Pauta de observación de la enseñanza de las matemáticas en Educación Secundaria en España (POEMat.ES)

PRESENTACIÓN

POEMat.ES es una pauta de observación de las prácticas de enseñanza de profesores de matemáticas de Educación Secundaria grabadas en vídeo. Este instrumento permite recoger información sobre las acciones de los profesores de matemáticas en el aula desde 3 dimensiones diferentes, organizadas a su vez en 17 subdimensiones. Cada subdimensión se puede valorar en cuatro niveles de desempeño que describen características concretas de las acciones realizadas por el profesor observadas en un fragmento de vídeo. POEMat.ES ha sido desarrollada con el objetivo inicial de ofrecer una visión equilibrada y multidimensional de la enseñanza de las matemáticas en Educación Secundaria en el contexto español.

Definiciones previas

En el contexto de la actividad en el aula, una tarea (matemática) es una unidad de significado del trabajo matemático consistente en las acciones e interacciones orientadas a un objetivo particular. Se incluye tanto el trabajo realizado por el profesor como por los alumnos.

Por ejemplo, entendemos como tarea la explicación de la fórmula de resolución de una ecuación de 2.º grado, la resolución de una ecuación de 2.º grado concreta, la obtención de la descomposición en factores primos de un número concreto, la obtención de las propiedades básicas de las potencias de un entero analizando varios ejemplos, representación de la gráfica de una función concreta, la presentación del comportamiento de los logaritmos con los productos, etcétera.

«Entendemos por tema los contenidos provenientes de los bloques de conocimiento tradicionalmente considerados en matemáticas. Consideramos como referentes las áreas propuestas por el NCTM (2000) en los estándares matemáticos: números y operaciones, álgebra, geometría, medida, análisis de datos y probabilidad, las cuales están relacionadas entre sí. Los temas son los componentes de estas grandes ramas y pueden variar de acuerdo al currículo de cada país» (Flores-Medrano, Escudero-Ávila, Montes, Aguilar y Carrillo, 2014, p. 59[1]).

[1] Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D. I., Montes, M., Aguilar, A. y Carrillo, J. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. En J. Carrillo, L. C. Contreras, y N. Climent, (Eds.), *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (pp. 57-72). Huelva: Publicaciones de la Universidad de Huelva.

DIMENSIÓN 1. CONTENIDO MATEMÁTICO

La dimensión 1 tiene la intención de capturar las formas en las que el profesor articula el contenido intrínseco a la matemática a través del uso de las representaciones, la flexibilidad matemática, las definiciones, el razonamiento y las conexiones.

1.1. USO DE REPRESENTACIONES

Descripción: Los registros de representación a observar son:

RLN: Registro de Representación de la Lengua Natural.

RFI: Registro de Representación Figural-Icónico (engloba dibujos, esquemas, bosquejos, líneas, marcas, material manipulativo, etcétera).

RSN: Registro de Representación Simbólico-Numérico.

RT: Registro de Representación Tabular.

RSA: Registro de Representación Simbólico-Algebraico.

RGe: Registro de Representación Geométrico.

RGr: Registro de Representación Gráfico (recta real, plano cartesiano, espacio 3D con tres ejes cartesianos).

0	No se desarrolla ninguna tarea matemática o se desarrollan utilizando únicamente el registro de representación de la lengua natural.
1	Se desarrollan tareas matemáticas utilizando un registro de representación diferente del de la lengua natural.
2	Se desarrollan tareas matemáticas utilizando dos registros de representación diferentes del de la lengua natural.
3	Se desarrollan tareas matemáticas utilizando tres o más registros de representación diferentes del de la lengua natural.

Ejemplos:

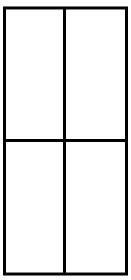
0	El profesor, sin escribir nada, dice: «pensemos en la ecuación cuadrática equis al cuadrado menos dos equis más uno igual a cero». (RLN).
1	— El profesor escribe la ecuación $x^2 - 2x + 1 = 0$ en la pizarra a la vez que dice: «consideramos la ecuación cuadrática equis al cuadrado menos dos equis más uno igual a cero». (RSA). — El profesor dice: «consideramos la función efe de equis igual a equis al cuadrado menos uno. Calculemos el valor de la función en dos», y a la vez escribe en la pizarra $f(2) = (2)^2 - 1 = 3$. (RSN).
2	El profesor dice: «consideramos la función efe de equis igual a equis al cuadrado menos uno», a la vez que escribe en la pizarra $f(x) = x^2 - 1$. Y luego dice: «calculemos el valor de la función en dos», y escribe en la pizarra $f(2) = (2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$. (RSA + RSN).
3	El profesor dice: «consideramos la función efe de equis igual a equis al cuadrado menos uno», a la vez que escribe en la pizarra $f(x) = x^2 - 1$. Y luego dice: «calculemos el valor de la función en dos», y escribe en la pizarra $f(2) = (2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$. Y después dice: «como sabéis, la gráfica de esta función es una parábola con vértice en el punto $(0,1)$», y dibuja la gráfica en la pizarra. (RSA + RSN + RGr).

1.2. CONVERSIONES DE REPRESENTACIONES

Descripción: En este punto se observan tanto las conversiones que efectúa el docente como aquellas que promueve en el aula en relación con un contenido concreto. Hay conversión cuando el profesor explícitamente va señalando características del objeto en dos registros de representación para indicar las correspondencias en paralelo.

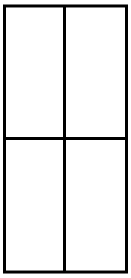
0	No existen conversiones entre registros en referencia a un mismo contenido.
1	Se realizan conversiones entre dos registros, distintos del registro de la lengua natural, en un solo sentido.
2	Se realizan conversiones entre dos registros, distintos del registro de la lengua natural, en ambos sentidos.
3	Se realizan conversiones entre tres registros o más, distintos del registro de la lengua natural.

Ejemplos:

0	No se trata un mismo contenido en distintos registros de representación.
1	El profesor hace la suma $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$ en la pizarra y dice: «este resultado se puede ilustrar con los cuartos de este cuadrado», y dibuja lo siguiente:  (RSN → RGe).

2

El profesor hace la suma $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$ en la pizarra y dice: «este resultado se puede ilustrar con los cuartos de este cuadrado», y dibuja lo siguiente:



Y luego dice: «podemos ver en esta representación que $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$».

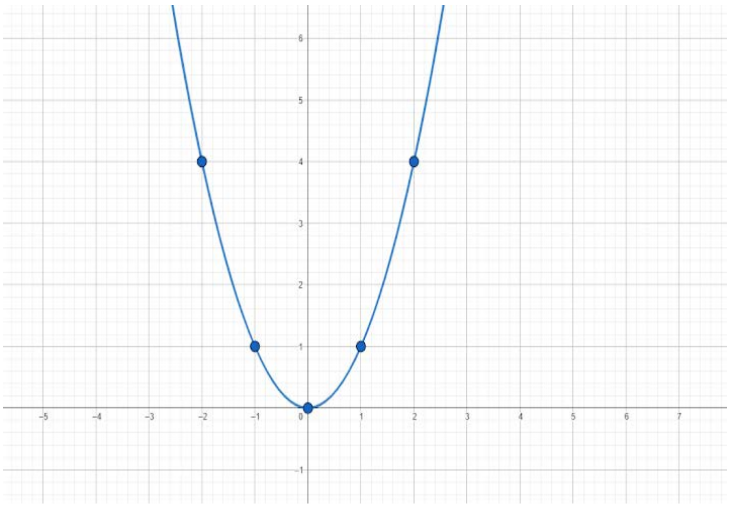
(RSN ↔ RGe).

3

El profesor dice: «para hallar la gráfica de $f(x)=x^2$ consideramos primero la siguiente tabla de valores»:

x	0	1	–1	2	–2
x^2	0	1	1	4	4

«Luego hallamos la gráfica, sabiendo que es una parábola con vértice en $(0,0)$»:



RSA → RSN + RT → RGr.

1.3. DEFINICIONES

Descripción: Se valora el rigor con el que el profesor define en el fragmento de vídeo observado, atendiendo a las características de una definición: jerarquía, no circularidad,no redundante, no ambigüedad, no contradicción, invariancia y equivalencia. Cuando un profesor, mediante ejemplos o juegos, está introduciendo de forma intuitiva propiedades de los objetos que pretende definir posteriormente, se considera en esta subdimensión ya que el proceso de definir se da en un contexto de enseñanza y estas técnicas pueden facilitar la comprensión de la definición por parte de los estudiantes. Usar definiciones en la práctica de argumentación y/o en un procedimiento de resolución no se considera en esta subdimensión (se considera en la de argumentación).

0	El profesor no define ningún objeto matemático.
1	Se limita a enunciar la definición o enuncia propiedades del objeto a definir que no llegan a cumplir la condición de ser necesarias y suficientes y utiliza ejemplos limitantes que pueden incumplir la consistencia y univocidad de la definición.
2	Enuncia (o describe a través de ejemplos y contraejemplos) propiedades del objeto a definir que pueden entenderse como condiciones necesarias y suficientes, pero no llega a institucionalizar la definición.
3	Enuncia (y/o describe a través de ejemplos y contraejemplos) propiedades del objeto a definir que se entienden como condiciones necesarias y suficientes para, de esta forma, institucionalizar la definición.

Ejemplos:

0	Los alumnos resuelven ecuaciones de segundo grado.
1	El profesor indica que una ecuación de segundo grado es de la forma $ax^2 + bx + c$ y da ejemplos con coeficientes enteros y soluciones enteras.
2	El profesor indica que una ecuación de segundo grado es de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ y da como ejemplos: $12x^2 + \sqrt{2}x + 6 = 8$ o $12x^2 + 5\pi x = 0$. El profesor quiere ilustrar así la propiedad de que cualquier número real puede ser coeficiente de la ecuación.
3	El profesor indica que una ecuación de segundo grado es de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ mostrando y clasificando todos los tipos posibles a partir de la variación de los coeficientes.

1.4. ARGUMENTACIÓN

Descripción: Como argumentación se entiende el proceso de sacar conclusiones a partir de una cadena de razonamiento. Dicha cadena de razonamiento podría ser incompleta, pudiendo presentar conjeturas como oportunidades para explorar nuevos conocimientos, o completa. Las ejemplificaciones que se utilicen en el proceso de definir no se incluyen en esta subdimensión, se consideran en la subdimensión Definiciones. El uso de definiciones en el proceso de argumentación se considera en esta subdimensión.

0	No se observan procesos de argumentación.
1	Aplica procedimientos mecánicos sin justificación matemática, o se utilizan ejemplos triviales o limitantes para relacionar objetos matemáticos distintos, o utiliza ejemplos para mostrar una afirmación general.
2	Utiliza procesos de argumentación indicando explícitamente cómo y cuándo pueden ejecutarse durante la mayor parte del fragmento de vídeo.
3	Desarrolla procesos de argumentación indicando explícitamente cómo, cuándo y por qué pueden ejecutarse durante la mayor parte del fragmento de vídeo.

Ejemplos:

0	En una sesión de corrección de un examen, el profesor indica que las soluciones de la ecuación de segundo grado $x^2 - 5x + 6 = 0$ son 2 y 3.
1	En una clase de resolución de ecuaciones de segundo grado, se presenta la fórmula de obtención de las raíces y se aplica directamente dando valores en función de los coeficientes.
2	En una clase de resolución de ecuaciones de segundo grado, se presenta la fórmula de obtención de las raíces, discutiendo la existencia de 0, 1 o 2 soluciones reales.
3	En una clase de resolución de ecuaciones de segundo grado, se justifica la fórmula de obtención de las raíces según los valores de los coeficientes, discutiendo la existencia de 0, 1 o 2 soluciones reales.

1.5. FLEXIBILIDAD MATEMÁTICA

Descripción: Se analiza si se hace uso de distintas estrategias para una misma tarea, independientemente de si son representadas en el mismo o en diferentes registros. Se entiende por flexibilidad matemática la capacidad de generar varias estrategias diferentes para una tarea, idealmente comparándolas explícitamente y reflexionando sobre las características de cada una.

0	No se desarrolla ninguna tarea matemática o se desarrollan usando en cada caso solamente una argumentación o estrategia de resolución.
1	El profesor presenta o admite varias argumentaciones o estrategias de resolución, para una misma tarea matemática, sin compararlas explícitamente.
2	El profesor presenta o admite varias argumentaciones o estrategias de resolución, para una misma tarea matemática, comparándolas explícitamente sin reflexionar sobre las características de cada una.
3	El profesor presenta o admite varias argumentaciones o estrategias de resolución, para una misma tarea matemática, comparándolas explícitamente reflexionando sobre las características de cada una.

Ejemplos:

0	El profesor resuelve ecuaciones de una única manera: $3(x+1)=9 \Rightarrow 3x+3=9 \Rightarrow 3x=6 \Rightarrow x=2$
1	El profesor resuelve una ecuación de dos maneras diferentes, pero no las compara: $3(x+1)=9 \Rightarrow 3x+3=9 \Rightarrow 3x=6 \Rightarrow x=2$ $3(x+1)=9 \Rightarrow x+1=3 \Rightarrow x=2$
2	El profesor escribe las dos estrategias anteriores en paralelo y las compara para mostrar que no son la misma, pero no reflexiona sobre la bondad de cada una.
3	El profesor escribe las dos estrategias anteriores en paralelo y las compara para indicar que no son la misma, indicando que, si bien la primera estrategia es más sistemática, la segunda es más rápida en este caso particular.

1.6. CONEXIONES

Descripción: Observamos en esta subdimensión las conexiones que establece el profesor tanto dentro de un tema como entre temas matemáticos. Las conexiones con temas no matemáticos serán tratadas en la subdimensión 2.3. *Contextualización del contenido matemático.*

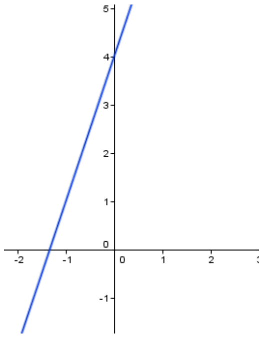
Tendremos en cuenta solamente las conexiones establecidas y, en su caso, fundamentadas por el profesor, partan o no de una intervención de un estudiante; en caso de que sí partieran de una intervención de un estudiante, esta subdimensión vendría complementada por la 2.6. *Explotación de las intervenciones de los estudiantes*.

En caso de concurrencia de varios tipos de conexiones en el fragmento observado, elegir la opción correspondiente al nivel numérico más alto.

0	Se abordan tareas de forma aislada, donde no se observan conexiones dentro de un tema o entre temas.
1	Se abordan tareas en las cuales las conexiones, dentro de un tema o entre temas, son únicamente citadas.
2	Se abordan tareas con conexiones dentro de un tema, siendo estas fundamentadas por el profesor.
3	Se abordan tareas con conexiones entre temas, siendo éstas fundamentadas por el profesor.

Ejemplos:

0	Resolver la ecuación $2x + 5 = 13$.
1	— Resolver la ecuación $x^2 - 3x = 0$ únicamente citando la propiedad distributiva. [Aparece una conexión interconceptual entre la aritmética (propiedad distributiva del producto respecto de la suma en los números reales) y la resolución de ecuaciones de segundo grado en los números reales. Esto permite resolver una ecuación de una incógnita en los números reales en la que falta el término independiente]. — El profesor simplifica la fracción $(2^3 \cdot 3^5)/(2^4 \cdot 5^2)$ diciendo: «recordad que para conseguir una fracción equivalente podemos restar los exponentes de la misma base». [Se muestra una conexión interconceptual entre la definición de fracciones equivalentes y la propiedad elemento inverso del producto de números racionales]. — El profesor propone la construcción de un segmento de longitud $\sqrt{2}$cm construyendo un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 1 cm y únicamente citando el teorema de Pitágoras. [Se presenta una relación fenomenológica].
2	El profesor hace explícitas las propiedades de los ángulos según su posición relativa en el plano para, posteriormente, usarlas para realizar una prueba preformal de la afirmación «la suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un triángulo es 180º». [Conexión intraconceptual dentro del conocimiento relativo a los ángulos en el plano].

3	— Plantea la función $f(x) = 3x + 4$ y busca ~~los~~ el punto de corte con el eje de abcisas, en registro algebraico y gráfico. Indica que es equivalente a encontrar el valor de x para el que $f(x) = 0$, por tanto la ecuación $3x + 4 = 0$ tiene como solución dicho valor. Muestra, además, que dicha solución coincide con el punto de corte representado en la gráfica de la función. 

1.7. ERRORES MATEMÁTICOS DEL PROFESOR

Descripción: En esta subdimensión nos vamos a fijar en los errores matemáticos que comete el profesor durante el fragmento de vídeo observado. No vamos a valorar si comete o no errores didáctico-matemáticos o pedagógicos generales. Se incluyen aquí los errores que comete el profesor al dar respuesta a intervenciones espontáneas de los alumnos. Por ejemplo, si un alumno interviene y comete un error que el profesor no cuestiona, que el profesor parece que acepta como correcto, se considerará también un error del profesor. Si un profesor usa un error de un alumno para promover un conflicto cognitivo y a partir de ahí construir conocimiento y convencer al alumno de su error, no será contado como error del profesor. Por otra parte, si un profesor valora como incorrecta una aportación correcta de un estudiante, será contado aquí como error del profesor. Finalmente, si un profesor comete un error durante el fragmento observado, pero durante el mismo lo subsana, no lo contaremos como error.

Indique si ha observado alguno de los siguientes tipos de errores durante el fragmento observado:

0	No se ha observado error.
1	Error al ejecutar un procedimiento: se consideran procedimientos tanto estándares como no estándares.
2	Error al usar un concepto: tratando por ejemplo una definición o una propiedad.
3	Error al usar notación: registro simbólico-numérico o simbólico-algebraico.
4	Error al realizar una transcripción.
5	Otro.

Ejemplos:

No errores	Lapsus. — El profesor dice: «equis al cuadrado más dos», y escribe: «equis al cubo más dos». Por el contexto se entiende que lo que escribe es lo correcto y es a lo que se refiere todo el rato. Abuso del lenguaje o imprecisión del lenguaje. — El profesor llama «trozo» a la rama de una hipérbola. — El profesor dice que «el $x+2$ del numerador se va con el $x+2$ del denominador» o que «el 3 que está sumando pasa restando al otro lado» al resolver una ecuación.
Error al ejecutar un procedimiento	— Al hacer en la pizarra una división de polinomios usando Ruffini, donde el dividendo es x^3+x, el profesor no pone el cero correspondiente al monomio cuadrático. — Un alumno dice: «doce por doce es ciento veinticuatro», y el profesor no cuestiona nada y lo da por bueno. — El profesor al resolver un ejercicio divide entre x y no discute el caso $x=0$.
Error al usar un concepto	— El profesor dice que «un número primo es un número natural que es solo divisible por sí mismo», olvidando decir que es divisible por 1. — El profesor dice que «todos los primos son impares». — El profesor escribe en la pizarra que la integral indefinida de x es $\frac{x^2}{2}$, sin escribir la constante. — El profesor llama abscisas a las ordenadas y al revés.

Error al usar notación	— El profesor hablando de cuántos huevos hay en $\frac{3}{4}$ de una docena, escribe en la pizarra $\frac{3}{4} = 9$. [Problemas con la notación, con el signo igual en el sistema de representación simbólico]. — El profesor olvida escribir dx cuando está haciendo una integral.
Error al realizar una transcripción	— El profesor cuando lee el enunciado de un problema que habla del 1,2 % de descuento, copia en la pizarra 0,0012 en lugar de 0,012.

DIMENSIÓN 2. DIDÁCTICA DEL CONTENIDO MATEMÁTICO

Esta dimensión pretende observar los aspectos específicos de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Para ello, se centra en el uso de recursos didácticos para desarrollar contenidos matemáticos, el tipo de tareas y la secuenciación y gestión de las mismas.

2.1. USO DE MATERIALES

Descripción: Se entiende por material «cualquier objeto, juego o medio técnico, capaz de ayudar al alumno a suscitar preguntas, sugerir conceptos, o materializar ideas abstractas» (Álvarez, 1996[2]). Este material (que puede ser digital) será estructurado (diseñado específicamente para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas) o no estructurado. No se considerarán en esta subdimensión ni los textos (incluyendo los que se plasmen en la pizarra) ni los medios audiovisuales sin manipulación (como por ejemplo la proyección de un fragmento de vídeo o una presentación con diapositivas).

0	No se observa el uso de ningún material.
1	Las acciones realizadas con el material no son adecuadas para el contenido matemático trabajado.
2	Las acciones realizadas con el material son adecuadas para el contenido matemático trabajado; sin embargo, los estudiantes no lo usan o se limitan a seguir una serie de instrucciones mecánicas.
3	Las acciones realizadas con el material son adecuadas para el contenido matemático trabajado, el profesor explota sus posibilidades para trabajar dicho contenido y promueve que los alumnos trabajen y reflexionen sobre el mismo mediante ese material.

[2] Álvarez, A. (1996). Actividades de matemáticas con materiales didácticos. Madrid: MEC-Narcea.

Ejemplos:

0	No se observa el uso de ningún material concreto.
1	— El profesor usa GeoGebra para tratar las funciones en general, mostrando solamente funciones polinómicas. — Uso de monedas y billetes para trabajar las operaciones con números decimales. En el contexto de precios, con este material solamente se opera con números de hasta dos cifras decimales y hay cantidades, como el precio del litro de gasolina, que no se pueden representar. — El montaje directo de un desarrollo plano de un cubo.
2	— El profesor usa GeoGebra para mostrar diversas gráficas de funciones y posteriormente los alumnos participan deduciendo el tipo de función (polinómica, exponencial, logarítmica...) de una gráfica mostrada. — Comprobación de que el volumen del cono es un tercio del volumen del cilindro con igual base y altura a partir de la capacidad de ambos cuerpos.
3	— En un aula TIC, los alumnos usan GeoGebra para descubrir la relación entre la gráfica de una función y la de su derivada. — Investigar la relación entre distintos volúmenes de ortoedros semejantes en relación con la proporción de una de las aristas. — Construir con pajitas, limpiapipas o material similar un icosaedro que previamente se le ha mostrado al alumno durante un tiempo.

2.2. NATURALEZA DE LAS TAREAS PROPUESTAS

Descripción: En una tarea accesible, los alumnos no necesitan construir conocimiento matemático nuevo, pues presumiblemente se les ha presentado con anterioridad. Que la tarea sea accesible no implica que los alumnos respondan de manera inmediata o trivial.

En una tarea cerrada se determina «con claridad lo que se da y lo que se pide», mientras que «una tarea abierta comporta un grado de indeterminación significativo en lo que se da, lo que se pide, o en ambas cosas» (Da Ponte, 2004, p. 28[3]) o su resultado depende de las hipótesis o suposiciones consideradas en la toma de datos (Orton y Frobisher, 1996[4]).

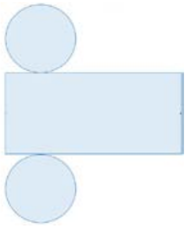
En caso de concurrencia de varios tipos de tareas en el fragmento observado, elegir la opción correspondiente al nivel más alto.

0	No plantea tareas o solamente plantea tareas cerradas y accesibles (ejercicios).
1	Plantea tareas abiertas y accesibles (tareas de exploración).
2	Plantea tareas cerradas y no accesibles (problemas).
3	Plantea tareas abiertas y no accesibles (tareas de investigación).

[3] Ponte, J. P. (2004). Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. En J. Giménez, L. Santos, & J. P. Ponte (Eds.), *La actividad matemática en el aula* (pp. 25-34). Barcelona: Graó.

[4] Orton, A. & Frobisher, L. J. (1996). *Insights into teaching mathematics*, London UK: Cassell.

Ejemplos:

Objeto: Cálculo del área lateral de un cilindro en 2.º de ESO.	
0	El profesor facilita a los estudiantes un desarrollo plano del cilindro, facilitando el área de las bases y las dimensiones del rectángulo. La tarea solicita el cálculo de su área lateral.
1	 El profesor pide a los alumnos que construyan un recipiente cilíndrico que contenga exactamente un litro de agua.
2	 El profesor da a los estudiantes distinto número de galletas, aportando la altura y diámetro de cada galleta, y les pide que construyan un cilindro donde guardarlas utilizando la menor cantidad de cartón posible. Deben intentar, posteriormente, obtener la expresión general del área total que dependa del número de galletas y de su diámetro.
3	El profesor da a los estudiantes distinto número de galletas y les pide que construyan un envase donde guardarlas utilizando la menor cantidad de cartón posible. Deben intentar, posteriormente, obtener la expresión general del área total que dependa del número de galletas y de su diámetro.

2.3. CONTEXTUALIZACIÓN DEL CONTENIDO MATEMÁTICO

Descripción: Tratamos aquí el uso de contextos extramatemáticos que dotan de significado a las nociones matemáticas.

0	El trabajo matemático está descontextualizado durante todo el fragmento observado.
1	Plantea situaciones en las que el profesor simplemente hace referencia a algún contexto en el que no propone trabajo matemático.
2	Plantea situaciones en algún contexto que requiere una movilización y aplicación de conocimientos matemáticos que ya han sido adquiridos y que deben ponerse en juego para poder dar respuesta a las demandas de la situación.
3	Plantea situaciones en algún contexto que requiere una construcción por parte del alumno de conocimientos matemáticos nuevos para poder dar respuesta a las demandas de la situación.

Ejemplos:

0	— El profesor resuelve la ecuación de segundo grado $x^2 + 3x + 1 = 0$.
1	— El profesor ofrece ejemplos con temperaturas en la introducción de los números enteros. — El profesor dice: «Cuando miráis un velocímetro, estáis viendo una derivada». — El profesor dice: «Las integrales sirven para construir puentes».
2	— El profesor resuelve ejercicios con posibles contextos reales mediante el planteamiento de ecuaciones: «Un padre tiene el doble de años que su hijo y la suma de las dos edades es 60, ¿cuántos años tienen el padre y el hijo?».
3	— El profesor plantea la siguiente situación: «Investigar qué forma debe tener el envase de un paquete de galletas para optimizar material». — El profesor obtiene los parámetros de la ecuación de un muelle mediante la experimentación.

2.4. CESIÓN DE LA RESPONSABILIDAD DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA

Descripción: Se pretende analizar el grado de autonomía del estudiante, promovido por el profesor, en el descubrimiento y validación de estrategias.

0	A lo largo de todo el fragmento de vídeo observado, el profesor asume de manera exclusiva el trabajo del aula sin preguntas a los estudiantes o con preguntas básicamente retóricas.
1	A lo largo del fragmento de vídeo, en algún momento se observa que son los estudiantes quienes trabajan un contenido matemático utilizando una estrategia ya conocida, con validación por parte del docente o sin validación.
2	A lo largo del fragmento de vídeo, en algún momento se observa que los estudiantes trabajan con el objetivo de construir estrategias de manera autónoma con validación de las mismas por parte del docente o sin validación.
3	A lo largo del fragmento de vídeo, en algún momento se observa que los estudiantes debaten entre ellos con el objetivo de establecer la validez de alguna estrategia.

Ejemplos:

0	— El profesor hace un ejercicio y pregunta si lo entienden, sin esperar respuesta. — El profesor expone un concepto nuevo aportando él toda la información.
1	— Se resuelve la siguiente tarea: «calcula el área de un rombo cuya diagonal mayor es de 8 cm y la diagonal menor mide 6 cm». Algún estudiante lo resuelve en la pizarra aplicando directamente la fórmula, el profesor atiende a sus comentarios y le da el visto bueno. — Los alumnos trabajan en grupo resolviendo ecuaciones lineales y el profesor se acerca a ellos para validar sus resultados.

2	— Sin conocer la fórmula del área del rombo, se les proporciona un rombo dibujado en un papel y una regla para que calculen su superficie. Entre todos deberán establecer qué longitudes les serán útiles para obtenerla. El profesor comprueba las respuestas proporcionando la fórmula clásica. — Tras conocer la resolución de las ecuaciones de segundo grado, el profesor propone que la adapten a una ecuación bicuadrada. Los alumnos trabajan de manera independiente, esperando la corrección del profesor.
3	— Sin conocer la fórmula del área del rombo, se les proporciona un rombo dibujado en un papel y una regla para que calculen su superficie. Entre todos deberán establecer qué longitudes les serán útiles para obtenerla, probando ellos que se verifica en cualquier rombo. — Tras conocer la resolución de las ecuaciones de segundo grado, el profesor propone que la adapten a una ecuación bicuadrada. Los alumnos trabajan de manera independiente, debatiendo y estableciendo entre ellos el mejor procedimiento de resolución.

2.5. ADECUACIÓN DEL DISCURSO

Descripción: Se pretende observar si el profesor transmite ideas matemáticas con un uso del lenguaje adecuado al nivel educativo esperado de sus estudiantes. No se considera el uso del lenguaje de los alumnos.

0	No se puede observar porque el profesor no comunica a través de lenguaje oral o escrito ideas matemáticas.
1	Utiliza un discurso no adecuado al nivel educativo de los estudiantes en la mayor parte del fragmento de vídeo observado, dificultando la transmisión de ideas matemáticas.
2	Utiliza un discurso no adecuado al nivel educativo de los estudiantes en algún momento del fragmento de vídeo, sin que se vea afectada la transmisión de ideas matemáticas.
3	Utiliza un discurso adecuado al nivel educativo de los estudiantes durante todo el fragmento de vídeo.

Ejemplos:

0	— El docente aclara aspectos relacionados con una salida extraescolar. — Hay comunicación entre alumnos sin que el profesor participe en el debate. — Los alumnos están trabajando individualmente, como puede ser durante un examen.
1	El profesor presenta los números racionales como clases de equivalencia en el conjunto de las fracciones generadas por la relación $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si y solo si $ad = bc$ en 1.º de ESO.
2	El profesor define polígono cóncavo como el que tiene al menos un ángulo interno con una amplitud mayor a 180º, pero en el transcurso del fragmento de vídeo observado hace referencia a que un polígono determinado es cóncavo porque tiene «un pico para adentro» (1.º de ESO).
3	El profesor define polígono como la parte del plano delimitada por una línea poligonal cerrada y simple (1.º de ESO).

2.6. EXPLOTACIÓN DE LAS INTERVENCIONES DE LOS ESTUDIANTES

Descripción: Nos referimos al uso que el profesor hace de las intervenciones de los estudiantes de contenido matemático que engloban dilemas, observaciones o errores matemáticos (de los estudiantes). No se analiza en esta subdimensión la calidad de las intervenciones del profesor. La cantidad de intervenciones de los estudiantes no ha de ser necesariamente elevada, basta con que aparezca una situación que haya sido o pudiera haber sido aprovechada por el profesor. Si se produjeran varias situaciones a la vez en el fragmento de vídeo observado y el profesor no actuase igual en todas, tendríamos en cuenta la que se corresponda con el nivel más alto. La respuesta del profesor podría ser individual o grupal.

0	No hay intervenciones por parte de los estudiantes o estas no contemplan contenido matemático.
1	El profesor, mayoritariamente, ignora o se limita a reconocer las intervenciones de los estudiantes.
2	El profesor aprovecha las intervenciones del alumnado para movilizar conocimiento matemático, pero no incluye al alumnado en la reflexión.
3	El profesor aprovecha las intervenciones del alumnado para movilizar conocimiento matemático incluyendo a los estudiantes en la reflexión y/o promoviendo debates entre ellos.

Ejemplos:

0	El profesor explica una estrategia de resolución para la ecuación $2(x+1)=4$ utilizando como primer paso la propiedad distributiva. Un alumno indica que a él no le gustan las ecuaciones.
1	El profesor explica una estrategia de resolución para la ecuación $2(x+1)=4$ utilizando como primer paso la propiedad distributiva. Un alumno indica que primero ha dividido por 2 y después ha despejado la x. El profesor ignora su intervención o admite la respuesta como válida sin dar más explicaciones.
2	El profesor explica una estrategia de resolución para la ecuación $2(x+1)=4$ utilizando como primer paso la propiedad distributiva. Un alumno indica que primero ha dividido por 2 y después ha despejado la x. El profesor valora su respuesta como correcta, explica por qué y continúa con otra tarea sin permitir al alumno participar.
3	El profesor explica una estrategia para resolver la ecuación $2(x+1)=4$ utilizando primero la propiedad distributiva y despejando la x. Un alumno indica que primero ha dividido por 2 y después ha despejado la x. El profesor valora su respuesta como correcta y problematiza ambas estrategias buscando que los estudiantes descubran su fundamento con cuestiones como, por ejemplo, ¿por qué podemos multiplicar por 2?, ¿qué propiedades de las operaciones en el conjunto de los números reales nos permiten «despejar la x»?, ¿cuándo podríamos dividir por x?, entre otras.

DIMENSIÓN 3. GESTIÓN DEL AULA

Esta dimensión pretende observar aspectos de la práctica en el aula que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje, sin hacer referencia a aspectos específicos de la disciplina matemática.

3.1. DENSIDAD

Descripción: Se mide la razón del tiempo dedicado a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas respecto al tiempo total. No se considera la intensidad, profundidad o calidad del tratamiento del contenido matemático durante el tiempo dedicado a las matemáticas. Se incluye el tiempo dedicado a actividades necesarias para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas tales como el tiempo dedicado a repartir una hoja de ejercicios o material manipulable para hacer una actividad. En particular, se considera tiempo dedicado a las matemáticas el trabajo autónomo de los estudiantes.

0	No hay tiempo dedicado a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
1	Hay tiempo activo dedicado a las matemáticas, pero es menos del 60 % de la sesión.
2	El tiempo activo dedicado a las matemáticas está entre el 60 % y el 90 % de la sesión.
3	El tiempo activo dedicado a las matemáticas es más del 90 % de la sesión.

Ejemplos:

0	El tiempo se dedica exclusivamente a hablar del viaje de fin de curso.
1	En un fragmento de vídeo de 10 minutos, el profesor pasa 5 minutos explicando el cambio de horario de las clases de la semana siguiente.
2	En un fragmento de vídeo de 10 minutos, el profesor dedica 8 minutos a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y 2 minutos a gestionar las disrupciones provocadas por un alumno.
3	En un fragmento de vídeo de 10 minutos, el profesor dedica todo el tiempo a comentar las soluciones del examen del día anterior, excepto el tiempo dedicado a pedir silencio 5 veces diciendo: «por favor, silencio».

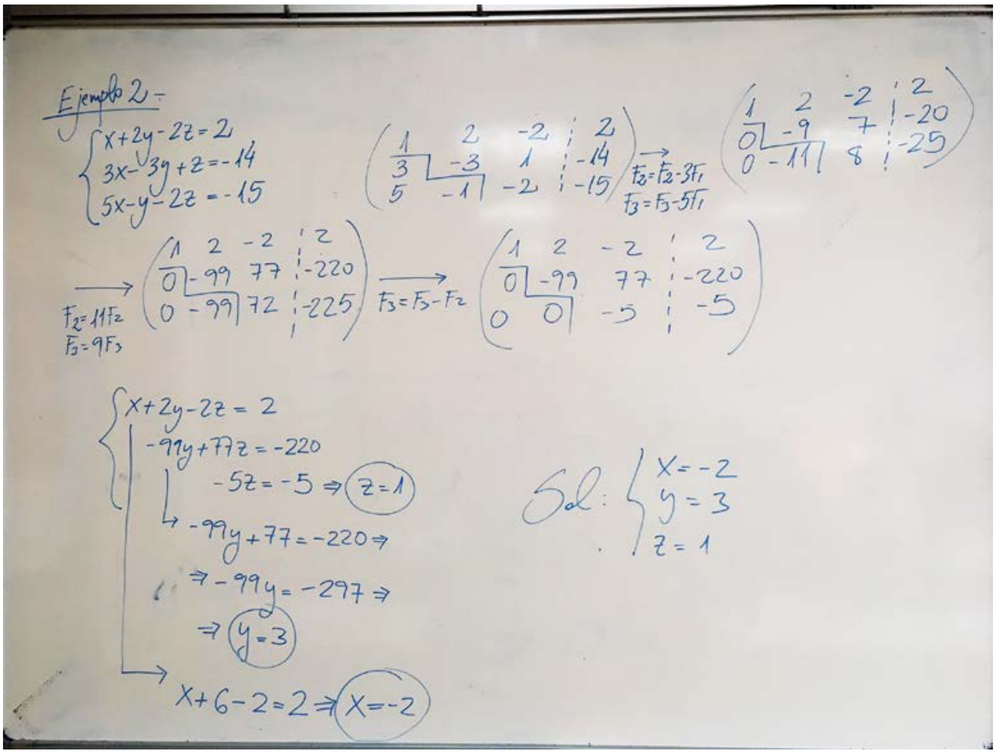
3.2. USO DE RECURSOS EXPOSITIVOS

Descripción: Por recursos expositivos nos referimos a elementos disponibles usados por el profesor para presentar visualmente (mediante gráficos, diagramas o texto) contenidos matemáticos durante el fragmento de vídeo analizado tales como la pizarra, presentaciones con diapositivas, vídeos, imágenes, etcétera. En esta subdimensión se pretende valorar la claridad con la que el profesor utiliza estos recursos, es decir, si se puede ver con facilidad el contenido representado desde cualquier lugar de la clase sin entrar a valorar la adecuación de esos recursos. No se valorará cuando lo usen los alumnos.

0	El profesor no utiliza recursos expositivos a lo largo del fragmento de vídeo observado.
1	El profesor no cuida la claridad de los recursos expositivos durante la mayor parte del fragmento de vídeo.
2	Aunque el profesor cuida la claridad de los recursos, no llega a hacerlo de forma estructurada o legible durante todo el fragmento de vídeo.
3	El profesor cuida la claridad de los recursos de forma estructurada y legible durante todo el fragmento de vídeo.

Ejemplos:

0	— El profesor se limita a hablar, no se observa ningún uso de recursos expositivos (pizarra de tiza, pizarra de rotuladores, pizarra digital, cañón proyector, objetos que muestra a todo el grupo…).
1	— El profesor escribe en la pizarra con un tamaño muy pequeño y no visible desde una distancia relativamente corta o con mala letra. — El profesor usa un ordenador conectado a un cañón proyector para mostrar unas diapositivas que no se pueden leer desde la segunda fila de la clase por ser el tamaño de letra muy pequeño. — El profesor usa una pizarra blanca con un rotulador que está casi gastado con lo que la visibilidad de lo que escribe es muy mala. — El profesor usa la pizarra de tiza y un cañón proyector pero no puede hacerlo en paralelo porque la pantalla cubre gran parte de la pizarra, por lo que tiene que ir cambiando de uno a otro de forma secuencial.
2	— El profesor muestra una actividad con GeoGebra pero en varios momentos durante el fragmento de vídeo los alumnos no pueden ver desde sus sitios parte de la construcción con GeoGebra o no usa colores adecuados para que los alumnos vean con claridad cada parte de la construcción. — El profesor escribe en la pizarra con buena letra pero en algunos momentos descoloca parte del contenido de forma que no se percibe la secuencia temporal de la sesión. — El tamaño de la pizarra es demasiado pequeño, lo que fuerza al profesor a borrar continuamente no permitiéndole presentar en paralelo contenidos.
3	— El profesor escribe en la pizarra de forma que facilita el seguimiento por parte del alumnado al usar elementos que permiten identificar aspectos relevantes (subrayados, epígrafes, uso de colores, etcétera).



— El profesor se apoya durante gran parte de la sesión en una presentación con diapositivas y en paralelo emplea la pizarra para complementar los contenidos presentados en las diapositivas de forma que todos los alumnos pueden ver con claridad los contenidos de los dos recursos expositivos al mismo tiempo.

3.3. USO DEL MATERIAL ESCRITO

Descripción: No se valora la intensidad o la calidad del uso de material escrito, solamente se trata de constatar, a través de la observación, si durante el fragmento de vídeo observado el profesor usa materiales escritos en algún momento. Los materiales escritos a considerar son: libro de texto (incluyendo libro digital), material fotocopiable, apuntes del profesor, proyección de textos, materiales escritos que el profesor lleva ya preparados, etcétera. No se incluye la pizarra ni el material escrito por el alumno.

0	Solamente a través de la observación del fragmento de vídeo no se puede afirmar que el profesor esté utilizando un libro de texto ni otro material escrito.
1	A través de la observación del fragmento de vídeo se aprecia el uso de un único material escrito que no se sabe si es el libro de texto o no.
2	A través de la observación del fragmento de vídeo se aprecia el uso del libro de texto como único material escrito.
3	A través de la observación del fragmento de vídeo se aprecia el uso de uno o varios materiales escritos distintos del libro de texto (el cual puede usarse también o no).

Ejemplos:

0	— Clase magistral en la pizarra sin hacer referencia a ningún material escrito. — Los alumnos resuelven, en la pizarra, problemas que se aprecia que no son de ningún texto (por ejemplo, si el profesor se los dicta mientras se los inventa).
1	— El profesor cita una numeración de ejercicios, que evidencia el uso de un material escrito, pero no se sabe si pertenecen al libro de texto o no. — Los alumnos resuelven en la pizarra problemas con una numeración que indica que están usando un material, pero no se sabe cuál.
2	— El profesor pide a lo alumnos que copien, del libro de texto que tiene cada alumno abierto en su mesa, el ejercicio 4 de la página 56 y que lo resuelvan. — Los alumnos resuelven, en la pizarra, problemas del libro de texto. Observación: Durante todo el fragmento de vídeo no se observa el uso de ningún otro material escrito.
3	— El profesor entrega unas fichas fotocopiadas que se complementan con una proyección digital de una noticia de prensa. — El profesor, leyendo una hoja que no es del libro de texto, dicta a los alumnos unos apuntes. — El profesor reparte fotocopias.

3.4. GESTIÓN DE LA CONDUCTA DISRUPTIVA

Descripción: Entendemos por conducta disruptiva aquella que no favorece el desarrollo de una clase por parte de los estudiantes (faltar el respeto a compañeros o al profesor, molestar a compañeros, desobedecer indicaciones o no seguir instrucciones, levantarse del asiento sin permiso, hablar mientras interviene el profesor o un compañero, etcétera). No se considera conducta disruptiva el revuelo que surge de manera natural en ciertos momentos de la clase (pasar lista, reparto y uso de material, trabajo en el aula TIC, etcétera). No se valora la calidad pedagógica de la reacción del profesor sino la efectividad en la resolución de conflictos.

0	Las conductas del aula no impiden el desarrollo de la clase, por lo que no es necesaria la intervención del profesor.
1	El profesor no reacciona ante conductas o comportamientos del alumnado que impiden el desarrollo de la clase o su reacción provoca que se agrave la situación.
2	El profesor reacciona ante conductas o comportamientos del alumnado que impiden el desarrollo de la clase de manera poco efectiva, mitigando el problema pero sin conseguir terminar con él.
3	El profesor reacciona ante conductas o comportamientos del alumnado que impiden el desarrollo de la clase de manera efectiva, de forma que consigue terminar con el problema.

Ejemplos:

0	— La clase se desarrolla sin interrupciones. — Se percibe algún murmullo casual de corta intensidad entre los alumnos.
1	— Un alumno falta el respeto o molesta a otro, el profesor no reacciona y se produce una discusión acalorada entre los alumnos. — Un alumno interrumpe la clase, el docente le reprende de manera autoritaria y se mantiene el enfrentamiento. — Los alumnos, de manera general, hablan o murmuran, impidiendo la escucha y dando lugar a la pérdida de atención de otros compañeros, sin que el profesor intervenga.
2	— El profesor se limita a avisar sin llegar a aplicar las sanciones anunciadas, de forma que las conductas o comportamientos que impedían el desarrollo de la clase vuelven a aparecer, aunque en ocasiones sean de menor intensidad.
3	— Un alumno falta el respeto a otro, el profesor interviene afeando la conducta y evita cualquier posible discusión. — Los alumnos, de manera general, hablan o murmuran, impidiendo la escucha y dando lugar a la pérdida de atención de otros compañeros, interviniendo el profesor y acabando con la situación.