

## Competitividad y eficiencia.

\*ESTEBAN GARCÍA, J. y \*\*COLL SERRANO, V.

*\*Departamento de Economía Aplicada. Universidad de Valencia; \*\*Departamento de Economía Aplicada. Universidad de Valencia. Departamento de Dirección de Empresas. Florida Universitaria.*

Avda. Tarongers, s/n, Edificio Departamental Oriental. 46021 Valencia. Telfs.: 963 828 407-963 828 640.

\*E-mail: estebanjesus@hotmail.com \*\*E-mail:vcoll@florida\_uni.es

### RESUMEN

En este artículo se realiza una revisión genérica de los fundamentos básicos de alguno de los métodos más extendidos para analizar la eficiencia, puesto que ésta aparece como elemento determinante, por ser el más controlable, de la competitividad. Por ello, el trabajo arranca diferenciando entre ambos conceptos, competitividad y eficiencia, al tiempo que se establecen sus vínculos.

*Palabras clave:* competitividad, ventaja competitiva, eficiencia, frontera estocástica, análisis envolvente de datos.

### Competitiveness and efficiency

### ABSTRACT

The paper develops a general vision of fundamentals of the more extended methods to analyse efficiency as the most controllable way to reach competitiveness. Firstly, section 2 clarifies the conceptual difference between competitiveness and efficiency establishing their relationship.

*Keywords:* competitiveness, competitive advantage, efficiency, stochastic frontier, data envelopment analysis.

Clasificación JEL: C14; D24.

## 1. INTRODUCCIÓN

Resulta difícil que las palabras “competitividad” y “eficiencia” no aparezcan juntas en el discurso hablado o escrito hasta el punto de llegar a pensar que una conlleva a la otra. Sin embargo, es sabido que una empresa eficiente puede dejar de serlo, por ejemplo, por soportar enormes costes de publicidad, y aún con ello ser competitiva.

Las claves de la competitividad son, sin duda, más amplias que las de la eficiencia. La eficiencia, como consecución de una meta al menor coste, se encuentra vinculada al aprovechamiento óptimo de los recursos que se emplean en la obtención de una utilidad, proceda ésta de un producto o servicio.

La competitividad es un concepto que se encuentra más cercano al hecho de que el coste final del producto coincida con la voluntad de pago del cliente potencial. De ahí que la tentación a pensar que ser eficiente es una condición suficiente para la competitividad sea muy grande. No obstante, se puede ser productor coste-eficiente, pero si el coste resultante de la actividad no casa con el precio que el cliente está dispuesto a pagar, no es posible ser competitivos. También puede pensarse que es una condición necesaria. Tampoco funciona; como se ha mencionado antes, los costes de publicidad pueden quebrar la eficiencia, y con ellos generar un intangible suficientemente valioso como para que el cliente pague su precio con grandes beneficios para la compañía, hecho frecuente dentro de mercados de productos homogéneos.

Resulta obvio que no hay problema de competitividad cuando no hay competidores, de ahí que la diferenciación constituya una estrategia clave para la consecución de la competitividad. Sencillamente, un producto diferenciado se encuentra rodeado de una barrera intangible que le proporciona un espacio de protección ante los productos que pueden presentarle una competencia potencial. Así pues, la diferenciación contribuye a generar un mercado cautivo para el producto, y de ahí que la competencia se vea disminuida. En el supuesto de que la diferenciación no sea posible, los costes, y por ello, la eficiencia aparece como la vía necesaria. Así pues, no cabe separar completamente la eficiencia y el conjunto de acciones posibles para ser competitivos, al contrario, su presencia facilita la competitividad y, por ello, la presencia de competidores induce a la búsqueda de la eficiencia (Porter, 1990); sin embargo, insistir, la eficiencia no agota el conjunto de estrategias para el logro de la competitividad.

Por otra parte, la eficiencia, y su análisis, supone centrar la atención en la tecnología existente, los recursos y los precios de estos. La clave consiste en aprovechar al máximo los recursos y hacerlo adaptándose a los precios. Quien lo consiga será eficiente; quien no, incurre en ineficiencias que le suponen un deterioro para competir, y en cualquier caso infringirá un coste social innecesario por tal desaprovechamiento<sup>1</sup>.

---

1. Este punto ha sido particularmente desarrollado por Taguchi (1990), y constituye sin duda uno de los aspectos más interesantes. Sin embargo, y pese a ello, lo limitado de este artículo hace prohibitivo el que se amplíe más los aspectos contemplados.

Siendo fieles a este número monográfico el primer epígrafe de este artículo se dedica a la competitividad, a delimitar el concepto y a visionarlo de forma operativa. Seguidamente, la atención se centra en la eficiencia técnica, y más concretamente en las alternativas más extendidas para su análisis: la frontera estocástica y el análisis envolvente de datos.

## **2. COMPETITIVIDAD, VENTAJA COMPETITIVA, ESTRATEGIA: UNA REFLEXIÓN**

Uno de los aspectos que han aportado confusión a la hora de hablar de la competitividad es el ámbito de referencia. Con frecuencia se habla de ser competitivos y esta expresión se aplica sin distinguir si se trata de competencia entre productos, empresas, sectores o las empresas de un país o región. El recurso a los promedios podrá resolver, sin duda, el que el concepto de competitividad pueda aplicarse a este tipo de agregados; sin embargo, ello no debe llevar a olvidar que sólo algunos de los productos, o de las empresas, son los competitivos. Se debe ser consciente de la dificultad que supone el que todos los productos de una empresa sean competitivos, o que todas las empresas del sector lo sean, y mucho más si se piensa en términos de país o región. Por otra parte, las medidas para instaurar aquellos factores o cualidades que conduzcan al logro del objetivo “ser competitivos”, son diferentes, y entran en ámbitos decisionales distintos según sea aquel en el que se realice el análisis de la competitividad.

En cualquier caso, no es fácil acometer el concepto de competitividad. Sin embargo, puede afirmarse que ser competitivo es un resultado, que se obtiene cuando el precio al que se ofrece el producto o servicio al cliente coincide con la voluntad de pago para adquirirlo, y esto sucede de forma rentable y duradera<sup>2</sup> para quien lo ofrece<sup>3</sup>. La empresa que tenga las habilidades suficientes y sea capaz de gestionarlas de manera adecuada para la colocación de sus productos o servicios en el mercado será una empresa competitiva<sup>4</sup>.

No resulta difícil, a partir de aquí, comprender por qué la competitividad ha estado vinculada, según épocas, a diferentes aspectos. La calidad ha constituido durante largo tiempo el paradigma de la competitividad y, al igual que ella, el foco de atención para obtener la competitividad se ha desplazado desde la gestión de la produc-

---

2. La durabilidad, permanencia o sustentabilidad resulta necesaria, toda vez que un simple dumping podría favorecer la colocación del producto.

3. Lo anterior es nuestra propuesta de definición, si bien somos conscientes de que no hay una definición ampliamente aceptada. Porter (1990) no define la competitividad. Ten Kate (1995) propone la siguiente definición: “Competitividad es la capacidad de las empresas de vender más productos y/o servicios y de mantener -o aumentar- su participación en el mercado, sin necesidad de sacrificar utilidades.”

4. Lógicamente lo que tiene interés es el que esta capacidad tenga permanencia.

ción, al marketing, la dirección estratégica, la gestión de los recursos humanos, la gestión del conocimiento, la gestión de las nuevas tecnologías, etc. Todas y cada una de las parcelas mencionadas han ido ocupando su espacio como claves para llegar a ser competitivos. En esa evolución, al igual que con la calidad, los que no han sido capaces de alcanzar un estándar han ido sucumbiendo, y siempre para los que sobrevivieron surgió un reto nuevo. Reto, superación, y nuevamente, otro reto.

Para Hamel y Prahalad (1994), “el futuro es algo que no te ocurre; es algo que tu creas” y en ese “camino hacia el futuro, ¿eres el parabrasis o el mosquito?”. La esencia de la competitividad no se encuentra en visionar el futuro; se trata de tener una posición activa y creadora en el presente, de manera que la empresa aprende y evoluciona a la vez que su entorno cambia. Por lo tanto, se trata de ser activos en la innovación del producto, en la gestión, en explotar las ideas innovadoras a través de su organización no rompiendo la coherencia de la propia empresa, y haciéndolo de forma sistemática, lo que exige capacidad de adaptabilidad.

En Porter, la estructura sectorial, la visión de la ventaja competitiva basada en las actividades y su teoría del papel que la ubicación desempeña en la competencia, constituyen las tres concepciones presentes en todo su trabajo. Afirma que “la prosperidad nacional se crea, no se hereda”<sup>5</sup>. La innovación es una condición para alcanzar la competitividad, pero ésta ha de ser permanente y no debe conducir a imitar. La innovación efectiva es aquella que permite un posicionamiento de la empresa singular con respecto al resto de las empresas del sector, en definitiva, la que sirve para diferenciarse, y esto es aplicable tanto a los productos, como a los procesos o a la propia gestión.

¿Dónde ubicar las claves de la competitividad? ¿Existen factores o combinación de ellos que contribuyan al éxito?

Thurow (1992) se refiere a cómo los recursos naturales y la máquina de vapor proporcionaron al Reino Unido los elementos que le permitieron entrar en la Revolución Industrial con una productividad no conocida hasta entonces y cómo los mayores ingresos permitieron generar más volumen de ahorro, y con ello entrar en el círculo virtuoso del éxito.

Estados Unidos fue diferente; la combinación aquí se concretó en una abundancia de recursos per cápita y un sistema educativo masivo que dotó de habilidades al capital humano permitiendo un mayor enriquecimiento. En ambos casos, para Thurow, el enriquecimiento obtenido permitió continuar en esa posición.

Los recursos naturales, la tecnología, el capital y las habilidades presentan hoy otro nivel de influencia gracias a las nuevas tecnologías y las nuevas instituciones, de manera que los recursos naturales han perdido el papel que pudieron jugar en el caso del Reino Unido. La tecnología de productos ha cedido paso a la tecnología de proce-

---

5. Aspecto que se desprende en lo expuesto anteriormente con relación a Hamel y Prahalad y se verá, a continuación, en Thurow.

sos, y el ser rico ha dejado de ser garantía de sostenibilidad, pasando ésta a depender fundamentalmente del sistema educativo y de las habilidades de la fuerza de trabajo. Simplemente: “En el siglo que se avecina, los recursos naturales, el capital y las nuevas tecnologías de los productos se desplazarán rápidamente alrededor del mundo. La gente se desplazará, pero más lentamente que todo el resto. Las personas especializadas serán la única ventaja competitiva perdurable” (Thurow, 1992). Consecuentemente, en el sistema educativo y en el desarrollo de las habilidades de la fuerza de trabajo se encuentra el arma competitiva dominante del siglo presente.

El análisis de Thurow se desarrolla a nivel de naciones. Por ello cabría preguntarse si existe un conjunto de prácticas empresariales asociadas al éxito de las empresas.

Esteban et.al. (1998), analizan en una muestra de empresas -pertenecientes a tres grupos culturales diferentes- la presencia de 21 prácticas, concluyendo que 11 de las analizadas poseen un nivel de presencia diferente en cada uno de los tres grupos contemplados<sup>6</sup>, concluyendo que su éxito se encuentra asociado a un paquete de prácticas diferentes según las culturas.

No hay evidencia empírica que sea un conjunto concreto de factores los determinantes de la competitividad. Se trata, más bien, de aprehender ventajas auténticamente competitivas, que no son sino capacidades o habilidades que se desarrollan en un producto<sup>7</sup>, de tal forma y manera que llegan a posicionarse al mismo en una situación ventajosa, es decir, en una ventaja competitiva para él.

Obviamente, estas capacidades o habilidades no se constituyen en ventaja de la misma forma para los distintos productos. La posibilidad de que esta transformación se produzca depende del propio producto, de la empresa, del sector y del entorno, en definitiva, del escenario y de sus actores. De ahí la necesidad de definir qué características y capacidades son las más adecuadas y la forma de transformar todas ellas en una posición singular que diferencie el producto de manera ventajosa frente a los demás, en definitiva, la estrategia competitiva<sup>8</sup>.

De lo expuesto se desprende la razón del desarrollo de metodologías, como la cadena de valor, el diamante, ..., en la obra de Porter. La cadena servicio-rentabilidad

---

6. Las 600 empresas analizadas pertenecían a 20 países diferentes que podrían agruparse en tres áreas culturales (en el sentido de Hofstede, 1991): latinas, sajonas y confucianas.

7. En general nos referiremos a productos y, mutatis mutandis, a los diferentes agregados, esto es empresa, sector, región o país.

8. No puede afirmarse en términos absolutos que este planteamiento sea enteramente nuevo. Baste con recordar los conceptos de ventaja absoluta de Adam Smith (*The Wealth of Nations*), la ventaja comparativa apuntada en los Principios de Ricardo o los planteamientos de Heckscher y Ohlin (Ohlin, 1933) en que las naciones consiguen una ventaja comparativa en los productos donde el uso del factor es más abundante, supuesta la tecnología equivalente. En esencia estos planteamientos tienen puntos comunes con el argumento de Thurow para establecer el carácter determinante de la educación en el siglo XXI. Quizás la diferencia más fundamental se encuentra en que hoy se entiende que “la prosperidad nacional se crea, no se hereda”, de ahí la importancia de la estrategia competitiva.

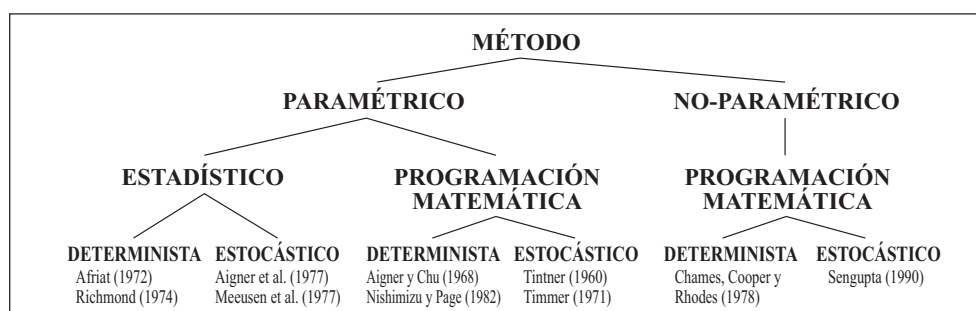
(Heskett, 1997), la metodología de posicionamiento-sustentación-flexibilidad ligada al análisis del compromiso entre recursos y capacidades (Ghemawat, 1991), entre otras. Junto a ellos, cabe mencionar intentos de integrar esta pléyade de instrumentos -típicos de la estrategia competitiva- con los más tradicionales de la evaluación de proyectos y valoración de opciones, este es el caso de Del Sol (1999).

### 3. EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA

Los conceptos centrales en torno a los cuales gira la discusión de los siguientes apartados son los de frontera de producción y de eficiencia (técnica). El primero hace referencia al máximo output teórico alcanzable dada una combinación de inputs, y la tecnología. El segundo, es definido por Farrell (1957)<sup>9</sup>, como la capacidad que tiene una entidad para obtener el máximo output a partir de un conjunto dado de input<sup>10</sup>. Por tanto, evaluar la eficiencia (o ineficiencia) técnica de un conjunto de entidades pasa, en primer lugar, por estimar la frontera de producción, puesto que ésta no es conocida en la práctica.

Como puede verse en la figura 1, los métodos de estimación para construir la frontera de producción pueden clasificarse, en función de que se requiera o no especificar una forma funcional que relacione los inputs con los outputs, en métodos paramétricos o no-paramétricos. A su vez, pueden emplearse métodos estadísticos o no para estimar la frontera que, en última instancia, puede ser especificada como estocástica (aleatoria) o determinista.

*Figura 1.*



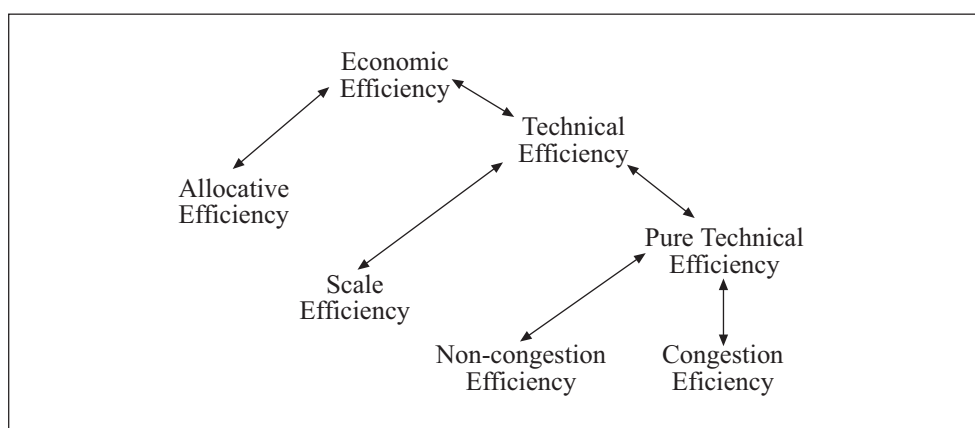
Fuente: Adaptado de Pastor (1995).

9. Artículo ampliamente referido dado que supone un punto de inflexión en lo relativo a la medición de la eficiencia.

10. Continúa proporcionando una medida que tome en cuenta el uso de los diversos factores en las mejores proporciones desde el punto de vista de los precios, eficiencia precio o asignativa. Una entidad perfectamente eficiente, eficiencia económica, será aquella que lo sea técnica y asignativamente. El problema de evaluar la eficiencia asignativa radica en la obtención de información relativa a los precios de los inputs y outputs.

Por otro lado, nuevas formas de entender el concepto de eficiencia fueron surgiendo a medida que fueron desarrollándose los métodos para estimarla. Webster, et.al. (1998) proporcionan un “mapa de carreteras” de la descomposición de la eficiencia (figura 2).

**Figura 2.**



Fuente: Webster, Kennedy y Jonson (1998).

En el resto de este tercer apartado se abordan los fundamentos de alguno de los principales métodos utilizados para llevar a cabo la evaluación de eficiencia de un conjunto de entidades, ya sean éstas individuos, empresas, industrias, países, etc. Concretamente, se hará referencia al método paramétrico conocido como Función Frontera Estocástica y al no-paramétrico Análisis Envolvente de Datos (Data Envelopment Analysis, DEA). En ningún caso se pretende realizar una detallada exposición de éstos métodos de análisis de eficiencia; los desarrollos metodológicos propuestos a partir de los modelos básicos presentados son tan diversos que su tratamiento excede con creces el objeto de este trabajo.

### 3.1. Función frontera de producción estocástica

Para evaluar la eficiencia (o ineficiencia técnica) de un entidad, Aigner, et.al. (1977), al mismo tiempo que lo hicieron Meeusen, et.al. (1977), proponen estimar la función frontera de producción que puede expresarse como

$$y_i = f(x_i; \beta) + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad [1]$$

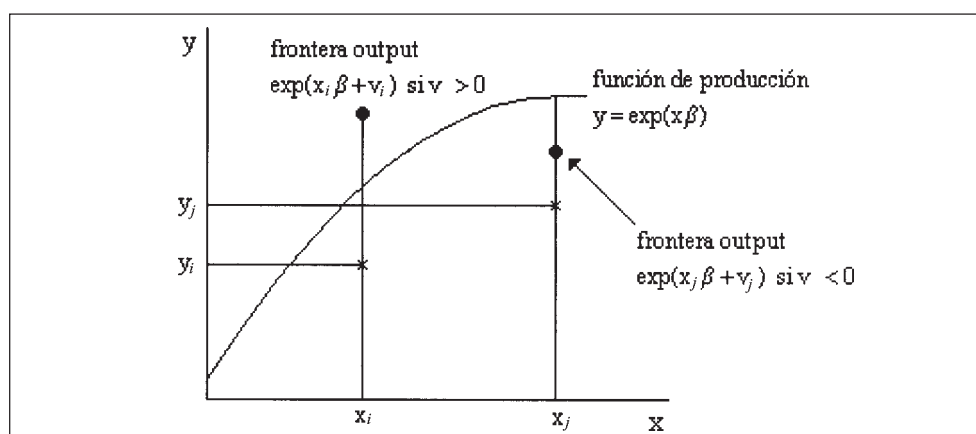
donde  $N$  es el número de entidades consideradas,  $y_i$  es el logaritmo del output,  $x_i$  es un vector fila de inputs, expresado en logaritmos;  $\beta$  es un vector de parámetros que

debe ser estimado;  $f(\cdot)$  es la tecnología de producción<sup>11</sup>; y el término  $\varepsilon_i$ , error compuesto, definido por:

- Una perturbación simétrica, a la que se denota por  $v_i$ , que recoge el impacto de efectos que no se encuentran bajo el control de la entidad objeto de estudio. En este concepto pueden incluirse posibles errores de medición, observación u otros factores como mal tiempo, huelgas, etc. Se supone que las  $v_i$  se encuentran idéntica e independientemente distribuidas como distribuciones normales con media cero y varianza  $\sigma_v^2$ , esto es  $N(0, \sigma_v^2)$ .
- Un componente error,  $u_i$ , no-negativo y asimétrico e invariante en el tiempo conocido como Efecto Ineficiencia Técnica. En el modelo original de Aigner, et.al. (1977), se considera que la ineficiencia técnica se distribuye según una distribución seminormal (o halfnormal) ( $|N(0, \sigma_u^2)|$ ), dado que sólo puede disminuir el output por debajo de la frontera; si bien es habitual encontrar distintos supuestos distribucionales para esta ineficiencia técnica, entre los cuales destacan: exponencial (Meeusen, et.al., 1977 y Aigner, et.al., 1977), normal truncada (Stevenson, 1980) o Gamma (Greene, 1990).

Tal y como se ha definido la función frontera de producción en la expresión (1), el output frontera obtenible a partir de un conjunto dado de inputs viene determinado por  $f(x_i; \beta) + v_i$ , de tal forma que dicha frontera es estocástica, puesto que la variable  $v_i$  es aleatoria. El modelo posibilita que determinadas observaciones puedan permanecer por encima o por debajo de la función de producción  $f(x_i; \beta)$ , como se ilustra en la figura 3. Téngase en cuenta que  $v_i$ , a diferencia de lo que ocurre con  $u_i$ , no está restringida ( $v_i$  puede tomar valores mayores, menores o iguales a cero).

Figura 3.



Fuente: Coelli, et.al. (1998).

11. La cual puede venir expresada por un función de producción del tipo, por ejemplo, Cobb-Douglas o Translog.



Por otro lado, el término  $u_i$  puede ser considerado como un índice de eficiencia técnica de la entidad, de manera que las unidades técnicamente ineficientes serán aquellas que presenten valores positivos, esto es,

$$u_i = [f(x_i; \beta) + v_i] - y_i > 0 \quad [2]$$

es decir, una entidad es ineficiente técnicamente si el output observado ( $y_i$ ) se encuentra por debajo del output frontera.

Si esto es así, el término  $u_i$  recogerá la cantidad, en términos absolutos, de output necesario para que la entidad alcance la frontera. En términos relativos, la eficiencia técnica de una entidad ( $ET_i$ ) se puede expresar como el cociente entre su output y el máximo output alcanzable.

$$ET_i = \frac{y_i}{[f(x_i; \beta) + v_i]} \quad [3]$$

o, alternativamente, si el modelo a estimar viene expresado en logaritmos, como:

$$ET_i = \exp(-u_i) \quad [4]$$

y como  $u_i \geq 0$ , entonces  $0 \leq ET_i \leq 1$ .

Evidentemente, si la eficiencia técnica es igual a la unidad, la entidad es eficiente, la ineficiencia técnica sería cero<sup>12</sup>.

La estimación por máximo-verosimilitud<sup>13</sup> del modelo dado en [1] permite obtener únicamente una medida de eficiencia del conjunto de entidades en la muestra analizada, la eficiencia media, puesto que la variable  $u_i$  es inobservable, sólo lo es la diferencia ( $v_i - u_i$ ). Este problema es resuelto por Jondrow, et.al. (1982)<sup>14</sup>, quienes aplicando que “*el mejor predictor para  $u_i$  es la esperanza condicional de  $u_i$  dado el valor de  $v_i - u_i$  ( $=\varepsilon_i$ )*” (Coelli, et.al, 1998:190), obtienen ésta para el modelo seminormal<sup>15</sup>,

$$E(u_i/\varepsilon_i) = \frac{\sigma\lambda}{(1+\lambda^2)} \left[ \frac{f(\varepsilon_i\lambda/\sigma)}{F(-\varepsilon_i\lambda/\sigma)} - \frac{\varepsilon_i\lambda}{\sigma} \right] \quad [5]$$

12. Esto únicamente distingue ineficiencia productiva de otros factores de perturbación que están más allá del control de las empresas (Aigner, et.al, 1977: 25).

13. También puede estimarse el modelo mediante mínimos cuadrados corregidos (COLS) (Richmond, 1974). Una detallada revisión de distintos métodos de estimación de la función frontera estocástica puede consultarse en Pastor (1995).

14. Battese y Coelli (1988) proponen un predictor alternativo.

15. En Green (1993) pueden encontrarse las expresiones de  $E(u_i/\varepsilon_i)$  para las distribuciones exponencial y gamma.

donde:  $\lambda = \frac{\sigma_u}{\sigma_v}$ ;  $\sigma^2 = \sigma_v^2 + \sigma_u^2$ ;  $F(\cdot)$  y  $f(\cdot)$  son la función de distribución y densidad, respectivamente, de la distribución normal reducida. Así pues, la eficiencia técnica de cada entidad individual vendrá dada por:

$$ET_i = \exp(-E(u_i/\varepsilon_i)) \quad [6]$$

Como puede comprobarse al observar la expresión (1), el modelo original propuesto por Aigner, et.al. (1977) y Meeusen, et.al. (1977) es de aplicación a datos de corte transversal. La extensión para tratar con un panel de datos balanceado se debe a Pitt y Lee (1981), y con un panel no balanceado a Coelli y Colby (1989). El modelo ampliado puede expresarse como:

$$y_{i,t} = f(x_{i,t}; \beta) + \varepsilon_{i,t} \quad [7]$$

donde:  $\varepsilon_{i,t} = v_{i,t} - u_{i,t}$ ;  $i = 1, 2, \dots, N$  hace referencia al número de entidades en la muestra y  $t = 1, 2, \dots, T$  al número de periodos de tiempo considerados.

Pitt y Lee (1981) también abrieron camino en el análisis de la frontera estocástica al abordar en su trabajo un tema de extrema importancia para el investigador como es: indagar acerca de cuáles pueden ser las fuentes que dan lugar a la ineficiencia técnica, y si ésta es invariante o no en el tiempo.

Surgen de esta forma toda una serie de modelos para el término  $u_{i,t}$ , que se estima junto con el modelo base recogido en la expresión (7). Sin embargo, y tal vez motivado por la necesidad de tener que recurrir a programas informáticos específicos que permitan ejecutar a nivel práctico el modelo teórico definido, la modelización de  $u_{i,t}$  a la que más frecuentemente se recurre sea la que corresponde a las propuestas por Battese y Coelli (1992, 1995) y Huang y Liu (1994)<sup>16</sup>, por encontrarse estos implementado en el software de distribución gratuita FRONTIER<sup>17</sup>, desarrollado por Coelli (1996b)<sup>18</sup>.

El primero de estos modelos (expresión 8)<sup>19</sup> define el efecto ineficiencia técnica como una función exponencial de los efectos ineficiencia técnica de los últimos periodos de un panel de datos, resultando sumamente útil para investigar el cambio de ésta en el tiempo.

$$u_{i,t} = \{\exp[-\eta(t-T)]\} \cdot u_i \quad [8]$$

16. La realización de diferentes contrastes sobre los parámetros a estimar en los modelos conduce hacia otras especificaciones alternativas.

17. Otro software comercial al que puede recurrirse es LIMDEP. Más información en [www.limdep.com](http://www.limdep.com).

18. Puede descargarse de la dirección: [www.uq.edu.au/economics/cepa/software.htm](http://www.uq.edu.au/economics/cepa/software.htm).

19.  $\eta$  es un parámetro a estimar. No rechazar la hipótesis de que  $\eta = 0$  permite aceptar que los efectos ineficiencia técnica son invariantes en el tiempo.

El segundo modelo de Battese y Coelli (expresión 9)<sup>20</sup> expresa los efectos ineficiencia técnica en función de un conjunto de variables explicativas (puede tratarse de características específicas de empresa como tipo de sistema de producción, edad de la empresa o tamaño, sistema de incentivos, etc.) ( $z_{i,t}$ ) y un término error inobservable ( $\omega_{i,t}$ ).

$$u_{i,t} = \delta z_{i,t} + \omega_{i,t} \quad [9]$$

Finalmente, en el modelo de Huang y Liu (1994) (expresión 10)<sup>21</sup> se supone que los efectos ineficiencia son función de un conjunto de variables explicativas ( $z_{i,t}$ ), de las interacciones entre los recursos empleados (inputs) y las variables explicativas ( $z_{i,t}^*$ ) -por esta razón se dice que la función frontera es no-neutral- y un término aleatorio ( $\omega_{i,t}$ ).

$$u_{i,t} = \delta z_{i,t} + \delta^* z_{i,t}^* + \omega_{i,t} \quad [10]$$

Trabajos recientes que abordan cuestiones metodológicas como las planteadas en las páginas anteriores son, por citar sólo alguno de ellos: Mahadevan (2000); Wadud y White (2000); Kathuria (2001); Singh, et.al. (2001); Rezitis, et.al. (2002); Önder, et.al. (2003); Wang (2003); Tong y Chan (2003); Kim (2003); Becchetti y Sierra (2003); Hasnah, et.al. (2003); Fousekis y Klonaris (2003); etc.

Aquellos lectores interesados en seguir profundizando en temas relacionados con el análisis de la función frontera de producción estocástica pueden consultar: Fried, et.al. (1993); Coelli, et.al. (1998); Álvarez (2002) y Kumbhakar y Lovell (2003).

### 3.2. Análisis envolvente de datos

Evaluar la eficiencia a través de métodos frontera estocástica exige, como se ha puesto de manifiesto en el apartado anterior, definir la función de producción que relacione los recursos empleados en el proceso transformación para obtener el output. Asimismo, para estimar por máxima-verosimilitud la función frontera estocástica es necesario establecer cómo se distribuye el término  $u_{i,t}$ , lo cual no está exento de arbitrariedad. Frente a estos inconvenientes de la función frontera estocástica, el análisis envolvente de datos (DEA), dado que es una técnica no-paramétrica, no supone ninguna forma funcional de la relación entre los inputs y los outputs, ni una distribución de la ineficiencia. Además, es capaz de manejar situaciones de múltiples inputs y outputs, expresados en distintas unidades. Son precisamente estas ventajas de DEA las que han favorecido su uso extensivo<sup>22</sup>.

20.  $\delta$  es un vector de parámetros a estimar.

21.  $\delta$  y  $\delta^*$  son vectores de parámetros a estimar. Puede contrastarse la hipótesis de que  $\delta = \delta^*$ . No rechazar ésta conduciría al segundo modelo de Battese y Coelli (1995).

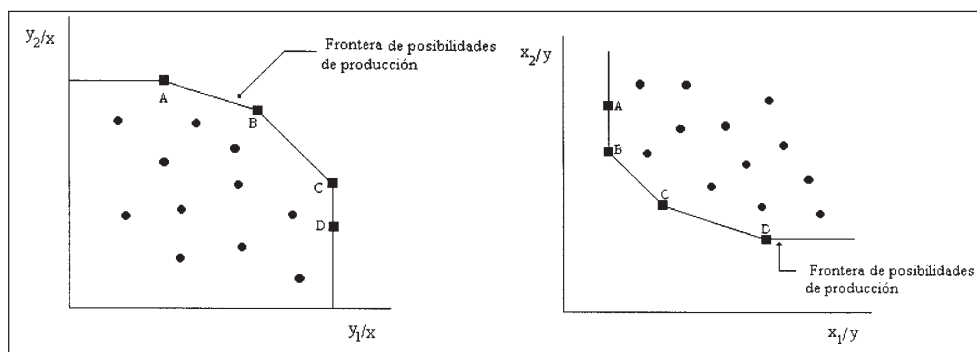
22. Una detallada y actualizada base bibliográfica sobre DEA puede ser consultada en [www.banxia.com/frontier/bibliography.html](http://www.banxia.com/frontier/bibliography.html). Por otra parte, y como ya se apuntara para la fronte-

### 3.2.1. Concepto intuitivo de envolvente y formas de medir la eficiencia

Considérese, a modo ilustrativo, un conjunto de entidades<sup>23</sup> cada una de las cuales produce un único output ( $y$ ) a partir de un único input ( $x$ ). En esta situación resulta sencillo obtener un indicador de eficiencia para cada una de las  $n$  entidades consideradas -la tradicional definición de eficiencia entiende ésta como el cociente entre el output y el input- y realizar, a partir de las puntuaciones obtenidas, una clasificación de eficiencia. Así, la entidad más eficiente será aquella cuyo cociente sea mayor. Evidentemente también se podrá comparar las entidades y determinar la eficiencia relativa de éstas respecto de las calificadas como más eficientes.

Siguiendo con este razonamiento, si en lugar de un único output y un único input, el conjunto de  $n$  entidades produjese a) dos outputs ( $y_1, y_2$ ) a partir de un único input ( $x$ ) o b) un único output ( $y$ ) a partir de dos inputs ( $x_1, x_2$ ), se tendrían que considerar dos cocientes:  $(y_1/x, y_2/x)$  para la situación a) y  $(x_1/y, x_2/y)$  para la situación b). En la figura 4 se representan gráficamente estos supuestos.

Figura 4.



Las entidades calificadas como técnicamente eficientes se han denotado con las letras A, B, C y D. Dibujando una línea que una todas estas entidades eficientes y prolongándola de forma paralela a los ejes se obtiene la frontera de posibilidades de

ra estocástica, analizar la eficiencia de un conjunto de entidades utilizando la metodología DEA pasa por disponer de software que permita resolver el modelo planteado. Software gratuito es el desarrollado por Coelli (1996a): deap y EMS, Scheel (2000):EMS. Estos pueden descargarse de las direcciones de internet: [www.uq.edu.au/economics/cepa/software.htm](http://www.uq.edu.au/economics/cepa/software.htm) y [www.wiso.uni-dortmund.de/lsg/or/scheel/ems](http://www.wiso.uni-dortmund.de/lsg/or/scheel/ems). Otro software, de carácter comercial, es Frontier Analyst Professional ([www.banxia.com](http://www.banxia.com)); DEA Solver Pro ([www.saitech-inc.com](http://www.saitech-inc.com)); DEAFrontier (Zhu (2002)) y Warwic-DEA.

23. Charnes, et.al. (1978) emplean el término Decision Market Unit (DMU) para referirse a entidades sin ánimo de lucro. No obstante, el término DMU se ha extendido para hacer referencia a cualquier tipo de productor o unidad de producción: empresa, industria, país, región, etc.

producción (FPP), es decir, el límite entre los niveles de producción alcanzables e inalcanzables; por lo que no debe confundirse la FPP con la frontera eficiente. Ésta última, en el caso de la representación izquierda de la figura 4, vendrá determinada por las entidades A, B y C; y en la representación derecha por las entidades B, C y D. Como puede observarse, la frontera eficiente, en cualquier caso, envuelve a todos los datos.

Los casos descritos anteriormente deben ser extendidos para tener en cuenta situaciones mucho más realistas puesto que, salvo muy raras excepciones, las entidades previsiblemente producirán varios outputs a partir de varios inputs. En consecuencia, debe acudirse a métodos de programación matemática que permitan obtener el casco convexo de los datos, es decir, la frontera eficiente. La técnica del Análisis Envolvente de Datos (DEA) es una técnica de programación lineal que facilita la construcción de una superficie envolvente, frontera eficiente o función de producción empírica, a partir de los datos disponibles del conjunto de entidades objeto de estudio, de forma que aquellas que determinan la envolvente son denominadas entidades eficientes, y permite la evaluación de la eficiencia relativa de cada una de las entidades<sup>24</sup>.

La técnica DEA, que resulta de una extensión del trabajo de Farrell<sup>25</sup> (1957), fue desarrollada por Rhodes (1978) en su tesis doctoral. Ese mismo año aparece publicado, en *European Journal of Operational Research*, el artículo "Measuring the Efficiency of Decision Making Units", de Charnes, et.al., en el que se presenta la formalización del primer modelo DEA, popularmente conocido como modelo DEA-CCR.

Entre las hipótesis que supone el modelo DEA-CCR se encuentran: convexidad, fuerte eliminación gratuita de inputs y outputs y rendimientos constantes a escala. La relajación de esta última, al permitir que la tecnología de producción exhiba rendimientos variables a escala, se debe a Banker, et.al. (1984), dando lugar al denominado modelo DEA-BCC. Ambos proporcionan medidas de eficiencia radial (proporcional), input u output orientadas. En este último sentido, debe tenerse presente que, siguiendo a Charnes, et.al. (1981), la eficiencia puede ser caracterizada con relación a dos orientaciones<sup>26</sup> básicas (véase figura 5).

1. Los modelos output orientados, que buscan, dado el nivel de inputs, el máximo incremento proporcional de los outputs permaneciendo dentro de la frontera de posibilidades de producción. En este sentido una entidad no puede ser caracteri-

---

24. Estas entidades deben ser unidades comparables, en el sentido que todas las entidades consumen los mismos inputs, en diferentes cantidades, para producir el mismo conjunto de outputs, en distintas cantidades (Pastor, 2000).

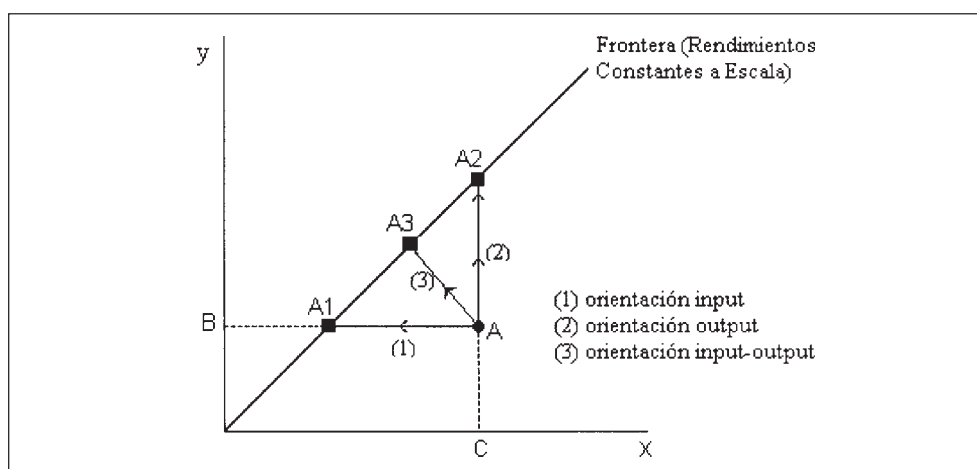
25. Los principales desarrollos de los métodos de estimación de la eficiencia productiva fueron sugeridos por Farrell (1957) en la discusión de su trabajo. Forsund (1999) plantea las ideas originales de éste y establece las conexiones con la aproximación paramétrica determinista, la aproximación estocástica y DEA.

26. O direcciones de la eficiencia.

zada como una eficiente si es posible incrementar cualquier output sin incrementar ningún input y sin disminuir ningún otro output.

2. Los modelos input orientados, que persiguen la máxima reducción proporcional en el vector de inputs mientras permanece en la frontera de posibilidades de producción. Una entidad no es eficiente si es posible disminuir cualquier input sin alterar sus outputs.

Figura 5.



A continuación se realiza una breve revisión de los fundamentos de los modelos DEA-CCR y DEA-BCC input orientados (de forma análoga se procedería en el caso del modelo output orientado), y se apuntan algunas de las principales extensiones que éstos han experimentado en los últimos años.

### 3.2.2. Modelo DEA-CCR

En DEA, la eficiencia técnica (relativa) de cada una de las entidades se define como el cociente entre la suma ponderada de los outputs y la suma ponderada de los inputs<sup>27</sup>. El modelo DEA-CCR input orientado expresado en términos de cociente sería<sup>28</sup>:

27. También es habitual encontrar la eficiencia definida como el cociente entre el output virtual (output ponderado) y el input virtual (input ponderado).

28. Al poco tiempo de publicar su pionero trabajo, Charnes, et.al. (1979) sustituyen la condición de no-negatividad ( $u_r, v_i \geq 0$ ) del problema fraccional, expresión (9), por una condición de positividad estricta ( $u_r, v_i \geq \epsilon$ ), donde  $\epsilon$  es un infinitésimo no-arquimedeo. El motivo no es otro que evitar que una entidad, pese a presentar  $h_0^* = 1$ , sea incorrectamente caracterizada como eficiente al obtener en la solución óptima algún peso  $u_r$  y/o  $v_i$  el valor cero siendo, en consecuencia, el correspondiente input y/o output obviado en la determinación de la eficiencia.

$$\begin{array}{l}
 \text{Max}_{u,v} \quad h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \\
 \text{Sujeto a :} \\
 \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 u_r, v_i \geq 0
 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Max}_{u,v} \quad h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \\ \text{Sujeto a :} \\ \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \\ u_r, v_i \geq 0 \end{array}} \right\} \quad [11]$$

donde se consideran  $n$  entidades ( $j=1,2,\dots,n$ ), cada una de las cuales utiliza, en diferentes cantidades, los mismos inputs para obtener los mismos outputs;  $x_{ij}$  ( $x_{ij} \geq 0$ ) representa las cantidades de input  $i$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) consumidos por la  $j$ -ésima entidad;  $x_{i0}$  representa la cantidad de input  $i$  consumido por la entidad que es evaluada;  $y_{rj}$  ( $y_{rj} \geq 0$ ) representa las cantidades observadas de output  $r$  ( $r=1,2,\dots,s$ ) producidos por la  $j$ -ésima entidad;  $y_{r0}$  representa la cantidad de output obtenido por la entidad evaluada y  $u_r$  ( $r=1,2,\dots,s$ ) y  $v_i$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) representan los pesos (o multiplicadores) de los outputs e inputs respectivamente.

El problema no lineal formulado en (11) pretende obtener el conjunto óptimo de pesos (o multiplicadores)  $\{u_r\}$  y  $\{v_i\}$  que maximicen la eficiencia relativa,  $h_0$ , de la entidad objeto de evaluación, sujeto a la restricción de que ninguna entidad puede tener una puntuación de eficiencia mayor que la unidad usando estos mismos pesos. Evidentemente, los pesos óptimos ( $u_r^*$  y  $v_i^*$ ) diferirán de una entidad a otra<sup>29</sup>, puesto que cada una busca los mejores pesos que maximicen su eficiencia.

Si la solución óptima es  $h_0^* = 1$  esto indicará que la entidad que está siendo evaluada es eficiente en relación con las otras entidades. Si  $h_0^* < 1$ , la entidad será ineficiente. En este caso, las entidades que, con los mismos pesos  $u_r$  y  $v_i$  de la entidad ineficiente que está siendo evaluada, resulten ser eficientes se denominan peers (pares) y constituyen el conjunto de referencia eficiente de la entidad ineficiente, es decir, constituyen la referencia para su mejora.

El problema dual de aquel resultante de linealizar el problema fraccional de la expresión (11) es conocido como la forma envolvente, y es, tal vez, el más empleado en aplicaciones DEA<sup>30</sup>.

29. Ésta flexibilidad en la elección de los pesos es considerada tanto una debilidad como una fortaleza de la metodología DEA (Boussofiane, et.al., 1991).

30. El motivo es evidente. El programa lineal DEA-CCR, el primal del dado en la expresión (12), viene definido por un número de restricciones igual a  $(n+1)$ . Sin embargo, el programa lineal

La forma envolvente puede expresarse, en términos matriciales, de la siguiente forma:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Min}_{\theta, \lambda} \quad \theta \\ \text{Sujeto a :} \\ Y\lambda \geq y_0 \\ \theta x_0 \geq X\lambda \\ \lambda \geq 0 \end{array} \right\} \quad [12]$$

donde:  $Y$  es una matriz de outputs de orden  $(s \times n)$ ,  $X$  es una matriz de inputs de orden  $(m \times n)$ ,  $y_0$  y  $x_0$  representan el vector output e input, respectivamente, de la entidad que está siendo evaluada,  $\lambda$  es el vector  $(n \times 1)$  de pesos o intensidades y  $\theta$  denota la puntuación de eficiencia (técnica).

Si la solución óptima de la forma envolvente resulta ser  $\theta^* = 1$ <sup>31</sup>, entonces la entidad que está siendo evaluada es eficiente, de acuerdo a la definición de Farrell (1957), en relación con las otras entidades, puesto que no es posible encontrar ninguna entidad o combinación lineal que obtenga al menos el output de la evaluada utilizando menos factores. En caso contrario la entidad es ineficiente, es decir, si  $\theta^* < 1$  es posible obtener, a partir de los valores  $\lambda_j^*$  obtenidos, una combinación de entidades que funcione mejor que la evaluada.

El problema en la expresión (12), tal y como está definido, es resuelto en una única etapa<sup>32</sup>, de forma que las variables de holgura  $s_r^+$  (variable de holgura output) y  $s_i^-$  (variable de holgura input) son obtenidas de forma residual. Por tanto, es posible que no se satisfaga la condición de eficiencia de Pareto-Koopmans, más restrictiva que la de Farrell, según la cual una entidad es eficiente si y solo si  $\theta^* = 1$  y todas las holguras son cero<sup>33</sup>, en caso contrario la entidad es calificada como ineficiente<sup>34</sup>.

DEA-CCR dual, la forma envolvente, está sujeto a  $(s+m)$  restricciones. Como generalmente el número de entidades con las que se trabaja es mucho mayor que el número total de inputs y outputs, esta es la razón por la que el modelo DEA-CCR dual es el problema preferido para ser resuelto (Coelli, et.al., 1998).

31. También suele ser referida como medida de eficiencia de Debreu-Farrell puesto que su medida de eficiencia técnica está inspirada en el concepto del "coeficiente de utilización de recursos" ( $\theta$ ) de Debreu (1951). El coeficiente  $(1-\theta)$  indica la máxima reducción que puede realizarse en los factores de producción manteniendo el nivel de output dado.

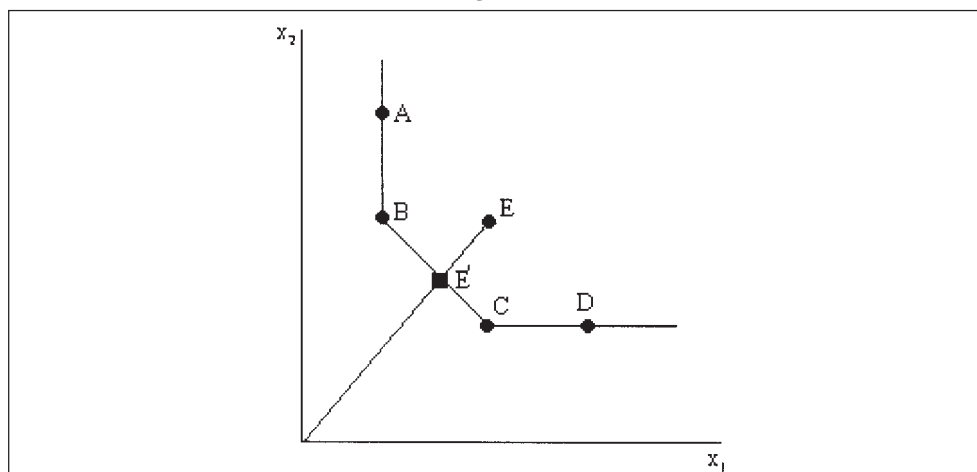
32. Métodos alternativos de resolución son los propuestos por: Ali y Seiford (1993): método bietápico; Cooper, et.al. (2000): método de tres etapas; y Coelli (1998): método multietápico.

33. En este caso, todas las entidades con  $\theta^* = 1$  son igualmente eficientes. Andersen y Petersen (1993) introdujeron la idea de la supereficiencia, permitiendo con ello establecer una clasificación entre estas entidades eficientes. Sin embargo, no siempre es posible obtener el valor de la medida de Andersen y Petersen. Con posterioridad, Bogetoft (1995), Dula y Hickman (1997), Seiford y Zhu (1999) y Bogetoft y Hougaard (1999, 2002), han intentado superar estas limitaciones.



En la figura 6, donde se consideran dos inputs,  $x_1$  y  $x_2$ , por unidad de output, se pretende reflejar la situación descrita en el párrafo anterior.

Figura 6



Las entidades etiquetadas como A, B, C y D son eficientes técnicamente según la condición de eficiencia Farrell, puesto que su puntuación de eficiencia  $\theta^*$  es igual a la unidad. La entidad E es, a todas luces, ineficiente ( $\theta^* < 1$ ). Sin embargo, sólo las entidades B y C son eficientes técnicamente según la condición de Pareto-Koopmans, las entidades A y D son débilmente eficientes, puesto que presentan holguras input, la primera en el input  $x_2$  y la segunda en el input  $x_1$ , que indicarán en cuánto las entidades A y D deberían reducir el consumo de dichos inputs.

A nivel práctico, uno de los resultados DEA que puede resultar más interesante consiste en la obtención, para toda entidad ineficiente, de un punto de proyección  $(\hat{x}_0, \hat{y}_0)$  sobre la frontera eficiente que represente a una entidad (real o virtual) eficiente, la cual, en un modelo input orientado como el abordado en este apartado, consumirá, como mucho, la proporción  $\theta$  de los inputs de la entidad evaluada y producirá, al menos, la misma cantidad de outputs.

34. Si en el óptimo resultara que  $s_r^{+*} > 0$  esto significaría que sería posible incrementar el output  $r$  de la entidad evaluada en la cantidad dada por esa holgura, con lo que la ésta debería producir el output  $r$  en la cantidad  $(y_r + s_r^{+*})$  en lugar de en la cantidad observada  $y_r$ . Análogamente, si se obtuviese una holgura input tal que  $s_i^{-*} > 0$  esto indicaría que el input  $i$  podría ser reducido en la cantidad dada por  $s_i^{-*}$ , de tal forma que el input  $i$  debería ser usado en la cantidad  $(x_i - s_i^{-*})$  en lugar de en la cantidad  $x_i$ .

El referido punto de proyección vendrá dado por  $(\hat{x}_0 = \lambda^* X, \hat{y}_0 = \lambda^* Y)$ , o lo que es lo mismo  $\left( \hat{x}_0 = \sum_{j=1}^n \lambda_j^* X_j, \hat{y}_0 = \sum_{j=1}^n \lambda_j^* Y_j \right)$ . Es decir, la entidad eficiente resultante

de la proyección es obtenida como una combinación lineal de los puntos observados, esto es, de otras entidades, que se dice constituyen el conjunto de referencia<sup>35</sup> de la entidad evaluada y calificada como ineficiente.

Volviendo a la figura 6, la entidad E es claramente ineficiente. En este caso, el punto de proyección sobre la frontera eficiente determinará la dirección de mejora, presumiblemente la más accesible, a emprender por la entidad E. La proyección, la entidad ficticia (o virtual) E', resultará de una combinación entre las entidades B y C en proporciones dadas por los valores óptimos de las intensidades  $\lambda_j^*$  (j=B,C) obtenidos a partir de la resolución, para la entidad E, del problema de la expresión (12).

Conocidas para la entidad ineficiente las coordenadas de su proyección sobre la frontera, es posible determinar otros dos importantes resultados: sus valores (input y output) objetivo y la mejora potencial que debería promoverse.

Los valores objetivo, también conocidos como targets, son los niveles input y output que, caso de alcanzarlos, convertirían a una entidad ineficiente en eficiente<sup>36</sup>.

La mejora potencial, en términos absolutos o relativos, se obtiene al comparar los valores observados para la entidad evaluada con sus valores objetivo fijados, y permite establecer la cuantía de la reducción input y/o incremento output que ésta debería tratar de promover para convertirse en eficiente.

A su vez, la mejora potencial de una entidad puede ser descompuesta en:

1. Mejora proporcional, derivada de la reducción radial: si  $x_0$  representa el vector de inputs de la entidad que está siendo evaluada, y  $\theta$ <sup>37</sup> su puntuación de eficiencia técnica, entonces  $(1-\theta x_0)$  indicará la cantidad en que deberían reducirse radialmente (proporcionalmente) todos los inputs de la entidad evaluada para que fuese eficiente.
2. Mejora holgura, derivada de la reducción holgura: La diferencia entre los valores input objetivo y la reducción radial indicará la cuantía en que adicionalmente ésta debe reducir sus inputs como consecuencia del movimiento holgura (desplazamiento a lo largo de la frontera).

35. Formado por todas aquellas entidades que en la solución del problema de la expresión (12) obtengan unas intensidades  $\lambda_j^* > 0$  (j=1,2,...n). Cada una de éstas actúa como referencia o, en la terminología DEA, benchmark.

36. Se corresponden con las coordenadas de proyección.

37.  $(1-\theta)$  indicará la máxima reducción (proporcional) que puede llevar a cabo la entidad objeto de evaluación en todos sus inputs manteniendo el nivel de outputs dado.

Determinado el conjunto de referencia y los valores objetivo de una entidad ineficiente, también resulta muy interesante poder saber en qué medida cada una de las benchmark contribuye a éstos. Esta información permitirá poner de manifiesto la mayor o menor importancia que, en cada variable input y output, representa la benchmark para la entidad ineficiente.

El porcentaje de contribución de la entidad eficiente  $k$  a los valores objetivo del output  $r$  de una entidad ineficiente ( $PC_{k,i}$ ) vendrá dado por:

$$PC_{k,r} = \frac{\lambda_k^* Y_{rk}}{\sum_{j=i}^n \lambda_j^* Y_{rj}} \cdot 100 \quad [13]$$

en tanto que el porcentaje de contribución de la entidad eficiente  $k$  a los valores objetivo del input  $i$  de una entidad ineficiente ( $PC_{k,i}$ ) será:

### 3.2.3. Modelo DEA-BCC

Los modelos DEA-CCR formulados en el epígrafe anterior suponen que la tecnología satisface, entre otras, la propiedad de rendimientos constantes a escala, y proporcionan una medida de eficiencia técnica (global) (ETG). Banker, et.al. (1984) relajan este supuesto al permitir que la tecnología presente rendimientos variables a escala. La operatividad de este supuesto se traduce en la adición de la denominada restricción de convexidad  $\bar{1}\lambda = 1$  en el modelo expresado en (12), eliminando de esta forma la influencia de la escala de producción. La medida de eficiencia así obtenida es una medida de eficiencia técnica pura (ETP), se trata de medidas de eficiencia técnica “*netas de cualquier efecto escala*” (Thanassoulis, 2001)<sup>38</sup>.

En la figura 7 se ilustra el caso de dos entidades -A y B- que a partir de un único input obtienen un único output. Se han representado, asimismo, las tres fronteras DEA más comúnmente estimadas, a saber: frontera de rendimientos constantes a escala (RCE), rendimientos variables a escala (RVE) y rendimientos no crecientes a escala (RNCE)<sup>39</sup>.

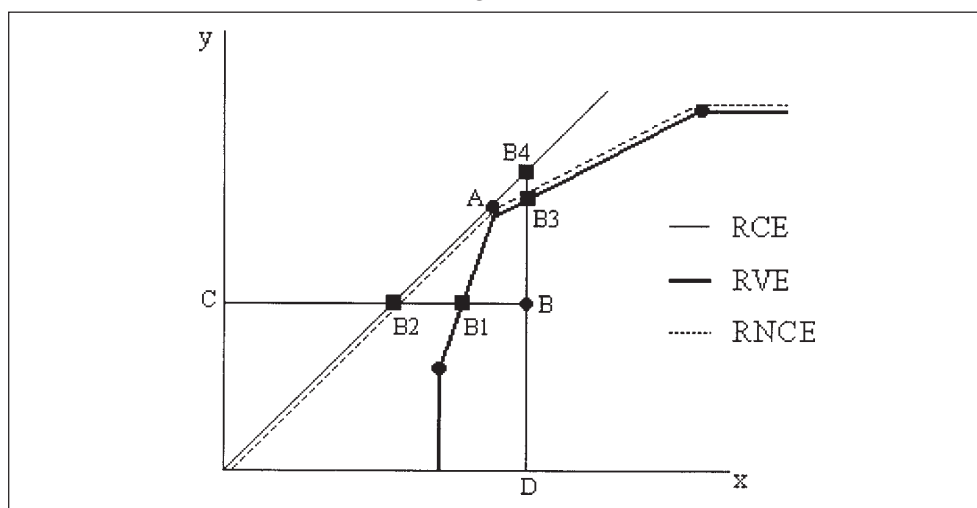
Considerando una orientación input, puede observarse como la eficiencia de la entidad B viene dada por el cociente  $CB2/CB$  (la ineficiencia vendrá dada por la distancia B2B) bajo los supuestos de rendimientos constantes o no crecientes a esca-

38. Véase descomposición de la eficiencia en la figura 2.

39. En relación con la estimación de los rendimientos a escala en DEA puede consultarse, entre otros, los trabajos de Banker, Charnes y Cooper (1984), Banker (1984), Banker y Thrall (1992).

40. A este respecto puede consultarse, por ejemplo, Pastor (2000).

Figura 7



Fuente: Adaptado de Lovell (1993).

la, mientras que si la entidad B opera con tecnología de rendimientos variables, la eficiencia vendría dada por  $CB1/CB$ . La diferencia entre una medida y otra, es decir, la distancia  $B2B1$ , es la EE, que puede ser interpretada como la parte de la ineficiencia presente en ETG que obedece a la escala de producción de la entidad que se evalúa, es decir, es el resultado de descontar a la ETG la ETP (Pastor, 1996).

Por tanto, se tiene que:

$$ETG = ETP \cdot EE$$

$$\frac{CB2}{CB} = \frac{CB1}{CB} \cdot \frac{CB2}{CB1} \quad [15]$$

De la anterior expresión puede deducirse que si  $EE=1$  entonces  $ETG=ETP$ , lo que indica que la entidad no presenta ineficiencias de escala y, por tanto, opera en una escala óptima. Si la entidad B presentase ineficiencia de escala ( $EE<1$ ) se tendría que comparar la frontera de rendimientos variables con la frontera de rendimientos no crecientes para determinar si la entidad opera bajo rendimientos crecientes o decrecientes a escala (ver figura 7).

Puede concluirse, por tanto, que la frontera RCE es más restrictiva y producirá, generalmente, un menor número de entidades eficientes así como puntuaciones menores de eficiencia entre todas las entidades. Debe observarse, además, que la eficiencia input y output bajo RVE no son necesariamente iguales.

El modelo DEA-BCC, en su forma envolvente, que permitirá estimar la puntuación de eficiencia técnica pura (ETP), puede escribirse como:

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{Min}_{\theta, \lambda} \quad \theta \\
 \text{Sujeto a :} \\
 Y\lambda \geq y_0 \\
 \theta x_0 \geq X\lambda \\
 \bar{1}\lambda = 1 \\
 \lambda \geq 0
 \end{array} \right\} \quad [16]$$

La entidad evaluada será calificada como eficiente (ETP), según la definición de Pareto-Koopmans, si y solo si en la solución óptima

- $\theta^*=1$  y
- las variables de holguras son todas nulas, es decir,  $s^{+*} = 0$  y  $s^{-*} = 0$ .

La tipología de resultados que pueden obtenerse como consecuencia de aplicar el modelo DEA-BCC en la evaluación de eficiencia de un conjunto de entidades es similar a la que proporciona el modelo DEA-CCR, solo que ahora es posible descomponer la eficiencia técnica en eficiencia técnica pura y escala, así como determinar, para cada entidad particular, el tipo de rendimiento con el que localmente opera.

#### 3.2.4. Extensiones

En las páginas previas (epígrafes 3.2.2. y 3.2.3.) se ha hecho referencia a los modelos DEA básicos: DEA-CCR y DEA-BCC. Dentro de esta categorización de modelos básicos, deberían ser incluidos los denominados modelos aditivos (Charnes, et.al., 1985), que combinan las orientaciones input y output en un único modelo, y multiplicativos, que se obtienen al aplicar logaritmos sobre los valores originales en el modelo aditivo (Charnes, et.al., 1982).

El modelo aditivo, considerando rendimientos variables a escala ( $\bar{1}\lambda = 1$ ), puede ser formulado como sigue:

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{Max}_{\lambda, s^+, s^-} \quad (Is^+ + Is^-) \\
 \text{Sujeto a :} \\
 \lambda Y - s^+ = y_0 \\
 -\lambda X - s^- = -x_0 \\
 \bar{1}\lambda = 1 \\
 \lambda, s^+, s^- \geq 0
 \end{array} \right\} \quad [17]$$

Puede verse que la diferencia entre el modelo aditivo, expresión (17), y el modelo DEA-BCC, expresión (16), estriba en que en el primero todas las ineficiencias son capturadas en las variables holgura,  $s^+$  y  $s^-$ , es decir, en el modelo aditivo se omite la cantidad proporcional de ineficiencia dada por  $\theta$ .

A partir del modelo propuesto por Charnes, et.al. (1978) la metodología DEA ha evolucionado enormemente<sup>40</sup>. La mayoría de estas mejoras han sido resultado de lagunas encontradas en los modelos a través de su aplicación empírica. Esta evolución en la metodología DEA ha permitido que, entre otras cuestiones, en los modelos:

- Pueda relajarse la necesidad de que las variables sean medidas en una escala continua y se incorporen variables de tipo categórico (v.gr. dispone de sistema de calidad) (Kamakura, 1988; Rousseau y Semple, 1993; Charnes, et.al., 1994; Forsund, 2001).
- Se distinga entre variables discrecionales (v.gr. número de empleados) y no-discrecionales (o fijadas exógenamente) (v.gr. número de competidores), es decir, factores que intervienen en el proceso productivo pero que no son controlables por el gestor y, por tanto, no pueden ser variados a discreción de éste. Recientemente, Worthington y Dollery (1999) compararon los resultados obtenidos al incorporar, según distintas aproximaciones, inputs no-discrecionales en DEA<sup>41</sup>.
- En lugar de permitir que la entidad evaluada incorpore en su medida de eficiencia los pesos que le resultan más favorables (completa flexibilidad) es posible establecer restricciones en los mismos. En este sentido, varias son las aproximaciones disponibles para restringir los pesos: Así, entre otros, Dyson y Thanassoulis (1988) imponen límites superior e inferior a los multiplicadores; Wong y Beasley (1990), en lugar de establecer restricciones sobre los pesos input y/u output, introducen restricciones sobre los inputs y/u outputs virtuales; y Thompson, et.al. (1986) y Thompson, et.al. (1990), en el modelo conocido como región de confianza<sup>42</sup>, construyen límites superiores e inferiores para los valores que pueden tomar los pesos (o multiplicadores)<sup>43</sup>.
- La posibilidad de trabajar con un panel de datos (Charnes, et.al.,1985), a lo que suele hacerse referencia como Análisis Ventana (Window Analysis), que permite estudiar el cambio de la eficiencia en el tiempo<sup>44</sup>, cuando para una entidad se dispone de información en varios periodos de tiempo.

41. La inclusión en DEA de inputs no discrecionales es tratada, entre otros, por Muñiz (1999).

42. Modelo Assurance Region (AR). Pueden definirse modelos AR tipo I (ARI) o modelos AR tipo II (ARII), dependiendo de que las restricciones afecten únicamente a pesos input y/u output, en el caso del primero, o que las restricciones afecten simultáneamente a los pesos input y output, en el caso del segundo.

43. Más detalles en Allen (1997) y Allen, et.al. (1997). Muy recomendable, por la claridad de exposición, la lectura de Thanassoulis (2001: Capítulo 8).

44. O cuando se dispone de información de un número reducido de entidades.

Después de esta exposición, que por razones de brevedad resulta ser sintética y no exhaustiva, y para concluir, conviene llamar la atención sobre el hecho de que la eficiencia técnica es quizás la cualidad sobre la que la empresa puede tener más control (en menor grado sobre la asignativa). Ésta es la razón por la cual el logro de la eficiencia resulta de singular importancia, para contribuir a saldar la ecuación que permitirá alcanzar la competitividad.

### Agradecimientos

Los autores desean agradecer los comentarios y sugerencias de dos evaluadores anónimos.

## 4. BIBLIOGRAFÍA

- ANDERSEN, P., PETERSEN, N.C. (1993): "A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management Science* 39, 1261-1264.
- AIGNER, D. J.; LOVELL, C.A.K. y SCHMIDT, P. (1977): "Formulation and estimation of stochastic frontier production models". *Journal of Econometrics*, 6, págs. 21-37.
- AIGNER, D.J. y CHU, S.F. (1968): "On Estimating the industry production function". *American Economic Review*, 58, págs. 826-839.
- ALI, A. I. y SEIFORD, L.M. (1993): "The mathematical programming approach to efficiency analysis" en Harold O. Fried, C.A. Knox Lovell y Shelton S. Schmidt, editors. *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*. Oxford. Oxford University Press.
- ALLEN, R. (1997): *Incorporating Value Judgements in Data Envelopment Analysis*. PhD. Thesis. Warwick Business School, Warwick University. Coventry, England.
- ALLEN, R.; ATHANASSOPOULOS, A.; DYSON, R.G. y THANASSOULIS, E. (1997): "Weights Restrictions and Value Judgements in Data Envelopment Analysis: Evolution, Development and Future Directions". *Annals of Operations Research*, vol. 73: 13-34.
- ALVAREZ, A (2002): "Concepto y medición de la eficiencia productiva" en ALVAREZ, A. (Coordinador) (2002): *La medición de la eficiencia y la productividad*. Pirámide. Madrid.
- BANKER, R.D. y THRALL, R.M. (1992): "Estimation of returns to scale using data envelopment analysis". *European Journal of Operational Research*, 62, págs. 74-84.
- BANKER, R.D., CHARNES, A. y COOPER, W.W. (1984): "Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis". *Management Science*, 30(9), págs. 1078-1092.
- BATTESE, G.E. y COELLI, T. (1988): "Prediction on firm-level technical efficiencies with a generalized frontier production function and panel data". *Journal of Econometrics*, 38, págs. 387-399.
- BATTESE, G.E. y COELLI, T. (1992): "Frontier production functions, technical efficiency and panel data: With application to paddy farmers in India". *Journal of Productivity Analysis*, 3, págs. 153-169.

- BATTESE, G.E. y COELLI, T. (1995): "A model for technical inefficiency effects in a stochastic frontier production function for panel data". *Empirical Economics*, 20, págs. 325-332.
- BECCHETTI, L. y SIERRA, J. (2003): "Bankruptcy risk and productive efficiency in manufacturing firms". *Journal of Banking and Finance*, 27, págs. 2099-2120.
- BOGETOFT, P. (1995): "Incentives and productivity measurements". *International Journal of Production Economics*, 39, págs. 67-81.
- BOGETOFT, P. y HOUGAARD, J.L. (2002): "Super efficiency evaluations based on potential slack": *European Journal of Operational Research*, 152, págs. 14-21.
- BOGETOFT, P. y HOUGAARD, J.L. (1999): "Efficiency evaluations based on potential (non-proportional) improvements". *Journal of Productivity Analysis*, 12, págs. 233-247..
- BOUSSOFIANE, A.; DYSON, R.G. y THANASSOULIS, E. (1991): "Applied data envelopment analysis". *European Journal of Operational Research*, 52, págs. 1-15.
- CHARNES, A., COOPER, W.W. y RHODES, E. (1978): "Measuring the efficiency of decision making units". *European Journal of Operational Research*, 2, págs. 429-444.
- CHARNES, A.; COOPER, W. W. y RHODES, E. (1979): "Short communication: measuring the efficiency of decision making units". *European Journal of Operational Research*, 3, págs. 339.
- CHARNES, A.; COOPER, W.W. y RHODES, E. (1981): "Evaluating program and managerial efficiency: an application of data envelopment analysis to program follow through". *Management Science*, 27(6), págs. 668-697.
- CHARNES, A.; CLARK, T.; COOPER, W.W. y GOLANY, B. (1985): "A Developmental Study of Data Envelopment Analysis in Measuring the Efficiency of Maintenance Units in the U.S. Air Force". In R. Thompson and R. M. Thrall (eds.). *Annals of Operation Research*, vol. 2: 95-112.
- CHARNES, A.; COOPER, W.W.; GOLANY, L. SEIFORD, L. and STUTZ, J. (1985): "Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions". *Journal of Econometrics*, 30, págs. 91-107.
- CHARNES, A.; COOPER, W.W.; SEIFORD, L. y STUTZ, J. (1982): "A multiplicative model for efficiency analysis". *Socio-Economic Planning Sciences*, vol. 16(5), págs. 223-224.
- COELLI, T. (1996a): "A guide to DEAP Version 2.1: A data envelopment analysis (Computer) program". CEPA Working Paper 96/8. *Department of Econometrics, University of New England, Armindale NSW Australia*.
- COELLI, T. J. (1996b): "A guide to frontier version 4.1.: A computer program for stochastic frontier production and cost function estimation". CEPA Working Paper 96/7. *Department of Econometrics, University of New England, Armindale NSW Australia*.
- COELLI, T. (1998): "A Multi-stage methodology for the solution of orientated DEA models". *Operations Research Letter*, 22, págs. 143-149.



- COELLI, T., PRASADA RAO, D.S. y BATTESE, G.E. (1998): An introduction to efficiency and productivity analysis. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- COOPER, W.W; SEIFORD, L.M. y TONE, K. (2000): Data envelopment analysis. A comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver software. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- DEBREAU, G. (1951): "The coefficient of resource utilization". *Econometrica*, 19, págs. 14-22.
- DEL SOL, P. (1999). Evaluación de decisiones estratégicas. Mc Graw Hill. Chile.
- DULA, J.H. y HICKMAN, B.L. (1997): "Effects of excluding the column being scored from the DEA envelopment LP technology matrix". *Journal of the Operational Research Society*, 48, págs. 1001-1012.
- DYSON, R.G. y THANASSOULIS, E. (1988): "Reducing Weight Flexibility in Data Envelopment Analysis". *Journal of the Operational Research Society*, vol. 39(6): 563-576.
- ESTEBAN, J., ROJO, C. y VARGAS, G. (1998): "Cultura y gestión Industrial: Un análisis empírico". XXXIII Asamblea Anual. CLADEA. Santo Domingo. Octubre 1998.
- FARRELL, M.J. (1957): "The measurement of productive efficiency". *Journal of the Royal Statistical Society*, Series A, 120, Part III, págs. 253-290.
- FORSUND, F.R. (1999): "The evolution of DEA. The economic perspective". *Sixth European Workshop on Efficiency and Productivity Analysis*. Copenhagen.
- FORSUND, F.R. (2001): "Categorical variables in DEA". Working Paper Series. ICER (International Center for Economic Research).
- FOUSEKIS, P. y KLONARIS, S. (2003): "Technical efficiency determinants for fisheries: A study of trammel netters in Greece". *Fisheries Research*, 63, págs. 85-95.
- FRIED, H.O., LOVELL, C.A.K. y SCHMIDT, S.S. (Editors)(1993). The measurement of productive efficiency: Techniques and applications. Oxford University Press. Oxford.
- GHEMAWAT, P. (1991): Commitment: The Dynamic of Strategy. Free Press. New York
- GREENE, W. H. (1990): "A Gamma-Distributed Stochastic Frontier Model". *Journal of Econometrics*, 13(1), págs. 101-115.
- GREENE, W.H. (1993): "The econometric approach to efficiency analysis" en Harold O. Fried, C.A. Knox Lovell y Shelton S. Schmidt, editors. The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications. Oxford University Press. Oxford.
- HAMEL, G., C.K.PRAHALAD (1994): Competing for the future. Harvard Business School Press. Boston.
- HASNAH; FLEMING, E. y COELLI, T. (2003): "Assessing the performance of a nucleus estate and smallholder scheme for oil palm production in West Sumatra: A stochastic frontier analysis": *Agricultural Systems*. Article in press.
- HESKETT, J.L. (1997): The service profit chain. Free Press. New York.
- HOFSTEDE, G. (1991): Cultures and Organizations. Mc Graw-Hill, USA.

- HUANG, C.L., y LIU, J-T. (1994): "Estimation of a non-neutral stochastic frontier production function": *Journal of Productivity Analysis*, 5, págs. 171-180.
- JONDROW, J., LOVELL, C.A.K., MATEROV, I.S. y SMITH, P. (1982): "On the estimation of technical inefficiency in the stochastic frontier production models". *Journal of Econometrics*, 19, págs. 233-238.
- KAMAKURA, W. A. (1988): "A note on the use of categorical variables in data envelopment analysis". *Management Science*, 34(10), págs. 1273-1276.
- KATHURIA, V. (2001): "Foreign firms, technology transfer and knowledge spillovers to indian manufacturing firms: a stochastic frontier analysis" *Applied Economics*, 33, págs. 625-642.
- KIM, S. (2003): "Identifying and estimating sources of technical inefficiency in Korean manufacturing industries": *Contemporary Economic Policy*, Vol. 21, nº 1, págs. 132-144.
- KUMBHAKAR, S.C. y LOVELL, C.A.K. (2003): *Stochastic frontier analysis*. Cambridge University Press.
- LOVELL, C.A.K. (1993): "Production frontiers and productive efficiency" en Harold O. Fried, C.A. Knox Lovell y Shelton S. Schmidt, editors. *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*. Oxford. Oxford University Press.
- MAHADEVAN, R. (2000): "How technically efficient are Singapore's manufacturing industries?". *Applied Economics*, 32, págs. 2007-2014.
- MEEUSEN, W y VAN DEN BROECK, J. (1977): "Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error". *International Economic Review*, 18, págs. 435-444.
- NISHIMIZU, M. y PAGE, J.M. (1982): "Total factor productivity growth, technical progress and technical efficiency change: Dimensions of productivity change in Yugoslavia, 1965-78". *Economic Journal*, 92, págs. 920-936.
- OHLIN, B. (1933): *Interregional and international Trade*. Cambridge. Mass. Harvard University Press. Versión revisada publicada en 1968.
- ÖNDER, A.O.; DELIKTAS, E. y LENGER, A. (2003): "Efficiency in the manufacturing industry of selected provinces in turkey. A stochastic frontier analysis". *Emerging Markets Finance and Trade*. Vol. 39, nº 2, págs. 98-113.
- PASTOR, J.M. (1995): *Productividad, eficiencia y cambio técnico en los bancos y cajas de ahorro españolas: Un análisis frontera no paramétrico*. Tesis doctoral. Departamento de Análisis Económico. Universidad de Valencia.
- PASTOR, J.M. (1996): "Diferencias metodológicas para el análisis de la eficiencia de los bancos y cajas de ahorro españoles". Documento de Trabajo, 123. Universidad de Valencia.
- PASTOR, J.T. (2000): "Global efficiency measures in DEA". II Oviedo Workshop. May 2000.
- PITT, M. y LEE, L. (1981): "Measurement and sources of technical inefficiency in the Indonesian weaving industry". *Journal of Development Economics*, 9, págs. 43-64.

- PORTER, M. (1985): *Competitive Advantage: Creating and sustaining superior performance*. The Free press. New York.
- PORTER, M. (1990): *The Competitive Advantage of Nations*. The Free Press. USA.
- PORTER, M. (1996): "What is Strategy?". *Harvard Business Review*, Nov-Dec, págs. 61-78.
- REZITIS, A.N.; TSIBOUKAS, K. y TSOUKALAS, S. (2002): "Measuring technical efficiency in the greek agricultural sector". *Applied Economics*, 34, págs. 1345-1357.
- RHODES, E. (1978): *Data Envelopment Analysis and Approaches for Measuring the Efficiency of Decision-making Units with an Application to Program Follow-Through in U.S. Education*. Ph. D. dissertation, School of Urban and Public Affairs, Carnegie-Mellon University.
- RICHMOND, J. (1974): "Estimating the efficiency of production". *International Economic Review*, vol. 15(2), págs. 515-521.
- ROUSSEAU, J.J. y SEMPLE, J.H. (1993): "Categorical outputs in data envelopment analysis". *Management Science*, vol. 39, págs. 384-386.
- SCHEEL, H. (2000): "EMS: Efficiency Measurement System User's Manual". [www.wiso.uni-dortmund.de/lsg/or/scheel.ems](http://www.wiso.uni-dortmund.de/lsg/or/scheel.ems)
- SEIFORD, L. y ZHU, J. (1999): "Infeasibility of super efficiency DEA models". *INFOR*, 37, págs. 174-187.
- SHING, S.; COELLI, T. y FLEMING, E. (2001): "Performance of dairy plants in the cooperative and private sectors in India". *Annals of Public and Cooperative Economics*, 72:4, págs. 453-479.
- STEVENSON, R. (1980): "Likelihood functions for generalized stochastic frontier estimation". *Journal of Econometrics*, 13(1), págs. 58-66.
- TAGUCHI, G. (1993): *Quality engineering for technology development*. American Society of Mech. Engineers. New York.
- TEN KATE, A (1995): *La competitividad y factores que lo determinan*. México.
- THANASSOULIS, E. (2001): *Introduction to the theory and application of data envelopment analysis. A Foundation Text with integrated software*. Kluwer Academic Publishers. Boston.
- THOMPSON, R.G., LANGEMEIER, L.N., LEE, C.T. y THRALL, R.M. (1990): "The Role of Multiple Bounds in Efficiency Analysis with Application to Kansas Farming". *Journal of Econometrics*, 46, págs. 93-108.
- THOMPSON, R.G., SINGLETON, R.D., THRALL, R.M. y SMITH, B.A. (1986): "Comparative Site Evaluations for Locating a High-Energy Physics Laboratory in Texas". *Interfaces*, 16, págs. 16-26.
- THUROW, L. (1992): *Head to Head*. W.Morrow & Co. USA.
- TIMMER, C.P. (1971): "Using a probabilistic frontier production function to measure technical efficiency". *Journal of Political Economy*, 79, págs. 767-794.

- TINTNER, G. (1960): "A note on stochastic linear programming". *Econometrica*, 28, págs. 490-495.
- TONG, C.S.P. y CHAN, H. L. (2003): "Disparity in production efficiency of China's TVEs across regions: A stochastic frontier function approach". *Asia Pacific Journal of Management*, 20, págs. 113-131.
- WADUD, A. y WHITE, B. (2000): "Farm household efficiency in Bangladesh: a comparison of stochastic frontier and dea methods". *Applied Economics*, 32, págs. 1665-1673.
- WANG, H-J. (2003): "A stochastic frontier analysis of financing constraints on investment: the case of financial liberalization in Taiwan". *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 21, nº 3, págs. 406-419.
- WEBSTER, R.; KENNEDY, S. y JOHNSON, L. (1998): "Comparing techniques for measuring the efficiency and productivity of Australian private hospitals": Working papers in Econometrics and Applied Statistics, nº 98/3. *Australian Bureau of Statistics, Australia*.
- WONG, Y. y BEASLEY, J.E. (1990): "Restricting Weight Flexibility in Data Envelopment Analysis". *Journal of the Operational Research Society*, vol. 41(9), págs. 829-835.
- WORTHINGTON, A. y DOLLERY, B. (1999): "Allowing for nondiscretionary factors in data envelopment analysis: A comparative study of NSW local government". Working Paper Series in Economics, nº 99-12. *School of Economic Studies. University of New England. Australia*.
- ZHU, J. (2002): *Quantitative models for performance evaluation and benchmarking: DEA with spreadsheets and DEA excel solver*. Kluwer Academic Publishers. Boston.