

Distàncies

Distància física

- Per convertir distàncies en mapes a distància en el terreny primer cal saber l'escala de mapa.
- Hi ha dues maneres d'utilitzar mapes de gran escala per a trobar distàncies entre punts:
 1. Mitjançant mesures físiques:
 - **Escales gràfiques**
 - Escales numèriques
 - Escalímetres
 - Mesuradors de mapes
 2. Mitjançant coordenades:
 - Coordenades de mapa
 - Coordenades geogràfiques

Escala gràfica

Distància física

Escala numèrica: mesura la distància entre els dos punts amb una regla, després multiplica el nombre de centímetres pel denominador de l'escala numèrica.

Ex. 1: 25.000, distància mapa 8 cm:

$$8 \times 25.000 = 200.000 \text{ cm} = 2 \text{ km}$$

Distància física

Escalímetres

Regles especials que tenen barres d'escala per a les escales de mapes més comuns. Només es col·loca la regla sobre la distància a mesurar i es llegeix directament la distància en el terreny.



Distància física

Mesuradors i curvímetres, agiliten les mesures quan les distàncies no són rectes.

L'instrument té forma de roda amb un o diversos dials circulars. L'agulla es posa a zero, es fa rodar l'aparell sobre la ruta desitjada i el dial va marcant la distància. Ho fa en mm o cm de mapa, que després cal transformar sabent l'escala d'aquest. Alguns compten amb escalímetres.

Alguns més sofisticats són digitals i tenen petites pantalles on es mostren les mesures després de seleccionar l'escala del mapa.



Analógico



Digital

Distància física

Mitjançant coordenades de mapa

Pitagoras: el quadrat de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats dels catets.

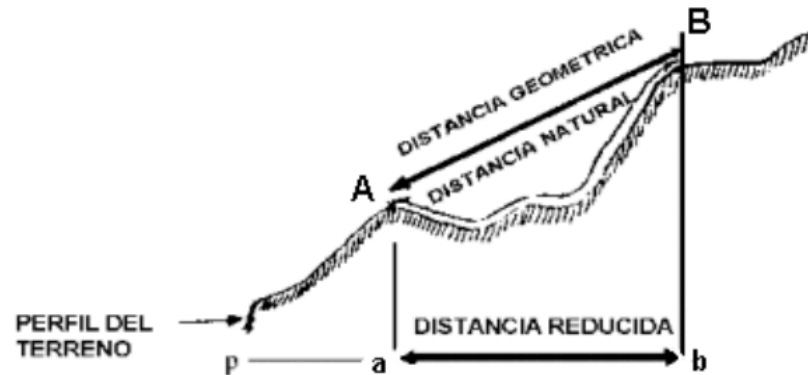
A (x_a, y_a)

B (x_b, y_b)

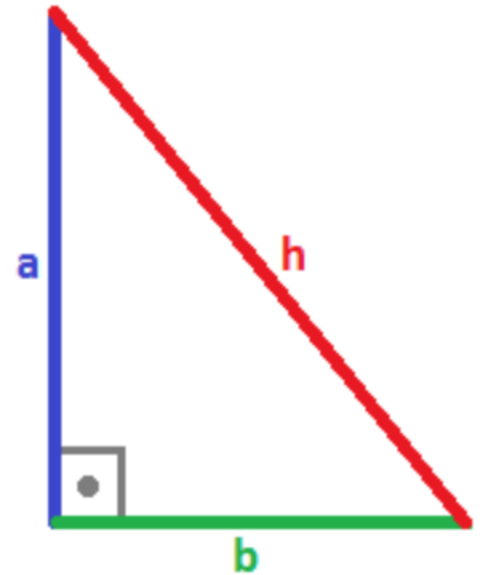
$$D_g = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

Coneixent les corbes de nivell:

$$D_g = \sqrt{\text{desnivell } AB^2 + \text{distancia } AB^2}$$



$$h^2 = a^2 + b^2$$



Despejando,

$$h = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{h^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{h^2 - a^2}$$

Distància física

Mitjançant coordenades de mapa (UTM)

P_1 (302.350 m, 4.766.000 m)

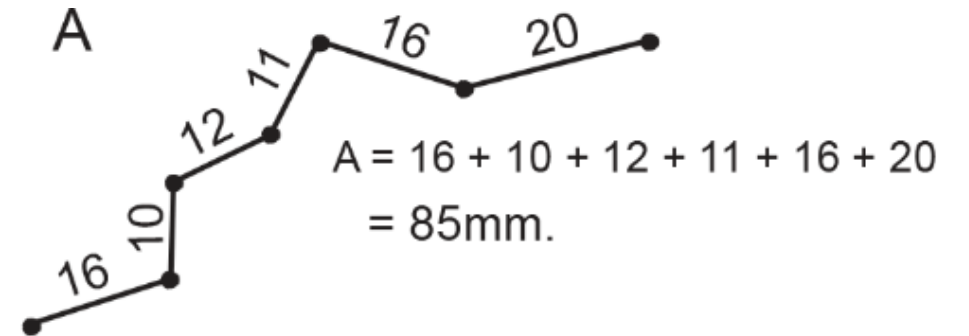
P_2 (303.380 m, 4.767.730 m)

$$D_{utm} = \sqrt{(303.380 - 302.350)^2 + (4.767.730 - 4.766.000)^2}$$

Solució: 2.013 m

Distància física

- És possible trobar la longitud de línies més complexes entre dues localitzacions separant la línia en segments més petits i després sumant les mesures de cadascun.
- O calcular la longitud d'una corba per aproximació amb una sèrie de segments rectes. El nombre de segments incideix en la precisió dels resultats.



Distància física

Mitjançant coordenades geogràfiques*

Seattle ($47^{\circ} 36' N$, $122^{\circ} 20' W$);
Miami ($25^{\circ} 45' N$, $80^{\circ} 11' W$)

1. Calculen els costats:

$$b = 90^{\circ} - 47^{\circ} 36' = 42^{\circ} 24' = 42,40^{\circ}$$

$$c = 90^{\circ} - 25^{\circ} 45' = 64^{\circ} 15' = 64,25^{\circ}$$

2. Calculen l'angle A (diferència de longitud entre Seattle i Miami):

$$A = 122^{\circ} 20' - 80^{\circ} 11' = 42^{\circ} 09' = 42,15^{\circ}$$

3. Determina els sinus i el cosinus de b i c, i el cosinus de A:

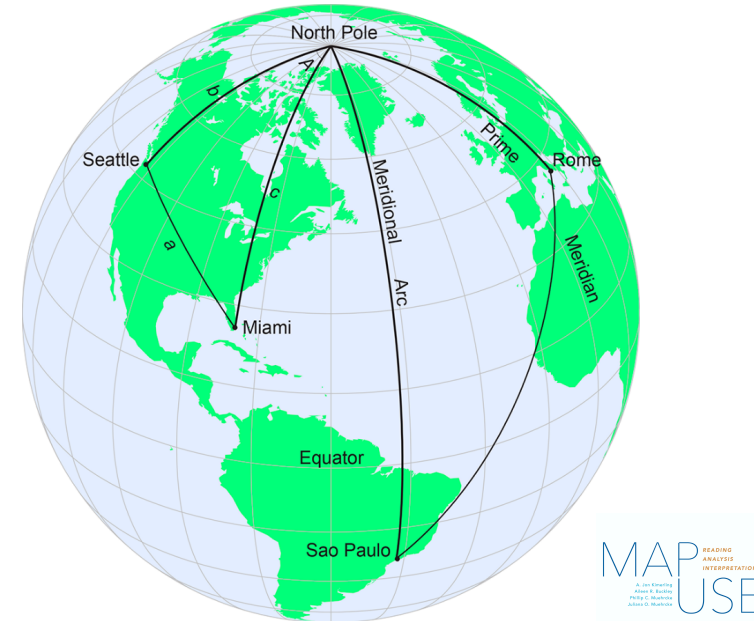
$$\sin(b) = \sin(42,40) = 0,67430$$

$$\sin(c) = \sin(64,25) = 0,90070$$

$$\cos(A) = \cos(42,15) = 0,74139$$

$$\cos(b) = \cos(42,40) = 0,73846$$

$$\cos(c) = \cos(64,25) = 0,43446$$



Distància física

Mitjançant coordenades geogràfiques

4. Utilitza la llei del cosinus de la trigonometria esfèrica per a calcular un costat d'un triangle quan l'angle oposat i els altres dos costats són coneguts:

$$\cos (a) = (\cos (b) \times \cos (c)) + (\sin (b) \times \sin (c) \times \cos (A))$$

$$a = \cos^{-1} (0,77110) = 39,547^\circ$$

5. Converteix la distància angular en distància en el terreny trobant la proporció del cercle:

$$D = (a^\circ/360^\circ) \times \text{circumferència terra}$$

$$D = (39,547/360) \times 40.030 = 4.397 \text{ km}$$

Distància física

Mitjançant coordenades geogràfiques

- Si les ciutats es troben en hemisferis diferents, l'equació ha d'ajustar-se, per exemple quan la ruta travessa el meridià 180, el primer meridià o l'equador.
- Si una ciutat està al N i l'altra al S, cal sumar la latitud a 90° en lloc de restar per a la ciutat que està al S.
- Si una ciutat està al E i l'altra al O del primer meridià, cal sumar totes dues longituds i no restar per obtenir l'angle A.

Errors en la determinació de la distància

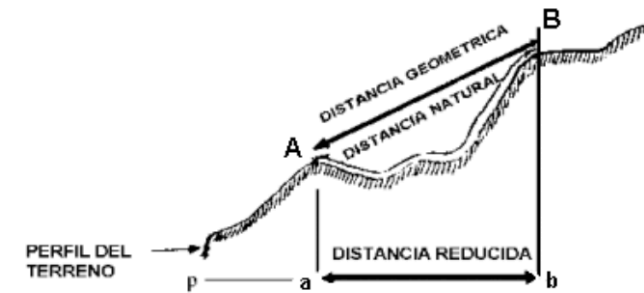
- El error del pendent
- L'error de la simplificació
- La variació de l'escala
- Símbols desproporcionats

Pitagoras: el quadrat de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats dels catets.

A (x_a, y_a)

B (x_b, y_b)

$$D_g = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$



Coneixent les corbes de nivell:

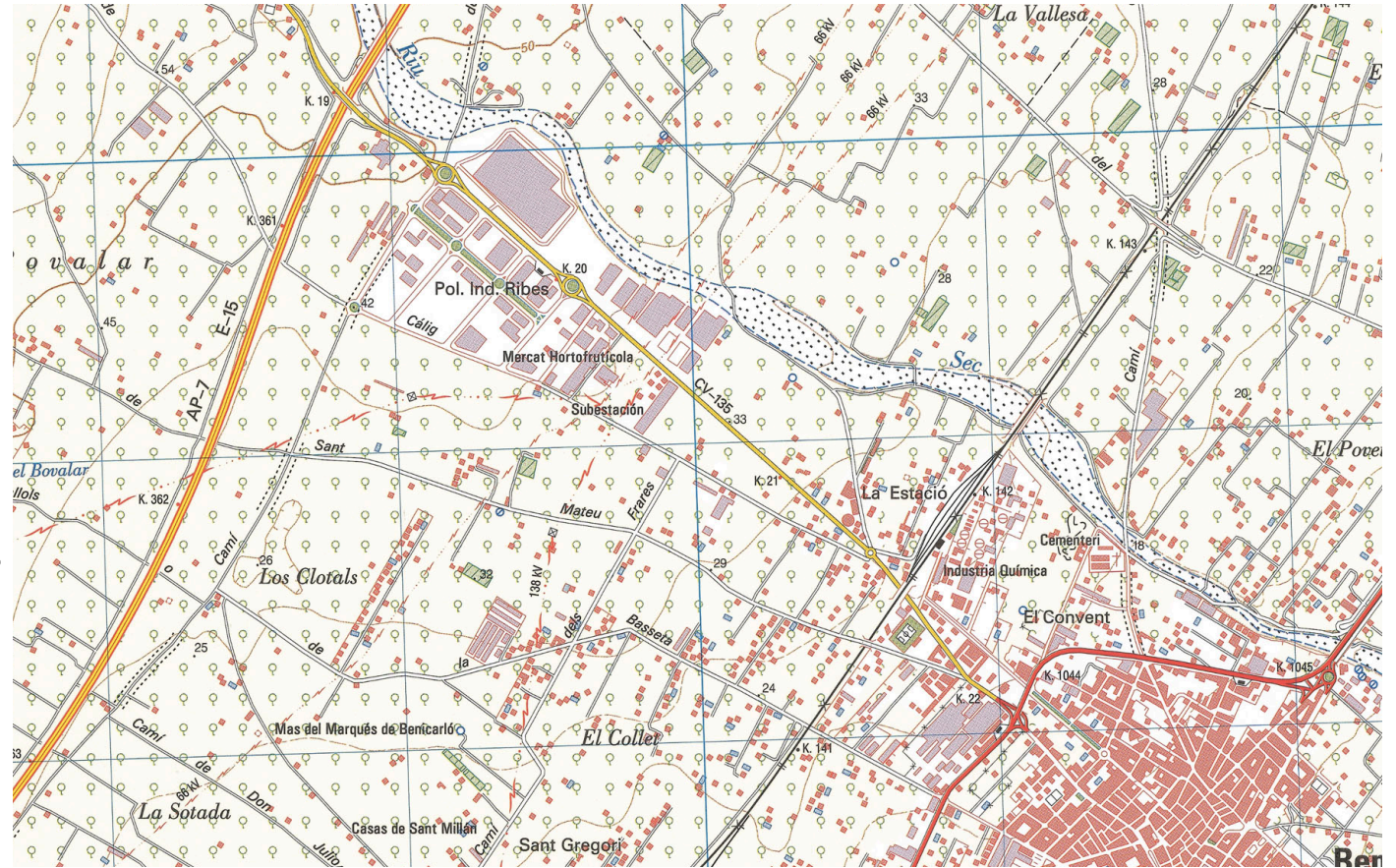
$$D_g = \sqrt{\text{desnivell } AB^2 + \text{distancia } AB^2}$$

Errors en la determinació de la distància: el pendent

- Els errors per pendents s'incrementen amb la distància en el mapa, així com en pendents més pronunciats.
- A mesura que augmenta el percentatge del pendent (elevació/distància x 100), augmenta l'error.
- Per exemple, si la distància és 1 km i el pendent és del 40%, la distància real serà 77 m més llarga (1.077 m).
- Es pot multiplicar el coeficient calculat ja en el gràfic per la distància del mapa i obtenir la veritable distància ($500 \times 1.221 = 610.5$)

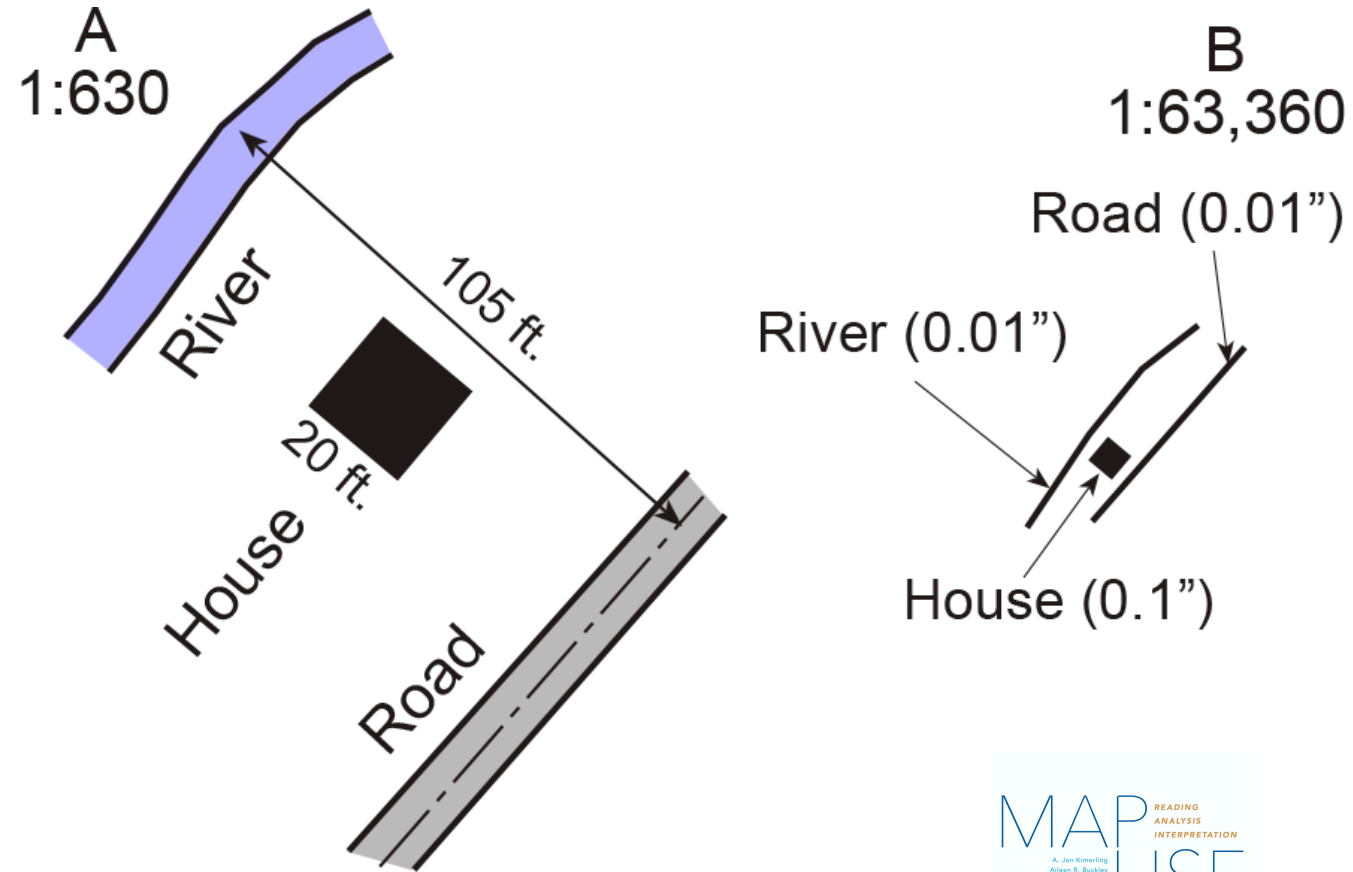
Errors determinant la distància: simplificació de les línies

- Un segon tipus d'error quan es determinen distàncies es deu al fet que a vegades les línies (carreteres, camins, rius) estan simplificades. Això dóna un valor de distància per sota del real.
- Cal recordar llavors que com més petita és l'escala, major és la simplificació.



Errors en la determinació de la distància: desproporció dels símbols

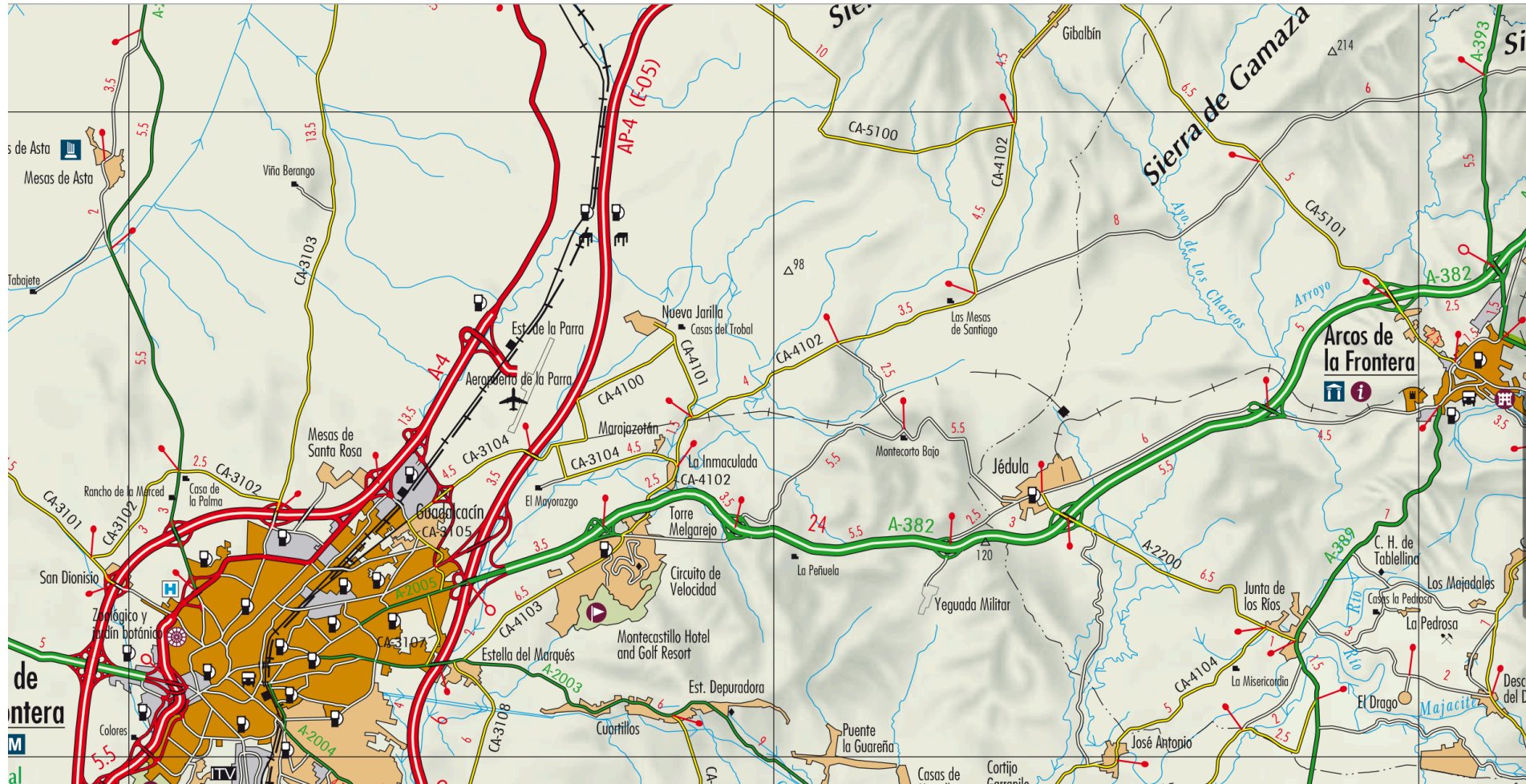
Alguns dels trets o fites d'un territori poden no estar simbolitzats en l'escala correcta (per poder veure'ls bé).



Errors en la determinació de la distància: variació d'escala i errors d'inestabilitat de dimensions

- La variació d'escala: les distorsions del pas del globus al pla produeixen errors d'escala en tots els mapes de petita escala.
- Inestabilitat de dimensions: els mapes estan fets normalment en paper i aquest es pot encongir o estendre pels canvis de temperatura o per la humitat.

Distàncies premesurades

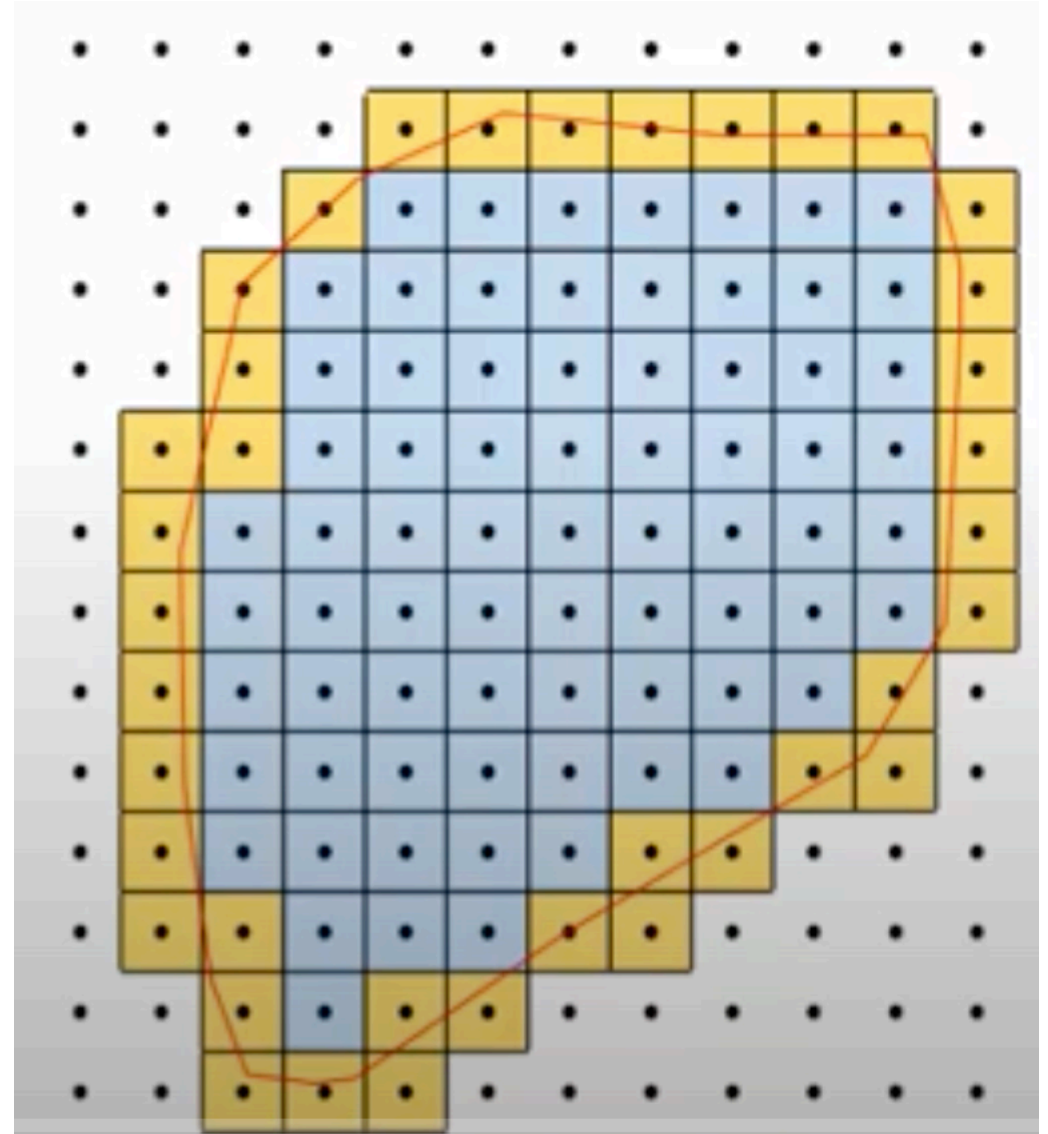


Anàlisi espacial

- Conèixer les propietats geomètriques d'un element com l'àrea, el volum, el perímetre, el centre i la forma, ajuda a caracteritzar-lo, i, en comparar-los amb altres elements del mapa, a entendre la relació entre ells i calibrar canvis en el temps.
- Estimació de les mesures d'alguns elements del mapa:
 - **Àrea**
 - Perímetre
 - Centroide
 - Volum
 - Forma

Àrea

- **Mètodes de quadrícula:**
 - **Recompte de cel·les**
 - Mesures de precisió
- Planímetres
- Mètodes de coordenades



Àrea

Mètodes de quadrícula:

- Recompte de cel·les
 - Mesures de precisió
- Amb àrees de 1 a 100 cm², les corbes mostren l'error en cm per a diferents grandàries de cel·les. L'error decreix en àrees més grans.
 - Però la taxa d'error decreix com més petita és la cel·la, és a dir, augmentarem la precisió de la mesura.
 - El gràfic també permet conèixer quina grandària de cel·la serà més adequat segons l'error permès. Per exemple, per a mesurar 10 cm² amb un error de 1.5%, la grandària de la cel·la ha de ser de 0.2 cm

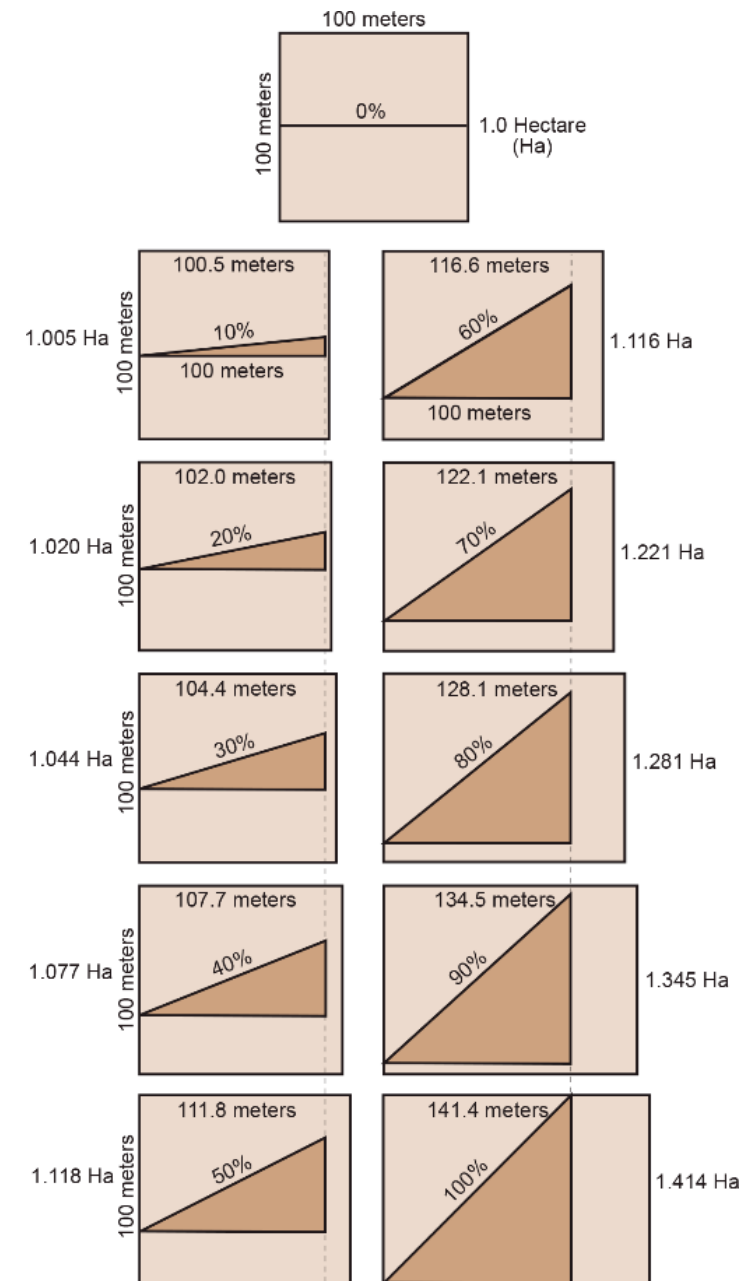
Àrea: el planímetre



- El planímetre era un instrument mecànic per a mesurar àrees irregulars en mapes a gran escala i en fotografies aèries. L'àrea ha ser mesura es delineava amb el planímetre i era mesurada automàticament. A continuació es convertia la mesura en unitats del terreny multiplicant-la pel quadrat de l'escala.
- Els planímetres electrònics permeten major precisió i contenen diverses unitats de mesura, a més d'emmagatzemar diverses mesures d'àrea i permetre la seva suma, per exemple.

Àrea tridimensional

- Tenim una àrea pla de 100 x 100 m² (1 Ha).
- Si el pendent s'incrementa del 10% al 100%, la superfície del pendent s'incrementa en proporció amb els valors de distància en el terreny.
- Amb pendents majors al 30%, les diferències comencen a ser notables.



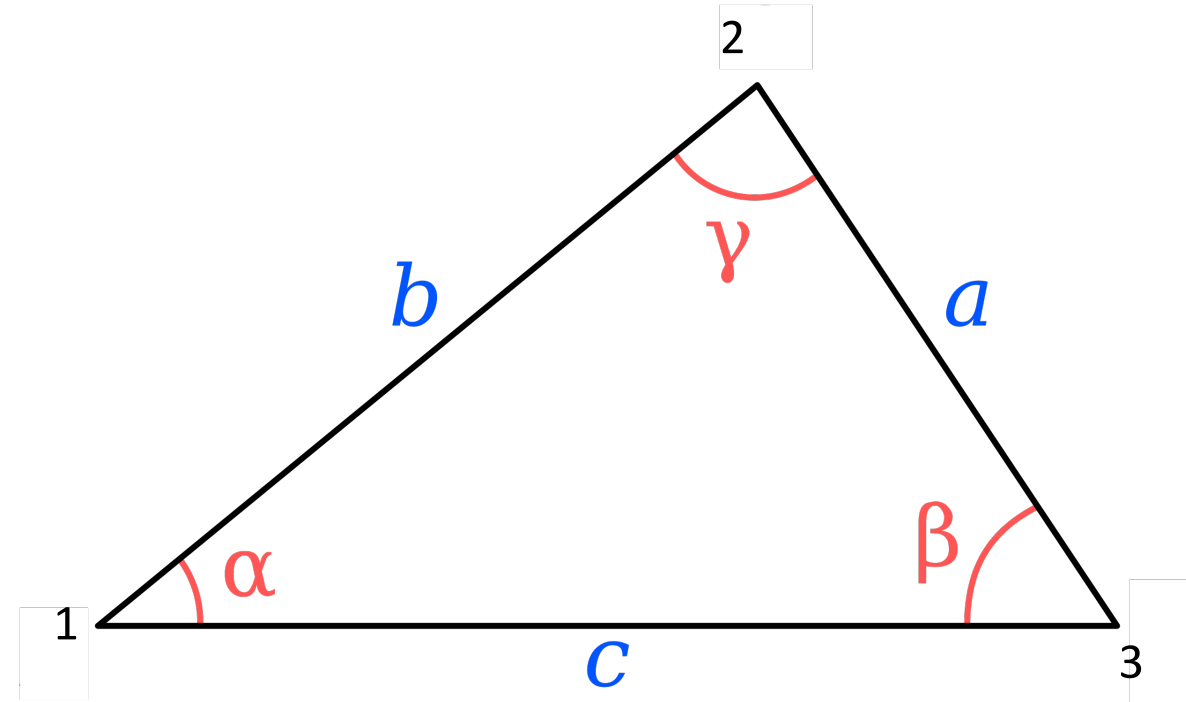
$$d = \sqrt{(E_2 - E_1)^2 + (N_2 - N)^2 + (el_2 - el_1)^2}$$

Hem de calcular la distància entre els tres punts: d_{1-2} ; d_{1-3} ; d_{2-3}

Aplicar la formula de Heron:

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

s: semiperímetre del triangle $(a + b + c)/2$



By Jamgoodman - Own work, CC BY-SA 4.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=74872701>

Àrea en petita escala

A causa dels canvis d'escala en els mapes globals, la millor manera d'obtenir àrees en terreny amb certa precisió és mesurar un quadrilàter format per paral·lels i meridians.

La fórmula per a calcular-lo és:

$A = \text{mesura quadrilàter en el terreny} \times \text{mesura de l'element en el mapa} / \text{àrea del quadrilàter en el mapa}$

Ex.: la mesura de l'element en el mapa és de 453 cm^2
l'àrea del quadrilàter en latitud 44-45 N és de 726 cm^2

$$A = 8.837,75 \text{ km}^2 \times 453 \text{ cm}^2 / 756 \text{ cm}^2 = 5.295,63 \text{ km}^2$$