muy similar a la ya dada, (1.10). En ambos casos incorporan en el convertidor el InAc y muestra las ventajas de utilizarlo, como reducción en volumen y mejora en eficiencia. Pero por desgracia, ambos estudios no profundizan en el InAc y simplemente es parte de un análisis global del comportamiento del convertidor bajo estudio. La limitación en el número de inductancias junto a la simplificación de las expresiones, como tomar para todos los casos un mismo valor de acoplamiento o valor de inductancia propia hace imposible utilizar el estudio en otro tipo de convertidores. Esto hace que los artículos no amplíen el conocimiento sobre el InAc ya que aparecen muchas lagunas que no contestan estos estudios.

En [39] se aplica el InAc en sistemas donde se integra un microprocesador, siendo éste alimentado con un convertidor DC-DC. En el trabajo se demuestra que aplicando un InAc mejora el tiempo de respuesta en un sistema multifase aplicado a un convertidor tipo Buck, siendo éste mínimo. Tenemos que resaltar que en este caso, el número de inductancias acopladas son cuatro, lo que le da un valor añadido al estudio. El análisis tiene un punto de vista más físico, utilizando modelos de reluctancias. Los autores proponen un acoplamiento alto para obtener un rizado cero, pero esto hace que las expresiones dadas no sean útiles a la hora de aplicarlas y extrapolarlas a otros InAc o convertidores. Otro artículo, [40], también propone un sistema con cuatro inductancias al igual que en el artículo anterior. El convertidor DC-DC con topología tipo Boost diseñado, es aplicado para la carga de baterías de coches eléctricos, tópico actualmente en auge. Se afirma que el empleo del InAc permite una reducción en masa y volumen, ya que pueden reducir el número de vueltas. Su análisis se plantea desde un enfoque físico. El objetivo del estudio es encontrar la disposición óptima de los bobinados con el fin de minimizar las pérdidas e incrementar el rendimiento. Pero, las expresiones obtenidas no hacen fácil su utilización, por lo que no son útiles para deducir e intuir posibles diseños de otros tipos de InAc. Una peculiaridad que aporta el artículo es la novedosa forma de distribuir los bobinados en un mismo núcleo y proponen una geometría que cancela el flujo magnético.

En [41] se plantea un diseño con un InAc empleando un convertidor tipo Buck con una entrada y múltiples salidas. El objetivo del estudio es reducir los rizados de corriente empleando un InAc. Se afirma que el rizado de corriente causa altos niveles de ruido electromagnético (EM) e incluso aumenta las pérdidas en el convertidor afectando al rendimiento, siendo esto no despreciable.

La disposición elegida por los autores para los bobinados es en contrafase. El autor afirma que con esta disposición de desfase de 180° el flujo magnético por el interior del núcleo se reduce o se cancela, permitiendo elegir núcleos más pequeños.

Uno de los problemas que presenta el artículo es que se encuentra optimizado solo para dos inductancias y no intenta generalizar las ecuaciones. En su estudio proporciona expresiones que determinan las inductancias equivalentes y estas son las misma que las ya mostradas en (1.11), (1.12) y (1.13), por lo que, desgraciadamente, los conocimientos sobre el InAc no se amplían.

Debemos resaltar que, en las conclusiones se afirma que el ciclo de trabajo no afecta a la reducción del rizado de corriente. Esto no es del todo cierto, ya que el ciclo de trabajo, o *duty*, afecta a los niveles de tensión entre las inductancias y en consecuencia, estos si afectan al rizado de corriente. Esta afirmación es desarrollada en el capítulo 3.

Artículos más recientes, como [42], analizan el InAc. En este artículo se propone mejorar las prestaciones en los convertidores ZVS, (*Zero Voltage Switching*) o ZCS (*Zero Current Switching*). Uno de los aspectos a resaltar del artículo, es la propuesta de una estructura magnética simétrica, empleando núcleos en EE y EI. Gracias a ello y variando el *gap* entre las diferentes ramas, permite controlar el valor de acoplamiento entre las diferentes inductancias que forman el InAc. Esta aportación es muy interesante para nuestro estudio, ya que como veremos más adelante, poder controlar el valor de acoplamiento permite ajustar los rizados y obtener un rizado de corriente igual a cero en al menos una de los InAc. Todos el estudio es verificado tanto experimentalmente como aplicando simulaciones con elementos finitos (FEM).

El reciente aumento de estudios del InAc está relacionado con encontrar expresiones para minimizar al máximo el rizado de corriente por las salidas del convertidor y así optimizar su rendimiento. Muchos de los artículos como [43, 44] incorporan en sus trabajos el InAc. Ambos estudios buscan el rizado cero para convertidores DC-DC, en el primer caso un convertidor bidireccional tipo Boost y el segundo aplica un Sepic. Los estudios de los rizados de corrientes son interesantes, pero como ha sucedido hasta ahora, el desarrollo matemático está centrado en la aplicación de cada uno de los artículos. En ambos casos, resaltan la mejora de la eficiencia de los convertidores.

Por desgracia pocos son los artículos que intentan diseñar o dar pautas para optimizar un InAc de forma general. El artículo que más se acercan a esta idea de proponer criterios e incluso dar rangos para los valores de las inductancias a diseñar o para los acoplamientos es [45]. El artículo propone el diseño de un InAc para un convertidor tipo Buck-Boost y trabajando en modo continuo. Justifica su estudio en base a la necesidad de que los rizados de corriente deben ser prácticamente cero para convertidores ZVS. El autor resalta las ventajas de emplear un InAc, siendo éstas, como ya hemos visto, la reducción de las pérdidas y el volumen del núcleo. Además menciona que el número de vueltas en las inductancias propias también se ven reducidas. Uno de inconvenientes que aporta el análisis planteado en el artículo es que se dá desde un enfoque físico. Esto implica que algunas de las expresiones no se pueden aplicar de forma directa, ya que se basan en una geometría concreta de su aplicación. Aún así, se debe resaltar la propuesta por parte del autor de una expresión para delimitar la inductancia propia máxima a diseñar, siendo ésta expresada como (1.16).

$$L_{max} = \frac{U_{in} \frac{1-D_{smax}}{1-2D_{smax}} D_{smax} T}{\frac{P}{U_{in}} r_c} \quad (1.16)$$

Donde, P es la potencia nominal, U_{in} es la tensión de entrada, r_c , el rizado de corriente de pico a pico deseado, D_{smax} el ciclo de trabajo máximo y T el periodo.

El estudio que proponen los autores es muy completo. De su análisis resaltamos una de las conclusiones, en la que afirman que bobinar las inductancias en modo común, es decir, que los puntos de las inductancias se encuentren en fase, implica que los rizados son muy reducidos frente al caso de tener bobinados con un desfase de 180° , donde los puntos se encuentran en contrafase. En ese caso los rizados fueron mucho mayores. Este artículo, al igual que en los casos ya comentados, se encuentra muy personalizado al tipo de convertidor y el InAc se encuentra optimizado para la aplicación, donde en esta ocasión es para un sistema de 2 inductancias.

Otros artículos como [46–48] aportan criterios para diseñar un InAc como en el caso anterior. Las tres referencias son del mismo autor y se propone un convertidor bidireccional para cargar baterías de vehículos eléctricos. Afirma que un rizado próximo a cero mejora el rendimiento de la batería y alarga su vida útil. Dentro de su estudio facilita en cada uno de los tramos delimitados por los ciclos de trabajo los valores que toman las inductancias equivalentes. Estas son similares a las ya mostradas en (1.11), (1.12) y (1.13). Como valor añadido, en el estudio se resalta la expresión del valor de acoplamiento, k_{ij} , en función del ciclo de trabajo D , que resulta en un diseño óptimo. Las expresiones son (1.17) y (1.18).

$$k_{opt} = \frac{-1 + D + \sqrt{1 - 2D}}{D}; D > 0,5. \quad (1.17)$$

$$k_{opt} = \frac{D + \sqrt{2D - 1}}{D - 1}; D < 0,5. \quad (1.18)$$

Con estas expresiones se ve que hay una relación directa entre el ciclo de trabajo y el rizado de corriente que se obtiene. Esto hace que se deba de tener en cuenta todas estas variables, para obtener un estudio de forma generalizada.

En [47] se realiza la misma propuesta que en [46], con la diferencia que este último aplica el estudio a un sistema con tres inductancias. En cambio, el trabajo descrito en [48] posee un mayor interés, aún planteando el mismo problema y aplicando el mismo estudio. La diferencia radica en que en este caso, el autor, intenta generalizar las expresiones a m inductancias.

Por lo tanto, en [48] se debe resaltar la expresión generalizada de la inductancia equivalente, (1.19), para m inductancias. Hasta ahora, ninguno de los estudios anteriores en la literatura técnica proponía este nuevo enfoque, donde incluye los efectos del ciclo de trabajo. Además, incorpora una variable dependiente del tiempo $p(t)$ que representa una señal cuadrada. Esta depende del número de *switches*, de su combinación y su estado, alto o bajo y además del rizado de corriente que es función de la inductancia equivalente.

$$L_{eqm} = L_s \frac{1 + (m - 2)k - (N - 1)k^2}{1 + (m - 1 - p(t))k + (n - p(t))\frac{D}{1-D}} \quad (1.19)$$

Un detalle que se puede resaltar del artículo son los valores de acoplamiento tomados a la hora de hacer la parte experimental, siendo estos de $k = 0,5$ o inferiores. Entendemos que estos valores son bajos, pudiendo considerar que el InAc tiende más a trabajar como inductancias independientes que como un InAc. Por otra parte, uno de los valores añadidos que aporta este artículo es la expresión, para fijar la longitud del *gap* óptimo en un núcleo cilíndrico que permite un InAc con m inductancias bobinadas, (ver [48], ya que la expresión no es útil sin toda la explicación)

Hasta aquí se ha realizado un estudio del estado del arte, desde (~ 1970) hasta nuestros días, del InAc, intentando analizarlo desde un punto de vista que sea independiente del convertidor DC-DC asociado. Nos hemos encontrado que los análisis propuestos para el InAc de forma generalizada, realmente no lo son. Esto es debido a que las expresiones facilitadas consideran tanto las inductancias a diseñar como los valores de acoplamiento iguales. Esto es porque así las expresiones se simplifican. Pero esto hace que se pierda mucha información de como se comporta el InAc, como veremos en posteriores capítulos.

A partir de aquí se propone analizar el InAc (utilizado en la misión *Solar Orbiter*) con 7 inductancias de diferentes valores, ya que las expresiones anteriormente mostradas no son útiles. Con ellas no se pueden estimar los valores de las inductancias equivalentes y en consecuencia el rizado de corriente que se va a tener.

Como se ha visto a lo largo del estudio, el InAc es ampliamente utilizado. En todos los trabajos se coincide en que el InAc mejora el rendimiento, minimiza el rizado de corriente, mejora la estabilidad, reduce los niveles de ruido Electromagnéticos (EM) o mejora las pérdidas.

Una de las aplicaciones más extendidas para el InAc es la búsqueda del rizado de corriente igual a cero. Haciendo una valoración de forma global de todos los artículos estudiados, se puede concluir que el rizado de corriente depende: del ciclo de trabajo, del coeficiente de acoplamiento, de la relación de vueltas y del estado del interruptor. Tenemos que resaltar, que la afirmación dada en [34], donde comenta que el rizado también depende de la relación de vueltas, N , entre las inductancias de un mismo InAc, no se encuentra reflejada en ninguna ecuación. Pensamos que este detalle es importante, y entendemos que es un detalle a tener en cuenta que hace que las expresiones se encuentren incompletas. Entendemos que esto es debido a considerar todas las inductancias iguales.

Por otro lado, respecto a los métodos de caracterización, no se han encontrado muchas alternativas para obtener la matriz de inductancias de forma directa y su extrapolación de forma sencilla al InAc con 7 inductancias que nos compete, y los métodos aplicados no han aportado una matriz SPD. Este tema se abordará en el siguiente capítulo 2.

1.3. Motivación y Objetivos

Como se ha demostrado tras el análisis bibliográfico, el InAc es un componente muy empleado en convertidores DC-DC por sus múltiples ventajas, pero sigue sin conocerse su comportamiento desde un punto de vista más general. La complejidad del componente magnético utilizado en el convertidor de potencia (PCM) para el instrumento de PHI, dentro de la misión *Solar Orbiter*, ha requerido una nueva revisión del estado del arte sobre inductores acoplados con más de tres inductancias. Donde, tras el proceso de montaje y test del PCM se detectó que el comportamiento de los rizados de corriente, de forma general, no eran los esperados, siendo estos menores respecto a lo que uno se esperaba. Además, tras caracterizar el elemento magnético, se comprobó que los métodos propuestos en la bibliografía no satisfacía el principal criterio de matriz SPD. Lo que implica que el componente no describe un elemento físicamente realizable.

Tras el estudio de los artículos encontrados en la literatura técnica, se ha evidenciado la ausencia de conocimientos suficientes sobre el InAc, sobre todo, desde un punto de vista general y aunque existen estudios, éstos se ajustan a casos muy concretos, y no hay una visión clara de como interaccionan las diferentes inductancias, sobre todo, en base al caso que nos compete (InAc con 7 inductancias). El estudio de la literatura técnica nos ha suscitado más preguntas que respuestas, como por ejemplo, ¿por qué los rizados son menores o negativos para un número indeterminado de inductancias? y ¿bajo qué condiciones aparece este fenómeno?, ¿a qué son debidos los cambios bruscos de pendiente? o ¿cómo interaccionan los bobinados entre si?, ¿cómo medir una matriz SPD de forma inmediata?

Todas estas preguntas han dado pie a iniciar un estudio en profundidad del comportamiento del InAc desde un punto de vista lo más general posible, con el fin de saber como caracterizarlo de forma óptima para aquellos casos donde las inductancias son múltiples, (> 3), y sus acoplamientos altos, $k \approx 1$.

Para proponer un diseño óptimo de un InAc, previamente se debe de conocer como las inductancias interaccionan entre si y de que dependen los rizado de corriente, es decir, que valor toma su inductancia equivalente. Su conocimiento permitirá predecir sus valores y adecuar el diseño de las inductancias propias en función a la futura aplicación. Una expresión matemática donde representa las inductancias equivalentes, permitiría proponer pautas de diseño e incluso elucubrar métodos de caracterización.

Por lo tanto, el objetivo principal de la presente memoria es ampliar los conocimientos sobre el InAc, centrándose principalmente en estos dos puntos:

- Buscar, optimizar o proponer métodos de caracterización para InAc y que la matriz resultante cumpla con el criterio SPD de forma directa.
- Diseñar de forma óptima el InAc para un rizado de corriente cero.

Capítulo 2

Caracterización de elementos inductivos complejos.

El presente capítulo se centra en el estudio de metodologías de caracterización para inductores acoplados. Tres de los métodos de caracterización de inductores acoplados descritos en la literatura técnica han sido revisados y propuestos para caracterizar un inductor acoplado con siete inductancias y bobinadas sobre un mismo núcleo toroidal.

El principal objetivo es obtener la matriz de inductancias del elemento inductivo, y validar la caracterización de los inductores acoplados comprobando que la matriz de inductancias medida sea simétrica y semidefinida positiva (SPD), es decir, que sus valores propios deben sean reales y positivos.

Se ha comprobado que cumplir este criterio no es fácil en aquellos casos donde el inductor acoplado posee varios bobinados y entre ellos una gran diferencia de vueltas. Por lo tanto, el hecho de aplicar las metodologías clásicas no aseguran el cumplimiento de esta condición. El estudio ha permitido entender las limitaciones de cada una de los métodos y se ha propuesto un método nuevo para caracterizar inductores acoplados que permite obtener una matriz SPD de forma directa. La metodología ha sido llamada método por resonancias.

2.1. Introducción

En el capítulo anterior se han introducido los fundamentos matemáticos básicos de los inductores acoplados, definiendo el modelo matemático que describe el inductor acoplado (recordemos, InAc) que es su matriz de inductancias.

Dentro de la literatura técnica se encuentran diferentes metodologías para caracterizar elementos magnéticos, [31–33], donde los resultados facilitan los parámetros necesarios para los modelos circuitales que se proponen, como por ejemplo, el modelo en PI o el modelo *Cantilever*. Pero los modelos circuitales utilizados son aproximaciones basadas en componentes lineales con el fin de reproducir un comportamiento lo más cercano al real, como por ejemplo, el modelo en PI, [34], que utiliza transfor-

madores ideales, inductancias de dispersión e inductancias magnetizantes (ver en la Fig. 2.1). Otro modelo que se encuentra en la literatura técnica es el modelo *Cantilever*, [14], (ver Fig. 1.11). Para aplicar el modelo circuital se deben medir previamente, tanto las inductancias propias como las mutuas, por lo que se requiere una metodología de caracterización independiente de la complejidad que pueda tener el propio circuito que represente las 7 inductancias acopladas. Indistintamente del modelo empleado, todos en cierta manera necesitan conocer la matriz de inductancias con el fin de asignar los valores de los componentes del modelo circuital, por lo que se debe asegurar que el método que se emplea para medir la matriz de inductancias es óptimo en todos los casos.

En la literatura técnica se pueden encontrar principalmente tres métodos diferentes de caracterización, que obtienen la matriz de inductancias a través de medidas experimentales:

1. Método por cortocircuito (SO).
2. Método por relación entre tensión y corriente (xVI).
3. Método diferencial y acumulativo (DiC).

El presente capítulo analiza cada uno de estos métodos y estudia su viabilidad para ser aplicado a un inductor acoplado múltiple, es decir, con más de 3 inductancias.

2.1.1. Método por Cortocircuito (SO)

Esta metodología de caracterización es ampliamente utilizada para caracterizar transformadores con dos bobinados y normalmente se encuentra ligada a un modelo circuital sencillo. Esto permite utilizarlo en un circuito más complejo, y analizar la influencia del transformador y acercarse más al comportamiento real. En la Fig. 2.1 se muestra el modelo circuital típico utilizado para un transformador, donde, L_d representa la inductancia de dispersión y L_m la inductancia magnetizante. Las inductancias denotadas como L_p y L_s son los bobinados de primario y secundario del propio transformador, y este es considerado ideal (con inductancia infinita). El transformador ideal se caracteriza por su relación de vueltas y el aislamiento galvánico

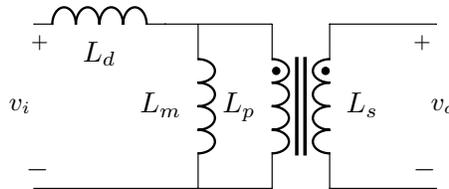


Figura 2.1: Modelo circuital en PI. Empleado normalmente para modelar transformadores, este modelo no es válido para un sistema de más de 2×2 inductancias.

La forma de obtener las inductancias del modelo circuital (L_d y L_m) es con dos sencillas medidas. La inductancia magnetizante (L_m) se mide directamente empleando, por ejemplo, un analizador de impedancias y con la inductancia de secundario en abierto. La medida para obtener L_d se realiza con el mismo equipo, aplicando un cortocircuito a la inductancia que actúa como secundario. Con estas dos sencillas medidas se obtienen los parámetros del modelo circuital. La relación entre ambas inductancias viene fijada por (2.1). Obsérvese que la medida de L_m tiene un pequeño error ya que realmente está midiendo $L_m + L_d$. Este error se puede corregir si se resta L_d o se puede despreciar ya que L_d suele ser varios órdenes de magnitud menor que L_m . Además, la inductancias de dispersión, L_d , se relaciona con la inductancia magnetizante, L_m , mediante el acoplamiento k .

$$L_d = (1 - k)L_m \quad (2.1)$$

Este modelo es poco recomendado para caracterizar elementos magnéticos compuestos por múltiples inductores. La principal razón es la medida empleada para estimar la inductancia de dispersión (L_d). Para el caso de un sistema con dos inductancias, el cortocircuito reflejado de secundario a primario es ideal. Pero en el caso de un sistema con múltiples inductancias, con un mismo núcleo, no se puede considerar así. Entendemos que aplicar un cortocircuito sobre una de las inductancias de secundario, no implica que la medida de L_d es solo la de primario, sino que otras inductancias de dispersión también jugarán un papel no despreciable. Además, como ya se ha visto en la parte introductoria, [33], se ha realizado una comparativa entre la metodología Serie-Oposición (DiC) (más adelante se analizará en detalle) con el presente método (SO), donde se concluye que este último posee menos precisión. Por ello esta opción es la menos recomendable para el caso de tener un número mayor de dos inductancias.

Tomando en consideración lo expuesto, se recomienda no emplear este método para un InAc con más de dos inductancias. Por el contrario, para un sistema de 2×2 , el método es rápido y fácil de aplicar.

2.1.2. Método por relación entre tensiones y corrientes (método xVI)

La segunda metodología para la caracterización de InAc que se encuentra en la literatura técnica, [31,32], implica un estudio de la relación entre tensiones y corrientes entre las diferentes inductancias. Este método se ha nombrado en la presente tesis método por relación entre tensiones y corrientes o de forma abreviada, método xVI.

Este método permite estudiar un sistema con múltiples inductancias, donde m representa en la Fig. 2.2 el número de inductancias bobinadas en un mismo núcleo.

Aplicando la ley de Ohm, podemos expresar el esquema circuital representado en la Fig. 2.2 de forma matricial como:

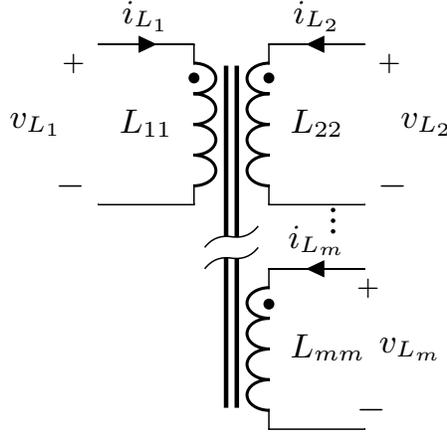


Figura 2.2: Representación esquemática de un inductor acoplado con m inductancias compartiendo un mismo núcleo.

$$\mathbf{v}_{L_m} = \mathbf{L} \frac{d\mathbf{i}_{L_m}}{dt} \quad (2.2)$$

Donde \mathbf{L} hace referencia a la matriz de inductancias que representa el elemento magnético y \mathbf{v}_{L_m} y \mathbf{i}_{L_m} vienen definidos como:

$$\mathbf{v}_{L_m} = \begin{pmatrix} v_{L_1} \\ v_{L_2} \\ \vdots \\ v_{L_m} \end{pmatrix} \text{ y } \mathbf{i}_{L_m} = \begin{pmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ \vdots \\ i_{L_m} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

La metodología consiste en medir la relación entre las diferentes tensiones y la corriente sobre la inductancia tomada como referencia. Tomando la Fig. 2.2 como configuración de referencia, se ha tomado como inductancia de primario a L_{11} y el resto de inductancia actúan como inductancias de secundario. Por lo tanto, las medidas requeridas en el método son las relaciones de tensiones entre L_{11} y las restantes inductancias L_{mm} en circuito abierto, más la medida de la corriente por L_{11} .

Desarrollando el producto matricial (2.2), fácilmente se puede llegar al siguiente sistema de ecuaciones en el dominio de *Laplace*,

$$\begin{cases} v_1 = L_{11}s i_1 + L_{12}s i_2 + L_{13}s i_3 + \cdots + L_{1m}s i_m \\ v_2 = L_{21}s i_1 + L_{22}s i_2 + L_{23}s i_3 + \cdots + L_{2m}s i_m \\ v_3 = L_{31}s i_1 + L_{32}s i_2 + L_{33}s i_3 + \cdots + L_{3m}s i_m \\ \vdots \\ v_m = L_{m1}s i_1 + L_{m2}s i_2 + L_{m3}s i_3 + \cdots + L_{mm}s i_m \end{cases} \quad (2.4)$$

Donde s hace referencia a la variable de *Laplace*.

Como se ha comentado, las medidas en tensión de los diferentes secundarios se realizan en abierto, esto implica que la corriente que circula por ellos, de forma ideal, es igual a cero ($i_2 = i_3 = \dots = i_m = 0$). Esto hace que (2.4) se pueda simplificar de forma notable, tal que su expresión se reduce a:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = L_{11}s \ i_1 \\ v_2 = L_{21}s \ i_1 \\ v_3 = L_{31}s \ i_1 \\ \vdots \\ v_m = L_{m1}s \ i_1 \end{array} \right. \quad (2.5)$$

Uno de los primeros requisitos para cumplir con el criterio SPD en la matriz de inductancias, pasa porque sea simétrica. Esto implica que se debe de cumplir la siguiente igualdad $L_{ij} = L_{ji}$. Por lo tanto, tomando (2.5) y la mencionada condición, podemos obtener las expresiones que definen las inductancias propias (L_{ii}) y mutuas (L_{ij}) de la matriz de inductancias, como se muestra en (2.6).

Con el fin de obtener los restantes valores de la matriz de inductancias, tanto de las inductancia propias como las inductancias mutuas, se debe de intercambiar la inductancia tomada como referencia o primario, por otra inductancia diferente, y nuevamente, se aplica el misma método para obtener los valores que faltan en la matriz de inductancias.

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{11} = \frac{v_1}{i_1 s} \\ L_{12} = \frac{v_2}{v_1} L_{11} \\ L_{13} = \frac{v_3}{v_1} L_{11} \\ \vdots \\ L_{1m} = \frac{v_m}{v_1} L_{11} \end{array} \right. \quad (2.6)$$

Aplicabilidad del método xVI

La presente metodología se descarta para su aplicación en aquellos casos donde el InAc está formado por inductancias cuyas relaciones de vueltas entre si son muy diferentes, (≈ 50 veces). El InAc formado por 7 inductancias, bobinadas sobre un mismo núcleo toroidal, elemento magnético que ya ha sido presentado en la parte introductoria, (ver 1.2), se le ha aplicado la presente metodología, demostrando que ante este tipo de núcleos el método xVI falla.

Los problemas que han hecho que la metodología falle y se descarte, para casos donde existan múltiples bobinados han sido básicamente dos:

1. Los bajos niveles de tensiones y corrientes a medir. Además, estas medidas se deben realizar a una frecuencia elevada, (a unos pocos centenares de Hercios), lo

que provoca que esté fuera del rango habitual de funcionamiento de un multímetro digital. Por ello la medida se debe realizar con el osciloscopio, cuya precisión es limitada.

2. Error debido a la caída de tensión de las señales sinusoidales, por la falta de potencia por parte del generador de señales, junto con una distorsión que dificulta las medidas. Esta distorsión implica el reparte de energía entre diferentes armónicos y hace inaceptable la comparación de las amplitudes.

Análisis experimental del método xVI

En este subapartado se anticipa la parte experimental exclusivamente para esta metodología con el fin de demostrar que no es aplicable para aquellos casos donde se desee caracterizar un InAc complejo y en consecuencia descartarla.

Para medir la relación de tensiones se decide emplear generadores de funciones para aplicar señales sinusoidales. Desafortunadamente, estos no pueden aportar la potencia necesaria, provocando que los niveles de tensión caigan. Por ello, con el fin de compensar esta falta de potencia, se ha recurrido a un circuito auxiliar para aportar la potencia mínima necesaria y reducir el error en la medida, siendo en este caso, un Push-Pull en modo AB. En la Fig. 2.3 se muestra el montaje realizado.

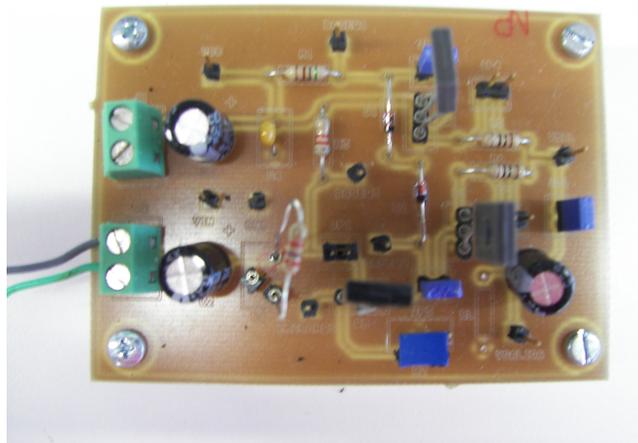


Figura 2.3: Circuito auxiliar Push-Pull en modo AB necesario para aplicar la metodología de caracterización xVI

El equipo empleado para medir tanto las tensiones como la corriente es el osciloscopio Lecroy DSO-X 3054A, con una resolución, en el eje Y, de 12 bits por canal. Y el generador de funciones empleado es el Agilent Technologies 33210A.

La frecuencia asignada para realizar las medidas es fijada a 250 kHz, siendo ésta la frecuencia de trabajo del InAc que tendrá en el convertidor DC-DC. En la tabla 2.1 se

muestra el número de vueltas aplicadas para cada una de las inductancias que forman el InAc.

Tabla 2.1: Especificaciones Técnicas del inductor acoplado de 7 bobinados para el PCM

Inductancia	Vueltas	i_{rms} (A)	V_{out} (V)
L_{11}	8	5.2	3.3
L_{22}	16	1.1	7.5
L_{33}	16	0.2	-7.5
L_{44}	36	0.16	16
L_{55}	36	0.16	-16
L_{66}	36	0.045	16
L_{77}	140	0.032	65

Aplicando el método xVI al InAc de 7 inductancias diseñado para el PCM, se obtiene la siguiente matriz de inductancias, (2.7),

$$L_{met_{xVI}} = \begin{pmatrix} 10,13 & 20,32 & 20,39 & 47,46 & 47,99 & 49,10 & 219,04 \\ 19,64 & 39,11 & 39,11 & 87,48 & 87,40 & 88,56 & 370,55 \\ 19,48 & 38,72 & 38,95 & 87,21 & 87,21 & 87,94 & 366,41 \\ 35,79 & 35,79 & 70,14 & 159,62 & 159,62 & 161,46 & 638,54 \\ 60,05 & 117,92 & 118,05 & 266,50 & 266,50 & 267,54 & 1063,97 \\ 83,42 & 167,26 & 167,26 & 375,29 & 377,51 & 383,98 & 1484,23 \\ 87,38 & 171,57 & 173,35 & 388,22 & 391,12 & 392,99 & 1527,41 \end{pmatrix} \mu H \quad (2.7)$$

Como se aprecia en (2.7), la matriz resultante es asimétrica, lo que ya no cumple con uno de los principales criterios para considerar una matriz SPD. Además, la desviación que hay, por ejemplo, entre L_{17} y L_{71} es del 60%, un error totalmente inadmisibles, ya que deberían ser muy similares o de forma ideal, iguales.

Se aprecia que las medidas que poseen una mayor desviación son aquellas donde hay una relación de vueltas muy dispares, (ver tabla 2.1).

Aún así, se realiza el promediado de los elementos de la matriz que debieran ser iguales (L_{ij} y L_{ji}), compensando el error asociado en la medida, con lo que se obtiene una matriz simétrica, lo que permite verificar si cumple el criterio SPD. La matriz resultante se muestra en (2.8).

$$L_{met_{xVI_{av}}} = \begin{pmatrix} 10,13 & 19,98 & 19,93 & 41,63 & 54,02 & 66,26 & 153,21 \\ 19,98 & 39,11 & 38,91 & 61,64 & 102,66 & 127,91 & 271,06 \\ 19,93 & 38,913 & 38,95 & 78,68 & 102,63 & 127,60 & 269,88 \\ 41,63 & 61,64 & 78,68 & 159,62 & 213,06 & 268,37 & 513,38 \\ 54,024 & 102,66 & 102,63 & 213,06 & 266,50 & 322,52 & 727,54 \\ 66,26 & 127,91 & 127,60 & 268,37 & 322,52 & 383,98 & 938,61 \\ 153,21 & 271,06 & 269,88 & 513,38 & 727,54 & 938,61 & 1527,41 \end{pmatrix} \mu H \quad (2.8)$$

Los valores propios de (2.8) calculados son:

$$p(x) = (-185,16; -19,48; -2,06; 0,36; 0,872; 18,64; 2612,54) \times 10^{-6} \quad (2.9)$$

Como podemos apreciar en (2.9), no todos los valores propios son positivos, lo que confirma que la matriz no es SPD y por tanto, la matriz resultante no representa un elemento físico real.

Tras la aplicación del método xVI al InAc con 7 inductancias se han detectado carencias que hacen inadecuado su empleo en InAc complejos. Uno de ellos, es que la precisión mínima necesaria para realizar la medidas de forma adecuada debe ser muy alta, cosa que no es posible conseguir con los osciloscopios.

Por ejemplo, tomando el valor obtenido para la inductancia L_{77} , aplicando (2.6), y comparando con la medida directa de L_{77} empleando el analizador de impedancias Agilent 4284A, se observa una desviación muy elevada. El valor mostrado en la matriz (2.7), es de $1527.41 \mu H$ con una tensión medida de pico a pico de $9.02 V$, pero si realizamos su medida de forma directa obtenemos $2846.0 \mu H$ a $250 kHz$. Esto nos plantea que, tomando el nivel de tensión de pico como válido, la corriente medida que debería de haber mostrado el osciloscopio debería de ser de $2.2 mA$ y no $3.75 mA$, como se reflejaba en la pantalla del osciloscopio.

Esto evidencia la limitación en precisión del osciloscopio ante niveles de corriente bajos e influenciados además por el ruido existente en el canal de medida. Un segundo factor a tener en cuenta a la hora de aplicar el método xVI es la distorsión generada en las señales sinusoidales, tanto en la tensión como en la corriente, que dificultan sus medidas.

Por todo ello, se concluye que el método xVI no es apto para caracterizar InAc complejos, donde existan inductancias con relaciones de vueltas muy dispares. Se puede utilizar en aquellos casos donde el InAc posee inductancias del mismo orden de magnitud y los niveles tanto de tensión y corriente a medir se encuentren dentro del rango de medida del osciloscopio.

2.1.3. Medidas de inductancias en serie suma y en serie oposición (método DiC)

La tercera metodología que se encuentra en la literatura técnica, [33], para medir la matriz de inductancias es a través del método serie-suma y serie-oposición (llamada de forma abreviada DiC), y es una de las más empleadas y extendidas.

Al igual que en el caso desarrollado en la sección 2.1.2, el método DiC ha sido aplicado al InAc con 7 inductancias, y de igual forma, no se ha obtenido una matriz SPD. Pero esta vez el error relativo detectado ya no era tan grande. Por ello se toma esta metodología como referencia para comparar con el nuevo método propuesto para caracterizar elementos magnéticos complejos.

Básicamente, la metodología consiste en agrupar las inductancias del InAc por pares y midiendo el valor de la inductancia en serie (L_s) y en oposición (L_o). A partir de estas medidas se puede deducir el valor de la inductancia mutua.

La configuración en serie o en oposición pasa por conocer la disposición del punto. Recordemos que la disposición del punto viene determinado por la orientación tomada al bobinar la propia inductancia. Independientemente del número de inductancias que se tengan, el método se reduce a un sistema de 2×2 ya que el resto de inductancia se dejan en abierto y se desprecian sus efectos. Por lo tanto, en la Fig. 2.4 se representa el circuito a analizar.

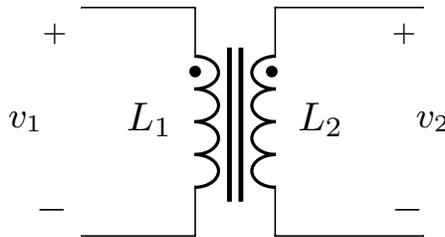


Figura 2.4: Sistema con dos inductancias acopladas sobre un núcleo magnético. Se muestran los puntos que indican la orientación de los bobinados.

Con el fin de obtener las dos medidas L_s y L_o se deben de realizar las conexiones adecuadas, como se muestra en la Fig. 2.5. Tenemos que la medida en serie se consigue conectando el terminal sin punto de, por ejemplo, L_1 con el terminal con punto de la siguiente inductancia, en este caso, L_2 , consiguiendo que ambas inductancias sumen flujo. Para el caso de L_o , la conexión se realiza entre los dos terminales sin punto. Esto implica que los puntos se encuentra en oposición, y por lo tanto, se cancela el flujo.

La deducción del valor de la inductancia mutua parte del análisis de la matriz de inductancias para un sistema de 2×2 , junto con las conexiones realizada entre ellas, como se ha mostrado en (2.5).

Aplicando la ley de Ohm de forma matricial, mostrada ya en (2.2), y desarrollando su producto matricial tenemos que las ecuaciones lineales obtenidas son:

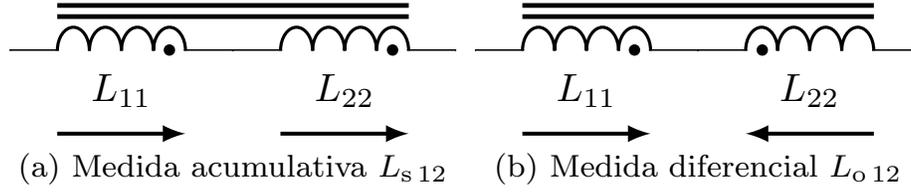


Figura 2.5: Conexionado para realizar la medida de la inductancia entre dos inductancias L_{11} and L_{22} para aplicar el método DiC.

$$\begin{cases} v_1 = L_{11}i_1s + L_{12}i_2s \\ v_2 = L_{21}i_1s + L_{22}i_2s, \end{cases} \quad (2.10)$$

donde s es la variable de *Laplace* y suponemos que el sistema es simétrico y $L_{12} = L_{21}$.

Buscando el valor de la impedancia inductiva entre los extremos de ambos bobinados, (para el caso de la conexión en serie suma entre el borne positivo de L_{11} y el borne negativo de L_{22}) tenemos que la tensión total viene dado como la suma de ambas caídas de tensión, $v_t = v_1 + v_2$, y como la corriente que circula por ambas inductancias es la misma, $i_t = i_1 = i_2$, tenemos que (2.10) se puede simplificar:

$$\frac{v_t}{i_t} = L_{s\ 12} = L_{11} + L_{22} + 2L_{12} \quad (2.11)$$

Recordemos, que al conectar la inductancia L_{22} con el punto invertido afecta al signo de la inductancia mutua, siendo entonces L_{12} negativa. Aplicando el mismo criterio que en el caso anterior se tiene que el sistema de ecuaciones viene dado por (2.12).

$$\begin{cases} v_1 = L_{11}i_1s - L_{12}i_2s \\ v_2 = -L_{21}i_1s + L_{22}i_2s \end{cases} \quad (2.12)$$

Y como en el caso de L_s , (2.12) se simplifica teniendo en cuenta que $L_{12} = L_{21}$ y se calcula la inductancia en oposición, L_o :

$$L_{o\ 12} = L_{11} + L_{22} - 2L_{12} \quad (2.13)$$

Combinando ambas expresiones, (2.11) y (2.13), se puede llegar a la conclusión que la inductancia mutua es, por pares de bobinados:

$$L_{12} = \frac{L_{s\ 12} - L_{o\ 12}}{4} \quad (2.14)$$

Para completar la matriz de inductancias se deben medir las inductancias propias, L_{ii} , localizadas en la diagonal principal de la matriz. Estas son medidas de forma

directa con el resto de inductancias en abierto, utilizando, por ejemplo, un analizador de impedancias.

Recordando la definición de acoplamiento entre dos inductancias introducido en el capítulo 1,

$$k_{ij} = \frac{L_{ij}}{\sqrt{L_{ii}L_{jj}}} \quad (2.15)$$

y utilizando (2.14), el acoplamiento se puede escribir entonces en función de la inductancia serie y la inductancia oposición como:

$$k_{ij} = \frac{L_{sij} - L_{oij}}{4\sqrt{L_{ii}L_{jj}}} \quad (2.16)$$

2.1.4. Precisión del Método DiC

Una parte importante es poder establecer un criterio de validez de los métodos de caracterización. Esto hace que en el presente apartado se plantee el estudio del error total en función de los errores de cada una de las variables medidas.

Recordemos que el error viene definido como:

$$\varepsilon F(x, x_1, \dots, x_q) \approx \sum_{r=1}^q \frac{\partial F(x, x_1, \dots, x_q)}{\partial x_r} \varepsilon x_r \quad (2.17)$$

Donde r y $q \in \mathbb{N}$ y εx_r es el error absoluto asociado a la variable x_r .

Para generalizar el estudio, se propone calcular el error relativo de (2.14), definido como $\varepsilon L_{ij}/L_{ij}$, y para el caso de (2.16) como $\varepsilon k_{ij}/k_{ij}$. Por lo tanto, aplicando (2.17) a (2.14) y teniendo en cuenta la definición de error relativo, se puede calcular el error relativo de la inductancia mutua (L_{s12} y L_{o12}):

$$\frac{\varepsilon L_{ij}}{L_{ij}} = \frac{L_{sij}}{L_{sij} - L_{oij}} \frac{\varepsilon L_{sij}}{L_{sij}} + \frac{L_{oij}}{L_{sij} - L_{oij}} \frac{\varepsilon L_{oij}}{L_{oij}} \quad (2.18)$$

De igual forma, (2.17) junto a la definición del error relativo es aplicado a (2.16), obteniendo:

$$\frac{\varepsilon k_{ij}}{k_{ij}} = \frac{\varepsilon L_{ij}}{L_{ij}} + \frac{1}{2} \frac{\varepsilon L_{ii}}{L_{ii}} + \frac{1}{2} \frac{\varepsilon L_{jj}}{L_{jj}} \quad (2.19)$$

Como se puede ver, ambas expresiones, (2.18) y (2.19), se encuentran vinculadas entre sí, y analizando el denominador de (2.18) se puede deducir que el error relativo aumentará rápidamente a medida que las inductancias en serie y en oposición tiendan a ser parecidas.

Con el fin de simplificar el análisis y ver los límites de la metodología, se va a suponer que los errores relativos de las medidas son iguales para todas las inductancias, y se define como $\varepsilon L/L$. Esta aproximación permitirá tener una mejor visión del comportamiento de las ecuaciones y delimitar su aplicabilidad con un mejor criterio.

$$\frac{\varepsilon L}{L} \approx \frac{\varepsilon L_{sij}}{L_{sij}} \approx \frac{\varepsilon L_{oij}}{L_{oij}} \approx \frac{\varepsilon L_{ii}}{L_{ii}} \approx \frac{\varepsilon L_{jj}}{L_{jj}} \quad (2.20)$$

Por lo tanto, si aplicamos (2.20), nuevamente, a (2.18) y (2.19), tenemos que las expresiones se pueden simplificar, como:

$$\frac{\varepsilon L_{ij}}{L_{ij}} = \frac{L_{sij} + L_{oij} \varepsilon L}{L_{sij} - L_{oij} \varepsilon L} \quad (2.21)$$

Y para el caso de la expresión en función del coeficiente de acoplamiento, considerando (2.18) en (2.19), su error relativo se puede describir como:

$$\frac{\varepsilon k_{ij}}{k_{ij}} = \frac{2L_{sij}}{L_{sij} - L_{oij}} \frac{\varepsilon L}{L} \quad (2.22)$$

Visualizar el comportamiento de las dos ecuaciones dadas por, (2.21) y (2.22) pasa por realizar un estudio gráfico de (2.22), siendo los resultados extrapolables a (2.21). Como ya se ha mencionado anteriormente, el fallo en esta metodología se origina cuando el InAc presenta acoplamientos altos, y para analizarlo vamos a escribir estas expresiones en función de k_{ij} y la relación de vueltas, n , que es otro parámetro físico de los inductores acoplados.

Por ello, tomando (2.11), (2.13), (2.15) y recordando que la relación entre las inductancias se relaciona con la relación de vueltas, como:

$$n_{ij} = \sqrt{\frac{L_{ii}}{L_{jj}}} \quad (2.23)$$

Podemos reescribir la expresión (2.11) y (2.13), de forma normalizada respecto L_{ii} como:

$$\frac{L_{s/oij}}{L_{ii}} = 1 + \frac{1}{n_{ij}^2} \pm 2 \frac{k_{ij}}{n_{ij}} \quad (2.24)$$

Donde la parte positiva hace referencia a la inductancia en serie y la negativa a la inductancia en oposición.

Tomando el término que multiplica $\frac{\varepsilon L}{L}$ de (2.22) y sustituyendo en él los términos calculados en (2.24), podemos reescribir ese término como:

$$\frac{2L_{sij}}{L_{sij} - L_{oij}} = \frac{1 + \frac{1}{n_{ij}^2} + 2 \frac{k_{ij}}{n_{ij}}}{2 \frac{k_{ij}}{n_{ij}}} \quad (2.25)$$

Por lo tanto, con (2.25) se puede deducir como se comporta el error relativo de la inductancia mutua del método DiC ante acoplos altos y con inductancias con relaciones de vueltas diferentes. Su representación viene dada en la Fig. 2.6.

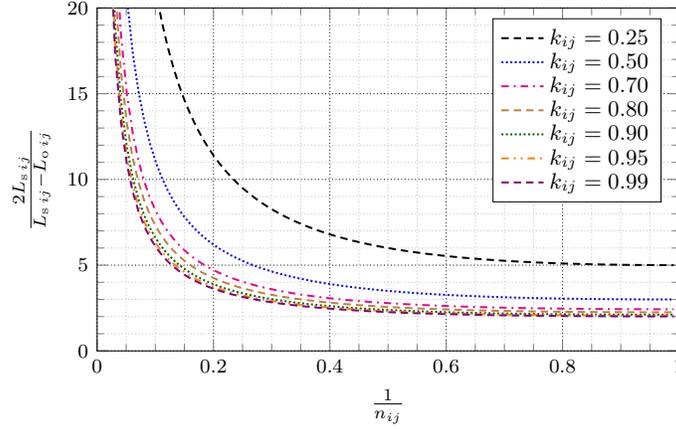


Figura 2.6: Representación del término $\frac{2L_{s\ ij}}{L_{s\ ij} - L_{o\ ij}}$, el cual multiplica el error relativo de la inductancia y afecta al error relativa del acoplamiento en función de $\frac{1}{n_{ij}}$ y k_{ij} para el método DiC.

En la Fig. 2.6 se muestra el comportamiento del término que multiplica el error relativo de la inductancia y afecta al error relativo de la inductancia mutua y el acoplamiento en el método DiC. Como se puede apreciar, a medida que la relación entre las inductancias es más diferente ($n_{ij} \gg 1$), tenemos que el error relativo crece de forma no lineal y para el caso donde las inductancias son similares ($n_{ij} \approx 1$), el error tiende a un valor constante que depende del factor de acoplo. Además, se aprecia que a medida que el valor de acoplamiento crece, el error relativo también es mayor.

Basándose en estos resultados y la experiencia experimental adquirida aplicando el método DiC se pueden enumerar sus principales limitaciones:

1. Si la relación entre las inductancias tiende a ser grande, $L_{ii} \gg L_{jj}$, la inversa de la relación de vueltas tiende a ser pequeña, $1/n_{ij} \ll 1$, para cualquier valor de k_{ij} . Luego, esto hace que las inductancias medidas con el método DiC tenderán a ser iguales, $L_{s_{ij}} \approx L_{o_{ij}}$, lo que provoca que el error relativo de k_{ij} y L_{ij} se incremente rápidamente. En otras palabras, para aquellos casos donde las relaciones entre las inductancias sean muy pequeñas o muy grandes, tenemos que la medida del coeficiente de acoplamiento tendrá un error relativo muy grande.
2. Cuando $1/n_{ij} = 1$, es decir que las inductancias son iguales o muy parecidas, y además, el valor del acoplamiento es próximo a la unidad, ($k_{ij} \approx 1$), entonces ambas inductancias han sido bobinadas de forma simultánea y los terminales de

ambas inductancias se encuentran muy cercanos entre si. En base a las configuraciones que se deben de realizar para tomar las medidas, (ver Fig.2.5), tenemos que la medida diferencial necesita un cable muy corto conectado entre las dos inductancias en comparación a la configuración en suma que no lo necesita. Aun eligiendo un cable largo para realizar ambas configuraciones e intentando mantener el área que cubre el cable mínima, la medida de $L_{s_{ij}}$ tenderá a ser mayor y la de $L_{o_{ij}}$ más pequeña. Esto significa que los resultados para k_{ij} (ver (2.16)) y su equivalencia L_{ij} (ver (2.14)) también serán mayores.

3. Finalmente, la densidad de flujo magnético del núcleo bajo la configuración suma (ver Fig. 2.5 (a)) es diferente en comparación con la configuración en oposición, (ver Fig. 2.5 (b)), ya que, en este último caso se cancela la densidad de flujo magnético. Tomando en consideración que la permeabilidad del material esta ligada a la densidad de flujo, tenemos que la medida de $L_{o_{ij}}$ será mayor de lo que debería. Nuevamente, esto significa que el resultado de los valores de acoplamiento (k_{ij}) y su equivalente (L_{ij}) tenderán a ser más grande. Este efecto depende del material, y los fabricantes normalmente aportan gráficos de como varía la permeabilidad con la densidad de flujo magnético, aunque todos los gráficos muestran variaciones a partir de una densidad de flujo de 1 mT.

El límite principal del método DiC viene determinado por el primer punto descrito anteriormente, pero cuando las medidas realizadas en el InAc son críticas, tenemos que los pequeños errores que aportan las dos restantes limitaciones dan como resultado un error que no puede ser despreciado y en consecuencia resultan en una matriz de acoplamientos que no cumple con el criterio SPD.

Estas limitaciones hacen que el método no sea adecuado para caracterizar el InAc propuesto, en un sistema de 7×7 con acoplamientos altos y con diferentes configuraciones de relaciones de vueltas entre las inductancias.

2.2. Otra metodología

Las metodologías que se han descrito en los apartados anteriores no dan una matriz SPD de forma directa, y ajustar los valores de la matriz resultante para obtener una matriz que cumpla con el criterio SPD no es una tarea fácil. Por ello, se toma la decisión de buscar alternativas para caracterizar elementos magnéticos de forma óptima y que den como resultado una matriz SPD de forma directa.

En el presente apartado se introduce una nueva metodología de caracterización para cubrir aquellos casos donde los otros métodos fallan o aportan un error asociado inadmisibles (por ejemplo, mayor que el 10%). Tras hacer un estudio bibliográfico y no encontrar otras metodologías ni referencias a alguna similar a la que se propone a continuación, se opta por estudiarla en detalle. De esta manera se quieren conocer sus limitaciones. La metodología ha sido nombrado como metodología por resonancias o de forma abreviada: método RE.

2.2.1. Metodología por Resonancia (método RE)

La metodología consiste básicamente, en un análisis de inductancias por pares, mientras las demás se encuentran en circuito abierto. A una de las inductancias, considerada como secundario, se le añade un condensador a modo de carga, lo que genera una resonancia. Haciendo un estudio en frecuencia del comportamiento de la impedancia total reflejada a lo que se ha prefijado como primario, (o elemento de referencia), se puede determinar el valor de acoplamiento (k_{ij}) que existe entre ambas. Por ejemplo, en la Fig. 2.7 se muestra una posible conexión para realizar la medida del acoplamiento y por tanto la inductancia mutua. En este caso la carga capacitiva ha sido conectado entre los bornes de L_{22} , la inductancia tomada como primario (o referencia) es L_{11} , y entre sus bornes se realiza el estudio de impedancia total ($|Z|$). Para esta configuración en concreto el acoplo que se obtendría es k_{12} , o la inductancia mutua equivalente L_{12} .

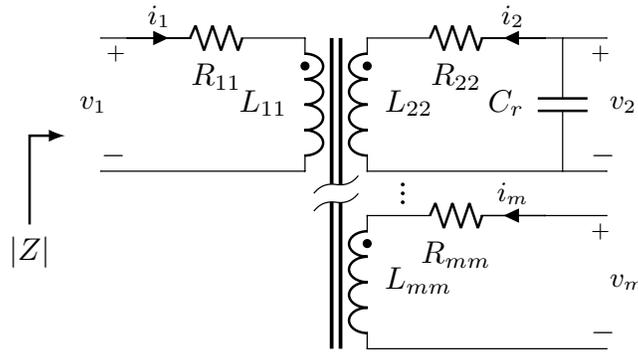


Figura 2.7: Aplicación del método RE. La flecha en $|Z|$ muestra el bobinado desde el que se ve la impedancia del circuito, con el condensador, C_r , conectado a L_{22} .

En la Fig. 2.7 se muestran además las resistencias en serie vinculadas a las pérdidas en DC de cada una de las inductancias del InAc.

El hecho de colocar este elemento capacitivo entre los extremos de una inductancia hace que aparezcan dos resonancias, como se muestra en la Fig. 2.8. La primera resonancia viene determinada por el circuito resonante formado por L_{22} y C_r (ver el circuito de la Fig. 2.7) y se encuentra asociado al polo de la impedancia $|Z|$, y la segunda resonancia se determina con L_{11} , L_{22} y C_r , que en este caso, se encuentra vinculada al cero de la función $|Z|$.

Como más adelante se demostrará de forma analítica, la separación entre estas dos resonancias determina el valor del acoplamiento, y por tanto, el valor de la inductancia mutua.

Con el fin de obtener todos los parámetros de una misma fila que forma la matriz de inductancias, (por ejemplo L_{12} , L_{13}, \dots, L_{1m}), el elemento capacitivo debe ser intercambiado entre todas las inductancias (secundarios) del InAc, respecto a una misma inductancia de referencia (primario). Por último, con el fin de cambiar de fila,

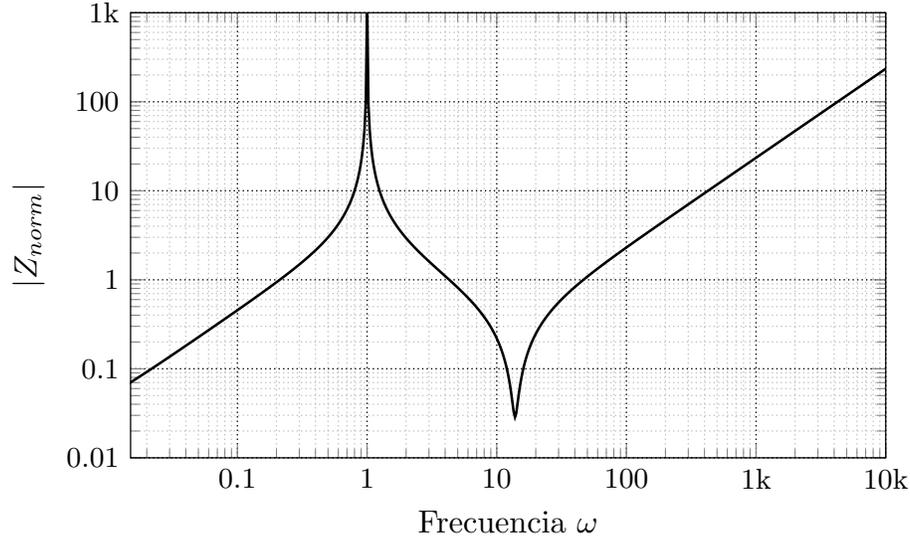


Figura 2.8: Representación gráfica en el dominio de la frecuencia del comportamiento de la impedancia analizado desde la inductancia que actúa como primario, (tomando como ejemplo la Fig. 2.7 el primario sería L_{11}).

se debe seleccionar nuevamente una inductancia como referencia e repetir el proceso. Esta operación se realiza tantas veces como número de bobinados haya, obteniendo finalmente la matriz de inductancias deseada.

2.2.2. Fundamentos matemáticos.

El análisis matemático del método RE se basa, al igual que los métodos de caracterización analizados anteriormente, en la matriz de inductancias. Por lo tanto, aplicando la ley de Ohm matricial al circuito mostrado en la Fig. 2.7 se obtiene:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1m} \\ L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{m1} & L_{m2} & \cdots & L_{nm} \end{pmatrix} \cdot s + \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1m} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m1} & R_{m2} & \cdots & R_{mm} \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_m \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

La matriz resistiva representa en su diagonal principal, (resistencia propias), las pérdidas en serie, o en DC, y las resistencias mutuas (resto de componentes (R_{ij})) hacen alusión a las pérdidas por efecto piel, proximidad,..., que aparecen en el núcleo y/o el conductor. Esas pérdidas permitirán un análisis más real del comportamiento del InAc a la hora de analizar la impedancia y determinar la aplicabilidad del método.

Tomando como base de estudio la configuración propuesta en la Fig. 2.7, (estudio entre L_{11} y L_{22}), entonces las restantes inductancias se encuentran en circuito abierto,

$(L_{33} \dots L_{mm})$ y las corrientes que circulan por ellas son igual a cero, $i_3 = i_4 = \dots = i_m = 0$.

Recordemos que un requisito para que la matriz sea SPD, es que debe ser simétrica, por lo que debe cumplirse que $L_{ij} = L_{ji}$. Si además la tensión que se tiene entre los bornes de la inductancia L_{22} puede expresarse como (2.27) y se sustituye en la expresión (2.26), tras aplicar su producto matricial podemos obtener una ecuación simplificada.

$$Z_c = -\frac{v_2}{i_2} \rightarrow v_2 = -\frac{1}{C_r s} i_2; \quad (2.27)$$

Por lo tanto, la impedancia vista desde la inductancia que actúa como primario, viene expresado como (2.28).

$$Z(s) = \frac{v_1}{i_1} = R_{11} + L_{11}s - \frac{C_r s(L_{12}s + R_{12})^2}{1 + C_r R_{22}s + C_r L_{22}s^2} \quad (2.28)$$

Donde $s (= j\omega)$, es la variable de *Laplace*.

la expresión (2.28) ya aporta una mayor información respecto al sistema matricial (2.26). Recordemos que los subíndices que poseen las variables de la ecuación están de acuerdo a una configuración dada. En este caso se ha tomado la mostrada en la Fig. 2.7. De forma visual, ya se aprecia, en el primer sumando, que a bajas frecuencias (niveles DC) prevalece la resistencia en serie R_{11} . En el segundo sumando, nos encontramos con una pendiente de subida de 20 dB/dec a bajas y medias frecuencias, dada por la inductancia L_{11} , (por la inductancia de referencia) y por último, el tercer sumando es el parámetro que establece las dos resonancias, (ver la Fig. 2.8 como un posible ejemplo sin casi pérdidas).

2.2.3. Estudio del comportamiento ideal del InAc

Analizar (2.28) de forma analítica no es sencillo, ya que las ecuaciones a las que se llegan son de orden tres, haciendo que no aporten una visión del funcionamiento básico de la metodología. Por ello, se decide empezar por un estudio ideal, es decir, sin tener en cuenta las pérdidas, y por lo tanto los valores resistivos son igual a cero, $R_{11} = R_{22} = R_{12} = 0$.

Esto hace que (2.28) se simplifique de forma notable, (2.29).

$$Z_{ideal}(s) = \frac{L_{11}s + C_r(L_{11}L_{22} - L_{12}^2)s^3}{1 + C_r L_{22}s^2} \quad (2.29)$$

Esta simplificación permite analizar los ceros y polos de la ecuación obtenida de forma sencilla, permitiendo una mayor comprensión de su comportamiento y conocer las frecuencias de resonancia, de forma ideal.

Por lo tanto, igualando el numerador y denominador de (2.29) a cero, se obtiene el polo, ω_p , y el cero, ω_z :

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{L_{22}C_r}} \quad (2.30)$$

$$\omega_z = \frac{1}{\sqrt{L_{22}C_r}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{L_{12}^2}{L_{11}L_{22}}}} = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 - \frac{L_{12}^2}{L_{11}L_{22}}}} \quad (2.31)$$

Recordando la propia definición de acoplamiento entre dos bobinados, (2.15), y combinándola junto (2.30) y (2.31), se llega fácilmente a la siguiente expresión, (2.32).

$$k_{12} = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_z^2}} \quad (2.32)$$

La expresión (2.32) da una visión del potencial del método RE, ya que el valor de acoplamiento viene definido por la *separación* entre las frecuencias de resonancia, ω_p y ω_z . A mayor *separación*, el valor de acoplamiento es mayor. Esto permite que empleando un analizador de impedancias se pueda medir la matriz de acoplamiento de forma sencilla. Recordemos, [13], que la matriz de acoplamiento es la matriz de inductancias normalizada y como ya se introdujo en la parte introductoria de la tesis viene definida como $\mathbf{L} = \mathbf{L}_d \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{L}_d$.

La inductancia mutua, teniendo en cuenta (2.31), se puede calcular de forma directa, (siguiendo el mismo ejemplo, la medida corresponde a L_{12}), como:

$$L_{12} = \sqrt{L_{11}L_{22} - \frac{L_{11}}{C_r\omega_z^2}} \quad (2.33)$$

Ambas expresiones, (2.32) y (2.33), son válidas para obtener la matriz de inductancias. Pero a la hora de realizar las medidas reales, se deben tener en cuenta los errores absolutos asociados a cada uno de los componentes que intervienen en su expresión, lo que hace que (2.33) presente un error mayor por depender de múltiples variables. Por ello es más preciso obtener primero la matriz de acoplamiento, ya que las frecuencias de resonancia se miden directamente, y posteriormente la matriz de inductancias.

2.2.4. Precisión del método de RE

Al igual que en el caso anterior, se calcula la precisión del método RE con el fin de establecer los límites de la propia metodología y para que casos es óptimo su aplicación. Y asegurar que el método permite una caracterización del inductor acoplado de 7 bobinados de forma correcta y precisa.

Siguiendo con la misma idea, se normaliza el estudio con el objetivo de generalizarlo.

Aplicando la propia definición de error, (2.17), a (2.32), se obtiene el error relativo correspondiente, y la expresión a la que se llega es:

$$\frac{\varepsilon k_{ij}}{k_{ij}} = \frac{\omega_p^2}{\omega_z^2 - \omega_p^2} \left(\frac{\varepsilon \omega_p}{\omega_p} + \frac{\varepsilon \omega_z}{\omega_z} \right) \quad (2.34)$$

Si tomamos (2.32), donde se relacionan frecuencias con el valor del acoplamiento, (2.34) se puede reescribir como:

$$\frac{\varepsilon k_{ij}}{k_{ij}} = 2 \frac{1 - k_{ij}^2}{k_{ij}^2} \frac{\varepsilon f}{f} \quad (2.35)$$

Notese que para obtener (2.35) se ha supuesto que el error relativo de las frecuencias ω_p y ω_z o su equivalencia en frecuencia, f_p y f_z es el mismo. Por lo tanto, $\varepsilon f/f$ define el error relativo de la frecuencia que se posee a la hora de su medida.

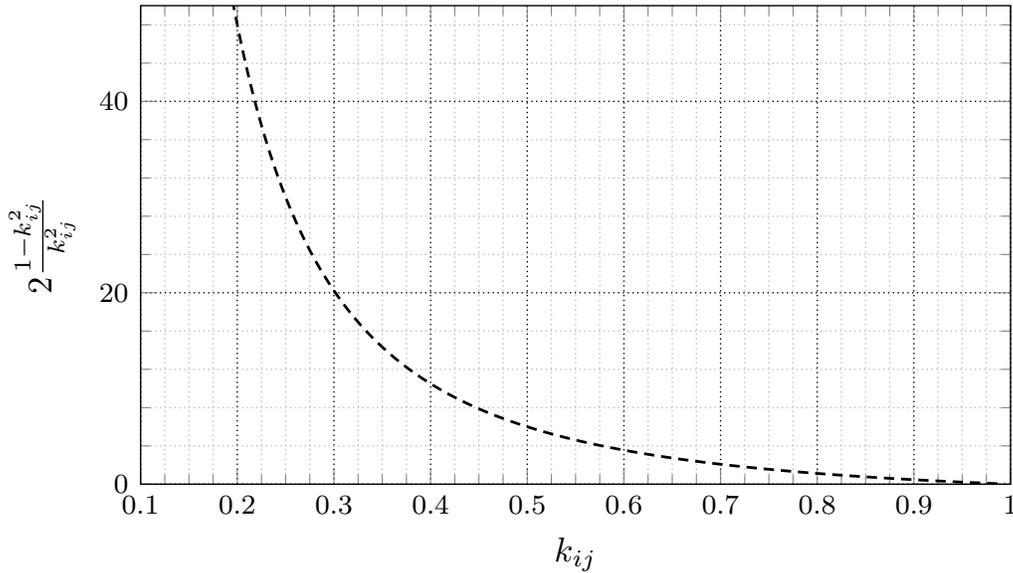


Figura 2.9: Representación gráfica del término que multiplica el error relativo de la frecuencia, $\frac{\varepsilon f}{f}$, de (2.35).

Como se puede apreciar en (2.35) y más evidentemente en la Fig. 2.9, el error relativo tiende a ser más pequeño a medida que el valor del acoplamiento tiende a ser uno ($k_{ij} \approx 1$). Por el contrario, para acoplamientos bajos, el método posee un error relativo elevado. Una de las razones que hace que el error se haga más grande es que a medida que el valor del acoplamiento baja, ambas frecuencias se acercan entre si, haciendo que las frecuencias de resonancia sean difíciles de medir.

Por otro lado, es evidente que la precisión en la medida de la frecuencia pasa por determinar el error absoluto de la medida, que depende del error de la medida del instrumento y debe ser dado por el fabricante del mismo. La realidad es que este parámetro no suele ser dado por los fabricantes.

2.2.5. Normalización de la expresión de la impedancia

Previo al estudio de cómo afectan las resistencias al método RE, se desea normalizar las expresiones obtenidas anteriormente, (2.28) y (2.29), con el fin de generalizarlas y así facilitar su análisis.

Se propone normalizar las expresiones en función del tanque resonante dado por la inductancia y el condensador asociado entre sus bornes. Además, la frecuencia también es normalizada respecto a la frecuencia del polo, ya que es el cero el que se mueve respecto el acoplamiento, k_{ij} . Esta se define como $s_n = \frac{s}{\omega_p}$

Por lo tanto, si tenemos en consideración lo anteriormente mencionado y normalizamos primero la función ideal, obtenemos

$$Z_{ideal_norm}(s_n) = \frac{Z_{ideal}(s)}{Z_r} \quad (2.36)$$

Donde, Z_r es la impedancia propia del tanque resonante, definida como:

$$Z_r = \sqrt{\frac{L_{22}}{C_r}}, \quad (2.37)$$

Aplicando (2.36) y (2.37), tenemos que la impedancia ideal se define de forma normalizada como:

$$Z_{ideal_norm}(s_n) = n^2 \left(s_n \frac{(1 - k_{12}^2) s_n^2 + 1}{s_n^2 + 1} \right) \quad (2.38)$$

Donde n es la relación de vueltas entre las inductancias que se encuentran bajo estudio, y se expresa como:

$$n = \sqrt{\frac{L_{11}}{L_{22}}} \quad (2.39)$$

Los subíndices son tomados, conforme a la Fig. 2.7.

Para el caso más general con pérdidas, donde se considera la matriz de resistencias, se desea normalizar la expresión en función del factor de amortiguamiento o *damping*, ξ . Recordemos que el *damping* viene expresado como:

$$\xi = \frac{1}{2Q} \quad (2.40)$$

Donde Q es el factor de calidad y se expresa como:

$$Q = \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{1}{R} \quad (2.41)$$

Por lo tanto, basándonos en (2.36), (2.39) y (2.40), podemos llegar a las siguientes expresiones de *damping*:

$$\xi_1 = \frac{R_{11}}{2L_{11}\omega_p}, \quad \xi_2 = \frac{R_{22}}{2L_{22}\omega_p}, \quad \xi_{12} = \frac{R_{12}}{2L_{11}\omega_p} \quad (2.42)$$

Por consiguiente, la impedancia total (2.28) normalizada es:

$$Z_{norm}(s_n) = n^2 \left(2\xi_1 + s_n - s_n \frac{(k_{12}s_n + n2\xi_{12})^2}{s_n^2 + 2\xi_2 s_n + 1} \right) \quad (2.43)$$

2.2.6. Influencia resistiva en el método RE.

En esta sección se va a estudiar la influencia de las resistencias sobre el método RE y como estas afectan al factor de calidad (Q) de las resonancias, uno de los principales factores a tener en cuenta ya que limita la aplicabilidad del método RE, además del factor de acoplamiento, como ya se ha visto anteriormente.

La expresión general bajo estudio es (2.43), por lo que se analizarán los efectos de ξ_1 , ξ_2 y ξ_{12} , ya que como hemos visto, estas variables se encuentran en función de las resistencias parásitas. El estudio propuesto es gráfica, ya que analíticamente no se puede obtener información por tratarse de un sistema de tercer orden.

El primer estudio consiste en variar el parámetro ξ_1 , manteniendo ξ_2 y ξ_{12} igual a cero, además, se fija el parámetro de acoplamiento a $k = 0,997$, y la relación entre las inductancias (L_{11} y L_{22}) se ha establecido en $n = 2,123$. En la Fig. 2.10 se muestra su efecto sobre la impedancia normalizada total.

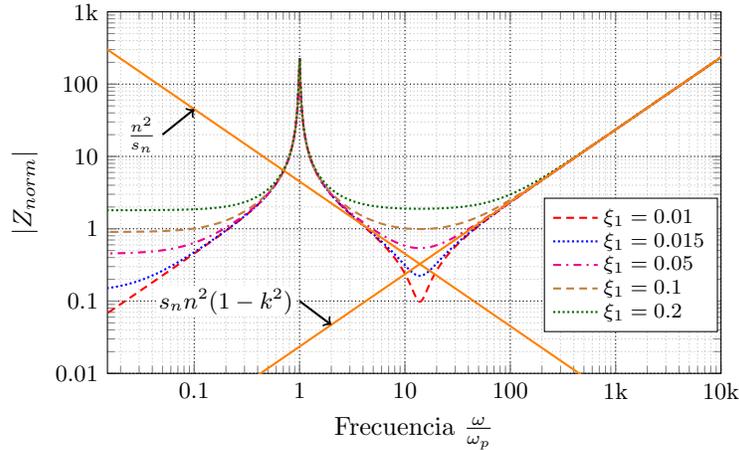


Figura 2.10: Diagrama de bode de $|Z_{norm}|$ para diferentes valores de ξ_1 , manteniendo $\xi_2 = 0$ y $\xi_{12} = 0$ ($k = 0,997$, $n = 2,123$).

Como se puede apreciar en la Fig. 2.10, ξ_1 , o su equivalencia resistiva, R_{11} , solo afecta a la segunda resonancia que corresponde a la frecuencia del cero (ω_z), y en ningún caso afecta al factor de calidad de la resonancia del polo.

Por otro lado, en la Fig. 2.11, se muestran los efectos de ξ_2 sobre la impedancia total normalizada. Donde a diferencia del caso anterior, al aumentar ξ_2 esto afecta al factor de calidad de ambas resonancias de forma simultánea, tanto al cero (ω_z) como al polo (ω_p). Este descenso del factor de calidad afecta a la calidad de la medida, por lo que, un factor de calidad bajo, implica un error en la medida alto.

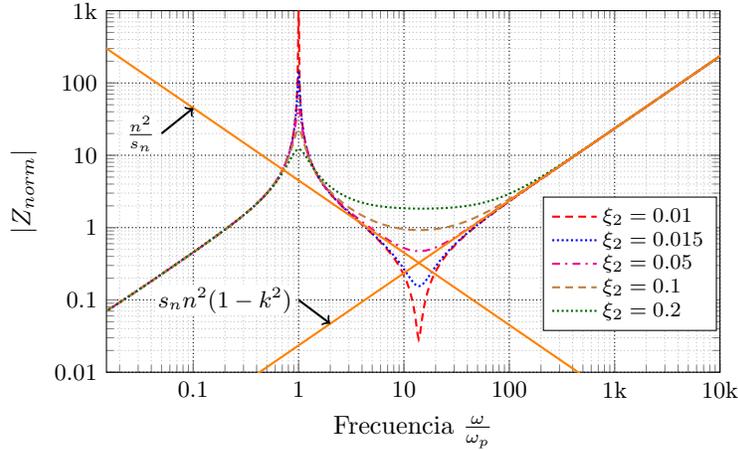


Figura 2.11: Diagrama de Bode de $|Z_{norm}|$ para varias valores del parámetro ξ_2 , manteniendo $\xi_1 = 0$ con $k = 0,997$, $n = 2,123$.

Por último, se estudia como afecta ξ_{12} a la impedancia normalizada. Su comportamiento es mostrado en la Fig. 2.12,

Al igual que en el caso de ξ_1 , ξ_{12} solo afecta a la resonancia del cero. Estudiando su comportamiento, el incremento de ξ_{12} no implica una pérdida del factor de calidad de forma gradual, si no que hay combinaciones, por ejemplo para el caso $\xi_{12} = 0,01$ y $\xi_{12} = 0,015$, donde la calidad de la resonancia es mejor que para el caso ideal. Esto implica que hay combinaciones donde se cancelan los efectos de ξ_1 y ξ_{12} . Pero este efecto no es fácil de predecir.

Se considera que las pérdidas en el factor de calidad de las resonancias de $|Z_{norm}|$ vienen determinadas por ξ_1 y ξ_2 , por lo que los límites del método vienen fijados por ellas. La influencia que aporta ξ_{12} es bajo, por lo que estudios posteriores solo se centrarán en ξ_1 y ξ_2 , despreciando los efectos de ξ_{12} .

Máximo valor para ξ_2

En este subapartado se va a analizar el valor máximo que no debe sobrepasar ξ_2 para considerar que la medida tomada del polo no posee tal degradación que ya no permita aplicar el método RE. Como hemos visto anteriormente, ξ_2 se encuentra vinculado únicamente al denominador de la impedancia $|Z_{norm}(s_n)|$, por lo que solo afecta al polo.

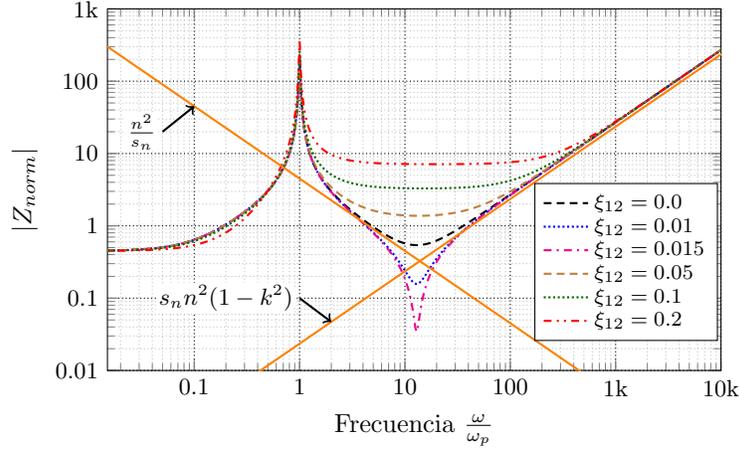


Figura 2.12: Diagrama de Bode de $|Z_{norm}|$ para varios valores del parámetro ξ_{12} , manteniendo como valores constantes a $\xi_1 = 0,05$ y $\xi_2 = 0,01$ ($k = 0,997$, $n = 2,123$). Se puede observar que algunos valores de ξ_{12} parcialmente cancelan los efectos del damping de ξ_1 y ξ_2 .

Entendemos que la degeneración del polo se da cuando la parte imaginaria del polo se iguala a cero o cuando su parte real posee mayor peso que la imaginaria (obviamente). Un valor significativo de la parte real del polo implica una curva muy suave en el diagrama de Bode que hace difícil medir la frecuencia exacta de la resonancia. Esto hace que se cometa un error en la medida no despreciable.

Por ello, con el fin de saber, en que momento la parte imaginaria ya no es relevante, se iguala a cero el denominador de (2.43). Por lo tanto, tenemos que los polos de $|Z_{norm}(s_n)|$ son (2.44).

$$s_{n,p} = -\xi_2 \pm \sqrt{\xi_2^2 - 1} \quad (2.44)$$

Para que exista parte imaginaria, tenemos que se debe cumplir la siguiente condición:

$$\xi_2 < 1 \quad (2.45)$$

De forma desnormalizada, tenemos que el valor de R_{22} debe cumplir que al menos debe ser dos veces más pequeño que la impedancia propia del tanque resonante.

$$R_{22} < 2\sqrt{\frac{L_{22}}{C_r}} \quad (2.46)$$

Esta es la condición que se debe cumplir para que el polo no se degrade e invalide la lectura del pico de la frecuencia haciendo que la metodología RE no sea aplicable.

Máximo valor para ξ_1

En este caso, la degeneración del cero no se puede vincular directamente con que su parte imaginaria sea igual a cero, ya que, la expresión (2.43) es de orden tres y su análisis no es tan sencillo. Por lo tanto, se han establecido dos criterios en los que el cero posee un nivel de degradación tal que invalide la lectura de su frecuencia.

1. Se considera que el cero de la frecuencia de (2.43) esta degradado y el error asociado en su lectura ya no es despreciable en el diagrama de Bode, cuando el valor de la impedancia $|Z_{norm}(s_n)|$ se encuentre por debajo del punto de cruce asintótico entre las rectas n^2/s_n y $s_n n^2(1 - k^2)$. Por ejemplo, en base a la Fig. 2.10, y tomando $\xi_2 = 0,1$, tenemos que su comportamiento se encuentra por encima de este punto, y determinar el punto de la resonancia no es fácil.
2. La segunda condición es dada por el desplazamiento de la frecuencia de resonancia respecto a su frecuencia natural. Este desplazamiento es debido al efecto resistivo. Como veremos más adelante, este criterio es más restrictivo que el anterior.

En la Fig. 2.13 se representa la primera condición y se muestra, para qué combinaciones de ξ_1 y ξ_2 en función del valor de acoplamiento, tenemos que la impedancia $|Z_{norm}(s_n)|$ es igual o superior al punto de cruce de las dos rectas. Esto permite establecer qué combinación podemos tener entre ξ_1 y ξ_2 en función del valor de acoplamiento máximo en un InAc para poder aplicar el método RE.

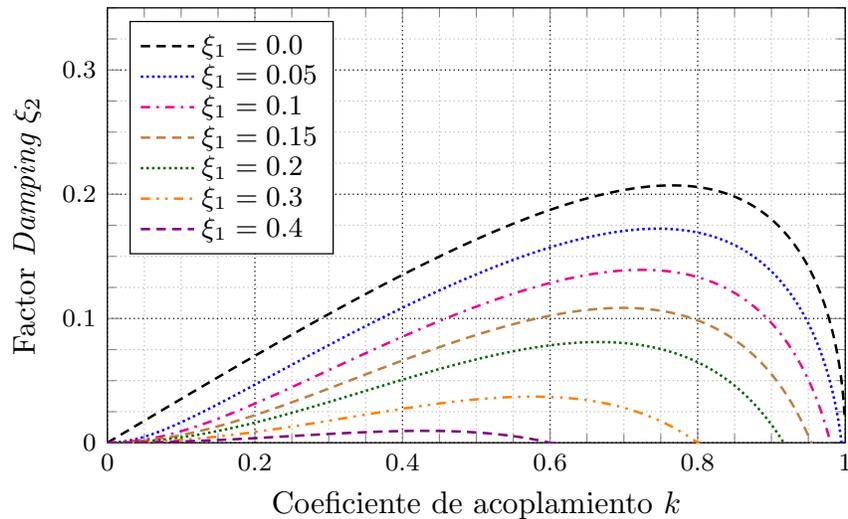


Figura 2.13: Representación gráfica para determinar para que valores de ξ_2 y ξ_1 en función de k se cumple que el valor de amplitud de $|Z_{norm}|$ es mayor que el punto de cruce entre las dos rectas.

Uno de los fenómenos que nos encontramos al incrementar el valor resistivo es que la frecuencia de resonancia se desplaza respecto a su frecuencia natural. Para ver cómo afecta este comportamiento se propone un estudio donde ξ_1 y ξ_2 van tomando diferentes valores en función del acoplamiento. En la Fig. 2.14 se recoge para qué combinación la frecuencia del cero se ha desplazado 1 %. Se ha tomado el 1 % como límite. Esta representación está combinada con el primer criterio, representado en la Fig. 2.13. Se aprecia que esta combinación da un resultado más restrictivo.

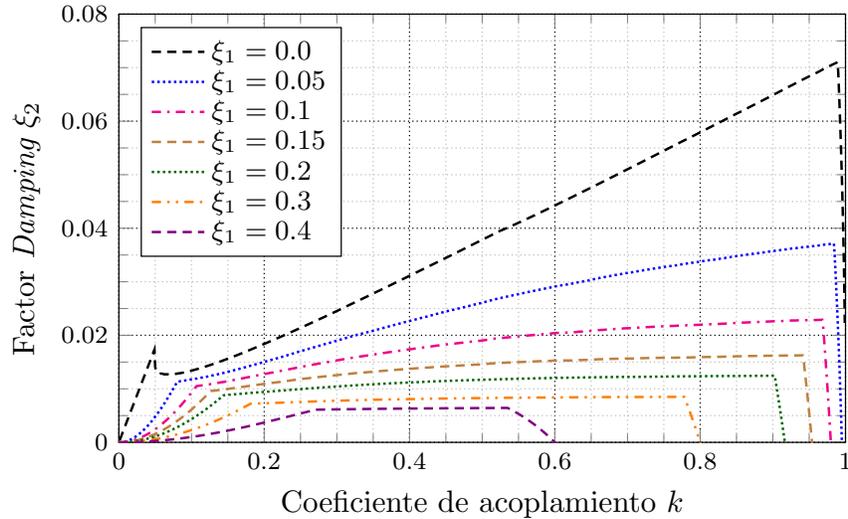


Figura 2.14: Esta gráfica combina la condición de error introducido por la diferencia entre la frecuencia natural y la frecuencia mínima dada por el cero, (fijando un límite del 1 % en el desplazamiento) y la primera condición, representada en la Fig. 2.13. Se representa la degradación de ξ_2 en función del valor de acoplamiento k , donde el cero de $|Z_{norm}|$ se ha degradado. ξ_1 se toma como parámetro.

Recordemos que determinar los límites de ξ_1 y ξ_2 pasa por conocer previamente el coeficiente de acoplamiento y las inductancias mutuas para poder aplicar el criterio propuesto. En función del acoplamiento tenemos una combinación de ξ_1 y ξ_2 que hacen que la frecuencia de resonancia se desvíe respecto a su frecuencia natural (en la Fig. 2.14 se representa para el caso del 1 %). Como se puede observar, para acoplamientos k bajos, la influencia de ξ_1 y ξ_2 llegan a ser críticas y el método RE propuesto para caracterizar InAc puede ser ineficaz.

Podemos observar además que para mayores coeficientes de acoplamiento k , tenemos que la influencia puede llegar a ser menos crítica y los valores de ξ_1 y ξ_2 que determinan un error del 1 % no son físicamente reales (excesivamente elevados). Así que, se puede concluir que, el método propuesto es apropiado para valores con coeficientes de acoplamientos k altos.

Como el estudio se ha realizado de forma normalizada, tenemos que se puede aplicar a cualquier aplicación real, desnormalizando previamente ξ_1 y ξ_2 .

De igual forma, se ha realizado el estudio de cómo se mueve la frecuencia natural respecto a la frecuencia de resonancia con una variación también de hasta un 1 % para el caso del polo. En la siguiente Fig. 2.15 se muestra esta desviación del 1 % del polo, y además se ha incluido en la figura la respuesta que se muestra en Fig. 2.14 del cero.

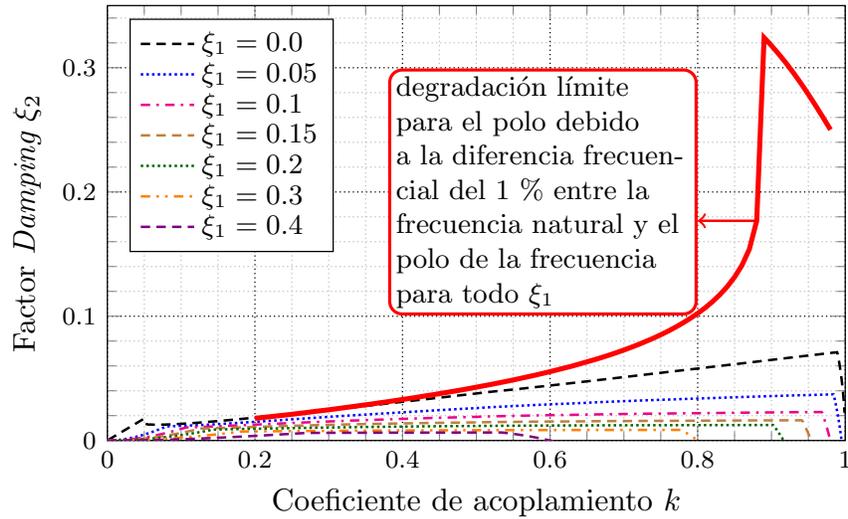


Figura 2.15: Gráfica que combina la Fig. 2.14 y el error introducido por la diferencia entre la frecuencia natural y la frecuencia máxima del polo. Esta gráfica representa para cada valor de ξ_2 los valores máximos de k estableciendo el límite al 1 %, y ξ_1 se toma como parámetro.

Como se puede apreciar con trazo rojo, resalta la desviación del 1 % del polo y este toma valores de ξ_2 mayores respecto a la desviación del cero. Esto implica que la condición del cero para ξ_1 y ξ_2 es más restrictiva, por lo que si se cumplen los límites para el cero, se cumplen para el polo.

2.2.7. Selección del condensador

Otro aspecto importante que hay que tener en cuenta a la hora de aplicar el método RE es la selección del valor del condensador, C_r , de forma adecuada.

En la Fig. 2.16 se representa el diagrama de Bode de un transformador trifásico con núcleo en E , midiendo su impedancia total, $|Z|$, desde uno de los bobinados con el resto de las inductancias en abierto. Como muestra la figura, existe una resonancia asociada a la capacidad parásita del propio elemento magnético, la cual viene resaltada de color rojo y marcada con la letra “C”. Es interesante a la hora de aplicar la metodología RE conocer previamente su valor, ya que la selección del condensador, C_r , de valor similar, puede afectar a la medida e invalidar los resultados.

Dos aspectos se deben de tener en cuenta a la hora de seleccionar su valor.

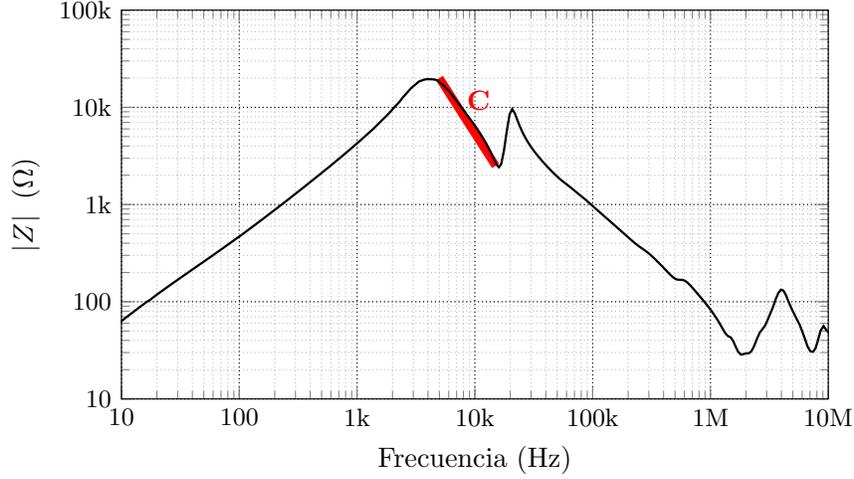


Figura 2.16: Medida de la impedancia, $|Z|$, de un transformador trifásico con todos los secundarios en circuito abierto. Se resalta a través de un trazo de color rojo y marcado con la letra “C” el comportamiento de la capacidad parásita asociada al transformador.

1. Tenemos que la carga capacitiva C_r debe ser mucho más grande que la capacidad parásita, ya que la impedancia vista desde la inductancia de primario ve reflejado el sumatorio total de las capacidades, es decir, $C_{total} = C_r + \sum_{r=0}^q C_{p_r}$, por lo que se sugiere tomar un valor capacitivo en torno a cien veces mayor. Esto permitirá desprestigiar los efectos capacitivos parásitos y la resonancia vendrá fijada solo por el valor de C_r .
2. Un segundo factor a tener en cuenta, es la consecuencia de asignar un valor demasiado elevado a C_r . Esto provoca una degeneración directa de la resonancia, lo que también afecta a la limitación del método RE. Como ya se ha visto, ω_p y ω_z están en función de C_r , (ver (2.30)), por lo tanto, a su vez se encuentran asociadas a ξ_1 , ξ_2 como refleja (2.42). Esto, como se ha estudiado en el apartado anterior, afecta al factor de calidad, Q , de las resonancias.

En consecuencia, se puede establecer un rango de valores capacitivos de C_r para que el método RE no se vea afectado por el valor de la carga capacitiva elegido.

El rango se define como:

$$C_{total \text{ parasito}} \ll C_r < \min \left(4\xi_1^2 n^2 \frac{L_{11}}{R_{11}^2}, 4\xi_2^2 \frac{L_{22}}{R_{22}^2} \right) \quad (2.47)$$

Donde los valores máximos vienen determinados por la combinación de (2.30) y (2.42). Entre los dos posibles valores se recomienda tomar el valor más desfavorable.

2.3. Estudio de Elementos Finitos

Uno de los problemas que se nos presenta a la hora de realizar una caracterización es saber si aplicando diferentes métodos de caracterización, los valores obtenidos son correctos y la matriz resultante es lógica desde un punto de vista físico. Ante esta situación se requiere una herramienta que permita determinar qué matriz resultante es la correcta. Por lo tanto, en este apartado se ha propuesto realizar un estudio con elementos finitos, empleando la herramienta Ansys Maxwell. Su estudio nos ayudará a determinar qué valores son lógicos y poder confirmar la validez del método RE.

En la Fig. 2.17 se muestra una captura de pantalla de la herramienta Ansys Maxwell realizando una simulación de un transformador de red con tres bobinados, situados en cada una de las ramas del núcleo en E. Los parámetros fijados para realizar la simulación han sido una permeabilidad de $\mu_r = 800$ y con un gap de 0.25 mm frecuencia asignada es de 50 Hz. La simulación es un caso semi-ideal, ya que no se han añadido asimetrías en el modelo magnético y los conductores son determinados por una única sección a través del material, esto implica, por ejemplo, que se han despreciado los efectos capacitivos entre espiras.

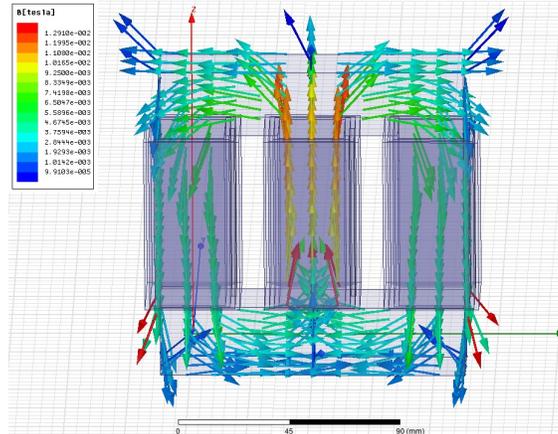


Figura 2.17: Modelo físico del inductor trifásico usado por Maxwell 3D para realizar el análisis de elementos finitos. Se usó el modelo de corrientes de Foucault suponiendo $\mu_r = 800$, un gap de 0.25 mm, a una frecuencia de 50 Hz.

Tras la simulación de elementos finitos, los valores de acoplamiento entre las diferentes inductancias obtenidos se muestran en (2.48).

$$k_{12} = 0,511 \quad k_{13} = 0,295 \quad k_{23} = 0,494 \quad (2.48)$$

Al tratarse de una simulación más cercana al comportamiento ideal del elemento magnético, tenemos que estos valores se deben de interpretar como máximos, es decir, un valor por encima de los dados en (2.48) no se considerarían físicamente realizables.

De igual forma, para un núcleo con geometría toroidal su acoplamiento máximo viene fijado por el valor unidad, $k = 1$.

2.4. Validación Experimental

En esta sección se propone caracterizar tres montajes diferentes de InAc aplicando el método RE y DiC, ya explicados en el presente capítulo. El objetivo de este apartado es comparar y validar el método RE propuesto frente al DiC, siendo este uno de los métodos más utilizado a la hora de caracterizar elementos magnéticos.

Se han propuesto tres prototipos diferentes para aplicar ambas metodologías y cada uno de ellos presenta un diseño diferente con el fin de validar, delimitar y verificar las dos metodologías.

Los equipos empleados para aplicar los métodos y obtener así las medidas necesarias, y sus correspondientes matrices, han sido: el analizador de impedancias LCR 4284A, aplicado al método DiC y un analizador de redes E5061B, para el método RE, ambos equipos de AgilentTM, compensados y calibrados.

Los tres inductores acoplados propuestos poseen diferentes especificaciones:

1. Inductor acoplado con cinco bobinados con núcleo de polvo de hierro con geometría toroidal. Las inductancias poseen diferentes relaciones de vueltas y acoplamientos, con el fin de verificar el desarrollo teórico para ambos métodos.
2. Filtro de salida con siete inductores acoplados entre si con un núcleo de MPP con geometría toroidal. Donde todos sus coeficientes de acoplamiento son cercanos a la unidad.
3. Inductor de filtro de red trifásico. Núcleo laminado de hierro con geometría en E, cada inductancia se encuentra bobinada en una rama diferente. Este núcleo presenta diferentes valores de acoplamiento, todos ellos bajos.

2.4.1. Cinco bobinados con núcleo de polvo de hierro

El primer prototipo a analizar consiste en un núcleo de MicrometalsTMT130-26 con cinco inductancias bobinadas sobre este mismo núcleo toroidal.

Se propone bobinar tres de las cinco inductancias en el lado izquierdo del núcleo y las dos restantes inductancias se bobinan en la parte derecha del núcleo. En la Fig. 2.18, se muestra una imagen del prototipo propuesto.

Las inductancias bobinadas en la parte izquierda constan de 20, 20 y 5 vueltas, para L_{11} , L_{22} y L_{33} respectivamente, y bobinándose todos ellos a la vez. El lado derecho, formado por dos inductancias, con 20 y 5 vueltas, correspondientes a las inductancias L_{44} y L_{55} , respectivamente. En (2.49) se muestra la matriz de relación de vueltas entre todas las inductancias.

Con este estudio se pretende cubrir todas las posibilidades que limitan tanto al método DiC como RE, ya que el núcleo presenta relaciones entre las inductancias de $n = 1$, $n \ll 1$, y valores de acoplamiento esperados entre $k \approx 1$ y $k < 1$,



Figura 2.18: Inductor acoplado con 5 inductancias bobinadas en un núcleo toroidal de polvo de hierro. Se bobinan tres inductancias a la vez en el lado izquierdo y las dos restantes en el lado derecho, ambas con un buen acoplo. Y entre ambos lados, no presentan un buen acoplamiento.

El objetivo es validar de forma experimental los límites, que se han visto de forma teórica en los apartados anteriores, tanto para el método RE como para el DiC. Donde, recordemos que DiC pierde precisión cuando los acoplamientos entre las inductancias son altos, donde en un principio el método RE no debiera fallar. Para el caso RE, se verificará su propio límite, donde este se espera encontrarse para aquellos casos donde los acoplamientos son bajos.

Como se puede apreciar en la Fig. 2.18, el prototipo se encuentra soldado sobre una PCB. Donde en su parte inferior se han añadido pines entre los extremos de cada una de las inductancias, con el fin de evitar movimientos de los finales de los bobinados que puedan afectar a las medidas de las inductancias, tanto de RE como de DiC.

$$n = \begin{pmatrix} 1 & 1,00 & 0,25 & 1,00 & 0,25 \\ 1,00 & 1 & 0,25 & 1,00 & 0,25 \\ 0,25 & 0,25 & 1 & 0,25 & 1,00 \\ 1,00 & 1,00 & 0,25 & 1 & 0,25 \\ 0,25 & 0,25 & 1,00 & 0,25 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.49)$$

Recordemos que, para el método RE se debe fijar un valor capacitivo. Aplicando (2.47) se establece el rango de valores es $C_{max} = 10.9 \mu\text{F}$ y $C_{min} = 120 \text{pF}$, para el caso más desfavorable. El valor de la capacidad parásita se ha obtenido a través del analizador de impedancias, tomando L_{11} como inductancia de referencia o de primario y con el resto de las inductancias en circuito abierto.

En base al rango establecido, se toma el valor capacitivo para caracterizar el InAc de $C_r = 1 \mu\text{F}$, el cual se encuentra dentro del rango de (2.47).

La frecuencia tomada para realizar las medidas con el método DiC es de 100 kHz, asegurando que el inductor posee un comportamiento inductivo, es decir una pen-

diente de 20 dB/dec .

En (2.50) y (2.51) se muestran las matrices de acoplamiento resultantes de aplicar cada uno de las dos metodologías. Además, se muestran las matrices, aproximadamente, con el factor del error relativo dado por (2.25) y (2.35).

Las matrices de error solo muestran los factores a falta de aplicar el error relativo del equipo de medida. Esto se ha decidido así ya que los errores de cada uno de los equipos son muy diferentes. Para el equipo 4284A se estima un error relativo de $0,08 \% < \varepsilon L/L < 16,94 \%$, y para el equipo E5061B se estima un error relativo de $\varepsilon f/f \approx 0,000007 \%$. Si se aplican estos errores se interpreta que la comparativa no se haría de forma justa, por lo que su influencia en las expresiones (2.25) y (2.35) se ha obviado. Las matrices con el factor de error han permitido tener una mejor visión de la precisión de los métodos propuestos, independientemente del equipo de medida empleado. Está claro que juega un papel importante en la medida, pero a la hora de realizar la comparativa entre ambos, aplicar el error relativo puede llevar a confusión y conclusiones erróneas.

$$k_{DiC} = \begin{pmatrix} 1 & 1,000 & 0,943 & 0,710 & 0,668 \\ 1,000 & 1 & 0,941 & 0,709 & 0,667 \\ 0,943 & 0,941 & 1 & 0,625 & 0,584 \\ 0,710 & 0,709 & 0,625 & 1 & 0,970 \\ 0,668 & 0,667 & 0,584 & 0,970 & 1 \end{pmatrix} \text{ y}$$

$$\text{factor error } k_{DiC} = \begin{pmatrix} & 1,01 & 2,18 & 1,42 & 3,03 \\ 1,01 & & 2,18 & 1,42 & 3,04 \\ 2,18 & 2,18 & & 3,30 & 1,75 \\ 1,42 & 1,41 & 3,30 & & 2,10 \\ 3,03 & 3,04 & 1,75 & 2,10 & \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

$$k_{RE} = \begin{pmatrix} 1 & 0,994 & 0,915 & 0,702 & 0,646 \\ 0,994 & 1 & 0,913 & 0,705 & 0,658 \\ 0,915 & 0,913 & 1 & 0,615 & 0,584 \\ 0,702 & 0,705 & 0,615 & 1 & 0,950 \\ 0,646 & 0,658 & 0,584 & 0,950 & 1 \end{pmatrix} \text{ y}$$

$$\text{factor error } k_{RE} = \begin{pmatrix} & 0,02 & 0,39 & 2,06 & 2,79 \\ 0,02 & & 0,40 & 2,02 & 2,62 \\ 0,39 & 0,40 & & 3,30 & 3,87 \\ 2,06 & 2,02 & 3,30 & & 0,22 \\ 2,79 & 2,62 & 3,87 & 0,22 & \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

Tras caracterizar el InAc, solo el método RE presenta como resultado una la matriz SPD. Para su comprobación se han calculado los valores propios de cada una de las matrices de acoplamiento, donde sus valores se muestran en (2.52) para el caso RE y (2.53) para DiC.

$$p(x)_{RE} = 4,0810, 0,758, 0,110, 0,046, 0,005 \quad (2.52)$$

$$p(x)_{DiC} = 4,135, 0,766, 0,070, 0,028, -0,00002 \quad (2.53)$$

Como se puede comprobar, para el caso DiC tenemos que al menos uno de los valores propios es negativo. (ver (2.53)).

Analizando los factores de error en este experimento ya se observa indicios que se pueden tener una medida poco precisa con el método DiC. Como se puede observar, (2.50), en aquellas configuraciones donde el acoplo es cercano a la unidad, tenemos que el error es máximo, lo que condiciona y limita el método DiC para los casos donde los acoplos son cercanos a la unidad, como ya se presuponía. Como por ejemplo, podemos ver que el valor de acoplamiento obtenido entre L_{11} y L_{22} es $k_{12} = 1$. Entendemos que este valor no es real, por lo que damos mayor veracidad al resultado dado en la matriz de acoplamiento aplicando el método RE, siendo este de $k_{12} = 0,994$.

Además, una segunda limitación que se vinculaba al método DiC venía dada por la medida entre valores de inductancias muy dispares, donde el resultado de la medida tanto en serie como en oposición son muy parecidas y en consecuencia conducen a un error asociado que afecta al cálculo final. Un ejemplo de esta suposición se ve en la inductancia mutua L_{15} para la que se tiene un factor del error de 3,03.

Por otro lado, se puede ver como el método RE muestra unos factores de error más bajos, lo que indica que sus medidas son más precisas. Además, se puede observar en la matriz de factores de error de RE que para aquellos casos donde el valor de acoplamiento es más bajo, su error aumenta, verificando la hipótesis inicial.

Con el fin de verificar y demostrar cómo afecta las capacidades parásitas al valor de acoplamiento resultante se ha propuesto el siguiente estudio. En la Fig. 2.19 se muestran los resultados de los valores de acoplamiento medidos entre los diferentes bobinados empleando diferentes valores de condensadores, C_r , los valores tomados se encuentran dentro del rango anteriormente definido.

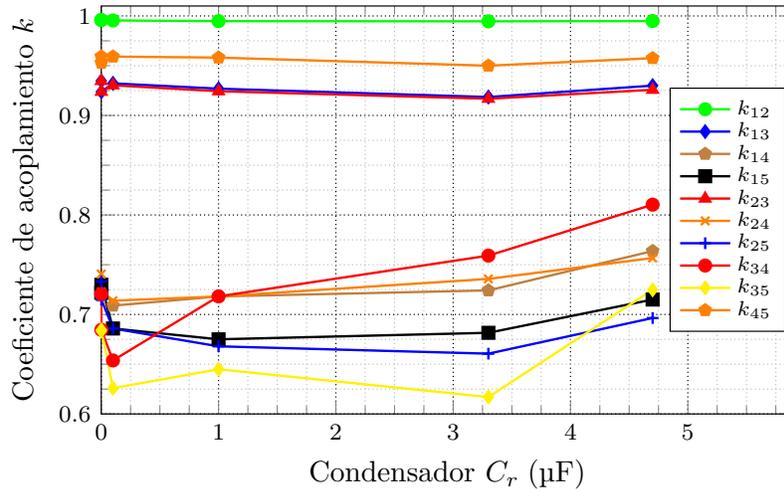


Figura 2.19: Influencia de C_r en todos los diez coeficientes de la matriz de acoplamiento (2.51).

Como se puede observar, para aquellos casos donde presenta un acoplamiento alto,

el resultado no viene influenciado por el valor del condensador elegido. En cambio, para el caso donde los acoplamientos son bajos, el error de la metodología RE es mayor, y los resultados varían en función del condensador elegido. Esto es debido a la influencia de la capacidad total parásita, $C_{total\ parasita}$, reflejada sobre la inductancia de referencia, además de la influencia que existe en los parámetros de ξ_1 y ξ_2 que afectan a la calidad de la resonancia. Con estas medidas se ha podido demostrar que la elección del elemento capacitivo es importante y afecta al valor de acoplamiento cuando su valor es bajo.

2.4.2. InAc con 7 Inductancias sobre un núcleo de MPP

El segundo elemento magnético consiste en un núcleo toroidal de MagneticsTM 55348-A2 con 7 inductancias y todas ellas bobinadas de forma conjunta, lo que implica que el acoplamiento esperado debería ser cercano a la unidad en todos los casos. En la Fig. 2.20 se muestra el elemento magnético realizado para ser caracterizado a través de los métodos RE y DiC descritos anteriormente. Este elemento magnético será integrado en el prototipo FM que volará en la misión *Solar Orbiter*.

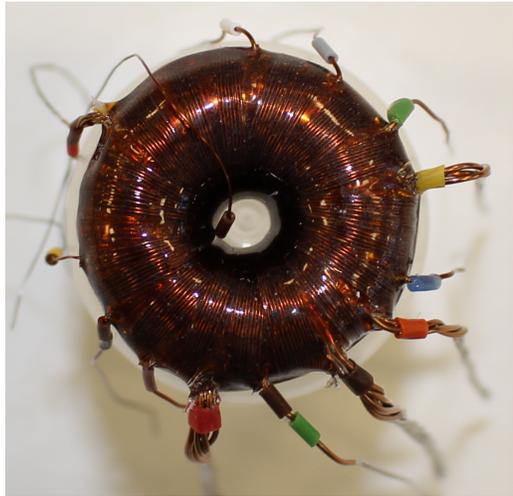


Figura 2.20: Siete inductancias acopladas sobre un mismo núcleo toroidal MPP.

En la siguiente matriz (2.54) se muestra las relaciones de vueltas, n , que existen entre las diferentes inductancias. En ella se destaca la relación de $n_{17} = 0,06$, que corresponde a valores inductivos muy diferentes.

$$n = \begin{pmatrix} 1 & 0,50 & 0,50 & 0,22 & 0,22 & 0,22 & 0,06 \\ 0,50 & 1 & 1,00 & 0,50 & 0,50 & 0,50 & 0,11 \\ 0,50 & 1,00 & 1 & 0,50 & 0,50 & 0,50 & 0,11 \\ 0,22 & 0,50 & 0,50 & 1 & 1,00 & 1,00 & 0,26 \\ 0,22 & 0,50 & 0,50 & 1,00 & 1 & 1,00 & 0,26 \\ 0,22 & 0,50 & 0,50 & 1,00 & 1,00 & 1 & 0,26 \\ 0,06 & 0,11 & 0,11 & 0,26 & 0,26 & 0,26 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

Este elemento magnético es bastante común en convertidores DC-DC. Por ello, es de interés verificar que los diferentes métodos de caracterización son válidos en aquellos casos donde aparecen valores inductivos extremos, obteniendo su matriz de inductancias o su equivalencia en valores de acoplamiento de forma óptima.

Al igual que en el caso anterior, se debe fijar el valor de condensador que se necesita para aplicar el método RE. En este caso los límites capacitivos son, para el valor máximo $C_{max} = 124 \mu\text{F}$ y para el valor mínimo más desfavorable es de $C_{min} = 7 \text{nF}$, por lo tanto, el condensador que se toma para realizar las medidas es de $C_r = 470 \text{nF}$.

Para el método DiC se tomarán las medidas tanto en serie como en oposición a una frecuencia de 100 kHz, esto es debido a que esta es la frecuencia aproximada de funcionamiento del convertidor y además el elemento magnético presenta un comportamiento inductivo.

En (2.55) y (2.56) se muestran los resultados obtenidos tras aplicar cada una de las diferentes metodologías, DiC y RE. Como podemos observar en las matrices, todos los valores se encuentran cerca del valor unidad como se esperaba.

$$k_{DiC} = \begin{pmatrix} 1 & 0,984 & 0,984 & 0,984 & 0,983 & 0,967 & 0,885 \\ 0,984 & 1 & 0,997 & 0,998 & 0,996 & 0,982 & 0,950 \\ 0,984 & 0,997 & 1 & 0,996 & 0,996 & 0,982 & 0,951 \\ 0,984 & 0,998 & 0,996 & 1 & 1,005 & 0,984 & 0,977 \\ 0,983 & 0,996 & 0,996 & 1,005 & 1 & 0,984 & 0,968 \\ 0,967 & 0,982 & 0,982 & 0,984 & 0,984 & 1 & 1,033 \\ 0,885 & 0,950 & 0,951 & 0,977 & 0,968 & 1,033 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

$$k_{RE} = \begin{pmatrix} 1 & 0,993 & 0,990 & 0,979 & 0,971 & 0,985 & 0,990 \\ 0,993 & 1 & 0,991 & 0,983 & 0,969 & 0,987 & 0,993 \\ 0,99 & 0,991 & 1 & 0,972 & 0,983 & 0,987 & 0,990 \\ 0,979 & 0,983 & 0,972 & 1 & 0,973 & 0,967 & 0,980 \\ 0,971 & 0,969 & 0,983 & 0,973 & 1 & 0,975 & 0,974 \\ 0,985 & 0,987 & 0,987 & 0,967 & 0,975 & 1 & 0,984 \\ 0,990 & 0,993 & 0,990 & 0,980 & 0,974 & 0,984 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

Resaltamos que en la matriz (2.55) aparecen valores de acoplamiento superiores a la unidad, $k > 1$, por ejemplo $k_{67} = 1,033$. Entendemos que estos valores son físicamente imposibles, ya que el valor máximo ideal es 1. Esto hace que el método DiC en un primer análisis deba ser descartada.

2.4. Validación Experimental

Al igual que en los casos anteriores, se debe de comprobar si la matriz cumple con el criterio SPD, para ello se calculan los valores propios de cada una de las matrices obtenidas. Como se esperaba para el caso RE los valores propios son todos reales y positivos como se puede comprobar en (2.57).

$$p(x)_{RE} = 6,890, 0,040, 0,036, 0,015, 0,010, 0,008, 0,002 \quad (2.57)$$

Por otro lado, la matriz obtenida aplicando el método DiC, no es SPD, como ya se esperaba en función de sus resultados de acoplamiento. En (2.58) se muestran los valores propios obtenidos y como estos no son todos reales y positivos.

$$p(x)_{DiC} = 6,882, 0,146, -0,055, 0,020, 0,008, -0,005, 0,003 \quad (2.58)$$

La caracterización de este elemento magnético demuestra que aquellos elementos magnéticos que con valores de acoplamiento altos y/o relaciones de vueltas entre si altos, se caracteriza mejor aplicando el método RE que el método DiC.

Además, el análisis ha permitido verificar las hipótesis iniciales, donde el método DiC no resulta en una matriz SPD ante relaciones de vuelta muy grandes. Un ejemplo de que el método DiC falla ante inductancias muy diferentes lo apreciamos en k_{DiC17} donde su valor obtenido es de 0,885, donde lo esperado es ~ 1 . Por lo tanto, Si lo comparamos con el valor obtenido por el método RE que es $k_{RE17} = 0,99$, le damos mayor fiabilidad a este último valor.

Al igual que en el caso anterior, se desea conocer como afecta el valor fijado del elemento capacitivo cuando este se acerca a los límites del rango establecido. En la siguiente Fig. 2.21 se recogen los valores de acoplamiento medidos con diferentes valores capacitivos, C_r y como su elección afecta a la resonancia del cero desplazándola de la frecuencia natural.

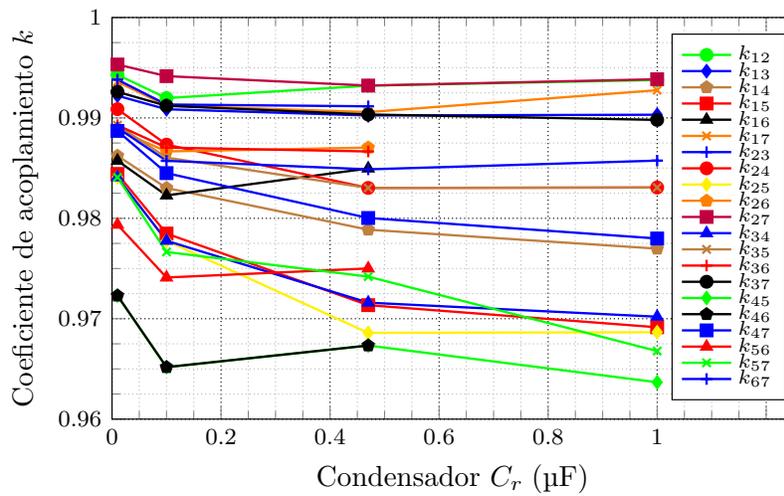


Figura 2.21: Influencia de C_r en todos los coeficientes de acoplamiento de la matriz (2.56).

Como se puede apreciar en la Fig. 2.21 los valores de acoplamiento se mantienen bastante estables. Solo se muestra una variación creciente del valor de acoplamiento cuando C_r tiende a C_{min} , donde, la capacidad parásita total posee un peso significativo y afecta a la capacidad total y en consecuencia a la medida.

2.4.3. Prototipo con 3 inductancias sobre un núcleo laminado de hierro de tipo E.

El último prototipo propuesto es un inductor trifásico de red con un núcleo laminado de hierro de tipo en *E*. Cada una de las inductancias es de 2 mH con una corriente nominal de 10 A. En la Fig. 2.22 se muestra el elemento magnético a caracterizar. Cada uno de las inductancias se encuentra bobinada sobre una rama diferente. Todas ellas se han bobinado con el mismo número de vueltas y en base a la distancia y las posibles pérdidas, entre ellas se esperan acoplamientos bajos.

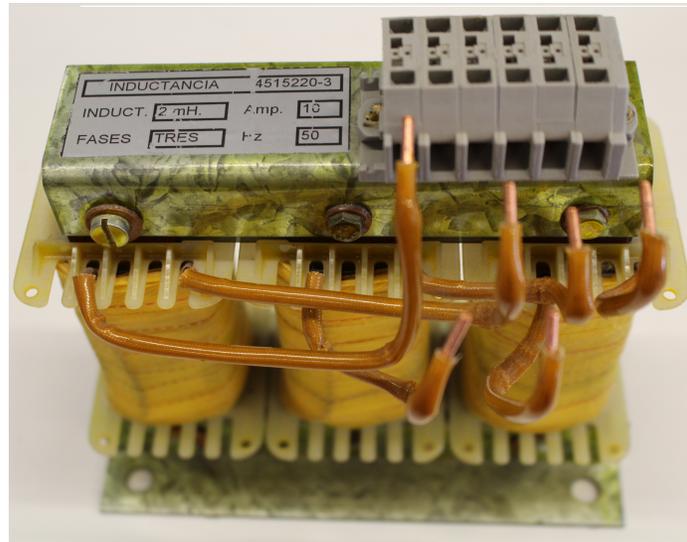


Figura 2.22: Filtro de red trifásico con tres inductancias de 2 mH.

Siguiendo la misma dinámica que en los casos anteriores, tenemos que las medidas para el caso DiC se han realizado a una frecuencia de 100 Hz, este valor es fijado en base a que su comportamiento a esta frecuencia presentaba un pendiente de 20 dB/dec aproximadamente, por lo que en este punto se considera un elemento inductivo

Para el método RE se ha seleccionado un valor de condensador de $C_r = 10 \mu\text{F}$, donde tenemos que los valores límites, máximo y mínimo, se encuentran en $C_{maximo} = 1 \text{ nF}$ y $C_{min} = 112 \text{ pF}$.

En (2.59) y (2.60) se muestran las matrices resultantes tras aplicar ambos métodos.

$$k_{DiC} = \begin{pmatrix} 1 & 0,575 & 0,315 \\ 0,575 & 1 & 0,576 \\ 0,315 & 0,576 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.59)$$

$$k_{RE} = \begin{pmatrix} 1 & 0,628 & 0,612 \\ 0,628 & 1 & 0,629 \\ 0,612 & 0,629 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.60)$$

Siguiendo los pasos de la propia caracterización, se calculan los valores propios de cada una de las matrices que se han obtenido. En este caso, nos encontramos que ambas matrices cumplen con el criterio SPD. Sus valores propios son mostrados en (2.61) y (2.62).

$$p(x)_{DiC} = 1,986, 0,685, 0,329 \quad (2.61)$$

$$p(x)_{RE} = 2,246, 0,388, 0,366 \quad (2.62)$$

En este apartado se da valor al estudio realizado anteriormente con elementos finitos (FEM). Gracias a los resultados obtenidos se puede determinar qué matriz realmente representa un elemento físicamente realizable. Recordemos que los valores obtenidos de la simulación fueron: $k_{12} = 0,511$, $k_{13} = 0,295$, $k_{23} = 0,494$. En base a estos resultados, donde recordemos que estos nos fijan el valor máximo ideal para un elemento con una geometría parecida, tenemos que la matriz obtenida con el método DiC, (2.59), se acerca más a los resultados presentados por el análisis FEM.

Por otro lado, (2.60) muestra la propia limitación del método RE, donde, por ejemplo para el caso, $k_{13} = 0,612$ la simulación indica que el valor debería de ser $\approx 0,3$. Esto demuestra que la medida posee un error no despreciable y entendemos que este valor es físicamente imposible. Como ya se ha comentado, una de las explicaciones que se han dado por el error en la matriz RE es debido a los acoplamientos tan bajos, haciendo que las resonancias, tanto del cero como del polo, se encuentren muy próximas entre si, desplazando la frecuencia de resonancia a frecuencias mayores respecto la frecuencia natural. Esto demuestra que su precisión para estos casos no es la adecuada por lo que se recomienda emplear el método DiC.

2.5. Aplicabilidad y conclusiones

En el presente capítulo se ha propuesto un nuevo método para caracterizar elementos magnéticos donde otros métodos dan resultados muy imprecisos o erróneos. El objetivo de la metodología, llamada RE, es obtener la matriz de acoplamientos y de inductancias. Este método ha demostrado obtener una matriz SPD de forma directa en aquellos casos donde el elemento magnético presentaba unos acoplamientos altos.

A través de los diferentes prototipos que se han presentado en la parte experimental se han podido discutir las hipótesis que limitan el método propuesto RE y este ha sido comparado con el método DiC ya existente en la literatura técnica y siendo este uno de los métodos más empleados.

Como se ha podido demostrar, ambos métodos son muy sensibles a la relación de vueltas y al valor de acoplamiento por pares de inductancias.

El método RE no siempre es óptimo por lo que en la Fig. 2.23 se ha resumido para que rangos se aconseja su uso comparado con el método DiC. Se ha querido resaltar en la figura, que tanto la relación de vueltas como el acoplamiento poseen una gran importancia a la hora de seleccionar un método u otro.

Cuando tenemos acoplamientos muy altos, independientemente de la relación de vueltas, la opción óptima es aplicar el método RE. Por el contrario, se desaconseja su empleo, cuando la relación entre inductancias es mayor que $\frac{1}{n} > 0,2$.

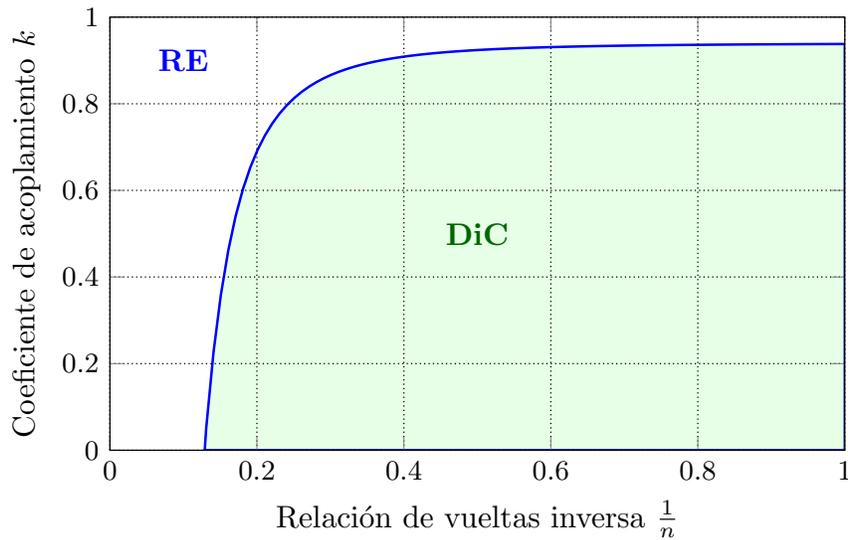


Figura 2.23: Aplicabilidad del nuevo método propuesto RE comparado con el método DiC, en función de la relación de vueltas n y el el acoplamiento k para medir la matriz de acoplamiento.

Debemos comentar que el método DiC es óptimo cuando se tiene casos donde el acoplo es bajo $k \lesssim 0,95$ y la relación inversa de vueltas es superior a $\frac{1}{n} > 0,2$.

La influencia de la pérdidas y capacidades parásitas del elemento magnético cuando se aplica el método RE para medir la matriz de inductancias también ha sido estudiada. Se han definido ξ_1 y ξ_2 , variables que se relacionadas con las resistencias parásitas del elemento magnético. Además, se han establecido qué valores máximos degradan el factor de calidad de la resonancia (Q), ya que esta degradación provoca que se cometa un error de lectura de la frecuencia de resonancia no despreciable, afectando negativamente al método RE falle.

Finalmente también se ha analizado la selección del condensador, C_r , que debe ser elegido dentro de un rango de valores máximos y mínimos. Se ha demostrado que valores cerca de los límites afectan a los resultados finales, por lo que se propone siempre tomar valores centrales para minimizar los efectos de la capacidad parásita o desviaciones de la frecuencia de resonancia con relación a su frecuencia natural.

2.6. Publicaciones

Los resultados de este capítulo se han publicado en la revista *IEEE Transactions on Power Electronics*:

D. Gilabert-Palmer, E. Sanchis-Kilders, V. Esteve, A. Ferreres, J. B. Ejea, E. Maset, J. Jordán, E. Dede, “**Measuring coupling coefficient of windings with dissimilar turns’ number or tight coupling using resonance**”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 33, no. 11, pp. 9790-9802, Nov 2018. doi: 10.1109/TPEL.2018.2794621, ISSN 0885-8993

Capítulo 3

Análisis del comportamiento de Inductores Acoplados

Con el fin de poder proponer métodos para diseñar inductores acoplados múltiples, previamente se debe conocer como interaccionan las inductancias entre si. Entender su funcionamiento es esencial para poder proponer al menos una metodología de diseño que permita optimizar el inductor acoplado. Este capítulo de la tesis se centra exclusivamente en el estudio del inductor acoplado (InAc) desde un punto de vista general. El hecho de emplear un InAc hace que aparezcan inductancias equivalentes. La variación del valor de las inductancias equivalentes es la responsable del rizado de corriente en cada uno de los bobinados del InAc. Por ello el gran interés en analizarlo ya que nos permitiría predecir (o estimar), por ejemplo, el rizado de corriente de cada una de las salidas de un convertidor multisalida. La aportación más significativa de este apartado son las ecuaciones que facilitan los valores de las inductancias equivalentes teniendo en cuenta las no idealidades que tiene el InAc. Se demostrará que estas no idealidades son las responsables de comportamientos extraños de los rizados e incluso del rizado cero. La expresión general de la inductancia equivalente dada en este capítulo se ajusta a todas las ecuaciones que se han encontrado en la literatura técnica, siendo estas soluciones particulares de la expresión general. Además, todas las observaciones realizadas del comportamiento del InAc descritas de forma experimental en los primeros estudios son explicadas en este apartado de forma analítica, aportando expresiones que pueden ayudar a proponer el diseño de un InAc de forma óptima.

3.1. Introducción

Ya se ha mencionado en el apartado introductorio que el estudio del inductor acoplado (InAc) ha sido ampliamente tratado en la literatura técnica, pero hasta la fecha las ecuaciones encontradas solo son válidas para casos particulares, donde por ejemplo, solo son aplicables a un determinado convertidor o incluso particularizando

a la dinámica de conmutación de sus *switches*. Además, encontramos limitaciones en la gran mayoría de los estudios ya que los valores de las inductancias son parecidas y/o el acoplamiento es igual [46–48].

Normalmente los estudios no van más allá de cuatro bobinados y no aportan una expresión general del comportamiento del InAc.

Además, existe un creciente interés por obtener en convertidores con múltiples salidas un rizado de corriente próximo a cero y para ello se emplea un InAc. Otras ventajas asociadas al InAc son la reducción de ruido electromagnético (EM), la reducción de la capacidad de los condensadores de salida y un mejor comportamiento dinámico del convertidor, como por ejemplo ya se ha documentado en [41], [11] y [26] (ver capítulo 1).

Muchos de los artículos analizados en el capítulo 1 analizan y diseñan el InAc para un rizado de corriente igual a cero, pero en ningún caso estos artículos nos explican a que es debido este rizado por lo que es difícil saber si el diseño es óptimo. Por lo general, el rizado de corriente cero se obtiene con aproximaciones sucesivas, variando la distancia del *gap* o el ciclo de trabajo. Para obtener el rizado de corriente próximo a cero se pueden descompensar los ciclos de trabajo y desfazar las inductancias 180° , [28]. Pero esta forma de obtener rizado cero sólo es válida para una determinada configuración de los bobinados y para un funcionamiento concreto del convertidor.

Esto suscita algunas preguntas que la literatura técnica no es capaz de responder como: ¿qué parámetros son los que más influyen en el rizado cero?, ¿se puede controlar y predecir el rizado cero? o ¿se puede dar más de un rizado de corriente igual a cero en un sistema con múltiples inductancias? Estas preguntas serán respondidas a lo largo de este capítulo.

Una de las demostraciones a las que se llega tanto analíticamente como experimentalmente en este capítulo es que se puede lograr un rizado cero en todas las salidas excepto en una. Es decir, de forma generalizada, podemos tener $(m - 1)$ rizados ceros, siendo m el número de inductancias, concepto que no se ha descrito en ningún estudio anterior.

Conocer las expresiones que representa el comportamiento del InAc da pie a ampliar el rango de su aplicación y posibilita dar criterios de diseño para un InAc.

3.1.1. Inductancia Equivalente de cada bobinado en un InAc.

Como ya se ha definido en el apartado introductorio el InAc es un componente en el que múltiples bobinados comparten un mismo núcleo magnético. Tomando un enfoque más global del InAc, este se comporta como un conjunto de inductancias equivalentes cuyo valor depende de las inductancias mutuas y propias. Normalmente las inductancias equivalente son diferentes, generalmente mayores, a las inductancias propias de cada uno de los bobinados.

El fenómeno que provoca que los rizados sean diferentes entre inductancias acopladas y no acopladas obviamente se debe a la interacción magnética que aparece al

acoplarlas magnéticamente. Pero no siempre los valores de las inductancias equivalentes suelen ser mayores que las inductancias propias. Su valor equivalente depende del coeficiente de acoplamiento, la relación entre las tensiones y de las inductancias propias del InAc.

El estudio del InAc propuesto parte de un sistema genérico con un número indeterminado de inductancias (bobinados), m . Para el análisis se toma el criterio que las inductancias se encuentran bobinadas en el mismo sentido, en base a [45], la tensión aplicada entre los extremos de las inductancias es una señal PWM y se considera para el estudio que todas ellas siempre permanecen en modo continuo. Bobinar todas las inductancias en el mismo sentido implica que el signo del acoplamiento para todas ellas es el mismo. En caso contrario, para aquellos casos donde la inductancia se encuentra bobinada en sentido contrario respecto a las demás, el signo del acoplamiento será negativo, [29].

En este estudio se desprecia los efectos de segundo orden como puedan ser, capacidades parásitas y pérdidas por efecto de proximidad y/o piel. Entendemos que los componentes son dimensionados de tal forma que son despreciables estos efectos. Además, los efectos de pérdida de la permeabilidad debido a la saturación del núcleo no se tienen en cuenta. El estudio parte de la suposición de que el núcleo se encuentra dimensionado de forma que las pérdidas por la variación de la permeabilidad sean despreciables.

El estudio se realiza en un sistema con m inductancias, como se puede observar en la Fig. 3.1, y estos son bobinados en un mismo sentido. Cada una de ellas la atraviesa una corriente i_{Lr} y la caída de tensión entre sus bornes se expresa como v_{Lr} .

El modelo matemático elegido para representar el InAc es la matriz de inductancias, [13]. En base a la ley de Ohm generalizada y aplicada al comportamiento del InAc, recordemos que, esta se puede expresar de forma matricial como:

$$\mathbf{v}_L = \mathbf{L} \frac{d}{dt} \mathbf{i}_L \quad (3.1)$$

Los niveles de tensión diferencial, v_{Lr} , de cada una de las inductancias se pueden escribir como función de la relación de vueltas N_{sq} y una tensión común entre los diferentes bobinados denotada como (v'_L) , por lo tanto:

$$v'_L = \frac{v_{Lq}}{N_{sq}} \quad (3.2)$$

incorporando la definición (3.2) a (3.1), podemos reescribir su expresión en función de la relación de vueltas multiplicada por un valor de tensión común en todos los términos del vector de tensiones, y por lo tanto tenemos:

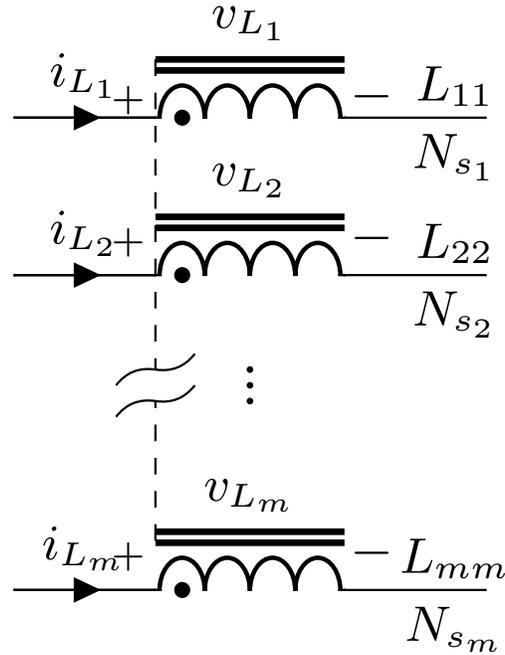


Figura 3.1: Inductor acoplado con m bobinados. Se muestran todas las inductancias propias ($L_{11} \dots L_{mm}$), número de vueltas ($N_{s_1} \dots N_{s_m}$), tensión en sus bornes ($v_{L_1} \dots v_{L_m}$) y corriente a su través ($i_{L_1} \dots i_{L_m}$). Todos los bobinados se arrollan en el mismo sentido sobre el mismo núcleo.

$$\begin{pmatrix} N_{s_1} \\ N_{s_2} \\ \vdots \\ N_{s_m} \end{pmatrix} v'_L = \mathbf{L} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ \vdots \\ i_{L_m} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

De forma matricial la expresión se puede poner como:

$$\mathbf{N} v'_L dt = \mathbf{L} \cdot d\mathbf{i}_L \quad (3.4)$$

Con el objetivo de obtener un vector columna que contenga los valores de las inductancias equivalentes, se necesita definir la matriz diagonal, \mathbf{N}_d :

$$\mathbf{N}_d = \begin{cases} N_{s_q}, & \text{if } q = r \\ 0, & \text{if } q \neq r \end{cases} \quad (3.5)$$

Sabiendo que el cociente entre la tensión y la corriente de cada una de las inductancias es el valor de la impedancia inductiva, multiplicando por \mathbf{L}^{-1} a ambos lados de la expresión y multiplicando por la izquierda por (3.5), llegamos a la matriz

de inductancias inversa. Por último, tomando la inversa del resultado, se obtiene un vector columna con los valores de las inductancias equivalentes.

$$\mathbf{L}_{eq} = (\mathbf{N}_d^{-1} \cdot \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{N})^{-1} \quad (3.6)$$

La expresión (3.6) es válida para cualquier tipo de InAc ya que sólo depende de las tensiones entre los extremos de las inductancias y las corrientes que las atraviesan, cumpliendo así con la ley generalizada de Ohm (por tanto sin tener en cuenta efectos de segundo orden). La ventaja de esta expresión es que se puede calcular los valores de las inductancias equivalentes y por lo tanto conocer las pendientes de sus rizados de corriente.

3.1.2. Estudio del InAc de forma desbalanceada

La ecuación (3.6) aún no es una herramienta útil ya que el sistema matricial no permite desgranar los motivos de los comportamientos extraños de los rizados, como por ejemplo rizados de corriente mayores, menores, negativos, rizado cero, o cambios bruscos repentinos (estos últimos observados con cierta frecuencia en un InAc). Esto es debido a que la matriz no contempla desbalances debidos a variaciones en los niveles de tensiones o inductancias.

Por ello, se va a desarrollar la expresión (3.6) con el fin de incorporar todas las posibles causas de desbalance del propio sistema matricial. Esto permitirá ajustar los valores de las inductancias equivalentes ante cualquier desbalance respecto a un comportamiento ideal.

Definimos el desbalance como la desviación que existe entre el cociente de tensiones y la raíz cuadrada del cociente de inductancias y que no cumplen con la igualdad, (1.9), que reescribimos en (3.7), y donde L_a y L_b son dos inductancias cualesquiera.

$$\sqrt{\frac{L_a}{L_b}} = \frac{v_{L_a}}{v_{L_b}} \quad (3.7)$$

El estudio parte de un sistema cuasi-balanceado con la raíz cuadrada de la relación de inductancias ligeramente diferente de la relación de tensiones aplicadas. Esto es debido a que la inductancia depende de un número entero de vueltas bobinadas en torno al núcleo, y además, el valor de la inductancia posee una fuerte dependencia de la geometría (cercanía de las vueltas entres si, capas de bobinados, terminación del bobinado, etc.). Por lo tanto, hace difícil ajustar la inductancia a un valor exacto.

En los casos experimentales tomamos los valores medidos de las inductancias como valores ideales y todas las desviaciones se repercutirán sobre la tensión aplicada a cada inductancia. En base a la suposición de que los desbalances son asumidos por las tensiones, podemos describir ese desbalance con un factor λ_q que multiplica la tensión ideal v_L^* .

$$\lambda_q v_L^* = \frac{v_{Lq}}{N_{sq}} \quad (3.8)$$

Donde, la desviación respecto al valor ideal descrita por λ_q representa, por ejemplo, una caída de tensión.

Se renombra la tensión a v_L^* , con el fin de distinguir la variable respecto a la expresión (3.2). Por tanto, el vector columna con los valores del número de vueltas se puede redefinir como (3.9), que incluye la desviación dada por la tensión.

$$\mathbf{N}^* = \begin{pmatrix} N_{s1} \lambda_1 \\ N_{s2} \lambda_2 \\ \vdots \\ N_{sm} \lambda_m \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Otra forma de descompensar los niveles de tensión entre los extremos de las inductancias es variar el ciclo de trabajo, (D_q), aplicado a cada inductancia. Este efecto tiene además la peculiaridad de que aparece un nuevo intervalo y a éste se le asocia una nueva inductancia equivalente. Este fenómeno, como veremos más adelante, se puede comprobar de forma experimental tras el análisis de los rizados de corriente y es el causante de los cambios bruscos del rizado de corriente. Este comportamiento tienen altos valores de $\frac{di}{dt}$ que pueden provocar ruido EM.

Partiendo del valor medio de la señal PWM que debe cumplir el balance voltios-segundos en cada una de las inductancias, se puede escribir la siguiente igualdad:

$$v_{Lonq} D_q = -v_{Loффq} (1 - D_q) \quad (3.10)$$

Donde v_{Lonq} y $v_{Loффq}$ representan los niveles de tensión cuando el interruptor se encuentra a *on* u *off* respectivamente. Los niveles de tensión aplicados a cada inductancia, tanto en estado alto o bajo se pueden expresar como una función del ciclo de trabajo multiplicado por un nivel de tensión:

$$\begin{aligned} v_{Lonq} &= v_L^* f(D_q) \\ v_{Loффq} &= v_L^* g(D_q) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Donde las funciones $f(D_q)$ y $g(D_q)$ son dependientes del ciclo de trabajo y v_L^* es el nivel de tensión aplicado a cada inductancia. Combinando las expresiones (3.10) y (3.11) podemos llegar a la siguiente relación:

$$\frac{g(D_q)}{f(D_q)} = \frac{-D_q}{1 - D_q} \quad (3.12)$$

Y una posible solución a la expresión (3.12) es:

$$\begin{aligned} f(D_q) &= 1 - D_q \\ g(D_q) &= -D_q \end{aligned} \quad (3.13)$$

Esta función es independiente del tipo de convertidor que se está empleando. Y ambas funciones se pueden integrar en una misma función:

$$h(b_q, D_q) = b_q - D_q \quad (3.14)$$

Donde, b_q toma el valor de 1 o 0 en función del estado alto o bajo de las tensiones que existen dentro de un intervalo de tiempo t_p y aplicadas a un bobinado. Esta función posee gran similitud a $p(t)$ de (1.19), [48], aunque la ventaja de (3.14) es que depende del ciclo de trabajo y no del rizado de corriente.

En la Fig.3.2 se muestran tres diferentes ciclos de trabajo que se encuentran descompensados entre si. La figura se encuentra normalizada muestra un periodo normalizado $T = 1$.

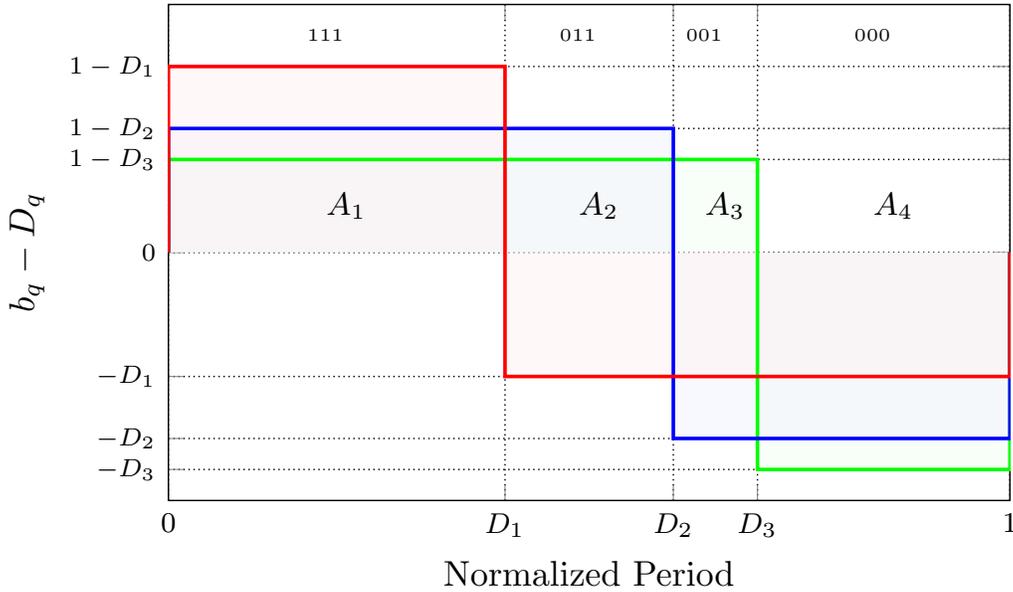


Figura 3.2: El desbalance de las tensiones puede estar provocado por tensiones PWM de ON y OFF diferentes aplicadas a los bobinados. Se pueden definir entonces nuevos intervalos A_b , durante los cuales se tienen nuevos valores de inductancia equivalente, L_{eq} . Para el caso de tres bobinados y tres *duties* diferentes, D_1 , D_2 y D_3 , existen cuatro intervalos, cada uno definido por su propia combinación de bits $A_1 \equiv 111$, $A_2 \equiv 011$, $A_3 \equiv 001$ y $A_4 \equiv 000$.

Como se observa en la Fig. 3.2 los tres ciclos de trabajo se encuentran descompensados entre si, lo que causa la aparición de nuevos intervalos denotados como A_q . Cada uno de estos nuevos intervalos implica un valor diferente de inductancias equivalentes. Tomando la Fig. 3.2 como referencia, tenemos que para este ejemplo, hay cuatro diferentes intervalos (A_1 , A_2 , A_3 y A_4). Como se puede apreciar cada uno de estos intervalo posee un valor de b_q diferente, su valor se encuentra en función del nivel de tensión (nivel alto o ON (1) o bajo o OFF (0)), que se esté aplicando al inductor correspondiente en ese intervalo de tiempo.

La Fig. 3.2, es un posible ejemplo de disposición de los ciclos de trabajo, su configuración depende de la aplicación, como podría darse el caso en un convertidor PWM *interleaved*. Es evidente que para obtener los valores de las inductancias equivalentes previamente se debe de conocer el comportamiento de las diferentes funciones de los ciclos de trabajo ($h(b_q, D_q)$), ya que su comportamiento condiciona los valores de las inductancias equivalentes y en consecuencia el rizado de corriente.

Al igual que el desbalance de la tensión denotado como λ_q , podemos incorporar el desbalance dado por la desviación de los ciclos de trabajo. Esto nos lleva a que el vector columna se puede definir, finalmente, como:

$$\mathbf{N}^* = \begin{pmatrix} N_{s_1} \lambda_1 h(b_1, D_1) \\ N_{s_2} \lambda_2 h(b_2, D_2) \\ \vdots \\ N_{s_m} \lambda_m h(b_m, D_m) \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

Y por lo tanto, también la matriz diagonal \mathbf{N}_d puede ser redefinida como \mathbf{N}_d^* :

$$\mathbf{N}_d^* = \begin{cases} N_{s_1} \lambda_1 h(b_1, D_1), & \text{if } q = r \\ 0, & \text{if } q \neq r \end{cases} \quad (3.16)$$

La expresión matricial de las inductancias equivalentes (3.6) puede ser ahora reescrita incorporando todos los posibles desbalances como:

$$\mathbf{L}_{eq} = (\mathbf{N}_d^{*-1} \cdot \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{N}^*)^{-1} \quad (3.17)$$

Aunque la expresión matricial aparentemente sea la misma que (3.6), la diferencia radica en que esta última incluye desbalances que se van a dar en la realidad y que influyen directamente en los valores de las inductancias equivalentes del InAc. (3.17) se simplifica a (3.6) si tomamos $\lambda_q = 1$ y los ciclos de trabajo ($b_q - D_q$) son los mismos para todos e igual a $(b - D)$. Esto hace que el factor $(b_q - D_q)$ pase a ser un escalar $((b - D))$, simplificándose en (3.17).

3.1.3. Aproximación de la Inductancia equivalente para un mismo valor de acoplamiento

La expresión (3.17) contempla todos las posibles desbalances pero la ecuación matricial sigue imposibilitando entender como interaccionan las diferentes inductancias, debido a que están acopladas todas la variables entre si. Por ello, si nos basamos en un sistema donde el acoplamiento entre los bobinados de un mismo InAc es casi igual para todos los bobinados, se pueden aproximar todos los elementos de la matriz de acoplamiento a un mismo valor \tilde{k} (excepto la diagonal principal cuyos valores son 1). Esto supone cometer un error muy reducido. De esta manera se simplifica de forma notable la expresión (3.17).

Por tanto, considerando todos los valores de acoplamiento iguales, tenemos que el producto matricial se simplifica y la inductancia equivalente, normalizada ($\frac{L_{eqq}}{\overline{L_{eqq}}} = \overline{L_{eqq}}$), toma la siguiente expresión (3.18):

$$\overline{L_{eqq}} = \frac{\left[(m-1)\tilde{k} + 1 \right] (1 - \tilde{k})}{\left[(m-2)\tilde{k} + 1 \right] - \tilde{k} \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq q}}^m \Delta_{qr}} \quad (3.18)$$

Donde \tilde{k} es el valor del acoplamiento, m el número de bobinados que hay en el InAc y Δ_{qr} hace referencia a la desviación y se expresa como:

$$\Delta_{qr} = \sqrt{\frac{L_{qq}}{L_{rr}} \frac{N_{sr}}{N_{sq}} \frac{\lambda_r (b_r - D_r)}{\lambda_q (b_q - D_q)}} \quad 1 \leq q, r \leq m \quad (3.19)$$

Su valor ideal es la unidad ($\Delta_{qr} = 1$) y como podemos ver en la expresión (3.19) incluye todas las posibles desviaciones. Una forma más simplificada de (3.19) sería:

$$\Delta_{qr} = \sqrt{\frac{\overline{L_{qq}} v_{L_r}}{L_{rr} v_{L_q}}} \quad (3.20)$$

Donde v_{L_r} y v_{L_q} son las tensiones aplicadas a los bobinados correspondientes. La expresión (3.20) coincide con (1.9), justificando de forma analítica la condición de diseño para un InAc y confirma que en el caso ideal es $\Delta_{qr} = 1$. Por contra, si el valor de $\Delta_{qr} \neq 1$, entonces el valor de (3.18) se alejará de su valor ideal pudiendo incluso alcanzar valores muy elevados, justificando así la causa del rizado de corriente cero.

Caso ideal para L_{eq} , ($\Delta_{qr} = 1$).

Como ya se ha mencionado anteriormente el valor ideal de Δ_{qr} es la unidad. Esto hace que el InAc se encuentre balanceado y el comportamiento del rizado sea totalmente ideal, por lo que solo existen dos intervalos (intervalo ON, o de subida, A_1 e intervalo OFF, o de bajada, A_2). Si suponemos que el InAc se encuentra balanceado, y por tanto $\Delta_{qr} = 1 \forall q, r$, entonces $\sum_{\substack{r=1 \\ r \neq q}}^m \Delta_{qr} = m - 1$ (ver (3.18)), siendo m el número de bobinados. La nueva expresión normalizada para las inductancias equivalentes que se tiene entonces es:

$$\overline{L_{eqq}} = (m-1)\tilde{k} + 1 \quad (3.21)$$

Esta misma expresión aparece en la literatura técnica y se resaltó en (1.12), pero su deducción no estaba del todo clara. (3.21) muestra el factor por el que se multiplica la inductancia propia y que resulta en la inductancia equivalente en función del acoplamiento entre las diferentes inductancias. Por ejemplo, si el valor de acoplamiento tiende a uno ($k = 1$) tenemos que el factor que multiplica la inductancia propia es:

$$\overline{L_{eq}} \stackrel{\tilde{k} \rightarrow 1}{=} m \quad (3.22)$$

Esto implica que en condiciones ideales las inductancias equivalentes del InAc tenderán a ser m veces mayores que las inductancias propias. Recordemos que la variable m hace referencia al número de bobinados arrollados sobre el mismo núcleo.

Esto demuestra que el hecho de acoplar inductancias reduce los rizados de corriente en un factor m , pero no explica el rizado cero.

Por lo tanto, se puede establecer que para que exista un comportamiento ideal se debe cumplir (3.7).

Caso no ideal para L_{eq} , ($\Delta_{qr} \neq 1$)

Como hemos visto el rizado de corriente igual a cero no ocurre de forma ideal, por lo tanto, esto solo sucederá, si existe un polo en (3.18) que haga diverger la inductancia equivalente hacia infinito. Igualando el denominador de (3.18) a cero, tenemos que los polos se pueden expresar como (3.23).

$$\tilde{k}_{pole_q} = \frac{1}{\sum_{\substack{r=1 \\ r \neq q}}^m \Delta_{qr} + 2 - m} \quad (3.23)$$

Considerando que el acoplamiento real se encuentra delimitado dentro de un rango, $0 \leq \tilde{k} \leq 1$, podemos establecer la condición Δ_{qr} para que exista polo:

$$\sum_{\substack{r=1 \\ r \neq q}}^m \Delta_{qr} \geq m - 1 \quad (3.24)$$

Esto muestra que el rizado cero se encuentra controlada por Δ_{qr} . Como veremos más adelante, variando este parámetro se puede ajustar las pendientes de los rizados de corriente. Por ejemplo, si suponemos una señal PWM aplicada a los diferentes bobinados y considerando que esta señal se encuentra sincronizada en el tiempo entre ellos, por lo tanto, $(b_r - D_r) = (b_q - D_q)$. Tenemos que Δ_{qr} se puede expresar como (3.20), y considerando que se cumple con (3.24) y haciendo que $\Delta_{qr} \geq 1$, tenemos que se puede reescribir Δ_{qr} como:

$$\Delta_{qr} = \frac{v_{L_r}}{v_{L_q}} \sqrt{\frac{L_{qq}}{L_{rr}}} = \frac{\sqrt{L_{qq}}}{v_{L_q}} \bigg/ \frac{\sqrt{L_{rr}}}{v_{L_r}} \quad (3.25)$$

Tomando como referencia el bobinado denotado como 1, y haciendo que se cumpla la condición (3.24), tenemos que el parámetro $\frac{\sqrt{L_{11}}}{v_{L_1}}$ debe ser más pequeño que $\frac{\sqrt{L_{rr}}}{v_{L_r}}$, donde r se encuentra dentro del rango $2 < r \leq m$. Además, suponiendo que todas las inductancias poseen la misma desviación, es decir, $\sqrt{L_{rr}}/v_{L_r} = \sqrt{L_{qq}}/v_{L_q}$, donde

$2 < q, r \leq m$, lo que hace que el sumatorio de L_{11} es $\sum \Delta_{1r} < m - 1$. Esto implica que el polo no se encuentra dentro del rango $0 \leq \tilde{k} \leq 1$ y por lo tanto, su respuesta es continua para todo \tilde{k} , en cambio, para los restantes bobinados su sumatorio es $\sum \Delta_{qr} \geq m - 1$ donde $2 < q, r \leq m$ y $r \neq m$. Esto hace que exista un polo dentro del rango, $0 \leq \tilde{k} \leq 1$.

Por lo tanto, de forma analítica y para un InAc con el mismo acoplamiento entre todos sus bobinados, podemos afirmar que se puede obtener un rizado de corriente en todas las salidas excepto en una, siendo esta, aquella que se selecciona como inductancia de referencia, en este caso L_{11} . En base a (3.23) y conociendo el valor de acoplamiento existente entre todas las inductancias de un mismo InAc, tenemos que se puede estimar que relación de vueltas debemos de aplicar para que aparezca un rizado de corriente próximo o igual a cero.

3.2. Ejemplo con tres Inductancias

En esta sección se va presentar un ejemplo de un InAc con tres inductancias diferentes. El objetivo es explicar de forma gráfica el comportamiento del InAc para el caso de encontrarse el InAc desbalanceado, es decir, $\Delta_{qr} \neq 1$. Para ello tomamos un mismo coeficiente de acoplamiento entre todas las inductancias, \tilde{k} , lo que nos permite simplificar (3.17) a (3.18) y sabiendo que $m = 3$, podemos expresar las inductancias equivalentes de cada una de las tres diferentes bobinas como (3.26), (3.27) y (3.28).

$$\overline{L_{eq1}} = \frac{(2\tilde{k} + 1)(1 - \tilde{k})}{(1 + \tilde{k}) - \tilde{k}(\Delta_{12} + \Delta_{13})} \quad (3.26)$$

$$\overline{L_{eq2}} = \frac{(2\tilde{k} + 1)(1 - \tilde{k})}{(1 + \tilde{k}) - \tilde{k}(\Delta_{21} + \Delta_{23})} \quad (3.27)$$

$$\overline{L_{eq3}} = \frac{(2\tilde{k} + 1)(1 - \tilde{k})}{(1 + \tilde{k}) - \tilde{k}(\Delta_{31} + \Delta_{32})} \quad (3.28)$$

3.2.1. Caso A: Caso Ideal

Si $\Delta_{qr} = 1$ y sustituyendo $m = 3$, tenemos que cada una de las expresiones (3.26), (3.27) y (3.28) se simplifican a una misma expresión, (3.21), por lo tanto, el valor de la inductancia propia viene dada por:

$$\overline{L_{eqq}} = 2\tilde{k} + 1 \quad (3.29)$$

La expresión (3.29) posee un comportamiento totalmente lineal. Sabiendo que el rango del valor de acoplamiento se encuentra comprendida entre $0 \leq \tilde{k} \leq 1$ tenemos que la inductancia equivalente tomara un valor dentro del rango $1 \leq \overline{L_{eqq}} \leq 3$ en función de \tilde{k} . Pero recordemos que este comportamiento es totalmente ideal.

3.2.2. Caso B: Estudio del InAc desbalanceado, $\Delta_{qr} \neq 1$.

Son múltiples las referencias en la literatura técnica que demuestran experimentalmente rizado cero en al menos un bobinado de una InAc. Con el fin de facilitar la comprensión del comportamiento del InAc, se introducirán desbalanceos en Δ_{qr}

En primer lugar, se va a estudiar el comportamiento del polo, por ejemplo, de (3.28), (para las restantes ecuaciones el comportamiento es muy similar), por lo tanto, tomando (3.23), tenemos que el polo se puede expresar como:

$$\tilde{k}_{pole3} = \frac{1}{\Delta_{31} + \Delta_{32} - 1} \quad (3.30)$$

En la Fig. 3.3 se representa el valor de acoplamiento donde el polo se posiciona en función de la desviación de Δ_{31} respecto al valor ideal. Se toma Δ_{32} como parámetro, dándole diferentes valores con el fin de estudiar su comportamiento.

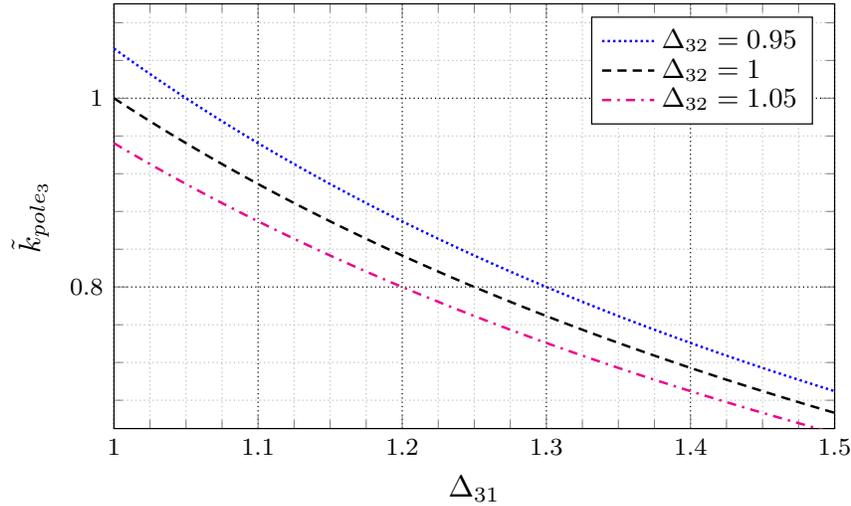


Figura 3.3: Representación gráfica de la respuesta de (3.30), donde se muestra para que coeficiente de acoplamiento hay polo en función de la desviación de Δ_{31} usando como parámetro Δ_{32} . Nótese que los valores por encima del valor 1 no son físicamente posibles.

Como podemos observar en la Fig. 3.3 el polo se mueve hacia valores de acoplamiento más bajos, a medida que el desbalance aumenta. Recordemos que Δ_{31} está en función de las inductancias y las tensiones (ver (3.25)). En aquellos casos donde el polo recae sobre un coeficiente de acoplamiento igual o mayor a 1, implica que la resonancia se encuentra fuera del rango $0 \leq \tilde{k} \leq 1$, en este caso tenemos que $\sum \Delta_{1r} < m - 1$, y en consecuencia, no exista una resonancia asociada al bobinado (no hay polo). Por lo tanto, su comportamiento es continuo y no puede tener un rizado de corriente igual a cero.

Presentando un ejemplo, donde la relación entre las inductancias y las tensiones toman los siguientes valores: $\sqrt{\frac{L_{22}}{L_{11}}} = 1,81$, $\sqrt{\frac{L_{33}}{L_{11}}} = 2,25$, $\sqrt{\frac{L_{33}}{L_{22}}} = 1,26$, $\frac{v_{L2}}{v_{L1}} = 1,82$,

3.2. Ejemplo con tres Inductancias

$\frac{v_{L_3}}{v_{L_1}} = 2,35$ y $\frac{v_{L_3}}{v_{L_2}} = 1,31$. Con el fin de simplificar la expresión y centrarse solo en la dinámica del polo se ha supuesto que el ciclo de trabajo se encuentra balanceado, es decir todos los ciclos de trabajo se encuentran en fase, por lo tanto $(b_r - D_r) = (b_q - D_q)$. Tomando (3.20) tenemos que podemos calcular los valores de las desviaciones, siendo estos mostrados en (3.31).

$$\begin{aligned}\Delta_{12} &= \Delta_{21}^{-1} = 1,008 \\ \Delta_{13} &= \Delta_{31}^{-1} = 1,047 \\ \Delta_{23} &= \Delta_{32}^{-1} = 1,040\end{aligned}\tag{3.31}$$

El comportamiento de las inductancias equivalentes normalizadas, (3.26), (3.27) y (3.28), en función del valor de acoplamiento \tilde{k} se muestra en la Fig. 3.4. Además en el mismo gráfico se incluye, con marcas circulares, los valores de las inductancias equivalentes obtenidas a través de una simulación con LT_Spice. Para ello se ha simulado el circuito de la Fig. 3.5.

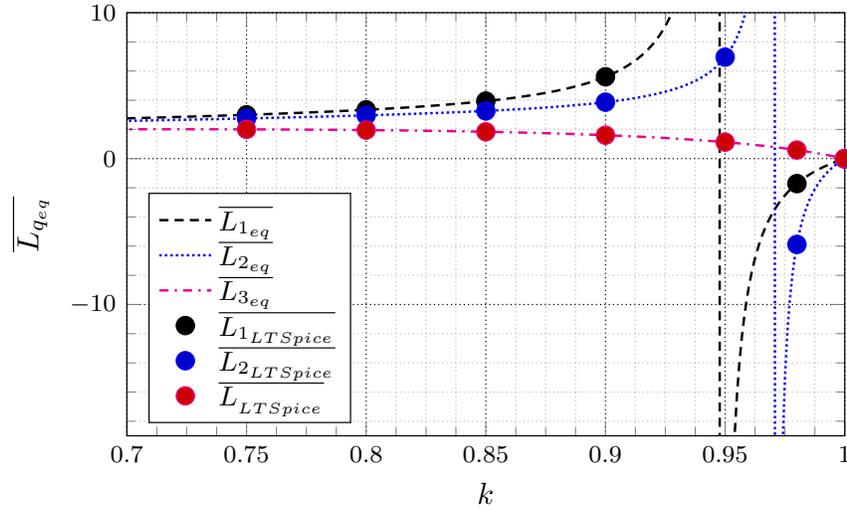


Figura 3.4: Evolución de $\overline{L_{eq}}$ con respecto a \tilde{k} para $m = 3$. Los desbalances utilizados se muestran en (3.31). Las divergencias aparecen en $\tilde{k}_{divergencia_1} = 0,947$ y $\tilde{k}_{divergencia_2} = 0,970$. Los resultados de la simulación confirman la expresión teórica.

Como se puede apreciar en la Fig. 3.4, aparecen dos divergencias en $\tilde{k}_{pole_1} = 0,947$ para $\overline{L_{eq_1}}$ y en $\tilde{k}_{pole_2} = 0,97$ para $\overline{L_{eq_2}}$. En cambio, para \tilde{k}_{pole_3} no hay polo. Sabiendo que $\Delta_{31} = 0,955$ y $\Delta_{32} = 0,961$ tenemos que los polos se encuentran fuera del rango, (ver Fig. 3.3).

En la Fig. 3.4 se pueden llegar a deducir ciertos comportamientos que posee el InAc y con ello responder a las cuestiones que se plantearon al inicio de este capítulo. Como podemos observar en el intervalo de acoplamientos $\tilde{k} \in [0,7 - 0,8]$ las curvas

que presentan las inductancias equivalentes son crecientes, y se podrían aproximar a un comportamiento lineal, siendo una buena aproximación la ecuación (3.21).

Dentro del intervalo $\tilde{k} \in [0,8 - 0,95]$, el comportamiento deja de ser lineal y el valor de la inductancia equivalente tiende a infinito. Por ejemplo, si el valor de acoplamiento del InAc tiende a $\tilde{k} \approx 0,95$ observaríamos en $\overline{L_{eq1}}$ un rizado cero. Por otro lado, como se aprecia en la Fig. 3.4, el valor de la inductancia equivalente para el caso de $\overline{L_{eq3}}$ va disminuyendo, lo que implica que su rizado tiende a ser mayor. El problema de esto es que se puede dar el caso de pasar a modo discontinuo en condiciones de carga que no debiera.

Un tercer comportamiento se puede apreciar en la Fig. 3.4. En el intervalo $\tilde{k} \in [0,98 - 1]$, que corresponde al lado derecho de ambas divergencias, aquellas inductancias que poseen un valor de acoplamiento tal que se posicionen en este intervalo, sus rizados de corriente estarán invertidos, aún aplicando voltios positivos entre sus extremos. Esto significa que los valores de las inductancias equivalentes son negativos.

Como ejemplo, si el valor de acoplamiento físico es $\tilde{k} = 0,8$ (ver Fig. 3.4), tenemos que las inductancias equivalentes que se esperan de forma ideal se multiplicarán por:

$$\begin{aligned} \overline{L_{eq1}} &= 3,34 \\ \overline{L_{eq2}} &= 3,23 \\ \overline{L_{eq3}} &= 1,97 \end{aligned} \tag{3.32}$$

Como podemos apreciar, el factor tiende a 3. Este valor es el esperado ya que se ha tomado un valor de acoplamiento dentro de una zona con un comportamiento aproximadamente lineal y, como ya se ha mencionado, su comportamiento tiende a ser (3.21).

Este análisis nos ha permitido demostrar el comportamiento de un InAc desbalanceado, pudiendo además responder a parte de las cuestiones planteadas tanto al inicio del presente capítulo como en el apartado 1.3.

3.3. Resultados Experimentales

Dentro del apartado experimental se proponen tres casos diferentes para verificar las suposiciones teóricas que se han planteado en los apartados anteriores. Por lo tanto, un primer caso, **A**, se desea posicionar el punto de trabajo del InAc en la zona más ideal posible (zona lineal), alejándose de la divergencia. Los resultados experimentales deben de ajustarse a la expresión (3.21) desarrollada en la parte teórica.

En el segundo caso, **B**, se propone desajustar de forma controlada los ciclos de trabajo, utilizando el diseño del caso **A**, como hemos visto en la parte teórica. Esto provocará la aparición de nuevos intervalos y por lo tanto, nuevos valores de inductancias equivalentes. Los resultados experimentales deberán ajustarse a la expresión teórica (3.18).

En el tercer y último caso, **C**, se propone buscar un rizado cero en dos de las tres salidas, para ello, se propone modificar el parámetro Δ_{qr} , cambiando los valores de las inductancias propias a diseñar, manteniendo los niveles de tensiones como parámetros fijos.

El objetivo de la parte experimental es verificar que las ecuaciones deducidas se ajustan a un comportamiento real y así establecer un punto de partida para poder plantear criterios de diseño para un InAc.

Para realizar los diferentes experimentos se ha seleccionado un núcleo con geometría toroidal de material MPP para todos ellos. Este material es ampliamente utilizado por sus bajas pérdidas, baja histéresis, ahorro de volumen, alta resistividad, la existencia de una gran variedad de núcleos con diferentes permeabilidades y la posibilidad de soportar altas corrientes en DC. En cualquier caso también se podrían utilizar otro tipo de núcleos de otros materiales siempre que no saturen.

El montaje propuesto para los tres diferentes casos está representado en la Fig. 3.5. El circuito consta de tres convertidores reductores (buck) independientes, pero que tienen en común el inductor acoplado. Tener los convertidores independientes permite ajustar los niveles de tensiones de forma individual y además los ciclos de trabajo se pueden ajustar o descompensar en función del caso, (**A** o **B**, por ejemplo).

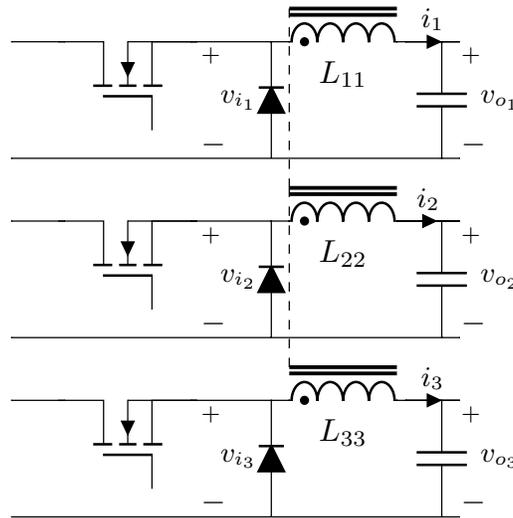


Figura 3.5: Convertidores reductores independientes con InAc común para realizar su comprobación experimental.

Los disparos de cada uno de los tres diferentes MOSFETs son generados a través de una tarjeta digital, llamada SpCard, que permite generar señales PWM aisladas e independientes entre sí. El empleo de esta tarjeta permite descompensar los ciclos de trabajo de una forma controlada y verificar que lo expuesto anteriormente se ajusta a la realidad e incluso ante un desbalance dado por la desviación de los ciclos de trabajo.

Caso A

Como ya hemos comentado, el primer estudio se basa en el diseño de un InAc en la zona lineal. El objetivo es hacerlo trabajar lejos de las divergencias (ver Fig. 3.4), permitiendo así un comportamiento estable.

Las especificaciones técnicas para cada una de las salidas del Buck se muestran en la Tabla 3.1. En base a ello, se podrán diseñar las inductancias necesarias. El ciclo de trabajo se ha fijado a $D = 0,6$ con un frecuencia de trabajo de 100 kHz.

Ante la ausencia de ecuaciones para el diseño de InAc, se establece que el valor fijado para el diseño de sus inductancias se base en los criterios ya existentes para el cálculo de la inductancia individual, y en este caso en particular, para un buck. Recordemos que su expresión viene dada por (3.33).

Tabla 3.1: Especificaciones de los convertidores buck mostrados en la Fig. 3.5

buck	v_i (V)	v_o (V)	$i_{o_{max}}$ (A)	ΔI_L (A)
1	5	3	1	0.6
2	12	7.2	0.5	0.25
3	24	14.4	0.25	0.125

$$L_o = \frac{V_s(1-D)D}{\Delta I_L f_o}; \quad (3.33)$$

Aplicando (3.33) tenemos que los valores de las inductancias individuales e ideales para cada una de ellas en función del rizado deseado son:

$$\begin{aligned} L_{11} &= 20 \mu H \\ L_{22} &= 115,2 \mu H \\ L_{33} &= 460,8 \mu H \end{aligned} \quad (3.34)$$

Recordemos que para que el InAc trabaje de forma balanceada debe cumplir (3.7). Para ello, se han ajustado tanto los niveles de tensión de salida como los rizados.

El comportamiento ideal no suele ocurrir bajo condiciones normales de funcionamiento y por ello el InAc, con toda seguridad, trabajará de forma desbalanceada y existirán divergencias en su comportamiento, (ver Fig. 3.4). Basándonos en la experiencia y en las simulaciones realizadas en la parte teórica podemos suponer que las divergencias aparecerán en valores de acoplamiento altos $\tilde{k} \approx 1$, cuando las pérdidas sean pequeñas. Por ello se propone diseñar el InAc lo suficientemente alejado de la divergencia para que no se vea afectado.

3.3. Resultados Experimentales

En base a (3.23) y tomando $m = 3$ podemos ver como se comporta la divergencia $\sum_{\substack{r=1 \\ r \neq q}}^m \Delta_{qr}$ respecto al valor ideal de $\Delta_{qr} = 1$. Para ello definimos ε como la desviación respecto a su valor ideal en tanto por cien. En la Fig. 3.6 se representa el valor de acoplamiento donde recae la divergencia ($\tilde{k}_{divergencia}$) en función de la desviación aplicada.

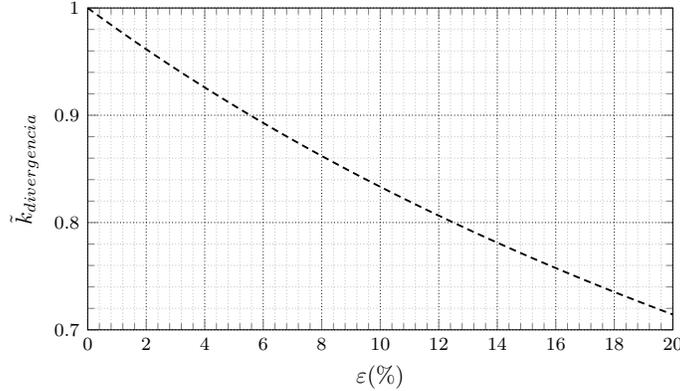


Figura 3.6: Desplazamiento de la divergencia respecto a la desviación de $\sum \Delta_{qr}$ respecto a su valor ideal.

Como podemos observar en la Fig. 3.6 tenemos que la divergencia alcance un valor de acoplamiento de $\tilde{k}_{divergencia} \approx 0,8$ cuando la desviación es del 12 %. Entendemos que este error es alto, bajo condiciones normales de funcionamiento, donde solo existen caídas de tensión debidas a los diodos y resistencias parásitas. Por lo tanto, proponer un valor de acoplamiento a diseñar de $\tilde{k} \approx 0,8$ es asegurar un comportamiento lineal del InAc, lo que hará que nos alejemos de la divergencia.

Para obtener el valor de acoplamiento deseado entre las tres inductancias se propone bobinarlas por sectores. Alejando cada arrollamiento entre si permite reducir el valor del acoplamiento. En la Fig. 3.7, se muestra el prototipo realizado para el caso **A**.

Es evidente que la separación entre los arrollamientos está relacionada con la permeabilidad, y a mayores permeabilidades, se deberá dejar una separación mayor. Para este ejemplo se ha seleccionado el núcleo de *Magnetics* 55348 – A2 con una permeabilidad de $\mu = 160$. La selección se basa en un diseño clásico que cumple con la ventana necesaria para alojar los bobinados y el área efectiva para evitar la saturación. La permeabilidad también se ha seleccionado para evitar pérdidas y degradaciones debido al flujo.

Tras realizar el prototipo del InAc, éste debe ser caracterizado, y por lo tanto, obtener su matriz de inductancias o su equivalente normalizada, la matriz de acoplamientos. Por ello, aplicando la metodología de caracterización desarrollada en el capítulo 2 de la presente memoria, podemos obtener su matriz de acoplamiento de

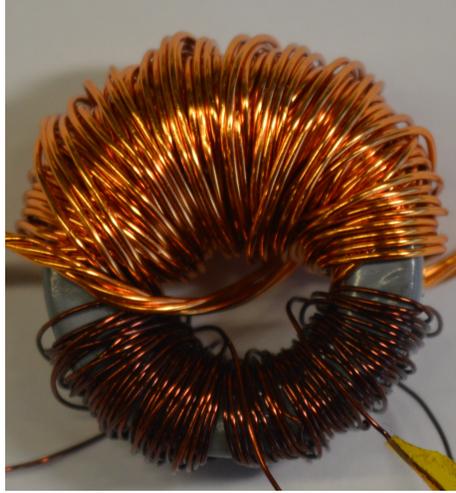


Figura 3.7: Inductor acoplado sobre núcleo MPP con geometría toroidal, bobinando las inductancias por sectores para reducir el acoplamiento ($\tilde{k} \approx 0,8$).

forma fácil:

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} 1 & 0,846 & 0,855 \\ 0,846 & 1 & 0,866 \\ 0,855 & 0,866 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

Como podemos observar en (3.35), los valores de acoplamiento se acercan a los deseados. Por otro lado, la medida de las tres inductancias propias se ha realizado empleando el analizador de impedancias Agilent 4284A, donde sus valores son mostrados en (3.36).

$$\begin{aligned} L_{11} &= 18,68 \mu H \\ L_{22} &= 114,34 \mu H \\ L_{33} &= 453,46 \mu H \end{aligned} \quad (3.36)$$

Como podemos comprobar los valores medidos difieren respecto a los ideales. Si tomamos los niveles de tensión de forma ideal y aplicamos (3.23) tenemos que la divergencia aparece aproximadamente en un valor de acoplamiento $k \approx 0,95$. Esto da más peso a que no se busque un InAc con valores de acoplamiento altos y cercanos a uno.

Tras caracterizar el InAc, se introduce el elemento magnético en la PCB diseñada para realizar el estudio. En la Fig. 3.8 se muestra el set-up propuesto. Esta misma placa es utilizada para los restantes casos.

Para realizar la medida de la inductancia equivalente de forma experimental, nos basaremos en su definición, ya introducida en el capítulo 1, y recordando su expresión (3.37).

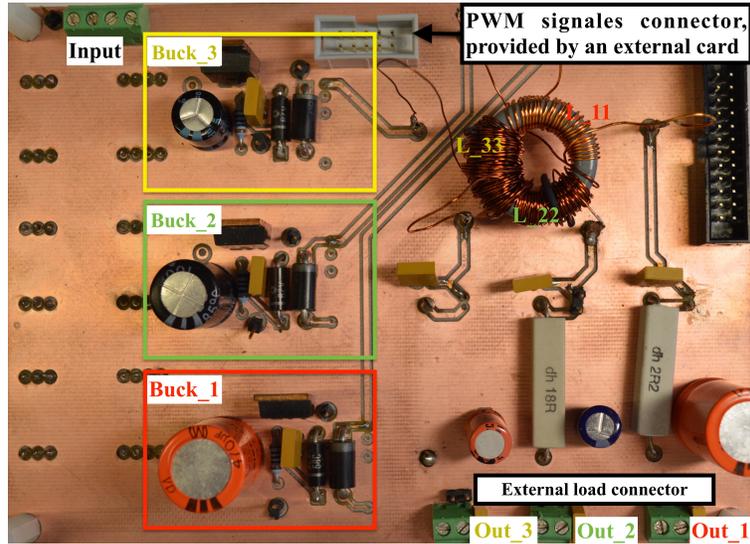


Figura 3.8: Prototipo experimental con tres diferentes convertidores buck con un mismo InAc.

$$L = \frac{\Delta t}{\Delta i_L} v_L \quad (3.37)$$

Por lo tanto, se deben conocer los niveles de tensión existentes entre las inductancias y el rizado de corriente para conocer su pendiente. En la siguiente Fig. 3.9 se muestran las tensiones entre los extremos de las inductancias. Como se puede ver, solo existen dos intervalos, el estado alto A_1 , y el estado bajo A_2 . Por lo que los bits, en este caso, b_q toman los siguientes valores, $b_1 b_2 b_3 = 111$ y $b_1 b_2 b_3 = 000$ para el estado alto y bajo respectivamente.

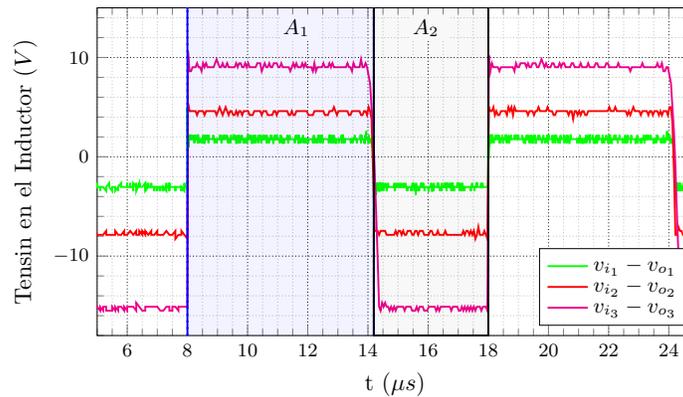


Figura 3.9: Formas de onda de tensión aplicadas a los tres bobinados del InAc. Solo existen dos intervalos, A_1 y A_2 . El intervalo A_1 se define con la palabra digital $b_1 b_2 b_3 = 111$ y el intervalo A_2 con la palabra digital $b_1 b_2 b_3 = 000$.

En la Fig. 3.10 se muestran los rizados de corriente medidos con el osciloscopio Agilent Technologies DSO-X 3054A. En la siguiente Tabla 3.2 se muestran las inductancias equivalentes medidas en función de su rizado de corriente (ver (3.37)):

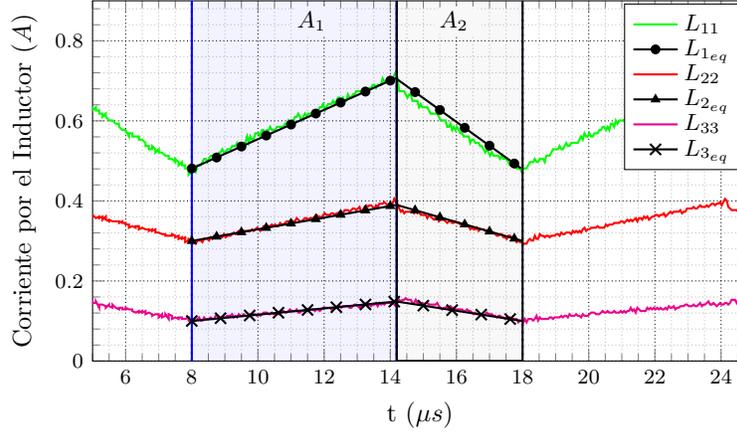


Figura 3.10: Formas de onda de la corriente medidas con el osciloscopio de cada una de las tres salidas. Además, se incorpora el rizado de corriente asociado al valor de la inductancia equivalente resultado de aplicar la expresión (3.17), resaltado con líneas punteadas. En este caso se tienen dos intervalos: A_1 con pendientes creciente y A_2 decreciente.

Tabla 3.2: Inductancias equivalentes medidas.

	A_1	A_2
$L_{eq1} (\mu H)$	$52,1 \pm 4,7$	$53,1 \pm 4,9$
$L_{eq2} (\mu H)$	$274,3 \pm 15,0$	$279,0 \pm 15,2$
$L_{eq3} (\mu H)$	1200 ± 90	1100 ± 41

Como se puede apreciar en la Tabla 3.2, tomando la columna de A_1 (pendiente de subida) los factores multiplicativos respecto los valores medidos en (3.36) se muestran a continuación (3.38).

$$\begin{aligned}
 \overline{L_{eq1}} &= 2,8 \\
 \overline{L_{eq2}} &= 2,4 \\
 \overline{L_{eq3}} &= 2,6
 \end{aligned}
 \tag{3.38}$$

En base a la expresión (3.21) tenemos que el factor multiplicativo de forma ideal es 2,6 para $\tilde{k} = 0,8$, y nuestros resultados experimentales (3.38) se aproximan mucho.

3.3. Resultados Experimentales

En ocasiones, tiende a ser algo superior, ya que el punto de trabajo del InAc se encuentra más cerca de la divergencia y su efecto empieza a tener un peso importante y en consecuencia los valores se alejan de (3.21). En la Tabla 3.3 se han recopilado los valores de las inductancias equivalentes obtenidas aplicando las diferentes expresiones matemáticas desarrolladas en el presente capítulo, (3.17), (3.18) y (3.21).

Tabla 3.3: Inductancias equivalentes obtenidas usando varios modelos matemáticos.

	Eq. (3.17) $A_1 = A_2$	Eq. (3.18) $A_1 = A_2$	Eq. (3.21) $A_1 = A_2$
L_{eq1} (μH)	55,5	60,8	48,6
L_{eq2} (μH)	280,5	278,5	297,3
L_{eq3} (μH)	1250	1160	1200

Estudiando la Tabla 3.3, de la columna dada por la ecuación (3.17), se puede comprobar que sus valores poseen una desviación menor. Esto es debido a que en su expresión se ha incorporado la matriz de acoplamiento medida, lo que permite que sus resultados se ajustan más a los valores reales. En la Fig. 4.8 se han añadido los rizados de corriente debido a la pendiente que corresponden a las inductancias equivalentes dadas por el modelo matemático (3.17). Se puede apreciar que la precisión de los resultados es notable. En cambio, para los casos de (3.18) y (3.21), al tener un único valor de acoplamiento (\tilde{k}), este valor se ha aproximado al valor medio de la matriz de acoplamientos, $\tilde{k} \approx 0,856$. Por ello se ha introducido un pequeño error, pero nótese que, para el caso de (3.18) su error se encuentra dentro de la tolerancia dada por el error de los cursores, lo que se puede considerar una buena aproximación para el caso de tener acoplamientos similares.

3.3.1. Caso B

El objetivo del siguiente experimento es desbalancear los ciclos de trabajo (D), del InAc de forma controlada. Esta variación tiene dos efectos sobre el InAc, la variación del nivel de tensión entre los extremos de la inductancias y la aparición de nuevos intervalos de tiempo, donde cada uno de ellos corresponde a una inductancia equivalente diferente. (ver apartado 3.1.2)

Para realizar este estudio se toma el mismo diseño y valores del caso anterior (Caso A). La diferencia respecto al caso anterior radica en que los valores de los ciclos de trabajo han sido descompensados fijando sus valores en (3.39).

$$\begin{aligned}
 D_1 &= 61,9 \% \\
 D_2 &= 51,8 \% \\
 D_3 &= 48,3 \%
 \end{aligned}
 \tag{3.39}$$

Al igual que en el caso anterior, tenemos que medir tanto los niveles de tensión como los rizados de corriente de cada una de las salidas para estimar los valores de inductancias equivalentes. En la Fig. 3.11 se muestran los diferentes niveles de tensión que se aplican entre los extremos de las inductancias. Como se puede observar, aparecen nuevos intervalos: A_1 , A_2 , A_3 y A_4 .

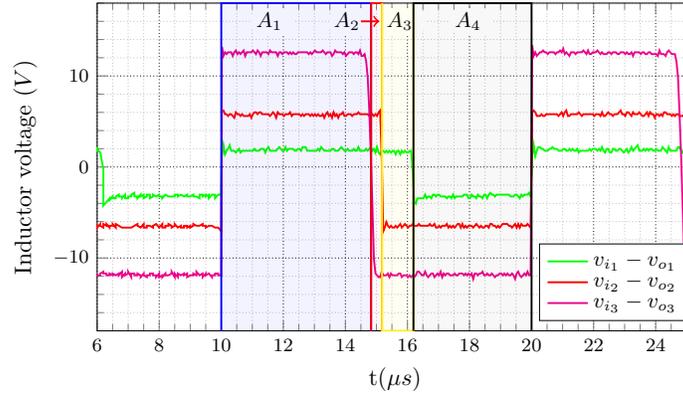


Figura 3.11: Formas de onda de tensión con ciclos de trabajo diferentes aplicados a cada bobinado del InAc. Existen entonces cuatro intervalos diferentes, A_1 , A_2 , A_3 , y A_4 . El intervalo A_1 se define por $b_1b_2b_3 = 111$, A_2 por $b_1b_2b_3 = 110$, A_3 por $b_1b_2b_3 = 100$ y A_4 por $b_1b_2b_3 = 000$. Recordemos que los bits corresponden, b_1 a $v_{L_1} = v_{i_1} - v_{o_1}$, b_2 a $v_{L_2} = v_{i_2} - v_{o_2}$ y b_3 a $v_{L_3} = v_{i_3} - v_{o_3}$.

A partir de la Fig. 3.11 es fácil obtener los b_q de (3.14), donde para el primer tramo, A_1 , al estar todos los niveles a estado alto tenemos que sus valores son $b_1b_2b_3 = 111$, para A_2 , como el bobinado número 3 ha bajado a nivel bajo esto se refleja como $b_1b_2b_3 = 110$, y de forma consecutiva tenemos que para A_3 se definen los parámetros como $b_1b_2b_3 = 100$ y finalmente para A_4 tenemos $b_1b_2b_3 = 000$.

Se han medido los rizados de corriente de cada una de las bobinas, empleando el osciloscopio Agilent Technologies DSO-X 3054A, y se muestran en la Fig. 3.12. Aplicando (3.37) se puede conocer el valor de cada una de las inductancias equivalentes en cada uno de los diferentes tramos. Estos valores son agrupados en la siguiente Tabla 3.4.

Como se puede apreciar en la Fig. 3.12 el comportamiento es totalmente diferente al caso **A**. En este caso aparecen cambios bruscos de pendientes, por ejemplo en los tramos A_2 y A_3 , estos cambios son consecuencia de que los valores de inductancias equivalentes son muy pequeños. Un efecto de este fenómeno puede ser la generación de ruido EM no deseado. Comparando Fig. 3.12 y Fig. 3.11, y centrándose en el tramo A_1 y sobre la inductancia L_{11} , se observa que en este tramos se están aplicando voltios positivos al bobinado, pero en cambio, la pendiente de la corriente es negativa. Como se ha comentado, esto significa que el bobinado se encuentra trabajando en el lado derecho de la divergencia, donde sus valores pueden ser negativos (ver 3.4).

3.3. Resultados Experimentales

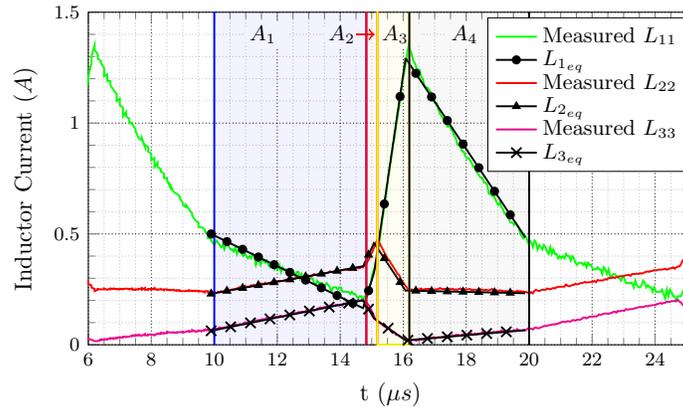


Figura 3.12: Formas de onda de corriente medidas y calculadas (líneas con puntos) de todos los intervalos del circuito de la Fig. 3.5 excitado con la señal mostrada en la Fig. 3.11.

En la Tabla 3.4 se han añadido los resultados obtenidos aplicando la expresión (3.17).

En la Fig. 3.12 se han incluido los resultados de (3.17) con el fin de comparar los resultados experimentales y los valores de las inductancias equivalentes obtenidas. Como se puede apreciar los valores teóricos se ajustan y siguen al comportamiento real, lo que demuestra que las expresiones obtenidas en el apartado teórico son válidas.

Al igual que en el caso anterior, comparando tanto los valores medidos como los calculados con el modelo matemático, no se observan diferencias destacables, por lo que se concluye que el modelo matemático se ajusta fielmente a un comportamiento real de un InAc.

3.3.2. Caso C

En este apartado se va a estudiar y comprobar el rizado de corriente igual a cero en las salidas del convertidor. El objetivo final de este análisis es analizar si es posible establecer criterios de diseño para un InAc con rizado de corriente cero en el mayor número de sus salidas. Recordemos que de forma teórica, el rizado cero se puede lograr en todas menos en una de las salidas.

Para este estudio se toma el mismo circuito de la Fig. 3.5 y la PCB empleada es la ya mostrada en la Fig. 3.8. Donde se han implementado tres convertidores tipo buck independientes entre si y el único punto en común es el InAc. Como ya se ha visto, este circuito permite una gran flexibilidad para ajustar tanto niveles de tensión como ciclos de trabajo. En este caso las especificaciones técnicas para los tres diferentes buck son dadas en la siguiente tabla 3.5.

A diferencia del caso anterior, el ciclo de trabajo fijado es de $D = 0,4$ con una frecuencia de $f_o = 100$ kHz. El acoplamiento, en base a lo ya justificado en el caso

Tabla 3.4: Inductancias equivalentes a) medidas y b) calculadas utilizando el modelo matemático (3.17).

a)				
	A_1	A_2	A_3	A_4
L_{eq1} (μH)	-33,3 $\pm 4,1$	3,5 $\pm 0,9$	1,9 $\pm 0,2$	14,8 $\pm 1,2$
L_{eq2} (μH)	225,0 $\pm 12,5$	15,5 $\pm 2,8$	28,7 $\pm 1,9$	1900 ± 259
L_{eq3} (μH)	456,3 $\pm 33,3$	47,6 $\pm 1,6$	128,0 $\pm 9,4$	-953,4 $\pm 46,5$
b)				
	A_1	A_2	A_3	A_4
L_{eq1} (μH)	-28,0	4,2	2,0	14,8
L_{eq2} (μH)	229,3	19,4	29,3	2100
L_{eq3} (μH)	440,8	49,6	118,7	-983,4

Tabla 3.5: Especificaciones técnicas de los tres convertidores buck mostrados en la Fig. 3.5 para el Caso C

output	v_i (V)	v_o (V)	Δi_L (A)	i_{max} (A)	i_{min} (A)
1	8.25	3.3	0.3	1.1	0.9
2	12.5	5	$\leq 0,02$	0.75	0.2
3	30	12	$\leq 0,05$	0.75	0.2

anterior, nuevamente, se fija entre sus inductancias como $\tilde{k} \approx 0,8$.

En este caso **C** se desea un rizado de corriente para la primera salida de $\Delta I_{L_1} = 0,3 \text{ A}$ y para las dos restantes salidas se busca un nivel de rizado de corriente igual o inferior a los niveles establecidos por diseño (ver tabla 3.5). Como se ha demostrado ya en la parte teórica solo se puede obtener rizado cero en todas las salidas menos en una. Aquella que no posee un rizado cero debe ser tomada como inductancia de referencia, por lo tanto, en este caso se ha seleccionado la primera salida como bobinado de referencia, (L_{11}). Un criterio válido para seleccionar la inductancia de referencia es elegir aquella salida que presente una variación de carga mínima. Esto hará que el paso a modo discontinuo sea más difícil.

El núcleo utilizado para el estudio es el 55310 – A2 de *Magnetics* de material MPP con geometría toroidal. La permeabilidad seleccionada es de $\mu = 125$. Al igual que en los casos anteriores se busca un núcleo tal que las pérdidas sean despreciables y su selección se hace siguiendo el diseño clásico de inductores, donde debe cumplir con la ventana necesaria para alojar los bobinados y el área efectiva para evitar la saturación. La permeabilidad también se ha seleccionado para evitar pérdidas y degradaciones debido al flujo.

Previamente se van a estimar los valores de las inductancias en base al rizado de corriente aplicando (3.33), por tratarse de un convertidor tipo Buck. Por lo tanto, los valores a diseñar para el caso individual se muestran en (3.40).

$$\begin{aligned} L_{11} &= 66,0 \mu H \\ L_{22} &= 1500 \mu H \\ L_{33} &= 1440,0 \mu H \end{aligned} \tag{3.40}$$

A los valores mínimos, (3.40), a diseñar en base al criterio de los rizados, se le aplica (3.7) para comprobar si están balanceados. Se comprueba que no lo están. Para realizar un diseño de un InAc con rizados de corriente igual o próximo a cero se recomienda partir desde un punto balanceado, esto permitirá aplicar una misma desviación a todas las inductancias y adecuar de forma más óptima el InAc a su aplicación.

Por ello, tomando L_{11} como inductancia de referencia, y haciendo cumplir la igualdad (3.7), tenemos que los valores para L_{22} y L_{33} deben de ser fijados a un valor diferente y que se muestra en (3.41).

$$\begin{aligned} L_{22} &= 151,5 \mu H \\ L_{33} &= 872,7 \mu H \end{aligned} \tag{3.41}$$

Como se puede observar, los valores obtenidos difieren mucho de los valores necesarios para obtener el rizado de corriente deseado. Tomando estos valores como inductancias independientes sus valores se ajustan a unos rizados de corriente de $\Delta I_{L_{22}} = 0,2$ y $\Delta I_{L_{33}} = 0,1$, aproximadamente unas 5 veces mayor a los deseados.

Ajuste de las inductancias para lograr un rizado de corriente igual a cero

El diseño para el rizado de corriente parte de un punto de equilibrio y sabiendo que el valor de acoplamiento deseado es $\tilde{k} \approx 0,8$, el número de inductancias que intervienen son $m = 3$, y que se cumple con la condición de $\sum \Delta_{1r} < m - 1$ $\sum \Delta_{2r} > m - 1$ $\sum \Delta_{3r} > m - 1$, entonces todas las inductancias excepto una tienen una divergencia. Para ello, se incrementa un 35 % tanto L_{22} como L_{33} , respecto a los valores dados en (3.41). Esto hará que la divergencia, por igual, se mueva hacia acoplamientos más bajos, en torno a $\tilde{k} \approx 0,85$. Esta técnica de incrementar las inductancias para desplazar la desviación se ha desarrollado con mayor detalle en el capítulo 4.

Esto hace que los valores ideales a diseñar para obtener un rizado de corriente igual o próximo a cero en las inductancias L_{22} y L_{33} , o es en sus correspondientes salidas, son:

$$\begin{aligned} L_{11} &= 66,0 \mu H \\ L_{22} &= 204,5 \mu H \\ L_{33} &= 1178,1 \mu H \end{aligned} \quad (3.42)$$

Al igual que en el caso anterior, se desea un acoplo de $\tilde{k} = 0,8$ por lo que las inductancias se bobinan en diferentes sectores. Realizando el diseño del InAc y empleando el equipo Agilent 42841 los valores medidos para las inductancias propias para cada una de ellas se muestran en (3.43).

$$\begin{aligned} L_{11} &= 67,7 \mu H \\ L_{22} &= 204,8 \mu H \\ L_{33} &= 1191 \mu H \end{aligned} \quad (3.43)$$

En la Fig. 3.13 se muestra una imagen del prototipo que se ha realizado para el presente estudio. Como podemos ver, los valores deseados y medidos se ajustan, teniendo solo una pequeña desviación debida a la tolerancia que existe a la hora de diseñar los elementos inductivos (p.ej. tener un número entero de vueltas).

Tras su montaje, se debe caracterizar el elemento magnético, lo que nos permitirá conocer de forma exacta los acoplamientos entre los diferentes bobinados. Para ello se ha empleado el método descrito en el capítulo 2.

Por lo tanto, los valores medidos para la matriz de acoplamiento son mostrados en (3.44).

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} 1 & 0,79 & 0,8 \\ 0,79 & 1 & 0,8 \\ 0,8 & 0,8 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

Como se puede observar nuevamente en (3.44), el InAc diseñado por sectores cumple con los objetivos deseados de acoplamiento. En base a (3.17) las inductancias equivalente esperadas estarán en torno a:

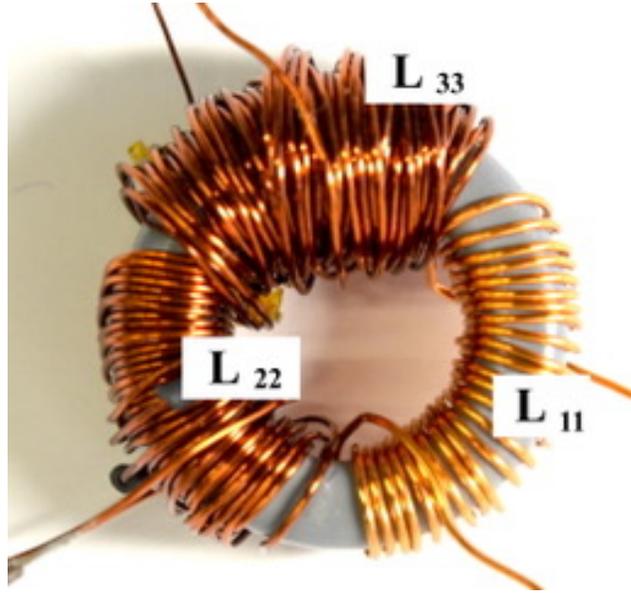


Figura 3.13: Prototipo de inductor acoplado realizado para el caso **C**, Nótese que las tres inductancias han sido bobinadas por sectores para alcanzar un acoplamiento bajo y lograr el rizado cero.

$$\begin{aligned}
 L_{eq1} &= 81 \mu H \\
 L_{eq2} &= 1500 \mu H \\
 L_{eq3} &= 8692 \mu H
 \end{aligned}
 \tag{3.45}$$

Calculando la desviación total que se tiene $\sum \Delta_{qr}$ en base a (3.43) y tomando los niveles de tensión de forma ideal de la tabla 3.5, tenemos que estos valen $\Delta_{1r} = 1,74$, $\sum \Delta_{2r} = 2,14$ y $\sum \Delta_{3r} = 2,16$. Esto asegura de forma ideal la aparición de una divergencia en L_{22} y L_{33} .

Al igual que en el caso anterior se miden los niveles, tanto de tensión como de corriente, para estimar las inductancias equivalentes reales, (3.37). En la siguiente figura 3.14 se muestran los niveles de tensión aplicados a las tres diferentes inductancias. Como se puede observar solo se aprecian dos intervalos, uno de subida y uno de bajada. Y en la Fig. 3.15 se representan los rizados medidos con el osciloscopio Agilent Technologies DSO-X 3054A.

Los valores medidos se resumen en la siguiente tabla 3.6. Y en la tabla 3.3 se muestran los valores obtenidos aplicando (3.17), donde se ha introducido tanto la matriz de acoplamiento medida, y los niveles de tensión medidos, esto hace que los resultados se ajusten más a los obtenidos de forma experimental.

Comparando con los valores teóricos, (3.45), observamos que hay cierta desviación. Esto es debido a que las divergencias se han posicionado muy cerca del valor de acoplamiento real o físico $\tilde{k} \approx 0,8$ y donde su comportamiento es totalmente no lineal.

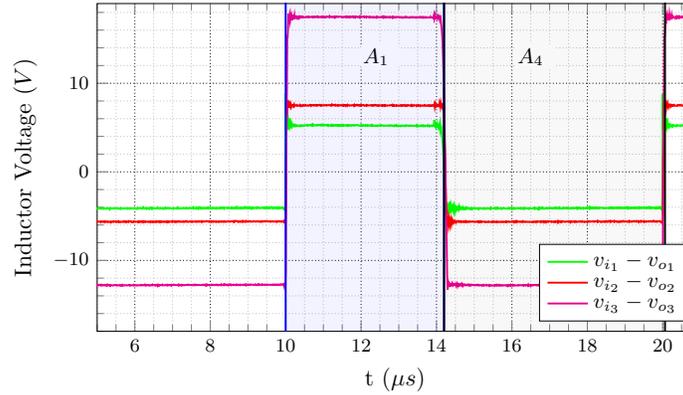


Figura 3.14: Formas de onda de tensión aplicadas a los tres bobinados del InAc. Solo existen dos intervalos, A_1 y A_4 . El intervalo A_1 se define con la palabra digital $b_1b_2b_3 = 111$ y el intervalo A_4 con la palabra digital $b_1b_2b_3 = 000$.

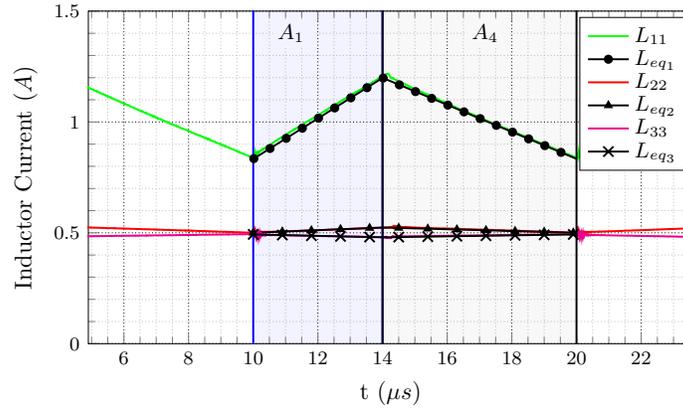


Figura 3.15: Formas de onda de corriente medidas y calculadas (líneas punteadas usando (3.17)) del circuito de la Fig. 3.5. Se consigue rizado cero para L_{22} y L_{33} .

Esto implica que para pequeñas variaciones de Δ_{qr} , los valores de las inductancias equivalentes varían notablemente.

Recopilando los datos obtenidos, los valores estimados por (3.17) se ajustan a los reales, además en la Fig. 3.15 se han superpuesto los rizados en base al modelo matemático para una mejor comparativa, resaltándose con líneas punteadas. Este estudio ha demostrado que es posible diseñar $(m-1)$ salidas con un rizado de corriente próximo o igual a cero y que es posible controlar que inductancias van a tener un rizado de corriente igual a cero.

3.3.3. Conclusión

Recordemos que la base del estudio es bajo la suposición de que las señales aplicadas a las inductancias son PWM y el convertidor siempre se encuentra en modo

Tabla 3.6: Inductancias equivalentes medidas en cada uno de los tramos.

	A_1	A_4
$L_{eq1} (\mu H)$	$59,38 \pm 3,7$	$64,3 \pm 3,7$
$L_{eq2} (\mu H)$	$1451,4 \pm 123,5$	$1432 \pm 123,5$
$L_{eq3} (\mu H)$	5745 ± 662	5372 ± 662

Tabla 3.7: Inductancia equivalente utilizando el modelo matemático, (3.17).

	Eq. (3.17) $A_1 = A_4$	Eq. (3.18) $A_1 = A_4$
$L_{eq1} (\mu H)$	66,0	65,4
$L_{eq2} (\mu H)$	1169	1524
$L_{eq3} (\mu H)$	5278	5894

continuo. Es decir, aplicando tensiones constante a los bobinados durante intervalos determinados y sin que se desmagnetice ningún bobinado. Además, no se tienen en cuenta las pérdidas ni en núcleo ni en los conductores.

Bajo estas condiciones se ha podido dar una mayor claridad de como se comporta un inductor acoplado y tras su análisis se ha podido responder a las preguntas que se planteaban tanto en el presente capítulo como en el capítulo introductorio. Respuestas a las causas del rizado de corriente igual a cero, o las inversiones de corriente o los cambios bruscos de pendiente.

Los resultados experimentales han demostrado que los modelos matemáticos aportadas en el presente capítulo son válidos y representan un inductor acoplado tanto de forma balanceada como de forma desbalanceada. Obviamente, las ecuaciones son útiles, considerando que los diseños magnéticos que se buscan parten siempre de tenerlas menores pérdidas posibles, ya que estas afectan al propio rendimiento del convertidor.

Varias conclusiones interesantes del comportamiento del InAc parten de este capítulo. Donde, para un caso ideal de un InAc este posee un comportamiento totalmente lineal, aumentando el valor de la inductancia equivalente respecto a la inductancia propia en un factor $(m - 1)\tilde{k} + 1$, donde \tilde{k} es el coeficiente de acoplamiento y m el número de inductancias del InAc. Esto hace que el rizado de corriente se reduzca justamente el mismo factor. Pero un InAc ideal no es fácil de obtener, ya que esto implicaría además tener cero pérdidas.

Pero el análisis ideal no explica los fenómeno del rizado de corriente igual a cero, u otros fenómenos como, los cambios bruscos de corriente o la inversión del rizado. Para ello, se debe realizar un análisis desde el punto de vista donde el InAc trabaje de forma desbalanceado.

La consecuencia física de tener un desbalance en el InAc es que aparecen divergencias en los valores de sus inductancias equivalentes, y estas divergencias son función de Δ_{gr} , que depende de la relación entre tensiones e inductancias en un mismo InAc. Su valor ideal es $\Delta_{gr} = 1$ y para un valor diferente aparecen las divergencias. Se ha visto que para una desviación pequeña de Δ_{gr} , la divergencia aparecerá en torno a $\tilde{k} \approx 1$ y para una mayor desviación tenemos que la divergencia se desplaza hacia coeficientes de acoplamiento, \tilde{k} , más bajos.

Esto hace que, de forma inevitable exista una divergencia en torno a $\tilde{k} \approx 0,95$. Tras este análisis, se propone realizar diseños de InAc con valores de acoplamiento en torno a $\tilde{k} \approx 0,8$. Esto permite que el InAc se encuentre alejado de la divergencia y en base a la Fig. 3.6 la desviación necesaria de Δ_{gr} respecto a su valor ideal debe de ser alrededor del 12 %. Esto hace que el comportamiento del InAc sea más predecible.

En el caso más extremo, donde el InAc se posicione sobre la propia divergencia, el valor de la inductancia equivalente tiende a ser infinito. Este punto de operación del InAc explica la existencia del rizado de corriente cero. Para el caso donde el InAc se encuentre en el lado derecho de la divergencia, los valores de las inductancias equivalentes son negativas, lo que implica que los rizados de corriente son negativos aun aplicando voltios positivos a sus extremos. Además, su valor tiende a disminuir, lo que puede llevar a que la corriente pase a modo discontinuo bajo situaciones de carga mínima. Esto no suele ser deseable.

Gracias a las expresiones matemáticas deducidas en este capítulo se pueden conocer exactamente los motivos del comportamiento extraño de los rizados de corriente e incluso de forma bastante precisa, y poder controlar el posicionamiento de las divergencias para obtener un rizado cero en todas las salidas excepto en una. Esto se consigue actuando sobre δ_{gr} , y por lo tanto, desbalanceando de forma controlado los valores de las inductancias.

A la vista de los resultados alcanzados en este capítulo, se va a proponer una técnica de diseño para alcanzar rizado cero en todos los bobinados excepto en uno, y su propuesta se desarrollará en el siguiente capítulo 4.

3.4. Publicaciones

Los resultados de este capítulo han sido aceptados para su publicación en la revista *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*:

D. Gilabert, E. Sanchis-Kilders, P. J. Martínez, E. Maset, A. Ferreres, and V. Esteve, “**Zero ripple current with coupled inductors in continuous conduction mode under pwm signals**” *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, doi: 10.1109/JESTPE.2019.2940848, ISSN 2168-6785, ISSN 2168-6785

Capítulo 4

Diseño de Inductores acoplados

Uno de los problemas generalizados que nos encontramos a la hora de diseñar un inductor acoplado es que la literatura técnica no aporta métodos para diseñarlos desde un enfoque general e independiente de su aplicación. Es cierto que los artículos analizados aportan criterios de diseño, pero estos solo son útiles para la aplicación propuesta y no suelen permitir extrapolar el diseño a otras aplicaciones.

Conociendo las expresiones que describen el comportamiento de un inductor acoplado de forma general e independientemente de su aplicación, (ver capítulo 3), esto permite plantear técnicas de diseño que se describirán en este capítulo.

Muchos estudios presentados en la bibliografía técnica, abordan el fenómeno del rizado de corriente igual a cero, por las ventajas que ello supone. Conociendo de qué parámetros depende, es posible establecer un método de diseño para alcanzar un rizado de corriente igual a cero en todas las salidas excepto en una.

Su diseño se basa en establecer un punto de trabajo cerca de la divergencia del InAc, lo que permitirá obtener valores inductivos elevados y en consecuencia un rizado mínimo y reducir la masa y el volumen en comparación con inductancias individuales del mismo orden magnitud.

Los criterios de diseño propuestos se han aplicado a dos diseños de InAc en diferentes puntos de trabajo, donde los resultados experimentales avalan el método de diseño para aplicaciones con convertidores PWM en modo continuo.

4.1. Introducción

En la introducción de esta tesis se ha visto que en la literatura técnica es bastante común emplear inductores acoplados ya que aportan beneficios como mejora de la respuesta transitoria, reducción de masa y volumen, reducción del ruido electromagnético, (EM), e incluso del rizado de corriente, al menos en una de las salidas del convertidor, [29], [30], [46–49].

Con los modelos matemáticos descritos y demostrados de forma experimental, hemos podido entender los fenómenos más característicos de un InAc, como: rizado

de corriente invertido, rizado cero o cambios bruscos de pendiente.

Gracias a las expresiones desarrolladas en el capítulo 3, podemos estimar qué valores de inductancias equivalentes se tendrá, aproximadamente, en un comportamiento real, y en consecuencia, el rizado de corriente resultante. Esto permite calcular entonces los valores de las inductancias propias que se necesitan para un rizado determinado. En cualquier caso es deseable conocer la inductancia equivalente ya que podremos predecir si se va a pasar a modo discontinuo o no, por ejemplo.

Como ya hemos comentado en capítulos anteriores, existen pocos estudios en la bibliografía técnica centrados exclusivamente en el InAc, lo que nos lleva a no encontrar criterios, guías o metodologías para su diseño. Solo se encuentran estudios aplicados a casos particulares, siendo estos muy difíciles de generalizar. En la actualidad, los diseños de los InAc se basan en la experiencia del diseñador. El único criterio de diseño y requisito indispensable, que se debe de cumplir para un InAc balanceado, demostrado de forma analítica en el capítulo 3, es la expresión dada en (4.1). Por su importancia para el buen desarrollo de este capítulo, nuevamente se va a recordar aquí, [13].

$$\sqrt{\frac{L_a}{L_b}} = \frac{v_{L_a}}{v_{L_b}} \quad (4.1)$$

Recordemos que en esta expresión se relacionan las inductancias por pares, siendo L_a y L_b dos bobinados aleatorios de un mismo InAc y v_{L_a} y v_{L_b} las tensiones entre sus extremos. Cumplir esta igualdad no es fácil bajo condiciones normales de funcionamiento. La (4.1) es condición suficiente para definir que el InAc se encuentra en un estado balanceado. Como ya se ha demostrado en el capítulo 3, si esta igualdad no se cumple, tenemos que en el comportamiento del InAc aparece, al menos, una divergencia que afecta a los valores de las inductancias equivalentes.

Recordemos que si el valor de acoplamiento físico del propio InAc se encuentra cerca de esta divergencia, el valor de las inductancias equivalentes tiende a ser infinito y por tanto el rizado de corriente tenderá a ser cero. Además, la condición de rizado cero no se puede alcanzar en todas las inductancias, existirá una que no podrá tener un rizado cero. De forma generalizada el rizado cero se alcanza solo en $m-1$ inductancias, siendo m el número de inductancias bobinadas sobre un mismo InAc.

Conociendo la expresión matemática que rige el desbalance de un InAc y conociendo las variables que influyen sobre la divergencia, hemos visto que esta se desplaza hacia valores de acoplamiento más bajos. Esto hace que llegar a expresiones, criterios y pautas para optimizar el diseño de un InAc sea más fácil. Por lo tanto, el principal objetivo que se plantea en este capítulo es proponer una metodología de diseño para optimizar el InAc, buscando minimizar tanto su masa como su volumen.

Lo que se buscará en este capítulo es desplazar la divergencia variando los valores de las inductancias propias generando un desbalance controlado en (4.1). Esta novedad es diferente de intentar variar parámetros físicos como el *gap*, como proponen otros artículos [30]. Entendemos que variar el *gap* u otros parámetros que impliquen

una modificación de la geometría del núcleo son más complicados que ajustar los valores de las inductancias propias o niveles de tensión a diseñar, de aquí la relevancia que tiene el método de diseño y su utilidad.

Las expresiones matemáticas para determinar la metodología de diseño propuesta se basan en las expresiones matemáticas ya desarrolladas en el capítulo 3. Para mejorar la comprensión, recordemos que la expresión matricial general que define el comportamiento de un InAc es:

$$\mathbf{L}_{eq} = (\mathbf{N}_d^{-1} \cdot \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{N})^{-1} \quad (4.2)$$

Donde los valores de las inductancias resultantes son las inductancias equivalentes y, por consiguiente, determinan la pendientes que se tendrán en los rizados de corriente.

La matriz de inductancias se puede expresar como función de la matriz de acoplamiento (recordemos que: $\mathbf{L} = \mathbf{L}_d \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{L}_d$) y si se aproxima la matriz de acoplamiento \mathbf{k} a una matriz cuyos elementos son todos iguales a, \tilde{k} , tenemos que la expresión (4.2) se puede simplificar y escribir de forma normalizada, ($\overline{L_{eqq}} = \frac{L_{eqq}}{L_{qq}}$), como se muestra en (4.3).

$$\overline{L_{eqq}} = \frac{[(m-1)\tilde{k} + 1](1 - \tilde{k})}{[(m-2)\tilde{k} + 1] - \tilde{k} \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq q}}^m \Delta_{qr}} \quad (4.3)$$

Donde m es el número de bobinados en el InAc y Δ_{qr} , recordemos, es el parámetro que determina el grado de desbalance del InAc entre los inductores q -ésimo y r -ésimo. Y viene expresado por:

$$\Delta_{qr} = \sqrt{\frac{L_{qq}}{L_{rr}}} \frac{v_{L_r}}{v_{L_q}} \quad 1 \leq q, r \leq m \quad (4.4)$$

Como se puede apreciar, Δ_{qr} , viene descrito por la relación entre los valores de las inductancias propias y la relación de los niveles de tensión entre sus extremos. Para el caso ideal se cumple que $\Delta_{qr} = 1$. En caso contrario aparece un cero en el denominador de (4.3) y por tanto, la aparición de una divergencia. Si se considera el caso ideal de un InAc ($\Delta_{qr} = 1$) tenemos que la expresión (4.3) se reduce a:

$$\overline{L_{eqq}} = (m-1)\tilde{k} + 1 \quad (4.5)$$

(4.5) posee un comportamiento lineal y creciente, y este se ajusta a un comportamiento real, si y solo si, la divergencia se encuentra lejos del valor de acoplamiento físico, (\tilde{k}_{real}). Para el caso donde $\tilde{k} = 1$ se tiene que las inductancias equivalentes tienden a ser m veces más grande. Recordemos que estas expresiones ya han sido introducidas y trabajadas con mayor profundidad en el capítulo 3.

Al igual que en capítulo anterior, el presente estudio no considera los efectos de segundo orden debido al núcleo (efecto de proximidad, corrientes de Foucault,...) ni la influencia de los conductores. Los métodos descritos en este apartado son válidos para señales PWM y bajo la condición de trabajo en modo continuo (no se desmagnetiza ningún bobinado).

4.2. Metodología de diseño de un InAc

En este apartado se van presentar dos propuestas diferentes para diseñar un InAc, basándose en las expresiones (4.3) y (4.5). La primera propuesta consiste en desarrollar el diseño del InAc alejándose de la divergencia y buscar una zona donde el InAc posea un comportamiento lineal, ajustándose las inductancias equivalentes a la expresión (4.5). La segunda propuesta consiste en desbalancear Δ_{qr} , tal que, la divergencia se mueva hacia valores de acoplamiento más bajos, acercándose así, y sin sobrepasar, al valor del acoplamiento real del propio InAc. Esta última propuesta provoca valores altos de inductancias equivalentes y en consecuencia, la obtención de rizados de corriente que tienden a cero. Ambos estudios se compararán entre si y con sus respectivas inductancias de forma desacoplada.

Antes de introducir la propuesta para realizar el diseño del InAc se deben tener claros dos conceptos básicos. En la explicación de la metodología se hablará del valor de acoplamiento del InAc y el posicionamiento de la divergencia en un valor de acoplamiento concreto. El primer concepto claro que hay que tener es el valor del acoplamiento, k_{real} . Este viene fijado por la geometría y por la forma del InAc. Este acoplo es llamado acoplamiento real o físico, además, entendemos que este acoplo fija el punto de trabajo. El segundo concepto, es el valor de acoplamiento donde se posiciona la divergencia y esta depende del desbalance descrito por (4.4). Cuando se hable del valor de acoplamiento donde se desea posicionar la divergencia, lo llamaremos $\tilde{k}_{divergencia}$.

Recordemos que la técnica empleada por Čuk, entre otros [30, 35, 36], en sus trabajos con el fin de alcanzar el rizado de corriente igual a cero, es variar la longitud del *gap*, dicho de otra forma, apoyándose en un parámetro físico del InAc variar el valor de acoplamiento real (\tilde{k}_{real}). Por tanto se cambia el punto de trabajo acercándose o alejándose de la divergencia. Por el contrario, en este capítulo se propone acercar la divergencia hacia el valor de acoplamiento físico y no al revés. Para ello se debe aplicar un desbalance en Δ_{qr} tal que posicione la divergencia en un punto de acoplamiento donde sus valores de inductancias equivalentes tiendan a infinito.

Con el fin de ver con mayor claridad las zonas propuestas para diseñar un InAc, en la siguiente Fig. 4.1 se presenta un ejemplo del comportamiento de un InAc con tres inductancias ($m = 3$) normalizadas $\overline{L_{eqq}} = \frac{L_{eqq}}{L_{qq}}$, considerando el acoplamiento igual entre los tres bobinados. Para el ejemplo numérico, se han fijado los siguientes valores $L_{11} = 9 \mu\text{H}$, $L_{22} = 2L_{11}$ y $L_{33} = 4L_{11}$. Con respecto a los valores de las tensiones de

las inductancias, se toma $v_{L_{1on}} = 5V$ como valor de referencia y los restantes niveles de tensión son ajustados para cumplir la igualdad (4.1). Para desbalancear el InAc se aplica una desviación de $\varepsilon = 10\%$ por exceso a los valores de las inductancias L_{22} y L_{33} . Esto provoca, como se puede apreciar en la Fig. 4.1, una divergencia en torno a $\tilde{k}_{divergencia} \approx 0,95$. Además, en la misma figura se ha añadido el comportamiento ideal (4.5).

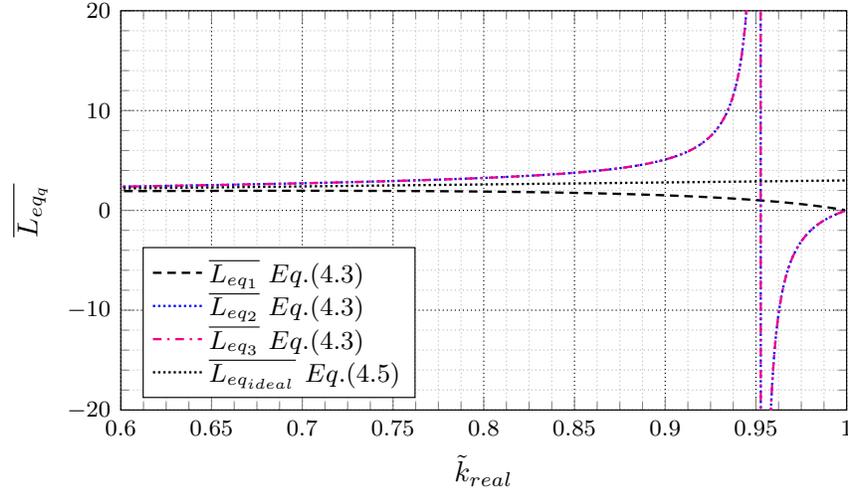


Figura 4.1: $L_{11} = 9\ \mu\text{H}$, $L_{22} = 2L_{11}$ y $L_{33} = 4L_{11}$ se aplica $v_{L_{1on}} = 1V$ y las restantes valores de tensiones se obtienen a través de (4.1). Se fija una variación del 10 % a L_{22} y L_{33} . Los valores de la matriz de acoplamiento se consideran iguales.

Para valores de desviaciones, $\varepsilon > 10\%$, mayores implica que la divergencia se mueve hacia valores de acoplamiento más bajos. Este desplazamiento se representa en la Fig. 4.2 y su expresión viene dado por (4.6). El comportamiento de la divergencia se obtiene igualando el denominador de (4.3) a cero y se considera que se aplica una misma desviación a todas las inductancias.

Definimos ε , como la desviación respecto al valor ideal de Δ_{qr} , ya que su desviación puede darse tanto por una descompensación de las inductancias o de los niveles de tensión, (ver (4.1)).

$$\tilde{k}_{divergencia} = \frac{1}{1 \pm \varepsilon(m-1)} \quad (4.6)$$

Analizando la Fig. 4.2, se puede apreciar que para que la divergencia alcance un valor de acoplamiento físico de: $\tilde{k}_{real} \approx 0,8$, se debe de aplicar un error elevado en torno a $\varepsilon \approx 12\%$. La experiencia ganada con las diferentes medidas ha demostrado que la aparición de caídas de tensión o variaciones de las inductancias (al no ser proporcionales a un número entero de vueltas) no producen desviaciones más allá del 5 %. Esto hace que la divergencia se mantenga en valores de acoplamiento (\tilde{k}_{real}) altos,

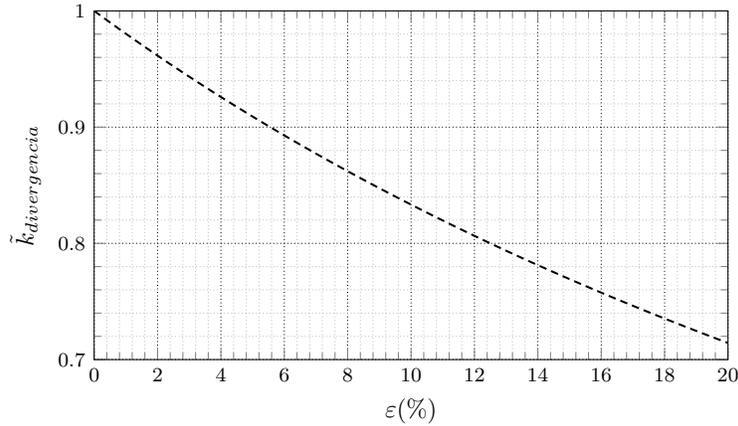


Figura 4.2: Variación de la desviación de Δ_{qr} respecto a su valor ideal. La divergencia se mueve hacia acoplamientos más bajos a medida que la desviación aumenta. En esta figura se muestra el caso para $m = 3$ inductancias.

favoreciendo que (4.5) sea una buena aproximación en intervalos de acoplamiento entre $\tilde{k}_{real} \in [0,75 - 0,9]$.

Estos resultados nos llevan a proponer diseños del InAc con un valor de acoplamiento de $k_{real} \approx 0,8$, aprovechando que en esta zona del InAc presenta un comportamiento más lineal.

4.2.1. Diseño del InAc en la zona lineal.

Se desea realizar un estudio con el fin de establecer unas pautas para obtener un diseño óptimo de un InAc en el intervalo de comportamiento lineal. Si nos basamos en el ejemplo ideal representado en la Fig. 4.1, la ecuación (4.5), (comportamiento ideal), es una buena aproximación al comportamiento real, (4.3), siempre que la divergencia se encuentra lo suficientemente alejada. Por ello si $\tilde{k}_{divergencia} \approx 0,95$, como en el ejemplo, y el valor de acoplamiento físico o real se encuentra dentro del rango ($\tilde{k}_{real} \in [0,75 - 0,9]$), tenemos que se puede emplear la expresión (4.5) y el diseño InAc se simplifica.

El concepto del diseño se basa en escalar los valores de las inductancias a diseñar, exactamente en un factor, $(m-1)\tilde{k}_{real} + 1$, (ver (4.5)). Se pretende reducir previamente el valor de las inductancias a bobinar, ya que, por el simple hecho de encontrarse acopladas, el valor posterior de las inductancias equivalentes se incrementará. Con el factor elegido el valor final se corresponderá con el valor inicial deseado.

Para diseñar de forma correcta el InAc se debe partir de un punto donde la expresión de (4.1) se cumpla. En caso contrario tenemos que la/las divergencias puedan aparecer cerca del valor de acoplamiento físico (\tilde{k}_{real}) del InAc, pudiendo dar valores de inductancias equivalentes fuera de los criterios de diseño. Esto provocaría comportamientos no lineales, como por ejemplo, el incumplimiento de los rizados de corriente

mínimos deseados para un convertidor multisalida.

En el caso donde no se cumpla (4.1), se debe tomar una inductancias de referencia y, tomando los niveles de tensión entre las inductancias como ideales, se ajusta el valor de las otras inductancias de forma que cumplan la igualdad (4.1). Esto provoca que, para lograrlo se deban redefinir los rizados de corriente máximos o la relación entre las tensiones de salida de las especificaciones del convertidor a diseñar.

La ventaja que presenta este planteamiento es la reducción del número de vueltas necesarias para lograr una misma inductancia no acoplada. El procedimiento para diseñar un InAc bajo esta condición es simple y fácil. En la parte experimental se muestra un ejemplo de diseño aplicando este procedimiento.

4.2.2. Diseño del InAc para un rizado de corriente cero

Uno de los temas más tratados en la literatura técnica, como se ha podido comprobar en la parte introductoria, es cómo obtener un rizado de corriente igual a cero dadas sus ventajas en convertidores DC/DC con InAc's (ver Capítulo 1). Basándonos, en el modelo matemático del capítulo 3, donde se puede alcanzar un rizado de corriente igual a cero en todas las salidas excepto en una, este apartado propone una serie de criterios de diseño con el fin de obtener el máximo número de rizados a cero en las salidas. Como ventaja añadida, de esta forma se reduce la masa y el volumen del InAc.

Como ya se ha comentado, para obtener el rizado cero se debe actuar sobre el parámetro Δ_{qr} , que aparece en la expresión (4.3). Como se puede apreciar en (4.4), Δ_{qr} , puede ser desbalanceado tanto por los valores de las inductancias propias como por los niveles de tensión en los extremos de los bobinados. En el presente estudio se propone variar el valor de la inductancia propia, (L_{qq}) , en vez de los niveles de tensión, (v_{L_q}) , ya que es habitual en un convertidor PWM especificar los niveles de tensión a su salida más que los rizados de corriente.

Lo que se pretende es alcanzar el rizado cero en todas las salidas excepto en una, aplicando una misma desviación, (ε) , a todas ellas, excepto en aquella inductancia que actúa como referencia. Con el fin de poder controlar el valor del acoplamiento donde va a recaer la divergencia se debe partir de un punto balanceado del InAc y aplicar una misma desviación a todas las inductancias siempre por exceso y no por defecto, excepto a la inductancia de referencia. De esta manera tenemos que todas las divergencias aparecerán en un mismo punto. Si no es así, la divergencia aparecerá de forma aleatoria e incluso sobre la inductancia que ha sido tomada como referencia, obteniendo valores no esperados de rizados de corriente. Por lo tanto, el estudio parte de la expresión matemática (4.3), y junto a la definición de Δ_{qr} que representa el desbalance de un InAc, se pretende modificar su valor de forma controlada, tal que la divergencia recaiga, $(k_{divergencia})$, sobre un valor de acoplamiento cerca del valor físico (k_{real}) .

Criterio de diseño

Partiendo de un diseño con m inductancias en un mismo InAc y asignando el subíndice, “1”, a aquella inductancia del InAc que se toma como referencia y “ r ” para designar las restantes inductancias a las que se les aplicará una desviación dada, se puede reescribir (4.4), y simplificarlas con el fin de dejarla en función de la desviación, ε , como:

$$\Delta_{1r} = \sqrt{\frac{L_{11}}{L_{rr}(1+\varepsilon)} \frac{v_{Lr}}{v_{L1}} \sqrt{\frac{L_1}{L_r} \frac{v_{Lr}}{v_{L1}} = 1}} \frac{1}{\sqrt{(1+\varepsilon)}} \quad (4.7)$$

Donde ε representa la desviación de las inductancias propias respecto su valor ideal.

Recordando que se cumple la siguiente igualdad para el caso ideal, donde $\sum_{\substack{r=1 \\ r \neq q}}^m \Delta_{qr} = (m-1)$ y que el parámetro (4.7) es un factor común dentro del sumatorio, tenemos que si lo sustituimos en la expresión (4.3), la ecuación es reescrita como (4.8).

$$\overline{L_{eq1}} = \frac{[(m-1)\tilde{k}_{real} + 1](1 - \tilde{k}_{real})}{(m-2)\tilde{k}_{real} + 1 - \tilde{k}_{real}(m-1)\left(\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon}}\right)} \quad (4.8)$$

Resaltar que (4.8) solo representa el comportamiento de aquella inductancia propia que ha sido tomada como referencia. En la Fig. 4.3 se muestra de forma normalizada su comportamiento, donde la variable es el factor que multiplica la inductancia de referencia y que controla la desviación, ε . La representación se ha realizado para diferentes valores de acoplamiento, \tilde{k}_{real} .

Una primera conclusión que se extrae con esta Fig. 4.3, es que el valor de acoplamiento de $\tilde{k} = 0,8$ posee una pendiente más suave respecto a valores de acoplamiento más altos en la zona de ε pequeña. Esto implica que con valores de acoplamiento físico bajos las pequeñas variaciones de ε tendrán menos influencia que a valores de acoplamiento más alto como por ejemplo $\tilde{k} = 0,9$, es decir, a medida que el valor de acoplamiento decrementa la pendiente se hace menos pronunciada haciendo que los valores de inductancias equivalentes más estables. Por lo tanto, se debe de buscar un equilibrio entre máximo error permitido y la máxima desviación posible de su inductancia equivalente. El estudio considera que el valor de $\tilde{k} = 0,8$ es un candidato para realizar un diseño óptimo de un InAc reafirmando así la propuesta ya considerada anteriormente.

La Fig. 4.3 permite a los diseñadores comprobar que la desviación, “ ε ”, aplicada para obtener el rizado cero en las restantes inductancias en ningún momento implica un factor tal que haga que la inductancia tomada como referencia se encuentre por debajo de la inductancia crítica. En ese caso, podría pasar a modo discontinuo, modo de funcionamiento indeseado en una gran número de aplicaciones.

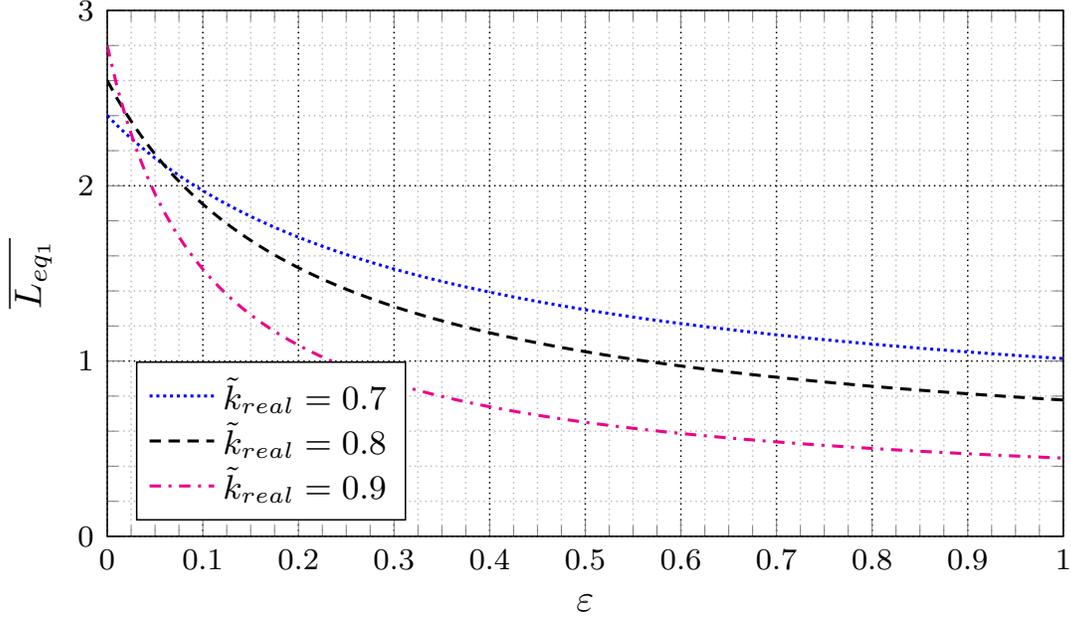


Figura 4.3: Comportamiento de (4.8), donde se representa la inductancia equivalente de referencia, L_{eq1} , para el caso concreto de $m = 3$, para diferentes valores de acoplamientos físicos o reales y en función de ε .

Por otro lado, para deducir el factor multiplicativo que van a tener las inductancias equivalentes en función de la desviación, (ε), aplicada, de nuevo utilizaremos Δ_{qr} en función de la desviación. Par el caso de este parámetro con la inductancia de referencia (4.7) se cumple que, $\Delta_{r1} = \Delta_{1r}^{-1} = \sqrt{1 + \varepsilon}$. Por lo tanto, tomando (4.3) y Δ_{r1} , llegamos a la conclusión que el comportamiento de las restantes inductancias equivalentes se ajustan a:

$$\overline{L_{eqr}} = \frac{[(m - 1)\tilde{k}_{real} + 1](1 - \tilde{k}_{real})}{1 - \tilde{k}_{real}(\sqrt{1 + \varepsilon})} \quad (4.9)$$

En la siguiente Fig. 4.4 se muestra el comportamiento de (4.9) para el caso particular de $m = 3$ y se aplican diferentes valores de acoplamiento físico, (\tilde{k}_{real}).

Estudiando el comportamiento de la Fig. 4.4, tenemos que los valores de las inductancias equivalentes, $\overline{L_{eqr}}$, parten del valor ideal fijado por (4.5). Podemos apreciar que a mayor valor de acoplamiento físico, \tilde{k}_{real} , la pendiente de la desviación se va suavizando. Nuevamente, vemos que si se opta por un acoplamiento en torno a $\tilde{k}_{real} \approx 0,8$ tenemos que las variaciones de ε son pequeñas manteniendo más estable los valores de las inductancias equivalentes.

En las representaciones gráficas de las Fig. 4.3 y Fig. 4.4 no se aprecia el comportamiento de la divergencia hacia valores de acoplamiento reales más bajos. El desplazamiento de la divergencia viene expresado por (4.10), donde este se obtiene

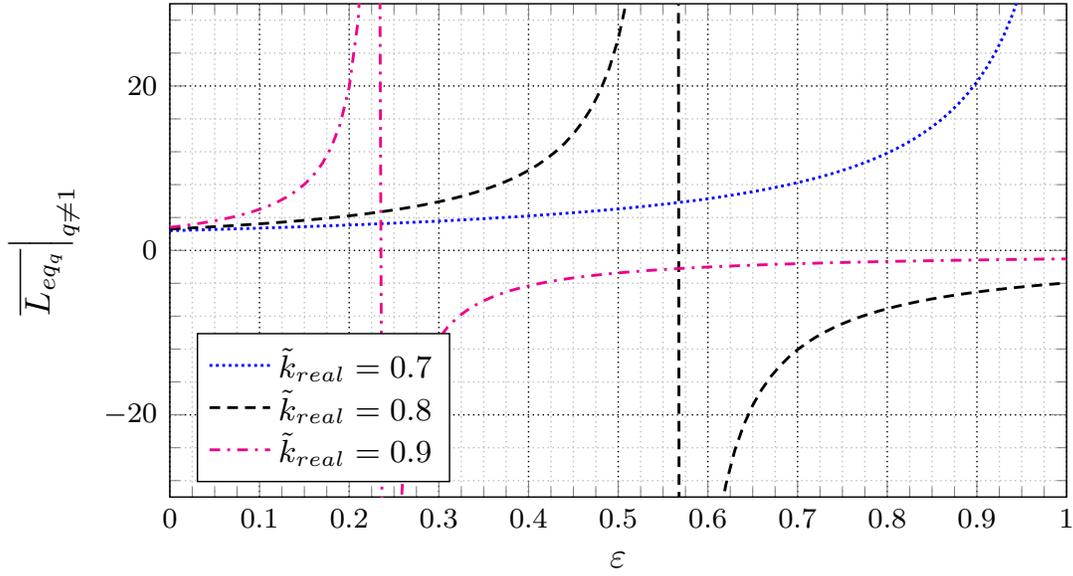


Figura 4.4: Representación de (4.9), donde se muestra la inductancia equivalente normalizada en función de la desviación ε y el acoplamiento \tilde{k} , para el caso concreto de $m = 3$ con diferentes valores de \tilde{k} reales.

igualando a cero el denominador de (4.9). En la siguiente Fig. 4.5 se muestra el comportamiento de la divergencia, $\tilde{k}_{divergencia}$, en función de la desviación aplicada. Esta expresión es útil para poder determinar qué valor de ε se debe elegir para poder obtener las inductancias equivalentes óptimas y estimar así el rizado de corriente igual o próximo a cero.

$$\tilde{k}_{divergencia} = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon}} \quad (4.10)$$

Este comportamiento es muy similar al ya comentado en la Fig. 4.2. La diferencia entre ambas radica en que (4.10) contempla la desviación de Δ_{qr} para el caso en que ésta solo viene producida por las inductancias propias y manteniendo los niveles de tensiones de forma ideal. Por lo tanto, las ecuaciones solo son válidas para este caso concreto de desviación.

Esta idealidad en la tensión hace que la desviación total real pueda ser ligeramente superior por la influencia de la propia descompensación de las tensiones en el circuito real. Por ello, a la hora de realizar el diseño se debe de tener este aspecto en consideración y se recomienda un margen de al menos un ~ 3 % entre el valor donde recae la divergencia, $\tilde{k}_{divergencia}$ y el valor de acoplamiento físico, \tilde{k}_{real} . Por ejemplo, si se desea diseñar un InAc con rizado de corriente cero y el valor de acoplamiento físico es aproximadamente $\tilde{k}_{real} = 0,8$, en base a la Fig. 4.5, la desviación que habría que aplicar para 0,8 es de ~ 57 %. Pero se recomienda aplicar un error en torno a ~ 45 %. Esto implica que la divergencia aparecerá en $\tilde{k}_{divergencia} \approx 0,83$. Este margen

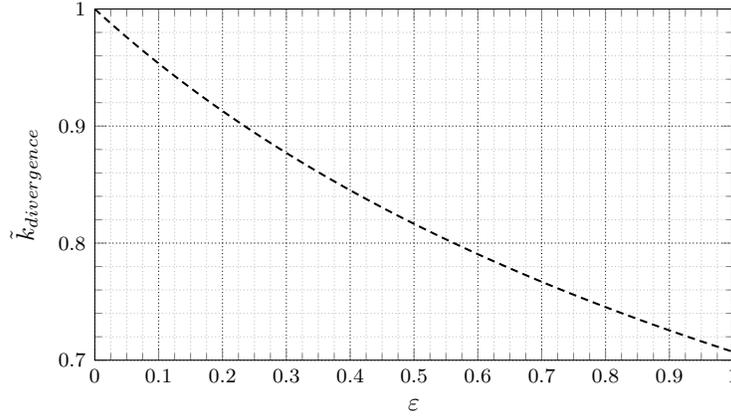


Figura 4.5: Acoplo correspondiente a la divergencia y que depende de la desviación ε . La ecuación representada es (4.10).

en la desviación permitirá amortiguar las posibles desviaciones de las tensiones.

Una vez obtenido las expresiones que permiten estimar qué divergencia, ε , hay que aplicar a las inductancias para posicionar la divergencia en un valor de acoplamiento determinado, describiremos los pasos necesarios para obtener un rizado de corriente igual o próximo a cero, en todas menos en una de las salidas.

1. En primer lugar, se deben conocer las especificaciones del convertidor PWM a diseñar y entre ellas, se deben de conocer todos los rizados de corriente máximos que se desean. Esto permite obtener las inductancias propias asociadas. Conociendo la aplicación podemos elegir la inductancia de referencia, permitiendo a las restantes minimizar su rizado de corriente.
2. Al igual que en el caso anterior, el diseño debe de iniciarse a partir de un InAc balanceado, es decir, debe cumplirse la expresión (4.1). Esta condición no siempre se cumple con las inductancias deseadas por diseño, por lo que se deben ajustar los valores de las inductancias, en base a una inductancia de referencia previamente seleccionada.
3. Partiendo de un punto balanceado del InAc y fijando el valor de acoplamiento físico deseado (\tilde{k}_{real}), se debe estimar la desviación, ε , que hay que aplicar para que la divergencia recaiga sobre un valor de acoplamiento ($\tilde{k}_{divergencia}$) deseado. Para ello, en base a la Fig. 4.5 se fija el valor de ε que satisfaga los requisitos.
4. Conociendo “ ε ”, y tomando Fig. 4.3 y Fig. 4.4, se puede estimar el factor que multiplica a las inductancias propias. Por lo tanto, se puede obtener una estimación de las inductancias equivalentes resultantes de forma ideal y en consecuencia el rizado de corriente correspondiente.

5. Tras comprobar que los valores de las inductancias equivalentes cumplen con los niveles esperados y la inductancia referencia no pasa a modo discontinuo en ningún modo de trabajo, se da paso a bobinar las inductancias, aplicando la misma desviación, por exceso, a todas las inductancias de un mismo InAc, excepto aquella que ha sido prefijada como inductancia de referencia.

4.3. Diseño genérico de un InAc

En los apartados 4.2.1 y 4.2.2 se han descrito los pasos a dar para hacer trabajar el InAc en una de las dos zonas, la lineal y la segunda, donde la divergencia se encuentra lo suficientemente cerca como para lograr inductancias que tiendan a infinito, que equivalen a rizados de corriente igual a cero. Ambos procedimientos poseen pautas comunes a la hora de llevar a cabo el diseño del InAc. En los subapartados anteriores solo se han descrito como obtener los valores de las inductancias propias a diseñar, pero no se incluye el diseño integral del InAc. Por ello, en este apartado se van a explicar los pasos necesarios para diseñar un InAc completamente en función de la zona donde se desea hacer trabajar el InAc.

Recordemos que para los efectos de segundo orden, tanto en el núcleo como en los cables, son despreciados ya que entendemos que el diseño se hará de tal forma que las pérdidas, y sus efectos, no influyan en el funcionamiento normal del InAc. La metodología de diseño propuesta se aplica a convertidores PWM en modo continuo.

La propuesta para el diseño de un InAc de forma óptima parte de los diseños clásicos ya existentes, descritos en la literatura técnica, apoyados además en los conocimientos adquiridos tras el desarrollo de este estudio. El procedimiento propuesto es el siguiente:

1. Conociendo las especificaciones técnicas del convertidor PWM a diseñar, se calculan las inductancia propias y críticas en función del rizado de corriente, la corriente máxima y la corriente mínima, aplicando las expresiones clásicas de diseño en función del convertidor.
2. Conociendo los niveles de tensión de cada una de las salidas y el ciclo de trabajo, D , se pueden calcular las tensiones aplicadas a cada una de las inductancias, (v_{Lq}) y teniendo en cuenta los valores de las inductancias propias a diseñar, (dadas en el apartado 1), esto permite comprobar si la igualdad, (4.1), se cumple. Normalmente esta expresión no suele cumplirse. En estos casos, se debe establecer una inductancia de referencia y ajustar los valores las demás inductancias tal que cumplan con la igualdad. De esta forma partimos de un InAc balanceado.
3. Conocidas las inductancias del InAc balanceado a diseñar, se debe aplicar una de las dos técnicas descritas anteriormente, (ver apartados 4.2.1 o 4.2.2), con el fin de recalcular los valores de las inductancias propias a bobinar en el InAc.

4. Al igual que en los diseños clásicos, la selección del núcleo se basa en la energía almacenada en el inductor, (Li^2) . Esto hace que el nivel de corriente DC debe de ser conocido y facilitado en las especificaciones técnicas del InAc a diseñar. La energía total será la suma de las energías que aporta cada una de las inductancias del InAc. La selección del núcleo se realiza a través de técnicas clásicas, por ejemplo, el área producto (A_p) o técnicas propuestas por el fabricante del material magnético.
5. Tras seleccionar el núcleo mínimo necesario, se debe determinar la disposición de las inductancias. Para el diseño del InAc se propone un valor de acoplamiento bajo, esta propuesta ha ido justificándose a lo largo de este capítulo, por lo que un valor óptimo es $\tilde{k}_{real} \sim 0,8$.

Empleando un núcleo toroidal de MPP, siendo este uno de los más habituales en aplicaciones de convertidores PWM. Tenemos que, para este caso y teniendo un número reducido de inductancias a bobinar, podemos bobinar por sectores, con el fin de reducir los acoplamientos y alcanzar la inductancia deseada.

Para el caso de un número de inductancias elevado se deben buscar otras geometrías, como ejemplo, la propuesta ya en [48], o en [50] o alternativas como las citadas en [48], o en [50], donde se propone una nueva geometría de InAc que permite un mismo valor de acoplamiento entre seis diferentes fases. Esto hace que las aplicaciones del InAc se amplíen, por lo que un diseño óptimo del InAc es necesario.

6. Dependiendo de la frecuencia de funcionamiento y de los niveles máximos de corriente tanto en DC como AC que deben de soportar los conductores, se debe de estimar la sección mínima necesaria para cada uno de los conductores. Conociendo el número de vueltas necesarias para obtener el valor de la inductancia propia, se puede estimar el área mínima de la ventana (A_w) que debe tener el núcleo para albergar todas las inductancias. Esto hace que se tenga un segundo requisito a la hora de seleccionar el núcleo del InAc, y es el diámetro interno (ID). La especificación del A_w suele ser más crítica que el propio área producto (ver apartado 4) como parámetro de selección..
7. Una vez seleccionado el núcleo y bobinadas las inductancias, se debe caracterizar el InAc. Para ello se recomienda aplicar el método propuesto en el capítulo 2. Además, se recomienda calcular y comprobar la densidad de flujo (B) total en un InAc, para comprobar que no se alcance el límite de saturación del núcleo.

4.4. Apartado Experimental

En el apartado experimental se van a implementar las dos metodologías de diseño propuestas para un InAc El primer diseño se realizará en la zona lineal y el segundo,

buscando un rizado de corriente aproximadamente cero. El objetivo del estudio es no solo comprobar experimentalmente los métodos de diseño descritos, si no además estimar, comparar y cuantificar el ahorro en masa, volumen y su viabilidad frente al diseño de inductancias desacopladas.

Con el fin de comprobar las técnicas propuestas se propone realizar un convertidor PWM con un InAc con tres inductancias, donde todas ellas trabajen en modo continuo independientemente de las cargas. Además, como ya se ha ido aconsejando a lo largo del presente estudio, el valor de acoplamiento físico óptimo para diseñar el InAc es en torno a $\tilde{k}_{real} = 0,8$.

El estudio se subdivide en dos tests denotados como: *A* y *B*. En el primer test, *A*, se propone un diseño de un InAc en la zona lineal, siguiendo la propuesta del apartado 4.2.1. El objetivo es verificar que el criterio de diseño es óptimo frente a otros diseños clásicos, y estudiar qué ventajas aporta frente a diseños desacoplados. En el segundo test *B* se propone realizar un diseño del InAc con rizados de corriente igual a cero, en dos de las tres salidas que posee del convertidor PWM. Para ello se seguirán los pasos que se han descrito en el apartado 4.2.2. Al igual que en el caso anterior, se busca estudiar los beneficios que aporta este método de diseño y las ventajas frente a diseños desacoplados.

Para la sección experimental se ha empleado la PCB empleada ya en en el capítulo 3 y en la Fig. 4.6 se muestra su esquema. Donde, recordemos que se encuentra formada por tres diferentes convertidores tipo Buck, que comparten un mismo InAc, se opta nuevamente por esta PCB por su gran flexibilidad a la hora de plantear el test y el *set-up*. Con el *set-up* elegido se pueden como ajustar niveles de tensión y/o ciclos de trabajo. Esto permite compensar las pérdidas en tensión sufridas por el InAc, haciéndolo trabajar bajo condiciones. De esta manera, el estudio se podrá centrar exclusivamente en el comportamiento del InAc.

4.4.1. Test A

El test *A* consiste en realizar un diseño en la zona lineal del InAc, alejándose de la divergencia. Para ello se propone un acoplamiento físico de $\tilde{k}_{real} = 0,8$.

Las especificaciones del convertidor PWM propuesto con tres salidas vienen dadas en la Tabla 4.1. Con un ciclo de trabajo fijado a $D = 0,6$ y con una frecuencia de conmutación de $f_0 = 100$ kHz

Salida	V_{oq} (V)	$I_{o_{max}}$ (A)	$I_{o_{min}}$ (A)	V_{i_q} (V)	ΔI_L (A)
1	3	2	0.5	5	0.24
2	7.2	1	0.25	12	0.1
3	14.4	0.5	0.1	24	0.05

Tabla 4.1: Especificaciones del convertidor con tres salidas tipo Buck.

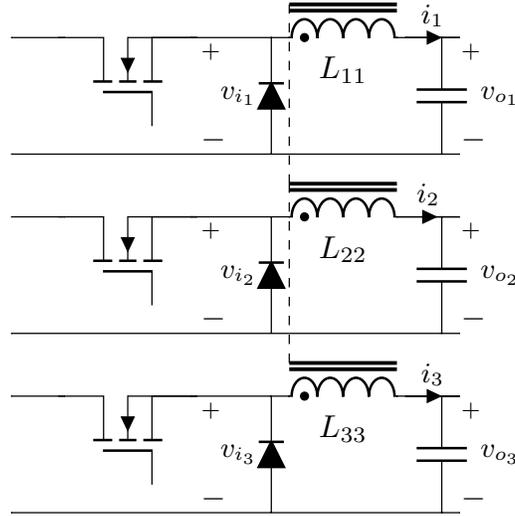


Figura 4.6: Convertidores tipo Buck independientes excepto el InAc que es común a las tres salidas.

Siguiendo los pasos descritos en el apartado 4.3, se procede al cálculo de las inductancias propias (L_o) mínimas requeridas que cumplen el criterio de rizado de corriente. Para un convertidor PWM con topología tipo Buck estas vienen expresadas por (4.11). Además, en (4.11) se incluye la expresión de la inductancia crítica (L_c), es interesante conocer su valor ya que permite saber que límite mínimo no se debe sobrepasar para asegurar el modo continuo.

$$L_o = \frac{V_{iq}(1-D)D}{\Delta I_L f_o};$$

$$L_c = \frac{(1-D)V_{oq}}{2I_{omin}f_o}$$
(4.11)

En base a (4.11), se muestra en la tabla 4.2 las inductancias propias a diseñar junto con sus inductancias críticas.

Salida	L_o	L_c
1	50 μ H	12 μ H
2	288 μ H	57 μ H
3	1152 μ H	288 μ H

Tabla 4.2: Inductancias propias diseñadas para cada salida.

Se puede comprobar que esta se cumple la igualdad (4.1), conociendo las inductancias propias, L_o , más los niveles de tensión entre los bobinados, ($V_{iq} - V_{oq}$). Por

$L_{11}(\mu H)$	$L_{22}(\mu H)$	$L_{33}(\mu H)$
19,23	110,76	443,07

Tabla 4.3: Inductancias escaladas a partir de los valores de inductancias propias utilizando el factor dado por (4.5).

lo tanto, el InAc parte ya de un estado balanceado. En caso contrario, se deben de reajustar los niveles de tensión entre los bobinados o los rizado de corriente, ΔI_L , con el fin de cumplir con (4.1). Se aconseja variar, ΔI_L , ya que normalmente posee mayor tolerancia en el diseño y montaje real, en cambio los niveles de tensión suelen estar fijados por especificaciones técnicas del propio convertidor PWM.

Siguiendo los criterios establecidos en el apartado 4.2.1, a los valores obtenidos de L_o de la Tabla 4.2 se le aplica el factor dado por $((m - 1)\tilde{k}_{real} + 1)$. Si el valor de acoplamiento que se desea es de $\tilde{k}_{real} \approx 0,8$ y $m = 3$, siendo m el número de inductancias en un mismo InAc, tenemos que aplicando (4.5), el factor de escalado que se debe de aplicar es de 2,6. En la tabla 4.3 se dan los valores de las inductancias a diseñar una vez aplicado este factor de escalado.

Una vez conocido los valores de las inductancias, se debe buscar el núcleo óptimo para albergar los bobinados. En este caso se propone un núcleo con geometría toroidal.

Conociendo las corrientes y rizados máximos se pueden estimar las secciones de los conductores mínimas necesarias para cada una de las inductancias. Se propone para la primera salida una sección de $\phi = 3x0.5$ mm, para la segunda salida se opta por $\phi = 3x0.35$ mm y para la última salida, $\phi = 2x0.35$ mm. El valor de la densidad de corriente fijado para estimar las secciones es de $\rho = 550$ A/cm². Recordemos que el área producto viene definida como (4.12).

$$A_p = \frac{2E_{total}10000}{B_{max}\rho K_u} (cm^4) \quad (4.12)$$

Donde B_{max} es la densidad de flujo máxima dada por el fabricante, y K_u , es el factor de utilización de la ventana del elemento magnético, donde un valor típico es $K_u = 0,4$.

El área producto depende de la energía total aportada por cada una de las inductancias del InAc, por lo tanto, el sumatorio es: $E_{total} = \sum_{q=1}^m E_q = 170.637 \mu J$. Esto implica que $A_p = 193.91$ mm⁴.

El material del núcleo propuesto es MPP (*Molypermalloy Power*) de la empresa *Magnetics*[®]. Se decide seleccionar este tipo de material ya que presenta pérdidas por histéresis y por corrientes de Foucault reducidas. Además, soporta niveles de DC elevados sin saturar ($B_{sat} = 0.75$ T).

Según los niveles energéticos calculados, y siguiendo las tablas de selección del fabricante, (en este caso *Magnetics*[®]), el núcleo óptimo, para este nivel de A_p es el #55128 con un área producto igual a $A_p = 243$ mm⁴.

4.4. Apartado Experimental

núcleo	perm. μ	masa (g)	vol. (cm^3)	vuelas N_{11}	vuelas N_{22}	vuelas N_{33}	\tilde{k}
55348	160	20	2.28	12	29	57	0.80

Tabla 4.4: Características físicas del núcleo seleccionado para el test A.

Al disponer de una geometría toroidal, la disposición de las inductancias a lo largo del núcleo es por sectores. Esto permite reducir el valor de acoplamiento, ajustándolo al especificado. En el capítulo 3 ya se aplicó esta técnica dando buenos resultados. No olvidemos que el valor de acoplamiento se encuentra ligado a la permeabilidad del núcleo, (μ), por lo que, para una permeabilidad alta necesitaremos una separación mayor entre las inductancias.

Tras seleccionar las secciones de los cables mínimas necesarias para cada una de las salidas y conociendo el área de la ventana del núcleo toroidal, (ID), se puede comprobar si la selección es correcta. Resulta entonces que el núcleo seleccionado previamente, #55128, por A_p es demasiado pequeño, y por consiguiente, se opta por el núcleo mayor siguiente, que es el #55348 – A2. En la siguiente tabla 4.4 se resumen las especificaciones del núcleo elegido para el InAc.

Una vez construido cada uno de las inductancias en un mismo InAc se debe conocer si el núcleo satura. Para ello se puede utilizar la expresión $B = \mu H$ o las curvas que facilita el fabricante para estimar la densidad de flujo magnético (\mathbf{B}) máximo que puede soportar. No obstante, previamente se debe calcular la intensidad de campo magnético, (\mathbf{H}) de cada una de las inductancias. La intensidad de campo magnético viene expresada como (4.13). Por lo tanto, para cada una de las inductancias propias se calcula su intensidad de campo magnético, \mathbf{H} . A partir de aquí se calcula la densidad de flujo magnético total. \mathbf{B} .

$$H = \sum \frac{N I_{pk_{max}}}{l_e} \quad (4.13)$$

Donde N es el número de vueltas, $I_{pk_{max}}$ la corriente máxima de pico y l_e , longitud del camino magnético, facilitado por el fabricante.

Aplicando las ecuaciones, tenemos que la densidad de flujo total es de (4.14). Aplicando las curvas facilitadas por el fabricante (en este caso *Magnetics*[®]), no supera su valor máximo, por lo que el núcleo no saturará.

$$B = 0.27 \text{ T} \quad (4.14)$$

Finalmente, se debe de caracterizar el núcleo con el fin de conocer si los valores de acoplamiento son los deseados, así que aplicando el método descrito en el capítulo 2 obtenemos (4.15).

$$\mathbf{k}_{real} = \begin{pmatrix} 1 & 0,846 & 0,855 \\ 0,846 & 1 & 0,866 \\ 0,855 & 0,866 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

Las inductancias propias han sido medidas con el analizador de redes Agilent E5061B obteniendo (4.16).

$$\begin{aligned} L_{11} &= 18.68 \mu\text{H} \\ L_{22} &= 114.34 \mu\text{H} \\ L_{33} &= 453.46 \mu\text{H} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Se puede apreciar en la matriz de acoplamiento, (4.15), que sus valores se encuentran en torno al valor deseado, por lo que la propuesta de sectorizar las inductancias es una sugerencia a tener en cuenta ante InAc con características parecidas.

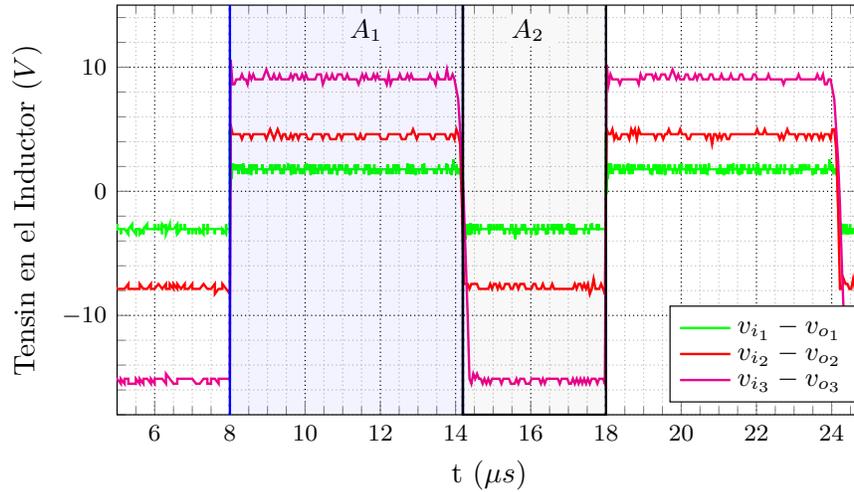


Figura 4.7: Niveles de tensión aplicados a las inductancias del InAc.

En la Fig. 4.7 se representan los niveles de tensión y en la Fig. 4.8 los rizados de corriente en las inductancias del InAc. En ellos se distinguen dos diferentes intervalos, A_1 y A_2 , correspondientes al intervalo de subida y al de bajada respectivamente. Las medidas de las inductancias equivalentes se han obtenido empleando el osciloscopio Agilent Technologies DSO-X3054A. Recordemos que se trata de una medida indirecta, donde se requiere del empleo de los cursores para estimar la pendiente de la corriente y el nivel de tensión aplicado entre sus extremos en un intervalo de tiempo dado, es decir, $L_{eq} = \frac{\Delta t}{\Delta i} v_L$.

En la siguiente tabla 4.5 se muestran las medidas obtenidas de forma experimental de los rizados de corriente. Además, en la tabla 4.6 se muestran los valores obtenidos aplicando los modelos matemáticos presentados en el capítulo 3.

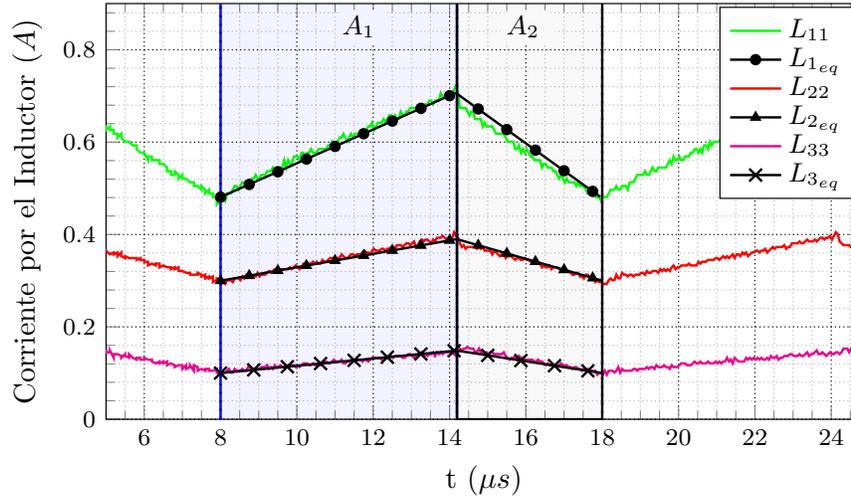


Figura 4.8: Medidas y estimaciones empleando el modelo matemático descrito en (4.2), de los rizados de corriente de cada una de las salidas del InAc del circuito Fig. 4.6. Donde A_1 es la pendiente de subida y A_2 el de bajada.

Inductancias medidas		
	A_1	A_2
$L_{eq1} (\mu H)$	$52,1 \pm 4,7$	$53,1 \pm 4,9$
$L_{eq2} (\mu H)$	$274,3 \pm 15,0$	$279,0 \pm 15,2$
$L_{eq3} (\mu H)$	1200 ± 90	1100 ± 41

Tabla 4.5

Se ha estimado tomando como valor escalar el valor medio de la matriz de acoplamiento (4.15) ($\tilde{k}_{real} = 0,854$) para utilizarlo en (4.5).

Como se puede observar en la tabla 4.6 los valores obtenidos de las inductancias equivalentes empleando los modelos matemáticos se encuentran casi todos dentro de las propias tolerancias de las inductancias medidas. Realizando una comparativa entre los valores bobinados del InAc, (4.16), y los valores obtenidos de forma experimental, se ve claramente que los valores inductivos equivalentes han crecido, aproximadamente, un factor de 2,6. Esto demuestra que el InAc se encuentra en la zona lineal y en consecuencia, el rizado se ha reducido en el mismo factor.

Esto nos permite obtener unos niveles de inductancias mayores con valores de inductancias propias diseñadas más reducidas y por lo tanto, repercutiendo en el número de vueltas necesarios, que es menor. En la Fig. 4.8, además de las medidas, se han superpuesto los rizados obtenidos a través de los modelos matemáticos, con el fin de comparar y validar la metodología de diseño.

Modelo matemático			
	Eq. (4.2)	Eq. (4.3)	Eq. (4.5)
	$A_1 = A_2$	$A_1 = A_2$	$A_1 = A_2$
L_{eq1} (μH)	55,52	60,75	48,60
L_{eq2} (μH)	280,0	278,5	297,3
L_{eq3} (μH)	1250	1160	1200

Tabla 4.6

Comparativa con inductancias individuales.

En este apartado se pretende realizar una comparativa de un diseño convencional con inductancias individuales o desacopladas y una InAc. El objetivo es comparar la masa y volumen de ambos diseños.

Para ello se deben de diseñar las tres inductancias aplicando los métodos clásicos, para un convertidor tipo Buck.

El procedimiento de selección del núcleo es el mismo que el de puntos anteriores. Se ha optado por el cálculo de la energía almacenada (Li^2) y en base a las curvas facilitadas por el fabricante se selecciona el núcleo óptimo. Para una mejor comparativa los núcleos de las inductancias individuales serán seleccionados con la misma geometría, toroidal, y del mismo fabricante, *Magnetics*[®]. Las especificaciones técnicas son las mismas que en el caso anterior, (ver tabla 4.1).

La sección de los conductores se toman con el mismo criterio que los ya calculados, por lo que las secciones de los conductores coincidirán respecto al apartado anterior, ya que las corrientes máximas son iguales para ambos diseños.

La masa y volumen del InAc que ya se ha fabricado son, 22.8 g (medida con el peso MKS Euro Products con una precisión de ± 0.2 g) y 5.4 cm^3 , respectivamente.

Recordemos que los valores de las inductancias a diseñar vienen dadas en la tabla 4.2 y respecto a estos valores se buscarán los núcleos óptimos. En este caso concreto los niveles energéticos son similares, $E \approx 0.3 \text{ mJ}$, por lo que el núcleo recomendado por el fabricante empleando sus gráficas es el #55118 de *Magnetics*[®] con una permeabilidad de $\mu = 160$. Estimando su densidad de flujo máxima se comprueba que no satura, y su valor máximo, en el peor de los casos, es $B_{max} = 0.3 \text{ T}$.

Tomando las mismas secciones calculadas en el apartado anterior para cada una de las diferentes salidas, tenemos que la estimación en masa y volumen es (ver tabla 4.7).

Esto implica que la masa total de las tres inductancias desacopladas es de $M_{total} = 24.41 \text{ g}$ y el volumen total asciende a $V_{total} = 6.22 \text{ cm}^3$.

Si estos valores son comparados con los valores obtenidos para el InAc, tenemos que son muy parecidos. Los valores de masa y volumen del InAc son ligeramente inferiores que los de las inductancias individuales. Esto es debido a que los niveles energéticos son muy parecidos y tener que optar por un valor de núcleo mayor para

Inductancia	masa (g)	vol. (cm ³)
L_{11}	7.7	2.14
L_{22}	7.8	1.98
L_{33}	8.9	2.09

Tabla 4.7: Características físicas de los tres inductancias independientes.

albergar los bobinados por sectores compensa la reducción de las inductancias en el factor correspondiente. Esto es debido a que se ha elegido un diseño lineal.

No obstante, como ya se ha explicado en la parte introductoria, (capítulo 1), el InAc aporta otros beneficios, como son la reducción del ruido EM o mejora de la dinámica del convertidor, mejora de la estabilidad del lazo de control etc..

4.4.2. Test B

En el siguiente test B se aborda el diseño de un InAc buscando el rizado de corriente cero en todas menos en una de las salidas. Para ello, se busca posicionar el punto de trabajo del InAc en aquella zona donde la divergencia empieza a ser notable. Recordemos que los pasos para realizar el diseño de rizado cero se encuentran explicados en el apartado 4.2.2.

Para este test se va a emplear la misma PCB que en el test anterior, A , se muestra en la Fig. 4.6.

De igual forma que en el test A , se ha elegido la configuración de tres bobinados, por su sencillez a la hora de realizar el montaje. Para este caso se proponen tres salidas con diferentes niveles de tensión entre si. En la siguiente tabla 4.8 se muestran las especificaciones del diseño para cada uno de las salidas. La frecuencia de trabajo se ha fijado a 100 kHz con un ciclo de trabajo de $D = 0,4$. El valor del acoplamiento deseado es de $\tilde{k}_{real} = 0,8$.

Salida	V_{out} (V)	$I_{o_{max}}$ (A)	$I_{o_{min}}$ (A)	V_s (V)	ΔI_L
1	3.3	1.0	0.5	8.25	0.30
2	5	0.5	0.2	12.5	0.02
3	12	0.5	0.2	30.0	0.05

Tabla 4.8: Especificaciones para los tres buck para probar el diseño de un InAc con rizado cero.

Los rizados de corriente son especificados en la sexta columna de la tabla 4.8, y se muestran valores máximos. Todo valor por debajo de estos se considerarán válidos y

en consecuencia, para este caso particular, se ha decidido que se desea un rizado cero en las salidas 2 y 3 del convertidor

En base a los criterios de diseño ya explicados en el apartado 4.2.2, el primer paso es calcular los valores de las inductancias propias a diseñar, (L_o), y sus valores críticos, (L_c). Al tratarse de un convertidor tipo Buck, las expresiones son las mismas que en el caso anterior, por lo tanto, aplicando (4.11) se pueden calcular sus valores correspondientes. En la tabla 4.9 se muestran los resultados de las inductancias a diseñar en función del rizado máximo deseado.

salida	$L_c(\mu H)$	$L_o(\mu H)$
1	19,8	66,0
2	75,0	1500
3	180,0	1400

Tabla 4.9: Valores diseñados para la inductancia nominal y crítica para los tres convertidores buck.

Conociendo los valores de las inductancias a diseñar, fijadas por la columna L_o de la tabla 4.9, y los valores de las tensiones entre los extremos de las inductancias, (siendo estas dadas por la diferencia entre: $v_{Lq} = V_s - V_{out}$) se puede comprobar que la igualdad (4.1) no se cumple para este caso, lo que implica que estos valores del InAc se encuentra desbalanceados.

Siguiendo los criterios establecidos se debe seleccionar una inductancia como referencia, en este caso se ha fijado la inductancia de la primera salida, L_{11} y se desea un rizado cero en las salidas 2, (L_{22}) y 3, (L_{33}).

La selección de la inductancia se han basado en las especificaciones del convertidor o de la aplicación. Una de posible razón puede ser, por ejemplo, que en un convertidor aislado galvánicamente y con control de corriente de pico, se necesita un rizado en alguna de las salidas, por lo que la corriente de pico se puede obtener con el rizado de la salida 1. Pero otros criterios también pueden ser válidos y cualquier otra elección de distribución de rizados también vale.

Con el fin de que la igualdad (4.1) se cumpla, se toma L_{11} como inductancia de referencia, y con los niveles de tensión entre los bornes de las inductancias, se pueden calcular las inductancias que hacen que el InAc se encuentre balanceado. En la siguiente tabla 4.10 se muestran los valores de las inductancias propias calculadas. Con estos valores de inductancias, los rizados de corriente asociados serán de $\Delta_{i_{2L}} = 0.2 \text{ A}$ y $\Delta_{i_{3L}} = 0.1 \text{ A}$ para la segunda y tercera salida, respectivamente, estos valores son para el caso de inductancias desacopladas. Analizando los valores podemos ver que estos valores de rizado son mayores a los exigidos en las especificaciones técnicas.

Dado el acoplamiento que se ha elegido ($\tilde{k}_{real} = 0,8$) y con la Fig. 4.5, se puede deducir que la desviación máxima que corresponde para esta \tilde{k}_{real} es de $\varepsilon = 56 \%$. Téngase en consideración que los valores de las tensiones se han tomado de forma

$L_{11}(\mu H)$	$L_{22}(\mu H)$	$L_{33}(\mu H)$
66	151,5	872,7

Tabla 4.10: Inductancias propias del InAc balanceado que cumplen (4.1). Pero los rizados obtenidos entonces no cumplirán las especificaciones.

$L_{11}(\mu H)$	$L_{22}(\mu H)$	$L_{33}(\mu H)$
66	219,7	1265

Tabla 4.11: Inductancias propias desbalanceadas para alcanzar las inductancias equivalentes deseadas.

ideal, lo que provoca que la desviación real sea mayor. Ante una desviación mayor, tenemos que el acoplamiento físico o real se encuentra una vez ha pasado la divergencia. (ver Fig. 4.1). Por lo que puede dar como resultado inductancias equivalentes más pequeñas que las propias diseñadas, rizados invertidos y/o descompensar todos los rizado.

Por ello, como ya se ha comentado, se aconseja aplicar una desviación (ε) menor, por ejemplo, $\varepsilon = 45 \%$. En este caso la divergencia se posiciona en un valor de acoplamiento de $\tilde{k}_{divergencia} = 0,83$. Esto asegura un correcto funcionamiento ante posibles tolerancias debidas, por ejemplo, a caídas de tensiones, que puedan desbalancear aún más el InAc.

En la siguiente tabla 4.11 se muestran los valores de las inductancias a diseñar aplicando la desviación del $\varepsilon = 45 \%$ a las inductancias L_{22} y L_{33} . Partiendo del valor de $\varepsilon = 0,45$ y utilizando los gráficos 4.4 y 4.3, se puede estimar el factor multiplicativo que van a tener. Por lo tanto, la inductancia equivalente de referencia se estima que será 1.2 veces mayor que la inductancia propia a diseñar, y las dos restantes inductancias poseen un factor de, aproximadamente, 14. Esto es debido a la proximidad de la divergencia e implica que, las inductancias equivalentes esperadas, de forma ideal, son (4.17).

$$\begin{aligned}
 L_{eq1} &= 81.1 \mu H \\
 L_{eq2} &= 3.1 \text{ mH} \\
 L_{eq3} &= 17.9 \text{ mH}
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

Como se puede observar, los valores esperados se encuentran por encima de los valores mínimos necesarios para cumplir con los niveles de rizados máximos deseados, por lo que esta propuesta de diseño puede ser válida.

Una vez fijado el valor de desviación, “ ε ”, y por lo tanto los valores de las inductancias propias a diseñar, el siguiente paso es seleccionar el núcleo óptimo. Al igual

núcleo	perm. μ	masa (g)	vol. (cm^3)	vueltas N_{11}	vueltas N_{22}	vueltas N_{33}	k
55310	125	16	3.7	27	48	115	0.80

Tabla 4.12: Características físicas del InAc diseñado para rizado cero.

que en el caso anterior, se ha utilizado un núcleo con topología toroidal de material MPP de la empresa *Magnetics*[®].

Recordemos que el primer paso es estimar el nivel energético (Li^2) para aplicar el método de diseño por A_p y así seleccionar un posible núcleo. Calculando la suma total de cada energía almacenada en las inductancias a diseñar tenemos que su valor es de $E_t = 0.55$ mJ. Para ese nivel de energía el fabricante aconseja el núcleo #55117, con un diámetro interno (ID) de $d = 9.52$ mm.

Posteriormente se debe calcular la sección mínima necesaria para cada uno de las salidas. Por lo tanto, eligiendo una densidad de corriente de $\rho = 550$ A/cm², se deduce que se necesita una sección mínima de $\phi = 0.5$ mm para la primera salida y para las dos restantes salidas $\phi = 0.35$ mm. El valor de acoplamiento deseado es de $\tilde{k}_{real} = 0,8$, por lo que se aplica la misma técnica de bobinado que en el test A , bobinar por sectores.

Esta forma de disponer las inductancias propias hace que el área de ventana no se pueda aprovechar al 100 %, y en consecuencia el ID del núcleo se vuelve más crítico. Por lo tanto, para albergar todas las inductancias en el mismo núcleo se debe optar por un núcleo con un ID mayor, con un área de al menos de $A_w = 28$ mm². El núcleo preseleccionado por A_p no lo cumple, esto implica que se deba aumentar el núcleo, optando por el núcleo #55310 con un ID de 33 mm.

En la siguiente tabla 4.12 se resumen las características físicas del núcleo seleccionado.

Con el fin de comprobar que el núcleo no satura se debe calcular la densidad de flujo magnético, \mathbf{B} , total del InAc, donde en ningún momento debe superar su valor máximo de $B_{sat} = 0.75$ T, especificado por el fabricante.

Para ello se debe calcular previamente la intensidad de campo magnético \mathbf{H} . Recordemos que su cálculo viene dado por (4.13), aplicándola, tenemos que \mathbf{H} toma el valor de $H = 19.6$ A/cm

En base a las curvas del fabricante $\mathbf{B} - \mathbf{H}$ del material, tenemos que la densidad del flujo magnético se estima en $B_{total} = 0.29$ T. Este valor es claramente inferior al flujo máximo de saturación.

Tras la selección del núcleo, se debe bobinar y caracterizar el InAc. En la siguiente Fig. 4.9 se muestra el InAc montado para el presente test B .

Además, se miden los parámetros físicos de masa y volumen del InAc, donde el peso es 23.6 g (medida con el peso MKS Euro Products con una precisión de ± 0.2 g) y el volumen es 7.1 cm³. Estos valores posteriormente serán comparados con

las inductancias desacopladas.

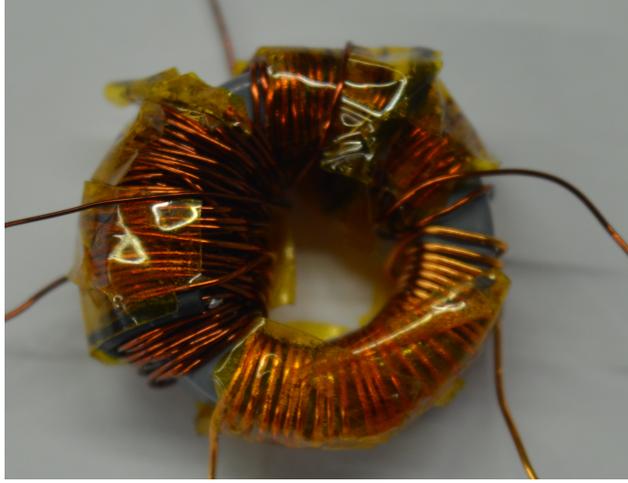


Figura 4.9: Imagen del InAc montado para especificaciones de rizado cero.

Tras caracterizar el elemento magnético aplicando la metodología propuesta en el capítulo 2, la matriz resultante se muestra en (4.19). Además, los valores de las inductancias propias del InAc han sido medidas, siendo sus valores los mostrados en (4.18).

$$\begin{aligned} L_{11} &= 67,6\mu H \\ L_{22} &= 223,5\mu H \\ L_{33} &= 1253mH \end{aligned} \quad (4.18)$$

Se comprueba así que los valores medidos se ajustan a los valores deseados por diseño, (ver tabla 4.11), donde el error más desfavorable se encuentra en torno al $\sim 3\%$, entre las inductancias medidas y deseadas.

$$\mathbf{k}_{real} = \begin{pmatrix} 1 & 0,79 & 0,8 \\ 0,79 & 1 & 0,8 \\ 0,8 & 0,8 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

La matriz muestra nuevamente que la técnica de bobinar las inductancias por sectores da como resultado unos valores de acoplamiento en torno a $\tilde{k}_{real} \approx 0,8$.

En la Fig. 4.10 se muestra el convertidor montado para realizar el test B con el InAc montado. Y los resultados experimentales se muestran en la siguiente Fig. 4.11, donde los rizados de corriente son medidos con el osciloscopio Agilent Technologies DSO-X3054A. Además, en la misma figura se han superpuesto a la medida los rizados obtenidos con los modelos matemáticos del capítulo anterior. Como se puede comprobar, los valores teóricos se ajustan al comportamiento real.

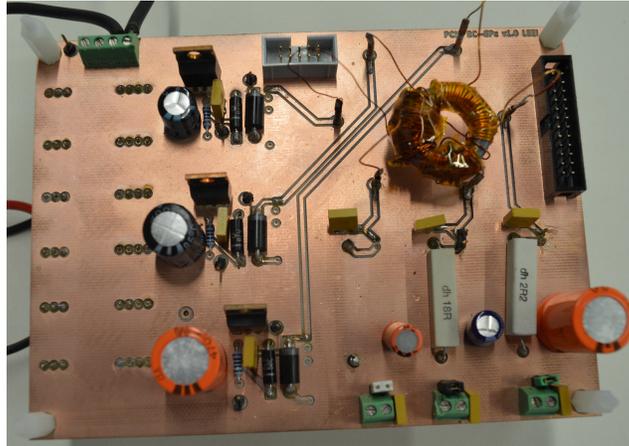


Figura 4.10: Prototipo del convertidor con el InAc diseñado para rizado cero.

En la tabla 4.13 se resumen los valores de las inductancias equivalentes medidas con la ayuda de los cursores del osciloscopio. Comparando los valores, (4.17), de las inductancias equivalentes ideales con los medidos tenemos que poseen una cierta relación. El error que se muestra entre el ideal y el medido es debido a que el punto de trabajo del InAc es justo donde la pendiente de la divergencia es máxima, esto hace que pequeñas variaciones de la desviación, ε , implique variaciones grandes en los valores de las inductancias equivalentes. No obstante, podemos confirmar que los rizados de L_{22} y L_{33} de las salidas 2 y 3 tienden a cero, como se esperaba.

Tabla 4.13: Inductancias equivalentes medidas.

	A_1	A_4
$L_{eq1} (\mu H)$	$74,0 \pm 2,5$	$73,8 \pm 2,5$
$L_{eq2} (\mu H)$	$2533,4 \pm 122,2$	$2658,0 \pm 122,2$
$L_{eq3} (\mu H)$	10249 ± 538	13590 ± 538

Con el fin de ajustarse al comportamiento real se utiliza (4.2) con los valores obtenidos de las medidas y de las caracterizaciones (niveles de tensión, valores de acoplamiento e inductancias). Todo ello hace que el modelo matemático contemple todas las posibles desviaciones respecto a los valores teóricos. Estos resultados son resumidos en la tabla 4.14 aplicando las expresiones (4.2) y (4.3).

Comparando los valores medidos respecto a los valores teóricos tenemos que estos se asemejan. Esto valida, además, del modelo matemático, que el punto de trabajo donde se sitúa el InAc está cerca de la divergencia.

Además, los rizados máximos cumplen con las exigencias del diseño y el factor de las inductancias equivalentes es, aproximadamente, 1,1 veces para la inductancia de

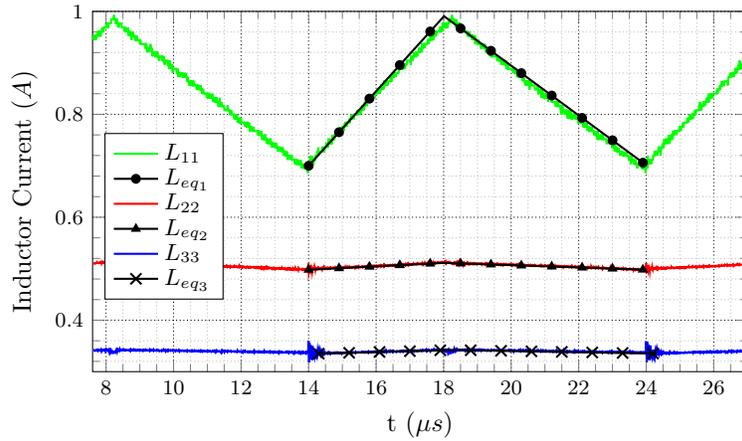


Figura 4.11: Formas de onda de corriente medidas y calculadas (línea punteada calculada con (4.2)) correspondientes al circuito de la Fig. 4.6. Se observa como el rizado de corriente es casi cero para L_{22} y L_{33} , mientras que el rizado de L_{11} ha disminuido levemente debido a que la inductancia equivalente ha aumentado 1,1 veces.

referencia para L_{11} , y de 11 veces para la L_{22} y L_{33} .

Tabla 4.14: Inductancias equivalentes obtenidas con el modelo matemático.

	Eq. (4.2) $A_1 = A_4$	Eq. (4.3) $A_1 = A_4$
L_{eq1} (μH)	76,0	74,5
L_{eq2} (μH)	2974	3060
L_{eq3} (μH)	13250	9890

Comparativa con inductancias individuales

En este apartado se propone realizar una estimación de la masa y el volumen de un diseño con inductancias individuales para comparar estos parámetros con los valores obtenidos en el InAc. Los valores a diseñar de forma individual son los obtenidos de forma experimental, es decir, los valores a diseñar son los mostrados en la tabla 4.13. Se proponen estos valores para realizar una comparativa justa entre los rizados y demostrar si existe, o no, un ahorro significativo en masa y volumen. Recordemos que minimizar en masa y volumen sin duda es de gran importancia, por ejemplo, en aplicaciones espaciales.

Como los niveles de corriente no varían tenemos que la sección de los conductores son los mismos para las inductancias desacopladas respecto a los ya calculados anteriormente.

Por lo tanto, con los valores de la tabla 4.13) se realiza un diseño clásico.

El método propuesto para diseñar las inductancias se basa en el nivel energético (Li^2), para posteriormente apoyándose con las curvas del fabricante *Magnetics*[®]) seleccionar el núcleo óptimo.

Calculando la energía de cada una de las inductancias tenemos para L_{11} $E_1 = 0.125$ mJ. Según las especificaciones del fabricante, el núcleo mínimo necesario es el #55127. Conociendo el A_L facilitado por las especificaciones del núcleo seleccionado, se pueden calcular el número de vueltas requeridas y así calcular la longitud del cable. Como su sección ya se obtuvo para el InAc se puede estimar la masa, siendo esta, (incluyendo el núcleo), para L_{11} igual a 2.8 g. El volumen estimado es de aproximadamente 0.73 cm^3 .

Siguiendo la misma procedimiento para las dos restantes inductancias, tenemos que la energía total para la inductancia L_{22} es $E_2 = 0.664$ mJ, lo que lleva al núcleo #55117. Con una estimación de masa de 9.7 g y un volumen de 2.34 cm^3 . Finalmente, se calcula la energía almacenada en el inductor L_{33} que es igual a $E_3 = 3.4$ mJ. Esto implica que la elección del núcleo de *Magnetics*[®] en este caso es el #55310. La masa total, núcleo más conductor, será de 24.9 g y con un volumen estimado de 5.6 cm^3 .

El sumatorio total en masa y volumen de las tres inductancias desacopladas es de 37.5 g y de 8.7 cm^3 .

Nótese que las inductancias desacopladas de L_{22} y L_{33} poseen valores elevados, lo que implica niveles energéticos altos y en consecuencia, núcleos grandes para soportar dicha energía. Por ello, trabajar cerca de la divergencia da ciertas ventajas. Comparando estos resultados con los obtenidos de forma experimental para el InAc, se comprueba que existe una reducción del 59 % en masa y del 22,5 % en volumen. Sin duda este metodología de diseño aporta un importante ahorro tanto en masa como volumen.

4.5. Conclusiones

Dentro del comportamiento de un InAc existen dos zonas de trabajo donde éste puede presentar ventajas frente a las inductancias no acopladas. Una zona con un comportamiento lineal y otra con un comportamiento altamente no lineal, debido a la existencia de una divergencia cercana. En este capítulo se presenta un método de diseño diferente para cada una de estas dos zonas. Además, el valor añadido que posee la zona no lineal, es que a su salida se obtienen rizados próximos a cero, en todas excepto en una de las salidas.

Como se ha podido demostrar, el hecho de realizar un diseño lejos de la divergencia (zona lineal) presenta una reducción en masa y volumen poco significativa respecto a las inductancias individuales. Por otro lado, el hecho de buscar un acoplamiento bajo ($\tilde{k}_{real} \sim 0,8$) permite trabajar con el InAc en condiciones más previsibles que si se opta por acoplamientos altos ($\tilde{k}_{real} \sim 0,95$), ya que la divergencia puede

provocar comportamientos no esperados. Además, aunque no exista un ahorro notable, debemos resaltar los beneficios que aporta el InAc como reducción del ruido electromagnético o la mejora en la dinámica del convertidor.

En la segunda propuesta, se desea diseñar el InAc aproximándose, lo máximo posible, a la divergencia. Esto provoca que las inductancias equivalentes tiendan a infinito y en consecuencia presenten un rizado de corriente cercano a cero.

Como se ha podido comprobar aplicando esta metodología, sí existe un ahorro en masa y volumen importante en comparación a las inductancias desacopladas. En el caso experimental propuesto, el ahorro obtenido ha sido del 59 % en masa y del 22,5 % en volumen, valores que son relevantes y significativos, por ejemplo, para proyectos aeroespaciales.

Recordemos que buscar el rizado cero puede ser crítico debido a la alta no linealidad del comportamiento y la dificultad de conseguir el acoplo deseado del InAc. Además, tenemos que tener en cuenta las altas tolerancias de los elementos magnéticos, tanto de los materiales del núcleo, como de los bobinados, pero también de las tensiones aplicadas. Esto lleva a que sea difícil diseñar el InAc en el punto exacto de la divergencia y hacer coincidir la divergencia de todos las inductancias en el mismo acoplamiento. Por ello, se ha propuesto desplazar la divergencia, siempre por la izquierda, pero sin aspirar a sobrepasar valor exacto del acoplamiento real, para ello se propone un margen del ~ 3 % con el fin de que se compensen las posibles desviaciones debidas a los niveles de tensión, y en ningún caso la divergencia se encuentre por debajo de \tilde{k}_{real} .

Se propone a la hora de realizar el diseño del InAc, utilizar valores de \tilde{k}_{real} bajos, $\tilde{k}_{real} \cong 0,8$. Esto hace que el comportamiento de la divergencia sea más “suave” (ver Fig. 4.4), permitiendo variaciones de ε sin que esto repercuta en cambios notables de las inductancias equivalentes como si sucede con valores de acoplamientos altos.

Con el fin de poder realizar el diseño de un InAc con rizado cero se han facilitado expresiones matemáticas, junto a sus correspondientes gráficas, lo que permite optimizar el diseño de forma más simple. Finalmente se ha podido verificar que el InAc sigue este comportamiento experimentalmente, haciendo de ellas un herramienta útil para los diseñadores.

4.6. Publicaciones

Los resultados de este capítulo han sido aceptados para su publicación en la revista *IEEE Transactions on Industrial Electronics*:

D. Gilabert, E. Sanchis-Kilders, P.J. Martínez, E. Maset, A. Ferreres, V. Esteve; ‘**Design of Zero-Ripple-Current Coupled Inductors with PWM signals in Continuous Conduction Mode**’, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, doi: 10.1109/TIE.2019.2962399, ISSN 0278-0046.

Capítulo 5

Conclusiones y futuras líneas de Estudio

5.1. Conclusiones generales

El presente estudio parte de la motivación por ampliar los conocimientos sobre el inductor acoplado (InAc), elemento pasivo que se utiliza, entre otros, en las fuentes de alimentación conmutadas con múltiples salidas donde se bobinan las inductancias de cada una de las salidas sobre un mismo núcleo magnético. Esto hace que las inductancias se acoplen entre y transformándose en una inductancia equivalente. Además, en ocasiones sus comportamientos, expuesto a través de sus rizados de corrientes, son extraños. Uno de los mayores problemas para explicar estos comportamientos es la ausencia de modelos circuitales o matemáticos de generales. Los modelos existentes, como ya hemos explicado, aportan una solución particular en función de cada caso, siendo muy difícil extrapolarla a otros casos. Algunos modelos tienen una alta complejidad lo que no los hace prácticos, como por ejemplo, el modelo circuitual *Cantilever* para múltiples inductancias.

En el capítulo introductorio de la tesis se han indicado los dos principales objetivos que se persiguen, recordemos que son: optimizar el método de caracterización y proponer una técnica de diseño para un InAc. Además, a lo largo de esta tesis se han buscado respuestas a diferentes preguntas como por ejemplo: ¿Por qué los rizados cambian de forma brusca? ¿Qué significa un rizado negativo? o ¿A qué es debido el rizado cero? Preguntas que a lo largo del presente estudio se han ido respondiendo y sintetizaremos en el presente capítulo de conclusiones.

La tesis se inicia con la búsqueda de como medir de forma correcta un inductor acoplado con muchos bobinados. Por ello, en la primera parte de la tesis se plantean la viabilidad y las limitaciones para las diferentes metodologías de caracterización encontradas en la literatura técnica y cómo estas no permiten obtener una matriz semidefinida positiva (SPD) de forma directa, condición indispensable para asegurar una correcta caracterización. Se ha visto que los métodos encontrados fallan para

aquellos casos donde el InAc presenta acoplamientos altos y relación de vueltas entre diferentes inductancias grande. Por ello se ha propuesto un método de caracterización nuevo basado en resonancias (RE).

Este método RE consiste en un análisis por pares de inductancias, cargando una de ellas con un condensador, para medir la impedancia desde una de ellas, denotada como primario. La impedancia medida en ese de esta manera presenta dos resonancias. Desarrollando las expresiones matemáticas del InAc se llega a la conclusión de que el valor de acoplamiento, de forma ideal, entre dos inductancias dadas toma el siguiente valor:

$$k_{ij} = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_z^2}} \quad (5.1)$$

Se resalta esta expresión (5.1) (que se corresponde con (2.32)) ya que define muy bien la metodología RE, donde, el valor de acoplamiento es fijado por la relación entre ambas resonancias. Empleando un analizador de impedancias se puede realizar la medida de forma sencilla. Una vez obtenida la matriz de acoplamientos es sencillo obtener la matriz de inductancias deseada.

Tras normalizar las expresiones del método RE se ha podido establecer su rango de utilización y sus limitaciones. Una limitación importante son las resistencias en serie de cada una de las inductancias. Se ha podido observar, gráficamente, que las pérdidas por efectos de segundo orden, representadas por una resistencia mutua, afectan en menor medida en comparación a las resistencias en serie, por lo que sus efectos han sido despreciados con el fin de simplificar el estudio.

Como se ha concluido en el estudio, un valor resistivo alto provoca dos efectos sobre la metodología de caracterización RE que se deben tener en cuenta:

1. Degradación del factor de calidad (Q) de la resonancia, tal que su pico se va achatando de forma progresiva, dificultando la lectura de la frecuencia de resonancia.
2. Desplazamiento de la frecuencia natural del cero hacia la frecuencia del polo, provocando también un error en la medida, lo que implica medidas de acoplo menores respecto al valor real.

Ambos efectos se han estudiado de forma gráfica debido a tener expresiones matemáticas que no permiten soluciones analíticas, obteniendo los valores máximos resistivos se pueden tolerar sin que afecte a las medidas. Se ha determinado que el desplazamiento de las frecuencias de resonancia debido a los valores resistivos. Finalmente se proporciona un gráfico resumen donde relaciona los valores máximos resistivos en función del acoplamiento para una variación de la resonancia máxima del 1 %. Esta gráfica ayuda al diseñador a establecer los valores máximos resistivos que deben tener los conductores para tener un error igual o inferior al 1 % y no afectar así a las medidas para el método RE.

Se ha podido verificar tanto de forma teórica como experimental que la metodología está fuertemente ligada al condensador que se selecciona para aplicar el método RE. Esto es debido a que la capacidad reflejada total hacia la inductancia que actúa como primario ve la suma de todas las capacidades tanto parásitas como el elemento capacitivo añadido. Por lo tanto, con un valor capacitivo del mismo orden de magnitud que la capacidad total parásita aparece un error importante en la medida. Por otro lado, un valor capacitivo excesivamente elevado también provoca una degradación del factor de calidad de las resonancias. Por lo tanto, se establece un rango de valores aptos para que el error sea mínimo. Este rango se muestra en la ecuación (5.2).

$$C_{total\ parasita} \ll C_r < \min \left(4\xi_1^2 n^2 \frac{L_{11}}{R_{11}^2}, 4\xi_2^2 \frac{L_{22}}{R_{22}^2} \right) \quad (5.2)$$

El límite inferior de (5.2) (que se corresponde con (2.47)) viene fijado por dos valores, donde se debe tomar siempre el más restrictivo. Para el caso que el valor del condensador no se encuentre dentro de este rango, el error asociado a la lectura de la frecuencia puede invalidar la medida.

Con el fin de verificar y validar los resultados del método RE se ha comparado con la metodología DiC (serie-oposición), método ampliamente utilizado por los diseñadores. En base a los resultados obtenidos se ha podido establecer el rango de uso del método RE. Además, el análisis recomienda que fuera de sus límites se aplique el método DiC. En la siguiente Fig. 5.1 (que se corresponde con Fig. 2.23) se muestran los límites de los dos métodos y bajo qué condiciones deben de aplicados, en función a la relación entre las inductancias y el valor de acoplamiento entre ellas.

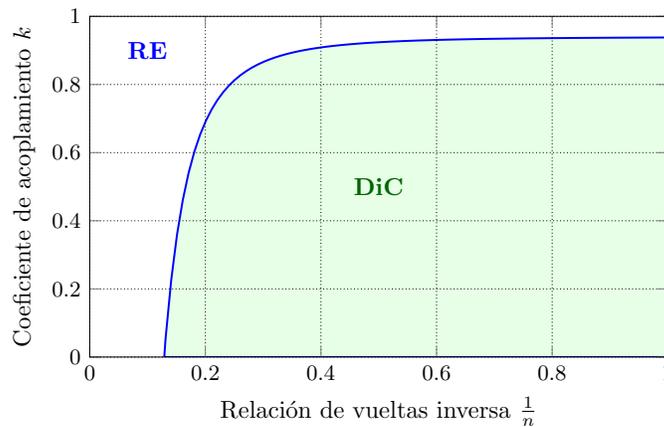


Figura 5.1: Aplicabilidad del método RE y DiC dependiendo de la relación de vueltas n y el coeficiente de acoplamiento k .

Se puede concluir que el método RE es recomendable cuando los acoplamientos entre las inductancias sean altos ($k \gtrsim 0,9$) o cuando la relación de vueltas entre las inductancias es inferior a $1/n < 0,2$.

Con este estudio, publicado en el *IEEE Transactions on Power Electronics*, se aporta una herramienta para caracterizar elementos magnéticos complejos, y se ha demostrado que complementa al resto de metodologías encontradas en la literatura técnica, ya que estas fallan bajo estas condiciones. Con esta primera parte del análisis se cumple con uno de los principales objetivos de la tesis que era obtener un método de caracterización óptimo, cuyo resultado fuera una matriz SPD de forma directa, garantizando así que la medida es correcta.

El segundo objetivo que se persigue en la presente tesis es obtener una metodología de diseño para los inductores acoplados, pero el punto de partida previo es entender de forma correcta el InAc, y sobre todo de qué factores depende y si estos pueden ser fácilmente controlables o no.

Tras el análisis matemático del InAc, resaltamos la expresión obtenida del valor de las inductancias equivalentes, que es:

$$\mathbf{L}_{eq} = (\mathbf{N}_d^{-1} \cdot \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{N})^{-1} \quad (5.3)$$

Esta expresión es válida para cualquier InAc independientemente del convertidor. Pero, la expresión (5.3) (que se corresponde con (3.17)) no permite ver de forma fácil el comportamiento de las inductancias equivalentes. Con el fin de simplificar (5.3), se considera que todas las inductancias presentan un valor de acoplamiento igual, lo que puede ser asumible en muchos diseños. Bajo estas condiciones el sistema matricial se simplifica, y de forma normalizada, se puede expresar como:

$$\overline{L}_{eqq} = \frac{[(m-1)k+1](1-k)}{[(m-2)k+1] - k \sum_{\substack{r=1 \\ r \neq q}}^m \Delta_{qr}} \quad (5.4)$$

Donde Δ_{qr} se expresa como:

$$\Delta_{qr} = \sqrt{\frac{L_{qq} v_{L_r}}{L_{rr} v_{L_q}}} = \sqrt{\frac{L_{qq} N_{s_r} \lambda_r (b_r - D_r)}{L_{rr} N_{s_q} \lambda_q (b_q - D_q)}} \quad 1 \leq q, r \leq m \quad (5.5)$$

Estas expresiones (que se corresponden con (3.18) y (3.19)) son resaltadas ya que describen el comportamiento real de un InAc, y además, son la base para poder proponer un método de diseño optimizado.

El análisis del InAc desarrollado en el capítulo 3 se plantea desde dos perspectivas diferentes. Desde un comportamiento balanceado y otro desbalanceado.

Un InAc balanceado cumple que $\Delta_{qr} = 1$ y los valores de las inductancias equivalentes tienden a ser m veces más grandes, cuando el acoplamiento tiende a uno, ($k_{ij} \rightarrow 1$), siendo m el número de inductancias.

Pero si se analiza para el caso desbalanceado, es decir $\Delta_{qr} \neq 1$, se demuestra la existencia de una divergencia. Tenemos que resaltar el significado del valor de acoplamiento físico y el valor del acoplamiento donde aparece la divergencia, ya que pueden llevar a confusión. Se define como acoplamiento físico el valor de acoplamiento real,

\tilde{k}_{real} , que existe entre las inductancias, donde su valor viene fijado por la separación existente entre los arrollamientos y la propia geometría del núcleo. Este valor físico fija el punto de trabajo del elemento magnético. En cambio, la divergencia se desplaza dependiendo del valor del acoplamiento y el valor de acoplamiento donde recae depende directamente de los niveles tensiones e inductancias del InAc.

Se ha comprobado que si la divergencia se sitúa muy cerca del acoplamiento real del InAc, tenemos que los valores de las inductancias equivalentes tienden a ser muy elevados, lo que implica que el rizado de corriente tiende a ser muy pequeño. Con este análisis, se ha demostrado que el rizado cero es debido a un desbalance del InAc. Además, si el acoplamiento del InAc se posiciona una vez pasada la resonancia, tenemos que las inductancias equivalentes toman valores negativos y su valor va decreciendo de forma no lineal. Esto puede llevar a inductancias equivalentes cuyo valor es inferior al valor de la inductancia propia. Como consecuencia, alguna salida del convertidor pase a modo discontinuo. El significado físico de una inductancia negativa es la propia inversión del rizado de corriente, aún teniendo voltios positivos entre los extremos de las inductancias propias.

El comportamiento de la divergencia ha sido analizado, donde, a mayores desviaciones respecto el valor ideal, es decir, a mayor desbalance, la divergencia se desplace hacia valores de acoplamiento más bajos. El desbalance del InAc se puede producir por dos causas: por el desbalance debido a las inductancias propias o a los niveles de tensión, donde estos últimos pueden variar debido a caídas de tensión o por variaciones del ciclo de trabajo. Las variaciones de ciclos de trabajo, además de descompensar el InAc, genera nuevos intervalos, donde a cada uno de ellos se le asocia un valor de inductancia equivalente diferente, produciendo cambios bruscos en las pendientes de los rizados de corriente, comportamiento habitual ya descrito para los InAc.

Toda la parte teórica ha sido verificada de forma experimental, pudiéndose demostrar que el rizado cero puede ser alcanzado en todas las salidas excepto en una. Además, se ha demostrado experimentalmente que los efectos de segundo orden se acentúan en el InAc cuando existen valores de acoplamiento altos. Por lo que el estudio recomienda diseñar los InAc con valores de acoplamiento bajos, por ejemplo, $k \approx 0,8$, con el fin de alejarse de la divergencia y solo acercarse a esta descompensando las inductancias propias de forma controlada.

Con este estudio se ha respondido a las preguntas que se planteaban y que la literatura técnica no respondía de forma clara. El estudio ha sido publicado en *IEEE Journal of emerging and selected Topics in Power electronics* proporciona una base a los diseñadores de InAc para entender de una forma más general su comportamiento. Las ecuaciones facilitadas se pueden aplicar a cualquier convertidor PWM trabajando en modo continuo. Donde su mayor utilidad es la posibilidad de predecir las inductancias equivalentes antes de realizar el diseño y en consecuencia los rizados de corriente resultantes. La ventaja de este estudio es que da pie a plantear un método de diseño para InAc complejos.

El último objetivo que se perseguía en el presente estudio es una propuesta de

método de diseño óptimo para un InAc. Este estudio ha sido desarrollado en el capítulo 4 de la presente tesis, con el objeto de dar una orientación a los diseñadores de como mejorar sus diseños y además minimizar masa y volumen de los InAc. El estudio plantea dos criterios para diseñar el InAc. El primero propone un diseño en la zona lineal, pero en el apartado experimental se comprueba que no existe una ventaja notable respecto a inductancias desacopladas en lo que respecta a masa y volumen. A pesar de ello hay que destacar que este diseño seguirá contando con otras ventajas propias del InAc como son la disminuir de los efectos de segundo orden, reducción del ruido EM o en mejor respuesta dinámica del convertidor.

Como ya se ha mencionado, se puede alcanzar un rizado cero en todas las salidas excepto en una. Y en la segunda propuesta de diseño se alcanza en todas las salidas excepto en una un rizado cero. El análisis experimental ha demostrado la propuesta. Además se debe resaltar que para este caso los resultados obtenidos sí que reducen la masa y el volumen en comparación con inductancias desacopladas. Esta reducción además va acompañada de una reducción de las pérdidas en el núcleo por el simple hecho de reducir su volumen. Esto hace que se proponga hacer trabajar al InAc en una zona no lineal, controlando para ello su desbalance.

Para obtener el diseño de un inductor acoplado en la zona no lineal se debe de partir de un punto donde el InAc se encuentre balanceado y fijando una inductancia propia como referencia, las demás inductancias son descompensadas, es decir, se incrementa su número de vueltas en función de la desviación, (ε), previamente estimada, como se ha explicado en el capítulo 4. Esta desviación, hace que la divergencia se desplace hacia valores de acoplamiento más bajos y para todas las inductancias por igual, lo que sitúa las divergencias de cada una de las inductancias en el mismo punto de acoplamiento real, \tilde{k}_{real} .

En la Fig. 5.2 se muestra el diagrama de flujo que resume como procedimiento de diseño de un InAc propuesto.

Como ya se ha explicado en la introducción, la tesis se origina a partir de inquietudes que surgen tras la propuesta de un convertidor PWM para una aplicación espacial, donde el poder minimizar la masa y el volumen es un factor muy importante. En base al presente estudio se ha demostrado que se puede obtener un ahorro en ambas magnitudes si el diseño del InAc se realiza de forma óptima. Tras alcanzar los objetivos fijados al inicio de la tesis e incluso respondiendo a preguntas que iban surgiendo en el transcurso de la misma, publicando además los resultados en revistas internacionales de reconocido prestigio, se puede considerar que estos resultados son satisfactorios.

5.2. Estudios Futuros.

Es evidente que la presente tesis por tiempo y complejidad no ha permitido profundizar en otros aspectos interesantes que rodean al inductor acoplado, además, nuevas ramificaciones han surgido a medida que iba evolucionando la investigación y que

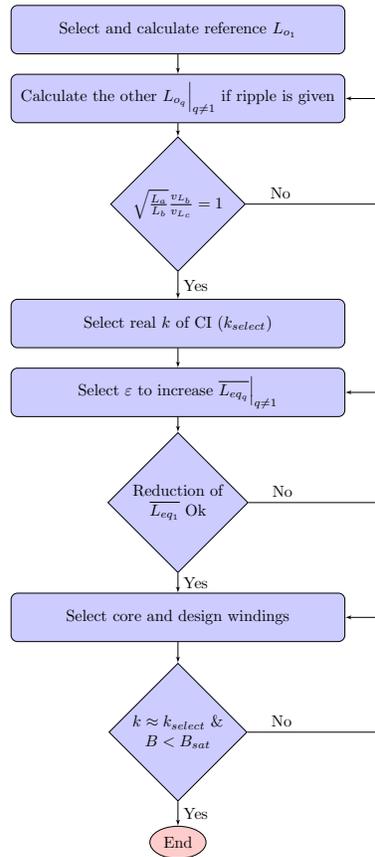


Figura 5.2: Flujograma del procedimiento de diseño.

tampoco se han podido estudiar. Esto permite estudios futuros con el fin de seguir mejorando el entendimiento y optimización del InAc. A continuación se muestra una enumeración de algunos temas propuestos que pueden aportar una visión aún más mejorada del InAc:

1. Ampliar el estudio a modo discontinuo.
2. Estudio del comportamiento de los acoplamientos ante variaciones de niveles de corriente DC sobre una inductancia auxiliar (para variar la permeabilidad).
3. Medida del rendimiento de convertidores con InAc frente a la solución con inductores desacoplados
4. Estudio del comportamiento del acoplamiento cuando el área interna de un núcleo con geometría toroidal se reduce de un 40 % al 80 %.
5. Fabricación de prototipos de InAc con inductancias en PCB.

6. Verificar si las expresiones desarrolladas para un InAc son útiles para un transformador o un inductor tipo Fjyback.

Es evidente que aún quedan muchas preguntas en torno a componentes magnéticos pasivos por responder y requieren un estudio más detallado. Esperemos que la presente tesis sea la base e incentive estas propuestas de estudio.

Apéndice A

Como ya se ha descrito en la presente tesis, no es fácil obtener una matriz semidefinida positiva, SPD, de forma directa. La medida indirecta de los elementos de la matriz de inductancias acumula errores, tanto por el proceso de medida como en el posterior cálculo, lo que lleva a que algunas de las matrices obtenidas no se correspondan con matrices físicamente realizables, al no cumplir la condición de SPD. Obviamente son físicamente realizables, ya que se parte de un elemento físico ya existente. Aun repitiendo la medida y debido a que el error es pequeño en algunos casos es muy difícil obtener una matriz SPD. Por ello, ante esta situación, se propone corregir la matriz medida, dentro de un margen de error aceptable (se toma como error máximo el 5 %), hasta obtener una matriz SPD. Tras un estudio de la bibliografía técnica existente y de diferentes criterios matemáticos encontrados para ajustar matrices a SPD, se proponen dos tipos de algoritmos que ajusten la matriz medida, no SPD, a una matriz que si lo sea SPD.

El primer algoritmo ensayado proviene de la resolución de problemas convexos, donde se obtiene como resultado una matriz SPD, siendo ésta la más cercana minimizando la norma de Frobenius ($\|A\|_F = \sqrt{\sum_{i,j=1}^n |a_{ij}|^2}$).

Este algoritmo, llamado CVX, es distribuido por sus autores con una licencia libre para aplicaciones académicos y se puede descargar, previo registro, de la siguiente página web CVX - <http://cvxr.com/cvx/> (el algoritmo es propietario y propuesto para análisis en bolsas de valores). Por desgracia, los autores no aportan mucha información del funcionamiento del algoritmo, y su aplicación se reduce a ceder al algoritmo una matriz a compensar y el resultado del algoritmo es una matriz que satisface el criterio SPD, siendo esta la matriz más cercana a la dada. Un segundo algoritmo está basado en el criterio de Sylvester para obtener una matriz SPD, [51]. Este criterio afirma que una matriz es semidefinida positiva si todos los determinantes de los menores principales (menores correspondientes a la diagonal principal) de la matriz \mathbf{L} son positivos.

En base a esta definición matemático se realizó un algoritmo empleando la herramienta Matlab.

El algoritmo se basa en recorrer la matriz, partiendo desde los elementos menores de 2×2 de la diagonal principal e ir incrementando las matrices menores hasta

alcanzar la matriz total de $m \times m$. Para cada una de estas matrices menores se calcula el determinante, donde todos ellos deben ser positivos, en caso contrario, los valores que forman la matriz se varían ligeramente hasta alcanzar un determinante positivo o igual a cero. Si se obtiene que todas las matrices menores son positivas, implica que la matriz total también lo es y en consecuencia esta es SPD. En la Fig. A.1 se muestra un pequeño flujograma del algoritmo Sylvester propuesto, implementado con la herramienta de Matlab.

Uno de los problemas que presenta el algoritmo con el criterio de Sylvester es que la variación de los parámetros de la matrices menores no siguen un criterio claro. Su modificación se hace de forma intuitiva. Esto hace que no sea un sistema fiable.

Ambos algoritmos se han empleado para ajustar diferentes matrices, obteniendo resultados con errores inferiores al 5 % en ambos casos. Pero el algoritmo CVX ha presentaba mejores resultados.

La finalidad de este apéndice es aportar al diseñador al menos dos herramientas para poder ajustar la matriz resultante, tras su caracterización, a una matriz SPD. Ya que es un requisito indispensable para poder realizar simulaciones en programas de CAD.

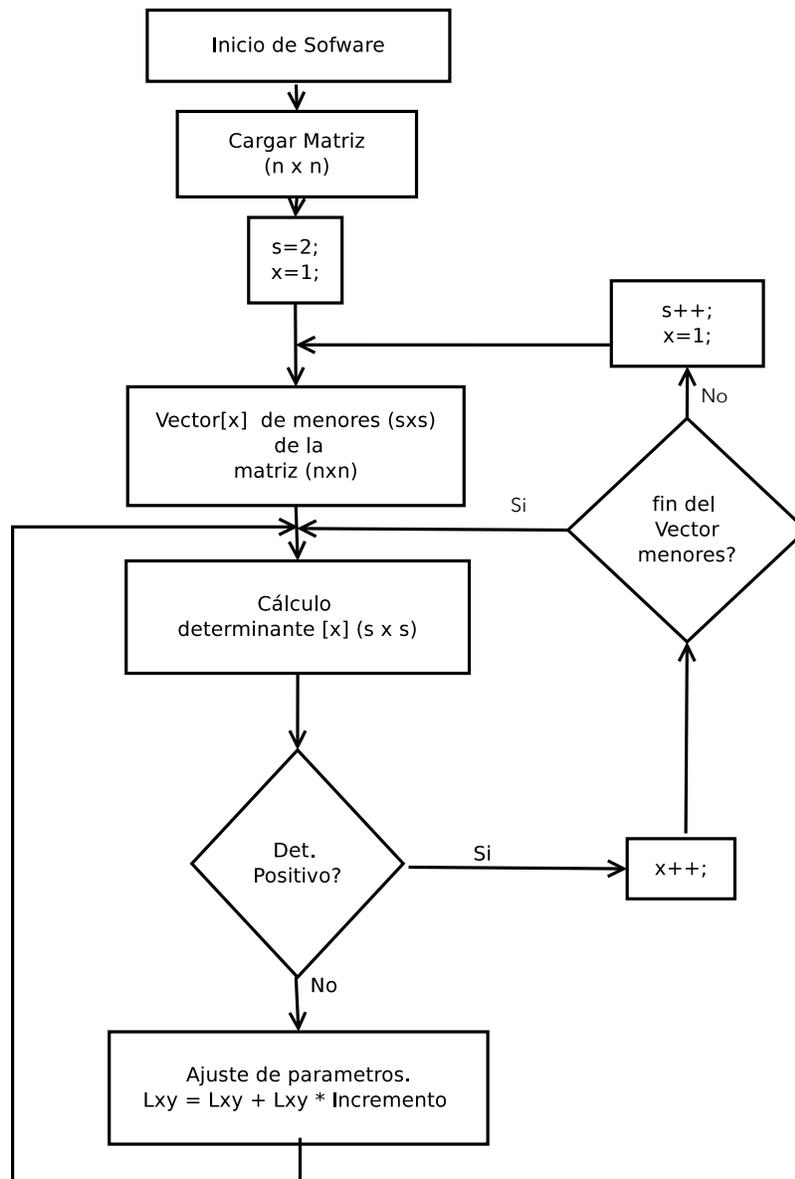


Figura A.1: Diagrama de flujo aplicado al algoritmo de Sylvester implementado con la herramienta Matlab

Bibliografía

- [1] ESA. <http://sci.esa.int/solar-orbiter/>.
- [2] SO/PHI. <https://www.mps.mpg.de/solar-physics/solar-orbiter-phi>.
- [3] IAA publicaciones. <http://spg.iaa.es/SOPHI>.
- [4] J. Gasent, E. Sanchis, A. Ferreres, E. Maset, J. B. Ejea, V. Esteve, and J. Jordán, “Diseño de un convertidor de potencia para el instrumento phi de la misión solar orbiter,” in *XXXIV Reunión Bienal de la Real Sociedad Española de Física*, vol. 1, 2013.
- [5] E. Sanchis-Kilders, A. Ferreres, E. Maset, J. B. Ejea, J. L. Gasent-Blesa, V. Esteve, J. Jordán, A. Garrigos, and J. M. Blanes, “On the design of a multiple-output dc/dc converter for the phi experiment on-board of solar orbiter,” in *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2013 Twenty-Eighth Annual IEEE*, March 2013, pp. 3305–3310.
- [6] E. Sanchis-Kilders, A. Ferreres, J. Gasent-Blesa, E. Maset, J. Ejea, V. Esteve, J. Jordán, A. Garrigós, and J. Blanes, “Diseño de un convertidor de múltiples salidas con inductores acoplados para aplicaciones espaciales,” in *Seminario Anual de Automática y Electrónica Industrial 2013*, July 2013.
- [7] E. Sanchis-Kilders, A. Ferreres, J. Gasent-Blesa, D. Osorno, D. Gilabert, E. Maset, J. Ejea, V. Esteve, and J. Jordán, “Power budget calculator using spice,” in *10th European Space Power Conference, 2014*, ser. SP-719. ESA, April 2014.
- [8] E. Sanchis-Kilders, A. Ferreres, J. Gasent-Blesa, D. Osorno, D. Gilabert, E. Maset, J. Ejea, V. Esteve, J. Jordán, A. Garrigos, and J. Blanes, “Power converter module of the phi experiment on board of solar orbiter,” in *10th European Space Power Conference, 2014*, ser. SP-719. ESA, April 2014.
- [9] E. Sanchis-Kilders, A. Ferreres, J. L. Gasent-Blesa, D. Osorno, D. Gilabert, E. Maset, J. B. Ejea, V. Esteve, and J. Jordán, “Power system consumption model using spice,” in *2014 IEEE 15th Workshop on Control and Modeling for Power Electronics (COMPEL)*, June 2014, pp. 1–8.

-
- [10] E. Sanchis-Kilders, A. Ferreres, J. Gasent-Blesa, D. Osorno, D. Gilabert, E. Maset, J. Ejea, V. Esteve, and J. Jordán, “Simulación con spice del balance de potencia de un convertidor multisalida y postregulado dc/dc,” in *Seminario Anual de Automática y Electrónica Industrial 2014*, July 2014.
- [11] E. Sanchis-Kilders, A. Ferreres, J. L. Gasent-bleasa, E. Maset, V. Esteve, J. Jordan, and J. B. Ejea, “Stability improvement of isolated multiple-output dc/dc converter using coupled inductors,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 52, no. 4, pp. 1644–1653, August 2016.
- [12] L. Mohammadian and E. Babaei, “Investigating the effect of inductor coupling on intrinsic stability of cuk converter,” in *IECON 2016 - 42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Oct 2016, pp. 1359–1364.
- [13] Y. Tokad and M. B. Reed, “Criteria and tests for readability of the inductance matrix,” *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part I: Communication and Electronics*, vol. 78, no. 6, pp. 924–926, Jan 1960.
- [14] D. Maksimovic, R. W. Erickson, and C. Griesbach, “Modeling of cross-regulation in converters containing coupled inductors,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 15, no. 4, pp. 607–615, Jul 2000.
- [15] H. Wang, W. Wu, Y. Li, and F. Blaabjerg, “A coupled-inductor-based buck–boost ac–dc converter with balanced dc output voltages,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 34, no. 1, pp. 151–159, Jan 2019.
- [16] H. Liu, L. Wang, Y. Ji, and F. Li, “A novel reversal coupled inductor high-conversion-ratio bidirectional dc–dc converter,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 33, no. 6, pp. 4968–4979, June 2018.
- [17] Y. Chen, Z. Li, and R. Liang, “A novel soft-switching interleaved coupled-inductor boost converter with only single auxiliary circuit,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 33, no. 3, pp. 2267–2281, March 2018.
- [18] P. Pérol, “An efficient low cost modular power system for fully regulated bus in low earth orbit applications,” in *Space Power, Proceedings of the Sixth European Conference, 6-10 May.*, E. S. Agency, Ed., vol. SP-502, 2002 in Porto, Portugal., p. 375.
- [19] G. F. Volpi, “Integrating power electronic system in space application: Limitation due to a harsh environment,” in *4th International Conference on Integrated Power Systems*, June 2006, pp. 1–6.
- [20] H. Qunhai, Y. Jingyuan, W. Lixin, and W. Tongzhen, “Research on a new bidirectional dc-dc topology for space applications,” in *2017 12th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*, June 2017, pp. 1686–1690.

- [21] M. Santos, H. Ribeiro, M. Martins, and J. Guilherme, "Switch mode power supply design constraints for space applications," in *Proc. 2007 Conference on Telecommunicatios, Peniche*.
- [22] H. gyu Choi and J.-I. Ha, "Design technique of coupled inductor filter for suppressing switching ripples in pwm converters," in *2015 6th International Conference on Power Electronics Systems and Applications (PESA)*, Dec 2015, pp. 1–4.
- [23] R. D. Middlebrook and S. Cuk, "Isolation and multiple output extensions of a new optimum topology switching dc-to-dc converter," in *1978 IEEE Power Electronics Specialists Conference*, June 1978, pp. 256–264.
- [24] S. Cuk and R. D. Middlebrook, "Advances in switched-mode power conversion part i," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. IE-30, no. 1, pp. 10–19, Feb 1983.
- [25] —, "Advances in switched-mode power conversion part ii," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. IE-30, no. 1, pp. 19–29, Feb 1983.
- [26] "Coupled filter inductors in multiple output buck regulators provide dramatic performance improvement." *Proc. Unitrode Power Supply Design Sem.*, 1990, pp. pp. 7.1–7.10.
- [27] G. Zhu, B. A. McDonald, and K. Wang, "Modeling and analysis of coupled inductors in power converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 26, no. 5, pp. 1355–1363, May 2011.
- [28] S. A. Wibowo, Z. Ting, M. Kono, T. Taura, Y. Kobori, and H. Kobayashi, "Analysis of coupled inductors for low-ripple fast-response buck converter," in *APCCAS 2008 - 2008 IEEE Asia Pacific Conference on Circuits and Systems*, Nov 2008, pp. 1860–1863.
- [29] H. Kosai, S. Mcneal, A. Page, B. Jordan, J. Scofield, and B. Ray, "Characterizing the effects of inductor coupling on the performance of an interleaved boost converter," vol. 2009, 01 2009.
- [30] S. Ćuk and Z. Zhang, "Coupled-inductor analysis and design," in *1986 17th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference*, June 1986, pp. 655–665.
- [31] K. V. Kantak, "Coupled inductor characterization and spice modeling," in *Fifth Annual Proceedings on Applied Power Electronics Conference and Exposition*, March 1990, pp. 330–335.
- [32] G. W. Ludwig and S. A. El-Hamamsy, "Coupled inductance and reluctance models of magnetic components," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 6, no. 2, pp. 240–250, Apr 1991.

-
- [33] J. G. Hayes, N. O'Donovan, M. G. Egan, and T. O'Donnell, "Inductance characterization of high-leakage transformers," in *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2003. APEC '03. Eighteenth Annual IEEE*, vol. 2, Feb 2003, pp. 1150–1156 vol.2.
- [34] A. F. Witulski, "Introduction to modeling of transformers and coupled inductors," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 10, no. 3, pp. 349–357, May 1995.
- [35] S. Cuk, "A new zero-ripple switching dc-to-dc converter and integrated magnetics," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 19, no. 2, pp. 57–75, Mar 1983.
- [36] —, "Coupled inductor and integrated magnetics techniques in power electronics," in *Telecommunications Energy Conference, 1983. INTELEC '83. Fifth International*, Oct 1983, pp. 269–275.
- [37] M. Schuck and R. C. N. Pilawa-Podgurski, "Input current ripple reduction through interleaving in single-supply multiple-output dc-dc converters," in *2013 IEEE 14th Workshop on Control and Modeling for Power Electronics (COMPEL)*, June 2013, pp. 1–5.
- [38] C. Feeney, C. Fitzgerald, and M. Duffy, "Investigation of coupled inductors in a phase interleaved boost module-integrated-converter," in *2014 IEEE 5th International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems (PEDG)*, June 2014, pp. 1–5.
- [39] J. Li, C. R. Sullivan, and A. Schultz, "Coupled-inductor design optimization for fast-response low-voltage dc-dc converters," in *APEC. Seventeenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (Cat. No.02CH37335)*, vol. 2, 2002, pp. 817–823 vol.2.
- [40] D. Ebisumoto, M. Ishihara, S. Kimura, W. Martinez, M. Noah, M. Yamamoto, and J. Imaoka, "Design of a four-phase interleaved boost circuit with closed-coupled inductors," in *2016 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, Sept 2016, pp. 1–6.
- [41] M. S. A. Jafarian and H. R. Karshenas, "Current ripple reduction in single-input, multiple-output converters using phase-shift and coupled inductors," in *2016 24th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, May 2016, pp. 816–821.
- [42] M. Pajnić, P. Pejović, and O. Aleksić, "Design and analysis of a novel coupled inductor structure with variable coupling coefficient," *IET Power Electronics*, vol. 11, no. 6, pp. 961–967, 2018.

- [43] P. Shamsi and A. Shen, “Design and analysis of a class of zero fundamental ripple converters,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, no. 6, pp. 4543–4552, June 2017.
- [44] S. W. Lee and H. L. Do, “Zero-ripple input-current high-step-up boost sepic dc–dc converter with reduced switch-voltage stress,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, no. 8, pp. 6170–6177, Aug 2017.
- [45] J. Zakis, D. Vinnikov, and L. Bisenieks, “Some design considerations for coupled inductors for integrated buck-boost converters,” in *2011 International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives*, May 2011, pp. 1–6.
- [46] T. Kang, B. Chae, T. Kang, and Y. Suh, “Design of coupled inductor for minimum inductor current ripple in rapid traction battery charger systems,” in *2014 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, Sep. 2014, pp. 358–364.
- [47] T. Kang and Y. Suh, “Design of optimized coupling factor for minimum inductor current ripple in rapid ev charger systems using multi-winding coupled inductor,” in *2015 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, Sep. 2015, pp. 5667–5674.
- [48] ———, “Optimized coupling factor design of multiple-phase coupled inductor for minimum inductor current ripple operation in ev charger systems,” in *2017 IEEE 3rd International Future Energy Electronics Conference and ECCE Asia (IFEEEC 2017 - ECCE Asia)*, June 2017, pp. 1178–1183.
- [49] H. Liu and D. Zhang, “Design approach for coupled inductor filter in low-current-ripple input/output boost converter,” in *2016 IEEE International Conference on Power and Renewable Energy (ICPRE)*, Oct 2016, pp. 165–171.
- [50] N. Lecic, G. Stojanovic, S. Djuric, and E. Laboure, “Design and analysis of planar symmetric six-phase coupled inductors,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, no. 6, pp. 1–8, June 2015.
- [51] K. Swamy, “On sylvester’s criterion for positive-semidefinite matrices,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 18, no. 3, pp. 306–306, June 1973.