

Difracció d'electrons



Objectius

Es tracta de mostrar la naturalesa ondulatoria dels electrons mitjançant un experiment de difracció d'aquests per un cristall.

Índex

1.	Introducció teòrica	2
1.1.	Ones d'electrons	2
1.2.	Dispersió de Bragg	2
1.3.	Difracció d'electrons	3
2.	Material	5
3.	Desenvolupament de la pràctica	5
3.1.	Relació de De Broglie	6
3.2.	Mesures de les distàncies interplanars	7

1. Introducció teòrica

1.1. Ones d'electrons

En 1924, un estudiant francès, Louis de Broglie, va suggerir que, com que la llum té propietats corpusculars, potser la matèria, i en particular els electrons, tindria també propietats ondulatòries. Per a la freqüència i la longitud d'ona dels electrons, de Broglie va proposar les relacions:

$$\nu = \frac{E}{h}, \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (2)$$

que coincideixen amb les que verifica la radiació electromagnètica (els fotons).

Com que els electrons es comporten com a ones i és fàcil provar que, accelerats a través de diferències de potencial de pocs centenars de volts, la seua longitud d'ona és del mateix ordre que la dels raigs X, és d'esperar que per a aquests ocorrega igualment la dispersió de Bragg.



1.2. Dispersió de Bragg

En 1912 W. Friedrich i P. Knipping, a partir del suggeriment de Von Laue, van fer que un feix col·limat de raigs X passara a través d'un cristall darrere del qual hi havia una placa fotogràfica. A més del feix central, van observar una distribució regular de punts. Aquest experiment va confirmar dues hipòtesis importants: que els raigs X són una forma de radiació electromagnètica, i que els àtoms d'un cristall estan distribuïts en una xarxa regular.

Una manera senzilla i convenient d'analitzar el fenomen anomenat dispersió o difracció de Bragg de raigs X, va ser proposat per William Lawrence Bragg el mateix any. Bragg va considerar la interferència de raigs X com la deguda a la dispersió des de diverses sèries de plans paral·lels d'àtoms del cristall, ara denominats *plans de Bragg*. Considerem la figura 1. Les ones dispersades a partir de dos àtoms successius dins d'un pla estaran en fase i, per tant, interferiran constructivament, independentment de la longitud d'ona, si l'angle de dispersió és igual a l'angle incident, és a dir, si verifiquen la llei de reflexió de les ones electromagnètiques. Les ones dispersades amb angles iguals a partir d'àtoms que estiguen en dos plans diferents estaran en fase si la longitud del trajecte és un múltiple enter de longituds d'ona. A partir de la figura 1 veiem que aquesta condició se satisfà si:

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad n = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Aquesta relació es coneix com a **condició de Bragg**. Per als angles que compleixen aquesta relació, la intensitat serà màxima, pel fet que les ones dispersades pels àtoms interferiran constructivament.

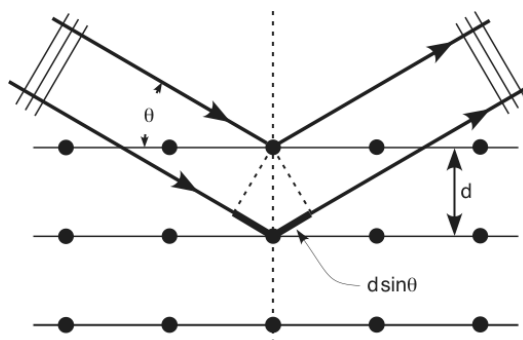


Figura 1

1.3. Difracció d'electrons

Un esquema del muntatge experimental es mostra en la figura 2. Els electrons produïts per efecte termoiònic són accelerats a través d'una diferència de potencial U_A , que es pot variar fins als 10 kV, es difracten en una làmina de grafit i incideixen sobre una pantalla fluorescent.

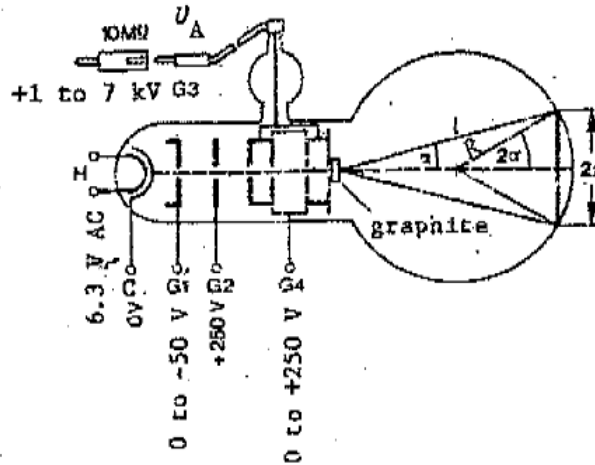


Figura 2

La longitud d'ona dels electrons difractats és $\lambda = \frac{h}{p}$, amb la constant de Planck $h = 6,6262 \cdot 10^{-34} J \cdot s$.

Tenim

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = eU_A, \quad (4)$$

i, per tant,

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU_A}}, \quad (5)$$

on $e = 1,602 \cdot 10^{-19} C$ i $m = 9,101 \cdot 10^{-31} kg$ són, respectivament, la càrrega i la massa de l'electró. Amb els voltatges U_A utilitzats, les expressions relativistes poden ser substituïdes per les no relativistes amb un marge d'error del 0,5 %.

La làmina de grafit és composta per una **infinat de diminuts cristalls orientats a l'atzar**. Com que el dispositiu experimental té **simetria axial** (amb el feix d'electrons com a eix), la figura observada en la pantalla haurà de tenir-la igualment i, per tant, s'observaran anells. El radi d'aquests anells s'obté aplicant la relació de Bragg

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

En aquestes figures, Π representa un pla de Bragg qualsevol sobre el qual incideix el feix d'electrons. Els angles rellevants són θ , γ i β , amb $\beta = 4\theta$, com pot comprovar-se amb un poc de trigonometria elemental. Això ens porta al fet que, mesurant el radi r de l'anell

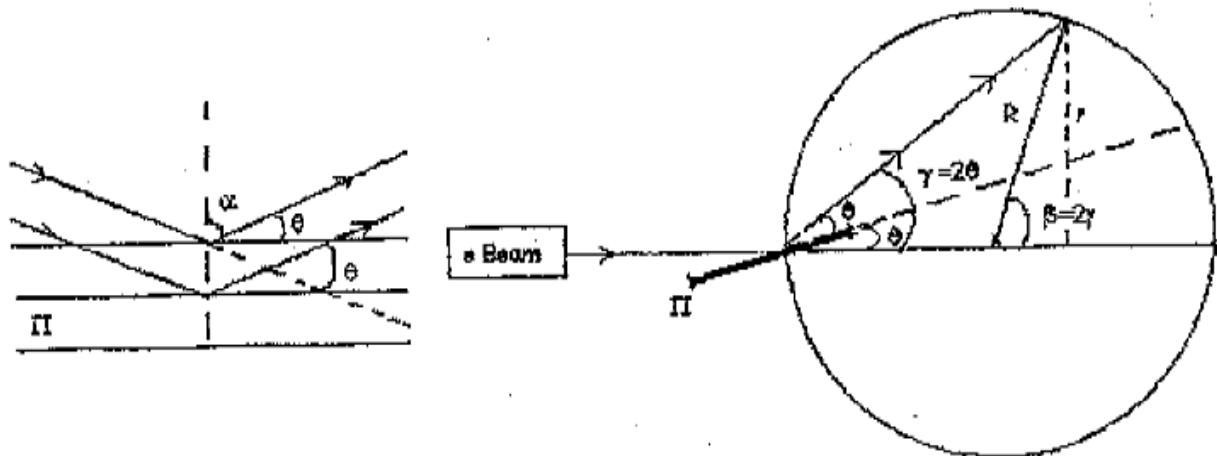


Figura 3

de difracció directament de l'esfera, podem conèixer θ , i amb això la relació $2d \sin \theta = n\lambda$ té una utilitat immediata. Utilitzant els resultats anteriors, s'arriba a:

$$\sin \theta = \frac{n}{2d} \frac{h}{\sqrt{2meU}} \equiv \rho \frac{1}{\sqrt{U}}, \quad (7)$$

on

$$\rho = \frac{nh}{2d\sqrt{2me}} \quad (8)$$

És a dir, que la relació $\lambda = \frac{h}{p}$ és equivalent a la dependència de $\sin \theta$ amb la inversa de l'arrel de U .

2. Material

Descripció del material emprat en la pràctica. Els números indiquen les etiquetes que identifiquen cada un dels elements llistats:

- Tub de difracció d'electrons (1)
- Suport per al tub de difracció (2)
- Font d'alimentació (3)
- Generador d'alt voltatge, 7 o 10 kV (4)
- Clavilla de doble connexió 50 kV (6)
- Resistor amb clavilla i endoll, 10Ω (7)
- Multímetre digital (8)
- Peu de rei

-
- 1 cable de connexió, 25 cm, roig
 - 3 cables de connexió, 25 cm, blau
 - 3 cables de connexió, 75 cm, blau
 - 2 cables de connexió, 75 cm, roig
 - 1 cable de connexió, 75 cm, groc

En la figura 4 pot veure's una fotografia del muntatge real de la pràctica.



Figura 4

3. Desenvolupament de la pràctica

En l'esquema del muntatge experimental pot veure's que el voltatge accelerador varia entre 0 i 10 kV mitjançant el generador núm. 4. Els altres voltatges subministrats per la font núm. 3 s'utilitzen per a focalitzar el feix d'electrons.

3.1. Relació de De Broglie

Per a aquest apartat és convenient centrar-se en l'anell més petit, que és també el millor definit, encara que pot prendre's un altre qualsevol. Ajusteu amb G1 i G4 el voltatge fins que s'observen anells nítids i ben definits. Mesureu el diàmetre $L = 2r$ de l'anell triat per a diferents valors de U . La mesura del voltatge U s'obté en la pantalla de la font

d'alimentació núm. 4. Per a cada anell, els diàmetres s'han d'obtenir trobant la mitjana de les tres mesures: una del diàmetre de major intensitat, i altres dues dels diàmetres de les vores exterior i interior d'aquest.

Amb les mesures fetes dels diàmetres ha de calcular-se $\sin \theta$ (no $\sin 4\theta = r/R$!!!). Per a això utilitzem la següent expressió:

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}}}{2}}}{2}}, \quad (9)$$

on $R = 65$ mm és el radi de l'ampolla de vidre. Amb els valors mesurats, s'ajusta a l'expressió obtinguda anteriorment:

$$\sin \theta = \frac{n}{2d} \frac{h}{\sqrt{2meU}}, \quad \sin \theta = \rho \frac{1}{\sqrt{U}}. \quad (10)$$

3.2. Mesures de les distàncies interplanars

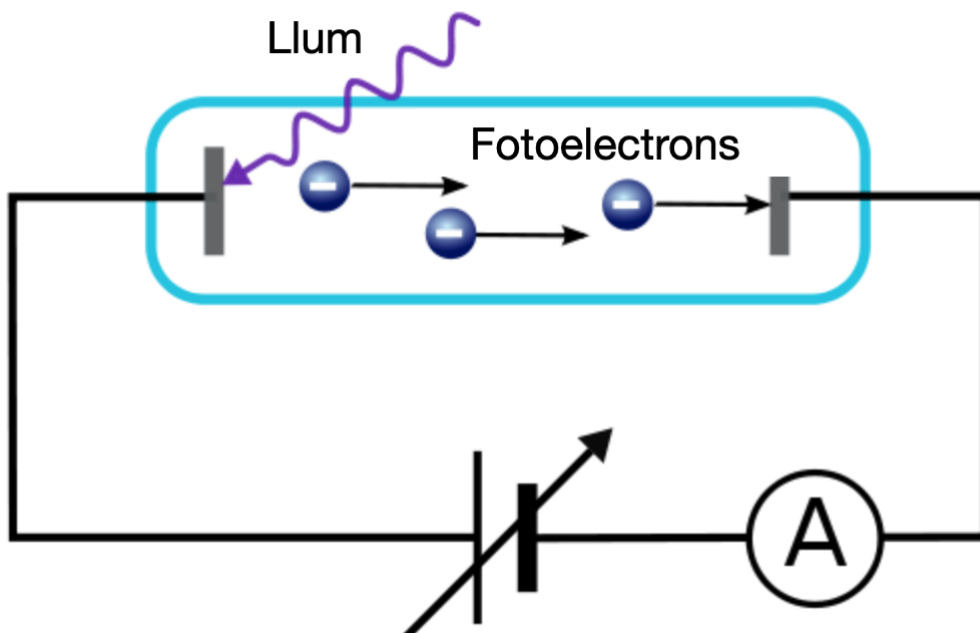
Ajustant els controls per a observar anells nítids, mesureu el diàmetre dels dos anells interiors per a diferents voltatges, de manera similar a com s'ha fet en l'apartat anterior. Aquests anells són resultat dels plans d'espaiat $d1$ i $d2$ per a $n = 1$. Utilitzant l'aproximació:

$$\frac{r}{R} = \sin 2\alpha \sim 2 \sin \alpha \sim 2 \sin 2\theta \sim 2(2 \sin \theta) = \frac{2n\lambda}{d} \Rightarrow r = \frac{2Rn\lambda}{d}, \quad (11)$$

per a angles menuts, és possible ajustar les mesures a una recta. Sabent que $n = 1$, obteniu el valor de les distàncies interplanars $d1$ i $d2$.

També és possible utilitzar el pendent de la recta de l'apartat anterior per a mesurar $d1$. Compareu els resultats de tots dos apartats. Aquest últim procés pot repetir-se per al segon anell si sobra temps.

Efecte fotoelèctric



Objectius

Verificació de l'efecte fotoelèctric i obtenció de la constant de Planck.

Índex

1. Material	2
2. Introducció	3
3. Muntatge experimental	4
4. Desenvolupament de la pràctica	6

1. Material

El material necessari per al desenvolupament de la pràctica és:

1. Làmpada espectral HG 100.
2. Filtres d'interferència de diferents longituds d'ona.
3. Bobina per a làmpades espectrals.
4. Amplificador universal.
5. Multímetre.
6. Fotocèl·lula.
7. Cables de connexió.
8. Placa de muntatge 210x297.

Podeu veure una fotografia del muntatge experimental en la figura 1.

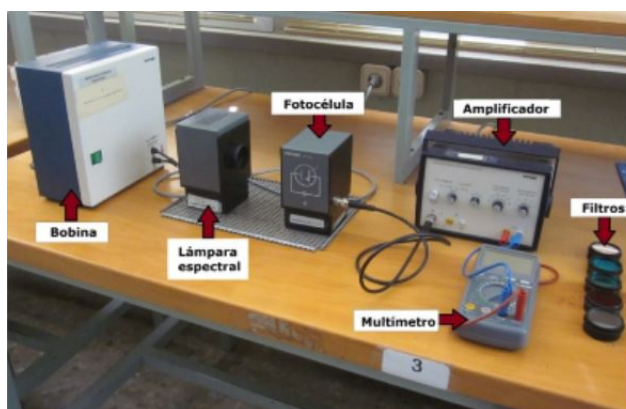


Figura 1: Muntatge experimental de la pràctica.

2. Introducció

En el transcurs dels seus experiments, Hertz (1886) va observar que una descàrrega elèctrica entre dos elèctrodes ocorria més fàcilment quan sobre el càtode incidia llum ultraviolada. Més tard, Lennard va demostrar que la descàrrega era deguda a l'emissió d'electrons que tenia lloc des de la superfície del càtode, causada per la incidència de la llum ultraviolada. Aquesta emissió d'electrons des de la superfície d'un metall per l'acció de la llum es denomina **efecte fotoelèctric**.



Figura 2: D'esquerra a dreta: Heinrich Rudolf Hertz (1857–1894), Philipp Lennard (1862–1947) i Albert Einstein (1879–1955).

Un dispositiu experimental per a observar l'efecte fotoelèctric es mostra en la figura 3. La llum incideix sobre la superfície d'un metall fotosensible (càtode) i allibera electrons, que són atrets cap a la placa positiva (ànode), i això origina un corrent elèctric mesurable. Si invertim la polaritat, podem detenir el pas d'electrons variant el potencial. El potencial mínim necessari per a aturar totalment el corrent es denomina **potencial de frenat**.

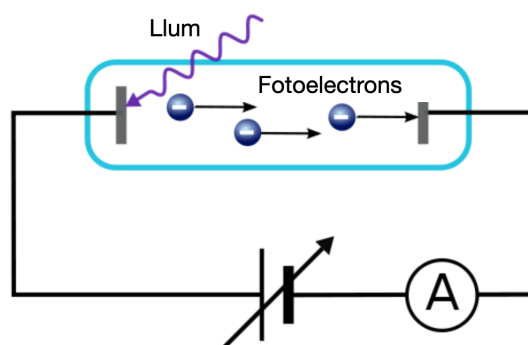


Figura 3: Exemple de dispositiu experimental per a observar l'efecte fotoelèctric.

L'efecte fotoelèctric presenta una sèrie de característiques peculiars:

1. No s'observa interval de temps mesurable entre la incidència de la llum i l'emissió d'electrons. El fet que s'emeten o no electrons no depèn de la intensitat de la llum.
2. L'emissió depèn de la freqüència de la radiació incident, i existeix una freqüència llindar, dependent del metall del càtode, per davall de la qual no es produeix l'efecte.
3. El corrent, si existeix, és proporcional a la intensitat de la llum.
4. L'energia dels electrons és independent de la intensitat de la llum, però varia linealment amb la freqüència.

Aquestes característiques, en conjunt, no tenen explicació possible en el marc de la teoria ondulatoria de la llum.

L'any 1905, Einstein va proposar una explicació de l'efecte basant-se en la teoria quàntica de la radiació de Planck, segons la qual aquesta era constituïda per quants d'energia, que posteriorment es van anomenar fotons.

L'absorció d'un quant per un electró augmenta la seua energia en una quantitat

$$\Delta E = h\nu, \quad (1)$$

sent h la constant de Planck i ν la freqüència de la radiació incident. Part d'aquesta energia és necessària per a separar l'electró del metall, i depèn del metall considerat (treball d'extracció, W_C). L'energia restant quedarà com a energia cinètica (W_K) de l'electró. Així, la relació entre aquesta i la freqüència queda establida com a:

$$W_K = h\nu - W_C \geq 0, \quad (2)$$

i queden explicades les propietats 1, 2 i 4. La dependència de la intensitat és també explicada, perquè a major intensitat corresponen més fotons i per tant un nombre més gran d'electrons emesos. La imposició física d'una energia cinètica no negativa fixa l'existència d'una freqüència llindar en l'equació anterior.

Per altra banda, W_C és el treball d'extracció mínim necessari perquè un electró pugui superar les lligadures internes i compensar les pèrdues degudes a les col·lisions experimentades. Així doncs, no tots els electrons ixen amb la mateixa energia cinètica.

3. Muntatge experimental

Per a observar l'efecte fotoelèctric tenim un dispositiu experimental un poc diferent del mostrat en la figura 3. En aquest cas, tenim **un sistema compost per dos metalls que estan en contacte a través del circuit**, en lloc d'un únic metall. Aquest muntatge modifica substancialment la discussió que hem fet en la secció anterior. L'experiment consta d'una font de llum (una làmpada espectral) que il·lumina una fotocèl·lula amb un càtode de PbS . No coneixem de quin material està fabricat l'ànode.

La llum incideix sobre el càtode, arranca electrons de la superfície i els envia cap a l'ànode. L'equació de l'efecte fotoelèctric ens diu que:

$$h\nu = W_C + W_K . \quad (3)$$

Aquesta energia cinètica (W_K) amb la qual l'electró és arrancat del càtode, és la suma de l'energia necessària perquè els electrons arriben del càtode a l'ànode (W_{A-C}) i l'energia amb la qual l'electró és frenat (W_0), i que registrarem nosaltres en el multímetre com una diferència de potencial $V_0 = W_0/e$.

$$W_K = W_{A-C} + W_0 . \quad (4)$$

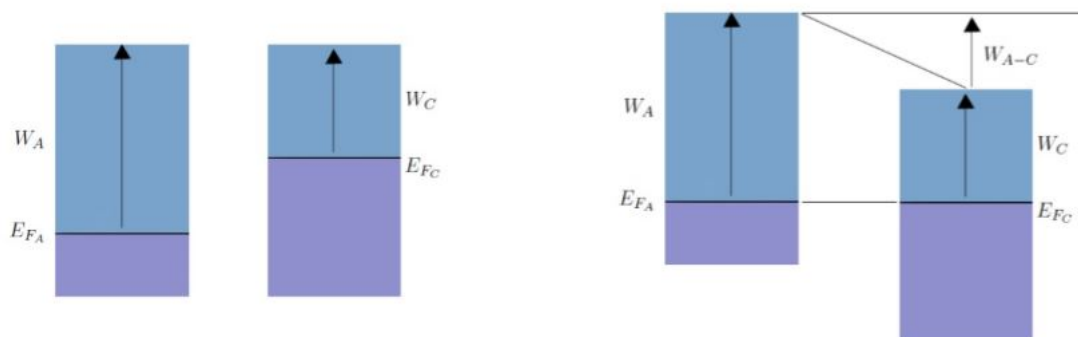


Figura 4: Diagrama de nivells de Fermi per a dos metalls separats (esquerra), i per a dos metalls en contacte (dreta).

El treball d'extracció d'un material no és més que l'energia necessària per a arrancar un electró de l'última capa energètica ocupada (nivell de Fermi). Quan els dos metalls que componen l'ànode i el càtode es posen en contacte, els nivells de Fermi de tots dos materials s'igualen, i apareix una diferència de potencial entre els dos metalls, que es coneix com a potencial de contacte (W_{A-C}), i és igual a la diferència de treballs d'extracció.

$$W_{A-C} = E_{FA} - E_{FC} = W_A - W_C . \quad (5)$$

Substituint aquesta última relació en l'equació de l'efecte fotoelèctric arribem a l'expressió:

$$h\nu = W_A + W_0 . \quad (6)$$

L'ànode està, a més, connectat a un circuit intern que compensa el corrent d'electrons (circuit de frenat). Mesurant el potencial de frenat V_0 , podem conèixer l'energia amb la qual els electrons arriben a l'ànode.

Mitjançant diferents filtres de colors, podem canviar la longitud d'ona incident, i podem representar en una gràfica el potencial de frenada V_0 corresponent a cada freqüència. Aquests punts seguiran un comportament lineal d'acord amb la recta:

$$W_0 = eV_0 = h\nu - W_A. \quad (7)$$

Ajustant per mínims quadrats, podem obtenir:

- La constant de Planck, a partir del pendent de la recta d'ajust.
- El treball mínim d'extracció de l'ànode, a partir de l'ordenada en l'origen.

En la figura 1 podem observar el muntatge de la pràctica, amb cadascun dels components assenyalats.

4. Desenvolupament de la pràctica

Per al desenvolupament de la pràctica seguirem els passos següents:

1. En primer lloc, se situen la làmpada espectral i la fotocèl·lula sobre la reixeta metàl·lica. És important que la seua distància relativa no varie al llarg de la pràctica per a no alterar les condicions de mesura. Per a això es pot utilitzar la quadrícula de la placa de muntatge.
2. Es connecta el multímetre a l'amplificador, l'amplificador a la fotocèl·lula i la làmpada espectral a la bobina (vegeu figura 1). A continuació, es connecta tot el muntatge a la xarxa. L'amplificador (que ha de treballar com a electròmetre) estarà regulat a 10^0 com a factor d'amplificació i a 0 de temps.
3. Es tapa la fotocèl·lula amb la placa negra i s'hi col·loca el filtre d'interferència.
4. Sempre amb la fotocèl·lula tapada, es descarrega l'electròmetre mitjançant el botó de descàrrega (botó esquerre de color blanc). S'ha de mantenir polsat mentre es regula el zero de l'amplificador. L'electròmetre es mostra en la figura 5.
5. Es descobreix la fotocèl·lula i simultàniament se solta el botó blanc de descàrrega.
6. S'espera el temps que siga necessari fins que s'estabilitze el potencial de frenat, i es pren la dada.
7. Es tanca de nou la fotocèl·lula i es canvia el filtre. Repetirem de nou des del punt 4 en avant per a la resta de filtres disponibles.
8. Finalment, a partir de les dades preses i la informació de la secció "muntatge experimental", obtindrem la constant de Planck i el treball mínim d'extracció de l'ànode.

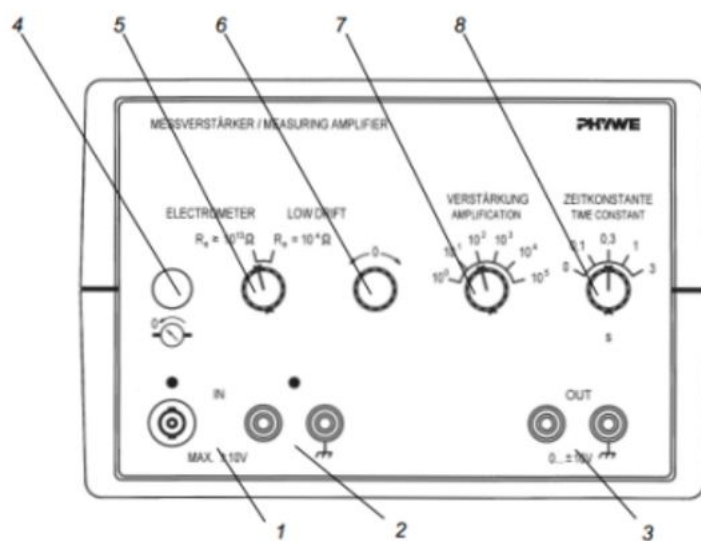
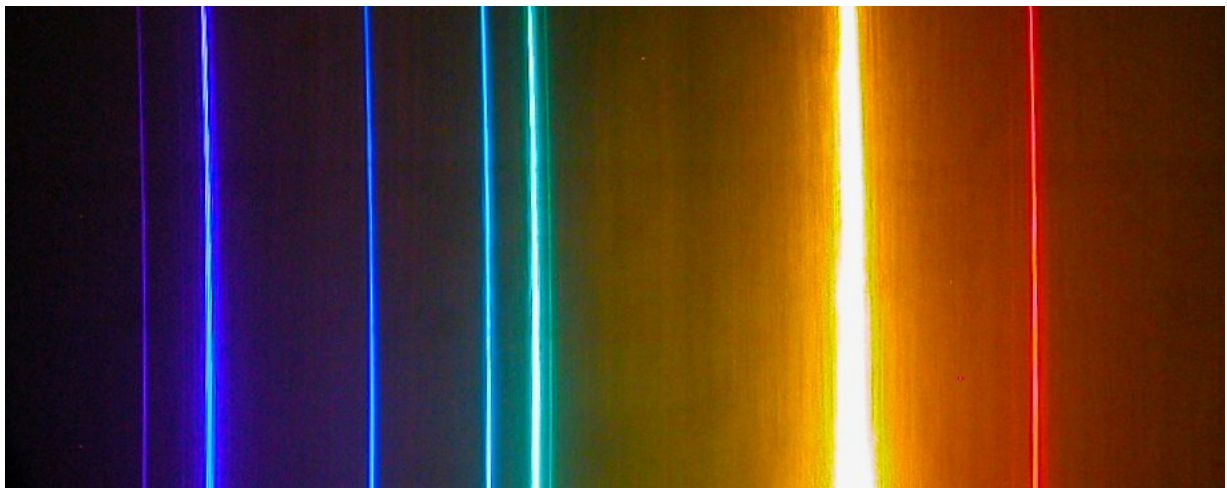


Figura 5: Amplificador universal utilitzat a l'experiment. El botó de descàrrega és assenyalat pel número "4".

Espectrometria: espectres visibles de l'hidrogen i de l'heli



Objectius

- Estudiar els espectres visibles de l'hidrogen i l'heli i entendre la seua relació amb els nivells atòmics d'energia.
- Determinar les longituds d'ona de les línies de la sèrie de Balmer de l'hidrogen mitjançant difracció per una xarxa.
- Determinar les longituds d'ona de les línies visibles de l'heli mitjançant dispersió per un prisma.

Índex

1.	Introducció teòrica	2
1.1.	L'àtom d'hidrogen	3
1.1.1.	El model de Bohr	3
1.1.2.	L'àtom de la Mecànica Quàntica	4
1.2.	L'àtom d'heli	4
1.3.	Bibliografia	5
2.	Muntatge i desenvolupament	5
2.1.	Material	5
2.2.	Sèrie de Balmer de l'hidrogen	7
2.2.1.	Qüestions	8
2.3.	Espectre de l'heli	8
2.3.1.	Qüestions	10
	Apèndix A. Mesures d'angles amb l'espectregoniòmetre	10
	Apèndix B. Valors tabulats necessaris	11
	Constants físiques	11
	Espectre de l'hidrògen	12
	Espectre de l'heli	12
	Apèndix C. Obtenció dels paràmetres de l'equació de Hertmann	13

1. Introducció teòrica

En separar la llum emesa per diferents substàncies en funció de la seua longitud d'ona, s'observa un espectre discret. És a dir, observem una sèrie de línies brillants que corresponen a unes longituds d'ona determinades (espectre d'emissió). Aquest fenomen es va observar per primera vegada en el segle XVIII. En el segle XIX, Kirchhoff va observar que les línies brillants en l'espectre d'emissió d'una determinada substància coincideixen amb les línies fosques en el seu espectre d'absorció, i que aquest espectre és característic de cada element.

Durant el segle XIX, malgrat no poder donar una explicació a l'origen d'aquest fenomen, es va emprar com a mètode per a trobar els components presents en substàncies compostes (fins i tot amb aplicacions astrofísiques com ara estudiar la composició de



l'atmosfera solar). L'estudi dels espectres dels diferents elements es va centrar a sistematitzar la informació en sèries espectrals, conjunts de línies amb longituds d'ona calculables mitjançant fórmules senzilles. El cas més simple és el de l'hidrogen. La sèrie corresponent a la zona visible de l'espectre en aquest cas és la coneguda com a **Sèrie de Balmer**. Les seues longituds d'ona es poden obtenir amb prou precisió (major que una part en 1000) a partir de la fórmula

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - 4}, \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (1)$$

amb $B \approx 3645,07 \text{ \AA}$.

L'explicació al fenomen dels espectres atòmics discrets és donada pels models atòmics semiclàssics (Bohr) i quàntics, ja en el segle XX.

1.1. L'àtom d'hidrogen

1.1.1. El model de Bohr

El primer model atòmic que donava una explicació a aquestes observacions experimentals va ser el model proposat per Niels Bohr en 1913. Aquest model conté elements tant de la física clàssica com de la física quàntica, i només és vàlid per a l'àtom d'hidrogen o àtoms hidrogenoides (àtoms amb només un electró).

En aquest model, l'electró es mou en òrbites circulars clàssiques, a causa de l'atracció electromagnètica del nucli. No obstant això, no totes les òrbites són possibles, sinó només aquelles en les quals el moment angular de l'electró siga un múltiple enter de h . A més, mentre l'electró es mantinga en una de les òrbites permeses, no radiarà, com predeu l'electromagnetisme clàssic. Només es produirà absorció o emissió de radiació quan l'electró canvie d'òrbita.

De la condició de quantització es dedueix (assumint una massa nuclear infinita) que les energies corresponents a les òrbites permeses són expressades per:

$$E_n = -\frac{1}{2} m_e c^2 \frac{(Z\alpha)^2}{n^2}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2)$$

on α és la constant d'estructura fina, i és expressada per:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}. \quad (3)$$

Quan es considera la massa finita M del nucli, s'ha de substituir en l'expressió anterior la massa de l'electró, m_e , per la massa reduïda,

$$\mu = \frac{m_e M}{m_e + M}. \quad (4)$$



En cada transició entre nivells d'energia, s'emet o absorbeix un fotó (depenent de si l'energia de l'electró en l'àtom disminueix o augmenta, respectivament) amb freqüència donada per la relació de Planck,

$$E_n - E_m = h\nu, \quad (5)$$

per a una transició entre els nivells n i m . D'aquesta manera es pot recuperar la fórmula empírica (1) prenent $m = 2$ i expressant la constant B en funció de constants fonamentals:

$$B = \frac{8h}{m_e c (Z\alpha)^2}. \quad (6)$$

1.1.2. L'àtom de la mecànica quàntica

Amb la formulació de la mecànica quàntica per part de Schrödinger, Heisenberg i altres en els anys vint del segle passat, ja es pot fer un estudi plenament consistent de l'àtom d'hidrogen. En primer ordre, aquest estudi es limita a considerar l'equació de Schrödinger per al cas d'un electró movent-se sota l'efecte d'un potencial central donat pel potencial de Coulomb,

$$V(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (7)$$

El resultat que s'obté per a l'espectre d'energies és idèntic a l'obtingut amb el model de Bohr. A més, el formalisme de la mecànica quàntica permet calcular correccions a ordres superiors a aquest resultat. Les principals correccions s'obtenen en considerar l'acoblament spin-òrbita, l'efecte del moment magnètic del nucli i correccions relativistes. Els dos primers casos, a més de correccions numèriques a (2), donen lloc a desdoblaments dels nivells energètics en funció dels nombres quàntics de moment angular l i m (estructura fina i hiperfina). En els tres casos, les correccions a l'energia dels diferents nivells són d'ordre α^4 .

1.2. L'àtom d'heli

El tractament de l'àtom d'heli a partir de la mecànica quàntica es complica considerablement en passar d'un problema de dos cossos, com en l'hidrogen, a un problema de tres cossos (el nucli més dos electrons). És per això que per a obtenir valors numèrics amb una certa fiabilitat cal emprar mètodes pertorbatius o variacionals (com el mètode de Ritz).

No obstant això, és fàcil entendre els diferents ingredients que intervenen en una primera aproximació. Podem partir de suposar que cada electró interacciona només amb el nucli. En aquest cas, cada electró tindria un espectre d'energies donat per (2) amb $Z = 2$, i l'energia de l'àtom en cada cas seria la suma de les energies corresponents a cada un. En primer ordre, s'han de fer dues correccions a aquest espectre. D'una banda, hi ha una correcció deguda a la interacció electromagnètica entre els dos electrons. D'altra banda,

hi ha una correcció per la interacció d'intercanvi, provinent del fet que la funció d'ona dels dos electrons ha de ser antisimètrica (pel principi de Pauli). Tant una correcció com l'altra provoquen desdoblaments de les línies (ara a ordre α^2 , és a dir, al mateix ordre que els nivells 'originals' (2)) que fan que l'espectre de He siga clarament més complicat que el de H.

1.3. Bibliografia

- Asignatura *Física Quàntica I*.

Per a una introducció històrica:

- J.M. Sánchez Ron, *Historia de la física cuántica. I. El período fundacional (1860 – 1926)*. 2a edició, Crítica, Barcelona, 2005. Cap. 1, 8.

Sobre l'àtom d'hidrogen:

- R. Eisberg; R. Resnick, *Física cuántica. Átomos, moléculas, sólidos, núcleos y partículas*. Limusa, México DF, 1997. Cap. 4 (model de Bohr).
- S. Gasiorowicz, *Quantum Physics*. 3a edició, John Wiley & Sons, 2003. Cap. 8. (l'àtom de la Mecànica Quàntica)

Sobre l'àtom d'heli:

- S. Gasiorowicz, 2003.

2. Muntatge i desenvolupament

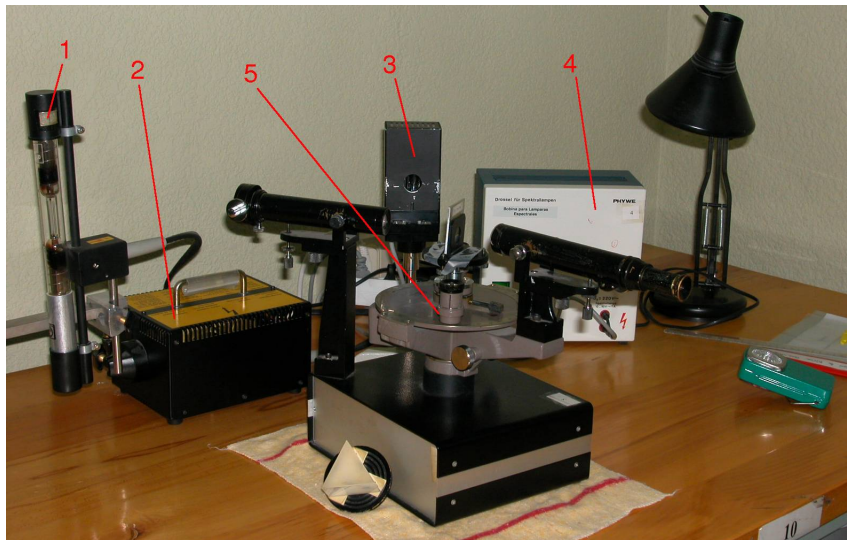
2.1. Material

El material que utilitzarem en aquesta pràctica és el següent:

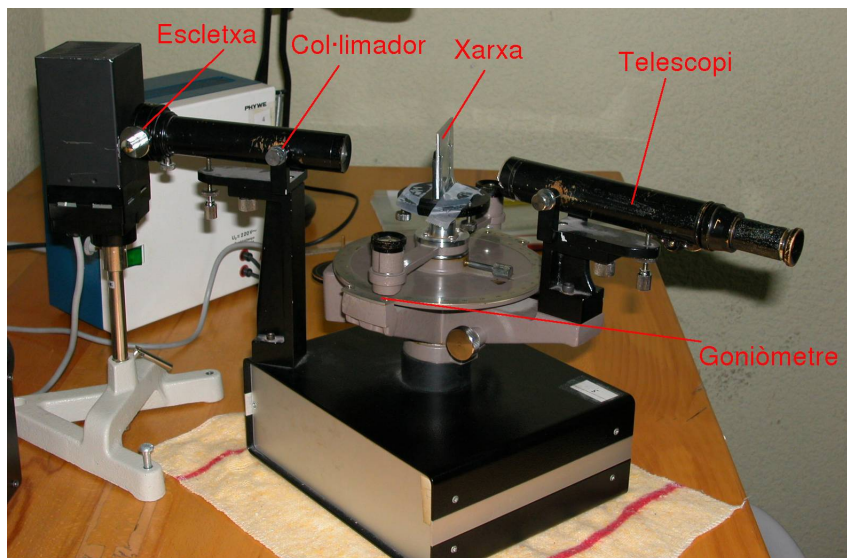
1. Làmpada espectral d'hidrogen
2. Bobina per a la làmpada espectral de H
3. Làmpada espectral d'heli
4. Bobina per a la làmpada espectral de He
5. Espectròmetre amb xarxa de difracció i prisma

Les làmpades espectrals aconseguixen la màxima intensitat i el règim estable de funcionament al cap d'uns 10 minuts. Per tant, després d'encendre-les caldrà esperar aquest temps abans de prendre les mesures.





L'espectròmetre consta d'un col·limador (amb una escletxa per a regular l'entrada de llum), el suport central on es col·loca el prisma o la xarxa de difracció, i un telescopi per a observar els raigs desviats. El telescopi es pot moure manualment o amb el caragol de moviment lent situat sota el seu suport a l'esquerra (una vegada fixat a la base amb el caragol davall de la plataforma a la dreta). En la base disposa d'un goniòmetre per a mesurar els angles amb una precisió d'un minut d'arc.



La xarxa de difracció que emprarem en aquesta pràctica té una constant de xarxa (inversa del nombre de línies per mm) $g = (1/600)$ mm.

2.2. Sèrie de Balmer de l'hidrogen

En aquesta part de la pràctica mesurarem les longituds d'ona de l'espectre de l'hidrogen mitjançant la difracció per una xarxa. Utilitzarem el fet que la llum incident sobre una xarxa de difracció ix desviada amb angles diferents segons la seua longitud d'ona. Si un feix de llum incideix perpendicularment sobre la xarxa, els angles de difracció són expressats per la llei de Bragg,

$$N\lambda = g \sin(\alpha), \quad (8)$$

on N és l'ordre de l'espectre de difracció (estudiarem només l'espectre amb $N=1$), g és la constant de la xarxa, i α és l'angle respecte a la normal amb el qual ix difractada la llum de longitud d'ona λ .

Quan la làmpada de H estiga encesa i en el seu règim de funcionament estable, col·loqueu-la enfront de l'entrada del col·limador, intentant que la quantitat de llum que entre siga màxima. Abans de posar la xarxa en el suport central, enfoqueu amb el telescopi l'esclatxa del col·limador i reguleu correctament la seua altura (amb el caragol situat just davall del telescopi).

Les principals fonts d'error que poden aparèixer en emprar aquest mètode per a mesurar λ són dues: d'una banda, el fet que el feix provinent del col·limador no incidisca normalment a la xarxa i, per una altra, el fet que la mesura dels angles que fem pot ser incorrecta si la xarxa no és exactament en el centre de l'espectròmetre. Amb la condició de minimitzar aquests errors, el procediment que cal seguir és el següent:

1. Col·loqueu la xarxa sobre el suport central, intentant que estiga tan centrada com siga possible, i fixeu-la a aquest.
2. Alineeu la xarxa (movent el suport) de manera que siga perpendicular al feix incident. Per a comprovar que l'alineació és correcta, mesureu els angles amb els quals ix desviat el raig roig (el més desviat dels tres que observeu) a esquerra i dreta, α_E i α_D (mesurant-los respecte al raig central no desviat), i assegureu-vos que la diferència és $= 1\%$.
3. Situeu el zero del goniòmetre a la dreta de la imatge dreta de la línia roja, de manera que totes les mesures d'angles que feu siguen positives.
4. Per a minimitzar els errors deguts a l'alineació de la xarxa, prendrem com a valor de α per a cada línia la mitjana de α_E i α_D . Per a fer això, podeu mesurar en cada cas l'angle β entre les imatges esquerra i dreta de cada línia espectral, de manera que tindrem

$$\alpha = \frac{\beta}{2}. \quad (9)$$

5. Amb el valor mesurat de α en cada cas, calculeu la longitud d'ona de la línia, λ_1 , utilitzant (8).
6. Per a minimitzar els errors deguts al fet que la xarxa no estiga centrada en l'espectròmetre, gireu 180° el suport central (sense llevar la xarxa), i repetiu els passos 2 – 4 anteriors

per a obtenir un nou valor λ_2 per a cada línia. El valor final que obtindrem per a λ en cada cas serà la mitjana de λ_1 i λ_2 .

2.2.1. Qüestions

1. Compareu els valors experimentals que heu obtingut amb els valors tabulats en l'Apèndix B. Hi ha diferències significatives?
2. Compareu els resultats obtinguts amb les equacions (2) i (5). A quins nivells corresponen les transicions que esteu observant? Què tenen en comú les transicions d'una mateixa sèrie espectral?
3. Una vegada mesurades les longituds d'ona i conegudes les transicions a les quals corresponen, feu un ajust per mínims quadrats a l'equació empírica (1) per a trobar la constant B. A partir d'aquest valor i els valors de m_e , c i α donats en l'apèndix B, trobeu un valor per a la constant de Planck, h , i compareu-lo amb el valor tabulat.
4. Considereu les diferents correccions a l'equació (2) (massa nuclear finita, correccions relativistes, estructura fina i hiperfina). Com es comparen amb els vostres errors experimentals? Podem observar aquestes correccions amb el mètode i el material que hem utilitzat?

2.3. Espectre de l'heli

Per a estudiar l'espectre de l'heli, utilitzarem la dispersió de la llum per un prisma. D'aquesta manera, il·lustrarem un altre mètode per a mesurar longituds d'ona. En aquest cas, fa falta un calibratge previ per al qual utilitzarem l'espectre de l'hidrogen.

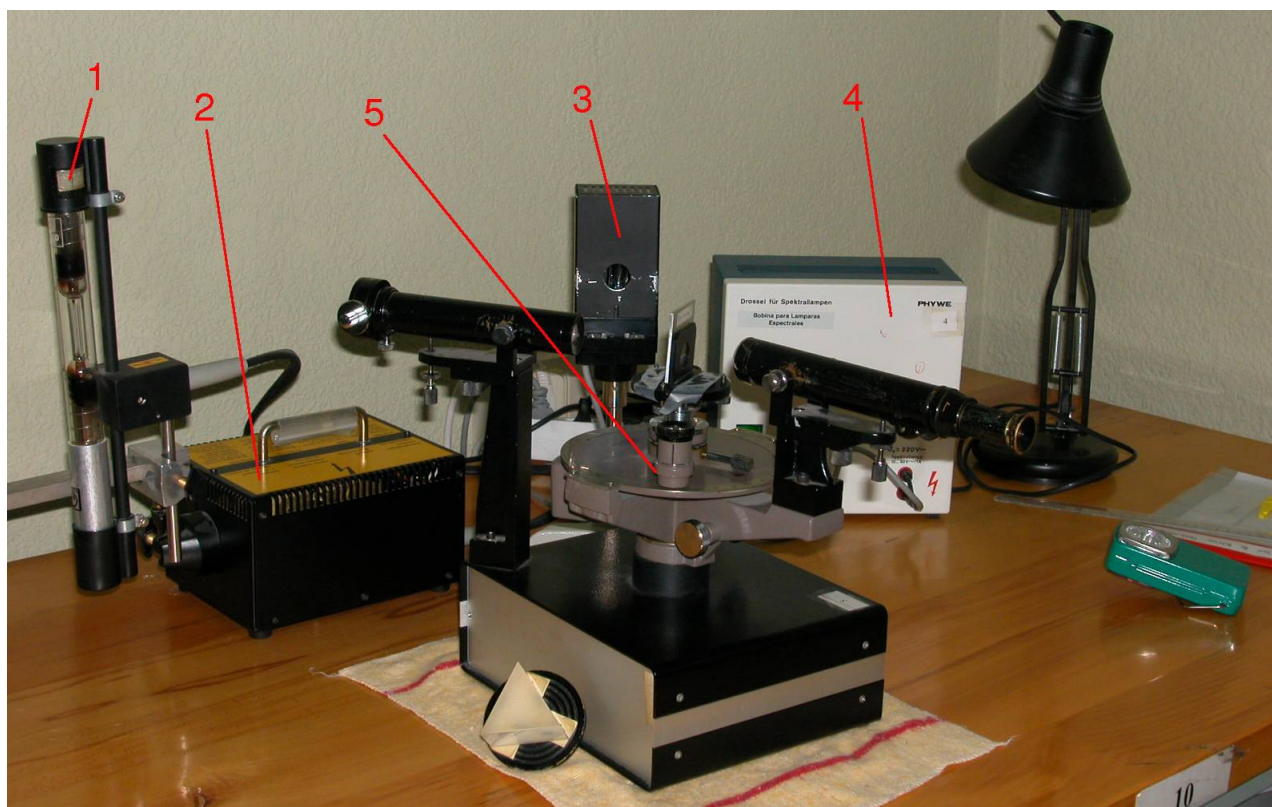
En travessar el prisma, la llum provinent de la làmpada és desviada a causa de la refracció en les dues cares (vegeu l'esquema). Atès que l'índex de refracció del vidre depèn de la longitud d'ona, obtindrem que cada línia de l'espectre és desviada amb un angle diferent. Aquest fenomen es coneix amb el nom de dispersió. Per a mesurar la longitud d'ona de cada línia, λ , necessitem una relació entre aquesta i l'angle de desviació del raig corresponent, δ .

Per a trobar aquesta relació habitualment s'utilitzen fórmules empíriques, en les quals cal fixar unes certes constants mitjançant un calibratge amb llum de longituds d'ona conegudes. En el nostre cas, utilitzarem amb aquest propòsit la sèrie de Balmer de l'hidrogen. Com que solament podem observar (amb els nostres instruments) tres d'aquestes línies, haurem de considerar una fórmula amb un màxim de tres paràmetres a ajustar. La fórmula triada serà la fórmula de Hartmann,

$$\lambda(\delta) = \lambda_0 + \frac{C}{\delta - \delta_0}, \quad (10)$$

on λ_0 , δ_0 i C són els paràmetres a ajustar. Aquesta equació és vàlida únicament per a un rang limitat de longituds d'ona, i per a un angle d'incidència de la llum sobre el prisma fixat.

El procediment que s'ha de seguir és el següent. En primer lloc emprareu la làmpada de H per a fer el calibratge. Canvieu la xarxa de difracció pel prisma en el suport central, i localitzeu, girant el prisma, les línies de l'espectre (aquesta part és més fàcil fer-la a ull nu, i una vegada localitzades les línies emprar el telescopi). A continuació, hem de fixar la posició del prisma, que correspondrà al punt de desviació mínima de la línia roja de l'espectre de H. Si varieu l'angle d'incidència girant el prisma i seguieu el moviment (variació en l'angle) d'aquesta línia, observareu que arriba un punt en el qual el sentit del moviment canvia. Fixeu el prisma a la base en aquest punt i no canvieu la posició durant la resta de la pràctica, ja que en aquest cas l'equació de Hartmann (10) ja no seria vàlida.



Calibreu el vostre espectròmetre mesurant els angles de desviació δ corresponents a les línies de H i, mitjançant els valors tabulats per a λ en l'apèndix B, trobeu els paràmetres de l'equació (10) (vegeu apèndix C).

A continuació, canvieu a la làmpada de He (sense canviar l'orientació del prisma a l'espectròmetre), i mesureu els angles de desviació de totes les línies que pugueu observar. A partir de l'equació (8), calculeu les longituds d'ona corresponents. Per a estimar l'error en els resultats, podeu suposar que no hi ha error en els valors utilitzats de C i λ_0 , i que l'error en δ_0 és el mateix que l'error en δ .

2.3.1. Qüestions

1. Compareu els valors experimentals que heu obtingut (amb el seu error) amb els valors tabulats per a l'espectre de l'heli (apèndix B), i identifiqueu les línies que heu observat.
2. En l'espectre que observem de l'heli hi ha unes certes línies (febles en general) corresponents a l'ió He^+ . En aquest cas es tracta d'un àtom hidrogenoide (l'àtom només té un electró) i, per tant, pot ser descrit amb el model de Bohr, eqs. (2) i (5). La línia més brillant en el visible correspon a una transició $n=4 \rightarrow n=3$. Nosaltres l'observem superposada a una línia molt pròxima del He neutre. A quina longitud d'ona correspon aquesta transició en l'espectre de He^+ ? De quina línia entre les que heu observat es tracta? Quina longitud d'ona correspon a aquesta mateixa transició en un àtom de H?

Apèndix A. Mesures d'angles amb l'espectrogoniòmetre

L'espectrogoniòmetre utilitzat en la pràctica (situat en la base de l'espectròmetre) ens permet mesurar amb una precisió de minuts d'arc gràcies al nònius del qual disposa. El procediment per a llegir una mesura és el següent (és útil emprar la lupa de la qual disposa l'escala i il·luminar-la amb la llanterna per a fer cada lectura).

L'escala fixa del goniòmetre té divisions cada mig grau, mentre que l'escala del nònius té trenta divisions corresponents cadascuna a un minut d'arc. Per a fer la mesura, en primer lloc trobarem la posició del zero del nònius en l'escala fixa, per tant sabrem el valor dels graus en la nostra mesura, i si ens trobem en la primera o la segona meitat d'aquest. En segon lloc, trobarem quina divisió del nònius coincideix amb una divisió de l'escala fixa. Si ens trobàvem en la primera meitat del grau, aquesta divisió serà el valor dels minuts de la nostra mesura. Si, per contra, ens trobàvem en la segona meitat, el valor dels minuts de la nostra mesura serà el valor d'aquesta divisió més 30 minuts (és a dir, mig grau).

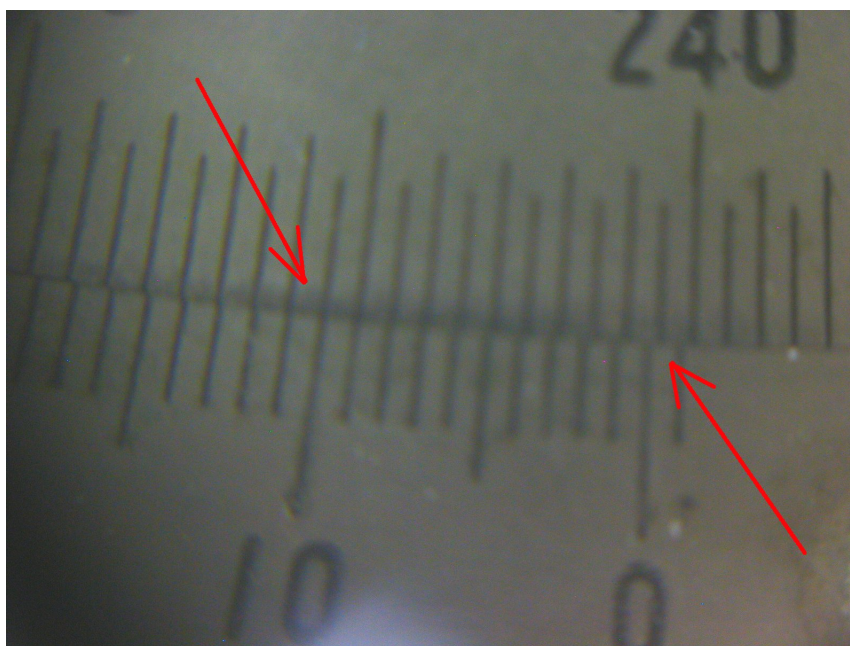
La següent imatge mostra un exemple de mesura amb el goniòmetre. En aquest cas, el zero del nònius es troba en la segona meitat del grau 240, mentre que la divisió 10 del nònius està alineada amb una divisió de l'escala fixa. El valor obtingut de la mesura serà per tant $240^\circ(30 + 10)' = 240^\circ 40'$.

Apèndix B. Valors tabulats necessaris

Constants físiques

Valors de les constants físiques necessàries en aquesta pràctica (CODATA, 2018).





Constant	Símbol	Valor
Velocitat de la llum en el buit	c	$299792458 \text{ m s}^{-1}$
Constant de Planck	h	$6,62607015 \cdot 10^{-34} \text{ J s} = 4,135667696 \cdot 10^{-21} \text{ MeV s}$
Massa de l'electró	m_e	$0,51099895000(15) \text{ MeV}/c^2 = 9,1093837015(28)10^{-31} \text{ kg}$
Massa del protó	m_p	$938,27209916(29) \text{ MeV}/c^2 = 1,67262192369(51)10^{-27} \text{ kg}$
Constant d'estructura fina	α	$1/137.035999084(21)$

Espectre de l'hidrogen

Valors tabulats per a les quatre primeres línies de la sèrie de Balmer de l'hidrogen:

Línia	Color	λ (nm)
H_α	Roig	656.28
H_β	Turquesa	486.13
H_γ	Blau	434.05
H_δ	Violeta	410.17

Espectre de l'heli*

La taula següent mostra els valors tabulats per a l'espectre de l'heli en la zona visible (380 – 750 nm):

Intensitat relativa	λ (nm)	Intensitat relativa	λ (nm)
10	381.96	20	492.19
500	388.87	100	501.57
20	396.47	10	504.77
50	402.62	5	541.15
5	402.64	500	587.56
12	412.08	100	587.60
10	438.79	8	656.01
200	447.15	100	667.82
25	447.17	200	706.52
6	468.54	30	706.57
30	468.57	50	728.14
30	471.31		

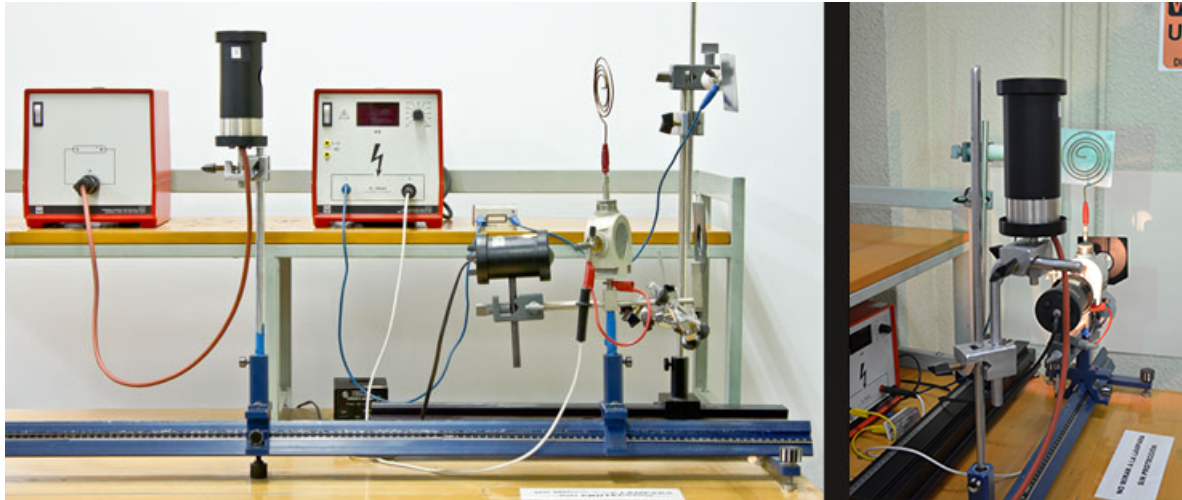
Apèndix C. Obtenció dels paràmetres de l'equació de Hartmann

Per al calibratge del prisma, hem de trobar els paràmetres λ_0 , δ_0 i C de l'equació de Hartmann (10) partint de tres punts experimentals (λ_i , δ_i). Això es pot fer simplement plantejant les tres equacions (una per a cada parell de valors) i resolent. Fent-ho així, obtenim:

* Dades obtingudes de l'*Atomic Spectra Database del National Institute of Standards and Technology (NIST)* (<http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD>). En l'enllaç podeu obtenir més informació sobre els diferents espectres atòmics.

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_0 = \frac{(\lambda_3 - \lambda_1)(\delta_1 - \delta_2)\delta_3 - (\lambda_2 - \lambda_1)(\delta_1 - \delta_3)\delta_2}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\delta_1 - \delta_2) - (\lambda_2 - \lambda_1)(\delta_1 - \delta_3)} \\ C = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\delta_1 - \delta_0)(\delta_2 - \delta_0)}{\delta_1 - \delta_2} \\ \lambda_0 = \lambda_1 - \frac{C}{\delta_1 - \delta_0} \end{array} \right. \quad (11)$$

Demostració de l'efecte fotoelèctric amb l'electroscopi de Wulf



Objectius

L'objectiu d'aquesta pràctica és la demostració de l'efecte fotoelèctric en fer incidir llum ultraviolada sobre una placa de zinc. Per a la mesura de les petites intensitats generades utilitzarem el mètode de *descàrrega periòdica* d'un **electroscopi de Wulf** connectat al circuit.

ADVERTÈNCIA: En aquesta pràctica s'utilitzarà una làmpada de raigs ultraviolats. Com és ben conegut, l'exposició directa dels ulls a la llum ultraviolada durant un llarg temps pot produir lesions oculars. Per això, i malgrat que la làmpada utilitzada en aquesta pràctica està convenientment protegida, es recorda als alumnes que hagen de fer aquesta experiència que eviten mirar directament (sense protecció) a la làmpada i que, durant la realització de la pràctica, procuren situar-se de manera que la carcassa i pantalles de la làmpada impedisquen que la seua llum els incidisca sobre els ulls.

Índex

1.	Introducció teòrica	2
2.	Material	4
2.1.	Electroscopi de Wulf	4
3.	Desenvolupament de la pràctica	5
4.	Apèndix	7



Figura 1: Hertz

1. Introducció teòrica

Els experiments que van confirmar per primera vegada l'existència de les ones electromagnètiques i la teoria electromagnètica de Maxwell sobre la propagació de la llum van ser fets per Heinrich Hertz en 1886 i 1887. En el transcurs dels experiments, Hertz va observar que una descàrrega elèctrica entre dos elèctrodes ocorria més fàcilment quan sobre el càtode incidia llum ultraviolada. Lenard, continuant alguns experiments de Hallwachs va demostrar immediatament que la descàrrega era deguda a l'emissió d'electrons que tenia lloc des de la superfície del càtode, causada per la incidència de la llum ultraviolada. Aquesta emissió d'electrons des d'una superfície per l'acció de la llum es denomina *efecte fotoelèctric*.

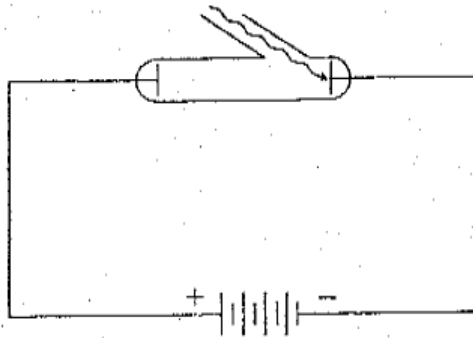


Figura 2

Un dispositiu experimental per a observar l'efecte fotoelèctric és el mostrat en la fig. 2.

La llum incideix sobre la superfície d'un metall fotosensible i allibera electrons, que són atrets cap a la placa positiva, cosa que origina un corrent elèctric feble. Si invertim la polaritat, podem detenir el pas d'electrons variant el potencial apropiadament. L'efecte fotoelèctric presenta una sèrie de característiques peculiars:

1. No s'observa interval de temps mesurable entre la incidència de la llum i l'emissió d'electrons.
2. L'emissió depèn de la freqüència de la radiació incident, i hi ha una freqüència llindar (que depèn del metall) per davall de la qual no es produeix l'efecte, independentment de la intensitat de la radiació.
3. El corrent, si existeix, és proporcional a la intensitat de la llum.
4. L'energia dels electrons és independent de la intensitat de la llum, però varia linealment amb la freqüència.

Aquestes característiques, en conjunt, no tenen explicació possible en el marc de la teoria ondulatoria de la llum.

L'any 1905, Einstein va proposar una explicació a aquest efecte basant-se en la teoria quàntica de la radiació de Planck, segons la qual aquesta era constituïda per quants d'energia $h\nu$, als quals posteriorment es va denominar fotons. L'absorció d'un quant per un electró augmenta la seua energia en una quantitat $\Delta E = h\nu$. Part d'aquesta energia - la quantia de la qual depèn del metall considerat - és necessària per a separar l'electró del metall i és el denominat treball d'extracció, W . L'energia restant, si n'hi ha, quedarà com a energia cinètica de l'electró, de manera que la relació entre aquestes energies és establida per l'equació:

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W, \quad (1)$$

que dona explicació a les propietats 1, 2 i 4. La dependència amb la intensitat de la llum

queda també explicada perquè a major intensitat corresponen més fotons i, per tant, un nombre més gran d'electrons.

2. Material

El material que utilitzarem per a fer la pràctica és el següent (els números indiquen l'etiqueta identificativa de l'instrument):

- Electroscopi de Wulf (1)
- Placa de zinc per a l'efecte fotoelèctric (2)
- Làmpada de vapor de mercuri (3)
- Bobina universal de reactància (4)
- Aïllador per a subjectar la placa de zinc
- Font d'alta tensió, 25 kV (5)
- Resistència de protecció de $100\text{M}\Omega$
- Dispositiu de projecció per a l'electroscopi de Wulf (6)
- Font d'alimentació 6V/12V/6A (7)
- Pantalla blanca de projecció (8)
- Elèctrode en espiral de llautó
- Cinta mètrica
- Cronòmetre

La làmpada de vapor de mercuri núm. 3 subministra llum d'una gran densitat lluminosa. L'espectre de línies de radiació, que té una alta proporció d'ultraviolada, és en la zona de longituds d'ona des d'aproximadament 579 nm fins a 248 nm. La bobina de reactància núm. 4 serveix de sistema alimentador de tensió al llum de mercuri d'alta pressió núm. 3. La font d'alimentació núm. 7 s'utilitzarà per al llum de l'equip de projecció. L'elèctrode en espiral de llautó és un elèctrode pla diàfan, en forma d'espiral, de 9 cm de diàmetre.

2.1. Electroscopi de Wulf

Encara que l'electroscopi de Wulf núm. 1 és un instrument de mesura estàtic destinat a la mesura de càrregues o tensions electrostàtiques, la seua peculiar construcció permet utilitzar-lo per a la mesura de corrents elèctrics. Es compon d'una cinta d'alumini prima fixada per l'extrem superior sobre un suport conductor (fig. 3) i subjecta a aquest, per l'extrem inferior, mitjançant una argolla elàstica de quars. El sistema està suspès a l'interior d'una caixa tancada de manera que queda arrecerat dels moviments de l'aire. La sensibilitat de l'instrument pot regular-se mitjançant un elèctrode (elèctrode d'influència) desplaçable des de fora de la caixa i col·locat en la part lateral.

Funcionament: Quan la cinta carregada és atreta per l'elèctrode d'influència, la seua desviació és aproximadament proporcional al quadrat de la càrrega (o de la tensió). Quan



Figura 3

la desviació sobrepasa la meitat de la distància entre l'elèctrode d'influència i el suport de la cinta d'alumini, aquesta fa contacte amb l'elèctrode d'influència, li cedeix la seua càrrega i torna a la posició de repòs. Aquest mecanisme de càrrega i descàrrega es repetirà periòdicament mentre la tensió aplicada a l'electroscopi siga prou gran per a fer que la làmina d'alumini toque l'elèctrode. En aquest cas, el circuit ha d'incloure una resistència R , **elevada** ($100M\Omega$), que limite el corrent en els moments de contacte entre la cinta i l'elèctrode, i evite així que es trenque. Fixada la distància entre l'elèctrode i el suport, la intensitat mitjana del corrent que circula per l'electroscopi és inversament proporcional al temps o període T entre les descàrregues de la fulla.

3. Desenvolupament de la pràctica

El muntatge experimental és, aproximadament, el representat en la fig. 4 i, en el nostre cas, la projecció de l'electroscopi de Wulf es fa sobre una pantalla blanca disposada en la paret.

Un camp elèctric aproximadament uniforme es crea entre la placa de zinc i l'elèctrode espiral. Aquest ha de situar-se a una distància d'uns pocs centímetres de la placa de zinc i paral·lel a aquesta. Aquest elèctrode espiral s'insereix en el terminal de l'elèctrode de suport de la cinta de l'electroscopi. La placa de zinc, subjecta a la vareta per mitjà d'un aïllant, es connecta al pol (-) de la font d'alta tensió (núm. 5) a través de la resistència de protecció R de $100\text{ m}\Omega$. L'elèctrode d'influència de l'electroscopi de Wulf i l'altre pol (+) de la font d'alta tensió (núm. 5) estan connectats a terra. En aquest instant, l'electroscopi de Wulf està connectat per a mesures de corrents.

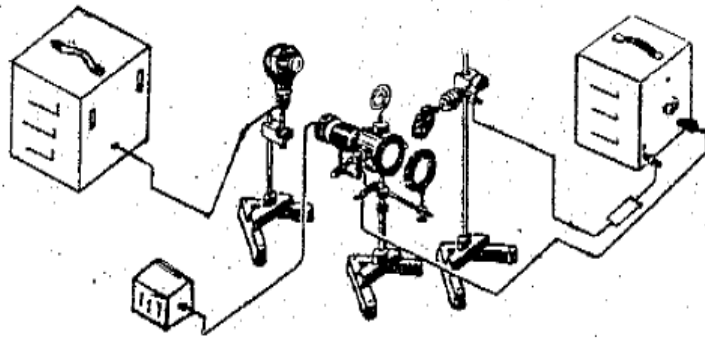


Figura 4

Quan llum ultraviolada de la làmpada de vapor de mercuri (núm. 3) incideix sobre la placa de zinc, es produeix emissió d'electrons des de la superfície d'aquesta. Aquests electrons ionitzen addicionalment les molècules d'aire al llarg del seu recorregut, mentre viatgen cap a l'elèctrode espiral sota la influència del camp elèctric. L'existència d'aquest corrent addicional és indicada mitjançant una descàrrega periòdica de la cinta d'alumini de l'elèctrode del suport de l'electroscopi de Wulf.

A causa de la inèrcia de la fulla d'alumini de l'elèctrode de l'electroscopi de Wulf, cal usar la font d'alta tensió (núm. 5). Per aquest motiu, cal tenir completa seguretat que la descàrrega que es produeix en l'electroscopi és deguda a l'emissió d'electrons de la placa de zinc quan incideix llum ultraviolada i no deguda a la ionització produïda per la diferència de potencial generada per la font d'alta tensió.

Es fa el muntatge indicat en l'apartat anterior tenint en compte les consideracions següents:

- La làmpada de mercuri ha de deixar-se encesa un mínim de 5 min, perquè haja aconseguit el seu règim estable de funcionament, abans de prendre mesures.
- El dispositiu de projecció (núm. 6) per a l'electroscopi és connectat a la font d'alimentació (núm. 7). A causa del fort calfament que pateix el projector, és aconsellable mantenir-lo apagat mentre no s'efectuen mesures (és a dir, mentre es prepara la pràctica, es canvia la posició del llum, etc.)
- S'està manipulant una font d'alta tensió (núm. 5), i per això cal tenir precaució en el desenvolupament de la pràctica. No s'han de tocar **mai** els contactes sense desconnectar la font prèviament.
- Encara que la font d'alta tensió (núm. 5) pot subministrar fins a 25 kV, per a la pràctica **no s'han de sobrepassar mai** els 6 kV. Això vol dir que la regulació

del potencial ha de fer-se **amb molta cura**, ja que molt poc recorregut del regulador de tensió de la font provoca forts augments en el potencial, que poden danyar irremeiablement l'electroscopi en fer oscil·lar de manera brusca i violenta la cinta d'alumini.

- Fixant el potencial (a 2 kV, per exemple), en il·luminar la placa amb la llum ultraviolada s'han d'observar descàrregues periòdiques i regulars de la fulla d'alumini sobre l'elèctrode d'influència. Si no ocorreguera així, cal avisar el professor de pràctiques.

Una vegada fixat el potencial de la font que ens permet observar l'efecte fotoelèctric, cal prendre diverses mesures dels polsos (temps que s'inverteix en 30 polsos, per exemple) per a diferents distàncies entre la font de llum ultraviolada i la placa de zinc (sense tocar la placa de zinc per a evitar descàrregues!). Si es representa gràficament la intensitat que mesura l'electroscopi (inversament proporcional al període entre descàrregues) en funció de la inversa del quadrat de la distància, teòricament s'hauria d'obtenir una recta. Per què? Què representa l'ordenada en l'origen d'aquesta recta?

Repetiu les mesures per a diferents voltatges de la font d'alta tensió (**fins a un màxim de 6 kV**). S'observa variació de les mesures amb el voltatge? Per què?

El corrent fotoelèctric s'observa:

1. Només si la placa de zinc està carregada negativament. Per aquest motiu, la placa de zinc es considera un fotocàtode. Què passaria si aquesta estiguera carregada positivament?
2. Només si la placa és il·luminada amb llum ultraviolada. Situant un cristall en la trajectòria de la llum incident s'interromp de manera immediata l'efecte fotoelèctric. Això és així perquè el cristall actua com a filtre de la llum ultraviolada de curta longitud d'ona i, d'aquesta manera, no s'emeten electrons.

4. Apèndix

Mètode de descàrrega periòdica o pols per a mesura d'intensitats

En el circuit de la fig. 5, un dels pols de la font d'alta tensió (de voltatge V_0) està unit, a través d'una resistència R , al suport de l'electroscopi, i l'altre pol ho està a l'elèctrode d'influència de l'electroscopi. En primera aproximació, considerem constant la capacitat C del condensador les armadures del qual són el suport i l'elèctrode d'influència, de manera que la tensió $V(t)$ entre aquestes i la càrrega $Q(t)$ són funcions del temps:

$$V(t) = V_0(1 - e^{-t/RC}), \quad Q(t) = CV_0(1 - e^{-t/RC}). \quad (2)$$

Si el contacte entre la fulla d'alumini i l'elèctrode d'influència ocorre per a una tensió V (que depèn només de la distància entre el suport i l'elèctrode d'influència), la cinta

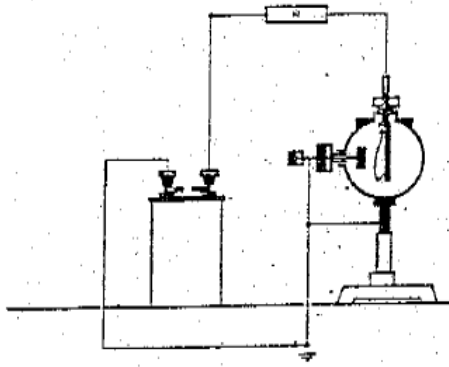


Figura 5

cedeix a l'elèctrode una càrrega Q' :

$$Q' = Q(T) = CV_0(1 - e^{-T/RC}), \quad (3)$$

on T és el temps transcorregut entre el principi de la càrrega i el contacte entre la fulla i l'elèctrode.

La intensitat que circula en el circuit és un corrent intermitent que decreix de manera exponencial:

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC}, \quad (4)$$

i el valor mitjà del qual és:

$$\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt = \frac{Q'}{T} = \frac{CV_0}{T} (1 - e^{-T/RC}). \quad (5)$$

L'interval de temps, T , entre descàrregues de l'electroscopi (per a una distància fixa entre plaques), tal com es dedueix de l'equació (1), depèn del voltatge V_0 de la font i del voltatge de descàrrega V' ,

$$T = RC \log \frac{V_0}{V_0 - V'}, \quad (6)$$

de manera que la intensitat mitjana generada per les descàrregues de període T és

$$\bar{I} = \frac{V_0 V'}{R V_0} \frac{1}{\log \frac{V_0}{V_0 - V'}} \equiv \frac{V_0}{R} f\left(\frac{V'}{V_0}\right). \quad (7)$$

Si la tensió aplicada és gran ($\frac{V'}{V_0} \ll 1$), podem fer un desenvolupament en sèrie de potències de la funció f :

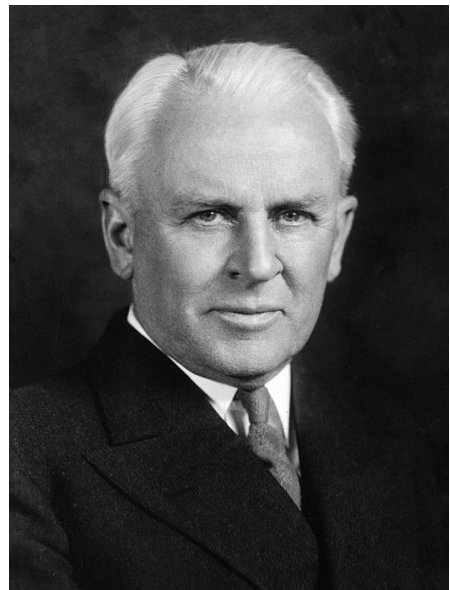
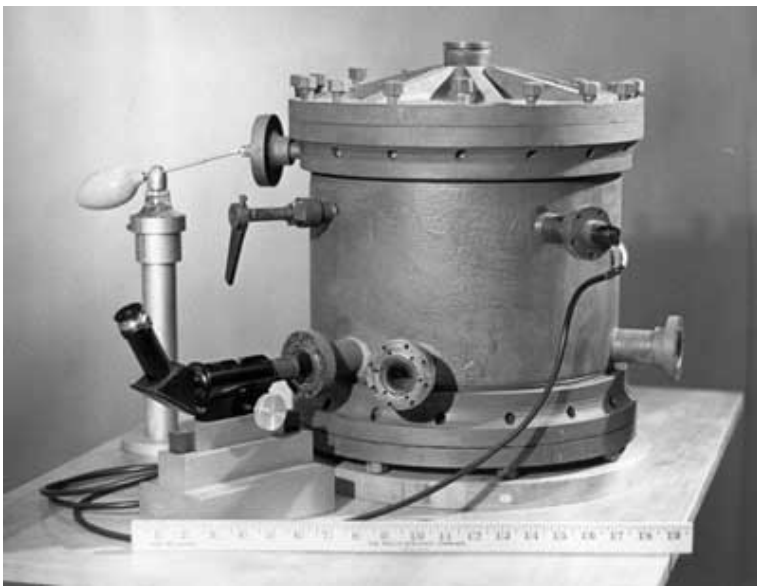
$$f(x) = 1 - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{12} - \frac{x^3}{24} - \dots, \quad (8)$$

i obtenir que, com més menuda siga la relació $\frac{V'}{V_0}$, la intensitat mitjana s'aproximarà més al valor $\frac{V_0}{R}$.

En la majoria dels casos no ens interessarà conèixer el valor del corrent sinó que en tindrem prou de comparar dues intensitats. Per a això no cal conèixer la capacitat C de l'electroscopi ni la resistència R , sinó que ens bastarà amb mesurar el període T entre descàrregues, ja que, de les fórmules 2 i 3, es dedueix de manera immediata que la *intensitat mitjana \bar{I} és inversament proporcional al període T*

$$\bar{I} = CV' \frac{1}{T} \Rightarrow \bar{I} \propto \frac{1}{T}. \quad (9)$$

Experiment de Millikan



Objectius

L'objectiu d'aquesta pràctica és obtenir el valor de la càrrega de l'electró, utilitzant l'experiment de Millikan.

Índex

1.	Introducció teòrica	2
2.	Teoria	3
3.	Procediment experimental	5
3.1.	Mètode de suspensió	6
3.2.	Mètode del descens i ascens	7

1. Introducció teòrica

Robert Andrews Millikan (n. Morrison, Illinois; 22 de març de 1868 – San Marino, Califòrnia, 19 de desembre de 1953) va ser un físic estatunidenc que va guanyar el Premi Nobel de Física en 1923 principalment pel seu treball per a determinar el valor de la càrrega de l'electró i l'efecte fotoelèctric. També va investigar els raigs còsmics.

L'experiment consisteix a introduir en un element gasós una certa quantitat de gotetes d'oli d'un radi de l'ordre d'1 μm . El moviment de les gotetes es veu afectat per les forces de fregament i flotació, a més de la gravitatòria. D'altra banda, les gotes es carreguen electroestàticament en eixir de l'atomitzador, per la qual cosa si apliquem un camp elèctric vertical les gotetes també experimentaran una força elèctrica. L'equació del moviment de les gotetes en el fluid pren la forma

$$m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = -k\vec{v} + \vec{F}_{el} + \vec{F}_{grav} + \vec{F}_{flot}, \quad (1)$$

on $k\vec{v}$ és la força de Stokes, \vec{F}_{el} és la força deguda al camp elèctric aplicat, \vec{F}_{grav} és la força gravitatòria i \vec{F}_{flot} és la força de flotació o empenyiment. Després d'un cert temps t , s'arriba a un règim estacionari en el qual la goteta aconsegueix la seua velocitat límit

$$m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = 0 \rightarrow v = v_{lim}. \quad (2)$$

Si resollem l'equació diferencial, veiem que la solució transitòria decau com a $e^{-\omega t}$, on $\omega = k/m$. Utilitzant els valors típics del radi de la gota (1 μm) i els valors donats al final de la pràctica per a la densitat de la gota i la viscositat del gas, s'obté que el temps de



relaxació (és a dir, el temps després del qual la velocitat es redueix en un factor $1/e$) és $\tau = 1/\omega \approx 10^{-5}$ s. Observem que, comparat amb les escales de l'experiment, el temps que es tarda a aconseguir la velocitat límit és negligible i, per tant, suposarem que la goteta té una velocitat constant en tot moment. No obstant això, les gotetes es llancen amb un esprai d'oli, per la qual cosa és freqüent que hi haja una força instantània inicial que no hem tingut en compte en la primera equació. Per tant, haurem d'esperar uns instants abans de poder començar a mesurar.

A partir d'aquest moment, les gotetes cauen lentament amb un moviment uniforme. Ajustant convenientment el mòdul del camp elèctric, podrem aconseguir un balanç de forces que mantinga la goteta en suspensió. Això ens permetrà calcular la relació càrrega-massa de la gota d'oli. Millikan va comprovar que els valors de les càrregues eren sempre múltiples d'una càrrega elemental: la de l'electró. Això li va permetre obtenir un valor experimental de la càrrega de l'electró,

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} C. \quad (3)$$

Millikan va rebre el Premi Nobel de Física en part per aquest experiment.

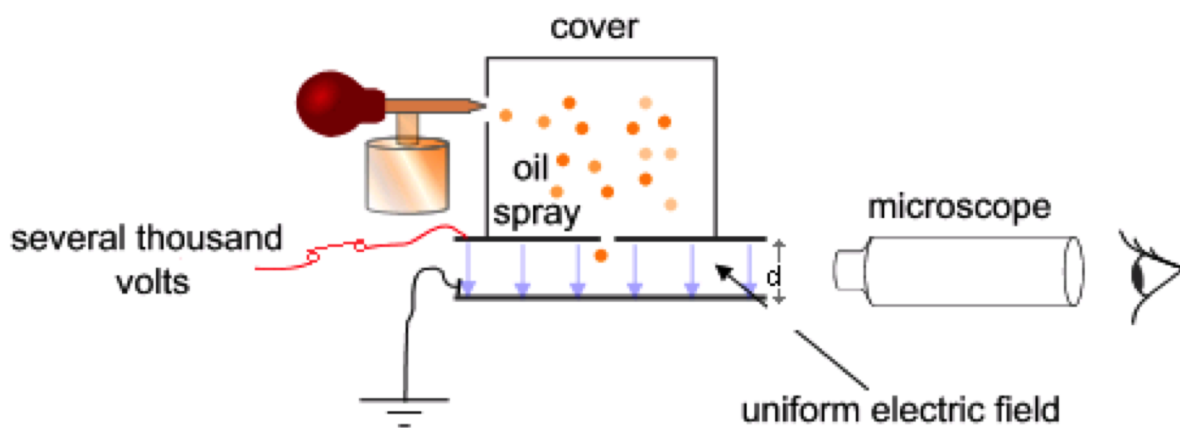


Figura 1: Esquema de l'experiment de Millikan.

2. Teoria

Si una goteta d'oli de radi r_0 descendeix amb una velocitat v_1 en règim estacionari i en l'absència d'un camp elèctric, el balanç de forces que hi actua és

$$\vec{F}_{roz}^1 + \vec{F}_{grav} + \vec{F}_{flot} = 0, \quad (4)$$

on $\vec{F}_{roz}^1 = 6\pi\eta r_0 v_1$, i η és la viscositat de l'aire. Si ara apliquem un camp elèctric i deixem que la goteta ascendisca amb una velocitat v_2 , la força que hi actuarà serà

$$\vec{F}_{roz}^2 + q\vec{E} + \vec{F}_{grav} + \vec{F}_{flot} = 0, \quad (5)$$

on la nova força de fregament és $\vec{F}_{roz}^2 = -6\pi\eta r_0 v_2$. Per tant, com que la força de la gravetat i la de flotació són idèntiques, en restar les dues equacions obtenim

$$q_0 \vec{E} = q_0 \frac{U}{d} = 6\pi\eta r_0 (v_1 + v_2), \quad (6)$$

sent U la diferència de potencial aplicada. Aïllant, arribem a

$$q_0 = 6\pi\eta r_0 (v_1 + v_2) \frac{d}{U}. \quad (7)$$

Per a determinar la càrrega cal conèixer r_0 , que pot ser obtingut aproximadament a partir de l'equilibri de forces quan la goteta cau en absència de camp elèctric,

$$\vec{F}_{roz} + \vec{F}_{grav} = -V\Delta\rho g + 6\pi\eta r_0 v_1 = -\frac{4}{3}\pi r_0^3 \Delta\rho g + 6\pi\eta r_0 v_1 = 0, \quad (8)$$

on $\Delta\rho$ és la diferència de densitats de l'oli i l'aire. Aïllant, obtenim el valor del radi,

$$r_0 = \sqrt{\frac{9\eta v_1}{2\Delta\rho g}}. \quad (9)$$

Per a determinar amb exactitud la càrrega, s'ha de considerar que la fricció de Stokes per a radis molt menuts ha de ser corregida, ja que aquests es troben en l'ordre de magnitud del recorregut lliure mitjà de les molècules d'aire. La fórmula per a la fricció corregida, dependent de la pressió de l'aire p , té la següent forma:

$$F_{roz} = \frac{6\pi\eta r v}{1 + \frac{b}{rp}}, \quad (10)$$

on $b = 80 \mu\text{m hPa}$ és una constant. Si definim $A = b/p$, el radi corregit és expressat per

$$r = \sqrt{r_0^2 + A^2/4} - A/2. \quad (11)$$

Finalment, la càrrega corregida és

$$q = \frac{q_0}{\left(1 + \frac{A}{r}\right)^{3/2}}. \quad (12)$$

En la pràctica s'utilitzen dos mètodes basats en aquest desenvolupament teòric.

- (a) **Mètode de suspensió.** En aquest primer mètode de l'experiment, ajustem la tensió del condensador perquè la gota d'oli es detinga en equilibrar-se les forces. Una vegada aconseguim l'equilibri, desconnectarem el camp elèctric i mesurarem la velocitat de descens, v_1 . Per tant, tindrem

$$q_0 = 6\pi\eta r_0 v_1 \frac{d}{U}. \quad (13)$$

El gran problema d'aquest mètode és parar la gota d'oli. Aquesta incertesa experimental introdueix alguns errors, per la qual cosa proposem un segon mètode.

-
- (b) **Mètode del descens i ascens.** En aquesta variant es mesuren les velocitats de descens i ascens (v_1 i v_2), així com la tensió U . L'avantatge d'aquest mètode enfront del mètode de suspensió de la goteta d'oli és la determinació més precisa dels valors mesurats, perquè es mesura realment la velocitat v_2 .

DADES

$$\eta = 1.81 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s} \text{ (T=25}^\circ\text{)}$$

$$\Delta\rho = 874.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^3$$

$$d = 6 \text{ mm}$$

$$A = 0.07897 \mu\text{m}$$

3. Procediment experimental

El muntatge d'aquesta pràctica requereix l'ús del material següent:

- Aparell de Millikan complet juntament amb el dispensador d'oli
- Aparell de recollida de dades Cassy Lab
- 9 cables de diferents longituds per a connectar els aparells
- Ordinador amb connexió USB

Si calguera desmuntar i muntar la pràctica de nou, es poden seguir les instruccions que s'adjunten a aquest guió de pràctiques. Si s'han seguit tots els passos correctament, la pràctica estarà muntada com en la figura 2.

Es recomana desconnectar els cables d'alimentació de la bombeta cada vegada que la pràctica estiga en desús, per a evitar el consum innecessari i la deterioració d'aquesta. Si, havent connectat tots els cables d'una manera correcta, la llum de la bombeta no s'encenguera, caldria procedir a reemplaçar-la (bombeta G4 de 12 V i 10 W de consum).

Amb la pràctica ja muntada, procedirem a connectar el sensor de mesura Cassy al port USB de l'ordinador situat al costat del dispositiu experimental. Abans de començar amb els dos mètodes de mesura, és convenient comprovar que la quantitat d'oli és suficient per a omplir de gotes d'oli l'aparell. Per a això, hem de veure si el **nivell d'oli** és prou perquè el capil·lar pel qual aquest puja per a crear la pluja d'oli estiga submergit uns pocs mil·límetres. És fàcil identificar aquest capil·lar, ja que l'altre està connectat directament a l'entrada de l'aire. Si no es veu bé, moveu lleugerament el recipient i intenteu observar a contraclaror. Si s'observa que el nivell no és suficient, s'ha d'omplir amb el dispensador d'oli, procurant no excedir de molt el nivell necessari perquè podria provocar el mal funcionament del dispersor.

Es recomana tenir a mà prou paper per a poder netejar un parell de vegades el lateral de l'aparell pel qual entra l'oli, ja que gran part d'aquest no travessa els petits forats i acaba lliscant a la part inferior de l'experiment. També cal comprovar que el **dispersor**



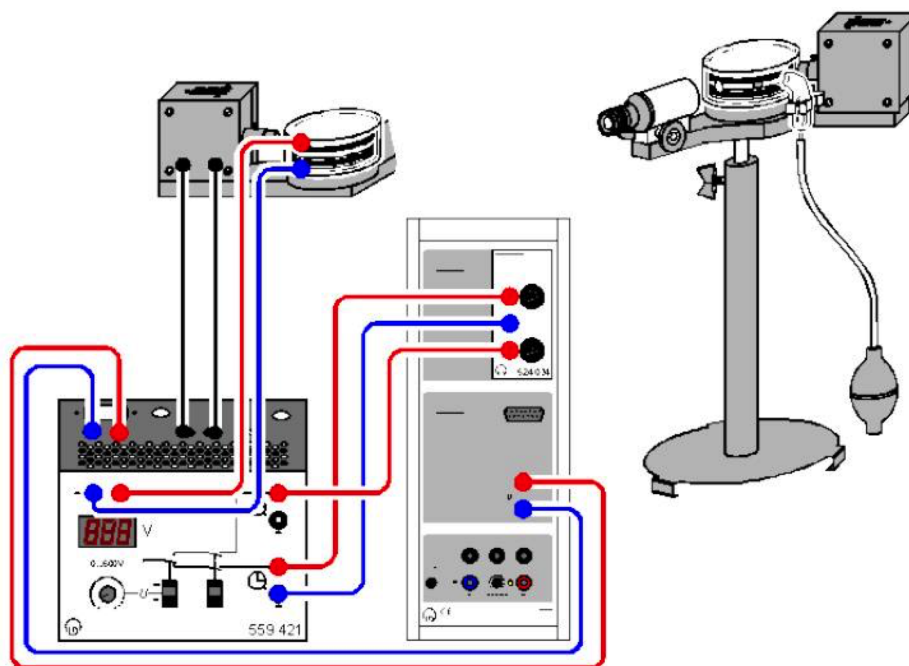


Figura 2: Esquema del muntatge de l'experiment de Millikan.

d'oli està ben enfocat, de tal manera que els dos forats cauen just en el centre de la boca del dispersor.

Ara és el moment de comprovar que l'aparell funciona correctament. Es col·loca primer el **micròmetre ocular en posició vertical** i s'ajusta la **nitidesa** de la imatge girant l'anell negre de l'ocular. Després, s'ajusta la **posició de la lent** que controla la llum que arriba al condensador mitjançant el caragol que es troba en la part superior d'aquesta lent, de tal manera que es puga observar una banda negra en el centre i la part superior i inferior il·luminada. Finalment, pressionem amb força la bomba d'aire un parell de vegades per a omplir el condensador de gotetes d'oli i comprovem que aquestes es poden observar amb claredat en la pantalla.

Atenció: El microscopi genera una imatge inversa, de manera que totes les direccions de moviment que apareixen en la pantalla estan, per tant, invertides.

3.1. Mètode de suspensió

Per a prendre les dades del mètode de suspensió s'han de fer els passos següents:

- Obriu la plantilla P1 del programa Cassy-Lab.
- Poseu els interruptors U i t cap avall.
- Llanceu les gotetes amb l'esprai.

-
- Enceneu el condensador amb l'interruptor U i ajusteu una tensió entre 400 i 600 V amb el potencímetre giratori. Espereu uns instants fins a observar que la velocitat de les gotetes s'ha estabilitzat (una o dues divisions d'escala per segon).
 - Ajusteu la tensió fins que la goteta quede suspesa.
 - Desconnecteu la tensió del condensador amb l'interruptor U .
 - Tan prompte com la goteta es trobe al costat de la marca que s'ha seleccionat, comenceu la mesura del temps amb l'interruptor t .
 - Quan la goteta haja ascendit altres 20 marques d'escala en la pantalla (corresponents a 1 mm), atureu la mesura del temps amb l'interruptor t i connecteu novament la tensió del condensador amb l'interruptor U .
 - Transferiu a la plantilla del programa els valors mesurats del temps de descens t_1 i la tensió U polsant F9.

Es farà una única mesura, a partir de la qual es calcularà la càrrega de la gota d'oli. No cal fer cap càlcul, ja que el programa de Cassy-Lab ens proporcionarà directament el valor de la relació càrrega-massa de l'electró. És convenient familiaritzar-se amb les diferents opcions del programa i veure com ens pot facilitar qualsevol dels observables mesurats.

És molt possible que la càrrega mesurada no concorde amb la de l'electró, ja que la càrrega elèctrica apareix com a múltiples sencers de la càrrega elemental. En aquest cas, es pot tractar de dividir el resultat per diversos nombres enters i extraure així el valor correcte d'aquesta càrrega.

3.2. Mètode del descens i ascens

Per a prendre mesures amb aquest mètode:

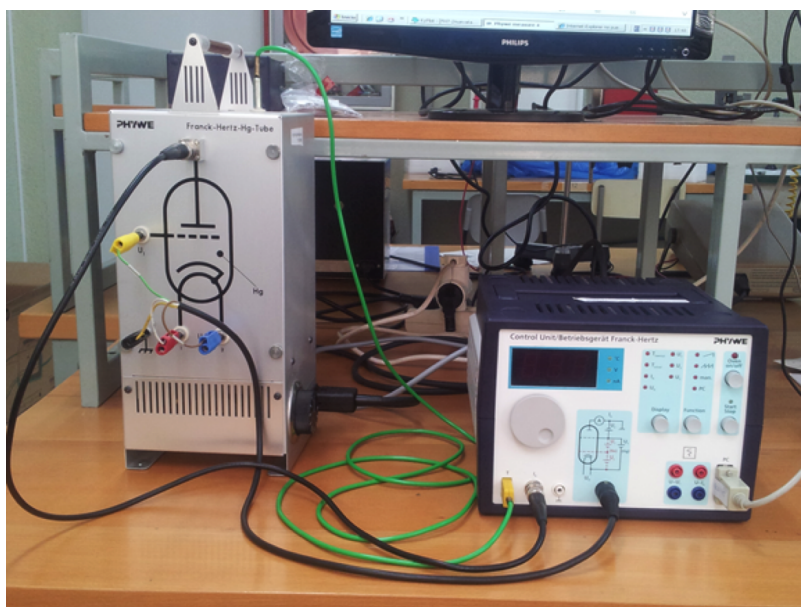
- Obriu la plantilla P2 del programa Cassy-Lab.
- Col·loqueu el micròmetre ocular en posició vertical i ajusteu la nitidesa de la imatge girant l'anell negre de l'ocular.
- Poseu els interruptors U i t cap avall.
- Enceneu el condensador amb l'interruptor U i ajusteu una tensió (400 a 600 V) amb el potencímetre giratori de tal forma que la goteta d'oli seleccionada descendisca en la pantalla 1 o 2 divisions d'escala per segon. Cal esperar fins que la goteta perdi l'impuls inicial perquè es note l'efecte del camp elèctric.
- Desconnecteu la tensió del condensador amb l'interruptor U .
- Tan prompte com la goteta d'oli es trobe al costat d'una marca de l'escala seleccionada, inicieu la mesura amb l'interruptor t .
- Tan prompte com la goteta haja ascendit en la pantalla altres 20 marques de l'escala (correspon a 1mm), connecteu novament la tensió del condensador amb l'interruptor U . Això inicia automàticament la mesura del temps t_2 .
- Quan la goteta d'oli es trobe novament al costat de la primera divisió de l'escala, atureu la mesura del temps amb l'interruptor t .

-
- Transferiu a la taula els valors mesurats del temps de descens t_1 , el temps d'ascens t_2 i la tensió U polsant F9. La càrrega q calculada ingressarà automàticament a l'histograma.

Una vegada fetes unes 10 mesures, l'estudiant ha d'haver adquirit prou intuïció per a distingir aquelles gotes que tenen la mateixa càrrega que l'electró. Així, serà possible prendre unes 20 mesures que directament corresponguen a una sola càrrega de l'electró. En condicions normals, la suma de t_1 i t_2 hauria de donar al voltant d'1 minut, i així el procés total de mesura pot portar uns 2 o 3 minuts per gota. Si la suma d'aquests temps és molt superior, el problema és que estem prenent gotes massa lentes, i es recomana tornar a llegir les instruccions per a identificar les gotes més convenients.

Atenció: les gotetes d'oli de càrrega reduïda poden ser reconegudes per la seua grandària, ja que són les més lentes.

Experiment de Franck-Hertz: Estimació de la secció eficaç inelàstica electró-àtom



Objectius

L'objectiu d'aquesta pràctica és obtenir una estimació de la secció eficaç inelàstica de col·lisió dels electrons amb el mercuri, utilitzant l'experiment de Franck-Hertz.

Índex

1.	Introducció	2
2.	Esquema experimental. Tub de Franck-Hertz	2
2.1.	Interpretació física	3
3.	Muntatge experimental	7
3.1.	Unitat de control	7
4.	Realització de la pràctica	8
5.	Muntatge amb tub de Ne (s'ha de fer només si no funciona el tub de Hg)	13

1. Introducció

En 1914 J. Franck i G. Hertz van fer un experiment mitjançant el qual van comprovar de manera directa la quantització dels nivells d'energia atòmics postulada un any abans per N. Bohr. L'experiment consistia en el bombardeig de mercuri gasós per un corrent d'electrons. L'energia dels electrons es podia variar canviant la diferència de potencial a la qual estaven sotmesos. Es va observar que, per a determinats valors (discrets) de l'energia electrònica, es produïen caigudes de la intensitat del corrent electrònic. La interpretació d'aquestes caigudes com a degudes a la cessió d'energia, dels electrons als àtoms, que produeix l'excitació d'aquests, mostrava que les energies d'excitació atòmiques tenien valors determinats (discrets), tal com corresponia a salts energètics entre nivells d'energia quantitzats.

2. Esquema experimental. Tub de Franck-Hertz

L'esquema del dispositiu experimental que s'utilitzarà és el següent:





Figura 2: Tub de Franck-Hertz i casquet de subjecció.

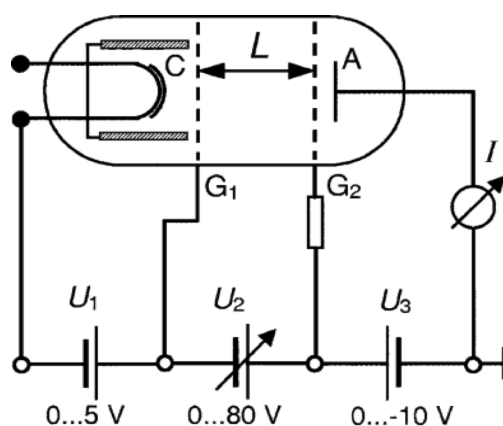


Figura 1: Esquema del dispositiu experimental.

L'element bàsic de l'esquema és el tub de Franck-Hertz, que és una ampolla de vidre que conté unes gotes de mercuri líquid a temperatura ambient. El tub se situarà dins d'un forn a temperatura adequada per a produir vapor de mercuri. A l'interior del tub es disposen quatre elèctrodes: C , G_1 , G_2 i A , dels quals els dos centrals, G_1 i G_2 , tenen forma de reixeta. L'elèctrode C té un filament que es posa incandescent en aplicar-li un voltatge de corrent altern. Sobre els electrons del filament incandescent es fa actuar una diferència de potencial (contínua) fixa, U_1 , entre C i la primera reixeta G_1 . Aquesta diferència de potencial permet arrancar electrons del filament i accelerar-los. A continuació s'aplica, sobre els electrons accelerats que han arribat a G_1 , una altra diferència de potencial (contínua) variable del mateix signe, U_2 , entre G_1 i la segona reixeta G_2 . Finalment, sobre els electrons que arriben a la segona reixeta G_2 , s'aplica una petita diferència de potencial (contínua) fixa de signe contrari, U_3 , entre aquesta reixeta i l'elèctrode A . El corrent electrònic d'eixida té intensitat I_A . Aquesta intensitat es fa passar per una resistència, que genera una diferència de potencial U_A .

2.1. Interpretació física

La secció eficaç és l'àrea efectiva que governa la probabilitat de dispersió o absorció d'uns certs esdeveniments. Normalment es representa amb la lletra σ i se sol mesurar en *barns*: $1\text{b} = 10^{-28}\text{ m}^2$. Juntament amb la densitat de partícules dispersores i la distància recorreguda, pot usar-se per a predir la probabilitat total de dispersió. És molt utilitzada en física nuclear i de partícules per a expressar la probabilitat d'interacció entre partícules.

Suposem que un feix format per un nombre N_a de partícules (en el nostre cas, els electrons) xoquen contra blancs dispersors (els àtoms de mercuri). Siga n_b el nombre de partícules dispersores per unitat de volum.

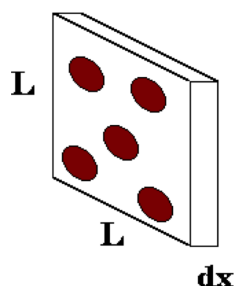


Figura 3: Esquema d'un blanc dispersor.

Si el feix de partícules travessa un paral·lelepípede de profunditat dx (vegeu fig. 3), la probabilitat d'experimentar una dispersió pot escriure's com la fracció

$$\left| \frac{dN_a}{N_a} \right| = \frac{\text{Area}_{\text{colis.}}}{\text{Area}_{\text{total}}} = \frac{\sigma n_b L^2 dx}{L^2}. \quad (1)$$

Considerant que $dN_a < 0$, obtenim

$$\frac{dN_a}{N_a} = -\frac{dx}{\lambda}, \quad (2)$$

on hem definit

$$\lambda \equiv \frac{1}{\sigma n_b}, \quad (3)$$

que rep el nom de **recorregut lliure mitjà**. Integrant l'equació anterior, obtenim

$$N_a = N_a(0)e^{-x/\lambda}. \quad (4)$$

Aquesta equació, que regeix l'absorció de partícules, pot aplicar-se a la disminució de la intensitat d'electrons deguda a la col·lisió inelàstica amb els àtoms. És a dir:

$$I(x) = I(0)e^{-x/\lambda}. \quad (5)$$

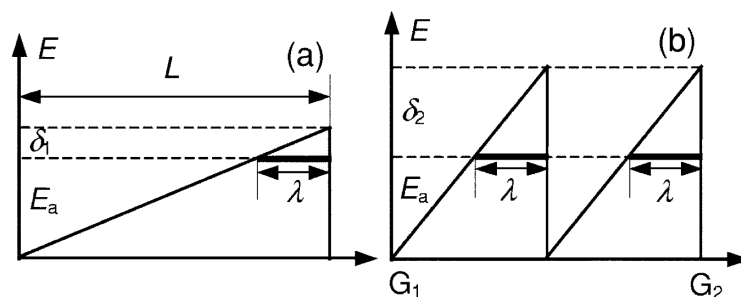


Figura 4: Variació de l'energia de l'electró en forma de 'dents de serra'.

Aquest últim resultat té una gran importància a l'hora d'analitzar l'experiment de Franck-Hertz. La secció eficaç inelàstica augmenta amb l'energia dels electrons, i es fa màxima en aconseguir l'energia necessària per a excitar als àtoms de mercuri. En aquest moment, els electrons es trobaran en una posició dins del tub que designarem per x_r i la intensitat, a partir d'aquesta posició, disminuirà en la forma

$$I(x) = I(0)e^{-(x-x_r)/\lambda}. \quad (6)$$

D'acord amb això, els electrons han de recórrer una distància extra (de l'ordre de λ) per a observar una caiguda significativa de la intensitat. No obstant això, en recórrer aquesta distància extra també experimentaran un augment addicional de velocitat, la qual cosa es tradueix en un augment de la intensitat. Tenim, d'aquesta manera, una competència entre dos efectes: l'augment en la intensitat pel fet que els electrons continuen guanyant energia, i la caiguda en la intensitat que finalment dominarà quan els electrons hagen recorregut una distància de l'ordre del recorregut lliure mitjà associat a les col·lisions inelàstiques. D'aquesta manera, la intensitat continuarà augmentant a partir de x_r i després caurà, en una distància de l'ordre de λ .

Aquest raonament és la base d'un model senzill [1] que permet obtenir el valor d'aquesta magnitud de manera aproximada. La idea consisteix a aproximar la pujada addicional en l'energia dels electrons i la seua posterior caiguda per una figura de 'dents de serra', com es mostra en la figura 4. Les caigudes en l'energia dels electrons es traduiran en caigudes semblants per a la intensitat, que es mostren en la figura espacialment distribuïdes a l'interior del tub, de longitud L (no s'ha de confondre amb el mateix símbol utilitzat en la figura 3). En aquesta figura, E_a representa l'energia d'excitació dels àtoms de mercuri. Notem que aquest model és una descripció molt simplificada (de fet, els fenòmens que realment succeeixen dins del tub i que expliquen els detalls de la famosa corba de Franck-Hertz són prou més complicats [2]).

Suposem que la diferència de potencial aplicada és tal que es produeix únicament una caiguda en la intensitat. Si només hi ha una caiguda (Fig. 4a), i el valor del potencial

és justament aquell en el qual es produeix la caiguda, vol dir que aquesta es produeix precisament quan els electrons es troben prop de la reixeta G_2 ; en cas contrari, tornarien a ser accelerats i no estaríem en un mínim de la intensitat. La situació anàloga amb dues caigudes es mostra en la figura 4b. La figura mostra també la diferència de potencial, expressada com a energia (E) dels electrons movent-se entre les dues reixetes, separades una distància L .

- (a) Situació amb una caiguda, en el moment en què es produeix. Els electrons guanyen una energia addicional δ_1 .
- (b) Situació amb dues caigudes, en el moment en què es produeix la segona. Els electrons guanyen una energia addicional major ($\delta_2 > \delta_1$).

Així, per a n col·lisions inelàstiques, l'energia guanyada pels electrons és:

$$E_n = n(E_a + \delta_n). \quad (7)$$

En les condicions típiques del nostre experiment, $\lambda \ll L$, i per tant $\delta_n \ll E_a$. Així, s'obté

$$\delta_n = n \frac{\lambda}{L} E_a. \quad (8)$$

Exercici: Deriveu l'equació (8) a partir dels triangles dibuixats en la figura 4.

A partir de les equacions (7) i (8) arribem a

$$E_n = nE_a + \frac{\lambda}{L} E_a n^2. \quad (9)$$

És a dir, que l'espaiat entre dos mínims en la corba de Franck-Hertz és expressat per:

$$\Delta E(n) = E_n - E_{n-1} = \left[1 + \frac{\lambda}{L} (2n - 1) \right] E_a. \quad (10)$$

Aquesta equació **prediu que l'espaiat entre mínims depèn del màxim en què ens trobem i augmenta amb n**. D'ací podríem obtenir λ :

$$\lambda = \frac{L}{2E_a} \frac{d\Delta E(n)}{dn}. \quad (11)$$

El recorregut lliure mitjà varia amb la temperatura i amb la densitat atòmica d'àtoms de mercuri de la forma següent:

$$\lambda = \frac{1}{n_b \sigma} = \frac{k_B T}{p \sigma}, \quad (12)$$

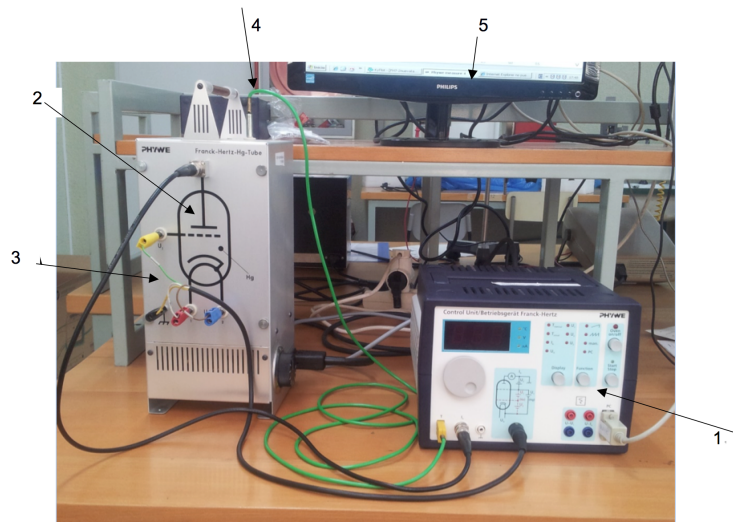
on σ és la secció eficaç per a col·lisions inelàstiques, k_B és la constant de Boltzmann, p és la pressió del vapor de mercuri i T és la temperatura del tub expressada en graus Kelvin.

La pressió p en Pa és expressada per l'equació de Clausius-Clapeyron, que determina l'equilibri entre la fase líquida i el vapor de mercuri. En el nostre cas, en el rang de temperatures de 300 a 500 K és, aproximadament,

$$p = 8.7 \cdot 10^9 - 3110/T. \quad (13)$$

- [1] G. Rapior, K. Sengstock, and V. Baev. “New features of the Franck-Hertz experiment”. *Am. J. Phys.* **74**, 423 (2006).
- [2] F. Sigeneer, R. Winkler, and R.E. Robson. “What really happens with the electron gas in the famous Franck-Hertz experiment?” *Contrib. Plasma Phys.* **43**, 178 (2003).

3. Muntatge experimental

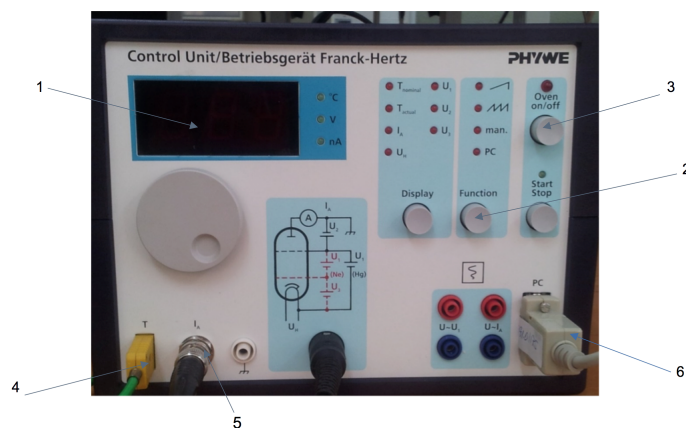


- 1. Unitat de control
- 2. Tub de Franck-Hertz
- 3. Forn calefactor
- 4. Sonda de temperatura (cable verd)
- 5. Ordinador

3.1. Unitat de control

La unitat de control regula el funcionament del tub de Franck-Hertz, proporcionant el corrent altern que posa incandescent el filament i controlant els valors de la temperatura del forn, dels voltatges U_1 i U_3 que es fixen cada vegada que es fa l'experiment i del voltatge variable U_2 . Així mateix, mesura el voltatge d'eixida U_A , corresponent a I_A .

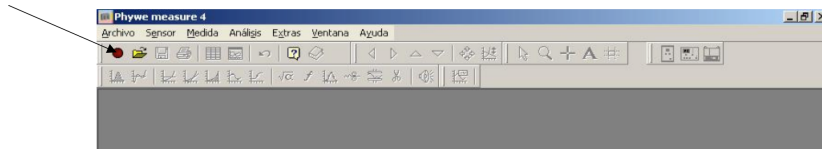
Els components de la unitat d'operació es detallen a continuació:



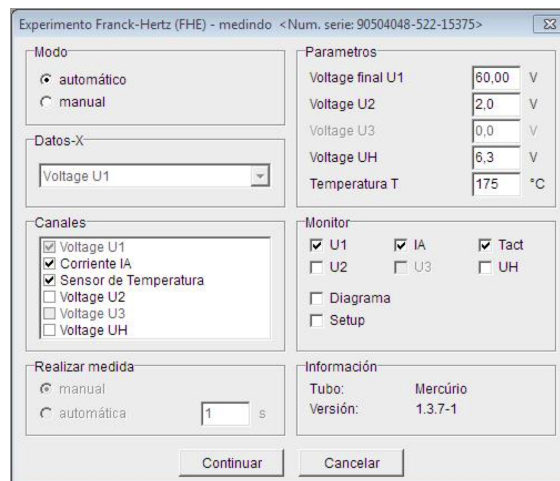
1. Pantalla
2. Botó *Function*
3. Botó d'encesa i apagada del forn
4. Entrada analògica per a la sonda de temperatura
5. Eixides analògiques al tub de Franck-Hertz
6. Eixida al PC

4. Realització de la pràctica

1. Enceneu la unitat de control mitjançant l'interruptor situat en la part posterior d'aquesta.
2. Polseu el botó *Function* tres vegades fins que la llum que marca *PC* s'active. En la pantalla de la unitat de control apareixeran les lletres *PC*, cosa que indica que controlarem els valors de l'experiment mitjançant l'ordinador.
3. Busqueu i obriu en l'ordinador el programa *Measure*.
4. Una vegada dins del programa, polseu el botó roig per a fer una nova mesura.



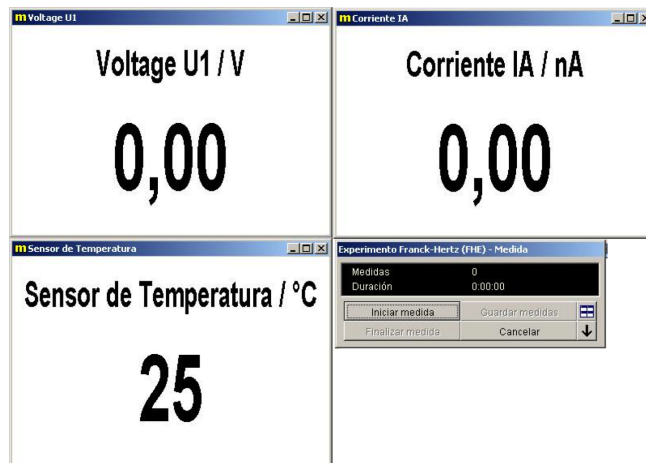
5. Introduir els valors “Voltage U2 = 2,0 V” i “Voltage UH = 6,3 V”



6. Polsant *Continuar* apareixerà la següent finestra, de manera que, una vegada s’arribi a la temperatura desitjada, es prendrà automàticament la mesura. Polsant l’opció *Ignorar*, procedirem mitjançant un mètode de treball que comporta la presa de mesures amb un major control sobre la temperatura.

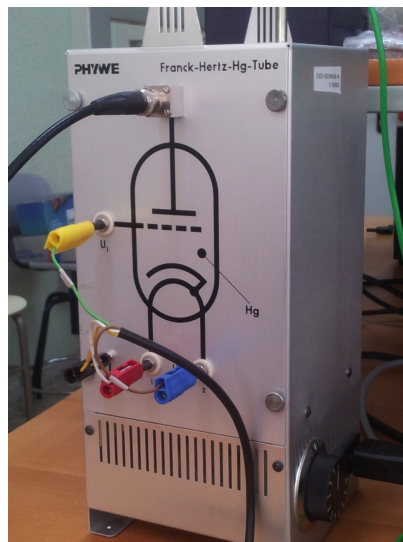


Apareixerà un panell de control com el que s’observa en la imatge següent. Això ens permet controlar en temps real la temperatura del tub de mercuri i iniciar la mesura en el moment desitjat.



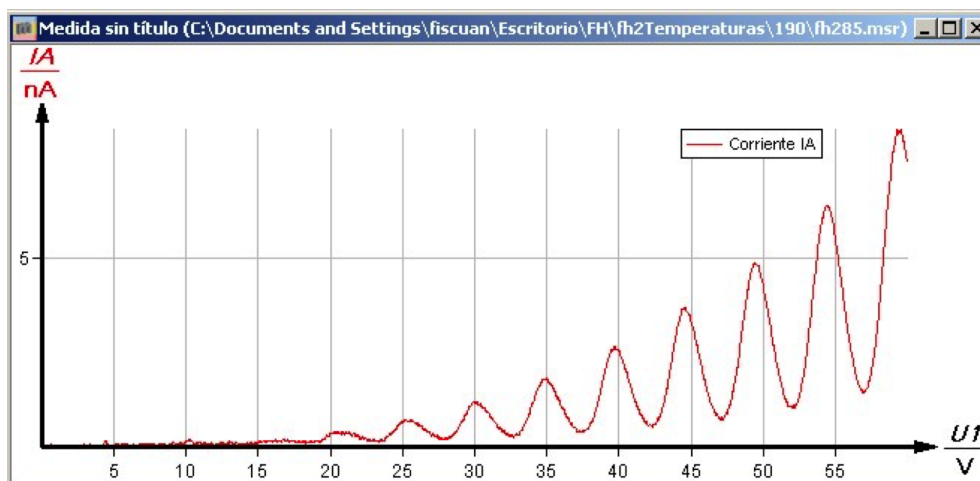
7. La temperatura del forn és regulada (dins d'un cert marge) per la unitat d'operació.
Abans de fer la primera mesura, cal esperar 30 minuts perquè el tub es calfe.

ENCARA QUE S'HAJA ACONSEGUIT LA TEMPERATURA DESITJADA, NO S'HA DE COMENÇAR A MESURAR SI EL TUB NO S'HA CALFAT PRÈVIAMENT 30 MINUTS.

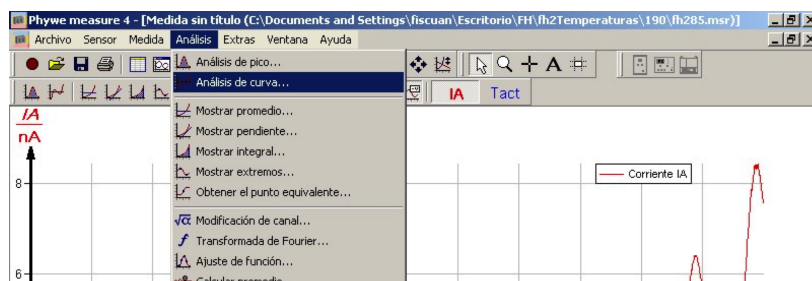


ATENCIÓ, LA SUPERFÍCIE METÀL·LICA DEL FORN ARRIBA A ALTES TEMPERATURES! S'HA D'EVITAR EL CONTACTE AMB AQUESTA SUPERFÍCIE!

1. Una vegada aconseguida la temperatura desitjada, iniciem la mesura.
2. Hem de fer una única mesura a 175°C.
3. Polsem el botó 'Iniciar mesura' fins que el valor del corrent se sature. En aquest moment podrem acabar la mesura. Si no se satura, el programa finalitzarà automàticament la mesura quan s'arribi al valor programat per a U1. Trobarem una gràfica com la que segueix:



4. Polsem en el menú "Anàlisi: suavitzar" per a aconseguir una corba més regular.
5. Polsem, tal com es mostra en la il·lustració, "Anàlisi" i 'Anàlisi de corba'.



6. Selecciónant l'opció anàlisi d'extremes i polsant 'Calcular', el programa ens permet localitzar la posició de màxims i mínims relatius de la gràfica. Pel fet que es produeixen pertorbacions durant la recollida de dades, és possible que es recullen una sèrie d'extremes que no es corresponen amb aquells en què estem interessats. Per aquesta raó, variarem la tolerància fins a localitzar el primer pic definit a partir de 20 V.

tipo	U [V]	I [nA]
mínimo	18,68	0,08
máximo	25,59	0,71
mínimo	27,98	0,18
máximo	30,28	1,14
mínimo	32,60	0,26
máximo	34,92	1,72
mínimo	37,48	0,33
máximo	39,82	2,56
mínimo	42,49	0,52
máximo	44,63	3,55
mínimo	47,10	0,69
máximo	49,67	4,67
mínimo	52,13	0,97
máximo	54,60	6,11

7. Copiem les dades per a poder administrar els màxims i mínims en Excel (o similar). De cada gràfica podem extraure dues corbes: una per als màxims i una altra per als mínims.
8. Com que ens interessa observar si la separació mitjana entre cada extrem és o no constant, fem el següent ajust: diferència de voltatge entre màxims consecutius en funció del número del pic. Per a això, haurem d'identificar a quin valor de n correspon cada pic.

Amb l'ajust de la recta, extrapolarem per a $n = 0.5$ per tal d'obtenir E_a . Es tracta, lògicament, d'una extrapolació matemàtica, ja que els valors físics de n són nombres naturals. El resultat ha de ser semblant a 4.65 eV.

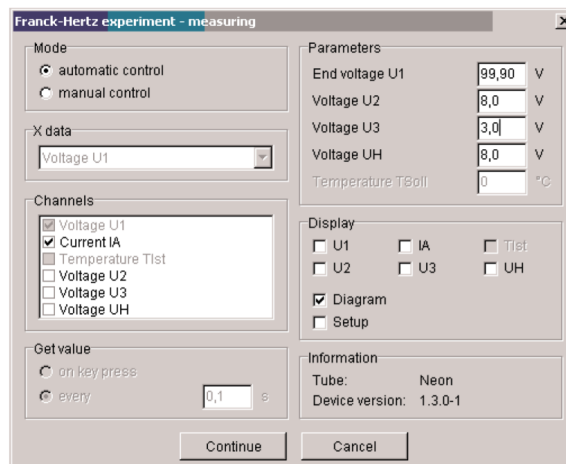
9. Ara ja podem calcular tant el recorregut lliure mitjà com la secció eficaç a partir de les fórmules donades en la introducció, considerant que la derivada que apareix en la fórmula fa referència al pendent del nostre ajust, suposant un valor $L=9$ mm per al tub de Franck-Hertz.
10. Alternativament, podem fer un ajust de l'equació (3) mitjançant un polinomi de segon ordre: el terme lineal ens proporciona E_a , mentre que el quadràtic ens permet obtenir el recorregut lliure mitjà.

5. Muntatge amb tub de Ne (s'ha de fer només si no funciona el tub de Hg)

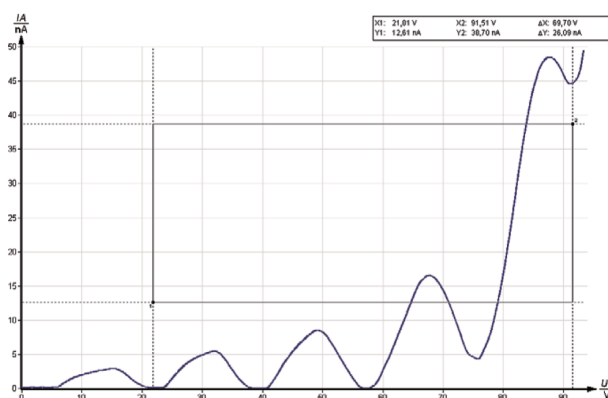
El muntatge amb tub de Ne és el que s'indica en la imatge següent:



Els paràmetres que cal introduir al programa "Measure" venen en aquesta altra imatge:

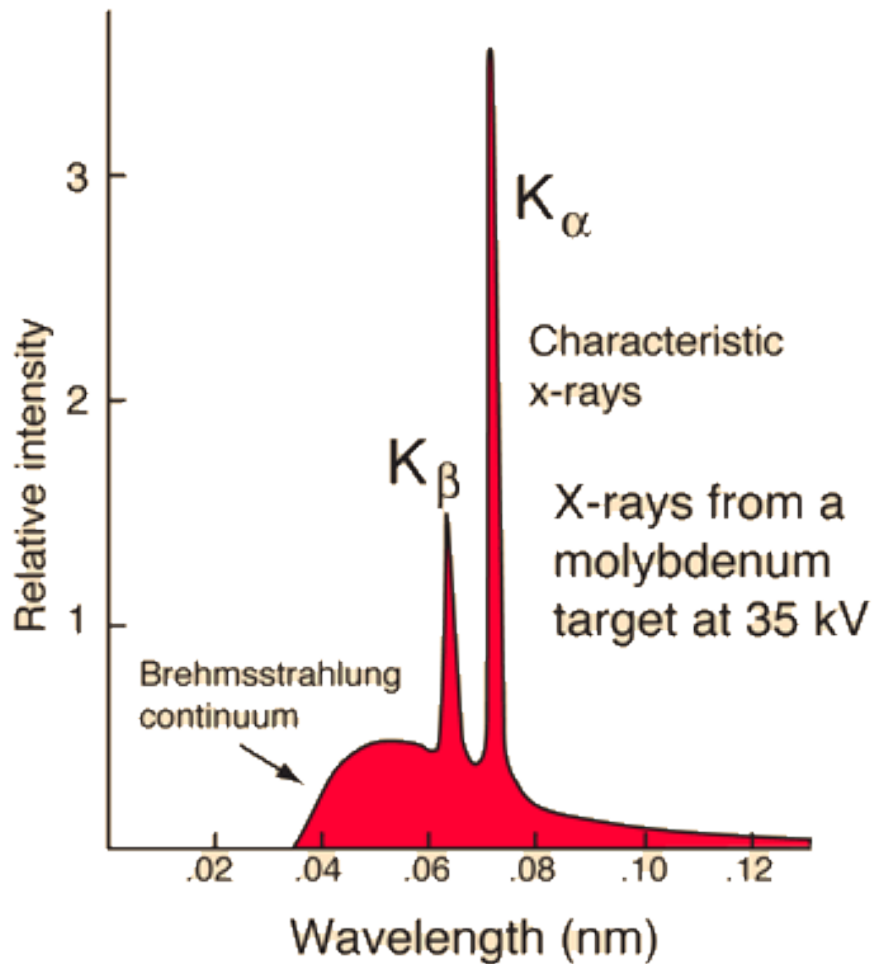


La corba de màxims i mínims té un aspecte diferent del cas del tub de mercuri:



L'energia d'excitació pren un valor aproximat de 17 eV.

Determinació de la constant de Planck a partir de l'espectre de raigs X



Objectius

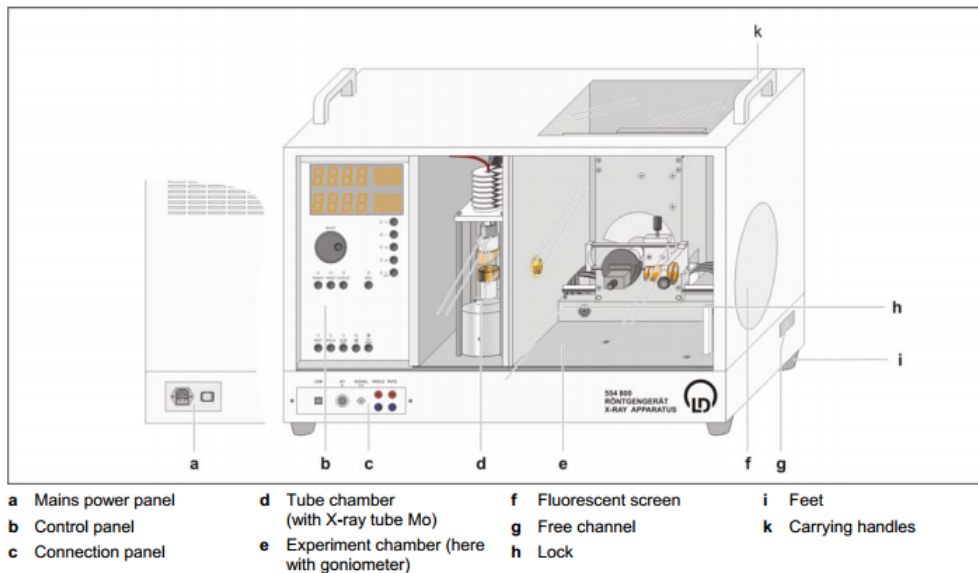
- Determinació de l'espectre característic de raigs X d'un tub de molibdè.
- Determinació de la constant de Planck.

Índex

1.	Material i programa a utilitzar	2
2.	Introducció teòrica	2
2.1.	Raigs X i radiació de frenat. Teoria clàssica	2
2.2.	Espectre atòmic de Raigs X. Teoria quàntica	3
2.2.1.	L'espectre continu	4
3.	Dispositiu experimental	6
3.1.	Condicció de Bragg	7
4.	Procediment experimental	8
4.1.	Espectre de raigs X	8
4.2.	Obtenció de la constant de Planck	9

1. Material i programa a utilitzar

- **Material.** Unitat de raigs X:



-
- **Programa informàtic:** Aparell de raigs X.

2. Introducció teòrica

2.1. Raigs X i radiació de frenat. Teoria clàssica

En 1895, Wilhelm Roentgen va trobar, de manera casual, un nou tipus de radiació penetrant quan feia experiments que involucraven descàrregues elèctriques d'alt voltatge amb tubs de gas a molt baixa pressió. Ell mateix va anomenar raigs X la nova radiació. Ara sabem que els raigs X són ones electromagnètiques amb una freqüència compresa entre 10^{16} i 10^{20} Hz o, equivalentment, amb longituds d'ona entre 10^{-2}\AA i 10^2\AA aprox. ($1\text{\AA} = 10^{-10}\text{m}$).

Els raigs X poden produir-se amb un dispositiu experimental com el de la fig. 1.

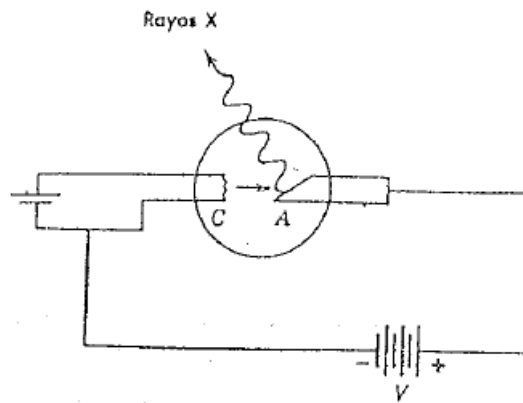


Figura 1: Esquema del dispositiu experimental

Un filament calfa el càtode C, que emet electrons per emissió termoiònica. Llavors, els electrons són accelerats per una diferència de potencial i colpegen l'ànode A, on són dispersats. L'electró interactua essencialment amb els nuclis de l'ànode mitjançant la interacció de Coulomb i transfereix impuls al nucli. D'acord amb la física clàssica, una partícula carregada sotmesa a una acceleració (com ara l'electró en la seua interacció amb l'ànode) ha de radiar energia electromagnètica de manera contínua.

Com que la massa del nucli és molt més gran que la de l'electró, aquell a penes adquireix energia, i així, si T_i és l'energia cinètica inicial de l'electró i T_f la final, en el procés de frenada es despendrà una energia ΔT donada per

$$\Delta T = T_i - T_f \quad (1)$$

en forma de radiació o "*Bremsstrahlung*" (paraula alemanya que designa la radiació de frenada).

2.2. Espectre atòmic de Raigs X. Teoria quàntica

Si procedim com en el muntatge de la fig. 1, on s'ha triat un ànode A d'una determinada substància, i representem gràficament $I = I(\lambda)$, en què $I(\lambda)d\lambda$ és la intensitat de raigs X en l'interval de longituds d'ona $d\lambda$, obtindrem una representació de característiques similars a les de la fig. 2.

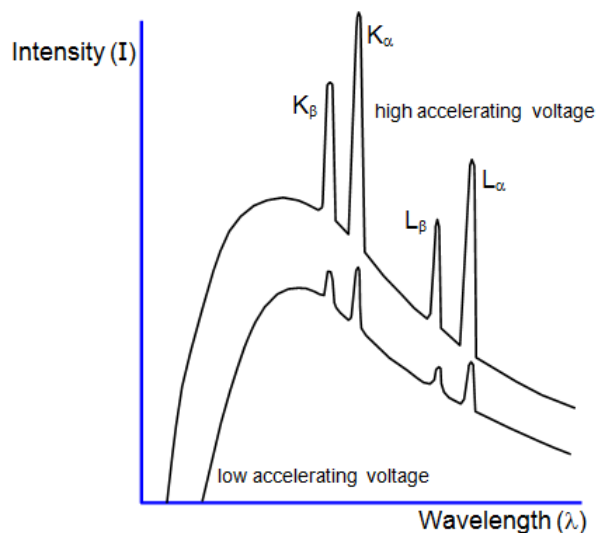


Figura 2: Espectre atòmic de raigs X de l'ànode.

Aquesta representació és l'espectre atòmic de raigs X de l'element químic de l'ànode. S'hi pot observar la superposició de dos elements diferenciats:

- 1) Un espectre continu provinent de la radiació de frenada.
- 2) Un espectre discret constituït per una sèrie de línies estretes, i què es coneix com a **espectre característic** de l'ànode A.

2.2.1. L'espectre continu

Segons la teoria clàssica, l'espectre de la radiació de frenada contindria totes les longituds d'ona. En canvi, a partir de la fig. 2, s'observa que hi ha una longitud d'ona mínima, λ_{min} , que no prediu la teoria clàssica.

Estudiant aquest espectre s'observa que λ_{min} és independent del material de l'ànode, però depèn de l'energia dels electrons inicials. Si només considerem l'espectre continu, es té per a $I(\lambda)$ la representació de la fig. 3 per a diferents valors de l'energia de l'electró incident.

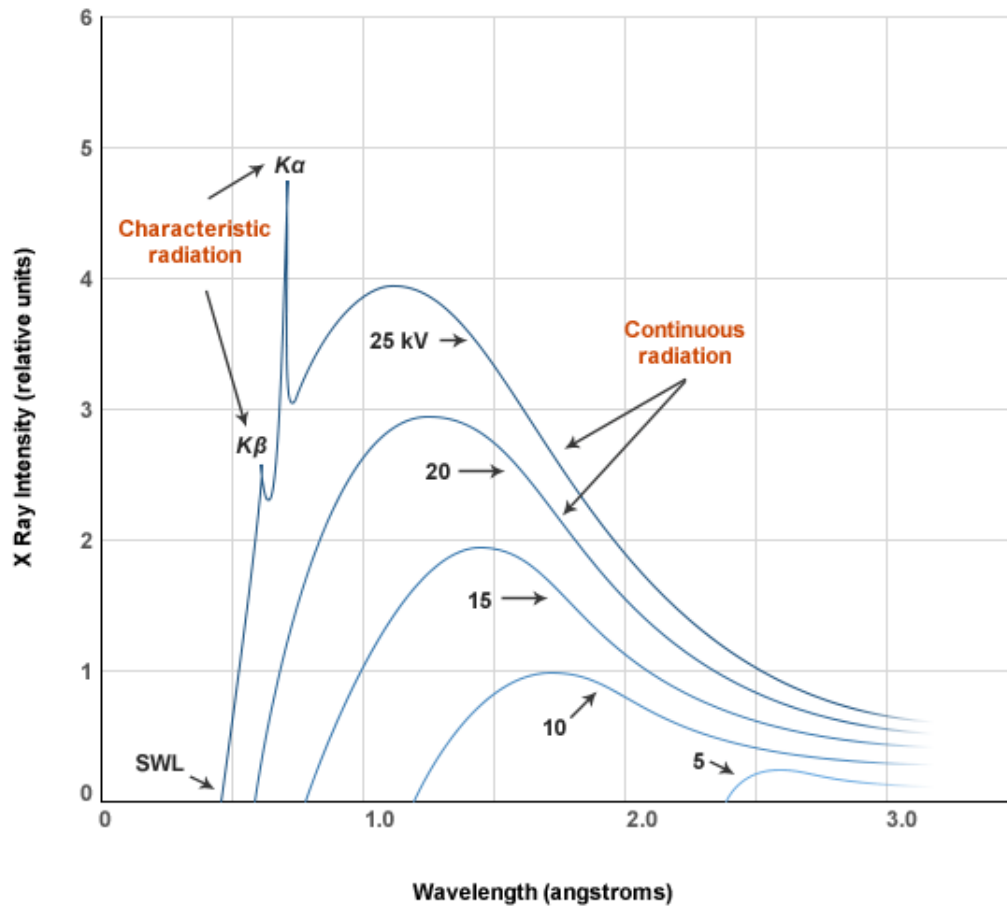


Figura 3: Intensitat en funció de la longitud d'ona per a diferents valors de l'energia dels electrons incidents.

L'existència de λ_{min} es pot explicar per mitjà de la teoria quàntica de la radiació, segons la qual la radiació de frenada s'emet mitjançant fotons d'energia $E = h\nu$, de manera que, en lloc de la relació (1) tenim (Fig. 4):

$$T_i - T_f = h\nu . \quad (2)$$

El fotó més energètic serà produït quan l'electró es detinga completament en l'ànode, i tota la seua energia cinètica vaja al fotó, és a dir, $T_f = 0$. Llavors

$$T_i = h\nu_{max} , \quad (3)$$

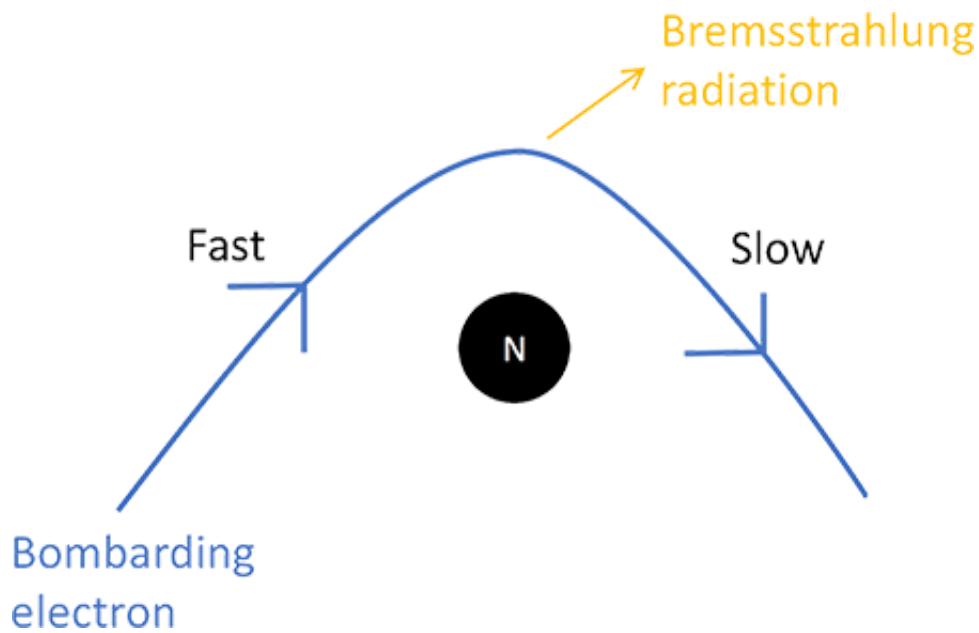


Figura 4: Emissió d'un fotó de *bremsstrahlung*.

Per altra banda,

$$T_i = eV, \quad (4)$$

on e és la càrrega de l'electró i V el voltatge aplicat en el tub catòdic. En conseqüència, a partir de (3) i (4) s'obté

$$eV = h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}}, \quad (5)$$

és a dir,

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eV}, \quad (6)$$

d'on es conclou que, a major potencial (i. e. major energia dels electrons incidents), λ_{min} és més menuda, com s'observa també en la representació gràfica de la fig. 3.

3. Dispositiu experimental

El nostre dispositiu experimental és un espectròmetre de cristall de Bragg com el de la fig. 5.

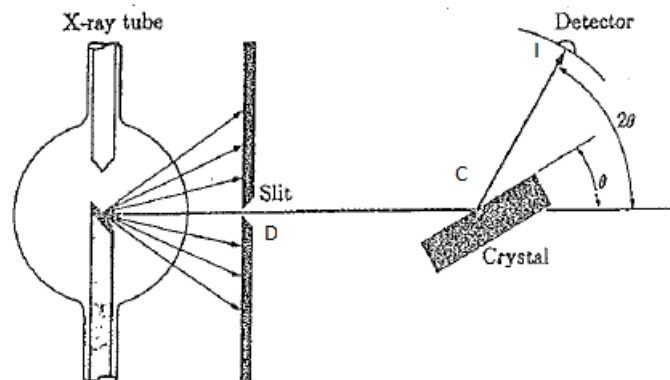


Figura 5: Dispositiu experimental.

Aquest consta d'un tub de raigs X, el mecanisme del qual es va descriure en 2.1, un cristall C situat a l'eixida dels raigs X, i que té com a objectiu reflectir la radiació incident, i un tub comptador I.

Amb aquest mecanisme, un feix de raigs X produït en el tub i col·limat en D incideix sobre el cristall C, i és dispersat cap al tub comptador I.

Tant el cristall C com el tub comptador I poden girar independentment, per a poder modificar l'angle d'incidència θ i l'angle de mesura.

Mesurant el senyal del tub comptador en funció de l'angle podem determinar, mitjançant la condició de Bragg que s'explica en 3.1, l'espectre de raigs X.

3.1. Condició de Bragg

Considerem la interferència de raigs X deguda a la dispersió per plans paral·lels d'àtoms en un cristall. Suposem, tal com es mostra en la fig. 6, que els plans estan separats per una distància d . Si fem incidir radiació formant un angle θ amb els plans, tots els àtoms d'un mateix pla donaran interferència constructiva si l'angle de dispersió és igual al d'incidència. D'altra banda, segons s'observa en la figura, el raig inferior viatja una distància addicional $2d \sin \theta$ més que el superior. Si aquesta distància addicional és un nombre enter de longituds d'ona, $n\lambda$, els dos raigs reflectits estaran en fase i hi haurà interferència constructiva. L'enter n sol denominar-se **número d'ordre**.

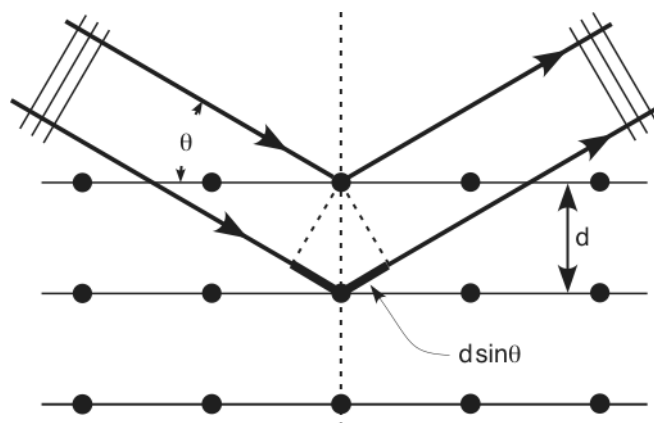


Figura 6: Condició de Bragg

L'equació resultant es denomina equació de Bragg ¹

$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (7)$$

En el nostre dispositiu experimental utilitzarem un cristall de NaCl, amb distància entre plans igual a $d = 2.82 \text{ \AA}$.

4. Procediment experimental

4.1. Espectre de raigs X

Es tracta en primer lloc de determinar l'espectre de raigs X de la substància de l'ànode. Per a això cal procedir com segueix:

- Connecteu la unitat de raigs X. Enceneu l'ordinador i obriu el programa *Aparell de raigs X*. Comproveu en la pantalla d'ajustos emergent que en el port en sèrie COM1 estiga identificat l'aparell *XRay2.0* i, si és el cas, *Tancar* (si no és així, possiblement hi ha un problema en la connexió, pregunteu al professor). Polseu F5 per a fer aparèixer un menú. En la pestanya esquerra "cristall" introduïu: "Distància entre plans 2d: 564.0 pm (NaCl)". Ara ja es pot prendre la primera mesura.

Fixem els paràmetres en el panell de control (b). Polseu primer U per a seleccionar la diferència de potencial, i amb la roda *ADJUST* (amb la qual controlarem tots els paràmetres que nomenarem a continuació) seleccioneu el valor (25 kV, per exemple). A continuació polsem I per a seleccionar la intensitat de la làmpada de raigs X; podem posar la intensitat màxima d'1 mA. Posteriorment triem el temps de duració de cada mesura en cada angle polsant Δt ; uns 10 segons per mesura seran suficients.

¹ L'equació va ser introduïda per l'equip format per W. H. Bragg i el seu fill W. L. Bragg.

Finalment, seleccionem $\Delta\beta$ per a triar la diferència entre els angles de mesura; per a tenir una bona precisió mesurarem en intervals de 0,1 graus. Una vegada tenim això, polsem *COUPLED* i triem l'angle inicial i final de mesura polsant *β LIMITS* per a seleccionar l'angle inicial (veurem en la pantalla una fletxa cap avall) i tornant-lo a polsar per a seleccionar el final (veurem en la pantalla una fletxa cap amunt). Podem triar fer la mesura entre 2° i 20° .

Ja tenim tots els paràmetres seleccionats. Ara polsem *SCAN* per a **iniciar la mesura** (si necessitàrem aturar-la, hem de polsar de nou *SCAN*, encara que caldrà tornar a començar la mesura des de zero). Per a efectuar una nova mesura cal seleccionar en la part superior de la pantalla *Nuevo* (podem desfer la mesura feta i obrir l'arxiu per a veure les dades sempre que es vulga). Cal tenir en compte que no es pot tenir més d'un arxiu del programa obert simultàniament.

- b) Per a determinar la longitud d'ona dominant ($n=1$) per a cada angle θ utilitzem la relació de Bragg (7) amb el tipus de cristall que s'ha assenyalat en 3.1. Així, obtindrem el patró d'intensitats relatives per a les diferents longituds d'ona.
- c) Una vegada obtingut l'espectre de l'ànode de molibdè, tindrem, a més del continu, les línies característiques. Es tracta ara de determinar el comportament de la intensitat de radiació en funció de la diferència de potencial en el tub de raigs X per a les línies característiques de l'ànode. Prenem mesures per a diferències de potencial entre 25 kV i 35 kV.

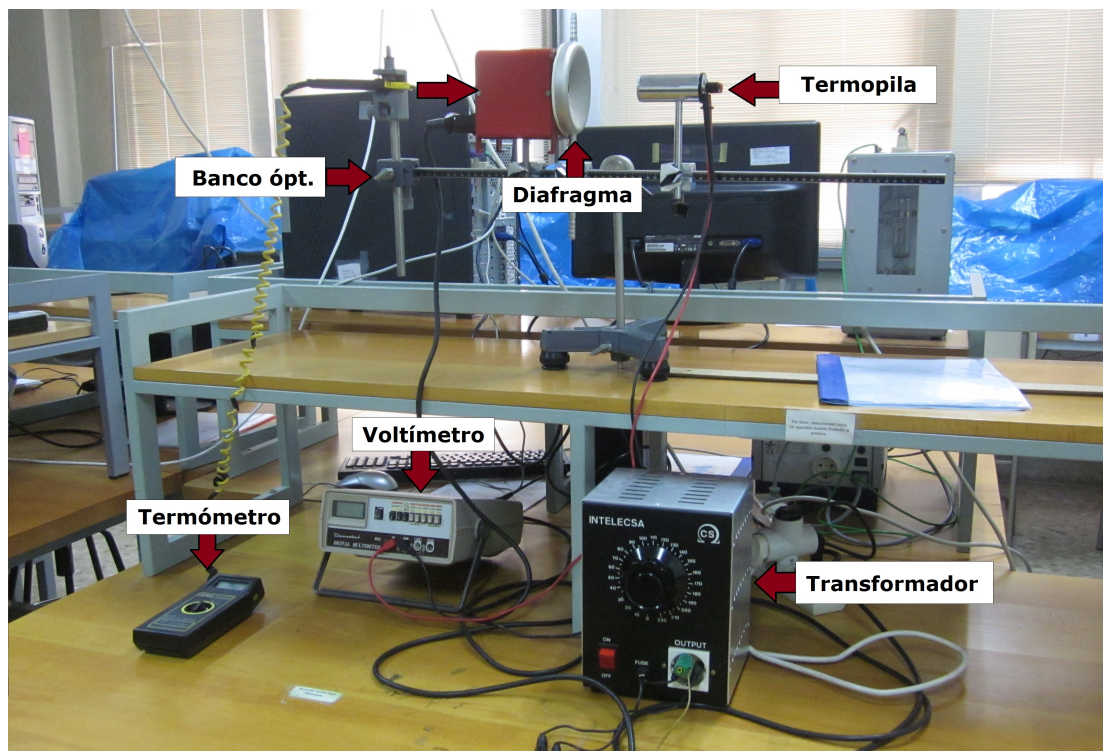
4.2. Obtenció de la constant de Planck

A partir de l'equació (6), podem determinar el valor de la constant de Planck mesurant el pendent de la recta de regressió procedent de la representació del potencial en funció de la freqüència màxima del fotó emergent

$$V = \frac{h}{e}\nu. \quad (8)$$

Per a això, a partir de l'espectre continu determinat en 3.1, es pot fer (gràficament) una extrapolació lineal o parabòlica per a determinar la longitud d'ona de tall, λ_{min} , associada al potencial utilitzat. Situant el ratolí sobre la corba corresponent a aquesta part de l'espectre i polsant el botó dret, apareix un menú que podem utilitzar per a obtenir aquesta extrapolació. Llavors, a partir de (8) es pot determinar h .

Llei de Stefan-Boltzmann



Objectius

L'objectiu d'aquesta pràctica és mesurar la constant de Stefan-Boltzmann σ que apareix en la llei del mateix nom per a la radiació de cos negre, i comprovar la dependència de la potència emesa amb la temperatura que prediu la teoria.

Índex

1. Introducció	2
2. Realització de la pràctica	5

1. Introducció

La radiació emesa per qualsevol objecte a causa de la seua temperatura és la **radiació tèrmica**. Hi ha equilibri tèrmic amb l'entorn quan la radiació s'emet i s'absorbeix per igual. Un cos negre és aquell en el qual la radiació electromagnètica es troba en equilibri amb les parets, i llavors és caracteritzada per la temperatura T . La distribució espectral de la radiació emesa per un cos negre en equilibri a temperatura T es caracteritza mitjançant la radiància espectral $R(\nu)$, que es defineix de manera que $R(\nu)d\nu$ siga igual a la potència emesa en forma de radiació amb freqüències entre ν i $\nu+d\nu$ per unitat d'àrea a temperatura absoluta T . La coneguda expressió donada per Max Planck és

$$R(\nu) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (1)$$

on h és la constant de Planck, k la constant de Boltzmann, c la velocitat de la llum en el buit i T la temperatura absoluta. Integrant a totes les freqüències, obtenim la potència total radiada per unitat d'àrea

$$P(T) = \int_0^\infty R(\nu)d\nu = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} T^4. \quad (2)$$

En 1879 Joseph Stefan havia trobat la relació empírica $P(T) = \sigma T^4$, on apareix la constant de Stefan-Boltzmann, σ . Comparant amb (2), obtenim l'expressió per a aquesta constant

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}. \quad (3)$$

Vist l'anterior, passem a desenvolupar els aspectes que ens interessin per a la comprensió i realització de la pràctica.



Considerem la cavitat de la figura 2 en equilibri tèrmic a temperatura T . En un interval dt , a través de dS s'emet una energia per interval de freqüència

$$\frac{dE}{d\nu} = R(\nu, T) dS dt. \quad (4)$$

Aquesta radiació és la que procedeix de tot el que es troba a una distància inferior a cdt i té la direcció adequada. La contribució del cilindre elemental de la figura és

$$\frac{dE}{d\nu} = \rho(\nu, T) c dt dS \cos \theta \frac{d\Omega}{4\pi}, \quad (5)$$

on tenim

- $\rho(\nu, T)$, l'energia per unitat de volum i interval de freqüència.
- $c dt dS \cos \theta$, el volum del cilindre elemental.
- $\frac{d\Omega}{4\pi}$, la fracció de la radiació emesa en la direcció apropiada, suposant que l'emissió a través del forat és isòtropa.

Per a obtenir $R(\nu, T) dS dt$ integrem sobre tots els angles:

$$R(\nu, T) dS dt = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^1 d(\cos \theta) \frac{1}{4\pi} \rho(\nu, T) c dt dS \cos \theta. \quad (6)$$

Açò ens porta immediatament a

$$R(\nu, T) = \frac{c}{4} \rho(\nu, T) \quad (7)$$

El que nosaltres volem saber és quanta energia ix de dS i arriba a dS' , com indica la figura 2. Per a això només hem de repetir el raonament anterior amb una variació: $d\Omega$ és



Figura 1: A l'esquerra Joseph Stefan (1835-1893) i a la dreta Ludwig Eduard Boltzmann (1844-1906).

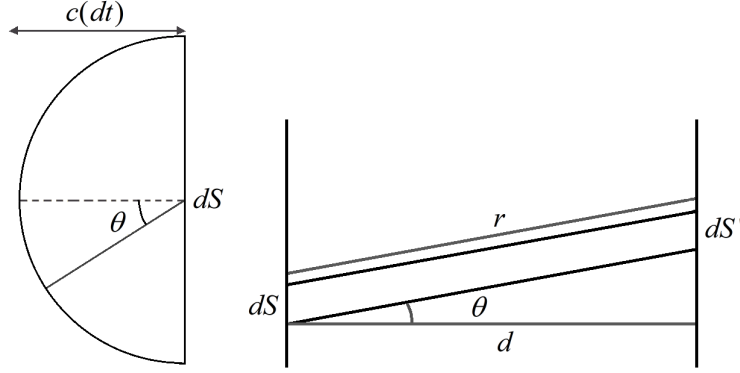


Figura 2: Figures geomètriques utilitzades en la demostració de les equacions de la pràctica.

ara l'angle sòlid subtendit per dS' , és a dir, $d\Omega = \frac{dS' \cos \theta}{r^2}$. Amb aquest resultat ja podem calcular tota la potència per interval de freqüències rebuda en S' , integrant tant sobre S (diafragma) com sobre S' (detector)*

$$\frac{dE}{d\nu dt} = \int_S \int_{S'} \rho(\nu, T) c dS \cos \theta \frac{dS' \cos \theta}{r^2} \frac{1}{4\pi}, \quad (8)$$

que es pot expressar també com a

$$\frac{dE}{d\nu dt} = \int_S \int_{S'} \frac{R(\nu, T) \cos^2 \theta}{\pi r^2} dS dS'. \quad (9)$$

En el nostre muntatge experimental mesurem la potència total, no la potència per interval de freqüències; per tant integrem en freqüències tenint en compte que $\int_0^\infty R(\nu, T) d\nu = \sigma T^4$:

$$\frac{dE}{dt} = \int_S \int_{S'} \frac{\sigma T^4 \cos^2 \theta}{\pi r^2} dS dS'. \quad (10)$$

La geometria del muntatge és tal que $r \simeq d$, i amb això $\cos \theta \simeq 1$. Podem efectuar les integrals angulars fàcilment per a obtenir

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\sigma T^4 S'}{\pi d^2} \int_S dS = \frac{\sigma S' T^4}{\pi d^2} S_a = \frac{\sigma S' T^4}{\pi d^2} \pi r_a^2, \quad (11)$$

on S' és l'àrea del detector i r_a el radi del diafragma, és a dir, de la superfície emissora S_a . En resum, l'expressió que ens interessa per a la determinació de σ és

$$\boxed{\frac{dE}{dt} = \sigma \frac{S' r_a^2}{d^2} T^4} \quad (12)$$

* Es pot trobar una explicació en *An introduction to stellar structure*, S. Chandrasekhar, Editorial Dover, capítol 5.

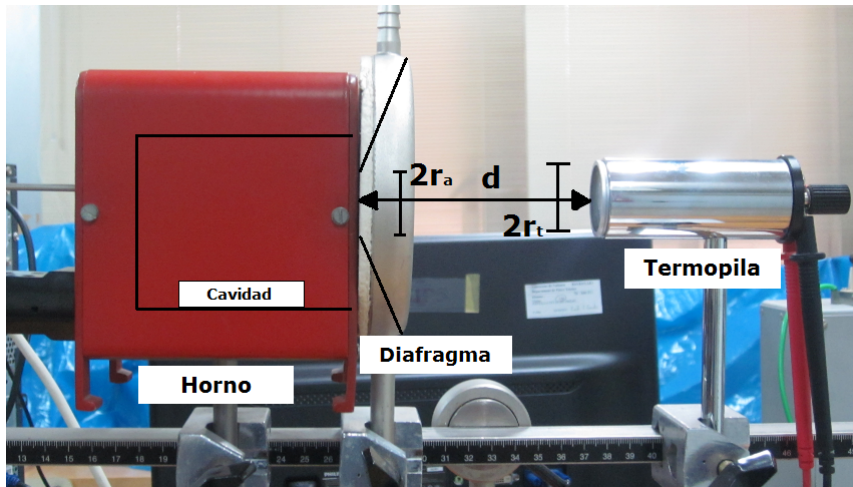


Figura 3: Muntatge experimental de la pràctica.

on

- $\frac{dE}{dt}$ és la potència rebuda per la termopila.
- σ és la constant de Stefan-Boltzmann.
- S' és la superfície de la termopila.
- r_a és el radi del diafragma.
- d és la distància del diafragma a la termopila.
- T és la temperatura absoluta.

2. Realització de la pràctica

El material necessari per a dur a terme la pràctica és:

- Una termopila.
- Un voltímetre.
- Un forn elèctric tubular.
- Un transformador per a controlar el calfament del forn.
- Un diafragma.
- Un termòmetre.
- Un banc òptic.

Detallem el procediment experimental que cal seguir. El muntatge experimental es pot veure en la figura 3, mentre que la figura 4 mostra un esquema de la termopila.

- Per a la determinació de S' i de d convé tenir en compte dos aspectes importants. Donat el cilindre metal·litzat que protegeix la termopila, la superfície S' és la secció interior del cilindre, i la distància d a considerar és la que va des del diafragma fins

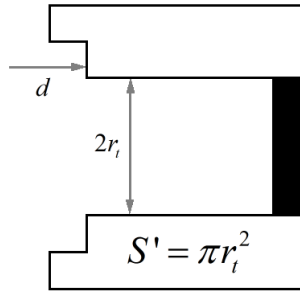


Figura 4: Esquema de la termopila.

al rebaix interior del cilindre. La posició del diafragma no pot ser qualsevol: perquè el raonament desenvolupat fins ara siga correcte hem de situar-lo prop del forn, de manera que tota la radiació que arribe a la termopila a través del diafragma siga radiació de cos negre. Situem el diafragma pegat al forn, de manera que $S_a = \pi r_a^2$, on r_a és el radi del diafragma.

- Mesurarem potències en funció de la temperatura, però la termopila ens proporcionarà voltatges. La potència rebuda es calcularà amb un simple factor de conversió subministrat pel fabricant: Potència rebuda (en mW) = Voltatge mesurat (en mV) / 0,16.
- S'encendrà el forn amb el potenciòmetre en 180. Atès que les dades a temperatures baixes són molt imprecises, prendrem dades cada 10 graus, a partir de 100 °C fins a aconseguir uns 300-310 °C, temperatura a la qual apagarem el forn. La rapidesa és important perquè el diafragma no es calfe significativament.
- Com abans, prendrem les dades amb el forn en refredament lliure fins a 150 °C - 200 °C.

A continuació analitzarem les dades.

- En primer lloc, esperem una dependència lineal de la potència amb T^4 , de manera que un ajust per mínims quadrats ens proporciona el producte de σ pel factor geomètric $f = S' \frac{r_a^2}{d^2}$ del nostre muntatge. Així podem calcular σ . Feu-ho per a les dades de calfament i de refredament per separat. Quines són millors?
- Un aspecte que no hem assenyalat fins ara és que el voltatge en la termopila a temperatura ambient és aproximadament nul. Això indica que el que realment estem mesurant no és $P = f\sigma T^4$, sinó $P = f\sigma T^4 - P_0$. L'ajust anterior ens proporciona aquest valor P_0 , que no és més que $f\sigma T_0^4$, on T_0 és la temperatura ambient (encara que imprecisa, aquesta és una comprovació interessant). Si ara prenem logaritmes: $\ln(P + P_0) = \ln(f\sigma) + 4 \ln T$. Per a verificar la bondat dels resultats fem l'ajust de $\ln(P + P_0)$ en funció de $\ln T$: es verifica la llei T^4 ?

-
- Per al millor conjunt de dades, obtingueu la constant de Planck a partir del valor de σ obtingut.

Nota: Recordem que

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}, \quad (13)$$

on k és la constant de Boltzmann i c és la velocitat de la llum en el buit:

- $k = 1,380658(12) \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1} = 8,617385(73) \cdot 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}$
- $c = 299792458 \text{ m s}^{-1}$

Per altra banda, $r_a = 10 \text{ mm}$ i $r_t = 12.5 \text{ mm}$.